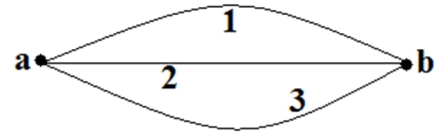
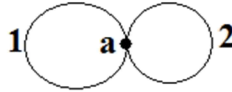
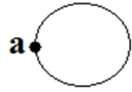


MINH HỌA ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐỒ THỊ

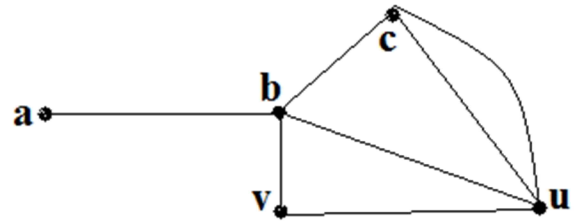
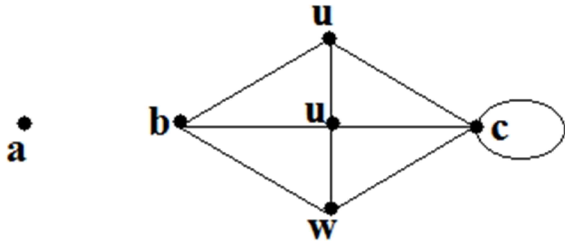


Cạnh $\alpha = \overline{ab} = \overline{ba}$

Vòng $\alpha = \overline{aa}$

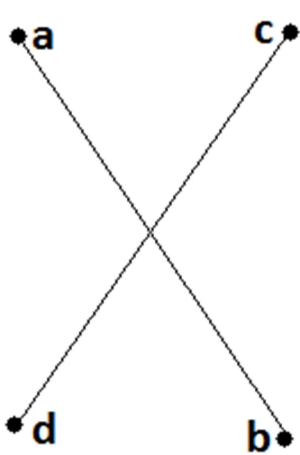
Các vòng $\frac{1}{aa}, \frac{2}{aa}$

Các cạnh song song $\frac{1}{ab}, \frac{2}{ab}, \frac{3}{ab}$

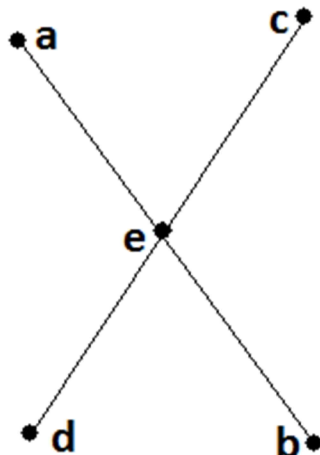


a là một đỉnh cô lập trong đồ thị

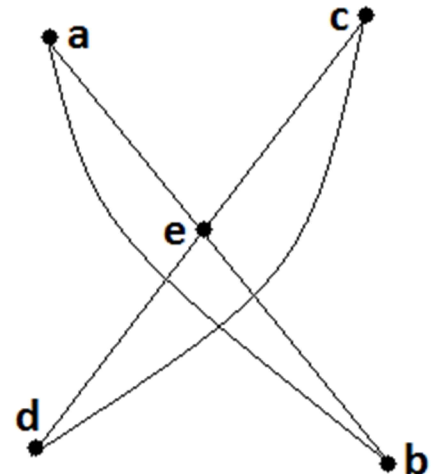
a là một đỉnh treo của đồ thị có cạnh treo \overline{ab}



G



H

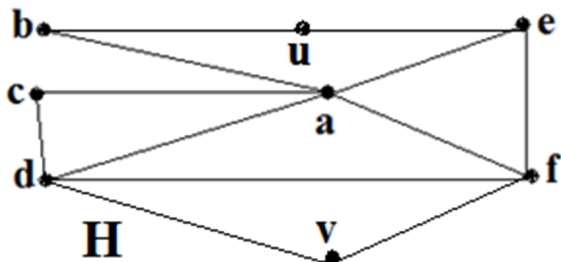


K

G có đúng 4 đỉnh a, b, c, d và có đúng 2 cạnh $\overline{ab}, \overline{cd}$.

H có đúng 5 đỉnh a, b, c, d, e và có đúng 4 cạnh $\overline{ae}, \overline{eb}, \overline{ce}, \overline{ed}$.

