Chương 3. CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐƯỜNG ĐI

Phần I. Hướng dẫn sử dụng Maple

CẬP NHẬT SAU........................

▷ Bài tập thực hành

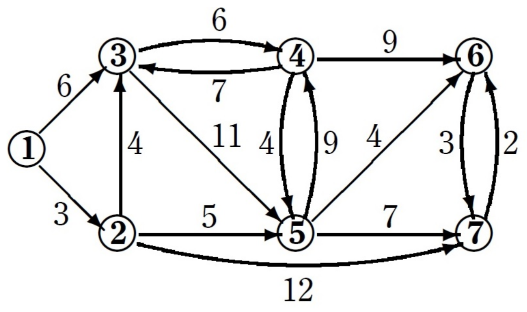
3.1 Cho ma trận khoảng cách của đồ thị G và hai đỉnh i, j của G. Hãy viết chương trình tính khoảng cách ngắn từ i tới j bằng thuật toán Dijkstra và Ford-Bellman.

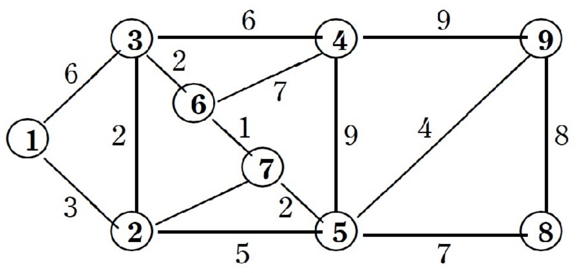
3.2 Cho ma trận kề của đồ thị vô hướng G. Hãy viết chương trình xác định G có phải là đồ thị Euler, hay có đường đi Euler. Nếu có, hãy liệt kê chu trình hay đường đi Euler.

3.3 Cho ma trận kề của đồ thị vô hướng G. Hãy viết chương trình xác định G có phải là đồ thị Hamilton, hay có đường đi Hamilton. Nếu có, hãy liệt kê chu trình hay đường đi Hamilton.

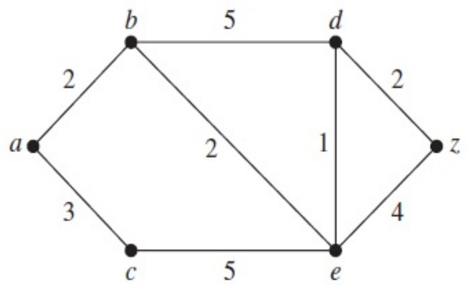
Phần II. Bài tập

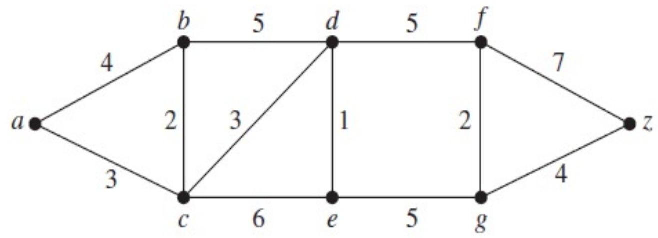
3.1 Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến những đỉnh khác của hai đồ thị sau:

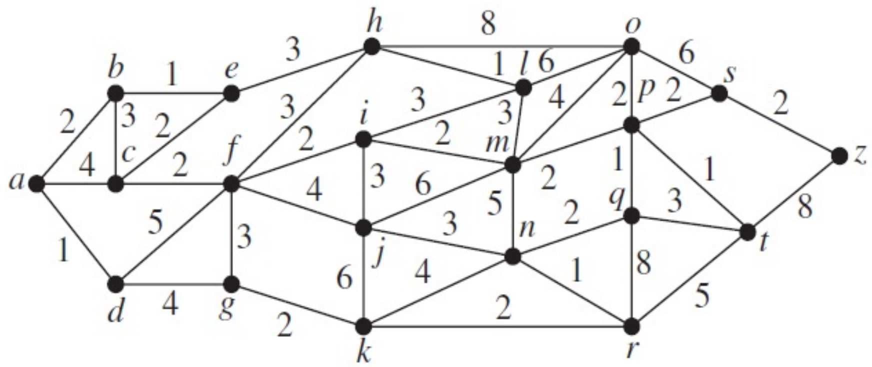




3.2 Tìm đường đi ngắn nhất từ a đến z của các đồ thị sau:







3.3 Xét đồ thị G xác định bởi ma trận khoảng cách

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 3 & 9 & 10 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 15 & 5 & 16 & \infty \\ 7 & \infty & \infty & 0 & \infty & 1 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & 0 & \infty & 10 \\ \infty & 12 & \infty & \infty & \infty & 0 & 7 \\ \infty & \infty & 18 & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 biết rằng

a) Không có điều kiện gì thêm.

b) Không qua đỉnh 5.

c) Qua đỉnh 4.

d) Qua cung (5, 4).

