



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2 – Năm học 2020-2021

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK20212
MTH00004

Tên học phần: Vì tích phân 2B (Ca 1 - CNTT) Mã HP: MTH00004
Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 26/10/2021; lúc 7g45
Ghi chú: Sinh viên [☐ được phép / ☒ không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

ĐỀ THI CÓ 2 TRANG

Câu 1 (2,5 điểm).

1a) Khảo sát sự tồn tại của mỗi giới hạn sau và tìm giới hạn (nếu nó tồn tại)

$$\lim_{(x;y) \rightarrow (0;0)} \frac{y^2 \ln(1+x^2)}{x^2+y^2}; \quad \lim_{(x;y) \rightarrow (0;0)} \frac{x^2 y^2}{x^4+y^4}$$

1b) Biện luận (theo tham số m) sự liên tục tại mỗi điểm thuộc \mathbb{R}^2 của hàm f cho bởi

$$f(x; y) = \begin{cases} \frac{y^2 \ln(1+x^2)}{x^2+y^2} & \text{khi } (x; y) \neq (0; 0), \\ m & \text{khi } (x; y) = (0; 0). \end{cases}$$

Câu 2 (2,5 điểm).

2a) Nếu $z = f(x; y)$ với $x = s + t$ và $y = s - t$. Chứng minh rằng

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 = \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}$$

2b) Cho hàm số g định bởi $g(x; y) = xe^{xy}$. Hãy giải thích sự tồn tại và lập phép xấp xỉ tuyến tính của hàm số g tại điểm $(1; 0)$.

2c) Hãy tính xấp xỉ giá trị của $g(1, 1; -0, 1)$.

Câu 3 (2,5 điểm).

3a) Tính tích phân kép $\iint_T (x^2 + 2xy) dA$ bằng cách đưa về tích phân lặp, với T là tam giác trong mặt phẳng tọa độ có ba đỉnh là $(0; 1)$, $(1; 2)$ và $(3; 1)$.

3b) Hãy tính $\oint_{\partial T} -3xy^2 dx + x^3 dy$ bằng cách tham số hóa các đoạn thẳng của ∂T để tính trực tiếp tích phân đường.

(Đề thi gồm 2 trang)

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:
Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

[Trang 1/2]

3c) Đặt $I = \iint_D (x^2 + 2xy)dA$, với D là miền phẳng bất kỳ bị bao quanh bởi đường cong

∂D đơn, kín, trơn từng khúc; đặt $J = \oint_{\partial D} -3xy^2 dx + x^3 dy$. Tìm đẳng thức liên hệ

giữa I và J . Dùng nó để đối chiếu hai kết quả trong câu 3a và 3b.

Câu 4 (2,5 điểm).

4a) Cho phương trình vi phân có dạng

$$\frac{dy}{dt} = ky \left(\frac{2021 - y}{2021} \right) \quad (1)$$

Trong đó y là một hàm số thực theo biến thời gian t và $y(t)$ luôn dương với mọi giá trị của t , đồng thời, k là hằng số dương sao cho $2021 > y(t)$ với mọi giá trị của t . Từ những giả thiết đã cho, hãy

(i) Tìm nghiệm của phương trình (1) thỏa điều kiện ban đầu $y(0)=1$. (Gợi ý: sử dụng phân tích phân thức sau để đơn giản hóa quá trình tính toán

$$\frac{A}{B(A - B)} = \frac{1}{B} + \frac{1}{A - B}$$

với B và $A-B$ khác 0.

(ii) Xác định giới hạn của nghiệm y vừa tìm được ở câu (i) khi t tiến ra vô cùng.

4b) Giải phương trình vi phân cấp hai $y'' - y' = xe^x$ với điều kiện đầu $y(0) = 2021$ và $y'(0) = 2020$.

HẾT