

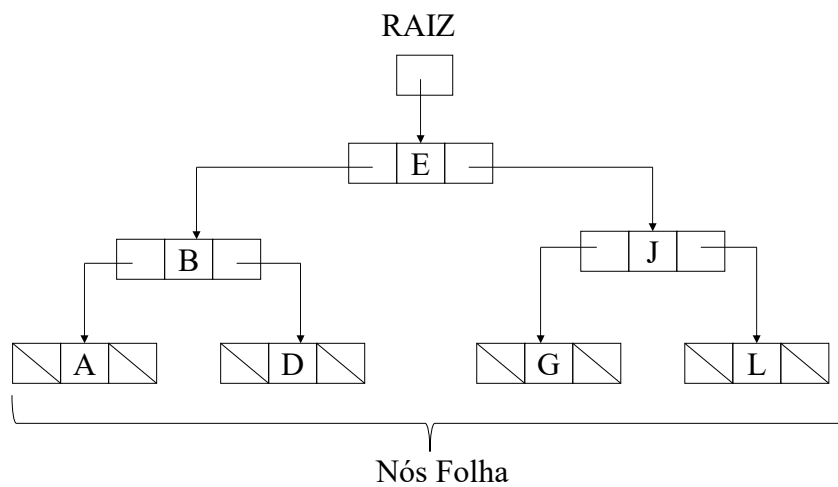
Estruturas de Dados Não-Lineares (Árvores)

anaeliza.moura@unicap.br

1

Árvores

- Exemplo: Árvore Binária



2

As árvores da computação têm a
tendência de crescer para baixo:
a raiz fica no ar enquanto as
folhas se enterram no chão.

— folclore



anaeliza.moura@unicap.br

3

Árvores

- **Exemplos de aplicação:**

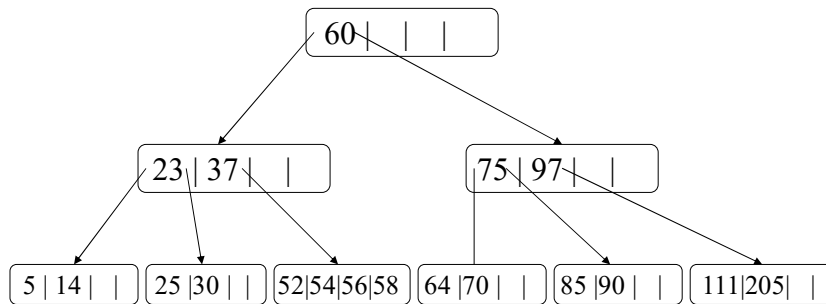
- Estruturação das pastas em um S.O.
- Estruturação dos componentes em uma interface gráfica
- Estruturação das páginas de um website
- Indexação de bases de dados em um SGBD
- Avaliação de expressões
- Árvores de decisão
- Árvores de jogos

anaeliza.moura@unicap.br

4

Árvores

- **Exemplo: Árvore B (árvore n-ária)**



anaeliza.moura@unicap.br

5

Árvores N-árias

- **Definição:**

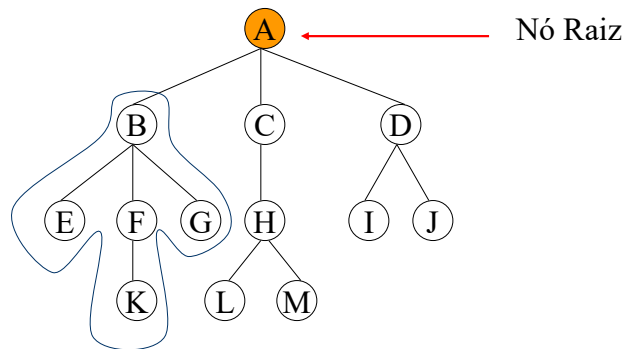
- Uma *árvore* é um conjunto finito de $N \geq 0$ elementos denominados *nós* ou *vértices*.
- Se $N = 0$, dizemos que a árvore é nula;
- Se $N > 0$, então:
 - Existe um nó especial denominado *raiz* da árvore;
 - Os demais nós formam *conjuntos disjuntos* S_1, \dots, S_m , onde cada um destes conjuntos é também uma árvore.
 - As árvores S_i são denominadas *subárvores*.

anaeliza.moura@unicap.br

6

Árvores N-árias

- Representação Hierárquica de uma Árvore



anaeliza.moura@unicap.br

7

Árvores N-árias

- Terminologia:
 - As raízes das subárvores de um nó denominam-se **filhos** do nó que é o **pai** delas.
 - Nós com um mesmo pai são denominados **irmãos**.

