

Infinitésimos equivalentes

- Dos sucesiones $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ se denominan equivalentes si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, y se escribe como $a_n \sim b_n$
- Una sucesión, $\{a_n\}$, se denomina infinitesimal si $\lim_{x \rightarrow \infty} a_n = 0$
- Dos sucesiones se denominan infinitésimos equivalentes ($a_n \sim b_n$) si $\lim_{x \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} b_n = 0$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$

Sea $\{a_n\}$ una sucesión infinitesimal, entonces:

1. $\sin a_n \sim a_n$
2. $\tan a_n \sim a_n$
3. $\arcsen a_n \sim a_n$
4. $\arctan a_n \sim a_n$
5. $1 - \cos a_n \sim \frac{a_n^2}{2}$
6. $(1 + a_n)^\alpha - 1 \sim \alpha \cdot a_n$
7. $e^{a_n} - 1 \sim a_n$
8. $b^{a_n} - 1 \sim a_n \cdot \log(b)$
9. $\log(1 + a_n) \sim a_n$

- Dos funciones $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ se denominan equivalentes en $x = a$ si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ y se escribe $f(x) \sim g(x)$ cuando $x \rightarrow a$
- Dos funciones se denominan infinitésimos equivalentes ($f(x) \sim g(x)$) en $x = a$ si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$
- Cuando $x \rightarrow 0$ tenemos que:

1. $\sin x \sim x$
2. $\tan x \sim x$
3. $\arcsen x \sim x$
4. $\arctan x \sim x$
5. $1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$
6. $(1 + x)^\alpha - 1 \sim \alpha \cdot x$
7. $e^x - 1 \sim x$
8. $b^x - 1 \sim x \cdot \log(b)$
9. $\log(1 + x) \sim x$

- Otras equivalencias:

1. $\log(a_n) \sim a_n \Leftrightarrow (a_n \rightarrow 1)$
2. $a_n^\alpha - 1 \sim \alpha \cdot (a_n - 1) \Leftrightarrow (a_n \rightarrow 1)$