

## **CHƯƠNG III : HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ**



# ***HÀM SỐ & ĐỒ THỊ***

## ❖ **MỞ ĐẦU**

- ❑ Trước thời của nhà bác học **Galilei** (1564 -1642) người ta tin rằng vật nặng thì rơi nhanh hơn vật nhẹ. Ông đã bác bỏ điều này bằng thí nghiệm nổi tiếng ở tháp nghiêng Pisa .



Vậy làm thế nào mô tả được mối liên hệ giữa thời gian **t** và quãng đường đi được **S** của vật rơi tự do? Làm thế nào để có được **hình ảnh hình học** minh họa mối liên hệ giữa hai đại lượng đó.



# I. HÀM SỐ

## 1. Định nghĩa .

HOẠT ĐỘNG

1

Trong bài toán ở phần mở đầu, ta đã biết công thức tính quãng đường đi được  $S$  (m) của vật rơi tự do theo thời gian  $t$ (s) là :  $S = \frac{1}{2}gt^2$  ,trong đó  $g$  là gia tốc rơi tự do,  $g \approx 9,8m/s^2$

a. Với mỗi giá trị  $t = 1, t = 2$  , tính giá trị tương ứng của  $S$

b. Với mỗi giá trị của  $t$  có bao nhiêu giá trị tương ứng của  $S$

### LỜI GIẢI :

a) Ta có :  $S = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}.9,8t^2 = 4,9t^2 \quad (1)$

Với  $t = 1$ , thay vào (1) , ta được :  $S = 4,9.1^2 = 4,9(m)$

Với  $t = 2$ , thay vào (1) , ta được :  $S = 4,9.2^2 = 19,6(m)$

b) Với mỗi giá trị của  $t$ , có một giá trị tương ứng của  $S$ .

## 1. Định nghĩa .

HOẠT ĐỘNG

2

Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận  $y$  (đồng) theo công thức sau:  $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$ , trong đó  $x$  là số sản phẩm loại đó được bán ra.

- a) Với mỗi giá trị  $x = 100$ ,  $x = 200$ , tính giá trị tương ứng của  $y$
- b) Với mỗi giá trị của  $x$  có bao nhiêu giá trị tương ứng của  $y$ ?

### **LỜI GIẢI:**

a) Ta có :  $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$  (1)

Thay  $x = 100$  vào (1) ta được :  $y = -200.100^2 + 92000.100 - 8400000 = -1200000$

Thay  $x = 200$  vào (1) ta được :  $y = -200.200^2 + 92000.200 - 8400000 = 2000000$

b) Với mỗi giá trị của  $x$ , có một giá trị tương ứng của  $y$ .

# I. HÀM SỐ

## 1. Định nghĩa .

□ Cho tập hợp khác rỗng  $D \subset \mathbb{R}$  / Nếu với mỗi giá trị  $x \in D$  có một và chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  thuộc tập hợp số thực  $\mathbb{R}$  thì ta có một **hàm số** .

- Ta gọi  $x$  là **biến số** và  $y$  là **hàm số** của  $x$   
Tập hợp  $D$  gọi là **tập xác định** của hàm số.  
Kí hiệu hàm số :  $y = f(x), x \in D$



# I. HÀM SỐ

## 1. Định nghĩa .



a) Diện tích  $S$  của hình tròn bán kính  $r$  được tính theo công thức  $S = \pi r^2$ . Hỏi  $S$  có phải là hàm số của  $r$  hay không?

b) Cho công thức  $y^2 = x$ .

Hỏi  $y$  có phải là hàm số của  $x$  hay không? Giải thích.

### **LỜI GIẢI:**

a.  $S$  là hàm số của  $r$  vì mỗi giá trị của  $r$  chỉ cho đúng một giá trị của  $S$ .

b.  $y$  không phải là hàm số của  $x$  vì khi  $x = 1$  thì ta tìm được hai giá trị tương ứng của  $y$  là **1** và **-1**

# ***I. HÀM SỐ***

## **1. Định nghĩa .**



Trong y học một người cân nặng 60kg chạy với tốc độ 6,5 km /h thì lượng ca-lo tiêu thụ được tính theo công thức:  $c = 4,7t$  , trong đó thời gian  $t$  được tính theo phút. Hỏi  $c$  có phải là hàm số của  $t$  không? Vì sao?

### **LỜI GIẢI :**

Ta có :  $c = 4,7t$

$c$  là hàm số của  $t$  vì mỗi giá trị của  $t$  chỉ cho đúng một giá trị của  $c$ .



