Семенко Д., ЗПС-21, Задачі 8.

№ 1. Алгоритм перевіряє чи рівні рядки (посимвольно).

Інваріант циклу: після кожної ітерації всі символи в рядках s1 та s2 на позиціях від 1 до (i-1) ідентичні.

Ініціалізація: на початку, коли i=1, інваріант істинний, оскільки порівнянь ще не було (до позиції i-1, тобто до 0, всі символи ідентичні).

Збереження: на ітерації i алгоритм перевіряє, чи рівні символи на позиції i у рядках s1 та s2. Якщо вони рівні, інваріант зберігається і для наступної ітерації, оскільки тепер відомо, що всі символи до позиції i однакові. Якщо ж символи на позиції i різні, то алгоритм завершить роботу, повернувши false.

Завершення: алгоритм завершує роботу після проходження циклу, коли i дорівнює довжині рядка. Тут інваріант означає, що всі символи від 1 до (i-1) були однаковими, і символи, перевірені на останній ітерації, теж рівні. Таким чином, всі символи рядків однакові і алгоритм повертає true.

Основна операція – порівняння символів, виконується до n разів, якщо рядки однакової довжини. Якщо ж рядки різної довжини, жодного порівняння не виконується: програма одразу поверне false.

Клас ефективності:

в найгіршому випадку $O(n)$, де n – довжина рядків – якщо рядки однакові;

якщо рядки різної довжини: $\Theta(1)$ – найкращий випадок.

№ 2. $T(n) = 3T(n-1) + 1, \quad n > 0, \quad T(0) = 1$

1) $T(n-1) = 3T(n-2) + 1$

$T(n) = 3(3T(n-2)+1)+1 = 3^2 T(n-2) + 3 + 1$

2) $T(n-2) = 3T(n-3) + 1$

$T(n) = 3(3(3T(n-3)+1)+1)+1 = 3^3 T(n-3) + 3^2 + 3 + 1$

...

$T(n) = 3^k T(n-k) + 3^{k-1} + 3^{k-2} + \ldots + 3^1 + 3^0, \quad k = n$

$T(n) = 3^n T(0) + \underbrace{3^{n-1} + 3^{n-2} + \ldots + 3^1 + 3^0}_{\text{геометр. прогресія}}, \quad S = \frac{3^n - 1}{3 - 1} = \frac{3^n - 1}{2}$

$T(n) = 3^n + \frac{3^n - 1}{2} = \frac{2 \cdot 3^n + (3^n - 1)}{2} = \frac{3 \cdot 3^n - 1}{2}.$

$T(n) = O(3^n).$

№ 3. $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n$ $\qquad \boxed{T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)}$

$a = 3, \quad b = 2, \quad f(n) = n$

$n^{\log_b a} = n^{\log_2 3} \Rightarrow \Theta\left(n^{\log_2 3}\right)$

$f(n) = O\left(n^{\log_b a - \varepsilon}\right)$, де $\varepsilon > 0$

Маємо випадок I:

$T(n) = \Theta\left(n^{\log_2 3}\right).$