

**Nome e Sobrenome:**

**Professor:** Dr. Diego Pinheiro

**Disciplina:** [Ciência de Dados](#) **Semestre:** 2025-1 / 2-GQ / 1 Chamada

**Valor total da prova: 6 pontos.**

## OBSERVAÇÕES

1. Todas as respostas devem ser escritas **à caneta**.
  2. Respostas que contenham apenas o resultado final, **sem o desenvolvimento completo**, serão desconsideradas.
- 

## Informações preliminares

As questões a seguir são relacionadas a um modelo de classificação para prever se pessoas que são fumantes ( $x_1 = 1$ ) ou não fumantes ( $x_1 = 0$ ) e que fazem atividade física ( $x_2 = 1$ ) ou não fazem atividade física ( $x_2 = 0$ ) vão apresentar ( $y = 1$ ) ou não ( $y = 0$ ) câncer de pulmão, conforme os dados a seguir:

$$\begin{bmatrix} x_1 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_2 & | & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

---

## Questão 1 (1 ponto)

A regressão logística utiliza a **função logit** que é a transformação das probabilidades  $Pr(y = 1|x_1, x_2)$  para a escala **log-odds**:

$$\text{logit}(x_1, x_2) = \ln \left[ \frac{Pr(y = 1|x_1, x_2)}{1 - Pr(y = 1|x_1, x_2)} \right] = w_0 + w_1x_1 + w_2x_2$$

Sendo  $l(w)$  a verossimilhança (ie., likelihood), qual a expressão do logaritmo da verossimilhança (ie., log likelihood ?)

$\ln l(w) =$

---

## Questão 2 (1 ponto)

Considerando a expressão do log-verossimilhança  $\log l(\mathbf{w}^{[0]})$  obtido anteriormente, calcule o log-verossimilhança  $\ln l(\mathbf{w}^{[0]})$  de um modelo inicial:

$$\mathbf{w}^{[0]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
$$\log l(\mathbf{w}^{[0]}) =$$

---

## Questão 3 (2 pontos)

Qual o  $F_1$  score do modelo  $\mathbf{w}^{[0]}$  (com duas casas decimais) utilizando um limiar de decisão  $\hat{y} \geq 0.5$ ?

$$F_1\text{score} =$$

---

## Questão 4 (2 pontos)

A partir do modelo:  $\mathbf{w}^{[0]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  e considerando  $\lambda = 0.1$ ,  $\left( \frac{\partial E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ ,

$$\left( \frac{\partial^2 E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w} \partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right) = \begin{bmatrix} 3.0 & 1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 1.5 & 0.25 \\ 1.5 & 0.25 & 1.5 \end{bmatrix} \text{ e } \left( \frac{\partial^2 E(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w} \partial \mathbf{w}^T} \Big|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}^{[0]}} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.3 & -2.0 & -2.0 \\ -2.0 & 2.4 & 1.6 \\ -2.0 & 1.6 & 2.4 \end{bmatrix}$$

Qual seria um melhor modelo  $\mathbf{w}^{[1]}$  utilizando o método de Newton ?

$$\mathbf{w}^{[1]} =$$

---