Diskrete Strukturen für Informatik Tutor: Daniel Yu

Von: Yanis Aliowa
Yahya Flachmüller
Mevlüt Cirik

Übung 2

① a) (i)

a	b	c	$b\to c$	$a\to b$	$a\to c$	$a\to(b\to c)$	$(a\to b)\to(a\to c)$	$(a\to(b\to c))\to((a\to b)\to(a\to c))$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

=> Ist eine Tautologie

2/2

(ii) $(a\to(b\to c))\to((a\to b)\to(a\to c))$

$\equiv \neg(a\to(b\to c)) \vee ((a\to b)\to(a\to c))$ ~~Kontraposition~~

$\equiv (a\wedge\neg(b\to c)) \vee (\neg(a\to b)\vee(a\to c))$ De Morgan

$\equiv (a\wedge(b\wedge\neg c)) \vee ((a\wedge\neg b)\vee(a\to c))$ De Morgan

$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee(a\to c)$ Assoziativgesetz

$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee(\neg a\vee c)$ ~~Kontraposition~~

~~$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee((\neg a\vee a)\wedge(\neg a\vee c))$ Distributivgesetz~~

~~$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee(W\wedge(\neg a\vee c))$ Wiederspruchgesetz~~

$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee(\neg a\vee c)$ Identitätsgesetz

$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee c\vee\neg a$ Assoziativgesetz

$\equiv (a\wedge b\wedge\neg c)\vee c\vee(a\wedge\neg b)\vee\neg a$ ~~Kommunikativgesetz~~

$\equiv (\vee\neg c)\vee(a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee\neg a$ Kommunikativgesetz

$\equiv W\vee(a\wedge b\wedge\neg c)\vee(a\wedge\neg b)\vee\neg a$ Wiederspruchgesetz

$\equiv W$ Dominanzgesetz

Tautologie, da der Ausdruck immer wahr ist

woher ?

-2

Kommutativgesetz

b)

(1) $\neg(x_1\vee\neg x_2)\vee\neg(x_1\to x_3)$

doppelte Neg. de Morgan ||| ... Kontraposition und doppelte Neg. |||

$\neg x_1\wedge x_2 \quad\vee\quad x_1\wedge\neg x_3 \equiv$ Term (4)

$\neg x_1\wedge x_2\vee x_1\wedge\neg x_3 \equiv \neg x_1\wedge x_2\vee x_1\wedge\neg x_3$

(2) $\neg(x_1\wedge x_2)\wedge\neg x_1\vee(x_3\wedge x_2)$

de Morgan $(\neg x_1\vee\neg x_2)\wedge\neg x_1\vee(x_3\wedge x_2)$

Idempotenz $\neg x_1\vee(x_3\wedge x_2)\equiv$ Term 3

$\neg x_1\vee(x_3\wedge x_2)\equiv\neg x_1\vee(x_3\wedge x_2)$

4/4

Aufgabe 2

8/10

a) $\neg \forall_x \forall_y : P(x,y)$ NNF ist $\exists x \exists y : \neg P(x,y)$ ✓

b) $\neg \forall x \exists y \forall z : P(x,y,z)$ NNF ist $\exists_x \forall y \exists z : \neg P(x,y,z$ ✓

c) $\neg(\exists_x \exists_y : \neg P(x,y) \land \forall_x \forall_y : Q(x,y))$ NNF ist $\forall_x \forall_y : P(x,y) \lor \exists_x \exists_y : \neg Q(x,y))$ ✓

d) $\neg \forall x : (\exists_y \forall_z : P(x y z) \land \exists z \forall y : P(x,y,z))$ NNF ist $\exists x : (\forall_y \exists_z : \neg P(x y z) \lor \forall z \exists_y : P(x y z)$ ✓

Super

Aufgabe 3

a) ∀z∃y∀x : Q(x, y, z) : x + y > z

z.z

Die Aussage ist Wahr, da wir sagen, für alle z gibt es ein y sodass alle x gelten. ✓
Da wir im raum der Natürlichen Zahlen sind, ist die kleinste mögliche Zahl 0. Wenn wir es also für x=0 beweisen können gilt es immer. Da wir nun Zeigen müssen, das y>z sein muss und wir sagen für jedes z gibt es ein x sodass gilt y>z müssen wir unser y nur auf y=z+1 setzen.
~~Wenn wir uns nun die Kontraposition betrachten, heißt es:~~
∃z∀y∃x:¬Q(x, y, z) : x + y ≤ z

das ist ja die Negation

~~Es existiert ein z sodass es für alle y ein x gibt sodass x+y ≤z ist.~~
Wenn wir nun unser x so ~~wählen , dass x>z ist stimmt die~~ aussage für jedes y nicht
x=z+1, daraus folgt z+1+y≤z wenn wir dies nun umstellen wie folgt_
z+1+y≤z | -z
1+y≤0 |-1
y≤-1
Kann niemals stimmen da die kleinste Zahl nur 0 sein kann. Somit stimmt die Kontraposition nicht.

2/3

b) $\forall x \exists_y \forall z : Q(x,y,z) : x + y > z$

3.5/4

negierter Term $\exists x \forall_y \exists z : \neg Q(x,y,z) : x+y \leq z$

$x = 0$ $\quad 0 + a \leq a$ der negierte Term ist richtig,
$y = a$ $\quad a \leq a$ deshalb ist der originale falsch
$z = a$

2.5/3

c) $\forall x \exists y \exists z : Q(x,y,z \land Q(z,y,x) : x+y > z \land z+y > x$

$x = a$ $\quad a + a + 1 > a \land a + a + 1 > a \equiv a + 1 > 0$
$y = a+1$ richtig
$z = a$

8/10

wegen fehlendes Formalismus

16/20