ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

LỀU ANH TUẤN

DẠY HỌC GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

Hà Nội – 2016

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

LỀU ANH TUẤN

DẠY HỌC GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

CHUYÊN NGÀNH: LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC (BỘ MÔN TOÁN)
Mã số: 60 14 01 11

Người hướng dẫn khoa học: TS. NGUYỄN ĐỨC HUY

Hà Nội – 2016

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên trong luận văn này, tác giả xin trân trọng cảm ơn các thầy, cô giáo của Trường Đại học Giáo dục – Đại học Quốc gia Hà Nội đã nhiệt tình giảng dạy, hết lòng giúp đỡ tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Đặc biệt, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy Nguyễn Đức Huy - người đã trực tiếp hướng dẫn và tận tình chỉ bảo tác giả trong suốt quá trình nghiên cứu, thực hiện đề tài này.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, các thầy cô giáo và các em học sinh Trường THPT Nguyễn Trãi - Vũ Thư - Thái Bình đã tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong quá trình thực nghiệm sư phạm, góp phần hoàn thiện luận văn.

Cùng với đó là sự quan tâm, giúp đỡ của bạn bè, đồng nghiệp, của các bạn trong lớp Cao học Lý luận và phương pháp dạy học môn Toán K10 Trường Đại học Giáo dục – Đại học Quốc gia Hà Nội. Đặc biệt, gia đình là nguồn động viên cổ vũ to lớn đã tiếp thêm sức mạnh cho tác giả trong suốt những năm học tập và thực hiện đề tài.

Mặc dù có nhiều cố gắng, tuy nhiên luận văn vẫn không tránh khỏi những sai sót. Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô và bạn bè để luận văn thêm hoàn thiện.

Hà Nội, tháng 10 năm 2016

Tác giả

Lều Anh Tuấn

DANH MỤC VIẾT TẮT TRONG LUẬN VĂN

BPT	Bất phương trình
Bộ GD&ĐT	Bộ Giáo dục và Đào tạo
ĐK	Điều kiện
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
Lớp TN	Lớp Thực nghiệm
Lớp ĐC	Lớp Đối chứng
NXB	Nhà xuất bản
PPDH	Phương pháp dạy học
PT	Phương trình
SGK	Sách giáo khoa
SBT	Sách bài tập
TXĐ	Tập xác định
Tr	Trang
THPT	Trung học phổ thông
VD	Ví dụ

MỤC LỤC

Lời cảm ơn i
Danh mục các từ viết tắt trong luận văn ii
Mục lục iii
Danh mục các bảng, biểu đồ vi
MỞ ĐẦU 1
Chương 1: CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN 6
1.1. Hoạt động dạy học và định hướng đổi mới hoạt động dạy học ở trường THPT hiện nay 6
1.1.1. Hoạt động dạy học 6
1.1.2. Vai trò của hoạt động dạy học nói chung và vai trò của dạy học giải phương trình – bất phương trình 7
1.1.2.1. Vai trò của hoạt động dạy học 7
1.1.2.2. Vai trò của dạy học giải phương trình – bất phương trình 9
1.1.3. Định hướng đổi mới hoạt động dạy học ở trường THPT hiện nay 10
1.2. Học sinh với năng lực toán học ở mức khá giỏi 12
1.2.1. Năng lực toán học 14
1.2.1.1. Khái niệm năng lực 14
1.2.1.2. Khái niệm năng lực toán học 14
1.2.1.3. Cấu trúc của năng lực toán học 15
1.2.1.4. Các yếu tố ảnh hưởng đến sự hình thành và phát triển năng lực toán học 15
1.2.1.5. Các mức độ của năng lực toán học 16
1.2.2. Sự khác biệt về năng lực toán học của các loại học sinh 17
1.2.3. Đặc điểm của học sinh có năng lực toán học khá giỏi 17
1.2.3.1. Về tư duy 17
1.2.3.2. Về năng lực, phương pháp học tập 18
1.2.3.3. Về đặc điểm tâm lý 19

1.2.3.4. Về kết quả học tập 19
1.3. Điều tra thực trạng 19
1.3.1. Thực trạng về việc dạy học Toán ở trường THPT 19
1.3.2. Thực trạng việc dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi THPT 21
1.3.3. Thực trạng việc dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số tại trường THPT Nguyễn Trãi - Vũ Thư - Thái Bình... 24
1.3.3.1. Thực trạng về dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số 25
1.3.3.2. Thực trạng về phía giáo viên trong trường 25
1.3.3.1. Thực trạng về phía học sinh trong trường 26
1.4. Kết luận chương 1 27
Chương 2: BIỆN PHÁP DẠY HỌC GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ Ở TRƯỜNG THPT 28
2.1. Phương pháp hàm số giải phương trình và bất phương trình 28
2.1.1. Phương pháp hàm số giải phương trình 28
2.1.1.1. Kiến thức cơ sở 28
2.1.1.2. Ví dụ minh họa 29
2.1.2. Phương pháp hàm số giải bất phương trình 36
2.1.2.1. Kiến thức cơ sở 36
2.1.2.2. Ví dụ minh họa 36
2.1.3. Phương pháp hàm số giải phương trình và bất phương trình có tham số38
2.1.3.1. Kiến thức cơ sở 38
2.1.3.2. Ví dụ minh họa 38
2.2. Các biện pháp dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số ở trường THPT 43

2.2.1. Biện pháp 1: Khai thác triệt để mọi khả năng gợi động cơ, giải quyết vấn đề từ các bài toán giải phương trình và bất phương trình trong thực tế.....43
2.2.2. Biện pháp 2: Tăng cường hoạt động củng cố theo hướng khai thác các bài toán giải phương trình và bất phương trình trong thực tế dạy học.....46
2.2.3. Biện pháp 3: Tăng cường các hoạt động thực hành, qua đó rèn luyện các kĩ năng Toán học gần gũi với thực tiễn 48
2.2.4. Biện pháp 4: Tích cực hoá tư duy học sinh trong quá trình phát hiện và giải quyết vấn đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số.. 49
2.2.5. Biện pháp 5: Đưa vào các bài toán hay và khó nhằm kiểm tra, đánh giá năng lực vận dụng các kiến thức đã học.....52
2.2.5.1. Hệ thống bài tập 52
2.2.5.2. Một số gợi ý về phương pháp dạy học sử dụng Hệ thống bài tập đã được xây dựng 59
2.2.6. Biện pháp 6: Chú ý khai thác các ứng dụng của hàm số vào các bài toán thuộc bộ môn khác gần với thực tế như Vật lí, Hóa học, Sinh học.....61
2.3. Kết luận chương 2 67
Chương 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM 69
3.1. Mục đích, nhiệm vụ, phương pháp thực nghiệm sư phạm 69
3.1.1. Mục đích 69
3.1.2. Nhiệm vụ 69
3.1.3. Phương pháp 69
3.2. Tổ chức và nội dung thực nghiệm sư phạm 70
3.2.1. Tổ chức thực nghiệm.....70
3.2.2. Nội dung thực nghiệm.....70
3.2.2.1. Các giáo án thực nghiệm.....70
3.2.2.2. Bài kiểm tra đánh giá.....80
3.3. Đánh giá các kết quả thực nghiệm 80

3.3.1. Đánh giá định tính 80
3.3.2. Đánh giá định lượng 82
3.3.3. Kết luận chung thực nghiệm sư phạm 84
3.4. Kết luận chương 3 84
KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ 85
TÀI LIỆU THAM KHẢO 86
PHỤ LỤC 88

DANH MỤC CÁC BẢNG, BIỂU ĐỒ

Bảng 3.1. Bảng phân phối thực nghiệm tần số, tần suất 78
Biểu đồ 3.1. Biểu đồ tần số so sánh điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC 78
Biểu đồ 3.2. Biểu đồ tần suất điểm kiểm tra của lớp TN (%) 78
Biểu đồ 3.3. Biểu đồ tần suất điểm kiểm tra của lớp ĐC (%) 79

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Toán học có liên quan mật thiết với thực tiễn và có ứng dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học, công nghệ cũng như trong sản xuất và đời sống. Với vai trò đặc biệt, Toán học trở nên thiết yếu đối với mọi ngành khoa học, góp phần làm cho đời sống xã hội ngày càng hiện đại, văn minh hơn. Bởi vậy, việc phát triển trí tuệ cho học sinh, giúp học sinh nắm vững tri thức, phát triển tư duy, hình thành kỹ năng, kỹ xảo và ứng dụng Toán học vào thực tiễn là điều cần thiết đối với sự phát triển của xã hội và phù hợp với mục tiêu của giáo dục Toán học.

Để theo kịp sự phát triển mạnh mẽ của khoa học và công nghệ, chúng ta cần phải đào tạo những con người lao động có hiểu biết, có kỹ năng và ý thức vận dụng những thành tựu của Toán học trong điều kiện cụ thể nhằm mang lại những kết quả thiết thực. Vì thế, việc dạy học Toán ở trường phổ thông phải luôn gắn bó mật thiết với thực tiễn, nhằm rèn luyện cho HS kỹ năng và giáo dục họ ý thức sẵn sàng ứng dụng Toán học một cách có hiệu quả trong các lĩnh vực kinh tế, sản xuất, xây dựng và bảo vệ Tổ quốc – như trong Nghị quyết TW4 (Khóa VII) đã nhấn mạnh: "Đào tạo những con người lao động tự chủ, năng động và sáng tạo, có năng lực giải quyết các vấn đề do thực tiễn đặt ra, tự lo được việc làm, lập nghiệp và thăng tiến trong cuộc sống, qua đó góp phần xây dựng đất nước giàu mạnh, xã hội công bằng, dân chủ, văn minh".

Với vị trí đặc biệt của môn Toán là môn học công cụ, cung cấp kiến thức, kỹ năng, phương pháp, góp phần xây dựng nền tảng văn hóa phổ thông của con người lao động mới làm chủ tập thể, việc thực hiện nguyên lí giáo dục "Học đi đôi với hành, giáo dục kết hợp với lao động sản xuất, nhà trường gắn liền với xã hội" cần phải quán triệt trong mọi trường hợp để hình thành mối liên hệ qua lại giữa kỹ thuật, lao động sản xuất, cuộc sống và Toán học.

Trong thực tiễn dạy học, bài tập toán được sử dụng với nhiều chức năng khác nhau. Mỗi bài tập có thể dùng để tạo tiền đề xuất phát, để gợi động cơ, để làm việc với nội dung mới, để củng cố hoặc kiểm tra... Giải toán giúp cho HS hình thành được thế giới quan duy vật biện chứng, gây hứng thú học tập, say mê tìm tòi sáng tạo.

Theo nhà giáo nhân dân, GS. Nguyễn Cảnh Toàn "Dạy toán là dạy kiến thức, kỹ năng, tư duy và tính cách" vì nếu ta biết vận dụng những thành tựu của Toán học trong điều kiện cụ thể thì ta sẽ mang lại những kết quả thiết thực. Do vậy mà việc dạy học môn Toán ở trường phổ thông là rất quan trọng.

Trong chương trình học ở trường phổ thông tôi thấy, giải PT – BPT là một nội dung rất quan trọng và chiếm một khối lượng lớn kiến thức, cũng như thời gian học. PT – BPT trong các kì thi tuyển sinh vào lớp 10, tuyển sinh Đại học, Cao đẳng, chọn Học sinh giỏi tỉnh, Học sinh giỏi Quốc gia, Học sinh giỏi khu vực và Quốc tế, có thể coi là "điểm nóng", thường trở thành đề tài giành được nhiều lời giải nhất và được thảo luận nhiều nhất trên các diễn đàn cũng như các tạp chí về Toán học.

Các tài liệu viết về PT – BPT hiện nay rất nhiều, tuy nhiên một số chuyên đề viết riêng về việc sử dụng phương pháp hàm số để giải PT – BPT có tính hệ thống và tính phân loại cũng như tính xác thực phù hợp cho việc giảng dạy, bồi dưỡng học sinh giỏi và ôn luyện cho học sinh thi Đại học và Cao đẳng là rất cần thiết. Thông qua cách giải bằng phương pháp hàm số, học sinh thấy được sự liên kết mật thiết giữa hàm số và PT – BPT, thấy được sự tác động qua lại giữa chúng, bổ sung hỗ trợ cho nhau và cho ta thấy được mối quan hệ chặt chẽ giữa đại số và giải tích. Hơn nữa, việc sử dụng phương pháp hàm số giải PT – BPT nhiều lúc tỏ ra khá hiệu quả. Do đó, việc sử dụng phương pháp hàm số để giải các bài toán về PT – BPT là điều cần thiết và bổ ích đối với học sinh, giúp học sinh phát triển khả năng tổng hợp, rèn luyện tư duy linh hoạt, sáng tạo…

Vì những lý do trên, chúng tôi chọn đề tài nghiên cứu ***"Dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi trung học phổ thông"*.**

2. Mục tiêu nghiên cứu

- Nghiên cứu cơ sở lý luận và thực tiễn của vấn đề dạy học để rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức Toán học để giải quyết một số bài toán có nội dung thực tiễn.

- Xây dựng bài giảng và hệ thống các bài tập giải phương trình, bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi THPT.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Thứ nhất: Nghiên cứu và tìm hiểu về vai trò của việc dạy học giải toán PT, BPT bằng phương pháp hàm số ở trường THPT.

Thứ hai: Xây dựng và tổ chức các hoạt động với các bài giảng, bài toán gắn với đời sống thực của phương pháp hàm số trong dạy học toán ở trường phổ thông.

Thứ ba: Tổ chức thử nghiệm sư phạm để kiểm nghiệm tính khả thi và tính hiệu quả của việc dạy học giải toán PT, BPT bằng phương pháp hàm số ở trường THPT.

4. Khách thể, đối tượng và phạm vi nghiên cứu

4.1. Khách thể nghiên cứu: Học sinh lớp 12 ban nâng cao gồm đa số học sinh khá, giỏi môn Toán.

4.2. Đối tượng nghiên cứu: Quá trình dạy học chuyên đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số.

4.3. Phạm vi nghiên cứu:

- *Phạm vi về nội dung:* Chuyên đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số.

- *Phạm vi về đối tượng:* Đối tượng thực nghiệm sư phạm là học sinh lớp 12 ban nâng cao của trường THPT Nguyễn Trãi - Vũ Thư - Thái Bình

- *Phạm vi về thời gian:*

+ Thời gian tiến hành nghiên cứu đề tài từ tháng 11/2015.

+ Thời gian thực nghiệm sư phạm tháng 04/2016.

5. Vấn đề nghiên cứu

Dạy học giải phương trình và bất phương trình cho học sinh khá giỏi trung học phổ thông bằng phương pháp hàm số.

6. Giả thuyết nghiên cứu

Nếu dạy học giải toán phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số ở trường THPT một cách hợp lý thì sẽ góp phần nâng cao khả năng giải toán phương trình – bất phương trình cho HS THPT. Qua đó HS sẽ hứng thú học tập hơn, góp phần nâng cao chất lượng học tập môn toán ở trường THPT.

7. Phương pháp nghiên cứu

- *Phương pháp lí luận:* Nghiên cứu lí luận về rèn luyện kĩ năng giải PT, BPT bằng phương pháp hàm số.

- *Phương pháp điều tra, quan sát:*

+ Quan sát tiến trình dạy học, thái độ học tập của học sinh trong các giờ học.

+ Sử dụng phiếu điều tra về tình hình dạy và học giải PT, BPT bằng phương pháp hàm số để thấy được vướng mắc và khó khăn của HS khi học nội dung này.

+ Dự giờ trao đổi kinh nghiệm với các giáo viên môn Toán trường THPT.

- *Phương pháp thống kê toán học:* Sử dụng các phương pháp thống kê toán học trong việc xử lý kết quả thực nghiệm.

- *Phương pháp thực nghiệm sư phạm:* Thử nghiệm dạy học một số nội dung hướng dẫn HS giải bài toán về PT và BPT bằng phương pháp hàm số để bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của việc nghiên cứu.

8. Đóng góp luận văn

- Thực trạng dạy học môn toán giải PT – BPT cho học sinh khá giỏi trung học phổ thông bằng phương pháp hàm số.

- Đề xuất một số biện pháp dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số nhằm giúp HS phát triển năng lực trong giải toán PT – BPT.

- Kết quả của đề tài có thể làm tài liệu hữu ích cho đồng nghiệp và sinh viên khoa toán, học sinh khá giỏi trung học phổ thông.

9. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần Mở đầu, Kết luận và khuyến nghị, Tài liệu tham khảo, nội dung chính của luận văn được trình bày trong 3 chương:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Biện pháp dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số ở trường THPT.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Hoạt động dạy học và định hướng đổi mới hoạt động dạy học ở trường THPT hiện nay

1.1.1. Hoạt động dạy học

Theo [24, tr10]: "Dạy học là hoạt động đặc trưng nhất, chủ yếu nhất của nhà trường, diễn ra theo một quá trình nhất định từ t_0 đến t_n gọi là quá trình dạy học. Đó là một quá trình xã hội bao gồm và gắn liền với hoạt động dạy và hoạt động học trong đó học sinh tự giác, tích cực, chủ động, tự tổ chức, tự điều khiển và điều chỉnh hoạt động nhận thức của mình dưới sự điều khiển chỉ đạo, tổ chức, hướng dẫn của giáo viên nhằm thực hiện mục tiêu, nhiệm vụ dạy học".

Như vậy, hoạt động dạy học là chuỗi liên tiếp các hoạt động dạy, hoạt động học của người dạy và người học đan xen và tương tác với nhau trong khoảng không gian và thời gian nhất định, nhằm thực hiện các nhiệm vụ dạy học.

❖ Các dấu hiệu của hoạt động dạy học:

- Dạy học là một dạng hoạt động đặc thù của xã hội, nhằm truyền thụ và lĩnh hội kinh nghiệm xã hội, trên cơ sở đó hình thành và phát triển nhân cách của con người. Đó là sự vận động của một hoạt động kép, trong đó diễn ra hai hoạt động có chức năng khác nhau, đan xen và tương tác lẫn nhau trong khoảng không gian và thời gian nhất định: hoạt động dạy và hoạt động học.

- Hoạt động học, chủ thể là người học, hướng vào đối tượng học, tiếp nhận và chuyển hóa nó, biến thành của riêng, qua đó phát triển chính bản thân mình.

- Hoạt động dạy, chủ thể là người dạy, hướng vào đối tượng dạy, làm cho nó trở thành đối tượng của sự điều khiển của mình. Vai trò và tính chất của hoạt động dạy cũng như vị thế của người dạy tùy thuộc vào việc hoạt động dạy có đối tượng là gì.

- Hoạt động dạy và hoạt động học đều phải được tiến hành trên bản thể của quá trình dạy học là nội dung dạy học (NDDH). NDDH là yếu tố khách quan, quyết định tiến trình và phương pháp của hoạt động dạy và hoạt động học.

- Kết quả của hoạt động dạy học là làm biến đổi ở người học những đặc tính nào đó đã được xác định từ trước và tương tác và tương ứng với NDDH. Nói cách khác, phải thực hiện được mục tiêu dạy học của chính quá trình dạy học đó.

- Một hoạt động dạy học bất kì bao giờ cũng phải được tiến hành trong khoảng không gian, thời gian nhất định (một tiết dạy, một bài, một khóa đào tạo bồi dưỡng,…) và chịu sự chế ước bởi các điều kiện kinh tế - xã hội – văn hóa nhất định. Nói cách khác, hoạt động dạy học phải là một quá trình học tập có kiểm soát và điều khiển được.

Tóm lại hoạt động dạy học hình thành và phát triển nhân cách của người học. Đó là sự vận động của một hoạt động kép dạy và học đan xen và tương tác lẫn nhau trong khoảng không gian và thời gian nhất định. Kết quả của hoạt động dạy học là làm biến đổi ở người học những đặc tính nào đó đã được xác định từ trước.

1.1.2. Vai trò của hoạt động dạy học nói chung và vai trò của dạy học giải phương trình – bất phương trình

1.1.2.1. Vai trò của hoạt động dạy học

Ngày nay, khái niệm về một quốc gia giàu mạnh được dùng để chỉ các quốc gia có nền kinh tế vững mạnh, nền khoa học công nghệ phát triển, chính trị bền vững và trình độ dân trí cao. Một quốc gia có trình độ dân trí cao là quốc gia mà trong đó đời sống vật chất, tinh thần của nhân dân đạt tới trình độ dân trí cao, thể hiện trong đời sống chính trị, lối sống văn hóa, đạo đức và truyền thống xã hội, trong ý thức và hành vi của mỗi cá nhân đối với các mối quan hệ xã hội và đối với tổ quốc. Một quốc gia giàu mạnh là một quốc gia có trình độ dân trí cao với một nền giáo dục mạnh, thỏa mãn được nhu cầu học tập của mỗi người dân.

Từ xưa đến nay, giáo dục luôn gắn với sự phát triển xã hội loài người, định hướng và dẫn dắt sự phát triển của mỗi thế hệ con người. Giáo dục thực hiện sứ mệnh lịch sử là chuyển giao nền văn hóa của thế hệ này cho thế hệ kia. Giáo dục là phương thức đặc trưng cơ bản để bảo tồn và phát triển văn hóa nhân loại. Thông qua giáo dục, hệ tư tưởng giai cấp, lối sống xã hội được truyền bá tới mọi người trong cùng một thế hệ và giữa các thế hệ nối tiếp nhau.

Hoạt động dạy học là một bộ phận của quá trình sư phạm tổng thể, và là một trong những con đường để thực hiện mục đích giáo dục. Hoạt động dạy học được tổ chức trong nhà trường, bằng phương pháp sư phạm đặc biệt nhằm trang bị cho học sinh hệ thống kiến thức khoa học và hình thành hệ thống kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn.

Hoạt động dạy học là toàn bộ các hoạt động của thầy và trò dưới vai trò chủ đạo của thầy mà học sinh tích cực, độc lập, chủ động và sáng tạo lĩnh hội kiến thức nhằm đạt được mục tiêu dạy học. Hoạt động dạy học có vai trò *giúp người học lĩnh hội một hệ thống kiến thức; phát triển trí tuệ cho người học; hình thành các giá trị sống và các phẩm chất nhân cách của người học.*

- Dạy học là con đường thuận lợi nhất, với khoảng thời gian ngắn nhất cho học sinh có thể nắm được một khối lượng tri thức cần thiết.

