

Osservazione (importante) si può dimostrare:

(Esercizio)

$$T: V \rightarrow W \text{ appl. lineare}$$

a) X sottospazio vett. di $V \Rightarrow T(X)$ è sott. vett. di W

b) Y sott. vett. di $W \Rightarrow T^{-1}(Y)$ è sott. vett. di V

$$\{u \in V \mid T(u) \in Y\}$$

$$T: V \rightarrow W \text{ appl. lineare}$$

$$\text{Im } T = T(V) = \{w \in W \mid \exists u \in V \mid T(u) = w\} = \{T(u) \mid u \in V\}$$

V è sottospazio vett. di $V \Rightarrow T(V)$ è sott. vett. di W

oss. (a)

$$\text{Ker } T = \{u \in V \mid T(u) = \underline{0}_W\} = T^{-1}(\{\underline{0}_W\})$$

$$\{\underline{0}_W\} \text{ è sott. vett. di } W \Rightarrow T^{-1}(\{\underline{0}_W\}) \text{ è sott. vett. di } V$$

oss. (b) // Y
// Ker T

Quindi:

$$\text{Im } (T) \text{ è sott. vett. di } W$$

$\text{Ker}(T)$ è sott. vett. di V