Chương 2

LÝ THUYẾT TẬP HỢP

Khái niệm cơ bản

Tập hợp hình thành từ việc nhóm một số đối tượng nào đó với nhau.

- Các đối tượng được gọi là các *phần tử* của tập hợp.
- Ký hiệu tập hợp: *A*, *B*, *X*, *Y*
- Ký hiệu phần tử: *a*, *b*, *c*, *u*, *v* ...
- $a \in A$; $a \notin A$.
- *Tập rỗng* là tập không chứa bất kỳ một phần tử nào.
  - Ký hiệu: $\varnothing$ hoặc { }

Khái niệm cơ bản

Các cách biểu diễn tập hợp:

- Liệt kê các phần tử

$$A = \{u, e, o, a, i\}$$

- Sử dụng quy tắc đơn giản

$$B = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$$

- Sử dụng quy tắc nhận biết

$$C = \{x \mid \mathrm{x} < 100 \text{ và } x \text{ là số nguyên tố}\}$$

Khái niệm cơ bản

Tập con:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in \mathrm{B}$$

Tập bằng nhau:

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ và } B \subseteq A$$

Bản số (lực lượng):

Tập hợp *S* có chính xác *n* phần tử phân biệt trong S thì *n* được gọi là bản số của *S*.

Ký hiệu là $|S|$.

Khái niệm cơ bản

Ví dụ: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$C = \{x \mid x$ là số tự nhiên chẵn và nhỏ hơn 10$\}$

Ta có:

- $B \subseteq A$, $C \subseteq A$
- $B = C$
- $|A| = 10$, $|B| = |C| = 5$

Khái niệm cơ bản

Tập lũy thừa của một tập hợp *S*

- Tập luỹ thừa của *S* là tập tất cả các tập con của *S*.
- Ký hiệu là $P(S)$
- Số phần tử của tập lũy thừa của *S* là $2^{|S|}$

Ví dụ: $S = \{0, 1, 2\}$

- $P(S) = \{ \varnothing, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\} \{0, 1, 2\}\}$.
- Số phần tử của $P(S)$ là $2^3 = 8$

Tích Đề-các

Cho *A* và *B* là hai tập hợp.

- $A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ và } b \in B\}$
- $|A \times B| = |A| \,.\, |B|$

Ví dụ: $A = \{0,1\}$ và $B = \{a, b, c\}$

- $A \times B = \{(0, a), (0, b), (0, c), (1, a), (1, b), (1, c)\}$

Tích Đề-các

Tích Đêcac của các tập A_1, A_2, . ., A_n được ký hiệu là $A_1 \times A_2 \times .. \times A_n$

$$A_1 \times A_2 \times .. \times A_n = \{ (a_1, a_2, .., a_n) \mid a_i \in A_i \text{ với } i = 1, 2, .. n \}$$

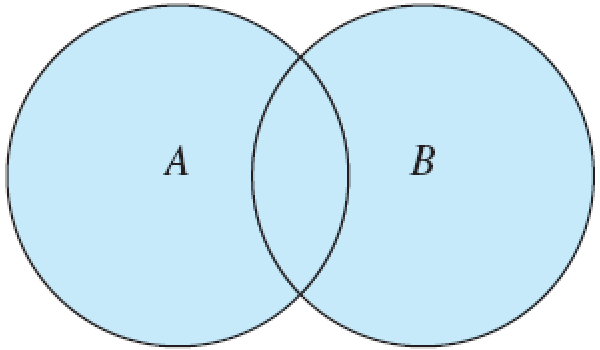
Ví dụ: A_1 – Tập họ tên, A_2 – Tập năm sinh, A_3 – Tập các tỉnh/thành phố

