

Chương 6. NGUYÊN LÝ BÙ TRỪ

Phần I. Thực hành

Bài 1. Cho phương trình nghiệm nguyên không âm $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$ với điều kiện $x_i \leq b_i$ với mọi $1 \leq i \leq n$ và b_i là các số nguyên dương không âm. Hãy viết chương trình

- tính số nghiệm.
- liệt kê tất cả các nghiệm.

- Tên hàm: **SoNghiem, Nghiem**
- Input: số nguyên k và danh sách $[b_1, b_2, \dots, b_n]$
- Ouput: Số nghiệm hoặc danh sách các nghiệm
- Gọi hàm: **SoNghiem(5, [4,2,3]); Nghiem(5, [4,2,3]);**

Bài 2. Cho n, m là hai số nguyên dương và tập hợp $A = \{1, 2, \dots, n\}$ và $B = \{1, 2, \dots, m\}$. Hãy viết chương trình

- tính số toàn ánh từ A vào B .
- liệt kê tất cả các toàn ánh dưới dạng danh sách $[b_1, b_2, \dots, b_n]$, trong đó b_i là ảnh của i .

- Tên hàm: **SoToanAnh, ToanAnh**
- Input: Hai số nguyên n và m
- Ouput: Số toàn ánh hoặc danh sách các toàn ánh
- Gọi hàm: **SoToanAnh(5,3); ToanAnh(5,3);**

Bài 3. Cho số nguyên dương n . Hãy viết chương trình

- tính số xáo trộn của $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.
- liệt kê tất cả xáo trộn của $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.

- Tên hàm: **SoXaoTron, XaoTron**
- Input: Số nguyên n
- Ouput: Số xáo trộn hoặc danh sách các xáo trộn
- Gọi hàm: **SoXaoTron(5); XaoTron(5);**

Bài 4. Cho một bàn cờ $n \times n$ ô vuông với các vị trí cấm. Hãy viết chương trình tìm đa thức quân xe.

Bài 5. Cho một bàn cờ $n \times n$ ô vuông với các vị trí cấm. Hãy viết chương trình liệt kê tất cả cách đặt các quân xe.

Phần II. Bài tập

- 6.1** Tung một đồng xu 8 lần. Hãy tính xác suất để mặt ngửa xuất hiện ít nhất 2 lần?
- 6.2** Một lớp học có 50 nam và 60 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 20 học sinh của lớp mà trong đó có cả nam lẫn nữ?
- 6.3** Chọn một số từ 1 đến 10000. Tính xác suất để số đó là chẵn hay chia hết cho 7.
- 6.4** Có bao nhiêu chuỗi số gồm 5 chữ số hệ thập phân mà
- trong đó chữ số 1 xuất hiện đúng một lần và không có chữ số nào xuất hiện đúng 3 lần?
 - không có chữ số nào xuất hiện đúng 2 lần?
- 6.5** Trong một cuộc khảo sát phương tiện đi lại của 150 người, ta thấy 83 người có xe hơi, 97 người có xe máy, 28 người có xe đạp, 53 người có xe hơi lẫn xe máy, 14 người có xe hơi lẫn xe đạp, 7 người có xe máy lẫn xe đạp và 2 người có đủ 3 loại xe nói trên.
- Có bao nhiêu người chỉ có xe đạp ?
 - Có bao nhiêu người chỉ có xe hơi và xe máy ?
 - Có bao nhiêu người không có loại xe nào cả ?
- 6.6** Có bao nhiêu phép hoán vị σ trên các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thỏa $\sigma(1) = 2$ hay $\sigma(3) = 4$ hay $\sigma(5) = 6$?
- 6.7** Tìm số các số nguyên n với $1 \leq n \leq 20000$ thỏa điều kiện
- n không là bội số của 2, 3 hay 5.
 - n nguyên tố cùng nhau với 210.
 - n nguyên tố cùng nhau với 30 nhưng chia hết cho 7.
- 6.8** Xét từ INFORMATION. Hỏi có bao nhiêu hoán vị của từ này sao cho không có 2 chữ cái liên tiếp nào xuất hiện quá 1 lần (chẳng hạn ta không tính hoán vị **INFORINMOTA** vì IN xuất hiện 2 lần)?
- 6.9** Tìm số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$ biết rằng
- $0 \leq x_i < 8$ ($1 \leq i \leq 4$).
 - $0 \leq x_1 \leq 5$, $0 \leq x_2 \leq 6$, $3 \leq x_3 \leq 7$ và $3 \leq x_4 \leq 8$.
 - $-5 \leq x_i \leq 10$ ($1 \leq i \leq 4$).
- 6.10** Tung một con xúc xắc 5 lần. Tìm xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong 5 lần tung là 20.
- 6.11** Có bao nhiêu số nguyên n từ 1 đến 9 999 999 sao cho tổng các chữ số của n bằng 31?
- 6.12** Một bài thi có 10 câu hỏi với tổng số điểm là 100. Có bao nhiêu cách phân chia điểm cho 10 câu hỏi ấy biết rằng
- số điểm của mỗi câu ít nhất là 5 và nhiều nhất là 15?
 - số điểm của mỗi câu ít nhất là 5, nhiều nhất là 15 điểm và là bội số của 5?
- 6.13** Tung 8 con xúc xắc khác nhau. Tính xác suất để cả 6 mặt đều xuất hiện?
- 6.14** Với n là số nguyên dương, ta gọi $\varphi(n)$ là số các số nguyên giữa 1 và n nguyên tố cùng nhau với n (hay còn gọi là hàm phi Euler). Tìm hàm phi Euler $\varphi(n)$ với

