



# **BÀI 2: HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

# I. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

**HĐ1**

Cho hệ bất phương trình: 
$$\begin{cases} x - y < 3 & (1) \\ x + 2y > -2 & (2) \end{cases}$$

a) Mỗi bất phương trình (1) và (2) có là bất phương trình bậc nhất hai ẩn không?

Mỗi bất phương trình (1) và (2) đều là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Chỉ ra một nghiệm chung của hai bất phương trình (1) và (2) trong hệ trên

**Giải**

Chọn  $x_0 = 2, y_0 = 1$ . Khi đó:

(1)  $\Leftrightarrow 2 - 1 < 3 \Leftrightarrow 1 < 3$  mệnh đề đúng nên  $(2; 1)$  là nghiệm của bất phương trình (1).

(2)  $\Leftrightarrow 2 + 2.1 > -2 \Leftrightarrow 4 > -2$  mệnh đề đúng nên  $(2; 1)$  là nghiệm của bất phương trình (2).

Vậy cặp số  $(2; 1)$  là một nghiệm chung của hai bất phương trình (1) và (2) trong hệ trên.



## Kết luận:

Hệ bất phương trình bậc nhất ẩn  $x, y$  là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$ .  
Mỗi nghiệm chung các bất phương trình trong hệ được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.



## Ví dụ 1

Cho hệ bất phương trình sau: 
$$\begin{cases} x - 2y \leq 3 & (1) \\ x + y > 2 & (2) \end{cases}$$

Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình trên?  $(3; 1)$ ,  $(1; -2)$ ,  $(5; -3)$

**Giải**

+) Thay  $x = 3$ ;  $y = 1$  vào hai bất phương trình của hệ, ta có:  
 $3 - 2.1 \leq 3$  là mệnh đề đúng;  $3 + 1 > 2$  là mệnh đề đúng;  
Vậy  $(3; 1)$  là nghiệm chung của (1) và (2) nên  $(3; 1)$  là nghiệm của hệ bất phương trình.



+) Thay  $x = 1; y = -2$  vào bất phương trình (2) của hệ, ta có:

$1 + (-2) > 2$  là mệnh đề sai

Vậy  $(1; -2)$  không là nghiệm của (2) nên  $(1; -2)$  không là nghiệm của hệ bất phương trình.

+) Thay  $x = 5; y = -3$  vào bất phương trình (2) của hệ, ta có:

$5 + (-3) > 2$  là mệnh đề sai

Vậy  $(5; -3)$  không là nghiệm của (2) nên  $(5; -3)$  không là

nghiệm của hệ bất phương trình.



## Luyện tập 1

Chỉ ra một nghiệm của  
hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 2x + y > 0 \\ x - 3y < 6 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$$

**Giải**

Thay  $x = 1$ ;  $y = 0$  vào 3 bất phương trình của hệ, ta có:

$2.1 + 0 = 2 > 0$  là mệnh đề đúng;

$1 - 3.0 = 1 < 6$  là mệnh đề đúng;

$1 - 0 = 1 \geq -4$  là mệnh đề đúng.

Vậy  $(1; 0)$  là nghiệm chung của 3 bất phương trình nên  $(1; 0)$  là nghiệm của hệ bất phương trình.

## II. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG

### TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

**Miền nghiệm** của hệ bất phương trình là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

**HĐ2**

Cho hệ bất phương trình sau 
$$\begin{cases} x - 2y \geq -2 \\ 7x - 4y \leq 16 \\ 2x + y \geq -4 \end{cases}$$

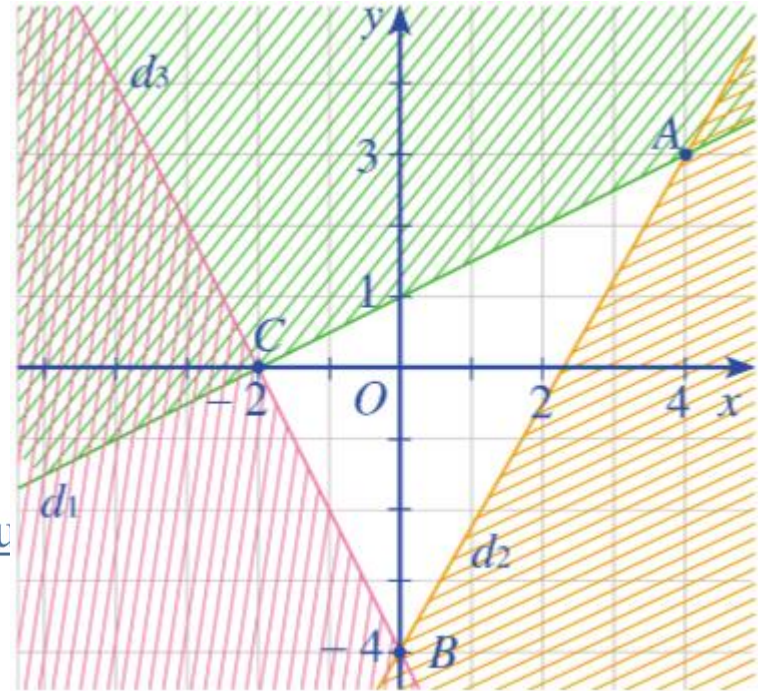
a) Trong cùng mặt phẳng tọa độ Oxy, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.

b) Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.



Bước 1: Trong cùng mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , vẽ ba đường thẳng:  $d_1: x - 2y = -2$ ,  $d_2: 7x - 4y = 16$ ,  $d_3: 2x + y = -4$ .

