

Bài tập chương 1

Phần 2

Bài 1. Xác định giá trị trả về của các hàm sau (dưới dạng 1 hàm của n), và phân tích thời gian thực hiện trong trường hợp tồi nhất sử dụng ký hiệu O-lớn.

a) Hàm mystery

```
int mystery(int n)
{
    int r = 0;
    for (int i = 1; i < n; i++)
        for (int j = i + 1; j <= n; j++)
            for (int k = 1; k <= j; k++)
                r = r + 1;

    return r;
}
```

b) Hàm pesky

```
int pesky(int n)
{
    int r = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= i; j++)
            for (int k = j; k <= i + j; k++)
                r = r + 1;

    return r;
}
```

c) Hàm prestiferous

```
int prestiferous(int n)
{
    int r = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= i; j++)
            for (int k = j; k <= i + j; k++)
                for (int l = 1; l <= i + j - k; l++)
                    r = r + 1;

    return r;
}
```

d) Hàm conundrum

```
int conundrum(int n)
{
    int r = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = i + 1; j <= n; j++)
            for (int k = i + j - 1; k <= n; k++)
                r = r + 1;
}
```

```

        return n;
    }

```

Bài 2. Xác định mối quan hệ giữa các cặp hàm $f(n), g(n)$. Các mối quan hệ có thể có là $f(n) = O(g(n)), f(n) = \Omega(g(n)), f(n) = \Theta(g(n))$.

- a) $f(n) = \log n^2, g(n) = \log n + 5$.
- b) $f(n) = \sqrt{n}, g(n) = \log n^2$.
- c) $f(n) = \log^2 n, g(n) = \log n$.
- d) $f(n) = n, g(n) = \log^2 n$.
- e) $f(n) = n \log n + n, g(n) = \log n$.
- f) $f(n) = 2^n, g(n) = 10n^2$
- g) $f(n) = 10, g(n) = \log 10$
- h) $f(n) = 2^n, g(n) = 3^n$

Bài 3. Với mỗi cặp hàm $f(n), g(n)$ sau thì quan hệ nào là đúng trong các quan hệ sau $f(n) = O(g(n)), g(n) = O(f(n))$, hoặc cả hai.

- a) $f(n) = n(n-1)/2, g(n) = 6n$
- b) $f(n) = n + 2\sqrt{n}, g(n) = 3n$
- c) $f(n) = n + \sqrt{n}, g(n) = n^2$
- d) $f(n) = n \log n, g(n) = n\sqrt{n}/3$
- e) $f(n) = n + \log n, g(n) = 3\sqrt{n} + 10$
- f) $f(n) = (\log n)^2, g(n) = n \log \sqrt{n}$
- g) $f(n) = 4n + 3 \log n, g(n) = n^2 + \sqrt{n}$

Bài 4. Chứng minh

- a) $2n^2 + 3n - 6 = \Theta(n^2)$
- b) $n^2 + 2\sqrt{n} = O(2^n)$
- c) $n^3 - 3n + 3n^2 - 1 = \Omega(n^2)$

Bài 5. Xác định mối quan hệ giữa các cặp hàm $f(n)$ và $g(n)$ sau đây

- a) $f(n) = n^{2.5} + 3(n-1), g(n) = 6n$
- b) $f(n) = n^2 + 3\sqrt{n} - 1, g(n) = n^3$
- c) $f(n) = 2n^{2.5} + n, g(n) = \sqrt{n^5}$

Bài 6. Chứng minh

- a) Nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$, và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$
- b) Nếu $f_1(n) = \Omega(g_1(n))$, và $f_2(n) = \Omega(g_2(n))$ thì $f_1(n) + f_2(n) = \Omega(g_1(n) + g_2(n))$
- c) Nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$, và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $f_1(n) \cdot f_2(n) = O(g_1(n) \cdot g_2(n))$

Bài 7. Chứng minh

- a) $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = O(x^n)$ với $n > 1$, và các hằng số a_0, a_1, \dots, a_n là các hằng số bất kỳ
b) $(n + a)^k = \Theta(n^k)$ với $k \geq 1$, và a là hằng số bất kỳ

Bài 8. Sắp xếp các hàm dưới đây theo thứ tự tăng dần độ phức tạp

- a) $n, \sqrt{n}, n + 3n^{1/2}, \lg n, n \log n, n + 3 \ln n, n^2 + 3n^{1.5}, \log \log n, 2n^3 + \log \log n, n^3, n - 2n^2 + 3n^{2.5}, n!, (\ln n)^2, n + 2n \log n^5, 2^n$
b) $6n, (2 + a)^{10}, (n + 3)^2, \frac{n+2^n}{n}, n!, n \log \log n, \frac{n+5n^3}{\lg n}, (1/3)^n$ với a là hằng số bất kỳ

Bài 9. Những khẳng định sau đây là đúng hay sai, tại sao?

