Übung 2

Tuna Hadimioglu
Ivica Kopcalija

Aufgabe 1a: Ja, sie sagen das gleiche.

Guter Kuchen ist nicht billig. (Wen der Kuchen gut ist, ist er "teuer")

Billiger Kuchen ist nicht gut. (Wenn der Kuchen billig ist, ist er "schlecht")

$a \to b$

$\iff \neg b \Rightarrow \neg a$

was auch heißt, dass der Kuchen nur dann gut sein kann, wenn er teuer ist. Das ist das gleiche bei dem ersten Ausdruck.) ✓

4/4

Aufgabe 1b:

i) $r \wedge \neg p$ ✓

ii) $(r \wedge p) \to q$ ✓

iii) $\neg r \to \neg q$ ✓

2. Eigenschaften von logischen Termen (8+2 Punkte)

(a) Stellen Sie die Wahrheitstabellen für die folgenden Terme auf. Entscheiden Sie für jeden der Terme, ob er jeweils erfüllbar, eine Tautologie oder eine Kontradiktion ist.

(b) Welches Paar bzw. welche Paare von Termen sind logisch äquivalent?

$$t_1 := b \wedge \underbrace{(a \vee c) \vee (a \wedge c)}_{x_1}$$, $(b \wedge (a \vee c)) \vee (a \wedge c)$

$$t_2 := (\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$$

$$t_3 := \underbrace{\cancel{((a \wedge b) \vee (b \wedge c))}}_{x_2} \vee (a \wedge c)$$

$$t_4 := (a \wedge b) \vee \underbrace{((c \vee a) \vee \neg a)}_{x_3}$$

$\wedge$ bindet stärker

a)

$(c \vee a) \equiv$

a	b	c	a∨c	a∧c	x_1	t_1	¬a∧b	¬c∨b	t_2	a∧b	b∧c	x_2	t_3	x_3	t_4
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1

6/8

- erfüllbar: alle ✓
- Kontradiktion: kein ✓
- Tautologie: t_4 ✓

b) logisch äquivalent sind keine, da es in der Wahrheitstabelle kein Paar von Termen gibt die die gleichen Werte für die gleichen Belegungen ergeben.

für's Begründen +1

1/2

3. Zählen mit logischen Termen (3+3+4 Punkte)

(a) Die Boolesche Formel $p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4$ kann man auch so formulieren: „Mindestens eine der Aussagen p_1, p_2, p_3, p_4 ist wahr.“ Bilden Sie einen logischen Ausdruck für die Aussage „Mindestens zwei der Aussagen p_1, p_2, p_3, p_4 sind wahr.“

(b) Bilden Sie einen logischen Ausdruck für die Aussage „Genau zwei der Aussagen p_1, p_2, p_3, p_4 sind wahr.“

(c) Wie kann man allgemein einen logischen Ausdruck für die Aussage „Genau k der Aussagen $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ sind wahr.“ bilden?

Aufgabe 3a: $(p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_4) \vee (p_2 \wedge p_3) \vee (p_2 \wedge p_4) \vee (p_3 \wedge p_4)$ ✓ 3/3

b) $(p_1 \wedge p_2) \oplus (p_1 \wedge p_3) \oplus (p_1 \wedge p_4) \oplus (p_2 \wedge p_3) \oplus (p_2 \wedge p_4) \oplus (p_3 \wedge p_4)$ Leider nein, denn $1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$. Tipp: Recycelt a), ist aufbauend

c) Sei M die Menge $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ und $C(M,k)$ die Menge aller Kombinationen mit k Elementen aus M, ohne Rücksicht auf die Reihenfolge der Elemente.

„Genau k der Aussagen aus M sind wahr.“: $\underbrace{\bigoplus_{c \in C(M,k)}^{\binom{n}{k}} \bigwedge_{p \in c}^{k} p}$

geht nicht, weil b) schon nicht geht.

14/20