

天津理工大学 实验报告

学院（系）名称：计算机科学与工程学院

姓名	王帆	学号	20152180	专业	计算机科学与技术
班级	15 计算机 1	实验项目	实验二 函数插值		
课程名称	数值计算方法			课程代码	0665026
实验时间	2017 年 5 月 16 日 第 3-4 节			实验地点	7-215
批改意见				成绩	
教师签字:					

一、 实验目的

掌握拉格朗日插值、逐次线性插值和分段插值法求函数值，根据实验要求，能够使用这三种算法解决具体问题，设计相应的算法框图并编程实现，上机调试得到正确的运行结果。

二、 实验环境

- 硬件环境：IBM-PC 或兼容机
- 软件环境：Windows 操作系统，VC6.0
- 编程语言：C 或 C++

三、 实验内容

1. 已知函数列表

x_i	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	1.05
y_i	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811	1.02652	1.25382

输入需要使用的节点数量 $n(2 \leq n \leq 6)$ ，使用拉格朗日插值法计算 $x=0.596$ 的函数值的近似值。

要求：

- (1) 函数列表信息从键盘输入；
- (2) 需要使用的节点数量 n 和插值点 x 从键盘输入；
- (3) 程序能够根据输入的节点数量 n 自动的从给定的 6 个节点中选择 n 个距离 x 最近的节点，使得这些节点所形成的区间包含 x ；

- (4) 用算法框图描述选择 n 个插值节点的实现过程;
- (5) 输出选择的 n 个插值节点的信息;
- (6) 输出 $f(x)$ 的最终计算结果。

2. 已知函数列表

x_i	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
y_i	0.29850	0.39646	0.49311	0.58813	0.68122

用埃特金算法计算插值点 $x=0.462$ 时的函数值。

要求:

- (1) 函数列表和插值点 x 的值从键盘输入;
- (2) 将每一步的线性插值结果按照埃特金插值计算顺序打印输出。

3. 已知函数列表

x_i	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
y_i	0.38942	0.47943	0.56464	0.64422	0.71736

使用分段抛物线插值法计算插值点 $x=0.57891$ 时的函数值。

要求:

- (1) 函数列表和插值点 x 的值从键盘输入;
- (2) 程序能够自动的从给定的 5 个节点中选择 3 个距离 x 最近的节点进行二次抛物线插值;
- (3) 用算法框图描述选择 3 个插值节点的实现过程;
- (4) 输出选择的 3 个插值节点的信息;
- (5) 输出 $f(x)$ 的最终计算结果。

四、 实验要求

1. 每一个实验内容要求自己独立完成, 不允许抄袭别人, 否则按不及格处理;
2. 按照实验要求, 根据自己的程序编写情况绘制相应的算法框图或描述算法步骤;
3. 按照实验内容和相应的要求书写实验报告;
4. 在实验过程部分, 要求根据实验内容和要求书写每一个实验相应的算法步骤或框图、运行过程和运行结果的截图、运行结果分析、以及程序源代码。每一个实验要求书写下述内容:
 - (1) 算法步骤描述或算法框图
 - (2) 程序源代码
 - (3) 运行结果 (要求截图)
 - (4) 运行结果分析
5. 在规定的时间内上交实验报告。

五、 实验过程

1. 已知函数列表

x_i	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	1.05
y_i	0.41075	0.57815	0.69675	0.88811	1.02652	1.25382

使用拉格朗日插值法计算 $x=0.596$ 的函数值的近似值。

算法描述:

