



CHƯƠNG IV:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

BÀI 3: GIẢI TAM GIÁC VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ



NỘI DUNG

01

Giải tam giác

02

Áp dụng giải bài toán vào thực tế

03

Luyện tập



01

Giải tam giác

ĐỊNH NGHĨA

Giải tam giác là tìm số đo các cạnh và các góc còn lại của tam giác khi ta biết được các yếu tố đủ để xác định tam giác đó.

** Để giải tam giác ta thường sử dụng các định lý sin, định lý cosin và các công thức tính diện tích tam giác.*

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $AB = 85, AC = 95, \hat{A} = 40^\circ$; b) $AB = 15, AC = 25, BC = 30$.

Trả lời: Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$.

a) Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 95^2 + 85^2 - 2.95.85. \cos 40^\circ \approx 3878,38.$$

$$\text{Suy ra } a \approx \sqrt{3878,38} \approx 62,3.$$

Áp dụng hệ quả của định lí côsin, ta có:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx \frac{62,3^2 + 85^2 - 95^2}{2.62,3.85} \approx 0,197.$$

$$\text{Suy ra } \hat{B} \approx 78^\circ 38', \hat{C} \approx 180^\circ - 40^\circ - 78^\circ 38' = 61^\circ 22'.$$

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $AB = 85, AC = 95, \hat{A} = 40^\circ$; b) $AB = 15, AC = 25, BC = 30$.

Trả lời: Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$.

b) Áp dụng hệ quả của định lí côsin, ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \approx \frac{25^2 + 15^2 - 30^2}{2 \cdot 25 \cdot 15} = \frac{-1}{15} \Rightarrow \hat{A} \approx 93^\circ 49'$$

Áp dụng định lí sin, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{30}{\sin 93^\circ 49'} = \frac{25}{\sin B} \Rightarrow \sin B \approx 0,8315$$

Suy ra $\hat{B} \approx 56^\circ 15', \hat{C} \approx 180^\circ - 93^\circ 49' - 56^\circ 15' = 29^\circ 56'$.

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $a = 17,4$; $\hat{B} = 44^\circ 30'$; $\hat{C} = 64^\circ$;

b) $a = 10, b = 6, c = 8$.

Trả lời:

a) Ta có: $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 44^\circ 30' - 64^\circ = 71^\circ 30'$

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$\Rightarrow b = \frac{a \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{17,4 \cdot \sin 44^\circ 30'}{\sin 71^\circ 30'} \approx 12,9$$

$$c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{17,4 \cdot \sin 64^\circ}{\sin 71^\circ 30'} \approx 16,5$$

Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $a = 17,4$; $\hat{B} = 44^\circ 30'$; $\hat{B} = 64^\circ$;

b) $a = 10, b = 6, c = 8$.

Trả lời:

b) Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{6^2 + 8^2 - 10^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = 0$

$$\Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a} = \frac{6 \cdot \sin 90^\circ}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{B} = 36^\circ 52'$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ 52' = 53^\circ 8'$$



02

Áp dụng giải bài toán vào thực tế

Ví dụ 2 (SGK - 75)

Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài qua đường hầm, một kĩ sư đã thực hiện các phép đo và cho ra kết quả như Hình 1. Tính chiều dài của đường hầm từ các số liệu đã khảo sát được.

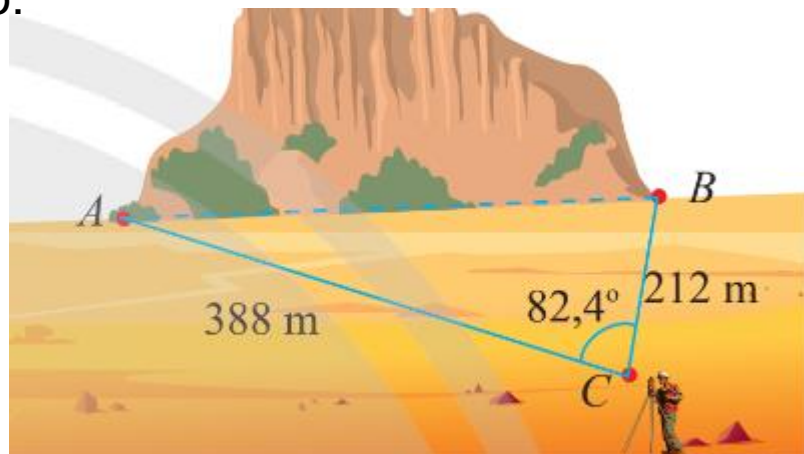
Trả lời:

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC , ta có:

$$\begin{aligned}AB^2 &= BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C \\&= 338^2 + 212^2 - 2 \cdot 338 \cdot 212 \cdot \cos 82,4^\circ \\&\approx 173\,730\end{aligned}$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{173730} \approx 417 \text{ (m)}$.

