

1. a)  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$   
 b)  $A = \{2; 4; 6\}$   
 c)  $A^C = \{1; 3; 5\}$  Mô tả: "Số chẵn xuất hiện trên mặt ngửa là số lẻ"

2. a)  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \times \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

b)  $A = \{1; 3; 5\} \times \{1; 3; 5\} \cup \{2; 4; 6\} \times \{2; 4; 6\}$

c)  $B = \{2; 4; 6\} \times \{2; 4; 6\}$

d) Vì  $B \subset A \rightarrow B$  kéo theo  $A$ .

e)  $A \cap B^C$ : "Cả hai lần tung được số chẵn lẻ"

f)  $A \cap C = \{3; 5\} \times \{3; 5\} \cup \{2; 4; 6\} \times \{2; 4; 6\}$

3. a)  $\Omega = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \in [2; 12]\}$

b)  $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid \exists n: 20; n \in [2; 12]\}$

$\Omega = \{(6; 6)\}$

4. a)  $\Omega = \{(N_1, N_2) \mid N_1, N_2 \in \mathbb{N}; N_1 \in [1; 6]; N_2 \in [1; 6]\}$

b)  $A = \{(N_1, N_2) \mid N_1, N_2 \in \mathbb{N}; N_1 = 4; N_2 \in [1; 4]\}$

c)  $B = \{(N_1, N_2) \mid N_1, N_2 \in \mathbb{N}; N_1 \in [4; 6]; N_2 = 3\}$

d)  $C = \{(6; 6)\}$

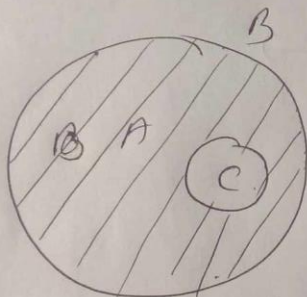
5. a)  $\Omega = \{(K, T), (K, K, T), (K, K, K, T), \dots\}$

K: bút bị khô  
 T: bút tốt

b)  $\Omega_1 = \{(TTKKK), (TKKK), (TKTKK), (KTTKK), (KTKTK), (KTKKT)\}$

$\Omega = \{(1,2,3); (1,3,2); (2,1,3); (2,3,1); (3,1,2); (3,2,1)\}$   
 a)  $A_1 = \{(1,2,3)\}$   $A_2 = \{(1,3,2)\}$   $A_3 = \{(2,1,3)\}$   
 b)  $A_1 = \{(1,2,3); (1,3,2)\}$   
 $A_2 = \{(1,2,3); (3,2,1)\}$   
 $A_3 = \{(1,2,3); (2,1,3)\}$   
 c)  $C = A_1 \cap A_2 \cap A_3$  là tập rỗng nên không thể lấy vào lần thứ 3.  
 d)  $C = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{(1,2,3); (1,3,2); (3,2,1); (2,1,3)\}$   
 e)  $C = (A_1 \cup A_2 \cup A_3)^c = \{(2,3,1); (3,1,2)\}$   
 d) Mỗi tổ di truyền có này tương ứng ít nhất 1 đến hai được lấy là tương ứng với số thứ tự của nó.  
 e) Không có vấn đề nào để lấy ra sao cho sẽ hiện trên đó tương ứng với vị trí của nó.

8. a)  $C = B \setminus A$



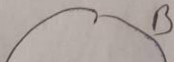
b)  $A = B \cap C$

Tương tự dùng sơ đồ ven.

c) Từ sơ đồ ven.

