

CHỦ ĐỀ 2: CON LẮC Lò XO

📖 DẠNG 1: Đại cương về con lắc lò xo

1. Phương trình dao động: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

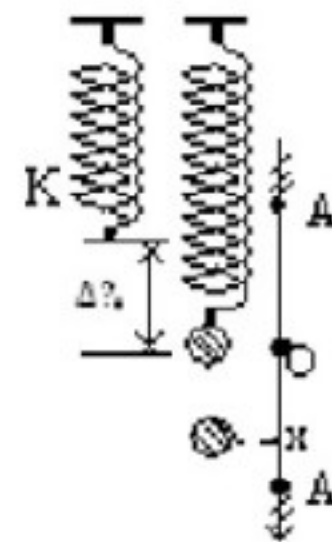
2. Chu kì, tần số, tần số góc và độ biến dạng:

+ Tần số góc, chu kỳ, tần số: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$; $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

+ $k = m\omega^2$

Chú ý: $1\text{N/cm} = 100\text{N/m}$

+ Nếu lò xo treo thẳng đứng: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$ với $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$



Nhận xét: Chu kì của con lắc lò xo

+ tỉ lệ với **căn bậc 2 của m**; tỉ lệ nghịch với **căn bậc 2 của k**

+ chỉ phụ thuộc vào **m và k**; **không** phụ thuộc vào **A** (sự kích thích ban đầu)

3. Trong cùng khoảng thời gian, hai con lắc thực hiện N_1 và N_2 dao động:

$$\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

4. **Chu kì và sự thay đổi khối lượng:** Gắn lò xo k vào vật m_1 được chu kỳ T_1 , vào vật m_2 được T_2 , vào vật khối lượng $m_3 = m_1 + m_2$ được chu kỳ T_3 , vào vật khối lượng $m_4 = m_1 - m_2$ ($m_1 > m_2$) được chu kỳ T_4 . Ta có: $T_3^2 = T_1^2 + T_2^2$ và $T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$ (chỉ cần nhớ **m tỉ lệ với bình phương của T** là ta có ngay công thức này)

5. **Chu kì và sự thay đổi độ cứng:** Một lò xo có độ cứng k, chiều dài l được cắt thành các lò xo có độ cứng k_1, k_2, \dots và chiều dài tương ứng là l_1, l_2, \dots thì có: $kl = k_1l_1 = k_2l_2$ (chỉ cần nhớ **k tỉ lệ nghịch với l** của lò xo)

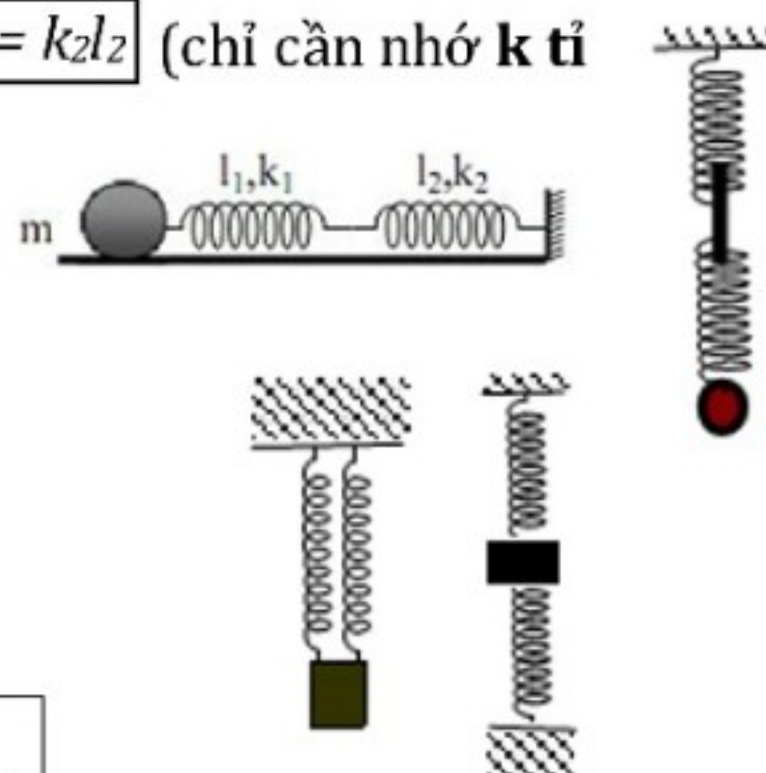
🔧 Ghép lò xo:

* **Nối tiếp:** $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$

⇒ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

* **Song song:** $k = k_1 + k_2 + \dots$

⇒ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots$



(chỉ cần nhớ **k tỉ lệ nghịch với bình phương của T** là ta có ngay công thức này)

DẠNG 2: Lực hồi phục, lực đàn hồi & chiều dài lò xo khi vật dao động.

1. Lực hồi phục: là nguyên nhân làm cho vật dao động, luôn hướng về vị trí cân bằng và biến thiên điều hòa cùng tần số với li độ. Lực hồi phục của CLLX không phụ thuộc khối lượng vật nặng.

$$F_{hp} = -kx = -m\omega^2 x \quad (F_{hpmin} = 0; F_{hpmax} = kA)$$

2. Chiều dài lò xo: Với l_0 là chiều dài tự nhiên của lò xo

* Khi lò xo nằm ngang: $\Delta l_0 = 0$

Chiều dài cực đại của lò xo: $l_{max} = l_0 + A$.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{min} = l_0 - A$.

* Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc α

Chiều dài khi vật ở vị trí cân bằng: $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0$

Chiều dài ở ly độ x: $l = l_{cb} \pm x$.

Dấu “+” nếu chiều dương cùng chiều dãn của lò xo

Chiều dài cực đại của lò xo: $l_{max} = l_{cb} + A$.

Chiều dài cực tiểu của lò xo: $l_{min} = l_{cb} - A$.