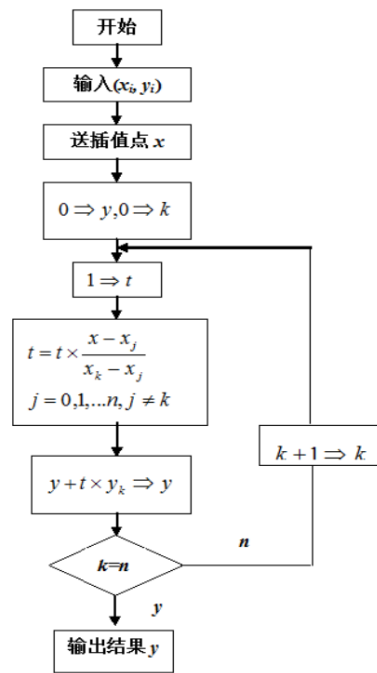


图 1-1 拉格朗日插值法算法框图

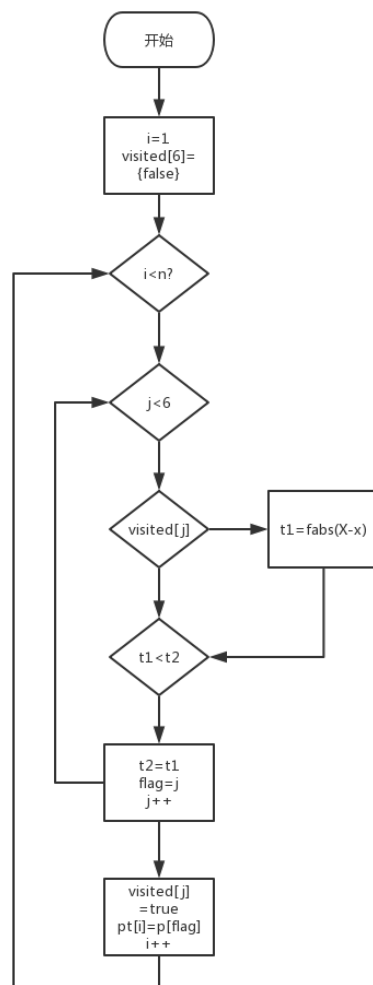


图 1-2 自动选择节点算法框图

代码实现:

```
#include <iostream>
#include <initializer_list>
#include <algorithm>
#include <map>
using namespace std;
typedef struct point{
    double x, y;
};
map<int, point> J,m;
double a,b,x,n;
void Start(int n);
double result(double x, map<int, point> m);
int init();

int main()
{
    int n=init();
    Start(n);
    double d=result(x,m);
    for(auto &i : m) cout<<'('<<i.second.x<<', '<<i.second.y<<')'<<endl;
    cout<<"拉格朗日插值结果: "<<d<<endl;
}

int init(){
    for (int i=1; i<=6; i++){
        cout<<"请输入节点"<<i<<':';
        cin>>a>>b;
        J.insert({ i,{a,b} });
    }

    cout<<"请输入节点数量 n(2≤n≤6):";
    int sign=1;
    cin>>n;
    cout<<"请输入插值点 x:";
    cin>>x;
}

double result(double x, map<int, point> m)
{
    double mul=1, sum=0;
    for(int i=0;i<m.size();i++){
        mul=1;
        for(int j=0;j<m.size();j++){
            if (j==i) continue;
```

```

        mul*=((x-m[j].x)/(m[i].x-m[j].x));
    }
    sum+=(mul*m[i].y);
}
return sum;
}

void Start(int n){
    double a,b,x,d;
    int sign=1;
    for(auto &i:J){
        if (x<i.second.x) {
            break;
        }
        sign = i.first;
    }

    if(n%2==0){
        if(sign+n/2<=6)
            if(sign-n/2>=0){
                for(int i=0,j=0;i<n/2;j++){
                    m[j]=J[sign-i];
                    i++;
                    m[++j]=J[sign+i];
                }
            }
        else for(int i=0;i<n;i++) m[i] = J[i];
        else{
            for(int i=0,j=6;i<n;i++)
                m[i]=J[j--];
        }
    }
    if (n%2!=0){
        if(sign+n/2<=6){
            if(sign-n/2>=0){
                for(int i=0,j=0;i<n/2;j++){
                    m[j]=J[sign-i];
                    i++;
                    m[++j]=J[sign+i];
                }
            }
            else{
                for(int i=1; i<=n; i++){
                    m[i]=J[i];
                }
            }
        }
    }
}

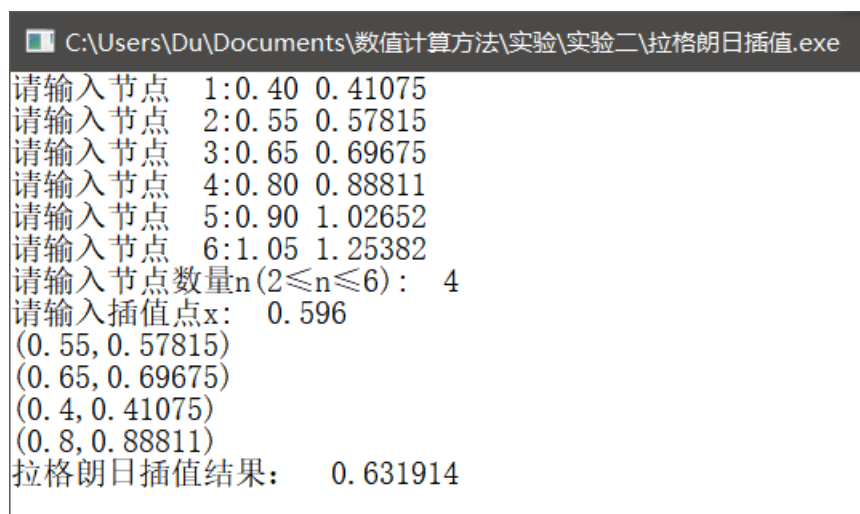
```

```

    }
}
else{
    for(int i=1, j=6; i<=n; i++){
        m[i]=J[j--];
    }
}
if(sign-n/2+1<6) m[n/2+2]=J[sign+n/2+1];
else m[n/2+2]=J[sign-n/2-1];
}
}

