$$\frac{dU}{dh} = U'(h) = 0 \Rightarrow h = \frac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0\rho g}$$

Ответ: $h = \dfrac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0\rho g}$

3.108.

Решение

$\varepsilon_1; \varepsilon_2$

$R_1; R_2 > R_1$

E_{max}: E_{1m} и E_{2m}

λ - лин-ая плот-ть заряда

$$E_{1m} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R_1 \varepsilon_1}$$

$$E_{2m} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R_2 \varepsilon_2}$$

$\lambda = \lambda$ Тогда

$$\underline{E_{1m} R_1 \varepsilon_1 = E_{2m} R_2 \varepsilon_2}$$

3.143.

Решение

$S; \Delta x; q; U$

A - ?

а) $q = \overline{const}$

$$W = \frac{q^2}{2C} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{x_1}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{x_2}$$

$$A = W_2 - W_1 = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) = \frac{q^2}{2}\left(\frac{x_2}{\varepsilon_0 S} - \frac{x_1}{\varepsilon_0 S}\right)$$

$$= \boxed{\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}(x_2 - x_1)}$$

б) $U = \overline{const}$

$$A = W_2 - W_1 = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{U^2}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{x_2} - \frac{\varepsilon_0 S}{x_1}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{\varepsilon_0 S U^2 (x_2 - x_1)}{2 x_1 x_2}}$$

Семинар №4.

3.228.

Решение:

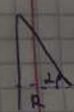
$I; R$

B - ?

Сумма любых индукций 2 сим-х токов будет направлена вправо $\Rightarrow \bar{B}$ напр. вправо

Индукция нити:

$$dB = \frac{\mu I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{r^2}\cos\alpha$$



$$dl\cos\alpha = r\,d\alpha \Rightarrow dl = \frac{r\,d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha\, R}\cdot\cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\sin\alpha\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Индукция всего проводника:

$$B = \int_0^{\pi} dB_n \cdot \sin\varphi$$

$$dB_n = \frac{\mu_0}{2\pi R} dI = \frac{\mu_0}{2\pi R}\frac{I\, d\varphi}{\pi}$$

$$B = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \sin\varphi \, d\varphi = -\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \cos\varphi \Big|_0^{\pi} =$$

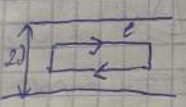
$$= \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$

3.233. Решение

j; $2d$; x

$B(x)$ - ?



По т. о циркуляции

$$\oint B\, dl = \mu_0 j 2 x l$$

$$I = 2x l j$$

Если $l \gg x$, то интегралом по $\perp$ составл-ей можно пренебречь и:

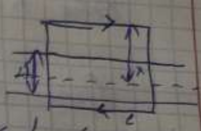
$$B \cdot 2l = \mu_0 2 x l j$$

$$B = \mu_0 x j$$

Возьмем $x > d$

$$\oint B\, dl = \mu_0 I = \mu_0 2 d l j$$

$$B 2l = \mu_0 2 d l j \quad B = \mu_0 d j$$



Ответ: при $x \leq d$: $B = \mu_0 x j$

3.239. Решение

r; $B = br^{\alpha}$

$j(r)$ - ?

По т. о циркуляции

$$B_{\varphi} 2\pi r = \mu_0 \int_0^r j(r') \cdot 2\pi r' dr'$$

$$b r^{\alpha+1} = \mu_0 \int_0^r j(r') r' dr'$$

Дифференц-ем:

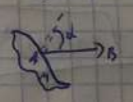
$(\alpha+1) b r^{\alpha} = \mu_0 j(r) r$ в итоге:

$$\boxed{j(r) = \frac{b(\alpha+1)}{\mu_0} r^{\alpha-1}}$$

3.281 Решение

B; α; μ

B' - ?



$$B' = \sqrt{B_n^2 + B_{\tau}^2}$$

$$B_{2n} = B_{1n}$$

$$H_{2\tau} = H_{1\tau}$$

$$B_n = B\cos\alpha$$

$$B_{\tau} = \mu\mu_0 H_{\tau} = \mu\mu_0 H_{0\tau} = \mu (B)_{\tau} = \mu B \sin\alpha$$

Ответ: $B' = B\sqrt{\cos^2\alpha + 4^2\sin^2\alpha}$

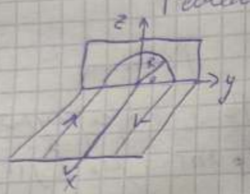
Домашняя работа № 4.

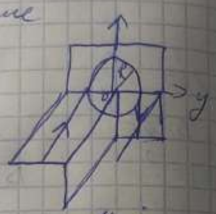
3.231

Решение

$I;\ R$

$B - ?$





а) $B_0 = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\bar{k}) + \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\pi(-\bar{i}) + \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\bar{k}) = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}[2\bar{k} + \pi\bar{i}]$

$\Rightarrow \boxed{|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\sqrt{\pi^2 + 4}}$

б) $\bar{B}_0 = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\bar{k}) + \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\pi(-\bar{i}) + \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(-\bar{i}) = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R}[\bar{k} + (\pi+1)\bar{i}]$

$\Rightarrow \boxed{|\bar{B}_0| = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\sqrt{1 + (\pi+1)^2}}$

3.249

$N = 100$

$I,\ a;\ b$

$B - ?$

$P_m - ?$

Решение:

а) Магнитная индукция одного витка (окружности)

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2z}$ (1)

$dN = \frac{N}{b-a}dz$ (2)

Подставим (1) и (2)

$B = \int B_1\, dN = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)}\int_a^b \frac{dz}{z} = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)}\ln z\Big|_a^b = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)}\ln\frac{b}{a}.$

б) Магнитный момент одного витка

$P_m = IS = I\pi r^2$

$P_m = \int P_{m_1} dN = \int_a^b I\pi r^2 \frac{N}{b-a}dz = \frac{I\pi N}{b-a}\frac{z^3}{3}\Big|_a^b = \frac{I\pi N(b-a)(b^2+ab+b^2)}{3(b-a)} = \frac{1}{3}I\pi N(b^2+ba+a^2)$

Ответ: а) $B = \frac{\mu_0 I N}{2(b-a)}\ln\frac{b}{a}$

б) $P_m = \frac{1}{3}I\pi N(b^2+ba+a^2)$