

$T: V \rightarrow W$ isomorfismo

(v_1, \dots, v_t) t -upla di vettori di V

\Rightarrow iniettività

(v_1, \dots, v_t) è lin. indep. $\Leftrightarrow (T(v_1), \dots, T(v_t))$ è lin. indep.

In particolare: $\phi_B: V \rightarrow K^n$

(v_1, \dots, v_t) è lin. indep. $\Leftrightarrow (\phi_B(v_1), \dots, \phi_B(v_t))$ è lin. indep.

Esempio $V = M_2(\mathbb{R})$ $B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \phi_B \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = (a, b, c, d)$$

$$S = \left(\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \right) \text{ è lin. indep. } \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi_B(S) = \left((7, 2, -5, 3), (1, 3, 0, 2), (6, -1, -5, 1) \right) \text{ è lin. indep.}$$