Với Δl_0 được tính như sau:

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+ Khi con lắc nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α : $\Delta l_0 = \frac{mgsin\alpha}{k}$

3. Lực đàn hồi: xuất hiện khi lò xo bị biến dạng và đưa vật về vị trí lò xo không bị biến dạng.

a. Lò xo nằm ngang: VTCB trùng với vị trí lò xo không bị biến dạng.

+ $F_{dh} = kx = k \Delta l$ ($x = \Delta l$: độ biến dạng; đơn vị mét)

+ $F_{dhmin} = 0; F_{dhmax} = kA$

b. Lò xo treo thẳng đứng:

- Ở ly độ x bất kì: $F = k(\Delta l_0 \pm x)$. **Dấu “+” nếu chiều dương cùng chiều dãn của lò xo.**

Ví dụ: theo hình bên thì $F = k(\Delta l_0 - x)$

- Ở vị trí cân bằng ($x = 0$): $F = k\Delta l_0$

- Lực đàn hồi cực đại (lực kéo): $F_{Kmax} = k(\Delta l_0 + A)$ (ở vị trí thấp nhất)

- Lực đẩy (lực nén) đàn hồi cực đại: $F_{Nmax} = k(A - \Delta l_0)$ (ở vị trí cao nhất).

- Lực đàn hồi cực tiểu:

* Nếu $A < \Delta l_0 \Rightarrow F_{Min} = k(\Delta l_0 - A) = F_{Kmin}$ (ở vị trí cao nhất).

* Nếu $A \geq \Delta l_0 \Rightarrow F_{Min} = 0$ (ở vị trí lò xo không biến dạng: $x = \Delta l_0$)

Chú ý:

- Lực tác dụng vào điểm treo Q tại một thời điểm có độ lớn đúng bằng lực đàn hồi nhưng ngược chiều.

- Lực kéo về là hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực:

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang: Lực hồi phục có độ lớn bằng lực đàn hồi (vì tại VTCB lò xo không biến dạng)

