COMPUTAÇÃO GRÁFICA

PROJEÇÕES

Prof. Robson Lins

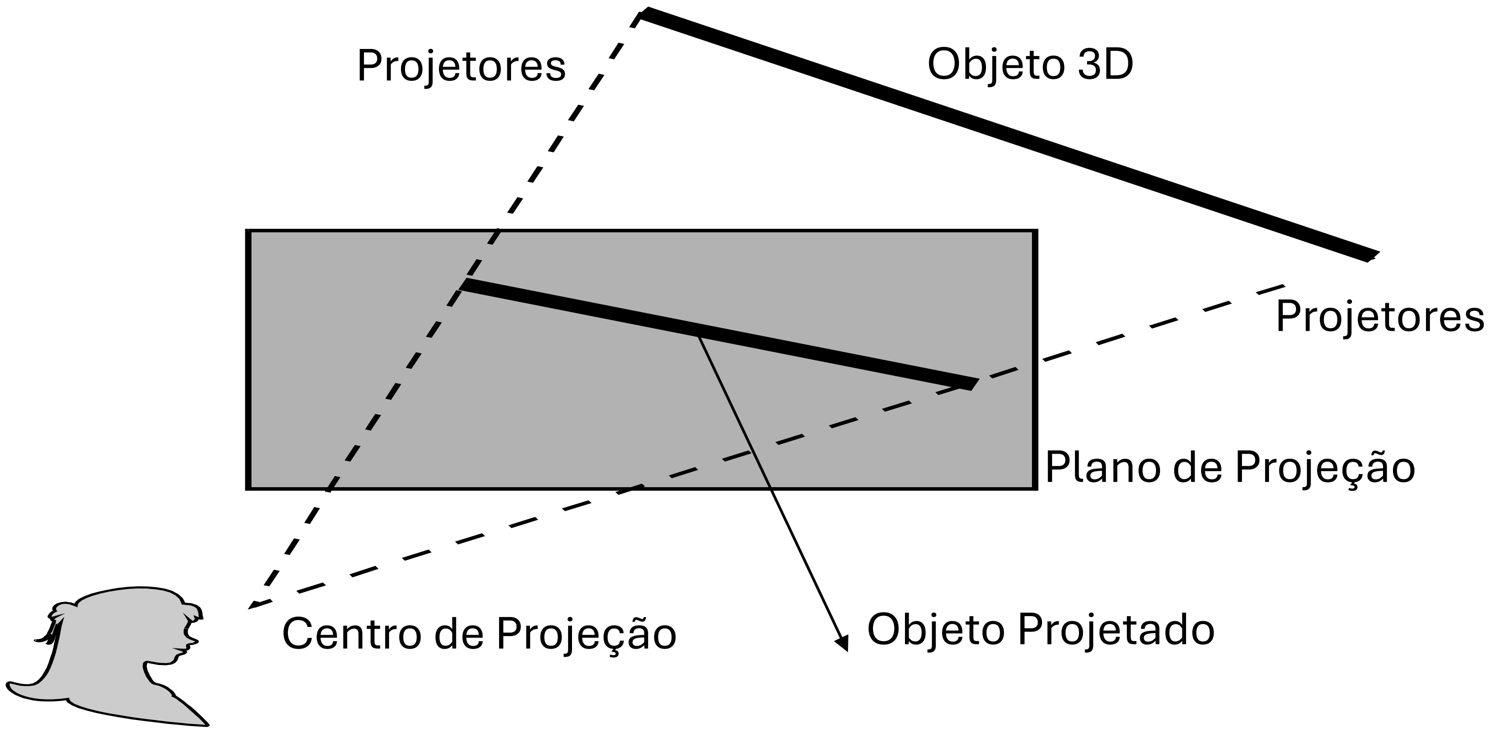
UNICAP ICAM–TECH

Ciência da Computação

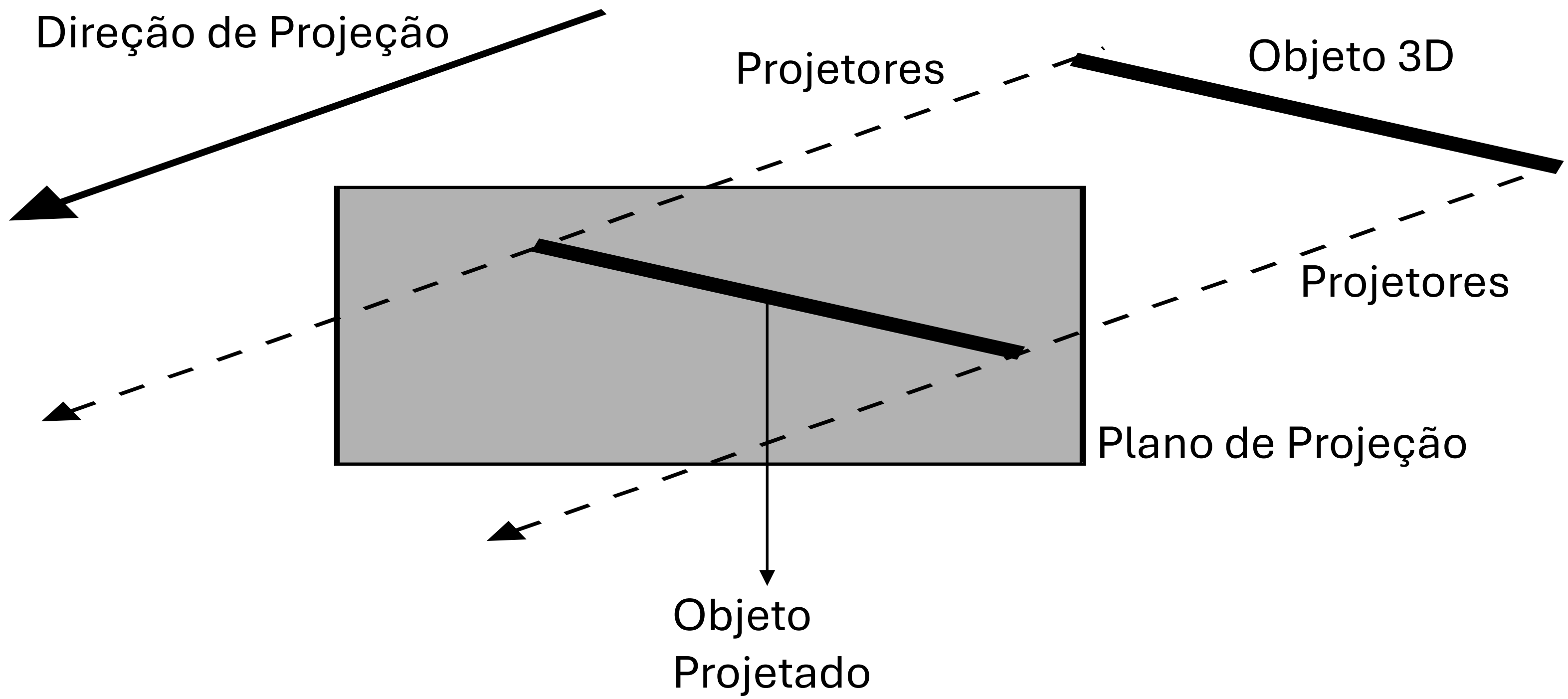
PROJEÇÕES

- As *projeções* transformam pontos de uma dimensão *n* em uma dimensão *m* menor que *n*
  - Exemplo: $R^3 \rightarrow R^2$ ou $(x,y,z) \rightarrow (x,y)$
- Projeções Geométricas Planares
  - Projeção em Perspectiva
    - Projetores originam-se em um centro de projeção
  - Projeção Paralela
    - Projetores paralelos a uma direção de projeção

PROJEÇÃO EM PERSPECTIVA

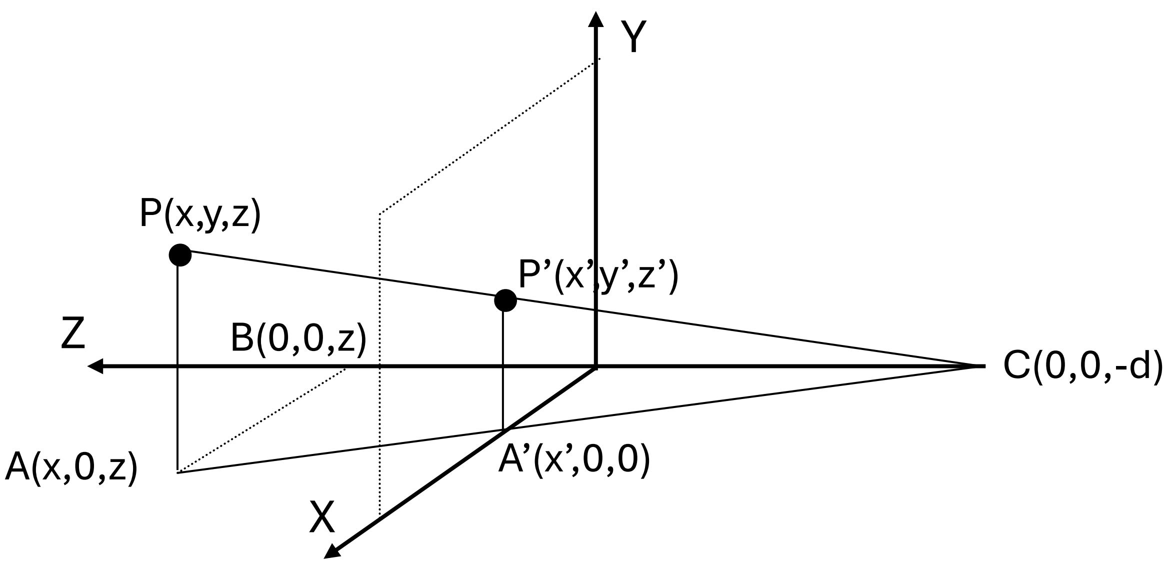


PROJEÇÃO PARALELA



