Consideriamo l'endomorfismo

$$T : \underset{\mathcal{B}}{V} \longrightarrow \underset{\mathcal{B}'}{V} \quad \text{appl. lineare}$$

In questo caso possiamo <u>scegliere</u> $\mathcal{B} = \mathcal{B}'$

e considerare $M_{\mathcal{B}}(T) = A$

Sappiamo:

$$\forall u \in V, \quad (x_1, \dots, x_n) = \phi_{\mathcal{B}}(u)$$
$$(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = \phi_{\mathcal{B}}(T(u))$$

Posso poi fissare $\bar{\mathcal{B}}$ altra base ordinata di $V$

Sappiamo:

$$\forall u \in V, \quad (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = \phi_{\bar{\mathcal{B}}}(u)$$
$$(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n) = \phi_{\bar{\mathcal{B}}}(T(u))$$

$$M_{\bar{\mathcal{B}}}(T) = \bar{A}$$

$$A\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix}, \quad \bar{A}\begin{pmatrix}\bar{x}_1\\ \vdots\\ \bar{x}_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{y}_1\\ \vdots\\ \bar{y}_n\end{pmatrix}$$

Sia $P = M_{\mathcal{B}\bar{\mathcal{B}}}(id_V)$ $\quad P\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{x}_1\\ \vdots\\ \bar{x}_n\end{pmatrix}, P\begin{pmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{y}_1\\ \vdots\\ \bar{y}_n\end{pmatrix}$

$$\bar{A}P\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}=P\begin{pmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix} \underset{\substack{\uparrow\\ P \text{ invertibile}}}{\iff} \underbrace{(P^{-1}\bar{A}P)}_{= A}\begin{pmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y_1\\ \vdots\\ y_n\end{pmatrix}$$

Quindi

<u>Proposizione</u>

Sia $T: V \to V$ un endomorfismo, $\dim V = n$ e siano $\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ basi ordinate di $V$.

Se $A = M_{\mathcal{B}}(T)$ e $\bar{A} = M_{\bar{\mathcal{B}}}(T)$ allora

$$\exists\, P \in M_n(K) \text{ invertibile t.c. } A = P^{-1}\bar{A}P.$$

Si puo' dimostrare che vale anche l'inverso. (teorema 5.38 libro)

## Def

Due matrici quadrate $A, \bar{A} \in M_n(K)$ si dicono simili se esiste una matrice invertibile $P \in M_n(K)$ t.c.

$$A = P^{-1} \bar{A} P$$

Quindi la proposizione ci dice che matrici associate ad un endomorfismo in basi ordinate fissate (uguali per dominio e codominio) sono SIMILI.