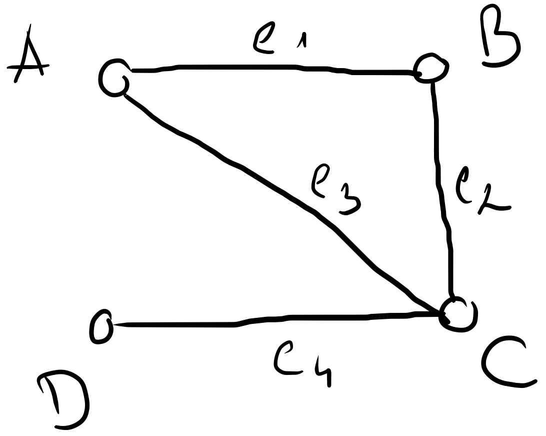
Gráf: 1) V: csúcsok halmaza

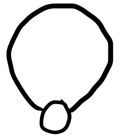
2) E: élek -||- $\varphi(e_1) = \{v_2, v_4\}$

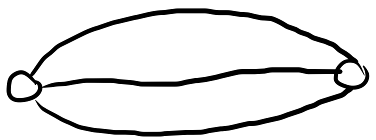
3) φ: leképezés

$G = (V, E, \varphi)$ $V = \{A, B, C, D\}$ $\varphi = \{(e_1, \{A,B\}), (e_2, \{B,C\}), (e_3, \{A,C\}), (e_4, \{C,D\})\}$

$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

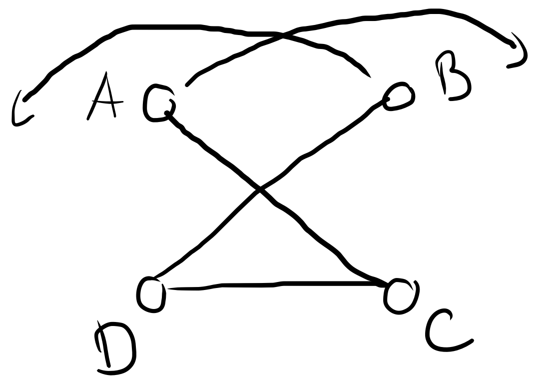


i) hurokél: 

ii) párhuzamos élek: 

Egyszerű gráf: sem hurokélt és sem párhuzamos éleket nem tartalmaz.

Izomorf gráf:



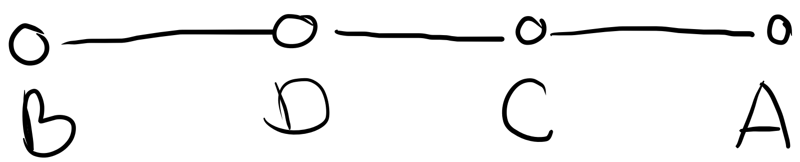
G

G'

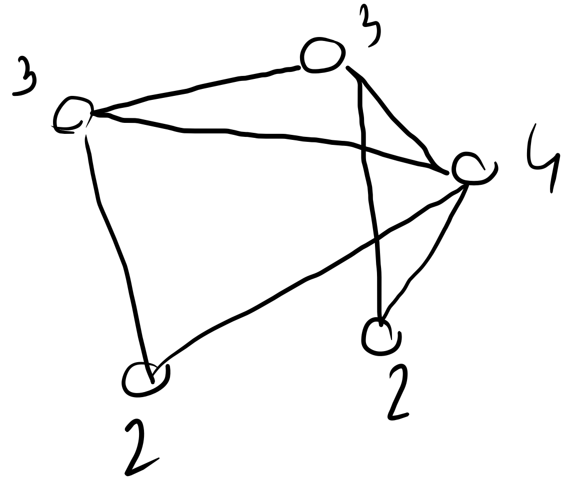
B - a
D - b
C - c
A - d

B és D
[illegible]

a és d
[illegible]



Fokszám:



