IOI 2018 中国国家队选拔赛暨精英赛

CTSC 2018

第一试

时间: 2018 年 5 月 7 日 08:30 ~ 13:30

| 题目名称 | 假面 | 暴力写挂 | 青蕈领主 |
|-----------------|--------------|-------------------|-----------|
| 题目类型 | 传统型 | 传统型 | 传统型 |
| 目录 | faceless | wronganswer | green |
| 可执行文件名 | faceless | wronganswer | green |
| 输入文件名 | faceless.in | wronganswer.in | green.in |
| 输出文件名 | faceless.out | wronganswer.out | green.out |
| 113 113 113 113 | 14662633.046 | wi onganswei toae | 8 |
| 每个测试点时限 | 6.0 秒 | 4.0 秒 | 3.0 秒 |
| | | | |
| 每个测试点时限 | 6.0 秒 | 4.0 秒 | 3.0 秒 |

提交源程序文件名

| 对于 C++ 语言 | faceless.cpp | wronganswer.cpp | green.cpp |
|--------------|--------------|-----------------|-----------|
| 对于 C 语言 | faceless.c | wronganswer.c | green.c |
| 对于 Pascal 语言 | faceless.pas | wronganswer.pas | green.pas |

编译选项

| 对于 C++ 语言 | -02 -1m | -02 -1m | -02 -1m |
|--------------|---------|---------|---------|
| 对于 C 语言 | -02 -1m | -02 -1m | -02 -1m |
| 对于 Pascal 语言 | -02 | -02 | -02 |

假面 (faceless)

【题目背景】

针针是绿绿的好朋友。

【题目描述】

针针喜欢玩一款叫做 DotA (**D**efense **o**f **t**he **A**lgorithm)的游戏,在这个游戏中,针针会操纵自己的英雄与队友一起对抗另一支队伍。

针针在 DotA 中最喜欢使用的英雄叫做假面 (Faceless), 该英雄有 2 个技能:

- 锁定: 对一名指定的敌方单位使用,以 p 的概率对该单位造成 1 点伤害(使其减少 1 点生命值)。
- 结界:在一片区域施放结界,让该区域内的所有其他单位无法动弹。 在游戏中,如果一个单位的生命值降至 0 或 0 以下,那么该单位就会死亡。 针针操纵假面的水平一般,因此他决定勤加练习。

现在有 n 个敌方单位 (编号从 1 至 n),编号为 i 的敌方单位有 h_i 点生命值。针针已经安排好了练习的计划,他会按顺序施放 Q 个技能:

- 对于锁定技能: 针针会指定一个敌方单位 id,并对它施放。由于决定概率系数 p 的因素很多,因此每次的 p 都不一定相同。
 - 特别地,如果该敌方单位已经死亡,那么该技能不会造成任何效果。
- 对于结界技能:针针会希望对 k 个指定的敌方单位施放,但由于针针并不擅长施放该技能,因此他只能命中恰好 1 个敌方单位。命中每个存活的敌方单位的概率是相等的(也就是说已经死亡的敌方单位不会有任何影响)。
 - 特别地,如果这 k 个敌方单位均已死亡,那么该技能同样不会命中任何敌方单位。

现在, 围观针针进行练习的绿绿想知道:

- 1. 对于针针施放的每个结界技能,它命中各敌人的概率分别是多少。
- 2. 在针针的所有技能施放完毕后,所有敌方单位剩余生命值的期望分别是多少。由于绿绿还要围观针针训练,所以请你帮他解决这两个问题。

为了防止精度误差,对于所有需要输出的数值,请输出其在模 998,244,353 意义下的值。

由于结界为假面的终极技能,因此针针施放该技能的次数不会太多。具体请见【子任务】。

【输入格式】

从文件 faceless.in 中读入数据。

- 第 1 行为 1 个正整数 n,表示敌方单位的数量。
- 第 2 行为 n 个正整数 m_1, \ldots, m_n ,依次表示各敌方单位的初始生命值。
- 第 3 行为 1 个非负整数 O,表示针针施放技能的数量。
- 第 4 行至第 Q+3 行,每行描述一个技能,第 i+3 行描述第 i 个技能。
 - 每行的开头为一个整数 op, 表示该技能的种类。
 - 如果 op = 0,则表示锁定技能。并在此后跟随着 3 个正整数 id, u, v,表示技能施放的目标为 id,技能命中的概率为 $p = \frac{u}{v}$ 。(保证 $1 \le id \le n$, $0 < u \le v < 998, 244, 353)$
 - 如果 op = 1,则表示结界技能。并在此后跟随着 1 个正整数 k 表示技能施放的目标数量,随后还有额外的 k 个数 $id_1, ..., id_k$ 描述技能施放的所有目标。(保证所有 $1 \le id_i \le n$ 互不相同)

