

LOGARIT

Câu 1: (Mã 110 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 2: (Chuyên Hạ Long 2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Câu 3: Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$.

B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$.

D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 4: Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. $\log_a a = 2a$.

B. $\log_a a^\alpha = \alpha$.

C. $\log_a 1 = 0$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Câu 5: Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$. **B.** $a^{\log_b a} = b$. **C.** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ ($\alpha \neq 0$) . **D.** $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Câu 6: (MĐ 101-2022) Với mọi số thực a dương tùy ý $4 \log \sqrt{a}$ bằng

A. $-2 \log a$.

B. $2 \log a$.

C. $-4 \log a$.

D. $8 \log a$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $1 - \log a$.

B. $2 + \log a$.

C. $2 - \log a$.

D. $1 + \log a$.

Câu 8: (MĐ 103-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $3 \log_a b$.

B. $\log_a b$.

C. $-3 \log_a b$.

D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 9: (Mã 101 - 2021 Lần 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4.

Câu 10: (Đề Minh Họa 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

Câu 11: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

- A. $5\log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 12: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2}\log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2\log_a b$.

Câu 13: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Câu 14: (Đề Tham Khảo 2019) Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$ B. $\log a + \frac{1}{2}\log b$ C. $2\log a + \log b$ D. $\log a + 2\log b$

Câu 15: (Đề Tham Khảo 2017) Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = \frac{1}{3}$ B. $P = 3$ C. $P = 1$ D. $P = 9$

Câu 16: (Mã 101 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

- A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$

Câu 17: (Mã 104 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Câu 18: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

$$\text{C. } \log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

$$\text{D. } \log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b.$$

Câu 19: (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

$$\text{A. } P = 13$$

$$\text{B. } P = 31$$

$$\text{C. } P = 30$$

$$\text{D. } P = 108$$

Câu 20: Cho các số thực dương a, b, x thỏa mãn $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } x = 4a + 7b.$$

$$\text{B. } x = 4a - 7b.$$

$$\text{C. } x = a^4 b^7.$$

$$\text{D. } x = a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{7}}.$$

Câu 21: (Mã 102 2019) Cho a và b là hai số dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

$$\text{A. } 4.$$

$$\text{B. } 5.$$

$$\text{C. } 2.$$

$$\text{D. } 32.$$

Câu 22: (Mã 104 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } x = 5a + 3b$$

$$\text{B. } x = a^5 + b^3$$

$$\text{C. } x = a^5 b^3$$

$$\text{D. } x = 3a + 5b$$

Câu 23: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } a = b^2.$$

$$\text{B. } a^3 = b.$$

$$\text{C. } a = b.$$

$$\text{D. } a^2 = b.$$

Câu 24: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } a + 2b = 2.$$

$$\text{B. } 4a + 2b = 1.$$

$$\text{C. } 4ab = 1.$$

$$\text{D. } 2a + 4b = 1.$$

Câu 25: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho a và b là các số dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

$$\text{A. } 3.$$

$$\text{B. } 6.$$

$$\text{C. } 2.$$

$$\text{D. } 12.$$

Câu 26: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } a = 9b^2.$$

$$\text{B. } a = 9b.$$

$$\text{C. } a = 6b.$$

$$\text{D. } a = 9b^2.$$

Câu 27: (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$

$$\text{A. } P = x^2 y^3$$

$$\text{B. } P = 6xy$$

$$\text{C. } P = 3x + 2y$$

$$\text{D. } P = x^2 + y^2$$

Câu 28: (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

$$\text{A. } 48$$

$$\text{B. } 56$$

$$\text{C. } 36$$

$$\text{D. } 8\log_2 256$$

Câu 29: (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định đúng là

- A. $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$. B. $mn = 9$. C. $mn = 9 \log_2 c$. D. $mn = \frac{1}{9}$.

Câu 30: Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

- A. $P = 18$. B. $P = 6$. C. $P = 14$. D. $P = 10$.

Câu 31: Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$. D. $\ln(abcd)$.

Câu 32: Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b$. B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$.
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b$. D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b$.

Câu 33: (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Câu 34: (Chuyên Bắc Giang -2019) Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$ B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$
C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$ D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $M = 3 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6 \log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$.