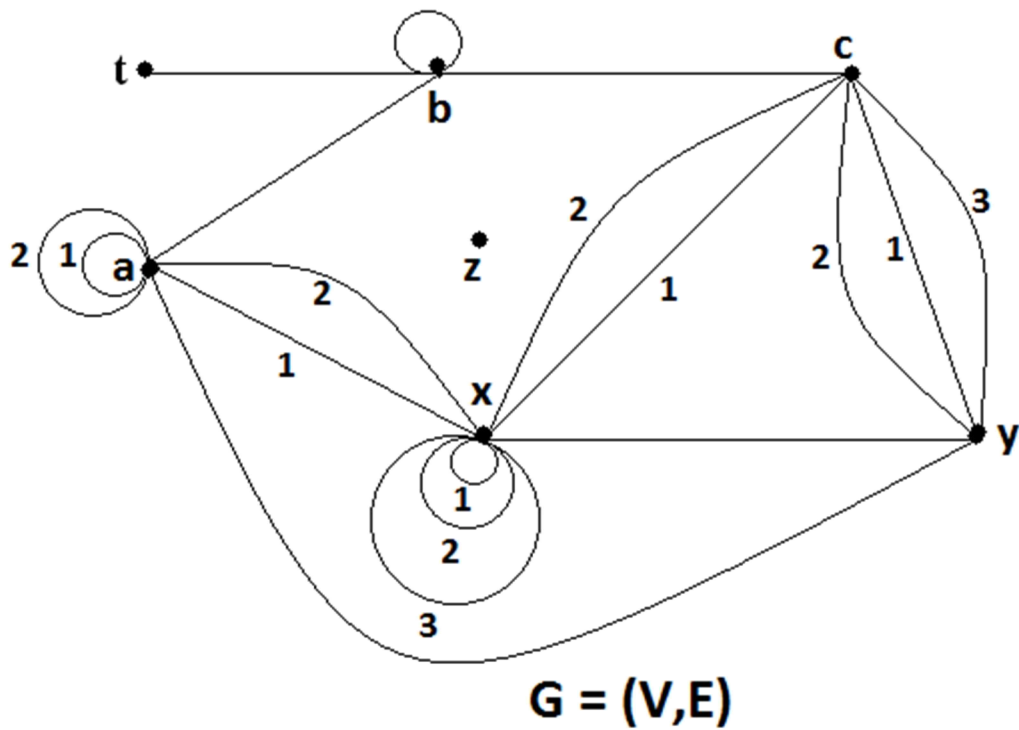
K có đúng 5 đỉnh a, b, c, d, e và 6 cạnh $\overline{ab}, \overline{cd}, \overline{ae}, \overline{eb}, \overline{ce}, \overline{ed}$.



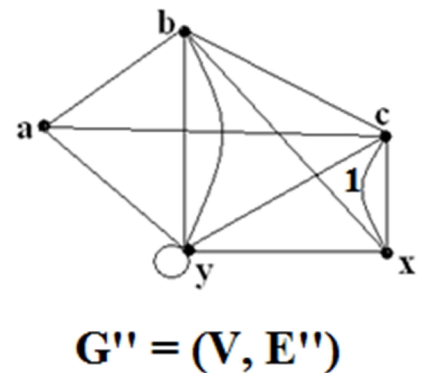
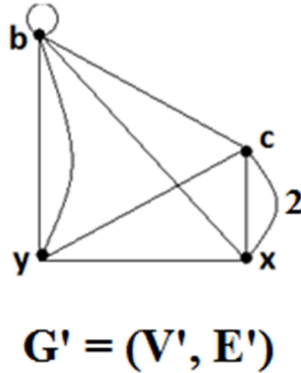
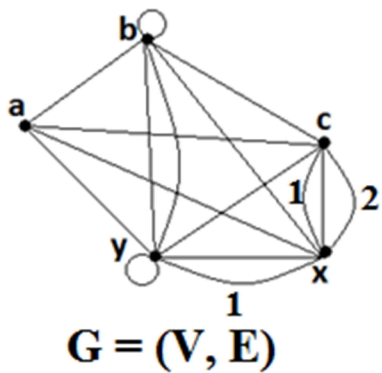
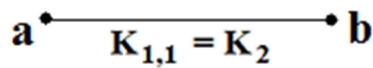
H

Tập hợp các đỉnh kề của a là

$$\Gamma(a) = \{b, c, d, e, f\}$$



Ta có $\Gamma(a) = \{ a, b, x, y \}$, $\Gamma(z) = \emptyset$ và $\Gamma(y) = \{ a, c, x \}$.

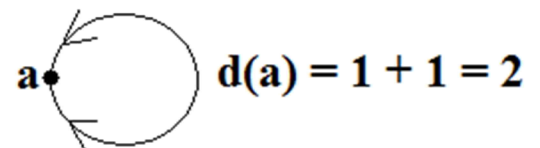
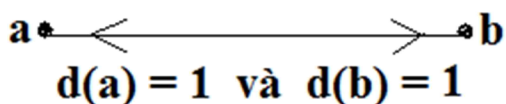


$G \rightarrow G'$: xóa đỉnh a và xóa các cạnh \overline{ab} , \overline{ac} , \overline{ax} , \overline{ay} (đi qua a), các cạnh \overline{yy} , \overline{xy} .

$G \rightarrow G''$: xóa các cạnh \overline{ax} , \overline{bb} , \overline{cx} và \overline{xy} .

