

# TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

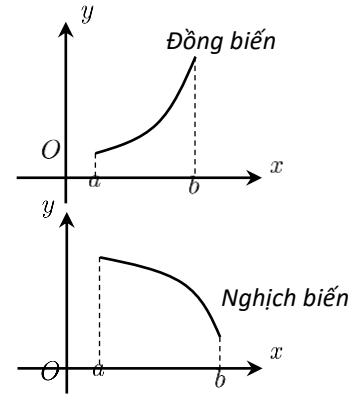
## DẠNG 1. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ THÔNG QUA BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

① **Định lý** (thừa nhận): Giả sử hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $K$ .

Nếu  $f'(x) > 0, \forall x \in K$  thì hàm số đồng biến trên khoảng  $K$ .

Nếu  $f'(x) < 0, \forall x \in K$  thì hàm số nghịch biến trên khoảng  $K$ .

Nếu  $f'(x) = 0, \forall x \in K$  thì hàm số không đổi trên khoảng  $K$ .



### ② Hình dáng đồ thị

Nếu hàm số **đồng biến** trên  $K$  thì từ trái sang phải **đồ thị đi lên**.

Nếu hàm số **nghịch biến** trên  $K$  thì từ trái sang phải **đồ thị đi xuống**.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	$-$	$-$	$0$	$+$

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 2:** (Mã 102, Năm 2019) Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$1$	$3$	$1$	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(0; 2)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 3:** (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$4$			$+\infty$
		$-1$			$-1$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

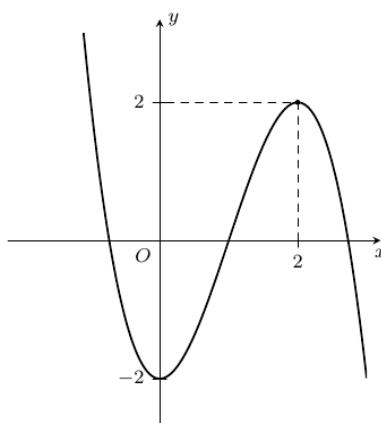
**Câu 4:** (MĐ 102-2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$						
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$			
$f(x)$	$+\infty$			$0$		$3$			$0$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

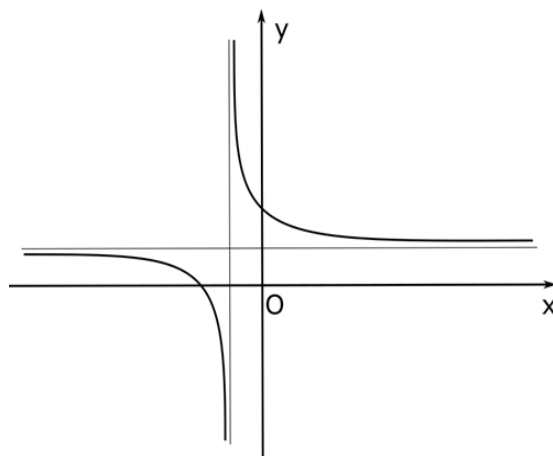
- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(-1; 0)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 5:** (MĐ 103 - 2021 – ĐỢT 1) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.  
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



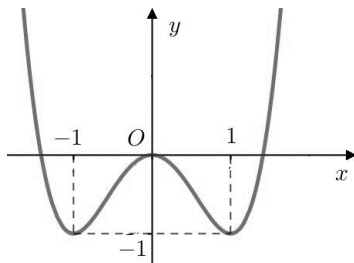
- A.  $(-\infty; 2)$ .      B.  $(0; 2)$ .      C.  $(-2; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 6:** (MĐ 102 - 2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x+1}$  ( $a$  là số thực cho trước,  $a \neq 1$ ) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



