Analyse des caractéristiques du rendement logarithmique de l'action Flex

Dulymamode M2 IREF ERDS

2022-10-31

Figure 1: Action Flex

Contents

Introduction

Contexte:

On télécharge les données de l'action Flex sur yahoo finance. L'objectif est d'analyser les caractéristiques du rendement logarithmique de l'action Flex. On divise l'échantillon de données en 2 parties:

- un ensemble d'estimation, $r_t(e)$
- un ensemble de test, $r_t(t)$

On va étudier les propriétés suivantes sur ces deux ensembles:

- Stationnarité
- Asymmétrie perte/gain
- Queues de distribution épaisses
- Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements
- Clusters de volatilité
- Queues épaisses conditionnelles
- Effet de levier
- Saisonnalité

Chargement de données et packages

```
library(yfR)
library(xts)
library(forecast)
library(moments)
library(BatchGetSymbols)
library(lmtest)
library(urca)
library(TSA)
library(FinTS)
library(CADFtest)
library(foreach)
library(doSNOW)
library(parallel)
```

On récupère les données de Flex sur Yahoo finance et on définie $r_t(e)$ et $r_t(t)$.

```
# set dates
first.date <- "2009-01-04" #date debut
last.date <- "2022-10-04"#date fin
freq.data <- 'daily'#frequence
type.return<-'log'#type de rendement
# set tickers
tickers <- 'FLEX' #symbole de l'action sur yahoo/finance
```

```r
tab <- BatchGetSymbols(tickers = tickers,
                       first.date = first.date,
                       last.date = last.date,
                       freq.data = freq.data,
                       type.return=type.return,
                       cache.folder = file.path(tempdir(),
                                                'BGS_Cache')) # cache in tempdir()
```

```
##
## Running BatchGetSymbols for:
##    tickers =FLEX
##    Downloading data for benchmark ticker
## ^GSPC | yahoo (1|1) | Not Cached | Saving cache
## FLEX | yahoo (1|1) | Not Cached | Saving cache - Got 100% of valid prices | You got it!
```

```r
head(tab$df.tickers)
```

```
##   price.open price.high price.low price.close   volume price.adjusted
## 1       2.77       2.92      2.70        2.77 16103400           2.77
## 2       2.86       3.25      2.81        3.19 14625300           3.19
## 3       3.02       3.25      2.99        3.23  8589100           3.23
## 4       3.22       3.26      3.04        3.16 12377100           3.16
## 5       3.16       3.22      2.95        2.96  7654500           2.96
## 6       2.91       3.12      2.69        2.79 10264000           2.79
##     ref.date ticker ret.adjusted.prices ret.closing.prices
## 1 2009-01-05   FLEX                  NA                 NA
## 2 2009-01-06   FLEX          0.14117360         0.14117360
## 3 2009-01-07   FLEX          0.01246122         0.01246122
## 4 2009-01-08   FLEX         -0.02191011        -0.02191011
## 5 2009-01-09   FLEX         -0.06538276        -0.06538276
## 6 2009-01-12   FLEX         -0.05914767        -0.05914767
```

```r
pt<-tab$df.tickers$price.adjusted
dates<-tab$df.tickers$ref.date
dpt=diff(pt)
rt=tab$df.tickers$ret.adjusted.prices[-1]
N<-length(rt) #nombre d'observations dans l'échantillon de données
sum(is.na(rt))
```

```
## [1] 0
```

```r
rte=rt[1:2264]#rt sur ensemble estimation de 2009 à 2017
rtt=rt[2265:N]#rt sur l'ensemble de test de 2018 à 2022
```

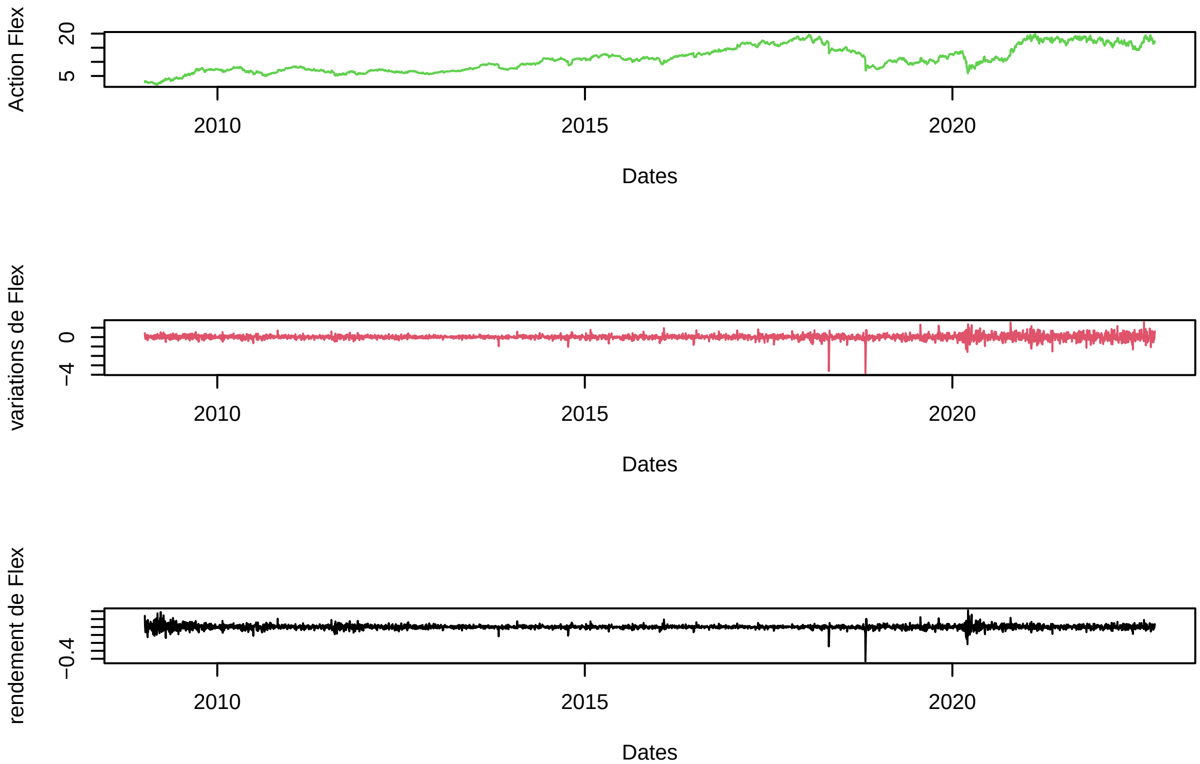
On observe le prix de l'action Flex, sa variation et son rendement sur l'ensemble des données. Soit t, pt le cours de Flex à la date t qui est un jour ouvré, $dpt = pt - pt - 1$ les variations du cours et rt le rendement logarithmique correspondant :

$$rt = log(pt) - log(pt - 1) = log(1 + Rt)$$

On a Rt qui désigne la variation relative des prix:

$$Rt = \frac{pt - pt - 1}{pt - 1}$$

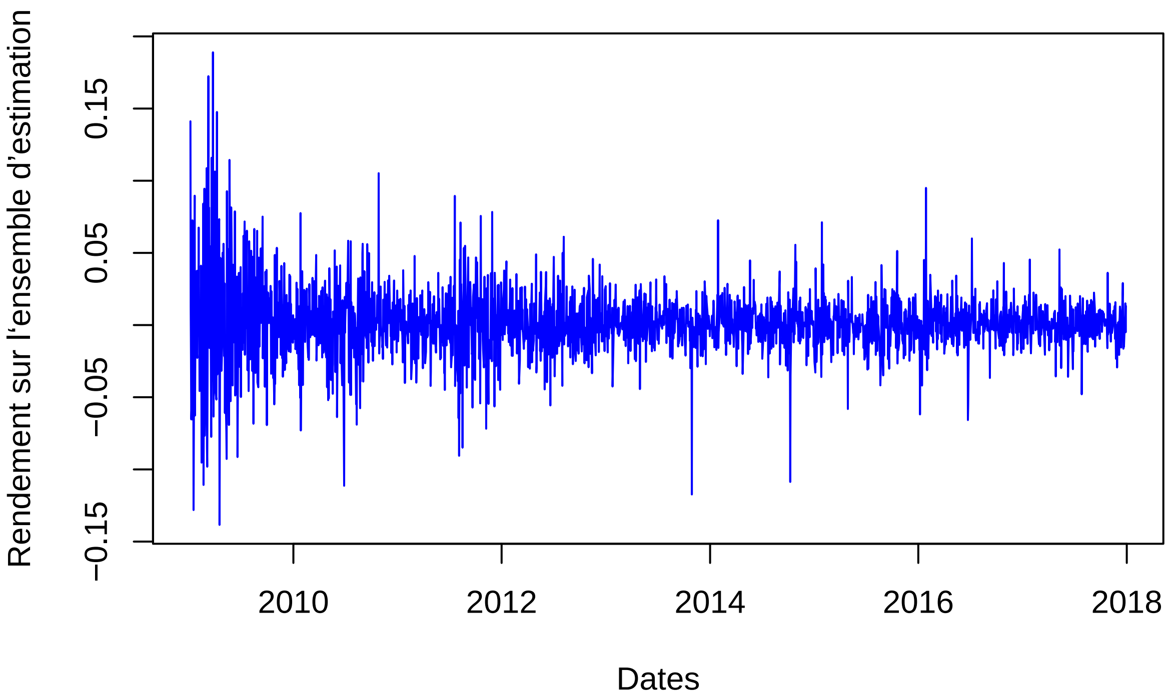
```
op<-par(mfrow=c(3,1)) # prochain plot 3 sous graphiques
plot(dates,pt,type='l',ylab="Action Flex",col=3,xlab="Dates")
plot(dates[2:length(dates)],dpt,type='l',col=2,ylab="variations de Flex", xlab="Dates")
plot(dates[2:length(dates)],rt,type='l',col=1,ylab="rendement de Flex", xlab="Dates")
```




```
par(op)
```

On regarde maintenant le rendement de Flex sur l’ensemble de l’estimation $r_t(e)$.

```
#Chronogramme de rte
plot(dates[1:2264],rte,type='l',col='blue',xlab = "Dates", ylab = "Rendement sur l‘ensemble d’estimatio
```



Calcul de la moyenne de $r_t(e)$:

```r
rtebar = mean(rte)
rtebar
```

```
## [1] 0.0008322532
```

Nous allons vérifier si cette moyenne est statistiquement nulle. On teste les hypothèses suivantes:

$$H_0 : E[r_t(e)] = 0, H_a : E[r_t(e)] \neq 0$$

On calcule la statistique t:

$$t = \frac{r\bar{t}e}{\sigma\sqrt{T}}$$

```r
t.test(rte)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  rte
## t = 1.652, df = 2263, p-value = 0.09868
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
```

```
##  -0.0001556869  0.0018201934
## sample estimates:
##    mean of x
## 0.0008322532
```

Comme la p-value = 0.09868 > 0.05, alors on ne rejette pas H_0. On conclut que la moyenne de $r_t(e)$ est statistiquement nulle.

Analyse des 8 propriétés sur $r_t(e)$

Stationnarité

Tout d'abord, on veut vérifier la stationnarité de notre série $r_t(e)$. Pour cela, on réalise les Tests de Racine Unitaire suivants :

- DF : DICKEY- FULLER
- ADF : DICKEY- FULLER Augmenté
- ZA : Zivot et Andrews
- LS : Lee et Strazicich

Les Tests de Racine Unitaire permettent de déterminer si le PGD (Processus Générateur de Données) est stationnaire, DS (Difference Stationary) ou TS (Trend Stationary).

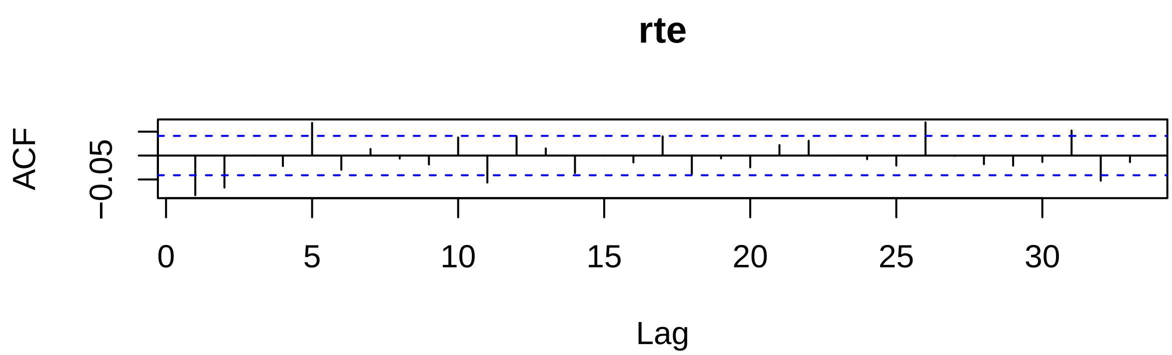
Test de Dickey Fuller

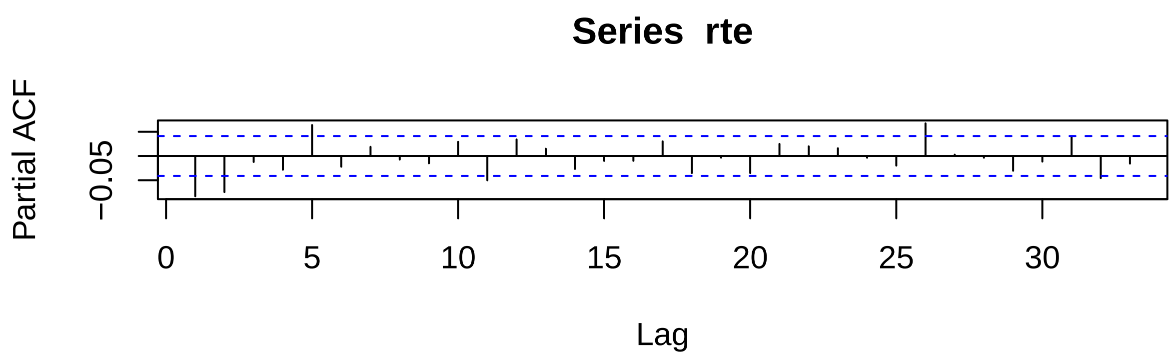
Avant le Test de DICKEY- FULLER (DF), on regarde s'il y a de l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$. On regarde l'ACF et le PACF.

```
op<-par(mfrow=c(2,1))

Acf(rte)

Pacf(rte)
```






```
par(op)
```

Sur L'acf on remarque de l'autocorrélation à l'ordre 1,2,5,11,26,31 et 32.

Sur Le Pacf on remarque de l'autocorrélation à l'ordre 1,2,5,11,26 et 31.

On prend cela en compte pour le test de Dicker Fuller.

Le test de Dickey-Fuller est un test à racine unique qui détecte statistiquement la présence d'un comportement de tendance stochastique dans la série chronologique des variables au moyen d'un test d'hypothèse. Pour DF, il existe 3 spécifications possibles: "trend", "drift" ou "none". Si la spécification est "trend" nous avons l'équation suivante:

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 tendance_t + \epsilon_t$$

On teste les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \rho - 1 = 0, \beta_1 = 0$$

$$H_a : |\rho| < 1, \beta_1 \neq 0$$

```
library(urca)
summary(ur.df(rte,type="trend",lag=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression trend
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.133473 -0.010830 -0.000347  0.010386  0.186164
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.172e-03  9.980e-04   1.174     0.24
## z.lag.1     -1.083e+00  2.080e-02 -52.064   <2e-16 ***
## tt          -2.941e-07  7.633e-07  -0.385     0.70
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02372 on 2260 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5453, Adjusted R-squared:  0.5449
## F-statistic:  1355 on 2 and 2260 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0644 903.591 1355.38
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau3 -3.96 -3.41 -3.12
## phi2  6.09  4.68  4.03
## phi3  8.27  6.25  5.34
```

La p-value de $\beta_1 = 0.70 > 0.05$ alors on ne rejette pas H_0: $\beta_1 = 0$.

Comme β_1 n'est pas significatif on essaye la spécification drift.

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \epsilon_t$$

On teste les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \rho - 1 = 0, \beta_0 = 0$$

$$H_a : |\rho| < 1, \beta_0 \neq 0$$

```
summary(ur.df(rte,type="drift",lag=0))
```

```
##
## ###############################################
```

```
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ################################################
##
## Test regression drift
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.133168 -0.010847 -0.000337  0.010347  0.186483
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.0008389  0.0004988   1.682   0.0928 .
## z.lag.1     -1.0830519  0.0207986 -52.073   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02372 on 2261 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5453, Adjusted R-squared:  0.5451
## F-statistic:  2712 on 1 and 2261 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0733 1355.823
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.43 -2.86 -2.57
## phi1  6.43  4.59  3.78
```

La p-value de $\beta_0 = 0.0928 > 0.05$ alors on ne rejette pas H_0: $\beta_0 = 0$.

Comme β_0 n'est pas significatif on essaye la spécification none.

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \epsilon_t$$

On teste les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \rho - 1 = 0$$

$$H_a : |\rho| < 1$$

```
summary(ur.df(rte,type="none",lag=0))
```

```
##
## ################################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ################################################
##
## Test regression none
```

```
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.132417 -0.009988  0.000508  0.011188  0.187345
##
## Coefficients:
##         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1 -1.08185    0.02079  -52.02   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02373 on 2262 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5447, Adjusted R-squared:  0.5445
## F-statistic:  2707 on 1 and 2262 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0253
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

La valeur de la statistique t associée à $(\rho - 1)$ = -52.02 (première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic") < la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95

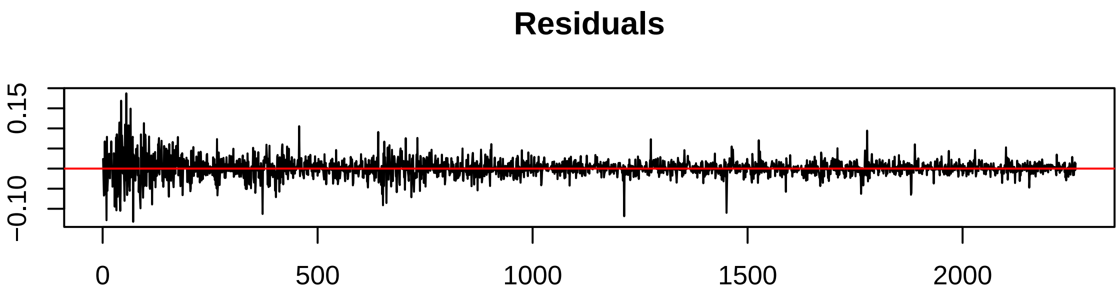
On rejette H_0: $\rho - 1 = 0$

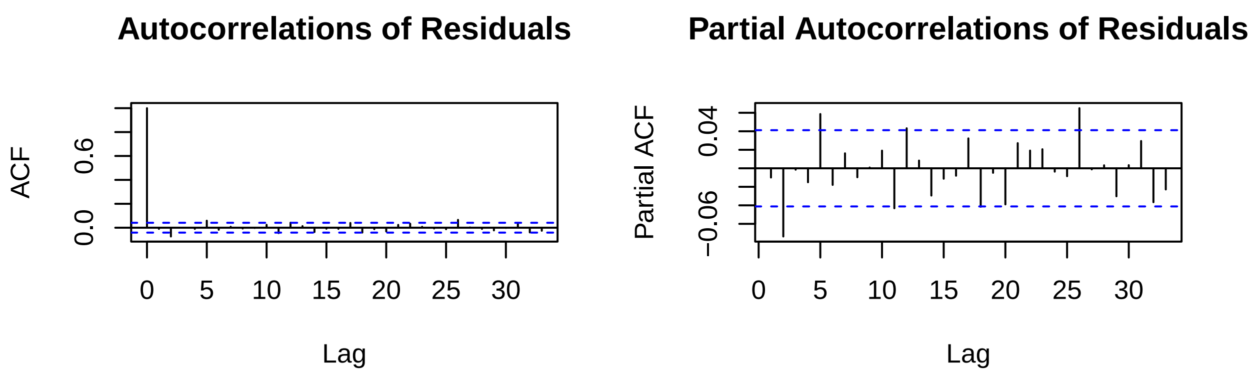
Or, $\rho - 1$ = -1.08185, ρ = 0.08185, $|\rho|$ = 0.08185 < 1

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ est stationnaire. Cette conclusion n'est valide que si les aléas de la régression de Dickey-Fuller ne sont pas auto-corrélés.

On vérifie les aléas de la régression.

```
plot(ur.df(rte,type="none",lag=0))
```





Comme il y a de l'autocorrélation, on passe au test ADF.

Dickey Fuller Augmenté

L'ADF ajoute des variables explicatives en plus jusqu'à l'ordre p. Comme on garde généralement la même spécification que pour DF. On peut s'attendre à une équation de la forme suivante:

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t + \sum_{p=1}^{P} \gamma_p \triangle X_{t-p}$$

Afin de déterminer le nombre de p retards qu'il faut ajouter, on utilise le MAIC. Voici la formule du MAIC avec p retards:

$$MAIC(P) = ln(\widehat{\sigma_p^2}) + 2\frac{\tau_T(p) + p}{T - pmax}$$

$$\tau_T(p) = \frac{\widehat{\sigma_0^2} \sum_{t=pmax+1}^{T} y_{t-1}}{\widehat{\sigma_p^2}}$$

$$\widehat{\sigma_p^2} = \frac{1}{(T - pmax)} * \sum_{t=pmax+1}^{T} e_t^2$$

avec σ_0^2 qui provient de l'estimation par les MCO de la régression suivante:

$$\triangle \tilde{y}_t = \alpha_0 \tilde{y}_{t-1} + \sum_{p=1}^{P} \alpha_p \triangle \tilde{y}_{t-p} + \epsilon_t$$

ϵ_t sont les résidus et

$$\tilde{y}_t = y_t - \widehat{\beta'} z_t$$

```
N_rte = length(rte)
N_rte
```

```
## [1] 2264
```

```
Schwert<-as.integer(12*(N_rte/100)^(0.25))
pmax = Schwert
pmax
```

```
## [1] 26
```

```
library(CADFtest)
```

```
summary(CADFtest(rte, criterion="MAIC",type="none",max.lag.y=pmax))
```

```
## Augmented DF test
##                                                   ADF test
## t-test statistic:                            -8.437670e+00
## p-value:                                      3.781562e-15
## Max lag of the diff. dependent variable:      2.600000e+01
##
## Call:
## dynlm(formula = formula(model), start = obs.1, end = obs.T)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.130768 -0.009835  0.000313  0.011304  0.169103
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## L(y, 1)      -1.020304   0.120922  -8.438 3.78e-15 ***
## L(d(y), 1)   -0.050667   0.118937  -0.426   0.6701
## L(d(y), 2)   -0.127247   0.116634  -1.091   0.2754
## L(d(y), 3)   -0.132666   0.114371  -1.160   0.2462
## L(d(y), 4)   -0.130402   0.112051  -1.164   0.2446
## L(d(y), 5)   -0.087976   0.109600  -0.803   0.4222
## L(d(y), 6)   -0.095845   0.106960  -0.896   0.3703
## L(d(y), 7)   -0.079754   0.104132  -0.766   0.4438
## L(d(y), 8)   -0.086731   0.101358  -0.856   0.3923
## L(d(y), 9)   -0.084694   0.098524  -0.860   0.3901
## L(d(y), 10) -0.058392   0.095803  -0.609   0.5423
## L(d(y), 11) -0.092468   0.092845  -0.996   0.3194
## L(d(y), 12) -0.049057   0.089871  -0.546   0.5852
## L(d(y), 13) -0.038249   0.086777  -0.441   0.6594
## L(d(y), 14) -0.073722   0.083741  -0.880   0.3788
## L(d(y), 15) -0.075463   0.080519  -0.937   0.3488
## L(d(y), 16) -0.091106   0.076939  -1.184   0.2365
## L(d(y), 17) -0.053384   0.073483  -0.726   0.4676
```

```
## L(d(y), 18) -0.089085   0.069624  -1.280   0.2008
## L(d(y), 19) -0.099833   0.065680  -1.520   0.1287
## L(d(y), 20) -0.134124   0.061498  -2.181   0.0293 *
## L(d(y), 21) -0.117827   0.056879  -2.072   0.0384 *
## L(d(y), 22) -0.093903   0.051958  -1.807   0.0709 .
## L(d(y), 23) -0.070125   0.045830  -1.530   0.1261
## L(d(y), 24) -0.063449   0.038913  -1.631   0.1031
## L(d(y), 25) -0.070969   0.030529  -2.325   0.0202 *
## L(d(y), 26) -0.004418   0.020672  -0.214   0.8308
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2210 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5467, Adjusted R-squared:  0.5412
## F-statistic: 2.188 on 26 and 2210 DF,  p-value: 0.0004915
```

Le MAIC donne:

```
2.600000e+01
```

```
## [1] 26
```

D'après le MAIC, nous avons besoin d'introduire 26 variables explicatives additionnelles dans notre régression de DF pour prendre en compte l'autocorrélation.

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t + \sum_{p=1}^{26} \gamma_p \triangle X_{t-p}$$

```r
# En mettant "lag = 26", on obtient :
summary(ur.df(rte,type= "none",lag=26))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.130768 -0.009835  0.000313  0.011304  0.169103
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.020304   0.120922  -8.438   <2e-16 ***
## z.diff.lag1  -0.050667   0.118937  -0.426   0.6701
## z.diff.lag2  -0.127247   0.116634  -1.091   0.2754
## z.diff.lag3  -0.132666   0.114371  -1.160   0.2462
```

```
## z.diff.lag4  -0.130402   0.112051  -1.164   0.2446
## z.diff.lag5  -0.087976   0.109600  -0.803   0.4222
## z.diff.lag6  -0.095845   0.106960  -0.896   0.3703
## z.diff.lag7  -0.079754   0.104132  -0.766   0.4438
## z.diff.lag8  -0.086731   0.101358  -0.856   0.3923
## z.diff.lag9  -0.084694   0.098524  -0.860   0.3901
## z.diff.lag10 -0.058392   0.095803  -0.609   0.5423
## z.diff.lag11 -0.092468   0.092845  -0.996   0.3194
## z.diff.lag12 -0.049057   0.089871  -0.546   0.5852
## z.diff.lag13 -0.038249   0.086777  -0.441   0.6594
## z.diff.lag14 -0.073722   0.083741  -0.880   0.3788
## z.diff.lag15 -0.075463   0.080519  -0.937   0.3488
## z.diff.lag16 -0.091106   0.076939  -1.184   0.2365
## z.diff.lag17 -0.053384   0.073483  -0.726   0.4676
## z.diff.lag18 -0.089085   0.069624  -1.280   0.2008
## z.diff.lag19 -0.099833   0.065680  -1.520   0.1287
## z.diff.lag20 -0.134124   0.061498  -2.181   0.0293 *
## z.diff.lag21 -0.117827   0.056879  -2.072   0.0384 *
## z.diff.lag22 -0.093903   0.051958  -1.807   0.0709 .
## z.diff.lag23 -0.070125   0.045830  -1.530   0.1261
## z.diff.lag24 -0.063449   0.038913  -1.631   0.1031
## z.diff.lag25 -0.070969   0.030529  -2.325   0.0202 *
## z.diff.lag26 -0.004418   0.020672  -0.214   0.8308
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2210 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5467, Adjusted R-squared:  0.5412
## F-statistic: 98.72 on 27 and 2210 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.4377
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

On a -8.4377 < -1.95

La valeur de la statistique t associée à $\rho - 1$ = -8.4377 [première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic"] < la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95 On rejette H_0: $\rho - 1 = 0$.

Or, $\rho - 1 \approx$ -1.020304, $\rho \approx 0.0203$, $|\rho| = 0.0203 < 1$

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ est stationnaire.

$|t{-}value|$ de $\gamma_{26} = 0.214 < 1.6$, γ_{26} n'est pas significatif. Cela indique que notre modèle ADF avec 26 variables explicatives additionnelles n'arrive pas à prendre en compte l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$.

On va utiliser la méthode Top-down.

Comme pmax est égal à 26 et que nous avons déjà testé avec un lag = 26, on teste avec pmax-1.

```
summary(ur.df(rte,type= "none",lag=pmax-1))
```

```
##
```

```
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.131704 -0.009968  0.000332  0.011269  0.168669
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.02764    0.11893  -8.640  < 2e-16 ***
## z.diff.lag1  -0.04409    0.11663  -0.378 0.705430
## z.diff.lag2  -0.12158    0.11434  -1.063 0.287721
## z.diff.lag3  -0.12857    0.11201  -1.148 0.251164
## z.diff.lag4  -0.12645    0.10956  -1.154 0.248580
## z.diff.lag5  -0.08380    0.10695  -0.784 0.433365
## z.diff.lag6  -0.08964    0.10412  -0.861 0.389360
## z.diff.lag7  -0.07323    0.10135  -0.723 0.470015
## z.diff.lag8  -0.07884    0.09851  -0.800 0.423620
## z.diff.lag9  -0.07786    0.09578  -0.813 0.416408
## z.diff.lag10 -0.05145    0.09283  -0.554 0.579505
## z.diff.lag11 -0.08475    0.08985  -0.943 0.345620
## z.diff.lag12 -0.04120    0.08677  -0.475 0.634941
## z.diff.lag13 -0.02988    0.08373  -0.357 0.721222
## z.diff.lag14 -0.06611    0.08050  -0.821 0.411570
## z.diff.lag15 -0.06924    0.07691  -0.900 0.368116
## z.diff.lag16 -0.08336    0.07345  -1.135 0.256520
## z.diff.lag17 -0.04883    0.06961  -0.701 0.483089
## z.diff.lag18 -0.08493    0.06565  -1.294 0.195899
## z.diff.lag19 -0.09485    0.06145  -1.543 0.122861
## z.diff.lag20 -0.13064    0.05680  -2.300 0.021541 *
## z.diff.lag21 -0.11322    0.05189  -2.182 0.029223 *
## z.diff.lag22 -0.09043    0.04579  -1.975 0.048400 *
## z.diff.lag23 -0.06879    0.03889  -1.769 0.077039 .
## z.diff.lag24 -0.06258    0.03050  -2.052 0.040327 *
## z.diff.lag25 -0.06981    0.02062  -3.386 0.000722 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2212 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5472, Adjusted R-squared:  0.5419
## F-statistic: 102.8 on 26 and 2212 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.6405
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
```

```
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

On a -9.4533 < -1.95

La valeur de la statistique t associée à $\rho - 1$ = -9.4533 [première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic"] < la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95 On rejette $H_0 : \rho - 1 = 0$.

Or, $\rho - 1 \approx$ -1.105, $\rho \approx 0.105$, $|\rho| = 0.105 < 1$

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ est stationnaire.

$|t - value|$ de $\gamma_{25} = 3.386 > 1.64$, γ_{25} est significatif. Cela indique que notre modèle ADF avec 25 variables explicatives additionnelles arrive à prendre en compte l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$.

Or, Perron a montré que les résultats de Tests DF et ADF n'étaient pas valides lorsqu'un changement structurel était présent dans les données. On teste s'il y a un changement structurel avec le teste ZA (Zivot et Andrews).

Test de Zivot et Andrews (ZA)

Les changements structurels ne sont pas détectés par les tests de DF et d'ADF. Ces changements peuvent toucher le niveau de la série, ses autocorrélations et sa variance. Pour détecter ces changements nous allons utiliser le test de Zivot et Andrews (1992).

Le modèle avec la spécification "intercept":

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \rho y_{t-1} + \delta DU_t(T_B) + \sum_{j=1}^{P} \gamma_j \triangle y_{t-j} + \epsilon_t$$

Le modèle avec la spécification "both":

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \rho y_{t-1} + \delta_1 DU_t(T_B) + \delta_2 DT_t(T_B) + \sum_{j=1}^{P} \gamma_j \triangle y_{t-j} + \epsilon_t$$

On teste les hypothèses suivantes:

$$H_0 : \text{DS sans changement structurel, } \rho = 1$$

$$H_a : \text{TS avec unique changement structurel, } |\rho| < 1$$

```r
#lag obtenu par le MAIC
summary(ur.za(rte, model="both",lag=26))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
```

```
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.125516 -0.010945 -0.000054  0.010842  0.146299
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -8.344e-02  1.478e-02  -5.644 1.87e-08 ***
## y.l1        -3.486e-01  1.301e-01  -2.679  0.00744 **
## trend        1.915e-03  2.920e-04   6.557 6.81e-11 ***
## y.dl1        2.569e-01  1.274e-01   2.017  0.04379 *
## y.dl2        1.602e-01  1.243e-01   1.289  0.19768
## y.dl3        1.338e-01  1.213e-01   1.104  0.26981
## y.dl4        1.129e-01  1.181e-01   0.956  0.33911
## y.dl5        1.313e-01  1.148e-01   1.144  0.25278
## y.dl6        1.059e-01  1.115e-01   0.950  0.34246
## y.dl7        1.065e-01  1.082e-01   0.985  0.32494
## y.dl8        8.305e-02  1.049e-01   0.791  0.42874
## y.dl9        6.741e-02  1.016e-01   0.663  0.50725
## y.dl10       7.584e-02  9.847e-02   0.770  0.44127
## y.dl11       2.853e-02  9.518e-02   0.300  0.76439
## y.dl12       5.958e-02  9.192e-02   0.648  0.51694
## y.dl13       6.127e-02  8.861e-02   0.692  0.48931
## y.dl14       1.492e-02  8.536e-02   0.175  0.86124
## y.dl15      -7.909e-05  8.190e-02  -0.001  0.99923
## y.dl16      -2.264e-02  7.811e-02  -0.290  0.77194
## y.dl17       9.326e-03  7.452e-02   0.125  0.90041
## y.dl18      -3.529e-02  7.043e-02  -0.501  0.61640
## y.dl19      -5.136e-02  6.629e-02  -0.775  0.43855
## y.dl20      -9.328e-02  6.193e-02  -1.506  0.13215
## y.dl21      -8.793e-02  5.710e-02  -1.540  0.12371
## y.dl22      -7.341e-02  5.204e-02  -1.411  0.15849
## y.dl23      -5.746e-02  4.579e-02  -1.255  0.20968
## y.dl24      -5.977e-02  3.877e-02  -1.542  0.12326
## y.dl25      -7.345e-02  3.033e-02  -2.421  0.01554 *
## y.dl26      -8.700e-03  2.049e-02  -0.425  0.67115
## du          -5.139e-02  7.277e-03  -7.063 2.18e-12 ***
## dt          -1.915e-03  2.920e-04  -6.557 6.81e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02287 on 2206 degrees of freedom
##   (27 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.05196,    Adjusted R-squared:  0.03906
## F-statistic:  4.03 on 30 and 2206 DF,  p-value: 1.859e-12
##
##
## Teststatistic: -10.3648
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 71
```

$|t - value|$ de $\gamma_{26} = 0.425 < 1.64$, γ_{26} n'est pas significatif donc l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$ n'est pas modélisée ici.