PROJEÇÃO EM PERSPECTIVA: DESRIÇÃO MATEMÁTICA

- Um ponto P(x,y,z) do objeto será transformado em um ponto P'(x',y',z') no plano de projeção
- Considere que o plano de projeção contém os eixos X e Y
- O centro de projeção é o ponto C(0,0,-d)



PROJEÇÃO EM PERSPECTIVA: DESRIÇÃO MATEMÁTICA

- Pode-se usar semelhança entre os triângulos ABC e A'OC. Assim,

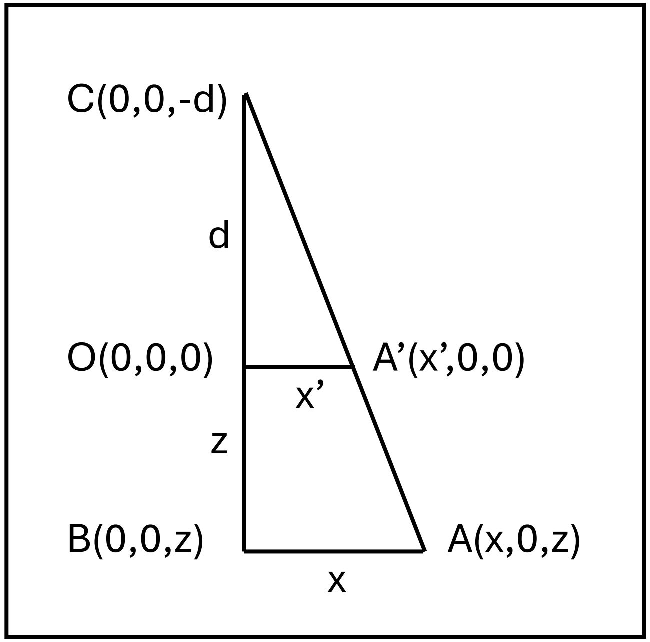
$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{z+d} \Rightarrow x' = \frac{x \cdot d}{z+d}$$

Analogamente,

$$\frac{y'}{d} = \frac{y}{z+d} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot d}{z+d}$$

