DEVOIR MAISON

Théorie des Langages - Devoir Maison - TD1 - Exercice 4
3e année Cybersécurité - École Supérieure d'Informatique et du Numérique (ESIN)
Collège d'Ingénierie & d'Architecture (CIA)

Étudiant :	HATHOUTI Mohammed Taha
Filière :	Cybersecurité
Année :	2025/2026
Enseignants :	Mme.LASRI
Date :	14 février 2026

Table des matières

1 EXERCICE 4 : Opérations sur les ensembles - Diagramme de Venn

Analyse du diagramme

D'après le diagramme de Venn fourni, on peut identifier la position de chaque élément :

- $a \in A$ mais $a \notin B$ et $a \notin C$ (dans A uniquement)
- $b \notin A$, $b \notin B$, $b \notin C$ (en dehors de tous les ensembles)
- $c \in B$ mais $c \notin A$ et $c \notin C$ (dans B uniquement)
- $d \in A \cap B$ mais $d \notin C$ (dans l'intersection de A et B seulement)
- $e \in A \cap B \cap C$ (dans l'intersection des trois ensembles)
- $f \in A \cap C$ mais $f \notin B$ (dans l'intersection de A et C seulement)
- $g \in B \cap C$ mais $g \notin A$ (dans l'intersection de B et C seulement)
- $h \in C$ mais $h \notin A$ et $h \notin B$ (dans C uniquement)

Vérification des assertions

1. $g \in A \cap \overline{B}$
   FAUX.
   D'après le diagramme, $g \in B \cap C$ mais $g \notin A$.
   Pour que $g \in A \cap \overline{B}$, il faudrait que $g \in A$ et $g \notin B$.
   Or, $g \notin A$ et $g \in B$, donc l'assertion est fausse.

2. $g \in \overline{A} \cap \overline{B}$
   FAUX.
   On sait que $g \in B \cap C$ et $g \notin A$.
   Donc $g \in \overline{A}$ (vrai), mais $g \in B$, donc $g \notin \overline{B}$ (faux).
   Pour que l'assertion soit vraie, il faudrait que $g \notin A$ ET $g \notin B$, ce qui n'est pas le cas.

3. $g \in \overline{A} \cup \overline{B}$
   VRAI.
   On a $g \notin A$, donc $g \in \overline{A}$.
   Puisque $g \in \overline{A}$, alors $g \in \overline{A} \cup \overline{B}$ (l'union contient tous les éléments qui sont dans au moins un des deux ensembles).

4. $f \in C \setminus A$
   FAUX.
   D'après le diagramme, $f \in A \cap C$ (f est dans l'intersection de A et C).
   L'ensemble $C \setminus A$ contient les éléments qui sont dans C mais pas dans A.
   Or, $f \in A$ et $f \in C$, donc $f \notin C \setminus A$.

5. $e \in \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
FAUX.
D'après le diagramme, $e \in A \cap B \cap C$ (e est au centre, dans l'intersection des trois ensembles).
Donc $e \in A$, $e \in B$ et $e \in C$.
Par conséquent, $e \notin \overline{A}$, $e \notin \overline{B}$ et $e \notin \overline{C}$.
L'assertion est donc fausse.

6. $\{h, b\} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$
VRAI.
Vérifions pour chaque élément :
   - Pour h : D'après le diagramme, $h \in C$ mais $h \notin A$ et $h \notin B$.
     Donc $h \in \overline{A}$ et $h \in \overline{B}$, d'où $h \in \overline{A} \cap \overline{B}$ ✓
   - Pour b : D'après le diagramme, b est en dehors de tous les ensembles.
     Donc $b \notin A$, $b \notin B$ et $b \notin C$, d'où $b \in \overline{A} \cap \overline{B}$ ✓

   Puisque les deux éléments h et b appartiennent à $\overline{A} \cap \overline{B}$, on a bien $\{h, b\} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$.

7. $\{a, f\} \subset A \cup C$
VRAI.
Vérifions pour chaque élément :
   - Pour a : D'après le diagramme, $a \in A$.
     Donc $a \in A \cup C$ ✓
   - Pour f : D'après le diagramme, $f \in A \cap C$.
     Donc $f \in A$ et $f \in C$, d'où $f \in A \cup C$ ✓

   Puisque les deux éléments a et f appartiennent à $A \cup C$, on a bien $\{a, f\} \subset A \cup C$.