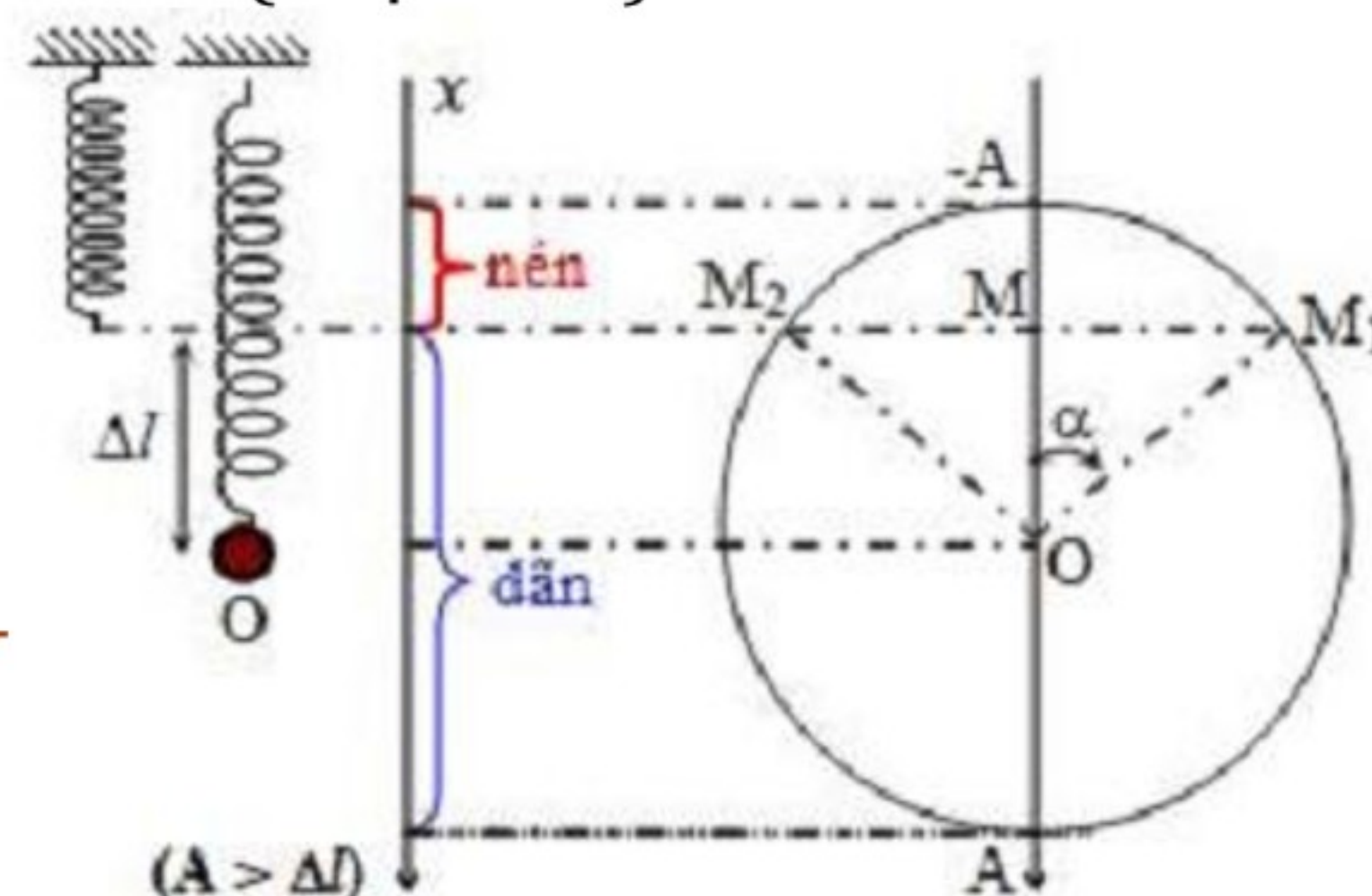
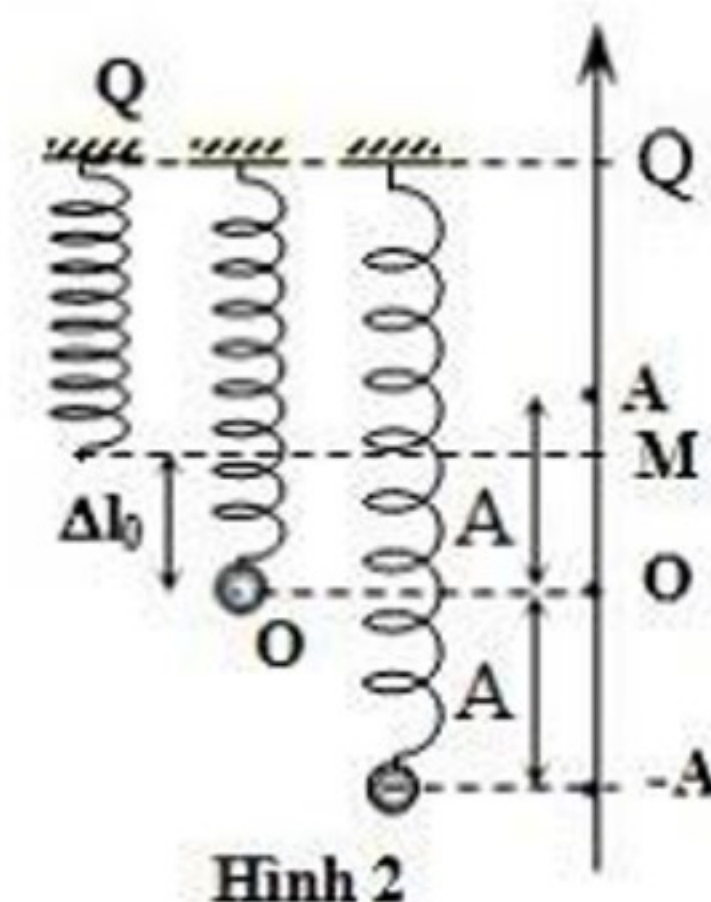
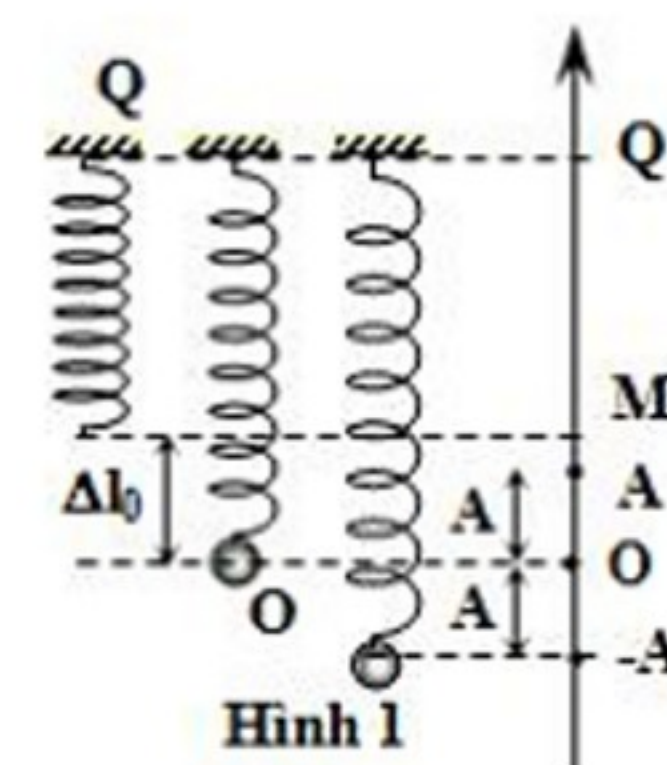
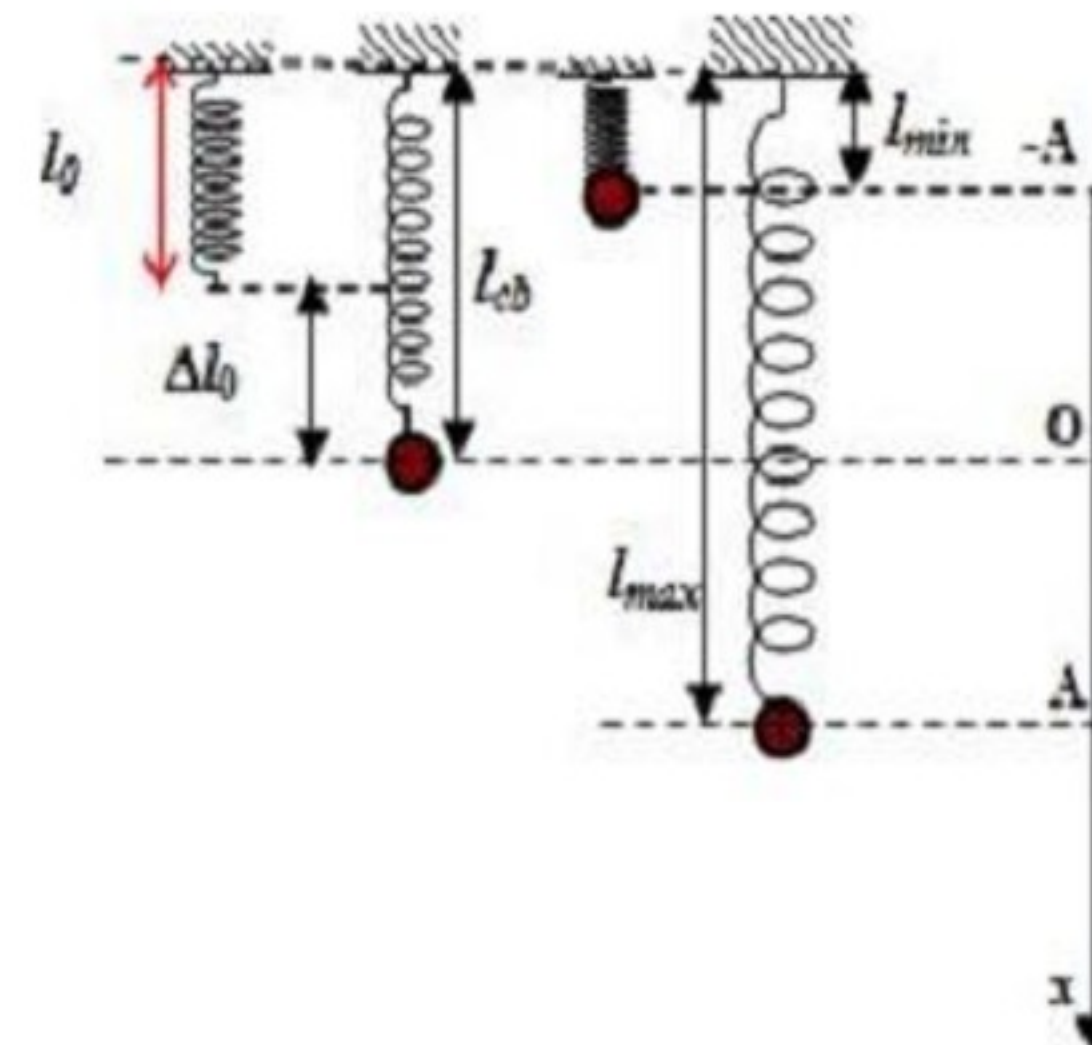
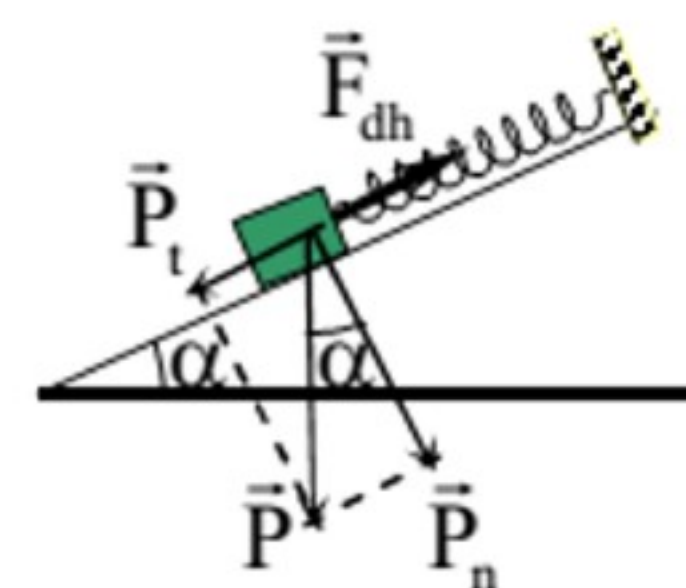
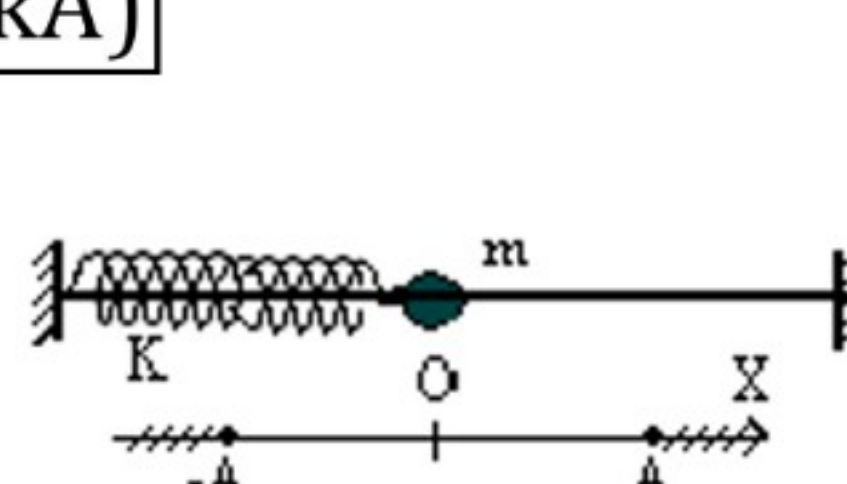
+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng: Lực kéo về là hợp lực của lực đàn hồi và trọng lực.