$\Rightarrow A \cap C = \emptyset$

d) || a) A kéo theo B  $\Rightarrow A \subset B$



10. B kéo theo C

$\Rightarrow A \text{ kéo theo } C$

b)

(1) Do A kéo theo B  $\Rightarrow A \subset B$

(2) Do B kéo theo C  $\Rightarrow B \subset C$

(1) và (2)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow B^c \subset A^c$

$B^c \text{ kéo theo } A^c$

12.  $C = (A \cup B) - (A \cap B)$

13.

a)

$M = (A \cup B \cup C) - (A \cap B) - (B \cap C) - (C \cap A) + (A \cap B \cap C)$

b)

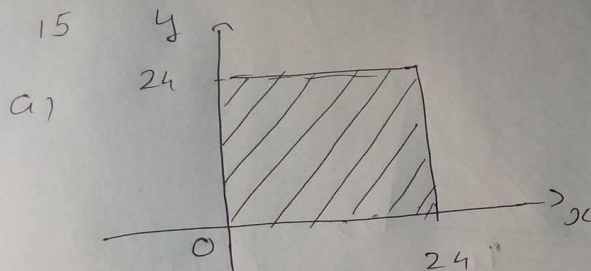
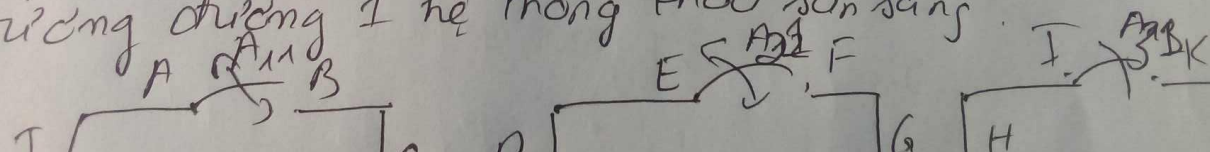
$M = (A \cap B) + (B \cap C) + (C \cap A) - 2(A \cap B \cap C)$

c)

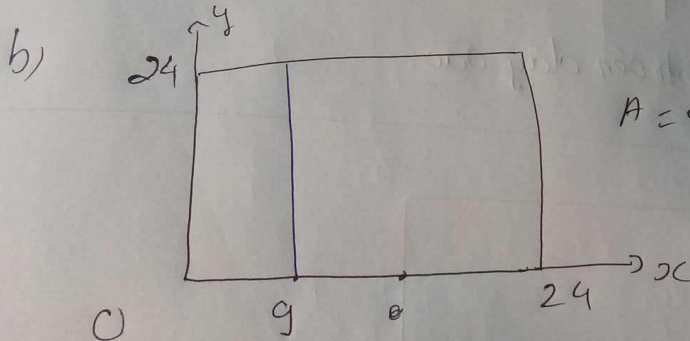
$M = (A \cup B \cup C)$



14 a) hình 2.1 biểu diễn một mạng nối mạch nối các nút  
 vào các đường kết nối, mỗi con lều có tương đương  
 một nút, nối mỗi đơn vị  $k$  trong con lều có  $j$  hoạt động  
 tương đương với việc dẫn từ nút này đến nút khác  
 Sự hoạt động ở ít nhất một đơn vị trong mỗi hệ  
 thống con đảm bảo rằng có 1 đường liên kết nối liên  
 tục từ đầu vào đến đầu ra trong mạng nối mạch  
 tương đương 1 hệ thống khác sẵn sàng.



$$\Omega = \{(T, b) \mid T, b \in [0, 24]\}$$



$$A = \{(g, b) \mid b \in [0, 24]\}$$

$$\text{AD TH B} \quad P_2 = 3P = \frac{3}{7}$$

$$17 \text{ a) } \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 36$$

a) Nhận xét với  $a, b \in [1, 6]$

$$2 \leq a+b \leq 12$$

$$\Rightarrow P(A_k) = P(\Omega) = 1$$

b) Số cách tung lần 1: 6  
2: 5  $\neq$  lần 1

$$P = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 6}{36} = \frac{5}{6}$$

18 Do S là không gian hữu hạn  
các biến số  $a, b, c$  xung khác

$$P = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 6}{36} = \frac{5}{6}$$

