ESERCIZI 7

1. Sia Σ un sistema di m equazioni lineari su un campo K in n incognite.

(i) Cosa è una soluzione di Σ?
(ii) Cosa vuol dire che Σ è compatibile?
(iii) Conosce un criterio che caratterizza la compatibilità di Σ?
(iv) Se Σ' è un altro sistema di equazioni lineari su K nello stesso numero n di incognite, cosa vuol dire che Σ e Σ' sono equivalenti?

2. Risolvere i seguenti sistemi di equazioni lineari:

$$\begin{cases} \quad y \; +2z = -1 \\ 2x - y - z = 1 \\ \quad y + 3z = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 0 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

3. Risolvere i seguenti sistemi di equazioni lineari al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + \lambda z = 0 \\ \lambda x + y + 2z = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y + z = 1 \\ \lambda x + y - z = 0 \\ x - y + \lambda z = \lambda. \end{cases}$$

4. Dimostrare che l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo su un campo K in n incognite è un sottospazio vettoriale di K^n.