```r
summary(ur.za(rte, model="both",lag=25))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.127651 -0.010792 -0.000104  0.010706  0.145539
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.0723010  0.0141894  -5.095 3.78e-07 ***
## y.l1        -0.3338900  0.1280947  -2.607 0.009206 **
## trend        0.0017151  0.0002825   6.071 1.50e-09 ***
## y.dl1        0.2421821  0.1249831   1.938 0.052785 .
## y.dl2        0.1451853  0.1218950   1.191 0.233754
## y.dl3        0.1176623  0.1187114   0.991 0.321715
## y.dl4        0.0982690  0.1154060   0.852 0.394580
## y.dl5        0.1189451  0.1119631   1.062 0.288188
## y.dl6        0.0984918  0.1086239   0.907 0.364652
## y.dl7        0.1008021  0.1053833   0.957 0.338910
## y.dl8        0.0808338  0.1021183   0.792 0.428697
## y.dl9        0.0644924  0.0988967   0.652 0.514392
## y.dl10       0.0743814  0.0954947   0.779 0.436118
## y.dl11       0.0293385  0.0922056   0.318 0.750374
## y.dl12       0.0614676  0.0888447   0.692 0.489102
## y.dl13       0.0646358  0.0856175   0.755 0.450367
## y.dl14       0.0177136  0.0821400   0.216 0.829280
## y.dl15       0.0013591  0.0782544   0.017 0.986145
## y.dl16      -0.0179680  0.0746503  -0.241 0.809814
## y.dl17       0.0091280  0.0705712   0.129 0.897097
## y.dl18      -0.0351561  0.0663782  -0.530 0.596420
## y.dl19      -0.0490166  0.0620320  -0.790 0.429506
## y.dl20      -0.0925846  0.0571725  -1.619 0.105506
## y.dl21      -0.0841437  0.0520940  -1.615 0.106404
## y.dl22      -0.0704578  0.0458323  -1.537 0.124364
## y.dl23      -0.0570691  0.0387868  -1.471 0.141338
## y.dl24      -0.0588402  0.0303249  -1.940 0.052467 .
## y.dl25      -0.0709412  0.0204480  -3.469 0.000532 ***
## du          -0.0483856  0.0071957  -6.724 2.24e-11 ***
## dt          -0.0017153  0.0002825  -6.071 1.50e-09 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0229 on 2208 degrees of freedom
##   (26 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.05016,    Adjusted R-squared:  0.03769
```

```
## F-statistic: 4.021 on 29 and 2208 DF,  p-value: 4.439e-12
##
##
## Teststatistic: -10.4133
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 71
```

$|t{-}value|$ de $\gamma_{25} = 3.469 > 1.64$, γ_{25} est significatif donc l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$ est modélisée.

La p-value de δ_1 = 2.24e-11 < 0.05 alors on rejette $H_0 : \delta_1 = 0$.

Cela signifie que $delta_1$ est significatif.

La p-value de $delta_2$ = 1.50e-09 < 0.05 alors On rejette $H_0 \quad \delta_2 = 0$.

Cela signifie que δ_2 est significatif.

On rejette H_0: $\rho = 1$ [PGD DS sans changement structurel]

Or, β_1 significatif car sa p-value = 1.50e-09 < 0.05

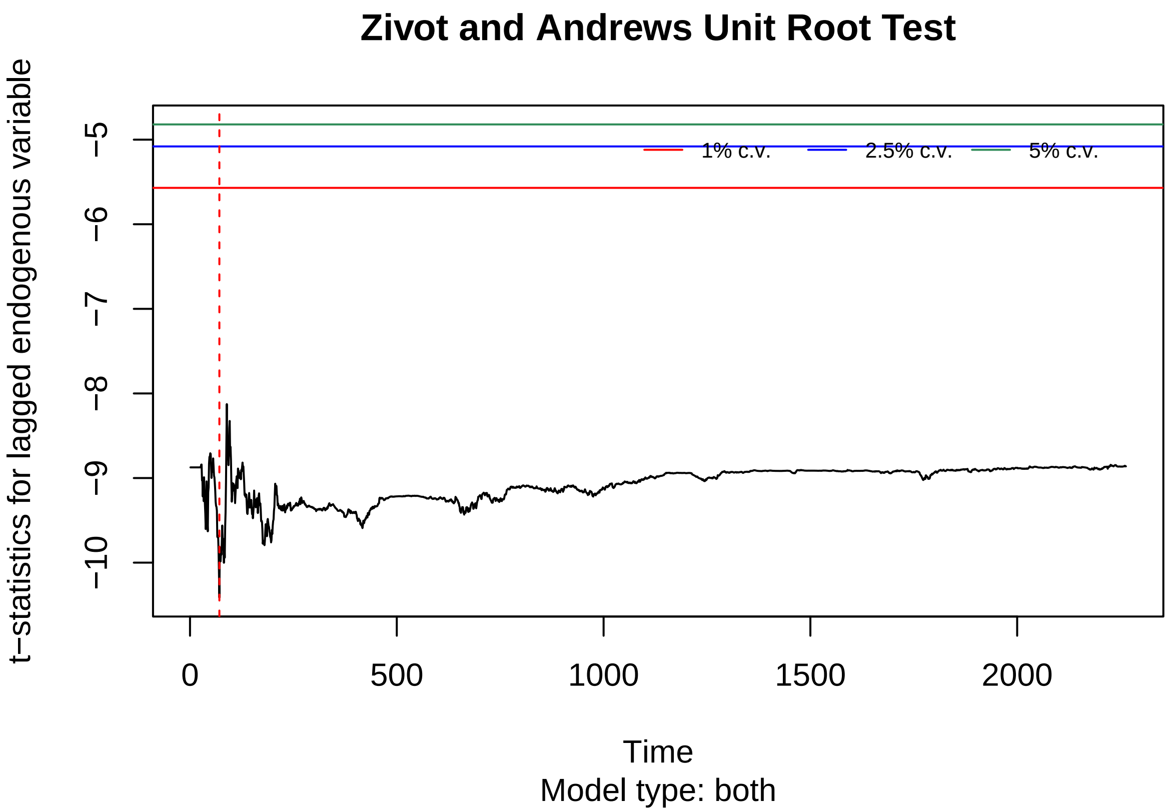
On rejette $H_0 : \beta_1 = 0$ et $|\rho| = 0.3338900 < 1$

Le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ est TS avec un unique changement structurel. Potential break point at position = la localisation du point de rupture = 71-ième observation. La spécification "both" est correcte.

```r
dates_rte = dates[1:2264]
TB = dates_rte[71]
TB
```

```
## [1] "2009-04-16"
```

```r
plot(ur.za(rte, model="both",lag=25))
```



Test de Lee et Strazicich (LS)

Le Test de LS est une généralisation du Test de RU de SP(Schmidt et Phillips). Il est préférable d'employer 'bootstrap' pour obtenir les valeurs critiques lorsque le nombre d'observations est petit. Mais le nombre d'observations dans notre série $r_t(e)$ est grand, donc on ne va pas employer 'bootstrap' ici.

Comme δ_1 et δ_2 sont significatifs dans le Test de ZA, on garde le modèle "both" pour le Test de LS. Le Test de LS est performant en taille et en puissance que si une seule date de rupture est supposée. Par conséquent, on prend en compte seulement un changement structurel ici.

H_0: Présence de racine unitaire avec 1 changement structurel

H_a: Absence de racine unitaire avec 1 changement structurel

```
source("C:\\Users\\Hannah\\Desktop\\IREF\\S8\\Econométrie lebreton\\LeeStrazicichUnitRoot-master\\LeeSt

# Avec lag = 26 [selon MAIC]
myBreaks <- 1
myModel <- "break"
myLags <- 26
myLS_test <- ur.ls(y=rte, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -11.50139
## [1] "First possible structural break at position: 458"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.2 , with the number of total observations: 2264"
## Critical values - Break model:
```

```
##      lambda    1%    5%   10%
## [1,]    0.1 -5.11 -4.50 -4.21
## [2,]    0.2 -5.07 -4.47 -4.20
## [3,]    0.3 -5.15 -4.45 -4.18
## [4,]    0.4 -5.05 -4.50 -4.18
## [5,]    0.5 -5.11 -4.51 -4.17
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 25"
## Runtime:
## Time difference of 1.588288 mins
```

Le nombre optimal de lag proposé par la procédure basée sur le BIC dans le Test de LS = 25. De plus ce résultat est en accord avec la méthode 'Top-down'. Cela implique que la valeur de lag proposée par MAIC = 26 n'arrive pas à modéliser l'autocorrélation dans notre série $r_t(e)$.

```
# Avec lag = 25
myBreaks <- 1
myModel <- "break"
myLags <- 25
myLS_test <- ur.ls(y=rte, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, 
```

```
## [1] -11.50139
## [1] "First possible structural break at position: 458"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.2 , with the number of total observations: 2264"
## Critical values - Break model:
##      lambda    1%    5%   10%
## [1,]    0.1 -5.11 -4.50 -4.21
## [2,]    0.2 -5.07 -4.47 -4.20
## [3,]    0.3 -5.15 -4.45 -4.18
## [4,]    0.4 -5.05 -4.50 -4.18
## [5,]    0.5 -5.11 -4.51 -4.17
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 25"
## Runtime:
## Time difference of 1.199599 mins
```

Nous avons besoin d'introduire 25 variables explicatives additionnelles dans notre modèle pour prendre en compte l'autocorrélation.

λ est estimé à 0.2, ce qui donne T_B = 458-ième observation.

La valeur de la statistique du test = -11.50139

La valeur critique au seuil de risque à 5% = -3.566

Comme -11.50139 < -3.566, on rejette H_0. Le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ n'a pas de racine unitaire.

```
TB=dates_rte[458]
TB
```

```
## [1] "2010-10-27"
```

On remarque que l'économie de singapour a enregistré une croissance record de 14.7% en 2010. Cela a peut être impacté l'entreprise Flex, ce qui expliquerait le changement structurel obtenu.

En retenant les résultats du Test de LS avec 1 seule date de rupture, on a bien montré que le PGD qui a généré notre série $r_t(e)$ n'a pas de racine unitaire. Par conséquent, le PGD qui a généré la série $r_t(e)$ des rendements logarithmiques est stationnaire.

Asymmétrie perte/gain

Un test de hypothèse de symétrie consiste à tester la nullité de la skewness qui est égale au moment centré d'ordre 3 normalisé de la distribution.

$$skewness : E[(\frac{X - E(X)}{\sigma_x})^3]$$

$$H_0 : skewness = 0, [symtrie]$$

$$H_a : skewness \neq 0, [asymtrie]$$

```
agostino.test(rte)
```

```
##
##  D'Agostino skewness test
##
## data:  rte
## skew = 0.43349, z = 8.09773, p-value = 5.6e-16
## alternative hypothesis: data have a skewness
```

Comme la p-value = 5.6e-16 < 0.05, on rejette H_0.

La distribution est asymétrique.

La skewness = 0.43349 , elle est significative et positive. Cela veut dire qu'on a de nombreux rendements négatifs mais de faibles valeurs et quelques rendements positifs de fortes valeurs. En d'autres termes, la probabilité de pertes > la probabilité de gains mais les pertes seront faibles et les gains (rares) seront élevés.

Queues de distribution épaisses

Les queues de distribution des rendements logarithmiques sont souvent plus épaisses que celles d'une loi normale. On a alors une distribution leptokurtique.

On va tester si la kurtosis vaut 3:

$$Kurtosis : E[(\frac{X - E(X)}{\sigma_x})^4]$$

$$H_0 : kurtosis = 3$$

$$H_a : kurtosis \neq 3$$

On vérifie cela avec la statistique d'Anscombe modifiée par Agostino et Zar.

```
anscombe.test(rte)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  rte
## kurt = 10.612, z = 18.547, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

La p-value $< 2.2e-16$, donc on rejette H_0.

Le kurtosis est significativement différent de 3, il vaut $10.612 > 3$.

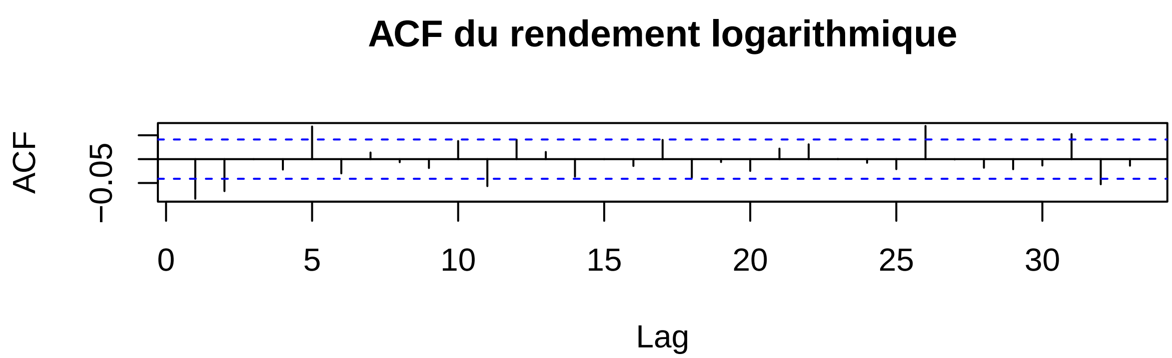
La distribution est leptokurtique. Les queues de distribution sont plus épaisses que celles d'une loi normale. On aura plus de valeurs extrêmes (positives ou négatives) que dans le cas d'une loi normale.

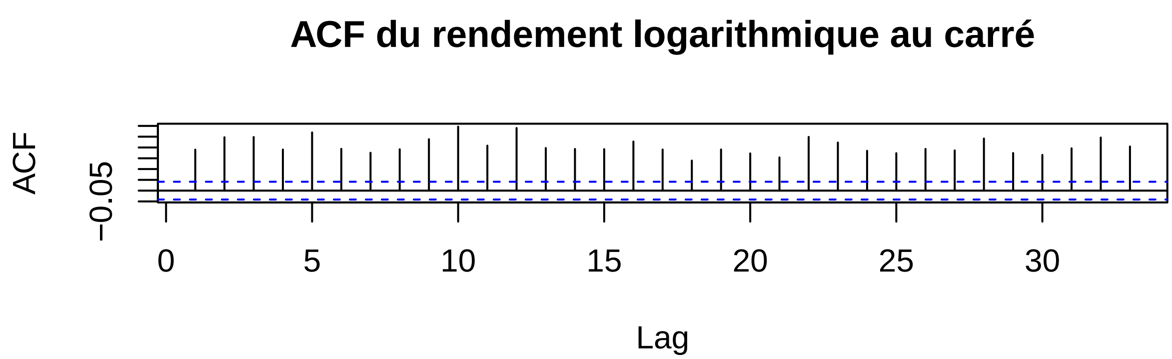
Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements

On veut vérifier qu'il existe des Faibles Autocorrélations des rendements si elles existent et des Fortes Autocorrélations des carrés des rendements si elles existent.

Pour détecter l'‘autocorrélation, on va utiliser ACF(autocorrélation totale) et PACF(autocorrélation partielle):

```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Acf(rte,main='ACF du rendement logarithmique')
Acf(rte^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```

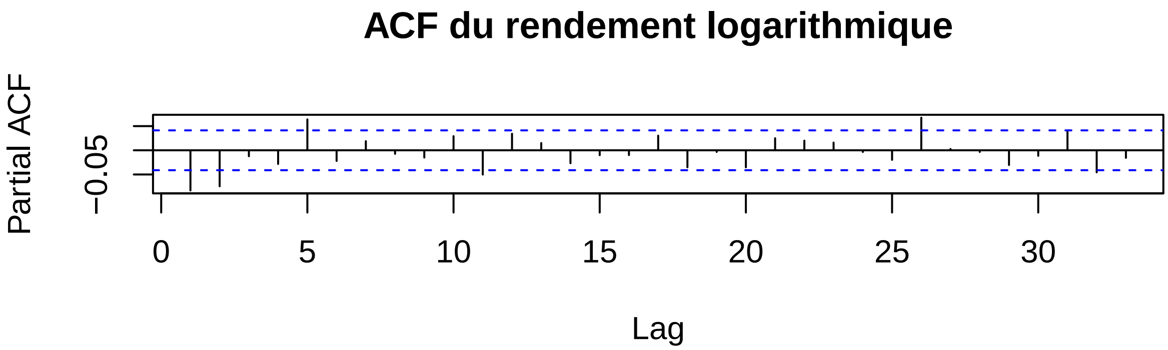


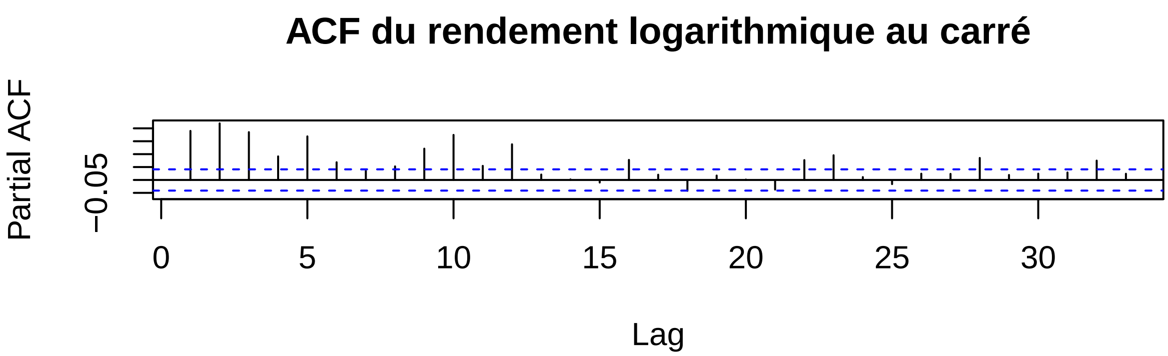



```
par(op)
```

On regarde maintenant le Pacf.

```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Pacf(rte,main='ACF du rendement logarithmique')
Pacf(rte^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```






```
par(op)
```

Graphiquement, on conclut la présence de l'autocorrélation dans la série $r_t(e)$ et son carré $r_t(e)^2$ lorsqu'au moins une "barre" sort de l'intervalle de confiance représenté par les 2 lignes en tirets bleus.

Mais il est plus intéressant d'interpréter le graphique PACF, car si l'autocorrélation à l'ordre 1 est très élevée, alors on va automatiquement avoir l'autocorrélation à l'ordre 2 qui sera aussi élevée.

Ceci est le principal défaut de l'ACF.

La statistique de Ljung-Box

On teste les hypothèses:

$H_0 : \rho(k) = 0$ pour k = 1 jusqu'a K

$H_a : \rho(k) \neq 0$ pour au moins une valeur de k comprise entre 1 et K et s'écrit:

$$Q_K = T(T+2)\sum_{k=1}^{k} \frac{\hat{\rho}(2)^2}{T-k}$$

Sous H_0, $\forall k < K$,

$$Q_K \xrightarrow[T\to\infty]{L} \chi^2(K)$$

```r
pvaluesrte =rep(0,40)
pvaluesrte2 =rep(0,40)
for (i in 1:40 ) {
pvaluesrte[i] = Box.test(rte,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
pvaluesrte2[i] = Box.test(rte^2,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

On regarde les p-values des rendements au carré.

```r
pvaluesrte2
```

```
##  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
## [39] 0 0
```

Comme elles sont toutes nulles, on n'a pas d'autocorrélation dans les rendements au carré.

On regarde les p-values de $r_t(e)$.

```r
pvaluesrte
```

```
##  [1] 7.690148e-05 2.464929e-06 1.036838e-05 2.070914e-05 4.691928e-07
##  [6] 5.574248e-07 1.265081e-06 3.093054e-06 5.272137e-06 3.087513e-06
## [11] 3.458243e-07 1.660735e-07 3.016765e-07 1.912133e-07 4.070622e-07
## [16] 6.973623e-07 3.375066e-07 1.847926e-07 3.551418e-07 4.081775e-07
## [21] 5.161589e-07 4.341143e-07 8.043522e-07 1.390750e-06 1.741254e-06
## [26] 6.248613e-08 1.147625e-07 1.593462e-07 1.982620e-07 3.024977e-07
## [31] 6.076924e-08 1.170314e-08 1.802428e-08 1.721613e-08 2.975505e-08
## [36] 3.708667e-08 4.975839e-08 2.231387e-08 7.150939e-09 6.488305e-09
```

Comme la première p-value du test de LB est <0.05, on rejette hypothèse nulle d'abscence d'autocorrélation pour $r_t(e)$. Pour modéliser cette caractéristique nous utiliserons un modèle ARMA(p,q).

```r
library(TSA)
library(lmtest)
eacf(rte)
```

```
## AR/MA
##   0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
## 0 x x o o x o o o o o x  o  o  o
## 1 x x o o x o o o o o o  x  o  o
## 2 x x o o x o o o o o o  o  o  x
## 3 x x x x x o o o o o o  o  o  o
## 4 x x x x o o o o o o o  o  o  o
## 5 x x o x x o o o o o o  o  o  o
## 6 x x o x x x o o o o o  o  o  o
## 7 x x o o o o x o o o o  o  o  o
```

Selon l'eacf on trouve que p = 0 et q = 5. On estime le modèle ARMA(p,q) avec le p et q trouvés.

```
library(forecast)
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08781357  0.02112444 -4.1570 3.225e-05 ***
## ma2       -0.07246767  0.02114858 -3.4266 0.0006112 ***
## ma3        0.00431491  0.02167159  0.1991 0.8421812
## ma4       -0.01719974  0.02124006 -0.8098 0.4180676
## ma5        0.06332819  0.02047385  3.0931 0.0019806 **
## intercept  0.00082954  0.00044496  1.8643 0.0622809 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On fixe un par un les coéfficients non significatifs. On commence par ma3 et on relance l'estimation ARMA.

```
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08748441  0.02106934 -4.1522 3.293e-05 ***
## ma2       -0.07215114  0.02110657 -3.4184 0.0006299 ***
## ma4       -0.01684750  0.02118550 -0.7952 0.4264755
## ma5        0.06360907  0.02042370  3.1145 0.0018427 **
## intercept  0.00082912  0.00044345  1.8697 0.0615264 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève le ma4 vu qu'il n'est pas significatif ($0.4264755 > 0.05$).

```
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,0,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08765389  0.02112250 -4.1498 3.328e-05 ***
## ma2       -0.07285762  0.02144745 -3.3970 0.0006812 ***
## ma5        0.06260801  0.02036758  3.0739 0.0021128 **
## intercept  0.00082851  0.00045097  1.8372 0.0661824 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève l'intercept.

```r
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,0,NA),include.mean=F)
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1 -0.086245   0.021122 -4.0832 4.441e-05 ***
## ma2 -0.071493   0.021424 -3.3371 0.0008466 ***
## ma5  0.064162   0.020329  3.1561 0.0015990 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Ici, on a trouvé un modèle où tous les coefficients sont significatifs. Ce modèle MA(5) sert à modéliser l'autocorrélation détectée dans $r_t(e)$.

Nous testons maintenant si les aléas du modèle MA(5) ont une espérance nulle et ne sont pas autocorrélés.

On teste:

$$H_0 : E[\epsilon] = 0$$

$$H_a : E[\epsilon] \neq 0$$

```r
residu<-reg$res
t.test(residu)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  residu
## t = 1.8364, df = 2263, p-value = 0.06643
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -6.222812e-05  1.896746e-03
## sample estimates:
##    mean of x
## 0.0009172589
```

La p-value: $0.06 > 0.05$, donc on ne rejette pas H_0. L'espérance des aléas est nulle.

On teste l'absence d'autocorrélation dans les aléas de la régression MA(5).

$$H_0 : \text{absence d'autocorrélation jusqua l'ordre K}$$

$$H_a : \text{Présence d'autocorrélation}$$

```r
library(tseries)
#Standardisation des résidus
residuv=(residu-mean(residu))/sd(residu)
K<-20
tmp<-rep(0,K)
for(i in 1:K){
tmp[i]<-Box.test(residuv,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```r
tmp
```

```
##  [1] 0.9433568 0.9951734 0.9978785 0.9538266 0.9840664 0.8775101 0.9237612
##  [8] 0.9526377 0.9521448 0.8137881 0.4132367 0.2850362 0.3227299 0.2437847
## [15] 0.3044731 0.3373791 0.2739823 0.1628408 0.2025765 0.1975719
```

Les p-values sont toutes > 0.05, alors on ne rejette pas H_0 (Absence d'autocorrélation jusqu'à l'ordre 20).

Clusters de volatilité

L'idée de l'hétéroscédasticité conditionnelle (ARCH) est que la variance de l'aléa au temps t dépend de l'importance des aléas au carré des périodes précédentes. Si on note ϵ_t le t ième aléa d'un modèle ARMA(p,q) représentant l'équation de la moyenne conditionnelle de rt et e les résidus associés à son estimation alors le modèle ARCH(m) représentant l'équation de la volatilité de rt s'écrit:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_m \epsilon_{m-1}^2$$

Nous réalisons le test ARCH d'Engle sur $r_t(e)$ pour voir s'il y a des clusters de volatilité :

$$H_0 : \alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_m = 0$$

Homoscédasticité Conditionnelle [Absence d'Effets ARCH(Clusters de volatilité)]

$$H_a : \text{au moins 1 } \alpha_i \text{ est différent de 0 avec i} \neq 0$$

Hétéroscédasticité Conditionnelle [Présence d'Effets ARCH(Clusters de volatilité)]

```r
library(FinTS)
LM1<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=1)
LM1
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 86.222, df = 1, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM2<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=2)
LM2
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 200.5, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM10<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=10)
LM10
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 439.11, df = 10, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM20<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=20)
LM20
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 520.4, df = 20, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM30<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=30)
LM30
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 565.54, df = 30, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM40<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=40)
LM40
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 580.78, df = 40, p-value < 2.2e-16
```

Toutes les p-values sont < 0.05, donc on rejette H_0.

On conclut qu'il y a des clusters de volatilité dans $r_t(e)$.

Queues épaisses conditionnelles

Pour modéliser les clusters de volatilité dans $r_t(e)$, on estime le modèle GARCH(1,1) sur les résidus du MA(5).

```
volat<-garch(residuv,order=c(1,1))
```

```
##
##  ***** ESTIMATION WITH ANALYTICAL GRADIENT *****
##
##
##      I     INITIAL X(I)        D(I)
##
##      1     9.000000e-01     1.000e+00
##      2     5.000000e-02     1.000e+00
##      3     5.000000e-02     1.000e+00
##
##     IT   NF      F         RELDF    PRELDF    RELDX   STPPAR   D*STEP   NPRELDF
##      0    1  1.048e+03
##      1    2  1.038e+03  9.61e-03  7.45e-01  6.0e-01  7.8e+02  1.0e+00  2.91e+02
##      2    3  8.974e+02  1.36e-01  1.40e-01  2.0e-01  3.1e+00  5.0e-01  5.38e+01
##      3    5  8.729e+02  2.73e-02  2.91e-02  2.3e-02  4.2e+00  5.0e-02  2.33e+03
##      4    6  8.642e+02  9.90e-03  2.37e-02  5.3e-02  2.1e+00  1.0e-01  8.77e+02
##      5    7  8.399e+02  2.82e-02  3.37e-02  6.1e-02  2.0e+00  1.0e-01  3.63e+02
##      6    9  8.308e+02  1.08e-02  1.68e-02  4.4e-02  2.0e+00  8.2e-02  2.82e+02
##      7   10  8.190e+02  1.43e-02  2.07e-02  5.4e-02  2.0e+00  8.2e-02  7.96e+01
##      8   11  8.137e+02  6.43e-03  1.42e-02  4.1e-02  2.0e+00  8.2e-02  2.71e+01
##      9   12  7.970e+02  2.05e-02  2.40e-02  5.3e-02  2.0e+00  8.2e-02  1.51e+01
##     10   15  7.485e+02  6.08e-02  7.17e-02  2.7e-01  2.0e+00  3.5e-01  1.32e+01
##     11   17  7.386e+02  1.34e-02  4.37e-02  2.3e-02  2.4e+00  3.5e-02  2.78e+01
##     12   19  7.255e+02  1.77e-02  1.96e-02  6.3e-02  2.0e+00  1.1e-01  2.21e+01
##     13   21  7.235e+02  2.74e-03  7.63e-03  5.6e-03  6.0e+02  1.1e-02  1.08e+01
##     14   22  7.205e+02  4.12e-03  4.55e-03  4.6e-03  2.0e+00  1.1e-02  2.97e+00
##     15   23  7.164e+02  5.66e-03  5.75e-03  1.4e-02  2.0e+00  2.2e-02  3.54e+00
##     16   26  6.991e+02  2.42e-02  2.56e-02  5.7e-02  1.9e+00  1.2e-01  3.61e+00
##     17   28  6.973e+02  2.54e-03  3.81e-03  6.4e-03  1.4e+01  1.2e-02  3.45e-01
##     18   29  6.969e+02  6.07e-04  1.64e-03  6.2e-03  8.0e+00  1.2e-02  2.88e-01
##     19   30  6.953e+02  2.33e-03  2.51e-03  6.3e-03  1.9e+00  1.2e-02  6.37e-02
##     20   32  6.933e+02  2.79e-03  4.30e-03  1.7e-02  1.8e+00  3.7e-02  4.96e-02
##     21   33  6.919e+02  2.15e-03  3.64e-03  1.5e-02  9.8e-01  3.7e-02  7.59e-03
##     22   37  6.915e+02  5.53e-04  9.24e-04  5.0e-04  3.6e+00  1.1e-03  1.81e-03
##     23   38  6.914e+02  4.72e-05  5.25e-05  5.0e-04  1.8e+00  1.1e-03  1.78e-04
##     24   40  6.914e+02  5.43e-05  6.92e-05  2.1e-03  8.4e-01  4.6e-03  1.04e-04
##     25   41  6.914e+02  2.85e-06  2.98e-06  4.4e-04  0.0e+00  9.3e-04  2.98e-06
##     26   42  6.914e+02  4.99e-08  5.79e-08  2.7e-05  0.0e+00  5.1e-05  5.79e-08
##     27   47  6.914e+02  3.98e-13  3.35e-10  2.0e-07  3.0e+00  4.9e-07  1.61e-09
##     28   62  6.914e+02  1.97e-15  9.05e-17  7.3e-14  2.7e+06  2.0e-13  1.30e-09
##     29   64  6.914e+02  2.30e-15  1.81e-17  1.5e-14  1.3e+07  4.0e-14  1.30e-09
##     30   66  6.914e+02  8.22e-16  3.62e-17  2.9e-14  1.7e+06  8.0e-14  1.30e-09
##     31   68  6.914e+02 -3.78e-15  7.24e-18  5.9e-15  3.3e+07  1.6e-14  1.30e-09
##
##  ***** FALSE CONVERGENCE *****
##
##  FUNCTION     6.914026e+02   RELDX        5.855e-15
```

```
##  FUNC. EVALS      68         GRAD. EVALS      31
##  PRELDF       7.239e-18      NPRELDF      1.299e-09
##
##      I      FINAL X(I)        D(I)          G(I)
##
##      1    1.705619e-02     1.000e+00    -1.880e-01
##      2    7.358170e-02     1.000e+00    -2.062e-01
##      3    9.041853e-01     1.000e+00    -1.402e-01
```

```
summary(volat)
```

```
##
## Call:
## garch(x = residuv, order = c(1, 1))
##
## Model:
## GARCH(1,1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -7.73087 -0.57466 -0.01887  0.56204  6.43204
##
## Coefficient(s):
##     Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## a0  0.017056    0.001835    9.295   <2e-16 ***
## a1  0.073582    0.005935   12.397   <2e-16 ***
## b1  0.904185    0.006185  146.182   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Diagnostic Tests:
##  Jarque Bera Test
##
## data:  Residuals
## X-squared = 1807.9, df = 2, p-value < 2.2e-16
##
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  Squared.Residuals
## X-squared = 0.090535, df = 1, p-value = 0.7635
```

Tous les coéfficients du modèle GARCH(1,1) sont significatifs (les p-values < 0.05).

On va vérifier l'absence d'effets d'ARCH sur les résidus du modèle GARCH(1,1).

