

Teorema di Laplace (Senza dim)

$$A \in \mathbb{M}_n(K)$$

$$\det(A) = a_{i1}^i A_1^i + a_{i2}^i A_2^i + \dots + a_{in}^i A_n^i = \sum_{h=1}^n a_{ih}^i A_h^i$$

Sviluppo di Laplace rispetto
alla riga i-esima

$$= a_{j1}^j A_1^j + a_{j2}^j A_2^j + \dots + a_{jn}^j A_n^j = \sum_{h=1}^n a_{jh}^j A_h^j$$

Sviluppo di Laplace rispetto
alla riga j-esima

Esempio

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

calcolo usando Laplace rispetto
alla 3a riga

$$\det(A) = 0 + 1 \cdot A_2^3 + 2 \cdot A_3^3 = (-1)^5 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot (-1)^6 \det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= - (10 + 12) + 2(4 - 4) = -22$$