Esercizi 4. pdf

AutoValutazioneUno. pdf

V sp. vett. su un campo K $\qquad \dim(V) = n$

$\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ base ordinata (opp. riferimento (vettoriale))

Abbiamo già dimostrato il seguente fatto:

$$\forall u \in V, \quad \exists! (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in K^n : u = \alpha_1 e_1 + \dots + \alpha_n e_n \qquad (*)$$

NB: $\dim V = \dim K^n$

$$\phi_{\mathcal{B}} : \quad V \longrightarrow K^n$$

$$u \longmapsto (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$ vettore delle COMPONENTI di u in $\mathcal{B}$

$$u = \alpha_1 e_1 + \dots + \alpha_n e_n$$

è un'applicazione iniettiva e suriettiva.

- $\phi_{\mathcal{B}}$ è suriettiva:

  $\forall (\beta_1, \dots, \beta_n) \in K^n$, basta considerare il vettore $v = \beta_1 e_1 + \dots + \beta_n e_n$ per cui $\phi_{\mathcal{B}}(v) = (\beta_1, \dots, \beta_n)$

- ϕ è iniettiva: $\quad u = \alpha_1 e_1 + \dots + \alpha_n e_n, \ \phi_{\mathcal{B}}(u) = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$
  $v = \beta_1 e_1 + \dots + \beta_n e_n, \ \phi_{\mathcal{B}}(v) = (\beta_1, \dots, \beta_n)$

$$\phi_{\mathcal{B}}(u) = \phi_{\mathcal{B}}(v) \Rightarrow (\alpha_1, \dots, \alpha_n) = (\beta_1, \dots, \beta_n) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad u = \alpha_1 e_1 + \dots + \alpha_n e_n = \beta_1 e_1 + \dots + \beta_n e_n = v$$

$\square$