# Estimating 3D Human Shapes from Measurements阅读笔记

## 训练模型

在PCA空间中,每个三维网格 $X_i$ 都由一个向量 $W_i$ 表示,通过特征分析可以得到一个线性映射关系,给定一个新的测量值就可以得到对应的网格在PCA中的权重:

$$W_{new} = BP_{new} \tag{1}$$

对于每个训练集里的网格 $X_i$ 进行特征分析,可以得到一个平均模型 $\mu$ 和矩阵A。有了这两个参数就可以通过一个新的模型的权重 $W_{new}$ 求出对应的模型 $X_{new}$ :

$$X_{new} = AW_{new} + \mu \tag{2}$$

由公式 (1) (2) 给定测量值 $P_{new}$ 就可以得到对应的人体模型:

$$X_{new} = ABP_{new} + \mu \tag{3}$$

### 模型微调

#### 算法总体流程

已知通过学习方法获取的一个初始模型 $X_{new}^{init}$   $\Rightarrow$  将W看做关于 $X_{new}^{init}$ 的函数:  $W_{new}=A^+(X_{new}^{init}-\mu)$ ,通过优化 $X_{new}^{init}$ 生成更优的 $W_{new}$   $\Rightarrow$  将 $W_{new}$  带入回归模型得到新的初始模型 $X_{new}^{pca}=AW_{new}+\mu$   $\Rightarrow$  对 $X_{new}^{pca}$  进行相同的尺寸优化,但是要加上保形能量项 $E=(1-\lambda)E_m+\lambda E_s$ ,得到最终结果 $X_{new}$ 

#### 算法细节

测量的数据分为三类,欧式距离值,测地距离值和围长值,对于每个待求的网格 $X_i$ ,在网格上对应的求出的数据尽量和真实值保持一致,这就是一个最小化能量函数的问题

$$E_e = \sum_{d \in \mathcal{D}} \left( \left( p_i - p_j 
ight)^2 - \left( l_t(d) 
ight)^2 
ight)^2$$

$$E_g = \sum_{e \in \mathcal{D}} \left( (p_k - p_l)^2 - \left( l_t(e) 
ight)^2 
ight)^2$$

$$E_c = \sum_{e \in \mathcal{C}} \left( \left(q_i - q_j
ight)^2 - \left(l_t(e)
ight)^2 
ight)^2 = \sum_{e \in \mathcal{C}} \left( \left(lpha(p_n - p_m) + p_m - eta(p_g - p_h)
ight)^2 
ight)^2$$

其中p是顶点坐标向量,q是切平面与网格上三角面片的边的交点坐标向量。 $l_t(d)$ 是实际测量线段的长度, $l_t(e)$ 是实际测量的围长,欧式距离就是两点坐标的直线距离直接计算就可以,而测地距离和围长是多个顶点距离之和,每一段的逼近长度需要单独计算出来。假定变形前后长度比例不变,可以通过下式算出逼近的长度:

$$l_t(d) = rac{l_t(P)}{l_g(P)} l_g(e)$$

$$l_t(e) = \frac{l_t(C)}{l_g(C)} l_g(e)$$

在模型预测部分我们知道,只要给定一个全新的降维后的主成分 $W_{new}$ ,就可以带入线性回归模型 $X_{new}=AW_{new}+\mu$ ,得到一个全新的模型。那么接下来目标就是,如何获得一个更准确的 $W_{new}$ 。我们知道 $W_{new}=A^+(X_{new}^{init}-\mu)$ ,所以可以从如何获取一个比较好的 $X_{new}^{init}$ 着手。

#### ullet Minimization with respect to $W_{new}$

 $X_{new}^{init}$ 可以通过学习的方法算出一个初始的模型,通过对三类尺寸的优化获得更精确的模型。优化方法采用拟牛顿法,需要对方程求导:  $\nabla_{W_{new}}E=A^+
abla_{p_i}E$ 

$$abla_{\mathrm{pi}}E_{e}=\sum_{d\in D(p_{i})}4\left(\left(\mathrm{p_{i}}-\mathrm{p_{j}}
ight)^{2}-\left(l_{t}(d)
ight)^{2}
ight)\left(\mathrm{p_{i}}-\mathrm{p_{j}}
ight)$$

$$abla_{\mathrm{pi}}E_{g}=\sum_{e\in P(p_{i})}4\left(\left(\mathrm{p_{k}}-\mathrm{p_{l}}
ight)^{2}-\left(l_{t}(e)
ight)^{2}
ight)\left(\mathrm{p_{k}}-\mathrm{p_{l}}
ight)$$

$$\nabla_{\mathrm{pi}}E_{c}=*$$

优化欧式距离时,可以直接对 $p_i$ 求导,优化测地距离时,用的是最短路径,也就是路径顶点之间距离之和,所以也可以直接对 $p_i$ 求导,而优化围长时,围长与网格的交点不一定是网格顶点,所以不能直接求导。但是交点仍然可以用其所在边的两个端点来线性表示它。所以通过转换后仍然可以对 $p_i$ 求导。

计算出新的 $W_{new}$ 后就可以通过线性回归模型得到新的模型 $X_{new}^{pca}=AW_{new}+\mu$ 。但是这个模型仍然是数据集空间中的模型。

#### • Minimization with respect to $p_i$

接下来就用网格优化的方法,得到一个数据集构建的空间无法描述的全新的结果。如果直接对 $E_m=E_e+E_g+E_c$ 最小化能量处理,可能会导致网格不光滑。所以加入一个平滑项来保证得到模型在人体空间内。该平滑项的意义是让相邻的顶点都有相似的变形, $\Delta \mathbf{p}_i$ 表示变形前后的平移向量。

$$E_s = \sum_{p_i \in X_{new}} \sum_{p_j \in N(p_i)} (\Delta \mathbf{p}_i - \Delta \mathbf{p}_j)^2$$

$$abla_{\mathbf{p_i}} E_s = \sum_{p_i \in N(p_i)} 2 \left( \Delta \mathbf{p_i} - \Delta \mathbf{p_j} 
ight)$$

将顶点初始化为上一步中求得的 $X_{new}^{pca}$ ,这一步的整体能量函数可以表示为 $E=\left(1-\right)$ 

$$\lambda)E_m + \lambda E_s$$
 .

## 问题

为何不直接对 $X_{new}^{init}$ 加上保形能量,一步到位,还要重新生成一个新的PCA权W。再对新的模型进行重复的优化过程。

# 实现细节