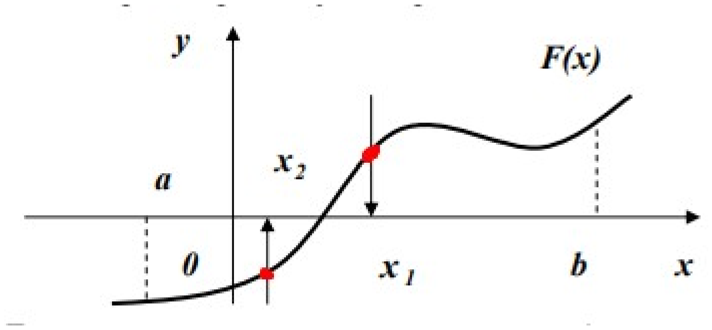
ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Метод ДИХОТОМИИ

Штож, начнем с метода дихотомии

Начнем самого начала, если на границах некого отрезка функция F(x) имеет разные по знаку ответы, то это значит что функция хотя бы раз да переходит через ось 0X и нам нужно найти эту точку прохождения через ось. Делать мы это будем постепенно деля отрезок, сохраняя при этом различие знаков на новых получившихся отрезках, тем самым приближаясь к самой точке. Перейдем к графику:



$$x_1 = \frac{a+b}{2}$$

$$x_2 = \frac{a+x_1}{2}$$

Что же мы тут делаем, делим отрезок [a,b] пополам и получаем отрезки [a,x1] & [x1,b].
Теперь мы смотрим на каком из этих отрезках сохраняется различие знака:
F(x1) > 0 & F(b) > 0 знак на концах отрезков везде положительный, значит не подходит.
F(a) < 0 & F(x1) > 0 знаки различаются, значит корень который мы ищем находиться ТУТЬ.

Продолжаем деление но уже отрезка [a,x1], и получаем два новых отрезка [a,x2] & [x2,x1].
Теперь мы смотрим на каком из этих отрезках сохраняется различие знака:
F(a) < 0 & F(x2) < 0 знак на концах отрезков везде отрицательный, значит не подходит.
F(x2) < 0 & F(x1) > 0 знаки различаются, значит корень который мы ищем находиться ТУТЬ.

И так мы делаем до тех пор, пока не выполнится один из или сразу оба критерия завершения процедура.

e - погрешность
x_k – корень удовлетворяющий условию
n – кол-во итераций ну или делений, кому как удобно.

1 критерий:	2 критерий:
$\| F(x_k) \| < e$	(b – a) / (2^n) < e

Ну а теперь перейдем к блоксхеме:

и к коду

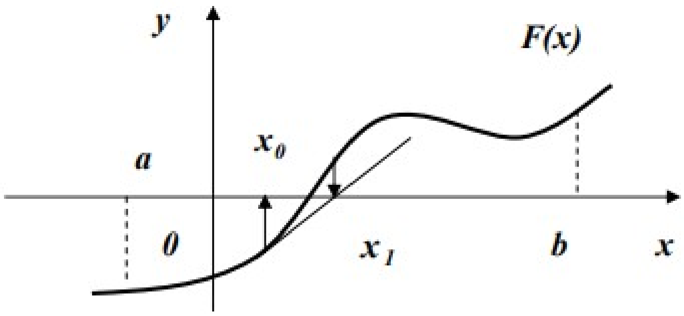
```
function [res] = dichotomy(a,b,e)

c=(a+b)/2;

while (abs(mf(c))>=e)
    if (mf(c)*mf(a)<0)
        b=c;
    else
       a=c;
    end
    c=(a+b)/2;
end
res = c;
end
```

Метод НЬЮТОНА

ШТОШ, тут не сильно сложнее, данный метод не требует чтобы на концах отрезка функция принимала разные значения, в основе этого метода лежит такая дичь как разложение функции в ряд Телора, но как бы закрывая глаза на члены со второй и более степенями, получая вот етто:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}.$$

геометрический смысл таков, из первой точки прближения X_0 мы проводим касательную и на месте пересечения касательной и 0X мы находим следующую точку приближения



и так до выполнения критерия остановки:

$| F(x_k) | < e$

так же можно сделать выбор начальноего приближения, но я этого не делал)

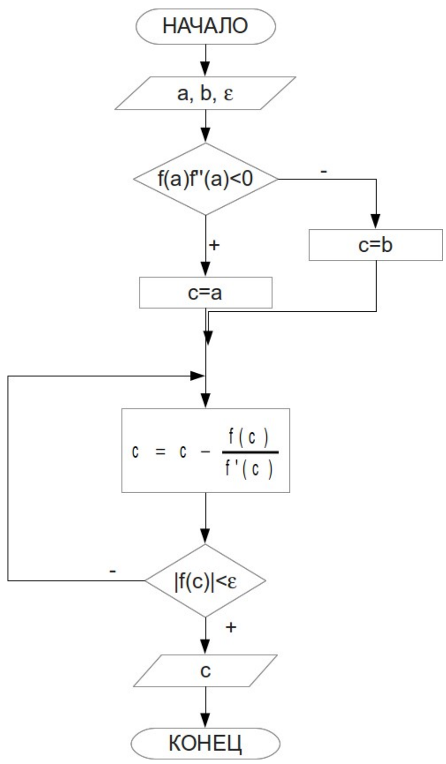
Условия выбора начального приближения:

$$x_0 = \begin{cases} a, \text{если } f(a)f''(a) > 0 \text{ или } f(b)f''(b) < 0, \\ b, \text{если } f(a)f''(a) < 0 \text{ или } f(b)f''(b) > 0. \end{cases}$$