✓ *Là con đường thuận lợi nhất* vì: Hoạt động dạy học được tiến hành có tổ chức (lớp, trường), có kế hoạch (năm học, kì học, tiết học) với nội dung dạy học bao gồm những tri thức phổ thông, cơ bản, hiện đại và hệ thống những kĩ năng, kĩ xảo tương ứng, với những hình thức tổ chức dạy học đa dạng, với sự điều khiển linh hoạt của giáo viên. Nói một cách khác, trong quá trình dạy học đã diễn ra sự gia công sư phạm trên cơ sở tính đến những đặc điểm của khoa học, những đặc điểm tâm sinh lí của học sinh và đặc biệt là tính đặc thù của quá trình dạy học (học sinh lĩnh hội những tri thức khoa học mà loài người đã phát hiện một cách sáng tạo, không phải là sự phát minh những chân lí khoa học mới).

- ✓ *Quá trình dạy học diễn ra trong khoảng thời gian ngắn nhất* vì: trong quá trình dạy học hoạt động nhận thức của học sinh được thực hiện trong điều kiện thuận lợi và không có tình huống thử, sai; do vậy học sinh nắm được hệ thống những chân lí khoa học một cách dễ dàng, nhanh chóng. Những chân lí khoa học này được phát minh nhờ các thế hệ các nhà khoa học và trải qua nhiều thế kỉ.

- Dạy học là con đường quan trọng bậc nhất giúp học sinh phát triển một cách có hệ thống năng lực hoạt động trí tuệ, đặc biệt là năng lực tư duy sáng tạo.

- ✓ Dạy học là con đường quan trọng bậc nhất vì: với sự gia công sư phạm trong quá trình dạy học, mà nhờ đó học sinh nắm được một cách nhanh chóng và có hiệu quả hệ thống những tri thức khoa học cần thiết.
- ✓ Hệ thống những tri thức này được học sinh nắm vững trên cơ sở tiến hành những thao tác hoạt động trí tuệ, đặc biệt là thao tác tư duy. Ngược lại, các thao tác trí tuệ này thông qua việc nắm tri thức khoa học lại được phát triển và hoàn thiện thêm một bước.

- Dạy học là con đường chủ yếu giáo dục cho học sinh thế giới quan, nhân sinh quan và những phẩm chất đạo đức cho học sinh. Vì thông qua dạy học, học sinh có thể nhanh chóng nắm vững có hiệu quả hệ thống những tri thức khoa học cần thiết, những tri thức này giúp học sinh dần dần nắm được bản chất của thế giới quan, của tự nhiên, xã hội, rút ra những quy luật vận động và phát triển của chúng, trên cơ sở đó vận dụng nó vào cải tạo tự nhiên, xã hội, bản thân, nói cách khác đi tức là học sinh sẽ dần dần hình thành được thế giới quan và nhân sinh quan.

1.1.2.2. Vai trò của dạy học giải phương trình – bất phương trình

PT – BPT là mảng kiến thức rất quan trọng trong nhiều ngành khoa học đặc biệt là trong Toán học. Theo Ăngghen "Toán học nghiên cứu những mối quan hệ số lượng và hình dạng của không gian thế giới khách quan. Quan hệ bằng nhau giữa các đại lượng là một quan hệ số lượng rất cơ bản". "Quan hệ số

lượng" được hiểu theo một nghĩa rất tổng quát và trừu tượng. Chúng không những chỉ ra quan hệ logic "bằng nhau", "≥", "≤", ">", "<", trên tập hợp số mà được hiểu như những phép toán trên tập hợp có các phần tử là những đối tượng loại tùy ý: Mệnh đề, phép biến hình…

Những kiến thức về PT – BPT đã được nhiều nhà toán học nghiên cứu và đã được phát triển thành lý thuyết đại số cổ điển. Không những thế lý thuyết PT – BPT còn giữ vai trò quan trọng trong nhiều bộ môn khác của Toán học.

Trong nhiều lĩnh vực nghiên cứu thì PT – BPT giữ một vị trí quan trọng. Nhưng trong chương trình Toán học ở nhà trường phổ thông thì PT – BPT cũng chiếm vị trí hết sức đặc biệt. Vì đây là nội dung cơ bản của Toán học, nhưng cũng rất phong phú và đa dạng với nhiều phương pháp khác nhau.

Các bài toán PT – BPT là khá phổ biến và thường xuất hiện trong các đề tuyển sinh vào lớp 10 THPT hay tuyển sinh Đại học, Cao đẳng, và các đề thi HS giỏi, đề thi Olympic Toán quốc tế. Do đó, các bài toán PT – BPT là các bài toán quan trọng và khó khăn với các em học sinh, có thể coi là điểm nóng trong kiến thức toán phổ thông.

Giải toán PT – BPT bằng phương pháp hàm số có tính phân loại cũng như tính sát thực phù hợp cho việc giảng dạy, bồi dưỡng HS giỏi và HS ôn thi Đại học. Vì vậy, dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi trung học phổ thông là rất cần thiết.

1.1.3. Định hướng đổi mới hoạt động dạy học ở trường THPT hiện nay

Thế giới ngày nay đang thay đổi một cách nhanh chóng cả về khoa học, công nghệ và truyền thông. Để đáp ứng được những thay đổi đó thì mục tiêu giáo dục cũng cần được đổi mới. Đó là phải đào tạo ra những con người mới, những con người năng động, sáng tạo và đáp ứng được yêu cầu mới của xã hội. Trước nhu cầu đó, đáng tiếc là trong tình hình hiện nay, PPDH ở nước ta ở một số nơi vẫn còn có một số những nhược điểm như:

- Thầy thuyết trình tràn lan;

- Kiến thức được truyền thụ dưới dạng có sẵn, ít yếu tố tìm tòi, phát hiện;

- Thầy áp đặt, trò thụ động;

- Thiên về dạy, yếu về học, thiếu hoạt động tự giác, tích cực và sáng tạo của người học;

- Không kiểm soát được việc học.

Mâu thuẫn giữa mục tiêu đào tạo con người xây dựng xã hội công nghiệp hoá, hiện đại hoá với thực trạng lạc hậu của PPDH đã làm nảy sinh và thúc đẩy một cuộc vận động đổi mới PPDH ở tất cả các cấp học.

Những định hướng đổi mới phương pháp giảng dạy ở các môn học ở bậc Trung học phổ thông được đề cập trong các Nghị quyết TW 4 khóa VII (tháng 1 năm 1993), Nghị quyết TW 2 khóa VIII (tháng 12 năm 1996), trong Luật giáo dục (tháng 12 năm 1998) và trong các chỉ thị, quyết định của Bộ GD&ĐT. Theo nghị quyết này, tinh thần cơ bản của việc đổi mới phương pháp giảng dạy là : "*Phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của học sinh. Bồi dưỡng phương pháp tự học, tự rèn luyện, kĩ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn và tạo hứng thú học tập cho học sinh*". Điểm cốt lõi của việc đổi mới phương pháp giảng dạy ở trường THPT là tạo cho học sinh thói quen học tập chủ động, chống lại lề thói học tập thụ động trước đây. Định hướng cho việc đổi mới PPDH có tinh thần cơ bản là: " *PPDH cần tạo cơ hội cho người học học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo*". Theo định hướng trên thì phương pháp giáo dục hiện đại phải thể hiện một số đặc trưng sau:

- Người học là chủ thể hoạt động học tập tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo.
- Người học được khuyến khích hoạt động học tập độc lập hoặc hợp tác.
- Tri thức được cài đặt trong những tình huống có dụng ý sư phạm.
- Dạy việc học, dạy tự học thông qua toàn bộ quá trình dạy học.

- Tự tạo và khai thác những phương tiện dạy học để tiếp nối và gia tăng sức mạnh của con người.

- Tạo niềm lạc quan học tập dựa trên lao động và thành quả của bản thân người học.

- Xác định vai trò mới của người thầy với tư cách người thiết kế, uỷ thác, điều khiển và thể thức hoá.

Theo định hướng trên, người giáo viên không chỉ đơn giản là người cung cấp kiến thức cho học sinh mà là người thiết kế, tổ chức, hướng dẫn hoạt động cho học sinh; Còn học sinh là chủ thể các hoạt động học tập một cách tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo, và qua các hoạt động đó học sinh tiếp thu được tri thức.

Xuất phát từ những yêu cầu của xã hội, từ những định hướng đổi mới PPDH và từ bản chất của quá trình học tập buộc chúng ta phải đổi mới PPDH theo hướng bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh.

Môn Toán có vai trò quan trọng trong việc thực hiện các mục tiêu giáo dục phổ thông. Môn Toán góp phần hình thành và phát triển nhân cách. Song song với việc tiếp thu tri thức và rèn luyện kĩ năng toán học, môn Toán còn góp phần phát triển các năng lực trí tuệ chung, rèn luyện một số đức tính và phẩm chất cần thiết cho người lao động như: tính chính xác, khoa học, kỉ luật, phê phán, sáng tạo,…Ngoài ra, môn Toán còn là công cụ giúp học sinh học tập các môn khác trong nhà trường phổ thông, tạo cơ sở để học sinh học tiếp Đại học, Cao đẳng và Trung cấp chuyên nghiệp, học nghề hoặc đi vào cuộc sống lao động.

Mục tiêu dạy học không chỉ ở những kết quả cụ thể của quá trình học tập, ở tri thức và kĩ năng bộ môn mà điều quan trọng hơn là ở bản thân việc học, ở khả năng đảm nhiệm và tổ chức, thực hiện những quy trình học tập một cách có hiệu quả. Như vậy, để học tập có hiệu quả thì hiểu lí thuyết thôi chưa đủ, người học cần vận dụng lí thuyết vào thực hành mà trước hết là vận dụng lí thuyết vào giải toán. Việc hướng dẫn học sinh tìm lời giải bài toán không chỉ đơn thuần là

dạy giải một bài toán cụ thể, mà quan trọng là thông qua bài toán đó giáo viên dạy cho học sinh cách suy nghĩ, tìm tòi để có được lời giải đó. Và người giáo viên giỏi là người khơi gợi được sự sáng tạo của học sinh đó là: dạy cho học sinh biết nhìn bài toán theo một khía cạnh mới, dưới nhiều góc độ khác nhau, biết nhiều cách giải khác nhau từ đó tìm ra cách giải phù hợp nhất; biết đặt ra giả thuyết khi phải lí giải một vấn đề, biết đề xuất nhiều giải pháp khác nhau khi xử lí một tình huống, không bằng lòng với lời giải đã có, không áp dụng một cách máy móc những phương pháp, quy tắc đã biết vào tình huống mới kể cả trong giải bài tập toán, lẫn trong thực tiễn.

Do đó, nhiệm vụ của người giáo viên là mở rộng trí tuệ, hình thành năng lực, kỹ năng cho học sinh chứ không phải chỉ là làm đầy trí tuệ của các em bằng cách truyền thụ các tri thức đã có. Việc mở rộng trí tuệ đòi hỏi giáo viên phải biết cách dạy cho học sinh tự suy nghĩ, phát huy hết khả năng, năng lực của bản than mình để giải quyết vấn đề mà học sinh gặp phải trong quá trình học tập và cuộc sống. Hơn thế nữa, trong thời đại bùng nổ công nghệ thông tin theo hướng ngày càng hiện đại hóa, con người ngày càng sử dụng nhiều phương tiện khoa học kĩ thuật hiện đại thì năng lực suy luận, tư duy và sáng tạo giải quyết vấn đề càng trở nên khẩn thiết hơn trước đây. Không có một nhà giáo dục nào lại từ chối việc dạy cho chúng ta tư duy. Nhưng làm thế nào để đạt được điều đó? Vì vậy, rèn luyện và phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh là một mục tiêu mà các nhà giáo dục phải lưu tâm và hướng đến. Bên cạnh đó, thực tiễn còn cho thấy trong quá trình học Toán, rất nhiều học sinh còn bộc lộ những yếu kém, hạn chế về năng lực tư duy sang tạo: Nhìn các đối tượng toán học một cách rời rạc, chưa thấy được mối liên hệ giữa các yếu tố toán học, không linh hoạt trong điều chỉnh hướng suy nghĩ khi gặp trở ngại, quen với kiểu suy nghĩ rập khuôn, áp dụng một cách máy móc những kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã chứa đựng những yếu tố thay đổi, học sinh chưa có tính độc đáo khi tìm lời giải bài toán. Từ đó dẫn đến một hệ quả là nhiều học sinh gặp khó khăn khi giải toán,

đặc biệt là các bài toán đòi hỏi phải có sáng tạo trong lời giải như các bài tập về PT – BPT. Do vậy việc rèn luyện và phát triển năng lực tư duy cho học sinh nói chung và năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh phổ thông qua dạy học toán nói riêng là một yêu cầu cấp bách.

1.2. Học sinh với năng lực toán học ở mức khá giỏi

1.2.1. Năng lực toán học

1.2.1.1. Khái niệm năng lực

Theo [25, tr 41]: "*Năng lực là đặc điểm của cá nhân thể hiện thể hiện mức độ thông thạo, tức là có thể thực hiện một cách thành thục và chắc chắn một hay một số dạng hoạt động nào đó*".

❖ Các đặc trưng của năng lực:

- Cấu trúc của năng lực là tổ hợp nhiều kỹ năng thực hiện những hoạt động thành phần có quan hệ chặt chẽ với nhau. Đồng thời, năng lực còn liên quan đến khả năng phán đoán, nhận thức, hứng thú và tình cảm.
- Năng lực tồn tại và phát triển thông qua hoạt động. Nói đến năng lực là nói đến khả năng hoàn thành một hoạt động nào đó của cá nhân.
- Năng lực chỉ nảy sinh trong hoạt động giải quyết những yêu cầu mới mẻ và do đó nó gắn liền với tính sáng tạo tuy có khác nhau về mức độ.
- Năng lực có thể rèn luyện và phát triển được.
- Với các cá nhân khác nhau có năng lực khác nhau. Ở mỗi người có những loại năng lực khác nhau và hai người khác nhau thì có những năng lực khác nhau do tố chất ở họ khác nhau.

1.2.1.2. Khái niệm năng lực toán học

Năng lực toán học là tổ hợp các kỹ năng của cá nhân đảm bảo thực hiện các hoạt động toán học. Các kỹ năng của cá nhân vừa là sản phẩm của sinh lý (có sẵn) vừa là sản phẩm của tâm lý (do rèn luyện mà có). Các hoạt động toán học đó là các thao tác đặc trưng (phân tích, suy luận, lập luận, chứng minh,...) với các đối tượng, nội dung toán học.

Năng lực toán học phổ thông là khả năng nhận biết ý nghĩa, vai trò của kiến thức toán học trong cuộc sông; vận dụng và phát triển tư duy toán học để giải quyết các vấn đề của thực tiễn, đáp ứng nhu cầu đời sống hiện tại và tương lai một cách linh hoạt; là khả năng phân tích, suy luận, lập luận, khái quát hóa, trao đổi thông tin hiệu quả thông qua việc đặt ra, hình thành và giải quyết vấn đề toán học trong các tình huống, hoàn cảnh khác nhau.

1.2.1.3. Cấu trúc của năng lực toán học

Năng lực toán học của mỗi cá nhân được tổ hợp bởi 8 thành phần:

1. Tư duy và suy luận
2. Lập luận
3. Biểu đạt
4. Mô hình hóa
5. Đặt và giải quyết vấn đề
6. Biểu diễn
7. Sử dụng các kí hiệu, ngôn ngữ, phép toán
8. Sử dụng các phương tiện hỗ trợ

1.2.1.4. Các yếu tố ảnh hưởng đến sự hình thành và phát triển năng lực toán học

- *Yếu tố tự nhiên – sinh học:* Năng lực toán học của học sinh được di truyền từ cha mẹ mà chúng ta hay gọi là *năng khiếu toán*. Di truyền tạo ra những điều kiện ban đầu để học sinh có triển vọng phát triển năng lực toán tốt. Tuy nhiên, điều đó

chỉ tạo nên những tiền đề vật chất cho sự hình thành và phát triển năng lực toán sau này.

- *Yếu tố môi trường xã hội và giáo dục*: Môi trường góp phần tạo nên động cơ, mục đích, phương tiện, hành động của cá nhân, trong đó giáo dục đóng vai trò chủ đạo.

- *Yếu tố nội dung của toán học*: Chính trong bản thân môn toán học với nội dung có đặc tính trừu tượng, logic đã góp phần hình thành và phát triển các năng lực toán học cho học sinh. Việc học tập toán một cách có hệ thống, phương pháp phù hợp là điều kiện quan trọng để học sinh phát triển năng lực toán một cách bền vững.

- *Yếu tố hoạt động của học sinh*: Hoạt động của học sinh đóng vai trò quyết định trực tiếp đến sự hình thành và phát triển năng lực toán. Muốn hình thành và phát triển năng lực toán, học sinh cần phải được trực tiếp thao tác, hoạt động với các đối tượng, nội dung toán học một cách tích cực, say mê, cộng với ý chí, nghị lực và sự kiên trì để vượt qua các trở ngại, dần dần chiếm lĩnh các tri thức toán học...

1.2.1.5. Các mức độ của năng lực toán học

Đánh giá năng lực Toán học có thể chia ra làm 3 cấp độ, tương ứng 6 mức độ:

Cụm tái tạo

- ***Mức 1***: Nắm được các khái niệm cơ bản và các tính toán quen thuộc.
- ***Mức 2***: Hiểu được các quy trình quen thuộc và phương pháp quen thuộc.

Cụm liên kết

- ***Mức 3***: Dịch chuyển về các vấn đề không quá quen thuộc nhưng vẫn tiêu chuẩn và giải quyết được vấn đề.
- ***Mức 4***: Xác định được các phương pháp toán học không tiêu chuẩn.

Cụm phản ánh

- ***Mức 5***: Đặt và giải quyết vấn đề phức tạp.
- ***Mức 6***: Khái quát hóa.

1.2.2. Sự khác biệt về năng lực toán học của các loại học sinh

Dựa trên các thông tin thu thập được về từng học sinh, giáo viên có thể phân loại học sinh thành các nhóm đối tượng:

- Học sinh có năng lực toán học khá giỏi: Có khả năng nhận thức nhanh, có kiến thức, kỹ năng tư duy vượt trội hơn hẳn so với những học sinh khác; có khả năng tự học cao. Học sinh có năng lực toán học khá tương ứng với năng lực ở mức độ 3 và mức dộ 4. Học sinh có năng lực toán học giỏi tương ứng với năng lực ở mức độ 5 và mức độ 6.

- Học sinh có năng lực toán học trung bình: Có khả năng nhận thức được những kiến thức, kỹ năng cơ bản của môn toán; nhưng chưa phát huy được khả năng sáng tạo, năng lực của bản than với những yêu cầu cao về kiến thức, kỹ năng; có khả năng tự học. Học sinh có năng lực toán học trung bình tương ứng với năng lực ở mức độ 1 và mức độ 2.

- Học sinh có năng lực toán học yếu kém: Là những học sinh chưa đủ khả năng hoàn thành những yêu cầu có tính mắt xích của các giai đoạn trung gian trong quá trình học tập môn toán. Biểu hiện là sức học yếu kém và kết quả học tập thường xuyên không đạt chuẩn tối thiểu. Về bản chất, học sinh yếu kém chưa đủ khả năng hoàn thành độc lập toàn bộ các hành động học tập trong quy trình lĩnh hội khái niệm khoa học và do đó chưa nắm được bản chất khái niệm khoa học của môn toán. Sự tích lũy liên tục của tình trạng này khiến cho năng lực học tập của các em giảm sút và dần dần mất đi hứng thú học tập. Học sinh có năng lực toán học yếu kém có khả năng nhận thức, tư duy chậm; có nhiều "lỗ hổng" về kiến thức và kỹ năng cơ bản của môn học; khó khăn để hoàn thành nhiệm vụ môn học; năng lực tự học còn nhiều hạn chế.

1.2.3. Đặc điểm của học sinh có năng lực toán học khá giỏi

1.2.3.1. Về tư duy

Tư duy là quá trình tâm lí phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối liên hệ và quan hệ bên trong, có tính quy luật của sự vật hiện tượng.

Theo [17, tr16,27]: "Tư duy toán học được hiểu, thứ nhất là hình thức biểu lộ của tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức khoa học toán học hay quá trình áp dụng toán học vào các khoa học khác như kinh tế, kĩ thuật… Thứ hai, tư duy toán học có tính chất đặc thù được quy định bởi bản chất khoa học toán học, bởi sự áp dụng các phương pháp toán học để nhận thức các hiện tượng của thế giới hiện thực, cũng như bởi chính các phương thức chung của tư duy mà nó sử dụng".

"Nội dung của tư duy toán học là những tư tưởng phản ánh hình dạng không gian và những quan hệ về số lượng của thế gới hiện thực .Hình thức của tư duy toán học là khái niệm phán đoán, chứng minh, suy luận".

Đặc trưng tư duy của học sinh khá giỏi là tư duy trực quan; tư duy trìu tượng như phân tích, so sánh, logic và tư duy sáng tạo. Tóm lại, tư duy của học sinh khá giỏi thuộc tư duy nhận thức cao, đặc biệt là trong tư duy Toán học. Cụ thể:

- Học sinh nhớ các khái niệm cơ bản, có thể nêu lên hoặc nhận ra chúng khi được yêu cầu.

- Học sinh hiểu các khái niệm cơ bản và có thể vận dụng chúng, khi chúng được thể hiện theo cách tương tự như cách giáo viên đã giảng hoặc như các ví dụ tiêu biểu về chúng trên lớp học.

- Học sinh thuận lợi trong việc sử dụng các kiến thức về môn học – chủ đề để giải quyết các vấn đề mới, không giống với những điều đã được học, hoặc trình bày trong SGK. Đây là những vấn đề, nhiệm vụ giống với các tình huống mà học sinh sẽ gặp phải ngoài xã hội.

