

第7章 その他のアルゴリズム

7-4 ハノイの塔

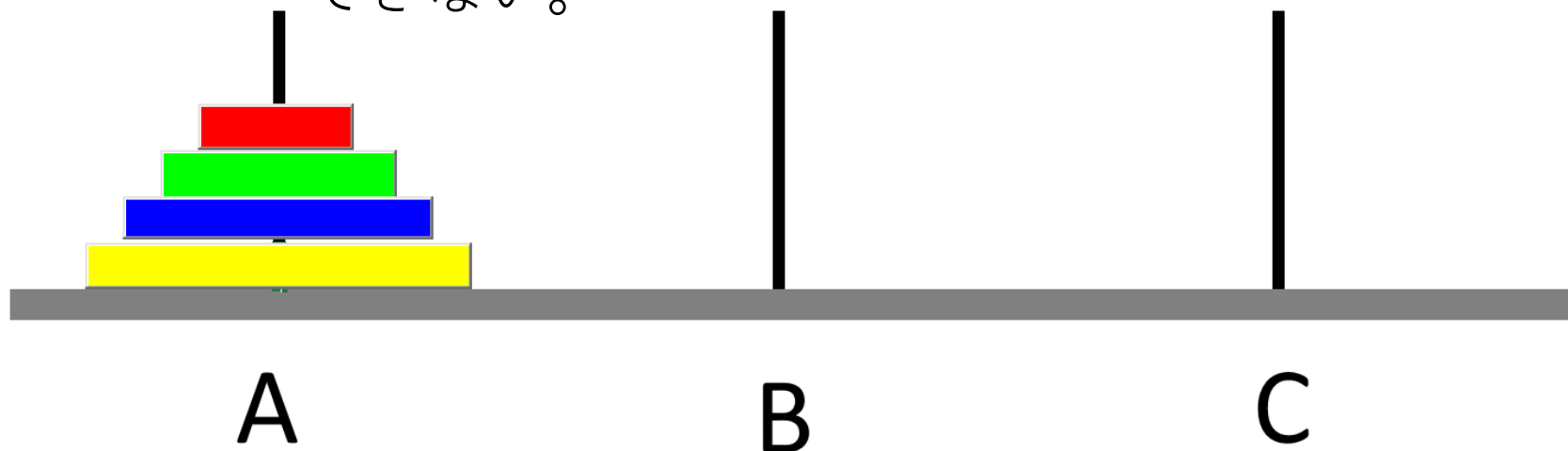
ハノイの塔は円盤を移動させるゲームです。

A、B、Cの3本の杭があり、Aの杭に4枚の円盤が刺さっています。これが初期状態です。4枚の円盤を順番を守ったままCに移動させることができるとゲーム終了です。

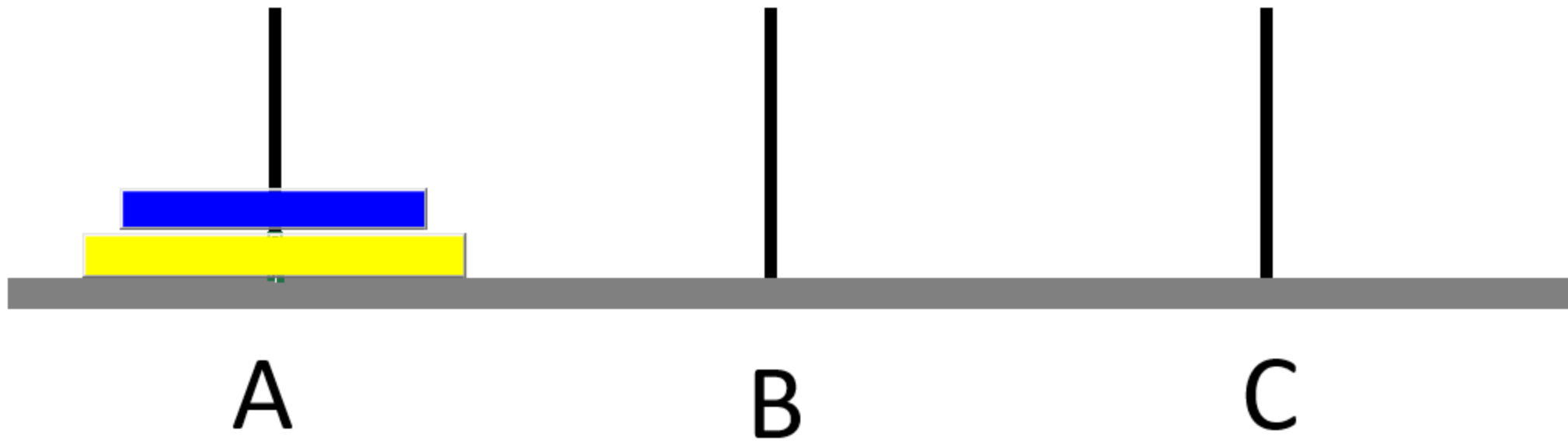
移動の条件

①1度に1枚の円盤しか移動しない

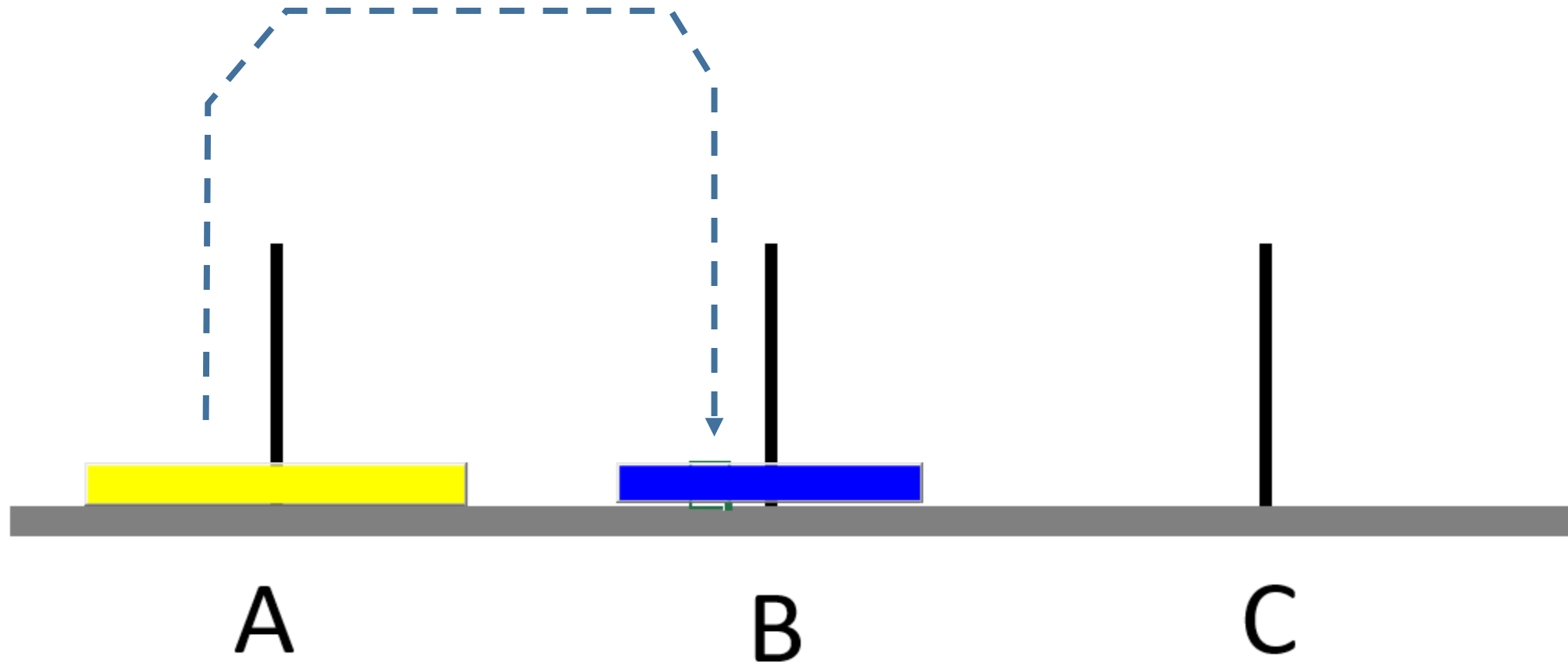
②小さな円盤の上に、それより大きな円盤を置くことはできない。



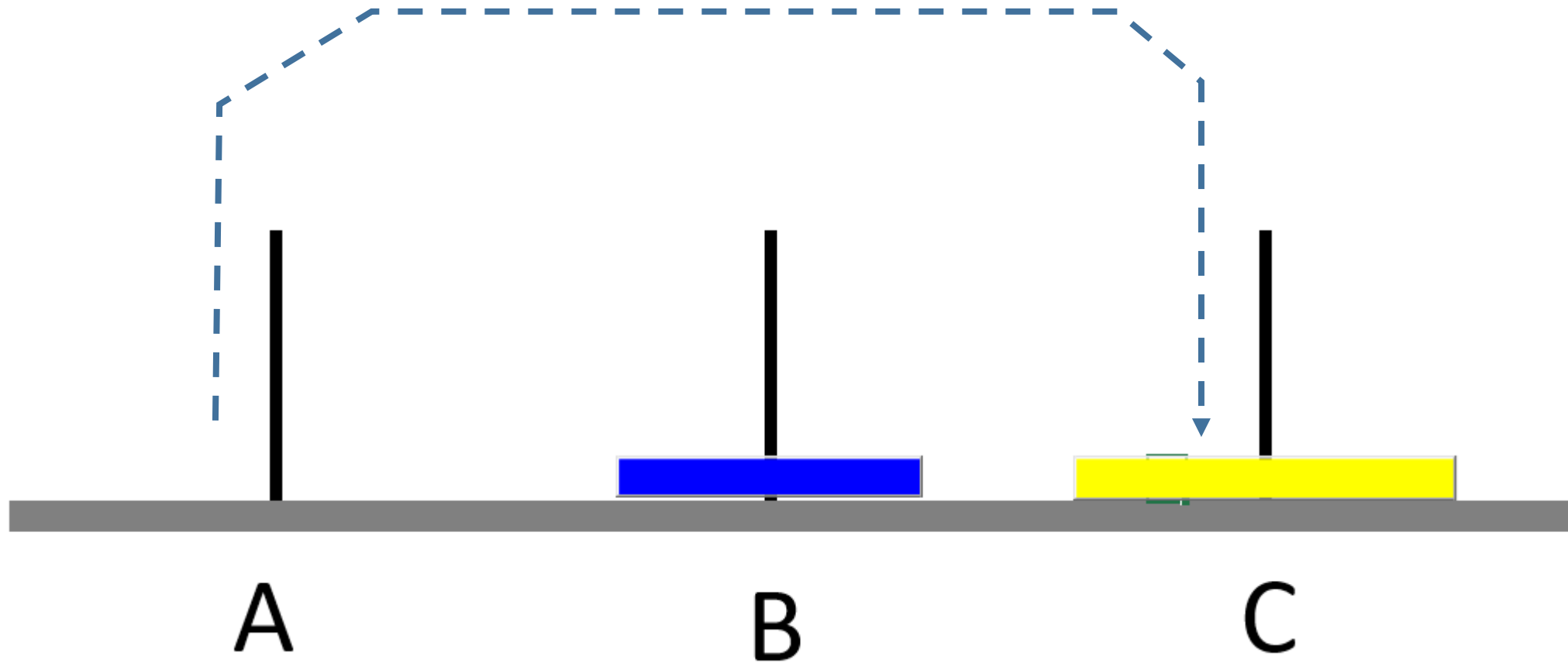
