б. $D_1 = D_2 \quad // \quad \varepsilon E_2 = E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_0$

В итоге $E_1 = E_0$, $E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon}$ и $D_1 = D_2 + \varepsilon_0 E$

Домашняя работа №2.

3.29.

$\lambda;\ \frac{r_2}{r_1} = 2$

$\Delta\varphi$ - ?

Решение

$E\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \lambda\, dl$

$E\, 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$E\,dl = 0$

$\varphi_1 - \varphi_2 = \int E(r)\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln(\eta) = \frac{\lambda \ln \eta}{2\pi\varepsilon_0}$

Ответ: $\Delta\varphi = \frac{\lambda \ln \eta}{2\pi\varepsilon_0}$

3.59.

$\varepsilon = 5;\ R$

$E = 100;\ R$

σ_{max} - ?

q' - ?

Решение

$\bar{P} = \bar{D}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

$\bar{P} = \varepsilon\varepsilon_0 E\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \varepsilon_0 E(\varepsilon - 1)$

$\boxed{\sigma'_{max} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E}$

$q' = \int_0^1 (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E \cos\theta\, 2\pi R^2\, d(\cos\theta) = \boxed{\pi R^2 \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E}$

Семинар №3

3.105.

$a, b;\ a < b$

$a;\ \varepsilon$

$b;\ \varepsilon = \frac{\alpha}{r}$

C - ?

Решение

Внутр-й сфере сообщим заряд q и найдем $\Delta\varphi$.

По т. Гаусса:

а) $\Phi_D = \oint \bar{D}\,d\bar{S} = DS = 4\pi r^2 D = q \quad (a < r < b)$

$D = \frac{q}{4\pi r^2};\quad E = \frac{q}{4\pi r \varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

$\varphi = -\int E\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + C_1$

$\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 b} = \frac{q(b-a)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}$

$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \boxed{\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b - a}}$

б) $\Phi_E = \oint D\,dS = DS = D\,4\pi r^2 = q$

$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \lambda r}$

$\varphi = -\int E\,dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\lambda} \cdot \ln|r|$

$\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\lambda} \ln a +$

$+ \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\lambda} \ln b = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\lambda} \ln\frac{b}{a}$

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_0\lambda}{\ln\frac{a}{b}}}$$

3.111. Решение

$a \ll b$ Расположим по другую сторону

$C - ?$ плоскости симм-и провод первому

Тогда:

$C_{пл}$ - ем-ть м/д проводом и плос-ю $\quad \frac{1}{C_{пр}} = \frac{1}{C_{пр}} + \frac{1}{C_{пл}}$

$C_{пр}$ - м/д проводами $\quad 2C_{пр} = C_{пл}$

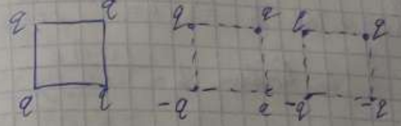
$C_{пр} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{2b}{a}}$

$C_{пл} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{2b}{a}}$

Ответ: $C_{пл} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{2b}{a}}$

3.129.

а.



Энергия взаим-я q_1 и q_2 - $\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

• $U_a = 4\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + 2\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}a)}$

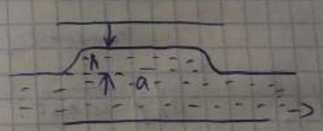
• $U_б = 4\frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + 2\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2})a}$

• $U_в = 2\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2})a} = -\frac{\sqrt{2}q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

3.146. Решение:

$\varepsilon;\ \rho;\ \sigma$

$h - ?$



$\frac{1}{2} h \rho g\, S h = \frac{1}{2}\rho g S h^2$

$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma$

$-\frac{1}{2}\sigma' E_0 = \frac{-1}{2}\sigma'\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{-(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$

$-S(a+h)\frac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

Полная энергия $U(h) = -S(a+h)\frac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{1}{2}\rho g S h^2$

$$\frac{dU}{dh} = U'(h) = 0 \Rightarrow h = \frac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 \rho g}$$

Ответ: $h = \frac{(\varepsilon-1)\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 \rho g}$

3.108.

$\varepsilon_1 ; \varepsilon_2$

$R_1 ; R_2 > R_1$

E_{max}: E_{1m} и E_{2m}

Решение

λ - лин-ая плот-ть заряда

$$E_{1m} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R_1 \varepsilon_1}$$

$$E_{2m} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R_2 \varepsilon_2}$$

$\lambda = \lambda$ Тогда

$$\underline{E_{1m} R_1 \varepsilon_1 = E_{2m} R_2 \varepsilon_2}$$

3.143.

$S ; \Delta x ; q ; U$

A - ?

Решение

а) $q = const$

$$W = \frac{q^2}{2C} \qquad C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{x_1} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{x_2}$$

$$A = W_2 - W_1 = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) = \frac{q^2}{2}\left(\frac{x_2}{\varepsilon_0 S} - \frac{x_1}{\varepsilon_0 S}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}(x_2 - x_1)}$$

б) $U = const$

$$A = W_2 - W_1 = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{U^2}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{x_2} - \frac{\varepsilon_0 S}{x_1}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{\varepsilon_0 S U^2 (x_2 - x_1)}{2 x_1 x_2}}$$

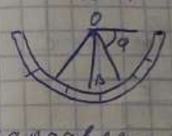
Семинар № 4.

3.228.

$I ; R$

B - ?

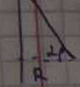
Решение:



Сумма любых индукций 2 сим-х токов будет направлена вправо $\Rightarrow \vec{B}$ напр. вправо

Индукция нити:

$$dB = \frac{\mu I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{r^2} \cos\alpha$$



$$dl \cos\alpha = r\, d\alpha \Rightarrow dl = \frac{r\, d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

$$B_n = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha \cos\alpha}{\cos\alpha\, R} \cdot \cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin\alpha \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$