Def il rango della matrice A è la dimensione dello spazio vettoriale generato dalle colonne di A:

$$\text{rango}(A) = \rho(A) \overset{\text{def}}{=} \dim \mathcal{L}(\underline{a}_1, \dots, \underline{a}_n)$$

Esempi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{a}_3 = \underline{a}_1 + \underline{a}_2$$

$$\dim \mathcal{L}(\underline{a}^1, \underline{a}^2, \underline{a}^3) = 2$$

$$\dim \mathcal{L}(\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4) \leq 3$$

$$\leq \mathbb{R}^3$$

$$\alpha_1(2,-1,1) + \alpha_2(0,1,1) + \alpha_3(1,2,3) + \alpha_4(3,-1,2) = (0,0,0)$$

$$(2\alpha_1 + \alpha_3 + 3\alpha_4, -\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 - \alpha_4, \alpha_1 + \alpha_2 + 3\alpha_3 + 2\alpha_4) \dots\dots$$