円盤が2枚の場合から考えてみる。



小さな青い円盤が1番上にあるので、Bに移動できる。



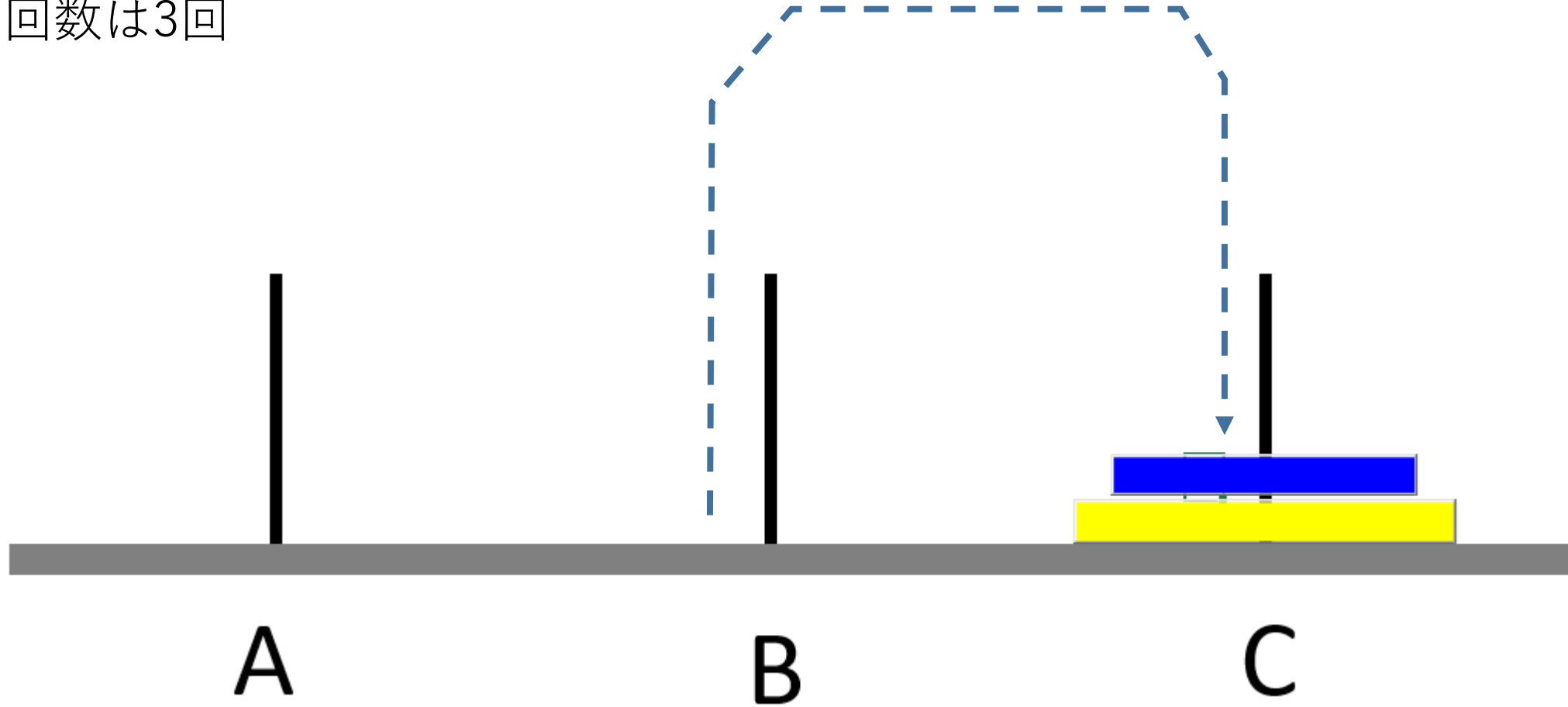
大きな黄色い円盤を、Cに移動する。



小さな青い円盤を、Cに移動する。

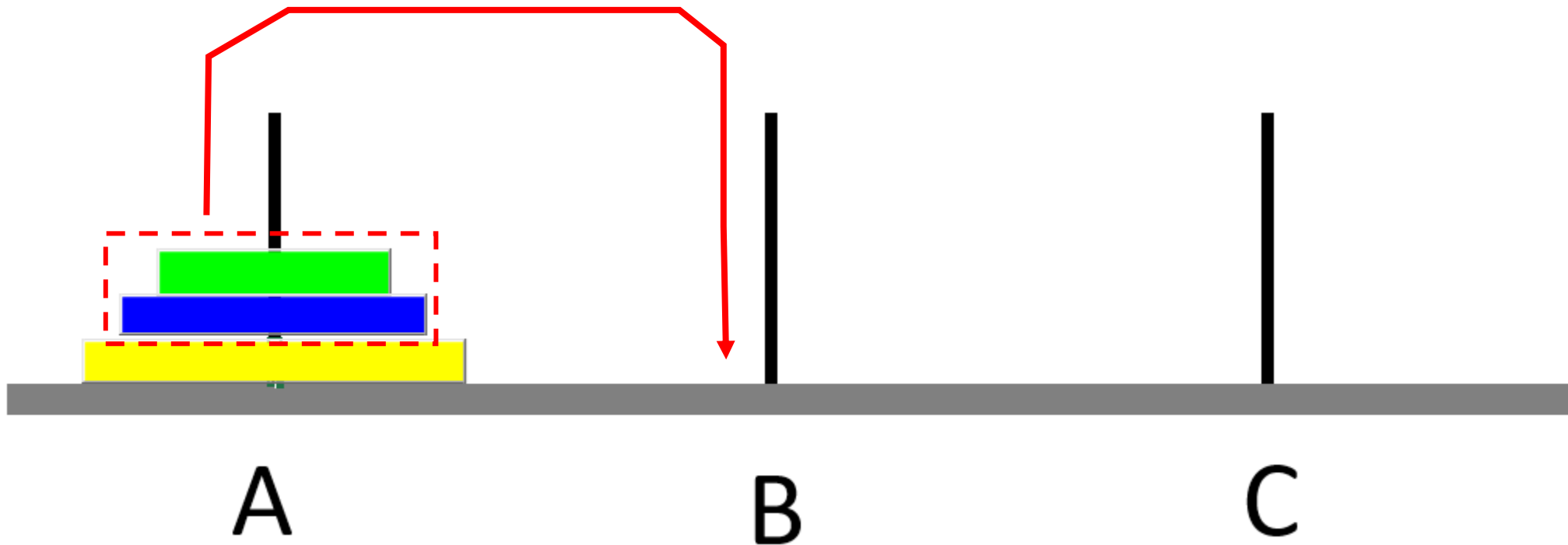
これで移動は完了！

移動回数は3回



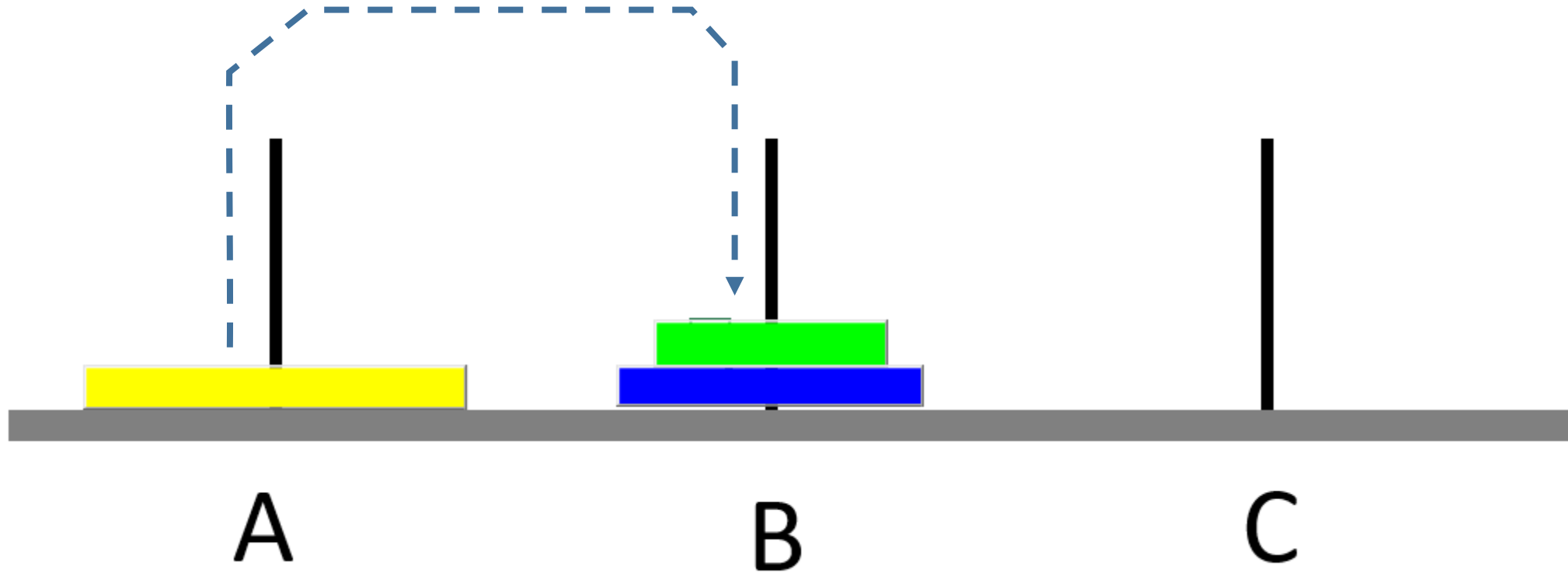
円盤が3枚の場合を考えてみる。

一番大きな黄色の円盤を無視して、残りの青と緑の2枚の円盤をBに移すことをまず考える。

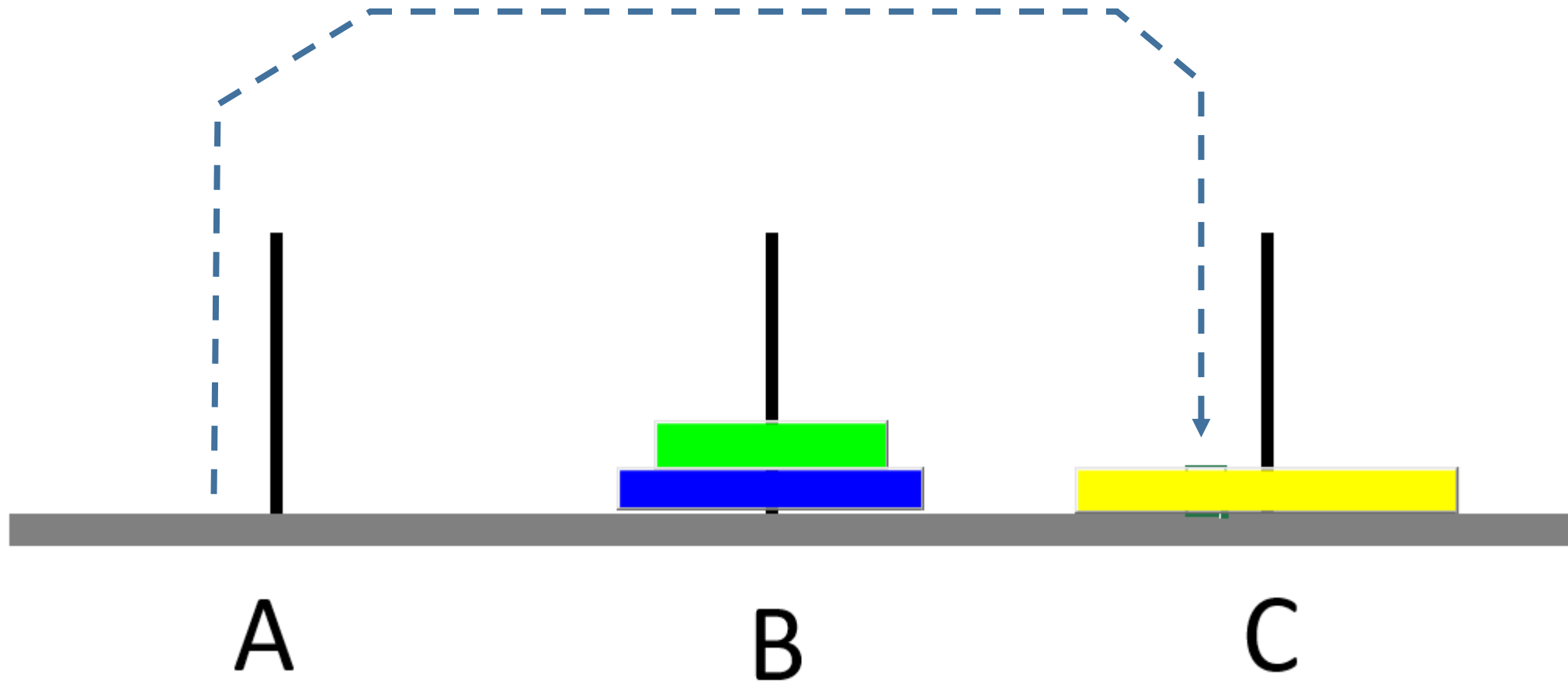