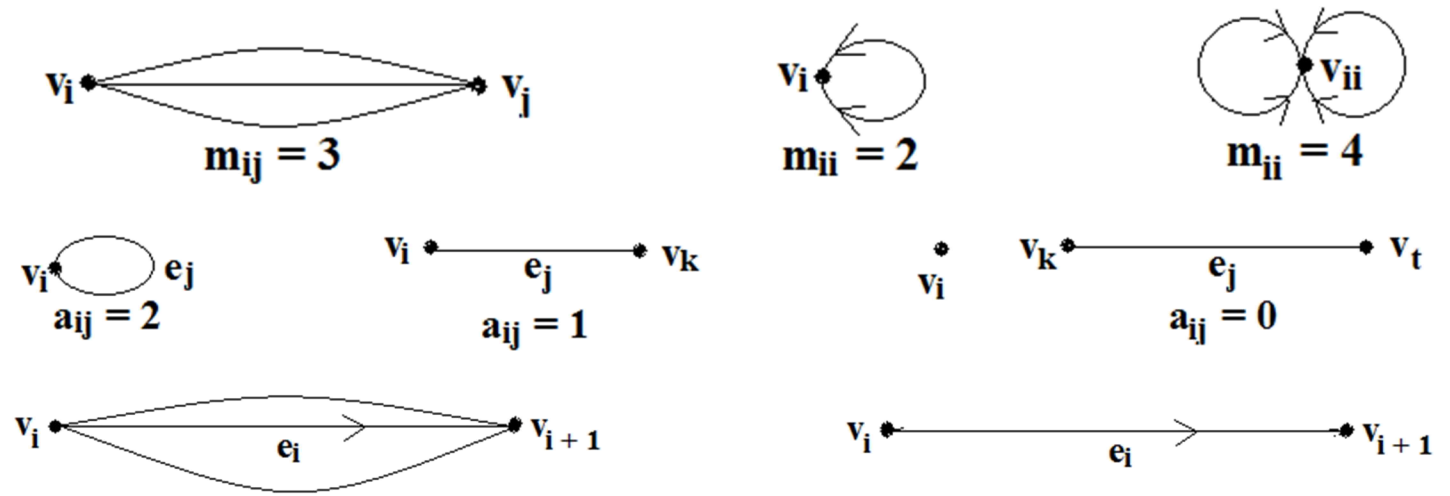
G' là một đồ thị con (mà không là đồ thị con khung) của G [G' không chứa đỉnh a của G].

G'' là một đồ thị con khung của G (G'' chứa tất cả các đỉnh của G).



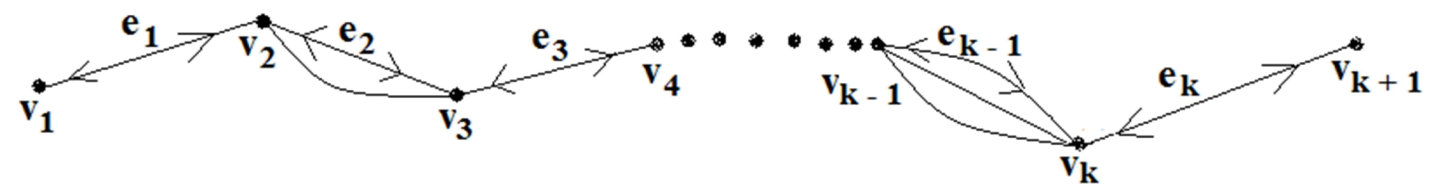
$2|E| = \sum_{v \in V'} d(v) = \sum_{v \in V'} [d(v) \text{ lẻ}] + \sum_{v \in V'} [d(v) \text{ chẵn}]$. Ta có $\sum_{v \in V'} d(v)$ và $\sum_{v \in V'} [d(v) \text{ chẵn}]$ đều chẵn nên

$\sum_{v \in V'} [d(v) \text{ lẻ}]$ cũng chẵn. Suy ra số lượng các đỉnh bậc lẻ của G cũng chẵn (vì tổng của một số lượng lẻ các bậc lẻ sẽ là số nguyên lẻ).

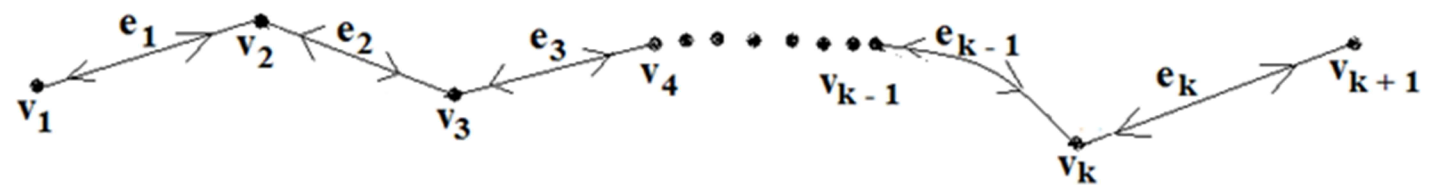


Cạnh $\overline{v_i e_i v_{i+1}}$ (chọn đúng cạnh muốn chọn)