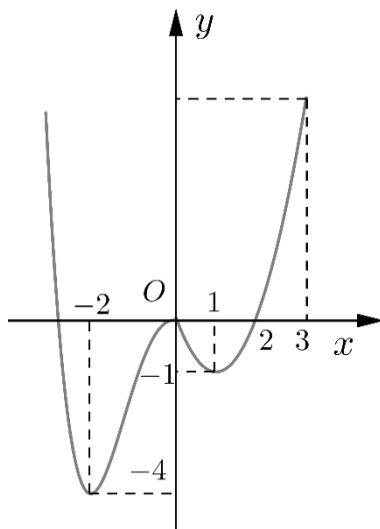
- A.**  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .      **B.**  $y' > 0, \forall x \neq -1$ .      **C.**  $y' < 0, \forall x \neq -1$ .      **D.**  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 7:** (Mã 103 – 2020 – Lần 2) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.**  $(-1; 0)$ .      **B.**  $(-\infty; -1)$ .      **C.**  $(0; +\infty)$ .      **D.**  $(0; 1)$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A.  $(-1;0)$ .

B.  $(-2;-1)$ .

C.  $(0;1)$ .

D.  $(1;3)$ .

**DẠNG 2. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ CHO TRƯỚC**

- **Bước 1.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số.
- **Bước 2.** Tính đạo hàm  $y' = f'(x)$ . Tìm các điểm  $x_i$ ,  $(i=1,2,3,...,n)$  mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3.** Sắp xếp các điểm  $x_i$  theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4.** Nêu kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến đưa vào bảng biến thiên.

**Câu 9: (MĐ 101-2022)** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = x^4 - x^2$ .

B.  $y = x^3 - x$ .

C.  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .

D.  $y = x^3 + x$ .

**Câu 10: (MĐ 103-2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x+1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; +\infty)$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; -1)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 1)$ .

B.  $(-\infty; -1)$ .

C.  $(1; 3)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 12: (Đề minh họa 1, Năm 2017)** Hỏi hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

A.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 13: (Đề minh họa 2, Năm 2017)** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Câu 14: (Đề Minh họa lần 3, Năm 2017)** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$ .

B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$ .

**C.** Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

**D.** Hàm số nghịch biến trên  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 15:** (Đề minh họa lần 3, Năm 2017) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

**A.**  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .      **B.**  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .      **C.**  $y = x^4 + 3x^2$ .      **D.**  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = \sqrt{2018x - x^2}$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.**  $(1010; 2018)$ .      **B.**  $(2018; +\infty)$ .      **C.**  $(0; 1009)$ .      **D.**  $(1; 2018)$ .

### **DẠNG 3. TÌM M ĐỂ HÀM SỐ ĐƠN ĐIỆU TRÊN CÁC KHOẢNG XÁC ĐỊNH CỦA NÓ**

**Lưu ý:** Dấu của tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

• Để  $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ .      •  $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ .      **B.**  $-2 \leq m \leq -1$ .      **C.**  $-2 < m < -1$ .      **D.**  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$ .

**Câu 18:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

**A.**  $[-4; 2]$ .      **B.**  $(-4; 2)$ .      **C.**  $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 19:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m \leq \frac{4}{3}$  và  $m \neq 0$ .      **B.**  $m = 0$  hoặc  $m \geq \frac{4}{3}$ .  
**C.**  $m \geq \frac{4}{3}$ .      **D.**  $m \leq \frac{4}{3}$ .

**Câu 20:** Số giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = (4-m^2)x^3 + (m-2)x^2 + x + m - 1$  (1) đồng biến trên  $\mathbb{R}$  bằng.

**A.** 5.      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.** 4.

**Câu 21:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+m^2}{x+4}$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 5.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 2.

**Câu 22:** (Mã 104, Năm 2017) Cho hàm số  $y = \frac{mx+4m}{x+m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 5.                                      B. 4.                                      C. Vô số.                                      D. 3.

**Câu 23:** (Mã 102, Năm 2017) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+5m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -10)$ ?

- A. 2.                                      B. Vô số.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 24:** (Mã 103, Năm 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3m}$  nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ ?

- A. 3.                                      B. Vô số.                                      C. 0.                                      D. 6.

**Câu 25:** (Đề minh họa 1, Năm 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .

- A.  $m \leq 0$  hoặc  $1 \leq m < 2$ .                                      B.  $m \leq 0$ .                                      C.  $1 \leq m < 2$ .                                      D.  $m \geq 2$ .

