

1.1. Работа с документом

Задание 1.1

Создайте рабочий документ *Mathematica*. В текстовых ячейках укажите номер и тему лабораторной работы, запишите атрибуты исполнителя. Разделите документ на логические части-секции, дайте им заглавие, создайте в них подсекции. Используйте пункты меню *Format | Style* или соответствующие этим пунктам комбинации клавиш.

Выполнение задания 1.1

- Запустите *Mathematica*. Создайте новый документ с именем *текущийГодКМ2ЛП01вашаФамилия.nb*, сохраните его в рабочей папке Вашего компьютера.
- Ознакомьтесь с командами пунктов горизонтального меню *Mathematica*. Среди них найдите и установите флажок *ShowToolbar* для отображения панели форматирования.
- Введите информацию, представленную на рис.1.2. По умолчанию *Mathematica* создаст вычисляемые *Input*-ячейки. Обратите внимание на количество созданных Вами ячеек: каждая ячейка в документе обрамлена скобой справа.

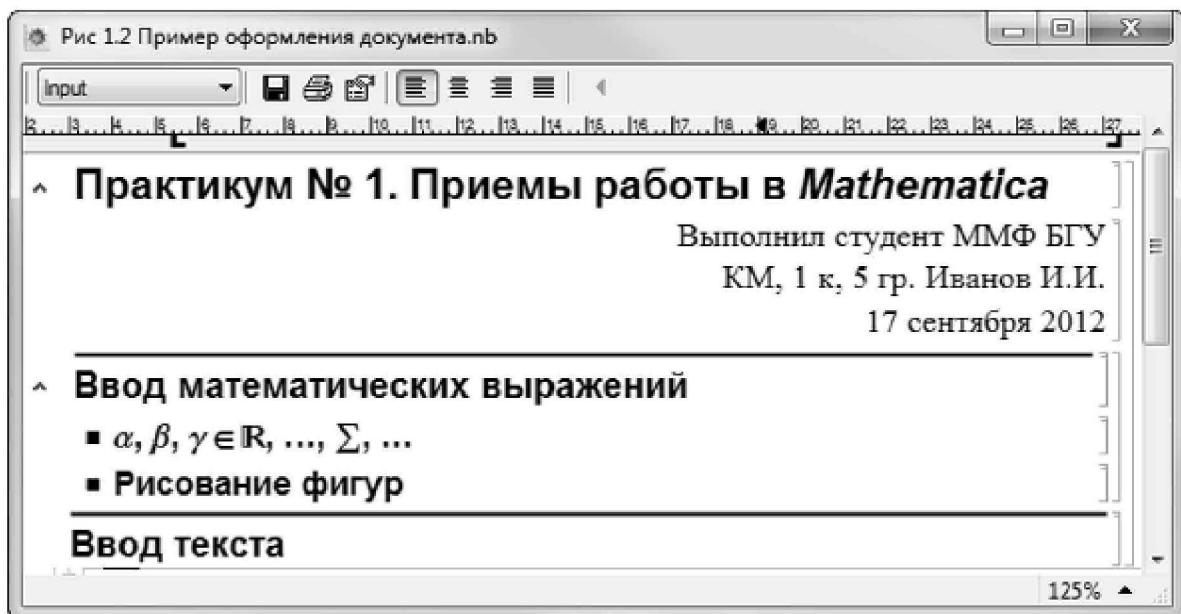


Рис. 1.1. Пример оформления документа

- Измените тип ячейки, содержащей название лабораторной работы №1. Для этого выделите ее, указав скобу, обрамляющую ячейку справа. Далее используйте комбинацию клавиш *<Alt+1>*.

- е. Измените тип и формат всех ячеек, созданных Вами, аналогично ячейкам документа, представленного на рис. 1.2. Рекомендуемое к использованию соответствие содержимого ячейки и типа ячейки, а также нужная комбинация клавиш приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5. Рекомендуемые типы и содержимое текстовых ячеек

Содержимое ячейки	Тип ячейки	Комбинация клавиш
Номер лабораторной работы, ее название	Title	Alt+1
Атрибуты исполнителя, дата выполнения	Text	Alt+7
Название секции	Section	Alt+4
Название подсекции	Subsection	Alt+5
Выражения для вычисления системой	Input	Alt+9

При работе с каждой ячейкой обращайте внимание на соответствующую ей скобу, располагающуюся в рабочем документе справа. По виду скобы можно определить тип ячейки, ее границы, а также вложенность ячеек друг в друга.