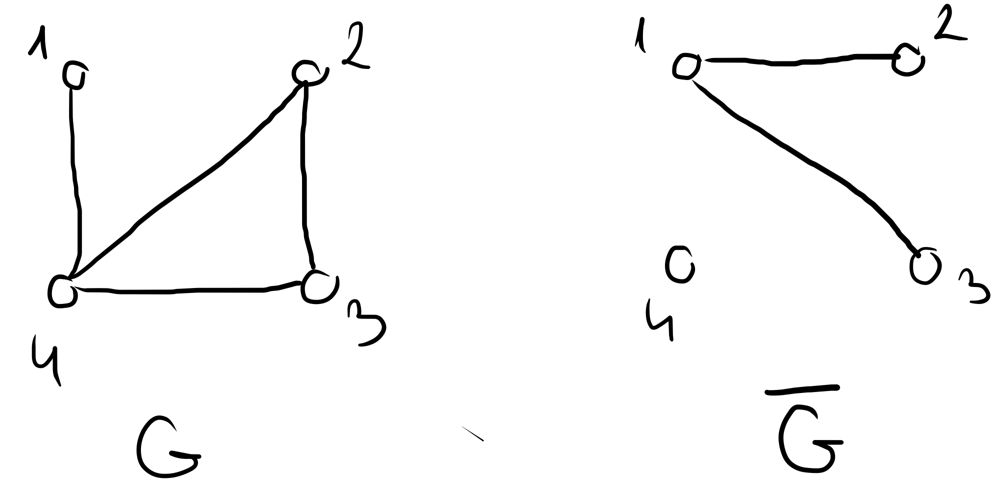
$V = \{v_1, \dots, v_k\}$

$\downarrow$

fokszám: $d_1, \dots, d_k$

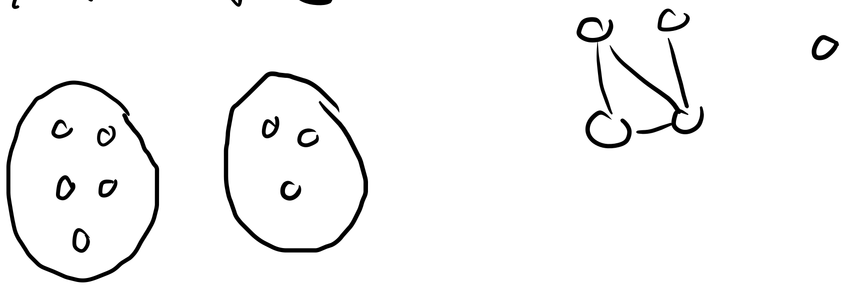
$\sum_{i=1}^{k} d_i = 2 \cdot |E|$ (páros)

Komplementer:



Összefüggő gráf:

bármely két csúcsa között vezet séta



i) **séta**:

$v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 \dots e_{n-1} v_n$

$v_i \in V$

$e_j \in E$

$\varphi(e_i) = \{v_i, v_{i+1}\}$

ii) **vonal**: egy élt legfeljebb egyszer használhatunk

iii) **út**: nincs benne csúcsismétlődés

iv) **kör**:

Fagráf:

összefüggő és körmentes

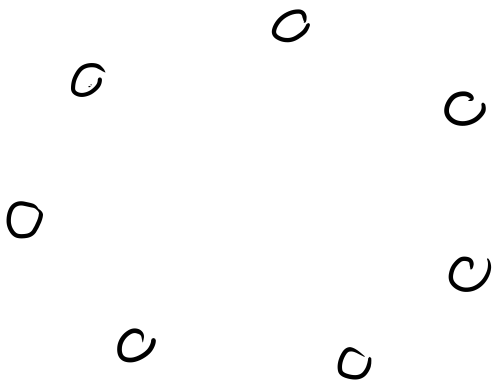
Ha G fagráf, melynek n csúcsa van, akkor $n-1$ éle van.

X. 4, 5

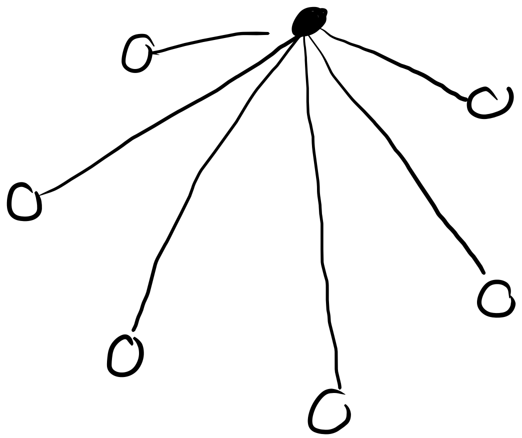
a) 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1

