

Teorema di Kromeker (orlati, no dim.)

$$\text{rang}(A) = k \iff$$

Esiste un minore di A di ordine k con det. non nullo, i cui orlati hanno tutti det nullo.

Esempio

$$A = \begin{matrix} & & \begin{matrix} 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Qual è il rang di A?

$$\pi = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad |\pi| = -6 \neq 0$$

$$\text{rang}(A) = 3$$

Orlo con righe 3 e colonne 1

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$|B| = 6 + 3(-2) = 0$$

Qualunque altro orlato avrà det. nullo, quindi possiamo dire che $\text{rang}(A) = 3$