4. Tính thời gian lò xo dãn - nén trong một chu kỳ:

a. Khi $A > \Delta l$ (Với Ox hướng xuống): Trong một chu kỳ lò xo dãn (hoặc nén) 2 lần.

- Thời gian lò xo nén tương ứng đi từ M_1 đến M_2 :

$$t_n = \frac{2\alpha}{\omega} \quad \text{với} \quad \cos \alpha = \frac{OM}{OM_1} = \frac{\Delta l_0}{A}$$



Hoặc dùng công thức: $t_n = \frac{2}{\omega} \arccos \frac{\Delta l_0}{A}$

- Thời gian lò xo dẫn tương ứng đi từ M_2 đến M_1 :

$$t_d = T - t_n = \frac{2(\pi - \alpha)}{\omega}$$

b. Khi $\Delta l \geq A$ (Với Ox hướng xuống): Trong một chu kỳ $t_d = T$; $t_n = 0$.

DẠNG 3: Năng lượng dao động điều hoà của CLLX

Lưu ý: Khi tính năng lượng phải đổi khối lượng về kg, vận tốc về m/s, ly độ về mét.

a. Thế năng: $W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$

b. Động năng: $W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

c. Cơ năng: $W = W_t + W_d = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \text{const}$

Nhận xét:

+ Cơ năng được bảo toàn và tỉ lệ với bình phương biên độ.