Finalmente,

$$z' = 0$$



PROJEÇÃO EM PERSPECTIVA: DESRIÇÃO MATEMÁTICA

- Problema: As equações para x',y' não são lineares, então como podemos representá-las na forma matricial?
- Solução: fazer w $\neq$ 1, em que w = z+d. Logo,

$$\left.\begin{aligned} x' &= x \cdot d \\ y' &= y \cdot d \\ z' &= 0 \\ w' &= z + d \end{aligned}\right\}$$

equações lineares, possível de criar a fórmula matricial

PROJEÇÃO EM PERSPECTIVA: DESCRIÇÃO MATEMÁTICA

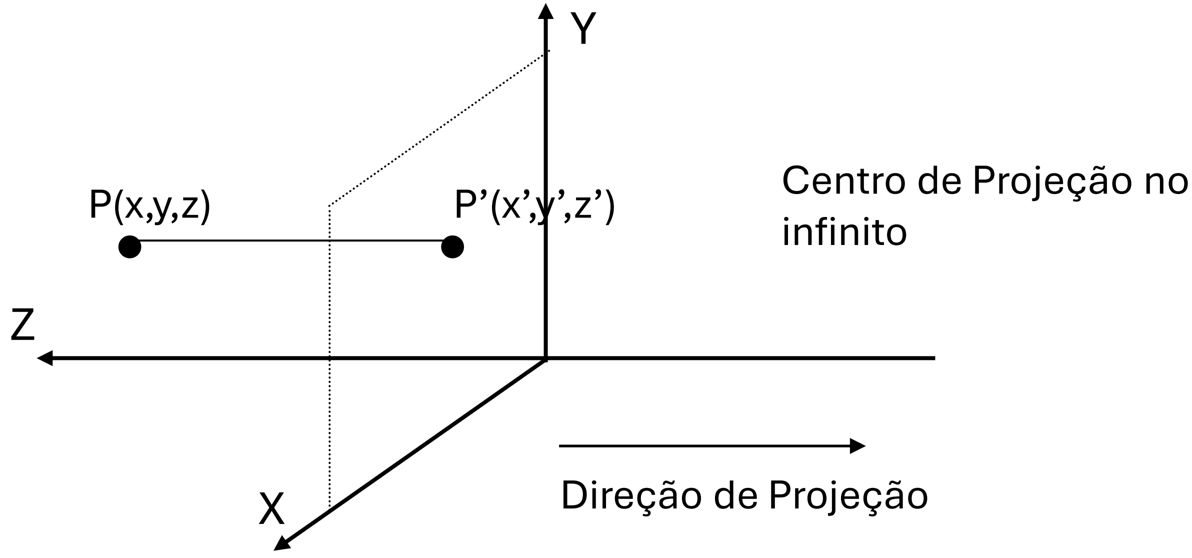
- Matriz em Perspectiva

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot d \\ y \cdot d \\ 0 \\ z+d \end{bmatrix}$$

Em coordenadas homogêneas

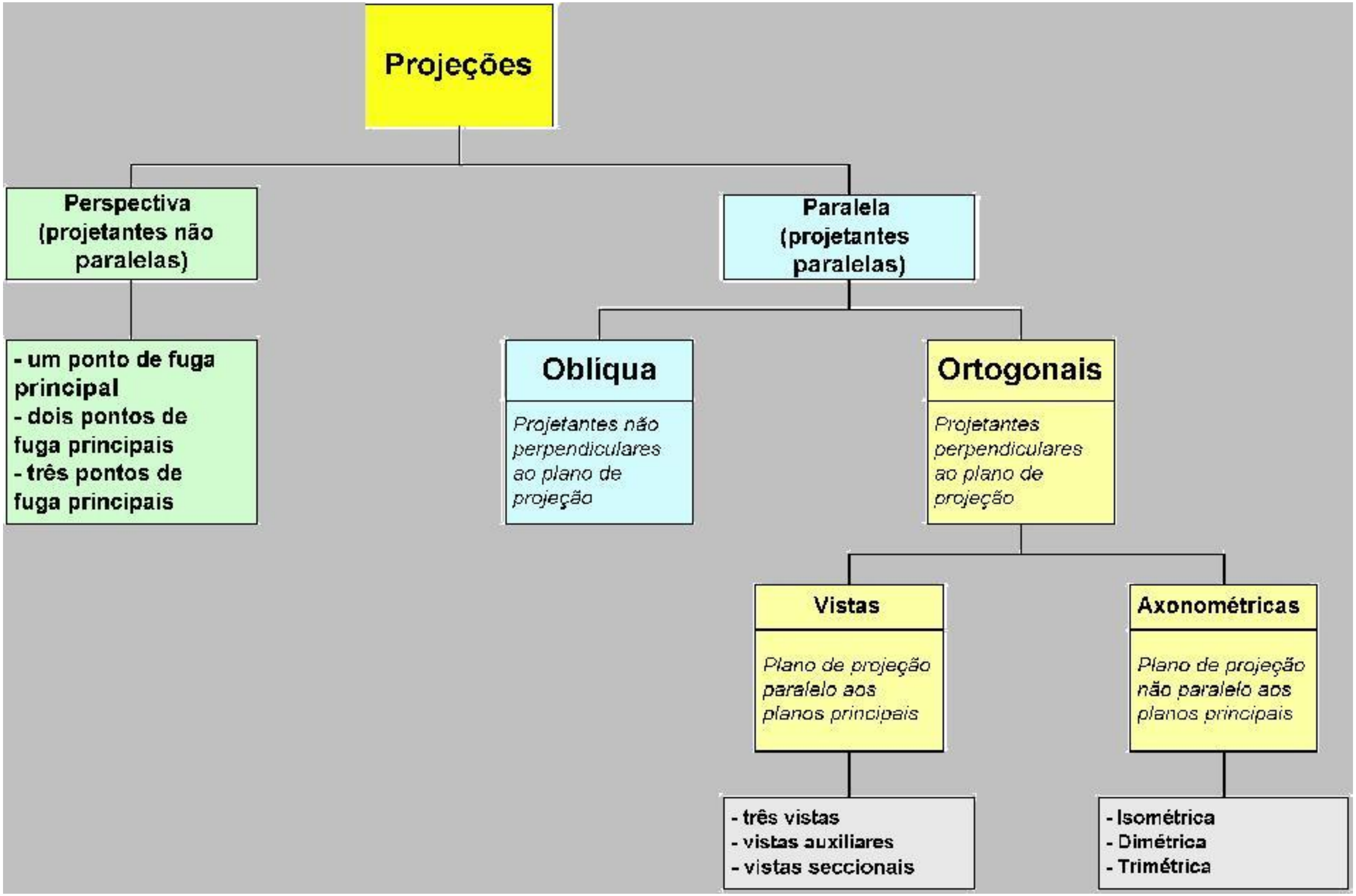
$$\begin{bmatrix} \dfrac{x \cdot d}{z+d} & \dfrac{y \cdot d}{z+d} & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

PROJEÇÃO PARALELA: DESRIÇÃO MATEMÁTICA



Forma matricial: $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

CLASSIFICAÇÃO DAS PROJEÇÕES



Projeções Perspectivas

- determinada pelo centro de projeção
- similar à câmaras de vídeo e ao olho humano
- imagem parece mais realista
- não preserva ângulos (apenas em faces do objeto paralelas ao plano de projeção)
- não preserva escalas

Projeções Perspectivas

- não permite medidas diretas
- objetos mais distantes parecem menores
- retas paralelas se encontram em um ponto: ponto de fuga
- pode haver: 1, 2, 3 pontos de fuga.

