Diskrete Strukturen für Informatik — Übung 3

Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do. 10-12

Von: Marie Linke
Antonia Heidlaß

1.a) $t_1 := (a \Rightarrow (b \Rightarrow c)) \Rightarrow ((a \Rightarrow b) \Rightarrow (a \Rightarrow))$

(i)

a	b	c	$(b \Rightarrow c)$	$(a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$	$(a \Rightarrow b)$	$(a \Rightarrow c)$	$((a \Rightarrow b) \Rightarrow (a \Rightarrow c))$	t_1
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

(ii)

$\equiv (a \Rightarrow (b \Rightarrow c)) \Rightarrow ((a \Rightarrow b) \Rightarrow (a \Rightarrow c))$

Distr.

$\equiv (a \Rightarrow (b \Rightarrow c)) \Rightarrow (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$ $\equiv a \Rightarrow a \equiv 1$

$\equiv (\neg a \vee (b \Rightarrow c) \Rightarrow (\neg a \vee (b \Rightarrow c))$

$\equiv (\neg a \vee (\neg b \vee c)) \Rightarrow \neg a \vee (\neg b \vee c)$

$\equiv \neg(\neg a \vee (\neg b \vee c)) \vee \neg a \vee (\neg b \vee c)$

Imp. Auflösen

$\equiv a \wedge b \wedge \neg c \vee \neg a \vee \neg b \vee c$

$\equiv 1 \wedge 1 \wedge 1$

$\equiv 1$

Diesen Schritt dürftet ihr eigentlich nicht machen, denn Distr. von $\wedge$ und $\vee$ nur kennengelernt!

Diskrete Strukturen für Informatik — Übung 3

Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do. 10-12

Von: Marie Linke
Antonia Heidlaß

1. b)

1. $\neg(x_1 \vee \neg x_2) \vee \neg(x_1 \Rightarrow x_3) \equiv$ 4. $\neg x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \neg x_3$

(1) $\neg(x_1 \vee \neg x_2) \vee \neg(x_1 \Rightarrow x_3)$ de Morgansche

$(\neg x_1 \vee \neg x_2) \vee (\neg x_1 \Rightarrow x_3)$ Implikation umgeformt

$(\neg x_1 \vee x_2) \vee (x_1 \vee \neg x_3)$ das Gleiche wie (4)

$\underline{\underline{\neg x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \neg x_3}}$

2. $\neg(x_1 \wedge x_2) \wedge \neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2) \equiv$ 3. $\neg x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$

(2) $\neg(x_1 \wedge x_2) \wedge \neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2)$ de Morgansch

$(\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge \neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2)$ Kommutativität

$\neg x_1 \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \vee (x_3 \wedge x_2)$ Absorption

$\underline{\underline{\neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2)}}$

Das gleiche wie (3)

10/10

Diskrete Strukturen für Informatik Übung 3 Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do. 10-12

Von: Marie Linke
Antonia Heidlaß

2.

(a) $\neg \forall x \forall y : P(x,y)$
$\exists x \exists y : \neg P(x,y))$ ✓

(b) $\neg \forall x \exists y \forall z : P(x,y,z)$
$\exists x \forall y \exists z : \neg P(x,y,z)$ ✓

(c) $\neg(\exists x \exists y : \neg P(x,y) \wedge \forall x \forall y : Q(x,y))$
$\exists x \exists y : P(x,y) \vee \cancel{\neg(\forall x \forall y : Q(x,y))}$

✓ $\exists x \exists y \neg Q$ ...

(d) $\neg \forall x : (\exists y \forall z : P(x,y,z) \wedge \exists z \forall y : P(x,y,z))$
$\exists x : \forall y \exists z : \neg P(x,y,z) \vee \forall z \exists y : \neg P(x,y,z))$ ✓

Diskrete Strukturen für Informatik — Übung 3

Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do. 10-12

Von: Marie Linke
Antonia Heidlaß

3. $Q(x,y,z): x+y>z$; $U=\mathbb{N}$

a) $\forall z \exists y \forall x: Q(x,y,z)$ Wahre Aussage

Reihenfolge matters!

Gegenspieler
$x=z=a$
$y=b$

Beweiser
$a+b>a \in \mathbb{N}$

$b=0$?

wie?

eigentlich mit
$a+b \geq a$
$b \geq 0$
arbeiten

1. Fall
$a+b>a\in \mathbb{N} \Rightarrow$ wahre Aussage
2. Fall
$a+b\leq a\in \mathbb{N} \Rightarrow a+b>a\in\mathbb{N}$ ist falsch

2/3

b) $\forall x \exists y \forall z: Q(x,y,z)$ falsche Aussage ✓

$\exists x \forall y \exists z: \neg Q(x,y,z)$; $x+y\leq z$ ✓

Gegenspieler

$x=0$
$z=y=b$ ✓

Beweiser
$0+b\leq b$ ✓

4/4

1. Fall $0+b\leq b \Rightarrow$ Aussage wahr

2. Fall $0+b>b \Rightarrow a+b\leq c$ ist falsch
$0+b>b$ kann nicht stimmen

?

Diskrete Strukturen für Informatik   Übung 3   Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do. 10-12

Von: Marie Linke
Antonia Heidlaß

3. $Q(x,y,z): x+y>z$; $U = \mathbb{N}$

c) $\forall x \exists y \exists z: Q(x,y,z) \wedge Q(z,y,x)$ wahre Aussage

Gegen
$y = 1 \Rightarrow Q(x,1,z) \wedge Q(z,1,x)$

Reihenfolge?

Beweiser

$x+1>z \wedge z+1>x$

1/3

1. Fall $x+1>z \wedge z+1>x \Rightarrow$ ist wahr

2. Fall $x+1 \leq z \wedge z+1 \leq x \Rightarrow x+1>z \wedge z+1>x$ ist falsch

$x+1 \leq z \wedge -x+1 \leq -z$ (ist unwahr, damit Grundaussage bestätigt)

17/20