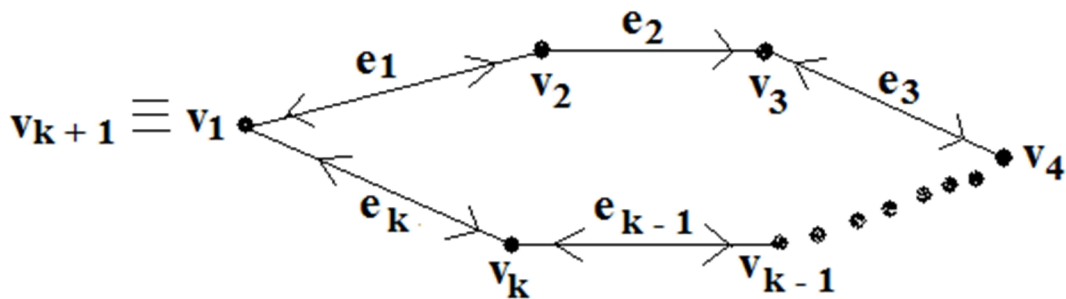
Cạnh $\overline{v_i e_i v_{i+1}} \equiv \overline{v_i v_{i+1}}$ (cạnh duy nhất)



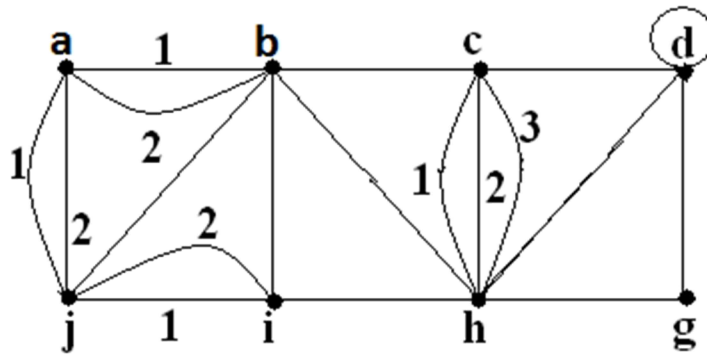
Đường (P): $\overline{v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 \dots v_{k-1} e_{k-1} v_k e_k v_{k+1}} \equiv \overline{v_{k+1} e_k v_k e_{k-1} v_{k-1} \dots v_4 e_3 v_3 e_2 v_2 e_1 v_1} \equiv \overline{v_1 v_2 v_3 v_4 \dots v_{k-1} v_k v_{k+1}}$ (viết gọn)



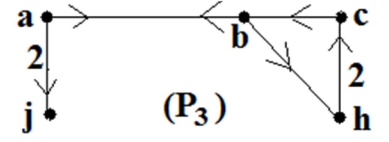
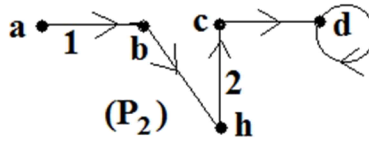
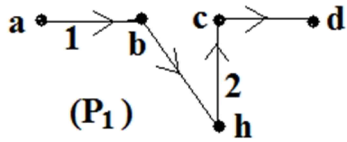
Đường (Q) trong đơn đồ thị: $\overline{v_1 v_2 v_3 v_4 \dots v_{k-1} v_k v_{k+1}} \equiv \overline{v_{k+1} v_k v_{k-1} \dots v_4 v_3 v_2 v_1}$ (không cần gọi tên các cạnh).



Chu trình (C) trong đơn đồ thị: $\overline{v_1 v_2 v_3 v_4 \dots v_{k-1} v_k v_1} \equiv \overline{v_1 v_k v_{k-1} \dots v_4 v_3 v_2 v_1}$ (có thể khởi đầu từ đỉnh tùy ý).



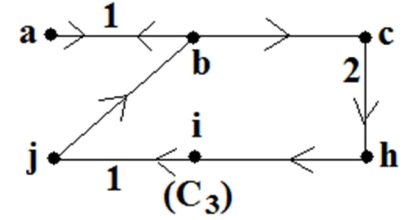
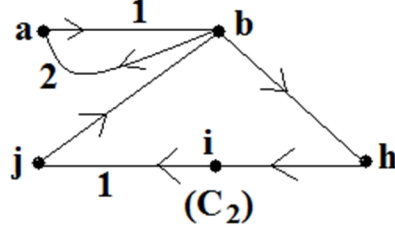
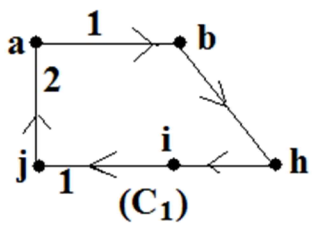
Đặt $\alpha = \overline{ab}$, $\beta = \overline{bh}$, $\gamma = \overline{hc}$, $\delta = \overline{cd}$, $\varepsilon = \overline{dd}$, $\omega = \overline{cb}$, $\rho = \overline{aj}$, $\theta = \overline{hi}$, $\mu = \overline{ij}$, $\nu = \overline{ba}$, $\sigma = \overline{jb}$.



