

# Estimating 3D Human Shapes from Measurements 阅读笔记

## 训练模型

在PCA空间中，每个三维网格 $X_i$ 都由一个向量 $W_i$ 表示，通过特征分析可以得到一个线性映射关系,给定一个新的测量值就可以得到对应的网格在PCA中的权重：

$$W_{new} = BP_{new} \quad (1)$$

对于每个训练集里的网格 $X_i$ 进行特征分析，可以得到一个平均模型 $\mu$ 和矩阵 $A$ 。有了这两个参数就可以通过一个新的模型的权重 $W_{new}$ 求出对应的模型 $X_{new}$ ：

$$X_{new} = AW_{new} + \mu \quad (2)$$

由公式（1）（2）给定测量值 $P_{new}$ 就可以得到对应的人体模型：

$$X_{new} = ABP_{new} + \mu \quad (3)$$

# 模型微调

## 算法总体流程

已知通过学习方法获取的一个初始模型 $X_{new}^{init} \Rightarrow$  将 $W$ 看做关于 $X_{new}^{init}$ 的函数:  $W_{new} = A^+(X_{new}^{init} - \mu)$ , 通过优化 $X_{new}^{init}$ 生成更优的 $W_{new} \Rightarrow$ 将 $W_{new}$ 带入回归模型得到新的初始模型 $X_{new}^{pca} = AW_{new} + \mu \Rightarrow$ 对 $X_{new}^{pca}$ 进行相同的尺寸优化, 但是要加上保形能量项 $E = (1 - \lambda)E_m + \lambda E_s$ , 得到最终结果 $X_{new}$

## 算法细节

测量的数据分为三类, 欧式距离值, 测地距离值和围长值, 对于每个待求的网格 $X_i$ , 在网格上对应的求出的数据尽量和真实值保持一致, 这就是一个最小化能量函数的问题

$$E_e = \sum_{d \in \mathcal{D}} \left( (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^2 - (l_t(d))^2 \right)^2$$

$$E_g = \sum_{e \in \mathcal{P}} \left( (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_l)^2 - (l_t(e))^2 \right)^2$$

$$E_c = \sum_{e \in \mathcal{C}} \left( (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)^2 - (l_t(e))^2 \right)^2 = \sum_{e \in \mathcal{C}} \left( (\alpha(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_m) + \mathbf{p}_m - \beta(\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_f) \right)^2$$

其中 $\mathbf{p}$ 是顶点坐标向量,  $\mathbf{q}$ 是切平面与网格上三角面片的边的交点坐标向量。 $l_t(d)$ 是实际测量线段的长度,  $l_t(e)$ 是实际测量的围长, 欧式距离就是两点坐标的直线距离直接计算就可以, 而测地距离和围长是多个顶点距离之和, 每一段的逼近长度需要单独计算出来。假定变形前后长度比例不变, 可以通过下式算出逼近的长度:

$$l_t(d) = \frac{l_t(P)}{l_g(P)} l_g(e)$$

$$l_t(e) = \frac{l_t(C)}{l_g(C)} l_g(e)$$

在模型预测部分我们知道，只要给定一个全新的降维后的主成分 $W_{new}$ ，就可以带入线性回归模型 $X_{new} = AW_{new} + \mu$ ，得到一个全新的模型。那么接下来目标就是，如何获得一个更准确的 $W_{new}$ 。我们知道 $W_{new} = A^+(X_{new}^{init} - \mu)$ ，所以可以从如何获取一个比较好的 $X_{new}^{init}$ 着手。

- Minimization with respect to  $W_{new}$

$X_{new}^{init}$ 可以通过学习的方法算出一个初始的模型，通过对三类尺寸的优化获得更精确的模型。优化方法采用拟牛顿法，需要对方程求导： $\nabla_{W_{new}} E = A^+ \nabla_{p_i} E$

$$\nabla_{p_i} E_e = \sum_{d \in D(p_i)} 4 \left( (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^2 - (l_t(d))^2 \right) (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)$$

$$\nabla_{p_i} E_g = \sum_{e \in P(p_i)} 4 \left( (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_l)^2 - (l_t(e))^2 \right) (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_l)$$

$$\nabla_{p_i} E_c = *$$

优化欧式距离时，可以直接对 $p_i$ 求导，优化测地距离时，用的是最短路径，也就是路径顶点之间距离之和，所以也可以直接对 $p_i$ 求导，而优化围长时，围长与网格的交点不一定是网格顶点，所以不能直接求导。但是交点仍然可以用其所在边的两个端点来线性表示它。所以通过转换后仍然可以对 $p_i$ 求导。

计算出新的 $W_{new}$ 后就可以通过线性回归模型得到新的模型 $X_{new}^{pca} = AW_{new} + \mu$ 。但是这个模型仍然是数据集空间中的模型。

- Minimization with respect to  $p_i$

接下来就用网格优化的方法，得到一个数据集构建的空间无法描述的全新的结果。

如果直接对 $E_m = E_e + E_g + E_c$ 最小化能量处理，可能会导致网格不光滑。所以加入一个平滑项来保证得到模型在人体空间内。该平滑项的意义是让相邻的顶点都有相似的变形， $\Delta \mathbf{p}_i$ 表示变形前后的平移向量。

$$E_s = \sum_{p_i \in X_{new}} \sum_{p_j \in N(p_i)} (\Delta \mathbf{p}_i - \Delta \mathbf{p}_j)^2$$

$$\nabla_{p_i} E_s = \sum_{p_j \in N(p_i)} 2 (\Delta \mathbf{p}_i - \Delta \mathbf{p}_j)$$

将顶点初始化为上一步中求得的 $X_{new}^{pca}$ ，这一步的整体能量函数可以表示为 $E = (1 -$

$$\lambda)E_m + \lambda E_s \circ$$

# 问题

为何不直接对 $X_{new}^{init}$ 加上保形能量，一步到位，还要重新生成一个新的PCA权 $W$ 。再对新的模型进行重复的优化过程。

## 实现细节