

Tên học phần: Vi tích phân 2B (Ca 2) Mã HP: MTH00004
Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 26/10/2021; 9g55
Ghi chú: Sinh viên [☐ được phép / ☒ không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

ĐỀ THI CÓ 2 TRANG

Câu 1 (2,5 điểm).

1a) Khảo sát sự tồn tại của mỗi giới hạn sau và tìm giới hạn (nếu nó tồn tại)

$$\lim_{(x;y) \rightarrow (0;1)} \frac{x(y-1)}{x^2 + (y-1)^2}; \quad \lim_{(x;y) \rightarrow (0;0)} \frac{y^4}{x^4 + y^4}.$$

2b) Biện luận (theo tham số a) sự liên tục tại mỗi điểm thuộc \mathbb{R}^2 của hàm f cho bởi

$$f(x; y) = \begin{cases} \frac{x(y-1)}{x^2 + (y-1)^2} & \text{khi } (x; y) \neq (0; 1), \\ a & \text{khi } (x; y) = (0; 1). \end{cases}$$

Câu 2 (2,5 điểm).

2a) Cho $z = f(x - y)$ với f là hàm số 1 biến có đạo hàm. Chứng minh rằng

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

2b) Cho hàm số g định bởi $g(x; y) = x \sin(x + y)$. Hãy giải thích sự tồn tại và lập phép xấp xỉ tuyến tính của hàm g tại $(-1; 1)$.

2c) Hãy tính xấp xỉ giá trị của $g(-0,9; 1,1)$.

Câu 3 (2,5 điểm).

3a) Tính tích phân kép $\iint_T (x + xy) dA$ bằng cách đưa về tích phân lặp, trong đó T tam giác trong mặt phẳng tọa độ có các đỉnh là $(0; 1)$, $(2; 0)$ và $(2; 3)$.

3b) Tính $\oint_{\partial T} -2xy dx + x^2 y dy$ bằng cách tham số hóa các đoạn thẳng của ∂T để tính tích phân đường trực tiếp.

3c) Đặt $I = \iint_U (x + xy)dA$ với U là miền phẳng bất kỳ bị bao quanh bởi đường cong

∂U đơn, kín và trơn từng khúc. Đặt $J = \oint_{\partial U} -2xydx + x^2ydy$. Hãy cho biết đẳng thức

liên hệ giữa I và J rồi đối chiếu với hai kết quả câu 3a và 3b.

Câu 4 (2,5 điểm).

4a) Tìm nghiệm của bài toán giá trị đầu $y' = ky \cos(mx - n)$, $y(0) = 1$, với y là hàm số thực phụ thuộc vào biến x và luôn có giá trị dương; k , m và n là các hằng số dương.

4b) Tìm nghiệm bài toán giá trị đầu $y'' - 4y' + 4y = x$, $y(0) = \frac{8081}{4}$, $y'(0) = \frac{24245}{4}$.

HẾT