МКР №3   02.03.

ЈПС-11, Сенечко Д.

Варіант 3.

№ 1. $\overset{③}{x} \oplus (\overset{②}{y} \to \overset{①}{\bar{z}})$

X	y	Z	f_1	f_2	f_3
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1

$f_1 : \bar{z}$

$f_2 : y \to f_1$

$f_3 : x \oplus f_2$

№ 4. $f(x, y, z) = \bar{x} \oplus (y \to z)$ — ДДНФ.

$\bar{x} \oplus \overline{(y \to z)} = \bar{x} \oplus \overline{(\bar{y} \vee z)} = \bar{x} \oplus (\bar{\bar{y}} \cdot \bar{z}) = \bar{x} \oplus (y \cdot \bar{z}) =$

$= \bar{x} (\overline{\bar{y} \cdot z}) \vee \bar{\bar{x}} y \bar{z} = \bar{x} (\overline{\bar{y} \cdot z}) \vee x y \bar{z} = \bar{x} \bar{y} \vee \bar{x} z \vee x y \bar{z} =$

$= x y \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} (z \vee \bar{z}) \vee \bar{x} z (y \vee \bar{y}) = x y \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee$

$\vee \bar{x} y z \vee \underline{\bar{x} \bar{y} z} = x y \bar{z} \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z}.$

№ 5. $f(x, y, z) = \bar{x} \oplus (y \to z)$ — ДКНФ.

$x \oplus (y \to z) = x y \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} \vee \bar{x} z = x y \bar{z} \vee \bar{x} (\bar{y} \vee z) =$

$= (x y \bar{z} \vee \bar{x})(x y \bar{z} \vee (\bar{y} \vee z)) = (x \vee \bar{x})(y \vee \bar{x})(\bar{z} \vee \bar{x}) \cdot$

$(x \vee \bar{y} \vee z)(y \vee \bar{y} \vee z)(\bar{z} \vee \bar{y} \vee z) = 1 \cdot (y \vee \bar{x})(\bar{z} \vee \bar{x}) \cdot$

$\cdot (x \vee \bar{y} \vee z) \cdot 1 \cdot 1 = (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y)(\bar{x} \vee z) =$

$$= (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee z\bar{z})(\bar{x} \vee y\bar{y} \vee \bar{z}) =$$

$$= (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) =$$

$$= (x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}).$$

№ 6. За означенням самодвоїстих функцій,
$f^* = f$. Тобто, якщо $M \in S \Rightarrow M^* = M$.

№ 12.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$x_1 \quad y_1 \quad z_1 = 0 \quad f = 1$$
$$\| \qquad \| $$
$$x_2 \quad y_2 \quad z_2 = 1 \quad f = 0$$

$\underline{z - \text{істотна.}}$

№ 10. Стандартне відношення $x \leftrightarrow y = \overline{(x \oplus y)}$; заперечення не можна подати ех суперпозицію, тому еквівалентності ке цій множині немає.

№ 27. Якщо f не є константою, а f^* — константа, то $f \neq f^*$, відповідно $f \notin S$.

№ 31. Ні, бо вона є кореневою. Цю систему можна розбити на дві інші функціонально повні системи $\Sigma_0 = \{ \wedge, \bar{x} \}$, $\Sigma_1 = \{ \vee, \bar{x} \}$. Тому, за означенням базису БФ, Σ не є базисом.

№26. Із означення самодвоїстої БФ випливає, що вона істотно залежить від 1 змінної. Щоб переконатися в цьому, достатньо помітити, що самодвоїстими є функції $\{x, \bar{x}, y, \bar{y}\}$.

№21. За означенням, $f^* = \bar{f}(\bar{x}_1,..., \bar{x}_n) \Rightarrow$

$f^* = 01011001.$

№22. За означенням, якщо $f \in S$, то $f^* = f$. З попередньої задачі видно, що $f^* = f$. Подоробно $f \notin S$.

№18. $f = (00110001)$ - не монотонна. Щоб це зрозуміти, достатньо порівняти значення (0011) і (0001). Не задовольняється умова монотонності, тому $f \notin M$.

$h(x_1,x_2,x_3) = g(x_2 \Leftrightarrow x_3, f(x_3, x_1 \oplus 1)).$

№8.

x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

x_3	x_4	$g(x_3,x_4)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

x_1	x_2	x_3	$\oplus$	f	$\Leftrightarrow$	h
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1

№ 38. Скорочена ДНФ для монотонної БФ є мінімальною, бо будь-яке зменшення кількості літералів приведе до втрати повноти виражати. (Монотонна БФ більш. або залишається такою ж при збільш. значенні змінних...)

№ 87. Можемо припустити, що проста імпліканта монотонної БФ містить заперечення, проте це суперечить монотонності, оскільки монотонна ф-ція або збільшується, або залишається такою ж при збільшенні значень змінних.

№ 28. Твердження справедливе, адже для лінійної БФ застосуємо менше логічні "∧ і ∨" між змінними та їх заперег. Якщо БФ істотно залежить від більше між однієї змінної, то її значення може змінюватися при збільшенні значень змінних, що суперечить монотонності.

№ 14. $f(x,y,z) = (10101000\ell)$

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$f(0,0,0)=1$
$f(0,0,1)=0$
$f(0,1,0)=1$
$f(0,1,1)=0$
$f(1,0,0)=1$
$f(1,0,1)=0$
$f(1,1,0)=0$
$f(1,1,1)=1$

$$f(x,y,z) = f(0,0,0) \oplus x \oplus y \oplus z \oplus xy \oplus xz \oplus yz \oplus xyz =$$
$$= 1 \oplus x \oplus y \oplus z \oplus xy \oplus xz \oplus yz \oplus xyz$$

№ 9.

x	y	$\oplus$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f = x\bar{y} \vee (x \vee y).$$

№ 2. $f(x,y) = (0100)$

x	y	f
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

$$f(x,y) = \bar{x}y - \text{ДДКф}.$$

№ 3. $f(x,y) = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee xy - \text{ДКНф}.$