Anna Fey Winkler, Maximilian Jagodzinski

Übung 02, Abgabe 30.10.23, 13:00

Aufgabe 01 Aussagen und logische Terme

(a) Max' Muffinmanufaktur wirbt mit dem Slogan *Guter Kuchen ist nicht billig!*. Die benachbarte Konditorei Katharina kontert: *Billiger Kuchen ist nicht gut!*. Meinen die beiden dasselbe oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Sei
a:= Kuchen ist gut
b:= Kuchen ist billig
Die Ausagen ließen sich wiefolgt umformulieren:
Wenn Kuchen gut ist, dann ist er nicht billig. bzw. $a \to \neg b$ oder auch $\neg a \vee \neg b$ nach den Boolschen Gesetzen.
Wenn Kuchen billig ist, dann ist er nicht gut. bzw. $b \to \neg a$ oder auch $\neg b \vee \neg a$ nach den Boolschen Gesetzen.
Also ja, die Aussagen sind äquivalent.

4/4

(b) Verwenden Sie die folgenden elementaren Aussagen: p :=*Der Benutzer hat das richtige Passwort eingegeben*, q :=*Der Benutzer bekommt Zugriff* und r :=*Der Benutzer hat die Anmeldegebühr bezahlt.*

(i) Der Benutzer hat die Gebühr bezahlt aber ein falsches Passwort eingegeben.
$r \wedge \neg p$

(ii) Der Benutzer bekommt Zugriff, wenn der Benutzer die Gebühr bezahlt hat und das richtige Passwort eingegeben hat.
$(r \wedge p) \to q$

(iii) Der Benutzer bekommt keinen Zugriff, wenn die Gebühr nicht bezahlt wurde.
$\neg r \to \neg q$

Super

Aufgabe 02 Eigenschaften von logischen Termen

(a) Stellen Sie die Wahrheitstabellen für die folgenden Terme auf. Entscheiden Sie für jeden der Terme, ob er jeweils erfüllbar, eine Tautologie oder eine Kontradiktion ist.

$t_1 := b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$: erfüllbar

a	b	c	$b \wedge (a \vee c)$	$(a \vee c)$	$(a \wedge c)$	$b \wedge (a \vee c) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$t_2 := (\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$: erfüllbar

a	b	c	$(\neg a \wedge b)$	$(\neg c \vee b)$	$(\neg a \wedge b) \vee (\neg c \vee b)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

$t_3 := ((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \vee (a \wedge c)$: erfüllbar

a	b	c	$(a \wedge b)$	$(b \wedge c)$	$((a \wedge b) \vee (b \wedge c))$	$a \wedge c)$	$((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \vee (a \wedge c)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$t_4 := (a \wedge b) \vee ((c \vee a) \vee \neg a)$: Tautologie, erfüllbar

a	b	c	$(a \wedge b)$	$(c \vee a)$	$\neg a$	$((c \vee a) \vee \neg a)$	$(a \wedge b) \vee ((c \vee a) \vee \neg a)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1

(b) Welches Paar bzw. welche Paare von Termen sind logisch äquivalent?

Wenn wir uns die Wahreheitstabellen anschauen, sind t_1 und t_3 logisch äquivalent, da sie bei jeder Belegung zu denselben Wahrheitswerten asuwerten.

10/10 WP

Aufgabe 03 Zählen mit logischen Termen

(a) Die Boolesche Formel $p1 \vee p2 \vee p3 \vee p4$ kann man auch so formulieren: "Mindestens eine der Aussagen p1, p2, p3, p4 ist wahr." Bilden Sie einen logischen Ausdruck für die Aussage "Mindestens zwei der Aussagen p1, p2, p3, p4 sind wahr."

$(p1 \wedge p2) \vee (p1 \wedge p3) \vee (p1 \wedge p4) \vee (p2 \wedge p3) \vee (p2 \wedge p4) \vee (p3 \wedge p4)$

3/3

Anna Fey Winkler, Maximilian Jagodzinski

(b) Bilden Sie einen logischen Ausdruck für die Aussage "Genau zwei der Aussagen p1, p2, p3, p4 sind wahr."

$(p1 \land p2) \otimes (p1 \land p3) \otimes (p1 \land p4) \otimes (p2 \land p3) \otimes (p2 \land p4) \otimes (p3 \land p4)$

(c) Wie kann man allgemein einen logischen Ausdruck für die Aussage "Genau k der Aussagen p1, p2, p3, . . . , pn sind wahr." bilden?

Die stupide Art und Weise ist es, den erwünschten Zustand als Teilaussage zu ermitteln, alle möglichen Varianten davon durchzugehen und sie miteinander zu verodern. Eine bessere Art und Weise ist mir nicht bekannt.
In b) ließ sich durch die Antivalenz einiges an Schreibarbeit streichen, sonst hätten wir so etwas wie $((p1 \land p2) \land \neg(p3 \lor p4))$ schreiben und diese Art von Teilaussagen miteinander verodern müssen.

siehe b)

$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0 \quad 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$ ↯

Tipp: Recycelt

17/20

Insgesamt gute Abgabe