青と緑の円盤は先ほど2枚の円盤をCに移動させたのと同じ要領でBに移すことができる。

①緑 $A \rightarrow C$ ②青 $A \rightarrow B$ ③緑 $C \rightarrow B$



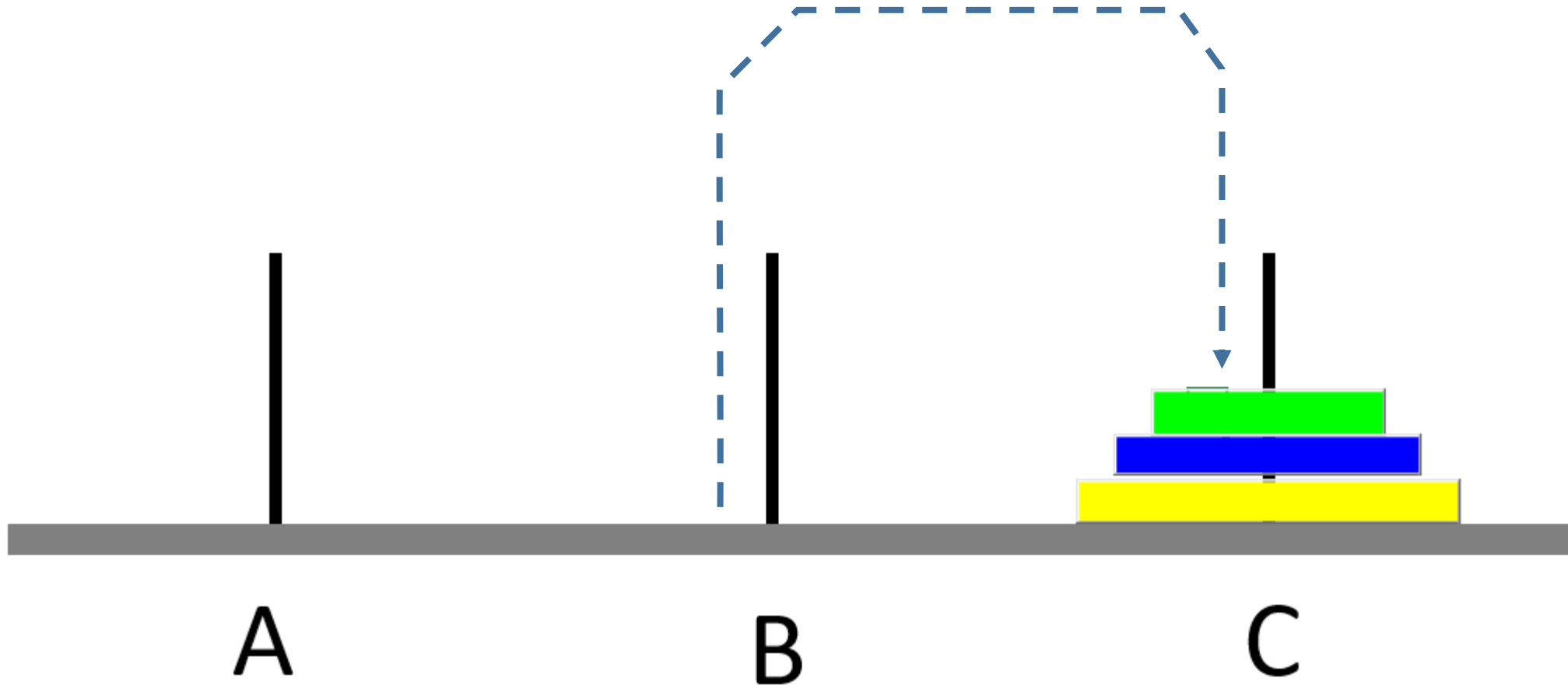
次に一番大きな黄色の円盤をCに移動する。



先ほどと同じ要領でBにある青と緑の2枚の円盤をCに移動する。

移動7回で完了！

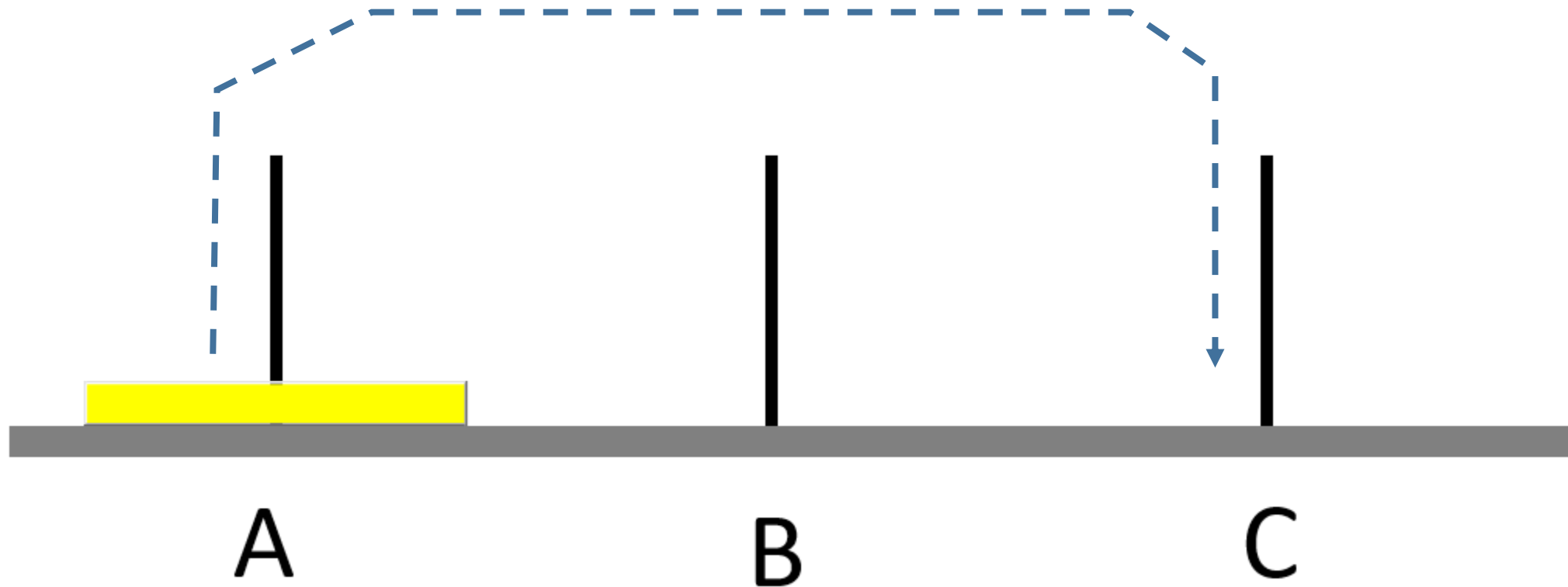
①緑 B→A ②青 B→C ③緑 A→C



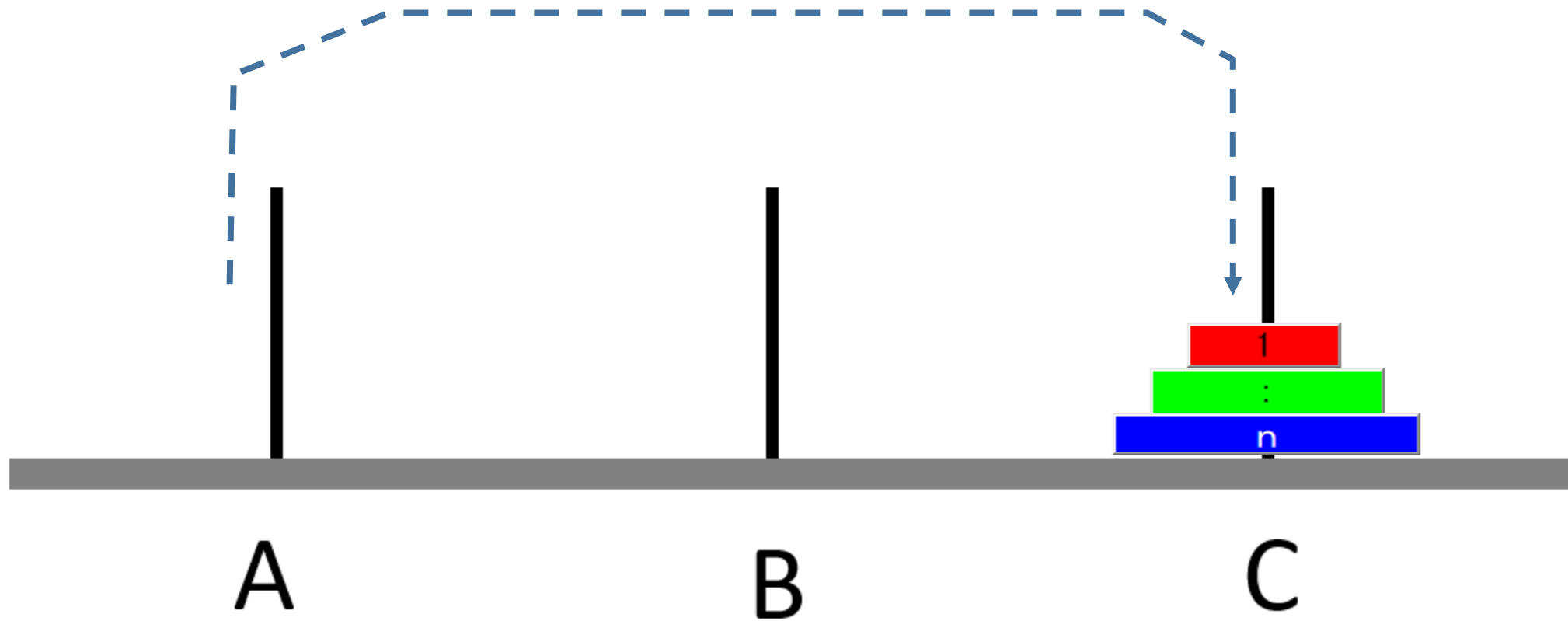
円盤が何枚でも有限回でCに移動することができる。

