Rappresentazione di sottospazi affini: (V, A, π) $\dim A = n$

Sia $\mathcal{H}$ un sottospazio affine, $\mathcal{H} = (P_0, \vec{H}) = \{Q \in A \mid \overrightarrow{P_0 Q} \in \vec{H}\}$, $\dim \mathcal{H} = h$

Proposizione

Esiste un sistema lineare di n-h equazioni in n incognite, $\Sigma: Ax = \underline{b}$, con rango(A) = h, tale che $S = \{$ vettori delle coordinate dei punti di $H\}$ in un riferimento cartesiano $\mathcal{R} = (O, \mathcal{B})$ fissato.

Dim

$$Q \equiv_{\mathcal{R}} (x_1, \dots, x_n) \in A, \qquad P_0 \equiv_{\mathcal{R}} (a_1, \dots, a_n)$$

$$Q \in \mathcal{H} \iff \overrightarrow{P_0 Q} \in \vec{\mathcal{H}} \iff \phi_{\mathcal{B}}(\underbrace{\overrightarrow{P_0 Q}}_{(x_1, \dots, x_n) - (a_1, \dots, a_n)}) \in \phi_{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{H}}) \iff$$

$$\iff (x_1 - a_1, \dots, x_n - a_n) \in \phi_{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{H}}) \subseteq K^n$$

Sappiamo che esiste un sistema lineare omogeneo di n-h equazioni in n incognite $\Sigma_0 : Ax = 0$ t.c.

$$S_0 = \phi_{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{H}})$$

Allora: $Q \in \mathcal{H} \iff A \begin{pmatrix} x_1 - a_1 \\ \vdots \\ x_n - a_n \end{pmatrix} = 0 \iff A \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$

Prendo $\underline{b} = A \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$, $\Sigma: Ax = \underline{b}$ ▨

Rappresentazione di $\mathcal{H}$ in $\mathcal{R}$