6 Семинар.

4.229

Дано

$\mu = 1$

$E_0 = 200$ В/м

$\varepsilon = 4$

$R = 0{,}5$ м

$t = 60$ с

$W - ?$

Решение

Среднее по вр-и знач. энер-ии = ф. зн. в-а Пойнтинга

$$S = \frac{1}{2} E_0 H_0$$

Из формулы $E_0 \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu \mu_0}$:

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0}}{\sqrt{\mu \mu_0}} E_0 \quad ; \quad \langle \bar{S} \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2$$

$$W = \langle \bar{S} \rangle \pi R^2 \cdot t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2 \pi R^2 \cdot t =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 0{,}25 \cdot 60 = 50 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

4.233

$\omega = 10^3$

$R = 6 \cdot 10^{-2}$

$\varepsilon = 1$; $\mu = 1$

$\frac{W_{макс\ эл}}{W_{макс\ м}} - ?$

Решение

$$W_м = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV \qquad B = \mu_0 n I$$

$$W_м = \frac{(\mu_0 \cdot n \cdot I^2)}{2\mu_0} \cdot (\pi R^2 h) = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 \pi R^2 \cdot h$$

$$W_{эл} = \int \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV$$

Циркуляция E по кругу $(r < R)$

$$\int E dl = \frac{d}{dt} \int B dS \quad ; \quad E(r) 2\pi r = \frac{d}{dt} \left[(\mu_0 n I)(\pi r^2) \right]$$

$$I = I_0 \sin(\omega t)$$

$$E(r) 2\pi r = \pi r^2 \mu_0 \cdot n \frac{d}{dt} (I_0 \sin(\omega t)) \Rightarrow 2 E(r) \pi r = -\pi r^2 \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \omega$$

$$E(r) = -\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \omega r$$

Объем кольца толщиной dr - dV

$$dV = \pi r^2 h - \pi (r + dr)^2 \cdot h = 2\pi h r dr - \pi h \cdot dr^2$$

$$dV = 2\pi h r \cdot dr$$

$$W_{эл} = \int_0^R \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int_0^R \frac{\varepsilon_0}{2} \left(-\frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega r \right)^2 \cdot (2\pi h r) dr =$$

$$= \frac{1}{16} R^4 \varepsilon_0 \mu_0^2 n^2 I_0^2 \cos(\omega t)^2 \cdot \omega^2 \cdot \pi h$$

$$\frac{W_{эл}}{W_м} = \frac{\left(\frac{1}{16} R^4 \cdot \varepsilon_0 \mu_0^2 n^2 \cdot I_0^2 \cdot \cos(\omega t)^2 \omega^2 \pi h \right)}{\left(\frac{1}{2} \mu_0 \cdot n^2 \cdot (I_0 \cdot \sin(\omega t))^2 \cdot \pi R^2 \cdot h \right)}$$

$$\frac{W_{макс\ эл}}{W_{макс\ м}} = \frac{\left(\frac{1}{16} R^4 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0^2 n^2 I_0^2 \omega^2 \cdot \pi h \right)}{\left(\frac{1}{2} \mu_0 n^2 \cdot I_0^2 \cdot \pi R^2 h \right)} = \frac{1}{8} R^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \omega^2$$

4.234

Дано

Q, R, ε_0

Решение

Скорость увел-я энергии конд-ра

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \right) = \frac{Q Q'}{C} = \frac{d Q Q'}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$

$$E = \frac{Q}{\pi R^2 \varepsilon_0}$$

$$I = \frac{dD}{dt} = \frac{Q'}{\pi R^2 \varepsilon_0}$$

$$2\pi r H_0(r) = \pi r^2 \frac{Q'}{\pi R^2} = \frac{Q' r}{2\pi R^2} \Rightarrow H_0 = \frac{Q}{2\pi R}$$

Вектор Пойнтинга : $S \frac{Q}{2\pi R} \cdot \frac{Q'}{\pi R^2 \varepsilon_0}$

Общий поток : $2\pi R d S = \frac{Q Q' d}{\pi R^2 \varepsilon_0}$

4.257

$r_0 = 10$ м

$E_m = 6$ В/м

$r = 20$ м

$\vartheta = 30°$

$\langle S \rangle$ - ?

Решение

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ $E_m = \frac{a}{r_0}$ $E = \frac{a\sin\vartheta}{r}$

$E = \frac{r_0 E_m}{r}\sin\vartheta$ $E = E_m\frac{r_0\sin\vartheta}{r}\cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{v}\right)$

$$S = EH = E^2\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} = \frac{E_m^2 r_0^2}{r^2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\sin^2\vartheta$$

$$\langle S \rangle = \frac{E_m^2}{2}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\sin^2\vartheta = \frac{36}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{120\pi} =$$

$$= \underline{3 \text{ мВт/м}^2}$$

ДЗ 6.

4.227

$E_1 = E_0\cos(\omega t - kx)$

$E_2 = E_0\cos(\omega t - kx + \varphi)$

$\langle S \rangle$ - ?

Решение

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S(t)\,dt$$

$$E_\Sigma = E_1 + E_2 = 2E_0\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$S(E_\Sigma) = \frac{kE_\Sigma^2}{\mu_0\omega} = \frac{k\cdot 4\cdot E_0^2\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right)}{\mu_0\omega}$$

$$\langle S \rangle = \frac{4E_0^2\cdot k}{T\mu_0\omega}\cdot\int_0^T\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos^2\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right)dt =$$

$$= \frac{4E_0^2 k}{T\mu_0\omega}\cdot\frac{\pi\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\omega} = \frac{4E_0^2 k\,\pi\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{2\pi\mu_0\omega} =$$

$$= \frac{2E_0^2 k\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\mu_0\omega}\ ;\ k = \frac{\omega}{c}\ ;\ c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\ ;\ \mu_0 = \frac{1}{c^2\varepsilon_0}$$

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2}\cdot 2(\cos\varphi + 1)\left(E_0^2\frac{c^2\varepsilon_0}{c}\right) = \boxed{\varepsilon_0 c E_0^2(1 + \cos\varphi)}$$

Семинар №7.