# I. HÀM SỐ

## 2. Cách cho hàm số .

### a. Hàm số cho bằng một công thức

HOẠT ĐỘNG

3

Cho hai hàm số  $y = 2x + 1$  (1) và  $y = \sqrt{x - 2}$  (2)

- a) Nêu biểu thức xác định mỗi hàm số trên
- b) Tìm  $x$  sao cho mỗi biểu thức trên có nghĩa.

### LỜI GIẢI:

a) Biểu thức xác định hàm số (1) là  $2x + 1$

Biểu thức xác định hàm số (2) là  $\sqrt{x - 2}$

b) Biểu thức  $2x + 1$  có nghĩa với mọi  $x \in R$

Biểu thức  $\sqrt{x - 2}$  có nghĩa khi  $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x \geq 2$



# ***I. HÀM SỐ***

## **2. Cách cho hàm số .**

### **a. Hàm số cho bằng một công thức**

**□ Tập xác định** của hàm số  $y = f(x)$  là tập hợp tất cả các số thực  $x$  sao cho biểu thức  $f(x)$  có nghĩa.



## 2. Cách cho hàm số .

### a. Hàm số cho bằng một công thức



Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau :

$$a) \ y = \frac{1}{x}$$

$$b) \ y = \sqrt{x-1}$$

#### **LỜI GIẢI :**

a. Biểu thức  $1/x$  có nghĩa khi  $x \neq 0$  .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là :  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

Hoặc :  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b. Biểu thức  $\sqrt{x-1}$  có nghĩa khi  $x-1 \geq 0$  .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là :  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$

Hoặc :  $D = [1; +\infty)$

## 2. Cách cho hàm số .

### a. Hàm số cho bằng một công thức



Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$

**LỜI GIẢI:**

Hàm số đã cho xác định khi biểu thức  $\frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$  có nghĩa

$$\hat{U} \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \quad \hat{U} \begin{cases} x^3 - 2 \\ x^1 - 3 \end{cases}$$

Vậy hàm số có tập xác định là :

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 2, x^1 - 3\} = [-2; +\infty) \setminus 3$$

## 2. Cách cho hàm số .

### b. Hàm số cho bằng nhiều công thức



Cho hàm số 
$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{nếu } x < 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \\ 1 & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

a. Tìm tập xác định của hàm số trên

b. Tính giá trị của hàm số khi  $x = -2$ ;  $x = 0$ ;  $x = 2021$

#### **LỜI GIẢI:**

a.  $f(x)$  có nghĩa khi  $x < 0$ ,  $x = 0$ ,  $x > 0$  nên tập xác định là  $D = R$

b. Ta có :  $f(-2) = -1$  ;  $f(0) = 0$  ;  $f(2021) = 1$

❖ **Chú ý:** Cho hàm số  $y = f(x)$  với tập xác định là  $D$ . Khi biến số  $x$  thay đổi trong tập  $D$  thì tập hợp các giá trị  $y$  tương ứng được gọi là **tập giá trị** của hàm số đã cho.

## 2. Cách cho hàm số .

### b. Hàm số cho bằng nhiều công thức



Cho hàm số :  $y = \begin{cases} -x & \text{nếu } x < 0 \\ x & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

a. Tìm tập xác định của hàm số

b. Tính giá trị của hàm số khi  $x = -1$ ;  $x = 2022$

#### **LỜI GIẢI:**

a. Hàm số có nghĩa khi  $x < 0, x > 0$  nên tập xác định là  $D = \mathbf{R \setminus \{0\}}$

b) Với  $x = -1 < 0$ , thay vào hàm số  $y = -x$  ta được:  $y = \mathbf{1}$

Với  $x = 2022 > 0$ , thay vào hàm số  $y = x$  ta được:  $y = \mathbf{2022}$

### c. Hàm số không cho bằng công thức

**VÍ DỤ**

**4**

Biểu đồ ở Hình 1 cho biết nhiệt độ trung bình ở Đà Lạt theo từng tháng trong năm.

- Xác định tập hợp các tháng được nêu trong biểu đồ
- Tương ứng tháng với nhiệt độ trung bình của tháng đó có phải là hàm số không? Giải thích.