Vậy đường hầm dài khoảng 417 m.

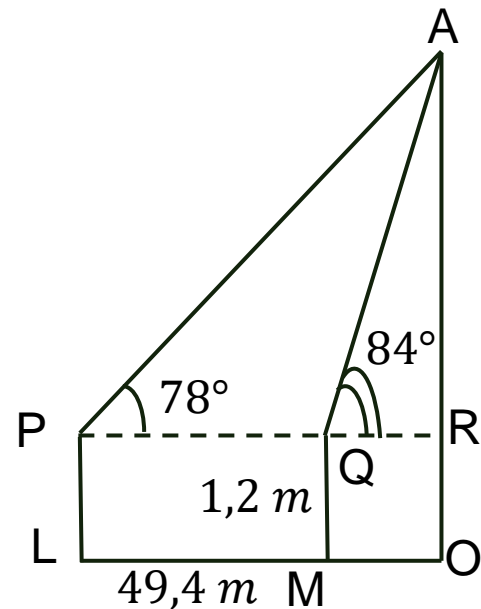


Hình 1

Ví dụ 3 (SGK - 75)

Để xác định chiều cao của một tòa nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M, sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh tòa nhà với góc nâng $\widehat{RQA} = 84^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 49,4m$ thì nhìn thấy đỉnh tòa nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 78^\circ$. Tính chiều cao của tòa nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của các giác kế đó là $PL = QM = 1,2m$.

Giải thích: Góc nâng là góc tạo bởi tia ngắm nhìn lên và đường nằm ngang.



Trả lời:

Ta có: $\widehat{PAQ} = \widehat{AQR} - \widehat{APR} = 84^\circ - 78^\circ = 6^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ , ta có:

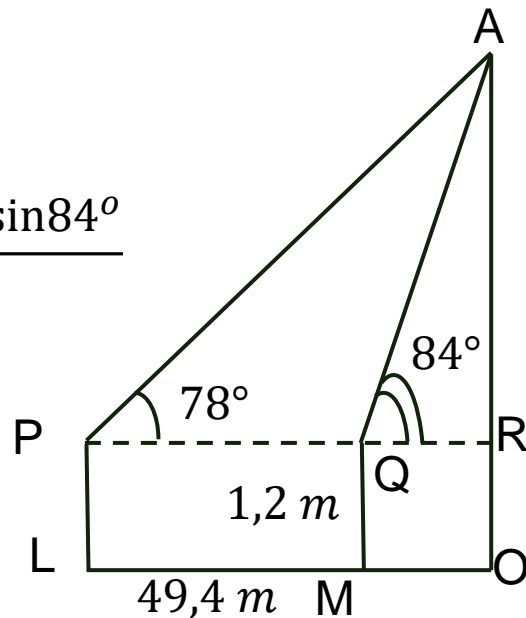
$$\frac{AQ}{\sin P} = \frac{PQ}{\sin A} \Rightarrow \frac{AQ}{\sin 78^\circ} = \frac{PQ}{\sin 6^\circ} \Rightarrow AQ = \frac{PQ \cdot \sin 78^\circ}{\sin 6^\circ}$$

Trong tam giác vuông AQR , ta có:

$$AR = AQ \cdot \sin 84^\circ = \frac{PQ \cdot \sin 78^\circ \cdot \sin 84^\circ}{\sin 6^\circ} = \frac{49,4 \cdot \sin 78^\circ \cdot \sin 84^\circ}{\sin 6^\circ} \\ \approx 460 \text{ (m)}$$

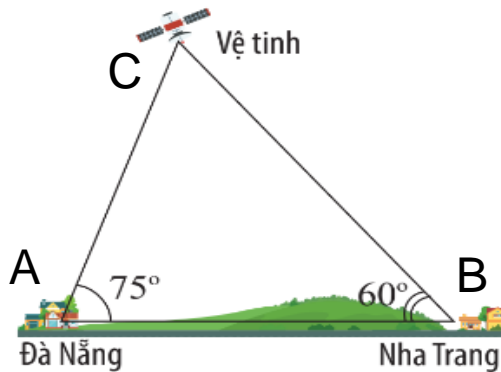
Vậy chiều cao của tòa nhà là:

$$AO = AR + RO \approx 460 + 1,2 = 461,2 \text{ (m)}$$



Ví dụ 4 (SGK - 76)

Hai trạm quan sát ở hai thành phố Đà Nẵng và Nha Trang đồng thời nhìn thấy một vệ tinh với góc nâng lần lượt là 75° và 60° . Vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Đà Nẵng bao nhiêu ki lô mét? Biết rằng khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 520 km.



Trả lời:

Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn vị trí của thành phố Đà Nẵng, Nha Trang và vệ tinh.

