

**Tên học phần:**                     ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH (Ca 1)                     **Mã HP:**                     MTH00030                      
**Thời gian làm bài:**                     90 phút                     **Ngày thi:**                     24 / 10 / 2021                      
**Ghi chú:** Sinh viên *không được phép sử dụng tài liệu khi làm bài.*

**CÂU 1: (2,5 đ = 1,25đ + 1,25đ)**

a) Tính  $|A|$  với  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & m \\ 1 & 2 & -2 \\ m+3 & 3m & -2 \end{pmatrix}$  và  $m$  là tham số thực. Khi nào  $A$  khả nghịch ?

Từ  $|A|$  hãy tính nhanh  $|K|$  với  $K = -2A^3.(A^t)^2$  ( $t$  là phép chuyển vị ma trận).

b) Tìm  $A^{-1}$  bằng phương pháp định thức khi  $m = -3$ .

**CÂU 2: (3 đ = 1đ + 2đ)**

a) Đặt  $V = \{ X = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \ln(2x - y + 3z + 1) = 0 \text{ và } e^{5x+8y-7z+2\ln 2} = 4 \}$  và

$W = \{ X = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid (x + 4y + 2z)(3x - 5y - 6z) = 0 \}$ .

$V$  và  $W$  có phải là các không gian con của  $\mathbf{R}^3$  không ? Tại sao ?

b) Cho  $S = \{ \alpha = (1, -4, -1, 2), \beta = (3, -7, 7, 1), \gamma = (2, 1, 16, -5), \delta = (-2, 1, -12, 3) \} \subset \mathbf{R}^4$ .

Tìm một cơ sở cho không gian  $H = \langle S \rangle \leq \mathbf{R}^4$ . Tìm  $p, q \in \mathbf{R}$  sao cho  $Y = (-2, 3, p, q) \in H$ .

**CÂU 3: (2 đ = 0,5đ + 1,5đ)**

a) Tại sao  $B = \{ \beta_1 = (-1, 1, 1), \beta_2 = (5, -3, 3), \beta_3 = (-4, 2, -3) \}$  là một cơ sở của  $\mathbf{R}^3$  ?

Cho  $C = \{ \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \}$  là một cơ sở của  $\mathbf{R}^3$  thỏa  $P = (B \rightarrow C) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  và  $Z \in \mathbf{R}^3$  có

$[Z]_C = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Tính  $[Z]_B$ . Các cơ sở  $B$  và  $C$  vẫn được sử dụng trong phần b).

b) Gọi  $D$  là cơ sở chính tắc của  $\mathbf{R}^3$ . Viết  $Q = (D \rightarrow B)$  và tìm  $T = (D \rightarrow C)$  rồi xác định  $C$ .

**CÂU 4: (2,5 đ = 1,5đ + 1đ) Cho  $f \in L(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^4)$  được xác định bởi**

$f(X) = (x + 3y - 9z, -3x - y + 11z, x + y - 5z, 5x + 3y - 21z), \forall X = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ .

$\mathbf{R}^4$  có cơ sở chính tắc  $E$ .  $\mathbf{R}^3$  có cơ sở chính tắc  $D$  và cơ sở  $B$  như trong Câu 3.

a) Tìm một cơ sở cho  $\text{Ker}(f)$  rồi suy ra  $\dim \text{Im}(f)$ .

b) Viết  $[f]_{D,E}$  rồi suy ra  $[f]_{B,E}$ .

**HẾT**