Задание 1.2

Изучите возможности секционирования документа посредством встроенных функций пакета.

Выполнение задания 1.2

- а. Создайте в подсекции 1. Оформление электронного документа ячейку типа Input и введите следующее выражение:

```
Do[StylePrint[
  StringJoin["Heading", ToString[i]],
  (1.1)
  "Subsubsection"], {i, 3}]
```

- б. Поместите курсор в любое место этой ячейки и нажатием комбинации клавиш <Shift+Enter> вычислите это выражение.
- в. Ознакомьтесь с формой записи функции StringJoin в виде операции. Для этого установите курсор в любом месте имени функции и нажмите клавишу F1 для получения справки.
- г. Копируйте выражение (1.1) в новую ячейку. В полученном выражении найдите подвыражение StringJoin["Heading", ToString[i]] и измените его форму записи, представив

- функцию `StringJoin` в виде соответствующей операции. Вычислите полученное выражение.
- e. Создайте новую ячейку, копируя последнюю входную ячейку и вставляя ее ниже существующих ячеек. Замените второй аргумент "Subsubsection" функции `StylePrint` на аргумент "Title" и вычислите выражение.
 - f. Повторите действия пункта e неоднократно, всякий раз меняя второй аргумент функции `StylePrint` на варианты `Section`, `Subsection`, `Subsubsection`, `Text`, `Input` и вычисляя новое выражение.
 - g. Используйте систему справки для знакомства с функцией `Table`. Можно ли в выражении (1.1) заменить функцию `Do` встроенной функцией `Table`? Чем отличаются результаты выполнения этих функций?
 - h. Сделайте выводы о возможностях секционирования электронного документа и стилях форматирования секций. Коротко сформулируйте полученные выводы в текстовой ячейке рабочего документа.

Задание 1.3

Ознакомьтесь с полной, канонической формой представления текстовой ячейки.

Выполнение задания 1.3

- a. Для знакомства с канонической формой представления текстовой ячейки используйте результат выполнения задания 1.1 (пункт 1.2.1). А именно, посредством полосы прокрутки найдите фрагмент рабочего документа, соответствующий рис. 1.2.
- b. Позиционируйте курсор в любое место текстовой ячейки, содержащей буквы греческого алфавита и тематические символы.
- c. Нажмите комбинацию клавиш `<Shift+Ctrl+E>` нечетное число раз. В результате информация, содержащаяся в данной текстовой ячейке, будет представлена в виде выражения, в его стандартной внутренней, или полной форме (рис. 1.3).

