Tutor: Daniel Yu

Tabea Wittkowski
Juliana Hamp Zuniga

Diskrete Strukturen Übungsblatt 03

1. Logische Umformungen

$(a \to (b \to c)) \to ((a \to b) \to (a \to c))$

$1 \to 1 = 0 \vee 1 = 1$

(a) (i) durch Ausfüllen einer Wertetabelle

a	b	c	$a \to b$	$a \to c$	$b \to c$	$a \to (b \to c)$	$(a \to b) \to (a \to c)$	$(a \to (b \to c)) \to ((a \to b) \to (a \to c))$
0	0	0	1	1	1	1	~~0~~ 1	~~0~~ 1
0	0	1	1	1	1	1	~~0~~ 1	~~0~~ 1
0	1	0	1	1	0	1	~~0~~ 1	~~0~~ 1
0	1	1	1	1	~~0~~ 1	1	~~0~~ 1	~~0~~ 1
1	0	0	0	0	1	~~0~~ 1	1	1
1	0	1	0	~~0~~ 1	1	~~0~~ 1	1	1
1	1	0	~~0~~ 1	0	0	0	1	1
1	1	1	~~0~~ 1	~~0~~ 1	~~0~~ 1	~~0~~ 1	1	1

0,5/1

(ii) $(a \to (b \to c)) \to ((a \to b) \to (a \to c))$

$\equiv (a \to (\neg b \vee c)) \to ((\neg a \vee b) \to (\neg a \vee b))$

$\equiv ((a \to \neg b) \vee (a \to c)) \to (\underbrace{(\neg a \vee b)}_{d} \to \underbrace{(\neg a \vee b)}_{d})$

| $\alpha \to \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$

| $\alpha \to (\beta \vee \gamma)$
$\equiv (\alpha \to \beta) \vee (\alpha \to \gamma)$

Assoziativgesetz

$d \to d \equiv 1$

wo ist das c geblieben? 2/4

$((\neg a \vee \neg b) \vee (\neg a \vee c)) \to 1$

Idempotenz $\to (\underline{\neg a \vee \neg a} \vee \neg b \vee c) \to 1$

$\neg a \vee \neg b \vee c \to 1$

Folgefehler

$\neg(a \vee \neg b \vee c) \vee 1$

$((\neg a \wedge b \wedge \neg c) \underline{\vee} 1)$

Kontraposition

De Morgan

immer wahr durch Def. log oder

2,5/6

(b)

(1) $t = \neg(x_1 \vee \neg x_2) \vee \neg(x_1 \to x_3)$

$\equiv (\neg x_1 \vee x_2) \vee \neg(x_1 \to x_3)$

$\equiv (\neg x_1 \wedge x_2) \vee \neg(\neg x_1 \vee x_3)$

$\equiv \neg x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \neg x_3$

$\equiv \neg x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \neg x_3$ // $\equiv t_4$

Doppelte Negation x_2
de Morgan Gesetz

Kontraposition

(2) $t = \neg(x_1 \wedge x_2) \wedge \neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2)$

$\equiv \neg x_1 \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_1) \vee (x_3 \wedge x_2)$

$\equiv \neg x_1 \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_3 \wedge x_2)$

$\equiv \neg x_1 \vee (x_3 \wedge x_2)$

$\equiv \neg x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) \equiv t_3$ äquivalent

de Morgan Gesetz
Assoziativgesetz

Absorption

Assoziativgesetz

(3) $\neg x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$ keine Umformung möglich

$t(3) \equiv t(2)$ äquivalent

(4) $\neg x_1 \wedge (x_2 \vee x_1) \wedge \neg x_3$

$(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_1) \wedge \neg x_3$

$\wedge 1 \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_1) \wedge \neg x_3 \vee x_2)$

Distributivgesetz, Komplementierung, Distributivgesetz

4/4

$t(1) \equiv t(4)$ äquivalent

2)

a) $\exists x \exists y : \neg P(x,y)$ ✓

b) $\exists x \forall y \exists z : \neg P(x,y,z)$ ✓

c) $\forall x \forall y : P(x,y) \wedge \exists x \exists y : \neg Q(x,y)$ ✓

eine Aussage u

De-Morgan!

d) $\exists x : \neg(\exists y \forall z : P(x,y,z) \wedge \exists z \forall y : P(x,y,z))$

$\exists x : \forall y \exists z : \neg P(x,y,z) \vee \forall z \exists y : \neg P(x,y,z)$

3.) $Q(x,y,z) : x+y > z$

a) $\forall z \exists y \forall x : Q(x,y,z) : x+y > z$ wahre Aussage

$\forall z \exists y \forall x : x+y > z$

Gegenspieler setzt $z=a$ ✓ $b+a+1 > a$ $\square$

ja wieso?

Beweiser: $y=a+1$ ✓

Gegenspieler setzt $x=b$ ✓

$b+a+1 \geq a+1 > a$

$b \geq 0$

2.5/3

b) $\forall x \exists y \forall z : x+y > z$ falsche Aussage

$\exists x \forall y \exists z : x+y \leq z$

Beweiser $x=0$ ✓ $0+a \leq a \rightarrow$ wahr somit $\square$

Gegenspieler $y=a$ ✓

3.5/4

Beweiser $z=a$ ✓

c) $\forall x \exists y \exists z : x+y > z \wedge z+y > x$ wahre Aussage

Gegenspieler: $x=a$ ✓

Beweiser: $y=2a$ ✓ $a+2a > 0 \wedge 0+2a > a$ $\square$

$z=0$ und

was ist mit $a=0$?

2/3

15/20