$\sum_{i=1}^{7} d_i = 19$ ptlan

ilyen gráf nem létezik

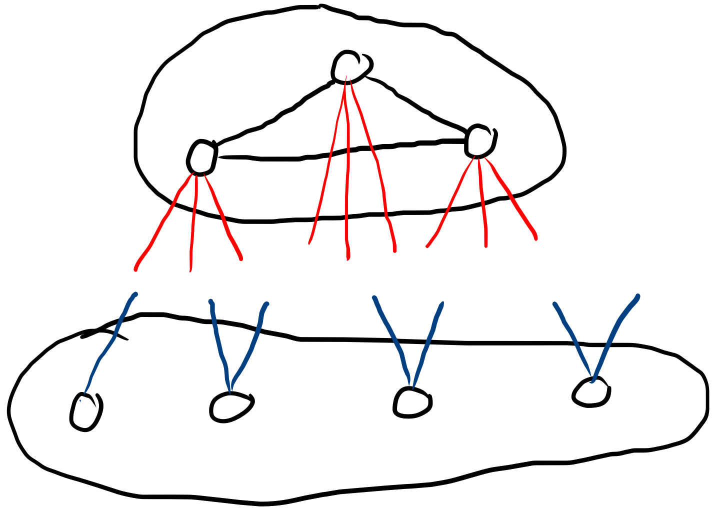


b) 6, 3, 3, 3, 3, 2, $\boxed{0}$



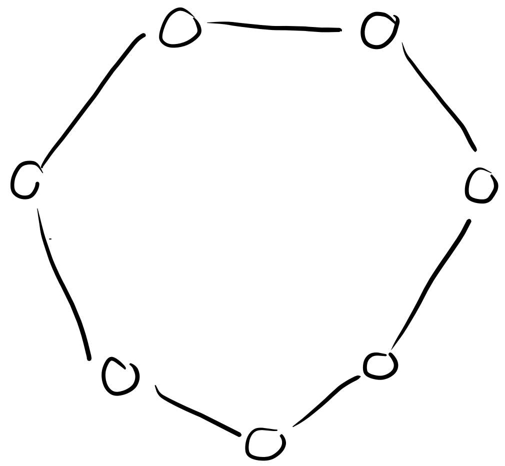
ilyen gráf (egyszerű) nem létezik

c) 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1

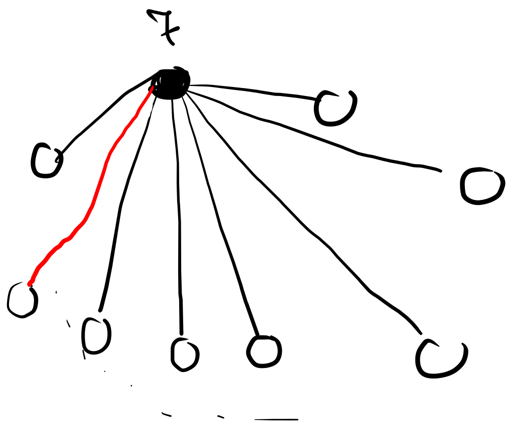


ilyen gráf (egyszerű) nem létezik

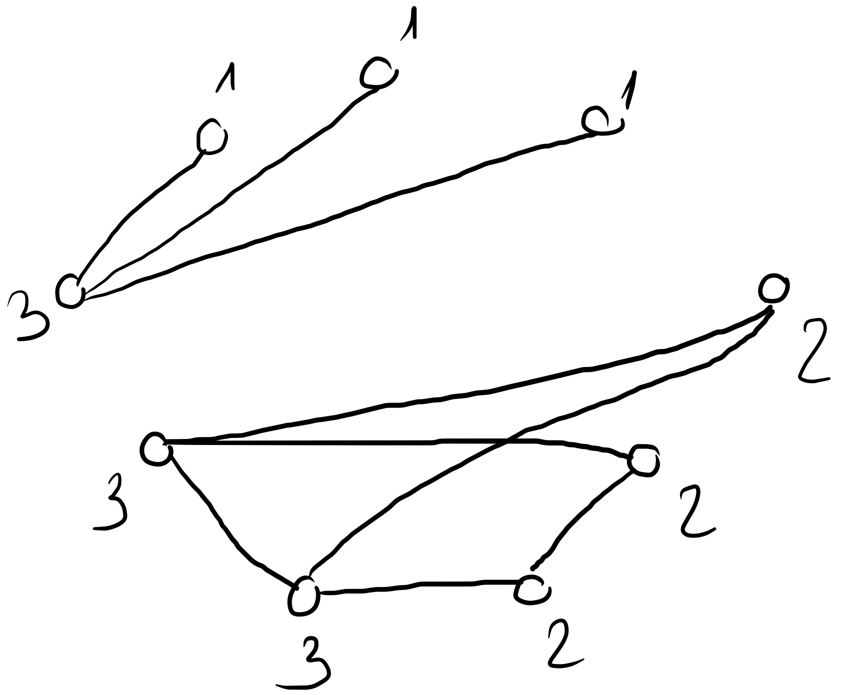
d) 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2



