

Teorema

$$\det(A) \neq 0 \iff A \text{ è invertibile}$$

Dim " \Leftarrow "

Per ipotesi $\exists A^{-1} \in M_n(K) : A \cdot A^{-1} = I_n = A^{-1} \cdot A$

Per Binet: $|A^{-1} A| = |I_n| = 1 = |A^{-1}| |A|$

Allora $|A| \neq 0$ e $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

" \Rightarrow "

$$A^\# = \begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 & \dots & A_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_n^1 & A_n^2 & \dots & A_n^n \end{pmatrix}$$

Tesi: $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} {}^t(A^\#)$

Basta usare il teorema generalizzato di Laplace \square