

## TD2 : Résolution des programmes linéaires

### Exercice 1

Résoudre graphiquement les programmes linéaires suivants :

$$(P_1) \begin{cases} \text{Min } -10x_1 - 20x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 39 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \text{Min } -50x_1 - 30x_2 \\ \text{sujet à} \\ 10x_1 + 6x_2 \leq 45 \\ 4x_1 + 6x_2 \leq 36 \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 27 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(P_3) \begin{cases} \text{Min } -7x_1 - 7x_2 \\ \text{sujet à} \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ 4x_1 - 9x_2 \leq 12 \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (P_4) \begin{cases} \text{Min } -3x_1 + 5x_2 \\ \text{sujet à} \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ 4x_1 - 9x_2 \leq 12 \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### Exercice 2

Mettre sous forme standard les programmes linéaires suivants :

$$(P_1) \begin{cases} \text{Min } x_1 + x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 \geq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 25 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \text{Max } 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 + 2x_2 \geq 15 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$(P_3) \begin{cases} \text{Min } 5x_1 + 6x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 9 \\ x_1 \leq 5 \\ x_2 \geq 5 \end{cases} \quad (P_4) \begin{cases} \text{Max } 10x_1 + 30x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 + 3x_2 \leq 34 \\ x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

### Exercice 3

Appliquer la méthode primale de Simplexe pour résoudre les programmes linéaires suivants :

$$(P_1) \begin{cases} \text{Max } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \text{Max } -10x_1 - 15x_2 - 25x_3 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 16 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 48 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$(P_3) \begin{cases} \text{Max } 3x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 \\ \text{sujet à} \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \leq 3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \quad (P_4) \begin{cases} \text{Min } -6x_1 - 4x_2 \\ \text{sujet à} \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ x_1 + 4x_2 \leq 22 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### Exercice 4

Appliquer la méthode des deux phases du Simplexe pour résoudre les programmes linéaires suivants :

$$(P_1) \begin{cases} \text{Min } 2x_1 - x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 - 2x_2 = 2 \\ x_1 - 3x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \text{Min } -2x_1 - 2x_2 \\ \text{sujet à} \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ -13x_1 - 21x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

#### Exercice 5

Ecrire le dual des problèmes linéaires suivants :

$$(P_1) \begin{cases} \text{Max } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 20 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 20 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} \text{Max } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \geq 20 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 20 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$
  

$$(P_3) \begin{cases} \text{Min } 2x_1 - x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 - 2x_2 = 2 \\ x_1 - 3x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (P_4) \begin{cases} \text{Min } 4x_1 + 3x_2 \\ \text{sujet à} \\ x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_2 \geq 1 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$