1.2.3.2. Về năng lực, phương pháp học tập

- Về năng lực thu nhận thông tin toán học: có khả năng tri giác, hình thức hóa tài liệu toán học, khả năng nắm được cấu trúc hình thức của bài toán.

- Về năng lực chế biến thông tin: có khả năng tư duy lôgic trong lĩnh vực các quan hệ số lượng, khả năng khái quát nhanh chóng và mở rộng các đối tượng

quan hệ giữa chúng, khả năng rút ngắn quá trình suy luận, tính linh hoạt và mềm dẻo của các quá trình tư duy, và khả năng nhanh chóng dễ dàng thay đổi phương hướng. Cụ thể: học sinh biết và sử dụng các ngôn ngữ, kí hiệu toán một cách khoa học, có khả năng diễn đạt lời giải bài toán một cách nhanh chóng, chính xác. Ngoài ra, học sinh còn có khả năng tìm những lời giải mới và xây dựng những bài toán mới theo hướng đặc biệt hóa, khái quát hóa và tương tự hóa.

- Về phương pháp học tập: ghi chép nhanh, khoa học, trình bày lời giải ngắn gọn.

- Về khả năng ôn luyện: đào sâu suy nghĩ và khả năng sáng tạo cao vì có phương pháp và khả năng tự học khá tốt.

1.2.3.3. Về đặc điểm tâm lý

- Có ý thức rõ rệt đối với việc học tập, say mê học tập, thái độ đối với môn học trở nên lựa chọn hơn, có hứng thú với môn học mà mình yêu thích.

- Trong lớp học thì tích cực hăng hái, phát biểu chính xác, khoa học các tình huống có vấn đề.

- Thường rất tự tin trong khi học và làm bài.

- Có ý thức trong học tập, động cơ và mục đích rất rõ ràng.

1.2.3.4. Về kết quả học tập

- Tiếp thu bài nhanh, có thể giải được các bài toán phức tạp và bằng nhiều cách khác nhau.

- Điểm số các bài kiểm tra (miệng, 15 phút, 1tiết, học kì, kiểm tra chất lượng,..) đạt kết quả cao.

1.3. Điều tra thực trạng

1.3.1. Thực trạng việc dạy học Toán ở trường THPT

Trong dạy học môn toán trước đây, cũng như dạy học các môn học khác. GV ít chú trọng đến việc dạy bằng cách tổ chức các tình huống có vấn đề đòi hỏi HS dự đoán, tìm tòi gây tranh luận, kích thích hứng thú trong học tập. Mà thường truyền thụ kiến thức theo kiểu một chiều, chủ yếu là thuyết trình, mang ý nghĩa

áp đặt nhiều hơn: "*thầy truyền đạt, học trò tiếp nhận, ghi nhớ"* hay *"thầy đọc, trò chép"*.

Về thực trạng này, GS.Hoàng Tụy phát biểu: " Ta còn chuộng cách dạy nhồi nhét, luyện tập trí nhớ, mẹo vặt để giải các bài toán oái oăm giả tạo, chẳng giúp gì mấy đến việc phát triển trí tuệ mà làm cho HS thêm xa rời thực tế, mệt mỏi và chán nản…"

Quan điểm đổi mới phương pháp dạy học bao gồm sự đổi mới trên các phương diện: Từ cách dạy, đến cách học, tiếp đến là cách tổ chức kiểm tra đánh giá. Cốt lõi của đổi mới dạy học là đổi mới cách dạy, cách học hướng tới việc học tập một cách tích cực, chủ động, HS có thể học tập mọi lúc, mọi nơi, học tập từ thực tiễn cuộc sống. Việc dạy chuyển từ dạy học lấy GV làm trung tâm sang dạy học lấy HS làm trung tâm, HS phải suy nghĩ nhiều hơn, hoạt động nhiều hơn, kiến thức được tiếp thu một cách "tự nhiên", trong quá trình học, HS có thể tự khám phá ra tri thức, hoặc có thể tự chứng minh được những định lí, mệnh đề từ những bài toán thực tế.

Chính vì vậy, trong chương trình đổi mới SGK hiện nay, theo hướng tiếp cận năng lực, đối với môn toán cũng được giảm tải nhiều. HS học tập một cách chủ động hơn, hay nói cách khác học được cách tự học. Với định hướng đổi mới như vậy, dễ dẫn đến việc ngộ nhận về sự giảm sút vai trò của người thầy, thực tế không phải là như vậy, theo Nguyễn Bá Kim "vai trò trách nhiệm của thầy bây giờ quan trọng hơn, nặng nề hơn, nhưng tế nhị hơn: Người thầy với vai trò lập kế hoạch, chuẩn bị quá trình dạy học về mặt mục tiêu, nội dung, phương pháp, phương tiện và hình thức tổ chức, biến ý đồ dạy của thầy thành nhiệm vụ học tập tự nguyện của trò, là chuyên gia cho trò nhưng không phải những tri thức có dạng cho sẵn mà là những tình huống để học trò hoạt động và thích nghi, điều khiển kể cả về mặt tâm lí bao gồm sự động viên, hướng dẫn trợ giúp và đánh giá, xác nhận kiến thức mới phát hiện, thống nhất những kiến thức riêng lẻ để đi đến kết luận chung" ([16, tr121]).

1.3.2. Thực trạng việc dạy học giải phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi THPT

Trong những năm gần đây việc dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số là khá phổ biến, do các bài tập này thường xuyên xuất hiện trong các đề thi HS giỏi, đề thi Đại học, Cao đẳng. Cụ thể là trong đề thi Đại học các năm: 2004 (câu 5, khối B, D), 2006 (câu 2 ý 2, khối B), 2007 (câu 2 ý 2, khối B), 2010 (câu 5, khối A), 2011 (câu 5, khối D), 2013 (câu 3, khối A)… Bởi vì những bài toán về phần này rất đa dạng và phong phú, hơn nữa trong các bài giải PT – BPT không thể sử dụng được với cách giải bằng phương pháp khác, nếu có sử dụng thì sẽ phải phân nhiều trường hợp và khá phức tạp. Dạy học phần này đòi hỏi phải có kiến thức tổng hợp về PT, BPT và các kiến thức của hàm số.

a) Mục đích, yêu cầu dạy học nội dung giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số

Việc dạy học ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số ở lớp 12 nhằm đạt các mục đích và yêu cầu sau:

+) Về kiến thức:

HS nắm được:

- Khái niệm hàm số đơn điệu.

- Quan hệ giữa số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ và số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$.

- Khảo sát hàm số (TXĐ, chiều biến thiên, bảng biến thiên,…)

+) Về phương pháp:

Giáo viên cần tổ chức cho học sinh học tập, trong hoạt động và bằng hoạt động tích cực chủ động sáng tạo. Giáo viên tùy theo đối tượng học sinh và điều kiện thực tế mà sử dụng các phương pháp dạy học khác nhau như: Đàm thoại phát hiện, phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, phương pháp dạy học tự học, dạy học khám phá.

b) Một số kĩ năng cơ bản thuộc nội dung dạy học giải PT – BPT trình bằng phương pháp hàm số

- Kĩ năng tính đạo hàm của hàm số bậc 3, hàm bậc 4, hàm mũ, hàm logarit, hàm phân thức, hàm căn thức,…

- Kĩ năng xét tính đơn điệu của hàm số.

- Kĩ năng lập bảng biến thiên của hàm số.

- Kĩ năng nhẩm đoán nghiệm PT, BPT.

- Kĩ năng khảo sát hàm số và sử dụng đồ thị.

- Kĩ năng tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

- Kĩ năng biện luận số nghiệm PT, BPT.

c) Một số khó khăn và sai lầm khi giải toán PT - BPT có sử dụng phương pháp hàm số

Phương pháp hàm số có nhiều ưu điểm trong giải toán PT - BPT. Tuy vậy, trong quá trình giải toán theo phương pháp này HS nói chung, kể cả HS khá, giỏi thường gặp những khó khăn và sai lầm sau:

- Tính đạo hàm sai, do phải tính đạo hàm của hàm hợp, hàm phân thức chứa căn, những hàm này thường rất phức tạp, không giải được PT $f'(x) = 0$, hoặc không chứng minh được PT này vô nghiệm do đó việc xét dấu của đạo hàm sẽ gặp nhiều khó khăn.

- Không cô lập được tham số m, do PT không đồng bậc, không nhẩm được nghiệm của PT, do PT còn có tham số m.

- Không đưa được về dạng $f(u) = f(v)$, để xét tính đơn điệu của hàm số.

- Sai lầm khi chuyển ĐK tương đương từ ẩn t sang ẩn x.

Ví dụ: Tìm m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}-\sqrt{(x+3)(6-x)}=m$$

Lời giải:

Nếu đặt $t=\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}$ với ĐK $t\ge 0$, từ đó ta có: $\sqrt{(x+3)(6-x)}=\dfrac{t^2-9}{2}$

Khi đó PT đã cho trở thành:

$$t-\frac{t^2-9}{2}=m\Leftrightarrow -t^2+2t+9=2m.$$

Xét hàm số: $f(t)=-t^2+2t+9$, trên $[0;+\infty)$

Ta có: $f'(t)=-2t+2; f'(t)=0\Leftrightarrow t=1\in[0;+\infty)$

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	9	$\nearrow$	10	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra để PT có nghiệm: $2m\le 10\Leftrightarrow m\le 5$.

***Phân tích sai lầm**:* Đây là sai lầm rất phổ biến của HS trong việc đặt ẩn phụ.

Khi đặt ẩn phụ: $t=\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}$, HS không chú ý đến ĐK của *t,* và ngộ nhận $t\ge 0$. Từ việc tìm chưa đúng ĐK của *t*, dẫn đến khảo sát hàm số có miền giá trị sai. Một chú ý quan trọng trong đặt ẩn phụ là chuyển từ ẩn *x* sang ẩn *t*, phải có *ĐK tương đương của ẩn mới*.

***Lời giải đúng như sau*:**

ĐK: $-3\le x\le 6$. Đặt $t=\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}$, ta có:

$$t'=\frac{1}{2\sqrt{x+3}}-\frac{1}{2\sqrt{6-x}}$$

$$t'=0\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=\sqrt{6-x}\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	-3		$\frac{3}{2}$		6
t'		+	0	–	
t	3	↗	$3\sqrt{2}$	↘	3

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $t \in \left[3;3\sqrt{2}\right]$. Khi đó PT đã cho trở thành:

$$t - \frac{t^2 - 9}{2} = m \Leftrightarrow -t^2 + 2t + 9 = 2m$$

Xét hàm số: $f\left(t\right) = -t^2 + 2t + 9$, trên $t \in \left[3;3\sqrt{2}\right]$.

Ta có: $f'\left(t\right) = -2t + 2 < 0, \forall t \in \left[3;3\sqrt{2}\right]$.

Bảng biến thiên:

t	0		$3\sqrt{2}$
$f'(t)$		–	
$f(t)$	6	↘	$6\sqrt{2} - 9$

Từ bảng biến thiên, suy ra:

PT có nghiệm $\Leftrightarrow 6\sqrt{2} - 9 \le 2m \le 6 \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{2} - 9}{2} \le m \le 3.$

1.3.3. Thực trạng việc dạy học giải phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số tại trường THPT Nguyễn Trãi - Vũ Thư - Thái Bình

Để tìm hiểu cụ thể thực trạng việc dạy học PT – BPT bằng phương pháp hàm số của học sinh tại trường THPT Nguyễn Trãi - Thái Bình, tôi đã trao đổi với các giáo viên bộ môn Toán, kết hợp sử dụng phương pháp điều tra qua phiếu điều tra để biết được những thuận lợi và khó khăn trong việc dạy và học. Cụ thể:

1.3.3.1. Thực trạng về dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số

Trong chương trình học ở trường phổ thông, giải PT – BPT là một nội dung rất quan trọng và chiếm một khối lượng lớn kiến thức, cũng như thời gian học. Bên cạnh đó các đề thi tuyển sinh Đại học, Cao đẳng, và các đề thi Học sinh giỏi của một số năm gần đây hay đưa ra những bài toán phải sử dụng phương pháp hàm số để giải. Ta thấy rằng, giải bài toán bằng phương pháp hàm số là một phương pháp hay, độc đáo giúp cho việc giải quyết vấn đề một cách nhanh gọn. Nhưng thực tế, việc dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp này có một số thực trạng như:

- Số lượng bài tập SGK dùng phương pháp hàm số để giải quá ít nên học sinh được học một cách qua loa.
- Các bài tập dùng phương pháp này để giải thông thường là các bài tập ở dạng nâng cao, khó và thuộc dạng không mẫu mực cho nên học sinh rất khó nhận dạng và thiết lập tương quan hàm số.
- Khả năng vận dụng phương pháp này bị hạn chế ở các học sinh trung bình và yếu, chỉ có hiệu quả cao đối với học sinh khá và giỏi.
- Các bài toán thực tế về PT – BPT bằng phương pháp hàm số chưa có nên khó khăn cho việc thực hành tư duy mang tính thực tế của học sinh.

1.3.3.2. Thực trạng về phía giáo viên trong trường

Dạy học chuyên đề PT – BPT bằng phương pháp hàm số vẫn chưa thực sự được chú trọng vì giáo viên vẫn coi đây là phần khó, nội dung đưa vào giảng dạy rất cơ bản, học sinh mới chỉ tiếp cận với các bài toán đơn giản. Với lí thuyết như vậy học sinh khó có thể vận dụng linh hoạt để giải các bài toán về PT – BPT bằng phương pháp hàm số.

Giáo viên chưa dành nhiều thời gian cho việc dạy chuyên đề về PT – BPT bằng phương pháp hàm số một cách sâu sắc. Chính vì vậy mà dạy nội dung này trở nên khó khăn hơn một số nội dung khác.

Để học sinh học tốt hơn trong chuyên đề này chúng tôi đã mạnh dạn nêu một số biện pháp sau:

- Giáo viên nên mạnh dạn giới thiệu phương pháp này cho học sinh từ năm lớp 10, 11, 12. Giáo viên phải dựa vào trình độ của khối lớp để có thể đưa ra các dạng bài tập từ cấp độ thấp đến cấp độ cao mang tính vừa sức, giúp cho các em quen dần với phương pháp này.
- Xây dựng chuyên đề tự chọn và các tài liệu viết riêng về nội dung sử dụng phương pháp hàm số để giải PT – BPT có tính hệ thống và tính phân loại cũng như tính xác thực phù hợp cho việc giảng dạy, bồi dưỡng học sinh giỏi và ôn luyện cho học sinh thi Đại học và Cao đẳng. Đồng thời củng cố và rèn luyện cho học sinh một số kĩ năng cơ bản giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số, giúp cho các em có kiến thức vững vàng để tự tin và đạt kết quả cao trong các kỳ thi, nhất là kỳ thi tuyển sinh Đại học, Cao đẳng.

1.3.3.3. Thực trạng về phía học sinh trong trường

Học sinh vẫn xem các bài toán giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số là một nội dung khó vì vậy học sinh có tâm lý thụ động trong việc học tập nội dung này, chưa được tích cực chủ động sáng tạo trong việc đào sâu suy nghĩ giải các bài toán.

Đối với các học sinh ban nâng cao khối 12, khi các em đã nhận thức một cách đầy đủ về hàm số thì phương pháp này có thể áp dụng một cách phổ biến và các bài tập giáo viên ra cho học sinh mang tính phong phú, đa dạng và khó hơn.

Sau các tiết học tự chọn về chuyên đề giải giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số, kết quả nhận các học sinh khá giỏi rất hứng thú với phương pháp giải toán này và bài tập ra ở dạng này các em giải khá thành thạo.

Tóm lại, qua thực trạng dạy học tại trường THPT Nguyễn Trãi - Vũ Thư - Thái Bình, kết hợp trao đổi ý kiến với các học viên Khóa 10 - Lớp Cao học LLPPDH bộ môn Toán (2014 - 2016) trường Đại học Giáo dục trong phần dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số. Chúng tôi nhận thấy:

Việc dạy học nội dung giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số là cần thiết vì:

Thứ 1: PT – BPT là một nội dung rất quan trọng trong toán THPT, nó là cơ sở quan trọng để học các phần tiếp theo của môn Toán.

Thứ 2: Việc sử dụng phương pháp hàm số để giải PT – BPT sẽ có cách giải ngắn gọn và không phải phân chia nhiều trường hợp. Đôi khi nhiều bài toán về PT - BPT sẽ khó cho ra được kết quả nếu không sử dụng phương pháp này.

Thứ 3: Thông qua các ví dụ và bài tập HS khá giỏi có thể thể rèn luyện được các kĩ năng cơ bản và cần thiết trong phần học nội dung này, đồng thời giúp các em khắc phục được một số sai lầm và chủ quan trong giải toán.

1.4. Kết luận chương 1

Môn Toán có một vai trò, vị trí và ý nghĩa quan trọng trong nhà trường THPT. Nó có khả năng to lớn góp phần thực hiện nhiệm vụ chung mà không phải bất kì môn học nào cũng có đó là: Trang bị tri thức toán học và kĩ năng vận dụng toán học, phát triển năng lực trí tuệ, giáo dục chính trị tư tưởng phẩm chất và phong cách lao động khoa học, tạo cơ sở để HS tiếp tục học tập và đi vào cuộc sống lao động.

Trên cơ sở lí do chọn đề tài. Chương 1 của luận văn có nhiệm vụ: Nêu lên khái niệm hoạt động dạy học và định hướng đổi mới hoạt động dạy học ở trường THPT hiện nay; vai trò của dạy học nói chung và vai trò của dạy học giải phương trình, bất phương trình; đặc điểm của học sinh có năng lực toán học khá giỏi. Tìm hiểu thực trạng dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số ở trường THPT. Bên cạnh đó rèn luyện cho HS các kỹ năng cơ bản, nhằm khắc phục cho HS những khó khăn, sai lầm khi giải toán phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số để nâng cao chất lượng dạy học. Việc dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho HS khá, giỏi trong Chương 2 sẽ được giải đáp cụ thể.

CHƯƠNG 2. BIỆN PHÁP DẠY HỌC GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ Ở TRƯỜNG THPT

Trong chương 1, chúng tôi đã phân tích làm rõ các vấn đề lí luận liên quan đến đề tài. Ở chương này, chúng tôi sẽ nêu cụ thể về phương pháp hàm số và các biện pháp sư phạm giúp học sinh phát triển năng lực giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số.

2.1. Phương pháp hàm số giải phương trình và bất phương trình

2.1.1. Phương pháp hàm số giải phương trình

2.1.1.1. Kiến thức cơ sở

Định lí về tính đơn điệu của hàm số:

Định lí 1: Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến (nghịch biến) và liên tục trên D, thì PT $f(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm và $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v; \forall u, v \in D$.

Từ định lí trên ta có thể áp dụng để giải PT theo các định hướng như sau:

Định hướng 1: Thực hiện theo các bước

Bước 1: Tìm TXĐ hay ĐK của PT. Chuyển PT về dạng $f(x) = 0$.

Xét hàm số $y = f(x)$ xác định trên D.

Bước 2: Chứng minh hàm số $y = f(x)$ là hàm số đơn điệu trên D.

Bước 3: Tìm một $x_0 \in D$ là nghiệm của PT.

Bước 4: Nhận xét và kết luận: (giả sử $y = f(x)$ là hàm số đồng biến).

- Nhận xét:

- $x < x_0 \Rightarrow f(x) < f(x_0) = 0$, nên PT vô nghiệm.
- $x > x_0 \Rightarrow f(x) > f(x_0) = 0$, nên PT vô nghiệm.

- Kết luận: Vậy $x = x_0$ là nghiệm duy nhất của PT.

Định hướng 2: Thực hiện theo các bước

Bước 1: Tìm TXĐ hay ĐK của PT. Chuyển PT về dạng $f(u)=f(v)$.

Bước 2: Xét hàm số đặc trưng $y=f(t)$, chứng minh $f(t)$ là hàm số đơn điệu trên TXĐ D.

Bước 3: Từ đó, ta có $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v;\forall u,v\in D$. Giải PT $u=v$. So sánh với ĐK và kết luận nghiệm của PT.

2.1.1.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.1. Giải các PT sau:

a) $\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6=0$;

b) $\sqrt{12x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{25-4x}+1=0$.

Phân tích: Khi gặp những bài toán có chứa căn thức, HS thường nghĩ ngay đến phương pháp bình phương, hoặc lập phương hai vế nhưng bài toán sẽ phức tạp nếu trong đó có chứa nhiều biểu thức chứa dấu căn và khác bậc căn thức. Trong trường hợp này thì việc biến đổi đưa bài toán về một hàm rồi chứng minh hàm số đó đơn điệu trên TXĐ, khi đó việc giải sẽ có nhiều tính ưu việt.

Lời giải:

a) Bước 1: TXĐ: $D=\left[\frac{-5}{4};+\infty\right)$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6$, trên D.

Bước 2:

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}}+\frac{2}{\sqrt{4x+5}}+1>0;\forall x\in\left(\frac{-5}{4};+\infty\right)$$

Nên $f(x)$ là hàm số đồng biến trên D (1).

Bước 3: Ta nhận thấy: $f(1)=0$ (2).

Bước 4: Nhận xét:

- $x<1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)<f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.
- $x>1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)>f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.

Kết luận: Vậy x = 1 là nghiệm duy nhất của PT đã cho.

b) Bước 1: ĐK: $\begin{cases} 12x^3+3x^2+6x+16\ge 0 & (1) \\ 25-4x\ge 0 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta đặt: $g(x)=12x^3+3x^2+6x+16 \Rightarrow g'(x)=36x^2+6x+6$

Dễ thấy $g'(x)\ge 0; \forall x\in\square$, nên $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $\square$.

$\Rightarrow \exists! x_0\in\square$ để $g(x_0)=0$. Do $g(x)$ là hàm số đồng biến nên

$g(x)\ge g(x_0)=0 \Rightarrow x\ge x_0$. Từ đó nghiệm của BPT (1) là $[x_0;+\infty)$.

