

## 2. Übungszettel

### 1. Aussagen und logische Terme

(4 + 6 Punkte)

a)  $a$  := Der Kuchen ist gut,  $b$  := der Kuchen ist billig ✓

Der Slogan „Guter Kuchen ist nicht billig!“ kann als Term  $a \rightarrow \neg b$  dargestellt werden. ✓

Der Slogan „Billiger Kuchen ist nicht gut!“ kann als Term  $b \rightarrow \neg a$  dargestellt werden. ✓

Prüft man die Aussagen mit einer Wahrheitstabelle, zeigt sich:

$a$	$b$	$\neg a$	$\neg b$	$a \rightarrow \neg b$	$b \rightarrow \neg a$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0

✓ sehr gut! 4/4

Beide Terme sind für alle Belegungen gleich ausgewertet und damit logisch äquivalent, somit ist bei den Slogans dasselbe Gemeint.

b)

(i)  $r \wedge \neg p$  ✓

(ii)  $r \wedge p \rightarrow q$  ✓

(iii)  $\neg r \rightarrow \neg q$  ✓

### 2. Eigenschaften von logischen Termen

(8 + 2 Punkte)

a)

$t_1 := b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$

$a$	$b$	$c$	$a \vee c$	$a \wedge c$	$b \wedge (a \vee c)$	$b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

✓  
✓  
✓  
✓

Der Term  $t_1$  ist erfüllbar.

$t_2 := (\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$

falsch abgeschrieben

$a$	$b$	$c$	$\neg a \wedge b$	$\neg c \vee b$	$(\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1

✓  
uff -0,5

0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

✓

Der Term  $t_2$  ist erfüllbar.

$$t_3 := ((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \vee (a \wedge c)$$

$a$	$b$	$c$	$a \wedge b$	$b \wedge c$	$a \wedge c$	$(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$	$((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

✓

Der Term  $t_3$  ist erfüllbar.

$$t_4 := (a \wedge b) \vee ((c \vee a) \vee \neg a)$$

$a$	$b$	$c$	$a \wedge b$	$c \vee a$	$\neg a$	$(c \vee a) \vee \neg a$	$(a \wedge b) \vee ((c \vee a) \vee \neg a)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1

✓  
7.5/8

Der Term  $t_4$  ist eine Tautologie.

b) Die Terme  $t_1$  und  $t_3$  sind logisch äquivalent zueinander.

✓ 2/2

### 3. Zählen mit logischen Termen

(3 + 3 + 4 Punkte)

a)  $(p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \wedge p_4)$

was ist mit  $p_1 = p_3 = 1, p_2 = p_4 = 0$ ? 0.5/3

b)  $p_1 \wedge p_2 \wedge \neg(p_3 \vee p_4)$

c)  $p_1 \wedge \dots \wedge p_k \wedge \neg(p_{k+1} \vee \dots \vee p_n)$  Alle Aussagen von  $p_1$  bis  $p_k$  sind wahr, während alle Aussagen von  $p_{k+1}$  bis  $p_n$ , wobei  $k < n$ , nicht wahr sind. Das ist äquivalent zu „Genau  $k$  der Aussagen  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  sind wahr.“ Für den fall, dass  $k = n$ , ließe sich der Ausdruck auf  $p_1 \wedge \dots \wedge p_n$  vereinfachen.

14.5/20  
Ihr solltet bedenken dass es Kombis an k-Aussagen  $\exists$

$p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4, p_1 = p_2 = 0$ ? 0.5/3