

# GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

## I. Định nghĩa.

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập  $D$ .

+ Số  $M$  gọi là **giá trị lớn nhất** của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu: 
$$\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$$

Kí hiệu:  $M = \max_{x \in D} f(x)$ .

+ Số  $m$  gọi là **giá trị nhỏ nhất** của hàm số  $y = f(x)$  trên  $D$  nếu: 
$$\begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$$

Kí hiệu:  $m = \min_{x \in D} f(x)$ .

## 2. Phương pháp tìm GTLN, GTNN

### \* Tìm GTLN, GTNN của hàm số bằng cách khảo sát trực tiếp

+ Bước 1: Tính  $f'(x)$  và tìm các điểm  $x_1, x_2, \dots, x_n \in D$  mà tại đó  $f'(x) = 0$  hoặc hàm số không có đạo hàm.

+ Bước 2: Lập bảng biến thiên và rồi suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

### \* Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn

+ Bước 1:

\* Hàm số đã cho  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ .

\* Tìm các điểm  $x_1, x_2, \dots, x_n$  trên khoảng  $(a; b)$ , tại đó  $f'(x) = 0$  hoặc  $f'(x)$

không xác định.

+ Bước 2: Tính  $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$ .

+ Bước 3: Khi đó:

\*  $\max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$ .

\*  $\min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$ .

### \* Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một khoảng

\* Bước 1: Tính đạo hàm  $f'(x)$ .

\* Bước 2: Tìm tất cả các nghiệm  $x_i \in (a; b)$  của phương trình  $f'(x) = 0$  và tất cả các điểm  $\alpha_i \in (a; b)$  làm cho  $f'(x)$  không xác định.

\* Bước 3. Tính  $A = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ,  $B = \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$ ,  $f(x_i)$ ,  $f(\alpha_i)$ .

\* Bước 4. So sánh các giá trị tính được và kết luận  $M = \max_{(a; b)} f(x)$ ,  $m = \min_{(a; b)} f(x)$ .

Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là  $A$  hoặc  $B$  thì kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

+ Nếu  $y = f(x)$  đồng biến trên  $[a; b]$  thì 
$$\begin{cases} \min_{[a; b]} f(x) = f(a) \\ \max_{[a; b]} f(x) = f(b) \end{cases}$$

+ Nếu  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $[a; b]$  thì 
$$\begin{cases} \min_{[a; b]} f(x) = f(b) \\ \max_{[a; b]} f(x) = f(a) \end{cases}$$