

# 数学教学要善于暴露思维活动过程

● 段志贵

前苏联数学教学家斯托利亚尔指出：“数学教学是数学活动（思维活动）的教学，而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学”。也就是说，数学教学不仅要反映数学活动的结果，而且还要善于暴露得到这些理论的思维活动过程。实践证明，善于暴露思维活动过程，不仅有助于我们充分调动学生学习数学的积极性、主动性和创造性，而且对于我们培养学生具有一定的逻辑思维能力，逐步提高他们分析问题和解决问题的能力都将起到积极的推动作用。

所谓数学教学中暴露思维活动过程，指的是在数学教学活动中为学生创设思考数学问题的情境，将凝结于数学教材中的数学活动过程和知识内容的发生过程予以恰当展开，引导学生了解数学问题的本来面目，明白数学先辈们是如何发现问题，又是怎样提出解决问题的方法的，促使他们发展数学思维，逐步形成较强的数学思维能力，真正认识和把握数学思想方法。笔者认为，数学教学中善于暴露思维活动过程，主要应该体现在以下几个方面：

## 一、引进数学发展背景，展现概念产生、形成、发展直至完善所走过的曲折道路

许多数学概念都不是一次性形成的，这些概念在不断的演变过程中才逐步丰富、完善起来。因此，适时而恰当地在教学中引进数学背景，介绍数学概念的萌芽思维、争论焦点及其完善过程，能够使学生对最初人们数学概念的形成及概念的不断严密有着直接的认同，同时能够使学生随着概念的发生、发展、完善过程的不断展示而逐步领会概念内涵、掌握概念本质。例如：数是数学中最基本的元素，人类几千年来对于数的认识是一部数的发展史，把它们浓缩起来，大体上我们可以按照以下逻辑顺序向学生展示：

自然数  $\xrightarrow{\text{非正分数}}$  正有理数  $\xrightarrow{\text{非零}}$  非负有理数  
 $\xrightarrow{\text{非负数}}$  有理数  $\xrightarrow{\text{非无理数}}$  实数  $\xrightarrow{\text{非虚数}}$  复数

在这个不断演变的过程中，含有丰富的数学思维活动。诸如：为什么要将有理数域扩充到实数域，

再扩充到复数域，扩充的办法为什么是这样，这样做的合理性在什么地方，又是怎样想出来的，经历了哪些主要坎坷，对数学的发展起了什么作用等等。如果在数的概念教学中我们能够将这些丰富的思维活动恰到好处地引入、展现，不但有助于激发学生的学习热情，而且有助于学生加深对数的概念的理解、掌握和运用。

## 二、从实际例子出发分析感性材料，创设所学内容的数学情境，展示认知过程

数学上的一些概念往往比较抽象。为此，在数学教学过程中，我们要善于分析各类典型的感性材料（包括课本中提供的素材），创设所学内容的数学情境，展示认知结构，使学生在自觉不自觉的状态中加深对概念的理解。例如：数列极限概念的引入，我们可以通过实例，说明无穷数列的变化趋势。比如，“一支粉笔，日截其半，万世不竭”，引导学生观察每次截取后所剩粉笔  $a_n$  的变化趋势。又如，考察圆内接正  $3 \times 2^n$  边形面积  $S_n$  的变化趋势。至此，学生从感性材料分析中逐步体会到“从无限中找到有限”的深刻内涵，认识到当  $n$  无限增大时， $a_n$ （或  $S_n$ ）都无限接近于一个确定的常数。紧接着我们可以列举出几种不同类型的无限数列：

$1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/n, \dots$   
 $1/2, -1/4, 1/3, -1/16, \dots, (-1)^{n+1}/2^n, \dots$   
 $1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1, \dots$   
 $1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n+1}, \dots$

结合数轴引导学生考察这些数列的变化趋势，从中发现有些数列随着  $n$  的增大， $a_n$  越来越接近某个常数，而有些数列则随着  $n$  的增大， $a_n$  不接近任何一个常数。认知结构逐步展示开来，教者的思维活动起因与现状得到了学生的认同。这时我们可以适时地提出数列极限概念，显得既十分自然，又通俗易懂。

