

Задача №3.

Для колебательной системы необходимо:

1. Вывести диф. уравнение малых свободных затухающих колебаний, если сила сопр-я движению тела $K\dot{x}$ пропор-а скорости, т.е. $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$, где γ - коэф. сопр-я.

2. Определить круговую частоту ω_0 и период T_0 свободных незат-х колеб-ий.

3. Найти круговую частоту ω и период T зат-х колеб-ий.

4. Вычислить логарифмич. декремент затухания.

5. Определить, используя начальные условия задачи и исходные данные нач-е амплитуду A_0 и фазу φ_0 колебаний.

6. Написать с учетом найд-х знач-ий фр-е колебаний.

Дано:

$$\gamma = 0,6 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

$$k_1 = 12 \text{ Н/м}$$

$$k_2 = 10 \text{ Н/м}$$

$$m = 0,04 \text{ кг}$$

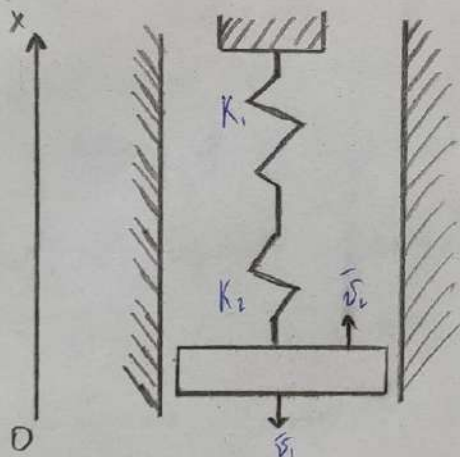
$$v_{10} = 0,2 \text{ м/с}$$

$$v_{20} = 0,2 \text{ м/с}$$

$$L = 0,48 \text{ м}$$

$$v_1 = 0,08 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 0 \text{ м/с}$$



1. Найдем диф. ур. свобод-х зат-х колеб-ий.

$$m a_x = \sum F_{ix}$$

т.к. пружины соединены послед-о, то

$$F = F_1 = -k_0 \Delta x$$

$$k_0 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$m a_x = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \Delta x + F_{сопр}$$

$$a_x = \ddot{x}; \quad v = \dot{x}$$

$$\omega_0 = ?$$

$$\omega = ?$$

$$T_0 = ?$$

$$T = ?$$

$$A_0 = ?$$

$$\varphi_0 = ?$$

$$g = ?$$

Запишем в проекции на Ox :

$$m \ddot{x} = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x - \gamma \dot{x} \quad | : m$$

$$\ddot{x} + \frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m} x + \frac{\gamma}{m} \dot{x} = 0 \quad - \text{дифо-е ур-е}$$

Следовательно, дифо. ур-е свободных зат-х колебаний имеет

$$\text{вид: } \ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\text{По условию: } \beta = \frac{\gamma}{2m} = \frac{0,6 \frac{\text{кг}}{\text{с}}}{2 \cdot 0,04 \text{ кг}} = 7,5 \text{ рад/с}$$

2) Круговая частота свободных незатух-х колебаний:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 10}{22 \cdot 0,04}} \approx 12 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Период свободных незатух-х колебаний:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \approx 0,523 \text{ с}$$

3) Частота свободных затух-х колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{12^2 - 7,5^2} \approx 9,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Период свободных затух-х колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{9,4} \approx 0,668 \text{ с}$$

4) Логарифм-й декремент затухания:

$$\delta = \beta T = 7,5 \cdot 0,668 \approx 5,01$$

5) Ур-е свободных затух-х колеб-ий:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Координата тела в начальный момент времени:

$$x(0) = e^{-\beta \cdot 0} \cdot \cos \varphi_0 = A_0 \cos \varphi_0 (1)$$

Проекция скорости в нач. момент времени.

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_1 = -A_0 (\beta \cos \varphi_0 + \omega \sin \varphi_0) \quad (2)$$

Разделим (2) на (1)

$$\frac{\dot{x}_1}{l - l_0 - l_{10}} = -\beta - \omega \operatorname{tg} \varphi_0 \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{\dot{x}_1}{(l - l_0 - l_{10})\omega} - \frac{\beta}{\omega}$$

$$\varphi_0 = -\arctg \left(\frac{\dot{x}_1}{(l - l_0 - l_{10})\omega} + \frac{\beta}{\omega} \right)$$

$$\varphi_0 = -\arctg \left(\frac{0,08}{(0,48 - 0,02 - 0,01) \cdot 9,4} + \frac{5,01}{9,4} \right) = -\arctg(0,6) \approx -0,57 \text{ рад}$$

Амплитуда A_0 :

$$A_0 = \frac{x(0)}{\cos \varphi_0} = \frac{l - l_0 - l_{10}}{\cos \varphi_0} = \frac{0,08}{0,858} \approx 0,09 \text{ м}$$

у р-е колебаний: $x(t) = 0,09 \text{ м} \cdot e^{-7,5t} \cos(9,4t - 0,57)$

Даны: 1. $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = 0$

2. $\omega_0 = 12 \text{ рад/с}$

$$T_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

3. $\omega = 9 \text{ рад/с}$

$$T = 7 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

4. $S = 5$

5. $l_0 = -5 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$

$$A_0 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

6. $x(t) = 9 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-8t} \cdot \cos(9t - 5 \cdot 10^{-2})$