これを数学的帰納法で証明する。

円盤が1枚のとき、1回でCに移動できる。

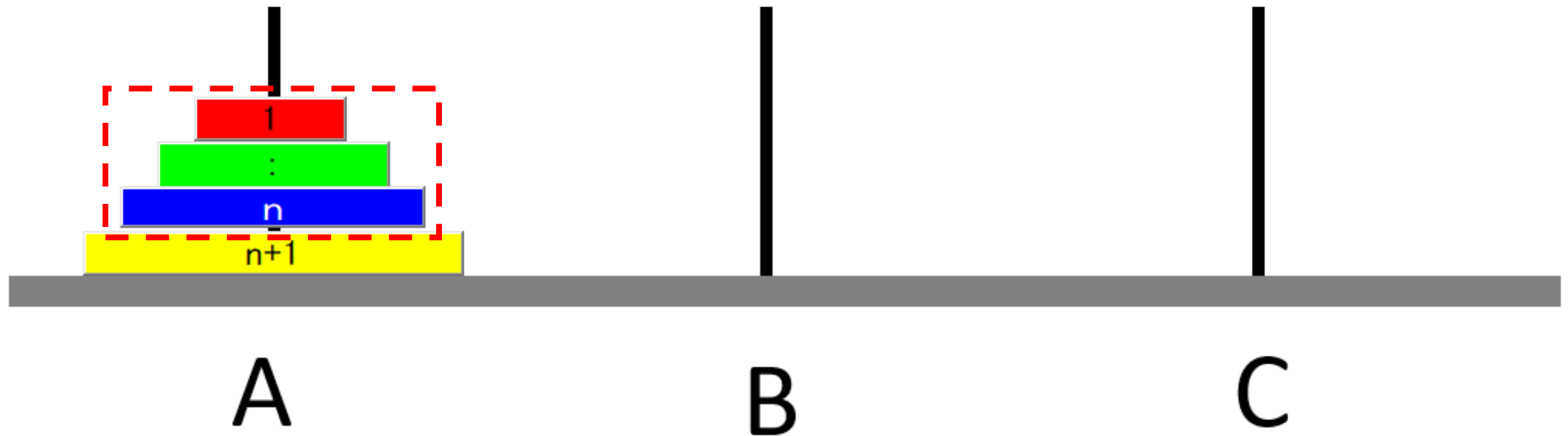


円盤が n 枚のとき、Cに移動できると仮定する。

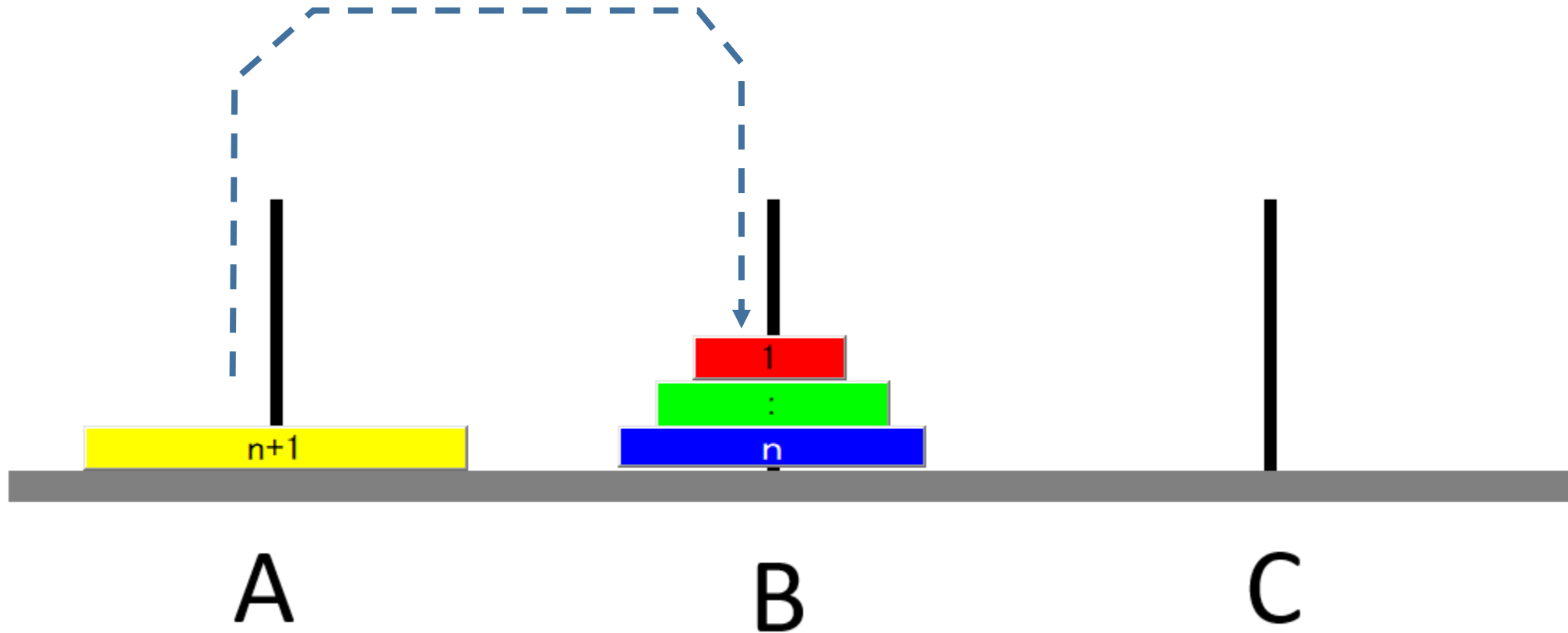


円盤が $n + 1$ 枚を移動させることを考える。

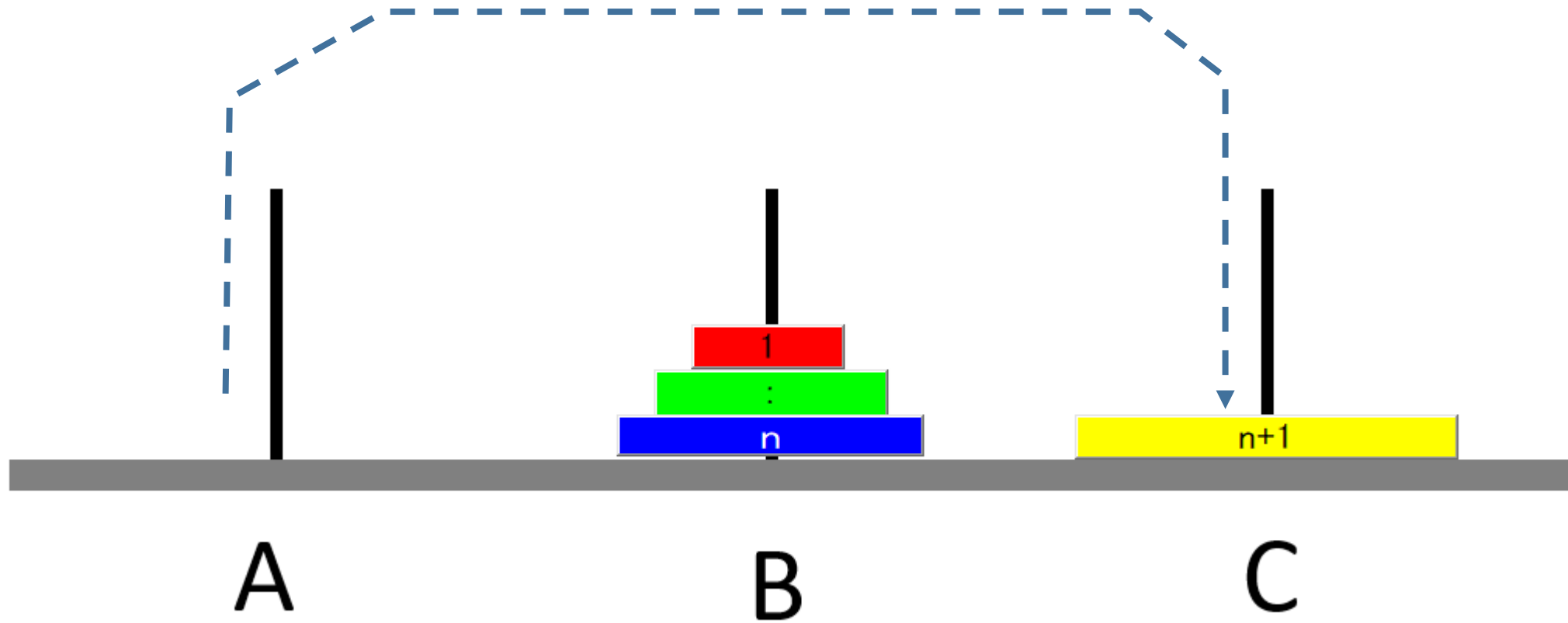
1番大きな円盤を無視して、上から n 枚の円盤を考える。



仮定より n 枚なら移動できるので、 n 枚の円盤を B に移動する。



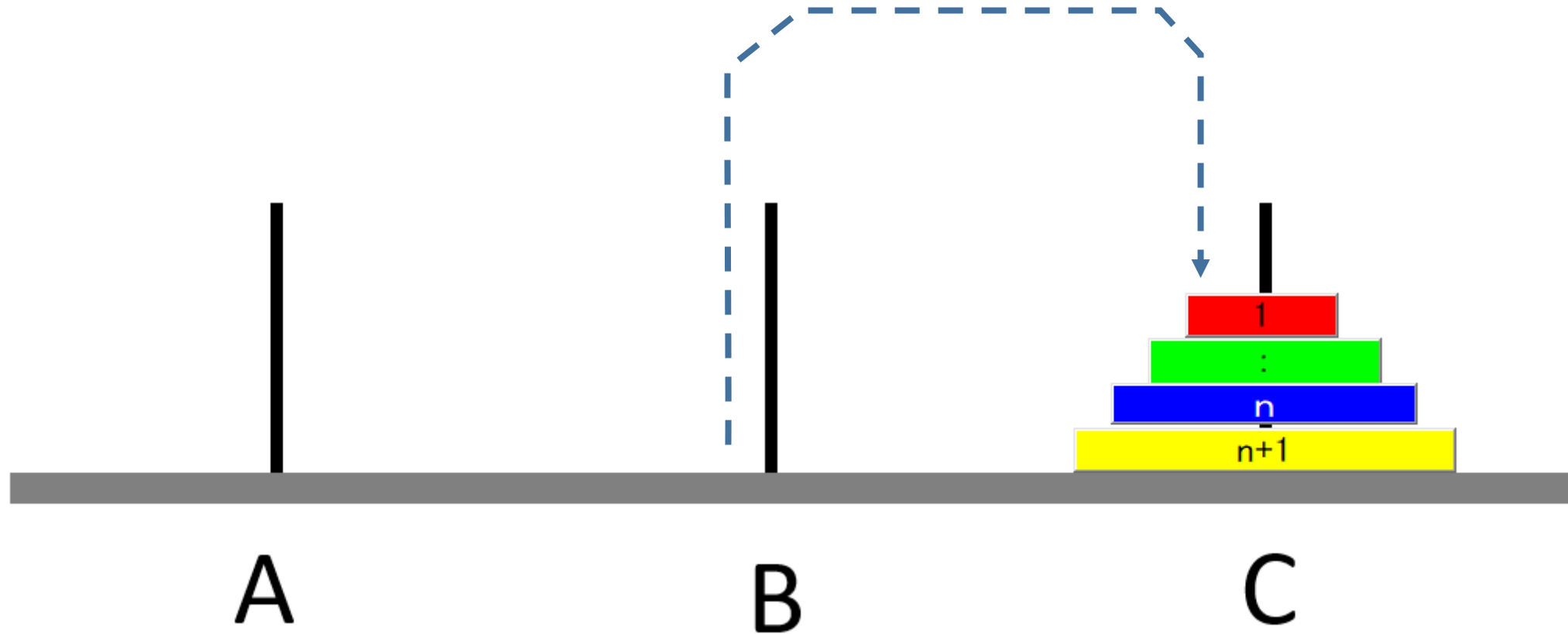
