

高师数学专业学生数学素养的构成及其培养

江苏省盐城师范学院 段志贵

摘要: 调查发现高师数学专业学生的数学素养方面存在许多方面的疏漏,对其今后胜任中小学数学教学带来了直接影响。从一个合格的中小学数学教师应具有的综合素质以及数学教师的专业化发展趋势来看,高师数学专业学生的数学素养主要包括数学的认识、数学的意识、数学思想方法的理解与掌握、数学史的明了、数学美的感悟以及数学语言的运用等六个方面。培养和提高高师数学专业学生的数学素养,一要提高他们对数学素养重要性的认识;二要在专业基础知识的教学中注重数学素养的渗透;三要积极倡导数学课外阅读;四要要加强学生数学交流能力的培养;五要强化学生的解题训练。

关键词: 数学素养;教师专业发展;调查分析;教学对策

教师专业化是当今教育发展的潮流。随着基础教育改革和高师招生制度改革的不深化,未来从事中小学教学工作的竞争日趋激烈,努力锤炼自身综合素质,提高就业竞争力已成为每一名高师生的自觉要求。就数学教育专业而言,数学素养是他们综合素质的最核心内容。为此,着力加强高师数学专业学生数学素养培养的研究是当前我们加强数学教学培养学生能力的一项重要课题。

1 调查与思考

1.1 调查的主要内容

2005年下半年,笔者对某师范学院数学教育专业本科三、四年级学生进行调查,有问卷调查,也有与学生的座谈讨论,调查着重围绕数学的认识、数学的意识、数学思想方法的理解与掌握、数学史的明了、数学美的感悟以及数学语言的运用等方面展开,从中发现许多学生在思想素质、文化素质以及现代技术的应用等方面苦下功夫,那种努力的精神确实让我感动。然而,有些同学仅微薄的数学底蕴却疏于提高自己的数学素养也让我感到一丝忧虑。调查发现高师学生在数学素养方面主要存在以下几个方面问题:

(1) 对数学的认识比较偏面,不完整

在调查高师生数学的认识方面,笔者设计了这样一道调查题:“数学是什么?”这一问题至今没有定论。请结合你的学习体会,用几句话简要告诉人们什么是数学?有33%的同学说出了恩格斯的话,“数学是研究现实生活和空间数学关系的科学”。有些同学把数学看作是“一种符号的游戏”,认为数学遵循“记忆事实——运用算法——执行记忆得来的公式——算出答案”的模式。而有些同学则答道“数学是用数式解决并证明问题”,“数学就是计算”等荒诞不经的答案,有些人则是一问三不知,真不知道他们今后对他们的学生怎样回答“数学是什么”,又怎样去教好数学。

(2) 数学的意识较差

调查发现一些同学已经大四了,一些基本的证题方法不能掌握;对一些基本的数学应用束手无策;对一些基本的数学现象不能解释。笔者给出“一组对边相等和一组对角相等的四边形是平行四边形”的证明,让学生判别是否有错,只有不到10%的同学能够找出错误,许多同学不敢下结论,另有15%的同学则说没有错误。显然,他们中的许多同学在数学的基本素质素养上缺乏必备的推理意识、抽象意识、整体意识与化归意识。

(3) 数学思想方法的理解和掌握不深不透

在调查中笔者让学生尽可能多地说出中学数学中常用的数学思想方法。许多学生只能写一到两种。有一个解题能力比较强的学生写出了四种方法,分别是数形结合法;分类讨论法;轨迹的探求法;穷举法。显然,他们忽视数学学习过程中对数学思想方法的理解和掌握。

“数学的知识可以记忆一时,但数学的精神、思想和方法却随时随地发挥作用,可以受益终生。”这样走上讲台的高师学生必然忽视思想方法的教学,不能不说这是一个潜在的危机。

(4)对数学史的明了甚少

新课程标准指出:数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观。而笔者的调查发现对常见的数学史一些同学不能熟悉其中的详情,有的甚至闻所未闻。比如,只有30%的学生知道《几何原本》的作者是欧几里得;只有不到26%的人知道阿拉伯数字原来是由印度人最先发明和使用的;只有10%的同学知道国际最高数学奖是菲尔茨奖,不到5%的同学知道丘成桐是第一个获得这一殊荣的华裔数学家。