5) 7,7,7,6,6,6,5,5,5 : G $\longrightarrow$ $\bar{G}$: 1 1 1 2 2 2 3 3 3



$d_i^G = k \Rightarrow d_i^{\bar{G}} = n-1-k$

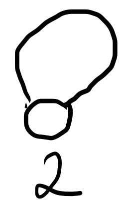


igen ilyen gráf (egyszerű) létezik

$\bar{G}$

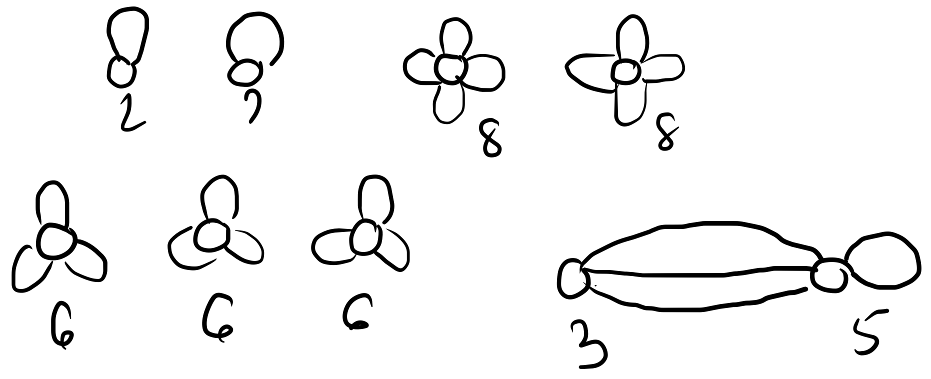
b) 6 6 5 4 4 3 2 2 1

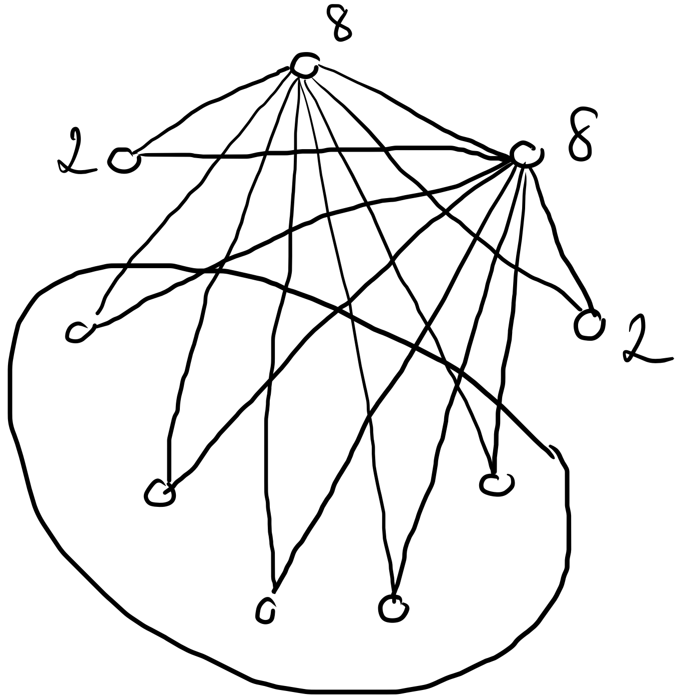
fokszámösszeg = 33 $\Rightarrow$ ilyen gráf nincsen