```
ArchTest(volat$res,lag=1)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.090379, df = 1, p-value = 0.7637
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=2)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.099214, df = 2, p-value = 0.9516
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=10)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 7.0365, df = 10, p-value = 0.722
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=20)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 14.584, df = 20, p-value = 0.7997
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=30)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 19.514, df = 30, p-value = 0.9286
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=40)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 24.214, df = 40, p-value = 0.9769
```

Comme toutes les p-values > 0.05, on ne rejette pas H_0. Donc on a pas d'effets d'ARCH. Le modèle GARCH(1,1) a réussi à prendre en compte toute l'hétéroscédasticité conditionnelle.

Avec notre MA(5) couplé à un GARCH(1,1), nous avons modélisé l'autocorrélation ainsi que l'hétéroscédasticité conditionnelle présentes dans le rendement logarithmique. Maintenant reste à voir si les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

```r
 anscombe.test(volat$res)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  volat$res
## kurt = 7.3556, z = 15.1345, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

La p-value < 2.2e-16 < 0.05, donc On rejette H_0.

Le kurtosis est significatif (significativement différent de 3), il est 7.3556 > 3

La distribution est alors leptokurtique.

On conclut que les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

Effet de levier

L'effet de levier s'explique par le fait que les baisses de cours tendent à engendrer une augmentation de la volatilité supérieure à celle induite par une hausse des cours de même ampleur. Comme estimateur de la volatilité en t, on utilise l'écart-type des 22 plus récents jours :

$$\sigma_t^{(22)} = \sqrt{\sum_{i=t-22}^{t} (y_i - (\sum_{i=t-22}^{t} y_i/22))^2/22}$$

Pour voir cet effet, on fait un graphique des prix et de leur volatilité:

```
sig<-rep(0,N_rte)
for(t in 1:N_rte)
{
sig[t]<-sqrt(sum(rte[t-22]-(sum(rte[t-22]/22)))^2/22)
}
sigma=sig[24:N_rte]*100
min(log(pt))
```

```
## [1] 0.6205765
```

```
max(log(pt))
```

```
## [1] 2.988204
```

```
plot(log(pt[24:N_rte]),type='l',col=2,axes=F,xlab="", ylab="")
axis(2,at=seq(0.5,5,by=0.25))#axe de gauche
par(new=T)
min(sigma)
```

```
## [1] 0
```

```
max(sigma)
```

```
## [1] 3.845645
```

```
plot(sigma,col=3,type='l',axes = F,xlab="",ylab="",sub = "Figure 4 - log(pt) journalier et écart-type r
axis(4,at=seq(0,4,by=0.25))#axe de droite
legend("topleft", c("log(pt)","sigma"),col = c(2,3),lty=c(1,1))
```

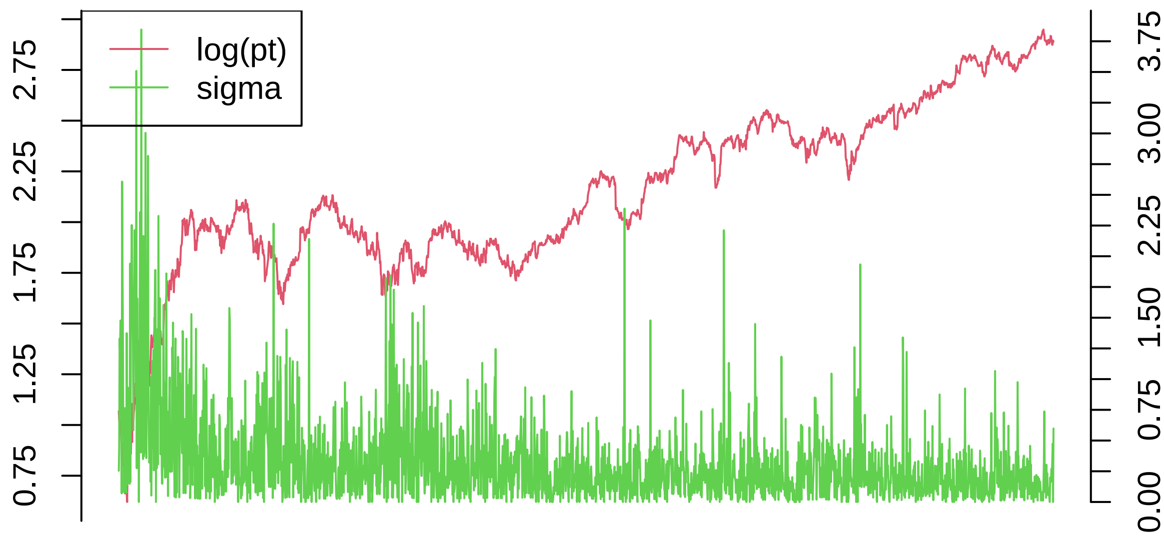


Figure 4 − log(pt) journalier et écart−type récursif journalier des rendements

La figure ci-dessus montre des périodes de chute de l'action Flex. Elles sont caractérisées par une augmentation de la volatilité > à celle consécutive à une hausse des cours. On a donc un effet levier.

Saisonnalité

Pour voir si on a de la saisonnalité dans les rendements, on étudie les effets week-end et les effets janvier.

Effet week-end

Effet week-end : L'effet Week-end s'explique par le fait que les marchés financiers sont affectés par l'accumulation d'informations durant les périodes de clôture, du week-end, durant les jours fériés ou les vacances. Cet effet se traduit par:

- une variance des rendements qui augmente à partir du mercredi selon French et Roll (1986), Baillie et Bollerslev (1989)
- une variance plus forte le lundi selon French et Roll (1986)

```r
jour=format(dates_rte, format = "%A")
tableaures <- data.frame(matrix(NA,ncol=5,nrow=4))
colnames(tableaures) <- c("Monday","Tuesday","Wednesday","Thursday","Friday")
rownames(tableaures) <- c("moyenne en %","écart-type annuel en %","skewness","kurtosis")
rtemar<-as.numeric(rte[jour=="Tuesday"])
mardi<-mean(rtemar) #moyenne journaliere
tableaures[1,2] <- mardi*100 #moyenne journaliere en %
tableaures[2,2] <- sd(rtemar)*100*sqrt(252) #ecart-type annualise en %
tableaures[3,2] <- skewness(rtemar)
tableaures[4,2] <- kurtosis(rtemar)
rtemer<-as.numeric(rte[jour=="Wednesday"])
mer<-mean(rtemer)
tableaures[1,3] <- mer*100
tableaures[2,3] <- sd(rtemer)*100*sqrt(252)
tableaures[3,3] <- skewness(rtemer)
tableaures[4,3] <- kurtosis(rtemer)
rtejeu<-as.numeric(rte[jour=="Thursday"])
jeudi<-mean(rtejeu)
tableaures[1,4] <- jeudi*100
tableaures[2,4] <- sd(rtejeu)*100*sqrt(252)
tableaures[3,4] <- skewness(rtejeu)
tableaures[4,4] <- kurtosis(rtejeu)
rteven<-as.numeric(rte[jour=="Friday"])
ven<-mean(rteven)
tableaures[1,5] <- ven*100
tableaures[2,5] <- sd(rteven)*100*sqrt(252)
tableaures[3,5] <- skewness(rteven)
tableaures[4,5] <- kurtosis(rteven)
rtelun<-as.numeric(rte[jour=="Monday"])
lundi<-mean(rtelun)
tableaures[1,1] <- lundi*100
tableaures[2,1] <- sd(rtelun)*100*sqrt(252)
tableaures[3,1] <- skewness(rtelun)
tableaures[4,1] <- kurtosis(rtelun)
tableaures
```

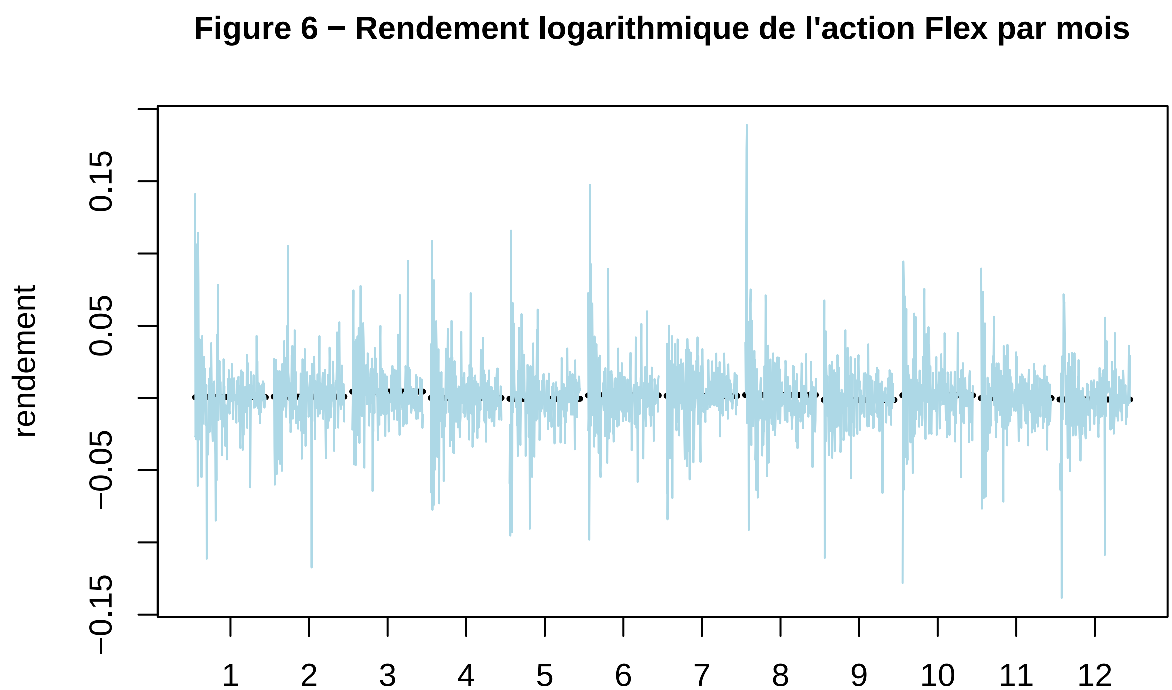
```
##                            Monday     Tuesday  Wednesday    Thursday     Friday
## moyenne en %            0.2583227  0.20091050  0.1439166 -0.05622429 -0.1236741
## écart-type annuel en % 38.3657672 35.42087142 42.2760526 35.30990614 38.2560590
## skewness                1.2328085 -0.03596162  1.2167465  0.04644250 -0.7467562
## kurtosis                9.3047222  4.50752501  8.7642580  4.39976146  7.4892899
```

Ici on peut voir que l'écart type du mercredi est le plus grand, 42.276% ici. L'écart-type baisse le jeudi [35.3099] et remonte un peu le vendredi [38.2560]. Cependant on ne peut pas conclure qu'on est en présence de l'effet weekend vu qu'entre mercredi et vendredi il passe de 42.2760% à 38.2560%.

Effet janvier

Dans la pratique, on observe des rendements statistiquement anormaux, positifs ou négatifs, des marchés d'actions selon les mois de l'année. Les mois les plus positifs en termes de performances sont, en général, Avril, suivi de Janvier, puis de Décembre.

```
# On réalise le monthplot de rendement logarithmique sur rte :
monthplot(rte, ylab="rendement",main="Figure 6 - Rendement logarithmique de l'action Flex par mois", ce
```



On remarque que la moyenne des rendements est plus forte en Mars. Les moyenne de janvier, avril et décembre ne sont pas les plus élevées. La volatilité du mois de janvier n'est pas la plus forte (selon le graphique, la volatilité du mois d'août semble la plus forte). Donc on a pas d'effet janvier.

Résumé des 8 caractéristiques du rendement logarithmique $r_t(e)$

On a étudié les 8 caractéristiques principales du rendement logarithmique $r_t(e)$ de l'action Flex.

Propriété de $r_t(e)$	Présence
Stationnarité	Oui
—	—
Asymmétrie	Oui
—	—
Queues de distribution épaisses	Oui
—	—
Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements	Oui
—	—
Cluster de volatilité	Oui
—	—
Queues épaisses conditionnelles	Oui

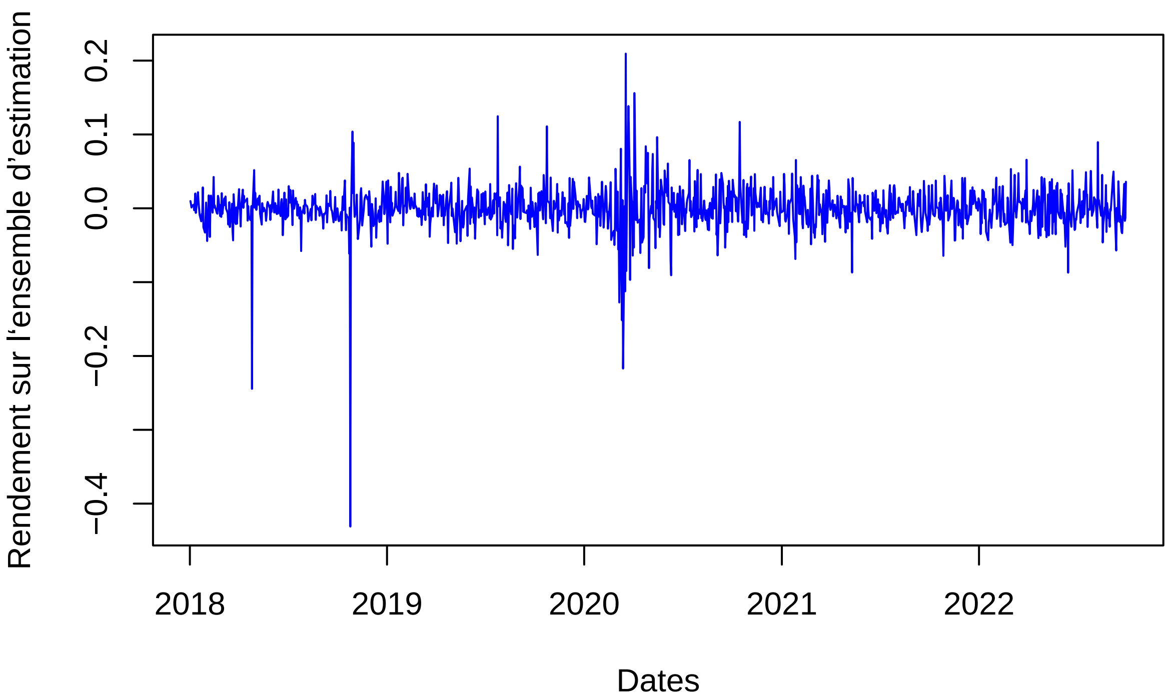
Propriété de $r_t(e)$	Présence
—	—
Effet de levier	Oui
—	—
Saisonnalité	Non

Analyse des 8 propriétés de $r_t(t)$

On refait les mêmes tests sur $r_t(t)$ que sur $r_t(e)$ afin de déterminer ses caractéristiques.

On regarde maintenant le rendement de Flex sur l'ensemble de l'estimation ($r_t(t)$).

```
#Chronogramme de rte
plot(dates[2265:N],rtt,type='l',col='blue',xlab = "Dates", ylab = "Rendement sur l‘ensemble d’estimatio
```



Stationnarité

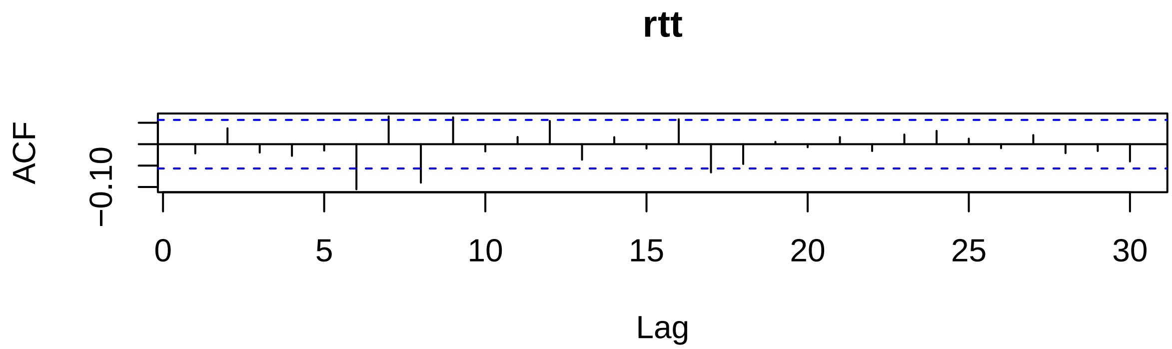
Test de Dickey Fuller

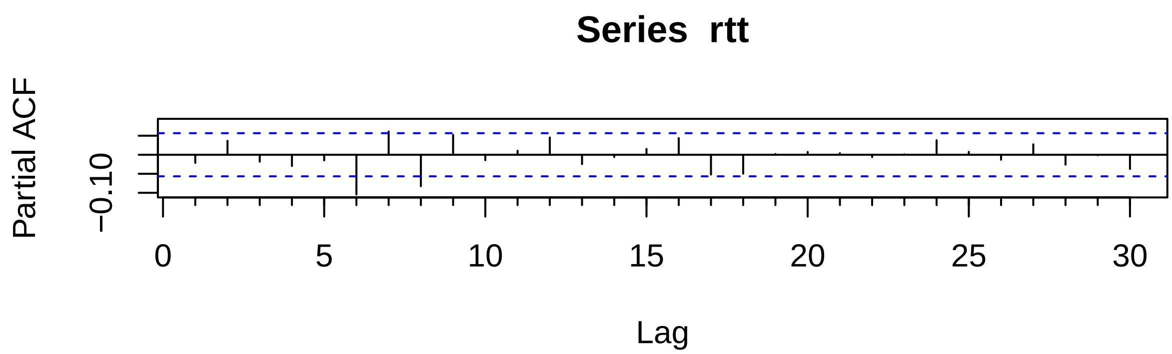
Avant le Test de DICKEY- FULLER (DF), on regarde s'il y a de l'autocorrélation dans notre série $r_t(t)$. On regarde l'ACF et le PACF.

```
op<-par(mfrow=c(2,1))

Acf(rtt)

Pacf(rtt)
```






```
par(op)
```

Sur L'acf on remarque de l'autocorrélation à l'ordre 6,7,8,9,13,16 et 17.

Sur Le Pacf on remarque de l'autocorrélation à l'ordre 6,7,8,9,17 et 18.

On commence par tester avec la spécification "Trend".

```
summary(ur.df(rtt,type="trend",lags=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression trend
##
##
## Call:
```

```
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43000 -0.01396 -0.00011  0.01522  0.20712
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -1.462e-03  1.809e-03  -0.808    0.419
## z.lag.1     -1.022e+00  2.897e-02 -35.280   <2e-16 ***
## tt           2.353e-06  2.620e-06   0.898    0.369
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03123 on 1192 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5108, Adjusted R-squared:   0.51
## F-statistic: 622.4 on 2 and 1192 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2804 414.9032 622.3546
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau3 -3.96 -3.41 -3.12
## phi2  6.09  4.68  4.03
## phi3  8.27  6.25  5.34
```

La p-value de $\beta_1 = 0.369 > 0.05$ alors on ne rejette pas H_0: $\beta_1 = 0$

Comme β_1 n'est pas significatif on essaye la spécification drift.

```r
summary(ur.df(rtt,type="drift",lags=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression drift
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43092 -0.01341 -0.00017  0.01501  0.20708
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -5.511e-05  9.035e-04  -0.061    0.951
## z.lag.1     -1.021e+00  2.896e-02 -35.272   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
##
## Residual standard error: 0.03123 on 1193 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5105, Adjusted R-squared:  0.5101
## F-statistic:  1244 on 1 and 1193 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2719 622.0525
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.43 -2.86 -2.57
## phi1  6.43  4.59  3.78
```

La p-value de $\beta_0 = 0.951 > 0.05$ alors on ne rejette pas H_0: $\beta_0 = 0$

Comme β_0 n'est pas significatif on essaye la spécification none.

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lags=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43097 -0.01346 -0.00023  0.01495  0.20703
##
## Coefficients:
##         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1 -1.02148    0.02895  -35.29   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03122 on 1194 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5105, Adjusted R-squared:  0.5101
## F-statistic:  1245 on 1 and 1194 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2865
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

La valeur de la statistique t associée à $(\rho - 1)$ = -35.2865 (première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic") < la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95

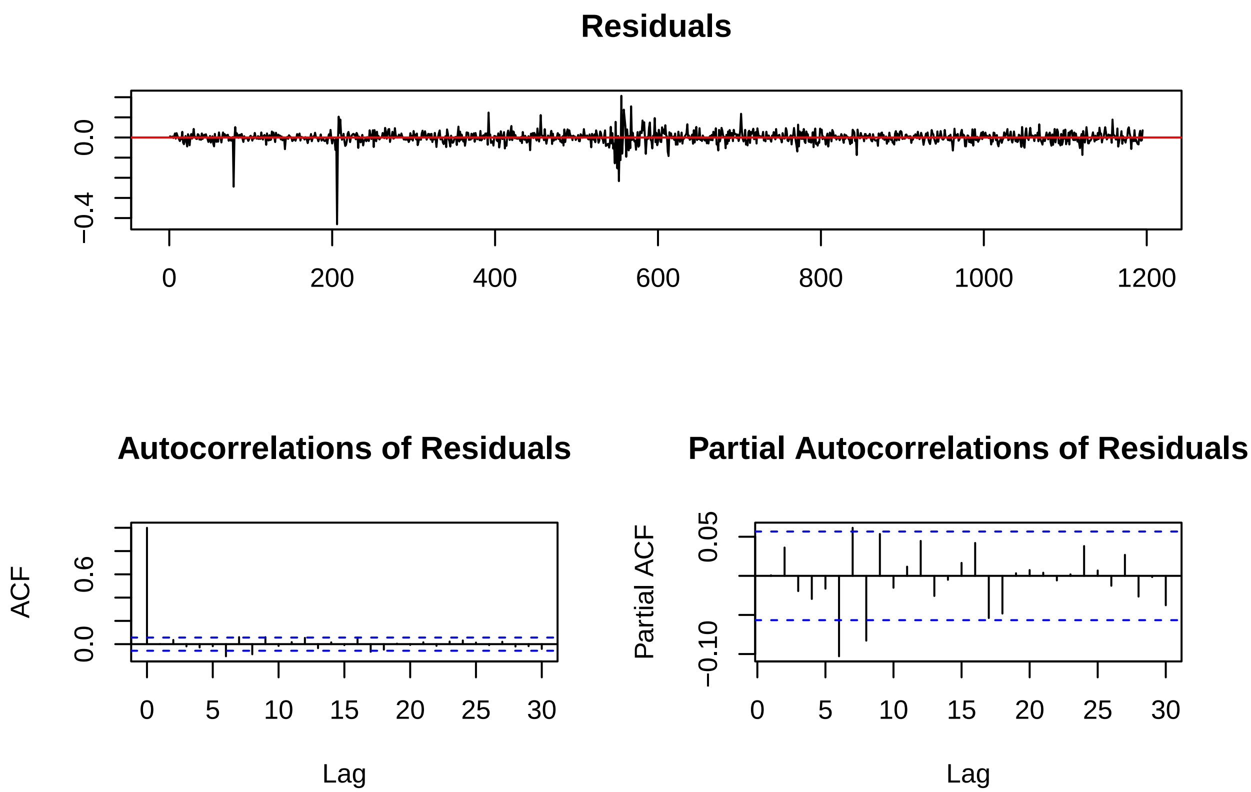
On rejette H_0: $\rho - 1 = 0$

Or, $\rho - 1 =$ -1.02148, $\rho = 0.02148$, $|\rho| = 0.02148 < 1$

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ est stationnaire. Cette conclusion n'est valide que si les aléas de la régression de Dickey-Fuller ne sont pas auto-corrélés.

On vérifie les aléas de la régression.

```
plot(ur.df(rtt,type="none",lag=0))
```



Comme il y a de l'autocorrélation, on passe au test ADF.

Dickey Fuller Augmenté

L'ADF ajoute des variables explicatives en plus jusqu'à l'ordre p. Afin de déterminer le nombre de p retards qu'il faut ajouter, on utilise le MAIC.

```
N_rtt = length(rtt)
N_rtt
```

```
## [1] 1196
```

```
Schwert<-as.integer(12*(N_rtt/100)^(0.25))
pmax = Schwert
pmax
```

```
## [1] 22
```

```
summary(CADFtest(rtt, criterion="MAIC",type="none",max.lag.y=pmax))
```

```
## Augmented DF test
##                                              ADF test
## t-test statistic:                        -2.360126e+01
## p-value:                                  4.443952e-41
## Max lag of the diff. dependent variable:  1.000000e+00
##
## Call:
## dynlm(formula = formula(model), start = obs.1, end = obs.T)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42869 -0.01369 -0.00028  0.01506  0.20685
##
## Coefficients:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## L(y, 1)    -0.98482    0.04173 -23.601   <2e-16 ***
## L(d(y), 1) -0.03720    0.02919  -1.274    0.203
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03141 on 1171 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5122, Adjusted R-squared:  0.5114
## F-statistic:    NA on NA and NA DF,  p-value: NA
```

Le MAIC donne:

```
1
```

```
## [1] 1
```

D'après le MAIC, nous avons besoin d'introduire 1 variable explicative additionnelle dans notre régression de DF pour prendre en compte l'autocorrélation.

$$\triangle X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t + \sum_{p=1}^{1} \gamma_p \triangle X_{t-p}$$

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=1))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
```

```
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42872 -0.01371 -0.00030  0.01501  0.20700
##
## Coefficients:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1    -0.98408    0.04139 -23.778   <2e-16 ***
## z.diff.lag -0.03668    0.02896  -1.267    0.206
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03122 on 1192 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5112, Adjusted R-squared:  0.5103
## F-statistic: 623.2 on 2 and 1192 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -23.7781
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

On a -23.7781 $<$ -1.95

La valeur de la statistique t associée à $\rho - 1 =$ -23.7781 [première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic"] $<$ la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95 On rejette H_0: $\rho - 1 = 0$.

Or, $\rho - 1 \approx$ -0.98408, $\rho \approx$ 0.01592, $|\rho| =$ 0.01592 $<$ 1

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ est stationnaire.

$|t - value|$ de $\gamma_1 = 1.267 < 1.64$, γ_1 n'est pas significatif. Cela indique que notre modèle ADF avec 1 variable explicative additionnelle n'arrive pas à prendre en compte l'autocorrélation dans notre série $r_t(t)$.

On va utiliser la méthode Top-down.

On teste avec pmax(qui vaut 22).

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
```

```
## -0.42744 -0.01416  0.00005  0.01529  0.18133
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.1327575  0.1527935  -7.414 2.38e-13 ***
## z.diff.lag1   0.1249116  0.1491729   0.837    0.403
## z.diff.lag2   0.1524293  0.1454848   1.048    0.295
## z.diff.lag3   0.1373358  0.1416865   0.969    0.333
## z.diff.lag4   0.1078085  0.1377305   0.783    0.434
## z.diff.lag5   0.0840880  0.1336244   0.629    0.529
## z.diff.lag6  -0.0060476  0.1297345  -0.047    0.963
## z.diff.lag7   0.0498286  0.1260821   0.395    0.693
## z.diff.lag8  -0.0265950  0.1219863  -0.218    0.827
## z.diff.lag9   0.0211002  0.1176063   0.179    0.858
## z.diff.lag10  0.0091951  0.1131346   0.081    0.935
## z.diff.lag11  0.0202282  0.1087177   0.186    0.852
## z.diff.lag12  0.0627410  0.1037203   0.605    0.545
## z.diff.lag13  0.0372529  0.0983431   0.379    0.705
## z.diff.lag14  0.0285111  0.0927589   0.307    0.759
## z.diff.lag15  0.0469702  0.0862628   0.545    0.586
## z.diff.lag16  0.0922970  0.0802069   1.151    0.250
## z.diff.lag17  0.0401058  0.0729881   0.549    0.583
## z.diff.lag18 -0.0100455  0.0662261  -0.152    0.879
## z.diff.lag19 -0.0076301  0.0590092  -0.129    0.897
## z.diff.lag20  0.0003673  0.0511546   0.007    0.994
## z.diff.lag21  0.0048944  0.0420994   0.116    0.907
## z.diff.lag22 -0.0008746  0.0296269  -0.030    0.976
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03112 on 1150 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5297, Adjusted R-squared:  0.5203
## F-statistic: 56.31 on 23 and 1150 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.4137
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

Comme $|t - value|$ de $\gamma_{22} = 0.030 < 1.64$, γ_{22} n'est pas significatif. Alors on teste avec pmax-1.

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-1))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
```

```
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42753 -0.01409 -0.00010  0.01521  0.18161
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.132589   0.149093  -7.597 6.27e-14 ***
## z.diff.lag1   0.125625   0.145419   0.864    0.388
## z.diff.lag2   0.152792   0.141603   1.079    0.281
## z.diff.lag3   0.138241   0.137645   1.004    0.315
## z.diff.lag4   0.110142   0.133548   0.825    0.410
## z.diff.lag5   0.087329   0.129689   0.673    0.501
## z.diff.lag6  -0.003867   0.126075  -0.031    0.976
## z.diff.lag7   0.052265   0.121974   0.428    0.668
## z.diff.lag8  -0.023824   0.117603  -0.203    0.839
## z.diff.lag9   0.024667   0.113130   0.218    0.827
## z.diff.lag10  0.013058   0.108714   0.120    0.904
## z.diff.lag11  0.024197   0.103716   0.233    0.816
## z.diff.lag12  0.066277   0.098322   0.674    0.500
## z.diff.lag13  0.040004   0.092749   0.431    0.666
## z.diff.lag14  0.031494   0.086235   0.365    0.715
## z.diff.lag15  0.049186   0.080168   0.614    0.540
## z.diff.lag16  0.094165   0.072922   1.291    0.197
## z.diff.lag17  0.041988   0.066214   0.634    0.526
## z.diff.lag18 -0.008299   0.058994  -0.141    0.888
## z.diff.lag19 -0.006174   0.051144  -0.121    0.904
## z.diff.lag20  0.001707   0.042091   0.041    0.968
## z.diff.lag21  0.005922   0.029623   0.200    0.842
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03112 on 1152 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.529,  Adjusted R-squared:   0.52
## F-statistic: 58.81 on 22 and 1152 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.5965
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

$|t - value|$ de $\gamma_{21} = 0.200 < 1.64$, donc γ_{21} n'est pas significatif. On continue avec pmax-2.

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-2))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
```

```
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42747 -0.01407 -0.00017  0.01521  0.18191
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.125868   0.145263  -7.751    2e-14 ***
## z.diff.lag1   0.118692   0.141461   0.839    0.402
## z.diff.lag2   0.146105   0.137487   1.063    0.288
## z.diff.lag3   0.132269   0.133393   0.992    0.322
## z.diff.lag4   0.104953   0.129546   0.810    0.418
## z.diff.lag5   0.081918   0.125962   0.650    0.516
## z.diff.lag6  -0.009476   0.121896  -0.078    0.938
## z.diff.lag7   0.046754   0.117521   0.398    0.691
## z.diff.lag8  -0.028898   0.113055  -0.256    0.798
## z.diff.lag9   0.019951   0.108641   0.184    0.854
## z.diff.lag10  0.008116   0.103651   0.078    0.938
## z.diff.lag11  0.018939   0.098258   0.193    0.847
## z.diff.lag12  0.060700   0.092671   0.655    0.513
## z.diff.lag13  0.034216   0.086172   0.397    0.691
## z.diff.lag14  0.025802   0.080080   0.322    0.747
## z.diff.lag15  0.042987   0.072824   0.590    0.555
## z.diff.lag16  0.088575   0.066097   1.340    0.180
## z.diff.lag17  0.036435   0.058946   0.618    0.537
## z.diff.lag18 -0.013884   0.051103  -0.272    0.786
## z.diff.lag19 -0.011741   0.042059  -0.279    0.780
## z.diff.lag20 -0.004200   0.029602  -0.142    0.887
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0311 on 1154 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5289, Adjusted R-squared:  0.5204
## F-statistic:  61.7 on 21 and 1154 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.7506
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

$|t - value|$ de $\gamma_{20} = 0.142 < 1.64$, donc γ_{20} n'est pas significatif. On continue avec pmax-3.

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-3))
```

```
##
```

```
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42750 -0.01411 -0.00010  0.01519  0.18188
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.130709   0.141280  -8.003 2.93e-15 ***
## z.diff.lag1   0.123447   0.137321   0.899    0.369
## z.diff.lag2   0.150581   0.133207   1.130    0.259
## z.diff.lag3   0.136333   0.129368   1.054    0.292
## z.diff.lag4   0.109007   0.125799   0.867    0.386
## z.diff.lag5   0.086134   0.121763   0.707    0.479
## z.diff.lag6  -0.005274   0.117425  -0.045    0.964
## z.diff.lag7   0.050768   0.112952   0.449    0.653
## z.diff.lag8  -0.025084   0.108546  -0.231    0.817
## z.diff.lag9   0.023939   0.103555   0.231    0.817
## z.diff.lag10  0.012255   0.098176   0.125    0.901
## z.diff.lag11  0.023190   0.092588   0.250    0.802
## z.diff.lag12  0.065131   0.086070   0.757    0.449
## z.diff.lag13  0.038467   0.079996   0.481    0.631
## z.diff.lag14  0.030355   0.072704   0.418    0.676
## z.diff.lag15  0.047130   0.065966   0.714    0.475
## z.diff.lag16  0.092668   0.058793   1.576    0.115
## z.diff.lag17  0.040493   0.051041   0.793    0.428
## z.diff.lag18 -0.009864   0.042021  -0.235    0.814
## z.diff.lag19 -0.007532   0.029576  -0.255    0.799
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03108 on 1156 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.529,  Adjusted R-squared:  0.5208
## F-statistic: 64.91 on 20 and 1156 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.0033
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

$|t - value|$ de $\gamma_{19} = 0.255 < 1.64$, donc γ_{19} n'est pas significatif. On continue avec pmax-4.