(5)数学美的悟性不强

数学中的美,不是以艺术家所用的色彩、线条、旋律等形象语言表现出来,而是把自然规律抽象成一些概念、定理或公式,并通过演绎而构成一幅现实世界与理想空间的完美图景。调查中,笔者请学生说出数学的美体现在哪几个方面,能具体分析黄金分割中数学美的内涵以及列举黄金分割点的一些应用。学生们的答案真是五花八门,千奇百怪。有大约35%的同学不能说出 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,更无从谈起怎样利用尺规作出一个五角星了。

(6)数学语言的运用能力差

准确的数学语言表述是做好未来教学工作的基础。可是调查发现一些同学数学表述存在明显的错误;许多学生对数学语言的准确性、规范性、简约性、通用性知之甚少,对数学上的定义、定理的叙述不准确,常常使人发生疑问和误解。比如有的学生说“所有的偶数都是合数”、“最小的整数就是0”、“垂线”是“垂直向下的线”、“最简分数”是“最简单的分数”等之类的语言就犯了科学性错误;把“整除”与“除尽”、“数位”与“位数”、“切线”与“切线长”等混为一谈,就违背了同一律;说“圆锥的体积等于圆柱体积的三分之一”,忽略了“同底等高”的条件;“两条平行线画得不够平行”、“这个直角没画成90°”等。

1.2 对调查内容的反思

产生上述现象的原因主要有以下两个方面:

一是高师数学教学对学生数学素养的培养不够重视。一部分学生忙着考研,没有精力在这方面下功夫;另有一些同学对数学没有热情,没有感情,认为凭借自己十多年来的数学学习积累,将来从事中学数学教学还不是绰绰有余。事实上,相比高三学生,一些同学尽管已具有高深得多的数学知识,但表现出相应的分析、解决问题的数学素养并没有多少提高。认识的片面性,使得他们不能去正视问题,解决问题。

二是高师数学教育专业的人才培养模式与教学内容、教学方式未能适应新的基础教育改革形势的需要。一些培养模式、许多教学内容多年来不曾有较大变革,许多教师的教学方法沿用了几十年不曾改变。诸如一些学校至今没有开设数学史课程;一些学校的初数研究课程课时甚少,根本不足以实现预定的教学目标。殊不知,现代大学生需要更科学的专业知识,更快捷的现代信息以及更灵活的方法技能,所有这些都不是几十年一层不变的数学知识所能替代的。

2 高师数学专业学生数学素养的构成

面向大众的“数学素养”主要包含两层意思:一是指个人在日常生活中具有运用数学技能的能力,能够满足个人每天生活中的实际数学需求;二是指能正确理解含有数学术语的信息,如阅读图表和表格等。数学教师的数学素养则高于这一内涵,因为数学教师不但自己要完成自己对数学的感悟、反思和体验,而且承担着指导学生认识、理解、感悟和应用数学的职责。因此,数学教师在构建数学素养的要素时,应充分注意到数学知识、数学能力与数学素养的关系。从这一前提出发,笔者认为数学素养主要包括数学的认识、数学思想方法的理

解与掌握、数学的意识、数学语言的运用、对数学史的明了、数学美的悟性等六个要素。

2.1 数学的认识

今天的数学有了更加丰富的内涵,再用当年恩格斯的“数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学”来描述已显得有些苍白无力了。有人说数学是一门有待探索的、动态的、进化的思维训练,而不是僵化的、绝对的、封闭的规则体系;有人说数学是一种科学而不是一堆原则;有人说数学是关于模式的科学,而不仅仅是关于数学的科学。有人说数学不仅是一门科学,而且是一门普遍适用的技术,是高新技术的基础……。这就需要高师学生在数学的认识上力求由过去的静态数学观转变到动态数学观上来。

