Sia $\mathbb{N}_n = \{1, \dots, n\}$. Una permutazione di $\mathbb{N}_n$ è una applicazione biettiva di $\mathbb{N}_n$ in sé.

$$P_n = \{ \rho : \mathbb{N}_n \to \mathbb{N}_n \mid \rho \text{ è biettiva} \}$$

Esempi:

$n = 1$ $\qquad \rho : \{1\} \to \{1\}$

$n = 2$ $\qquad \rho_1 : \{1, 2\} \to \{1, 2\}$ $\qquad \rho_2 : \{1, 2\} \to \{1, 2\}$

$\qquad \{1\} \to \{1\}$ $\qquad \{1\} \to \{2\}$

$\qquad \{2\} \to \{2\}$ $\qquad \{2\} \to \{1\}$

<u>Osservazione</u>

Il numero di permutazioni è: $|P_n| = n!$

Una permutazione presenta una inversione se:

$$\exists\, i, j \in \{1, \dots, n\} \text{ tali che } i < j \text{ e } \rho(i) > \rho(j)$$

<u>Esempio</u>

$n = 3$ $\qquad \rho = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ \rho(1) & \rho(2) & \rho(3) \end{pmatrix} \to 1 < 2 \text{ ma } \overset{3}{\rho(1)} > \overset{1}{\rho(2)}$

Segno della permutazione:

$$\mathrm{sign}(\rho) = \begin{cases} -1, & \text{se } \rho \text{ ha un numero dispari di inversioni} \\ 1, & \text{altrimenti} \end{cases}$$