# **Optique ondulatoire:** Diffraction de la lumière

MENARD Alexandre - VIEILLEDENT Florent

5 février 2023

## Introduction

# 1 Diffraction par des ouvertures simples

Dans cette première partie, nous nous intéressons au cas de la diffraction dans le cas d'ouvertures simples. Nous y proposerons une description qualitative, quantitative dans le cas d'une fente simple, une description de motifs de diffraction pour différentes ouvertures. Enfin, nous proposerons un protocole permettant de déterminer avec précision le diamètre d'un cheveu en s'appuyant sur le théorème de Babinet.

## 1.1 Etude d'une fente simple de largeur variable

Pour une première approche, nous installons un laser face à un écran, et l'on insère une fente simple de largeur variable $a$ entre le laser et l'écran, à un distance $D$ de l'écran.

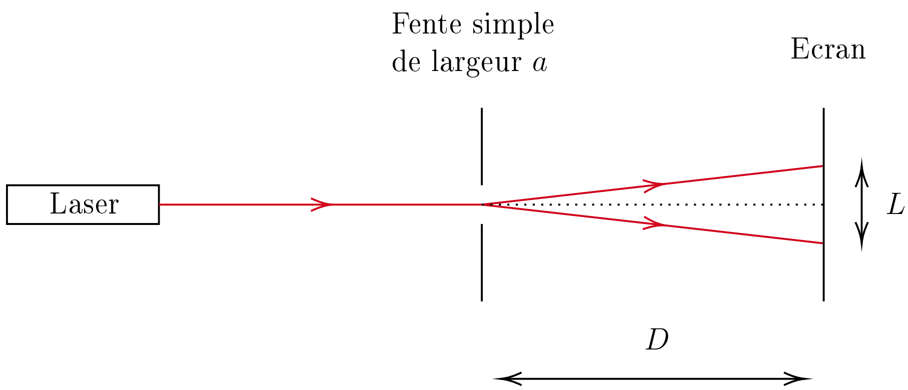
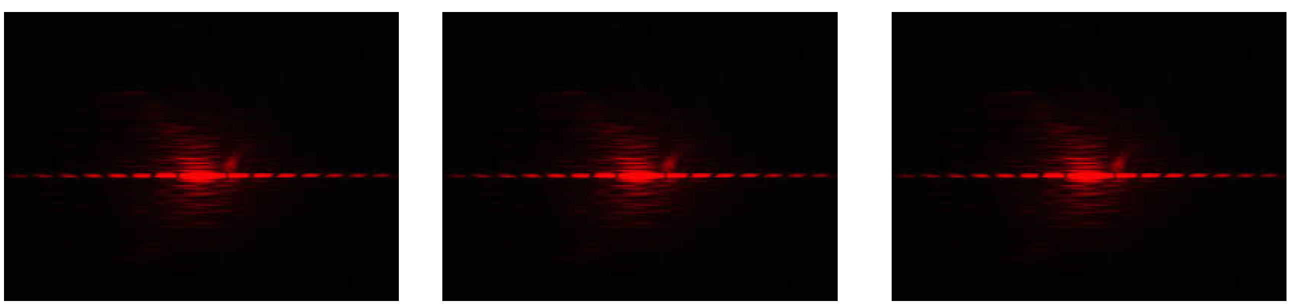



Figure 1 – Schéma du protocole

Pour une largeur fixe, nous observons une figure de diffraction avec une large tâche centrale, puis des zéros d'intensité et de nouvelles tâches qui se répetent de chaque côté de la tâche centrale. En augmentant la largeur de la fente $a$, nous observons un resserement des tâches d'intensité maximale et lorsque l'on réduit la largeur, ces mêmes tâches s'élargissent.



(a) Largeur $a$ qui diminue (b) Largeur $a$ initiale (c) Largeur $a$ qui augmente

Figure 2 – Figure de diffraction en fonction de la largeur de la fente

Nous proposons ensuite de vérifier la formule qui donne la largeur de la tâche centrale $L$ pour des configurations différentes de $\lambda$, $D$ et $a$. Pour cela, nous devons connaître les valeurs d'annulation de l'intensité en fonction de $y$.

$$\begin{aligned} I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right) = 0 &\Leftrightarrow \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = n\pi, \forall n \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{a} \end{aligned}$$

Dans le cadre où $\theta$ très petit, on a $\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$ et $\tan\theta = \frac{y}{D}$, il vient que :

$$y = \frac{n\lambda D}{a} \tag{1}$$

## 1.2 Caractérisation de la figure de diffraction par une fente simple avec une caméra linéaire

## 1.3 Etude de différents motifs de diffraction

## 1.4 Théorème de Babinet et taille d'un cheveu

Le théorème de Babinet donne que la figure de diffraction d'un objet et de son complémentaire est la même. Ainsi, un fil et une fente de même épaisseur $a$ forment dont une seule et même figure d'interférence ayant la même largeur de tâche centrale. Cette propriété permet la mesure de longueur très petite, que nous allons utiliser pour déterminer le diamètre d'un cheveu.

