Control 2	Cálculo Diferencial MATC8021 1-2023	Puntaje	NOTA
Nombre: PAUTA			
RUT:		**Sección:**	

Indicaciones:

1) Cuenta con 85 minutos para responder la evaluación.
2) No se puede sacar ningún apunte o formulario sólo se debe utilizar los que se entrega.
3) No se pueden utilizar hojas adicionales a las entregadas.
4) No se aceptan preguntas durante la evaluación.
5) Debe responder a las preguntas de forma ordenada y legible de lo contrario se puede considerar incorrecta su respuesta.
6) Su respuesta puede ser en lápiz mina o pasta, pero debe considerar que aquellos respondido con lápiz mina no tendrá derecho a réplica.
7) Puede utilizar calculadora científica simple (no programable), no se permite ningún otro tipo de tecnología.
8) De ser sorprendido usando celular o tratando de copiar, se le retirará su evaluación siendo calificado con nota 1,0.
9) **La revisión de la evaluación considera desarrollo y resultado**, por lo cual, si dicho desarrollo es incorrecto en algún punto, aun llegando el resultado, sólo se considerará puntaje hasta donde tiene correcto en el desarrollo (sin considerar puntaje por el resultado final).
10) No se permite cualquier tipo de salida durante la evaluación (baño, llamada, etc.), si un estudiante sale del aula la nota es hasta lo que se realizó hasta antes de salir.
11) La ausencia a esta o cualquier otra evaluación será recuperada mediante una única prueba recuperativa que contiene todos los contenidos del semestre, **no existen** pruebas o controles recuperativos específicas.
12) La nota se calcula: $\frac{Puntaje}{30} + 1$

A continuación, el control que consta de 3 preguntas.

1.- Sea $f(x) = \frac{x}{2-x}$ y $g(x) = \frac{2x}{1+x}$

a) Pruebe, a través de composición, que $g(x)$ es la inversa de $f(x)$ (Debe realizar las dos composiciones involucradas)

b) Indicar el dominio y recorrido de $f(x)$ y $g(x)$ (sólo es necesario utilizar la definición de función especial)

(60 Puntos totales)

a) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) =$

10p

$$f\left(\frac{2x}{1+x}\right) = \frac{\frac{2x}{1+x}}{2 - \frac{2x}{1+x}} = \frac{\frac{2x}{1+x}}{\frac{2(1+x)-2x}{1+x}} = \frac{\frac{2x}{1+x}}{\frac{2+\cancel{2x}-\cancel{2x}}{1+x}} = \frac{\frac{2x}{1+x}}{\frac{2}{1+x}}$$

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{1+x}} \cdot \frac{\cancel{1+x}}{\cancel{2}} = x$$ 10p

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) =$

10p

$$g\left(\frac{x}{2-x}\right) = \frac{2\left(\frac{x}{2-x}\right)}{1 + \frac{x}{2-x}} = \frac{\frac{2x}{2-x}}{\frac{2-\cancel{x}+\cancel{x}}{2-x}} = \frac{\frac{2x}{2-x}}{\frac{2}{2-x}} =$$

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2-x}} \cdot \frac{\cancel{2-x}}{\cancel{2}} = x$$ 10p

$\therefore$ g ES LA INVERSA DE f

b) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{2\}$ 5p

$Rec(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$ 5p

$Dom(g) = \mathbb{R} - \{-1\}$ 5p

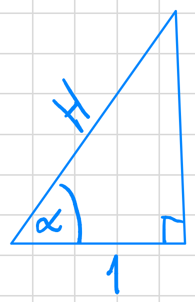
$Rec(g) = \mathbb{R} - \{2\}$ 5p

2.- Exprese la siguiente función $h(x) = \operatorname{sen}(\arctan(x))$ en una equivalente, utilizando la técnica del triángulo rectángulo.

(60 Puntos totales)

$\text{ARCTAN}(x) = \alpha \iff \text{TAN}(\alpha) = x = \dfrac{CO}{CA}$ 10p

$\Rightarrow CO = x$ y $CA = 1$



10p

10p

$1^2 + x^2 = H^2 \Rightarrow H = \sqrt{1+x^2}$ 10p

$\Rightarrow \text{SEN}(\alpha) = \dfrac{CO}{HIP} = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ 10p

$\therefore \text{SEN}(\text{ARCTAN}(x)) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ 10p

PUNTAJE:

3.- Determinar:

$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3x-2}{2x^2+x-1}$	$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{8}-\sqrt{2x+6}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}$

(60 Puntos totales)

a)

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3x-2}{2x^2+x-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{\cancel{(x-1/2)}(2x+4)}{\cancel{(x-1/2)}(2x+2)} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x+4}{2x+2}$$

5p 5p 5p

$$= \frac{\cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)+4}{2\left(\frac{1}{2}\right)+2} = \frac{5}{3} \quad /\!/$$

5p 10p

b)

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{8}-\sqrt{2x+6}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{3}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2x+6}}{\sqrt{8}+\sqrt{2x+6}}$$

5p 5p

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(8-(2x+6))(\sqrt{x+2}+\sqrt{3})}{(x+2-3)(\sqrt{8}+\sqrt{2x+6})} = \lim_{x\to 1} \frac{(-2x+2)(\sqrt{x+2}+\sqrt{3})}{(x-1)(\sqrt{8}+\sqrt{2x+6})}$$

2p 2p 2p

$$= \lim_{x\to 1} \frac{-2\cancel{(x-1)}(\sqrt{x+2}+\sqrt{3})}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{8}+\sqrt{2x+6})} = \lim_{x\to 1} \frac{-2(\sqrt{x+2}+\sqrt{3})}{\sqrt{8}+\sqrt{2x+6}}$$

2p

$$= \frac{-2(\sqrt{3}+\sqrt{3})}{\sqrt{8}+\sqrt{8}} = \frac{-2(\cancel{2}\sqrt{3})}{\cancel{2}\sqrt{8}} = -2\sqrt{\frac{3}{8}} \quad /\!/$$

2p 10p

$$\circ \ \frac{-\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{4}\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{-\sqrt{6}}{2}$$