Đường sơ cấp (P₁) : $\overline{aabbhyc\delta d} \equiv \overline{d\delta c\gamma h\beta b\alpha a} \equiv \overline{aabhycd}$ có $L(P_1) = 4$.

Đường đơn (P₂) : $\overline{aabbhyc\delta d\varepsilon d} \equiv \overline{aabhycdd}$ có $L(P_2) = 5$.

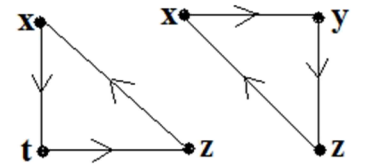
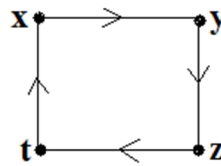
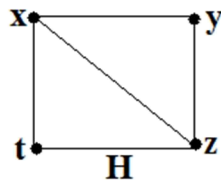
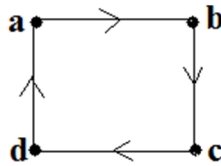
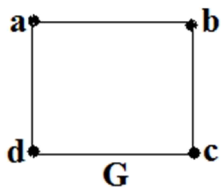
Đường (P₃) : $\overline{aabbhyc\omega b\alpha\rho j} \equiv \overline{aabhycb\alpha\rho j}$ có $L(P_3) = 6$.



Chu trình sơ cấp (C₁) : $\overline{aabbh\theta i\mu j\rho a} \equiv \overline{a\rho j\mu i\theta h\beta b\alpha a} \equiv \overline{hi\mu j\rho a\alpha b h}$ có $L(C_1) = 5$.

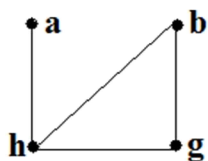
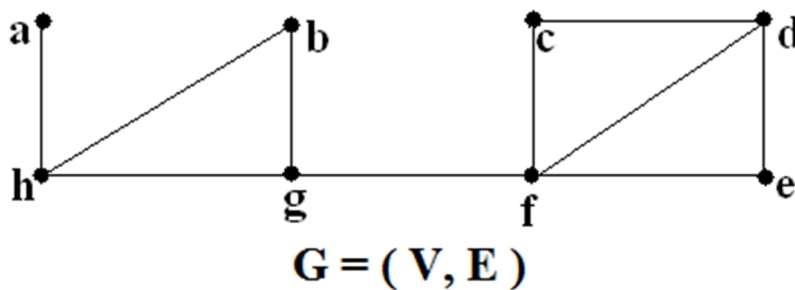
Chu trình đơn (C₂) : $\overline{aabbh\theta i\mu j\sigma b\nu a} \equiv \overline{aabh i\mu j b\nu a}$ có $L(C_2) = 6$.

Chu trình (C₃) : $\overline{aabb\omega c\gamma h\theta i\mu j\sigma b\alpha a} \equiv \overline{aabc\gamma h i\mu j b\alpha a}$ có $L(C_3) = 7$.

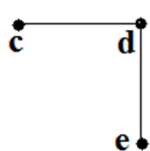


G có đúng một chu trình sơ cấp là $\overline{abcd a}$ (có độ dài 4).

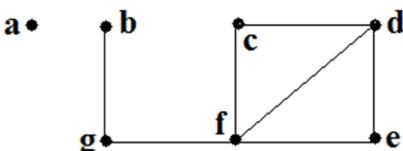
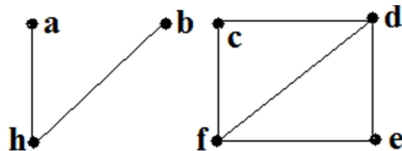
H có đúng 3 chu trình sơ cấp là \overline{xyzx} , \overline{xtzx} (đều có độ dài 3) và $\overline{xyzt x}$ (có độ dài 4).



