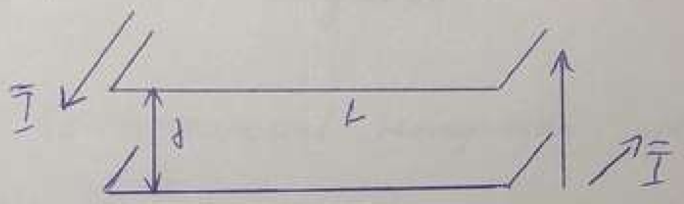
Задача 2.3 Фролов Евгений ИУ4-35Б

Вариант 21.

Два плоских проводника с токами I, текущими в противоп-х направлениях, разделены слоем магнетика толщиной d. Ширина проводников L. Магнитная проница-ть μ магнетика меняется в направлении оси y по закону $\mu = f(y)$.



$$\mu = \frac{y^n + d^n}{d^n}$$

$$\frac{d_0}{d} = 2 \qquad n = 2$$

$$d = \frac{d_0}{2}$$

Построить графи-и распр-я модулей векторов индукции и напряж-ти H магнитного поля, а также вектора намагниченности J в завис-ти от y в интервале значений от 0 до d. Определить поверх-ю плотность токов намагничивания i'_n на верхней и нижней поверхн-х магнетика и распределение объемной плотности токов намагн-я $i'_\delta(y)$. Опр-ть индукт-ть единицы длины этой двухполосной линии.

Дано

$$\mu = \frac{y^n + d^n}{d^n}$$

$$d = \frac{d_0}{2}$$

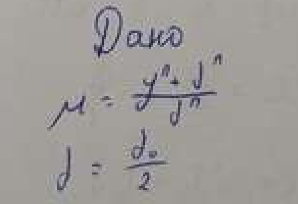
$$n = 2$$

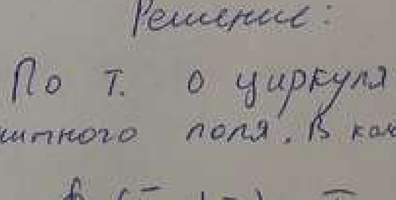
Решение:

По т. о циркуляции в-ра напряж-и магнитного поля. В качестве линии интегр-я берем прямоуг-к $Г_1$

$$\oint_{Г_1} (\bar{H}, d\bar{e}) = I$$

$$\oint_{Г_1} (\bar{H}, \bar{dl}) = \oint_{Г_1} H \cdot \cos 0 \cdot dl = H \oint_{Г_1} dl = Hl$$





l - ширина проводника

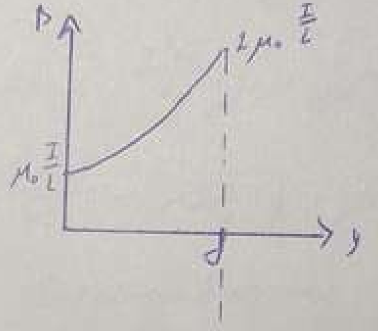
$$Hl = I \Rightarrow H = \frac{I}{L}$$

$$\frac{H(y)}{H(0)} = 1$$

Посчитаем магнитную индукцию:

$B = \mu\mu_0 H$

$B = \mu_0 \frac{I}{L} \frac{y^2 + d^2}{d^2}$

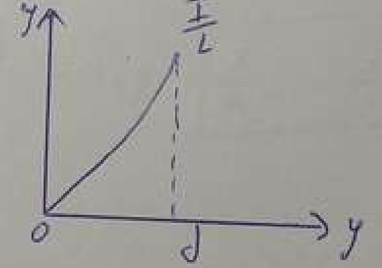


Намагниченность материала проводника

$J = \chi H$

$J = (\mu - 1) H = \left(\frac{y^2 + d^2}{d^2} - 1 \right) \frac{I}{L}$

$\Rightarrow \frac{y^2}{d^2} \frac{I}{L}$



Определим поверхн-ю плотность токов намагн-сти

По т. о циркуляции:

$\oint_L \vec{J}\, d\vec{l} = I'$ где I' - ток намагничинности.

$LJ = I' \Rightarrow I' = \frac{y^2}{d^2} I$

Продифференцируем:

$L\, dJ = dI'$

$L \frac{dJ}{dy} = \frac{dI'}{dy} \Rightarrow i'_n L = \frac{I\, 2y}{d^2}$

$i'_n = \frac{I\, 2y}{d^2 L}$ поверхн-я плотн-ть тока намагн-я на верхней и нижней поверх-х магнетика: $i'_n(0)$ - нет, т.к. на оне земл.

$i_n(d) = \frac{2I}{Ld}$

Для нахождения индуктивности единицы длины двухпр-й линии найдем поток в-ра B через продольное сечение единичной длины:

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = \int_0^d B(y)\,dy = \int_0^d \mu_0 \frac{I}{L} \frac{y^2 + d^2}{d^2} dy = \int_0^d \mu_0 \frac{I}{L}\left(\frac{y^2}{d^2} + 1\right) dy =$$

$$= \int_0^d \mu_0 \frac{I}{L} \frac{y^2 \cdot d^2}{d} dy + \int_0^d \mu_0 \frac{I}{L} dy = \frac{\mu_0}{d} \frac{I}{L} \frac{y^3}{3} \Big|_0^d + \mu_0 \frac{I}{L} y \Big|_0^d =$$

$$= \frac{\mu_0 I d^3}{dL} + \mu_0 \frac{I}{L} d = \mu_0 \frac{I}{L} d^2 + \mu_0 \frac{I}{L} d = \mu_0 \frac{I}{L} d(d+1)$$

$\Rightarrow$ Индуктивность: $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 d(d+1)}{L}$

Проверка:

$$I' = \int i_{пов}\, dl + \int i_{об}\, dV = \int_0^d i_{пов} S\, dy + \int_0^d i_{об} S\, dy =$$

$$= \int_0^d \frac{2yI}{4d^2} S\, dy - \int_0^d \frac{2yI}{4d^2} S\, dy = \boxed{\frac{I}{L} S - \frac{I}{L} S = 0}$$

Ответ: $i_н = \frac{I 2y}{d^2 L}$

$L = \frac{\mu_0 d(d+1)}{L}$

$B = \mu_0 \frac{I}{L} \cdot \frac{y^2 + d^2}{d^2}$

$j = \frac{y^2}{d^2} \frac{I}{L}$

$I' = \frac{y^2}{d^2} \cdot I$