

Méthodes expérimentales

TP 3: Chaleur spécifique, calorimétrie

MENARD Alexandre
VIEILLEDENT Florent

22 février 2022

Introduction

Dans ce travail pratique, on déterminera les coefficients thermiques, ainsi que les coefficients thermiques massiques et molaires de l'eau, du vase et de plusieurs métaux. On évaluera également les fuites thermiques du calorimètre pour mettre en avant de potentielles erreurs dans nos expériences précédentes.

On s'appuiera sur des modèles théoriques pour comparer nos mesures à la théorie. Pour effectuer nos comparaisons, on utilisera les outils numériques adéquats.

1 Première expérience : Détermination de la capacité thermique de l'eau et du vase calorimétrique

Le but de cette expérience est de déterminer la capacité thermique de l'eau. On utilisera principalement un calorimètre et une résistance chauffante de 5Ω , pour pouvoir établir une relation entre la température de l'eau et le temps passé à chauffer de l'eau. On pourra en même temps estimer la capacité thermique du vase calorimétrique.

1.1 Expérimentation

Nous effectuerons la même expérience pour différentes masses d'eau et pour différents voltages. Pour la première série de mesure, on utilise $450g$ d'eau et une tension de $12V$. On remplit la cuve interne du calorimètre avec la masse d'eau souhaitée, qu'on a pesé avec une balance. On agite l'eau pour que cela soit homogène et on relève la température grâce au thermomètre. On met ensuite en place la résistance chauffante dans l'eau. La résistance est branchée à l'alimentation qui est elle même réglée sur $12V$. On lance le chronomètre et on relève la température toutes les minutes et ceci pendant 15 minutes. On mélange l'eau pendant 15 secondes avant la mesure pour s'assurer que la température soit homogène.

On recommence ensuite l'expérience avec la même masse d'eau mais une tension de $6V$. Pour la dernière série de mesure, on utilise une tension de $12V$ et une masse d'eau de $800g$.

1.2 Données

L'incertitude sur la température nous est donnée par le thermomètre et est de $\delta T = 0.5^\circ C$. L'incertitude sur la masse est de $\delta m = 0.1g$ (donnée fournie par la balance). On estime l'incertitude sur le temps à $\pm 1s$, car c'est le temps que nous mettons pour lire le chronomètre puis le thermomètre. L'incertitude sur la tension nous est donnée par la dernière décimale affichée par le générateur, donc $\delta U = \pm 0.1V$.

Données pour la première expérience, avec $m_{eau1} = 450.0 \pm 0.1g$ et $U_1 = 12.0 \pm 0.1V$:

Données pour la deuxième expérience, avec $m_{eau2} = 450.0 \pm 0.1g$ et $U_2 = 6.0 \pm 0.1V$:

Données pour la troisième expérience, avec $m_{eau3} = 800.0 \pm 0.1g$ et $U_3 = 12.0 \pm 0.1V$:

1.3 Exploitation des données

On trace le graphique de la température en fonction de la température :

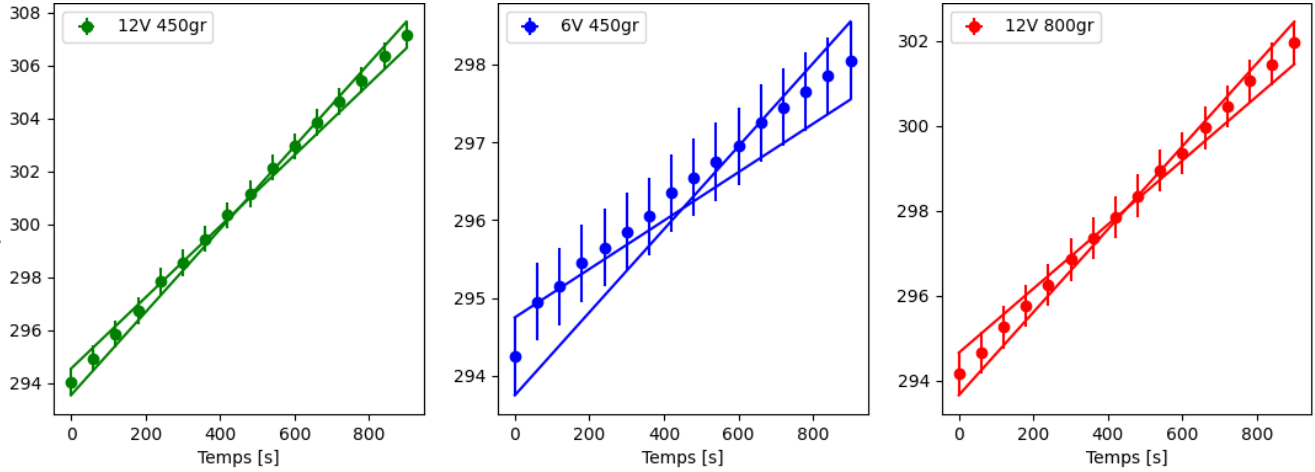


FIGURE 1 – Température (en Kelvin) en fonction du temps pour les 3 expériences

On remarque que la température évolue linéairement, ainsi, la température est fonction du temps, et qu'il existe un coefficient directeur que l'on peut déterminer à l'aide de la méthode des pentes extrêmes.