Projeções Perspectivas

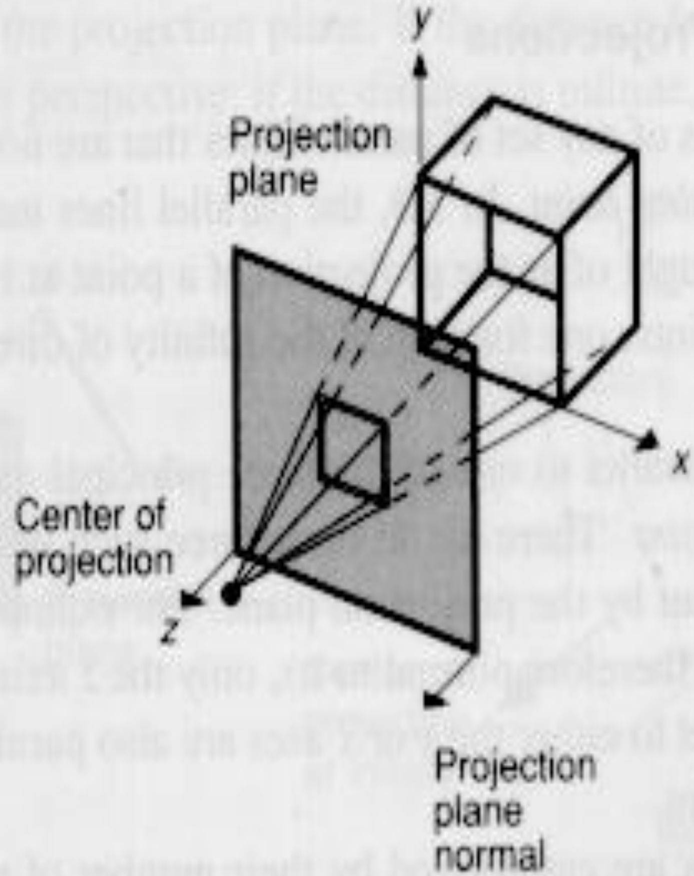


Fig. 6.4 Construction of one-point perspective projection of cube onto plane cutting the *z* axis. Projection-plane normal is parallel to *z* axis. (Adapted from [CARL78], Association for Computing Machinery, Inc.; used by permission.)

Projeções Perspectivas

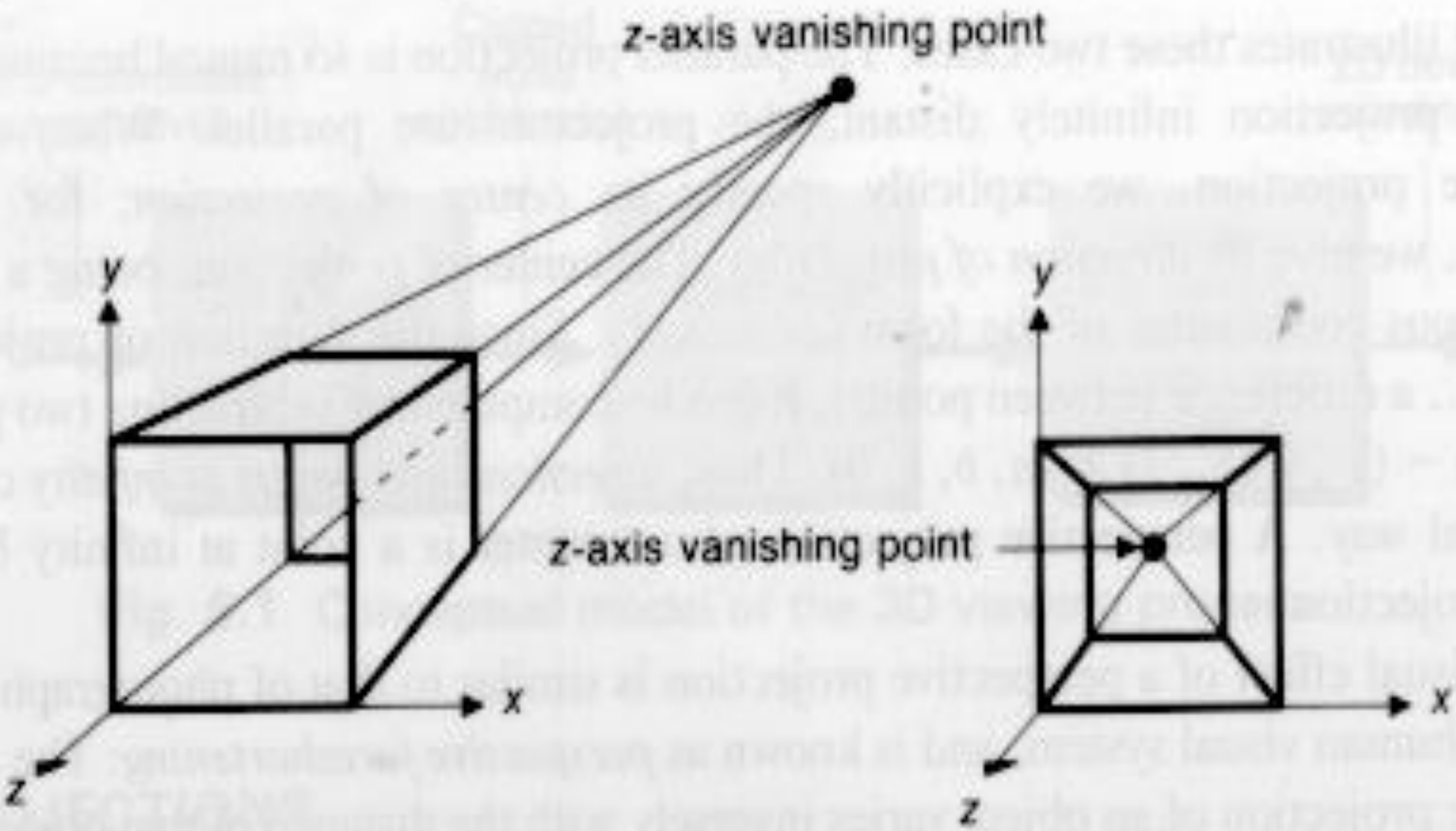


Fig. 6.3 One-point perspective projections of a cube onto a plane cutting the *z* axis, showing vanishing point of lines perpendicular to projection plane.