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-4))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42744 -0.01421 -0.00022  0.01520  0.18203
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.139270   0.137147  -8.307 2.72e-16 ***
## z.diff.lag1   0.132491   0.133047   0.996   0.3195
## z.diff.lag2   0.159550   0.129185   1.235   0.2171
## z.diff.lag3   0.144563   0.125626   1.151   0.2501
## z.diff.lag4   0.117626   0.121607   0.967   0.3336
## z.diff.lag5   0.095005   0.117299   0.810   0.4181
## z.diff.lag6   0.003746   0.112868   0.033   0.9735
## z.diff.lag7   0.059719   0.108449   0.551   0.5820
## z.diff.lag8  -0.015816   0.103472  -0.153   0.8785
## z.diff.lag9   0.033189   0.098086   0.338   0.7351
## z.diff.lag10  0.021179   0.092516   0.229   0.8190
## z.diff.lag11  0.032545   0.085995   0.378   0.7052
## z.diff.lag12  0.073685   0.079894   0.922   0.3566
## z.diff.lag13  0.047290   0.072623   0.651   0.5151
## z.diff.lag14  0.038529   0.065839   0.585   0.5585
## z.diff.lag15  0.055088   0.058649   0.939   0.3478
## z.diff.lag16  0.100361   0.050862   1.973   0.0487 *
## z.diff.lag17  0.048049   0.041954   1.145   0.2523
## z.diff.lag18 -0.002215   0.029553  -0.075   0.9403
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03105 on 1158 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5289, Adjusted R-squared:  0.5212
## F-statistic: 68.44 on 19 and 1158 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.3069
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

$|t - value|$ de $\gamma_{18} = 0.075 < 1.64$, donc γ_{18} n'est pas significatif. On continue avec pmax-5.

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-5))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42752 -0.01418 -0.00021  0.01518  0.18206
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.14315    0.13293  -8.599   <2e-16 ***
## z.diff.lag1   0.13702    0.12908   1.061   0.2887
## z.diff.lag2   0.16316    0.12550   1.300   0.1938
## z.diff.lag3   0.14836    0.12149   1.221   0.2223
## z.diff.lag4   0.12174    0.11720   1.039   0.2991
## z.diff.lag5   0.09962    0.11279   0.883   0.3773
## z.diff.lag6   0.00854    0.10842   0.079   0.9372
## z.diff.lag7   0.06466    0.10342   0.625   0.5319
## z.diff.lag8  -0.01125    0.09805  -0.115   0.9087
## z.diff.lag9   0.03718    0.09246   0.402   0.6877
## z.diff.lag10  0.02539    0.08596   0.295   0.7677
## z.diff.lag11  0.03606    0.07985   0.452   0.6517
## z.diff.lag12  0.07704    0.07254   1.062   0.2885
## z.diff.lag13  0.05051    0.06578   0.768   0.4428
## z.diff.lag14  0.04155    0.05853   0.710   0.4779
## z.diff.lag15  0.05785    0.05071   1.141   0.2541
## z.diff.lag16  0.10306    0.04175   2.469   0.0137 *
## z.diff.lag17  0.05046    0.02948   1.712   0.0872 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03104 on 1160 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5284, Adjusted R-squared:  0.5211
## F-statistic: 72.21 on 18 and 1160 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.5993
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

$|t - value|$ de $\gamma_{17} = 1.712 > 1.64$, donc γ_{17} est significatif.

On a -8.5993 < -1.95

La valeur de la statistique t associée à $\rho - 1$ = -8.5993 [première valeur donnée dans la ligne "Value of test-statistic"] < la valeur critique donnée à l'intersection de la ligne "tau1" et de la colonne "5pct" = -1.95 On rejette H_0: $\rho - 1 = 0$.

Or, $\rho - 1 \approx$ -1.14315, $\rho \approx$ 0.14315, $|\rho| = 0.14315 < 1$

Donc, on en conclut que le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ est stationnaire.

Ces résultats sont valables que s'il n'y a pas de changement structurel. Pour voir s'il y a un changement structurel on utilise le test Zivot et Andrews.

Test de Zivot et Andrews (ZA)

On commence par tester avec le lag donné par le MAIC.

```
# Commençons par lag = 1 (selon MAIC) :
summary(ur.za(rtt, model="both",lag=1))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.41590 -0.01405  0.00016  0.01536  0.20469
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  3.718e-03  4.418e-03   0.841  0.40024
## y.l1         3.193e-03  4.144e-02   0.077  0.93860
## trend       -8.094e-05  3.655e-05  -2.214  0.02699 *
## y.dl1       -3.306e-02  2.890e-02  -1.144  0.25291
## du           1.526e-02  4.777e-03   3.194  0.00144 **
## dt           7.850e-05  3.671e-05   2.138  0.03270 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03113 on 1188 degrees of freedom
##   (2 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.01107,    Adjusted R-squared:  0.006909
## F-statistic:  2.66 on 5 and 1188 DF,  p-value: 0.02121
##
##
## Teststatistic: -24.0536
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 208
```

$|t - value|$ de γ_1 = 1.144 < 1.64, donc γ_1 n'est pas significatif. On essaye avec le lag donné par la méthode Top-down.

```r
# lag = 17 (selon top-down) :
summary(ur.za(rtt, model="both",lag=17))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42076 -0.01372  0.00029  0.01459  0.17505
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.014e-04  4.613e-03  -0.087  0.93067
## y.l1        -2.612e-01  1.386e-01  -1.885  0.05975 .
## trend       -3.586e-05  3.137e-05  -1.143  0.25319
## y.dl1        2.480e-01  1.342e-01   1.848  0.06491 .
## y.dl2        2.675e-01  1.302e-01   2.055  0.04011 *
## y.dl3        2.459e-01  1.257e-01   1.956  0.05067 .
## y.dl4        2.125e-01  1.210e-01   1.756  0.07928 .
## y.dl5        1.834e-01  1.161e-01   1.579  0.11462
## y.dl6        8.548e-02  1.113e-01   0.768  0.44281
## y.dl7        1.340e-01  1.059e-01   1.265  0.20606
## y.dl8        5.121e-02  1.002e-01   0.511  0.60922
## y.dl9        9.217e-02  9.418e-02   0.979  0.32799
## y.dl10       7.308e-02  8.734e-02   0.837  0.40290
## y.dl11       7.710e-02  8.093e-02   0.953  0.34098
## y.dl12       1.112e-01  7.335e-02   1.517  0.12964
## y.dl13       7.866e-02  6.636e-02   1.185  0.23615
## y.dl14       6.416e-02  5.893e-02   1.089  0.27650
## y.dl15       7.483e-02  5.094e-02   1.469  0.14215
## y.dl16       1.144e-01  4.185e-02   2.733  0.00636 **
## y.dl17       5.636e-02  2.949e-02   1.911  0.05621 .
## du           1.173e-02  4.696e-03   2.498  0.01263 *
## dt           3.294e-05  3.156e-05   1.044  0.29685
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03098 on 1156 degrees of freedom
##   (18 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.04437,    Adjusted R-squared:  0.02701
## F-statistic: 2.556 on 21 and 1156 DF,  p-value: 0.0001425
##
##
## Teststatistic: -9.0989
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 246
```

$|t - value|$ de $\gamma_{17} = 1.911 > 1.64$ donc γ_{17} est significatif.

L'autocorrélation dans notre série $r_t(t)$ est modélisée ici.

La p-value de $\delta_1 = 0.01263 < 0.05$, alors on rejette $H_0 \ \ \delta_1 = 0$

La p-value de $\delta_2 = 0.29685 > 0.05$, alors on ne rejette pas $H_0 \ \ \delta_2 = 0$

δ_2 n'est pas significatif donc la spécification "both" n'est pas correcte.

On teste avec la spécification "crash".

```r
# lag = 17 (selon top-down) :
summary(ur.za(rtt, model="intercept",lag=17))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42310 -0.01382  0.00008  0.01491  0.17566
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.654e-03  2.162e-03  -2.153  0.03154 *
## y.l1        -2.461e-01  1.379e-01  -1.785  0.07448 .
## trend       -3.344e-06  3.650e-06  -0.916  0.35972
## y.dl1        2.337e-01  1.336e-01   1.750  0.08037 .
## y.dl2        2.540e-01  1.295e-01   1.961  0.05014 .
## y.dl3        2.333e-01  1.251e-01   1.864  0.06253 .
## y.dl4        2.007e-01  1.205e-01   1.666  0.09600 .
## y.dl5        1.724e-01  1.157e-01   1.490  0.13645
## y.dl6        7.521e-02  1.109e-01   0.678  0.49788
## y.dl7        1.246e-01  1.055e-01   1.180  0.23806
## y.dl8        4.255e-02  9.982e-02   0.426  0.67001
## y.dl9        8.444e-02  9.390e-02   0.899  0.36867
## y.dl10       6.627e-02  8.710e-02   0.761  0.44685
## y.dl11       7.114e-02  8.073e-02   0.881  0.37840
## y.dl12       1.062e-01  7.319e-02   1.451  0.14701
## y.dl13       7.447e-02  6.624e-02   1.124  0.26117
## y.dl14       6.067e-02  5.883e-02   1.031  0.30267
## y.dl15       7.213e-02  5.088e-02   1.418  0.15656
## y.dl16       1.125e-01  4.181e-02   2.692  0.00721 **
## y.dl17       5.539e-02  2.948e-02   1.879  0.06049 .
## du           8.171e-03  3.229e-03   2.531  0.01151 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03098 on 1157 degrees of freedom
##   (18 observations deleted due to missingness)
```

```
## Multiple R-squared:  0.04347,    Adjusted R-squared:  0.02693
## F-statistic: 2.629 on 20 and 1157 DF,  p-value: 0.0001211
##
##
## Teststatistic: -9.039
## Critical values: 0.01= -5.34 0.05= -4.8 0.1= -4.58
##
## Potential break point at position: 246
```

$|t - value|$ de $\gamma_{17} = 1.879 > 1.6$ donc γ_{17} est significatif.

L'autocorrélation dans notre série $r_t(t)$ est modélisée ici.

La p-value de $\delta = 0.01151 < 0.05$, alors on rejette $H_0 \;\; delta = 0$

δ est significatif donc la spécification "intercept" est correcte.

La statistique calculée : -9.039 < la valeur critique à 5% : -4.8, alors on rejette H_0: $\rho = 1$ [PGD DS sans changement structurel]

Or, β_1 n'est pas significatif [car sa p-value = 0.35972 > 0.05]. Mais on ne peut pas enlever β_1 car sous H_a on a un PGD trend qui implique la présence de β_1.

$|\rho| = 0.2461 < 1$

Le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ est TS avec un unique changement structurel.

La localisation du point de rupture est la 246-ième observation.

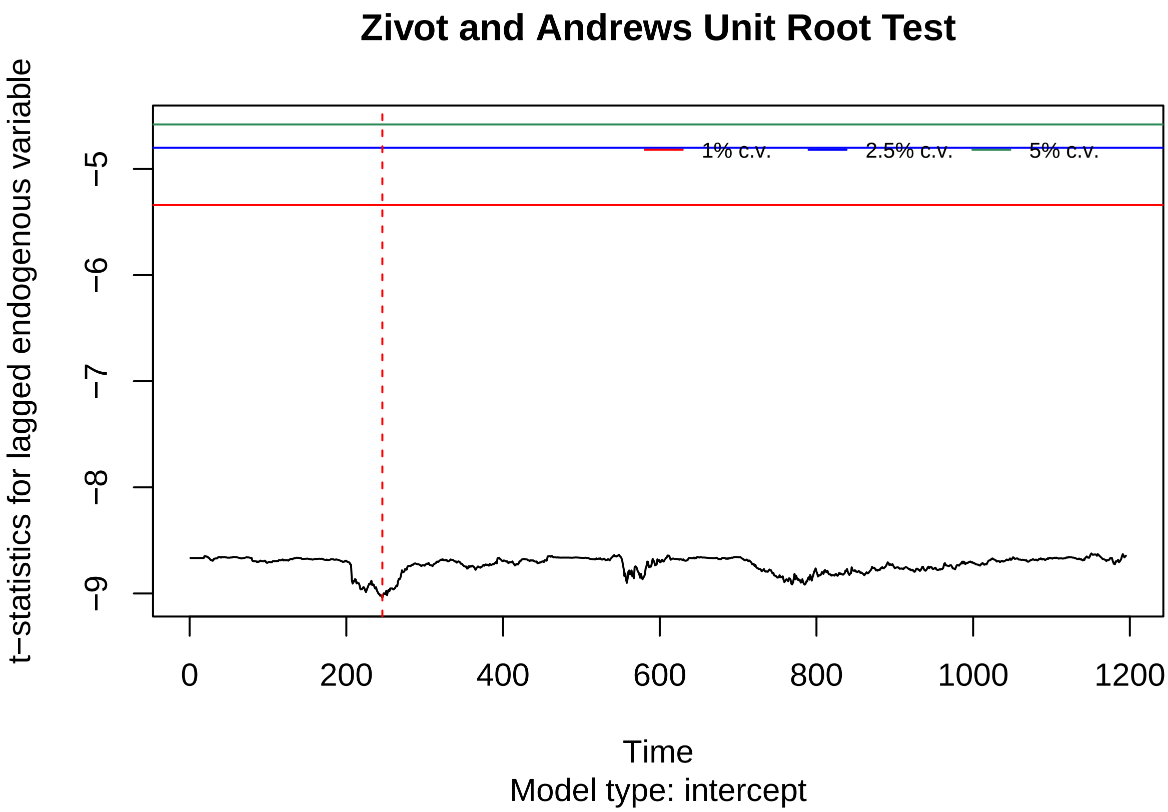
```
dates_rtt = dates[2265:N]
TB = dates_rtt[246]
TB
```

```
## [1] "2018-12-21"
```

```
lambda = 246/N_rtt
lambda
```

```
## [1] 0.2056856
```

```
# lag = 17 (selon top-down) :
plot(ur.za(rtt, model="intercept",lag=17))
```



Test de Lee et Strazicich (LS)

Comme on avait seulement un δ significatif dans le Test de ZA, il est donc convenable de choisir le modèle "crash" pour le Test de LS. Le Test de LS est performant en taille et en puissance que si une seule date de rupture est supposée.

Par conséquent, on prend en compte seulement un changement structurel ici.

H_0: Présence de racine unitaire avec 1 changement structurel

H_a: Absence de racine unitaire avec 1 changement structurel

```
source("C:\\Users\\Hannah\\Desktop\\IREF\\S8\\Econométrie lebreton\\LeeStrazicichUnitRoot-master\\LeeSt

# Avec lag = 1 [selon MAIC]
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 1
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -22.76552
## [1] "First possible structural break at position: 758"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##          1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
```

```
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 1"
## Runtime:
## Time difference of 0.09496635 mins
```

Nous n'avons pas besoin d'introduire aucune variable explicative additionnelle dans notre modèle pour prendre en compte l'autocorrélation vu que "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 1".

λ est estimé à 0.6, ce qui donne T_B = 758-ième observation.

La valeur de la statistique du test = -22.76552

La valeur critique au seuil de risque à 5% = -3.566

-22.76552 < -3.566, donc on rejette H_0. Le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ n'a pas de racine unitaire.

```r
# Avec lag = 17 [selon la méthode top-down]
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 17
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -6.658276
## [1] "First possible structural break at position: 752"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##          1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 15"
## Runtime:
## Time difference of 0.358366 mins
```

λ est estimé à 0.6, ce qui donne T_B = 752-ième observation.

La valeur de la statistique du test = -6.658276

La valeur critique au seuil de risque à 5% = -3.566

-6.658276 < -3.566, donc on rejette H_0. Le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ n'a pas de racine unitaire.

"Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 15"

On teste avec lag = 15

```r
# Avec lag = 15
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 15
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -6.658276
## [1] "First possible structural break at position: 752"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##          1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 15"
## Runtime:
## Time difference of 0.199429 mins
```

λ est estimé à 0.6, ce qui donne T_B = 752-ième observation.

La valeur de la statistique du test = -6.658276

La valeur critique au seuil de risque à 5% = -3.566

-6.658276 < -3.566, donc on rejette H_0. Le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ n'a pas de racine unitaire.

```
TB = dates_rtt[752]
TB
```

```
## [1] "2020-12-24"
```

```
lambda = 752/N_rtt
lambda
```

```
## [1] 0.6287625
```

En prenant la conclusion du Test de LS avec 1 seule date de rupture comme notre conclusion retenue, on a bien montré que le PGD qui a généré notre série $r_t(t)$ n'a pas de racine unitaire.

Par conséquent, le PGD qui a généré la série $r_t(t)$ des rendements logarithmiques est stationnaire.

Asymmétrie perte/gain

Un test de hypothèse de symétrie consiste à tester la nullité de la skewness qui est égale au moment centré d'ordre 3 normalisé de la distribution.

```
agostino.test(rtt)
```

```
##
##  D'Agostino skewness test
##
## data:  rtt
## skew = -2.4734, z = -21.2942, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: data have a skewness
```

Comme la p-value < 2.2e-16 < 0.05, on rejette H_0.

La distribution est asymétrique.

La skewness = -2.4734, elle est significative et négative. Cela veut dire qu'on a de nombreux rendements positifs mais de faibles valeurs et quelques rendements négatifs de fortes valeurs. En d'autres termes, la probabilité de gains > la probabilité de pertes mais les gains seront faibles et les pertes (rares) seront élevées.

Queues de distribution épaisses

Les queues de distribution des rendements logarithmiques sont souvent plus épaisses que celles d'une loi normale. On a alors une distribution leptokurtique.

On va tester si le kurtosis vaut 3.

On vérifie cela avec la statistique d'Anscombe modifiée par Agostino et Zar.

```
anscombe.test(rtt)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  rtt
## kurt = 41.079, z = 19.706, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

La p-value $< 2.2e\text{-}16$, donc on rejette H_0.

Le kurtosis est significativement différent de 3, il vaut $41.079 > 3$.

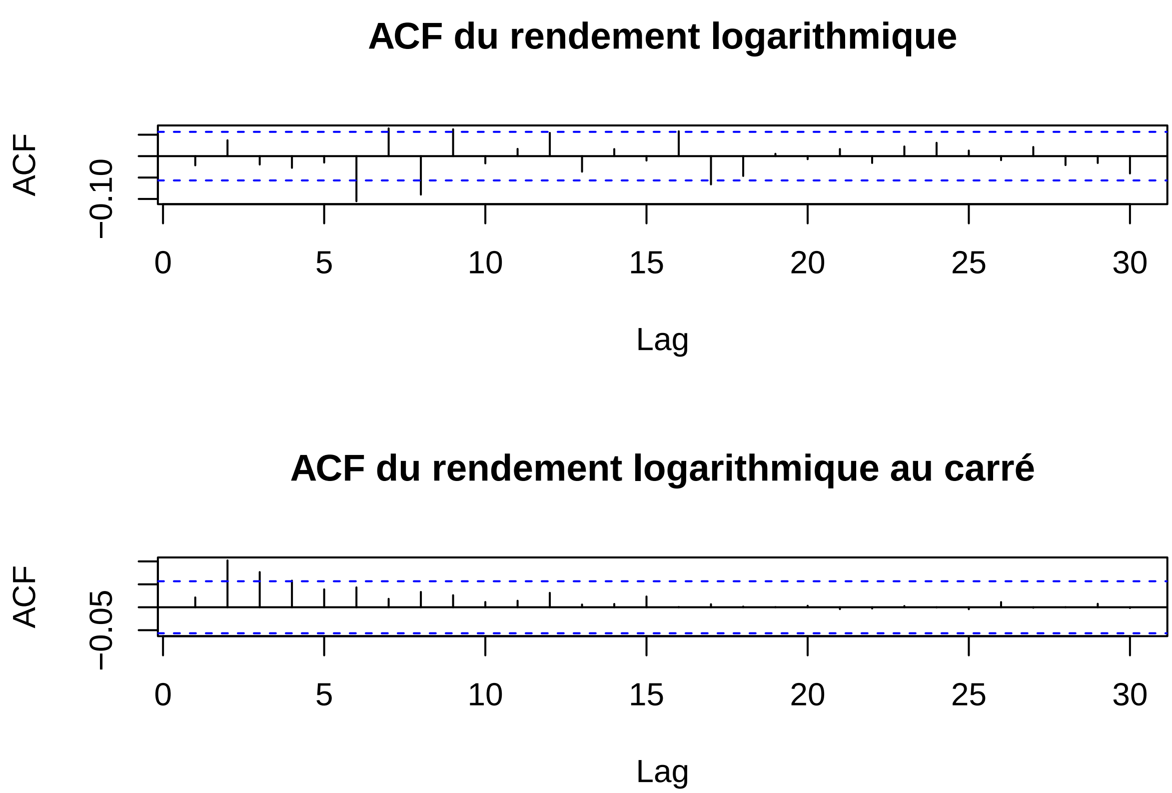
La distribution est leptokurtique. Les queues de distribution sont plus épaisses que celles d'une loi normale. On aura plus de valeurs extrêmes (positives ou négatives) que dans le cas d'une loi normale.

Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements

On veut vérifier qu'il existe de faibles Autocorrélations sur $r_t(t)$ et de fortes Autocorrélations sur $r_t(t)^2$.

Pour détecter l'‘autocorrélation, on va utiliser ACF(autocorrélation totale) et PACF(autocorrélation partielle):

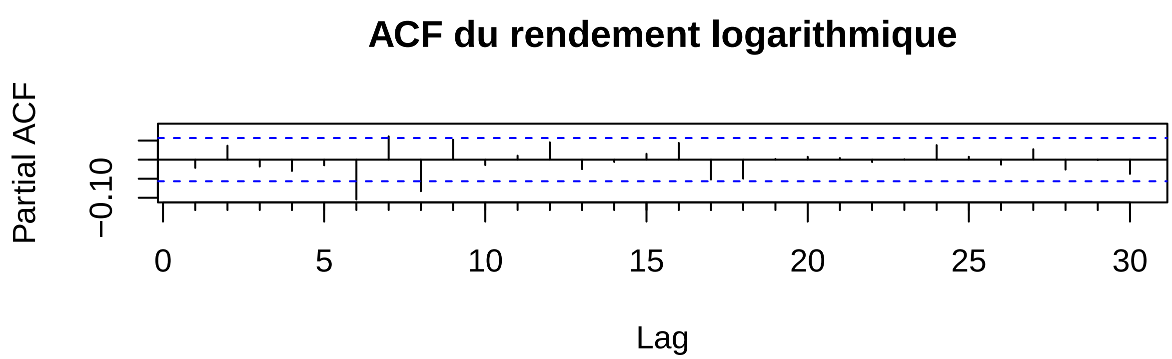
```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Acf(rtt,main='ACF du rendement logarithmique')
Acf(rtt^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```

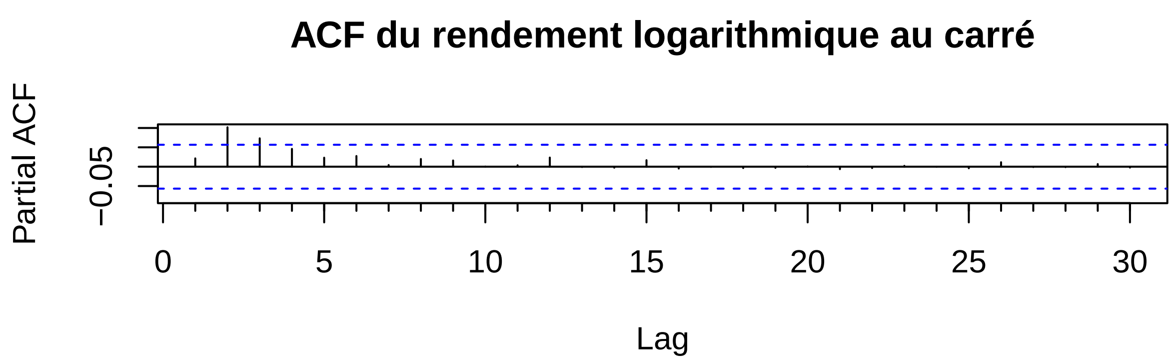


```r
par(op)
```

On regarde maintenant le Pacf.

```r
op<-par(mfrow=c(2,1))
Pacf(rtt,main='ACF du rendement logarithmique')
Pacf(rtt^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```






```r
par(op)
```

Graphiquement, on conclut à la présence de l'autocorrélation dans la série $r_t(t)$ et son carré $r_t(t)^2$ lorsqu'au moins une "barre" sort de l'intervalle de confiance représenté par les 2 lignes en tirets bleus.

```r
pvaluesrtt =rep(0,40)
pvaluesrtt2 =rep(0,40)
for (i in 1:40 ) {
pvaluesrtt[i] = Box.test(rtt,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
pvaluesrtt2[i] = Box.test(rtt^2,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

On regarde les p-values des rendements au carré.

```
pvaluesrtt2
```

```
##  [1] 4.576362e-01 1.435308e-03 1.581830e-04 7.299890e-05 8.795473e-05
##  [6] 8.264666e-05 1.640104e-04 2.073273e-04 3.102963e-04 5.782152e-04
## [11] 9.935162e-04 1.168142e-03 2.011624e-03 3.309826e-03 4.335733e-03
## [16] 6.848403e-03 1.031892e-02 1.532818e-02 2.216491e-02 3.112435e-02
## [21] 4.259348e-02 5.714280e-02 7.505117e-02 9.676805e-02 1.218537e-01
## [26] 1.471016e-01 1.799021e-01 2.165108e-01 2.539253e-01 2.966699e-01
## [31] 3.399359e-01 3.869527e-01 4.347442e-01 4.834119e-01 5.318422e-01
## [36] 5.790252e-01 6.242448e-01 6.677378e-01 7.041678e-01 7.429115e-01
```

On regarde les p-values de $r_t(t)$.

```
pvaluesrtt
```

```
##  [1] 4.574141e-01 3.326598e-01 4.465574e-01 4.680035e-01 5.732822e-01
##  [6] 8.613539e-03 2.289744e-03 9.357028e-05 2.923731e-05 5.459829e-05
## [11] 9.729760e-05 4.907042e-05 5.239148e-05 8.816691e-05 1.546531e-04
## [16] 6.447287e-05 1.748220e-05 1.254246e-05 2.248646e-05 3.891880e-05
## [21] 5.987004e-05 9.117592e-05 1.231442e-04 1.373667e-04 2.067952e-04
## [26] 3.155406e-04 4.136564e-04 5.404668e-04 7.438733e-04 6.298876e-04
## [31] 9.329077e-04 1.357326e-03 1.090741e-03 1.483741e-03 1.613749e-03
## [36] 1.391552e-03 1.621328e-03 2.201099e-03 2.717719e-03 3.463836e-03
```

Ici, la première p-value du test de Ljung-Box = 0.008613539 est > 0.05 alors on rejette l'hypothèse nulle d'abscence d'autocorrélation pour $r_t(t)$ à l'ordre 6.

Présence d'autocorrélation dans les rendements. Donc, les rendements logarithmiques et leur carré sont autocorrélés.

Afin de modéliser l'autocorrélation détectée, nous utilisons un modèle ARMA(P,Q) :

```
library(TSA)
library(lmtest)
eacf(rtt)
```

```
## AR/MA
##   0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
## 0 o o o o o x x x x o o  o  o  o
## 1 x o o o o x o o o o o  o  o  o
## 2 x x o o o x o o o o o  o  o  o
## 3 x x x o o x o x o o o  o  o  o
## 4 x x o x o o o o o o o  o  o  o
## 5 x x o x x o o o o o o  o  o  o
## 6 x x x x x x o o o o o  o  o  o
## 7 x x x x o x x o o o o  o  o  o
```

Selon l'eacf on trouve que p = 0 et q = 9. On estime le modèle ARMA(p,q) avec le p et q trouvés.

```
library(forecast)
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma1       -7.9690e-03  2.8899e-02 -0.2758 0.782734
## ma2        2.2026e-02  2.8665e-02  0.7684 0.442258
## ma3       -1.6803e-02  2.8997e-02 -0.5795 0.562258
## ma4       -1.9834e-02  2.8574e-02 -0.6941 0.487603
## ma5       -2.4921e-02  2.8943e-02 -0.8610 0.389214
## ma6       -9.1093e-02  2.7857e-02 -3.2701 0.001075 **
## ma7        5.3645e-02  2.9268e-02  1.8329 0.066822 .
## ma8       -7.3337e-02  2.7635e-02 -2.6538 0.007960 **
## ma9        5.2137e-02  3.1054e-02  1.6789 0.093173 .
## intercept -4.8264e-05  7.9756e-04 -0.0605 0.951746
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On fixe un par un les coéfficients non significatifs. On commence par enlever le ma1 et on relance l'estimation ARMA.

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma2        2.2079e-02  2.8668e-02  0.7702 0.441201
## ma3       -1.6702e-02  2.9008e-02 -0.5758 0.564772
## ma4       -1.9919e-02  2.8581e-02 -0.6969 0.485855
## ma5       -2.5056e-02  2.8933e-02 -0.8660 0.386492
## ma6       -9.1265e-02  2.7847e-02 -3.2774 0.001048 **
## ma7        5.2846e-02  2.9151e-02  1.8128 0.069855 .
## ma8       -7.2942e-02  2.7606e-02 -2.6422 0.008236 **
## ma9        5.1773e-02  3.1090e-02  1.6653 0.095857 .
## intercept -4.8307e-05  8.0379e-04 -0.0601 0.952077
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève ma2 et on relance l'estimation ARMA.

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma3       -1.7219e-02  2.9002e-02 -0.5937 0.552689
## ma4       -1.9672e-02  2.8576e-02 -0.6884 0.491201
## ma5       -2.4860e-02  2.8947e-02 -0.8588 0.390448
## ma6       -9.0601e-02  2.7851e-02 -3.2531 0.001141 **
```

```
## ma7        5.3229e-02  2.9257e-02  1.8194 0.068857 .
## ma8       -7.1383e-02  2.7605e-02 -2.5859 0.009712 **
## ma9        5.1554e-02  3.1208e-02  1.6519 0.098549 .
## intercept -4.8406e-05  7.8639e-04 -0.0616 0.950917
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève ma3 et on relance l'estimation ARMA.

```
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma4       -1.9274e-02  2.8555e-02 -0.6750 0.499692
## ma5       -2.5703e-02  2.8910e-02 -0.8890 0.373977
## ma6       -9.0332e-02  2.7841e-02 -3.2446 0.001176 **
## ma7        5.3522e-02  2.9129e-02  1.8374 0.066154 .
## ma8       -7.2660e-02  2.7606e-02 -2.6320 0.008488 **
## ma9        4.8344e-02  3.0777e-02  1.5708 0.116231
## intercept -4.8462e-05  7.9795e-04 -0.0607 0.951572
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève ma4 et on relance l'estimation ARMA.

```
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma5       -2.5183e-02  2.8917e-02 -0.8709 0.383818
## ma6       -9.0774e-02  2.7937e-02 -3.2492 0.001157 **
## ma7        5.3108e-02  2.8972e-02  1.8331 0.066793 .
## ma8       -7.3585e-02  2.7522e-02 -2.6737 0.007501 **
## ma9        4.8961e-02  3.0734e-02  1.5931 0.111148
## intercept -4.8066e-05  8.1465e-04 -0.0590 0.952950
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève ma5 et on relance l'estimation ARMA.

```
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
```

```
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6       -9.1120e-02  2.7793e-02 -3.2786 0.001043 **
## ma7        5.0684e-02  2.8879e-02  1.7550 0.079254 .
## ma8       -7.1935e-02  2.7551e-02 -2.6109 0.009030 **
## ma9        4.9875e-02  3.0736e-02  1.6227 0.104661
## intercept -4.6748e-05  8.3708e-04 -0.0558 0.955464
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève ma9 et on relance l'estimation ARMA.

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,0,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6       -9.0949e-02  2.7752e-02 -3.2772 0.001048 **
## ma7        5.7190e-02  2.8599e-02  1.9997 0.045533 *
## ma8       -7.7814e-02  2.7290e-02 -2.8514 0.004353 **
## intercept -4.6699e-05  7.9454e-04 -0.0588 0.953131
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

On enlève l'intercept et on relance l'estimation ARMA.

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,0),include.mean=F)
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6 -0.090941   0.027752 -3.2770 0.001049 **
## ma7  0.057192   0.028599  1.9998 0.045524 *
## ma8 -0.077808   0.027290 -2.8512 0.004356 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Ici, on a trouvé un modèle où tous les coefficients sont significatifs. Ce modèle MA(9) sert à modéliser l'autocorrélation détectée dans $r_t(t)$.

Nous testons maintenant si les aléas du modèle MA(9) ont une espérance nulle et ne sont pas autocorrélés.