Từ (2) ta có: $25-4x\ge 0 \Leftrightarrow x\le \frac{25}{4}$.

Dễ thấy, $x_0<\frac{25}{4}$ vì $g(0) = 16 > 0$ và hàm số $g(x)$ đồng biến nên $x_0<0$.

Vậy ta có TXĐ: $D=\left[x_0;\frac{25}{4}\right]$.

Xét hàm số: $f(x)=\sqrt{12x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{25-4x}+1$ trên D.

Bước 2: Ta có $f'(x)=\frac{18x^2+3x+3}{\sqrt{12x^3+3x^2+6x+16}}+\frac{2}{\sqrt{25-4x}}>0; \forall x\in\left(x_0;\frac{25}{4}\right)$,

nên $f(x)$ là hàm số đồng biến.

Bước 3: Ta nhận thấy $f(0)=0$, và $x = 0$ thỏa mãn ĐK.

Bước 4: ***Nhận xét***:

- $x<0 \Rightarrow f(x)<f(0)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.
- $x>0 \Rightarrow f(x)>f(0)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.

Kết luận: Vậy x = 0 là nghiệm duy nhất của PT.

Nhận xét:

- Khi dự đoán nghiệm của PT, thì ta ưu tiên những giá trị của x sao cho các biểu thức dưới dấu căn nhận giá trị là số chính phương và những giá trị đó phải thuộc TXĐ hay ĐK của PT.

- Đối với PT mà việc tìm ĐK phức tạp, ta thực hiện các phép biến đổi bình thường, nghiệm tìm được của PT hệ quả, phải thay vào PT ban đầu để kiểm tra.

- Ta chỉ xét tính đơn điệu của hàm số trên khoảng xác định (trong Ví dụ 2.3 ý b, hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\left[x_0;\frac{25}{4}\right]$ nên áp dụng được định lí 1).

Tuy nhiên ở ví dụ trên, ngoài việc sử dụng phương pháp hàm số để giải phương trình ta còn có thể nhẩm nghiệm và sử dụng phương pháp nhân liên hợp để đưa phương trình về dạng tích sau đó giải phương trình. Nhưng sẽ thật sự khó khăn khi sử dụng phương pháp nhân liên hợp nếu các giá trị nghiệm thay vào biểu thức dưới dấu căn không nhận giá trị là số chính phương. Cụ thể ta xét ví dụ:

Ví dụ 2.2. Giải PT sau:

$$\sqrt{(x+2)(2x-1)}-3\sqrt{x+6}=4-\sqrt{(x+6)(2x-1)}+3\sqrt{x+2}$$

Phân tích: Đứng trước một bài toán giải phương trình vô tỉ, HS thường nghĩ đến việc sử dụng các phương pháp cơ bản như:

- Lũy thừa để phương trình mất dấu căn → Tuy nhiên với một bài toán chứa nhiều dấu căn như ở trên, nếu ta lũy thừa phương trình sẽ trở nên rất phức tạp.

- Đặt ẩn phụ → Ta không có mối liên hệ để giải quyết bài toán.

- Nhẩm nghiệm và nhân liên hợp → Khó khăn đối với HS vì giá trị nghiệm thay vào một số biểu thức dưới dấu căn không nhận giá trị là số chính phương nên HS sẽ lúng túng khi thêm bớt để thực hiện nhân liên hợp đưa phương trình về dạng tích.

Từ các lí do trên ta sẽ nghĩ đến một phương pháp mới để giải quyết bài toán, đó là phương pháp hàm số. Cụ thể ta có lời giải như sau:

Lời giải:

PT đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)(2x-1)}-3\sqrt{x+6}+\sqrt{(x+6)(2x-1)}-3\sqrt{x+2}=4$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+6}+\sqrt{x+2}\right)\left(\sqrt{2x-1}-3\right)=4 \quad (1)$$

Bước 1: TXĐ: $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x+6}+\sqrt{x+2}$;

Ta có $g(x)>0,\forall x\in D$, nên từ (1) ta có $\sqrt{2x-1}-3\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 5$.

Vậy ta có thể xét hàm số $f(x)=VT(1); h(x)=\sqrt{2x-1}-3$ trên $D_1=[5;+\infty)$.

Bước 2: $g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+6}}+\frac{1}{2\sqrt{x+2}}>0,\forall x\in D_1; h'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}>0,\forall x\in D_1$.

$\Rightarrow g(x),h(x)$ là các hàm số đồng biến trên $D_1 \Rightarrow f(x)=g(x)h(x)$ là hàm số đồng biến trên D_1.

Bước 3: Ta nhận thấy $f(7) = 4$.

Bước 4: Kết luận: $x = 7$ là nghiệm duy nhất của PT.

Nhận xét: Để phát hiện được tính đơn điệu của hàm số, cần phải nắm vững tính chất:

1) Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên D thì:

- $y=\sqrt{f(x)}$ cũng là hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D.
- $y=\frac{1}{f(x)}$ là hàm số nghịch biến (đồng biến) (ĐK $f(x)\neq 0$ trên D).
- $y=-f(x)$ nghịch biến (đồng biến) trên D.

2) a) Tổng của các hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D là một hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D.

b) Tích của các hàm số dương đồng biến (nghịch biến) trên D là một hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D.

Chú ý: Ngoài việc biến đổi phương trình về dạng $f(x)=0$ với $f(x)$ là một hàm số đơn điệu, ta có thể biến đổi PT về dạng $f(x)=a$ với a là hằng số, sau đó chứng minh $y=f(x)$ là hàm số đơn điệu, hoặc biến đổi PT về dạng $f(x)=g(x)$, sau đó chứng minh *f(x)* và *g(x)* là hai hàm số đơn điệu ngược chiều.

Cách giải trên thực sự hiệu quả đối với các phương trình mũ, lôgarit. Cụ thể ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 2.3. Giải các PT:

a) $(x-1)\left(3\sqrt[3]{x+6}+2\sqrt{x-1}\right)=x+6$ (1)

b) $3.25^{x-2}+(3x-10)\dfrac{5^x}{25}+3-x=0$ (2)

Lời giải:

a) *Bước 1*: ĐK $x\geq 1$. Do x = 1 không là nghiệm của PT (1) nên

$$(1)\Leftrightarrow\left(3\sqrt[3]{x+6}+2\sqrt{x-1}\right)=\frac{x+6}{x-1}$$

Đặt $f(x)=3\sqrt[3]{x+6}+2\sqrt{x-1};g(x)=\dfrac{x+6}{x-1}$.

Xét hàm số *f(x)* và *g(x)* trên $(1;+\infty)$.

Bước 2: Ta có:

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^2}}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}>0,\forall x>1\Rightarrow f(x)\text{ đồng biến trên }(1;+\infty).$$

$$g'(x)=\frac{-7}{(x-1)^2}<0,\forall x>1\Rightarrow g(x)\text{ nghịch biến trên }(1;+\infty).$$

Bước 3: Ta thấy: $f(2)=g(2)=8$.

Bước 4: ***Nhận xét***:

- $x<2\Rightarrow f(x)<f(2)=g(2)<g(x)$, nên PT $f(x)=g(x)$ vô nghiệm.
- $x>2\Rightarrow f(x)>f(2)=g(2)>g(x)$, nên PT $f(x)=g(x)$ vô nghiệm.

Kết luận: Vậy x = 2 là nghiệm duy nhất của PT.

b) ***Bước 1***: TXĐ: $D = \square$. $(2) \Leftrightarrow 3.5^{2(x-2)} + (3x-10).5^{x-2} + 3 - x = 0$

Đặt $t = 5^{x-2}, t > 0$ (3); PT đã cho trở thành:

$$3t^2 + (3x-10)t + 3 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{3} \\ t = 3 - x \end{array}\right.$$

- $t = \dfrac{1}{3}$, từ (3) ta có: $5^{x-2} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x - 2 = \log_5 \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2 + \log_5 \dfrac{1}{3}$.
- $t = 3 - x$, từ (3) ta có: $5^{x-2} = 3 - x$ (4).

Xét hàm số $f(x) = 5^{x-2}; g(x) = 3 - x$ trên $\square$

Bước 2: Ta có

$f'(x) = 5^{x-2}\ln 5 > 0 \Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\square$

$g'(x) = -1 < 0 \Rightarrow g(x)$ là hàm số nghịch biến trên $\square$

Bước 3: Ta thấy $f(2) = g(2) = 1$.

Bước 4: ***Nhận xét***:

- $x < 2 \Rightarrow f(x) < f(2) = g(2) < g(x)$, nên PT $f(x) = g(x)$ vô nghiệm.
- $x > 2 \Rightarrow f(x) > f(2) = g(2) > g(x)$, nên PT $f(x) = g(x)$ vô nghiệm.

Vậy x = 2 là nghiệm duy nhất của PT (4).

Kết luận: PT đã cho có hai nghiệm $x = 2 + \log_5 \dfrac{1}{3}; x = 2$.

Ngoài định hướng 1 như các ví dụ đã nêu ở trên, phương pháp hàm số còn tỏ ra vô cùng hiệu quả trong việc giải các phương trình có nghiệm không nguyên hay nghiệm vô tỉ khi áp dụng định hướng 2 bởi các phương pháp (lũy thừa để phương trình mất dấu căn, đặt ẩn phụ, nhân liên hợp,...) hoặc không áp dụng được hoặc có áp dụng được thì cũng rất phức tạp. Cụ thể ta xét ví dụ:

Ví dụ 2.4. Giải các PT:

a) $24x^2-60x-\frac{1}{\sqrt{5x-7}}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}+36=0$;

b) $8x^3-12x^2+5x=\sqrt[3]{3x-2}$.

Lời giải:

a) *Bước 1*: TXĐ: $D=\left(\frac{7}{5};+\infty\right)$. Khi đó, PT đã cho tương đương với:

$$(5x-6)^2-\frac{1}{\sqrt{(5x-6)-1}}=x^2-\frac{1}{\sqrt{x-1}}\ (*)$$

Bước 2: Xét hàm số $f(t)=t^2-\frac{1}{\sqrt{t-1}}$ trên $(1;+\infty)$. Ta có:

$$f'(t)=2t+\frac{1}{2(t-1)\sqrt{t-1}}>0,\forall t>1$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Bước 3: Ta có: $(*)\Leftrightarrow f(5x-6)=f(x)\Leftrightarrow 5x-6=x\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$ (thỏa mãn)

Vậy $x=\frac{3}{2}$ là nghiệm duy nhất của PT.

b) *Cách 1*: *Sử dụng tính đơn điệu của hàm số để giải*

Bước 1: TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Phương trình đã cho tương đương với

$$(2x-1)^3+(2x-1)=\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^3+\sqrt[3]{3x-2}\ (**)$$

Bước 2: Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên $\mathbb{R}$

Ta có: $f'(t)=3t^2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Bước 3: Ta có: $(**)\Leftrightarrow f(2x-1)=f\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)\Leftrightarrow 2x-1=\sqrt[3]{3x-2}$

$$\Leftrightarrow(2x-1)^3=3x-2$$

$$\Leftrightarrow 8x^3-12x^2+3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$$

Vậy PT đã cho có ba nghiệm $x=1; x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{4}$

Cách 2: *Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải*

Xét hàm số: $f(x)=8x^3-12x^2+5x$, ta có $f'(x)=24x^2-24x+5$ và

$f''(x)=48x-24=0 \Leftrightarrow 2x-1=0$, từ đó ta có thể đặt ẩn phụ:

Đặt $2y-1=\sqrt[3]{3x-2}$. Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} (2y-1)^3=3x-2 \\ 8x^3-12x^2+5x=2y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y^3-12y^2+6y-3x+1=0 \\ 8x^3-12x^2+5x-2y+1=0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8\left(y^3-x^3\right)-12\left(y^2-x^2\right)+8(y-x)=0$$

$$\Leftrightarrow (y-x)\left[2\left(y^2+x^2+xy\right)-3(y+x)+2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x \quad (2) \\ 2\left(y^2+x^2+xy\right)-3(y+x)+2=0 \quad (3) \end{array}\right.$$

+) Giải (3), ta có $\Delta=(2x-3)^2-8\left(2x^2-3x+2\right)=-12x^2+12x-7<0; \forall x\in\square$

nên PT (3) vô nghiệm

+) Từ (1) và (2), ta có:

$$8x^3-12x^2+3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$$

2.1.2. Phương pháp hàm số giải bất phương trình

2.1.2.1. Kiến thức cơ sở

Định lí 2: Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến và liên tục trên D, thì BPT $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v; \forall u, v \in D$. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến và liên tục trên D, thì BPT $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v; \forall u, v \in D$.

Từ định lí trên ta có thể áp dụng để giải BPT theo các định hướng như sau:

Định hướng 1: Thực hiện theo các bước

Bước 1: Tìm TXĐ của BPT. Chuyển BPT về dạng $f(x) > 0$ (hoặc $f(x) < 0$).

Xét hàm số $y = f(x)$ xác định trên D.

Bước 2: Chứng minh hàm số $y = f(x)$ là hàm số đơn điệu trên D.

Bước 3: Tìm một $x_0 \in D$ mà $f(x_0) = 0$.

Bước 4: Nhận xét và kết luận.

Chú ý: Đối với BPT $f(x) \geq 0; f(x) \leq 0$, với f(x) là hàm số đơn điệu thì định lí 2 được phát biểu tương tự.

Định hướng 2: Thực hiện theo các bước

Bước 1: Tìm TXĐ của BPT. Chuyển BPT về dạng $f(u) > f(v)$.

Bước 2: Xét hàm số đặc trưng $y = f(t)$, chứng minh $f(t)$ là hàm số đơn điệu trên TXĐ.

Bước 3: Từ đó, ta có $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v; \forall u, v \in D$ (nếu $f(t)$ đồng biến).

Bước 4: Giải BPT $u > v$, kết hợp với ĐK, và kết luận nghiệm của BPT.

2.1.2.2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.5. Giải BPT sau:

$$\sqrt{4x-8} - \sqrt{5-2x} + \sqrt{x+7} - 2 \geq 0.$$

Lời giải:

Bước 1: TXĐ: $D = \left[2; \frac{5}{2}\right]$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{4x-8} - \sqrt{5-2x} + \sqrt{x+7} - 2$ trên D.

Bước 2: Ta có $f'(x)=\frac{2}{\sqrt{4x-8}}+\frac{1}{\sqrt{5-2x}}+\frac{1}{2\sqrt{x+7}}>0,\forall x\in\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

$\Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên D.

Bước 3: Ta thấy $f(2) = 0$.

Bước 4: Từ đó ta có $f(x)\geq f(2)=0\Leftrightarrow x\geq 2$.

Kết hợp với ĐK, ta có nghiệm của BPT là $x\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$.

Để minh họa cho tính ưu việt của phương pháp hàm số giải bất phương trình, đặc biệt là đối với các bất phương trình có nghiệm vô tỉ, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 2.6. Giải BPT:

$$8x^3+2x<(x+2)\sqrt{x+1}$$

Lời giải:

Bước 1: ĐK: $x\geq -1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$(2x)^3+2x<\left[(x+1)+1\right]\sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow (2x)^3+2x<(x+1)\sqrt{x+1}+\sqrt{x+1}$$

Hay $f(2x)<f\left(\sqrt{x+1}\right)$ với $f(t)=t^3+t;t\in[0;+\infty)$.

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên $[0;+\infty)$.

Bước 2: Ta có $f'(t)=3t^2+1>0,\forall t\Rightarrow f(t)$ là hàm đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Bước 3: Từ đó ta có $f(2x)<f\left(\sqrt{x+1}\right)\Leftrightarrow 2x<\sqrt{x+1}$ (1)

Bước 4: Ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ 2x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x \ge 0 \\ 4x^2 < x+1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \le x < 0 \\ 0 \le x < \dfrac{1+\sqrt{17}}{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow -1 \le x < \frac{1+\sqrt{17}}{8}$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $\left[-1; \frac{1+\sqrt{17}}{8}\right]$.

2.1.3. Phương pháp hàm số giải phương trình và bất phương trình có tham số

2.1.3.1. Kiến thức cơ sở

Khi giải PT, BPT có tham số ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Tìm TXĐ của PT, BPT. Biến đổi PT, BPT về dạng $f(x) = g(m)$ (cô lập tham số m) hoặc $f(x) = g(m)$; $f(x) = g(m)$.

Bước 2: Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên TXĐ của nó.

Bước 3: Lập BBT và tìm $M_1 = \min\limits_D f(x); M_2 = \max\limits_D f(x)$ (nếu có).

Bước 4: Từ BBT, kết luận.

Chú ý: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên D.

- PT $f(x) = m$ có nghiệm $x \in D \Leftrightarrow \min\limits_D f(x) \le m \le \max\limits_D f(x)$.
- BPT $f(x) \le m$ có nghiệm $x \in D \Leftrightarrow \min\limits_D f(x) \le m$.
- BPT $f(x) \le m$ có nghiệm $\forall x \in D \Leftrightarrow \max\limits_D f(x) \le m$.
- BPT $f(x) \ge m$ có nghiệm $x \in D \Leftrightarrow \max\limits_D f(x) \ge m$.
- BPT $f(x) \ge m$ có nghiệm $\forall x \in D \Leftrightarrow \min\limits_D f(x) \ge m$.

2.1.3.2. Ví dụ minh họa

Đối với các phương trình và bất phương trình chứa tham số, việc sử dụng phương pháp hàm số để giải toán là vô cùng hiệu quả và lời giải cũng hết sức dễ hiểu và ngắn gọn. Cụ thể ta xét các ví dụ sau đây:

1) Ví dụ về giải toán PT có chứa tham số

Ví dụ 2.7. Tìm m để PT sau: $4x-2+3\sqrt{21-4x-x^2}=m$

a) Có nghiệm.

b) Có đúng 1 nghiệm.

c) Có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải:

Bước 1: TXĐ: $D=[-7;3]$.

Bước 2: Xét hàm số $f(x)=4x-2+3\sqrt{21-4x-x^2}$ trên D. Ta có:

$$f'(x)=4-\frac{3(2+x)}{\sqrt{21-4x-x^2}};\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=2.$$

Bước 3: Ta có bảng biến thiên

x	-7		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-30	$\nearrow$	15	$\searrow$	10

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min\limits_{[-7;3]} f(x)=-30$; $\max\limits_{[-7;3]} f(x)=15$.

Bước 4: Kết luận:

a) PT có nghiệm khi: $\min\limits_{[-7;3]} f(x)\le m\le \max\limits_{[-7;3]} f(x)\Leftrightarrow -30\le m\le 15$.

b) PT có đúng 1 nghiệm khi: $-30\le m<10$ hoặc $m=15$.

c) PT có 2 nghiệm phân biệt khi: $10\le m<15$.

Ví dụ 2.8. ***(Đề thi Đại học khối B năm 2006)***

Tìm m để PT sau có hai nghiệm thực phân biệt: $\sqrt{x^2+mx+2}=2x+1$ (1)

Lời giải:

Cách 1:

Bước 1: TXĐ: $D=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$. Khi đó (1) tương đương với:

$$x^2+mx+2=(2x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2-(m-4)x-1=0 \text{ (2).}$$

Nhận xét: x = 0 không phải là nghiệm của (2) nên $(2)\Leftrightarrow \frac{3x^2-1}{x}=m-4$ (3).

Vậy (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ (3) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $-\frac{1}{2}\le x_1<x_2$.

Bước 2: Xét hàm số $f(x)=\frac{3x^2-1}{x}$ trên $\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;+\infty)$. Ta có:

$$f'(x)=\frac{3x^2+1}{x^2}>0;\forall x\ne 0.$$

Bước 3: Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra:

PT đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m-4\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow m\ge\frac{9}{2}$.

Cách 2: Ta có

$$\sqrt{x^2+mx+2}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ x^2+mx+2=(2x+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ f(x)=3x^2-(m-4)x-1=0 \quad (4) \end{cases}$$

Để PT đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (4) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $-\dfrac{1}{2}\le x_1<x_2$ (5).

Từ (4) và (5) ta có:

$$\begin{cases} \Delta=(m-4)^2+12>0 \\ \dfrac{S}{2}=\dfrac{m-4}{6}>-\dfrac{1}{2} \\ f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{m-4}{2}-1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge \frac{9}{2}.$$

Nhận xét: Làm theo cách 2, trong chương trình SGK hiện hành, không sử dụng.

2) Ví dụ về giải toán BPT có chứa tham số

Ví dụ 2.9. Tìm m để BPT sau có nghiệm: $mx-\sqrt{x-4}\le m+2$

Lời giải:

Bước 1: Đặt $t=\sqrt{x-4}\Rightarrow t\ge 0; t^2+4=x$.

Khi đó, BPT đã cho trở thành:

$$m(t^2+4)-t\le m+2 \Leftrightarrow m(t^2+3)\le t+2$$

$$\Leftrightarrow m\le \frac{t+2}{t^2+3}=f(t); \forall t\in[0;+\infty).$$

Bước 2: Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t+2}{t^2+3}; t\in[0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-t^2-4t+3}{\left(t^2+3\right)^2}>0; f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\sqrt{7}-2 \\ t=-\sqrt{7}-2(l) \end{array}\right.$.

Bước 3: Bảng biến thiên

t	0		$\sqrt{7}-2$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$f\left(\sqrt{7}-2\right)$	$\searrow$	0

Bước 4: Từ bảng biến thiên, ta có: BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \le f\left(\sqrt{7}-2\right)=\dfrac{\sqrt{7}}{14-4\sqrt{7}}$.

Nhận xét: Trong trường hợp PT (BPT) có chứa nhiều biểu thức phức tạp ta có thể làm như sau:

Bước 1: Đặt $t=\varphi(x)$, từ ĐK của x, khảo sát hàm số $\varphi(x)$ để tìm điều kiện của *t*.

Bước 2: Đưa PT (BPT) ẩn x về ẩn t, ta được PT (BPT) có dạng $f(t)=h(m)$ hoặc $f(t)\ge h(m)$ hay $f(t)\le h(m)$.

Bước 3: Khảo sát hàm số $y=f(t)$ trên TXĐ.

Bước 4: Kết luận nghiệm.