Projeções Perspectivas

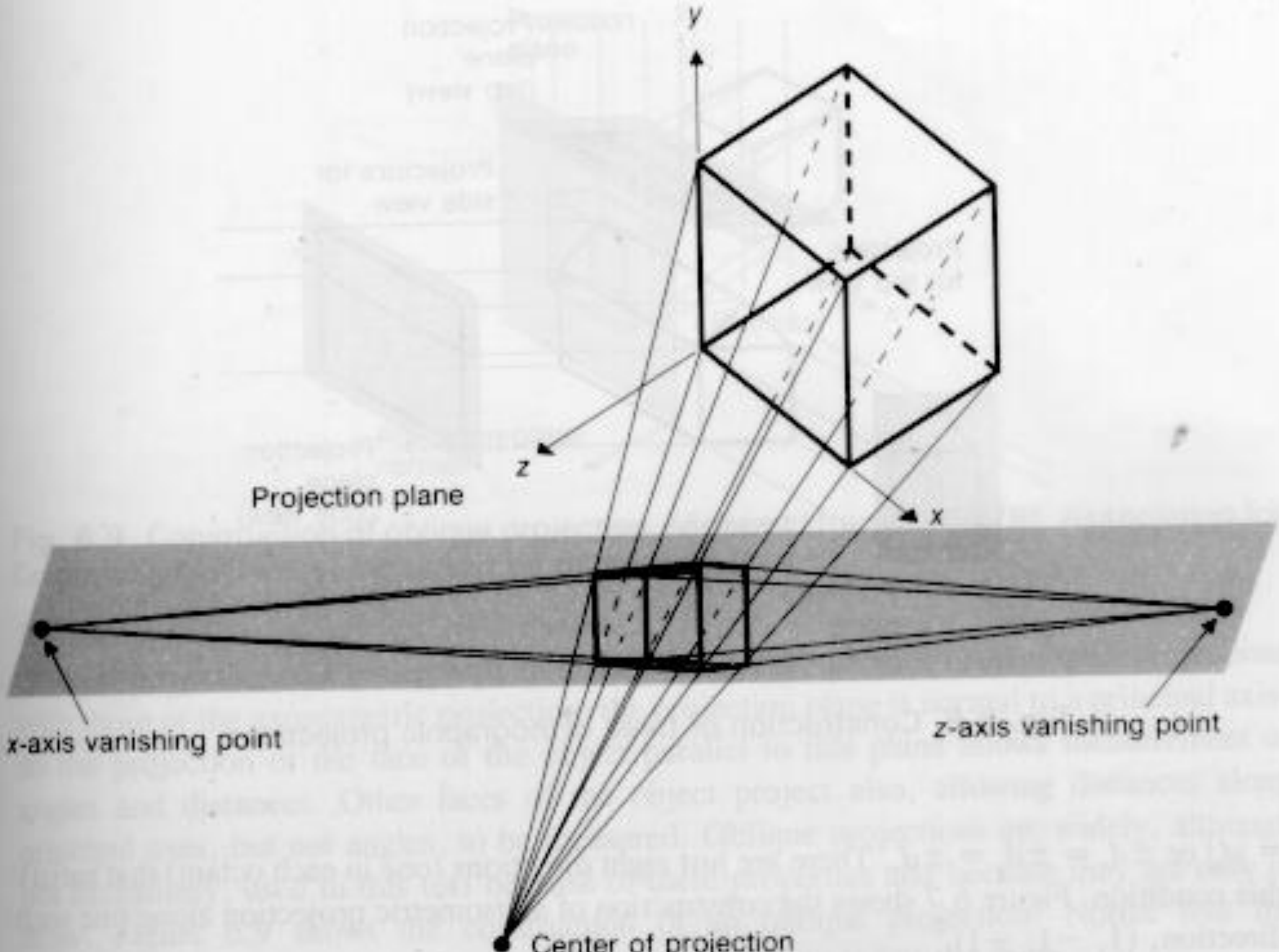


Fig. 6.5 Two-point perspective projection of a cube. The projection plane cuts the x and z axes.

