Численные методы математической физики

Лабораторная работа №2 и №3

Тема: **“Метод баланса и метод Ритца”**

Дунаев Виктор, 6 группа, 3 курс

Вариант 4

Преподаватель

Будник А.М.

# Постановка задачи

Дана 3-я краевая задача для уравнения распределения тепла в стержне

Требуется построить разностную схему по методу баланса и по методу Ритца

# Условие

Вариант 4.

Таким образом уравнение имеет вид:

# Теоретические сведения

## Метод баланса

Разностная схема, построенная по методу баланса, имеет вид:

Без индексный вид:

Или в индексной форме:

где:

Получим СЛАУ для нахождения приближённого решения с трёх диагональной матрицей, которая решается методом прогонки.

Исследовав погрешность аппроксимации разностных уравнений и граничных условий на точном решении, получим достаточные условия 2-го порядка аппроксимации разностной схемы, которые выглядят следующим образом:

1) Для уравнения:

2) Для левого граничного условия:

3) Для правого граничного условия:

Необходимо указать, какие квадратурные формулы использовать для коэффициентов , чтобы указанные выше условия выполнялись.

Для 1) взяв простейшую квадратурную формулу средних прямоугольников для коэффициентов и , достаточные условия 2-го порядка аппроксимации разностного уравнения будут выполняться.

Проверим:

Для 2) взяв простейшую квадратурную формулу левых прямоугольников для коэффициентов достаточные условия 2-го порядка аппроксимации левого граничного условия будут выполняться.

Проверим:

Для 3) Взяв простейшую квадратурную формулу правых прямоугольников для коэффициентов достаточные условия 2-го порядка аппроксимации правого граничного условия будут выполняться.

Проверим:

Как видно, выбор квадратурных формул сделан правильно.

## Метод Ритца

По методу Ритца, получим СЛАУ для нахождения приближённого решения с трёх диагональной матрицей, которая решается методом прогонки. СЛАУ имеет следующий вид:

где:

Эту систему можно привести к системе, полученную с помощью метода баланса. Используя замену для уравнения и что и

для граничных условий получим СЛАУ с трёхдиагональной матрицей, которая имеет следующий вид:

где:

В методе баланса для коэффициентов использовались простейшие квадратурные формулы средних прямоугольников, для коэффициентов простейшие квадратурные формулы левых прямоугольников, для коэффициентов простейшие квадратурные формулы правых прямоугольников. Воспользуемся ими и сейчас. Получим:

Проверим выполнение достаточных условий 2-го порядка аппроксимации разностной схемы полученных в предыдущем пункте для метода баланса:

Для уравнения:

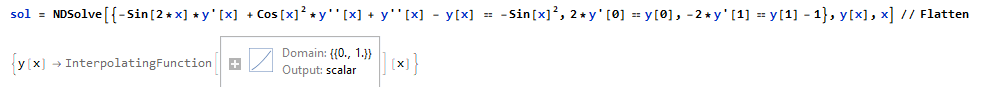
Для левого граничного условия:

Для правого граничного условия:

Условия выполняются, следовательно, 2-ой порядок сохраняется.

# Ход работы

Попытаемся найти точное решение:



Так как точное решение не удается найти в явном виде, то будет сравнивать результаты, полученные по разностным формулам при n =10 и n = 20, а далее сделаем вывод о точности.

Решение по методу баланса:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | Y при n =10 | Y при n =20 |
| 0 |  |  |
| 0.1 |  |  |
| 0.2 |  |  |
| 0.3 |  |  |
| 0.4 |  |  |
| 0.5 |  |  |
| 0.6 |  |  |
| 0.7 |  |  |
| 0.8 |  |  |
| 0.9 |  |  |
| 1 |  |  |

Решение по методу Ритца:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | Y при n=10 | Y при n=20 |
| 0 |  |  |
| 0.1 |  |  |
| 0.2 |  |  |
| 0.3 |  |  |
| 0.4 |  |  |
| 0.5 |  |  |
| 0.6 |  |  |
| 0.7 |  |  |
| 0.8 |  |  |
| 0.9 |  |  |
| 1 |  |  |

# Вывод

Были построены разностные формулы второго порядка точности и выполнены расчеты. Полученное решение нужного порядка. Следовательно, формулы построены верно.

# Листинг программы (в системе Mathematica)