一番大きな円盤をCに移動する。



Bにある n 枚の円盤をCに移動させる。

これで移動が完了！

円盤の枚数が何枚でも移動可能であることを証明できた。



Excelファイルでハノイの塔を実際にやってみる。

ハノイの塔

回数 = 1

3つ 4つ 5つ n = 3

「ハノイの塔」をクリックすると初期位置に戻る。

マウスの左ボタンで円盤をクリックし、次に移動したい場所を左ボタンでクリックすると移動する。

最適解 最小回数

A B C

Sheet2 Sheet3

準備完了 表示設定 85%

Excelファイルでハノイの塔を実際にやってみる。

ハノイの塔

3つ 4つ 5つ n= 3

回数 = 1

A B C

最適解 最小回数

「最適解」をクリックすると正しい移動順序が示される。

最適解

に登録

Sub ハノイの塔()

n = Cells(2, 22)

j = 5

Range("AX:AX") = ""

Range("AX:AX").Select

With Selection.Font

.ColorIndex = 0

End With

Cells(3, 50) = 1

Cells(1, 1).Select

準備処理

Call hanoi(n, "A", "C", "B")

End Sub

Sub hanoi(n, S\$, E\$, H\$)

'n : 円盤の枚数

'S\$: スタート

'E\$: 目的

'H\$: 補助

If n >= 2 Then

 Call hanoi(n - 1, S\$, H\$, E\$)

End If

Cells(j, 50) = S\$ + " → " + E\$

j = j + 1

If n >= 2 Then

 Call hanoi(n - 1, H\$, E\$, S\$)

End If

End Sub

hanoi(n, "A", "C", "B")



Aにあるn個の円盤を
Bを補助としてCに移
動する。

← 入力してください

応用課題 ハノイの塔の最短移動回数だけを求めるプログラム (hanoi2())
を作成してください。

『最小回数』のボタンに「ハノイの塔 2 ()」を登録しています。
回数はセル「BG5」(Cells(5,59))に提示してください。

```
Sub ハノイの塔2()  
n = Cells(2, 22)  
j = 1  
Range("AX:AX") = ""  
Range("AX:AX").Select  
With Selection.Font  
    .ColorIndex = 0  
End With  
Cells(3, 50) = 1  
Cells(5, 56) = "回数 = "  
'Cells(5,59)に回数を表示する  
Cells(1, 1).Select  
  
Call hanoi2(n, "A", "C", "B")
```

End Sub

Sub hanoi2(n, S\$, E\$, H\$)

'n : 円盤の枚数

'S\$: スタート

'E\$: 目的

'H\$: 補助

この部分を作成する

End Sub