On teste:

$$H_0 : E[\epsilon] = 0$$

$$H_a : E[\epsilon] \neq 0$$

```r
residu<-reg$res
t.test(residu)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  residu
## t = -0.056652, df = 1195, p-value = 0.9548
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.001803531  0.001702299
## sample estimates:
##     mean of x
## -5.061563e-05
```

La p-value: $0.9548 > 0.05$, donc on ne rejette pas H_0. L'espérance des aléas est nulle.

On teste l'absence d'autocorrélation dans les aléas de la régression MA(9).

$$H_0 : \text{absence d'autocorrélation jusqu'à l'ordre K}$$

$$H_a : \text{Présence d'autocorrélation}$$

```r
library(tseries)
#Standardisation des résidus
residuv=(residu-mean(residu))/sd(residu)
K<-20
tmp<-rep(0,K)
for(i in 1:K){
tmp[i]<-Box.test(residuv,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```r
tmp
```

```
##  [1] 0.7704577 0.6699041 0.7851772 0.7715151 0.7868600 0.8699334 0.9270000
##  [8] 0.9601087 0.7660322 0.8242633 0.8664272 0.7100176 0.6612921 0.7193884
## [15] 0.7823620 0.5917215 0.3649419 0.2921486 0.3486810 0.4081296
```

Toutes les p-values sont > 0.05. Donc on ne rejette pas H_0 qui stipule l'absence d'autocorrélation jusqu'à l'ordre 20.

Clusters de volatilité

On utilise le test ARCH d'Engle pour voir s'il y a des clusters de volatilité dans $r_t(t)$.

```r
library(FinTS)
LM1<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=1)
LM1
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 0.54984, df = 1, p-value = 0.4584
```

```
LM2<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=2)
LM2
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 12.921, df = 2, p-value = 0.001564
```

```
LM10<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=10)
LM10
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 23.841, df = 10, p-value = 0.008035
```

On a trouvé des clusters de volatilité dans $r_t(t)$.

Avec lag=2, p-value= $0.001564 < 0.05$.

Avec lag=10, p-value= $0.008035 < 0.05$.

Queues épaisses conditionnelles

Pour modéliser les clusters de volatilité dans $r_t(t)$, on estime le modèle GARCH(1,1) sur les résidus du MA(9).

```
volat<-garch(residuv,order=c(1,1))
```

```
##
##  ***** ESTIMATION WITH ANALYTICAL GRADIENT *****
##
##
##      I     INITIAL X(I)        D(I)
##
##      1     9.000000e-01     1.000e+00
##      2     5.000000e-02     1.000e+00
##      3     5.000000e-02     1.000e+00
##
##     IT   NF      F         RELDF    PRELDF    RELDX   STPPAR   D*STEP   NPRELDF
##      0    1  5.817e+02
##      1    3  5.736e+02  1.40e-02  1.05e-01  1.6e-01  6.4e+02  3.1e-01  3.35e+01
##      2    5  5.592e+02  2.51e-02  3.21e-02  6.6e-02  2.8e+00  1.3e-01  1.78e+01
##      3    6  5.474e+02  2.11e-02  2.33e-02  7.4e-02  2.5e+00  1.3e-01  2.34e+01
```

```
##      4    7  5.462e+02  2.09e-03  4.34e-02  2.2e-01  2.0e+00  2.5e-01  2.10e+01
##      5    8  5.235e+02  4.17e-02  5.81e-02  1.1e-01  2.1e+00  1.3e-01  6.33e+00
##      6    9  5.135e+02  1.90e-02  1.83e-02  1.3e-01  2.0e+00  1.3e-01  7.33e+00
##      7   10  5.056e+02  1.54e-02  4.05e-02  2.2e-01  2.0e+00  2.5e-01  4.18e+00
##      8   12  5.010e+02  9.21e-03  1.44e-02  2.7e-02  3.3e+00  3.7e-02  1.08e+00
##      9   13  5.002e+02  1.44e-03  1.68e-03  2.9e-02  2.1e+00  3.7e-02  9.39e-01
##     10   14  4.985e+02  3.45e-03  6.53e-03  6.4e-02  2.0e+00  7.5e-02  7.78e-01
##     11   15  4.977e+02  1.52e-03  4.41e-03  5.2e-02  1.9e+00  7.5e-02  8.52e-02
##     12   17  4.976e+02  3.34e-04  9.52e-04  1.2e-02  2.0e+00  1.5e-02  4.95e-03
##     13   18  4.975e+02  2.37e-04  2.82e-04  7.9e-03  1.8e+00  1.5e-02  7.15e-04
##     14   20  4.975e+02  7.88e-07  5.25e-06  1.1e-03  2.0e+00  1.5e-03  1.70e-04
##     15   21  4.975e+02  7.56e-08  2.41e-06  9.0e-04  1.7e+00  1.5e-03  9.31e-06
##     16   23  4.975e+02  8.04e-07  6.61e-07  5.7e-04  1.4e+00  7.6e-04  1.08e-05
##     17   27  4.975e+02  1.34e-09  2.97e-08  1.2e-05  1.2e+01  1.6e-05  2.26e-07
##     18   51  4.975e+02 -4.57e-16  1.23e-17  5.8e-15  8.7e+09  8.0e-15  1.47e-07
##
##  ***** FALSE CONVERGENCE *****
##
##  FUNCTION     4.974593e+02   RELDX        5.758e-15
##  FUNC. EVALS      51         GRAD. EVALS      18
##  PRELDF       1.233e-17      NPRELDF      1.472e-07
##
##      I      FINAL X(I)        D(I)          G(I)
##
##      1    1.878041e-01     1.000e+00     6.426e-01
##      2    2.907861e-01     1.000e+00     1.184e-01
##      3    5.808941e-01     1.000e+00     4.017e-01
```

```
summary(volat)
```

```
##
## Call:
## garch(x = residuv, order = c(1, 1))
##
## Model:
## GARCH(1,1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -13.40754  -0.48898   0.00468   0.51603   4.32472
##
## Coefficient(s):
##     Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## a0   0.18780     0.02580    7.280 3.33e-13 ***
## a1   0.29079     0.03169    9.177  < 2e-16 ***
## b1   0.58089     0.05093   11.407  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Diagnostic Tests:
##  Jarque Bera Test
##
## data:  Residuals
## X-squared = 81164, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

```
##
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  Squared.Residuals
## X-squared = 0.15866, df = 1, p-value = 0.6904
```

Les coéfficients du modèle GARCH(1,1) sont tous significatifs car les p-values sont toutes < 0.05

On va vérifier l'absence d'effets d'ARCH sur les résidus du modèle GARCH(1,1).

```r
ArchTest(volat$res,lag=1)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.15813, df = 1, p-value = 0.6909
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=2)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.24242, df = 2, p-value = 0.8858
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=10)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.62394, df = 10, p-value = 1
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=20)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.97845, df = 20, p-value = 1
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=30)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 1.452, df = 30, p-value = 1
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=40)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 1.9706, df = 40, p-value = 1
```

Comme toutes les p-values > 0.05, on ne rejette pas H_0. Donc on a pas d'effets d'ARCH. Le modèle GARCH(1,1) a réussi à prendre en compte toute l'hétéroscédasticité conditionnelle.

Avec notre MA(9) couplé à un GARCH(1,1), nous avons modélisé l'autocorrélation ainsi que l'hétéroscédasticité conditionnelle présentes dans le rendement logarithmique. Maintenant reste à voir si les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

```r
 anscombe.test(volat$res)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  volat$res
## kurt = 42.923, z = 19.841, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

La p-value $< 2.2\text{e-}16 < 0.05$ donc On rejette H_0.

Le kurtosis est significatif (significativement différent de 3), il est $42.923 > 3$.

La distribution est alors leptokurtique.

On conclut que les queues de distribution des aléas de notre ARMA-GARCH sont plus épaisses que celles d'une loi normale.

Effet de levier

L'effet de levier s'explique par le fait que les baisses de cours tendent à engendrer une augmentation de la volatilité supérieure à celle induite par une hausse des cours de même ampleur.

Pour voir cet effet, on fait un graphique des prix et de leur volatilité:

```r
sig<-rep(0,N_rtt)
for(t in 1:N_rtt)
{
sig[t]<-sqrt(sum(rtt[t-22]-(sum(rtt[t-22]/22)))^2/22)
}
sigma=sig[24:N_rtt]*100
min(log(pt))
```

```
## [1] 0.6205765
```

```r
max(log(pt))
```

```
## [1] 2.988204
```

```r
plot(log(pt[24:N_rtt]),type='l',col=2,axes=F,xlab="", ylab="")
axis(2,at=seq(0.5,5,by=0.25))#axe de gauche
par(new=T)
min(sigma)
```

```
## [1] 0
```

```r
max(sigma)
```

```
## [1] 8.771159
```

```r
plot(sigma,col=3,type='l',axes = F,xlab="",ylab="",sub = "Figure 4 - log(pt) journalier et écart-type r
axis(4,at=seq(0,9,by=0.25))#axe de droite
legend("topleft", c("log(pt)","sigma"),col = c(2,3),lty=c(1,1))
```

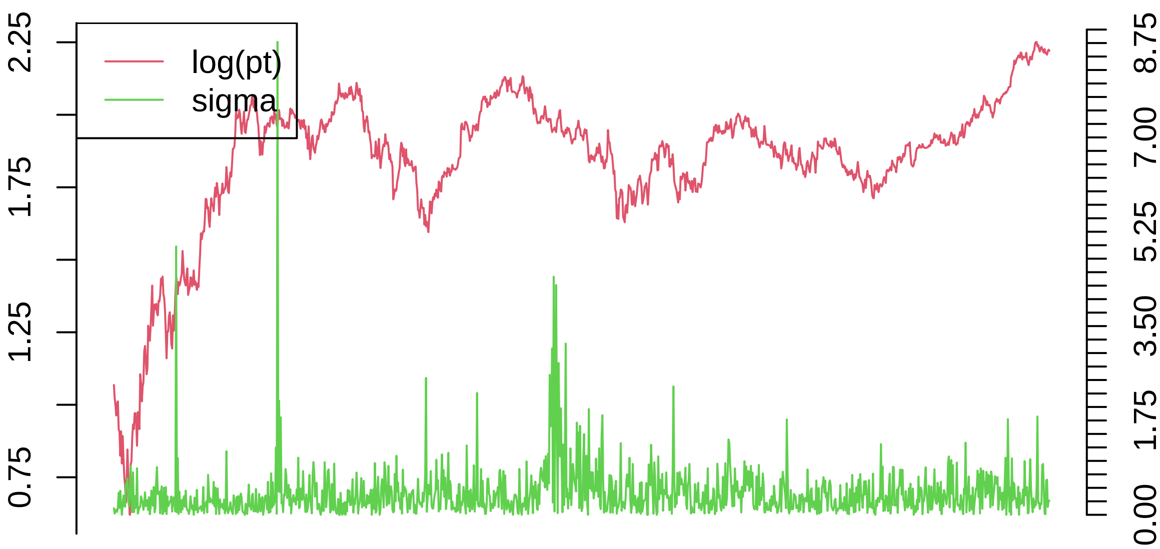


Figure 4 − log(pt) journalier et écart−type récursif journalier des rendements

La figure ci-dessus montre des périodes de chute de l'action Flex Elles sont caractérisées par une augmentation de la volatilité > à celle consécutive à une hausse des cours. On a donc un effet levier.

Saisonnalité

Les rendements subissent des effets week-end et des effets janvier.

Effet week-end

Effet week-end : L'effet Week-end s'explique par le fait que les marchés financiers sont affectés par l'accumulation d'informations durant les périodes de clôture, du week-end, durant les jours fériés ou les vacances. [l'écart-type des rendements augmente à partir du mercredi alors qu'il est le plus fort le lundi]

```
jour=format(dates_rtt, format = "%A")
tableaures <- data.frame(matrix(NA,ncol=5,nrow=4))
colnames(tableaures) <- c("Monday","Tuesday","Wednesday","Thursday","Friday")
rownames(tableaures) <- c("moyenne en %","écart-type annuel en %","skewness","kurtosis")
rttmar<-as.numeric(rtt[jour=="Tuesday"])
mardi<-mean(rttmar) #moyenne journaliere
tableaures[1,2] <- mardi*100 #moyenne journaliere en %
tableaures[2,2] <- sd(rttmar)*100*sqrt(252) #ecart-type annualise en %
tableaures[3,2] <- skewness(rttmar)
tableaures[4,2] <- kurtosis(rttmar)
rttmer<-as.numeric(rtt[jour=="Wednesday"])
mer<-mean(rttmer)
tableaures[1,3] <- mer*100
tableaures[2,3] <- sd(rttmer)*100*sqrt(252)
tableaures[3,3] <- skewness(rttmer)
tableaures[4,3] <- kurtosis(rttmer)
rttjeu<-as.numeric(rtt[jour=="Thursday"])
jeudi<-mean(rttjeu)
tableaures[1,4] <- jeudi*100
tableaures[2,4] <- sd(rttjeu)*100*sqrt(252)
tableaures[3,4] <- skewness(rttjeu)
tableaures[4,4] <- kurtosis(rttjeu)
rttven<-as.numeric(rtt[jour=="Friday"])
ven<-mean(rttven)
tableaures[1,5] <- ven*100
tableaures[2,5] <- sd(rttven)*100*sqrt(252)
tableaures[3,5] <- skewness(rttven)
tableaures[4,5] <- kurtosis(rttven)
rttlun<-as.numeric(rtt[jour=="Monday"])
lundi<-mean(rttlun)
tableaures[1,1] <- lundi*100
tableaures[2,1] <- sd(rttlun)*100*sqrt(252)
tableaures[3,1] <- skewness(rttlun)
tableaures[4,1] <- kurtosis(rttlun)
tableaures
```

```
##                            Monday    Tuesday  Wednesday   Thursday     Friday
## moyenne en %            0.1322135  0.1744571  0.1118988 -0.2620575 -0.1739136
## écart-type annuel en % 38.7151436 42.2001997 48.0361445 66.4521493 46.9433815
## skewness                1.1310979 -0.4479112  0.8164361 -5.0004362 -1.0195676
## kurtosis                5.0687379  2.5202768 11.0073495 48.4536676 15.3264248
```

D'après French et Roll (1986), Baillie et Bollerslev (1989) la variance des rendements augmente à partir du mercredi alors que d'après French et Roll (1986) elle est la plus forte le lundi.

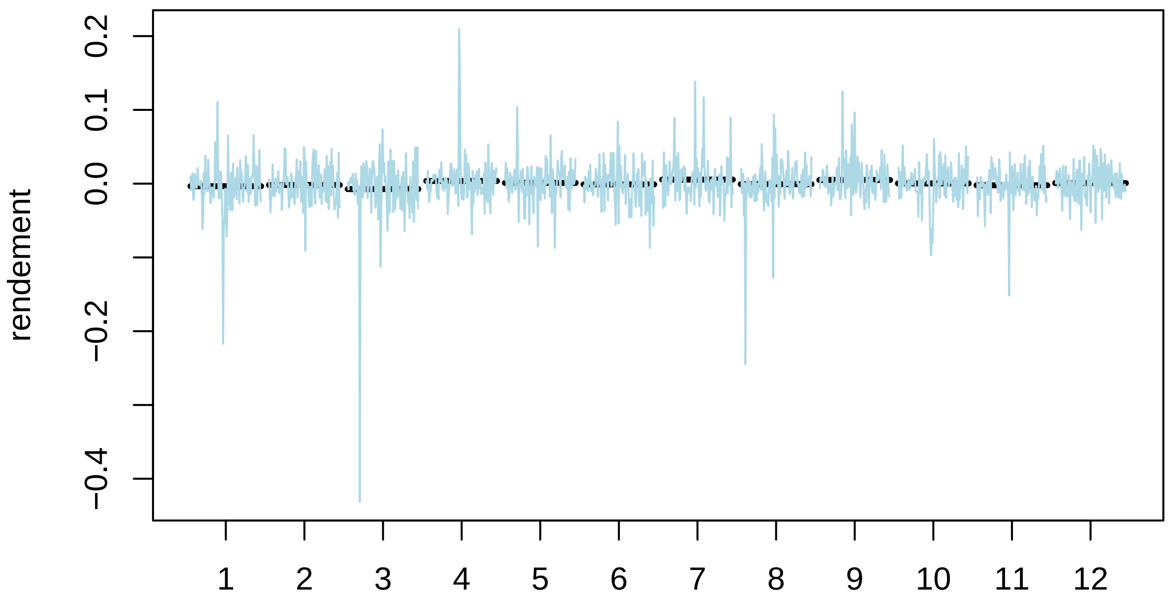
Ici on peut voir que l'écart type du jeudi est le plus grand, 66.4521493% ici. L'écart-type augmente à partir de lundi et baisse subitement le vendredi. On ne peut pas conclure qu'on est en présence d'effet week-end.

Effet janvier

Dans la pratique, on observe des rendements statistiquement anormaux, positifs ou négatifs, des marchés d'actions selon les mois de l'année. Les mois les plus positifs en termes de performances sont, en général, Avril, suivi de Janvier, puis de Décembre.

```
# On réalise le monthplot de rendement logarithmique sur rtt :
monthplot(rtt, ylab="rendement",main="Figure 6 - Rendement logarithmique de l'action Flex par mois", ce
```

Figure 6 − Rendement logarithmique de l'action Flex par mois



On remarque que la moyenne des rendements est plus forte en juillet. Les moyennes de janvier, avril et décembre ne sont pas les plus élevées. La volatilité du mois de janvier n'est pas la plus forte (selon le graphique, la volatilité du mois de mars semble la plus forte).

On ne peut pas conclure qu'on est en présence d'effet janvier.

Résumé des 8 caractéristiques du rendement logarithmique $r_t(t)$

On a étudié les 8 caractéristiques principales du rendement logarithmique $r_t(t)$ de l'action Flex.

Propriété de $r_t(t)$	Présence
Stationnarité	Oui
—	—
Asymmétrie	Oui
—	—
Queues de distribution épaisses	Oui

Propriété de $r_t(t)$	Présence
—	—
Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements	Oui
—	—
Cluster de volatilité	Oui
—	—
Queues épaisses conditionnelles	Oui
—	—
Effet de levier	Oui
—	—
Saisonnalité	Non

Conclusion

On compare les propriétés présentes sur $r_t(e)$ et $r_t(t)$.

Propriété étudiée	Présence sur $r_t(e)$	Présence sur $r_t(t)$
Stationnarité	Oui	Oui
—	—	—
Asymmétrie	Oui	Oui
—	—	—
Queues de distribution épaisses	Oui	Oui
—	—	—
Autocorrélations des carrés des rendements fortes et faibles pour les rendements	Oui	Oui
—	—	—
Cluster de volatilité	Oui	Oui
—	—	—
Queues épaisses conditionnelles	Oui	Oui
—	—	—
Effet de levier	Oui	Oui
—	—	—
Saisonnalité	Non	Non

Annexe

```
library(yfR)
library(xts)
library(forecast)
library(moments)
library(BatchGetSymbols)
library(lmtest)
library(urca)
library(TSA)
library(FinTS)
library(CADFtest)
library(foreach)
library(doSNOW)
library(parallel)
```

```
# set dates
first.date <- "2009-01-04" #date debut
last.date <- "2022-10-04"#date fin
freq.data <- 'daily'#frequence
type.return<-'log'#type de rendement
# set tickers
tickers <- 'FLEX' #symbole de l'action sur yahoo/finance
tab <- BatchGetSymbols(tickers = tickers,
                       first.date = first.date,
                       last.date = last.date,
                       freq.data = freq.data,
                       type.return=type.return,
                       cache.folder = file.path(tempdir(),
                                                'BGS_Cache')) # cache in tempdir()
```

```
##
## Running BatchGetSymbols for:
##    tickers =FLEX
##    Downloading data for benchmark ticker
## ^GSPC | yahoo (1|1) | Found cache file
## FLEX | yahoo (1|1) | Found cache file - Got 100% of valid prices | Well done!
```

```
head(tab$df.tickers)
```

```
##   price.open price.high price.low price.close   volume price.adjusted
## 1       2.77       2.92      2.70        2.77 16103400           2.77
## 2       2.86       3.25      2.81        3.19 14625300           3.19
## 3       3.02       3.25      2.99        3.23  8589100           3.23
## 4       3.22       3.26      3.04        3.16 12377100           3.16
## 5       3.16       3.22      2.95        2.96  7654500           2.96
## 6       2.91       3.12      2.69        2.79 10264000           2.79
##     ref.date ticker ret.adjusted.prices ret.closing.prices
## 1 2009-01-05   FLEX                  NA                 NA
## 2 2009-01-06   FLEX          0.14117360         0.14117360
## 3 2009-01-07   FLEX          0.01246122         0.01246122
## 4 2009-01-08   FLEX         -0.02191011        -0.02191011
```

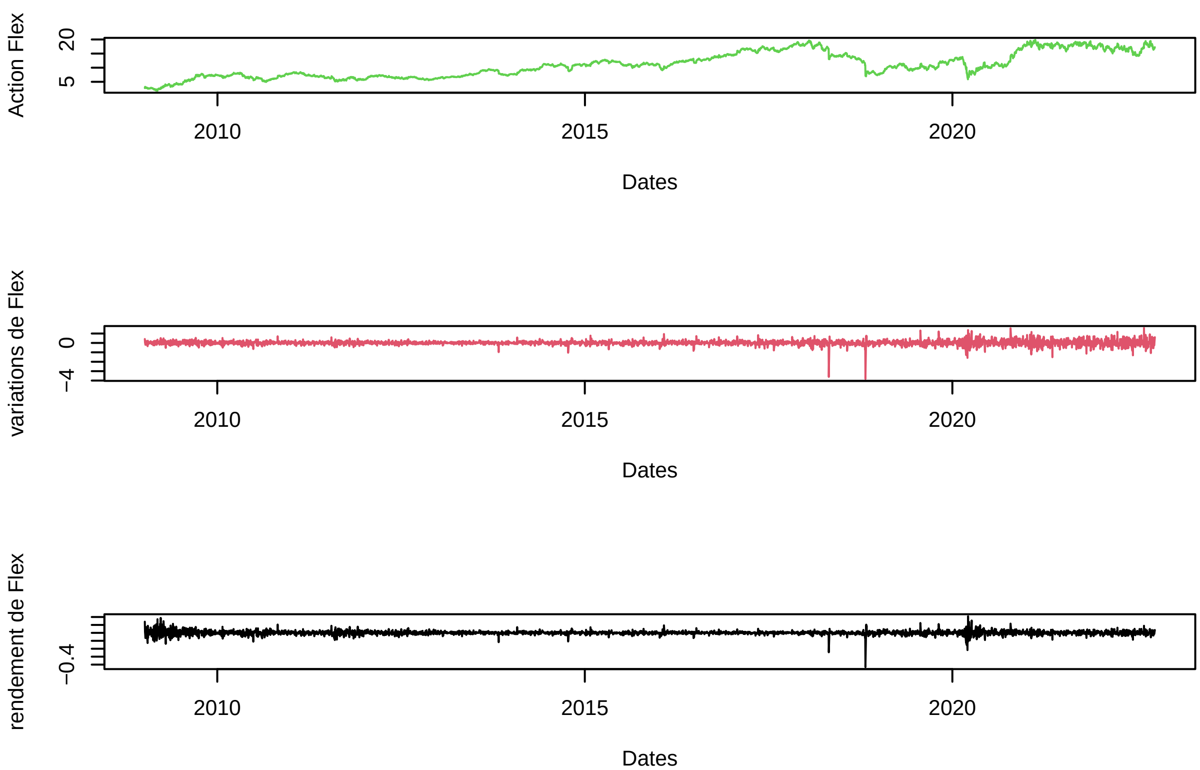
```
## 5 2009-01-09   FLEX          -0.06538276        -0.06538276
## 6 2009-01-12   FLEX          -0.05914767        -0.05914767
```

```r
pt<-tab$df.tickers$price.adjusted
dates<-tab$df.tickers$ref.date
dpt=diff(pt)
rt=tab$df.tickers$ret.adjusted.prices[-1]
N<-length(rt) #nombre d'observations dans l'échantillon de données
sum(is.na(rt))
```

```
## [1] 0
```

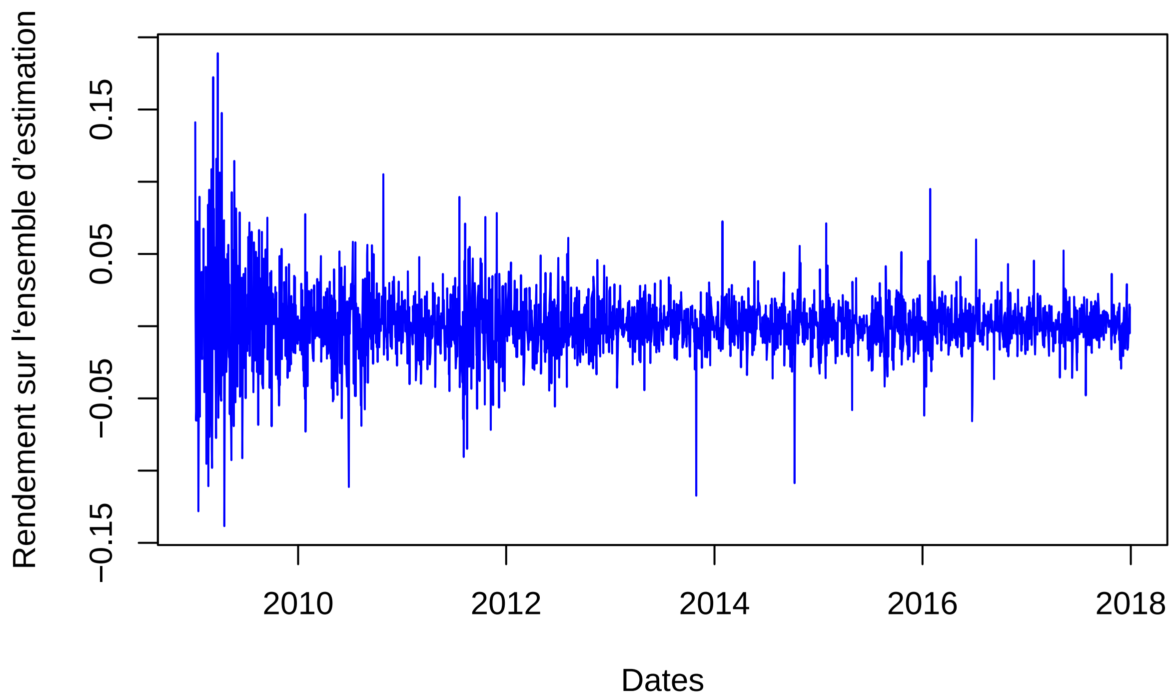
```r
rte=rt[1:2264]#rt sur ensemble estimation de 2009 à 2017 inclu
rtt=rt[2265:N]#rt sur l'ensemble de test de 2018 à 2022 inclu
```

```r
op<-par(mfrow=c(3,1)) # prochain plot 3 sous graphiques
plot(dates,pt,type='l',ylab="Action Flex",col=3,xlab="Dates")
plot(dates[2:length(dates)],dpt,type='l',col=2,ylab="variations de Flex", xlab="Dates")
plot(dates[2:length(dates)],rt,type='l',col=1,ylab="rendement de Flex", xlab="Dates")
```




```r
par(op)
```

```
#Chronogramme de rte
plot(dates[1:2264],rte,type='l',col='blue',xlab = "Dates", ylab = "Rendement sur l‘ensemble d’estimation
```




```
rtebar = mean(rte)
rtebar
```

```
## [1] 0.0008322532
```

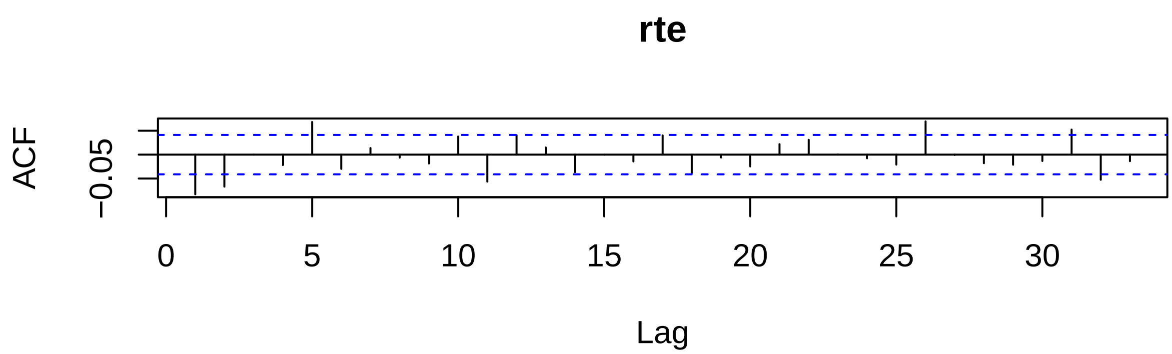
```
t.test(rte)
```

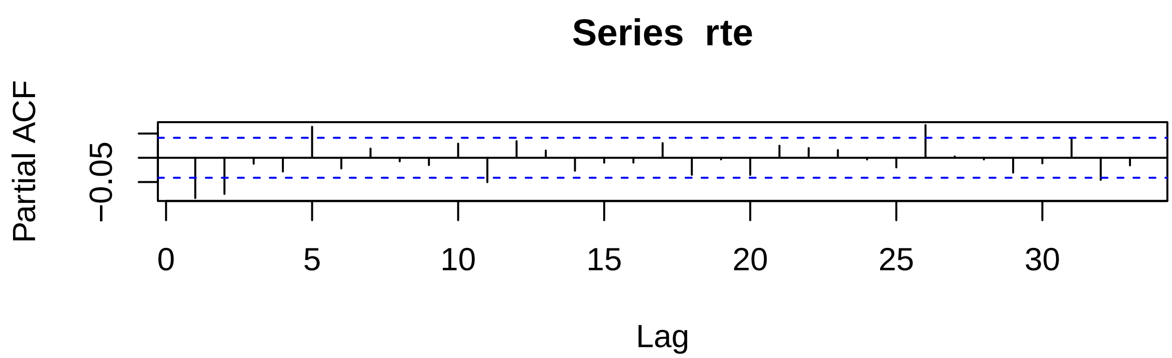
```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  rte
## t = 1.652, df = 2263, p-value = 0.09868
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.0001556869  0.0018201934
## sample estimates:
##    mean of x
## 0.0008322532
```

```
op<-par(mfrow=c(2,1))

Acf(rte)

Pacf(rte)
```






```
par(op)
```

```
library(urca)
summary(ur.df(rte,type="trend",lag=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression trend
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)
##
## Residuals:
##        Min         1Q     Median         3Q        Max
```

```
## -0.133473 -0.010830 -0.000347  0.010386  0.186164
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.172e-03  9.980e-04   1.174     0.24
## z.lag.1     -1.083e+00  2.080e-02 -52.064   <2e-16 ***
## tt          -2.941e-07  7.633e-07  -0.385     0.70
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02372 on 2260 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5453, Adjusted R-squared:  0.5449
## F-statistic:  1355 on 2 and 2260 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0644 903.591 1355.38
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau3 -3.96 -3.41 -3.12
## phi2  6.09  4.68  4.03
## phi3  8.27  6.25  5.34
```

```
summary(ur.df(rte,type="drift",lag=0))
```

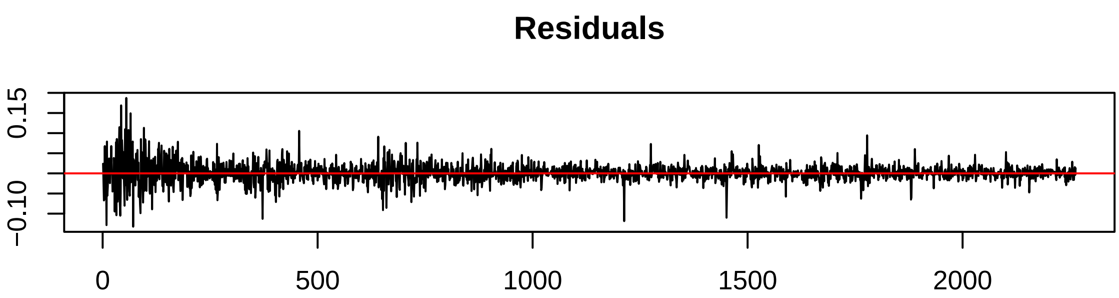
```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression drift
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.133168 -0.010847 -0.000337  0.010347  0.186483
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.0008389  0.0004988   1.682   0.0928 .
## z.lag.1     -1.0830519  0.0207986 -52.073   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02372 on 2261 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5453, Adjusted R-squared:  0.5451
## F-statistic:  2712 on 1 and 2261 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0733 1355.823
##
```

