Osservazione

$A \in M_n(K)$

Sia B una matrice ottenuta da A mediante un numero finito di operazioni elementari. Allora per il teorema in cui abbiamo elencato le proprieta' del determinante rispetto alle operazioni elementari si ha:

$$\det(A) \neq 0 \iff \det(B) \neq 0$$

Di conseguenza, se B é ridotta a gradini:

$$\det(A) \neq 0 \iff \det(B) \neq 0 \iff b_1^1 b_2^2 \dots b_n^n \neq 0$$

Perche' se B e' ridotta a gradini allora e' anche triangolare superiore

$$\iff \operatorname{rango}(B) = n$$

(Se il rango non fosse massimo, avremmo uno 0 sulla diagonale, e quindi andando ad applicare la proposizione otterremo una moltiplicazione per 0, e quindi un determinante uguale a 0)

Ma $\operatorname{rango}(B) = \operatorname{rango}(A)$, quindi:

$$\det(A) \neq 0 \iff \operatorname{rango}(A) = n$$