把发展学生基本活动经验贯穿于教学之中

——以等比数列的教学设计为例

段志贵

(江苏省盐城师范学院数学科学学院，224002)

义务教育阶段数学新课程标准(修订稿)中把培养学生的“双基”转向“四基”，提出数学教学的总体目标是让学生获得适应社会生活和进一步发展所必须的数学基础知识、基本技能、基本思想以及基本活动经验.统计结果显示，新课程标准修订稿中，共有35处之多提及了“经验”二字.那么，什么是学生的基本数学活动经验，在实际教学中我们又怎样发展学生的基本活动经验呢?

1 学生基本数学活动经验的内涵

1.1 基本数学活动经验

所谓经验，一般定义为个体立足于客观世界，建立在感官知觉上的对事物的认识和反映，“是主体获得的知识”.[1]事实上，只有当人们把活动和活动的结果联系起来之后才产生经验，经验才具有教育价值和意义.具有教育作用的经验既不同于机械活动，也不同于任性的活动，它能增加控制后来经验的能力，它是日后新经验的基础，又是解决未来问题的方法.当新问题得到解决，经验的内容也因之增加，即原有经验得到改造或改组.经验的特性就是这种前后连贯的不断改造.[2]

新课程标准(修订稿)中把基本数学活动经验作为一个教学目标，但是，在学生的基本活动经验的内涵上大家尚未有一个统一的认识.华东师大张奠宙、赵小平两教授认为，数学经验大致可以分为日常生活中的数学经验，社会科学文化情境中的数学经验，以及从事纯粹数学活动累积的数学经验.倘若用它来解说基本数学活动经验，他们提出:直接应用于日常生活的数学，不过是“扩大了的算术”.至于中学的其他数学修养，都是为了适应现代社会的文化环境、科学精神、思维训练等所必须具备的文化素养.因此，基本数学活动是否还包括“模式直观”、“解题经历”、“数学想象力”、“数学美学欣赏”等能力，值得探讨.[3]此外，马复教授提出数学活动经验的个体性，认为“个体的数学活动经验是对以往数学活动经历在认知方面的感性概括(自觉或不自觉)，同时又自然地(自觉或不自觉)迁移到新的数学活动之中(通过影响其认知方式和思维方法等).”[4]

虽然难以述说基本数学活动经验的基本内涵，但其基本要素不外乎三点，即基础性、发展性和个体性.基础性是说基本活动经验不是高难度的，而是学习数学必须的基本要求;发展性是说基本活动经验不是刻板的数学知识，而是说这一经验必须立足于有利于发展学生思维，为他们形成新的数学学习经验服务;个体性是说基本活动经验不是统一的，教学过程中要综合考虑不同的学习对象在同一知识上建构的不同数学活动经验.

1.2 贯穿于教学之中的基本活动经验

诚如杜威所说:“每种经验既从过去经验中采纳了某些东西，同时又以某种方式改变未来经验的性质.”[5]把“基本活动经验”作为数学教学一条极其重要的培养目标，应当涵盖以下两层含义:一是“向后看”，指教学活动应当把起点立足在学生已有的认识或体会上，既不能太低，太低了不能有效激发学生的学习热情;也不能太高，太高了会使学生丧失进一步学习的信心.正如课标所说的那样，我们“要在呈现作为知识与技能的数学结果的同时，重视学生已有的经验，使学生体验从实际背景中抽象出数学问题、构建数学模型、寻求结果、解决问题的过程.”[6]二是“向前看”，指教和学的指向集中在帮助学生加深对教学内容或现实世界中的问题的理解，在问题解决的活动过程中积累

经验,从感性认识上升为理性认识,从而达到强化数学意识的目的.