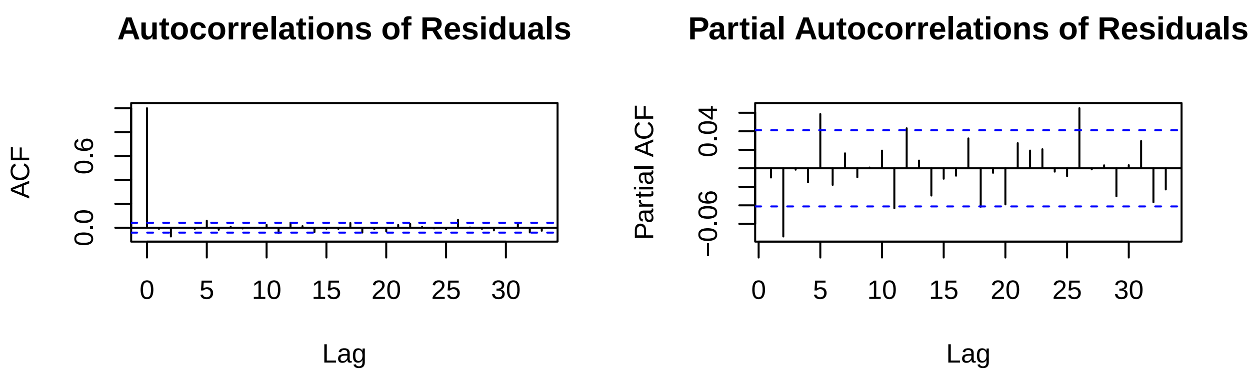
```
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.43 -2.86 -2.57
## phi1  6.43  4.59  3.78
```

```r
summary(ur.df(rte,type="none",lag=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.132417 -0.009988  0.000508  0.011188  0.187345
##
## Coefficients:
##         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1 -1.08185    0.02079  -52.02   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02373 on 2262 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5447, Adjusted R-squared:  0.5445
## F-statistic:  2707 on 1 and 2262 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -52.0253
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```r
plot(ur.df(rte,type="none",lag=0))
```






```
N_rte = length(rte)
N_rte
```

```
## [1] 2264
```

```
Schwert<-as.integer(12*(N_rte/100)^(0.25))
pmax = Schwert
pmax
```

```
## [1] 26
```

```
library(CADFtest)
```

```
summary(CADFtest(rte, criterion="MAIC",type="none",max.lag.y=pmax))
```

```
## Augmented DF test
##                                                ADF test
## t-test statistic:                          -8.437670e+00
## p-value:                                    3.781562e-15
## Max lag of the diff. dependent variable:    2.600000e+01
##
## Call:
## dynlm(formula = formula(model), start = obs.1, end = obs.T)
```

```
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.130768 -0.009835  0.000313  0.011304  0.169103
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## L(y, 1)     -1.020304   0.120922  -8.438 3.78e-15 ***
## L(d(y), 1)  -0.050667   0.118937  -0.426   0.6701
## L(d(y), 2)  -0.127247   0.116634  -1.091   0.2754
## L(d(y), 3)  -0.132666   0.114371  -1.160   0.2462
## L(d(y), 4)  -0.130402   0.112051  -1.164   0.2446
## L(d(y), 5)  -0.087976   0.109600  -0.803   0.4222
## L(d(y), 6)  -0.095845   0.106960  -0.896   0.3703
## L(d(y), 7)  -0.079754   0.104132  -0.766   0.4438
## L(d(y), 8)  -0.086731   0.101358  -0.856   0.3923
## L(d(y), 9)  -0.084694   0.098524  -0.860   0.3901
## L(d(y), 10) -0.058392   0.095803  -0.609   0.5423
## L(d(y), 11) -0.092468   0.092845  -0.996   0.3194
## L(d(y), 12) -0.049057   0.089871  -0.546   0.5852
## L(d(y), 13) -0.038249   0.086777  -0.441   0.6594
## L(d(y), 14) -0.073722   0.083741  -0.880   0.3788
## L(d(y), 15) -0.075463   0.080519  -0.937   0.3488
## L(d(y), 16) -0.091106   0.076939  -1.184   0.2365
## L(d(y), 17) -0.053384   0.073483  -0.726   0.4676
## L(d(y), 18) -0.089085   0.069624  -1.280   0.2008
## L(d(y), 19) -0.099833   0.065680  -1.520   0.1287
## L(d(y), 20) -0.134124   0.061498  -2.181   0.0293 *
## L(d(y), 21) -0.117827   0.056879  -2.072   0.0384 *
## L(d(y), 22) -0.093903   0.051958  -1.807   0.0709 .
## L(d(y), 23) -0.070125   0.045830  -1.530   0.1261
## L(d(y), 24) -0.063449   0.038913  -1.631   0.1031
## L(d(y), 25) -0.070969   0.030529  -2.325   0.0202 *
## L(d(y), 26) -0.004418   0.020672  -0.214   0.8308
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2210 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5467, Adjusted R-squared:  0.5412
## F-statistic: 2.188 on 26 and 2210 DF,  p-value: 0.0004915
```

```r
# En mettant "lag = 26", on obtient :
summary(ur.df(rte,type= "none",lag=26))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
```

```
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.130768 -0.009835  0.000313  0.011304  0.169103
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.020304   0.120922  -8.438   <2e-16 ***
## z.diff.lag1  -0.050667   0.118937  -0.426   0.6701
## z.diff.lag2  -0.127247   0.116634  -1.091   0.2754
## z.diff.lag3  -0.132666   0.114371  -1.160   0.2462
## z.diff.lag4  -0.130402   0.112051  -1.164   0.2446
## z.diff.lag5  -0.087976   0.109600  -0.803   0.4222
## z.diff.lag6  -0.095845   0.106960  -0.896   0.3703
## z.diff.lag7  -0.079754   0.104132  -0.766   0.4438
## z.diff.lag8  -0.086731   0.101358  -0.856   0.3923
## z.diff.lag9  -0.084694   0.098524  -0.860   0.3901
## z.diff.lag10 -0.058392   0.095803  -0.609   0.5423
## z.diff.lag11 -0.092468   0.092845  -0.996   0.3194
## z.diff.lag12 -0.049057   0.089871  -0.546   0.5852
## z.diff.lag13 -0.038249   0.086777  -0.441   0.6594
## z.diff.lag14 -0.073722   0.083741  -0.880   0.3788
## z.diff.lag15 -0.075463   0.080519  -0.937   0.3488
## z.diff.lag16 -0.091106   0.076939  -1.184   0.2365
## z.diff.lag17 -0.053384   0.073483  -0.726   0.4676
## z.diff.lag18 -0.089085   0.069624  -1.280   0.2008
## z.diff.lag19 -0.099833   0.065680  -1.520   0.1287
## z.diff.lag20 -0.134124   0.061498  -2.181   0.0293 *
## z.diff.lag21 -0.117827   0.056879  -2.072   0.0384 *
## z.diff.lag22 -0.093903   0.051958  -1.807   0.0709 .
## z.diff.lag23 -0.070125   0.045830  -1.530   0.1261
## z.diff.lag24 -0.063449   0.038913  -1.631   0.1031
## z.diff.lag25 -0.070969   0.030529  -2.325   0.0202 *
## z.diff.lag26 -0.004418   0.020672  -0.214   0.8308
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2210 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5467, Adjusted R-squared:  0.5412
## F-statistic: 98.72 on 27 and 2210 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.4377
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rte,type= "none",lag=pmax-1))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
```

```
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.131704 -0.009968  0.000332  0.011269  0.168669
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.02764    0.11893  -8.640  < 2e-16 ***
## z.diff.lag1  -0.04409    0.11663  -0.378 0.705430
## z.diff.lag2  -0.12158    0.11434  -1.063 0.287721
## z.diff.lag3  -0.12857    0.11201  -1.148 0.251164
## z.diff.lag4  -0.12645    0.10956  -1.154 0.248580
## z.diff.lag5  -0.08380    0.10695  -0.784 0.433365
## z.diff.lag6  -0.08964    0.10412  -0.861 0.389360
## z.diff.lag7  -0.07323    0.10135  -0.723 0.470015
## z.diff.lag8  -0.07884    0.09851  -0.800 0.423620
## z.diff.lag9  -0.07786    0.09578  -0.813 0.416408
## z.diff.lag10 -0.05145    0.09283  -0.554 0.579505
## z.diff.lag11 -0.08475    0.08985  -0.943 0.345620
## z.diff.lag12 -0.04120    0.08677  -0.475 0.634941
## z.diff.lag13 -0.02988    0.08373  -0.357 0.721222
## z.diff.lag14 -0.06611    0.08050  -0.821 0.411570
## z.diff.lag15 -0.06924    0.07691  -0.900 0.368116
## z.diff.lag16 -0.08336    0.07345  -1.135 0.256520
## z.diff.lag17 -0.04883    0.06961  -0.701 0.483089
## z.diff.lag18 -0.08493    0.06565  -1.294 0.195899
## z.diff.lag19 -0.09485    0.06145  -1.543 0.122861
## z.diff.lag20 -0.13064    0.05680  -2.300 0.021541 *
## z.diff.lag21 -0.11322    0.05189  -2.182 0.029223 *
## z.diff.lag22 -0.09043    0.04579  -1.975 0.048400 *
## z.diff.lag23 -0.06879    0.03889  -1.769 0.077039 .
## z.diff.lag24 -0.06258    0.03050  -2.052 0.040327 *
## z.diff.lag25 -0.06981    0.02062  -3.386 0.000722 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02313 on 2212 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5472, Adjusted R-squared:  0.5419
## F-statistic: 102.8 on 26 and 2212 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.6405
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```r
#lag obtenu par le MAIC
summary(ur.za(rte, model="both",lag=26))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.125516 -0.010945 -0.000054  0.010842  0.146299
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -8.344e-02  1.478e-02  -5.644 1.87e-08 ***
## y.l1        -3.486e-01  1.301e-01  -2.679  0.00744 **
## trend        1.915e-03  2.920e-04   6.557 6.81e-11 ***
## y.dl1        2.569e-01  1.274e-01   2.017  0.04379 *
## y.dl2        1.602e-01  1.243e-01   1.289  0.19768
## y.dl3        1.338e-01  1.213e-01   1.104  0.26981
## y.dl4        1.129e-01  1.181e-01   0.956  0.33911
## y.dl5        1.313e-01  1.148e-01   1.144  0.25278
## y.dl6        1.059e-01  1.115e-01   0.950  0.34246
## y.dl7        1.065e-01  1.082e-01   0.985  0.32494
## y.dl8        8.305e-02  1.049e-01   0.791  0.42874
## y.dl9        6.741e-02  1.016e-01   0.663  0.50725
## y.dl10       7.584e-02  9.847e-02   0.770  0.44127
## y.dl11       2.853e-02  9.518e-02   0.300  0.76439
## y.dl12       5.958e-02  9.192e-02   0.648  0.51694
## y.dl13       6.127e-02  8.861e-02   0.692  0.48931
## y.dl14       1.492e-02  8.536e-02   0.175  0.86124
## y.dl15      -7.909e-05  8.190e-02  -0.001  0.99923
## y.dl16      -2.264e-02  7.811e-02  -0.290  0.77194
## y.dl17       9.326e-03  7.452e-02   0.125  0.90041
## y.dl18      -3.529e-02  7.043e-02  -0.501  0.61640
## y.dl19      -5.136e-02  6.629e-02  -0.775  0.43855
## y.dl20      -9.328e-02  6.193e-02  -1.506  0.13215
## y.dl21      -8.793e-02  5.710e-02  -1.540  0.12371
## y.dl22      -7.341e-02  5.204e-02  -1.411  0.15849
## y.dl23      -5.746e-02  4.579e-02  -1.255  0.20968
## y.dl24      -5.977e-02  3.877e-02  -1.542  0.12326
## y.dl25      -7.345e-02  3.033e-02  -2.421  0.01554 *
## y.dl26      -8.700e-03  2.049e-02  -0.425  0.67115
## du          -5.139e-02  7.277e-03  -7.063 2.18e-12 ***
## dt          -1.915e-03  2.920e-04  -6.557 6.81e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.02287 on 2206 degrees of freedom
```

```
##   (27 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.05196,    Adjusted R-squared:  0.03906
## F-statistic:  4.03 on 30 and 2206 DF,  p-value: 1.859e-12
##
##
## Teststatistic: -10.3648
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 71
```

```
summary(ur.za(rte, model="both",lag=25))
```

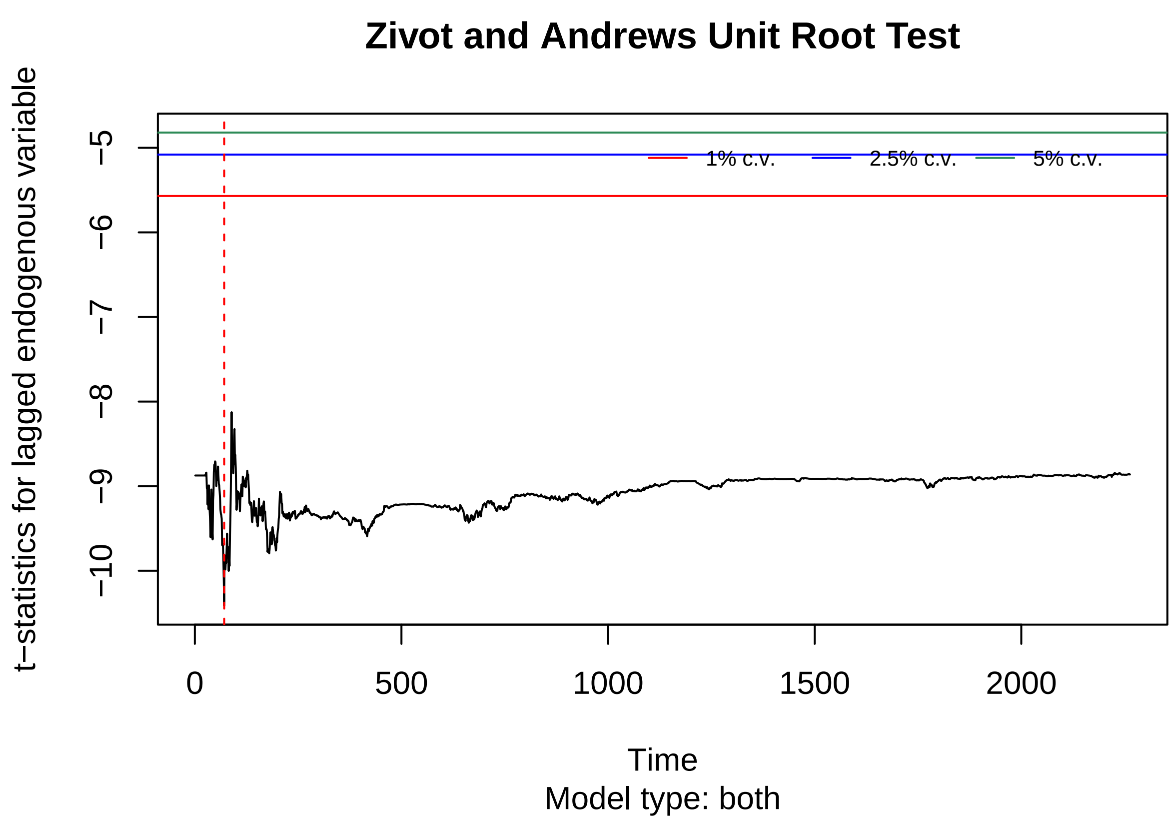
```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.127651 -0.010792 -0.000104  0.010706  0.145539
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -0.0723010  0.0141894  -5.095 3.78e-07 ***
## y.l1        -0.3338900  0.1280947  -2.607 0.009206 **
## trend        0.0017151  0.0002825   6.071 1.50e-09 ***
## y.dl1        0.2421821  0.1249831   1.938 0.052785 .
## y.dl2        0.1451853  0.1218950   1.191 0.233754
## y.dl3        0.1176623  0.1187114   0.991 0.321715
## y.dl4        0.0982690  0.1154060   0.852 0.394580
## y.dl5        0.1189451  0.1119631   1.062 0.288188
## y.dl6        0.0984918  0.1086239   0.907 0.364652
## y.dl7        0.1008021  0.1053833   0.957 0.338910
## y.dl8        0.0808338  0.1021183   0.792 0.428697
## y.dl9        0.0644924  0.0988967   0.652 0.514392
## y.dl10       0.0743814  0.0954947   0.779 0.436118
## y.dl11       0.0293385  0.0922056   0.318 0.750374
## y.dl12       0.0614676  0.0888447   0.692 0.489102
## y.dl13       0.0646358  0.0856175   0.755 0.450367
## y.dl14       0.0177136  0.0821400   0.216 0.829280
## y.dl15       0.0013591  0.0782544   0.017 0.986145
## y.dl16      -0.0179680  0.0746503  -0.241 0.809814
## y.dl17       0.0091280  0.0705712   0.129 0.897097
## y.dl18      -0.0351561  0.0663782  -0.530 0.596420
## y.dl19      -0.0490166  0.0620320  -0.790 0.429506
## y.dl20      -0.0925846  0.0571725  -1.619 0.105506
## y.dl21      -0.0841437  0.0520940  -1.615 0.106404
## y.dl22      -0.0704578  0.0458323  -1.537 0.124364
## y.dl23      -0.0570691  0.0387868  -1.471 0.141338
## y.dl24      -0.0588402  0.0303249  -1.940 0.052467 .
```

```
## y.dl25       -0.0709412  0.0204480  -3.469 0.000532 ***
## du           -0.0483856  0.0071957  -6.724 2.24e-11 ***
## dt           -0.0017153  0.0002825  -6.071 1.50e-09 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0229 on 2208 degrees of freedom
##   (26 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.05016,    Adjusted R-squared:  0.03769
## F-statistic: 4.021 on 29 and 2208 DF,  p-value: 4.439e-12
##
##
## Teststatistic: -10.4133
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 71
```

```r
dates_rte = dates[1:2264]
TB = dates_rte[71]
TB
```

```
## [1] "2009-04-16"
```

```r
plot(ur.za(rte, model="both",lag=25))
```



```r
source("C:\\Users\\Hannah\\Desktop\\IREF\\S8\\Econométrie lebreton\\LeeStrazicichUnitRoot-master\\LeeSt

# Avec lag = 26 [selon MAIC]
myBreaks <- 1
myModel <- "break"
myLags <- 26
myLS_test <- ur.ls(y=rte, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -11.50139
## [1] "First possible structural break at position: 458"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.2 , with the number of total observations: 2264"
## Critical values - Break model:
##      lambda    1%    5%   10%
## [1,]    0.1 -5.11 -4.50 -4.21
## [2,]    0.2 -5.07 -4.47 -4.20
## [3,]    0.3 -5.15 -4.45 -4.18
## [4,]    0.4 -5.05 -4.50 -4.18
## [5,]    0.5 -5.11 -4.51 -4.17
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 25"
## Runtime:
## Time difference of 1.345461 mins
```

```r
# Avec lag = 25
myBreaks <- 1
myModel <- "break"
myLags <- 25
myLS_test <- ur.ls(y=rte, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -11.50139
## [1] "First possible structural break at position: 458"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.2 , with the number of total observations: 2264"
## Critical values - Break model:
##      lambda    1%    5%   10%
## [1,]    0.1 -5.11 -4.50 -4.21
## [2,]    0.2 -5.07 -4.47 -4.20
## [3,]    0.3 -5.15 -4.45 -4.18
## [4,]    0.4 -5.05 -4.50 -4.18
## [5,]    0.5 -5.11 -4.51 -4.17
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 25"
## Runtime:
## Time difference of 1.02621 mins
```

```r
TB=dates_rte[458]
TB
```

```
## [1] "2010-10-27"
```

```r
agostino.test(rte)
```

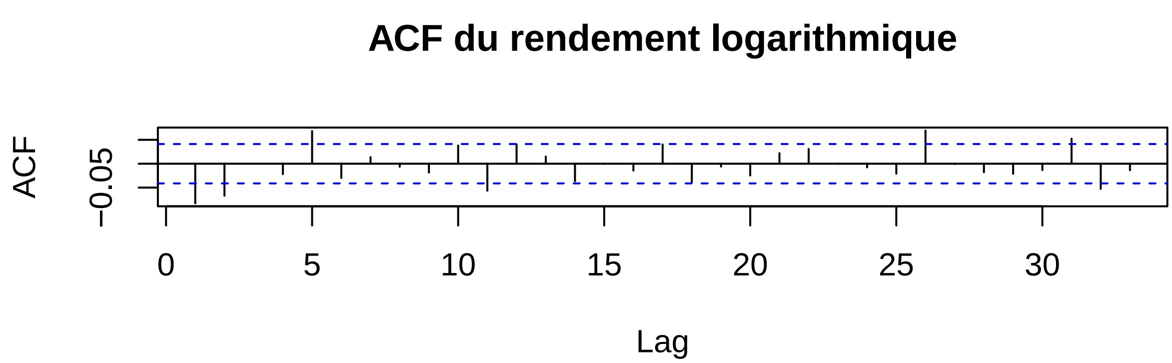
```
##
##  D'Agostino skewness test
```

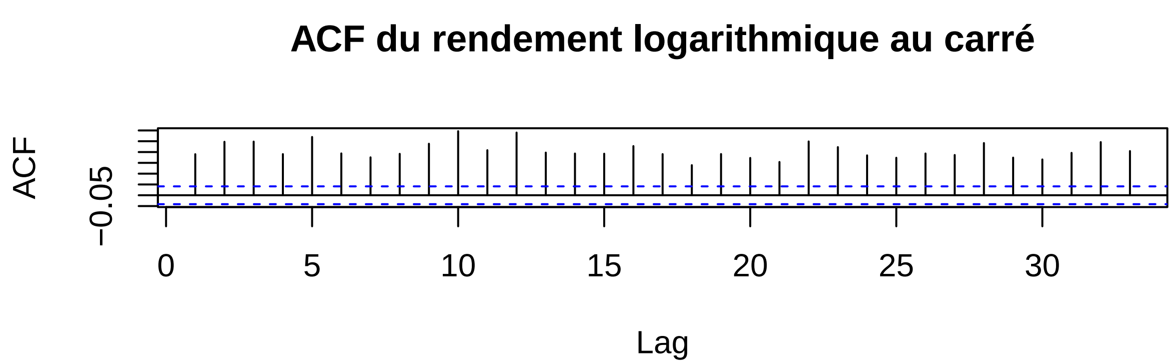
```
##
## data:  rte
## skew = 0.43349, z = 8.09773, p-value = 5.6e-16
## alternative hypothesis: data have a skewness
```

```
anscombe.test(rte)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  rte
## kurt = 10.612, z = 18.547, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

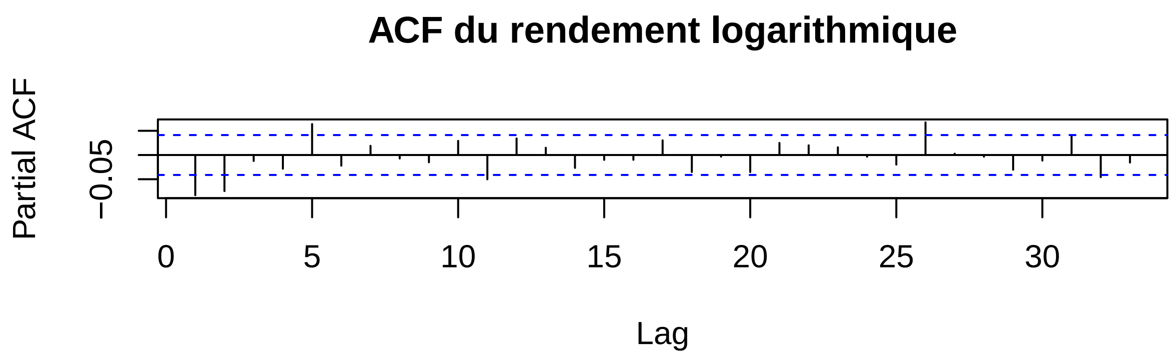
```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Acf(rte,main='ACF du rendement logarithmique')
Acf(rte^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```

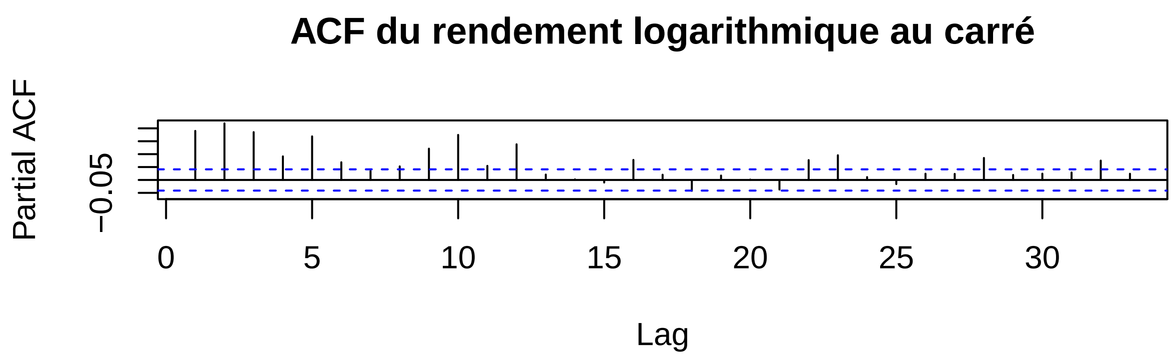





```
par(op)
```

```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Pacf(rte,main='ACF du rendement logarithmique')
Pacf(rte^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```






```
par(op)
```

```
pvaluesrte =rep(0,40)
pvaluesrte2 =rep(0,40)
for (i in 1:40 ) {
pvaluesrte[i] = Box.test(rte,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
pvaluesrte2[i] = Box.test(rte^2,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```
pvaluesrte2
```

```
##  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
## [39] 0 0
```

```
pvaluesrte
```

```
##  [1] 7.690148e-05 2.464929e-06 1.036838e-05 2.070914e-05 4.691928e-07
##  [6] 5.574248e-07 1.265081e-06 3.093054e-06 5.272137e-06 3.087513e-06
## [11] 3.458243e-07 1.660735e-07 3.016765e-07 1.912133e-07 4.070622e-07
## [16] 6.973623e-07 3.375066e-07 1.847926e-07 3.551418e-07 4.081775e-07
## [21] 5.161589e-07 4.341143e-07 8.043522e-07 1.390750e-06 1.741254e-06
## [26] 6.248613e-08 1.147625e-07 1.593462e-07 1.982620e-07 3.024977e-07
## [31] 6.076924e-08 1.170314e-08 1.802428e-08 1.721613e-08 2.975505e-08
## [36] 3.708667e-08 4.975839e-08 2.231387e-08 7.150939e-09 6.488305e-09
```

```r
library(TSA)
library(lmtest)
eacf(rte)
```

```
## AR/MA
##   0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
## 0 x x o o x o o o o o x  o  o  o
## 1 x x o o x o o o o o o  x  o  o
## 2 x x o o x o o o o o o  o  o  x
## 3 x x x x x o o o o o o  o  o  o
## 4 x x x x o o o o o o o  o  o  o
## 5 x x o x x o o o o o o  o  o  o
## 6 x x o x x x o o o o o  o  o  o
## 7 x x o o o o x o o o o  o  o  o
```

```r
library(forecast)
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##               Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08781357  0.02112444 -4.1570 3.225e-05 ***
## ma2       -0.07246767  0.02114858 -3.4266 0.0006112 ***
## ma3        0.00431491  0.02167159  0.1991 0.8421812
## ma4       -0.01719974  0.02124006 -0.8098 0.4180676
## ma5        0.06332819  0.02047385  3.0931 0.0019806 **
## intercept  0.00082954  0.00044496  1.8643 0.0622809 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##               Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08748441  0.02106934 -4.1522 3.293e-05 ***
## ma2       -0.07215114  0.02110657 -3.4184 0.0006299 ***
## ma4       -0.01684750  0.02118550 -0.7952 0.4264755
## ma5        0.06360907  0.02042370  3.1145 0.0018427 **
## intercept  0.00082912  0.00044345  1.8697 0.0615264 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,0,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
```

```
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1       -0.08765389  0.02112250 -4.1498 3.328e-05 ***
## ma2       -0.07285762  0.02144745 -3.3970 0.0006812 ***
## ma5        0.06260801  0.02036758  3.0739 0.0021128 **
## intercept  0.00082851  0.00045097  1.8372 0.0661824 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
reg<-Arima(rte, order=c(0,0,5),fixed=c(NA,NA,0,0,NA),include.mean=F)
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1 -0.086245   0.021122 -4.0832 4.441e-05 ***
## ma2 -0.071493   0.021424 -3.3371 0.0008466 ***
## ma5  0.064162   0.020329  3.1561 0.0015990 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
residu<-reg$res
t.test(residu)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  residu
## t = 1.8364, df = 2263, p-value = 0.06643
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -6.222812e-05  1.896746e-03
## sample estimates:
##    mean of x
## 0.0009172589
```

```
library(tseries)
#Standardisation des résidus
residuv=(residu-mean(residu))/sd(residu)
K<-20
tmp<-rep(0,K)
for(i in 1:K){
tmp[i]<-Box.test(residuv,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```
tmp
```

```
##  [1] 0.9433568 0.9951734 0.9978785 0.9538266 0.9840664 0.8775101 0.9237612
##  [8] 0.9526377 0.9521448 0.8137881 0.4132367 0.2850362 0.3227299 0.2437847
## [15] 0.3044731 0.3373791 0.2739823 0.1628408 0.2025765 0.1975719
```

```r
library(FinTS)
LM1<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=1)
LM1
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 86.222, df = 1, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM2<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=2)
LM2
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 200.5, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM10<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=10)
LM10
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 439.11, df = 10, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM20<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=20)
LM20
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 520.4, df = 20, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM30<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=30)
LM30
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 565.54, df = 30, p-value < 2.2e-16
```

```r
LM40<-ArchTest(as.numeric(rte),lag=40)
LM40
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rte)
## Chi-squared = 580.78, df = 40, p-value < 2.2e-16
```

```
volat<-garch(residuv,order=c(1,1))
```

```
##
##  ***** ESTIMATION WITH ANALYTICAL GRADIENT *****
##
##
##      I     INITIAL X(I)        D(I)
##
##      1     9.000000e-01     1.000e+00
##      2     5.000000e-02     1.000e+00
##      3     5.000000e-02     1.000e+00
##
##     IT   NF      F         RELDF    PRELDF    RELDX   STPPAR   D*STEP   NPRELDF
##      0    1  1.048e+03
##      1    2  1.038e+03  9.61e-03  7.45e-01  6.0e-01  7.8e+02  1.0e+00  2.91e+02
##      2    3  8.974e+02  1.36e-01  1.40e-01  2.0e-01  3.1e+00  5.0e-01  5.38e+01
##      3    5  8.729e+02  2.73e-02  2.91e-02  2.3e-02  4.2e+00  5.0e-02  2.33e+03
##      4    6  8.642e+02  9.90e-03  2.37e-02  5.3e-02  2.1e+00  1.0e-01  8.77e+02
##      5    7  8.399e+02  2.82e-02  3.37e-02  6.1e-02  2.0e+00  1.0e-01  3.63e+02
##      6    9  8.308e+02  1.08e-02  1.68e-02  4.4e-02  2.0e+00  8.2e-02  2.82e+02
##      7   10  8.190e+02  1.43e-02  2.07e-02  5.4e-02  2.0e+00  8.2e-02  7.96e+01
##      8   11  8.137e+02  6.43e-03  1.42e-02  4.1e-02  2.0e+00  8.2e-02  2.71e+01
##      9   12  7.970e+02  2.05e-02  2.40e-02  5.3e-02  2.0e+00  8.2e-02  1.51e+01
##     10   15  7.485e+02  6.08e-02  7.17e-02  2.7e-01  2.0e+00  3.5e-01  1.32e+01
##     11   17  7.386e+02  1.34e-02  4.37e-02  2.3e-02  2.4e+00  3.5e-02  2.78e+01
##     12   19  7.255e+02  1.77e-02  1.96e-02  6.3e-02  2.0e+00  1.1e-01  2.21e+01
##     13   21  7.235e+02  2.74e-03  7.63e-03  5.6e-03  6.0e+02  1.1e-02  1.08e+01
##     14   22  7.205e+02  4.12e-03  4.55e-03  4.6e-03  2.0e+00  1.1e-02  2.97e+00
##     15   23  7.164e+02  5.66e-03  5.75e-03  1.4e-02  2.0e+00  2.2e-02  3.54e+00
##     16   26  6.991e+02  2.42e-02  2.56e-02  5.7e-02  1.9e+00  1.2e-01  3.61e+00
##     17   28  6.973e+02  2.54e-03  3.81e-03  6.4e-03  1.4e+01  1.2e-02  3.45e-01
##     18   29  6.969e+02  6.07e-04  1.64e-03  6.2e-03  8.0e+00  1.2e-02  2.88e-01
##     19   30  6.953e+02  2.33e-03  2.51e-03  6.3e-03  1.9e+00  1.2e-02  6.37e-02
##     20   32  6.933e+02  2.79e-03  4.30e-03  1.7e-02  1.8e+00  3.7e-02  4.96e-02
##     21   33  6.919e+02  2.15e-03  3.64e-03  1.5e-02  9.8e-01  3.7e-02  7.59e-03
##     22   37  6.915e+02  5.53e-04  9.24e-04  5.0e-04  3.6e+00  1.1e-03  1.81e-03
##     23   38  6.914e+02  4.72e-05  5.25e-05  5.0e-04  1.8e+00  1.1e-03  1.78e-04
##     24   40  6.914e+02  5.43e-05  6.92e-05  2.1e-03  8.4e-01  4.6e-03  1.04e-04
##     25   41  6.914e+02  2.85e-06  2.98e-06  4.4e-04  0.0e+00  9.3e-04  2.98e-06
##     26   42  6.914e+02  4.99e-08  5.79e-08  2.7e-05  0.0e+00  5.1e-05  5.79e-08
##     27   47  6.914e+02  3.98e-13  3.35e-10  2.0e-07  3.0e+00  4.9e-07  1.61e-09
##     28   62  6.914e+02  1.97e-15  9.05e-17  7.3e-14  2.7e+06  2.0e-13  1.30e-09
##     29   64  6.914e+02  2.30e-15  1.81e-17  1.5e-14  1.3e+07  4.0e-14  1.30e-09
##     30   66  6.914e+02  8.22e-16  3.62e-17  2.9e-14  1.7e+06  8.0e-14  1.30e-09
##     31   68  6.914e+02 -3.78e-15  7.24e-18  5.9e-15  3.3e+07  1.6e-14  1.30e-09
##
##  ***** FALSE CONVERGENCE *****
##
```