+ Khi tính động năng tại vị trí có li độ x thì: $W = W_d - W_t = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$

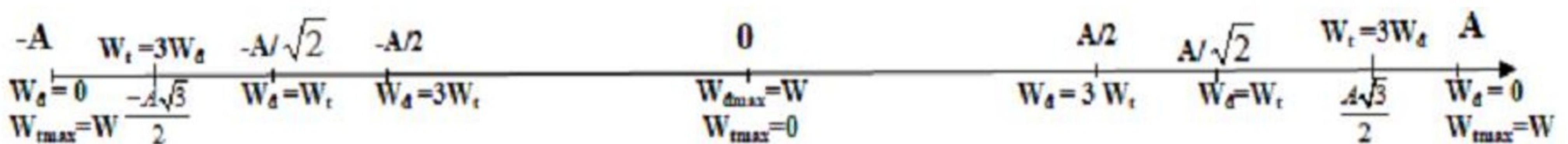
+ Dao động điều hoà có tần số góc là ω , tần số f , chu kỳ T thì W_d và W_t biến thiên với tần số góc 2ω , tần số $2f$, chu kỳ $T/2$.

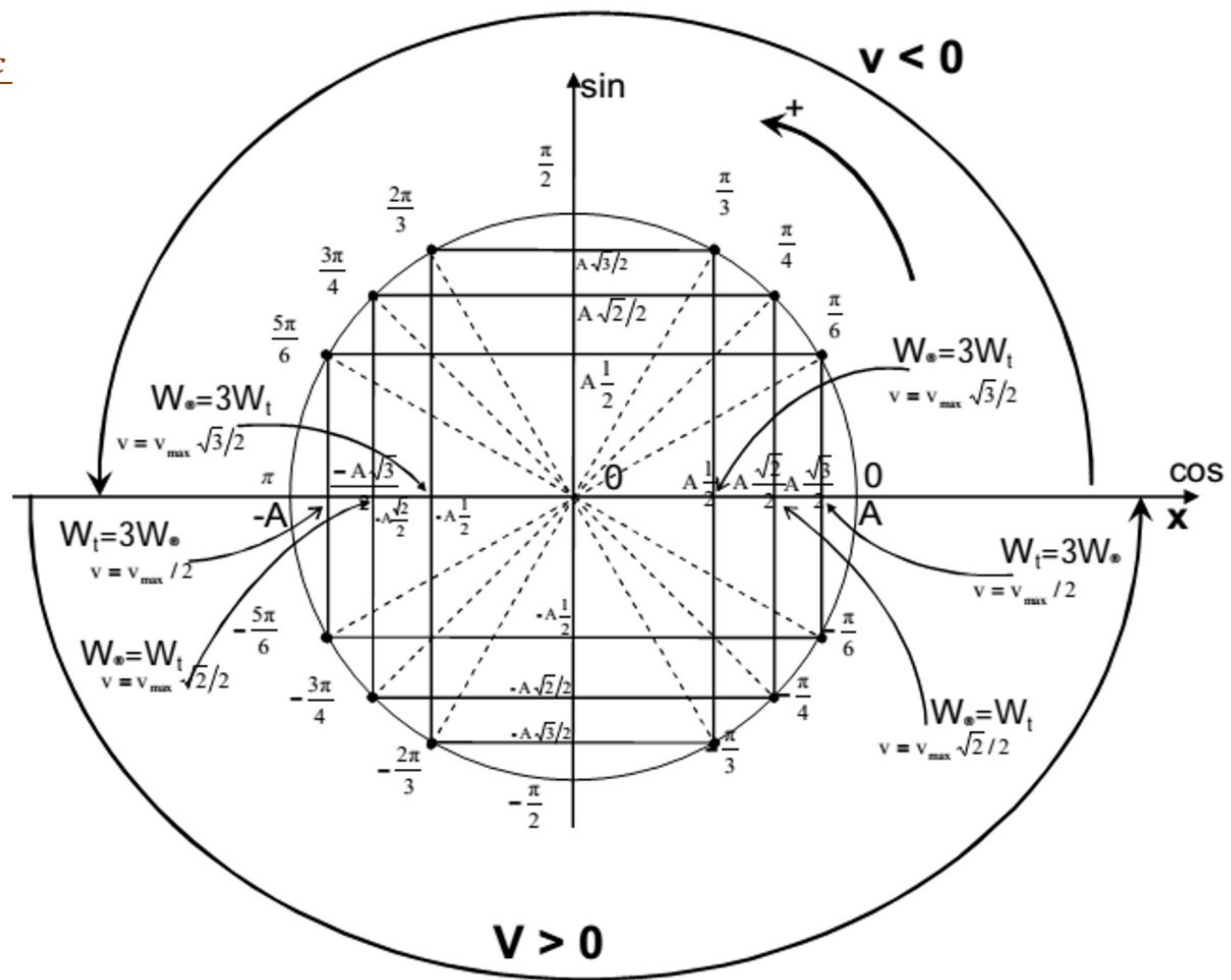
+ Trong một chu kỳ có 4 lần $W_d = W_t$, khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để $W_d = W_t$ là $T/4$.

+ Thời gian từ lúc $W_d = W_{d \max}$ ($W_t = W_{t \max}$) đến lúc $W_d = W_{d \max} / 2$ ($W_t = W_{t \max} / 2$) là $T/8$.

+ Khi $W_d = nW_t \Rightarrow W = (n+1)W_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}; a = \mp \frac{a_{\max}}{\sqrt{n+1}}; v = \pm \frac{v_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{n} + 1}}$

+ Khi $x = \pm \frac{A}{n} \Rightarrow \frac{W_d}{W_t} = \left(\frac{A}{x}\right)^2 - 1 = n^2 - 1$





DẠNG 4: Viết phương trình dao động điều hoà $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ (cm).