- A. $M = -\log_3 (3x)$ B. $M = 2 + \log_3 \left(\frac{x}{3} \right)$ C. $M = -\log_3 \left(\frac{x}{3} \right)$ D. $M = 1 + \log_3 x$

Câu 36: Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x \log_2 a + y \log_4 b$ ($x, y \in \mathbb{Q}$) thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{1}{3}$ B. $P = \frac{2}{3}$ C. $P = -\frac{1}{12}$ D. $P = \frac{1}{12}$

Câu 37: Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. $T = 7$. B. $T = 3$. C. $T = 2$. D. $T = 1$.

Câu 38: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$. B. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.
C. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$. D. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

Câu 39: Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a$, $\log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$. B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$.
C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$. D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Câu 40: Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. -2 . C. $\frac{1}{100}$. D. 2 .

Câu 41: Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

- A. $P = \frac{5}{4}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{16}{15}$. D. $P = \frac{4}{5}$.

Câu 42: (Đề Tham Khảo 2019) Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3}{4a}$ C. $\frac{4}{3a}$ D. $\frac{4a}{3}$

Câu 43: (Đề Minh Họa 2017) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$. B. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.
C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$. D. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$.

Câu 44: (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

- A. $\frac{3a-1}{a-1}$ B. $\frac{3a+1}{a+1}$ C. $\frac{4a-1}{a-1}$ D. $\frac{4a+1}{a+1}$

Câu 45: Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c ?

- A. $P = 2a - b + c$. B. $P = 2a + b + c$. C. $P = 2a + b - c$. D. $P = a + 2b - c$.

Câu 46: Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

- A. 3 B. 4 C. 6 D. -3

Câu 47: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x$, $\log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4 b^5)$.

- A. $P = 3x^4 y^5$ B. $P = 3 + x^4 + y^5$ C. $P = 60xy$ D. $P = 1 + 4x + 5y$

Câu 48: Cho $\log_a bc = x$, $\log_b ca = y$ và $\log_c ab = \frac{mx + ny + 2}{pxy - 1}$, với m, n, p là các số nguyên.

Tính $S = m + 2n + 3p$

- A. $S = 6$. B. $S = 9$. C. $S = 0$. D. $S = 3$.

Câu 49: Cho $\log_a (bc) = 2$, $\log_b (ca) = 3$. Tính $S = \log_c (ab)$.

- A. $S = \frac{7}{5}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{5}{7}$. D. $S = \frac{6}{7}$.

Câu 50: Cho các số thực dương x, y, z, t, a, b, c thỏa mãn $\frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z}{c} = \ln t$ và $x.y = z^2.t^2$.

Tính $S = a + b - 2c$

- A. $S = 4$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = -2$. D. $S = 2$.

Câu 51: Đặt $a = \ln 2$, $b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

- A. $-2(a+b)$ B. $-2(a-b)$ C. $2(a+b)$ D. $2(a-b)$

Câu 52: Đặt $\log_a b = m$, $\log_b c = n$. Khi đó $\log_a (ab^2 c^3)$ bằng

- A. $1 + 6mn$. B. $1 + 2m + 3n$. C. $6mn$. D. $1 + 2m + 3mn$.

Câu 53: Cho $\log_9 5 = a$; $\log_4 7 = b$; $\log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb + nac}{pc + q}$. Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$.

- A. 27 B. 25 C. 23 D. 29

Câu 54: Cho 3 số $2017 + \log_2 a$; $2018 + \log_3 a$; $2019 + \log_4 a$; theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Công sai của cấp số cộng này bằng:

- A. 1. B. 12. C. 9. D. 20.

Câu 55: (Bạc Liêu – Ninh Bình 2019) Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương a ($a \neq 1$) thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$.

- A. 60. B. 2019. C. 4038. D. $\frac{2019}{2}$.

Câu 56: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Câu 57: Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$ là

- A. 13. B. 3. C. 12. D. 10.

Câu 58: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = a$ và công bội $q = b$. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ sao cho $\log_8 u_1 + \log_8 u_2 + \dots + \log_8 u_{12} = 2006$.

- A. 46. B. 91. C. 45. D. 90.

Câu 59: Cho $x = 2018!$. Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

- A. $A = \frac{1}{2017}$. B. $A = 2018$. C. $A = \frac{1}{2018}$. D. $A = 2017$.

Câu 60: Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 10$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức

$$F = 5 \log a \cdot \log b + 2 \log b \cdot \log c + \log c \cdot \log a \text{ bằng } \frac{m}{n} \text{ với } m, n \text{ nguyên dương và } \frac{m}{n} \text{ tối giản.}$$

Tổng $m + n$ bằng

- A. 7. B. 10. C. 13. D. 16.