Projeção Perspectiva

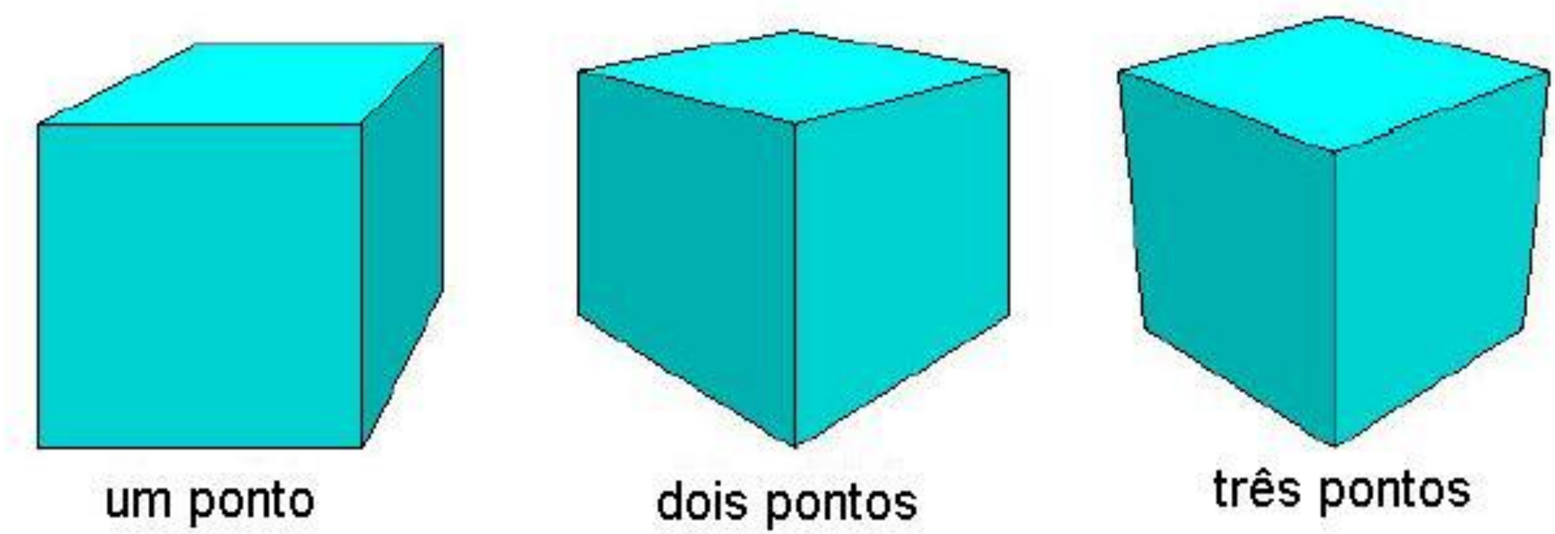


Figura: pontos de fuga possíveis

Exemplos

***Figura**: Trinity with the Virgin, St. John and Donors*) feita em perspectiva por *Masaccio*, em 1427. Traçado com um ponto de fuga.

Exemplos

***Figura**: The Piazza of St. Mark, Venice*) feita por *Canaletto* em 1735-45 - perspectiva com um ponto de fuga.

Exemplos

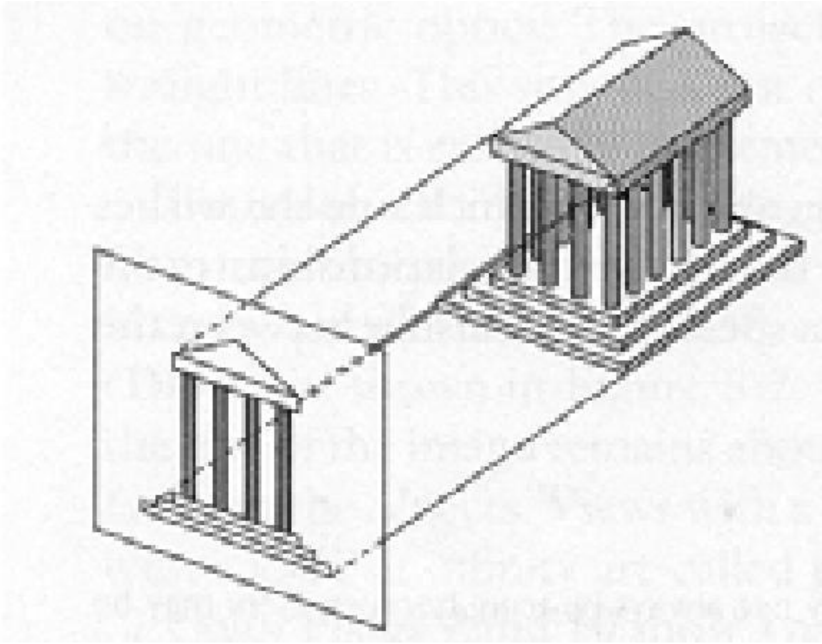
Figura:*The Mansard Roof* - 1923 por Edward Hopper com dois pontos de fuga.

Anomalias da Perspectiva

- Encurtamento perspectivo: aumentando a distância do objeto ao centro de projeção: objeto parece ser menor;
- Pontos de fuga: as projeções são categorizadas pelo número de pontos de fuga principais (n° de eixos que o plano de projeção corta). Se a projeção é com 1 ponto de fuga principal então o plano de projeção corta o eixo z e linhas paralelas aos eixos x e y não convergem.

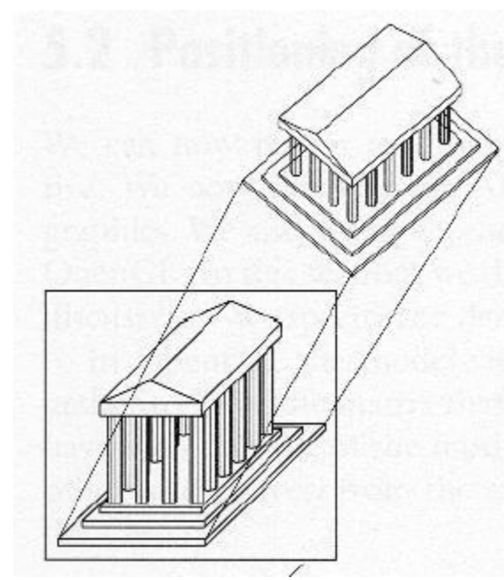
Projeções Paralelas

- Ortográficas (Ortogonais):
  - a direção de projeção é a mesma direção da normal ao plano de projeção



Projeções Paralelas

- Oblíquas:
  - a direção de projeção não é a mesma direção da normal ao plano de projeção
  - permite a vista de mais de um lado do objeto



