

Optique ondulatoire: Diffraction de la lumière

MENARD Alexandre - VIEILLEDENT Florent

5 février 2023

Introduction

1 Diffraction par des ouvertures simples

Dans cette première partie, nous nous intéressons au cas de la diffraction dans le cas d'ouvertures simples. Nous y proposerons une description qualitative, quantitative dans le cas d'une fente simple, une description de motifs de diffraction pour différentes ouvertures. Enfin, nous proposerons un protocole permettant de déterminer avec précision le diamètre d'un cheveu en s'appuyant sur le théorème de Babinet.

1.1 Etude d'une fente simple de largeur variable

Pour une première approche, nous installons un laser face à un écran, et l'on insère une fente simple de largeur variable a entre le laser et l'écran, à une distance D de l'écran.

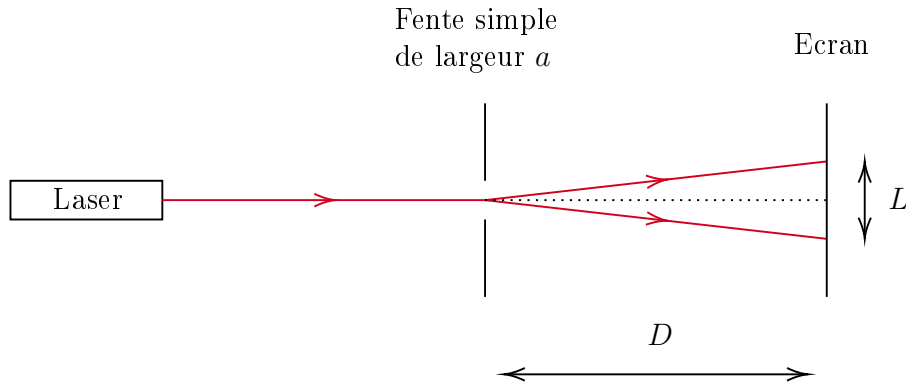
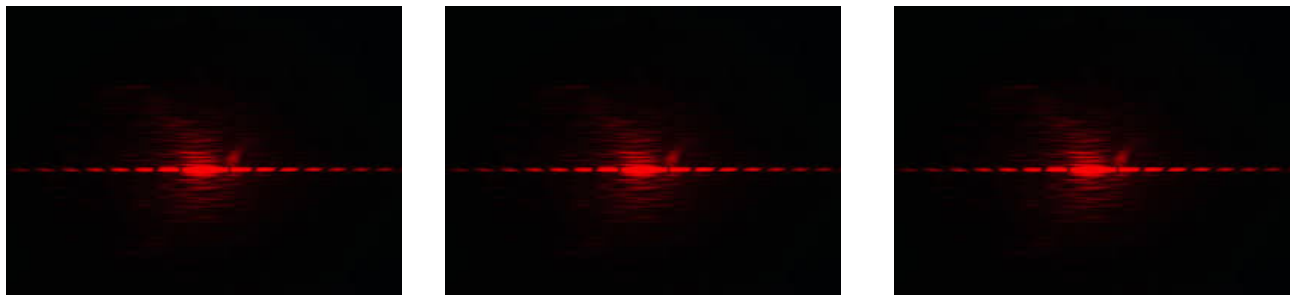


FIGURE 1 – Schéma du montage

Pour une largeur fixe, nous observons une figure de diffraction avec une large tâche centrale, puis des zéros d'intensité et de nouvelles tâches qui se répètent de chaque côté de la tâche centrale. En augmentant la largeur de la fente a , nous observons un resserement des tâches d'intensité maximale et lorsque l'on réduit la largeur, ces mêmes tâches s'élargissent.



(a) Largeur a qui diminue

(b) Largeur a initiale

(c) Largeur a qui augmente

FIGURE 2 – Figure de diffraction en fonction de la largeur de la fente

Nous proposons ensuite de vérifier la formule qui donne la largeur de la tâche centrale L pour des configurations différentes de λ , D et a . Pour cela, nous devons connaître les valeurs d'annulation de l'intensité en fonction de y .

$$\begin{aligned} I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right) = 0 &\Leftrightarrow \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = n\pi, \forall n \in \mathbb{Z}^* \\ &\Leftrightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{a} \end{aligned}$$

