Etape 5 bis

vendredi 6 juin 2025 22:16

Etape 1 — Definir le paquet d'ondes initial

Objectif

Modéliser une particule incidente sous forme d'un paquet d'ondes localisé dans l'espace

Idée physique

Une onde plane e^{ikx} est infinie → irréaliste pour une particule.
On utilise un paquet d'ondes somme d'ondes planes autour d'un vecteur d'onde moyen k_0, pondérées par une gaussieme

Forme mathématique

La fonction d'onde à $t=0$ est

$$\psi(x,0) = A\, e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}\, e^{ik_0x}$$

où

- x_0 position initiale du centre du paquet,
- largeur du paquet (précision spatiale),
- k_0 vecteur d'onde central $= \sqrt{\frac{2mE}{\hbar}}$
- A constante de normalisation

C'est un produit entre une gaussienne (envelloppe spatiale) et une onde plane (comportement oscillant)

Pourquoi ce choix ?

- Plus σ est petit → le paquet est localisé mais contient plusieurs composantes k
- Ce compromis localisation/précision en k reflète le principe d'incertitude de Heisenberg

Etape 2 – Évolution temporelle du paquet

Objectif

Faire évoluer ce paquet dans le temps selon l'équation de Schrodinger

Sans potentiel (libre)

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)\, e^{i(kx-\omega(k)t)}\, dk$$

avec $\omega(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

$2m$

Ce terme $e^{-i\omega(k)t}$ introduit un déphasage different pour chaque composante k, ce qui provoque

- un déplacement du paquet (vitesse de groupe)
- une dispersion (élargissement au fil du temps)

Interprétation

C'est la dispersion du paquet d'ondes les composantes à differentes k ne restent pas groupées

Etape 3 – Interaction avec le puits de potentiel

Objectif

Etudier ce qui se passe quand le paquet rencontre un puits de potentiel

Idée

Chaque onde plane e^{ikx} du paquet est partiellement / réfléchie par le puits, selon sa propre probabilité de transmission $T(k)$

Modèle

On approxime la fonction transmise par

$$\Psi_{transmise}(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)T(k)e^{i(kx-\omega(k)t)}\,dk$$

- $T(k)$ est obtenu dans l'étape 3, pour un puits de potentiel de potentiel de profondeur finie
- Les composantes avec $T(k) \simeq 1$ passent, celles avec $T(k) \simeq 0$ sont réflechies

Etape 4 – Lien avec la section efficace

Effet Ramsauer – Townsend

Pour certaines énergies (donc certains k), on a $T(k) \simeq 1$ le paquet traverse quasiment sans être devié

Conclusion

Cela reduit la diffusion, donc