18 Do S là không gian hữu hạn  
các biến số  $a, b, c$  xung khác

$$P[\{a, c\}] = P[\{a\}] + P[\{c\}] = 5/8$$

$$P[\{b, c\}] = P[\{b\}] + P[\{c\}] = 7/8$$

$$P[\{a\}] + P[\{b\}] + P[\{c\}] = 1$$

$$\Rightarrow P[\{a\}] = 1/8$$

$$P[\{b\}] = 3/8$$

$$P[\{c\}] = 1/2$$

22)  
A12)  
có  
9  
số  
khác

K  
①

19.  $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$  cm

Biến cố A hoặc B xảy ra khi chỉ 1 trong 2 biến cố A hoặc B xảy ra mà A và B không xảy ra đồng thời

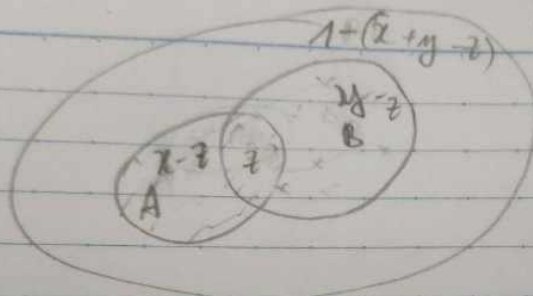
$$P[(A \cup B) \setminus (A \cap B)] = P[A \cup B] - P[A \cap B] \quad (2)$$

Từ (1) & (2)

$$\begin{aligned} \Rightarrow P[(A \cup B) \setminus (A \cap B)] &= P[A] + P[B] - P[A \cap B] - P[A \cap B] \\ &= P[A] + P[B] - 2P[A \cap B] \quad (\text{đpcm}) \end{aligned}$$

$$P[A \cup B \cup C] = P[(A \cup B) \cup C]$$

20.



Thứ  
Ngày

Ho.

$$P[A] = x$$

$$P[B] = y$$

$$P[A \cap B] = z$$

$$P[A^c \cup B^c] = 1 - (x + y - z) \quad (\text{kô thuộc A || kô thuộc B})$$

$$P[A \cap B^c] = x - z \quad \in A \text{ và } \notin B$$

$$P[A^c \cup B] = 1 - x + 1 \quad \notin A \text{ hoặc } \in B$$

$$P[A^c \cap B^c] = 1 - (x + y - z) \quad \text{kô thuộc A và } \notin B$$



23. Một đồng xu cân đối được tung cho đến khi 4 lần đặt  $A_i$  là biến cố "kết quả lần tung thứ  $i$  là ngửa". Tìm xác suất các biến cố sau:  $A_2$ ,  $A_1 \cap A_3$ ,  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$  và  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ .

- Xác suất của mỗi mặt sấp (đồng xu là  $\frac{1}{2}$ )

$$P(A_2) = \frac{1}{2}$$

- Xác suất của biến cố  $A_1 \cap A_3$

$$P(A_1) \cdot P(A_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

- Xác suất của biến cố  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$

$$P(A_1) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4) \cdot P(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

- Xác suất của biến cố  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) - P(A_1 A_2) - P(A_2 A_3) - P(A_3 A_4) - P(A_1 A_4) - P(A_1 A_3) - P(A_2 A_4) + P(A_1 A_2 A_3) + P(A_1 A_3 A_4) + P(A_2 A_3 A_4) + P(A_1 A_2 A_4) + P(A_1 A_3 A_4) - P(A_1 A_2 A_3 A_4) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

24. Một đồng xu cân đối được tung cho đến khi mặt ngửa lần đầu tiên xuất hiện. Đặt  $k$  là số lần tung b.đ. mặt ngửa lần đầu tiên xuất hiện. Đặt  $A$  là biến cố " $k > 5$ " và  $B$  là biến cố " $k > 10$ ". Hãy tìm xác suất các biến cố  $A, B, B^c, A \cap B$ , và  $A \cup B$ .