```
##  FUNCTION     6.914026e+02   RELDX        5.855e-15
##  FUNC. EVALS      68         GRAD. EVALS      31
##  PRELDF       7.239e-18      NPRELDF      1.299e-09
##
##      I      FINAL X(I)        D(I)          G(I)
##
##      1    1.705619e-02     1.000e+00    -1.880e-01
##      2    7.358170e-02     1.000e+00    -2.062e-01
##      3    9.041853e-01     1.000e+00    -1.402e-01
```

```
summary(volat)
```

```
##
## Call:
## garch(x = residuv, order = c(1, 1))
##
## Model:
## GARCH(1,1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -7.73087 -0.57466 -0.01887  0.56204  6.43204
##
## Coefficient(s):
##     Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## a0  0.017056    0.001835    9.295   <2e-16 ***
## a1  0.073582    0.005935   12.397   <2e-16 ***
## b1  0.904185    0.006185  146.182   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Diagnostic Tests:
##  Jarque Bera Test
##
## data:  Residuals
## X-squared = 1807.9, df = 2, p-value < 2.2e-16
##
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  Squared.Residuals
## X-squared = 0.090535, df = 1, p-value = 0.7635
```

```
ArchTest(volat$res,lag=1)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.090379, df = 1, p-value = 0.7637
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=2)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.099214, df = 2, p-value = 0.9516
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=10)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 7.0365, df = 10, p-value = 0.722
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=20)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 14.584, df = 20, p-value = 0.7997
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=30)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 19.514, df = 30, p-value = 0.9286
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=40)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 24.214, df = 40, p-value = 0.9769
```

```r
 anscombe.test(volat$res)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  volat$res
## kurt = 7.3556, z = 15.1345, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

```
sig<-rep(0,N_rte)
for(t in 1:N_rte)
{
sig[t]<-sqrt(sum(rte[t-22]-(sum(rte[t-22]/22)))^2/22)
}
sigma=sig[24:N_rte]*100
min(log(pt))
```

```
## [1] 0.6205765
```

```
max(log(pt))
```

```
## [1] 2.988204
```

```
plot(log(pt[24:N_rte]),type='l',col=2,axes=F,xlab="", ylab="")
axis(2,at=seq(0.5,5,by=0.25))#axe de gauche
par(new=T)
min(sigma)
```

```
## [1] 0
```

```
max(sigma)
```

```
## [1] 3.845645
```

```
plot(sigma,col=3,type='l',axes = F,xlab="",ylab="",sub = "Figure 4 - log(pt) journalier et écart-type re
axis(4,at=seq(0,4,by=0.25))#axe de droite
legend("topleft", c("log(pt)","sigma"),col = c(2,3),lty=c(1,1))
```

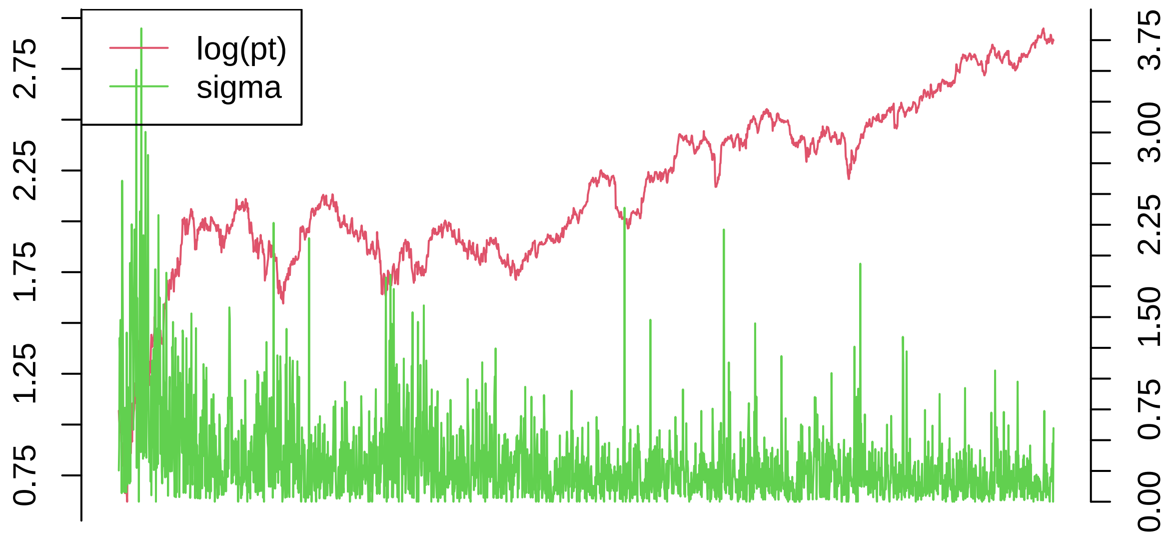


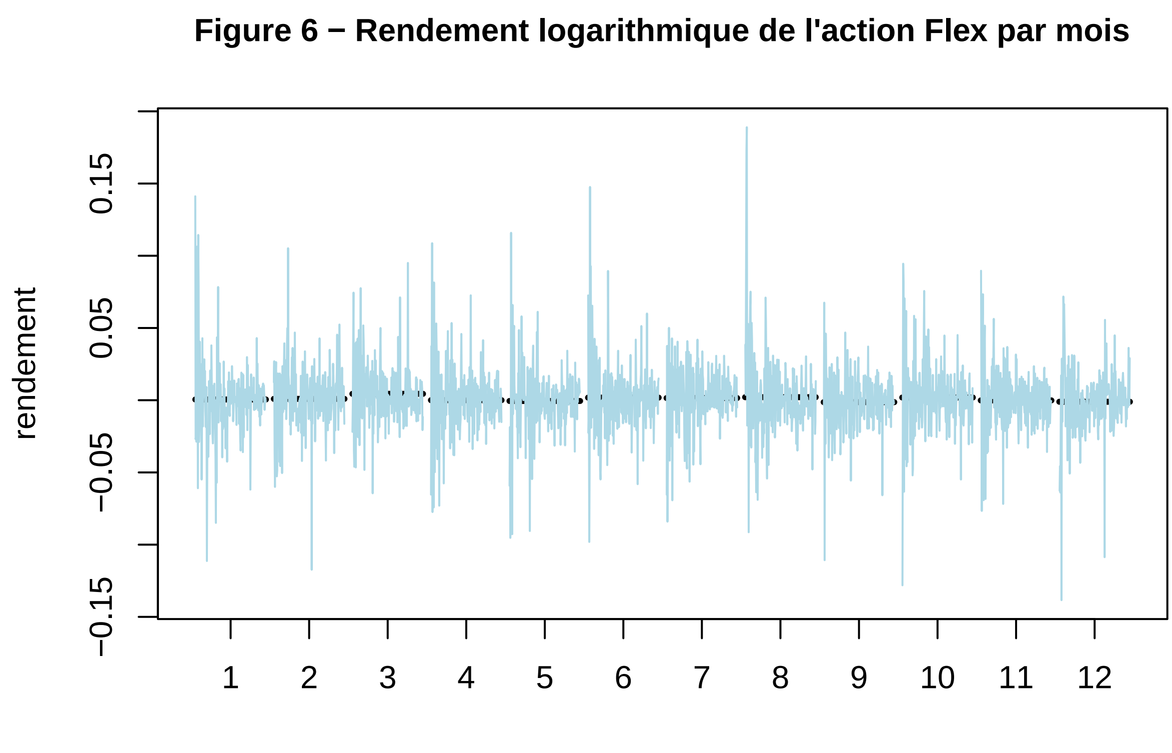
Figure 4 − log(pt) journalier et écart−type récursif journalier des rendements

```
jour=format(dates_rte, format = "%A")
tableaures <- data.frame(matrix(NA,ncol=5,nrow=4))
colnames(tableaures) <- c("Monday","Tuesday","Wednesday","Thursday","Friday")
rownames(tableaures) <- c("moyenne en %","écart-type annuel en %","skewness","kurtosis")
rtemar<-as.numeric(rte[jour=="Tuesday"])
mardi<-mean(rtemar) #moyenne journaliere
tableaures[1,2] <- mardi*100 #moyenne journaliere en %
tableaures[2,2] <- sd(rtemar)*100*sqrt(252) #ecart-type annualise en %
tableaures[3,2] <- skewness(rtemar)
tableaures[4,2] <- kurtosis(rtemar)
rtemer<-as.numeric(rte[jour=="Wednesday"])
mer<-mean(rtemer)
tableaures[1,3] <- mer*100
tableaures[2,3] <- sd(rtemer)*100*sqrt(252)
tableaures[3,3] <- skewness(rtemer)
tableaures[4,3] <- kurtosis(rtemer)
rtejeu<-as.numeric(rte[jour=="Thursday"])
jeudi<-mean(rtejeu)
tableaures[1,4] <- jeudi*100
tableaures[2,4] <- sd(rtejeu)*100*sqrt(252)
tableaures[3,4] <- skewness(rtejeu)
tableaures[4,4] <- kurtosis(rtejeu)
rteven<-as.numeric(rte[jour=="Friday"])
ven<-mean(rteven)
tableaures[1,5] <- ven*100
tableaures[2,5] <- sd(rteven)*100*sqrt(252)
```

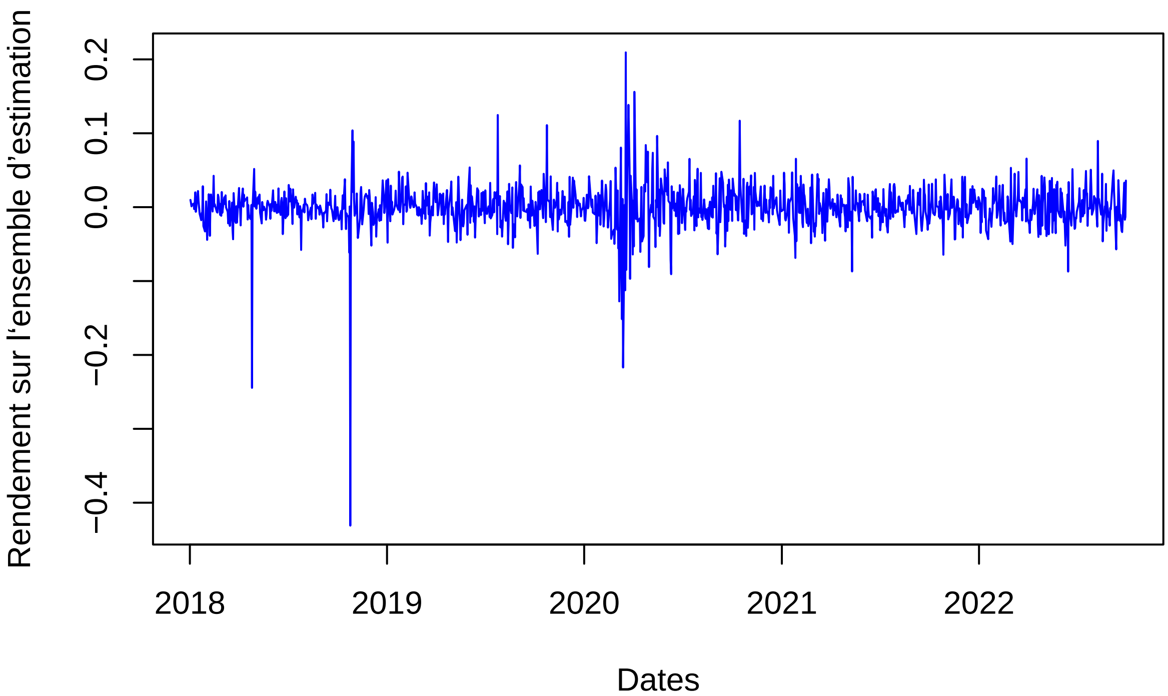
```
tableaures[3,5] <- skewness(rteven)
tableaures[4,5] <- kurtosis(rteven)
rtelun<-as.numeric(rte[jour=="Monday"])
lundi<-mean(rtelun)
tableaures[1,1] <- lundi*100
tableaures[2,1] <- sd(rtelun)*100*sqrt(252)
tableaures[3,1] <- skewness(rtelun)
tableaures[4,1] <- kurtosis(rtelun)
tableaures
```

```
##                             Monday     Tuesday  Wednesday    Thursday     Friday
## moyenne en %             0.2583227  0.20091050  0.1439166 -0.05622429 -0.1236741
## écart-type annuel en % 38.3657672 35.42087142 42.2760526 35.30990614 38.2560590
## skewness                 1.2328085 -0.03596162  1.2167465  0.04644250 -0.7467562
## kurtosis                 9.3047222  4.50752501  8.7642580  4.39976146  7.4892899
```

```
# On réalise le monthplot de rendement logarithmique sur rte :
monthplot(rte, ylab="rendement",main="Figure 6 - Rendement logarithmique de l'action Flex par mois", ce
```



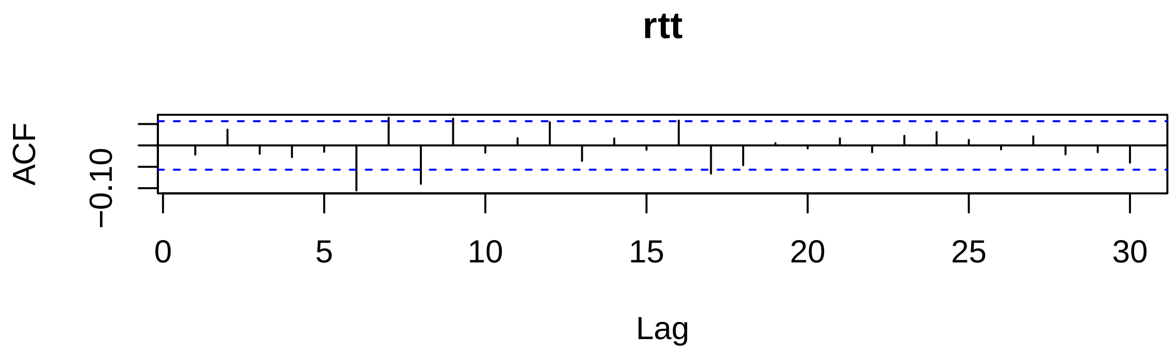

```
#Chronogramme de rte
plot(dates[2265:N],rtt,type='l',col='blue',xlab = "Dates", ylab = "Rendement sur l‘ensemble d’estimatio
```

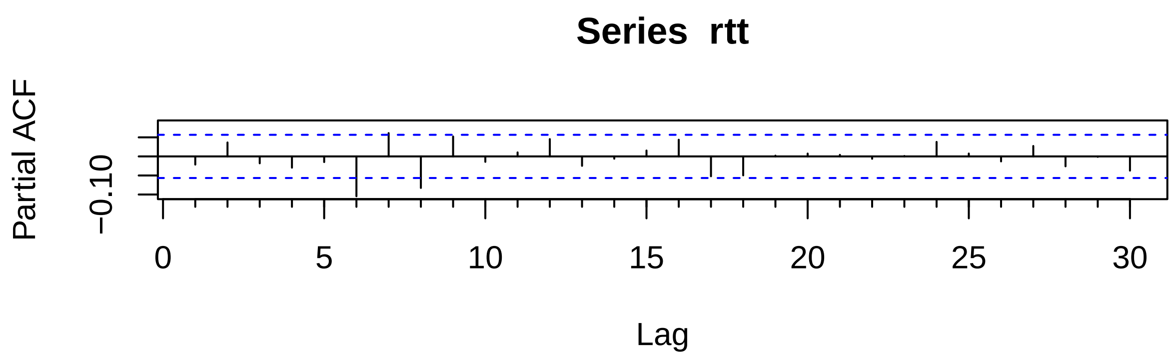



```
op<-par(mfrow=c(2,1))

Acf(rtt)

Pacf(rtt)
```






```
par(op)
```

```
summary(ur.df(rtt,type="trend",lags=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression trend
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43000 -0.01396 -0.00011  0.01522  0.20712
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -1.462e-03  1.809e-03  -0.808    0.419
## z.lag.1     -1.022e+00  2.897e-02 -35.280   <2e-16 ***
## tt           2.353e-06  2.620e-06   0.898    0.369
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03123 on 1192 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5108, Adjusted R-squared:   0.51
## F-statistic: 622.4 on 2 and 1192 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2804 414.9032 622.3546
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau3 -3.96 -3.41 -3.12
## phi2  6.09  4.68  4.03
## phi3  8.27  6.25  5.34
```

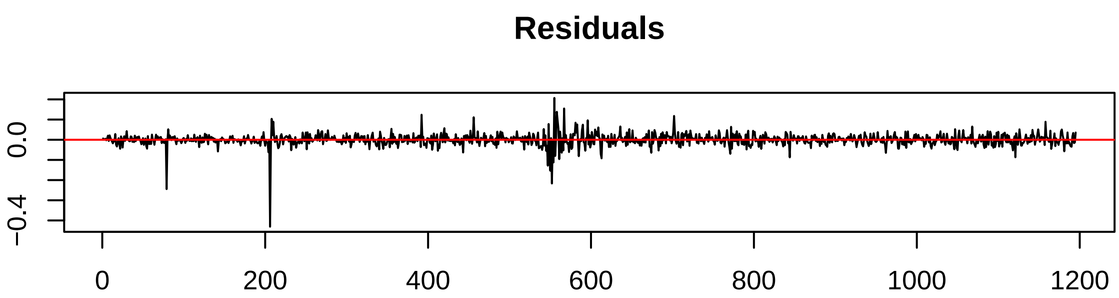
```r
summary(ur.df(rtt,type="drift",lags=0))
```

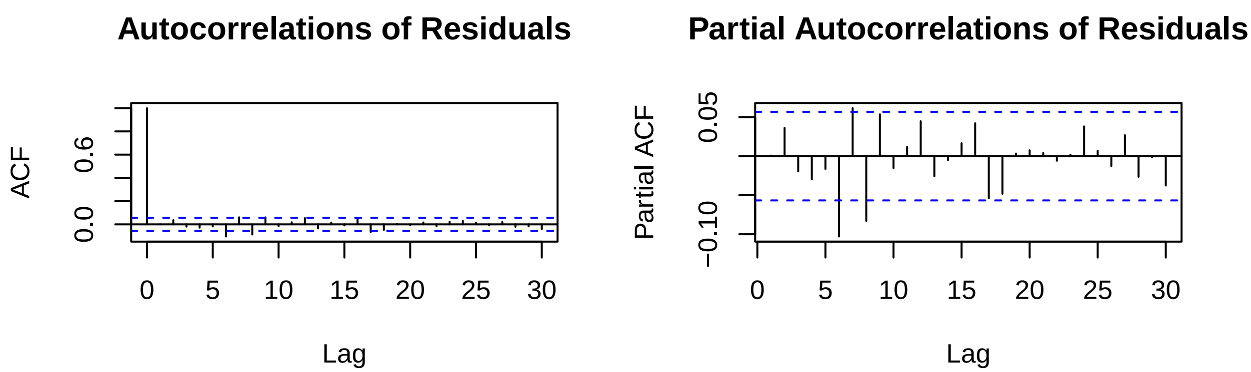
```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression drift
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43092 -0.01341 -0.00017  0.01501  0.20708
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -5.511e-05  9.035e-04  -0.061    0.951
## z.lag.1     -1.021e+00  2.896e-02 -35.272   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03123 on 1193 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5105, Adjusted R-squared:  0.5101
## F-statistic:  1244 on 1 and 1193 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2719 622.0525
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau2 -3.43 -2.86 -2.57
## phi1  6.43  4.59  3.78
```

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lags=0))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.43097 -0.01346 -0.00023  0.01495  0.20703
##
## Coefficients:
##         Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1 -1.02148    0.02895  -35.29   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03122 on 1194 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5105, Adjusted R-squared:  0.5101
## F-statistic:  1245 on 1 and 1194 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -35.2865
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
plot(ur.df(rtt,type="none",lag=0))
```






```
N_rtt = length(rtt)
N_rtt
```

```
## [1] 1196
```

```
Schwert<-as.integer(12*(N_rtt/100)^(0.25))
pmax = Schwert
pmax
```

```
## [1] 22
```

```
summary(CADFtest(rtt, criterion="MAIC",type="none",max.lag.y=pmax))
```

```
## Augmented DF test
##                                                     ADF test
## t-test statistic:                              -2.360126e+01
## p-value:                                        4.443952e-41
## Max lag of the diff. dependent variable:        1.000000e+00
##
## Call:
## dynlm(formula = formula(model), start = obs.1, end = obs.T)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
```

```
## -0.42869 -0.01369 -0.00028  0.01506  0.20685
##
## Coefficients:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## L(y, 1)    -0.98482    0.04173 -23.601   <2e-16 ***
## L(d(y), 1) -0.03720    0.02919  -1.274    0.203
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03141 on 1171 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5122, Adjusted R-squared:  0.5114
## F-statistic:    NA on NA and NA DF,  p-value: NA
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=1))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42872 -0.01371 -0.00030  0.01501  0.20700
##
## Coefficients:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1    -0.98408    0.04139 -23.778   <2e-16 ***
## z.diff.lag -0.03668    0.02896  -1.267    0.206
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03122 on 1192 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5112, Adjusted R-squared:  0.5103
## F-statistic: 623.2 on 2 and 1192 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -23.7781
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
```

```
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42744 -0.01416  0.00005  0.01529  0.18133
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.1327575  0.1527935  -7.414 2.38e-13 ***
## z.diff.lag1   0.1249116  0.1491729   0.837    0.403
## z.diff.lag2   0.1524293  0.1454848   1.048    0.295
## z.diff.lag3   0.1373358  0.1416865   0.969    0.333
## z.diff.lag4   0.1078085  0.1377305   0.783    0.434
## z.diff.lag5   0.0840880  0.1336244   0.629    0.529
## z.diff.lag6  -0.0060476  0.1297345  -0.047    0.963
## z.diff.lag7   0.0498286  0.1260821   0.395    0.693
## z.diff.lag8  -0.0265950  0.1219863  -0.218    0.827
## z.diff.lag9   0.0211002  0.1176063   0.179    0.858
## z.diff.lag10  0.0091951  0.1131346   0.081    0.935
## z.diff.lag11  0.0202282  0.1087177   0.186    0.852
## z.diff.lag12  0.0627410  0.1037203   0.605    0.545
## z.diff.lag13  0.0372529  0.0983431   0.379    0.705
## z.diff.lag14  0.0285111  0.0927589   0.307    0.759
## z.diff.lag15  0.0469702  0.0862628   0.545    0.586
## z.diff.lag16  0.0922970  0.0802069   1.151    0.250
## z.diff.lag17  0.0401058  0.0729881   0.549    0.583
## z.diff.lag18 -0.0100455  0.0662261  -0.152    0.879
## z.diff.lag19 -0.0076301  0.0590092  -0.129    0.897
## z.diff.lag20  0.0003673  0.0511546   0.007    0.994
## z.diff.lag21  0.0048944  0.0420994   0.116    0.907
## z.diff.lag22 -0.0008746  0.0296269  -0.030    0.976
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03112 on 1150 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5297, Adjusted R-squared:  0.5203
## F-statistic: 56.31 on 23 and 1150 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.4137
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-1))
```

```
##
```

```
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42753 -0.01409 -0.00010  0.01521  0.18161
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.132589   0.149093  -7.597 6.27e-14 ***
## z.diff.lag1   0.125625   0.145419   0.864    0.388
## z.diff.lag2   0.152792   0.141603   1.079    0.281
## z.diff.lag3   0.138241   0.137645   1.004    0.315
## z.diff.lag4   0.110142   0.133548   0.825    0.410
## z.diff.lag5   0.087329   0.129689   0.673    0.501
## z.diff.lag6  -0.003867   0.126075  -0.031    0.976
## z.diff.lag7   0.052265   0.121974   0.428    0.668
## z.diff.lag8  -0.023824   0.117603  -0.203    0.839
## z.diff.lag9   0.024667   0.113130   0.218    0.827
## z.diff.lag10  0.013058   0.108714   0.120    0.904
## z.diff.lag11  0.024197   0.103716   0.233    0.816
## z.diff.lag12  0.066277   0.098322   0.674    0.500
## z.diff.lag13  0.040004   0.092749   0.431    0.666
## z.diff.lag14  0.031494   0.086235   0.365    0.715
## z.diff.lag15  0.049186   0.080168   0.614    0.540
## z.diff.lag16  0.094165   0.072922   1.291    0.197
## z.diff.lag17  0.041988   0.066214   0.634    0.526
## z.diff.lag18 -0.008299   0.058994  -0.141    0.888
## z.diff.lag19 -0.006174   0.051144  -0.121    0.904
## z.diff.lag20  0.001707   0.042091   0.041    0.968
## z.diff.lag21  0.005922   0.029623   0.200    0.842
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03112 on 1152 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.529,  Adjusted R-squared:   0.52
## F-statistic: 58.81 on 22 and 1152 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.5965
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-2))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42747 -0.01407 -0.00017  0.01521  0.18191
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.125868   0.145263  -7.751    2e-14 ***
## z.diff.lag1   0.118692   0.141461   0.839    0.402
## z.diff.lag2   0.146105   0.137487   1.063    0.288
## z.diff.lag3   0.132269   0.133393   0.992    0.322
## z.diff.lag4   0.104953   0.129546   0.810    0.418
## z.diff.lag5   0.081918   0.125962   0.650    0.516
## z.diff.lag6  -0.009476   0.121896  -0.078    0.938
## z.diff.lag7   0.046754   0.117521   0.398    0.691
## z.diff.lag8  -0.028898   0.113055  -0.256    0.798
## z.diff.lag9   0.019951   0.108641   0.184    0.854
## z.diff.lag10  0.008116   0.103651   0.078    0.938
## z.diff.lag11  0.018939   0.098258   0.193    0.847
## z.diff.lag12  0.060700   0.092671   0.655    0.513
## z.diff.lag13  0.034216   0.086172   0.397    0.691
## z.diff.lag14  0.025802   0.080080   0.322    0.747
## z.diff.lag15  0.042987   0.072824   0.590    0.555
## z.diff.lag16  0.088575   0.066097   1.340    0.180
## z.diff.lag17  0.036435   0.058946   0.618    0.537
## z.diff.lag18 -0.013884   0.051103  -0.272    0.786
## z.diff.lag19 -0.011741   0.042059  -0.279    0.780
## z.diff.lag20 -0.004200   0.029602  -0.142    0.887
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0311 on 1154 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5289, Adjusted R-squared:  0.5204
## F-statistic:  61.7 on 21 and 1154 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -7.7506
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-3))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42750 -0.01411 -0.00010  0.01519  0.18188
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.130709   0.141280  -8.003 2.93e-15 ***
## z.diff.lag1   0.123447   0.137321   0.899    0.369
## z.diff.lag2   0.150581   0.133207   1.130    0.259
## z.diff.lag3   0.136333   0.129368   1.054    0.292
## z.diff.lag4   0.109007   0.125799   0.867    0.386
## z.diff.lag5   0.086134   0.121763   0.707    0.479
## z.diff.lag6  -0.005274   0.117425  -0.045    0.964
## z.diff.lag7   0.050768   0.112952   0.449    0.653
## z.diff.lag8  -0.025084   0.108546  -0.231    0.817
## z.diff.lag9   0.023939   0.103555   0.231    0.817
## z.diff.lag10  0.012255   0.098176   0.125    0.901
## z.diff.lag11  0.023190   0.092588   0.250    0.802
## z.diff.lag12  0.065131   0.086070   0.757    0.449
## z.diff.lag13  0.038467   0.079996   0.481    0.631
## z.diff.lag14  0.030355   0.072704   0.418    0.676
## z.diff.lag15  0.047130   0.065966   0.714    0.475
## z.diff.lag16  0.092668   0.058793   1.576    0.115
## z.diff.lag17  0.040493   0.051041   0.793    0.428
## z.diff.lag18 -0.009864   0.042021  -0.235    0.814
## z.diff.lag19 -0.007532   0.029576  -0.255    0.799
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03108 on 1156 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.529,  Adjusted R-squared:  0.5208
## F-statistic: 64.91 on 20 and 1156 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.0033
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-4))
```

```
##
```

```
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
## ###############################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42744 -0.01421 -0.00022  0.01520  0.18203
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.139270   0.137147  -8.307 2.72e-16 ***
## z.diff.lag1   0.132491   0.133047   0.996   0.3195
## z.diff.lag2   0.159550   0.129185   1.235   0.2171
## z.diff.lag3   0.144563   0.125626   1.151   0.2501
## z.diff.lag4   0.117626   0.121607   0.967   0.3336
## z.diff.lag5   0.095005   0.117299   0.810   0.4181
## z.diff.lag6   0.003746   0.112868   0.033   0.9735
## z.diff.lag7   0.059719   0.108449   0.551   0.5820
## z.diff.lag8  -0.015816   0.103472  -0.153   0.8785
## z.diff.lag9   0.033189   0.098086   0.338   0.7351
## z.diff.lag10  0.021179   0.092516   0.229   0.8190
## z.diff.lag11  0.032545   0.085995   0.378   0.7052
## z.diff.lag12  0.073685   0.079894   0.922   0.3566
## z.diff.lag13  0.047290   0.072623   0.651   0.5151
## z.diff.lag14  0.038529   0.065839   0.585   0.5585
## z.diff.lag15  0.055088   0.058649   0.939   0.3478
## z.diff.lag16  0.100361   0.050862   1.973   0.0487 *
## z.diff.lag17  0.048049   0.041954   1.145   0.2523
## z.diff.lag18 -0.002215   0.029553  -0.075   0.9403
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03105 on 1158 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5289, Adjusted R-squared:  0.5212
## F-statistic: 68.44 on 19 and 1158 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.3069
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```r
summary(ur.df(rtt,type="none",lag=pmax-5))
```

```
##
## ###############################################
## # Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
```