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có:

$$AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{520 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 673 \text{ (km)}$$

Ví dụ 5 (SGK - 76)

Hãy giải bài toán nêu ra trong hoạt động khởi động của bài

Trả lời:

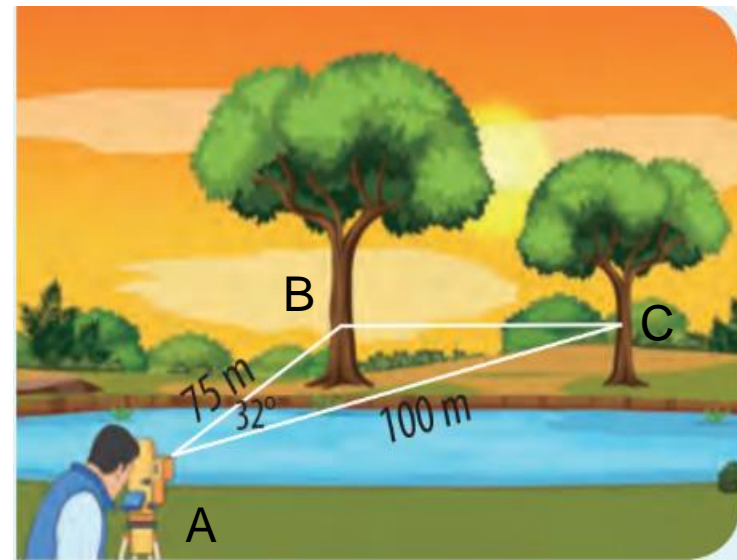
Gọi vị trí của người đứng đo đạc là điểm A và gọi B, C lần lượt là vị trí hai cái cây bên kia sông.

Ta có tam giác ABC với $AC = 100m$; $AB = 75m$ và $\hat{A} = 32^\circ$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC , ta có:

$$\begin{aligned}BC^2 &= AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A \\&= 100^2 + 75^2 - 2 \cdot 100 \cdot 75 \cos 32^\circ \approx 2904,3\end{aligned}$$

Suy ra $BC \approx \sqrt{2904,3} \approx 53,9 (m)$.



Vậy hai cái cây bên kia sông cách nhau khoảng 53,9 m.

VẬN DỤNG 1



Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với vận tốc 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng lệch so với hướng bắc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h. Sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao nhiêu kilômét? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Trả lời:

Đổi $90' = 1,5\text{h}$

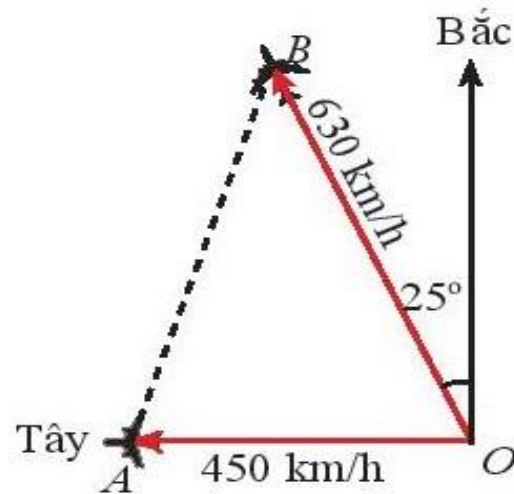
Quãng đường máy bay thứ nhất bay được sau 90 phút

là: $OA = 450 \cdot 1,5 = 675 \text{ (km)}$

Quãng đường máy bay thứ hai bay được sau 90 phút

là: $OB = 630 \cdot 1,5 = 945 \text{ (km)}$

Ta có: $\widehat{AOB} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$



VẬN DỤNG 1



Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với vận tốc 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng lệch so với hướng bắc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h. Sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao nhiêu kilômét? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Trả lời:

Áp dụng định lí côsin, ta có:

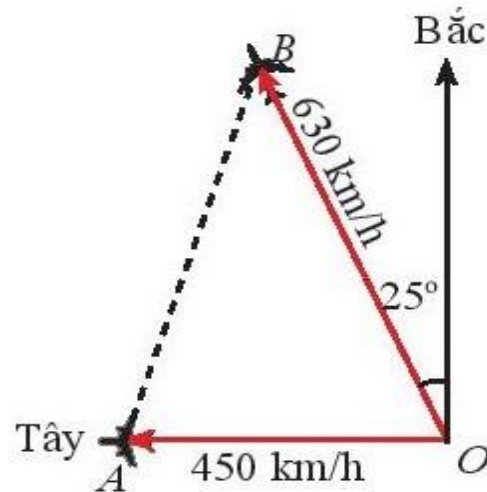
$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB}$$

$$= 675^2 + 945^2 - 2 \cdot 675 \cdot 945 \cdot \cos 65^\circ$$

$$\approx 809494,75$$

$$\Rightarrow AB \approx 889,7 \text{ (km)}$$

Vậy sau 90 phút, hai máy bay cách nhau khoảng 889,7 km.