Soient t_i, t_f, T_i, T_f , respectivement le temps initial, final et la température initiale et finale. On applique la formule suivante afin d'obtenir le coefficient directeur a ainsi que l'incertitude associée δa :

$$a_{max} = \frac{(T_f + \delta T) - (T_i - \delta T)}{(t_f - \delta t) - (t_i + dt)}$$

$$a_{min} = \frac{(T_f - \delta T) - (T_i + \delta T)}{(t_f + \delta t) - (t_i - dt)}$$

$$a = \frac{a_{max} + a_{min}}{2}$$

$$\delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{2}$$

On obtient donc les valeurs suivantes grâce à cette méthode pour les trois expériences :

- Expérience 1 : $a_1 = 0.015 K.s^{-1}$ et $\delta a_1 = 0.001 K.s^{-1}$
- Expérience 2 : $a_2 = 0.004 K.s^{-1}$ et $\delta a_2 = 0.001 K.s^{-1}$
- Expérience 3 : $a_3 = 0.087 K.s^{-1}$ et $\delta a_3 = 0.001 K.s^{-1}$

De façon plus générale, on posera $\delta a = 0.001 K.s^{-1}$ pour les trois expériences.

Il faut maintenant relier ce coefficient directeur à la capacité thermique C_V du système étudié, ici {eau+vase calorimétrique}. Le système étudié étant un liquide, il a un volume constant et une pression constante, ainsi :

$$\delta Q = C_V dT \quad (1)$$

avec δQ la chaleur fournie et C_V la capacité thermique.

On suppose ici que C_V est constant sur la gamme de température utilisée, on a donc :

$$Q = C_V \Delta T \quad (2)$$

De même on a :

$$Q = P \Delta t \quad (3)$$

avec P la puissance fournie et Δt la durée pendant laquelle on a injecté du courant dans la résistance. Or $P = UI = \frac{U^2}{R}$ donc :

$$Q = \frac{U^2}{R} \Delta t = C_V \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{U^2}{RC_V} \Delta t \quad (4)$$

On reconnaît ici notre coefficient directeur a , d'où :

$$a = \frac{U^2}{RC_V} \Rightarrow C_V = \frac{U^2}{Ra} \quad (5)$$

Pour calculer notre incertitude on utilise la méthode des dérivées partielles :

$$\begin{aligned} \delta C_V &= \left| \frac{\partial C_V}{\partial a} \right| \delta a + \left| \frac{\partial C_V}{\partial U} \right| \delta U \\ &= \frac{U^2}{Ra^2} \delta a + \frac{2U}{Ra} \delta U \end{aligned}$$

Le système étudié est {eau+vase}, ainsi, en supposant que les capacités thermiques s'additionnent, on a :

$$C_V = C_{eau} + C_{vase} \quad (6)$$

On a calculé C_V pour différentes masses d'eau, on peut donc écrire ce système :

$$\begin{aligned}
\begin{cases} C_{V1} = C_{eau1} + C_{vase} \\ C_{V3} = C_{eau3} + C_{vase} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} C_{vase} = C_{V1} - c_{eau}m_{eau1} \\ c_{eau}m_{eau3} = C_{V3} - C_{vase} \end{cases} \\
&\Rightarrow \begin{cases} C_{vase} = C_{V1} - \frac{(C_{V3}-C_{vase})}{m_{eau3}} \\ c_{eau} = \frac{C_{V3}-C_{vase}}{m_{eau3}} \end{cases} \\
&\Rightarrow \begin{cases} C_{vase}(m_{eau3} - m_{eau1}) = C_{V1}m_{eau3} - C_{V3}m_{eau1} \\ c_{eau} = \frac{C_{V3}-C_{vase}}{m_{eau3}} \end{cases} \\
&\Rightarrow \begin{cases} C_{vase} = \frac{C_{V1}m_{eau3}-C_{V3}m_{eau1}}{m_{eau3}-m_{eau1}} \\ c_{eau} = \frac{C_{V3}-C_{vase}}{m_{eau3}} \end{cases}
\end{aligned} \tag{7}$$