$$(\text{Hoa}, 1990, \text{Hà Nội}) \in A_1 \times A_2 \times A_3$$

CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

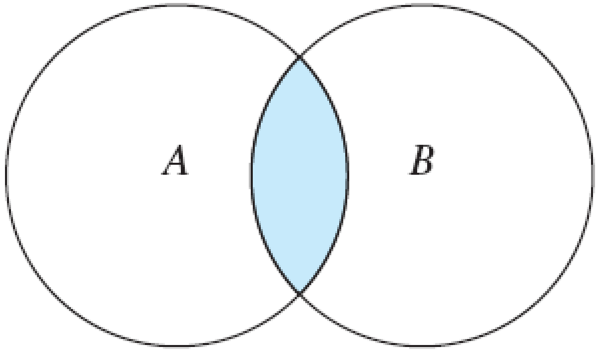
Phép hợp

$A \cup B = \{\ x \mid x \in A$ **hoặc** $x \in B\ \}$



Phép giao

$A \cap B = \{\ x \mid x \in A$ **và** $x \in B\ \}$



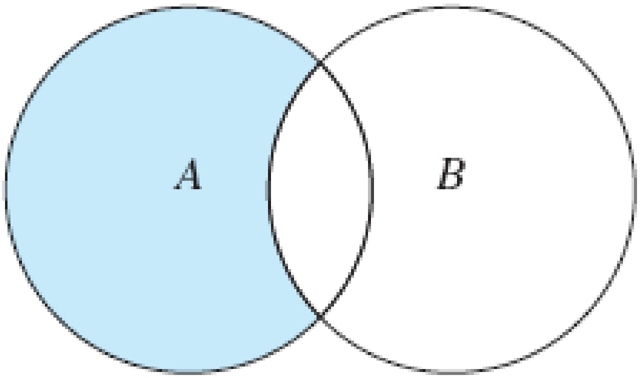
- Hai tập hợp *A* và *B* được gọi là rời nhau nếu giao của chúng là tập rỗng ($A \cap B = \varnothing$)

CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

Phép hiệu

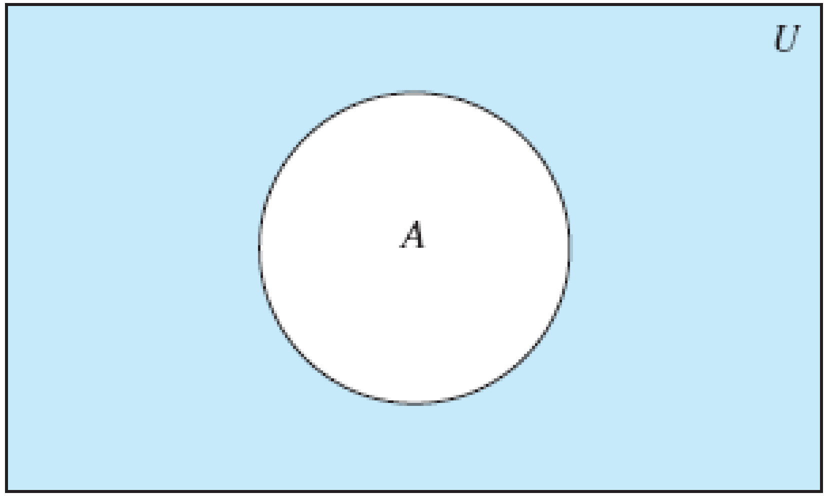
$A - B = \{ x \mid x \in A$ và $x \notin B \}$

$A \backslash B = \{ x \mid x \in A$ và $x \notin B \}$



Phần bù của tập A

$\bar{A} = \{ x \mid x \notin A \}$



CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

Ví dụ: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$C = \{x \mid x$ là số tự nhiên chia hết cho 3$\}$

Ta có:

- $A \cap B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $A \cup B = A$
- $B \cap C = \{0, 6\}$
- $A \setminus B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- $\overline{C} = \{x \mid x$ là số tự nhiên không chia hết cho 3$\}$

CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC TẬP HỢP

Biểu thức	**Tên luật**
$A \cap U = A$ $A \cup \emptyset = A$	Luật đồng nhất
$A \cup U = U$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Luật nuốt (luật hấp thu)
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Luật lũy đẳng

CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC TẬP HỢP

Biểu thức	Tên luật
$\overline{(\overline{A})} = A$	Luật phản xạ
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Luật giao hoán
$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \emptyset$	Luật đầy đủ và phi mâu thuẫn

CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC TẬP HỢP

Biểu thức	Tên luật
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Luật kết hợp
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	Luật phân phối
$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Luật De Morgan

Chứng minh đẳng thức tập hợp

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}.$$

$$\begin{aligned}
\overline{A \cup (B \cap C)} &= \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)} \\
&= \overline{A} \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) \\
&= (\overline{B} \cup \overline{C}) \cap \overline{A} \\
&= (\overline{C} \cup \overline{B}) \cap \overline{A}
\end{aligned}$$

Chứng minh đẳng thức tập hợp

Chứng minh luật phân phối:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Chứng minh đẳng thức tập hợp

Sử dụng luật tương đương logic

$$\begin{aligned}
\overline{A \cap B} &= \{x \mid x \notin A \cap B\} \\
&= \{x \mid \neg(x \in (A \cap B))\} \\
&= \{x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\} \\
&= \{x \mid \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)\} \\
&= \{x \mid x \notin A \vee x \notin B\} \\
&= \{x \mid x \in \overline{A} \vee x \in \overline{B}\} \\
&= \{x \mid x \in \overline{A} \cup \overline{B}\} \\
&= \overline{A} \cup \overline{B}
\end{aligned}$$

Biểu diễn tập hợp trong máy tính

Cho U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Mỗi tập con của U được biểu diễn bởi 1 xâu nhị phân độ dài $|U| = 10$

Xâu nhị phân	Tập con
1010101010	{0, 2, 4, 6, 8}
0101010101	{1, 3, 5, 7, 9}
1101101100	{0, 1, 3, 4, 6, 7}

Biểu diễn tập hợp trong máy tính

Các phép toán trên tập hợp được thực hiện bằng các phép toán trên xâu nhị phân tương ứng

Phép toán trên xâu nhị phân	Phép toán tập hợp
AND	Phép giao
OR	Phép hợp
Đảo bít NOT	Phép lấy phần bù

Biểu diễn tập hợp trong máy tính

Ví dụ: U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Phép toán trên xâu nhị phân
1010101010 AND 0101010101 = 0000000000 $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \varnothing$
1010101010 OR 0101010101 = 1111111111 $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} = U$
NOT(1010101010) = 0101010101 $U \setminus \{0, 2, 4, 6, 8\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Ánh xạ

