Sistemi di equazioni lineari

$A \in M_{m\times n}(K)$ $\quad \underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \in M_{m\times 1}(K)$ $\quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

Variabili

$\Sigma : Ax = b \qquad A = (a^i_j)$

$$(*) \quad \Sigma : \begin{cases} a^1_1 x_1 + \dots + a^1_n x_n = b_1 \\ a^2_1 x_1 + \dots + a^2_n x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a^m_1 x_1 + \dots + a^m_n x_n = b_m \end{cases}$$

$$(**) \quad \begin{array}{l} f_1 \\ f_2 \\ \\ f_m \end{array} \begin{cases} a^1_1 x_1 + \dots + a^1_n x_n - b_1 = 0 \\ a^2_1 x_1 + \dots + a^2_n x_n - b_2 = 0 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a^m_1 x_1 + \dots + a^m_n x_n - b_m = 0 \end{cases}$$

$\Sigma$ é un sistema di equazioni lineari a coefficienti nel campo $K$ e in $n$ variabili $x_1, \dots, x_n$

<u>def.</u> Una soluzione di $\Sigma$ é una $n$-upla $(y_1, \dots, y_n) \in K^n$ di scalari che, sostituiti ordinatamente alle $n$ variabili soddisfano le equazioni di $\Sigma$:

$\forall i \in \{1, \dots, m\}, \quad a^i_1 y_1 + a^i_2 y_2 + \dots + a^i_n y_n = b_i$

oppure

$\forall i \in \{1, \dots, m\} \qquad f_i(y_1, \dots, y_n) = 0$