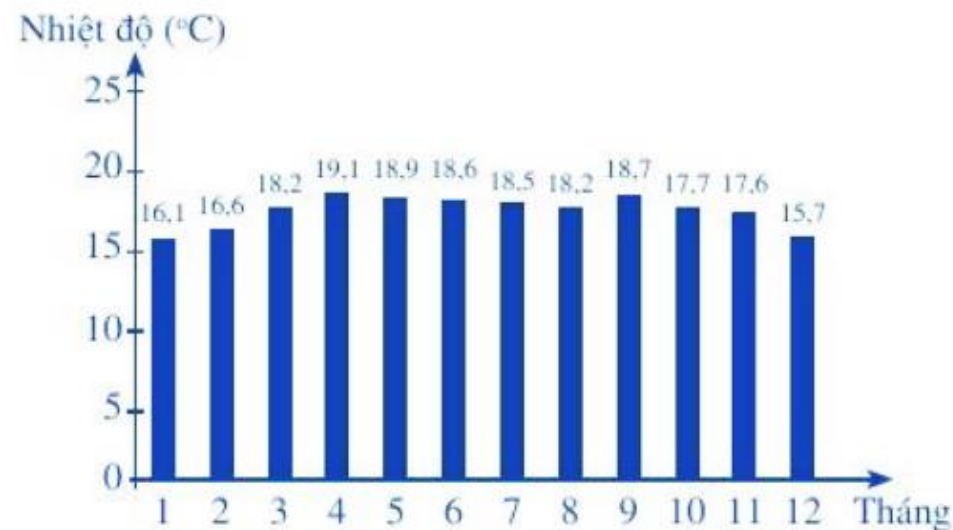
**LỜI GIẢI:**

a. Tập hợp các tháng là :

$$D = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

b. Mỗi tháng chỉ tương ứng với đúng một giá trị nhiệt độ trung bình nên tương ứng đó xác định một hàm số . Hàm số có thể được cho bằng bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ (°C)	16,1	16,6	18,2	19,1	18,9	18,6	18,5	18,2	18,7	17,7	17,6	15,7



## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

HOẠT ĐỘNG

4

Xét hàm số  $y = f(x) = x^2$

a. Tính các giá trị  $y_1 = f(x_1)$ ,  $y_2 = f(x_2)$  tương ứng với giá trị

$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

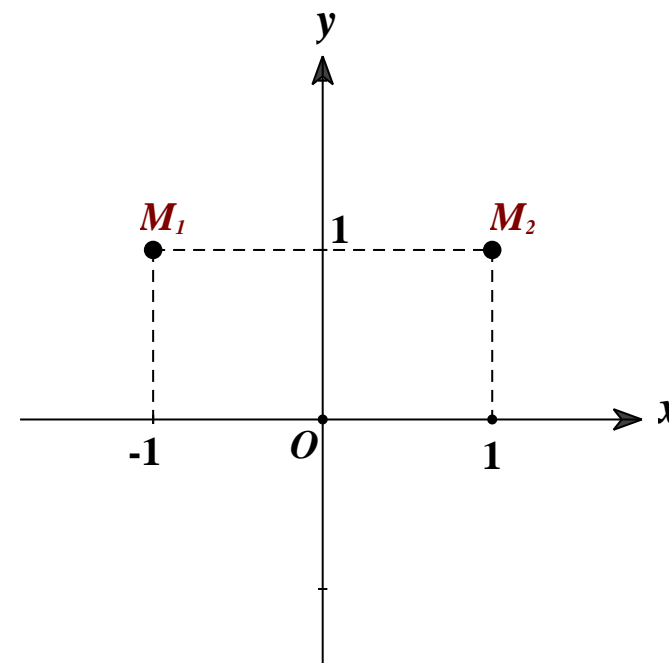
b. Biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy các điểm  $M_1(x_1; y_1)$  và  $M_2(x_2; y_2)$

**LỜI GIẢI:**

a) Ta có :  $y_1 = f(x_1) = f(-1) = (-1)^2 = 1$

$$y_2 = f(x_2) = f(1) = 1^2 = 1$$

a) Ta có các điểm  $M_1(-1; 1)$ ,  $M_2(1; 1)$   
Biểu diễn các điểm lên mặt phẳng  
tọa Oxy như hình bên





## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

□ Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập hợp D là tập hợp tất cả các điểm  $M(x; f(x))$  trong mặt phẳng tọa độ Oxy với mọi  $x$  thuộc D.



## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

**VÍ DỤ**  
**5**

Cho hàm số  $y = 2x + 4$

a. Vẽ đồ thị hàm số trên.

B. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm A(-1;2), B(1;6), C(2020;2021), D(2030;4064). Điểm nào thuộc đồ thị hàm số trên? Điểm nào không thuộc đồ thị ?