Ví dụ 2.10. Tìm m để BPT: $\dfrac{\log_2^2 x+4}{\sqrt{\log_2^2 x+1}}\ge m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;4]$.

Lời giải:

Bước 1: Đặt $t=\log_2^2 x$.

Ta có: $1\le x\le 4 \Leftrightarrow \log_2 1\le \log_2 x\le \log_2 4 \Rightarrow 0\le \log_2^2 x\le 4 \Leftrightarrow 0\le t\le 4$.

Vậy $0\le t\le 4$.

Bước 2: Khi đó, BPT có dạng $\frac{t+4}{\sqrt{t+1}} \geq m$.

BPT nghiệm đúng với mọi $x \in [1;4] \Leftrightarrow$ (1) nghiệm đúng với mọi $t \in [0;4]$.

Bước 3: Xét hàm số $f(t) = \frac{t+4}{\sqrt{t+1}}$ trên $[0;4]$.

$$f'(t) = \frac{t-2}{2\sqrt{(t+1)^3}} = 0 \Leftrightarrow t = 2 \in [0;4].$$

Ta có: $f(0) = 4; f(2) = 2\sqrt{3}; f(4) = \frac{8}{\sqrt{5}}$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;4]} f(t) = f(2) = 2\sqrt{3}$.

BPT nghiệm đúng với mọi $t \in [0;4]$ $\Leftrightarrow m \leq \min\limits_{[0;4]} f(t) = f(2) = 2\sqrt{3}$.

Bước 4: Vậy BPT đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [1;4] \Leftrightarrow m \leq 2\sqrt{3}$.

2.2. Các biện pháp dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số ở trường THPT

2.2.1. Biện pháp 1: Khai thác triệt để mọi khả năng gợi động cơ, giải quyết vấn đề từ các bài toán giải phương trình và bất phương trình trong thực tế

GV tổ chức cho HS học tập trong hoạt động và bằng hoạt động GV tạo ra một tình huống hấp dẫn gợi sự tìm hiểu của HS, gợi ra vướng mắc mà họ chưa giải đáp ngay được, nhưng có liên hệ với tri thức đã biết, khiến họ thấy có triển vọng tự giải đáp được nếu tích cực suy nghĩ. Đó là cách *dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề*.

Hướng đích và gợi động cơ là một trong những khâu quan trọng của quá trình dạy học nhằm kích thích hứng thú học tập cho HS, làm cho việc học tập trở nên tự giác, tích cực, chủ động. Gợi động cơ (gợi động cơ mở đầu, gợi động cơ trung gian, gợi động cơ kết thúc) không phải là việc đặt vấn đề một cách hình thức mà phải giúp biến những mục tiêu sư phạm thành mục tiêu cá nhân HS

nhằm tạo ra động lực bên trong thúc đẩy họ hoạt động. Việc khai thác các ví dụ thực tế trước khi trình bày kiến thức cũng là thực hiện gợi động cơ mở đầu bằng cách xuất phát từ nội dung thực tế. Rõ ràng cách gợi động cơ này dễ hấp dẫn, lôi cuốn HS, tạo điều kiện để các em thực hiện tốt các hoạt động kiến tạo tri thức trong quá trình học tập về sau. Theo [16,tr.143], khi gợi động cơ mở đầu xuất phát từ thực tế, có thể nêu lên:

- Thực tế gần gũi xung quanh học sinh.
- Thực tế xã hội rộng lớn (kinh tế, kĩ thuật, quốc phòng,…).
- Thực tế ở những môn học và khoa học khác.

Tuy nhiên cần chú ý các vấn đề sau:

- Cần đảm bảo tính chân thực.
- Không đòi hỏi quá nhiều tri thức bổ sung.
- Con đường từ lúc nêu cho đến lúc giải quyết vấn đề càng ngắn càng tốt.

Ở các lớp dưới, hình thức gợi động cơ mà các GV thường sử dụng như cho điểm, khen chê, thông báo kết quả học tập cho gia đình,… Tuy nhiên, càng lên lớp cao, cùng với sự trưởng thành của HS, với trình độ nhận thức và giác ngộ chính trị ngày càng được nâng cao, thì những cách gợi động cơ xuất phát từ nội dung hướng vào những nhu cầu nhận thức, nhu cầu của đời sống, trách nhiệm đối với xã hội,… ngày càng trở nên quan trọng. Với gợi động cơ mở đầu và gợi động cơ kết thúc trong nhiều trường hợp hoàn toàn có thể xuất phát từ một tình huống thực tế nào đó (xuất phát từ đời sống hoặc từ nội bộ Toán học).

Việc dẫn dắt bài học bằng các ví dụ thực tế cũng là gợi động cơ mở đầu từ thực tế. Tuy nhiên, cần phải lưu ý rằng gợi động cơ xuất phát từ thực tế không phải bao giờ cũng thực hiện được. Chính vì vậy GV cần xác định rõ những vấn đề nào có thể gợi động cơ từ các tình huống trong thực tế và những vấn đề sẽ gợi động cơ từ các tình huống trong nội bộ Toán học.

Đứng trước một bài toán phương trình hay bất phương trình vô tỉ, đa số học sinh thường có thói quen áp dụng một số phương pháp cơ bản như:lũy thừa,

đặt ẩn phụ, nhẩm nghiệm và nhân liên hợp,... Nhưng trong thực tế với nhiều bài toán giải phương trình vô tỉ khó, giáo viên cần nhấn mạnh cho học sinh hướng đến phương pháp hàm số.

Xét bài toán:

Ví dụ 2.11. Giải phương trình: $x^3 + x - 7 = \sqrt{x^2 + 5}$

** Các phương pháp cơ bản có thể áp dụng giải phương trình:*

- Lũy thừa để phương trình mất dấu căn → HS không giải quyết được bài toán.
- Đặt ẩn phụ → không có mối liên hệ để giải quyết bài toán.
- Nhẩm nghiệm và nhân liên hợp → khó khăn trong việc chứng minh nghiệm là duy nhất.

** Tình huống có vấn đề là đề xuất một phương pháp mới để giải quyết bài toán, đó là phương pháp hàm số. Cụ thể ta có lời giải như sau:*

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

PT đã cho tương đương với: $x^3 + x - 7 - \sqrt{x^2 + 5} = 0.$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + x - 7 - \sqrt{x^2 + 5}$. Ta có:

$$f'(x) = 3x^2 + 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad \left(\text{vì } \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 5}} < 1; \forall x \in \mathbb{R}\right).$$

nên *f(x)* đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, ta có $f(2) = 0 \Rightarrow x = 2$ là nghiệm duy nhất của PT.

Tương tự ta xét bài toán:

Ví dụ 2.12. Giải bất phương trình: $3\sqrt{3 - 2x} + \frac{5}{\sqrt{2x - 1}} - 2x \le 6$

Cũng như bài toán trên, các phương pháp cơ bản như lũy thừa, đặt ẩn phụ hay nhẩm nghiệm và nhân liên hợp không áp dụng được cho bài toán giải bất phương trình này. Do đó, ta sẽ sử dụng phương pháp hàm số. Ta có lời giải như sau:

ĐK: $\frac{1}{2} < x \le \frac{3}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$3\sqrt{3-2x} + \frac{5}{\sqrt{2x-1}} - 2x - 6 \le 0$$

Xét hàm số $f(x) = 3\sqrt{3-2x} + \frac{5}{\sqrt{2x-1}} - 2x - 6$ trên $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. Ta có:

$$f'(x) = -\frac{3}{\sqrt{3-2x}} - \frac{5}{\sqrt{2x-1}} - 2 < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Ta có: $f(1) = 0$. Do $f(x)$ là hàm nghịch biến nên:

- Với $x < 1 \Rightarrow f(x) > f(1) = 0$ nên BPT $f(x) \le 0$ vô nghiệm.
- Với $x > 1 \Rightarrow f(x) < f(1) = 0$ (đúng) $\Rightarrow x \ge 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của BPT là $\left[1; \frac{3}{2}\right]$

2.2.2. Biện pháp 2: Tăng cường hoạt động củng cố theo hướng khai thác các bài toán giải phương trình và bất phương trình trong thực tế dạy học

Để thực hiện thành công các ứng dụng Toán học vào thực tiễn cuộc sống, lao động, sản xuất thì trước hết học sinh phải nắm vững các nội dung, kĩ năng và phương pháp Toán học nhất định. Do vậy, trong quá trình dạy học giáo viên cần quan tâm đến hoạt động củng cố dưới các hình thức luyện tập, ứng dụng, hệ thống hóa,… nhằm rèn luyện các kĩ năng Toán học cần thiết cho học sinh.

Bên cạnh hoạt động củng cố luyện tập cho học sinh các bài tập, giáo viên cần hướng dẫn học sinh khác thác các bài toán tương tự để củng cố kiến thức và kĩ năng cho học sinh trong giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số.

Giáo viên cần hướng dẫn học sinh khai thác các bài toán giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số để rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh theo các hướng như tương tự hóa, khái quát hóa. Đó cũng là một nhiệm vụ quan trọng trong dạy học Toán học. Sau đây ta xét một số ví dụ cụ thể sau:

Ví dụ 2.13. Giải phương trình:

$$\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6=0$$

Lời giải:

TXĐ: $D=\left[\frac{-5}{4};+\infty\right)$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6$, trên D.

Ta có:

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}}+\frac{2}{\sqrt{4x+5}}+1>0;\forall x\in\left(\frac{-5}{4};+\infty\right)$$

nên $f(x)$ là hàm số đồng biến trên D (1).

Ta nhận thấy: $f(1)=0$ (2).

Nhận xét:

- $x<1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)<f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.
- $x>1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)>f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm.

Kết luận: Vậy x = 1 là nghiệm duy nhất của PT đã cho.

** Các hướng khai thác bài toán:*

Hướng 1: ***(Tương tự hóa)*** Ta thay *x* bởi các biểu thức như $x+1, x-2, x^2, ...$ và biến đổi thu gọn phương trình ta được phương trình mới phức tạp hơn. Chẳng hạn, thay *x* bằng x^2 ta có phương trình:

$$\sqrt[3]{3x^2+5}+\sqrt{4x^2+5}+x^2-6=0$$

HD giải: Đặt $t=x^2\geq 0$, ta được phương trình:

$$\sqrt[3]{3t+5}+\sqrt{4t+5}+t-6=0$$

Sau đó giải tương tự như ví dụ 2.13, ta có nghiệm phương trình là t = 1.

Do đó phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm 1$.

Hướng 2: ***(Khái quát hóa)*** Tham số hóa bài toán ta có bài toán sau:

Tìm m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt[3]{3x+5} + \sqrt{4x+5} + x - 6 = m.$$

HD giải:

TXĐ: $D = \left[\frac{-5}{4}; +\infty\right)$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+5} + \sqrt{4x+5} + x - 6$, trên D.

Ta có:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}} + \frac{2}{\sqrt{4x+5}} + 1 > 0; \forall x \in \left(\frac{-5}{4}; +\infty\right)$$

nên $f(x)$ là hàm số đồng biến trên D.

Do đó $f(x) \geq f\left(\frac{-5}{4}\right) = \sqrt[3]{\frac{5}{4}} - \frac{29}{4}$.

Vậy phương trình trên có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \sqrt[3]{\frac{5}{4}} - \frac{29}{4}$.

2.2.3. Biện pháp 3: Tăng cường các hoạt động thực hành, qua đó rèn luyện các kĩ năng Toán học gần gũi với thực tiễn

Cùng với hoạt động nội khóa, để nâng cao chất lượng học tập giáo viên cần quan tâm tổ chức các hoạt động ngoại khóa. Tổ chức các hoạt động ngoại khóa về Toán học theo chủ đề cho trước. Cho ra các tập san Toán học theo định kì hoặc thành lập Câu lạc bộ Toán học.

Trong điều kiện SGK và phân phối chương trình như hiện nay, có thể nói đây là biện pháp thích hợp và có tính khả thi cao. Hoạt động ngoại khóa nhằm hỗ trợ nhiều mặt cho dạy học nội khóa, theo các mục đích khác nhau được đặt ra như: gây hứng thú học tập môn Toán; bổ sung, đào sâu và mở rộng các kiến thức

nội khóa; góp phần thực hiện tốt nguyên lí giáo dục, gắn liền nhà trường với xã hội; rèn luyện cho HS ý thức và cách thức làm việc tập thể, có người chỉ huy, điều khiển, có trao đổi thảo luận. Hoạt động ngoại khóa có tác dụng như một "cú hích" ban đầu, đồng thời cũng nhờ hoạt động ngoại khóa mà giáo viên có điều kiện phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu cho học sinh.

Thực hiện biện pháp này có thể cho học sinh thực hiện các đề tài được quy định trong các hoạt động ngoại khóa, thực hành hoặc làm bài tập có nội dung thực hành. Cũng có thể cho học sinh vận dụng các kiến thức, kĩ năng phương pháp Toán học để nghiên cứu những vấn đề hoặc bài tập của những môn học khác mà trước hết và gần gũi nhất là các môn thuộc khoa học tự nhiên.

Cho dù hoạt động ngoại khóa được tổ chức theo hình thức nào cũng nên tạo điều kiện để học sinh tham gia chuẩn bị và cả trong quá trình thực hiện ngoại khóa. Như vậy sẽ tạo sự hấp dẫn và học sinh tập trung hơn làm cho hoạt động ngoại khóa đạt kết quả cao hơn.

2.2.4. Biện pháp 4: Tích cực hoá tư duy học sinh trong quá trình phát hiện và giải quyết vấn đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số

Tư duy sáng tạo là quá trình tìm cách nhận thức, phát hiện ra quy luật của sự vật, có ý thức luôn tìm ra cái mới để hiểu rõ hơn bản chất của sự vật, hiện tượng cũng như tìm ra nguyên nhân, ngăn chặn, loại bỏ cái xấu và phát hiện cái tốt, cái tích cực. Sản phẩm của tư duy sáng tạo là tìm ra cái mới, được thể hiện ở chỗ phát hiện vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Tư duy sáng tạo là một dạng tư duy độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao.

Tư duy sáng tạo bao gồm các đặc trưng: tính mềm dẻo; tính nhuần nhuyễn; tính độc đáo; tính hoàn thiện; tính nhạy cảm vấn đề. Các đặc trưng cơ bản trên của tư duy sáng tạo không tách rời nhau mà trái lại chúng có quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ bổ sung cho nhau nhất là trong dạy học Toán nói

chung và giải PT - BPT nói riêng . Khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác (tính mềm dẻo) tạo điều kiện để cho việc tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ khác nhau và khía cạnh khác nhau (tính nhuần nhuyễn) và nhờ đó đề xuất được nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được giải pháp lạ đặc sắc (tính độc đáo). Tất cả các yếu tố đặc trưng trên góp phần tạo nên tư duy sáng tạo, đỉnh cao nhất trong các hoạt động trí tuệ của con người.

Bài tập về PT - BPT rất đa dạng, phong phú và cũng có rất nhiều cách khác nhau để giải chúng. Do đó dạy học giải PT - BPT có nhiều cơ hội để rèn luyện khả năng xem xét đối tượng ở nhiều khía cạnh khác nhau từ đó tìm được nhiều cách giải và tìm được cách giải độc đáo. Hay nói cách khác rèn luyện được tính nhuần nhuyễn , tính độc đáo của tư duy.

Các bài tập PT - BPT tiềm ẩn những thách thức đối với học sinh. Có thể hình thức bài toán rất quen thuộc, nhưng khi bắt tay vào giải thì lại gặp khó khăn, vướng mắc mà với lối tư duy thông thường, với cách làm cũ sẽ không giải quyết được. Để giải được chúng học sinh cần vận dụng linh hoạt các tri thức khác nhau và phối hợp nhiều hoạt động như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, tương tự hóa,… để có thể chuyển hướng tư duy, điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ, tìm thấy ý tưởng mới, cách giải quyết mới từ những tri thức, kinh nghiệm đã có. Do vậy thông qua dạy học giải bài tập PT - BPT cho HS sẽ rèn luyện được tính mềm dẻo của tư duy.

Trong quá trình giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số học sinh phải thực hiện nhiều phép biến đổi phức tạp như biến đổi tương đương, để cô lập tham số m hay đưa phương trình về dạng đặc trưng $f(u) = f(v)$; đặt ẩn phụ để đơn giản hóa PT - BPT; tạo ra các lượng liên hợp để làm xuất hiện nhân tử chung rồi đưa PT - BPT về dạng tích sau đó giải nghiệm trong biểu thức đơn giản, phần PT - BPT còn lại học sinh sẽ giải tiếp bằng phương pháp hàm số… Nếu học sinh không nắm vững kiến thức, kĩ năng thì dễ mắc sai lầm. Do đó việc dạy học giải

PT - BPT bằng phương pháp hàm số sẽ có cơ hội để rèn luyện khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm,… trong lời giải và sữa chữa hoàn thiện, tối ưu hóa lời giải. Qua đó sẽ rèn luyện được cho học sinh tính nhạy cảm vấn đề và tính hoàn thiện của tư duy.

Để minh họa cho biện pháp tích cực hóa tư duy trong quá trình phát hiện và giải quyết vấn đề, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 2.14. (Đề thi THPT Quốc Gia 2015). Giải phương trình:

$$\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)$$

ĐK : x ≥ -2.

Phương trình đã cho tương đương:

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3}=(x+1)\frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ \dfrac{x+4}{x^2-2x+3}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \quad (1) \end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow(x+4)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=(x+1)\left(x^2-2x+3\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{(x+2)^2}+2\right)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=\left[(x-1)+2\right]\left[(x-1)^2+2\right] \quad (2)$$

Đặt $f(t)=(t+2)\left(t^2+2\right)=t^3+2t^2+2t+4$ với $\forall t\in R$.

$f'(t)=3t^2+4t+2>0 \Rightarrow$ f(t) đồng biến.

Vậy (2) $\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x+2}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-2x+1=x+2 \end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm x = 2, x = $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Nhận xét: Trong ví dụ trên học sinh phải thực hiện hai thao tác tư duy Toán học

- Thao tác 1: học sinh phải biết cách nhẩm nghiệm, tách và thực hiện nhân liên hợp để đưa phương trình về dạng tích.

- Thao tác 2: học sinh phải có tư duy linh hoạt trong việc sử dụng phương pháp hàm số giải quyết phần còn lại của bài toán.

Bên cạnh đó, qua ví dụ trên giáo viên cần nhấn mạnh cho học sinh rằng để giải một số bài toán PT - BPT bằng phương pháp hàm số, học sinh không chỉ đơn thuần sử dụng phương pháp hàm số mà còn phải kết hợp các phương pháp như đặt ẩn phụ để đơn giản hóa PT - BPT; tạo ra các lượng liên hợp để làm xuất hiện nhân tử chung rồi đưa PT - BPT về dạng tích sau đó giải nghiệm trong biểu thức đơn giản, phần PT - BPT còn lại học sinh sẽ giải tiếp bằng phương pháp hàm số…

2.2.5. Biện pháp 5: Đưa vào các bài toán hay và khó nhằm kiểm tra, đánh giá năng lực vận dụng các kiến thức đã học

Trong thực tế, đa số giáo viên dạy Toán ở THPT hiện nay vẫn chủ yếu khai thác và sử dụng các bài tập có sẵn trong SGK và các sách, tài liệu tham khảo. Họ chưa chú ý và chưa biết cách tự xây dựng, sáng tác các bài toán cho học sinh. Hơn nữa SGK, cũng như các sách tham khảo chủ yếu cung cấp kiến thức và các bài tập rèn luyện kỹ năng và viết cho một đối tượng học sinh rất rộng, các bài tập đòi hỏi học sinh phải tư duy sáng tạo không nhiều. Do đó nếu chỉ khai thác, sử dụng các bài tập sẵn có thì các bài giảng, các ví dụ của giáo viên sẽ không phong phú, thiếu sinh động và không tạo được hứng thú học tập cho học sinh ở chủ đề giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số này.

Những bài toán hay và khó trong các tiết luyện tập và kiểm tra là cơ sở quan trọng để giáo viên đánh giá về tình hình học tập, về tình hình kiến tạo tri thức, rèn luyện kĩ năng của học sinh và cả về mặt năng lực, thái độ và phẩm chất

của họ. Qua đó cho giáo viên thấy được thành công hay thất bại của công việc dạy học làm căn cứ để điều chỉnh quá trình dạy học về sau, cũng như tạo tiền đề cho việc đi sâu vào giáo dục cá biệt. Mặt khác kiểm tra cũng giúp cho học sinh ý thức được họ đã đạt được mục tiêu ở mức độ nào, còn những lỗ hổng hoặc sai sót nào cần phải nỗ lực khắc phục.

Do đó, theo chúng tôi để kiểm tra, đánh giá năng lực vận dụng các kiến thức đã học của học sinh có hiệu quả thì cần phải có một biện pháp đối với giáo viên, đó là: Xây dựng các bài toán giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số hay và khó cho học sinh khá giỏi THPT. Sau đây chúng tôi giới thiệu một số bài tập trong nội dung dạy học giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số:

2.2.5.1. Hệ thống bài tập

<u>Phần 1</u>: Phương trình và bất phương trình vô tỉ

Bài tập 2.1. Giải các phương trình sau (*theo định hướng 1*):

1. $\sqrt[3]{x+6}+x^2=7-\sqrt{x-1}$;
2. $(x-1)\left(2\sqrt{x-1}+3\sqrt[3]{x+6}\right)=x+6$;
3. $\sqrt{4x-1}+\sqrt{4x^2-1}=1$;
4. $\sqrt{x^3+3x^2+9x-13}=\sqrt{3-2x}+\dfrac{\sqrt{543}-\sqrt{27}}{9}$;
5. $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=\sqrt{10^x}$;
6. $\sqrt{x^2+48}=4x-13+\sqrt{x^2+9}$;
7. $x^3+x-7=\sqrt{x^2+5}$;

Bài tập 2.2. Giải các phương trình sau (*theo định hướng 2*):

1. $8x^3-36x^2+53x-25=\sqrt[3]{3x-5}$;
2. $2\sqrt[3]{2x-1}=27x^3-27x^2+13x-2$;

3. $4x^2+18x+\dfrac{14}{x}+27=\sqrt[3]{\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{5}{x^3}}$;

4. $8x^3+8x-4=\sqrt[3]{4-6x}$;

5. $5x\sqrt{25x^2+2}+(2x+3)\sqrt{4x^2+12x+11}+7x+3=0$.

