Интегрируем $\int_0^{2\pi} \cos\varphi \, d\varphi = 0$

$\frac{\lambda_0 R^2 \cos\varphi \, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}} \times \{\cos\varphi$ вдоль OX, $\sin\varphi$ вдоль $OY\}$

Интегрируем вдоль оси OY уйдет

Тогда:

$$E = E_x = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}} \text{; для } x \gg R$$

$$T_0 \quad E_x = \frac{\lambda_0 \pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 x^3} = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 x^3}$$

3.36

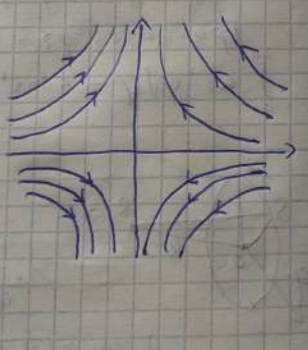
а) $\varphi = a(x^2 - y^2)$

б) $\varphi = axy$

Решение

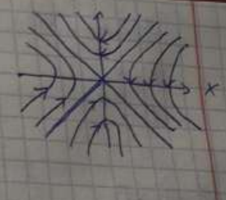
При $\varphi = a(x^2 - y^2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \bar{E} = -\bar{\nabla}\varphi = -2a(x\bar{i} - y\bar{j})$



б. $\varphi - axy$

$E = \bar{\nabla}\varphi = -ay\bar{i} - ax\bar{j}$



Семинар №2.

3.23

R; $\rho = \frac{a}{r}$

$\varepsilon = 1$

q?; E - ?

Решение

по т. Гаусса

$E 4\pi r^2 = \frac{q_\Sigma}{\varepsilon_0} =$

$= \cancel{\frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0}\int_R^r}$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0}\int_R^r \frac{a}{r} 4\pi r^2 \, dr$$

После интегр-я:

$$E 4\pi r^2 = \frac{(q - 2\pi a R^2)}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi a r^2}{2\varepsilon_0}$$

E зависит от r при $= 0$ $\quad (q = 2\pi a R^2)$

тогда: $q = 2\pi a R^2$ $\quad \leftarrow \quad \left(E 4\pi r^2 = \frac{4\pi a r^2}{2\varepsilon_0}\right)$

$$E = \frac{a}{2\varepsilon_0}$$

3.25.

ρ; a;

E - ?

$\Phi = \oint E\,dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$ES = \frac{\rho}{\varepsilon_0} V$

$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

По т. Гаусса $E = \left(\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\right)\bar{r}$

$E_0 = E_+ + E_-$

$\Rightarrow \bar{E} = \frac{\rho \bar{a}}{3\varepsilon_0} + \frac{(-\rho)\cdot(\bar{0})}{3\varepsilon_0}$

Ответ: $\bar{E} = \frac{\rho \bar{a}}{3\varepsilon_0}$

3.87.

ρ; R; ε

E - ?

σ' - ? ρ' - ?

Решение

$Q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

$\frac{q}{Q} = \frac{r^3}{R^3}$

$E = k\frac{|q|}{r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} \Rightarrow$

$\Rightarrow \varphi \sim -\frac{r^2}{\varepsilon}$

При $r > R$ поле от шара = поле заряда Q в центре шара:

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \varphi \approx \frac{1}{r}$

$\rho' = -\operatorname{div}\bar{P}$

$P = E\lambda\varepsilon_0$; где $\lambda = \varepsilon - 1$

$\rho' = -\operatorname{div}\left(\frac{\rho r}{3\varepsilon}(\varepsilon - 1)\bar{e}_r\right) = -\frac{\rho(\varepsilon-1)}{3\varepsilon\varepsilon_0 \sin\theta}\frac{\partial (r^3 \sin\theta)}{\partial r} =$

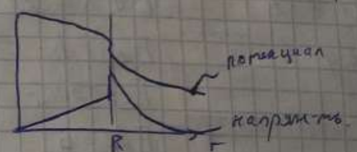
$= -\rho\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$

Поверх-я плотность:

$\sigma' = P_{1n} - P_{2n} = P_{1n} = E(r=R)\lambda) = \frac{\rho R(\varepsilon - 1)}{3\varepsilon}$ | $P_{2n} = 0$

$\lambda = 0$ для вакуума.

Ответ: $E(r \le R) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon}$ $E(r > R) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$



Ответ: б) $\rho' = -\rho\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ $\sigma' = \frac{\rho R(\varepsilon - 1)}{3\varepsilon}$

3.85.

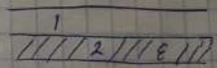
$E_1 = E_0$

ε:

E - ?

D - ?

Решение



а. $D_1 = D_2$ // $\varepsilon E_2 = E_1$

$E_1\frac{d}{2} + E_2\frac{d}{2} = E_0 d$ // $E_1 + E_2 = 2E_0$

$\Rightarrow E_2 = \frac{2E_0}{\varepsilon + 1}$ и $E_1 = \frac{2\varepsilon E_0}{\varepsilon + 1}$ и

$D = D_2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon + 1}$

б. $D_1 = D_2 \parallel \varepsilon E_2 = E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_0$

В итоге $E_1 = E_0$, $E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon}$ и $D_1 = D_2 + \varepsilon_0 E$

Домашняя работа №2.

3.29.

λ; $\frac{r_2}{r_1} = 2$

$\Delta\varphi$ - ?

Решение

$E\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \lambda\,dl$

$E\,2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$E\,dl = 0$

$\varphi_1 - \varphi_2 = \int E(r)\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln(\eta)$

$= \frac{\lambda \ln \eta}{2\pi\varepsilon_0}$

Ответ: $\Delta\varphi = \frac{\lambda \ln \eta}{2\pi\varepsilon_0}$

3.89.

$\varepsilon = 5$; R

$E = 100$; R

σ_{max} - ?

q' - ?

Решение

$\bar{P} = \bar{D}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

$\bar{P} = \varepsilon\varepsilon_0 E\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \varepsilon_0 E(\varepsilon - 1)$

$\boxed{\sigma'_{max} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E}$

$q' = \int_0^1 (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E \cos\theta\, 2\pi R^2\, d(\cos\theta) =$

$= \boxed{\pi R^2 \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E}$

Семинар №3

3.105.

a, b; $a < b$

a, ε

b, $\varepsilon = \frac{\alpha}{r}$

C - ?

Решение

Внутр. й сфере сообщим заряд q и найдем $\Delta\varphi$.

По т. Гаусса:

а) $\Phi_D = \oint \bar{D}\,d\bar{S} = DS = 4\pi r^2 D = q \quad (a < r < b)$

$D = \frac{q}{4\pi r^2}$; $E = \frac{q}{4\pi r \varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

$\varphi = -\int E\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + C_1$

$\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 b} = \frac{q(b-a)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}$

$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \boxed{\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b - a}}$