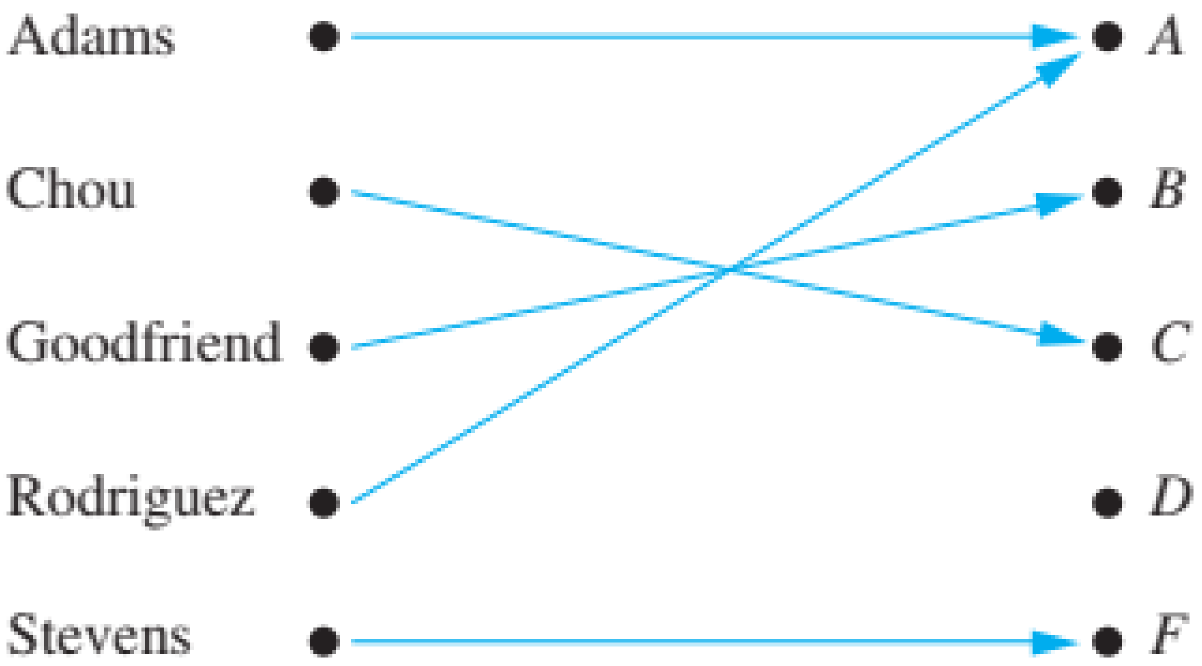
X là tập các sinh viên

Y là tập các điểm hệ 4

Ánh xạ *f* là một phép gán **mỗi phần tử** của tập *X* với **duy nhất một** phần tử của tập *Y*