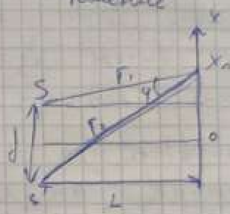
5.44.

$\psi \ll 1$

$\Delta x = \frac{\lambda}{\psi}$

l

Решение



$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d} = \frac{\lambda}{\frac{d}{l}}$$

$$\frac{d}{l} = \psi\ (\psi \ll 1)$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda}{\psi}}$$

5.82

$\lambda = 6{,}1\cdot 10^{-7}$

$n = 1{,}33$

$\alpha = 30°$

$\Delta t = 0{,}2$ с

$\frac{\Delta d}{\Delta t}$ - ?

Решение

$$\Delta = 2dn\cos\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \frac{1}{\sin\beta} = \frac{n}{\sin\alpha}\ ;\ \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}$$

$$\Delta = 2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$$

$$\Delta = m\lambda\ ;\ m = 1, 2$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m\lambda \Rightarrow d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

За Δt толщина уменьш-я на Δd

$$d - \Delta d = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

$$\Delta d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} - \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 1{,}8\cdot 10^{-6}$$

5.85

$n' = 1{,}5n$

λ_0

$b - ?$

Решение

Нужно чтобы оптич-я разность хода этих двух от расщепления волн на выходе из пленки должна быть = полуцелому числу длин волн

$$2bn' = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$$

$$b = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n'} = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4{,}5n}$$

5.91

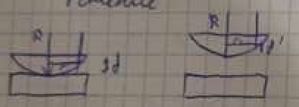
$R = 0{,}7\,м$

$r = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,м$

$\Delta h = 5 \cdot 10^{-6}\,м$

$r_x - ?$

Решение



$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = m\lambda$$

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2$$

$$R^2 = r^2 + R^2 - 2Rd + d^2$$

r и $R >> d \Rightarrow d^2$ - пренеб.

$$d = \frac{r^2}{2R} \Rightarrow \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$r = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda R} \Rightarrow m = \frac{1}{2} + \frac{r^2}{\lambda R}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta &= 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta &= m\lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow d' = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - \Delta h$$

$$d' = \frac{r^2}{2R} - \Delta h$$

$$r_x = \sqrt{R^2 - (R-d')^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rd' + d'^2} \quad т.к.\ R >> d'$$

$$\Rightarrow r_x = \sqrt{r^2 - 2R\Delta h} = 1{,}5\,мм$$

ДЗ 7.

5.10

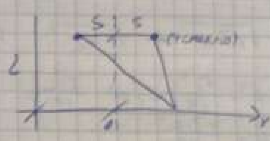
$L; d; h$

$x - ?$

Решение

$$\Delta_1' = (hn_0 - hn_0) = 0$$

$$\Delta_2' = hn_c - hn_0 = h(n_c - 1) \qquad n_c = 1{,}5$$



$$\Delta'' = \sqrt{L^2 + (x+s)^2} - \sqrt{L^2 + (x-s)^2} =$$

$$= L\sqrt{1 + \frac{(x+s)^2}{L^2}} - L\sqrt{1 + \frac{(x-s)^2}{L^2}}$$

Для опыта $\frac{s}{D} << 1$

$$\Delta'' = \frac{(x+s)^2 - (x-s)^2}{2L} = \frac{2s \cdot 2x}{2L} = \frac{2sx}{L}$$

При отсут-ии стекла

$\Delta = \Delta'' - \Delta_1'$ и центр интерф-й карт. $\Delta = 0$ в x

Со стеклом $\Delta = \Delta'' - \Delta_2'$

Центр смещается $0 = \Delta'' - \Delta_2'$

$$0 = x\frac{2s}{L} - h(n_c - 1)$$

$$x = \frac{hL}{d}(n_c - 1)$$

$x = 2 \cdot 10^{-3}\,м$ - в сторону со стекл-ой пластинкой

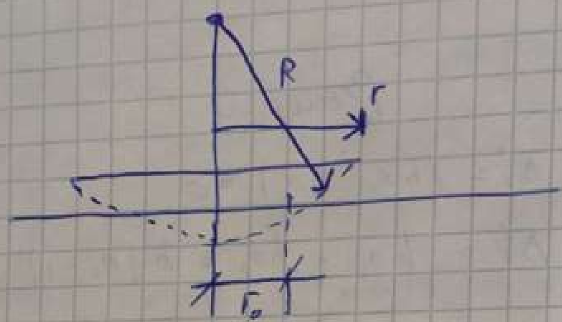
Решение

5.92

$r_0 = 3 \cdot 10^{-3}$

$R; \lambda; k$

$r_k - ?$



$$h = \sqrt{R^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r^2} \qquad R \gg r$$

$$h = R^2 - \frac{r_0^2}{2R} - \left(R^2 - \frac{r^2}{2R}\right)$$

$$h(r) = \frac{r^2 - r_0^2}{2R}$$

Опт-я разность хода первоотр-го луча и луча отраж-го от стек-ой пластины

$$\Delta = 2h$$

Радиус k-го светлого кольца

$$\Delta = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$2 \cdot \frac{r^2 - r_0^2}{2R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$r_k = \sqrt{R\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda + r_0^2} = 3.795 \cdot 10^{-3}\ м$$