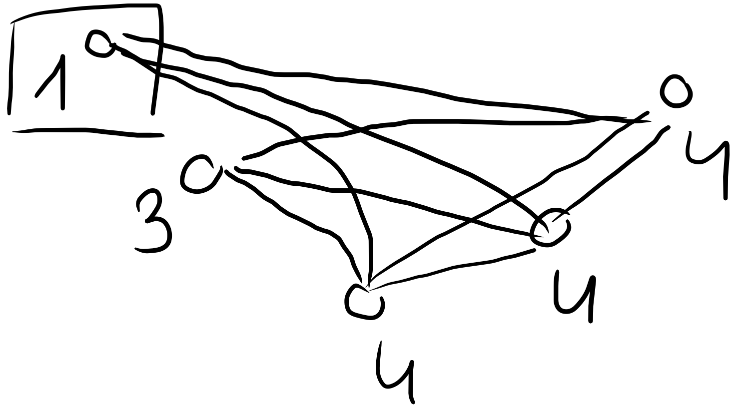


c) 2, 2, 3, 5, 6, 6, 6, 8, 8

ilyen egyszerű gráf nincsen







---

2) Van-e olyan 4 csúcsú gráf, mely izomorf a komplementerével? $n = 4$

G-ben a fokszámok: $d_1 \le d_2 \le d_3 \le d_4$

$\bar{G}$-ben — // — $n-1-d_4 \le n-1-d_3 \le n-1-d_2 \le n-1-d_1$

$d_1 = 3 - d_4$

$d_2 = 3 - d_3$

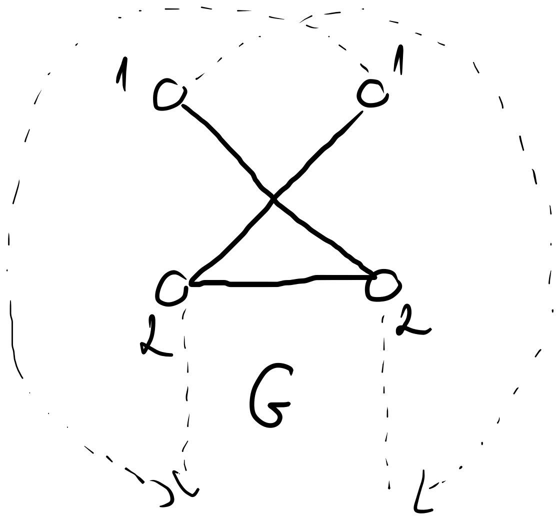
$d_3 = 3 - d_2$

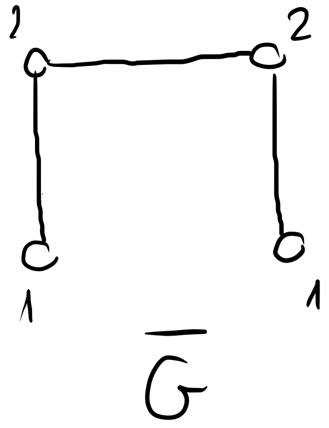
$d_4 = 3 - d_1$

$$\boxed{\begin{matrix} d_1 + d_4 = 3 \\ d_2 + d_3 = 3 \end{matrix}}$$

d_1	d_2	d_3	d_4
0	0	3	3
0	1	2	3
1	1	2	2

} ilyen gráf nem létezik





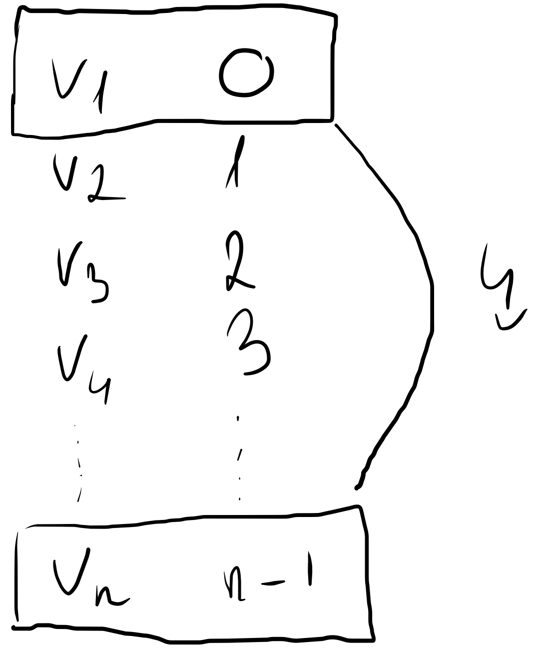
Szorg: i) 5 csúcs ; ii) 6 csúcs

---

7) a) n csúcsú egyszerű gráf : $\exists\, i, j \in V : d_i = d_j$

<u>Indirekt</u>: tfh: minden csúcsnak a foka különböző :