完整准确地认识数学的本质,对高师学生来说具有十分重要的作用。事实上,如果一名教师注重数学的学科结构,他就会自觉地把数学视为模式的科学;如果一名教师注重过程,他就会认为数学是直觉和逻辑的产物;如果一名教师注重社会价值,他又会把数学理解为是一种工具,等等。新课程标准更加关注人的发展,更加注重对学生创新意识和创新能力的培养,因此,高师学生对数学的认识要注重由绝对主义的静态观向可误主义的动态观转变,这是新形势下数学教师建构专业理念的一个基本条件。

2.2 数学思想方法的理解与掌握

美国《普及科学——2061计划》中指出,作为一个未来社会的典型成人应充分理解数学的基本过程中反映出来的基本数学思想和方法。事实上,在当今和未来社会的许多行业中,真正直接用到学校数学知识的机会并不太多,而且也不是固定不变的,更多的是受数学思想的熏陶与启迪,以此去解决所面临的实际问题。

过去人们认为知识就是力量,而新教育观念却认为认知方法比知识更为重要。当今社会要求人们要具有用数学头脑去思考国家、集体、个人问题的自觉意识和能力。而这种能力是不能通过学习纯粹的数学知识、解决纯粹的数学问题而获得的。因此,数学教育不应局限于传授知识,还应挖掘其深刻的内涵,通过展示数学过程中的思想方法来实现对学生的培养和发展。不言而喻,高师学生在未来的讲台上不能以其昭昭,使人昏昏,高师阶段对数学思想方法应当有一个比较透彻地理解和掌握。

2.3 数学的意识

数学意识指的是人们通过数学的学习与训练形成的运用数学思维方式的习惯,一般说来,主要包括推理意识、抽象意识、整体意识与化归意识。推理意识就是养成数学推理的习惯,既包括在数学理论思考中由一个或一些判断导致另一判断,也包括由经验事实引出的数学概念与数学判断。抽象意识指的是在数学问题的分析和解决过程中,把适当的问题化为数学问题,进行抽象概括。整体意识是指全面地、从全局上考虑问题的习惯。化归意识则指的是在解决数学问题的过程中,用联系的、发展的、运动变化的眼光观察问题,认识问题,有意识的对数学问题进行转化,变为易解或已解的问题。数学的意识,还集中表现在用数学去描述、理解和解决现实问题,借助于数学方法使问题获得解决。

显然,解题能力是数学意识强弱的一个反映。当然,强调高师学生要具有较强的数学意识不仅仅就是在于数学解题,而是要建立在数学理解与掌握的基础上,通过解决日常生活和各个学科中的问题,培养建立数学模型、了解数学方法、注重数学应用的创造性的数学能力,形成良好的思维品质和合理的思维习惯。

2.4 数学语言的运用

数学语言,又叫符号语言,它是一种改进了的自然语言,通过使用字词、符号、图形体现数学思想,反映数学本质,具有精炼、准确、清晰等特点。将文字语言、符号语言、图象语言互相转换是数学语言表述的最基本的要求。如“同角三角函数的基本关系”可以用一个“六角图”来描述;再如“指数函数、对数函数的性质”只需用其图象来说明;文字叙述的点的轨迹可以转化为符号语言和图象语言等。

数学的思维离不开数学的语言。在数学学习过程中,数学语言占有极其重要的地位。

数学语言表述是数学能力的一个瓶颈性问题。没有一个较强的数学语言运用能力,就不可能有较强的数学分析问题与解决问题的能力。没有准确、规范、简约的数学语言作为媒介,很难想象一节数学课是优质的,或是成功的。因此,熟练掌握和运用数学语言也是我们高师学生做好未来数学教学工作的基础。

2.5 对数学史的明了

在一般人看来,数学是一门枯燥无味的学科,因而很多人视其为畏途,从某种程度上说,这是由于我们的数学教科书讲解的往往是一些僵化的、一成不变的数学内容,如果在数学教学中渗透数学史内容而让数学活起来,这样便可以激发学生的学习兴趣,也有助于学生对数学概念、方法和原理的理解与认识的深化。事实证明,课堂上学习一些常见的数学概念、理论和方法时,能够指出它们的来源、典故及历史演变过程,将会使学生兴趣昂然;介绍一些数学家的丰功伟绩,能够给予学生以极大的激励亦或无穷的启迪。

在数学这个神秘宫殿里,对于许多数学事项,其实也只有通过对它们进行历史的考察之后,才能求得清楚明了的解决。对一个高师学生来说,如果学了几年数学,考试合格,但却对数学发展(诸如数系的建构、概率与统计以及微积分、集合论的产生等)的历史、数学家的贡献等一无所知,这能算是一个合格的高师数学专业毕业生吗?