Vì  $O(0;0)$  thoả mãn các bất phương trình trong hệ nên miền nghiệm của từng bất phương trình trong hệ lần lượt là những nửa mặt phẳng không bị gạch chứa điểm  $O(0;0)$  (kể cả đường thẳng tương ứng).



Bước 2: Phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Cụ thể là tam giác  $ABC$  kể cả miền trong.

**Kết luận:** Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình hai ẩn, ta làm như sau:

+ Trong cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm đó.

+ Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

## Ví dụ 2

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

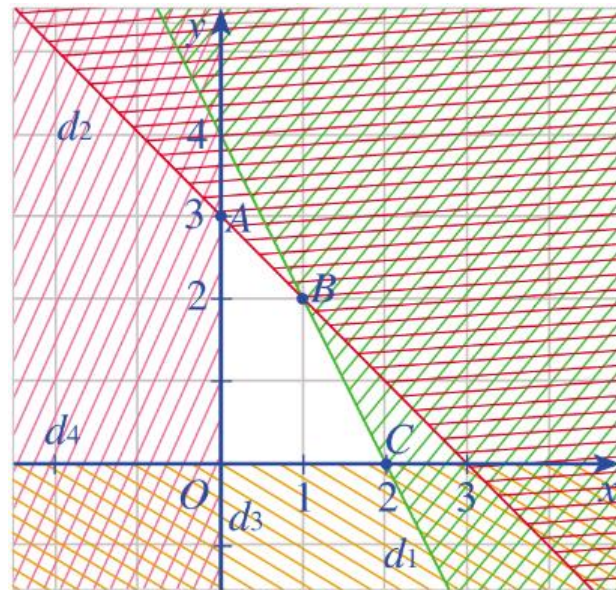
**Giải**

Vẽ các đường thẳng:  $d_1: 2x + y = 4$ ,  $d_2: x + y = 3$ ,  
 $d_3: x = 0$  và  $d_4: y = 0$ .

<https://tailieugiaovien.edu.vn>

Gạch đi phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác  $OABC$  kể cả miền trong.



## Luyện tập 2

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x - y > -3 \\ -2x + 3y < 6 \\ 2x + y > -4 \end{cases}$$

**Giải**

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ 3 đường thẳng:

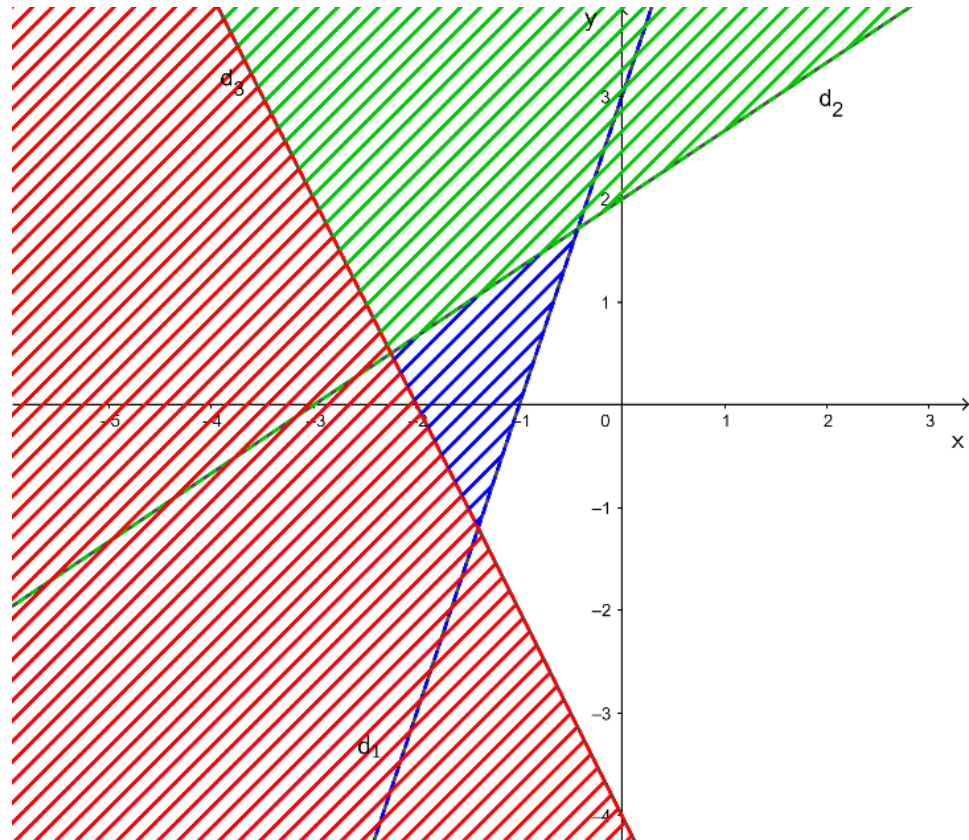
$$d_1: 3x - y = -3;$$

$$d_2: -2x + 3y = 6;$$

$$d_3: 2x + y = -4.$$

Gạch đi các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng không bị gạch sọc không kể đường biên trong hình bên.





### III. ÁP DỤNG VÀO BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Tổng quát, người ta chứng minh được rằng:

Giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức  $F(x; y) = ax + by$ , với  $(x; y)$  là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$ , tức là các điểm nằm bên trong hay nằm trên các cạnh của đa giác, đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