**Câu 26:** (Mã 101 – 2020 -Lần 2) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

- A.  $(-\infty; 1]$                                       B.  $(-\infty; 4]$                                       C.  $(-\infty; 1)$                                       D.  $(-\infty; 4)$

**Câu 27:** (Đề minh họa, Năm 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  là

- A.  $(-\infty; 0]$ .                                      B.  $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ .                                      C.  $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ .                                      D.  $[0; +\infty)$

**Câu 28:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2 \text{ nghịch biến trên nửa khoảng } [1; +\infty) ?$$

A.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$ .      B.  $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$ .      C.  $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$ .

**Câu 29:** Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

A.  $m < 3$ .      B.  $m \geq 3$ .      C.  $m \neq 3$ .      D.  $m \leq 3$ .

**Câu 30:** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 0.

**Câu 31:** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

A.  $-1 < m < \frac{1}{3}$ .      B.  $m > \frac{1}{3}$ .      C.  $m < -1$ .      D.  $m \geq \frac{1}{3}$  hoặc  $m \leq -1$ .

**Câu 32:** Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

A.  $m = 0$ .      B.  $m > 1$ .      C.  $m \leq -\frac{1}{2}$ .      D.  $m < -\frac{1}{2}$ .

**Câu 33:** Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$  đồng biến trên  $(0; 4)$  là:

A.  $(-\infty; 3)$ .      B.  $(-\infty; 3]$ .      C.  $[3; 6]$ .      D.  $(-\infty; 6]$ .

**Câu 34:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số  $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

A.  $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$ .      C.  $m \leq 3$ .      D.  $m < 3$ .

**Câu 35:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$

B.  $m > 2$

C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$

D.  $-1 < m < 1$

**DẠNG 4. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**  $g(x) = f[u(x)]$  **KHI BIẾT**

**ĐỒ THỊ HÀM SỐ**  $f'(x)$ .

**Cách 1:**

**Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ ,  $g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)]$ .

**Bước 2:** Sử dụng đồ thị của  $f'(x)$ , lập bảng xét dấu của  $g'(x)$ .

**Bước 3:** Dựa vào bảng dấu kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

**Cách 2:**

**Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ ,  $g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)]$ .

**Bước 2:** Hàm số  $g(x)$  đồng biến  $\Leftrightarrow g'(x) \geq 0$ ; (Hàm số  $g(x)$  nghịch biến  $\Leftrightarrow g'(x) \leq 0$ )  
(\*)

**Bước 3:** Giải bất phương trình (\*) (dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ ) từ đó kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

**Câu 36: (Mã 101, Năm 2019)** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(4; +\infty)$ .

B.  $(-2; 1)$ .

C.  $(2; 4)$ .

D.  $(1; 2)$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(2-3x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A.  $(2; 3)$ .

B.  $(1; 2)$ .

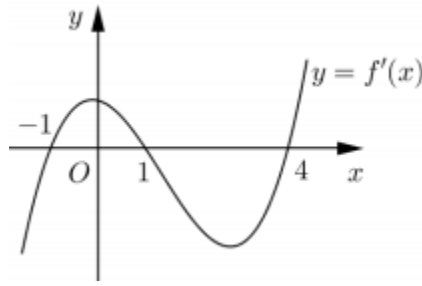
C.  $(0; 1)$ .

D.  $(1; 3)$ .

**Câu 38: (ĐỀ THAM KHẢO 2018)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.

Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng





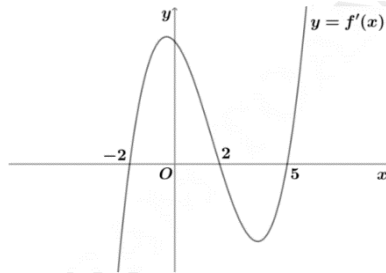
A.  $(1;3)$ .

B.  $(2;+\infty)$ .

C.  $(-2;1)$ .

D.  $(-\infty;-2)$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên.



Hỏi hàm số  $g(x) = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

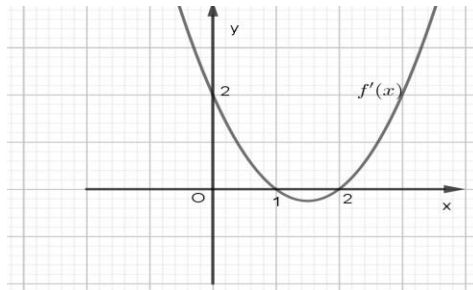
A.  $(-1;+\infty)$

B.  $(-\infty;-1)$

C.  $(1;3)$

D.  $(0;2)$

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số  $y = f(2-x^2)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A.  $(-\infty;0)$ .