对于每一行,如果行内包含多个数,则用单个空格将它们隔开。

【输出格式】

输出到文件 faceless.out 中。

输出包 C+1 行 (其中 C 为结界技能的数量):

- 前 C 行依次对应每个结界技能,对于每行:
 - 输出 k 个数,第 i 个数表示结界命中敌方单位 id_i 的概率。
- 第 C+1 行输出 n 个数,第 i 个数表示在所有技能施放完毕后,敌方单位 i 剩余 生命值的期望值。

对于每一行,如果行内包含多个数,则用单个空格将它们隔开。

对于所有数值,请输出它们对 998,244,353 取模的结果:即设答案化为最简分式后的形式为 $\frac{a}{b}$,其中 a 和 b 的互质。输出整数 x 使得 $bx \equiv a \mod 998244353$ 且 $0 \le x < 998244353$ 。(可以证明这样的整数 x 是唯一的)

【样例1输入】

3

1 2 3

6

0 2 1 1

1 1 2

0 2 1 1

0 3 1 1

1 1 2

1 3 1 2 3

【样例1输出】

1

0

499122177 0 499122177

1 0 2

【样例1解释】

针针按顺序施放如下技能:

- 1. 对敌方单位 2 施放技能锁定: 以 1 的概率对其造成 1 点伤害。
 - 此时 2 号敌方单位必定剩余 1 点生命值。
- 2. 对敌方单位 2 施放技能结界: (由于 2 号敌方单位尚存活,)必定命中 2 号单位。
- 3. 对敌方单位 2 施放技能锁定: 以 1 的概率对其造成 1 点伤害。
- 4. 对敌方单位 3 施放技能锁定: 以 1 的概率对其造成 1 点伤害。
 - 此时三个敌方单位的生命值一定分别为 1,0,2, 敌方单位 2 一定死亡。
- 5. 对敌方单位 2 施放技能结界: (由于 2 号敌方单位已死亡,)必定不命中任何单位。
- 6. 对敌方单位 1,2,3 施放技能结界: 命中敌方单位 1,3 的概率是相等的,即各位 $\frac{1}{2}$ 。 最终,三个敌方单位的剩余生命值一定为 1,0,2。

【样例 2 输入】

3

1 1 1

4

0 2 1 2

1 2 1 2

0 3 2 3

1 3 1 2 3

【样例 2 输出】

249561089 748683265 804141285 887328314 305019108

1 499122177 332748118

【样例2解释】

对于各结界技能的分析:

- 1. 第 1 个结界(目标为敌方单位 1,2):
 - 2 号敌方单位存活的概率为 $\frac{1}{2}$, 1 号敌方单位必定存活。
 - 如果 2 号敌方单位存活,那么结界命中 1,2 的概率相等,均为 ½;如果 2 号敌方单位死亡,那么结界必定命中 1 号敌方单位。
 - 因此: 命中 1 号敌方单位的概率为 $\frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; 命中 2 号敌方单位的概率为 $\frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 。
- 2. 第 2 个结界(目标为敌方单位 1,2,3):
 - 三个敌方单位存活的概率分别为 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 。
 - 1,2,3 同时存活的概率为 $\frac{1}{6}$; 只有 1,2 存活的概率为 $\frac{1}{3}$; 只有 1,3 存活的概率为 $\frac{1}{6}$; 只有 1 存活的概率为 $\frac{1}{3}$ 。
 - 因此: 命中 1 号敌方单位的概率为 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{23}{36}$; 命中 2 号敌方单位的概率为 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{9}$; 命中 3 号敌方单位的概率为 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{36}$ 。

最终,三个敌方单位的剩余生命值的期望值为 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 。

【样例 3】

见选手目录下的 *faceless/faceless3.in* 与 *faceless/faceless3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下的 *faceless/faceless4.in* 与 *faceless/faceless4.ans*。

