Corso di Geometria (gruppo H-Z) A.A. 2019-2020
Laurea in Informatica

Test di Autovalutazione Uno

1. Dati lo spazio vettoriale numerico $\mathbb{R}^3$ e l'insieme di vettori $S = \{(1,2,1),(1,3,0)\}$, quale dei seguenti vettori appartiene alla chiusura lineare di S?
   (a) $(0,0,2)$; (b) $(0,1,-1)$; (c) $(0,1,2)$; (d) $(1,0,0)$;

2. Quale dei seguenti insiemi di vettori è una base dello spazio vettoriale numerico $\mathbb{R}^2$?
   (a) $\{(1,0),(0,0)\}$; (b) $\{(0,1),(1,-1)\}$; (c) $\{(1,2)\}$; (d) $\{(3,1),(1,1),(-1,1)\}$.

3. Sia $(\mathbb{R}[x],+,\cdot)$ lo spazio vettoriale dei polinomi in una variabile a coefficienti reali con le operazioni usuali. Dire quale dei seguenti insiemi è linearmente indipendente:
   (a) $\{0,1+4x^7\}$ (b) $\{1+x,2+2x\}$; (c) $\{1+x,x+x^2\}$.

4. Quale dei seguenti insiemi è una base di $\mathbb{R}^3$?
   (a) $\{(0,1,2),(0,1,0)\}$; (b) $\{(1,1,-1),(0,1,1),(1,0,0)\}$; (c) $\{(1,-2,2),(1,0,1),(0,-2,1)\}$;
   (d) $\{(1,0,0),(0,1,2),(0,1,1),(2,1,1)\}$.

5. Nello spazio vettoriale reale $\mathbf{V}$ dei vettori liberi della geometria elementare, siano u_1, u_2 due vettori linearmente indipendenti.
   (a) Gli insiemi $\{u_1, u_1+3u_2\}$ e $\{u_1-u_2, u_2\}$ generano lo stesso sottospazio vettoriale? ○ Sì ○ No
   (b) L'insieme $\{\alpha u_1+u_2 : \alpha\in\mathbb{R}\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{V}$? ○ Sì ○ No
   (c) I vettori u_1 e u_2 sono paralleli? ○ Sì ○ No

6. Qual è il vettore delle componenti di $u = 1-x-x^2$ nella base ordinata $\mathcal{B} = (1-x, 2+2x+x^2, 1+x)$ dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^2[x]$ dei polinomi su $\mathbb{R}$ in una variabile x di grado ≤ 2?
   (a) $(0,1,1)$; (b) $(1,2,0)$; (c) $(1,-1,2)$.

7. Si consideri il riferimento $\mathcal{R} = ((1,1),(-2,1))$ di $\mathbb{R}^2$. È vero che il vettore delle componenti di $v = (1,-2)$ in $\mathcal{R}$ è $(1,1)$? ○ Sì ○ No

8. Nello spazio vettoriale numerico $\mathbb{R}^3$, quali delle seguenti somme di sottospazi è diretta?
   (a) $\mathcal{L}((1,2,2))+\mathcal{L}((0,1,1),(1,1,1))$ (b) $\mathcal{L}((1,-1,0))+\mathcal{L}((2,0,1))$
   (c) $\mathcal{L}((1,2,0))+\mathcal{L}((0,1,1),(1,1,1))$

9. Si considerino i sottospazi vettoriali $W_1 = \mathcal{L}((1,1,0))$ e $W_2 = \mathcal{L}((0,1,1))$ di $\mathbb{R}^3$. È vero che il vettore $(2,1,1)$ appartiene a $W_1 \cap W_2$? ○ Sì ○ No

10. Si considerino i due sottospazi $U = \mathcal{L}((1,-2,1))$ e $W = \mathcal{L}((0,0,0),(2,-1,1))$ di $\mathbb{R}^3$. È vero che il vettore $v = (1,1,0)$ appartiene allo spazio somma $U+W$? ○ Sì ○ No

11. In uno spazio vettoriale V di dimensione 4 su un campo K siano W e U sottospazi tali che $\dim(W) = 3$ e $\dim(U) = 2$, è possibile che $U\cap W$ abbia dimensione 0? ○ Sì ○ No

12. Sia $S = \{v_1,\ldots,v_t\}$ un sistema di generatori di uno spazio vettoriale V su un campo K. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
    (a) Un insieme linearmente dipendente contiene un numero di vettori maggiore di o uguale a t.
    (b) Un insieme linearmente indipendente contiene un insieme di vettori minore di o uguale a t.
    (c) S è una base di V.

13. Essendo la dimensione di uno spazio vettoriale V finitamente generato su un campo K la cardinalità di una sua qualsiasi base, è vero che essa coincide col *massimo numero di vettori linearmente indipendenti in V*? ○ Si ○ No