Dans le cadre où θ très petit, on a $\theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$ et $\tan \theta = \frac{y}{D}$, il vient que :

$$y_n = \frac{n\lambda D}{a}, \forall n \in \mathbb{Z}^* \quad (1)$$

On peut alors en déduire la largeur L de la tâche centrale qui s'étend entre les deux premiers minimums $n = 1$ et $n = -1$ d'où :

$$L = |y_{-1} - y_1| = \frac{2\lambda D}{a} \quad (2)$$

Pour vérifier cette loi (1), nous allons utiliser un seul et même montage, mais nous ferons varier un paramètre à la fois à savoir la longueur d'onde λ , la distance entre la fente et l'écran D , et la largeur de la fente a . Pour cela, nous plaçons un laser de longueur d'onde λ face à un écran, et une fente de largeur a entre les deux à une distance D de l'écran.

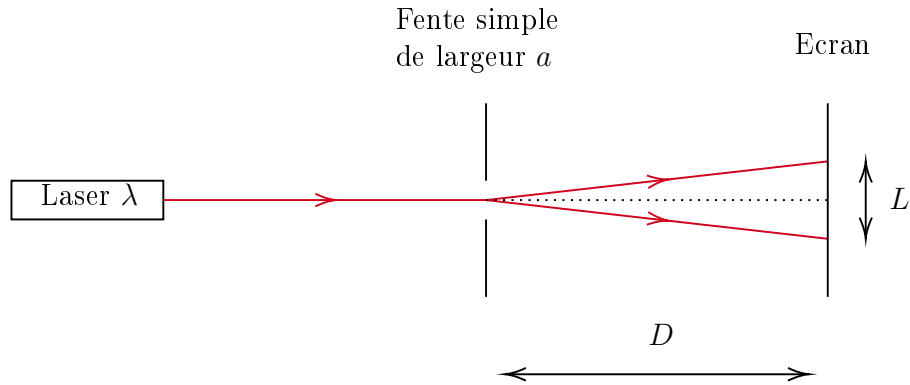


FIGURE 3 – Schéma du montage

1.1.1 Influence de la largeur de la fente

Pour ce premier paramètre, nous allons placer différentes fentes de largeur a calibrée à une distance $D = \dots cm$ de l'écran, et l'on illumine les différentes fentes avec un laser de longueur d'onde $\lambda = \dots nm$.

1.1.2 Influence de la longueur d'onde

Pour ce second paramètre, nous fixons une fente de largeur $a = \dots \mu m$ calibrée, à une distance $D = \dots cm$ de l'écran, et l'on placera différents laser de longueur d'onde λ .

1.1.3 Influence de la distance entre l'écran et la fente

Pour ce dernier paramètre, nous illuminons une fente de largeur $a = \dots \mu m$ calibrée, avec un laser de longueur d'onde $\lambda = \dots nm$ et nous allons faire varier la distance D entre la fente et l'écran.

1.1.4 Synthèse et analyse des résultats expérimentaux

1.2 Caractérisation de la figure de diffraction par une fente simple avec une caméra linéaire

Dans cette partie, on souhaite proposer une description de l'intensité de la figure de diffraction en fonction de l'écart au centre de la figure. Pour cela, nous reprenons le même montage que sur la figure (1), mais nous remplaçons l'écran par la caméra linéaire. Nous nous assurons de l'alignement du laser sur la cellule sensible à la lumière de la caméra à l'aide d'une lumière pour ne pas fausser les acquisitions. Nous réglons l'intervalle d'acquisition à $\Delta t = \dots ms$, et l'on effectue la moyenne sur $N = \dots$ acquisitions.

Grâce à ces mesures, nous pouvons obtenir les positions d'intensité nulle avec précision en convertissant la matrice de pixel en longueur si l'on connaît la taille d'un pixel (qui est fournie par le fabricant). Elle permet également de vérifier qualitativement si l'intensité suit une fonction de type sinus cardinal.

1.3 Etude de différents motifs de diffraction

Dans cette partie, nous souhaitons mettre en évidence des différences de comportement des figures de diffraction selon la forme de l'ouverture. Nous reprenons alors le montage de la figure (1), mais nous remplaçons la fente par un des motifs diffractifs présents sur le jeton A3000.