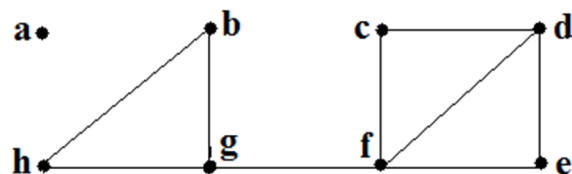
G xóa đỉnh f (rời rạc)



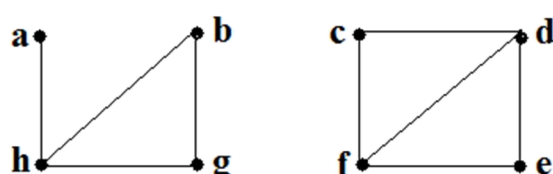
G xóa đỉnh g (rời rạc)



G xóa đỉnh h (rời rạc)

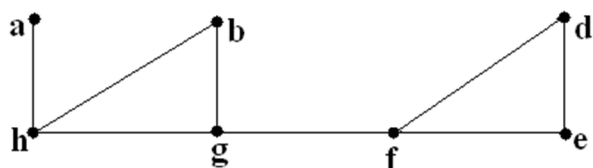


G xóa cạnh \overline{ah} (trở nên rời rạc)

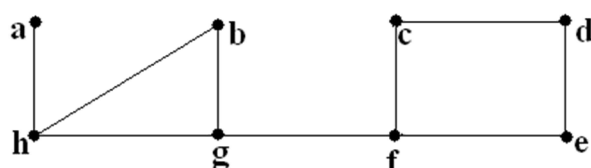


G xóa cạnh \overline{fg} (trở nên rời rạc)

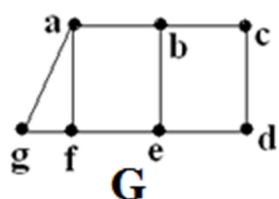
Nếu G xóa một đỉnh bất kỳ (khác f, g và h) hoặc xóa một cạnh bất kỳ (khác \overline{ah} và \overline{fg}) thì vẫn liên thông. Do đó G có đúng 3 đỉnh khớp là f, g, h và có đúng 2 cầu là \overline{ah} và \overline{fg} .



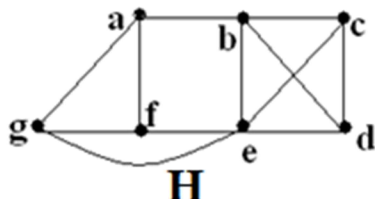
G xóa đỉnh c nhưng vẫn liên thông



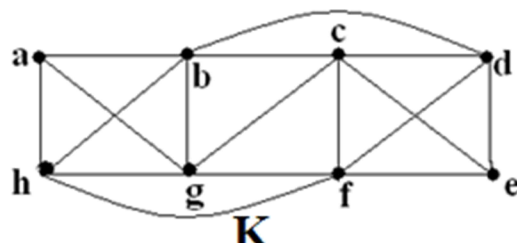
G xóa cạnh \overline{fd} nhưng vẫn liên thông



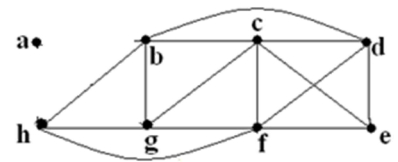
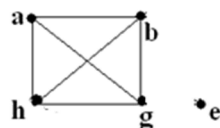
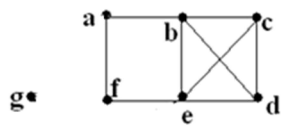
G xóa b và e (rời rạc)



G xóa \overline{ag} và \overline{fg} (rời rạc)

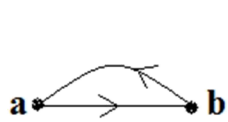


H xóa a và e (rời rạc)

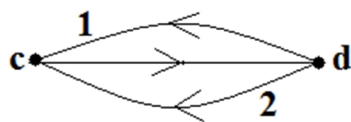


H xóa \overline{ag} , \overline{fg} và \overline{eg} (rời rạc) K xóa c, d và f (rời rạc) K xóa \overline{ab} , \overline{ag} và \overline{ah} (rời rạc)

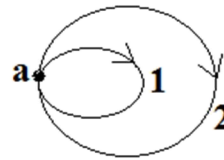
Do đó $v(G) = \varepsilon(G) = 2$, $v(H) = 2$, $\varepsilon(H) = 3$ và $v(K) = \varepsilon(K) = 3$.



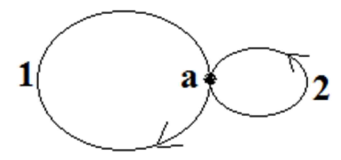
Phân biệt \overline{ab} , \overline{ba}



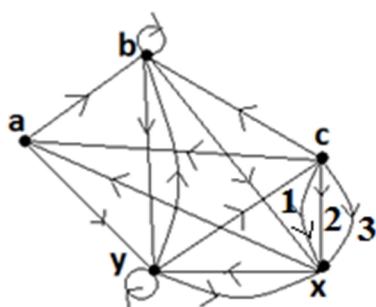
Phân biệt \overline{cd} , $\frac{1}{dc}$, $\frac{2}{dc}$



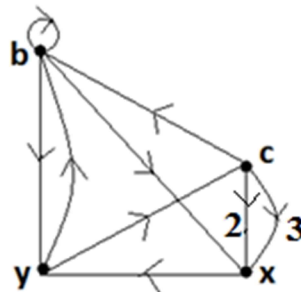
Phân biệt $\frac{1}{aa}$, $\frac{2}{aa}$