【子任务】

我们记C为结界技能的数量。

| n = | Q = | C = | 测试点编号 | u, v | 其他限制 |
|-----|-------------|------|-------|-------|--------------|
| 5 | 21 | 6 | 1 | | 无 |
| | 199,992 | 500 | 2 | | 所有 p 均相等 |
| | 23 | 6 | 3 | ,,,, | 所有 $m_i = 1$ |
| 60 | 199,994 | 500 | 4 | u < v | $m_i = 1$ |
| 19 | 199,995 | 300 | 5 | | |
| | 199,996 0 6 | | | | |
| | 199,997 | 500 | 7 | u = v | |
| 200 | 199,998 | | 8 | u < v | <i>)</i> L |
| | 199,999 | 1000 | 9 | | |
| | 200,000 | | 10 | | |

为了优化你的阅读体验,我们把<u>测试点编号</u>放在了表格的中间,请注意这一点。 对于所有测试点,保证 $n \leq 200$, $Q \leq 200,000$, $C \leq 1000$, $m_i \leq 100$ 。

【提示】

- 1. 第 3 个样例满足测试点 1 的数据规模限制。
- 2. 第 4 个样例满足限制 "所有 p 均相等"。
- 3. Q 的个位可以帮助你快速确定测试点的编号。
- 4. 测试点顺序可能与难度无关。

暴力写挂 (wronganswer)

【题目描述】

temporaryDO 是一个很菜的 OIer。在 4 月,他在省队选拔赛的考场上见到了《林克卡特树》一题,其中 k=0 的部分分是求树 T 上的最长链。可怜的 temporaryDO 并不会做这道题,他在考场上抓猫耳挠猫腮都想不出一点思路。

这时,善良的板板出现在了空中,他的身上发出璀璨却柔和的光芒,荡漾在考场上。"题目并不难。"板板说。那充满磁性的声音,让 temporaryDO 全身充满了力量。他决定:写一个枚举点对求 LCA 算距离的 k=0 的 $O(n^2 \log n)$ 的部分分程序!于是,temporaryDO 选择以 1 为根,建立了求 LCA 的树链剖分结构,然后写了二重 <u>for</u> 循环枚举点对。

然而,菜菜的 temporaryDO 不小心开小了数组,于是数组越界到了一片神秘的内存区域。但恰好的是,那片内存区域存储的区域恰好是另一棵树 T'。这样一来,程序并没有 RE,但他求 x 和 y 的距离的时候,计算的是

$$\operatorname{depth}(x) + \operatorname{depth}(y) - (\operatorname{depth}(\operatorname{LCA}(x, y)) + \operatorname{depth}'(\operatorname{LCA}'(x, y)))$$

最后程序会输出每一对点对 i, j ($i \le j$) 的如上定义的"距离"的最大值。

temporaryDO 的程序在评测时光荣地爆零了。但他并不服气,他决定花好几天把自己的程序跑出来。请你根据 T 和 T' 帮帮可怜的 temporaryDO 求出他程序的输出。

【输入格式】

从文件 wronganswer.in 中读入数据。

第一行包含一个整数 n,表示树上的节点个数;

第 2 到第 n 行,每行三个整数 x、y、v,表示 T 中存在一条从 x 到 y 的边,其长 度为 v;

第 n+1 到第 2n-1 行,每行三个整数 x、y、v,表示 T' 中存在一条从 x 到 y 的 边,其长度为 v。

【输出格式】

输出到文件 wronganswer.out 中。

输出一行一个整数,表示 temporaryDO 的程序的输出。

【样例1输入】

6

1 2 2

- 1 3 0
- 2 4 1
- 2 5 -7
- 3 6 0
- 1 2 -1
- 2 3 -1
- 2 5 3
- 2 6 -2
- 3 4 8

【样例1输出】

5

【样例1解释】

点对 (3,4) 的距离计算为 3+0-(0+(-2))=5。

【样例 2】

见选手目录下的 wronganswer/wronganswer2.in 与 wronganswer/wronganswer2.ans。

【子任务】

对于所有数据, $n \le 366,666$, $|v| \le 2,017,011,328$ 。 详细数据范围见下表,表格中的"无"表示无特殊限制。

| 测试点编号 | n <= | ν | T 是一条链 | T' 是一条链 | |
|-------|--------|--------------------|--------|---------|--|
| 1 | 36 | = 1 | 否 | 否 | |
| 2 | 366 | | | | |
| 3 | 1388 | | | | |
| 4 | 1999 | > 0 | | | |
| 5 | 2666 | | | | |
| 6 | 5666 | | | | |
| 7 | 8666 | | | | |
| 8 | 11111 | 无 | | | |
| 9 | 12345 | | | | |
| 10 | | > 0 | 是 | 是 | |
| 11 | | 无 | | | |
| 12 | | > 0 无 > 0 | | 否 | |
| 13 | | | | | |
| 14 | | | | | |
| 15 | 366666 | | | 是 | |
| 16 | | | | | |
| 17 | | | 否 | | |
| 18 | | 无 | | 否 | |
| 19 | | | | | |
| 20 | | | | | |