Projeções Paralelas Ortográficas com 3 vistas

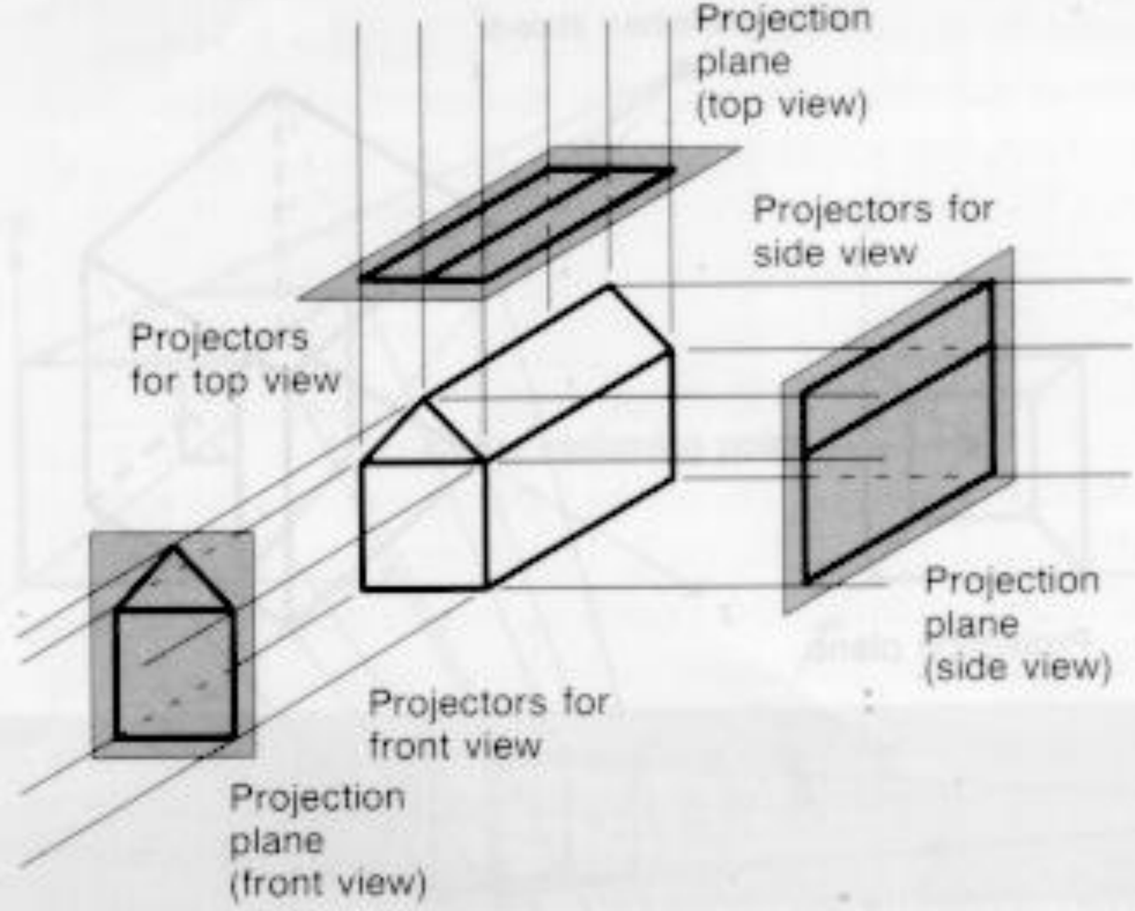


Fig. 6.6 Construction of three orthographic projections.

Projeções Paralelas Ortográficas Axonométricas

- Usadas para dar sensação 3D, a partir da projeção paralela
- mostra mais de uma face do objeto projetado
- o plano de projeção não pode ser perpendicular a um eixo principal
- podem ser:
    - isométrica
    - dimétrica
    - trimétrica

Projeção isométrica

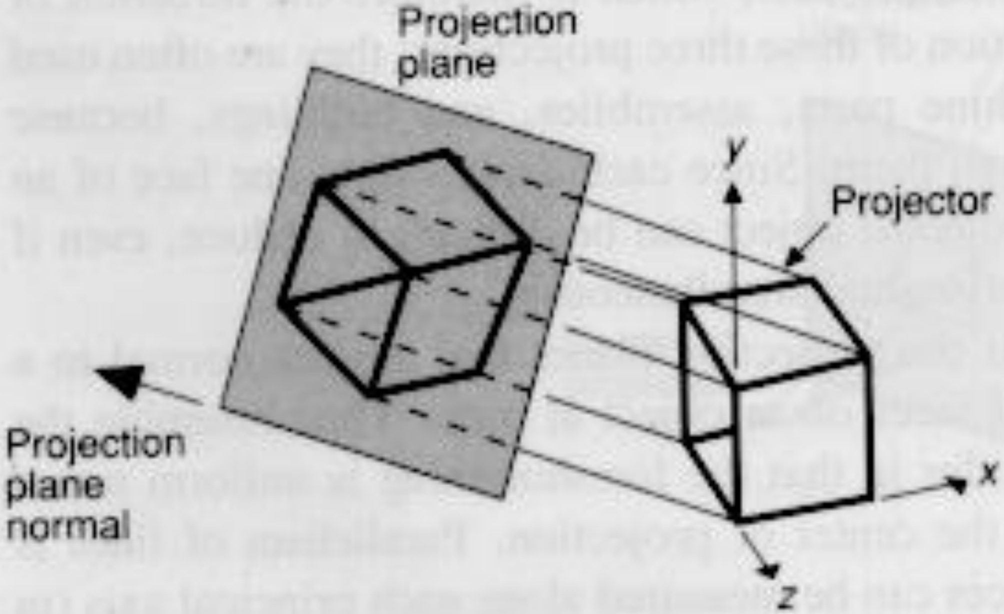


Fig. 6.7 Construction of an isometric projection of a unit cube. (Adapted from [CARL78], Association of Computing Machinery, Inc.; used by permission.)

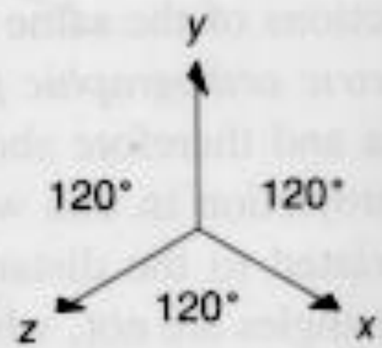


Fig. 6.8 Isometric projection of unit vectors, with direction of projection (1, 1, 1).

Direção de projeção (1, -1, -1)

Projeções Oblíquas

- Fornecem sensação espacial e permitem medidas de ângulos e distâncias
- A direção de projeção não forma 90º com o plano de projeção, mas,
- O plano de projeção é paralelo a um dos 3 eixos
- Geralmente:
  - faz-se uma face paralela ao plano de projeção (normalmente, a face que tem mais detalhes)
  - a face paralela projeta-se em sua verdadeira grandeza
  - não há deformação das formas desta face.