```

运行结果:



```

C:\Users\Du\Documents\数值计算方法\实验\实验二\拉格朗日插值.exe
请输入节点 1:0.40 0.41075
请输入节点 2:0.55 0.57815
请输入节点 3:0.65 0.69675
请输入节点 4:0.80 0.88811
请输入节点 5:0.90 1.02652
请输入节点 6:1.05 1.25382
请输入节点数量n(2≤n≤6): 4
请输入插值点x: 0.596
(0.55, 0.57815)
(0.65, 0.69675)
(0.4, 0.41075)
(0.8, 0.88811)
拉格朗日插值结果: 0.631914

```

图 1-3 拉格朗日插值运行结果 ($n=4$, $x=0.596$)

运行分析:

拉格朗日插值法的关键点在于如何自动选择 n 个节点。本实验中提供了六组数据, 要求从这六组数据中选择 2-6 组做插值运算。因此, 自动选择节点时应该遵循的原则是: 求解节点组内节点与待插值计算点之间的关系, 并记录最小的 n 个节点从而进行下一步的插值计算。节点选择结束后, 则需要对表达式进行累乘运算, 最终得到插值结果。

2. 用埃特金算法计算插值点 $x=0.462$ 时的函数值。

算法描述:

代码实现:

```

#include <iostream>
using namespace std;

int n,i = 1,j = 1;
double a,T[5];
void init();
void Start(double T[]);
int main(){
    init();

```

```

    Start(T);
    return 0;
}
void init(){
    cout<<"请输入节点数量 n: ";
    cin>>n;
    double L[n],T[n];
    cout<<"请输入节点: "<<endl;
    while(i <= n){
        cin>>L[i]>>T[i];
        i++;
    }
    cout<<"请输入插值点 x: ";
    cin>>a;
}
void Start(double T[]){
    for(i=1;i<=n;i++){
        for(j=i+1;j<=n;j++)
T[j]=(a-L[i])*T[j]/(L[j]-L[i])+(a-L[j])*T[i]/(L[i]-L[j]);
        cout<<'('<<L[i]<<','<<T[i]<<')'<<endl;
    }
    cout<<"埃特金插值结果:"<<T[n]<<endl;
}

```

运行结果:

```

C:\Users\Du\Desktop\atk.exe
请输入节点数量n: 5
请输入节点:
0.3 0.29850
0.4 0.39646
0.5 0.49311
0.6 0.58813
0.7 0.68122
请输入插值点x: 0.462
(0.3 , 0.2985)
(0.4 , 0.457195)
(0.5 , 0.456537)
(0.6 , 0.456558)
(0.7 , 0.456558)
埃特金插值结果: 0.456558

```

图 2 埃特金插值法结果

运行分析:

利用逐次线性插值（埃特金插值法）求解问题，需要对函数做累次线性插值，最终就可以得到结果。

3. 使用分段抛物线插值法计算插值点 $x=0.57891$ 时的函数值。

代码实现:

```

#include <iostream>
#include <cmath>

```

```

using namespace std;
int n,i;
const int N = 10;
double T[N],S[N],x0,y0=0;

void init();
void Start();
void show(double x[],double y[],double x0,int i);

int main(){
    init();
    Start();
}

void Start(){
    if(x0<=T[1]){
        i = 2;
        show(T,S,x0,i);
    }
    if(x0>=T[n]){
        i=n-1;
        show(T,S,x0,i);
    }
    for(i=2;i<=n;i++){
        if(x0<=T[i]){
            if(fabs(x0-T[i-1])<=fabs(x0-T[i])) i-=1;
            show(T,S,x0,i); break;
        }
    }
}

void show(double x[],double y[],double x0,int i){
    double y0;
    cout<<"选取的节点: ";
    cout<<"("<<x[i-1]<<","<<y[i-1]<<)"<<endl;
    cout<<<<"("<<x[i]<<","<<y[i]<<)"<<endl;
    cout<<"("<<x[i+1]<<","<<y[i+1]<<)"<<endl;

    y0=(x0-x[i])*(x0-x[i+1])*y[i-1]/(x[i-1]-x[i])/(x[i-1]-x[i+1])+
        (x0-x[i-1])*(x0-x[i+1])*y[i]/(x[i]-x[i-1])/(x[i]-x[i+1])+(x0-x[i-1])*
        (x0-x[i])*y[i+1]/(x[i+1]-x[i-1])/(x[i+1]-x[i]);

    cout<<"分段抛物线插值结果:"<<y0<<endl;
}

void init(){
    cout<<"请输入节点数量 n: ";

```

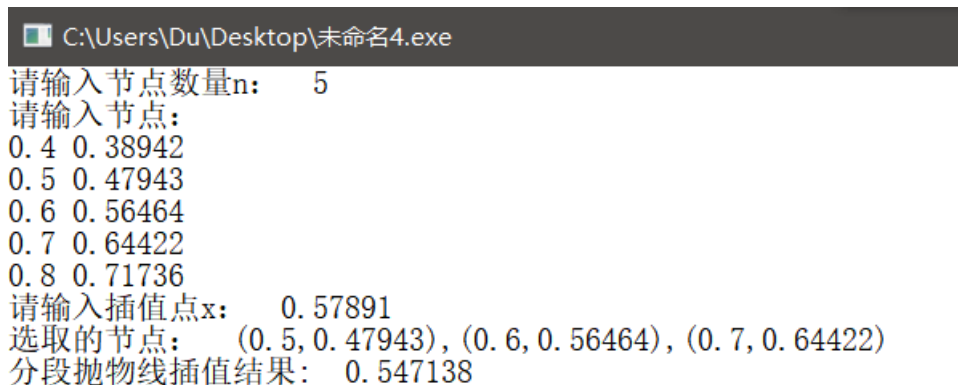


```

cin>>n;
cout<<"请输入节点: "<<endl;
for(i = 1;i <= n;i++) cin>>T[i]>>S[i];
cout<<"请输入插值点 x: ";
cin>>x0;
}

```

运行结果:



```

C:\Users\Du\Desktop\未命名4.exe
请输入节点数量n: 5
请输入节点:
0.4 0.38942
0.5 0.47943
0.6 0.56464
0.7 0.64422
0.8 0.71736
请输入插值点x: 0.57891
选取的节点: (0.5, 0.47943), (0.6, 0.56464), (0.7, 0.64422)
分段抛物线插值结果: 0.547138

```

图 3 分段抛物线插值运行结果

运行分析:

利用分段插值（分段抛物线插值法）求解问题，需要对函数做分段插值，最终就可以得到结果。

六、 实验总结及心得体会

通过本次实验，我加深了对与插值法求解问题的理解。插值法包括拉格朗日插值法，逐次线性插值法（埃特金插值法）以及分段插值法等。其中拉格朗日插值法是较为广泛应用的方法，经典的线性插值与抛物线插值也均为此方法的子集。而埃特金插值法则是逐次线性插值法的一种，它在拉格朗日插值法的基础上，提升了计算的“承袭性”，是一种优化的方法。对于这些数学方法在计算机科学内的应用，本次实验后我有了更深的理解。