2.6 数学美的悟性

著名数学家田刚院士说:“数学的美体现在结论的简单和明确。数学就像是一个花园,没进门时你根本看不到它的漂亮,可一旦走进去,就会感觉它真美。”我们说,数学充满着美的情趣、美的感受、美的鉴赏、美的创造、美的表现,数学美的展现起着启迪和创造作用。象亲和数、勾股数、质数……所具有的美妙性质,费马大定理、哥德巴赫猜想的奥妙,幻方的魔力,黄金分割、杨辉三角以及许多优美奇特的曲线或图形等等,都能给人以强烈的美的享受。

“ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$?”是不是和谐美?二次方程的求根公式美不美?三角函数课堂上提到的音

乐、立体几何课说到如何把立体的图形画在平面上以及计算机上画出的分形图等等,这些数学中的美学问题总是让人百般寻味、遐想无边。对此,作为高师数学专业学生非但不能熟视无睹、无动于衷,而且要积极探索,深入研究,努力把握其中蕴含的规律与方法,体会数学无穷的奥秘。

除了上述所列六类数学素养,还有诸如数学论文写作、数学信息检索等方面的能力素养也是高师数学专业数学素养的重要组织部分。

3 高师数学专业学生数学素养的培养

培养和提高高师数学专业学生的数学素养,重在抓内因,没有学生个人认识上的到位,外因起不了多大作用。当然,高师院校的主导作用也是不可缺少的。为此,笔者建议做好以下几点:

3.1 提高学生对数学素养重要性的认识

当今教师的专业化发展对教师的从教素质提出了越来越高的要求,无论在教学技能,还是在专业知识上。普通高中《数学课程标准》在课程目标中明确指出:“提高空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力”。“提高数学地提出、分析和解决问题的能力(包括简单的实际问题)的能力、数学表达和交流的能力、发展独立获取数学知识的能力”。这些虽是对学生数学能力的培养目标,同时也是对数学教师数学能力的要求。作为数学教师应当具有比学生数学能力培养目标更高的能力水平。从这个角度上说,高师生相比一般院校的非师范类专业学生对数学素养的要求难道更应当跃上一个新的更高台阶。

再说,教师资格的考证,为越来越多的人从教提供了可能,高师生没有较高的数学素养又怎能在讲台上站得稳,有立足之地。因此,高师生应当把提高自身数学素养作为一个自觉行动而在日常学习生活中主动践行。

3.2 在专业基础知识的教学注重数学素养的渗透

较高的数学素养源自于有较厚实的专业基础知识。没有扎实的专业知识作为基础,就不会准确地认识数学的本质,具备科学的数学观,也不可能居高临下,用现代数学知识驾驭初等数学教学内容。当然,高师数学教师的在强化专业基础知识教学的同时,力求用现代数学语言的精辟言词,抓住所教的内容的本质,把其精髓教给学生,把高深的数学知识还原为数学史实,还原为生动活泼的数学创造思维活动,在讲清原始思想、分析证明思路、拓宽应用上多下功夫,以此加强学生数学思想方法素养的培养。

特别需要强调的是数学教学法类课程的教学方式对高师学生未来的教学方式有很大影响,有研究表明,中学里很多教师的教学方式受学生时代老师的影响,他如何被教的也将如何去教别人。因此,数学教法类课程的教师不仅要对学生学习提出要求,也要对自身数学素养方面高标准、严要求,不仅要关注教学内容,也要关注教学方法,不仅要了解现代教学思想,不仅要培养学生的数学能力,而且也使学生在教学方式、方法上受到良好的体验。

