

# Revisão 1b - 2025.1 - CD

Nome e Sobrenome: \_\_\_\_\_

Disciplina: Ciência dos Dados

Semestre: 2025.1

Professor: Dr. Diego Pinheiro

Observações:

- **NÃO ESQUEÇA** de apresentar todos os cálculos e/ou justificativas necessários para se chegar às respostas (NÃO SERÃO ACEITAS QUESTÕES APENAS COM RESPOSTAS);
- As respostas deverão ser escritas à **CANETA**. Os cálculos podem ser feitos à lápis.

## Questão 1 (0,5 ponto)

Considerando  $X$  com dimensões  $N \times D$ , um vetor  $\mathbf{w}$  com dimensões  $D \times 1$ , a matriz  $H = X(X^T X)^{-1} X^T$  e matriz  $H^4 = H H H H$ , calcule o vetor  $\mathbf{y} = H^4 \mathbf{w}$ ?

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

## Questão 2 (1,0 ponto)

Considere a função  $\bar{F}(x) = Pr(X > x)$  como a Função Complementar de Distribuição Acumulada (CCDF, do inglês *Complementary Cumulative Distribution Function*) de uma variável aleatória normal padronizada. A tabela a seguir apresenta a CCDF da distribuição bootstrap para obter estimativas da mediana. Construa um intervalo de confiança com significância estatística  $\alpha = 0.02$ .

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{F}(x)$	.99	.98	.95	.65	.50	.35	.05

## Questão 3 (0,5 ponto)

Considere o algoritmo Perceptron Linear Algorithm (PLA) que aprende os parâmetros  $\mathbf{w}$  de um modelo linear  $\mathbf{y} = X\mathbf{w}$  a partir de uma matriz de dados  $X$ . Se o peso  $\mathbf{w}^{[15]} = [2 \ 3 \ 1 \ 4]^T$  na iteração  $t = 15$  foi atualizado para o peso  $\mathbf{w}^{[16]} = [1 \ 2 \ 0 \ 3]^T$  no tempo  $t = 16$ , com uma derivada  $\left( \frac{\partial e(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}^T} \right)_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[15]}} = [10 \ 10 \ 10 \ 10]^T$  no tempo  $t = 15$ . Calcule a taxa de aprendizado (learning rate)  $\lambda$  utilizada.

## Questão 4 (1,0 ponto)

Considere um modelo linear  $\mathbf{y} = f(X) : \mathbb{R}^{n \times d} \rightarrow \mathbb{R}^n$  que recebe uma matriz de dados  $X$  e um modelo linear  $\mathbf{y} = X\mathbf{w}$  e os valores a seguir de  $X$  e  $\mathbf{y}$ .

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Qual, dentre as opções a seguir, é a melhor hipótese  $\mathbf{w}$  para o alvo  $\mathbf{y}$ ? Justifique sua resposta.

$$\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{w}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{w}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$