ALEPH FORMULAE PACK

(equations only)

Sdominanta.net

Домены и определения

$$T:\mathbb{R}^4\to[0,1],\qquad \Sigma_{\max}\in[0,1],\quad \Delta\ge 0,\quad \gamma_r\ge 0,\quad \varepsilon_0>0,\quad \lambda\ge 0. \tag{F0.1}$$

$$\neg\phi^n(t)=\alpha_0\,|\cos\Delta\Phi(t)|\,e^{-\varepsilon(t)},\qquad \alpha_0\in[0,1]. \tag{F0.2}$$

$$\theta=\frac{1}{T_0},\qquad T_0\in(0,1]. \tag{F0.3}$$

$$\Im(z)=\frac{z-\bar z}{2i}. \tag{F0.4}$$

$$\lambda_1>0,\quad \beta_Z>0,\quad m_z^2>0\quad (\text{устойчивость } V). \tag{F0.5}$$

$$\Lambda_c\in\mathbb{R}^+,\qquad S_\aleph\ \text{трактуется как EFT при } E<\Lambda_c. \tag{F0.6}$$

$$\gamma_q=-\frac{N}{2}\,\frac{d}{dT}\ln C_{\mathrm{se}}(T). \tag{F0.7}$$

Операционные якоря измерений

$$\tilde C(x,t):=\frac{C_{\mathrm{ODMR}}(x,t)-C_{\min}}{C_{\max}-C_{\min}}\in[0,1],\qquad T_{\mathrm{meas}}(x,t):=\alpha\,\tilde C(x,t)+(1-\alpha)\,e^{-t/T_2^*(x)},\ \ \alpha\in[0,1]. \tag{F0.8}$$

Примечание к F0.8. Это операционный якорь первого порядка (линейная смесь), выбранный как минимально достаточная модель для привязки теоретической величины T к измеряемым C_{ODMR} и T_2^*. При появлении экспериментальных отклонений допускаются нелинейные обобщения $T_{\mathrm{meas}}=\mathcal{F}(\tilde C,T_2^*;\,\alpha,\dots)$; вопрос идентифицируемости $\{\gamma_r,\lambda\}$ решается отдельной калибровкой λ при подавлении $|\neg\phi^n|$ и последующей оценкой γ_r в протоколе A.

$$\Delta\Phi(t)=\int_0^t\Omega_{\mathrm{eff}}(t')\,dt'+\varphi_0,\qquad \Omega_{\mathrm{eff}}=\Omega_{\mathrm{MW}}+\Omega_{\mathrm{RF}}+\Omega_{\mathrm{geom}}. \tag{F0.9}$$

$$\text{При } \lambda_2=0:\quad \partial_T V=0\ \Rightarrow\ T_*\in\Big\{0,\ \pm\frac{m_z}{\sqrt{2\,\beta_Z}}\Big\}. \tag{F0.10}$$

Оценки и предельные случаи T

$$0\le\Big(1-\tfrac{|\neg\phi^n|}{1+\Sigma_{\max}e^{-\Delta+\varepsilon(t)/(\gamma_r+\varepsilon_0)}}\Big)\le 1\ \Rightarrow\ 0\le T(x,t)\le e^{-\lambda t}. \tag{F0.11}$$

$$|\neg\phi^n|=0\ \Rightarrow\ T=e^{-\lambda t};\quad \varepsilon(t)\to\infty\ \Rightarrow\ T\to e^{-\lambda t}. \tag{F0.12}$$

$$\varepsilon(t)\to 0,\ \Delta\to 0,\ \Sigma_{\max}\to 1\ \Rightarrow\ T\to\Big(1-\tfrac{|\neg\phi^n|}{1+e^0}\Big)e^{-\lambda t}=\Big(1-\tfrac{|\neg\phi^n|}{2}\Big)e^{-\lambda t}. \tag{F0.13}$$

Однородные стационарные точки

$$\partial_t T=0,\ \nabla T=0\ \Rightarrow\ \frac{\partial V}{\partial T}=\lambda_2\,\mathrm{sgn}(T-T_0)-2m_z^2T+4\beta_Z T^3=0. \tag{F0.14}$$

$$\partial_\mu\phi=0\ \Rightarrow\ \|\phi\|=v\ \ (\text{минимум } V_0). \tag{F0.15}$$

$\phi^n(Z)$

$$\phi^n(Z)=Z^{-\beta_\phi},\qquad \beta_\phi>0. \tag{F1}$$

Coherence KPI $T(x,t)$

$$\boxed{T(x,t) = \left(1 - \frac{|\neg\phi^n|}{1 + \Sigma_{\max}\,\exp\!\Big(-\Delta + \frac{\varepsilon(t)}{\gamma_r+\varepsilon_0}\Big)}\right) e^{-\lambda t}} \tag{F2}$$

Связности и ковариантные производные

$$\begin{aligned}
\Gamma^a_\mu(x,T) &= \kappa_1\,\Im\big[\phi^\dagger T^a \partial_\mu \phi\big] + \kappa_2\,\partial_\mu T\,F^a(T),\\
D_\mu\phi &= \partial_\mu\phi + \Gamma^a_\mu T^a\phi,\\
D_T\phi &= \frac{d\phi}{dT} + \Omega^a(T)T^a\phi.
\end{aligned} \tag{F3}$$