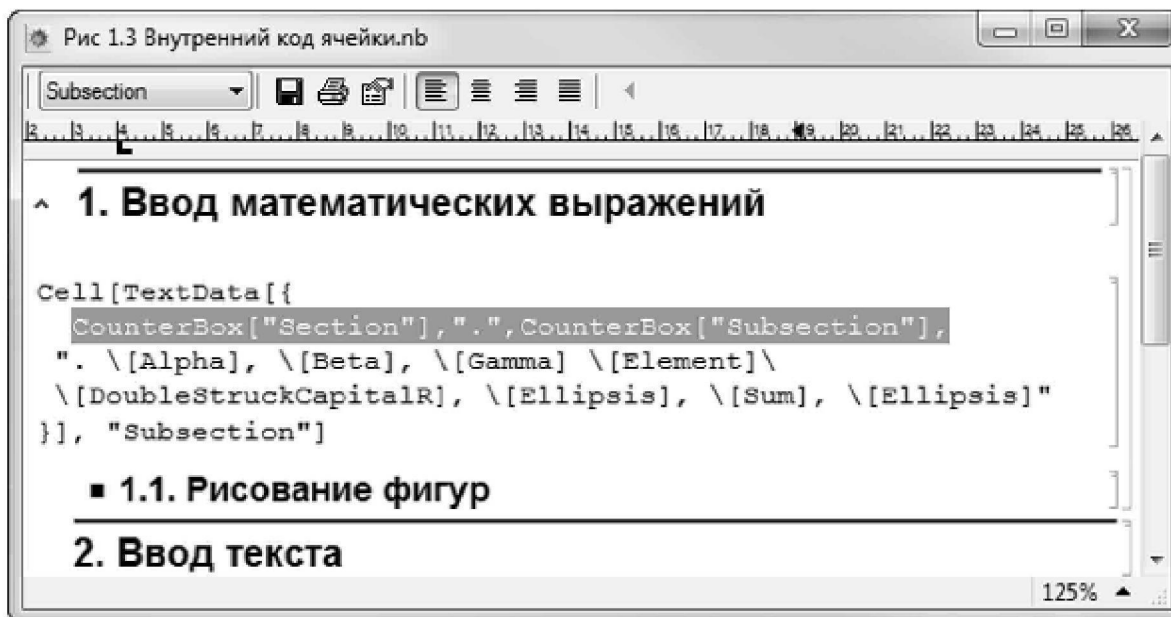


Рис. 1.2. Внутренний код ячейки

- d. Изучите полную форму представления текстовой информации, сделайте выводы.
- e. Создайте новую подсекцию Оформление электронного документа, в ней введите выражение (1.1) в новую ячейку типа Input.
- f. Поместите курсор в любое место этой ячейки и нажатием комбинации клавиш <Shift+Enter> вычислите выражение.
- g. Укажите курсором полученную выходную ячейку с текстом Heading1 и нажмите комбинацию клавиш <Shift+Ctrl+E> нечетное число раз.
В результате информация, содержащаяся в данной текстовой ячейке, будет представлена в виде выражения, в его стандартной внутренней, или полной форме:

```
Cell["Heading1", "Subsubsection", GeneratedCell ->
True, CellAutoOverwrite -> True, CellChangeTimes ->
{3.529053505326437*^9}]
```

- h. Ознакомьтесь с функцией Cell[contents, "style"], используя систему справки.
- i. Копируйте выражение, полученное в результате выполнения пункта c, в новую ячейку типа Input. Подействуйте на это выражение функцией CellPrint, используя для нее постфиксную форму записи //. Вычислите полученное выражение.

- j. Меняйте последовательно аргумент "style" функции Cell на всевозможные варианты стилей ячейки: Title, Section, Subsection, Subsubsection, Text, Input. Всякий раз вычисляйте новое выражение.
- k. Сделайте выводы об управлении стилями текстовых ячеек электронного документа посредством функции Cell. Коротко сформулируйте полученные выводы в текстовой ячейке рабочего документа.

Задание 1.4

Ознакомьтесь с возможностями управления форматом текстовых ячеек посредством использования опций FontFamily, Style, FontSize, FontColor, Background встроенной функции StylePrint.

Выполнение задания 1.4

- a. Создайте ячейку типа Input, содержащую выражение (1.1).
- b. Изучите возможности использования аргументов-опций opts функции StylePrint[expr, "style", opts], указывая в качестве третьего аргумента режимы выполнения: стиль текста, опции шрифта, свойства ячеек, и т. п. При исследовании активно используйте быстрый поиск информации о символе StylePrint, а также систему справки, разделы Options for Cells и Text and Font Options.
- c. Научитесь форматировать содержимое ячейки, добавляя в выражение (1.1) опции FontFamily, Style, FontSize, FontColor, Background с различными значениями и вычисляя его.
- d. Сделайте выводы о возможностях форматирования содержимого ячейки, а также о развитии *Mathematica* и принципе согласованности ее различных версий на примере функции StylePrint. Используйте систему справки. Коротко сформулируйте полученные выводы в текстовой ячейке рабочего документа.

1.2. Ввод математических выражений

Задание 1.5

Изучите возможности ввода математических выражений с клавиатуры. Составьте таблицу, в нее поместите информацию о быстром вводе с клавиатуры часто используемых символов и структур.

Выполнение задания 1.5

На листе бумаги составьте таблицу, состоящую из двух столбцов аналогично табл. 1.3 пункта 1.2.7. Заполните таблицу, выполняя ниже следующие пункты.

- a. Ознакомьтесь с командами пункта меню Palettes приложения *Mathematica*.
- b. Установите палитру Basic Math Assistant.
- c. Откройте на палитре раздел Basic Commands, закладку Mathematical Constants and Functions, пункт Mathematical Constants. Внесите в таблицу сочетания клавиш для ввода символов π , ∞ , e , i . Используйте кнопки палитры и подсказки, которые появляются после наведения на кнопку указателя мыши.
- d. Дополните таблицу именами функций из разделов Elementary Functions и Trigonometric Functions, находящихся на этой же закладке.
- e. Откройте на палитре Basic Math Assistant раздел Typesetting, закладку TypesettingForms. Дополните таблицу, записывая сочетания клавиш, позволяющие ввести стандартные формы выражений Superscript, Subscript, Subsuperscript, Fraction, Radical, Definite sum, Definite product, Row, Row vector, Column, Column vector, Matrix. Запишите также комбинации клавиш, позволяющие добавлять элементы вектора, строку и столбец матрицы.