Bài tập 2.3. Giải các phương trình sau (*theo định hướng 1 hoặc 2*):

1. $x^3+\sqrt{x^3}=(x+4)(x+5)$;

2. $(x+2)\left(\sqrt{x^2+4x+7}+1\right)+x\left(\sqrt{x^2+3}+1\right)=0$;

3. $\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{2x^2+2x+1}=\dfrac{x^2+x}{(x^2+x+1)(2x^2+2x+1)}$;

4. $x^3+2x^2-1=15\left(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-2}\right)^3$;

5. $\sqrt{3x+1}+\sqrt{x+\sqrt{7x+2}}=4$;

6. $9x^2-28x+21=\sqrt{x-1}$;

7. $x^3-6x^2+12x-7=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$.

Bài tập 2.4. Giải các bất phương trình sau (*theo định hướng 1*):

1. $\sqrt{x+2}+x^2-x-2\le\sqrt{3x-2}$;

2. $\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\ge\sqrt[3]{2x-1}$;

3. $4\sqrt{x+2}+\sqrt{22-3x}<x^2+8$;

4. $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{2x-1}<\sqrt[3]{3x+1}$;

5. $\sqrt{2x-1}+x\le 4-\sqrt{x^2+3}$;

6. $\dfrac{x-7}{x-1-2\sqrt{x+2}}\ge\dfrac{2\sqrt{4-x}}{x+1}$;

7. $\sqrt{(x+2)(2x-1)}-3\sqrt{x+6}\le 4-\sqrt{(x+6)(2x-1)}+3\sqrt{x+2}$;

8. $\left(2\sqrt{x-1}+3\sqrt[3]{x+6}\right)(x-1)>x+6$;

Bài tập 2.5. Giải các bất phương trình sau (*theo định hướng 2*):

1. $(x+2)\left(1+\sqrt{x^2+4x+6}\right)+(x+1)\left(1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)\le 0$;

2. $(x+2)\sqrt{x+1}>27x^3-27x^2+12x-2$;

3. $(4x-6)\left(2+\sqrt{x^2-3x+4}\right)+\left(x^2+1\right)\left(4+\sqrt{x^4+2x^2+8}\right)\le 0$;

Bài tập 2.6. Tìm giá trị của m để các phương trình sau có nghiệm:

1. $x+\sqrt{4x^2-1}-\dfrac{1}{2}=(2m+3)x$;

2. $x+\sqrt{3x^2+1}=m$;

3. $(4m-3)\sqrt{x+3}+(3m-4)\sqrt{1-x}+m-1=0$;

4. $\sqrt{1-x}+\sqrt{8-x}+\sqrt{(1-x)(8-x)}=m$;

5. $5\sqrt[4]{x^2+1}-\sqrt{x}=m$;

6. $\sqrt[5]{x^2-34x+m}-\sqrt[4]{(x-1)(x-33)}=1$;

7. $x-\sqrt{1-x^2}=m$;

8. $9+2\sqrt{4-x^2}=m\left(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}\right)$;

9. $x^2+\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}=m$;

10. $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$.

Bài tập 2.7. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

1. $\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x}=m$;

2. $\sqrt{4-x}+\sqrt[3]{x+5}=m$;

Bài tập 2.8. Tìm m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực phân biệt:

1. $\sqrt[4]{x^4+4x+m}+\sqrt{x^4+4x+m}=6$;
2. $m(2x+1)\sqrt{x^2+1}=10x^2+8x+4$.
3. $x^2+2x-8=\sqrt{m(x-2)}$.

Bài tập 2.9. Tìm m để phương trình:

$2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\cos 4x+2\sin 2x-m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Bài tập 2.10. Chứng minh rằng với mọi giá trị thực của tham số m phương trình:

$3\sin x+4\cos x+\left(2m-m^2-7\right)+2016=0$ luôn có nghiệm.

Bài tập 2.11. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi *x*:

$m\sqrt{2x^2+9}<x+m$;

Bài tập 2.12. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm:

1. $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}>m$;
2. $x+\sqrt{2x^2+1}>m$.

Bài tập 2.13. Tìm các giá trị của m để mọi nghiệm của bất phương trình ở $2\le x\le 5$ đều thỏa mãn bất phương trình: $x|x-3|\le m$.

Bài tập 2.14. Tìm m để bất phương trình:

1. $\sqrt{(1+2x)(3-x)}>m+\left(2x^2-5x+3\right)$ thỏa mãn $\forall x\in\left[-\frac{1}{2};3\right]$;
2. $-x^3+3mx-2<\frac{-1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$;
3. $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ đúng $\forall x\in\square$.

<u>Phần 2</u>: Phương trình và bất phương trình mũ, lôgarit

Bài tập 2.15. Giải các phương trình sau (*theo định hướng 1*):

1. $3^x + 2x - 5 = 0$;
2. $2^x - 1 = 3^{\frac{x}{2}}$;
3. $\log_{\frac{1}{2}} x - 5x + \frac{3}{2} = 0$;
4. $6^x + 8^x = 10^x$;
5. $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 2^x$;
6. $2^{\log_2 x} + 3^{\log_2 x} = 7^{\log_2 x} - 2$;
7. $\log_2\left(x + 3^{\log_6 x}\right) = \log_6 x$;
8. $\log_2\left(1+\sqrt{x}\right) = \log_3 x$;
9. $x + 2.3^{\log_2 x} = 3$;
10. $x^2 + 3^{\log_2 x} = x^{\log_2 5}$;
11. $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$;
12. $x^2 + \left(2^x - 3\right)x + 2\left(1 - 2^x\right) = 0$;

Bài tập 2.16. Giải các phương trình sau (*theo định hướng 2*):

1. $2^{x^2-x} - 2^{x+8} = 8 + 2x - x^2$;
2. $3^x = 1 + x + \log_3\left(1+2x\right)$;
3. $2^{3x} + 3x.2^{2x} + \left(1+3^{x^2}\right)2^x + x - 2 = 0$;
4. $\log_3\left(\sqrt{x^2-3x+2}+2\right) + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1} = 2$;
5. $2^{x^2-x} + 9^{3-2x} + x^2 + 6 = 4^{2x-3} + 3^{x-x^2} + 5x$;

6. $3.x^{\log_3 x}+\left(\log_3 x-1\right)^2=x^2$;

7. $\log_2 \dfrac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5}=x^2+3x+2$

8. $2x^2-6x+2=\log_2 \dfrac{1+2x}{\left(x-1\right)^2}$;

Bài luyện tập 2.17. Giải các bất phương trình sau:

1. $3^x+4^x-5^x>0$;
2. $1+2.2^x+3.3^x<6^x$;
3. $x^4-8e^{x-1}>x\left(x^2e^{x-1}-8\right)$;
4. $\sqrt{-3x^2-5x+2}+2x>3^x2x\sqrt{-3x^2-5x+2}+\left(2x\right)^2 3^x$;
5. $\log_2\left(2^x+1\right)+\log_3\left(4^x+2\right)\le 2$;
6. $x\left(\log_2 x-2\right)>9\log_2 x-2$;
7. $2x+\log_2\left(x^2-4x+4\right)>2-\left(x+1\right)\log_{\frac{1}{2}}\left(2-x\right)$;

Bài tập 2.18. Giải và biện luận phương trình sau:

$2^x+3=m\sqrt{4^x+1}$.

Bài tập 2.19. Tìm tham số thực m để phương trình sau có nghiệm thực:

$9^{1+\sqrt{1-x^2}}-\left(m+2\right).3^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0$.

Bài tập 2.20. Tìm m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x^2-3}=m\left(\log_4 x^2-3\right)$ có nghiệm thuộc $\left[32;+\infty\right)$.

Bài tập 2.21. **(Đề thi Đại học khối A-2002)**. Tìm m để phương trình sau:

1. $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$;

2. $4^{1+x}+4^{1-x}=(m+1)\left(2^{2+x}-2^{2-x}\right)$ có nghiệm $x\in[0;1]$.

Bài tập 2.22. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\left(\sqrt{5}+1\right)^x+m\left(\sqrt{5}-1\right)^x=2^x.$$

Bài tập 2.23. Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm thực phân biệt:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\left|x^2-2x\right|}=m^2+m+1$$

Bài tập 2.24. Biện luận số nghiệm của phương trình: $2^x+3=m\sqrt{4^x+1}$.

Bài tập 2.25. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi *x*:

$$1+\log_5\left(x^2+1\right)\geq\log_5\left(mx^2+4x+m\right).$$

Bài tập 2.26. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau đây nghiệm đúng với $x>0$:

$$(3m+1)12^x+(2-m)6^x+3^x<0.$$

Bài tập 2.27. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình sau có nghiệm:

$$4^x-m2^x+m+3\leq 0.$$

Bài tập 2.28. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi giá trị của *x* :

$$m.4^x+(m-1)2^{x+2}+m-1>0..$$

Bài tập 2.29. Cho bất phương trình: $m9^{2x^2-x}-(2m+1)6^{2x^2-x}+m.4^{2x^2-x}\leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi *x* thỏa mãn điều kiện: $|x|\geq 2$.

Bài tập 2.30. Tìm m để bất phương trình $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\square$.

2.2.5.2. Một số gợi ý về phương pháp dạy học sử dụng Hệ thống bài tập đã được xây dựng

Hệ thống bài tập được xem là cơ sở quan trọng trong việc lồng ghép những bài toán thực tế vào dạy học. Tùy vào từng bài hay từng mục, từng chi tiết cụ thể mà ta có kế hoạch dạy học, rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức Toán học vào thực tế một cách phù hợp nhất. Những bài toán trong Hệ thống bài tập được vận dụng vào bài dạy mang tính chất điểm tựa, để bài dạy thêm sinh động, tận dụng được nhiều cơ hội củng cố kiến thức. Trong nhiều trường hợp ta cần sáng tạo thêm một số bài toán khác đơn giản hơn, cụ thể hơn, và không phức tạp trong việc giải chúng. Cụ thể khi sử dụng và giảng dạy Hệ thống bài tập cần chú ý những điểm sau đây:

Thứ nhất: Về việc khai thác Hệ thống bài tập trong giảng dạy

Mặc dù Hệ thống bài tập có nội dung thực tế được lựa chọn, cân nhắc một cách thận trọng về nội dung cũng như hình thức và số lượng phù hợp kiến thức Toán trong Chương trình THPT; nhưng trong quá trình giảng dạy cần chú ý vận dụng linh hoạt vào từng trường hợp cụ thể, chẳng hạn:

- Đối với những chủ đề chưa có bài tập trong Hệ thống, ta có thể sáng tạo các bài toán có lời văn mang nội dung thực tiễn hoặc các bài toán khác làm ví dụ minh họa cho học sinh.

- Đối với học sinh trung bình ta cần bổ sung những bài toán ở mức độ thấp hơn những bài tập trong Hệ thống hoặc sử dụng những bài tập vừa phải trong Hệ thống, có sự chỉ dẫn, gợi ý giúp các em hoàn thành được bài tập ở nhà.

- Đối với những HS khá, giỏi ta có thể lựa chọn những bài tập nâng cao, ra nhiều bài tập về nhà hơn so với học sinh khác.

Thứ hai: Về việc lựa chọn thời điểm đưa các bài toán có nội dung thực tế vào giảng dạy

Tùy thuộc vào từng bài, từng tiết mà ta đưa bài toán có nội dung thực tế vào thời điểm nào là phù hợp. Có thể đưa vào bài toán có nội dung thực tế khi mở bài (hay đặt vấn đề), khi khai thác các ví dụ và tình huống thực tế trong xây

dựng và củng cố kiến thức, thay thế bổ sung các ví dụ hoặc thay thế bổ sung các bài tập trong SGK.

Thứ ba: Về phương pháp giảng dạy bài toán có nội dung thực tế

Trong giảng dạy các bài toán có nội dung thực tế, cần chú ý vận dụng linh hoạt các bước giải một bài toán có nội dung thực tế:

Bước 1: Chuyển bài toán thực tế về dạng ngôn ngữ thích hợp với lý thuyết toán học dùng để giải (lập mô hình toán học của bài toán);

Bước 2: Giải bài toán trong khuôn khổ của lý thuyết toán học;

Bước 3: Chuyển kết quả của lời giải toán học về ngôn ngữ của lĩnh vực thực tế.

Trong ba bước trên, Bước 1 thường là bước quan trọng nhất. Để tiến hành được bước này, điều quan trọng là tập luyện cho HS biết xem xét những đại lượng trong những mối liên hệ với nhau, phát hiện ra những mối liên quan về lượng giữa chúng để trên cơ sở đó có thể biểu thị được đại lượng này qua đại lượng khác.

2.2.6. Biện pháp 6: Chú ý khai thác các ứng dụng của hàm số vào các bài toán thuộc bộ môn khác gần với thực tế như Vật lí, Hóa học, Sinh học…

Biện pháp này hướng việc liên hệ với thực tiễn vào các môn học khác trong nhà trường. Các hoạt động này có thể được tiến hành trong các giờ học toán, nhưng cũng có thể được các GV bộ môn khác tiến hành trong khi dạy học các bộ môn đó. Với vai trò là môn học công cụ, nội dung, kĩ năng và các phương pháp toán học xâm nhập vào tất cả các môn học khác ở nhà trường phổ thông. Tập trung khai thác những ứng dụng có tính liên môn, tích hợp như vậy vừa giúp củng cố kiến thức, vừa giúp dạy học hiệu quả các bộ môn nên được các GV khác quan tâm, ủng hộ.

Trong quá trình dạy học GV có thể kết hợp chỉ ra những ứng dụng của hàm số sẽ được vận dụng trong các loại bài tập của một số bộ môn. Điều này sẽ giúp HS dễ định hướng trong khi giải các bài tập thuộc các bộ môn khác.

Cũng cần chú ý rằng, ứng dụng của hàm số vào các môn học khác không đơn thuần chỉ là ứng dụng nội dung của nó. Mà cần lưu ý tới việc ứng dụng cả kĩ năng và phương pháp toán học nói chung cho HS. GV nên khuyến khích ứng dụng các phương pháp suy luận, kĩ năng tính toán vào việc học tập các môn học khác. Chẳng hạn, tính chặt chẽ, có căn cứ trong lập luận, tính hệ thống, cách diễn đạt, kĩ năng giải quyết bài toán cực trị hàm số. Chính những ứng dụng các kĩ năng và phương pháp này sẽ góp phần nâng cao chất lượng học tập các môn học khác. Từ đó sẽ làm tăng hứng thú học tập môn Toán nói chung và nội dung giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số nói riêng.

Sau đây là một số bài toán ứng dụng của hàm số vào các bộ môn khác có nội dung thực tiễn:

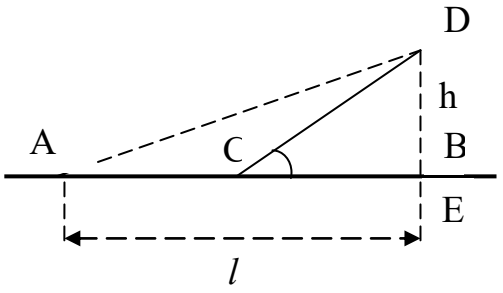
Ví dụ 2.15. Từ cảng A dọc theo đường sắt AB cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa C và xây dựng một con đường từ C đến D. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là v_1 và trên đường bộ là $v_2\left(v_1 > v_2\right)$. Hãy xác định phương án chọn địa điểm C để thời gian vận chuyển hàng từ cảng A đến cảng D là ngắn nhất.

Hướng dẫn:

Gọi t là thời gian vận chuyển hang hóa từ cảng A đến cảng D. Ta có:

$$t = \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{AE - CE}{v_1} + \frac{CD}{v_2}$$

$$= \frac{l - \dfrac{h}{\tan\alpha}}{v_1} + \frac{\dfrac{h}{\sin\alpha}}{v_2} = \frac{l - h.\cot\alpha}{v_1} + \frac{h}{v_2 \sin\alpha}$$



Xét hàm số: $t(\alpha) = \dfrac{l - h.\cot\alpha}{v_1} + \dfrac{h}{v_2 \sin\alpha}$

Ta có:

$$t'(\alpha) = \frac{h}{v_1 \sin^2\alpha} - \frac{h.\cos\alpha}{v_2 \sin^2\alpha}; t'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}.$$

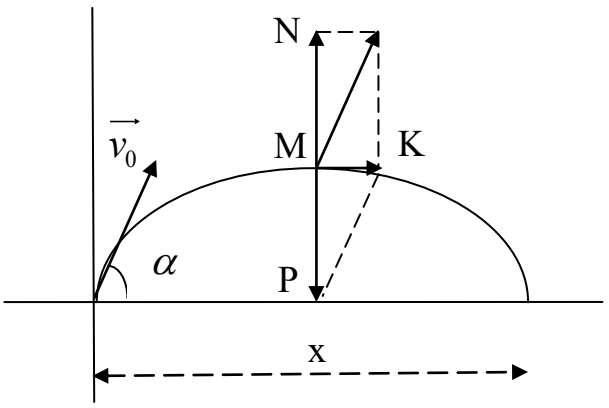
Khảo sát hàm số ta được $t(\alpha)$ nhỏ nhất khi $\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$.

Vậy để t nhỏ nhất ta chọn C sao cho $\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$.

Ví dụ 2.16. Một vật được ném lên trời xuyên góc α so với phương nằm ngang, vận tốc ban đầu $v_0 = 9$ m/s.

a) Tính độ cao nhất của vật trên quỹ đạo và xác định thời điểm mà nó đạt được độ cao đó (g = 10m/s^2)

b) Xác định góc α để tầm ném cực đại.



Hướng dẫn:

a) Véc tơ $\vec{v_0}$ được phân tích thành tổng của hai véc tơ theo hai phương vuông góc với nhau (phương ngang và phương thẳng đứng). Vật cao nhất khi $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MP}$, trong đó $\left|\overrightarrow{MP}\right| = gt$ (1), $MN^2 = v_0^2 - MK^2$.

Suy ra $MN^2 = v_0^2 - v_0^2\cos^2\alpha$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow g^2t^2 = v_0^2\left(1-\cos^2\alpha\right) \Leftrightarrow t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$.

Vậy h lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$ và khi đó:

$$\max h = v_0\sin\alpha\frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}.$$

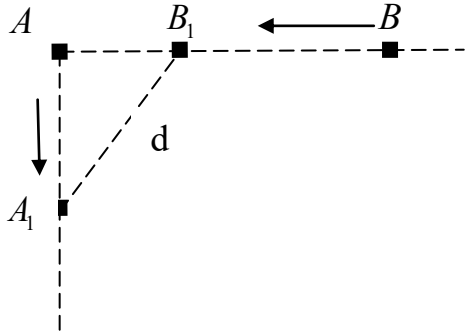
b) Vì quỹ đạo của vật ném xiên là Parabol nên tầm ném của vật được tính

$$x = MK.2t = v_0\cos\alpha.2\frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}.$$

Khảo sát với hàm $f(\alpha)=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$, ta được $\text{Max}f(\alpha)=\dfrac{v_0^2}{g}\Leftrightarrow \alpha=45^0$.

Vậy tầm ném cực đại khi $\alpha=45^0$.

Ví dụ 2.17. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai tàu cùng khởi hành, một chạy về hướng Nam với 6 (hải lý/giờ), còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 (hải lý/giờ). Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



Hướng dẫn:

Tại thời điểm t sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d.

Ta có: $d^2=AB_1^2+AA_1^2=\left(5-BB_1^2\right)+AA_1^2=(5-7t)^2+(6t)^2$.

Suy ra $d=d(t)=\sqrt{85t^2-70t+25}$.

Khảo sát hàm số $d=d(t)=\sqrt{85t^2-70t+25}$ ta được d nhỏ nhất khi $t=\dfrac{7}{17}$(giờ), khi đó ta có $d\approx 3,25$(hải lý).

Ví dụ 2.18. Một nguồn điện với suất điện động E và điện trở r được nối với một biến trở R. Với giá trị nào của biến trở thì công suất tỏa nhiệt ở mạch ngoài sẽ đạt cực đại?

Hướng dẫn:

Theo công thức: $P=RI^2$ với $I=\dfrac{E}{R+r}$. Suy ra $P(R)=\dfrac{E^2R}{(R+r)^2},(R>0)$.

Khảo sát hàm số P, ta thu được P lớn nhất khi R = r.

Ví dụ 2.19. Viết phương trình phản ứng tạo thành Nitơ (IV) ôxít từ Nitơ (II) ôxít và ôxy. Hãy xác định nồng độ khí ôxy tham gia phản ứng để phản ứng xảy ra nhanh nhất?

Hướng dẫn:

Phương trình phản ứng: $2NO + O_2 = 2NO_2$.

Vận tốc của phản ứng: $v = kx^2y = kx^2(100 - x)$

$$= -kx^3 + 100kx^2 \left(0 < x < 100\right).$$

Trong đó x là nồng độ % của khí NO, y là nồng độ % của khí O_2, k là hằng số chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ mà không phụ thuộc vào các chất tham gia phản ứng.

Khảo sát hàm số v, ta thu được v lớn nhất khi x = 66,67%. Lúc này, nồng độ % khí ôxy là y = 33,33%.

Ví dụ 2.20. Trong một môi trường dinh dưỡng có 1000 vi khuẩn được cấy vào. Bằng thực nghiệm xác định được số lượng vi khuẩn tăng theo thời gian bởi quy luật: $P(t) = 1000 + \dfrac{100t}{100 + t^2}$ (t là thời gian (đơn vị giờ)).

Hãy xác định thời điểm sau khi thực hiện cấy vi khuẩn vào, số lượng vi khuẩn tăng lên là lớn nhất?