max fokszám $= n-1$
min —||— $= 0$ } n db egész szám



8) $|E| = e$ $\quad$ $e < n \Rightarrow$ van elsőfokú csúcsa

$|V| = n$

összefüggő $\quad$ <u>Indirekt</u>: tfh $e < n \Rightarrow$ nincs elsőfokú csúcsa

összefüggő $\Rightarrow$ nem lehet 0 fokszámú csúcsa

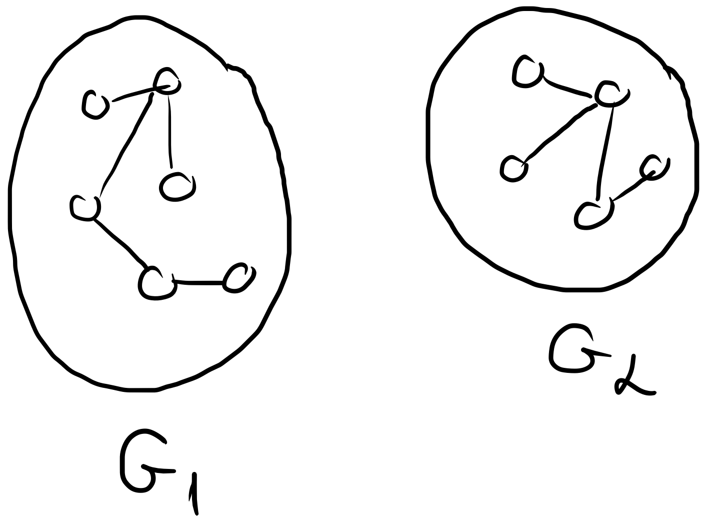
indirekt $\Rightarrow$ nincs elsőfokú sem

$\forall i\ d_i \geq 2$

$$2 \cdot e = \sum_{i=1}^{n} d_i \geq 2n \Rightarrow 2e \geq 2n \Rightarrow e \geq n \ ↯$$

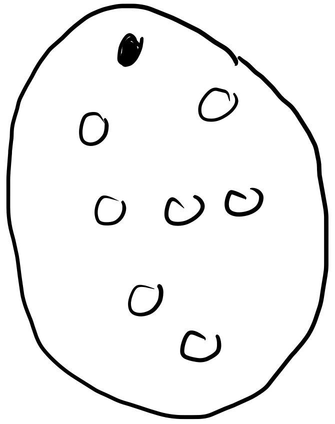
10, $2n$ csúcs ; $\forall i : d_i \geq n \Rightarrow G$ összefüggő

Indirekt: de G nem öf.

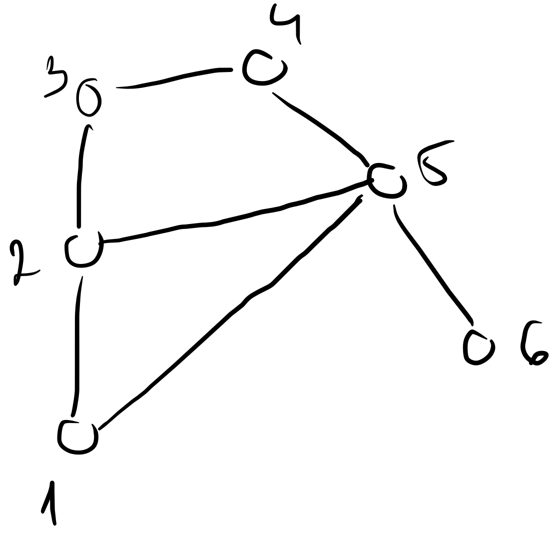


$\min(|V_1|, |V_2|) \leq n \Rightarrow$ ebben a komponensben a max. fokszám $n-1$ lehet.

