# Esempi

1) $T: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}[x]$ appl. lineare

per il teorema

$$4 = \dim Ker(T) + \dim Im(T) \Rightarrow \dim Im(T) \leq 4$$

$T$ non è suriettiva

2) $\tilde{T}: K^n \longrightarrow K^m$ appl. lineare

$$\dim K^n = n = \dim Ker(\tilde{T}) + \dim Im(\tilde{T})$$

Come in 1, si ha $Im(\tilde{T}) \leq n$

Se $n \leq m$, può accadere che $\tilde{T}$ sia suriettiva?

In questo caso:

$$\dim Im(\tilde{T}) \leq n < m \Rightarrow \tilde{T} \text{ non è suriettiva}$$

Per il teorema:

$$\dim Ker(\tilde{T}) > 0, \text{ per cui } \tilde{T} \text{ non è iniettiva}$$

Ricordiamo: $T: V \longrightarrow W$ appl. lineare, $\dim V = n$

$$\dim(V) = n = \dim \mathrm{Ker}(T) + \dim \mathrm{Im}(T) \qquad (*)$$

Possiamo dire:

$$T \text{ è iniettiva} \Longleftrightarrow \mathrm{Ker}(T) = \{\underline{0}\} \Longleftrightarrow \dim \mathrm{Ker}(T) = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\dim \mathrm{Im}(T) = n$$

Allora, se $\dim V = n = \dim(W)$, si ha:

$$T \text{ è iniettiva} \Longleftrightarrow \dim \mathrm{Ker}(T) = 0 \Longleftrightarrow \dim \mathrm{Im}(T) = n$$

$$/\!/$$

$$T \text{ è suriettiva} \Longleftrightarrow \dim(W)$$