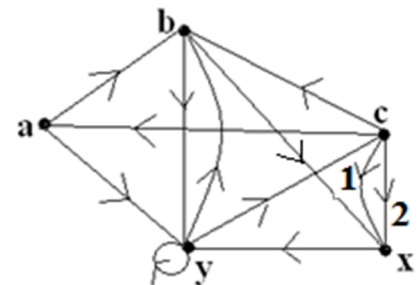
Phân biệt $\frac{1}{aa}$, $\frac{2}{aa}$



$G = (V, E)$



$G' = (V', E')$



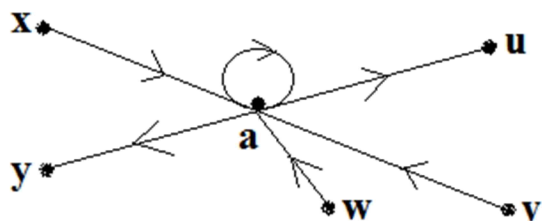
$G'' = (V, E'')$

$G \rightarrow G'$: xóa đỉnh a và xóa các cạnh \overline{ab} , \overline{ca} , \overline{xa} , \overline{ay} (đi qua a), các cạnh \overline{yy} , \overline{yx} , \overline{cx} .

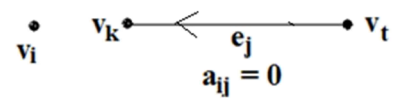
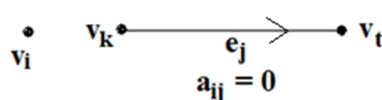
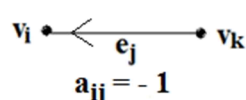
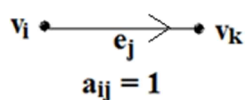
$G \rightarrow G''$: xóa các cạnh \overline{bb} , \overline{xa} , \overline{yx} và \overline{cx} .

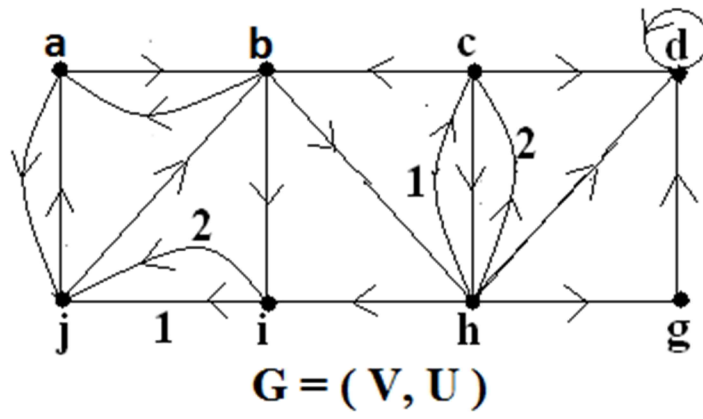
G' là một đồ thị con (mà không là đồ thị con khung) của G [G' không chứa đỉnh a của G].

G'' là một đồ thị con khung của G (G'' chứa tất cả các đỉnh của G).

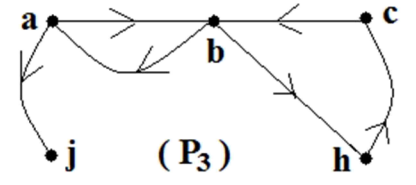
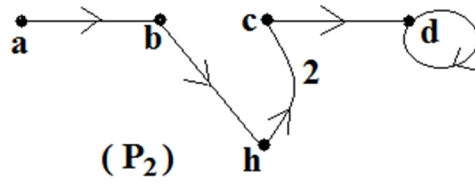
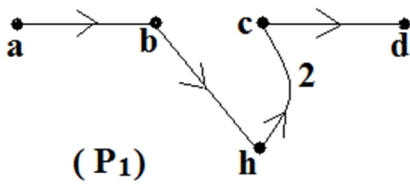


$\nabla(a) = \{a, u, y\}$ và $\nabla^{-1}(a) = \{a, u, w, x\}$





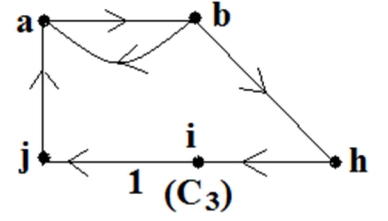
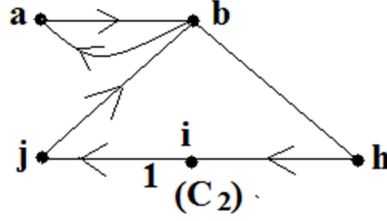
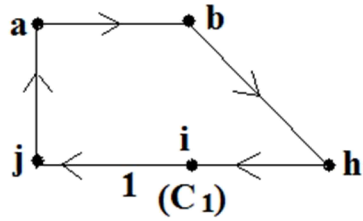
Đặt $\alpha = \overline{ab}$, $\beta = \overline{bh}$, $\gamma = \overline{hc}$, $\delta = \overline{cd}$, $\epsilon = \overline{dd}$, $\omega = \overline{cb}$, $\rho = \overline{aj}$, $\theta = \overline{hi}$, $\mu = \overline{ij}$, $\nu = \overline{ba}$,
 $\sigma = \overline{jb}$ và $\lambda = \overline{ja}$.