3.3 要积极倡导数学课外阅读

前苏联数学教育家斯托利亚尔说:“数学教学也是数学语言的教学。”而语言的学习是离不开阅读的,所以数学的学习离不开阅读。常常看到有些学生因看不懂题意而无法解题,当对他们讲清题意之后,又能很快答题的情况,这往往是由于这些学生阅读能力差而造成的。

高师生具有了较丰富的数学专业知识,对一般的数学课外读物都能尝试加以阅读,诸如,张景中院士的《新概念几何》、《数学家的眼光》,李毓佩教授著《奇妙的数王国》,谈祥伯教授等的《数学与文史》、《数学与建筑》、《数学与金融》等。在高师生中广泛倡导阅读这些数学科普读物,不但可以提高学生们数学学习的兴趣以及阅读理解能力,而且可以让同学们加深对数学本质的认识,进一步明了数学的曲折发展历程,从中感悟数学的无穷魅力。

3.4 要加强学生的数学交流能力的培养

“数学交流”一词来源于国外,一般是指运用表达数学概念、关系、问题、方法、思想的数学语言,传递信息、情感与观念的过程。正如弗赖登塔尔所说:“数学学习的过程就是常识发展的过程,这个过程就是要通过数学语言,用它特定的符号、句法、词汇和成语去交流,去认识世界,而不仅仅是去计算,从而使常识得到积累。”与此同时,数学交流不仅有利于学生更深刻地理解所学知识,而且对学生的数学语言运用能力的培养亦大有裨益。事实上,通过交流,讲叙者可以改进那些表达不太准确、不太严谨的地方,从而在更加精确的语言重新表达的过程中达到对问题及解决问题所需知识的更深刻的理解。

在高师生中广泛开展数学交流活动,可以不拘形式,三五成群,围绕着一个中心话题展开,方便实用。值得一说的是数学教学类课程,包括初等数学研究、数学方法论、数学史等课程都可以实行开放式教学,让学生在课堂中表述自己对问题的看法与见解,使他们的数学思维得到最深刻、最充分的体现。教师可以从了解到学生认识事物的真实过程是怎样的,学生对某一事物的普遍看法是怎样的,其中肯定会有一些一知半解或错误的观念,这样教师可以及时加以纠正。

3.5 要强化学生的解题训练

让高师生进行解题训练不仅可以检验学生对数学知识掌握的多寡,更重要的是从中可以体现出学生的数学意识、数学思想方法理解与掌握的程度,以及综合分析能力等。要提高高师数学专业学生的中学数学解题能力,决不能仅仅依靠有限的几门初等数学类课程,也不能简单地让学生在大学阶段多解一些中学数学题以解燃眉之急。

在高师阶段,应当系统地、有计划地加强学生的解题能力培养。学校可以把提高学生的解题能力纳入师范生技能考核的一个方面,让学生形成一种紧迫感,充分认识到提高中学数学解题能力就是提高就业竞争力,就是提升自己的数学素养。可以定期举办一些解题竞赛、问题征解等活动,提高学生的解题兴趣。可以举办专题辅导讲座,总结一般方法,或邀请专

家教授用高观点指导中学数学解题，因为“观点越高，事物显得越简单”（法国数学家F．克莱因语）。

上述只是高师生数学素养的提高了的几个主要途径，还有诸如加强信息技术和数学的结合与渗透，经常性走进中小学校园，参加中学一线教师的听课评课活动等都不失为促进和提高学生数学素养的有效方案。一句话，只要我们正视高师生数学素养较为薄弱这一现实问题，采取一系列有针对性的措施，就一定能够找到解决问题的办法，让每一名学生在迷茫中走出校门。

参考文献：

- [1] 章建跃. 论数学素质及其培养[J]. 中国教育学刊, 1999(3):35-38
- [2] 郑强. 论数学素养及其在数学课程中的价值体现[J]. 曲阜师范大学学报, 2005(2)
- [3] 李正银. 试论高师数学专业学生教育能力的培养[J]. 数学教育学报, 1996(3)
- [4] 韦扬江. 浅论高师数学专业学生数学解题能力的培养[J]. 教育与职业, 2005(10)
- [5] 喻平主编. 走进高是新课改—数学教师必读[M]. 南京:南京师范大学出版社, 2005.