On détermine ensuite les incertitudes associées à C_{vase} et c_{eau} en utilisant la méthode de la dérivée :

$$\begin{aligned}
\delta C_{vase} &= \left| \frac{\partial C_{vase}}{\partial C_{V1}} \right| \delta C_{V1} + \left| \frac{\partial C_{vase}}{\partial C_{V3}} \right| \delta C_{V3} + \left| \frac{\partial C_{vase}}{\partial m_{eau3}} \right| \delta m_{eau3} + \left| \frac{\partial C_{vase}}{\partial m_{eau1}} \right| \delta m_{eau1} \\
&= \left| \frac{m_{eau3}}{-m_{eau1} + m_{eau3}} \right| \delta C_{V1} + \left| -\frac{m_{eau1}}{-m_{eau1} + m_{eau3}} \right| \delta C_{V3} \\
&+ \left| \frac{C_{V1}}{-m_{eau1} + m_{eau3}} - \frac{C_{V1}m_{eau3} - C_{V3}m_{eau1}}{(-m_{eau1} + m_{eau3})^2} \right| \delta m_{eau3} \\
&+ \left| -\frac{C_{V3}}{-m_{eau1} + m_{eau3}} + \frac{C_{V1}m_{eau3} - C_{V3}m_{eau1}}{(-m_{eau1} + m_{eau3})^2} \right| \delta m_{eau1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta c_{eau} &= \left| \frac{\partial c_{eau}}{\partial C_{V3}} \right| \delta C_{V3} + \left| \frac{\partial c_{eau}}{\partial C_{vase}} \right| \delta C_{vase} + \left| \frac{\partial c_{eau}}{\partial m_{eau3}} \right| \delta m_{eau3} \\
&= \frac{1}{m_{eau3}} \delta C_{V3} + \frac{1}{m_{eau3}} \delta C_{vase} + \left| -\frac{C_{V3} - C_{vase}}{m_{eau3}^2} \right| \delta m_{eau3}
\end{aligned}$$

On peut enfin réaliser les applications numériques pour déterminer la valeur de nos incertitudes :

$$\begin{aligned}
\delta C_{vase} &= 379 SI \\
\delta c_{eau} &= 486 SI
\end{aligned}$$

1.4 Interprétation

La valeur théorique de la capacité thermique massique de l'eau est $c_{vth} = 4185 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

2 Deuxième expérience : Capacités thermiques massiques de quelques solides

Le but de cette expérience est de déterminer la capacité massique du duralumin, du laiton, du téflon et du plexiglas. On utilisera pour cela la relation suivante :

$$T_f = \frac{C_0 T_0 + C_1 T_1}{C_0 + C_1} \quad (8)$$

avec C_0 la capacité thermique du système {eau+vase}, C_1 la capacité thermique du métal, T_0 la température initiale de l'eau, T_1 la température initiale du métal et T_f la température finale de l'eau.

2.1 Expérimentation

On place 450g d'eau dans le calorimètre et on mesure sa température après avoir agité. On place un morceau du solide qu'on souhaite étudier dans de l'eau bouillante, dont on mesure aussi la température. Après quelques minutes, on retire le solide de l'eau bouillante et on le met dans le calorimètre. On agite en continu l'eau tout en surveillant la température. On note cette dernière lorsqu'elle atteint un maximum. On retire ensuite le solide et on le pèse après l'avoir séché.

2.2 Données

On reprend les notations de l'équation (8). Les incertitudes sont données par la balance et le thermomètre. Pour tous les solides, on a $T_1 = 94.6 \pm 0.5^\circ C$

Solide	$m_{eau} \pm 0.1g$	$m_{solide} \pm 0.1g$	$T_0 \pm 0.5^\circ C$	$T_f \pm 0.5^\circ C$
Laiton	451.1	82.7	21.1	22.4
Téflon	451.1	32.5	22.3	23.4
Plexiglas	450.0	47.8	22.3	23.4
Duralumin	452.5	77.2	21.1	24.0

TABLE 1 – Mesures pour les différents solides de l'expérience 2

2.3 Exploitation des données

On calcule d'abord la capacité thermique C_0 du système {eau+vase} :

$$C_0 = c_{eau} m_{eau} + C_{vase} \quad (9)$$

On utilise la capacité thermique massique théorique de l'eau et la capacité du vase que nous avons calculé précédemment. On exprime l'incertitude sur la capacité thermique C_0 du système :

$$\begin{aligned} \delta C_0 &= \left| \frac{\partial C_0}{\partial m_{eau}} \right| \delta m_{eau} + \left| \frac{\partial C_0}{\partial C_{vase}} \right| \delta C_{vase} \\ &= c_{eau} \delta m_{eau} + \delta C_{vase} \end{aligned}$$

