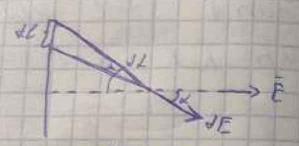
Семинар №1.

3.13. Решение

$q, 2a$

$E - ?$



$\lambda = \frac{q}{2a}$

а) $\cos\alpha = \frac{E_x}{E} = \frac{x}{r}$

$E = E_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{r_0^2}\cos\alpha$

$dl\cos\alpha = r_0 d\alpha$; $r_0 = \frac{r}{\cos\alpha}$

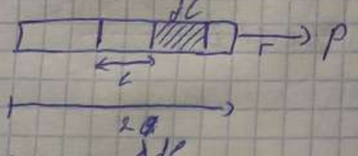
$dE_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r_0 d\alpha}{r_0^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha d\alpha$

$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\, 2\int_0^{\alpha_0}\cos\alpha d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r} 2\sin\alpha_0$

$\sin\alpha_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$

Тогда $E = \frac{q}{2a\,4\pi\varepsilon_0 r}\cdot 2\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{a^2+r^2}}}$

б)



$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 (r-l)^2}$

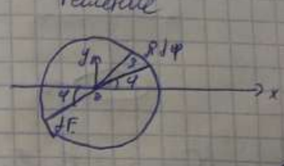
$E = \int dE = \int_0^a \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 (r-l)^2} + \int_0^a \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 (r+l)^2} \Big| \lambda = \frac{q}{2a}$

$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(r^2-a^2)}}$

3.20. Решение

$\sigma = \sigma_0\cos\varphi$

$E - ?$



Эл-ое поле в т. O = $\frac{\sigma_0\cos\varphi (R d\varphi)}{2\pi\varepsilon_0 R}$ → SO

При интегр-ии вдоль YO уходит

(Если $\frac{\sigma_0\cos\varphi d\varphi}{2\pi\varepsilon_0}\sin\varphi \neq 0$)

Тогда: $\int_0^{2\pi}\frac{\sigma_0\cos^2\varphi d\varphi}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$ вдоль XO; т.е. вдоль $\varphi = \pi$

3.28. Решение

$R; q; -q; l$

$\Delta\varphi - ?$

$\varphi_A = k\frac{q}{R}$

$\varphi_B = -k\frac{q}{R}$

$\varphi_{AC} = k\frac{-q}{\sqrt{R^2+l^2}}$

$\varphi_{BC} = k\frac{q}{\sqrt{R^2+l^2}}$

$\varphi_1 = \varphi_A + \varphi_{AC} = k\frac{q}{R} - k\frac{q}{\sqrt{R^2+l^2}}$

$\varphi_2 = \varphi_{BC} + \varphi_B = k\frac{q}{\sqrt{R^2+l^2}} - k\frac{q}{R}$

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k\frac{2q}{R} - k\frac{2q}{\sqrt{R^2+l^2}} = 2kq\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2+l^2}}\right)$

3.61.   Решение

$R; q; l$

$\sigma - ?$

$E_n = 0 \; ; E = E_l$

$dE_l = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+l^2)} \cos\varphi$

$dq = \frac{q}{2\pi R} dx \qquad \cos\varphi = \frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}}$

$E = \int dE_l = \int_0^{2\pi R} \frac{ql}{2\pi R} \frac{dx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$

$E = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{ql}{(l^2+R^2)^{3/2}} (-\bar{n})$

$\bar{n}$ - вн-яя нормаль

$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow$

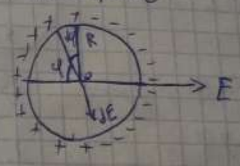
$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{-ql}{2\pi (R^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}}$

Домашняя работа №1.

3.12.   Решение

$R; \lambda = \lambda_0 \cos\varphi$

$\bar{E} - ?$



а) Вектор E в т. O направле →

Проекция dE на E:

$dE \cos\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{R^2} \cos\varphi$

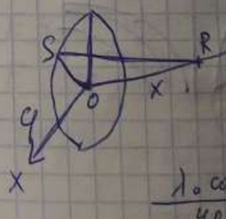
где $dq = \lambda R d\varphi = \lambda_0 R \cos\varphi d\varphi$

$E = \frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R} \int_0^{2\pi} \cos^2\varphi d\varphi = \frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}$

При $\langle \cos^2\varphi \rangle = \frac{1}{2}$

$\int_0^{2\pi} \cos^2\varphi d\varphi = \langle \cos^2\varphi \rangle 2\pi = \pi$

б)



В поле в т. P:

$\frac{\lambda_0 \cos\varphi d\varphi R}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)}$ вдоль SP

$\frac{\lambda_0 \cos\varphi d\varphi R}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)} \times \{\cos\varphi$ вдоль OP

при $\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$ $\quad \sin\varphi$ вдоль $OS\}$

Интегрируем $\int_0^{2\pi} \cos\varphi \, d\varphi = 0$

$\frac{\lambda_0 R^2 \cos\varphi \, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}} \times \{\cos\varphi$ вдоль OX

$\sin\varphi$ вдоль $OY\}$

Интегрируем вдоль оси OY уйдет

Тогда:

$$E = E_x = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}} \; ; \text{ для } x \gg R$$

$$\text{То } E_x = \frac{\lambda_0 \pi R^2}{4\pi \varepsilon_0 x^3} = \frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 x^3}$$

3.36.

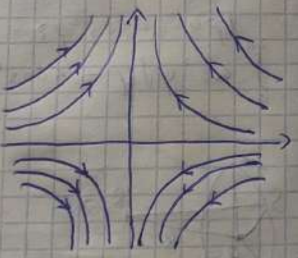
Решение

а) $\varphi = a(x^2 - y^2)$

б) $\varphi = axy$

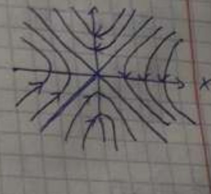
При $\varphi = a(x^2 - y^2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \bar{E} = -\bar{\nabla}\varphi = -2a(x\bar{i} - y\bar{j})$



б. $\varphi - axy$

$E = \bar{\nabla}\varphi = -ay\bar{i} - ax\bar{j}$



Семинар №2.

Решение

3.23.

R; $\rho = \frac{a}{r}$

$\varepsilon = 1$

q?; E - ?

По т. Гаусса

$E 4\pi r^2 = \frac{q_r}{\varepsilon_0} =$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_R^r \frac{a}{r} 4\pi r^2 \, dr$$

После интегр-я:

$$E 4\pi r^2 = \frac{(q - 2\pi a R^2)}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi a r^2}{2\varepsilon_0}$$

E зависит от r при $= 0$ $(q = 2\pi a R^2)$

Тогда: $q = 2\pi a R^2$ $\Leftarrow$ $\left(E 4\pi r^2 = \frac{4\pi a r^2}{2\varepsilon_0}\right)$

$$E = \frac{a}{2\varepsilon_0}$$