Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 2

Тема: Построение и программная реализация алгоритма полиномиальной интерполяции табличных функций.

Студент: Фролов Е.А.

Группа: ИУ7-45Б

Оценка (баллы): ________

Преподаватель: Градов В.М.

Москва
2021 г

Цель работы.

Получение навыков построения алгоритма интерполяции таблично заданных функций двух переменных.

Исходные данные

1) Степень аппроксимирующих полиномов - (nx и ny).
2) Значение аргументов x и y, для которых выполняется интерполяция
3) Таблица функции

y \ x	0	1	2	3	4
0	0	1	4	9	16
1	1	2	5	10	17
2	4	5	8	13	20
3	9	10	13	18	25
4	16	17	20	25	32

Выходные данные

Результат интерполяции z(x,y) при различных входных данных

Анализ алгоритма

Принцип многомерной интерполяции, используя метод Ньютона

Используя метод Ньютона, проходя по строкам таблицы, рассчитывается результат интерполяции между строкой и массивом значений X и результат заносится в некоторый отдельный массив

Затем интерполяция производится по получившемуся массиву и массиву значений для Y.

Код программы

```
def input_file(file_name):
    try:
        f = open(file_name)
    except:
        print("Ошибка. Файл не найден")
        return []
    table = []
    count = 0

    for lines in f:
        array = []
        array = [float(num) for num in lines.split()]

        table.append(array)
        count += 1

        f.close()
        return table

def in_data():
    print("\nВведите:\n")

    nx = int(input("Степень аппроксимирующего полинома для x: "))
    ny = int(input("Степень аппроксимирующего полинома для y: "))

    if (nx <= 0) or (ny <= 0):
        print("Ошибка. Степень должна бытб > 0")
        return -1, -1, -1, -1, -1

    try:
        x = float(input("Значение x: "))
        y = float(input("Значение y: "))
    except:
        print("Ошибка. Неверный ввод")
        return -2, -2, -2, -2, -2

    return 0, nx, ny, x, y

def print_tab(table):
    print("x/y\n")
    for i in range(len(table)):
        for j in range(len(table[0])):
            print("%-15.2f " %(table[i][j]), end = "")
    print()

def div_diffrent(x1, y1, x2, y2):
    if (abs(x1 - x2) > 1e-7):
        return (y1 - y2) / (x1 - x2)
```

```python
def ind_table(table, x, power):
    if (power >= len(table)):
        return -5

    ind = -1
    flag = 0
    for i in range(len(table)):
        if (x <= table[i][0]):
            ind = i - power // 2
            flag = 1
            break

    if (ind < 0):
        ind = 0

    if (flag == 0) or (ind + power + 1 > len(table) - 1):
        ind = len(table) - power - 1

    if (power <= 1):
        ind -= 1

    return ind

def newton_polynom(table, x, power):
    ind = ind_table(table, x, power)
    print("Ind = ", ind)

    res = table[ind][1]

    for i in range (power):
        k = 1
        for k in range (i + 1):
            k *= (x - table[ind + k][0])
        for j in range (power - i):
            table[ind + j][1] = div_diffrent(table[ind + j][0], table[ind + j][1], table[ind + j + i + 1][0], table[ind + j + 1][1])

        res += (k * table[ind][1])

    return res
```

```python
def mult_polynominal(table, nx, ny, x, y):
    x_list = []
    y_list = []

    for i in range(len(table)):
        x_list.append(i)
        y_list.append(i)

    tab = []
    res = []

    for i in range(len(table)):
        for j in range(len(table)):
            tab.append([x_list[j], table[i][j]])
            print(tab)
        res.append([y_list[i], newton_polynom(tab, x, nx)])
        tab.clear()

    result_xyz = newton_polynom(res, y, ny)

    return result_xyz

def main():
    arr = in_data()

    if (arr[0] != 0):
        return

    file_name = input("\nИмя файла: ")
    table = input_file(file_name)

    if (table == []):
        return

    print_tab(table)
    print()
    print("Многомерная интерполяция: ", mult_polynominal(table, arr[1], arr[2], arr[3], arr[4]))

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Пример работы программы

```
C:\Users\gimna\Desktop\BMSTU\ВычАлг\lab_02>python main.py

Введите:

Степень аппроксимирующего полинома для x: 4
Степень аппроксимирующего полинома для y: 1
Значение x: 1.5
Значение y: 1.5