- a) $n = 50$. b) $n = 420$. c) $n = 12.300$. d) $n = 5187$.

6.15 Trong dãy $x_1x_2 \dots x_n$, ta bảo x_i đứng trước x_j nếu $i < j$. Có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ cái của từ TAMELY sao cho T đứng trước A, hay A đứng trước M, hay M đứng trước E?

6.16 Có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ cái của từ MATHEMATICS sao cho 2 chữ T đứng trước 2 chữ A, hay 2 chữ A đứng trước 2 chữ M, hay 2 chữ M đứng trước E?

6.17 Tìm số cách sắp xếp các chữ cái của từ CORRESPONDENTS biết rằng

- a) Hai chữ cái kề nhau thì khác nhau.
b) Có đúng 2 cặp chữ cái dạng XX xuất hiện (như trong CORREOTSSPDEN).
c) Có ít nhất 3 cặp chữ cái dạng XX xuất hiện (như trong CORREOTSSPDENN).

6.18 Cho $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ và $B = \{1, 2, \dots, 7\}$. Hỏi có bao nhiêu ánh xạ f từ A vào B thỏa

- a) $|f(A)| = 4$? b) $|f(A)| \leq 4$?

6.19 Có bao nhiêu cách chia 10 cuốn sách khác nhau cho 4 sinh viên sao cho

- a) có đúng 2 sinh viên không nhận được cuốn sách nào?
b) có ít nhất 2 sinh viên không nhận được cuốn sách nào?

6.20 Chọn 13 lá bài từ 1 bộ bài 52 lá. Tìm xác suất để trong 13 lá bài này có

- a) đủ 4 nước cơ, rô, chuồn, bích.
b) đúng 1 nước không xuất hiện.
c) đúng 2 nước xuất hiện.

6.21 10 bài thi trả lại ngẫu nhiên cho 10 sinh viên trong lớp. Tính xác suất để không có sinh viên nào nhận đúng bài của mình. Hãy tổng quát hóa bài toán trong trường hợp n bài thi trả lại ngẫu nhiên cho n sinh viên trong lớp (n là số nguyên dương bất kỳ).

6.22 Cho $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Hỏi có bao nhiêu song ánh f từ A vào A sao cho có ít nhất một phần tử a thỏa $f(a) = a$?