Ký hiệu: $f: X \rightarrow Y$

$f(a) = b$



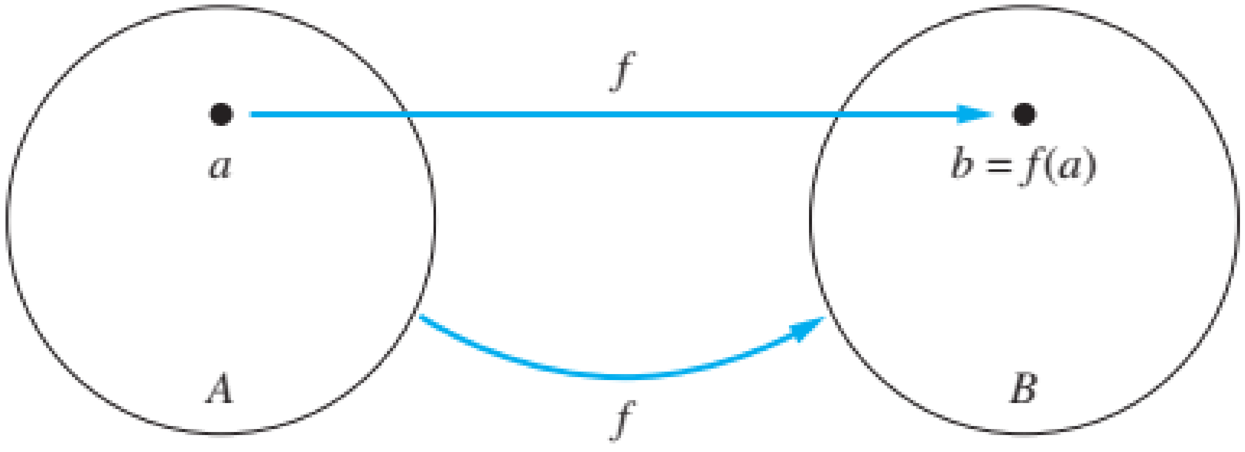
Ánh xạ

A là tập xác định

{ $b \in B$ | $\exists$ $a \in A$: $f(a) = b$ } là tập giá trị

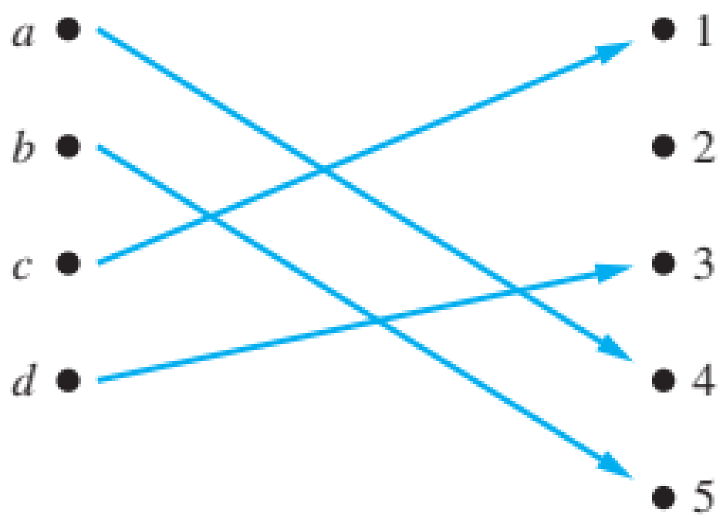
a là tạo ảnh của *b*

b là ảnh của *a*

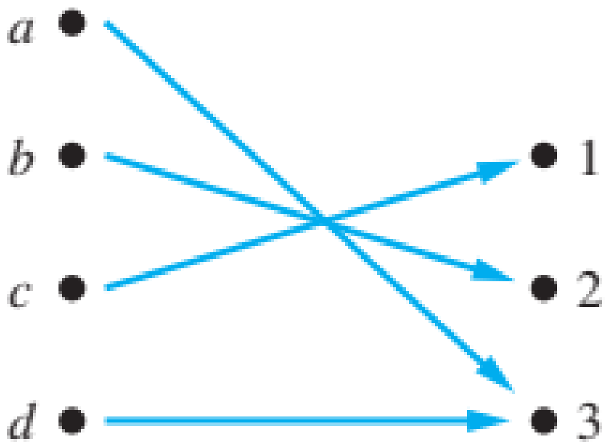


Ánh xạ

Đơn ánh:
$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$



Toàn ánh:
$\forall\, b \in B, \exists\, a \in A\colon f(a) = b$

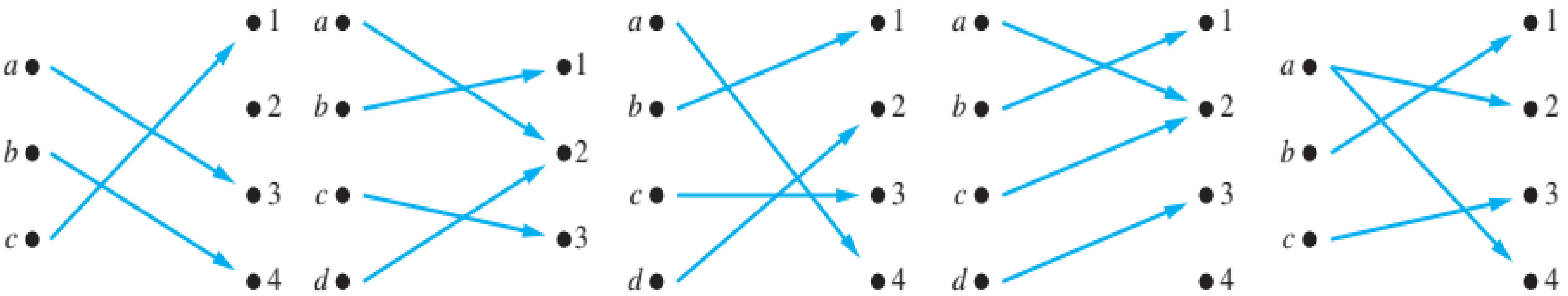


Song ánh:

f là song sánh khi và chỉ khi *f* vừa đơn ánh, vừa toàn ánh

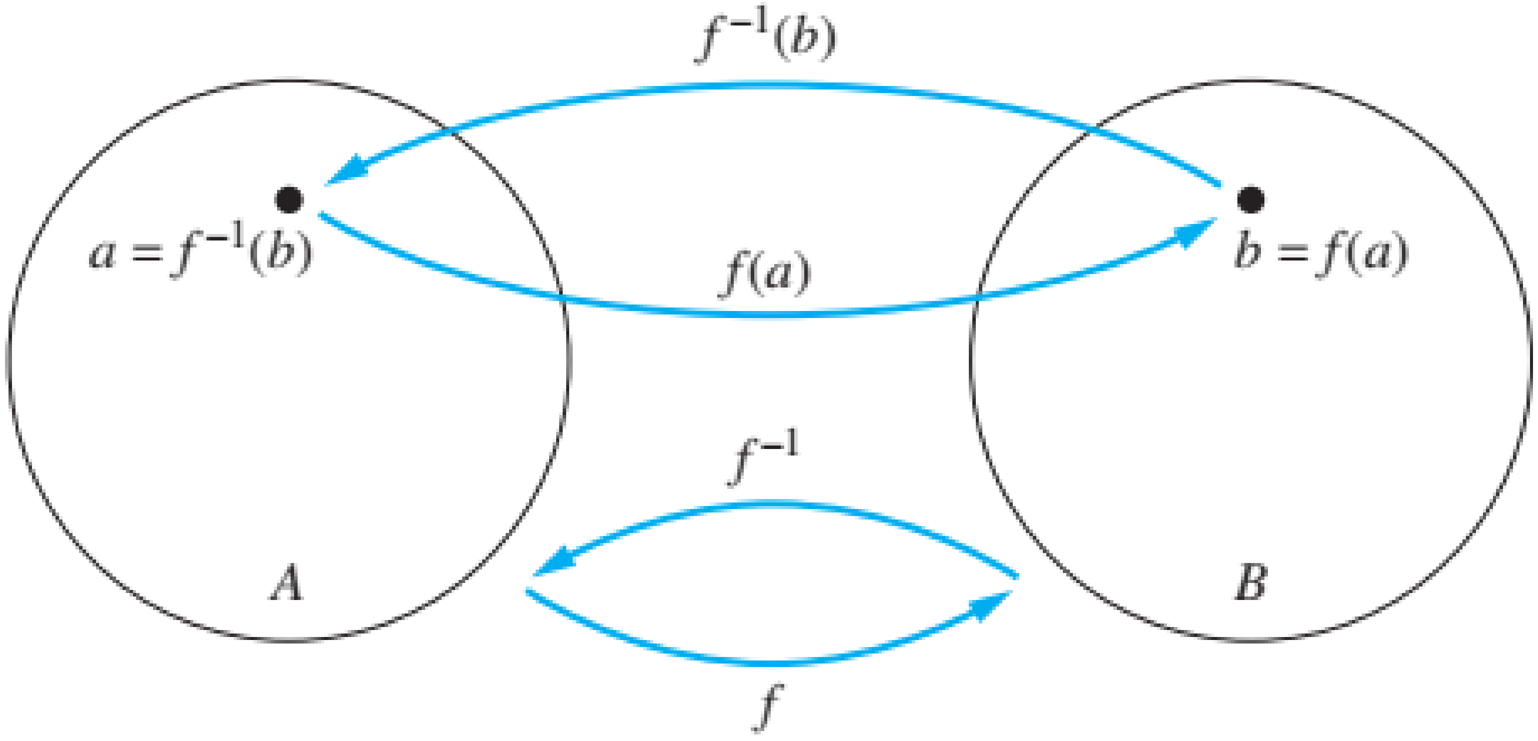
Ánh xạ

Xác định các loại ánh xạ trong các hình sau:



