2. Übungszettel

Oskar Stanschus
Alexandros Parotsidi

Aufgabe 1)

a)

d.h. keine Aussage zu schlechten Kuchen → kann billig, teuer sein.

Max definiert „Guter Kuchen ist nicht billig!" und Katharina definiert „Billiger Kuchen ist nicht gut!". Als logischer Term können diese Aussagen wie folgt ausgedruckt werden:

Max: ∀x ∈ Kuchen: gut(x) ↔ ¬billig(x)
Katharina: ∀x ∈ Kuchen: billig(x) ↔ ¬gut(x)

Damit nachgewiesen werden kann, dass die Aussagen dasselbe meinen, muss bewiesen werden, dass die Aussagen äquivalent zueinander sind.

$a \Leftrightarrow b \equiv a \wedge b \vee \neg a \wedge \neg b$

Max: ∀x ∈ Kuchen: gut(x) ↔ ¬billig(x)
≡ ∀x ∈ Kuchen: gut(x) ∧ ¬billig(x)) ∧ (¬¬billig(x) ∧ ¬gut(x))
≡ ∀x ∈ Kuchen: <u>(gut(x) ∧ ¬billig(x)) ∧ (billig(x) ∧ ¬gut(x))</u>

Katharina: ∀x ∈ Kuchen : billig(x) ↔ ¬gut(x)
≡ ∀x ∈ Kuchen : (billig(x) ∧ ¬gut(x)) ∧ (¬¬gut(x) ∧ ¬billig(x))
≡ ∀x ∈ Kuchen : (billig(x) ∧ ¬gut(x)) ∧ (gut(x) ∧ ¬billig(x))
≡ ∀x ∈ Kuchen : <u>(gut(x) ∧ ¬billig(x)) ∧ (billig(x) ∧ ¬gut(x))</u>

Die Aussagen beider Konditoreien kann so umgeformt werden, sodass die Aussagen im Endeffekt dasselbe meinen. Dementsprechend sind die Aussagen äquivalent zueinander.

1/4

b)

I) Der Benutzer hat die Gebühr bezahlt aber ein falsches Passwort eingegeben:
¬p ∧ r

II) Der Benutzer bekommt Zugriff, wenn der Benutzer die Gebühr bezahlt hat und das richtige Passwort eingeben hat.
q ↔ (q ∧ r)

$r \wedge q \rightarrow q$ auch möglich

III) Der Benutzer bekommt keinen Zugriff, wenn die Gebühr nicht bezahlt wurde.
¬q ↔ ¬r

Aufgabe 2)

a)

$t_1 : b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$

a	b	c	$a \vee c$	$a \wedge c$	$b \wedge (a \vee c)$	$b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

2. Übungszettel

t_2: (¬a ∧ b) ∨ (¬c ∨ b)

a	b	c	$\neg a \wedge b$	$\neg c \vee b$	$(\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

✓

t_3: ((a ∧ b) ∨ (b ∧ c)) ∨ (a ∧ c)

a	b	c	$a \wedge b$	$b \wedge c$	$(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$	$a \wedge c$	$((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

✓

t_4: (a ∧ b) ∨ ((c ∨ a) ∨ ¬a)

a	b	c	$a \wedge b$	$c \vee a$	$(c \vee a) \vee \neg a$	$(a \wedge b) \vee ((c \vee a) \vee \neg a)$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

✓

Terme t_1,t_2 und t_3 sind erfüllbar, denn in mindestens einer Zeile ist der Wahrheitswert 1. Der Term t_4 ist eine Tautologie, da dieser immer den Wahrheitswert 1 hat. ✓

b)

Anhand der Wahrheitswerte aus den Tabellen kann man Folgendes schlussfolgern:
- $t_1 \equiv t_3$
- t_2 ist nicht äquivalent zu t_4

✓

10/10

Aufgabe 3)

2. Übungszettel

a) „Mindestens zwei der Aussagen sind wahr“, kann dementsprechend dargestellt werden:

(p1 ∧ p2) ∨ (p1 ∧ p3) ∨ (p1 ∧ p4) ∨ (p2 ∧ p3) ∨ (p2 ∧ p4) ∨ (p3 ∧ p4) ✓ 3/3

b) „Genau zwei der Aussagen sind wahr“, kann so dargestellt werden:

(p1 ∧ p2 ∧ ¬(p3 ∨ p4)) ∨ (p1 ∧ p3 ∧ ¬(p2 ∨ p4)) ∨ (p1 ∧ p4 ∧ ¬(p2 ∨ p3)) ∨ (p2 ∧ p3 ∧ ¬(p1 ∨ p4)) ∨ (p2 ∧ p4 ∧ ¬(p1 ∨ p3)) ∨ (p3 ∧ p4 ∧ ¬(p1 ∨ p2)) ✓ 3/3

c) Die Aussage „Genau k der Aussagen p_1, p_2, p_3, ..., p_n sind wahr” kann so dargestellt werden:

$$(\sum_{i=1}^{n} p_i) = k$$

der Σ-Operator bedeutet was ganz anderes

Man muss annehmen, dass $p_1 = 1$ gilt wenn p_i wahr ist und $p_i = 0$ gilt wenn pi falsch ~~ist~~.

versteh ich nicht, wie in b) vorgehen

17/20