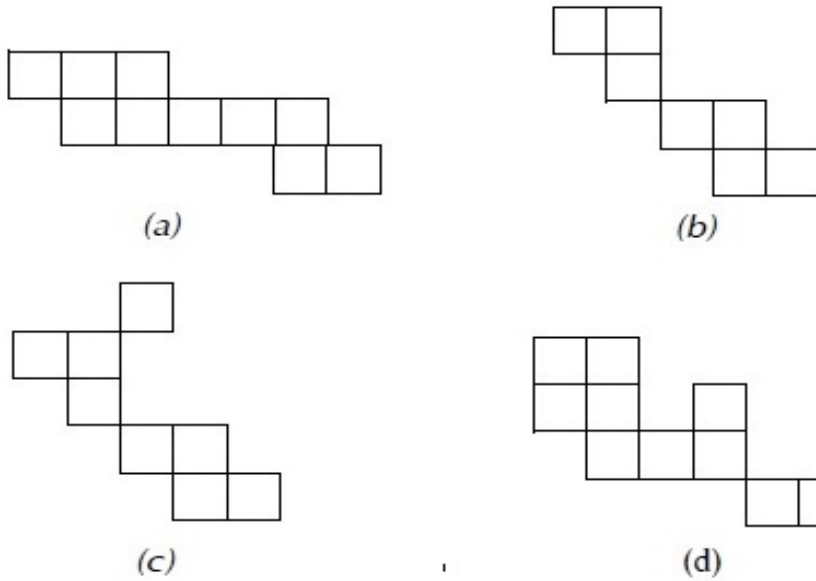
6.23 Cho 2 tập hợp A và B với $|A| = m \geq n = |B|$. Tìm số toàn ánh từ A vào B .

6.24 Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 công việc khác nhau cho 5 người sao cho mỗi người đều có ít nhất một việc?

6.25 Có bao nhiêu cách cắm 15 bông hoa vào 5 cái bình sao cho mỗi bình có ít nhất 1 bông và có nhiều nhất 4 bông và biết rằng

- a) các bông hoa giống hệt nhau? b) các bông hoa đều khác nhau?

6.26 Tìm đa thức quân xe của các bàn cờ sau:



6.27 Các công nhân A, B, C, D, E, F và G được giao các công việc a, b, c, d, e, f và g (mỗi người nhận đúng một việc). Người giao việc biết rằng A không làm được các việc b và c, B không làm được các việc a và e, D không làm được các việc c và f, E không làm được các việc b và g, còn G không làm được việc d. Hỏi người giao việc có bao nhiêu cách phân công việc hợp lý?

6.28 Một đội bóng chuyền có các cầu thủ A, B, C, D, E và F được xếp vào các vị trí 1, 2, 3, 4, 5 và 6 ở trên sân. Huấn luyện viên biết A chơi yếu ở các vị trí 1 và 2, B và E đều chơi yếu ở vị trí 4, C chơi yếu ở các vị trí 1 và 5, D chơi yếu ở vị trí 2, còn F chơi yếu ở các vị trí 4 và 6. Hỏi huấn luyện viên có bao nhiêu cách bố trí đội hình thi đấu hợp lý?

6.29 Trong một bữa tiệc, người ta muốn sắp 4 người khách A, B, C, D vào các bàn a, b, c, d, và e. Hỏi có bao nhiêu cách sắp thỏa 4 điều kiện sau:

- A không ngồi ở bàn a hay ở b;
- B không ngồi ở bàn b;
- C không ngồi ở bàn c hay ở d;
- D không ngồi ở bàn d hay ở e.

6.30 Các người nam A, B, C, D và E cùng với các người nữ a, b, c và d cùng đăng ký tìm bạn trăm năm ở một văn phòng giới thiệu hôn nhân. Chuyên viên văn phòng biết rằng a không hợp với B và C, b không hợp với C, c không hợp với A và E, còn d không hợp với B. Hỏi văn phòng có bao nhiêu cách ghép đôi thích hợp?

6.31 An tung một xúc xắc đỏ và một xúc xắc đen cùng một lúc và tung cặp đó tất cả 6 lần. Biết rằng các cặp số (1,2), (2,1), (2,5), (3,4), (4,1), (4, 5) và (6,6) đã không xuất hiện sau 6 lần tung [viết (x, y) nghĩa là mặt có x chấm xuất hiện trên xúc xắc đỏ và mặt có y chấm xuất hiện trên xúc xắc đen trong một lần tung]. Tính xác suất để tất cả các mặt 1, 2, 3, 4, 5 và 6 đều xuất hiện ở mỗi xúc xắc.

6.32 Thầy giáo tặng các món quà a, b, c, d và e cho các học sinh A, B, C, D và E bằng hình thức bốc thăm. Biết rằng A và E đều không nhận được a và c, B không nhận được d, C không nhận được b và e, còn D không nhận được b. Tính xác suất để

- a) A nhận được e.
- b) B hoặc E nhận được e.