On cherche la capacité thermique molaire des matériaux. On va déterminer la capacité thermique du solide grâce à l'équation (8) :

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{C_0 T_0 + C_1 T_1}{C_0 + C_1} \Rightarrow T_f C_0 + T_f C_1 = C_0 T_0 + C_1 T_1 \\ &\Rightarrow C_1 (T_f - T_1) = C_0 (T_0 - T_f) \\ &\Rightarrow C_1 = \frac{C_0 (T_0 - T_f)}{T_f - T_1} \end{aligned}$$

On calcule l'incertitude associée :

$$\begin{aligned} \Delta C_1 &= \left| \frac{\partial C_1}{\partial C_0} \right| \Delta C_0 + \left| \frac{\partial C_1}{\partial T_0} \right| \Delta T_0 + \left| \frac{\partial C_1}{\partial T_1} \right| \Delta T_1 + \left| \frac{\partial C_1}{\partial T_f} \right| \Delta T_f \\ &= \frac{T_0 - T_f}{T_f - T_1} \Delta C_0 + \frac{C_0 T_f}{T_1 - T_f} \Delta T_0 + \frac{|C_0 T_f (T_0 - T_f)|}{(T_f - T_1)^2} \Delta T_1 + \frac{|C_0 ((T_f - T_1) - T_1 (T_0 - T_f))|}{(T_f - T_1)^2} \Delta T_f \end{aligned}$$

On peut calculer la capacité thermique massique pour chaque solide :

$$c_{solide} = \frac{C_1}{m_{solide}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \delta c_{solide} &= \left| \frac{\partial c_{solide}}{\partial C_1} \right| \delta C_1 + \left| \frac{\partial c_{solide}}{\partial m_{solide}} \right| \delta m_{solide} \\ &= \frac{\delta C_1}{m_{solide}} + \frac{C_1}{(m_{solide})^2} \delta m_{solide} \end{aligned}$$

Il faut maintenant calculer la masse molaire de chaque matériau. On a déjà la formule brute du plexiglas ($C_5H_8O_2$) et du téflon (C_2F_4). On a les masses molaires suivantes :

$$\begin{aligned} M_{plexiglas} &= 5M_C + 8M_H + 2M_O & M_{teflon} &= 2M_C + 4M_F \\ &= 5 \times 12 + 8 + 2 \times 16 & &= 2 \times 12 + 4 \times 19 \\ &= 100 \text{ g.mol}^{-1} & &= 100 \text{ g.mol}^{-1} \end{aligned}$$

Pour le laiton et le duralumin, il faut calculer la masse molaire du matériau à partir des proportions massique qu'on note w_i . On a :

$$M_{solide} = \frac{m_{totale}}{n_{totale}} \quad w_i = \frac{m_i}{m_{totale}}$$

Pour un alliage de métaux, on a :

$$\begin{aligned} n_{totale} &= \sum_i n_i = \sum_i \frac{m_i}{M_i} = \sum_i \frac{m_{totale} w_i}{M_i} \\ M_{solide} &= \frac{1}{\sum_i \frac{w_i}{M_i}} \end{aligned} \quad (11)$$

On fait l'application numérique pour le laiton et le duralumin avec :

-les fraction massiques pour le laiton : $w_{zinc} = 0.4$, $w_{plomb} = 0.02$, $w_{cuivre} = 0.58$

-les fractions massiques pour le duralumin : $w_{silicium} = 0.005$, $w_{fer} = 0.0035$, $w_{cuivre} = 0.04$, $w_{manganese} = 0.007$, $w_{magnesium} = 0.007$, $w_{zinc} = 0.0025$, $w_{aluminium} = 0.935$

On obtient :

$$M_{laiton} = 65.2 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$M_{duralumin} = 27.8 \text{ g.mol}^{-1}$$

On utilise maintenant les relations $c_{molaire} = c_{solide}M_{solide}$ et $\delta c_{molaire} = c_{solide}\delta M_{solide} + M_{solide}\delta c_{solide}$ puis on regroupe nos résultats dans un tableau.

Solide	$C_0(J.K^{-1})$	$C_1(J.K^{-1})$	$c_{solide}(J.kg^{-1}.K^{-1})$	$c_{molaire}(J.mol^{-1}.K^{-1})$
plexiglas				
téflon				
laiton				
duralumin				

3 Troisième expérience : Évaluation des fuites thermiques du calorimètre

Le but de cette expérience est d'évaluer les fuites thermiques du calorimètre. On va pour cela reproduire les paramètres d'expérimentations de la première expérience mais sans faire chauffer l'eau (sans brancher la résistance).

3.1 Expérimentation