```
## ################################################
##
## Test regression none
##
##
## Call:
## lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42752 -0.01418 -0.00021  0.01518  0.18206
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## z.lag.1      -1.14315    0.13293  -8.599   <2e-16 ***
## z.diff.lag1   0.13702    0.12908   1.061   0.2887
## z.diff.lag2   0.16316    0.12550   1.300   0.1938
## z.diff.lag3   0.14836    0.12149   1.221   0.2223
## z.diff.lag4   0.12174    0.11720   1.039   0.2991
## z.diff.lag5   0.09962    0.11279   0.883   0.3773
## z.diff.lag6   0.00854    0.10842   0.079   0.9372
## z.diff.lag7   0.06466    0.10342   0.625   0.5319
## z.diff.lag8  -0.01125    0.09805  -0.115   0.9087
## z.diff.lag9   0.03718    0.09246   0.402   0.6877
## z.diff.lag10  0.02539    0.08596   0.295   0.7677
## z.diff.lag11  0.03606    0.07985   0.452   0.6517
## z.diff.lag12  0.07704    0.07254   1.062   0.2885
## z.diff.lag13  0.05051    0.06578   0.768   0.4428
## z.diff.lag14  0.04155    0.05853   0.710   0.4779
## z.diff.lag15  0.05785    0.05071   1.141   0.2541
## z.diff.lag16  0.10306    0.04175   2.469   0.0137 *
## z.diff.lag17  0.05046    0.02948   1.712   0.0872 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03104 on 1160 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5284, Adjusted R-squared:  0.5211
## F-statistic: 72.21 on 18 and 1160 DF,  p-value: < 2.2e-16
##
##
## Value of test-statistic is: -8.5993
##
## Critical values for test statistics:
##       1pct  5pct 10pct
## tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

```r
# Commençons par lag = 1 (selon MAIC) :
summary(ur.za(rtt, model="both",lag=1))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
```

```
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.41590 -0.01405  0.00016  0.01536  0.20469
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  3.718e-03  4.418e-03   0.841  0.40024
## y.l1         3.193e-03  4.144e-02   0.077  0.93860
## trend       -8.094e-05  3.655e-05  -2.214  0.02699 *
## y.dl1       -3.306e-02  2.890e-02  -1.144  0.25291
## du           1.526e-02  4.777e-03   3.194  0.00144 **
## dt           7.850e-05  3.671e-05   2.138  0.03270 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03113 on 1188 degrees of freedom
##   (2 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.01107,    Adjusted R-squared:  0.006909
## F-statistic:  2.66 on 5 and 1188 DF,  p-value: 0.02121
##
##
## Teststatistic: -24.0536
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 208
```

```
# lag = 17 (selon top-down) :
summary(ur.za(rtt, model="both",lag=17))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42076 -0.01372  0.00029  0.01459  0.17505
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.014e-04  4.613e-03  -0.087  0.93067
## y.l1        -2.612e-01  1.386e-01  -1.885  0.05975 .
## trend       -3.586e-05  3.137e-05  -1.143  0.25319
## y.dl1        2.480e-01  1.342e-01   1.848  0.06491 .
## y.dl2        2.675e-01  1.302e-01   2.055  0.04011 *
## y.dl3        2.459e-01  1.257e-01   1.956  0.05067 .
```

```
## y.dl4        2.125e-01  1.210e-01   1.756  0.07928 .
## y.dl5        1.834e-01  1.161e-01   1.579  0.11462
## y.dl6        8.548e-02  1.113e-01   0.768  0.44281
## y.dl7        1.340e-01  1.059e-01   1.265  0.20606
## y.dl8        5.121e-02  1.002e-01   0.511  0.60922
## y.dl9        9.217e-02  9.418e-02   0.979  0.32799
## y.dl10       7.308e-02  8.734e-02   0.837  0.40290
## y.dl11       7.710e-02  8.093e-02   0.953  0.34098
## y.dl12       1.112e-01  7.335e-02   1.517  0.12964
## y.dl13       7.866e-02  6.636e-02   1.185  0.23615
## y.dl14       6.416e-02  5.893e-02   1.089  0.27650
## y.dl15       7.483e-02  5.094e-02   1.469  0.14215
## y.dl16       1.144e-01  4.185e-02   2.733  0.00636 **
## y.dl17       5.636e-02  2.949e-02   1.911  0.05621 .
## du           1.173e-02  4.696e-03   2.498  0.01263 *
## dt           3.294e-05  3.156e-05   1.044  0.29685
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03098 on 1156 degrees of freedom
##   (18 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.04437,    Adjusted R-squared:  0.02701
## F-statistic: 2.556 on 21 and 1156 DF,  p-value: 0.0001425
##
##
## Teststatistic: -9.0989
## Critical values: 0.01= -5.57 0.05= -5.08 0.1= -4.82
##
## Potential break point at position: 246
```

```
# lag = 17 (selon top-down) :
summary(ur.za(rtt, model="intercept",lag=17))
```

```
##
## ################################
## # Zivot-Andrews Unit Root Test #
## ################################
##
##
## Call:
## lm(formula = testmat)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.42310 -0.01382  0.00008  0.01491  0.17566
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -4.654e-03  2.162e-03  -2.153  0.03154 *
## y.l1        -2.461e-01  1.379e-01  -1.785  0.07448 .
## trend       -3.344e-06  3.650e-06  -0.916  0.35972
## y.dl1        2.337e-01  1.336e-01   1.750  0.08037 .
## y.dl2        2.540e-01  1.295e-01   1.961  0.05014 .
## y.dl3        2.333e-01  1.251e-01   1.864  0.06253 .
```

```
## y.dl4        2.007e-01  1.205e-01   1.666  0.09600 .
## y.dl5        1.724e-01  1.157e-01   1.490  0.13645
## y.dl6        7.521e-02  1.109e-01   0.678  0.49788
## y.dl7        1.246e-01  1.055e-01   1.180  0.23806
## y.dl8        4.255e-02  9.982e-02   0.426  0.67001
## y.dl9        8.444e-02  9.390e-02   0.899  0.36867
## y.dl10       6.627e-02  8.710e-02   0.761  0.44685
## y.dl11       7.114e-02  8.073e-02   0.881  0.37840
## y.dl12       1.062e-01  7.319e-02   1.451  0.14701
## y.dl13       7.447e-02  6.624e-02   1.124  0.26117
## y.dl14       6.067e-02  5.883e-02   1.031  0.30267
## y.dl15       7.213e-02  5.088e-02   1.418  0.15656
## y.dl16       1.125e-01  4.181e-02   2.692  0.00721 **
## y.dl17       5.539e-02  2.948e-02   1.879  0.06049 .
## du           8.171e-03  3.229e-03   2.531  0.01151 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.03098 on 1157 degrees of freedom
##   (18 observations deleted due to missingness)
## Multiple R-squared:  0.04347,    Adjusted R-squared:  0.02693
## F-statistic: 2.629 on 20 and 1157 DF,  p-value: 0.0001211
##
##
## Teststatistic: -9.039
## Critical values: 0.01= -5.34 0.05= -4.8 0.1= -4.58
##
## Potential break point at position: 246
```

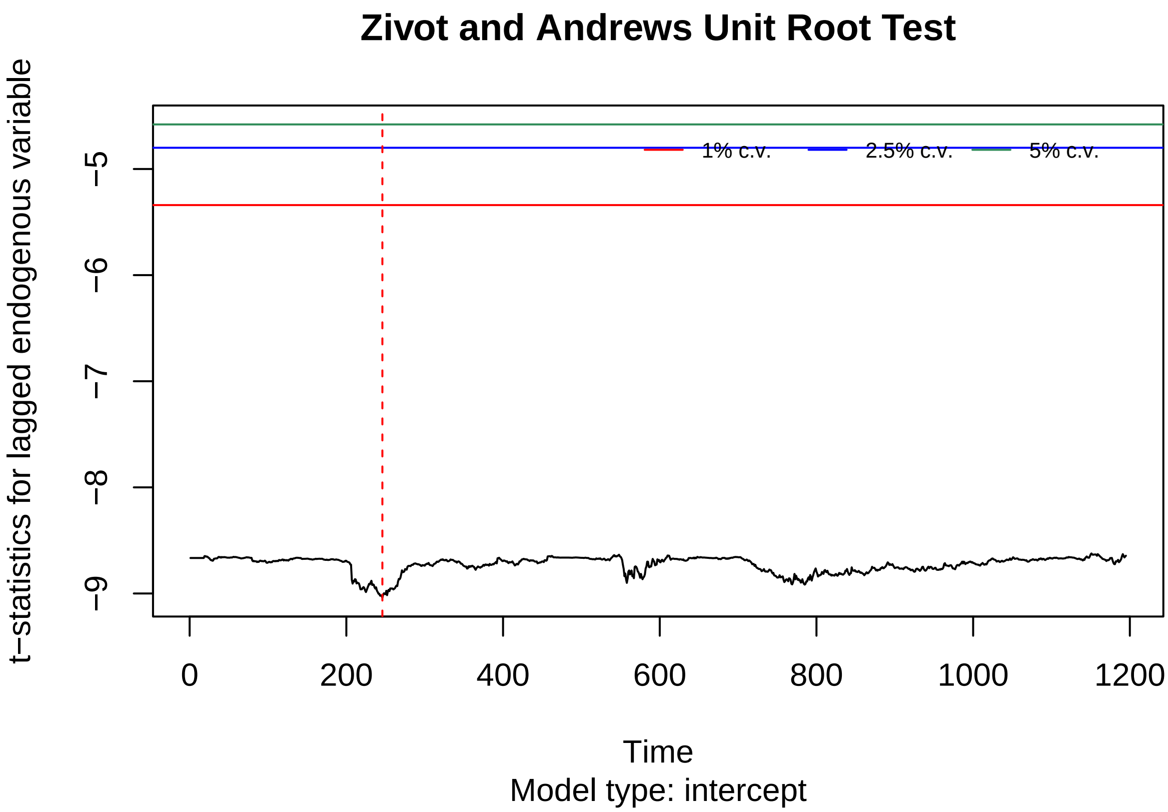
```
dates_rtt = dates[2265:N]
TB = dates_rtt[246]
TB
```

```
## [1] "2018-12-21"
```

```
lambda = 246/N_rtt
lambda
```

```
## [1] 0.2056856
```

```
# lag = 17 (selon top-down) :
plot(ur.za(rtt, model="intercept",lag=17))
```




```
source("C:\\Users\\Hannah\\Desktop\\IREF\\S8\\Econométrie lebreton\\LeeStrazicichUnitRoot-master\\LeeSt

# Avec lag = 1 [selon MAIC]
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 1
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -22.76552
## [1] "First possible structural break at position: 758"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##           1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 1"
## Runtime:
## Time difference of 0.1045514 mins
```

```
# Avec lag = 17 [selon la méthode top-down]
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 17
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -6.658276
```

```
## [1] "First possible structural break at position: 752"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##          1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 15"
## Runtime:
## Time difference of 0.3558916 mins
```

```
# Avec lag = 15
myBreaks <- 1
myModel <- "crash"
myLags <- 15
myLS_test <- ur.ls(y=rtt, model = myModel, breaks = myBreaks, lags = myLags, method = "GTOS",pn = 0.1, p
```

```
## [1] -6.658276
## [1] "First possible structural break at position: 752"
## [1] "The location of the first break - lambda_1: 0.6 , with the number of total observations: 1196"
## Critical values - Crash model:
##          1%     5%    10%
## [1,] -4.239 -3.566 -3.211
## [1] "Number of lags determined by general-to-specific lag selection: 15"
## Runtime:
## Time difference of 0.1970459 mins
```

```
TB = dates_rtt[752]
TB
```

```
## [1] "2020-12-24"
```

```
lambda = 752/N_rtt
lambda
```

```
## [1] 0.6287625
```

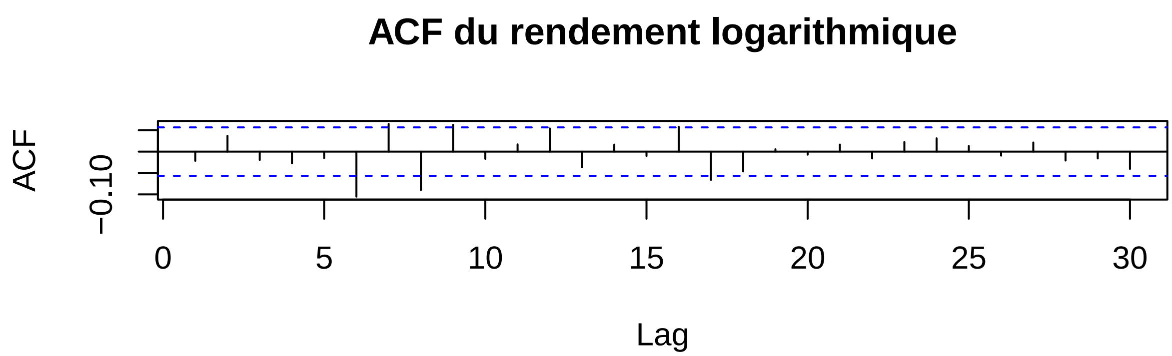
```
agostino.test(rtt)
```

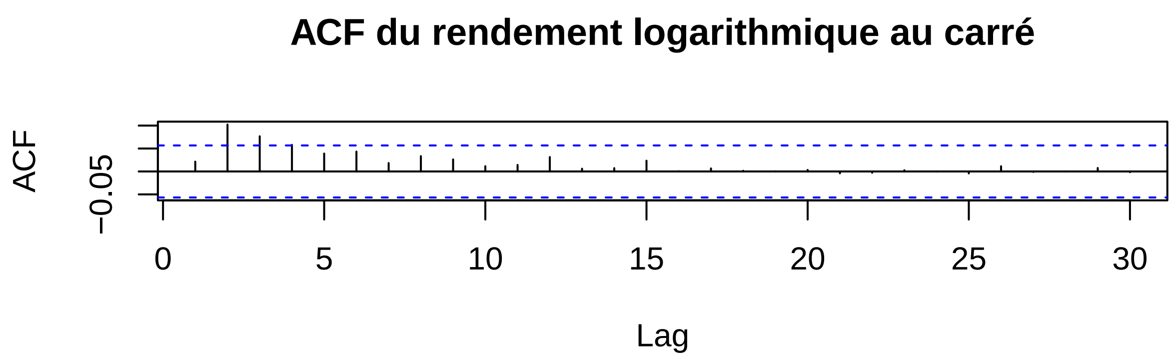
```
##
##  D'Agostino skewness test
##
## data:  rtt
## skew = -2.4734, z = -21.2942, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: data have a skewness
```

```
anscombe.test(rtt)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  rtt
## kurt = 41.079, z = 19.706, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

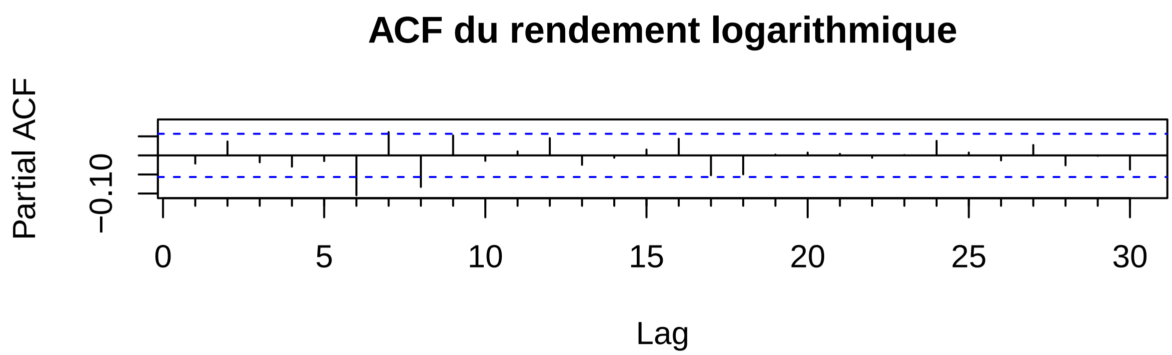
```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Acf(rtt,main='ACF du rendement logarithmique')
Acf(rtt^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```

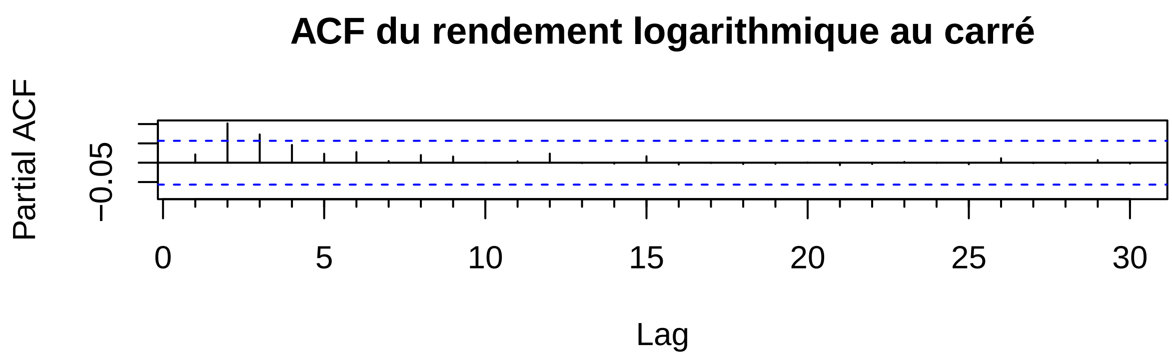





```
par(op)
```

```
op<-par(mfrow=c(2,1))
Pacf(rtt,main='ACF du rendement logarithmique')
Pacf(rtt^2,main='ACF du rendement logarithmique au carré')
```






```
par(op)
```

```
pvaluesrtt =rep(0,40)
pvaluesrtt2 =rep(0,40)
for (i in 1:40 ) {
pvaluesrtt[i] = Box.test(rtt,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
pvaluesrtt2[i] = Box.test(rtt^2,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```
pvaluesrtt2
```

```
##  [1] 4.576362e-01 1.435308e-03 1.581830e-04 7.299890e-05 8.795473e-05
##  [6] 8.264666e-05 1.640104e-04 2.073273e-04 3.102963e-04 5.782152e-04
## [11] 9.935162e-04 1.168142e-03 2.011624e-03 3.309826e-03 4.335733e-03
## [16] 6.848403e-03 1.031892e-02 1.532818e-02 2.216491e-02 3.112435e-02
## [21] 4.259348e-02 5.714280e-02 7.505117e-02 9.676805e-02 1.218537e-01
## [26] 1.471016e-01 1.799021e-01 2.165108e-01 2.539253e-01 2.966699e-01
## [31] 3.399359e-01 3.869527e-01 4.347442e-01 4.834119e-01 5.318422e-01
## [36] 5.790252e-01 6.242448e-01 6.677378e-01 7.041678e-01 7.429115e-01
```

```
pvaluesrtt
```

```
##  [1] 4.574141e-01 3.326598e-01 4.465574e-01 4.680035e-01 5.732822e-01
##  [6] 8.613539e-03 2.289744e-03 9.357028e-05 2.923731e-05 5.459829e-05
```

```
## [11] 9.729760e-05 4.907042e-05 5.239148e-05 8.816691e-05 1.546531e-04
## [16] 6.447287e-05 1.748220e-05 1.254246e-05 2.248646e-05 3.891880e-05
## [21] 5.987004e-05 9.117592e-05 1.231442e-04 1.373667e-04 2.067952e-04
## [26] 3.155406e-04 4.136564e-04 5.404668e-04 7.438733e-04 6.298876e-04
## [31] 9.329077e-04 1.357326e-03 1.090741e-03 1.483741e-03 1.613749e-03
## [36] 1.391552e-03 1.621328e-03 2.201099e-03 2.717719e-03 3.463836e-03
```

```
library(TSA)
library(lmtest)
eacf(rtt)
```

```
## AR/MA
##   0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
## 0 o o o o o x x x x o o  o  o  o
## 1 x o o o o x o o o o o  o  o  o
## 2 x x o o o x o o o o o  o  o  o
## 3 x x x o o x o x o o o  o  o  o
## 4 x x o x o o o o o o o  o  o  o
## 5 x x o x x o o o o o o  o  o  o
## 6 x x x x x x o o o o o  o  o  o
## 7 x x x x o x x o o o o  o  o  o
```

```
library(forecast)
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma1       -7.9690e-03  2.8899e-02 -0.2758 0.782734
## ma2        2.2026e-02  2.8665e-02  0.7684 0.442258
## ma3       -1.6803e-02  2.8997e-02 -0.5795 0.562258
## ma4       -1.9834e-02  2.8574e-02 -0.6941 0.487603
## ma5       -2.4921e-02  2.8943e-02 -0.8610 0.389214
## ma6       -9.1093e-02  2.7857e-02 -3.2701 0.001075 **
## ma7        5.3645e-02  2.9268e-02  1.8329 0.066822 .
## ma8       -7.3337e-02  2.7635e-02 -2.6538 0.007960 **
## ma9        5.2137e-02  3.1054e-02  1.6789 0.093173 .
## intercept -4.8264e-05  7.9756e-04 -0.0605 0.951746
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma2        2.2079e-02  2.8668e-02  0.7702 0.441201
## ma3       -1.6702e-02  2.9008e-02 -0.5758 0.564772
```

```
## ma4       -1.9919e-02  2.8581e-02 -0.6969 0.485855
## ma5       -2.5056e-02  2.8933e-02 -0.8660 0.386492
## ma6       -9.1265e-02  2.7847e-02 -3.2774 0.001048 **
## ma7        5.2846e-02  2.9151e-02  1.8128 0.069855 .
## ma8       -7.2942e-02  2.7606e-02 -2.6422 0.008236 **
## ma9        5.1773e-02  3.1090e-02  1.6653 0.095857 .
## intercept -4.8307e-05  8.0379e-04 -0.0601 0.952077
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma3       -1.7219e-02  2.9002e-02 -0.5937 0.552689
## ma4       -1.9672e-02  2.8576e-02 -0.6884 0.491201
## ma5       -2.4860e-02  2.8947e-02 -0.8588 0.390448
## ma6       -9.0601e-02  2.7851e-02 -3.2531 0.001141 **
## ma7        5.3229e-02  2.9257e-02  1.8194 0.068857 .
## ma8       -7.1383e-02  2.7605e-02 -2.5859 0.009712 **
## ma9        5.1554e-02  3.1208e-02  1.6519 0.098549 .
## intercept -4.8406e-05  7.8639e-04 -0.0616 0.950917
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma4       -1.9274e-02  2.8555e-02 -0.6750 0.499692
## ma5       -2.5703e-02  2.8910e-02 -0.8890 0.373977
## ma6       -9.0332e-02  2.7841e-02 -3.2446 0.001176 **
## ma7        5.3522e-02  2.9129e-02  1.8374 0.066154 .
## ma8       -7.2660e-02  2.7606e-02 -2.6320 0.008488 **
## ma9        4.8344e-02  3.0777e-02  1.5708 0.116231
## intercept -4.8462e-05  7.9795e-04 -0.0607 0.951572
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
```

```
## ma5       -2.5183e-02  2.8917e-02 -0.8709 0.383818
## ma6       -9.0774e-02  2.7937e-02 -3.2492 0.001157 **
## ma7        5.3108e-02  2.8972e-02  1.8331 0.066793 .
## ma8       -7.3585e-02  2.7522e-02 -2.6737 0.007501 **
## ma9        4.8961e-02  3.0734e-02  1.5931 0.111148
## intercept -4.8066e-05  8.1465e-04 -0.0590 0.952950
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6       -9.1120e-02  2.7793e-02 -3.2786 0.001043 **
## ma7        5.0684e-02  2.8879e-02  1.7550 0.079254 .
## ma8       -7.1935e-02  2.7551e-02 -2.6109 0.009030 **
## ma9        4.9875e-02  3.0736e-02  1.6227 0.104661
## intercept -4.6748e-05  8.3708e-04 -0.0558 0.955464
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,0,NA))
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate  Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6       -9.0949e-02  2.7752e-02 -3.2772 0.001048 **
## ma7        5.7190e-02  2.8599e-02  1.9997 0.045533 *
## ma8       -7.7814e-02  2.7290e-02 -2.8514 0.004353 **
## intercept -4.6699e-05  7.9454e-04 -0.0588 0.953131
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
reg<-Arima(rtt, order=c(0,0,9),fixed=c(0,0,0,0,0,NA,NA,NA,0),include.mean=F)
coeftest(reg)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma6 -0.090941   0.027752 -3.2770 0.001049 **
## ma7  0.057192   0.028599  1.9998 0.045524 *
## ma8 -0.077808   0.027290 -2.8512 0.004356 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
residu<-reg$res
t.test(residu)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  residu
## t = -0.056652, df = 1195, p-value = 0.9548
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.001803531  0.001702299
## sample estimates:
##     mean of x
## -5.061563e-05
```

```r
library(tseries)
#Standardisation des résidus
residuv=(residu-mean(residu))/sd(residu)
K<-20
tmp<-rep(0,K)
for(i in 1:K){
tmp[i]<-Box.test(residuv,lag=i,type="Ljung-Box")$p.value
}
```

```r
tmp
```

```
##  [1] 0.7704577 0.6699041 0.7851772 0.7715151 0.7868600 0.8699334 0.9270000
##  [8] 0.9601087 0.7660322 0.8242633 0.8664272 0.7100176 0.6612921 0.7193884
## [15] 0.7823620 0.5917215 0.3649419 0.2921486 0.3486810 0.4081296
```

```r
library(FinTS)
LM1<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=1)
LM1
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 0.54984, df = 1, p-value = 0.4584
```

```r
LM2<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=2)
LM2
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 12.921, df = 2, p-value = 0.001564
```

```r
LM10<-ArchTest(as.numeric(rtt),lag=10)
LM10
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  as.numeric(rtt)
## Chi-squared = 23.841, df = 10, p-value = 0.008035
```

```r
volat<-garch(residuv,order=c(1,1))
```

```
##
##  ***** ESTIMATION WITH ANALYTICAL GRADIENT *****
##
##
##      I     INITIAL X(I)        D(I)
##
##      1     9.000000e-01     1.000e+00
##      2     5.000000e-02     1.000e+00
##      3     5.000000e-02     1.000e+00
##
##     IT   NF      F         RELDF    PRELDF    RELDX   STPPAR   D*STEP   NPRELDF
##      0    1  5.817e+02
##      1    3  5.736e+02  1.40e-02  1.05e-01  1.6e-01  6.4e+02  3.1e-01  3.35e+01
##      2    5  5.592e+02  2.51e-02  3.21e-02  6.6e-02  2.8e+00  1.3e-01  1.78e+01
##      3    6  5.474e+02  2.11e-02  2.33e-02  7.4e-02  2.5e+00  1.3e-01  2.34e+01
##      4    7  5.462e+02  2.09e-03  4.34e-02  2.2e-01  2.0e+00  2.5e-01  2.10e+01
##      5    8  5.235e+02  4.17e-02  5.81e-02  1.1e-01  2.1e+00  1.3e-01  6.33e+00
##      6    9  5.135e+02  1.90e-02  1.83e-02  1.3e-01  2.0e+00  1.3e-01  7.33e+00
##      7   10  5.056e+02  1.54e-02  4.05e-02  2.2e-01  2.0e+00  2.5e-01  4.18e+00
##      8   12  5.010e+02  9.21e-03  1.44e-02  2.7e-02  3.3e+00  3.7e-02  1.08e+00
##      9   13  5.002e+02  1.44e-03  1.68e-03  2.9e-02  2.1e+00  3.7e-02  9.39e-01
##     10   14  4.985e+02  3.45e-03  6.53e-03  6.4e-02  2.0e+00  7.5e-02  7.78e-01
##     11   15  4.977e+02  1.52e-03  4.41e-03  5.2e-02  1.9e+00  7.5e-02  8.52e-02
##     12   17  4.976e+02  3.34e-04  9.52e-04  1.2e-02  2.0e+00  1.5e-02  4.95e-03
##     13   18  4.975e+02  2.37e-04  2.82e-04  7.9e-03  1.8e+00  1.5e-02  7.15e-04
##     14   20  4.975e+02  7.88e-07  5.25e-06  1.1e-03  2.0e+00  1.5e-03  1.70e-04
##     15   21  4.975e+02  7.56e-08  2.41e-06  9.0e-04  1.7e+00  1.5e-03  9.31e-06
##     16   23  4.975e+02  8.04e-07  6.61e-07  5.7e-04  1.4e+00  7.6e-04  1.08e-05
##     17   27  4.975e+02  1.34e-09  2.97e-08  1.2e-05  1.2e+01  1.6e-05  2.26e-07
##     18   51  4.975e+02 -4.57e-16  1.23e-17  5.8e-15  8.7e+09  8.0e-15  1.47e-07
##
##  ***** FALSE CONVERGENCE *****
##
##  FUNCTION     4.974593e+02   RELDX        5.758e-15
##  FUNC. EVALS      51         GRAD. EVALS      18
##  PRELDF       1.233e-17      NPRELDF      1.472e-07
##
##      I      FINAL X(I)        D(I)          G(I)
##
##      1    1.878041e-01     1.000e+00     6.426e-01
##      2    2.907861e-01     1.000e+00     1.184e-01
##      3    5.808941e-01     1.000e+00     4.017e-01
```

```r
summary(volat)
```

```
##
## Call:
## garch(x = residuv, order = c(1, 1))
##
## Model:
## GARCH(1,1)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -13.40754  -0.48898   0.00468   0.51603   4.32472
##
## Coefficient(s):
##     Estimate  Std. Error  t value Pr(>|t|)
## a0   0.18780     0.02580    7.280 3.33e-13 ***
## a1   0.29079     0.03169    9.177  < 2e-16 ***
## b1   0.58089     0.05093   11.407  < 2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Diagnostic Tests:
##  Jarque Bera Test
##
## data:  Residuals
## X-squared = 81164, df = 2, p-value < 2.2e-16
##
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  Squared.Residuals
## X-squared = 0.15866, df = 1, p-value = 0.6904
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=1)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.15813, df = 1, p-value = 0.6909
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=2)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.24242, df = 2, p-value = 0.8858
```

```r
ArchTest(volat$res,lag=10)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.62394, df = 10, p-value = 1
```

```
ArchTest(volat$res,lag=20)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 0.97845, df = 20, p-value = 1
```

```
ArchTest(volat$res,lag=30)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 1.452, df = 30, p-value = 1
```

```
ArchTest(volat$res,lag=40)
```

```
##
##  ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data:  volat$res
## Chi-squared = 1.9706, df = 40, p-value = 1
```

```
 anscombe.test(volat$res)
```

```
##
##  Anscombe-Glynn kurtosis test
##
## data:  volat$res
## kurt = 42.923, z = 19.841, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: kurtosis is not equal to 3
```

```
sig<-rep(0,N_rtt)
for(t in 1:N_rtt)
{
sig[t]<-sqrt(sum(rtt[t-22]-(sum(rtt[t-22]/22)))^2/22)
}
sigma=sig[24:N_rtt]*100
min(log(pt))
```

```
## [1] 0.6205765
```

```
max(log(pt))
```

```
## [1] 2.988204
```

```
plot(log(pt[24:N_rtt]),type='l',col=2,axes=F,xlab="", ylab="")
axis(2,at=seq(0.5,5,by=0.25))#axe de gauche
par(new=T)
min(sigma)
```

```
## [1] 0
```

```
max(sigma)
```

```
## [1] 8.771159
```

```
plot(sigma,col=3,type='l',axes = F,xlab="",ylab="",sub = "Figure 4 - log(pt) journalier et écart-type r
axis(4,at=seq(0,9,by=0.25))#axe de droite
legend("topleft", c("log(pt)","sigma"),col = c(2,3),lty=c(1,1))
```

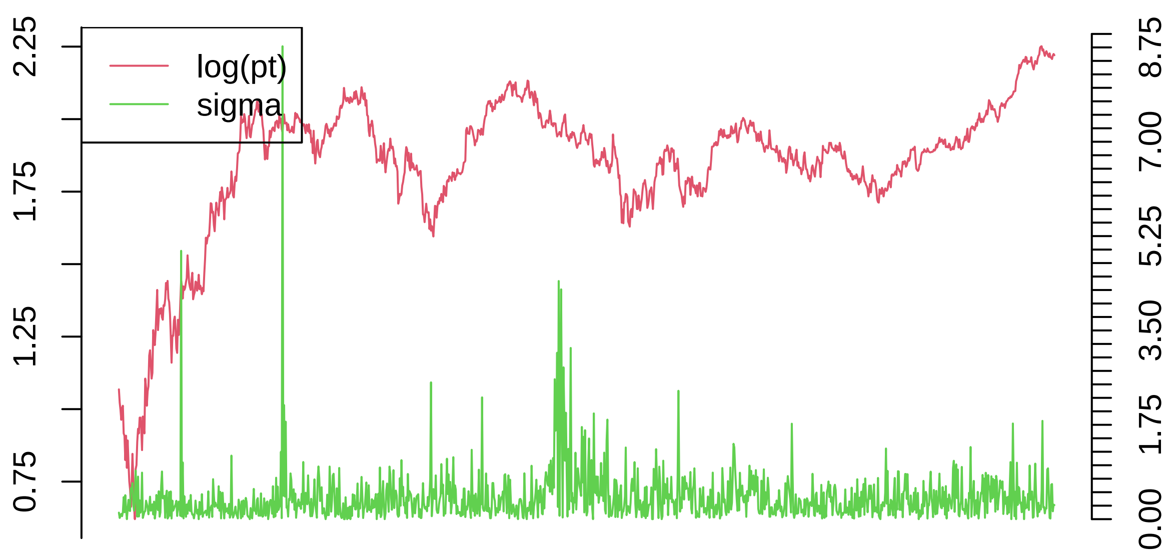


Figure 4 − log(pt) journalier et écart−type récursif journalier des rendements

```
jour=format(dates_rtt, format = "%A")
tableaures <- data.frame(matrix(NA,ncol=5,nrow=4))
colnames(tableaures) <- c("Monday","Tuesday","Wednesday","Thursday","Friday")
```

```
rownames(tableaures) <- c("moyenne en %","écart-type annuel en %","skewness","kurtosis")
rttmar<-as.numeric(rtt[jour=="Tuesday"])
mardi<-mean(rttmar) #moyenne journaliere
tableaures[1,2] <- mardi*100 #moyenne journaliere en %
tableaures[2,2] <- sd(rttmar)*100*sqrt(252) #ecart-type annualise en %
tableaures[3,2] <- skewness(rttmar)
tableaures[4,2] <- kurtosis(rttmar)
rttmer<-as.numeric(rtt[jour=="Wednesday"])
mer<-mean(rttmer)
tableaures[1,3] <- mer*100
tableaures[2,3] <- sd(rttmer)*100*sqrt(252)
tableaures[3,3] <- skewness(rttmer)
tableaures[4,3] <- kurtosis(rttmer)
rttjeu<-as.numeric(rtt[jour=="Thursday"])
jeudi<-mean(rttjeu)
tableaures[1,4] <- jeudi*100
tableaures[2,4] <- sd(rttjeu)*100*sqrt(252)
tableaures[3,4] <- skewness(rttjeu)
tableaures[4,4] <- kurtosis(rttjeu)
rttven<-as.numeric(rtt[jour=="Friday"])
ven<-mean(rttven)
tableaures[1,5] <- ven*100
tableaures[2,5] <- sd(rttven)*100*sqrt(252)
tableaures[3,5] <- skewness(rttven)
tableaures[4,5] <- kurtosis(rttven)
rttlun<-as.numeric(rtt[jour=="Monday"])
lundi<-mean(rttlun)
tableaures[1,1] <- lundi*100
tableaures[2,1] <- sd(rttlun)*100*sqrt(252)
tableaures[3,1] <- skewness(rttlun)
tableaures[4,1] <- kurtosis(rttlun)
tableaures
```

```
##                           Monday    Tuesday  Wednesday   Thursday     Friday
## moyenne en %            0.1322135  0.1744571  0.1118988 -0.2620575 -0.1739136
## écart-type annuel en % 38.7151436 42.2001997 48.0361445 66.4521493 46.9433815
## skewness                1.1310979 -0.4479112  0.8164361 -5.0004362 -1.0195676
## kurtosis                5.0687379  2.5202768 11.0073495 48.4536676 15.3264248
```

```
# On réalise le monthplot de rendement logarithmique sur rte :
monthplot(rtt, ylab="rendement",main="Figure 6 - Rendement logarithmique de l'action Flex par mois", ce
```

Figure 6 − Rendement logarithmique de l'action Flex par mois