【提示】

 $\operatorname{depth}(p)$ 和 $\operatorname{depth}'(p)$ 分别表示树 T 、 T' 中点 1 到点 p 的距离,这里规定,距离指的是经过的**边**的边权总和,其中 $\operatorname{depth}(1)=0$ 。

LCA(x,y) 和 LCA'(x,y) 分别表示树 T、T' 中点 x 与点 y 的最近公共祖先,即在 从 x 到 y 的最短路径上的距离根**经过边数最少**的点。

青蕈领主 (green)

【题目背景】

"也许,我的生命也已经如同风中残烛了吧。"小绿如是说。

【题目描述】

小绿同学因为微积分这门课,对"连续"这一概念产生了浓厚的兴趣。小绿打算把连续的概念放到由整数构成的序列上,他定义一个长度为m的整数序列是连续的,当且仅当这个序列中的最大值与最小值的差,不超过m-1。例如 $\{1,3,2\}$ 是连续的,而 $\{1,3\}$ 不是连续的。

某天,小绿的顶头上司板老大,给了小绿 T 个长度为 n 的排列。小绿拿到之后十分欢喜,他求出了每个排列的每个区间是否是他所定义的"连续"的。然而,小绿觉得被别的"连续"区间包含住的"连续"区间不够优秀,于是对于每个排列的所有右端点相同的"连续"区间,他只记录下了长度最长的那个"连续"区间的长度。也就是说,对于板老大给他的每一个排列,他都只记录下了在这个排列中,对于每一个 $1 \le i \le n$,右端点为 i 的最长"连续"区间的长度 L_i 。显然这个长度最少为 1,因为所有长度为 1 的整数序列都是连续的。

做完这一切后,小绿爬上绿色床,美美地做了一个绿色的梦。

可是第二天醒来之后,小绿惊讶的发现板老大给他的所有排列都不见了,只剩下他记录下来的 T 组信息。小绿知道自己在劫难逃,但是作为一个好奇的青年,他还是想知道:对于每一组信息,有多少个和信息符合的长度为 n 的排列。

由于小绿已经放弃治疗了,你只需要告诉他每一个答案对 998244353 取模的结果。 我们并不保证一定存在至少一个符合信息的排列,因为小绿也是人,他也有可能 犯错。

【输入格式】

从文件 green.in 中读入数据。

输入的第一行包含两个整数 T,n,分别表示板老大给小绿的排列个数、以及每个排列的长度。

接下来 T 行,每行描述一组信息,包含 n 个正整数,第 i 组信息的从左往右第 j 个整数 $L_{i,i}$ 表示第 i 个排列中右端点为第 j 个数的最长"连续"区间的长度。

对于每一行,如果行内包含多个数,则用单个空格将它们隔开。

【输出格式】

输出到文件 green.out 中。

对于每组信息,输出一行一个整数表示可能的排列个数对 998244353 取模的结果。由于是计算机帮你算,所以我们不给你犯错的机会。

【样例1输入】

1 3

1 1 3

【样例1输出】

2

【样例 2】

见选手目录下的 *green/green2.in* 与 *green/green2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *green/green3.in* 与 *green/green3.ans*。

【子任务】

| 测试点编号 | $n \leq$ | $T \leq$ | 特殊性质 | |
|---------|----------|----------|---------------------------|--|
| 1 ~ 2 | 10 | 1 | 无 | |
| 3 ~ 4 | 10 | 100 | | |
| 5 | | 1 | $L_{i,j}=j$ | |
| 6 | 300 | 1 | $L_{i,j} = 1 \perp j < n$ | |
| 7 ~ 8 | | 100 | 无 | |
| 9 | 1000 | 1 | $L_{i,j} = 1 \perp j < n$ | |
| 10 ~ 12 | 1000 | | | |
| 13 ~ 16 | 5000 | 100 | 无 | |
| 17 ~ 20 | 50,000 | | | |

对于所有测试数据, $1 \le T \le 100$, $1 \le N \le 50000$, $1 \le L_{i,j} \le j$ 。

【提示】

本题部分测试点的输入规模较大,请注意读入效率。