Hướng dẫn:

Khảo sát hàm số $P(t) = 1000 + \dfrac{100t}{100 + t^2}$, ta thu được P lớn nhất khi t = 10 (giờ).

Ví dụ 2.21. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà Sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có *n* con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 480 - 28n(gam)$.

Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Hướng dẫn:

Sản lượng cá thu hoạch được sau một vụ là

$$T(n) = n(480 - 28n)(gam);$$

Trong đó n là số con cá trên một đơn vị diện tích ($n \in \square^{*}$).

Xét hàm số $f(x) = x(480 - 28x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có BBT:

x	0		$\frac{60}{7}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(\frac{60}{7}\right)$	$\searrow$	

Từ BBT, ta có: hàm số *f* đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = \frac{60}{7} \approx 9$.

Từ đó suy ra rằng trên tập hợp $\square^{*}$, hàm số T(n) đạt giá trị lớn nhất tại $n = 9$.

Vậy muốn thu hoạch được nhiều nhất sau một vụ thì trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ phải thả 9 con cá.

Ví dụ 2.22. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức:

$$G(x) = 0,025x^2(30 - x)$$

Trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất và tính độ giảm đó.

Hướng dẫn:

Xét hàm $G(x) = 0,75x^2 - 0,025x^3$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có:

$$G'(x) = 1,5x - 0,075x^2; G'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 20 \end{array}\right.$$

BBT:

x	0		20		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	100	↘	

Từ bảng biến thiên, ta có: $\underset{(0;+\infty)}{\text{Max}}\, G(x) = G(20) = 100$.

Vậy liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20mg. Khi đó, độ giảm huyết áp là 100.

Ví dụ 2.23. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là:

$$f(t) = 45t^2 - t^3; t = 0,1,2,...,25.$$

Nếu coi *f* là hàm số xác định trên đoạn [0;25] thì *f'(t)* được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ ngày) tại thời điểm t.

a) Tính tốc độ truyền bệnh vào ngày thứ 5.

b) Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất và tính tốc độ đó.

c) Xác định các ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 600.

d) Xét chiều biến thiên của hàm số *f* trên đoạn [0;25].

Hướng dẫn:

Số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ *t* là:

$f(t) = 45t^2 - t^3$; t là nguyên và thuộc [0;25].

a) Ta có: $f'(t) = 90t - 3t^2 = 3t(30 - t)$.

Tốc độ truyền bệnh vào ngày thứ 5 là:

f'(5) = 375 người/ ngày

b) $f''(t) = 90 - 6t; f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15.$

BBT:

x	0		15		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	675	↘	

Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là vào ngày thứ 15. Tốc độ đó là:

$f'(15) = 675$ người/ ngày.

c) $f'(t) > 600 \Leftrightarrow 90t - 3t^2 > 600$

$\Leftrightarrow t^2 - 30t + 200 > 0$

$\Leftrightarrow 10 < t < 20$.

Từ ngày thứ 11 đến ngày thứ 19, tốc độ truyền bệnh là lớn hơn 600 người mỗi ngày.

d) $f'(t) = 90t - 3t^2 = 3t(30 - t) > 0; \forall t \in (0;25)$

Do đó hàm số f đồng biến trên [0;25].

2.3. Kết luận chương 2

Dựa trên các cơ sở lí luận và thực tiễn đã chỉ ra ở Chương 1, dạy học nội dung giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số, ở Chương 2 đã đưa ra phương pháp hàm số giải PT - BPT và các biện pháp sư phạm giúp tăng cường hiệu quả trong quá trình dạy học giải PT - BPT bằng phương pháp hàm số ở trường THPT. Đồng thời, chương này còn đưa vào các ví dụ minh họa và Hệ thống bài tập giúp HS luyện tập, qua đó kiểm tra, đánh giá năng lực vận dụng của HS.

Bên cạnh đó, việc đưa ra một số ví dụ thực tiễn của các bộ môn khác có liên quan đến kiến thức hàm số còn giúp cho HS mở rộng suy nghĩ về việc ứng dụng kiến thức Toán hàm số trong thực tế cuộc sống. Từ đó góp phần tạo hứng thú, động cơ học tập cho HS, qua đó rèn luyện cho các em thói quen, ý thức vận dụng những kiến thức Toán học nói riêng và các kiến thức được trang bị trong

Nhà trường phổ thông nói chung vào cuộc sống thực tế hiện tại của các em cũng như trong tương lai sau này.

CHƯƠNG 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích, nhiệm vụ, phương pháp thực nghiệm sư phạm

3.1.1. Mục đích

Thử nghiệm sư phạm được tiến hành nhằm mục đích kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của đề tài: ***"Dạy học giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi trung học phổ thông"*** .

3.1.2. Nhiệm vụ

- Biên soạn lại tài liệu thử nghiệm theo hướng rèn luyện kĩ năng giải Toán PT, BPT.

- Cung cấp một số giáo án thử nghiệm cho GV.

- Chọn lớp dạy thực nghiệm và lớp đối chứng, tiến hành dạy thực nghiệm thao giảng, dự giờ và ghi nhận tình hình học tập của HS trong các tiết dạy thực nghiệm.

- Tiến hành kiểm tra, so sánh kết quả giữa các lớp. Đánh giá chất lượng hiệu quả và hướng khả thi của việc rèn luyện kĩ năng cho HS khá, giỏi trong giải toán PT, BPT bằng phương pháp hàm số.

3.1.3. Phương pháp

- Thực nghiệm sư phạm được thực hiện song song giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng.

- Lớp thực nghiệm và lớp đối chứng có trình độ HS tương đương nhau.

- Tôi và GV lớp thực nghiệm và đối chứng cùng nhau thảo luận, biên soạn bài giảng và đề kiểm tra cho hai lớp. Để lựa chọn mẫu thực nghiệm sát với HS chúng tôi tiến hành thực hiện:

+ Trao đổi với các GV bộ môn Toán, GV chủ nhiệm lớp để biết tình hình học tập của HS.

+ Xem xét kết quả học tập bộ môn Toán.

Ngoài ra tôi còn kết hợp chặt chẽ với các phương pháp khác như: quan sát, tổng kết kinh nghiệm…

3.2. Tổ chức và nội dung thực nghiệm sư phạm

3.2.1. Tổ chức thực nghiệm

a) Kế hoạch thực nghiệm sư phạm

- Xây dựng giáo án thử nghiệm.
- Tổ chức dạy các tiết đã chọn theo hai lớp thử nghiệm và lớp đối chứng.
- Đánh giá kết quả của đợt thử nghiệm.

b) Đối tượng thực nghiệm sư phạm

- Là HS lớp 12 ban nâng cao gồm đa số HS khá, giỏi môn Toán.
- Hai lớp dạy thử nghiệm là lớp 12A1, lớp đối chứng là lớp 12A2 cùng thuộc trường THPT Nguyễn Trãi – Vũ Thư – Thái Bình, năm học 2015 – 2016.
- GV dạy thử nghiệm: Thầy giáo Trần Ngọc Dũng dạy lớp 12A1. GV dạy thử nghiệm cũng đồng thời là GV dạy lớp đối chứng.
- Số tiết dạy thử nghiệm 4 tiết: Thời gian thử nghiệm: Tháng 04 – 2016, thuộc chuyên đề tự chọn môn toán, năm học 2015 – 2016.

3.2.2 Nội dung thực nghiệm

3.2.2.1. Các giáo án thực nghiệm

Giáo án số 1:

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ *(2 tiết)*

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Hiểu được định lí về mối liên hệ giữa tính đơn điệu của hàm số và số nghiệm của PT.

2. Kỹ năng

- Giải thành thạo một số bài toán giải PT bằng phương pháp hàm số.
- Giải được các bài toán PT có tham số bằng phương pháp hàm số.

3. Tư duy, thái độ

- Rèn luyện tính tự giác, tích cực trong học tập.

- Tư duy các vấn đề của TOán học một cách logic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ

***1. Giáo viên**:* Giáo án.

2. Học sinh: SGK, vở ghi. Ôn tập các kiến thức đã học về phương trình và tính đơn điệu của hàm số.

III. TIẾN TRÌNH BÀI DẠY

1. Ổn định tổ chức

2. Kiểm tra bài cũ: Xen bài mới

3. Nội dung bài mới

Hoạt động 1: Tìm hiểu phương pháp hàm số để giải PT

Hoạt động của GV – HS	*Nội dung ghi bảng*
- GV: Nêu định lí về tính đơn điệu của hàm số liên quan đến số nghiệm của PT? - HS: Suy nghĩ, phát biểu. - GV: Từ định lí trên ta có thể áp dụng giải PT theo những hướng nào? - HS: Theo 2 hướng.	**I. Phương pháp hàm số giải PT** ***Định lí:*** Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến (nghịch biến) và liên tục trên D, thì PT $f(x)=0$ có nhiều nhất 1 nghiệm và $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v;\forall u,v\in D$. Từ định lí trên ta có thể áp dụng để giải PT theo các định hướng như sau: ***Định hướng 1***: Thực hiện theo các bước ***Bước 1***: Tìm TXĐ hay ĐK của PT. Chuyển PT về dạng $f(x)=0$. Xét hàm số $y=f(x)$ xác định trên D. ***Bước 2***: Chứng minh hàm số $y=f(x)$ là hàm số đơn điệu trên D. ***Bước 3***: Tìm một $x_0\in D$ là nghiệm của

	PT. ***Bước 4***: Nhận xét và kết luận: (giả sử $y=f(x)$ là hàm số đồng biến). - Nhận xét: • $x<x_0 \Rightarrow f(x)<f(x_0)=0$, nên PT vô nghiệm. • $x>x_0 \Rightarrow f(x)>f(x_0)=0$, nên PT vô nghiệm. - Kết luận: Vậy $x=x_0$ là nghiệm duy nhất của PT. ***Định hướng 2***: Thực hiện theo các bước ***Bước 1***: Tìm TXĐ hay ĐK của PT. Chuyển PT về dạng $f(u)=f(v)$. ***Bước 2***: Xét hàm số đặc trưng $y=f(t)$, chứng minh $f(t)$ là hàm số đơn điệu trên TXĐ D. ***Bước 3***: Từ đó, ta có: $f(u)=f(v) \Leftrightarrow u=v; \forall u,v \in D$. Giải PT $u=v$. So sánh với ĐK và kết luận nghiệm của PT.

Hoạt động 2: Áp dụng giải PT bằng phương pháp hàm số

Hoạt động của GV – HS	*Nội dung ghi bảng*
- GV: Đưa ra ví dụ và hướng dẫn HS giải PT bằng phương	**II. Áp dụng** **Ví dụ 1:** Giải PT sau: $\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6=0$.

pháp hàm số. - HS: Theo dõi, ghi bài.	**Lời giải**: ***a) Bước 1***: TXĐ: $D=\left[\frac{-5}{4};+\infty\right)$ Xét $f(x)=\sqrt[3]{3x+5}+\sqrt{4x+5}+x-6$, trên D. ***Bước 2***: Ta có: $f'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}}+\frac{2}{\sqrt{4x+5}}+1>0;$ $\forall x\in\left(\frac{-5}{4};+\infty\right)$ Nên $f(x)$ là hàm số đồng biến trên D (1). ***Bước 3***: Ta nhận thấy: $f(1)=0$ (2). ***Bước 4***: Nhận xét: • $x<1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)<f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm. • $x>1$, từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x)>f(1)=0$ nên PT $f(x)=0$ vô nghiệm. Kết luận: Vậy x = 1 là nghiệm duy nhất của PT đã cho.
- GV: Đưa ra một số ví dụ khác và gọi HS lên bảng thực hiện. - HS: Xung phong lên bảng làm bài. - GV: Gọi HS khác nhận xét và chính xác hóa bài giải.	**Ví dụ 2:** Giải các PT sau: **a)** $\sqrt{12x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{25-4x}+1=0$ **b)** $(x-1)\left(3\sqrt[3]{x+6}+2\sqrt{x-1}\right)=x+6$ **c)** $24x^2-60x-\frac{1}{\sqrt{5x-7}}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}+36=0$

- GV: Đưa ra ví dụ về bài toán PT có tham số và hướng dẫn HS giải.

- HS: Theo dõi bài giải.

Ví dụ 3: Tìm m để PT sau:

$$4x-2+3\sqrt{21-4x-x^2}=m$$

a) Có nghiệm.

b) Có đúng 1 nghiệm.

c) Có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải:

Bước 1: TXĐ: $D=[-7;3]$.

Bước 2: Xét $f(x)=4x-2+3\sqrt{21-4x-x^2}$ trên D.

$$f'(x)=4-\frac{3(2+x)}{\sqrt{21-4x-x^2}};f'(x)=0\Leftrightarrow x=2.$$

Bước 3: Ta có bảng biến thiên

x	-7		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-30	↗	1	↘	10

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min\limits_{[-7;3]} f(x)=-30$; $\max\limits_{[-7;3]} f(x)=15$.

Bước 4: Kết luận:

a) PT có nghiệm khi:

$$\min_{[-7;3]} f(x)\le m\le \max_{[-7;3]} f(x)\Leftrightarrow -30\le m\le 15$$

b) PT có đúng 1 nghiệm khi: $-30\le m<10$ hoặc $m=15$.

c) PT có 2 nghiệm phân biệt khi: $10\le m<15$.

- GV: Gọi 1 HS lên bảng thực

hiện VD4. - HS: HS xung phong lên bảng giải bài. - GV: Cho các HS khác nhận xét và chính xác hóa lời giải đúng.	**Ví dụ 4:** Tìm m để PT sau có nghiệm: $\sqrt{x^2+12x+100}-\sqrt{x^2-12x+100}=m$

4. Củng cố:

- Nhấn mạnh định lí về tính đơn điệu của hàm số liên quan đến số nghiệm của PT.

- Các hướng để giải PT bằng phương pháp hàm số.

5. Bài tập về nhà:

Bài tập 1: Giải các PT sau:

1. $\sqrt[3]{x+6}+x^2=7-\sqrt{x-1}$;
2. $(x-1)\left(2\sqrt{x-1}+3\sqrt[3]{x+6}\right)=x+6$;
3. $8x^3+8x-4=\sqrt[3]{4-6x}$

Bài tập 2: Tìm các giá trị của m để các PT sau có nghiệm:

1. $x+\sqrt{4x^2-1}-\frac{1}{2}=(2m+3)x$;
2. $5\sqrt[4]{x^2+1}-\sqrt{x}=m$.

Giáo án số 2:

GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ *(2 tiết)*

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Biết được khái niệm hàm số đơn điệu.
- Hiểu được định lí về mối liên hệ giữa tính đơn điệu của hàm số và BPT.

2. Kỹ năng

- Giải thành thạo một số bài toán giải BPT bằng phương pháp hàm số.
- Giải được các bài toán BPT có tham số bằng phương pháp hàm số.

3. Tư duy, thái độ

- Rèn luyện tính tự giác, tích cực trong học tập.
- Tư duy các vấn đề của Toán học một cách logic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ

1. Giáo viên: Giáo án.

2. Học sinh: SGK, vở ghi. Ôn tập các kiến thức đã học về BPT và tính đơn điệu của hàm số.

III. TIẾN TRÌNH BÀI DẠY

1. Ổn định tổ chức

2. Kiểm tra bài cũ: Xen bài mới

3. Nội dung bài mới

Hoạt động 1: Tìm hiểu phương pháp hàm số để giải BPT

Hoạt động của GV – HS	*Nội dung ghi bảng*
- GV: Nêu định lí về mối liên hệ giữa tính đơn điệu của hàm số và BPT? - HS: Suy nghĩ, phát biểu. - GV: Từ định lí trên ta có thể áp dụng giải BPT theo những hướng nào? - HS: Theo 2 hướng.	**I. Phương pháp hàm số giải BPT** ***Định lí:*** Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến và liên tục trên D, thì BPT $f(u)>f(v)\Leftrightarrow u>v;\forall u,v\in D$. Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến và liên tục trên D, thì BPT $f(u)>f(v)\Leftrightarrow u<v;\forall u,v\in D$. Từ định lí trên ta có thể áp dụng để giải PT theo các định hướng như sau: ***Định hướng 1***: Thực hiện theo các bước ***Bước 1***: Tìm TXĐ của BPT. Chuyển BPT

	về dạng $f(x)>0$ (hoặc $f(x)<0$). Xét hàm số $y=f(x)$ xác định trên D. ***Bước 2***: Chứng minh hàm số $y=f(x)$ là hàm số đơn điệu trên D. ***Bước 3***: Tìm một $x_0 \in D$ mà $f(x_0)=0$. ***Bước 4***: Nhận xét và kết luận. ***Định hướng 2***: Thực hiện theo các bước ***Bước 1***: Tìm TXĐ của BPT. Chuyển BPT về dạng $f(u)>f(v)$. ***Bước 2***: Xét hàm số đặc trưng $y=f(t)$, chứng minh $f(t)$ là hàm số đơn điệu trên TXĐ. ***Bước 3***: Giả sử nếu $f(t)$ đồng biến, ta có $f(u)>f(v) \Leftrightarrow u>v; \forall u,v \in D$ ***Bước 4***: Giải BPT $u>v$, kết hợp với ĐK, và kết luận nghiệm của BPT.

Hoạt động 2: Áp dụng giải BPT bằng phương pháp hàm số

Hoạt động của GV – HS	***Nội dung ghi bảng***
- GV: Đưa ra ví dụ và hướng dẫn HS giải BPT bằng phương pháp hàm số. - HS: Theo dõi, ghi bài.	**II. Áp dụng** **Ví dụ 1:** Giải BPT sau: $\sqrt{4x-8}-\sqrt{5-2x}+\sqrt{x+7}-2 \geq 0.$ **Lời giải**: ***Bước 1***: TXĐ: $D=\left[2;\frac{5}{2}\right]$.

	Xét hàm số $f(x)=\sqrt{4x-8}-\sqrt{5-2x}+\sqrt{x+7}-2$ trên D. ***Bước 2***: Ta có $f'(x)=\frac{2}{\sqrt{4x-8}}+\frac{1}{\sqrt{5-2x}}+\frac{1}{2\sqrt{x+7}}>0,\forall x\in\left(2;\frac{5}{2}\right)$ $\Rightarrow f(x)$ là hàm số đồng biến trên D. ***Bước 3***: Ta thấy $f(2)=0$. ***Bước 4***: Từ đó ta có $f(x)\ge f(2)=0\Leftrightarrow x\ge 2$. Kết hợp với ĐK, ta có nghiệm của BPT là $x\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$.
- GV: Đưa ra một số ví dụ khác và gọi HS lên bảng thực hiện. - HS: Xung phong lên bảng làm bài. - GV: Gọi HS khác nhận xét và chính xác hóa bài giải. - GV: Đưa ra ví dụ về bài toán BPT có tham số và hướng dẫn HS giải. - HS: Theo dõi bài giải.	**Ví dụ 2:** Giải các BPT sau: **a)** $3\sqrt{3-2x}+\frac{5}{\sqrt{2x-1}}-2x\le 6$ **b)** $8x^3+2x<(x+2)\sqrt{x+1}$ **c)** $2(x-2)\left(\sqrt[3]{4x-4}+\sqrt{2x-2}\right)\ge 3x-1$ **Ví dụ 3:** Tìm m để BPT sau có nghiệm: $mx-\sqrt{x-4}\le m+2$ **Lời giải:** ***Bước 1***: Đặt $t=\sqrt{x-4}\Rightarrow t\ge 0;t^2+4=x$. Khi đó, BPT đã cho trở thành: $m(t^2+4)-t\le m+2\Leftrightarrow m(t^2+3)\le t+2$ $\Leftrightarrow m\le\frac{t+2}{t^2+3}=f(t);\forall t\in[0;+\infty)$.

<table>
<tr>
<td>
- GV: Gọi 1 HS lên bảng thực hiện VD4.
- HS: HS xung phong lên bảng giải bài.
- GV: Cho các HS khác nhận xét và chính xác hóa lời giải đúng.
</td>
<td>
Bước 2: Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t+2}{t^2+3}; t\in[0;+\infty)$. Ta có:
$$f'(t)=\frac{-t^2-4t+3}{(t^2+3)^2}>0; f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\sqrt{7}-2\\ t=-\sqrt{7}-2(l)\end{array}\right.$$
Bước 3: : Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>t</td><td>0 $\qquad$ $\sqrt{7}-2$ $\qquad$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(t)$</td><td>$+$ $\qquad$ 0 $\qquad$ $-$</td></tr>
<tr><td>$f(t)$</td><td>$\frac{2}{3}$ $\nearrow$ $f(\sqrt{7}-2)$ $\searrow$ 0</td></tr>
</table>
Bước 4: Từ bảng biến thiên, ta có: BPT có nghiệm, ta có: BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m\le f(\sqrt{7}-2)=\dfrac{\sqrt{7}}{14-4\sqrt{7}}$
Ví dụ 4: Tìm m để BPT sau có nghiệm:
$$(x-2-m)\sqrt{x-1}\le m-4$$
</td>
</tr>
</table>

4. Củng cố:

- Nhấn mạnh định lí về mối liên hệ giữa tính đơn điệu của hàm số và BPT.
- Các hướng để giải BPT bằng phương pháp hàm số.

5. Bài tập về nhà:

Bài tập 1: Giải các PT sau:

1. $\sqrt{x+2}+x^2-x-2\le\sqrt{3x-2}$;
2. $\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\ge\sqrt[3]{2x-1}$;
3. $(x+2)\sqrt{x+1}>27x^3-27x^2+12x-2$.

Bài tập 2: Tìm các giá trị của tham số m để BPT sau nghiệm đúng với mọi $x \in [-25;16]$:

$$\sqrt{(16-x)(x+25)} - x^2 - 9x + 376 \geq m$$

Bài tập 3: Tìm m để BPT $x + \sqrt{2x^2+1} > m$ có nghiệm.