B.  $(0;1)$ .

C.  $(1;2)$ .

D.  $(0;+\infty)$ .

**DẠNG 5. TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**  $g(x) = f[u(x)] + v(x)$  **KHI BIẾT ĐỒ THỊ,**  
**BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ**  $f'(x)$

**Cách 1:**

**Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ ,  $g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)] + v'(x)$ .

**Bước 2:** Sử dụng đồ thị của  $f'(x)$ , lập bảng xét dấu của  $g'(x)$ .

**Bước 3:** Dựa vào bảng dấu kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

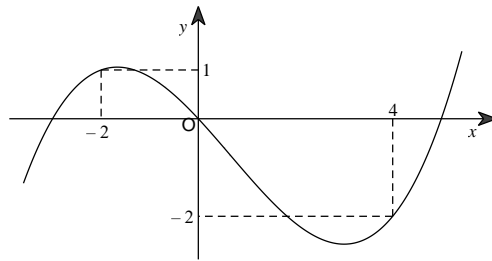
**Cách 2:**

**Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $g(x)$ ,  $g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)] + v'(x)$ .

**Bước 2:** Hàm số  $g(x)$  đồng biến  $\Leftrightarrow g'(x) \geq 0$ ; (Hàm số  $g(x)$  nghịch biến  $\Leftrightarrow g'(x) \leq 0$ ) (\*)

**Bước 3:** Giải bất phương trình (\*) (dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ ) từ đó kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

**Câu 41:** (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 1) Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



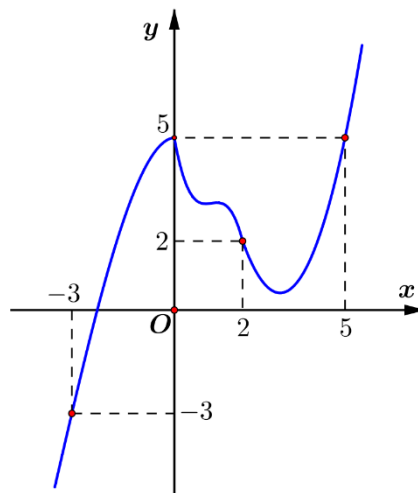
A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

C.  $(-2; -1)$ .

D.  $(2; 3)$ .

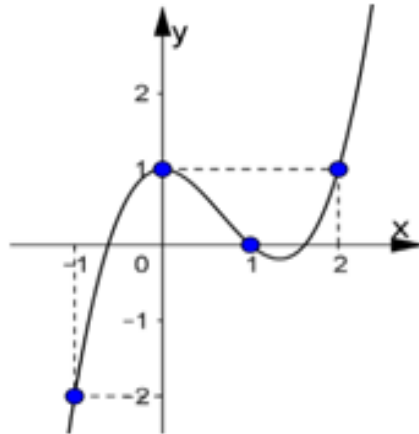
**Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = f(-2x+1) + (x+1)(-2x+4)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .

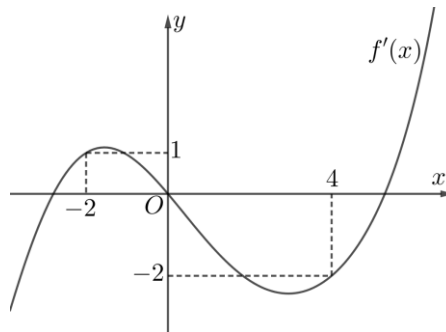
**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $g(x) = f(x-1) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2020$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $(3; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 44:** Cho hàm số đa thức  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(0) = 0$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình sau.



Hàm số  $g(x) = |4f(x) + x^2|$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(4; +\infty)$ .      B.  $(0; 4)$ .      C.  $(-\infty; -2)$ .      D.  $(-2; 0)$ .