

$$\begin{cases} x - y + 2z + t = 1 \\ -x + y + z - 2t = 0 \\ 2x - 2y - z + 2t = 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\pi_2 = \pi_2 + \pi_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\pi_3 = \pi_3 - 2\pi_1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x - y + 2z + t = 1 \\ 3z - t = 1 \rightarrow t = 3z - 1 \\ -5z = -1 \rightarrow z = \frac{1}{5} \end{cases} \downarrow$$

$$t = -\frac{2}{5}$$

$$\begin{cases} x - y + 2z + 3z = 2 \rightarrow x = y + 1 \\ t = -\frac{2}{5} \\ z = \frac{1}{5} \end{cases} \rightarrow y = x - 1$$

$S = (y + 1, x - 1, \frac{1}{5}, -\frac{2}{5})$  Non è un sottospazio  
vettoriale perché  
 $(0, 0, 0, 0) \notin S$