**LỜI GIẢI:**

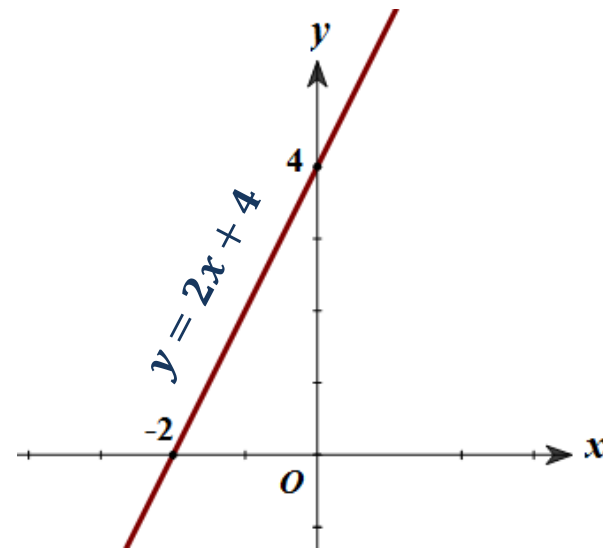
a. Khi  $x = 0$  thì  $y = 4$ ; khi  $y = 0$  thì  $x = -2$

Vậy đồ thị hàm số  $y = 2x + 4$  là đường thẳng cắt trục Oy tại điểm (0;4), cắt trục Ox tại điểm (-2;0)

b. Ta có :  $x = -1 \Rightarrow y = 2$  ;  $x = 1 \Rightarrow y = 6$

$x = 2020 \Rightarrow y = 4044$  ;  $x = 2030 \Rightarrow y = 4064$

Vậy các điểm **A**(-1;2), **B**(1;6), **D**(2030;4064) thuộc đồ thị hàm số và điểm **C**(2020;2021) không thuộc đồ thị hàm số



## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



Cho hàm số  $y = \frac{1}{x}$  và ba điểm M(-1;-1), N(0;2); P(2;1)  
Điểm nào thuộc đồ thị hàm số trên? Điểm nào không thuộc đồ thị hàm số ?

### LỜI GIẢI:

- ❖ Hàm số  $y = \frac{1}{x}$  có nghĩa khi  $x \neq 0$ 
  - + Xét điểm **M**(-1;-1) : Thay  $x = -1$  vào hàm số ta được  $y = -1$   
Vậy điểm M(-1;-1) thuộc đồ thị hàm số
  - + Xét điểm **N**(0;2) : Khi  $x = 0$  thì hàm số không có nghĩa nên điểm N không thuộc đồ thị hàm số.
  - + Xét điểm **P**(2;1) : Thay  $x = 2$  ta được  $y = \frac{1}{2} \neq 1$  nên điểm P không thuộc đồ thị hàm số

## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Nhận  
xét

- Điểm  $M(a; b)$  trong mặt phẳng tọa độ **thuộc** đồ thị hàm số  $y = f(x), x \in D$  khi và chỉ khi  $\begin{matrix} a \in D \\ b = f(a) \end{matrix}$
- Để chứng tỏ điểm  $M(a; b)$  trong mặt phẳng tọa độ không thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x), x \in D$ , ta có thể kiểm tra một trong hai khả năng sau:
  - Khả năng 1** : Chứng tỏ rằng  $a \notin D$
  - Khả năng 2** : Khi  $a \in D$  thì chứng tỏ rằng  $b \neq f(a)$

## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như Hình 3

a. Trong các điểm có tọa độ  $(-2;2)$  ,  $(0;0)$  ,  $(0;1)$  ;  $(2;2)$  ,  $(1;1)$  điểm nào thuộc đồ thị hàm số , điểm nào không thuộc đồ thị?  
B. Quan sát đồ thị, tìm  $f(3)$  và những điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng  $\frac{9}{2}$

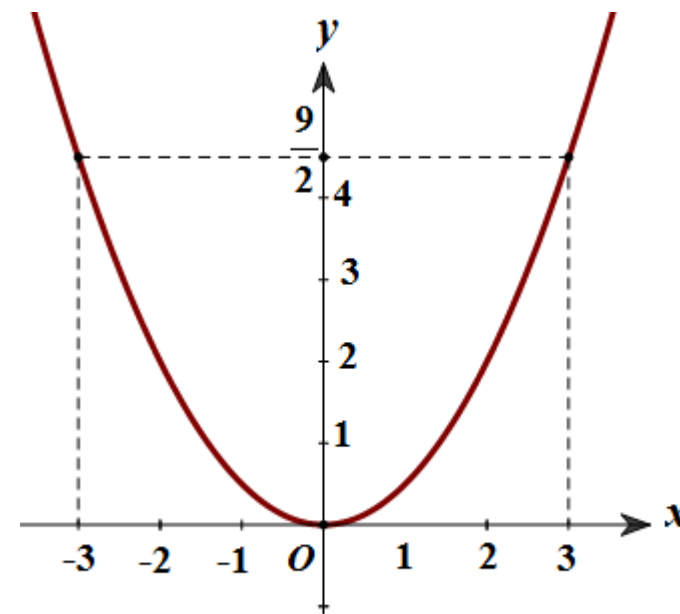
### LỜI GIẢI :

a. Các điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ là  $(-2;2)$  ,  $(0;0)$  ,  $(2;2)$

