

加强数学题组训练

培养学生良好的思维品质

江苏省盐城商校 段志贵

数学思维是数学的灵魂所在。通常,我们将把若干个相关、相近(或相似)的小题组合成一条大题,对学生进行思维品质训练的方法称之为教学题组训练。选择恰当的题组进行有计划有目的的训练,对于培养学生良好的数学思维品质,具有十分重要的意义。

一、纵横贯通,培养学生思维的组织性

思维的组织性表现为学生能对所学知识进行分析综合、归类及重新组织,使其系统化,知识运用条理化。数学的逻辑性很强,概念之间互相依赖,互相转化,组成一定结构;同时,各个知识之间又存在着客观的逻辑关系,形成各知识之间的结构(整个数学过程几乎都是引导学生完善和运用这些知识结构的过程)。我们利用题组训练,引导学生想、读、议、练、小结,从纵的及横的两个方面,整理所学知识,必然可以促进学生思维组织性的形成和发展。

例 1. 已知函数 $f(x) = \lg(2x^2 - 5x + 3)$

- (1) 求函数的定义域;
- (2) $f(x)$ 的单调递增, 递减区间;
- (3) x 为何值时, 函数图像与 x 轴相交, 与 y 轴相交, 在 x 轴下方;
- (4) 画出函数的大致图像;
- (5) 试比较 $f(x)$ 与 $\varphi(x) = \lg(x-1)$ 的大小。

这样的题组,从纵的知识结构方面,让学生通过训练,把所学函数概念的前后逻辑体系系统地串连起来,不但有利于知识的理解与巩固,而且有助于把所学知识进行合理地迁移和应用。

二、放开思路,培养学生思维的流畅性

学生思维的流畅性,通常反映在能否从一个小问题本身及隐含的条件中,通过知识间的关系,映射及反演,引出与所求结论相关联的思维方法,从而,在解题中表现出娴熟

的技巧,开阔的思路以及善于应变的能力。

例 2 (1) 当 $m > n > 0$ 时,

求证: $m + \frac{1}{n(m-n)} \geq 3$

(2) 当 $x > 0$, $x + \frac{4}{x^2}$ 的最小值

(3) 当 $a < 0$ 时, 求证: $a + a^2 + \frac{64}{a^2}$ 不小于 6

这一题组解法关键是通过变形使三小题分别变成:

$$n + m(m-n) + \frac{1}{n(m-n)}; \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{4}{x^2}; a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{64}{a^2}$$

再使用“正数的算式平均值不小于几何平均值”这一重要定理来求解或证明。通过这样的训练,学生在以后的解题中,如果遇到同类型或相近类型的题目,就可举一反三,思维流畅自如。

三、变式教学,培养学生思维的变通性

学生思维的变通性,一般指随条件或结论的变化,迅速调节反映,引起联想,建立联系,实践证明,学生的变通快捷、解法熟练往往是教师注意使用变式教学的结果。通过题组形式变换题目的条件或结论,甚至问题形式,从不同方面说明问题的实质,使思维适应多种变化,达到变通灵活,有着明显的效果。

例 3 (1) 求函数 $f(x) = -x^2 - 6x + 7$ 的极值;

(2) 求函数 $f(x) = \sin^2 X - 6\sin X + 7$ 的值域;

(3) A 是锐角三角形 ABC 的内角,

求函数 $t(A) = -\cos^2 A + \frac{3}{2} \cos A + \frac{8}{9}$ 的取值范围。

这一题组解法大致是相同的(配方法),但由各种函数分别为 $-(x+3)^2 + 16$; $-(\sin X + 3)^2 + 16$; $-(\cos A - \frac{1}{3})^2 + 1$, 它们的变量 $X, \sin X, \cos A$ 的允许值范围不同,因而解题时必

“平面连杆机构” 教学方法及体会

杭州技工学校 郝建平

《机械基础》第五章平面连杆机构因其知识的容量大,涉及面广,运动形式的变化多,且在生产中的应用十分广泛,因而被认为是本课程的重点章节。在其教学过程中,充分地利用各种教学手段,调动学生的学习积极性,提高教学效果,是教师的努力方向和目标。本文仅就自己在教学过程中的作法和体会整理成文,以期得到同行的帮助并与之交流。

一、利用直观演示,掌握基本形式

铰链四杆机构是平面连杆机构的基础,怎样使学生在较短的时间内产生浓厚的兴趣并对其基本形式有较好的掌握,最好的方法就是演示。通过教具的演示,使书本上静止的东西运动起来。为此,笔者自制了一个四杆机构演示器(如图1),用它很容易讲清曲柄、摇杆、机架及连杆的运动特点。

为了使演示及作图求极限位置的方便,一般在黑板的中间位置做一大小与实物大致相等的图形(如图2),并标

须注意不同情况不完全平方获得最大值或最小值的条件。这一题组的训练有利于学生形成良好的思维变通习惯。

四、辨异对比,培养学生思维的准确性

思维的准确性,来源于学生对知识的正确理解。指的是通过思考对比,明辨是非,对题目的题设、结论及解题方法有准确的判断能力。要培养学生思维的准确性,除了在讲课时恰当地引导学生进行相近概念对比外,利用题组训练,引导学生自觉辨异,可以防混淆,防错觉,防思维定势,帮助学生作出正确的判断。

例4(1)若实数 x, y 满足 $|x| < 1, |y| < 1$,

求证: $\left| \frac{x-y}{1-xy} \right| < 1$;

(2)已知复数 x, y 满足条件 $|x| < 1, |y| < 1$,

求证: $\left| \frac{x-y}{1-xy} \right| < 1$

这一题组中两小题目意相近,稍有疏忽就很容易混淆。放在同一题组,学生可以在对比中做出判断:(1)题利用不等式性质及常用证法容易证出;(2)题必须解决 $|x-y|^2(x-y)(\overline{x-y})$ 以及有关共轭复数的性质,才能正确地解题。事实上,(1)是(2)的特例。通过这类题组训练,有助于

培养学生准确而深刻的思维习惯。

五、探求假说,培养学生思维的独创性

学生思维的独创性表现为,在分析问题和解决问题时,能广泛地深刻地进行思维,发现并解决自己或旁人从未发现、从未解决的问题。培养学生这种思维品质常用的方法是精心编造题组,设计各种不同问题,提供隐藏着的规律性的材料,让学生观测试验,并将得到的数据一一进行研究分析,发现规律,提出“猜想”或“假说”,最后将综合而得的结论加以证明。

例5 把正奇数如下排列:

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

问:(1)第1组到第 k 组共有几个数?

(2)第 k 组第一个数和它的最后一个数是什么?

(3)求第 k 组第一个数之和;

(4)求证这数列前 n 项各数之和等于 $(1+2+\cdots+n)^2$;

(5)求证: $1^2+2^2+\cdots+n^2=(1+2+\cdots+n)^2$ 。

这是一个台阶式的题组训练,通过这一训练,可以使学生沿着知识台阶步步深入,逐步形成猜想假说的能力,自觉地探究数学的内在规律性。这种分步设问的题组对培养和发展学生思维的独创性很有效用。