TP – Compilation séparée

ING1 – Programmation C

Préambule

Maintenant, nous allons utiliser le principe de la compilation separée. C'est-a-dire que pour chaque fichier C que vous allez écrire, il faudra créer le fichier en-tête correspondant. C'est ce qu'on appelle le principe de la programmation modulaire.

L'ensemble du TP formera un seul programme. Les différentes fonctionnalités traitées devront être accessible via un menu. Pour vous aider à bien découper votre code, l'ensemble des fonctionnalités sont déjà pré-découpées en module. Plus vous découperez le problème en plusieurs fonctions, plus votre code sera lisible et moins vous aurez d'erreurs.

Remarques :

— La fonction puissance et racine existent déjà en C et s'appellent respectivement **pow** et **sqrt**[1]. Attention de ne pas oublier de compiler avec l'option **-lm**.

— Lorsque l'on souhaite introduire du hasard dans un programme, on utilise un générateur de nombre "aléatoire[2]". Ce générateur est en réalité une congruence linéaire :

$$X_{n+1} = (aX_n + b)\%m$$

Les nombres a, b et m sont fixés à l'avance. Lorsqu'on demande à l'ordinateur de nous donner un nombre aléatoire[3], il calcule en fait le terme suivant de la suite. Par défaut X_0 possède la même valeur à chaque lancement de programme. Ce qui fait que la suite générée est toujours la même. La fonction `srand` permet d'initialiser le générateur. Bien sûr, cela n'est à faire qu'**une seule fois dans un programme**. En général, on utilise `srand(time(NULL));` pour initialiser le générateur. La fonction `time(NULL)` retourne le nombre de secondes depuis l'Epoch qui représente la date initiale à partir de laquelle est mesuré le temps par les systèmes d'exploitations. Sous UNIX, c'est le 1er janvier 1970.

1. Pour plus d'information : `man pow` et `man sqrt`
2. En fait il s'agit d'un générateur pseudo-aléatoire. Par définition, le hasard est incalculable.
3. via la fonction rand

Approximation de π

1 **Aire d'un disque par quadrillage**

π peut être obtenu à partir d'un cercle, si son rayon et son aire sont connus, en utilisant la relation :

$$\mathscr{A} = \pi r^2$$

Si un cercle de rayon r avec son centre situé en $(0,0)$, tout point dont la distance à l'origine est inférieure à r sera situé dans le disque. Les carrés dont le centre se trouve à l'intérieur ou exactement à la limite du cercle peuvent ensuite être comptés en testant si, pour chaque point (x, y),

$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq r.$$

Le nombre total de point satisfaisant cette condition se rapproche ainsi de l'aire du cercle, qui peut ensuite être utilisée pour calculer une approximation de π.

Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de π en utilisant cette méthode empirique. La fonction prendra en paramètre le nombre n de points (x, y) à tirer aléatoirement et retournera la valeur de π calculée. ☐

2 **Madhava de Sangamagrama**

Vers 1400, Madhava de Sangamagrama trouve une série permettant de calculer π, la première :

$$\pi = 4 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de π en utilisant cette série. La fonction prendra en paramètre le nombre d'itération n et retournera la valeur de π calculée. ☐

3 **John Wallis**

En 1655, John Wallis met en évidence une autre formule permettant de calculer π :

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{(2k)^2}{(2k)^2 - 1}$$

Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de π en utilisant cette série. La fonction prendra en paramètre le nombre d'itération n et retournera la valeur de π calculée. ☐

Approximation de $\sqrt{2}$

4 **Isaac Newton**

La méthode de Newton appliquée à la fonction racine carrée permet de calculer une valeur approchée de $\sqrt{2}$ de manière itérative avec une convergence quadratique. La récurrence a la forme :

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}, \quad u_0 = 1$$

Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de $\sqrt{2}$ en utilisant cette suite. La fonction prendra en paramètre le nombre d'itération n et retournera la valeur de $\sqrt{2}$ calculée. ☐

5 **Edmund Halley**

La méthode de Halley cherche le zéro de $f(x) = x^2 - 2$ en utilisant les deux premières dérivées. La solution itérative est :

$$x_{n+1} = x_n \times \frac{x_n^2 + 6}{3x_n^2 + 2}, \quad x_0 = 1$$

Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de $\sqrt{2}$ en utilisant cette formule. La fonction prendra en paramètre le nombre d'itération n et retournera la valeur de $\sqrt{2}$ calculée. ☐

6 **Méthode de Théon de Smyrne**

On doit à Théon de Smyrne ces deux suites (p_n) et (q_n) définies par récurrence :

$$p_{n+1} = p_n + 2q_n, \quad p_0 = 1$$

$$q_{n+1} = p_n + q_n, \quad q_0 = 1$$

Ces suites sont à valeur entière strictement positive, donc strictement croissantes par récurrence, et vérifient $p_n^2 - 2q_n^2 = (-1)^n(p_0^2 - 2q_0^2)$ de sorte que $\frac{p_n}{q_n}$ tend vers $\sqrt{2}$.
Écrivez la fonction qui permet d'effectuer une approximation de $\sqrt{2}$ en utilisant ces suites de Théon. La fonction prendra en paramètre le nombre n d'itération et retournera la valeur de $\sqrt{2}$ calculée. ☐