Group 3 Work 1
Task 2

$$Ax := \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 0.333333 & 0.11 \end{pmatrix}$$

$$bx := \begin{pmatrix} 0.1 \\ -3.00012 \end{pmatrix}$$

Определитель Ax должен быть не равен нулю

$$\left| \begin{pmatrix} 10.00000000 & 3.00000000 \\ 0.33333333 & 0.11000000 \end{pmatrix} \right| = 0.1$$

$$epsilon := \frac{1}{1000000}$$

Оценка погрешности:

$$|Ax + epsilon| - |Ax| = 6.777 \times 10^{-6}$$

$$delta := 6.777 \times 10^{-6}$$

Оценка обусловленности:

Верхняя оценка для нормы A:

$$\max\left(\sum_{i=0}^{1} \left| Ax_{i,0} + epsilon \right|, \sum_{i=0}^{1} \left| Ax_{i,1} + epsilon \right| \right) = 10.333$$

$$upperBound := 10.333$$

Нижняя оценка для нормы A:

$$\max\left(\sum_{i=0}^{1} \left| Ax_{i,0} - epsilon \right|, \sum_{i=0}^{1} \left| Ax_{i,1} - epsilon \right| \right) = 10.333$$

$$lowerBound := 10.333$$

Обратную матрицу можно и не считать))

$$\begin{pmatrix} 10.00000000 & 3.00000000 \\ 0.33333333 & 0.11000000 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.1 & -30 \\ -3.333 & 100 \end{pmatrix}$$

Расписанные нормы для верхней и нижней оценки A в -1:

$$\frac{1}{\left|\left|\begin{pmatrix} 10.00000000 & 3.00000000 \\ 0.33333333 & 0.11000000 \end{pmatrix}\right| - \text{delta}\right|} \max\left(\sum_{j=0}^{1} \left|Ax_{1,j} + \text{epsilon}\right|, \sum_{j=0}^{1} \left|Ax_{0,j} + \text{epsilon}\right|\right) = 130.009$$

$$\text{upperBoundInv} := 130.009$$

$$\frac{1}{\left|\left|\begin{pmatrix} 10.00000000 & 3.00000000 \\ 0.33333333 & 0.11000000 \end{pmatrix}\right| + \text{delta}\right|} \max\left(\sum_{j=0}^{1} \left|Ax_{1,j} - \text{epsilon}\right|, \sum_{j=0}^{1} \left|Ax_{0,j} - \text{epsilon}\right|\right) = 129.991$$

$$\text{lowerBoundInv} := 129.991$$

$$\text{condA} := \text{upperBound} \cdot \text{upperBoundInv} = 1.343 \times 10^{3}$$

Так как это значение больше 1 , то имеем плохую обусловленность

Оценка относительной погрешности:

$$\text{deltaA} := \text{epsilon} \cdot 2 = 2 \times 10^{-6}$$

$$\text{Qa} := \frac{\text{deltaA}}{\text{upperBound}} = 1.936 \times 10^{-7}$$

Найдем норму b , нужна для общей формулы или не нужна, пусть будет

$$\text{normB} := \sum_{i=0}^{1} \left|bx_{i} + \text{epsilon}\right| = 3.1$$

Окончательная оценка относительной ошибки решения системы:

$$\text{Qx} := \text{upperBoundInv} \cdot \text{upperBound} \cdot (\text{Qa} + \text{Qa}) = 5.2 \times 10^{-4}$$

Решим само матричное уравнение Ax * x = bx:

Выше мы проверили, что обратная матрица для Ax существует , тогда найдем x по формуле :

$$x := Ax^{-1} \cdot bx$$

$$x = \begin{pmatrix} 90.113 \\ -300.342 \end{pmatrix}$$

Лаба выполнена , мои поздравления , сэр))

Task 1

$$Ap := \begin{pmatrix} 0.023406 & 3.13405 & 0.001111 & -3.09343 \\ -3.12222 & 5.33335 & 1.11222 & 2.22396 \\ 0.003459 & 5.66789 & -2.55561 & 0.111112 \\ 0.330000 & -1.126781 & 2.267101 & 3.334512 \end{pmatrix}$$

$$Wm := \begin{pmatrix} 1.0 \cdot 10^{-8} & 1.0 \cdot 10^{-6} & 1.0 \cdot 10^{-8} & 1.0 \cdot 10^{-7} \\ 1.0 \cdot 10^{-7} & 1.0 \cdot 10^{-7} & 1.0 \cdot 10^{-6} & 1.0 \cdot 10^{-9} \\ 1.0 \cdot 10^{-6} & 1.0 \cdot 10^{-8} & 1.0 \cdot 10^{-7} & 1.0 \cdot 10^{-6} \\ 1.0 \cdot 10^{-8} & 1.0 \cdot 10^{-6} & 1.0 \cdot 10^{-6} & 1.0 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$m := 4$$

```
I(n,k) := | for i ∈ 0..n − 1
          |   for j ∈ 0..n − 1
          |     | m[i,j] ← 1  if i = j
          |     | m[i,j] ← 0  otherwise
          |     | m[k,k] ← 0
          | m
```

```
Tm(n,k,l) := | for i ∈ 0..n − 1
             |   for j ∈ 0..n − 1
             |     | m[i,l] ← 1  if i = k
             |     | m[i,j] ← 0  otherwise
             | m
```

$$AA(m,s,f) := \left|\left|I(m,s) \cdot Ap \cdot I(m,f) + Tm(m,s,f)\right|\right|$$

$$\sum_{f=0}^{m-1} \sum_{u=0}^{m-1} \left(AA(m,u,f) \cdot Wm_{u,f}\right) = 2.025 \times 10^{-4}$$

$$delta := 0.0002025$$

$$\left| \begin{pmatrix} 0.023406 & 3.13405 & 0.001111 & -3.09343 \\ -3.12222 & 5.33335 & 1.11222 & 2.22396 \\ 0.003459 & 5.66789 & -2.55561 & 0.111112 \\ 0.330000 & -1.126781 & 2.267101 & 3.334512 \end{pmatrix} \right| = -209.8$$

$$det := -209.8$$

далее оба выражения должны быть не равны 0

$$det - delta = -209.8$$

$$det + delta = -209.8$$