Имя файла: table.txt
x/y

0.00            1.00            4.00            9.00            16.00
1.00            2.00            5.00            10.00           17.00
4.00            5.00            8.00            13.00           20.00
9.00            10.00           13.00           18.00           25.00
16.00           17.00           20.00           25.00           32.00

Многомерная интерполяция: 4.75
```

Результаты

Степень X	**Степень У**	**Аргумент X**	**Аргумент У**	**Результат**
1	1	1.5	1.5	5
1	2	1.5	1.5	4.75
2	1	1.5	1.5	4.75
2	2	1.5	1.5	4.5
3	3	1.5	1.5	4.5
4	4	1.5	1.5	4.5

Вопросы при защите лабораторной работы.

1. Пусть производящая функция таблицы суть z(x,y)=x^2 +y^2 . Область определения по x и y 0-5 и 0-5. Шаги по переменным равны 1. Степени nx = ny = 1, x = y = 1.5. Приведите по шагам те значения функции, которые получаются в ходе последовательных интерполяций по строкам и столбцу

От выполнения алгоритма, ожидаем следующее:
Решение:
Так как степени nx = ny = 1 и x = y = 1.5, то берется данный кусочек таблицы

x/y	1	2
1	2	5
2	5	8

В начале производится интерполяция по первой строке и столбцу X и в результате получаем значение 3.5. Затем проводим то же самое со второй строкой и получаем 6.5. Получаем массив [3.5, 6.5].

Затем будет произведена интерполяция по получившемуся массиву и столбцу Y, в результате получится число 5.

Чего мы и ожидали.

```
C:\Users\gimna\Desktop\BMSTU\ВычАлг\lab_02>python main.py

Введите:

Степень аппроксимирующего полинома для x: 1
Степень аппроксимирующего полинома для y: 1
Значение x: 1.5
Значение y: 1.5

Имя файла: table.txt
x/y

0.00          1.00          4.00          9.00          16.00
1.00          2.00          5.00          10.00         17.00
4.00          5.00          8.00          13.00         20.00
9.00          10.00         13.00         18.00         25.00
16.00         17.00         20.00         25.00         32.00

Многомерная интерполяция: 5.0
```

2. Какова минимальная степень двумерного полинома, построенного на

четырех узлах? На шести узлах?

Полином строится на n + 1 узлах. Тогда для 4 узлов, степень будет от 0 до 3. Для 6 узлов от 0 до 6.

3. Предложите алгоритм двумерной интерполяции при хаотичном расположении узлов, т.е. когда таблицы функции на регулярной сетке нет, и метод последовательной интерполяции не работает. Какие имеются ограничения на расположение узлов при разных степенях полинома?

Если узлы располагаются хаотически, тогда не получится использовать метод последовательной интерполяции. Принято использовать z = a + bx +cy. Коэффициенты находят по трем узлам, которые выбирают в окрестностях точки интерполяции

$$z_i = a + bx_i + cy_i,\ \ 0 \le i \le 2$$, здесь i - номер узла.

при полиноме первой степень узлы не должны лежать на одной прямой, при полиноме второй степени - на одной плоскости.

4. Пусть на каком-либо языке программирования написана функция, выполняющая интерполяцию по двум переменным. Опишите алгоритм использования этой функции для интерполяции по трем переменным.

Предположим интерполяция производится для данной функции трех переменных f(x, y, z). Тогда по алгоритму двумерной интерполяции, нужно произвести интерполяция по (x, y) n раз. Результат интерполяции записываем в массив. Затем также используем алгоритм интерполяции по двум переменным и выполняем интерполяцию для получившегося на предыдущем шаге массива и z. В итоге получаем нужный результат.

5. Можно ли при последовательной интерполяции по разным направлениям использовать полиномы несовпадающих степеней или даже разные методы одномерной интерполяции, например, полином Ньютона и сплайн?

Можно, потому что алгоритм не зависит от степени полиномов и от выбранного метода интерполяции.

6. Опишите алгоритм двумерной интерполяции на треугольной конфигурации узлов.

Если конфигурация узлов треугольная, то степень многочлена минимальна. Тогда многочлен n-ой степени в форме Ньютона для двумерной интерполяции можно будет представить в виде обобщения одномерного варианта записи следующим образом

$$P_n(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-1} z(x_0,\ldots,x_i,y_0,\ldots,y_j)\prod_{p=0}^{i-1}(x-x_p)\prod_{q=0}^{j-1}(y-y_q)$$