Задание 1.6

Введите с клавиатуры выражение $y(x)$, представленное ниже. Используйте таблицу, построенную при выполнении задания 1.5. Вариант задания предлагает преподаватель.

1) $x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} + \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}; \quad x \geq 0;$

2) $\ln \left(\frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} \right) + \frac{a}{b} \operatorname{arctg} \frac{x}{b}; \quad b \neq 0;$

3) $\ln \left(\frac{b+a \cos x + \sqrt{b^2 - a^2} \sin x}{a+b \cos x} \right); \quad 0 \leq |a| \leq |b|;$

- 4) $\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right); \quad a > b > 0;$
- 5) $\frac{1}{4\sqrt{3}} \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+2}-x\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+2}+x\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x};$
- 6) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}; \quad a > 0;$
- 7) $-\sqrt{a^2-x^2} + a \arcsin \frac{x}{a}; \quad a > 0;$
- 8) $\frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \frac{\sqrt{a+x\sqrt{b}}}{\sqrt{a-x\sqrt{b}}}; \quad a > 0; b > 0;$
- 9) $e^{ax} \left(\frac{1}{2a} + \frac{a \cos 2bx + 2b \sin 2bx}{2(a^2 + 4b^2)} \right);$
- 10) $\frac{\arccos x}{x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1-x^2}};$

Выполнение задания 1.6

- a. Изучите возможности быстрого ввода с клавиатуры, используя систему справки. Обратитесь к электронной книге Help | Virtual Book, указав в окне поиска раздел Mathematical and Other Notation. Изучите раздел Letters and Letter-like Forms.
- b. Какова комбинация клавиш для ввода символов \ominus , \otimes ?
- c. В секции 2. Ввод математических выражений Вашего документа в новую Input-ячейку введите предложенный Вам вариант выражения $y(x)$.

Задание 1.7

Ознакомьтесь с различными форматами представления выражения. Используйте выражение $y(x)$, введенное при выполнении задания 1.6.

Выполнение задания 1.7

- a. Копируйте выражение $y(x)$, введенное в задании 1.6, в новую Input-ячейку секции Ввод математических выражений.

- b. Установите курсор в любом месте ячейки, содержащей выражение $y(x)$. Последовательно используйте комбинации клавиш Shift+Ctrl+i, Shift+Ctrl+t, Shift+Ctrl+n, чтобы получить соответственно формы InputForm, TraditionalForm, StandardForm выражения. Сделайте выводы о каждом из получаемых форматов.
- c. Используя встроенную функцию FullForm, получите полную форму выражения $y(x)$.
- d. Изучите существующие в *Mathematica* другие виды входных и выходных форматов. Для этого войдите в систему справки, вычислив выражение ?*Form.
- e. Изучите справочную информацию, расположенную по ссылкам на функции CForm, EngineeringForm, FortranForm, FullForm, HoldForm, InputForm, MatrixForm, OutputForm, SequenceForm, TableForm, TeXForm, TraditionalForm. Сделайте выводы по каждому из форматов представления выражения.
- f. Приведите пример выражения для каждого формата, располагая их в секции Ввод математических выражений Вашего документа.

1.3. Использование встроенных функций

Задание 1.8

Для выражения $y(x)$, введенного в задании 1.6, вычислите его производную по переменной x и упростите ее. Результатом преобразований должно быть выражение, представленное в задании 2.4 (пункт 2.2.3).

Выполнение задания 1.8

- a. Копируйте выражение $y(x)$, введенное при выполнении задания 1.6, в новую Input-ячейку секции Использование встроенных функций и вычислите его.
- b. Ознакомьтесь со встроенной функцией дифференцирования D. Для этого введите в ячейку типа Input имя функции D, выделите его и нажмите клавишу F1.
- c. Вычислите производную по переменной x выражения $y(x)$. Используйте встроенную функцию D.
- d. Преобразуйте результат дифференцирования при помощи функции FullSimplify[expr, assum]. Особое внимание обратите на

дополнительные условия `assum`, позволяющие упростить полученную производную функции $y = y(x)$. При необходимости используйте встроенную функцию `PowerExpand`.

