

Análise Bayesiana da expressão de dispersão de velocidades com termos oriundos de gravitação modificada

Nome: Fernanda Araujo de Oliveira

Professor: Clécio Roque de Bom

Disciplina de Big Data e Astroinformática

16 de dezembro de 2021



Qual é a
função que
queremos
minimizar?

$$\sigma^2 = \frac{GK r^{2-\beta}}{(\xi - 2\beta)(\theta_E z_l)^{3-\alpha}} - \frac{Y_1 G K (3 - \alpha)(2 - \alpha) r^{2-\alpha}}{4(2 - \alpha + 2\beta - \delta)(\theta_E z_l)^{3-\alpha}}$$

em que:

$$\frac{2M_E}{\sqrt{\pi}\lambda(\alpha)} = K$$

G: constante de gravitação universal

Me: massa de um cilindro com raio igual ao raio de Einstein

$$\lambda(x) = \Gamma\left(\frac{x-1}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{x}{2}\right)$$

Qual a importância desta função?

- Nova expressão, com termos oriundos da gravitação modificada;
- Melhor análise dos dados de lentes gravitacionais para testar a gravidade através do parâmetro pós-Newtoniano;

Como fazer a minimização?

- Vamos utilizar o Iminuit!
- Converge melhor e mais rápido que o scipy;
- Menos complexo que o MCMC;
- Introdução ao Iminuit no site do CERN.

- Define-se a função:

```
def LSQ_numpy(a, b, c, d):  
    par = [a, b, c, d]  
    ym = np.polyval(par, x)  
    return np.sum((y - ym) ** 2 / sigma_y ** 2)
```

- "Chutes" iniciais para os parâmetros livres:

```
m = Minuit(LSQ_numpy, a = 1., b = 1., c = 1., d = 1.)
```

```
[ ] m.migrad()
```

```
/usr/local/lib/python3.7/dist-packages/ipykernel_launcher.py:1: IMinuitWarning: errordef not set, using 1 (appropriate for least-squares)  
    """Entry point for launching an IPython kernel.
```

Migrad

FCN = 9.033

Nfcn = 96

EDM = 8.56e-20 (Goal: 0.0002)

Valid Minimum		No Parameters at limit	
Below EDM threshold (goal x 10)		Below call limit	
Covariance	Hesse ok	Accurate	Pos. def. Not forced

Name Value Hesse Error Minos Error- Minos Error+ Limit- Limit+ Fixed

0 a 0.8 1.3
1 b -1.5 2.0
2 c 2.7 0.8
3 d 0.91 0.09

	a	b	c	d
a	1.72	-2.58 (-0.984)	0.979 (0.898)	-0.0595 (-0.500)
b	-2.58 (-0.984)	4	-1.59 (-0.959)	0.108 (0.593)
c	0.979 (0.898)	-1.59 (-0.959)	0.691	-0.0572 (-0.758)
d	-0.0595 (-0.500)	0.108 (0.593)	-0.0572 (-0.758)	0.00824



➤ Depois, calcula-se χ^2 :

```
▶ # check reduced chi2, goodness-of-fit estimate, should be around 1  
m.fval / (len(y) - len(m.values))
```

```
↳ 1.5055320143296285
```

- Os parâmetros livres da função são a , β e ξ ;
- Y_1 : parâmetro livre?
- Dados fornecidos: redshift da lente e fonte, raio de Einstein, dispersão de velocidades, entre outros.
- Uso do pandas para ler os dados;
- Cria-se uma nova coluna com os dados da dispersão de velocidades ao quadrado;
- Chutes iniciais a partir dos dados de Cao et al (doi:10.3847/1538-4357/835/1/92):

```
[20] m1 = Minuit(LSQ_numpy, a = 2., d = 0.25, e = 2.4, y1 = 1.)
```

- Os valores obtidos foram:

```
[22] m1.values
```

```
<ValueView a=0.07769059058126493 d=1.0168544400405446 e=2.033711639600294 y1=19.34641025845097>
```

- Porém:

```
# check reduced chi2, goodness-of-fit estimate, should be around 1  
m1.fval / (len(y) - len(m1.values))
```

```
2739.2564715400626
```

- O valor elevado para χ^2 nos mostra que a minimização não está boa. Para melhorá-la, vamos utilizar a incerteza da dispersão de velocidades obtida através dos dados fornecidos;

```
lenses_DESc["sig2"].describe(include = 'all')
```

count	18598.000000
mean	75297.051984
std	21967.707664

- O novo valor para χ^2 é:

```
[26] # check reduced chi2, goodness-of-fit estimate, should be around 1  
ml.fval / (21967.707664)**2  
  
3.405763334264361e-05
```


Problemas:

- Método utilizado;
- Valores assumidos para o "chute" inicial dos parâmetros livres;
- Dados;
- Y1.



Referências:

- CAO, S., et al; Test of Parametrized Post-Newtonian Gravity with Galaxy-Scale Strong Lensing Systems. The Astrophysical Journal, v. 835, n. 1 (2017).
- SCHWAB, J., BOLTON, A.S., RAPPAPORT, S.A. Galaxy-Scale Strong Lensing Tests of Gravity and Geometric Cosmology: Constraints and Systematic Limitations. The Astrophysical Journal, v. 708, n. 1 (2015).
- Introduction to Iminuit:
https://indico.cern.ch/event/833895/contributions/3577808/attachments/1927550/3191336/iminuit_intro.html .



Obrigada!