结合上述两方面理解,在数学教学中要发展学生的基本活动经验,正如课标所说,一方面"应注重数学知识与学生生活经验的联系、与学生学科知识的联系,组织学生开展实验、操作、尝试等活动,引导学生进行观察、分析,抽象概括,运用知识进行判断."另一方面,"教师要发挥主导作用,处理好讲授与学生自主学习的关系,通过有效的措施,引导学生独立思考、主动探索、合作交流,使学生理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,得到必要的数学思维训练,获得基本的数学活动经验."[7]

2 凸显学生基本数学活动经验培养的"等比数列"(第一课时)教学设计

"等比数列"(第一课时)的教学目标是通过教学使学生理解等比数列的概念,推导并掌握通项公式;使学生进一步体会类比、归纳的思想,培养他们的观察、概括能力.

2.1 经验铺路,生成数学定义

教学中,可以首先给出一些具体的数列,让学生将它们分类,并说出分类标准.这些数列,按项与项之间的关系可分为递增数列、递减数列、常数数列、摆动数列,也可以分为等差、等比两类(等差数列已学,等比待学).学生根据自己的已有经验,按照一种标准进行划分,从而探究出其中一些数列的共同特性(从第二项起每一项与前一项之比是一个定值).紧接着,教师指出实际生活中也有许多类似的例子,提问学生能否举出一些例子.为进一步提升学生的经验水平,教师可以举出一些更加生动的例子,如变形虫分裂问题.在此基础上,师生共同提炼出等比数列的定义.根据等比数列与等差数列的名字的区别与联系,让学生尝试给等比数列下定义.学生一般回答可能不够完美,多数情况下,有了等差数列的基础是可以由学生概括出来的.

2.2 概念辨识,形成数学经验

接下来,可以让学生指出上述所给出等比数列的各自的公比,并思考有无数列既是等差数列又是等比数列.学生通过观察可以发现其中有一个(预先设定于其中)是这样的数列,进一步追问,还有没有其他的例子、而后请学生概括这类数列的一般形式,学生可能说形如 $a,a,a,\cdots$ $(a\in\mathbf{R})$ 的数列都满足既是等差又是等比数列.让学生讨论后得出结论:当 $a\neq 0$ 时,数列 $a,a,a,\cdots$ $(a\in\mathbf{R})$既是等差又是等比数列;当 $a=0$ 时,它只是等差数列,而不是等比数列.教师追问理由,引出对等比数列的认识:

(1) 等比数列的首项不为0;

(2) 等比数列的每一项都不为0,即 $a_n\neq 0$;教师可以追问学生:一个数列各项均不为0是这个数列为等比数列的什么条件?

(3) 公比不为0.

用数学式子表示等比数列的定义.$\{a_n\}$是等比数列$\Leftrightarrow\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ (q 为常数).在这个式子的写法上可能会有一些争议,如写成$\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$,可让学生研究行不行,好不好;接下来再问,能否改写为$\{a_n\}$是等比数列$\Leftrightarrow a_{n+1}=a_nq$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ (q 为常数)? 为什么不能?

式子$\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$ 给出了数列第 $n+1$ 项与第 n 项的数量关系,但能否确定一个等比数列?(不能)确定一个等比数列需要几个条件? 当给定了首项及公比后,如何求任意一项的值? 所以要研究通项公式.

2.3 经验开道,推导数学公式

学习等比数列的通项公式,可以类比等差数列的学习进行.已有的等差数列学习经验,将会帮助学生更快捷、更深入地学习等比数列.教师可以提问学生等差数列的通项公式是怎样推导的呢? 能不能从中得到一些启发呢?

问题:用 a_1 和 q 表示第 n 项 a_n.

①不完全归纳法(等差数列也用这一方法)

$a_2=a_1q$, $a_3=a_2q=a_1q^2$, $a_4=a_3q=a_1q^3$, $\cdots$, $a_n=a_1q^{n-1}$.

②叠乘法(等差数列用叠加法)

$\frac{a_2}{a_1}=q$, $\frac{a_3}{a_2}=q$, $\frac{a_4}{a_3}=q$, $\cdots$, $\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}=q$, $\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$, 这 $n-1$ 个式子相乘得$\frac{a_n}{a_1}=q^{n-1}$,所以 $a_n=$

a_1q^{n-1}.