On commence par positionner un laser de longueur d'onde $\lambda = \dots nm$ face à un écran. A l'aide du jeton A3015 que l'on place à une distance $D = \dots cm$ de l'écran, on mesure la largeur de la tâche centrale $L_a$ pour chaque largeur de fente $a$. Enfin, on place à cette même distance $D$ le cheveu dont on souhaite déterminer le diamètre et l'on mesure la largeur de la tâche centrale $L_{cheveu}$. On peut ensuite comparer $L_{cheveu}$ pour trouver une correspondance dans les différents $L_a$ précédent, et si l'on a une correspondance, nous pouvons conclure que l'épaisseur $d_{cheveu} \approx a$.

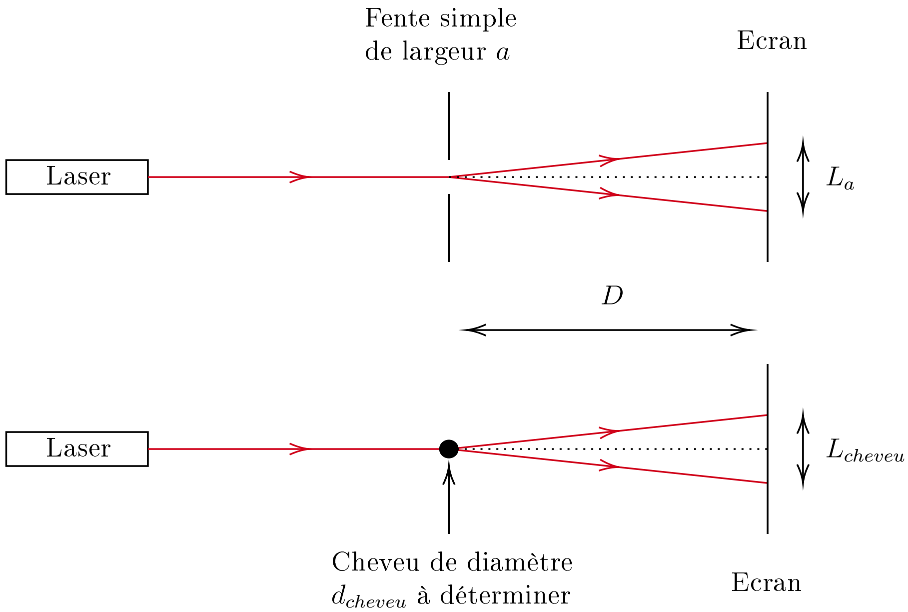



FIGURE 3 – Schéma du protocole

Cependant, il est possible que les fentes disponibles dans le jeu A3015 ne soient pas suffisantes pour avoir une valeur précise. Pour résoudre ce problème, nous pouvons simplement mesurer les distances $y_n$ où la figure de diffraction présente des zéros d'intensités, et d'utiliser la formule suivante donnant les $y_n$ d'intensité nulle :

$$y_n = \frac{n\lambda D}{d_{cheveu}} \tag{2}$$

On peut donc remonter à $d_{cheveu}$ en déterminant le coefficient directeur $y(n) = \frac{D}{d_{cheveu}}n$ de nos mesures expérimentales.

# Annexes

## 1.5 Démonstration sans approximation des petits angles

Nous avons $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{D^2+y^2}}$ ce qui nous donne alors :

$$\begin{aligned}
\sin\theta = \frac{n\lambda}{a} &\Leftrightarrow \frac{y}{\sqrt{D^2+y^2}} = \frac{n\lambda}{a} \\
&\Leftrightarrow a^2y^2 = n^2\lambda^2\left(D^2+y^2\right) \\
&\Leftrightarrow y^2 = \frac{n^2\lambda^2D^2}{a^2-n^2\lambda^2} \\
&\Leftrightarrow y = \pm\frac{n\lambda D}{\sqrt{a^2-n^2\lambda^2}}
\end{aligned}$$

Enfin, dans l'approximation où $\lambda \ll a$, nous avons :

$$y = \pm\frac{n\lambda D}{a} \tag{3}$$

On retrouve bien l'approximation des petits angles.