1.4 Théorème de Babinet et taille d'un cheveu

Le théorème de Babinet donne que la figure de diffraction d'un objet et de son complémentaire est la même. Ainsi, un fil et une fente de même épaisseur a forment dont une seule et même figure d'interférence ayant la même largeur de tâche centrale. Cette propriété permet la mesure de longueur très petite, que nous allons utiliser pour déterminer le diamètre d'un cheveu.

On commence par positionner un laser de longueur d'onde $\lambda = \dots nm$ face à un écran. A l'aide du jeton A3015 que l'on place à une distance $D = \dots cm$ de l'écran, on mesure la largeur de la tâche centrale L_a pour chaque largeur de fente a . Enfin, on place à cette même distance D le cheveu dont on souhaite déterminer le diamètre et l'on mesure la largeur de la tâche centrale L_{cheveu} . On peut ensuite comparer L_{cheveu} pour trouver une correspondance dans les différents L_a précédent, et si l'on a une correspondance, nous pouvons conclure que l'épaisseur $d_{cheveu} \approx a$.

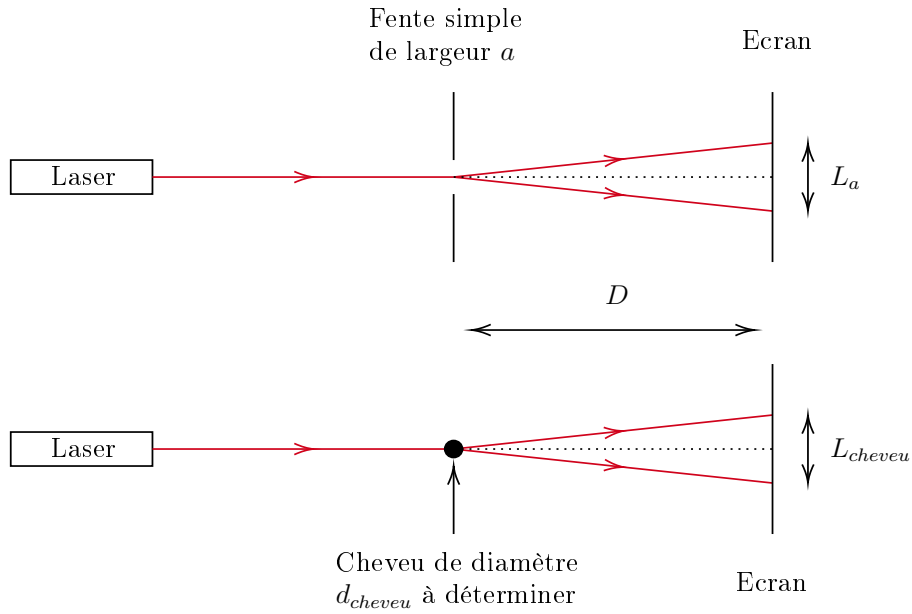


FIGURE 4 – Schéma du protocole

Cependant, il est possible que les fentes disponibles dans le jeu A3015 ne soient pas suffisantes pour avoir une valeur précise. Pour résoudre ce problème, nous pouvons simplement mesurer les distances y_n où la figure de diffraction présente des zéros d'intensités, et d'utiliser la formule suivante donnant les y_n d'intensité nulle :

$$y_n = \frac{n\lambda D}{d_{cheveu}} \quad (3)$$

On peut donc remonter à d_{cheveu} en déterminant le coefficient directeur $y(n) = \frac{D}{d_{cheveu}}n$ de nos mesures expérimentales.

Annexes

1.5 Démonstration sans approximation des petits angles

Nous avons $\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}}$ ce qui nous donne alors :

$$\begin{aligned}\sin \theta = \frac{n\lambda}{a} &\Leftrightarrow \frac{y}{\sqrt{D^2 + y^2}} = \frac{n\lambda}{a} \\ &\Leftrightarrow a^2 y^2 = n^2 \lambda^2 (D^2 + y^2) \\ &\Leftrightarrow y^2 = \frac{n^2 \lambda^2 D^2}{a^2 - n^2 \lambda^2} \\ &\Leftrightarrow y = \pm \frac{n\lambda D}{\sqrt{a^2 - n^2 \lambda^2}}\end{aligned}$$

Enfin, dans l'approximation où $\lambda \ll a$, nous avons :

$$y = \pm \frac{n\lambda D}{a} \tag{4}$$

On retrouve bien l'approximation des petits angles.