- a) $3^n = O(2^n)$
b) $\log(5^n) = O(\ln 2^n)$
c) $3^n = \Omega(2^n)$
d) $\log(5^n) = \Omega(\ln 2^n)$

Bài 10. Tìm dạng hàm $g(n)$ đơn giản mà $f(n) = \Theta(g(n))$ cho các hàm $f(n)$ sau đây

- a) $f(n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$
b) $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2$
c) $f(n) = \sum_{i=1}^n \log i$
d) $f(n) = \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{1}{i} \right\rfloor$
e) $f(n) = \sum_{i=1}^n \log(n!)$
f) $f(n) = \sum_{i=1}^n \sqrt{i}$
g) $f(n) = \sum_{i=1}^n 2^i$
h) $f(n) = \sum_{i=1}^n 3^i + 2^{2i}$

Bài 11. Tìm các hàm $g(n)$ đơn giản mà $f(n) = \Theta(g(n))$ cho các hàm $f(n)$ sau đây

- a) $f(n) = 2^n + n^2$
b) $f(n) = n^2 + n\sqrt{n} + \log n$
c) $f(n) = \log 20^n + n^2$
d) $f(n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n + n^3$

Bài 12. Chứng minh rằng

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1}n(n-1)/2$$

Bài 13. Xem xét đoạn chương trình in ra xâu "Hello" sau

```
for (i=1; i<=n; i++)
    for (j=i; j<=2*i; j++)
        printf("Hello");
```

Gọi $T(n)$ là số lần thực hiện lệnh in ra màn hình. Hãy

- Xác định hàm $T(n)$ theo n .
- Biểu diễn dạng rút gọn của $T(n)$ theo ký hiệu O lớn.

Bài 14. Xem xét đoạn chương trình in ra chuỗi "Hello" sau

```
for (i=1; i<= n/2; i++)
    for (j=i; j<= n-i; j++)
        for (k=1; k<= j; k++)
            printf("Hello");
```

Gọi $T(n)$ là số lần thực hiện lệnh in ra màn hình. Hãy

- Xác định hàm $T(n)$ theo n .
- Biểu diễn dạng rút gọn của $T(n)$ theo ký hiệu O lớn.

Bài 15. Bài toán khớp chuỗi:

Đầu vào: Một chuỗi t và một mẫu (chuỗi con) p

Đầu ra: p có xuất hiện trong t hay không, nếu có thì tại vị trí nào.

Ví dụ. $t = ABBAABCDDBA$ và $p = ABCD$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	A	B	C								
1		A									
2			A								
3				A	B						
4					A	B	C	D			
A B B A A B C D B B A											

```
int findmatch(char *p, char *t)
{
    int i,j; /* counters */
    int m, n; /* string lengths */
    m = strlen(p);
    n = strlen(t);
    for (i=0; i<=(n-m); i=i+1) {
        j=0;
        while ((j<m) && (t[i+j]==p[j]))
            j = j+1;
        if (j == m) return(i);
    }
    return(-1);
}
```

Hãy phân tích thời gian chạy trong trường hợp tồi nhất của thuật toán trên sử dụng ký hiệu O-lớn. ở đây m, n lần lượt là độ dài của xâu p và t .

Bài 16. Nhân hai ma trận

Đầu vào: Ma trận A (kích thước $x \times y$) và ma trận B (kích thước $y \times z$)

Đầu ra: Ma trận $C = A \times B$ (kích thước $x \times z$)

```
for (i=1; i<=x; i++)
    for (j=1; j<=y; j++) {
        C[i][j] = 0;
        for (k=1; k<=z; k++)
            C[i][j] += A[i][k] * B[k][j];
    }
```

Hãy phân thuật toán nhân hai ma trận trên theo O-lớn.

Bài 17. Nhân hai số nguyên: Để nhân 2 số nguyên a, b ta thực hiện theo cách nhân lần lượt a với các chữ số trong b (có tính trọng số) sau đó tính tổng. VD, $a = 120, b = 142$ thì $a \times b = 120 \times 100 + 120 \times 40 + 120 \times 2 = 17,040$. Phân tích độ phức tạp của thuật toán trên khi áp dụng để nhân hai số có n, m chữ số. Ở đây ta giả sử phép cộng hoặc nhân từng chữ số có thời gian thực hiện là hằng số(tức là $O(1)$)

cuu duong than cong . com

cuu duong than cong . com