Giải:

(l.b)

- khi  $k > 5$  thì  $A$  xảy ra:  $P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

- khi  $k > 10$  thì  $B$  xảy ra:  $P(B) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$

- xs của  $B^c$  là xs mặt ngửa thì p tung ít nhất 1 lần thì m sấp xh trong cả 11 lần tung đầu.  $\rightarrow P(B^c) = 1 - P(B) = \frac{1023}{1024}$

-  $P(A \cap B) = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{1024} = \frac{1}{32768}$  là xs mặt ngửa xh lần đầu tiên

26. Một tài liệu gồm  $n$  ký tự để ghi vào trong máy tính. Xác suất để một tài liệu đến bị ghi sai là  $p$ . Dãy đúng bao gồm để nhận được căn trên của xác suất ghi sai ký tự bất kỳ trong tài liệu để ghi:

Giải:

- Căn dưới của xác suất ghi đúng tất cả ký tự.

$$(1-p)^n$$

- Căn trên của xác suất ghi sai ít nhất 1 ký tự.

$$1 - (1-p)^n$$

(Xác suất ghi sai ít nhất 1 ký tự =  $1 -$  xs ghi đúng tất cả các ký tự)

do đó  $1 - (1-p)^n$  là căn trên của xs ghi sai ít nhất 1 ký tự

- Căn trên của xs ghi sai bất kỳ ký tự nào

$$1 - (1-p)^n + np(1-p)^{n-1}$$

(Xác suất ghi sai bất kỳ ký tự nào bao gồm:

+ xs ghi sai ít nhất 1 ký tự

+ xs ghi sai 1 ký tự cụ thể ( $np$ ) và các ký tự còn lại

đều để ghi đúng ( $xs$  xuất  $(1-p)^{n-1}$ )

- Dãy đúng bao gồm

$$[1 - (1-p)^n, 1 - (1-p)^n + np(1-p)^{n-1}]$$

(căn dưới của xs ghi đúng tất cả các ký tự luôn nhỏ hơn or bằng căn trên của xs ghi sai bất kỳ ký tự nào)



27, 28, 29, 30

27.  $x \in [-1, 1]$ .

$$A = \{x < 0\}$$

$$B = \{|x - 0,5| < 1\}$$

$$C = \{x > 0,5\}$$

$\rightarrow B = \left( \cancel{x - 0,5} \right) \rightarrow -1 < x - 0,5 < 1$   
 $\rightarrow -0,5 < x \leq 1$  (if  $x \neq 1$ )

$\rightarrow B = \{-0,5 < x < 1\}$ .



Thứ ngày B.

$$a) A = [-1, 0]$$

$$B = [-0,5, 1]$$

$$C = [0, 0,5, 1]$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{A}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{B}{2} = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$$

$$[A \cap B = A + B - AB] \quad A \cap B = [-0,5, 0]$$

$$\rightarrow P(A \cap B) = \frac{0,5}{2} = \frac{1}{4}$$

$$A \cap C = \emptyset \Rightarrow P(A \cap C) = 0$$

C1:

$$b) A \cup B = [-1, 1] \Rightarrow P(A \cup B) = 1$$

$$A \cup C = [-1, 0] \cup [0, 0,5, 1] = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$A \cup B \cup C = [-1, 1] = 1$$

$$C2: P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(C) = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 1$$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

HONGHA



Thứ      ngày

$$28. \quad P([0,1]) = 2P([-1,0])$$

$$a) \quad A = [0,1] \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

$$B = [-1,0] \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} P(A) = 2P(B) \\ P(B) + P(A) = 1 \end{cases}$$

$$\text{Toán ngược: } \begin{cases} P([0,1]) = \frac{2}{3} \\ P([-1,0]) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Tỷ lệ phần: } \begin{cases} P([0,1]) = \frac{2n}{3n} \quad (n \in (0,1)) \\ P([-1,0]) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1-1-n}{1-1-n} \quad (n \in [-1,0]) \end{cases}$$

$$b) \quad P([0,1]) = \frac{2}{3} \quad \begin{array}{c} B \quad A \\ \text{---} \end{array}$$

$$P([-1,0]) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = P([0,1] \cap [-1,0]) = 0$$

$$P(A \cup B) = P([-1,1]) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} - 0 = 1$$





Thứ . . . ngày . . .