Đường sơ cấp (P_1) : $\overline{a\alpha b\beta h\gamma c\delta d} \equiv \overline{ab h\gamma c d}$ có $L(P_1) = 4$.

Đường đơn (P_2) : $\overline{a\alpha b\beta h\gamma c\delta d\epsilon d} \equiv \overline{ab h\gamma c d d}$ có $L(P_2) = 5$.

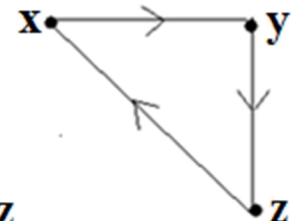
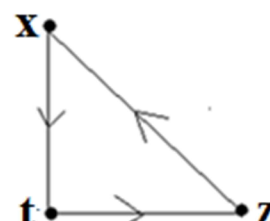
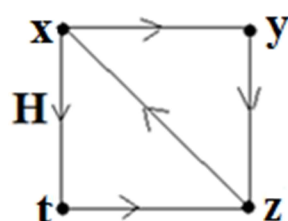
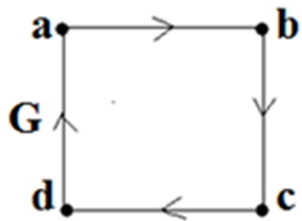
Đường (P_3) : $\overline{a\alpha b\beta h\gamma c\omega b\nu a\alpha b\nu a\rho j} \equiv \overline{ab h\gamma c b a b a j} \equiv$ có $L(P_3) = 8$.



Chu trình sơ cấp (C_1) : $\overline{a\alpha b\beta h\theta i\mu j\lambda a} \equiv \overline{h\theta i\mu j\lambda a\alpha b\beta h} \equiv \overline{ab h i\mu j a} \equiv \overline{h i\mu j a b h}$ có $L(C_1) = 5$.

Chu trình đơn (C_2) : $\overline{a\alpha b\beta h\theta i\mu j\sigma b\nu a} \equiv \overline{ab h i\mu j b a}$ có $L(C_2) = 6$.

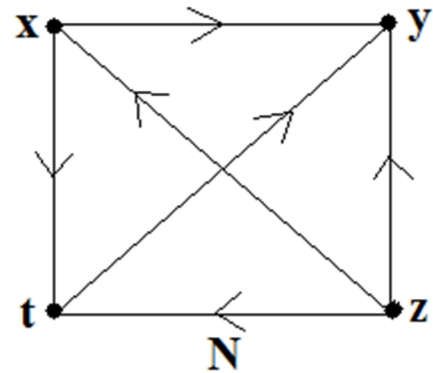
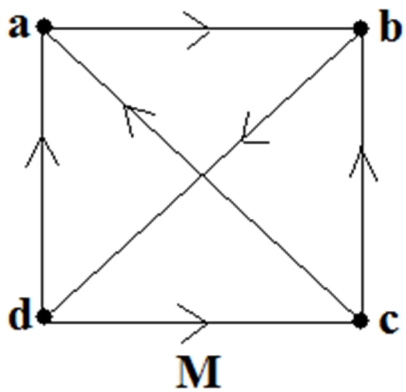
Chu trình (C_3) : $\overline{a\alpha b\beta h\theta i\mu j\lambda a\alpha b\nu a} \equiv \overline{ab h i\mu j a b a}$ có $L(C_3) = 7$.



G có một chu trình sơ cấp là $\overline{abcd a}$ và H có 2 chu trình sơ cấp là \overline{xyzx} và \overline{xtzx} .

G không có chu trình sơ cấp độ dài 3 và H có 2 chu trình sơ cấp độ dài 3 là \overline{xyzx} và \overline{xtzx} .

G có chu trình sơ cấp độ dài 4 là $\overline{abcd a}$ và H không có chu trình sơ cấp độ dài 4).



M liên thông mạnh vì giữa hai đỉnh khác nhau bất kỳ của M, luôn có đường nối từ đỉnh này đến đỉnh kia theo cả hai chiều (chẳng hạn giữa a và c có các đường nối \overline{abdc} và \overline{ca} lần lượt nối từ a đến c và nối từ c đến a). N không liên thông mạnh vì không có đường nối từ y đến x (mặc dù có đường nối \overline{xy} từ x đến y). Do đó M và N không đẳng cấu với nhau.