↯



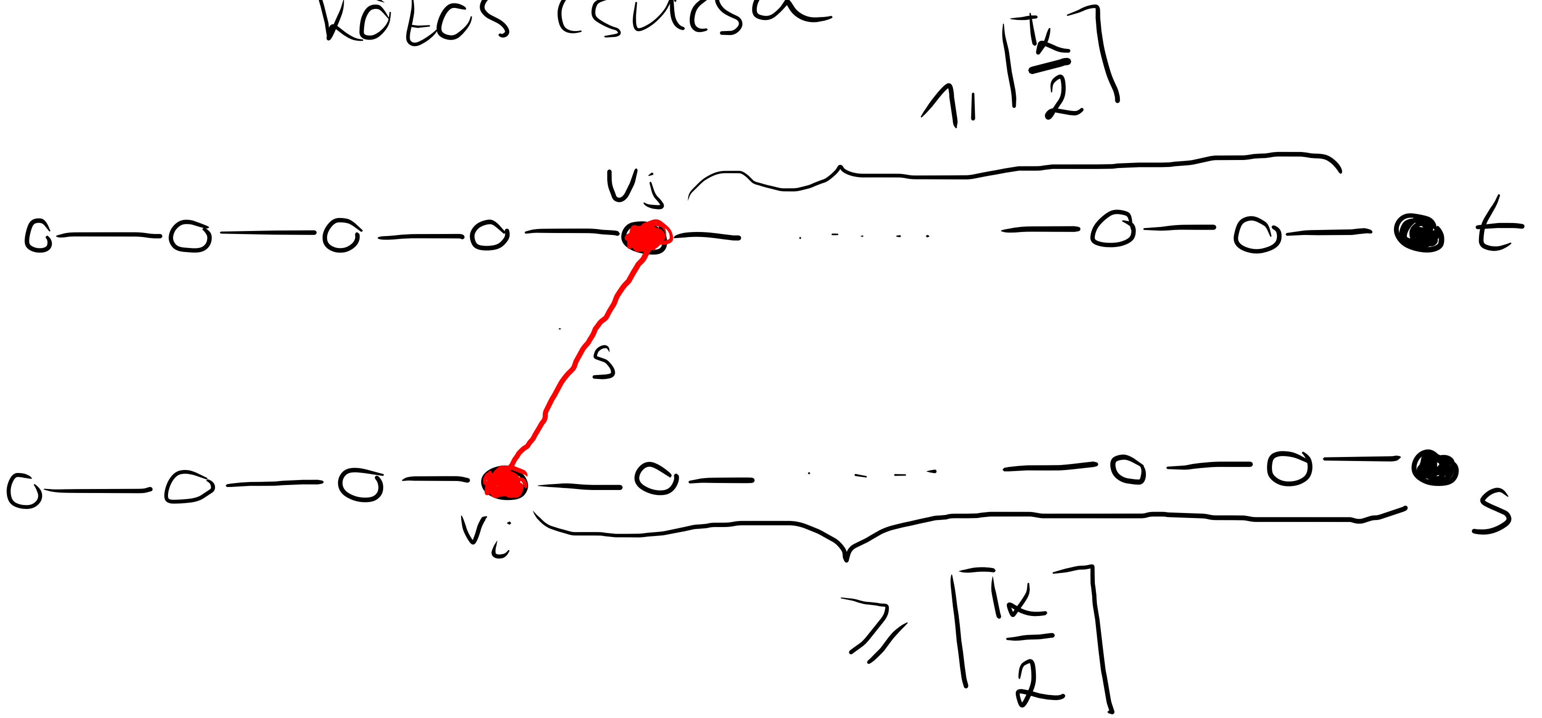
22,



vegyük két leghosszabb utat, ezeknek kell hogy legyen közös csúcsa.

<u>Indirekt</u>: a leghosszabb út hossza: k

Tfh, hogy van két ilyen melyeknek nincs közös csúcsa



összefüggő :

$s \to v_i \to v_j \to t$: $\geq \underbrace{\lceil \frac{k}{2} \rceil + \lceil \frac{k}{2} \rceil + 1}_{> k}$ ↯

6, 9, 12,