*** Cách 1:** Ta cần tìm A, ω và φ rồi thay vào phương trình.

1. Cách xác định ω : Xem lại tất cả công thức đã học ở phần lý thuyết.

Ví dụ: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{a}{x}} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \frac{v_{\max}}{A}$ hoặc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ (CLLX); $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (CLĐ)

2. Cách xác định A:

Ngoài các công thức đã biết như: $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{F_{\max}}{k} = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \sqrt{\frac{2W}{k}}$, khi lò

xo treo thẳng đứng ta cần chú ý thêm các trường hợp sau:

a) Kéo vật xuống khỏi VTCB một đoạn d rồi

* thả ra hoặc buông nhẹ ($v = 0$) thì: $A = d$

* truyền cho vật một vận tốc v thì: $x = d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

b) Đưa vật đến vị trí lò xo không biến dạng rồi

* thả ra hoặc buông nhẹ thì: $A = \Delta l$

* truyền cho vật một vận tốc v thì: $x = \Delta l \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

c) Kéo vật xuống đến vị trí lò xo giãn một đoạn d rồi

* thả ra hoặc buông nhẹ thì: $A = d - \Delta l$

* truyền cho vật một vận tốc v thì: $x = d - \Delta l \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

d) Đẩy vật lên một đoạn d

@. Nếu $d < \Delta l_0$

* thả ra hoặc buông nhẹ thì $A = \Delta l_0 - d$

* truyền cho vật một vận tốc v thì $x = \Delta l_0 - d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

@. Nếu $d \geq \Delta l_0$

* thả ra hoặc buông nhẹ thì $A = \Delta l_0 + d$

* truyền cho vật một vận tốc v thì $x = \Delta l_0 + d \Rightarrow A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

3. Cách xác định φ : Dựa vào điều kiện đầu: lúc $t = t_0$

* Nếu $t = 0$:

- $x = x_0$, xét chiều chuyển động của vật $\Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x_0}{A} \Rightarrow \varphi = \pm \alpha \\ v > 0 \rightarrow \varphi = -\alpha; v < 0 \rightarrow \varphi = \alpha \end{cases}$

- $x = x_0, v = v_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \varphi \\ v_0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{-v_0}{x_0 \omega} \Rightarrow \varphi = ?$

* Nếu $t = t_0$: thay t_0 vào hệ $\begin{cases} x_0 = A \cos(\omega t_0 + \varphi) \\ v_0 = -A\omega \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$ hoặc $\begin{cases} a_1 = -A\omega^2 \cos(\omega t_0 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega \sin(\omega t_0 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$

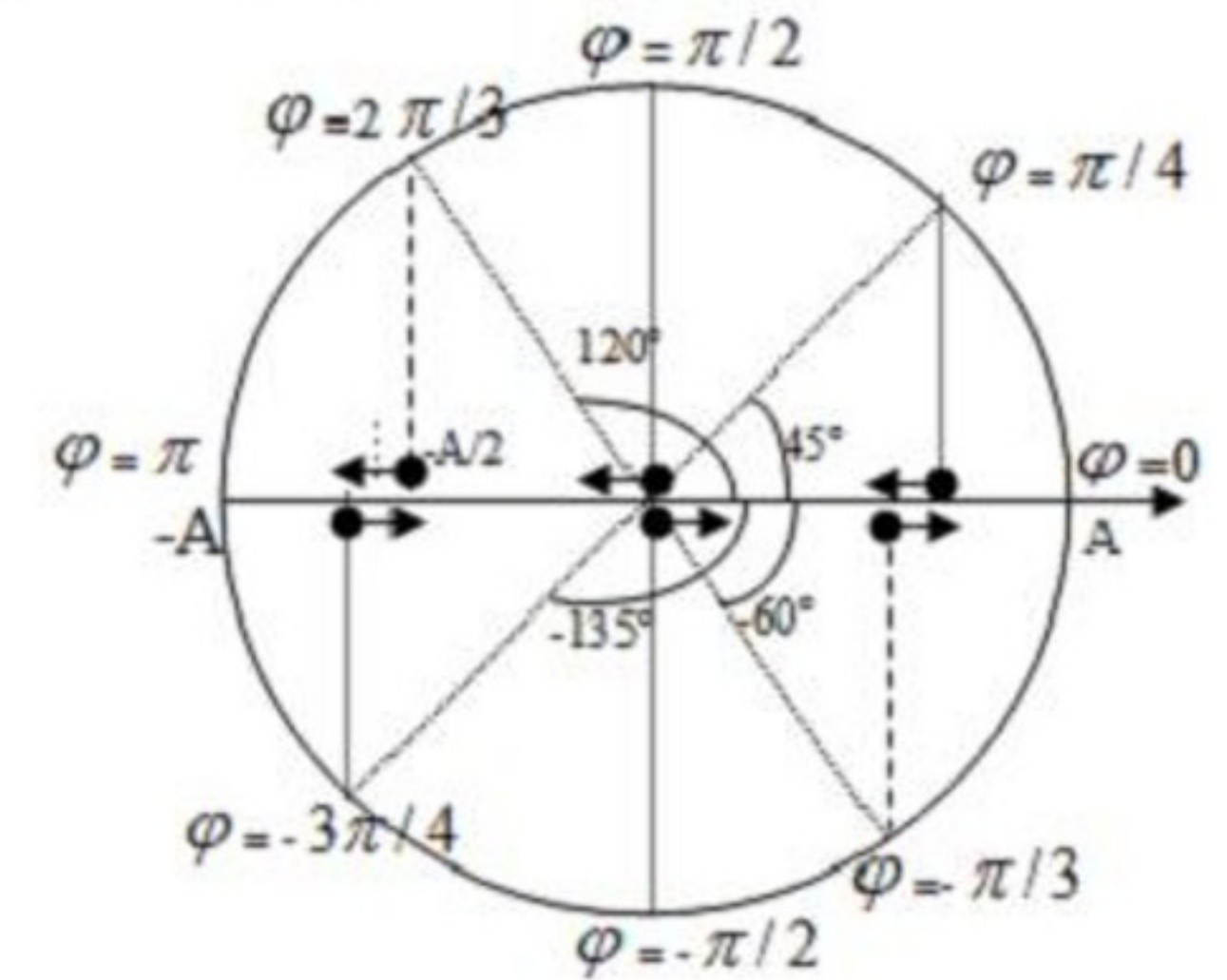
Lưu ý:

- Vật đi theo chiều dương thì $v > 0 \rightarrow \varphi < 0$; đi theo chiều âm thì $v < 0 \rightarrow \varphi > 0$.