- e. Ознакомьтесь с функцией `Set`, используя систему справки.
- f. Выражение, полученное в результате вычисления производной функции $y(x)$ и ее упрощения, ассоциируйте с символом `myExpr`. Для этого используйте функцию `Set`, указывая ее в виде операции `=`.
- g. Ознакомьтесь с функциями `Definition` и `Information`, представляемыми соответственно операциями `?` и `??`, используя систему справки.
- h. Вычислите выражение `?myExpr`. Проверьте закрепленное за символом `myExpr` правило.

1.4. Построение функции пользователя

Задание 1.9

Напишите функцию `DifParametric`, возвращающую производную функции, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x_t = x(t) \\ y_t = y(t) \end{cases} \quad (1.2)$$

где t – параметр.

Выполнение задания 1.9

Опишем функцию следующим образом:

функция `DifParametric[xt, yt, n]` для функции $y = y(x)$, заданной параметрическими уравнениями (1.2), где t – параметр, вычисляет ее n -ную производную $\frac{d^n y}{dx^n}$.

Для построения функции `DifParametric` используем рекурсию. Первую производную функции вычислим по правилу

`ClearAll[DifParametric]`

`DifParametric[xt_, yt_, 1] := $\frac{D[yt, t]}{D[xt, t]}$ // Simplify`

Далее укажем правило вычисления n -й производной

`DifParametric[xt_, yt_, n_Integer?Positive] :=`

```
D[DifParametric[xt, yt, n - 1], t] / D[xt, t]
// FullSimplify
```

К этому правилу *Mathematica* обратится, если при вызове функции `DifParametric` в качестве третьего аргумента указать натуральное число $n > 1$.

Проверим правила, которые *Mathematica* ассоциировала с символом `DifParametric`, используем функцию `Information` (операция ?):

```
? DifParametric
```

```
Global`DifParametric
```

```
DifParametric[xt_, yt_, 1] := Simplify[ $\frac{\partial_t yt}{\partial_t xt}$ ]
```

```
DifParametric[xt_, yt_, n_Integer?Positive] :=
FullSimplify[ $\frac{\partial_t \text{DifParametric}[xt, yt, n-1]}{\partial_t xt}$ ]
```

Задание 1.10

Вычислите производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функций, заданных параметрическими уравнениями, используйте функцию `DifParametric`.

Упростите полученные производные, используя встроенные функции *Mathematica*. Результат дифференцирования проверьте вручную. Вариант задания предлагает преподаватель.

- | | | |
|---|--|--|
| 1) $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$ | 5) $\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$ | 9) $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$ | |
| 3) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$ | 7) $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$ | 10) $\begin{cases} x = \frac{\cos t}{1 + 2 \cos t}, \\ y = \frac{\sin t}{1 + 2 \cos t}. \end{cases}$ |
| 4) $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$ | 8) $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$ | |

Выполнение задания 1.10

Для функции, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x(t)=t+\ln(\cos t) \\ y(t)=t-\ln(\sin t) \end{cases}$, вычислим первую производную. Укажем в качестве третьего параметра `DifParametric` значение $n = 1$.

```
DifParametric[-Cot[t]  
t + Log[Cos[t]], t - Log[Sin[t]], 1]
```

Далее вычислим вторую производную функции

```
DifParametric[ $\frac{\text{Csc}[t]^2}{1 - \text{Tan}[t]}$   
t + Log[Cos[t]], t - Log[Sin[t]], 2]
```

Mathematica представила тригонометрическое выражение в одной из возможных форм. Посредством системы справки найдем функции, которые преобразовывают тригонометрические выражения, и применим их к полученному результату

```
 $\frac{\text{Csc}[t]^2}{1 - \text{Tan}[t]}$  // TrigReduce $-4 / (-2 + 2 \cos[2 t] - \sec[t] \sin[3 t] + 3 \tan[t])$ 
```

или

```
 $\frac{\text{Csc}[t]^2}{1 - \text{Tan}[t]}$  // TrigFactor $\frac{\cot[t] \csc\left[\frac{\pi}{4} - t\right] \csc[t]}{\sqrt{2}}$ 
```