Diskrete Strukturen für Informatik 1. Übungszettel

Tutor: Daniel Yu
Tutorium: Do 10-12 Uhr

von: Lasse-Leander Kolweit
Ibrahim Jama

1.

a) Satz: „Guter Kuchen…" als logischen Term darstellen:

$\neg(a \Leftrightarrow \neg b)$

$Gk \leftrightarrow \neg B$ negation davon: $\neg Gk \leftrightarrow B$ (I)

$\equiv a \oplus b$

$Gk :=$ Guter Kuchen $B :=$ billig

$\not\equiv \neg a \Leftrightarrow b$

Satz: „Billiger Kuchen…" als logischen Term darstellen:

Außerdem kann ein schlechter Kuchen billig oder teuer sein (ist nicht in (I) enthalten)

$B \leftrightarrow \neg Gk$ negation davon: $\neg B \leftrightarrow Gk$

Da die negation vom 2. Satz äquivalent zum 1. Satz ist, bedeuten sie das gleiche. Die negation der jeweiligen Bestandteile sind gegensätzlich in den beiden Sätzen, was die Aussage aber nicht ändert.

1/4

b) i) $r \wedge \neg p$

ii) $p \wedge r \rightarrow q$

iii) $\neg r \to \neg q$

2.

a)

A_1:

a	b	c	$a \vee c$	$a \wedge c$	$b \wedge (a \vee c)$	$b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

A_1 ist erfüllbar.

A_2:

a	b	c	$\neg a$	$\neg c$	$\neg a \wedge b$	$\neg c \vee b$	$(\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

A_2 ist erfüllbar.

L_3:

a	b	c	$a \land b$	$b \land c$	$(a \land b) \lor (b \land c)$	$a \land c$	$((a \land b) \lor (b \land c)) \lor (a \land c)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

L_3 ist erfüllbar.

L_4:

a	b	c	$\neg a$	$c \lor a$	$(c \lor a) \lor \neg a$	$a \land b$	$(a \land b) \lor ((c \lor a) \lor \neg a)$
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1

L_4 ist eine Tautologie und ist deshalb auch erfüllbar.

8/8

2b) Die Terme L_1 und L_3 sind äquivalent zueinander, da bei beiden Termen bei der gleichen Eingabe der gleiche Wahrheitswert heraus kommt. Man kann dies auch durchs Umstellen der Terme herausfinden:

$L_3 := ((a \land b) \lor (b \land c)) \lor (a \land c)$ Distributivität

$\Leftrightarrow L_3 := (b \land (a \lor c)) \lor (a \land c)$

A_1 und A_3 haben nun den gleichen Term, weshalb sie äquivalent sind. Wegen der Bindungsstärke ist $(b \wedge (a \vee c)) \Leftrightarrow b \wedge (a \vee c)$.

Super 2/2

3.

a) $p_1 \wedge p_2 \vee p_3 \wedge p_4 \vee p_1 \wedge p_4 \vee p_2 \wedge p_3 \vee p_1 \wedge p_3 \vee p_2 \wedge p_4$ ✓ 3/3

b) $(p_1 \wedge p_2 \oplus p_3 \wedge p_4) \oplus (p_1 \wedge p_4 \oplus p_2 \wedge p_3) \oplus (p_1 \wedge p_3 \oplus p_2 \wedge p_4)$ 0/3

$1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$

c) Für die Aussagen p_1 bis p_n gilt: k-viele Aussagen müssen mit k-vielen Aussagen mithilfe von einem exclusiven oder verbunden werden. Dabei muss $k \in \mathbb{N}$ und p_i muss sich um eins erhöhen. Rezept a)!

$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0$:

$$\underbrace{\underbrace{(0 \oplus 0)}_{1} \oplus \underbrace{(0 \oplus 0)}_{1}}_{0} \oplus \underbrace{(0 \oplus 0)}_{1} = 1 \Rightarrow 1 \text{ ↯}$$

14/20