VẬN DỤNG 2



Trên bản đồ địa lí, người ta thường gọi tứ giác với bốn đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên, Châu Đốc, Long Xuyên, Rạch Giá là tứ giác Long Xuyên. Dựa theo các khoảng cách đã cho trên hình, tính khoảng cách giữa Châu Đốc và Rạch Giá.

Trả lời:

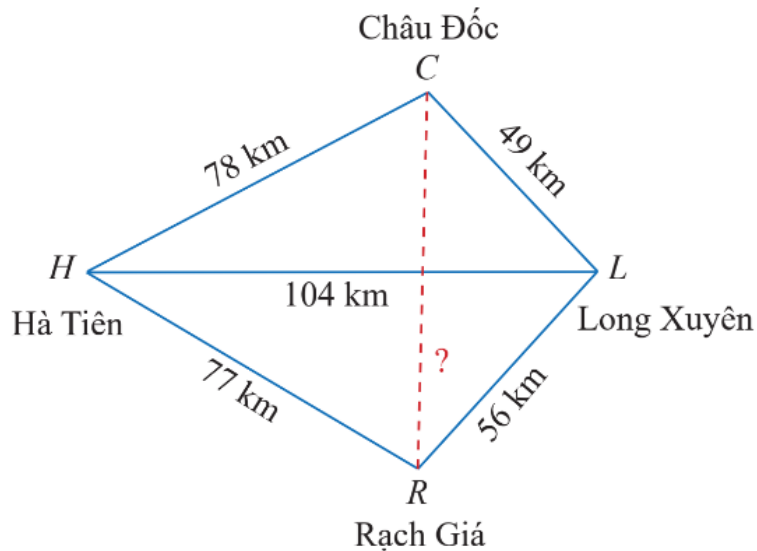
Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có:

$$\cos \widehat{CHL} = \frac{HC^2 + HL^2 - CL^2}{2 \cdot HC \cdot HL} = \frac{78^2 + 104^2 - 49^2}{2 \cdot 78 \cdot 104} \approx 0,89$$

$$\Rightarrow \widehat{CHL} = 26^\circ 39'$$

$$\cos \widehat{LHR} = \frac{HL^2 + HR^2 - RL^2}{2 \cdot HL \cdot HR} = \frac{104^2 + 77^2 - 56^2}{2 \cdot 104 \cdot 77} \approx 0,85$$

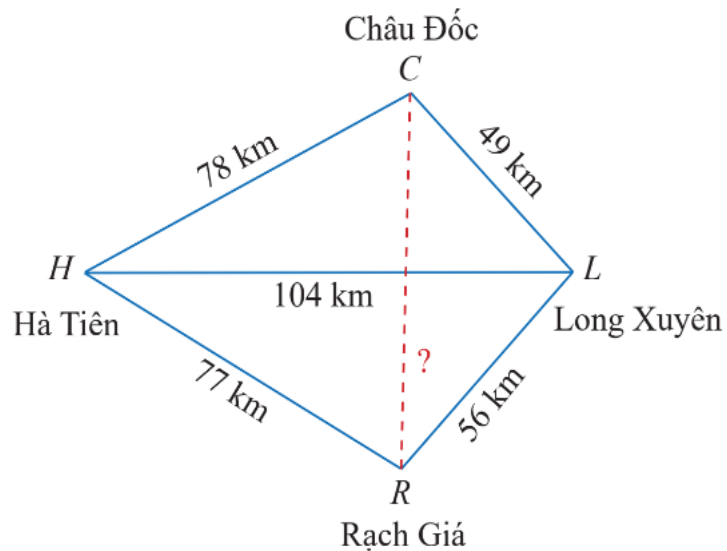
$$\Rightarrow \widehat{LHR} = 31^\circ 49'$$



VẬN DỤNG 2



Trên bản đồ địa lí, người ta thường gọi tứ giác với bốn đỉnh lần lượt là các thành phố Hà Tiên, Châu Đốc, Long Xuyên, Rạch Giá là tứ giác Long Xuyên. Dựa theo các khoảng cách đã cho trên hình, tính khoảng cách giữa Châu Đốc và Rạch Giá.



Trả lời:

$$\Rightarrow \widehat{CHR} = \widehat{CHL} + \widehat{LHR} \approx 26^\circ 39' + 31^\circ 49' = 58^\circ 28'$$

Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$\begin{aligned} CR^2 &= HC^2 + HR^2 - 2HC \cdot HR \cdot \cos \widehat{CHR} \\ &= 78^2 + 77^2 - 78 \cdot 77 \cdot \cos 58^\circ 28' \approx 5730,79 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow CR \approx 75,7 \text{ (km)}$$