## 三、在新旧知识间架设沟通桥梁，为学生理解和掌握新授内容展示一定的思维空间

数学教学中的许多新授内容往往是在学生已经拥有的数学知识基础上“建筑”起来的。为了突破教学上的难点,我们应该有意识地在已有知识与新授知识之间架设桥梁。这样做常常能收到事半功倍的效果。例如“坐标轴平移”一节的教学,联想到学生已在初中阶段学过二次函数的图像(抛物线)变换,我们可以从复习较低变换入手,让学生回忆解答:

$$y = \frac{1}{2}x^2 \xrightarrow{\text{向左平移 3 个单位}} y = \frac{1}{2}(x+3)^2$$

$$\xrightarrow{\text{向下平移 2 个单位}} y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$$

通过图像变换,不难看出,  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$  和  $y = \frac{1}{2}x^2$  表示同样的抛物线,所不同的只是两者的顶点位置不同。这时,我们可以提醒学生:利用坐标法研究抛物线的性质,我们寻求的是抛物线方程越简越好。那么,我们能不能反过来考虑,假如不移动抛物线,而将坐标原点 O 移到抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$

的顶点  $O'(-3, -2)$  上建立新的坐标系  $X'O'Y'$ ,那么,原抛物线方程  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$  就可以简化成为  $y' = \frac{1}{2}x'^2$ 。这样,学生从已掌握的有关知识出发,由“移图”逆想到“移轴”,由图像变换过渡到坐标变换,很快就能掌握坐标轴平移的方法及其公式变换。这样由此及彼,比较分析,就会促进学生的知识迁移,帮助学生对新授内容的理解。

四、设置发现定理的情境和环节,在不断延伸的思维活动中,引导学生发现定理、掌握定理实质

数学教材中的许多定理是若干数学知识的综合和升华,认识、理解和掌握这些定理有助于学生对新授内容的学习。因此注重定理教学,使学生把握每一个定理的实质很重要。为了培养学生的数学创造能力及其数学思维的深度、广度,我们不应当将定理的结果及其现成的证明过程“抛售”给学生,而应该善于设置发现定理的情境和环节,努力使学生在已有知识的演算、推证、归纳过程中认识定理、理解定理、掌握定理,破除他们对数学思维的神秘感、树立数学思维的信心。

例如,在进行正弦定理教学时,我们可以首先提出这样的研究课题:“由几何作图知,已知两角及其中一个角所对的边,可以画出一个三角形。因此,已知 A、B 及 a,边 b、c 及角 C 的大小是确定的。那么,已知 A、B、a,如何计算 b、c 及 C 呢?”随着这个问题的

研究和内容的升华,正弦定理的发现过程就会逐步被学生领略。

五、善于引发、展开学生思维,启迪他们对自身思维进行自我评判,不断拓宽解题思路

在数学解题教学中,教师如何启迪学生思维,如何有效地开拓他们的解题思路非常重要。从善于暴露思维活动过程的角度来看,笔者以为在数学教学过程中我们应该着力做好以下三个方面工作:

1. 启迪联想,培养学生对问题的识别能力,善于引发他们的思维。

在开始探索解题时,学生的大脑思维启动了,随着思维的深入,我们要提醒学生及时提出一系列问题:

见过这个问题吗?见过与其类似的问题吗?见过与之有关的问题吗?

从这些很自然可以想到的问题出发,启迪他们学会联想,从中不断引发他们的思维光束,为最终找到打开问题大门的钥匙提供可能。

2. 盯住解题目标,引导学生学会分析、综合,合理展开他们的思维。

随着联想,学生思维在探索解题方法的大海中间漂流,很有可能远离解目标。因此,我们在教学中,应当察言观色了解学生的思维状态,要把他们的思维状态与目标状态拉近,要引导他们及时向自己发问:

有什么方法能够解题?达到解题的前提是什么?实现这个前提通常应该怎么办?