Projeções Oblíquas

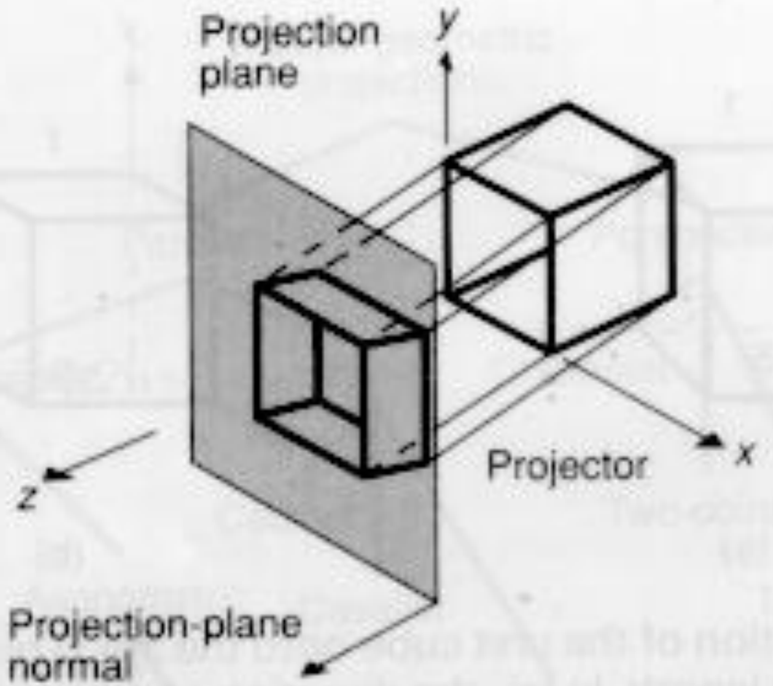


Fig. 6.9 Construction of oblique projection. (Adapted from [CARL78], Association for Computing Machinery, Inc.; used by permission.)

Projeções Oblíquas Cavaleiras

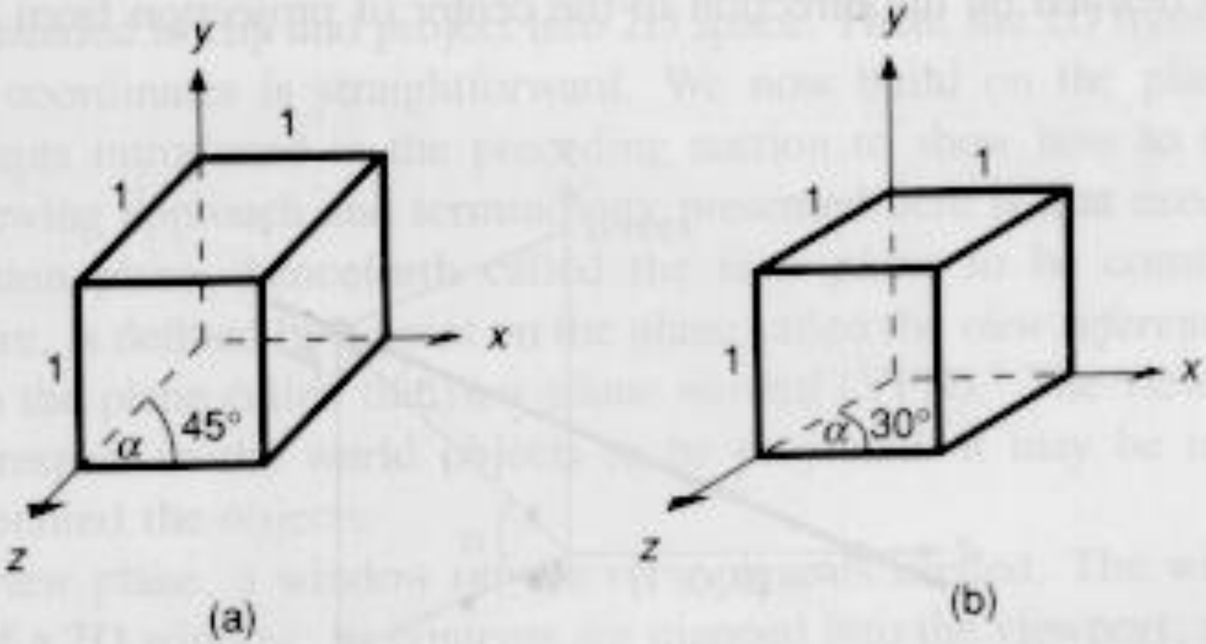


Fig. 6.10 Cavalier projection of the unit cube onto the $z = 0$ plane. All edges project at unit length. In (a), the direction of projection is $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, -1)$; in (b), it is $(\sqrt{3}/2, 1/2, -1)$.

Projeções Oblíquas de Gabinete

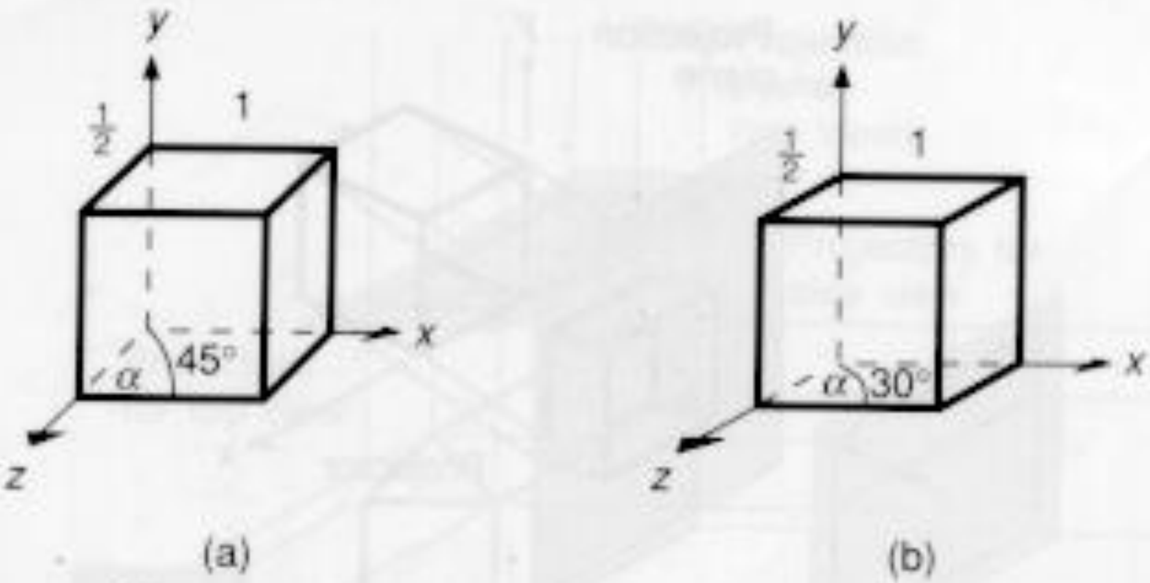


Fig. 6.11 Cabinet projection of the unit cube onto the $z = 0$ plane. Edges parallel to the x and y axes project at unit length. In (a), the direction of projection is $(\sqrt{2}/4, \sqrt{2}/4, -1)$; in (b), it is $(\sqrt{3}/4, 1/4, -1)$.