TP2 : CPLEX en mode OPL

Exercice 1
Une entreprise de construction doit affecter 4 ouvriers à 4 tâches. Le tableau ci-dessous indique l'efficacité de la personne si elle est affectée à la tache. Une barre indique que la personne n'est pas qualifiée par la tâche.

	Tâche 1	Tâche 2	Tâche 3	Tâche 4
Ouvrier 1	45	–	–	30
Ouvrier 2	50	55	15	–
Ouvrier 3	–	60	25	75
Ouvrier 4	45	–	–	35

1. Ecrire ce programme mathématique en OPL dans fichier **affectation.mod**
2. Ecrire un fichier **affectation.dat** représentant les données.
3. Résoudre cette instance sous OPL Studio.

Exercice 2 (Problème diététique)
Il s'agit d'un régime alimentaire garantissant un apport suffisant en éléments nutritifs. On considère :

- n aliments au prix unitaire de $c_j (j = 1, ..., n)$,
- m éléments nutritifs,
- q_{ij} la quantité du ième élément nutritif contenue dans une unité du jème aliment,
- d_i quantité minimale requise de l'élément nutritif $i (i = 1, ..., m)$,
- x_j variable de décision représentant la quantité de l'aliment j à acheter

Une modélisation mathématique du problème est :

$$\begin{cases} \text{Min } \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \text{s.c :} \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_j \geqslant d_i, \quad \forall i \in \{1, ..., m\} \\ x_j \geqslant 0, \quad j \in \{1, ..., n\} \end{cases}$$

1. Ecrire ce programme mathématique en OPL dans fichier **diet.mod**
2. On prend $m = 3, n = 3, c = [15, 17, 16], q = [[8, 13, 7], [12, 7, 3], [12, 21, 8]], d = [8, 7, 6]$. Ecrire un fichier **diet.dat** représentant les données de cette instance.
3. Résoudre cette instance sous OPL Studio.

Exercice 3
Une entreprise dispose de quatre entrepôts (E_1, E_2, E_3, E_4) pour des unités destinées à satisfaire la demande de quatre clients (C_1, C_2, C_3, C_4). Le nombre d'unités disponibles à chaque entrepôt et les demandes des clients sont spécifiés dans le tableau suivant qui contient également le coût du transport d'un item de chaque entrepôt à chaque client.

	Client 1	Client 2	Client 3	Client 4	Disponibilité
Entrepôt 1	5	6	4	2	10
Entrepôt 2	2	300	1	3	20
Entrepôt 3	3	4	2	1	20
Entrepôt 4	2	1	3	2	10
Demande	20	10	10	20	

1. Ecrire ce programme mathématique en OPL dans fichier **transport1.mod**

2. Ecrire un fichier **transport1.dat** représentant les données.
3. Résoudre cette instance sous OPL Studio.

Exercice 4

La formulation MTZ (Miller-Tucker-Zemlin) du problème de voyageur de commerce (TSP) peut être présentée comme suit :

On considère les variables de décisions :

x_{ij} : variable binaire égale 1 si l'arc (i, j) fait partie du tour du voyageur, 0 sinon

u_i : variable entière qui définit l'ordre dans lequel la ville i est visité

$$\begin{cases} \text{Min } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij} \\ \text{s.c :} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, ..., n\} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in \{1, ..., n\} \\ u_i - u_j + (n-1)x_{ij} \leqslant n-2, \quad \forall i, j \in \{2, ..., n\} \\ 1 \leqslant u_i \leqslant n, \quad \forall i \in \{1, ..., n\} \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

1. Ecrire ce programme mathématique en OPL dans fichier **tspmtz.mod**
2. Cacluler en fonction de n le nombre de contraintes et le nombre de variables de décisions de cette formulation
3. Résoudre les instances *bays29* et *eil51*

Exercice 5

La formulation SSB (Sarin-Sherali-Bhootra) du problème de voyageur de commerce (TSP) peut être présentée comme suit :

On considère les variables de décisions :

x_{ij} : variable binaire égale 1 si l'arc (i, j) fait partie du tour du voyageur, 0 sinon

u_{ij} : variable binaire égale à 1 si la ville i précède (pas nécessairement immédiatement) la ville j, 0 sinon.

$$\begin{cases} \text{Min } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ij} \\ \text{s.c :} \\ \sum_{j=1, j\neq i}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, ..., n\} \\ \sum_{i=1, i\neq j}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in \{1, ..., n\} \\ u_{ij} \geqslant x_{ij}, \quad \forall i, j \in \{2, ..., n\}, i \neq j \\ u_{ij} + u_{ji} = 1, \quad \forall i, j \in \{2, ..., n\}, i \neq j \\ u_{ij} + u_{jk} + u_{ki} \leqslant 2, \quad \forall i, j, k \in \{2, ..., n\}, i \neq j, j \neq k \\ x_{ij}, u_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

1. Ecrire ce programme mathématique en OPL dans fichier **tspssb.mod**
2. Cacluler en fonction de n le nombre de contraintes et le nombre de variables de décisions de cette formulation et faire une comparaison avec la formulation MTZ
3. Résoudre les instances *bays29* et *eil51* et comparer les temps de résolution de chaque instance pour les deux formulations MTZ et SSB