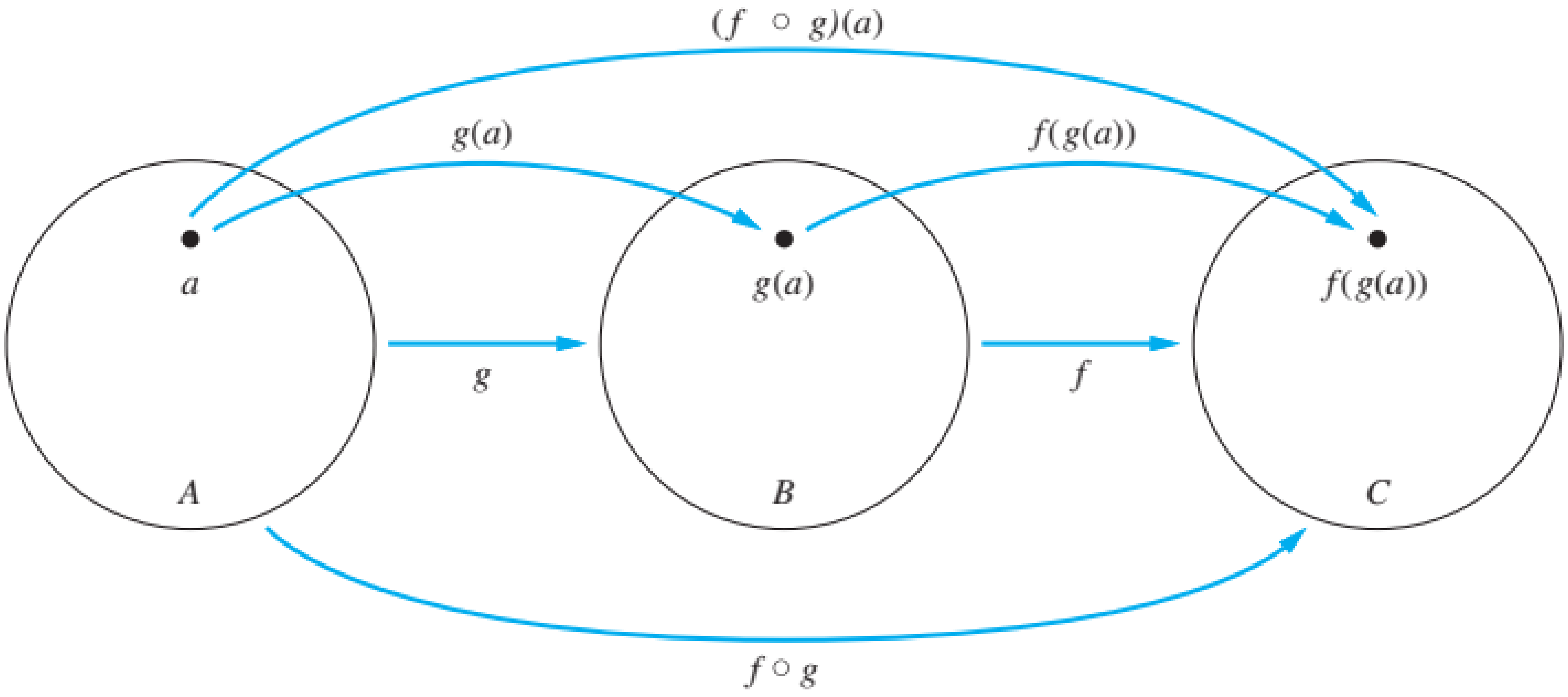
Ánh xạ

Ánh xạ ngược



Ánh xạ

Ánh xạ tích



Lực lượng của tập hợp

- Tập hợp là **tập hữu hạn** nếu số lượng phần tử là một số xác định hoặc bị giới hạn bởi một số xác định.
- **Tập vô hạn** không phải là tập hữu hạn.
- Lực lượng của tập hữu hạn là số lượng phần tử của tập hợp đó.
- Hai tập hữu hạn có ***cùng lực lượng*** nếu có cùng số lượng phần tử.

Lực lượng của tập hợp

Hai tập *A* và *B* có cùng lực lượng khi tồn tại một song ánh từ *A* đến *B*.

Ví dụ: xét tập hợp vô hạn số tự nhiên và tập số nguyên

$$f(z) = \begin{cases} 2.z & n\acute{\hat{e}}u\ z \geq 0 \\ -2.z - 1 & n\acute{\hat{e}}u\ z < 0 \end{cases}$$

f là song ánh từ tập Z đến tập N

Nên *Z* và *N* có cùng lực lượng

Lực lượng của tập hợp

- **Tập đếm được và tập không đếm được**:
  - Tập hữu hạn hoặc tập có cùng lực lượng với tập số tự nhiên là *tập đếm được*.
  - Các tập vô hạn không có cùng lực lượng với tập số tự nhiên là *tập không đếm được*.
- **Ví dụ**:
  - Tập các số tự nhiên lẻ là tập đếm được.
  - Tập các số nguyên là tập đếm được.

Lực lượng của tập hợp

Tập các số hữu tỷ dương là vô hạn, đếm được