2.4 理解探究,升华经验水平

得出通项公式后,让学生思考如何认识通项公式.由学生来说,最后归纳出本节课两个重要思想:①函数观点;②方程思想(因在等差数列中已有认识,此处再复习巩固而已),从而创造性地提高了学生的经验水平.

这里强调方程思想解决问题.方程中有四个量,知三求一,这是公式最简单的应用,请学生举例(应能编出四类问题).解题格式是什么?(不仅要会解题,还要注意规范表述的训练)如果增加一个条件,就多知道了一个量,这是公式的更高层次的应用,下节课再研究.同学可以试着编几道题.

在小结环节,可以请学生先做概括,在学生总结的基础上,教师提醒学生要注意本节课在研究内容与方法上要与等差数列相类比.最后布置作业,除了课本上的作业,布置以下一道探究活动作业:"将一张很大的薄纸对折,对折30次后(如果可能的话)有多厚?不妨假设这张纸的厚度为0.01毫米."还可以让学生搜集有关"国王的承诺"的故事,为下一节课讲解等比数列的前 n 项和公式埋下伏笔.

3 总结与反思

建构主义理论认为,一切教学活动都应当以学生的自主活动为基础,以智力参与为前提,又以个人体验为终结.学生的学习不是仅凭由外向内的传递就能达成的,它需要学生自主地进行选择加工,通过新旧知识的相互作用,主动改造、充实已有的知识经验,通过建构主动赋予这些知识一定的意义,以形成新的经验认识.

本节课的教学,一方面,把学生的已有经验作为进一步学习的重要资源.理解等比数列的概念、推导并掌握通项公式,都是建立在学生已有经验基础之上,在教师的引导下,自然生成,水到渠成.如果说等比数列的定义,学生可以望文生义的话(这也是一种常识性的经验),等比数列的通项公式,则依赖于等差数列通项公式的两种推导方法.通过类比,学生很容易想到运用不完全归纳法.在此基础上,进一步让学生通过等差数列的叠加法,推进思维的层次,联想到运用叠乘法推导等比数列的通项公式.

另一方面,为了使学生形成经验认识,本节课提供了许多观察和思考的素材,让他们联想,比较,提高认识层次.尤其是在等比数列通项公式的教学任务完成后,让学生学会运用函数的观点和方程的思想去解决问题,把学生经验的水平提升到了一个新的高度.本节课的作业同样精彩,薄纸的对折和"国王的承诺"都会让学生由初始感知,经过思考而形成一定的理性认识,从而巧妙地把学生的认知方面的感性概括,自然地(自觉或不自觉)迁移到高一级数学学习活动之中.

无论是我们教学中的"向后看",把教学活动的起点立足在学生已有的认识或体会上,重视学生已有的经验,还是"向前看",在教师的引导下,学生主动建构起对新知的理解,在问题解决的活动过程中积累经验,都激活了学生的基本数学活动经验,加深了他们对数学本质的理解,如果我们教学中长期以往,注重把发展学生的数学活动经验贯穿在课堂教学之中,那么,那些经验就会在学生们的脑海里生根开花,结出硕果,这不正是我们数学教学一以贯之追求的目标吗?

参考文献:

[1] 王达庆.考量现代课程理念中"学生经验"的价值[J].教学与管理,2006,8.

[2] 李冲锋.杜威论经验与教育[J].宁波大学学报(教育科学版),2006.

[3] 张奠宙,赵小平.需要研究什么是"基本数学活动经验"[J].数学教学,2007,5.

[4] 马复.论数学活动经验[J].数学教育学报,1996,43.

[5] 约翰·杜威著,姜文闵译.我们怎样思维:经验与教育[M].北京:人民教育出版社,1991.

[6] 全日制义务教育数学课程标准(修改稿).2007年4月稿:第4页.

[7] 全日制义务教育数学课程标准(修改稿).2007年4月稿:第5页.

(收稿日期:2008-05-22)