- Có thể xác định φ dựa vào đường tròn khi biết li độ và chiều chuyển động của vật ở $t = t_0$:

Ví dụ: Tại $t = 0$

- + Vật ở biên dương: $\varphi = 0$
- + Vật qua VTCB theo chiều dương: $\varphi = -\pi/2$
- + Vật qua VTCB theo chiều âm: $\varphi = \pi/2$
- + Vật qua $A/2$ theo chiều dương: $\varphi = -\pi/3$
- + Vật qua vị trí $-A/2$ theo chiều âm: $\varphi = 2\pi/3$
- + Vật qua vị trí $-A\sqrt{2}/2$ theo chiều dương: $\varphi = -3\pi/4$



* Cách khác: Dùng máy tính FX570 ES

Xác định dữ kiện: tìm ω , và tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) tìm x_0 và $\frac{v_0}{\omega}$;

Với $\left(\frac{v_0}{\omega} = \pm \sqrt{A^2 - x^2}\right)$. **Chú ý:** lấy dấu "+" nếu vật chuyển động theo chiều dương.

+ [Mode] [2]

+ Nhập: $x_0 - \frac{v_0}{\omega} \cdot i$ (**chú ý:** chữ i trong máy tính – bấm [ENG])

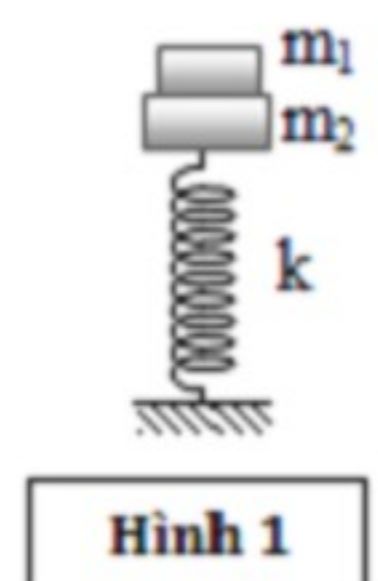
+ Ấn: [SHIFT] [2] [3] [=] Máy tính hiện: $A \angle \varphi$

** MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP NÂNG CAO

📖 DẠNG 5: Điều kiện của biên độ dao động

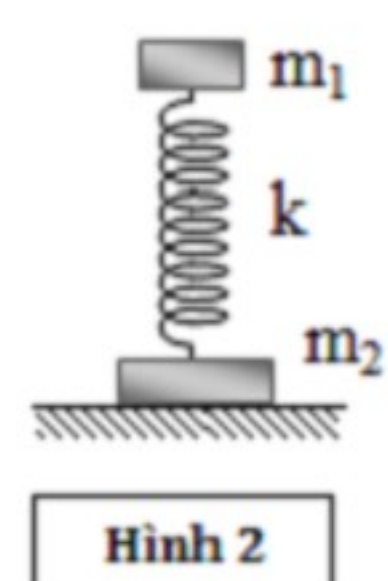
1. Vật m_1 được đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. (Hình 1)

Để m_1 luôn nằm yên trên m_2 trong quá trình dao động thì: $A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



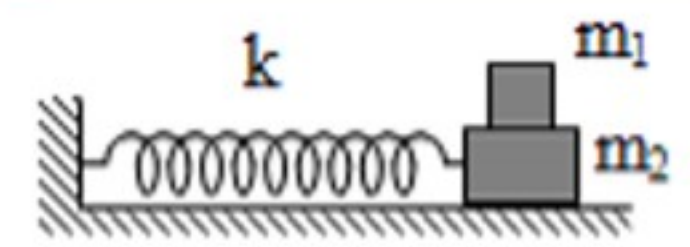
2. Vật m_1 và m_2 được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng, m_1 dao động điều hoà. (Hình 2). Để m_2 luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình m_1 dao động

thì: $A \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



3. Vật m_1 đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là μ , bỏ qua ma sát giữa m_2 và mặt sàn. (Hình 3). Để m_1 không trượt trên m_2 trong quá

trình dao động thì: $A \leq \mu \frac{g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



Hình 3

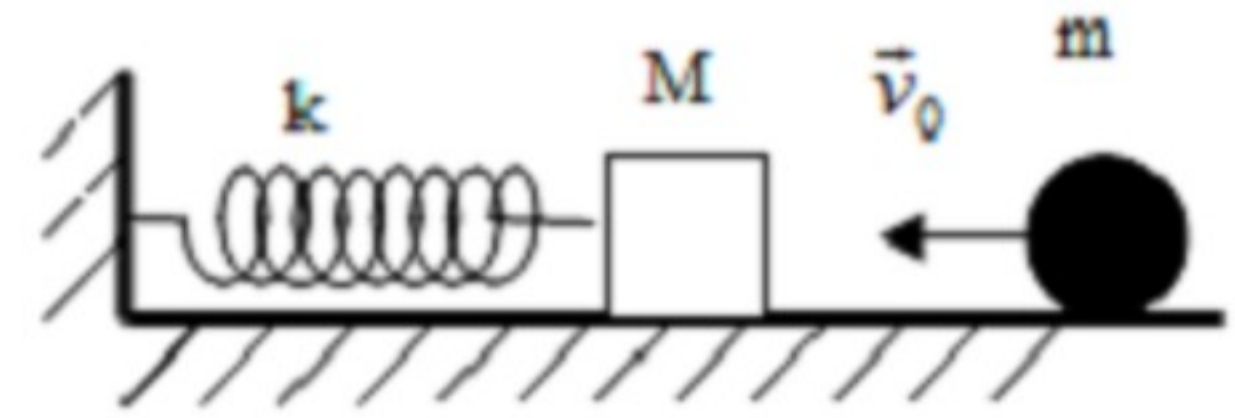
DẠNG 6: Kích thích dao động bằng va chạm

Vật m chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm vào vật M đang đứng yên:

1. Va chạm đàn hồi: Áp dụng ĐLBT động lượng và năng lượng (dưới dạng động năng vì mặt phẳng ngang $W_t = 0$)

$$\text{Từ } m.v_0 = m.v + M.V \text{ và } m.v_0^2 = m.v^2 + M.V^2$$

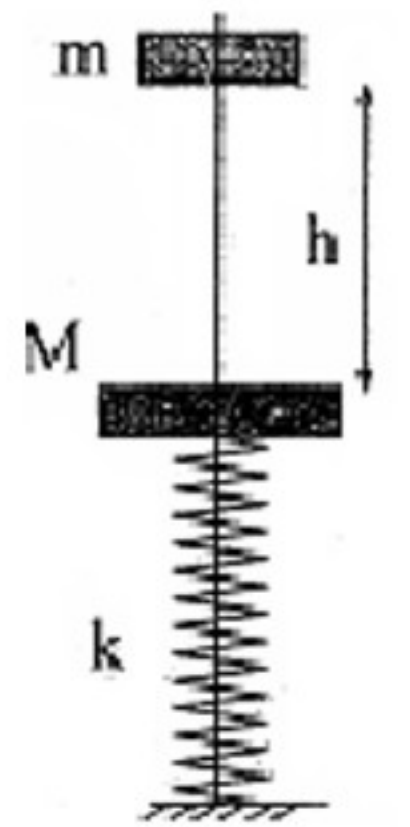
$$\Rightarrow V = \frac{2m}{m+M}v_0; v = \frac{m-M}{m+M}v_0$$



2. Va chạm mềm (sau va chạm hai vật dính vào nhau chuyển động cùng vận tốc):

$$\text{Từ } m.v_0 = (m+M).v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m+M}v_0$$

Trường hợp: nếu vật m rơi tự do từ độ cao h so với vật M đến chạm vào M rồi cùng dao động điều hoà thì áp dụng thêm: $v = \sqrt{2gh}$ với v là vận tốc của m ngay trước va chạm



Chú ý: $v^2 - v_0^2 = 2a.s; v = v_0 + at; s = v_0t + \frac{1}{2}at^2; W_{đ2} - W_{đ1} = A = F.s$

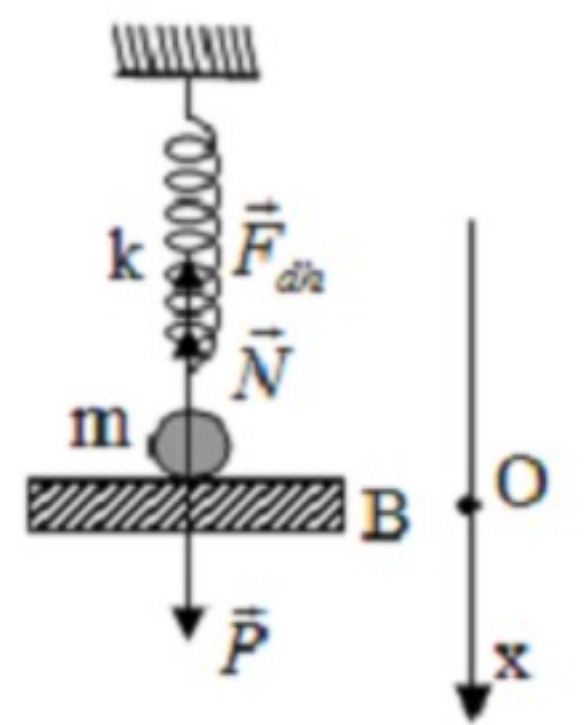
DẠNG 7: Dao động của vật sau khi rời khỏi giá đỡ chuyển động.

1. Nếu giá đỡ bắt đầu chuyển động từ vị trí lò xo không bị biến dạng thì quãng đường từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc giá đỡ rời khỏi vật: $S = \Delta l$

2. Nếu giá đỡ bắt đầu chuyển động từ vị trí lò xo đã dãn một đoạn b thì: $S = \Delta l - b$

Với $\Delta l = \frac{m(g-a)}{k}$: độ biến dạng khi giá đỡ rời khỏi vật.

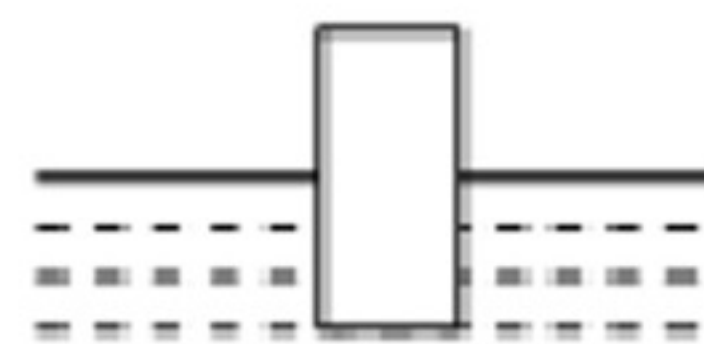
3. Li độ tại vị trí giá đỡ rời khỏi vật: $x = S - \Delta l_0$ với $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$



DẠNG 8: Dao động của con lắc lò xo khi có một phần của vật nặng bị nhúng chìm trong chất lỏng

1. Độ biến dạng: $\Delta l_0 = \frac{(m - Sh_0D)g}{k}$

- + S: tiết diện của vật nặng.
- + h_0 : phần bị chìm trong chất lỏng.
- + D: khối lượng riêng của chất lỏng.



2. Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$ với $k' = SDg + k$

DẠNG 9: Dao động của con lắc lò xo trong hệ qui chiếu không quán tính.

1. Khi CLLX dao động trong hệ qui chiếu có gia tốc, ngoài trọng lực \vec{P} và lực đàn hồi \vec{F}_{dh} của lò xo, con lắc còn chịu tác dụng của lực quán tính: $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a}$

2. Lực quán tính luôn ngược chiều gia tốc, độ lớn lực quán tính: $F_{qt} = ma$

3. Khi kích thích cho vật dao động dọc theo trục lò xo với biên độ không lớn (sao cho độ biến dạng của lò xo vẫn trong giới hạn đàn hồi của lò xo) thì dao động của CLLX cũng là dao động điều hoà.

4. Trong HQCCGT, chu kì CLLX là: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$ với $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$