3.4 Tìm một ví dụ chứng tỏ rằng thuật toán Dijsktra không thể áp dụng cho đồ thị có trọng lượng âm.

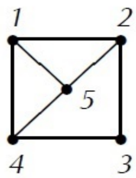
3.5 Trong các trường hợp sau đây, xét đồ thị G xác định bởi ma trận khoảng cách D. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến những đỉnh khác và vẽ cây đường đi hoặc chỉ ra rằng đồ thị có một mạch âm.

$$\text{a) } D = \begin{pmatrix} 0 & 6 & \infty & \infty & 2 & 1 & \infty \\ \infty & 0 & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & -3 & -1 \\ 4 & 1 & 4 & \infty & 0 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & 0 & 8 \\ 7 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } D = \begin{pmatrix} 0 & 8 & \infty & \infty & \infty & 4 \\ \infty & 0 & -4 & \infty & 2 & \infty \\ 8 & \infty & 0 & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 5 & 3 & 0 & \infty & \infty \\ 7 & \infty & \infty & -9 & 0 & \infty \\ \infty & -2 & \infty & \infty & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

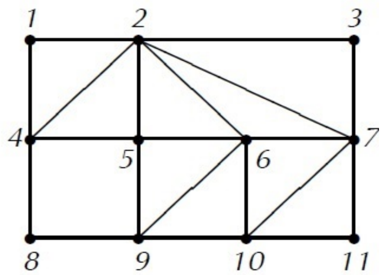
3.6 Tìm đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh hay chỉ ra rằng có một mạch âm trong đồ thị G xác định bởi ma trận khoảng cách D:

$$\text{a) } D = \begin{pmatrix} 0 & 8 & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 0 & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 4 \\ 6 & 3 & -2 & 0 & \infty \\ 7 & 5 & \infty & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & \infty & \infty & 5 \\ \infty & 0 & -9 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 3 & 3 \\ 3 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & 4 & \infty & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

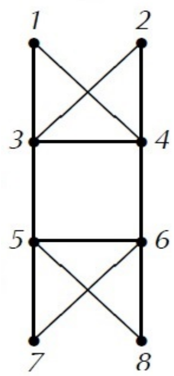
3.7 Xét xem G có là đồ thị Euler hay không?. Nếu không, G có thể vẽ được bằng mấy nét?



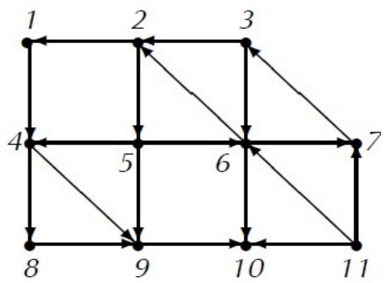
(a)



(b)



(c)



(d)

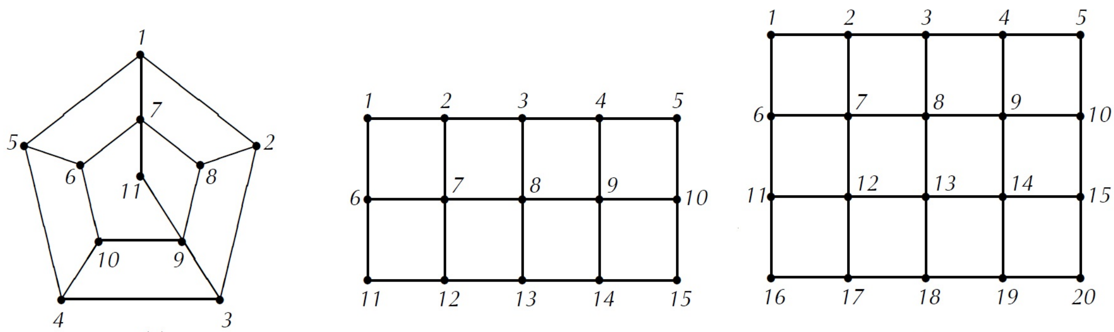
3.8 Xác định chu trình Euler hoặc đường Euler (nếu có) của các đồ thị vô hướng cho bởi các ma trận kề dưới đây. Nếu không có thì giải thích tại sao ?

$$\text{a) } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3.9 Cho 10 con domino (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (3; 4), (3; 5), (4; 5). Có thể nào sắp xếp các con domino này trên 1 vòng tròn theo luật domino không?

3.10 Có thể nào thực hiện tất cả các nước đi của một con mã trên một bàn cờ vua và trở về ô xuất phát không?

3.11 Xét xem đồ thị nào dưới đây là đồ thị Hamilton hay có đường Hamilton ? Nếu có thì xác định chúng và nếu không có thì giải thích tại sao ?



(a) (b) (c)

3.12 Cho $G = (X_1, X_2)$ là đồ thị lưỡng phân. Chứng minh rằng nếu G là đồ thị Hamilton thì $|X_1| = |X_2|$.

3.13 Có thể nào di chuyển con mã trên một bàn cờ 4×4 đi qua tất cả các ô của bàn cờ và trở về ô xuất phát không?

3.14 Một giải bóng bàn với n vận động viên ($n \geq 2$) tham dự theo thể thức thi đấu vòng tròn một lượt. Chứng minh rằng khi giải đấu kết thúc, ta có thể sắp xếp các vận động viên thành một hàng dọc sao cho người đứng trước thắng người đứng sau kế tiếp (dùng qui nạp theo $n \geq 2$).