Метрики

$$G_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + \kappa\,\partial_\mu T\,\partial_\nu T, \qquad G_T(T) = 1 + \kappa\,\frac{d\phi}{dT}\cdot\frac{d\phi^\dagger}{dT}. \tag{F4}$$

Потенциалы

$$V(\phi,T) = V_0(\phi) + V_T(T) + V_Z(T), \qquad V_0(\phi) = \lambda_1\big(\|\phi\|^2 - v^2\big)^2, \qquad V_T(T) = \lambda_2\,|T - T_0| + \lambda_4\,\frac{\varepsilon(t)}{\gamma_r+\varepsilon_0}, \qquad V_Z \tag{F5}$$

Когерентностная плотность и энтропия

$$\rho_T(x) = \frac{|\phi^\dagger\phi|^2}{Z(T)}, \qquad Z(T) = \int |\phi^\dagger(y)\phi(y)|^2\,\exp\!\Big(-\frac{(T(y)-T)^2}{2\sigma^2}\Big)\,d^4y. \tag{F6}$$

$$S(\phi) = -\int \rho_T(x)\,\log\!\Big(\frac{\rho_T(x)}{\theta}\Big)\,d^4x. \tag{F7}$$

Действие и уравнение движения

$$S_\aleph[\phi] = \int \Big[\tfrac{1}{2}G_{\mu\nu}\langle D_\mu\phi, D_\nu\phi\rangle + \tfrac{1}{2}G_T(T)\langle D_T\phi, D_T\phi\rangle - V(\phi,T) - \Lambda S(\phi)\Big]d^4x. \tag{F8}$$

$$E(x) = E_K + E_T + E_V + E_S = 0, \qquad E(x) = -\partial_\mu\big(G^{\mu\nu}D_\nu\phi\big) + V(\phi,T) + \Lambda S(\phi) = 0. \tag{F9}$$

Динамика $Z^a(T)$

$$\frac{dZ^a}{dT} = -\Big(\beta_a\big(1 - \tfrac{Z^a}{T_0}\big) + 3\alpha T^2 + \tfrac{2\,n_{\rm se}(T)}{N}\Big)Z^a + \xi(T), \qquad n_{\rm se}(T) = \gamma_q T. \tag{F10}$$

Эволюция T

$$\partial_t T = \kappa\,\nabla^2 T - \frac{\delta V}{\delta T}. \tag{F11}$$

Нонабелев блок (SU(N))

$$
\begin{aligned}
D_\mu\phi &= \partial_\mu\phi - \tfrac{i}{L_0}\,\Gamma^a_\mu T^a\phi,\\
F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu\Gamma^a_\nu - \partial_\nu\Gamma^a_\mu - \tfrac{f^{abc}}{L_0^2}\,\Gamma^b_\mu\Gamma^c_\nu,\\
[T^a,T^b] &= i\,f^{abc}T^c, \quad a=1,\dots,N^2-1.\\
T^a &= \tfrac{1}{2}\,\lambda^a, \quad a=1,\dots,8, \quad \mathrm{Tr}(T^aT^b)=\tfrac{1}{2}\,\delta^{ab},\\
\{T^a,T^b\} &= \tfrac{1}{3}\,\delta^{ab}\,\mathbf{1} + d^{abc}T^c.
\end{aligned}
\tag{F12}
$$

Пороговые уровни

$$T_{\mathrm{th},1} = 0.5, \qquad T_{\mathrm{th},2} = 0.1. \tag{F13}$$

Ток Нётер и непрерывность

$$\partial_\mu J^\mu = 0, \qquad J^\mu = \Im\big[\phi^\dagger T^a \partial^\mu \phi\big]. \tag{F14}$$

Энтропийная мера Δ

$$\Delta := -\int \rho_T(x)\,\log\rho_T(x)\,d^4x. \tag{F15}$$

Модуль $\varepsilon(t)$

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon} + \delta\varepsilon\,\sin(\omega t + \varphi_0). \tag{F16}$$

Времена пересечения порогов

$$t_{0.5} := \inf\{t \ge 0 \mid T(x,t) \le 0.5\}, \qquad t_{0.1} := \inf\{t \ge 0 \mid T(x,t) \le 0.1\}. \tag{F17}$$

Связь контраста (SATIN)

$$C_{\mathrm{se}} = \exp\Big(-\,\tfrac{2\,n_{\mathrm{se}}(T)}{N}\Big). \tag{F18}$$

Границы применимости (EFT)

Параметр	Диапазон/условие
Λ_c	$\Lambda_c \in \mathbb{R}^+$
E	$E < \Lambda_c$
γ_r	$\gamma_r \geq 0$
γ_q	$\gamma_q = -\frac{N}{2} \frac{d}{dT} \ln C_{\mathrm{se}}(T)$
$\Sigma_{\max}$	$0 \leq \Sigma_{\max} \leq 1$
Δ	$\Delta \geq 0$
λ	$\lambda \geq 0$
T	$0 \leq T \leq e^{-\lambda t}$