блок схема и код:

pr1 – первая производная от функции

```
function res = Newton(x,a,b,e)

while (abs(mf(x))>e)
  x = x - mf(x)/pr1(x);
endwhile

res = x;

endfunction

```



Метод ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

ШТОШ, это самый непонятный для меня метод, хоть и название говорит что он простой ¯_(ツ)_/¯

Кароч, нам дана функция F(x), нам нужно привести ее к эквивалентному виду и называть ФИ, при условии что

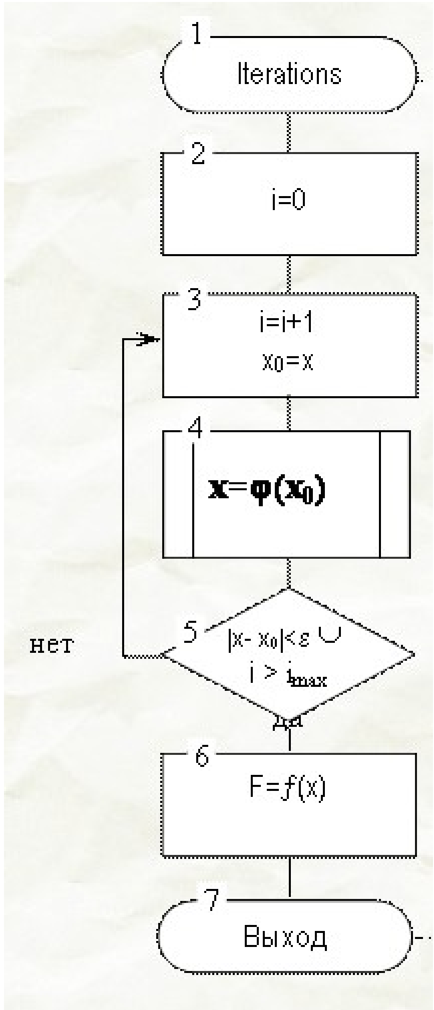
$$\left|\varphi'_{(x)}\right| < 1 \; \forall x \in [a, b]$$

это нужно просто осознать и смириться.

Что же дальше?
Просто по блок схеме пишем этот код и все

ну по переменным
e – погрешность
X0 – начальное приближение

```
function ans = simple_iterations(e)

  x0 = -1;
  x = fi(x0);

    flag = abs(x-x0);
    printf('\n');
    while (flag >e)
      x0=x;
      x=fi(x0);
      flag = abs(x-x0);
      printf('\n');
    end

  ans=x;
endfunction
```

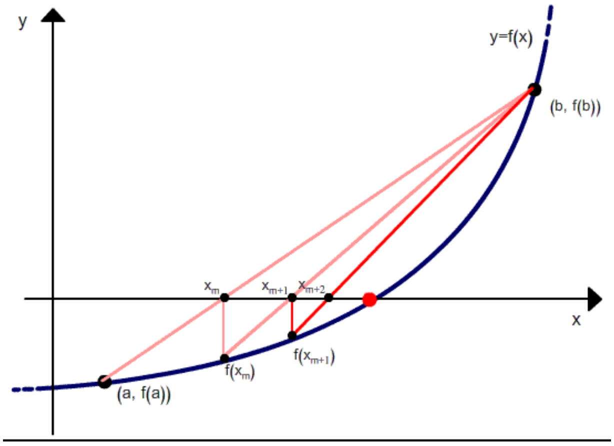


НЕ ПОНЯТНО НО ИНТЕРЕСНО….

Метод ХОРД

Ничего сложного, дан отрезок, берем две точки x1 & x2, теперь чертим линию между ними и на пересечении линии и оси 0X мы получаем новую точку X3, дальше находим значение функции в это точке и получаем точку C1 ну и теперь выбираем какая из точек x1 & x2 имеет противоположный знак, и делаем процедуру заново, постепенно находя новые С и приближаясь к корню. И делаем мы все это до выполнения критерия завершения.

Ну и куда же без рисуууууночка)



Теперь к алгоритму, коду, и схеме

1 – выбираем приближение

Условие выбора начального приближения:

$$x_0 = \begin{cases} a, \text{ если } f(a)f''(a) < 0 \text{ или } f(b)f''(b) > 0, \\ b, \text{ если } f(a)f''(a) > 0 \text{ или } f(b)f''(b) < 0. \end{cases}$$

2 — считаем по формуле до признака окончания вычислений

Признак окончания вычислений:

$$|x_n - x_{n-1}| \le \varepsilon \text{ или } |f(x_n)| \le \varepsilon .$$

```
function ans = hord (a,b,e)

  if (mf(a) * pr2(a) > 0)
    c=a;
  elseif (mf(b) * pr2(b) > 0)
    c=b;
  endif

  if (mf(a) * pr2(a) < 0)
    x=a;
  elseif (mf(b) * pr2(b) < 0)
    x=b;
  endif

   dx = (mf(x)*(x-c)) / (mf(x) - mf(c));
   x = x - dx;

  while (abs(dx)>e)
   dx = (mf(x)*(x-c)) / (mf(x) - mf(c));
   x = x - dx;
  end

  ans = x;

endfunction
```