努力使他们学会分析、综合,盯住目标,及时调整自己的思维路线,实现他们思维合理、迅速的展开。

3. 促使学生善于评价自身思维方向的合理性,不断调整思维角度,努力开拓解题思路。

心理定势经常造成学生解题思路受阻。这时,我们一定要引导学生善于批评自身思维的局限性,及时调整思维角度,开拓解题思路。

当一些问题用直接方法解有困难时,我们可以引导学生用间接方法求解。

当问题顺推有困难时,我们可以引导学生反向思维,运用逆推解决。

当一些问题用常规方法有困难,我们要引导学生挣脱思维定势,考虑用反常规方法求解。

当一些问题较小的范围内寻求解法有困难,应该教会学生把思维的触须伸向更大的范围。

当一些问题就它的一般情况入手不易找到解题突破口,我们要引导学生,可先“退”到问题的特殊情

电视录像属影视类媒体,它是现代教学媒体中的一种,它的特点是:以活动的图象形象地、逼真地、系统地呈现事物及其发展变化过程;能调节事物和现象所包含的时间、空间要素,将缓慢的变化与高速的运动、实物的放大与缩小,清楚地表现出来;能抓住事物的本质特征,去掉事物的非本质因素,重新构成现象,用明白易懂的图象呈现事物;它还能给学生视觉器官、听觉器官两方面的信息。在专业教学中大胆地使用电视录像,并把它和传统的教学方法和手段有机结合起来,对提高职中专业教学和技能训练的效率和质量,是很有好处的。

### 一、适合电视录像的教学内容

哪些教学内容适合于用电视录像进行教学呢?

#### 1. 需要提供大量感性材料,学生才能形成概念、理解工作原理的教学内容

在《电机与变压器》中讲授三相交流异步电动机的工作原理时,学生需要形成“定子磁场是旋转的”这样一个概念,才能理解三相交流异步电动机的工作原理。我们在教学设计中将定子绕组中通以三相交流电形成的磁场用磁极表示,通电后让磁极旋转,并将不同磁极对数的绕组产生的旋转磁场的旋转情况、转子转动情况等制作成教学录像片用于三相交流异步电动机工作原理的教学后,学生能清楚地看见旋转的磁场,不仅形成了“旋转磁场”的概念,而且对磁场的转速、磁场的转动方向、转子转速和转动方向等十分抽象的问题的理解,也变得容易了,取得了令人满意的教学效果。

在专业课程中,有许多基本概念、基本设备的工作原理,它们既是教学的重点,又是教学的难点。如《电子线路中》的反馈、静态工作点、振荡等;《电力拖动与控制》的自锁、互锁,开环与闭环控制;《电气安全技术》中的保护接地、保护接零、保护断开等。若在教学设计时,考虑将其中学生难于理解的抽象内容、将提供感性材料有限而影响形成概念的内容等,用电视录像进行教学,将会获得较好的教学效果。

#### 2. 需要弄清元器件或设备结构的教学内容

职中的各门专业课程中,都有大量的了解、掌握设备、元器件结构和工作原理的教学内容。用挂图进行教学,职中的学生理解有困难;用实物教学,有的太大,拆卸不方便,有的太小,拆开了学生也看不清。若将这些元件制作成录像教学片,学生不仅可以看清构成这些元件的各个零件之间的相互位置关系,还能看清在工作时各个零件之间的相对运动。它对学生了解元件的结构和工作原理是非常有帮助的。

#### 3. 专业技能训练的教学

技能训练是职中专业教学的重要内容,老师在课堂上采用示范教学法进行训练时,所用时间长,一堂课训练的具体内容少,若老师操作的动作不规范、不合规程要求,还将产生误导作用,使技能训练的质量降低。在专业技能的训练中,若能将一些基本操作如钳工的锯、锉、刮、錾、钻;电工的工具使用、导线连接、仪表使用等,请训练有素、操作熟练、动作规范、姿势优美的内行人士在电视录像中示范操作,效果将比老师的示范训练好。有些操作,工艺步骤多,完成一项训练所需的时间长,如钳工加工一个螺帽,需要完成划线、锯割、锉削、钻孔、攻丝、测量等多项工艺操作。若老师采用传统的示范讲解的方法进行训练,需要的时间长、花费精力多;若将这些操作用电视录像进行,时间将大大地缩短,训练效果也会更好。

况中去观察解决问题的规律,猜想问题的结论,通过观察和猜想去探求解题途径。

当探索问题的可能性毫无进展,我们还应该教会学生及时调整思维角度,探求问题的不可能性。

人的思维活动是复杂的,培养学生良好的思维品质实属不易。但是,只要我们勤于钻研,敢于探索,

善于在数学教学中暴露思维活动过程,我们一定能够不断地提高学生数学综合分析能力,推进学校数学教学质量迈上一个新的台阶。

(作者单位:江苏省盐城商业学校)