Các điểm không thuộc đồ thị :  $(0;1)$  ,  $(1;1)$

b. Quan sát đồ thị, ta có :  $f(3) = \frac{9}{2}$

Tọa độ những điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng  $\frac{9}{2}$  là  $(-3; \frac{9}{2})$  ,  $(3; \frac{9}{2})$



Hình 3

## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



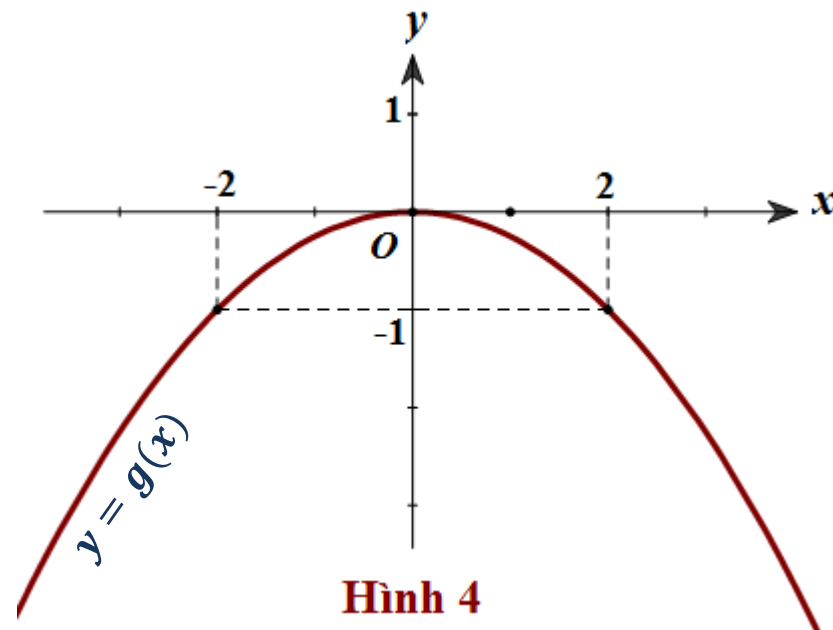
Dựa vào Hình 4, xác định :  
 $g(-2)$  ;  $g(0)$  ;  $g(2)$

**LỜI GIẢI :**

Từ đồ thị ta có :  $x = -2$   $g(-2) = -1$

$x = 0$   $g(0) = 0$

$x = 2$   $g(2) = -1$





## II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như Hình 5

a. Xác định tọa độ các giao điểm của đồ thị đó với hai trục tọa độ.

b. Hàm số  $y = f(x)$  được xác định bởi công thức nào?

### LỜI GIẢI:

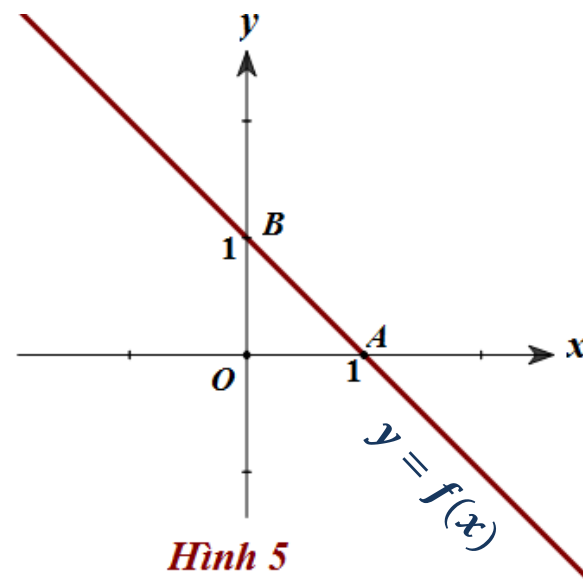
a. Tọa độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là **(1;0)**, với trục tung là **(0;1)**

b. Vì đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là đường thẳng cắt cả hai trục tọa độ nên hàm số đó là hàm bậc nhất :  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )

Giao điểm của đồ thị và Oy là (0;b) nên  $b = 1$

Giao điểm của đồ thị và Ox là  $(-\frac{1}{a}; 0)$  nên  $-\frac{1}{a} = 1$ , vậy  $a = -1$

Vậy :  **$y = f(x) = -x + 1$**



Hình 5