30.

a) ~~Cho~~ <sup>đặt</sup>  $(-\infty, r] \subset (-\infty, s]$   
 $\rightarrow P[(-\infty, r)] \leq P[(-\infty, s)]$

b)  $P[(r, s]] = P[(-\infty, s)] - P[(-\infty, r)]$

25.

Hệ quả 7:  $A \subset B$  thì  $P(A) \leq P(B)$

$$P[A \cup B \cup C] \leq P[A] + P[B] + P[C]$$

$$\Rightarrow P[A] + P[B] + P[C] - P[AB] - P[BC] - P[CA] + P[ABC]$$

$$(\cancel{A \cap B} \subset A)$$

Ta cần chứng minh  $P[ABC] - P[AB] - P[BC] - P[CA] \leq 0$

( $\because ABC \subset AB, BC, CA$ )

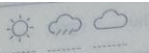
$$\Rightarrow P(ABC) \leq P(AB), P(BC), P(CA)$$

$$\Rightarrow P(ABC) - P(AB) - P(BC) - P(CA) \leq 0 \text{ (đpcm)}$$

b) Phương pháp quy nạp:

$$P\left[\bigcup_{k=1}^n A_k\right] \leq \sum_{k=1}^n P[A_k]$$

\* PH 1:  $(n=1) \Rightarrow P(A_1) \leq P(A_1) \leftarrow$  hiển nhiên



32: Số cách xếp lớp có thể tạo từ 3 số 'tray' 0, 1, 2, ..., 9 là:  
 $A_{60}^3 = 705320$  (cách)

34: Số cách chọn 4 ngày trong 5 ngày là:  
 $C_5^4 = 5$  (cách)

Số cách đi 4 đợt gặt + nhận trong 4 ngày là:  
 $4! = 24$  (cách)

Số cách đi đợt gặt cuối cùng trong ngày cuối cùng là:  
2 cách (có thể gặt ngay sau và ngày trước mà có 4 đợt)

⇒ Tổng số kết quả là:  
 $5 \cdot 24 \cdot 2 = 240$  cách.

36: Chọn 4 loại trong 15 loại

- Nếu có số 'lặp':  $15^4$  (cách)

- Không có số 'lặp':  $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12$  (cách)  $= 32760$  (cách)

38: Số cách xếp 3 tập sách là:

$$3! \text{ (cách)} = 6 \text{ (cách)}$$

$$\Rightarrow \text{xác suất đúng} = \frac{1}{6}$$

40: Có tổng cộng 5 giá trị

⇒ số 'tổ hợp' khi dùng 1 giá trị  $= 5C_1 = 5$  (tổ hợp)

Số 'tổ hợp' khi dùng 2 giá trị  $= C_5^2 = 10$  (tổ hợp)

Số 'tổ hợp' khi dùng ngẫu nhiên từ 0 → 5 giá trị:

$$P = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 32 \text{ (tổ hợp)}$$

Gọi số cách chọn là  $a, b, c$ :

a: 60 cách chọn

b: 59 cách chọn

c: 58 cách

$$\rightarrow \text{Số cách ghép: } 60 \cdot 59 \cdot 58 = 205320$$

33. Một con xúc xắc sáu mặt để tung, 1 đồng xu để gieo, và 1 quân cờ để lấy ngẫu nhiên từ bộ bài 52 quân. Tính số kết cục có thể.

$$\text{Số kết cục có thể xảy ra: } 2 \cdot 6 \cdot 52 = 624$$

35. Có bao nhiêu số điện thoại gồm 7 chữ số có thể, nếu chữ số 70 và 1.

Gọi các số có dạng  $abcdefg$

$$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 2097152 \text{ số}$$

41. Một bộ 100 sản phẩm có  $k$  phế phẩm.  $M$  sản phẩm được chọn ngẫu nhiên với kiểm tra. Xác suất bằng bao nhiêu để  $M$  sp có  $m$  phế phẩm?

