

Q1. Busca ternária

Utilize o método da busca ternária para encontrar o mínimo da função $f(x) = x^2 - 4x$ partindo de um intervalo inicial $x \in [0, 9]$. Realize pelo menos 3 iterações do método para obter a resposta final.

Q2. Interpolação Polinomial

Considere o conjunto de pontos para $(x, f(x))$ abaixo.

x	0	1	2
f(x)	2	4	4

- Calcule a matriz de Vandermonde para este conjunto.
- Resolva o sistema para obter os coeficientes a , b , e c para o polinômio interpolador $p(x) = a + bx + cx^2$.
- Calcule o valor de $f(1.5)$ pelo polinômio interpolador e compare com o resultado obtido por uma simples interpolação linear.

Q3. Simpson

A regra de quadratura simples de Simpson, dada por

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f((a+b)/2) + f(b))$$

é utilizada com bastante frequência na aproximação numérica de integrais. Imagine que uma determinada função $f(x)$ foi avaliada nos seguintes pontos da tabela:

x	0	1	2	3	4
f(x)	3	2	0	1	2

Utilize o método de Simpson para calcular a integral de esta função no intervalo de 0 até 4 utilizando a) uma aproximação simples e em seguida b) uma aproximação composta de 2 sub-intervalos. c) Determine uma estimativa de erro de cada uma das aproximações deixando a derivada indicada.

Q4. Tableau de Runge Kutta (2,0 pts)

O método de Huen (ou método de Euler trapezoidal) é definido pelo tableau

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 1 & & 1 \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

Este método produz resultados mais precisos que o método de Euler tradicional, mas possui um custo computacional maior.

Considere a equação diferencial

$$x'(t) = -2x(t)$$

com um valor inicial de $x = 5$ e um passo temporal de $\tau = 0.5$ e (a) calcule a fórmula de iteração que determina $x(t + \tau)$ a partir de $x(t)$.

O resultado obtido pelo método de Euler, $x(t + \tau) = -x(t)$, produz uma oscilação de amplitude constante. (b) Discuta qualitativamente como se comporta a solução de acordo com o método de Huen e como deveria ser o comportamento esperado.

[dica: você pode esboçar um gráfico do comportamento da função]

Q5. Sistemas lineares

Resolva o sistema abaixo pelo método de Jacobi com 3 iterações e por eliminação de Gauss.

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & | & x \\ -1 & 3 & | & y \end{array} = \begin{array}{c} 10 \\ 2 \end{array}$$

O sistema obedece ao critério das linhas?