3.2.2.2. Bài kiểm tra đánh giá

Đề kiểm tra thực nghiệm (*Thời gian : 45 phút*)

<u>Câu 1</u>. (4 điểm). Giải phương trình:

1. $x^3 + x - 7 = \sqrt{x^2+5}$
2. $2\sqrt[3]{2x-1} = 27x^3 - 27x^2 + 13x - 2$

<u>Câu 2</u>. (3 điểm). Giải bất phương trình:

$$\left(2\sqrt{x-1} + 3\sqrt[3]{x+6}\right)(x-1) > x+6$$

<u>Câu 3</u>. (3 điểm). Tìm m để BPT sau nghiệm đúng với $\forall x \in \left[-\frac{1}{2};3\right]$:

$$\sqrt{(1+2x)(3-x)} > m + \left(2x^2 - 5x + 3\right)$$

---------- *Hết* ----------

3.3. Đánh giá các kết quả thực nghiệm

3.3.1. Đánh giá định tính

a) Đánh giá về nội dung

Chủ đề giải phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số là một nội dung rất khó trong chương trình toán THPT. Trong nhiều trường hợp khi giải phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số có nhiều ưu điểm và đạt hiệu quả cao. Bên cạnh đó phương pháp hàm số còn được sử dụng trong các bài toán biện luận phương trình – bất phương trình có chứa tham số.

b) Đánh giá về phương pháp dạy học khi thực nghiệm

Thông qua dạy học thực nghiệm, dựa trên nội dung và phương pháp đã xây dựng trong luận văn và giáo án thực nghiệm. GV đã dần dần làm quen với việc dạy HS giải bài toán phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số. Qua đó GV dạy thực nghiệm cũng đã phát hiện được những hạn chế về kiến thức và kĩ năng giải bài toán phương trình – bất phương trình để khắc phục cho HS. Từ đó, thông qua dạy giải các bài tập với cách đặt câu hỏi gợi mở thích hợp, GV đã giúp HS tìm ra cách giải bài toán. Tuy nhiên, việc giải bài toán về chủ đề này rất đa dạng, phong phú. Mỗi GV cần chú ý bố trí thời gian hợp lí cho từng dạng bài tập để đạt yêu cầu giảng dạy trên lớp, đồng thời hướng dẫn cho HS cách làm bài tập ở nhà để rèn luyện kĩ năng và phát triển năng lực.

c) Đánh giá về khả năng tiếp thu kiến thức của học sinh

Việc sử dụng hợp lí các phương pháp được xây dựng trong luận văn và giáo án thực nghiệm đã lôi cuốn được sự chú ý, tìm tòi của HS, giờ dạy trở nên sinh động và hấp dẫn. HS rất hứng thú và nhanh chóng làm quen với việc giải bài toán phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số. Qua đó, chúng tôi thấy được ở lớp thực nghiệm HS học tập tích cực, chịu khó suy nghĩ, tìm tòi cách giải bài tập, hoạt động nhóm diễn ra rất sôi nổi, tư duy tích cực, độc lập, sáng tạo hơn lớp đối chứng. Sự tương tác giữa các HS trong nhóm,tương tác giữa GV và HS diễn ra rất tích cực và thân thiện, HS tích cực phát biểu ý kiến trong giờ học.

Dưới sự hướng dẫn của GV, HS đã giải được nhiều bài tập về phương trình – bất phương trình có sử dụng phương pháp hàm số. Điều đó càng khích lệ HS phấn khởi, tự tin, chủ động tích cực học tập. Sau đợt thực nghiệm, HS thấy yêu thích môn Toán hơn. Đặc biệt, trong bài kiểm tra cả HS hai lớp đều nắm bắt tốt các kiến thức cơ bản. Tuy nhiên cách trình bày lời giải ở lớp thực nghiệm mạch lạc, ngắn gọn, lập luận có căn cứ chính xác hơn. Đặc biệt đối với các câu đòi hỏi tính sáng tạo thì học sinh lớp thực nghiệm làm tốt hơn hẳn so với lớp đối chứng.

3.3.2. Đánh giá định lượng

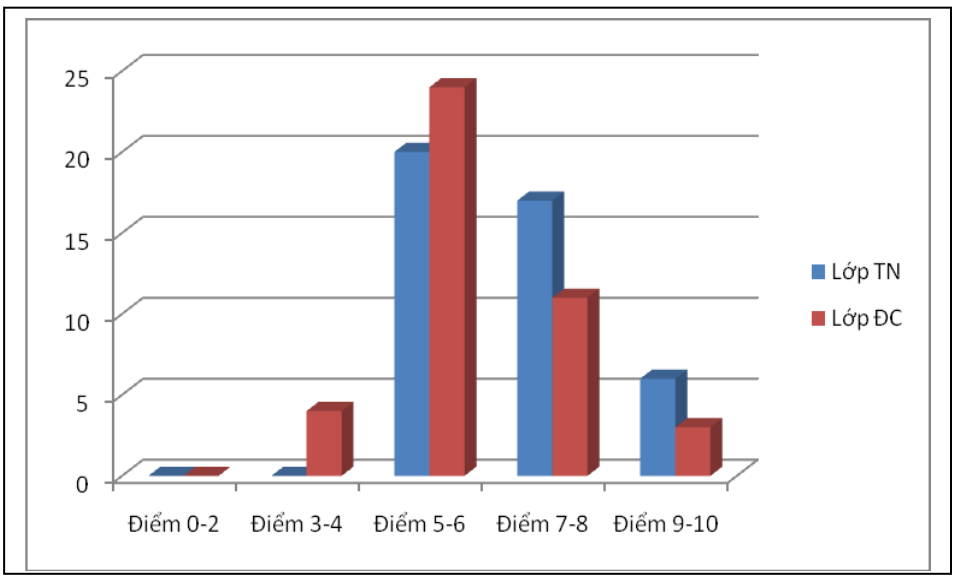
Việc phân tích định lượng dựa vào kết quả bài kiểm tra tại lớp thực nghiệm (TN) với lớp đối chứng (ĐC) nhằm bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của đề tài nghiên cứu.

Kết quả làm bài kiểm tra của HS lớp TN (12A1) và HS lớp ĐC (12A2) được phân tích theo điểm số như sau:

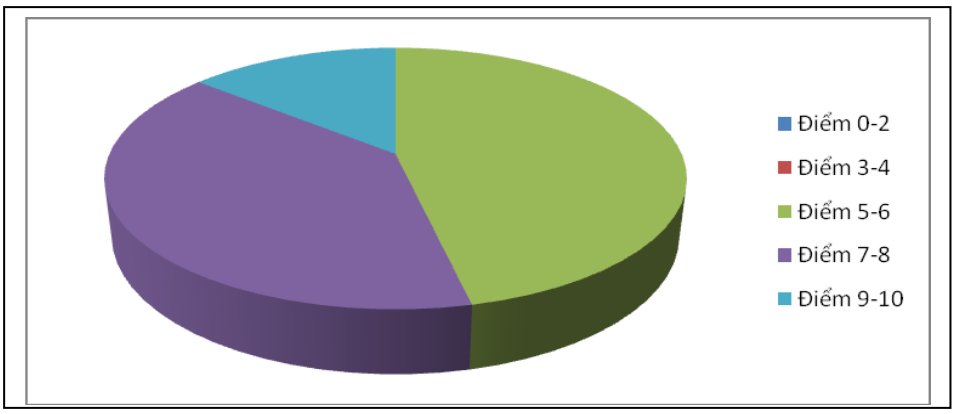
Lớp / Điểm	Lớp TN (12A1)		Lớp ĐC (12A2)	
	Tần số	Tần suất (%)	Tần số	Tần suất (%)
0 – 2	0	0	0	0
3 – 4	0	0	4	9.5
5 – 6	20	46.5	24	57.1
7 – 8	17	39.5	11	26.2
9 – 10	6	14	3	7.2
Tổng	**43**	**100**	**42**	**100**

Bảng 3.1. Bảng phân phối thực nghiệm tần số, tần suất

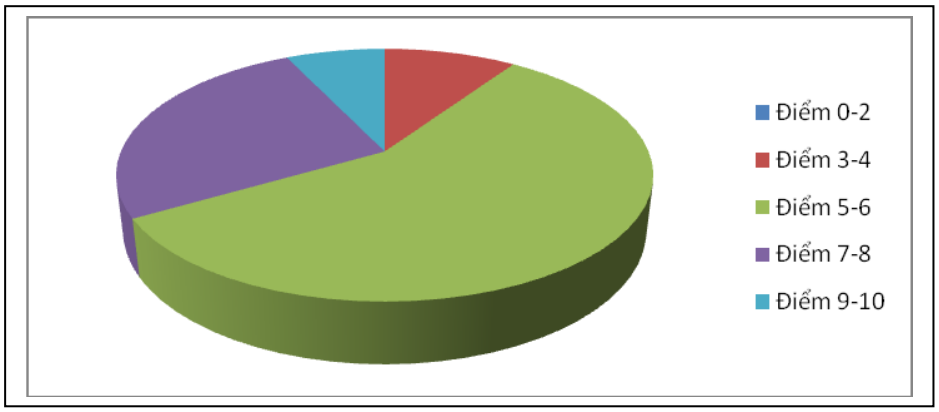
Từ đó ta có các biểu đồ sau:



Biểu đồ 3.1. Biểu đồ tần số so sánh điểm kiểm tra lớp TN và lớp ĐC



Biểu đồ 3.2. Biểu đồ tần suất điểm kiểm tra lớp TN (%)



Biểu đồ 3.3. Biểu đồ tần suất điểm kiểm tra lớp ĐC (%)

Dựa vào kết quả bài kiểm tra và quan sát các biểu đồ ta có thể nhận thấy tỉ lệ học sinh đạt điểm khá - giỏi ở lớp thực nghiệm (53,5%) cao hơn nhiều so với lớp đối chứng (33,4%) và tỉ lệ học sinh đạt điểm yếu của lớp thực nghiệm (0%) thấp hơn hẳn so với lớp đối chứng (9,5%). Kết quả thu được trên bước đầu cho phép kết luận rằng:

Trong việc giải các phương trình và bất phương trình được yêu cầu trong đề kiểm tra, tại lớp thực nghiệm số học sinh biết lựa chọn cách giải, cách biến đổi hợp lý nhất cho từng câu đều cao hơn so với lớp đối chứng. Điều này cho chúng ta khẳng định được học sinh lớp thực nghiệm có kỹ năng giải toán tốt hơn, linh hoạt hơn trong mỗi tình huống được yêu cầu, đó chính là điểm sáng tạo trong tư duy của học sinh lớp thực nghiệm. Thông qua kết quả thực nghiệm trên

là cơ sở bước đầu cho chúng tôi có thể nhận định rằng, Hệ thống bài tập giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số được xây dựng cùng các biện pháp được đưa ra nhằm rèn luyện năng lực cho học sinh khá, giỏi được trình bày trong luận văn có tính khả thi.

3.3.3. Kết luận chung thực nghiệm sư phạm

Quá trình thực nghiệm cùng những kết quả rút ra sau thực nghiệm cho thấy: Mục đích thực nghiệm đã được hoàn thành, tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đã được khẳng định. Thực hiện các biện pháp đó sẽ góp phần quan trọng phát triển năng lực giải quyết các vấn đề liên quan đến phương trình – bất phương trình, đồng thời góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở trường THPT.

3.4. Kết luận chương 3

Qua quá trình dạy thực nghiệm và từ kết quả bài kiểm tra của HS cho thấy: Sử dụng các biện pháp dạy học và hệ thống bài tập đã được xây dựng ở chương 2 của luận văn giúp HS rèn luyện năng lực giải phương trình – bất phương trình bằng phương pháp hàm số cho HS khá, giỏi ở trường THPT. Bước đầu cho thấy tính khả thi và hiệu quả của luận văn.

Bên cạnh việc sử dụng linh hoạt các phương pháp dạy học nhằm phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của HS như: Phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, phương pháp dạy học hợp tác theo nhóm, GV cần chú ý hướng dẫn phương pháp tự học cho HS.

Ngoài kết quả thu được về việc giúp HS nắm vững kiến thức và rèn luyện kĩ năng trong giải toán, còn một kết quả quan trọng là trong quá trình thử nghiệm HS rất có hứng thú và tích cực tham gia giải toán phương trình – bất phương trình. Bước đầu xoá đi tâm lý sợ giải phương trình – bất phương trình.

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Qua quá trình nghiên cứu và những vấn đề trình bày trong luận văn có thể rút ra một số kết luận sau:

1. Luận văn đã nêu được định hướng đổi mới dạy học và thực trạng dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số ở trường THPT.

2. Bước đầu đưa ra một số biện pháp sư phạm giúp tăng cường hiệu quả trong quá trình dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số.

3. Luận văn đã xây dựng được Hệ thống bài tập hay và khó nhằm rèn luyện các kĩ năng cần thiết cho học sinh trong giải toán PT – BPT bằng phương pháp hàm số.

4. Kết quả thử nghiệm sư phạm phần nào kiểm nghiệm được tính khả thi và tính hiệu quả của những biện pháp đề ra trong luận văn.

5. Luận văn có thể làm tài liệu tham khảo cho giáo viên và học sinh khá giỏi ở các trường THPT.

2. Khuyến nghị và đề xuất

Đối với các các cấp quản lý giáo dục cần tạo điều kiện thuận lợi cho giáo viên đổi mới phương pháp dạy học, giúp học sinh nâng cao ý thức học tập, tích cực trong việc tự học, tự tìm tòi kiến thức cho học sinh.

Qua việc thực hiện luận văn, chúng tôi hy vọng rằng, trong thời gian tiếp theo những tư tưởng và giải pháp đã được đề xuất sẽ tiếp tục được thử nghiệm, khẳng định tính khả thi trong việc dạy học giải PT – BPT bằng phương pháp hàm số cho học sinh khá giỏi, giúp học sinh không chỉ biết giải được các bài tập mà đồng thời đi kèm với đó là việc giải quyết một số vấn đề mang tính thực tiễn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Vũ Quốc Anh**, *Tuyển tập 324 bài toán lôgarít chọn lọc,* NXB Đại học quốc gia Hà Nội.
2. **Phạm Khắc Ban, Doãn Minh Cường, Phạm Minh Phương** (2009), *Ôn thi đại học môn Toán,* NXB Giáo dục.
3. **Bộ Giáo dục và Đào tạo** (1994), *Đề thi tuyển sinh môn Toán*, NXB Giáo dục.
4. **Nguyễn Vĩnh Cận, Lê Thống Nhất, Phan Thanh Quang** (1997), *Sai lầm phổ biến khi giải toán,* NXB Giáo dục.
5. **Phan Đức Chính, Phạm Văn Điều, Đỗ Văn Hà, Phan Văn Hạp, Phạm Văn Hùng, Phạm Đăng Long, Nguyễn Văn Mậu, Đỗ Thanh Sơn, Lê Đình Thịnh** (1993), *Một số phương pháp chọn lọc để giải các bài toán sơ cấp tập II,* NXB Giáo dục.
6. **Phan Đức Chính, Vũ Dương Thụy, Tạ Mân, Đào Tam, Lê Thống Nhất** (1998), *Các bài giảng luyện thi môn toán, tập I+II+III,* NXB Giáo dục.
7. **Doãn Minh Cường, Nguyễn Hắc Hải, Nguyễn Đức Hoàng, Đỗ Đức Thái, Phan Doãn Thoại** (2003), *Toán ôn thi đại học tập I, Đại số,* NXB Đại học Sư phạm.
8. **Trần Việt Cường, Hoàng Trung Hiếu** (2013), *Sử dụng phương pháp hàm số trong giải toán về PT và hệ PT,* Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt tháng 8.
9. **Lương Mậu Dũng** (1997), *Tuyển tập 120 bài toán giải PT, BPT bằng đồ thị,* NXB Đồng Nai.
10. **Lê Hồng Đức, Đào Thiện Khải, Lê Bích Ngọc** (2004), *Phương pháp giải toán Đại số,* NXB Đại học Sư phạm.
11. **Lê Hồng Đức, Lê Hữu Trí** (2003), *Phương pháp giải toán mũ-lôgarit,* NXB Hà Nội.

12. **Trần Văn Hạo, Vũ Tuấn, Lê Thị Thiên Hương, Nguyễn Tiến Tài, Cấn Văn Tuất** (2008), *Giải tích 12*, NXB Giáo dục.
13. **Nguyễn Thái Hòe** (2003), *Rèn luyện tư duy qua việc giải bài tập toán,* NXB Giáo dục.
14. **Nguyễn Phụ Hy** (2002), *Các phương pháp giải PT, BPT và hệ PT,* NXB Giáo dục.
15. **Phan Huy Khải** (2001), *Giới thiệu các dạng toán luyện thi đại học, tập I+II+III,* NXB Hà Nội.
16. **Nguyễn Bá Kim** (2007), *PPDH môn toán,* NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
17. **Nguyễn Văn Lộc** (1995), *Tư duy và hoạt động toán học* (Dùng cho Cao học và NCS), ĐHSP Vinh.
18. **Nguyễn Văn Mậu** (1994), *Phương pháp giải PT và BPT,* NXB Giáo dục.
19. **Nguyễn Văn Nho, Nguyễn Văn Thổ** (2012), *Bộ đề thi thử đại học môn Toán,* NXB Đại học quốc gia Hà Nội.
20. **Trần Phương** (2002), *Tuyển tập các chuyên đề luyện thi đại học môn toán – hàm số,* NXB Hà Nội.
21. **Trần Phương, Lê Hồng Đức** (2002), *Tuyển tập các chuyên đề luyện thi đại học môn toán – Đại số sơ cấp,* NXB Hà Nội.
22. **Polya G** (1997), *Sáng tạo toán học*, NXB Giáo dục.
23. **Nguyễn Huy Tân** (1996), *Hướng dẫn HS sử dụng phương pháp đạo hàm để giải các bài toán về PT, BPT và bất đẳng thức,* Luận văn Thạc sỹ khoa học giáo dục.
24. **Nguyễn Văn Tuấn** (2009), *Tài liệu bài giảng Lý luận dạy học*, NXB Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP. Hồ Chí Minh.
25. **Từ điển Bách khoa Việt Nam tập 3** (2014), NXB Từ điển Bách khoa.

PHỤ LỤC

PHỤ LỤC 1

PHIẾU ĐIỀU TRA (Mẫu 01)

Xin Thầy (Cô) vui lòng trả lời các câu hỏi sau bằng cách khoanh tròn một trong các chữ cái a, b, c, d sau mỗi câu hỏi dưới đây.

Trong quá trình dạy học Thầy (Cô) có thực hiện các hoạt động sau đây không?

Câu 1: Rèn luyện cho HS nắm vững hệ thống kiến thức lý thuyết cơ bản.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 2: Chú ý rèn luyện các thao tác tư duy: phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, trừu tượng hóa… để phát triển tư duy và năng lực toán học cho HS.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 3: Chú ý rèn luyện cho HS khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, vận dụng linh hoạt các thao tác của tư duy.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 4: Chú ý rèn luyện cho HS khả năng tìm ra nhiều cách giải cho một bài tập, từ đó chọn cách giải tối ưu nhất.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 5: Chú ý rèn luyện cho HS khả năng tìm ra những liên hệ và kết hợp mới, khám phá ra những cách giải mới, độc đáo mà thầy cô chưa hướng dẫn.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 6: Chú ý rèn luyện cho HS khả năng lập kế hoạch phối hợp các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra chứng minh ý tưởng.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 7: Chú ý rèn luyện cho HS khả năng nhanh chóng phát hiện ra vấn đề, phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, sự thiếu lôgic và chưa tối ưu trong lời giải bài toán.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 8: Yêu cầu HS sau khi giải xong bài toán thì kiểm tra lại lời giải, đưa ra những lưu ý cần thiết khi giải bài toán đó, khái quát hóa hướng suy nghĩ để giải các bài toán tương tự.

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn các Thầy (Cô) !

PHỤ LỤC 2

PHIẾU ĐIỀU TRA (Mẫu 02)

Đề nghị các em trả lời các câu hỏi sau bằng cách khoanh tròn một trong các chữ cái a, b, c, d sau mỗi câu hỏi dưới đây:

Câu 1: Sau khi giải xong một bài toán em có thường xuyên kiểm tra và khai thác lời giải hay không? (Kiểm tra tính đúng đắn của lời giải, tìm nhiều lời giải, tìm lời giải hay nhất).

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 2: Khi gặp một bài toán chưa biết cách giải, em có xét các trường hợp riêng để mò mẫm, dự đoán kết quả, tìm lời giải hay không?

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 3: Sau khi giải xong một bài toán em có thói quen xét bài toán tương tự và tìm cách giải của bài toán tương tự hay không?

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 4: Sau khi giải xong một bài toán, em có thói quen thay đổi các dữ kiện trong giả thiết hoặc thay đổi kết luận của bài toán để lập ra bài toán mới và giải bài toán mới đó hay không?

a. Không bao giờ b. Hiếm khi

c. Thỉnh thoảng d. Thường xuyên

Câu 5: Sau khi học chủ đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số, em thấy đây là một chủ đề:

a. Gây hứng thú b. Không hứng thú

c. Bình thường d. Buồn chán

Câu 6: Em thấy cách dạy của giáo viên khi dạy học chủ đề giải phương trình và bất phương trình bằng phương pháp hàm số.

a. Rất thích b. Thích

c. Bình thường d. Không thích

Xin chân thành cảm ơn em !

PHỤ LỤC 3

BÀI KIỂM TRA SỐ 1 (*Thời gian : 20 phút)*

Câu 1. Tìm tham số thực m để phương trình:

$\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$.

Câu 2. Giải bất phương trình: $\sqrt{2x-1}+x\le 4-\sqrt{x^2+3}$.

PHỤ LỤC 4

BÀI KIỂM TRA SỐ 2 (*Thời gian : 45 phút)*

Câu 1. Giải các phương trình:

1. $\sqrt{x^2+48}=4x-13+\sqrt{x^2+9}$;
2. $8x^3-36x^2+53x-25=\sqrt[3]{3x-5}$.

Câu 2. Giải bất phương trình:

$$\frac{x-7}{x-1-2\sqrt{x+2}}\ge\frac{2\sqrt{4-x}}{x+1}$$

Câu 3.Tìm tham số thực m để phương trình sau có nghiệm thực:

$$9^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+2).3^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0.$$

----------HẾT----------