anaeliza.moura@unicap.br

8

Árvores N-árias

- Terminologia:

- O *grau de um nó* é o número de subárvores (filhos) do nó.
- Uma *folha* (ou nó terminal) é um nó de grau zero, ou seja, um nó sem filhos.
- Um nó dito **não-terminal** é um nó interno, ou seja, que possui subárvores (filhos).
- O *grau de uma árvore* (n-aridade) é a quantidade máxima de filhos que os nós de uma árvore podem ter.

anaeliza.moura@unicap.br

9

Árvores N-árias

- Terminologia (cont.):

- O *nível de um nó* é a distância dele até a raiz.
- A raiz da árvore tem nível zero.
- O nível de qualquer outro nó da árvore é um nível a mais que o nível de seu pai.

anaeliza.moura@unicap.br

10

Árvores N-árias

- **Terminologia (cont.):**

- A *altura de um nó* é o número de nós do maior caminho dele até um de seus descendentes.
- As folhas têm altura zero.
- A *altura* (ou *profundidade*) *de uma árvore* é igual a altura da raiz da árvore.
- Uma árvore vazia tem altura zero.
- Uma árvore que só tem a raiz também tem altura zero.

anaeliza.moura@unicap.br

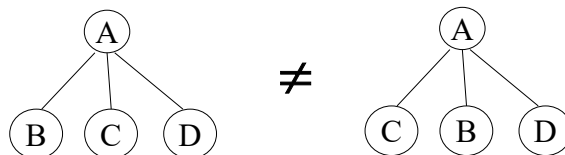
11

Árvores N-árias

- **Terminologia (cont.):**

- *Árvore Ordenada*

- É quando a ordem das subárvores é significativa.



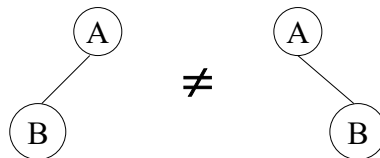
anaeliza.moura@unicap.br

12

Árvores Binárias

- Definição:

- Uma árvore binária é uma árvore de grau dois *ordenada*.
- Suas subárvores são denominadas *subárvore esquerda* e *subárvore direita*.



anaeliza.moura@unicap.br

13

Árvores Binárias

- Terminologia:

- *Árvore Estritamente Binária*
 - É quando todos os nós não terminais da árvore binária possuem subárvores esquerda e direita não vazias.

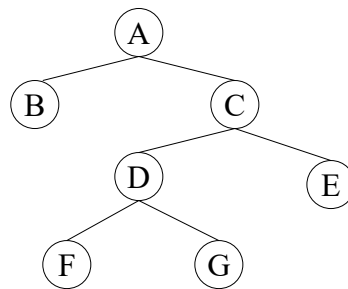
anaeliza.moura@unicap.br

14

Árvores Binárias

- Terminologia:

- *Árvore Estritamente Binária* (Exemplo)



anaeliza.moura@unicap.br

15

Árvores Binárias

- Terminologia:

- *Árvore Binária Completa*

- Uma *árvore binária completa de profundidade D* é uma árvore estritamente binária em que todas as folhas estão no mesmo nível.

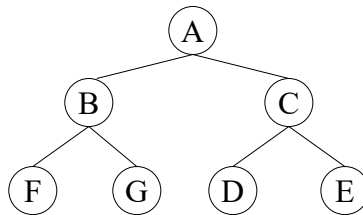
anaeliza.moura@unicap.br

16

Árvores Binárias

- **Terminologia:**

- *Árvore Binária Completa (Exemplo)*



anaeliza.moura@unicap.br

17

Árvores Binárias de Busca

- **Definição:**

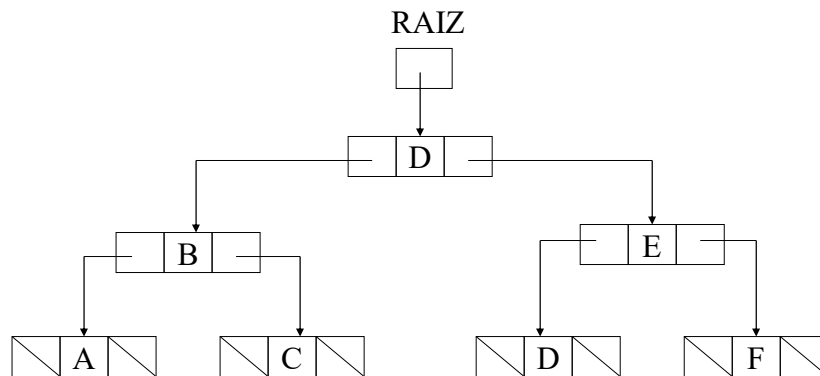
- Uma árvore binária, cuja raiz armazena o elemento R, é denominada árvore de busca binária se:

- Todo elemento armazenado na subárvore da esquerda for menor que R;
 - Nenhum elemento armazenado na subárvore da direita é menor que R;
 - As subárvores direita e esquerda também são ABB.

anaeliza.moura@unicap.br

18

Árvores Binárias



anaeliza.moura@unicap.br

19

Árvores Binárias de Busca

• Operações Básicas

– Inserção

- Em uma árvore de busca binária, os elementos inseridos entram sempre na condição de folha.
- Se a árvore não estiver vazia e o elemento a inserir for menor que a raiz, este será inserido na subárvore da esquerda;
- Caso contrário, será inserido na subárvore da direita.

anaeliza.moura@unicap.br

20

Árvores Binárias de Busca

- Operações Básicas

- **Busca**: Considere uma árvore T e um elemento X.
 - T é uma árvore nula: busca impossível;
 - A raiz de T armazena o elemento X: solução trivial: achou!
 - O valor de X é menor que o valor armazenado na raiz de T: prosseguir com a busca na subárvore esquerda de T.
 - O valor de X é maior que o valor armazenado na raiz de T: prosseguir com a busca na subárvore direita de T.

anaeliza.moura@unicap.br

21

Árvores Binárias

- Operações Básicas

- **Passeio em árvores binárias**

- Por passeio entende-se uma visita sistemática a cada um dos nós da árvore.
- Visitar um nó significa operar, de alguma forma, com a informação nele contida.
- Formas de passeio:
 - Em-ordem
 - Pré-ordem
 - Pós-ordem
 - Por-nível

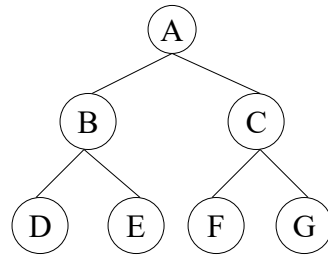
anaeliza.moura@unicap.br

22

Árvores Binárias

- Passeio Em Ordem

1. Percorrer a subárvore à esquerda
2. Visitar a raiz
3. Percorrer a subárvore à direita



Em Ordem: D B E A F C G

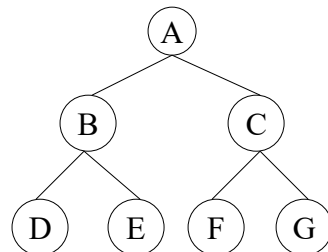
anaeliza.moura@unicap.br

23

Árvores Binárias

- Passeio Pré-Ordem

1. Visitar a raiz
2. Percorrer a subárvore à esquerda
3. Percorrer a subárvore à direita



Pré-Ordem: A B D E C F G

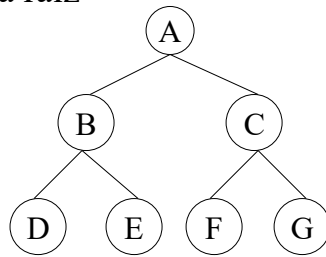
anaeliza.moura@unicap.br

24

Árvores Binárias

- Passeio Pós-Ordem

1. Percorrer a subárvore à esquerda
2. Percorrer a subárvore à direita
3. Visitar a raiz



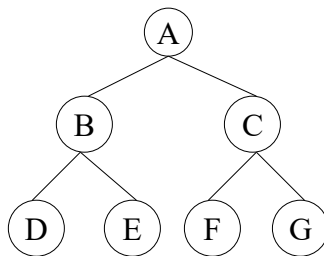
Pós-Ordem: D E B F G C A

anaeliza.moura@unicap.br

25

Árvores Binárias

- Passeio Por Nível



Por Nível: A B C D E F G

anaeliza.moura@unicap.br

26

Árvores Binárias de Busca

- Operações Básicas

- **Remoção:** Considere que o elemento a ser removido encontra-se em um nó T.

- Caso 1: o nó não possui filhos: remover o nó T e anular a referência para ele;
 - Caso 2: o nó possui um único filho: remover o nó T e substituí-lo por seu filho;
 - Caso 3: o nó possui dois filhos: escolher o nodo que armazena o maior elemento na subárvore à esquerda de T e substituir o nó T por ele.

anaeliza.moura@unicap.br