

ESERCIZI 10

1. Cosa è uno spazio affine su un campo K ? Cosa è un suo sottospazio affine? Dire quale caratterizzazione si conosce per un sottospazio affine.
2. Dato uno spazio affine, dire cosa è un suo riferimento cartesiano e cosa sono le coordinate di un punto in un riferimento cartesiano fissato. Inoltre, dire come si rappresenta un sottospazio affine in un riferimento cartesiano fissato dello spazio affine ambiente.
3. Fissato un riferimento cartesiano di un piano affine, si considerino i punti $A(1, -1)$, $B(-1, -3)$ e $C(1, 1)$. Determinare le componenti del vettore \overrightarrow{AB} e quelle del vettore \overrightarrow{BC} . Dire se A , B e C sono allineati (tre punti si dicono allineati se appartengono a una stessa retta).
4. Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio affine di dimensione 3, si considerino i punti $A(1, 0, 3)$ e $B(2, 1, 2)$. Determinare un punto C tale che il triangolo di vertici A , B e C sia rettangolo in B .
5. Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio affine di dimensione 3, si considerino i punti $A(1, -1, 2)$, $B(2, 1, -1)$, $C(0, 1, 2)$. Tenendo conto del fatto che due vettori sono paralleli se formano un insieme linearmente dipendente,
 - (i) Determinare un punto D tale che il vettore \overrightarrow{CD} sia parallelo al vettore \overrightarrow{AB} .
 - (ii) Determinare il punto E tale che il vettore \overrightarrow{CE} sia uguale al vettore \overrightarrow{AB} .
6. Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio affine di dimensione 2, si considerino i punti $A(1, 1)$, $B(2, 2)$, $C(0, 0)$, $D(3, -2)$.
 - (1) Dire se tra i punti dati ce ne sono tre allineati (ossia, che sono contenuti in una stessa retta) e, in tal caso, scrivere la retta che contiene i tre punti.
 - (2) Rappresentare la retta r per B e D .
 - (3) Rappresentare la retta s per C di vettore direzionale $\mathbf{v}(0, 1)$ (ossia, la sua giacitura è generata da \mathbf{v}).
 - (4) Rappresentare la retta per D con stessa giacitura della retta s .
7. Fissato un riferimento cartesiano in uno spazio affine di dimensione 3:
 - (1) rappresentare la retta passante per $P(1, 3, -2)$ e con giacitura $\mathcal{L}(v(2, 0, 1))$;
 - (2) rappresentare il piano (sottospazio di dimensione 2) per il punto $Q(2, 1, 1)$ e giacitura $\mathcal{L}(u(3, 1, 2), u'(1, 1, 1))$; dimostrare che la giacitura della retta considerata nel punto (1) è contenuta nella giacitura di questo piano;
 - (3) rappresentare la retta s per $C(2, 1, 0)$ e con giacitura $\mathcal{L}(v(2, 3, 1))$; determinare l'intersezione di questa retta con il piano considerato al punto (2).
8. Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio affine di dimensione 3, si considerino la retta $s : \begin{cases} x + z + 2 = 0 \\ -x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ e il punto $B(1, 0, 1)$.
 - (a) Calcolare un vettore direzionale di s .
 - (b) Dire se la retta $s' : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ è incidente, parallela o sghemba con s (due rette sono sghembe se non sono incidenti e non sono parallele).
 - (c) Determinare il piano per B contenente s . Questo piano è parallelo a s' ?
 - (d) Determinare una retta r passante per B e incidente s . Rappresentare il piano che contiene r ed s .