

Nome e Sobrenome:

Professor: Dr. Diego Pinheiro

Disciplina: [Ciéncia de Dados](#) **Semestre:** 2025-1 / 2-GQ / 1 Chamada

Valor total da prova: 6 pontos.

OBSERVAÇÕES

1. Todas as respostas devem ser escritas **à caneta**.
 2. Respostas que contenham apenas o resultado final, **sem o desenvolvimento completo**, serão desconsideradas.
-

Informações preliminares

As questões a seguir são relacionadas a um modelo de classificação para predizer se pessoas que são fumantes ($x_1 = 1$) ou não fumantes ($x_1 = 0$) e que fazem atividade física ($x_2 = 1$) ou não fazem atividade física ($x_2 = 0$) vão apresentar ($y = 1$) ou não ($y = 0$) câncer de pulmão, conforme os dados a seguir:

x_1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
x_2	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
y	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1

Questão 1 (1 ponto)

A regressão logística utiliza a **função logit** que é a transformação das probabilidades $Pr(y = 1|x_1, x_2)$ para a escala **log-odds**:

$$\text{logit}(x_1, x_2) = \ln \left[\frac{Pr(y = 1|x_1, x_2)}{1 - Pr(y = 1|x_1, x_2)} \right] = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$$

Sendo $l(w)$ a verossimilhança (ie., likelihood), qual a expressão do logaritmo da verossimilhança (ie., log likelihood ?)

$$\ln l(w) =$$

Questão 2 (1 ponto)

Considerando a expressão do log-verossimilhança $\log l(\mathbf{w}^{[0]})$ obtido anteriormente, calcule o log-verossimilhança $\ln l(\mathbf{w}^{[0]})$ de um modelo inicial:

$$\mathbf{w}^{[0]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
$$\log l(\mathbf{w}^{[0]}) =$$

Questão 3 (2 pontos)

Qual o F_1 score do modelo $\mathbf{w}^{[0]}$ (**com duas casas decimais**) utilizando um limiar de decisão $\hat{y} \geq 0.5$?

$$F_1\text{score} =$$

Questão 4 (2 pontos)

A partir do modelo: $\mathbf{w}^{[0]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e considerando $\lambda = 0.1$, $\left(\frac{\partial E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$,

$$\left(\frac{\partial^2 E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w} \partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right) = \begin{bmatrix} 3.0 & 1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 1.5 & 0.25 \\ 1.5 & 0.25 & 1.5 \end{bmatrix}$$
 e $\left(\frac{\partial^2 E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w} \partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.3 & -2.0 & -2.0 \\ -2.0 & 2.4 & 1.6 \\ -2.0 & 1.6 & 2.4 \end{bmatrix}$

Qual seria um melhor modelo $\mathbf{w}^{[1]}$ utilizando o método de Newton ?

$$\mathbf{w}^{[1]} =$$