Với  $k$  phế phẩm, số cách chọn  $m$  phế phẩm từ  $k$  phế phẩm là  $C_k^m$ . Sau đó số cách chọn  $M-m$  sp chất lượng từ  $(100-k)$  sp phẩm là  $C_{100-k}^{M-m}$ .  
Tổng cách chọn  $M$  sp từ bộ gồm 100 sp:  $C_{100}^M$

$\rightarrow$  Xs chọn  $m$  phế phẩm trong  $M$  sp là

$$P(m) = \frac{C_k^m \cdot C_{100-k}^{M-m}}{C_{100}^M}$$





Thứ ngày

42. a, số khả năng bắt 20 con gần tổng  $N$  con là:

$$C_{20}^{20} \text{ (khả năng)}$$

Số khả năng bắt 5 con đầu tiên như tổng 10 con là:

$$C_{10}^5 = 252 \text{ (khả năng)}$$

Số khả năng bắt 15 con chưa bắt như tổng  $(N-10)$  con là:

$$C_{N-10}^{15} \text{ (khả năng)}$$

$\Rightarrow$  xác suất để 5 con đầu tiên được bắt như là:

$$P(N) = \frac{C_{10}^5 \cdot C_{N-10}^{15}}{C_N^{20}}$$

b, xác  $\frac{P(N)}{P(N-1)} = \frac{C_{N-10}^5 \cdot C_{N-11}^{15}}{C_{N-11}^{15} \cdot C_N^{20}} \geq 1$

$$= \frac{(N-10)!}{(N-15)! \cdot 15!} \cdot \frac{(N-11)!}{(N-20)! \cdot 20!} = \frac{(N-10) \cdot (N-20)}{(N-25) \cdot N} \geq 1$$

$$\Rightarrow N^2 - 30N + 200 \geq N^2 - 25N \Rightarrow 5N \leq 200$$

$$\Rightarrow N \leq 40$$

$$\Rightarrow N = 40$$

44, tổng số cách xếp:  $(4+2+3)! = 9!$  (cách)

Số cách chọn khách và:  $C_4^4 \cdot C_2^3 \cdot C_2^2 = 1250$  (cách)

46:

$$(1) \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

(2)  ~~$\binom{n}{k}$~~  (dpcm)

$$(2) \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-(n-k))! \cdot (n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

(1)=(2)

39. Cách xếp 20 quân bài thành 1 hàng (ngẫu nhiên)

20!

Sắp xếp để thuận xem lại:

← bài 10 và bài 10:  $10! \cdot 10!$

← bài 10 và bài 10:  $10! \cdot 10!$

$$\Rightarrow P = \frac{2 \cdot 10! \cdot 10!}{20!}$$

46.  $n(A) = C_{49}^6$   
 $P = \frac{1}{C_{49}^6}$

45.  $n(\Omega) = 6^3$

Các HT đsng = 7

- Số đũa là 1  $\{ (1,1,5) (1,2,4) (1,3,3) (1,4,2) (1,5,1) \} \Rightarrow 5 \text{ cách}$
- Số đũa là 2  $\{ (2,1,4) (2,2,3) (2,3,2) (2,4,1) \} \Rightarrow 4 \text{ cách}$
- Số đũa là 3  $\{ (3,1,3) (3,2,2) (3,3,1) \} \Rightarrow 3 \text{ cách}$
- Số đũa là 4  $\{ (4,1,2) (4,2,1) \} \Rightarrow 2 \text{ cách}$
- Số đũa là 5  $\{ (5,1,1) \} \Rightarrow 1 \text{ cách}$

$\Rightarrow \Sigma = 15 \text{ cách}$   
 $\Rightarrow P = \frac{15}{6^3} = \frac{15}{216}$