27/10/23 Diskrete Strukturen für Informatik ÜBUNG 02

Von Margarita Dulaera (Matrikelnummer: 5589598)
Numa Salim (Matrikelnummer: 5590329)

1 a)

"Wenn der Kuchen gut ist, dann ist es nicht billig." ($a \to \neg b$)

"Wenn es billig ist, dann ist es kein guter Kuchen." ($b \to \neg a$)

$a :=$ "gut"
$b :=$ "billig"

Es gilt:

$a \to \neg b \equiv b \to \neg a$ — Äquivalente Darstellung v. Implikation

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg b \vee \neg a$ — Kommutativgesetz

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg a \vee \neg b$

Stark!

Somit sind die beiden Aussagen logisch äquivalent, d.h. es ist bei beiden Aussagen dasselbe gemeint.

1 (b)

(i) $r \wedge \neg p$

(ii) $(r \wedge p) \to q$

(iii) $\neg r \to \neg q$

2 (a)

Für t_1:

a	b	c	$a \vee c$	$a \wedge c$	$(a \vee c) \vee (a \wedge c)$	$b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Für t_2:

a	b	c	$(\neg a \wedge b)$	$(\neg c \vee b)$	$(\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

Für t_3:

a	b	c	$a \wedge b$	$b \wedge c$	$a \wedge c$	$X \vee Y$	t_3
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Für t_4:

a	b	c	$(a \wedge b)$	$c \vee a$	$c \vee a \vee \neg a$	t_4
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

✓

Die Terme t_1, t_2 und t_3 sind erfüllbar, da es mindestens eine Belegung gibt, die zu 1 ausgewertet wird. ✓
Bei t_4 handelt es sich um eine Tautologie, da alle Belegungen zu 1 auswerten ✓ 8/8

2 (b) $t_1 \equiv t_3$, d.h. t_1 und t_3 sind logisch äquivalent. 2/2

3 (a) $(p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \wedge p_4) \vee (p_1 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_4) \vee (p_2 \wedge p_3) \vee (p_2 \wedge p_4)$ ✓ 2/2

(b) $((p_1 \wedge p_2) \wedge (\neg p_3 \wedge \neg p_4)) \vee ((p_1 \wedge p_3) \wedge (\neg p_2 \wedge \neg p_4)) \vee ((p_1 \wedge p_4) \wedge (\neg p_2 \wedge \neg p_3)) \vee$

$((p_2 \wedge p_3) \wedge (\neg p_1 \wedge \neg p_4)) \vee ((p_2 \wedge p_4) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_3)) \vee ((p_3 \wedge p_4) \wedge (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$

2,5/3

(c) $\underline{(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots p_k) \wedge \neg(p_{k+1} \vee \ldots \vee p_n)} \vee (p_1 \wedge p_3 \ldots \wedge p_k) \wedge \neg(p_{k+1} \vee \ldots \vee p_n) \ldots$ 4/4

Allgemein gibt es $\binom{n}{k}$ Terme bei denen genau k Aussagen wahr sind. ✓
Es müssen bei jedem Ausdruck genau k Aussagen von n ausgewählt werden. Die übrigen sollen negiert werden.
Um k Aussagen aus der Menge von n Aussagen auszuwählen, ohne dabei die Reihenfolge zu beachten, muss der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ berechnet werden.

Sehr, sehr cool ✓

19,5/20