

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»**

Электротехнический факультет
Кафедра «Информационные технологии и автоматизированные системы»
направление подготовки: 09.03.04 – «Программная инженерия»

**Лабораторная работа №1.
«Модели алгоритма: нормальные алгоритмы Маркова
и машина Тьюринга»**

Выполнил студент гр. РИС-24-36

Дурбажев Даниил Игоревич

Проверил:

Доцент кафедры ИТАС

Ольга Андреевна Полякова

(оценка)

(подпись)

(дата)

г. Пермь, 2024
Нормальные алгоритмы Маркова

Задача 1




$A = \{a, b\}$. Удалить из непустого слова P его первый символ. Пустое слово не менять.

Правила:







1. $*a \rightarrow$
2. $*b \rightarrow$
3. $\rightarrow *$

Исходная строка: aabbbaab

Выполнение: aabbbaab \rightarrow ₍₃₎ *aabbbaab \rightarrow ₍₂₎ abbbaab

Рабочая строка		10		20	
		aabbbaab			
Система подстановок:					
		Образец		Замена	
	1	*a	→	.	
	2	*b	→	.	
	3		→	*	

1. В начало слова добавляется любой символ, например *




Рабочая строка		10		20	
		*aabbbaab			
Система подстановок:					
		Образец		Замена	
	1	*a		.	
	2	*b		.	
	3			*	

2. Данные символ с первой буквой слова удаляются из данного слова

Рабочая строка 10 20

abbbaab

Система подстановок:

		Образец		Замена
	1	*a	→	.
	2	*b	→	.
	3		→	*

Задача 2

Выполнение: aababa \rightarrow (4) *aababa \rightarrow (1) a*ababa \rightarrow (1) aa*baba \rightarrow (2) aab*aba \rightarrow (1) aaba*ba \rightarrow (2) aabab*a \rightarrow (1) aababa* \rightarrow (3) aababaa

Рабочая строка aababa

Система подстановок:

	Образец		Замена
1	*a	\rightarrow	a*
2	*b	\rightarrow	b*
3	*	\rightarrow	a.
4		\rightarrow	*

1. В первую строку добавляем любой символ, который будем перемещать в конец слова. Например: *

Рабочая строка *aababa

Система подстановок:

	Образец		Замена
1	*a	\rightarrow	a*
2	*b	\rightarrow	b*
3	*	\rightarrow	a.
4		\rightarrow	*

2. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка a*ababa

Система подстановок:

	Образец		Замена
1	*a	\rightarrow	a*
2	*b	\rightarrow	b*
3	*	\rightarrow	a.
4		\rightarrow	*

3. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка aa*baba

Система подстановок:

	Образец		Замена
1	*a	\rightarrow	a*
2	*b	\rightarrow	b*
3	*	\rightarrow	a.
4		\rightarrow	*

4. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка aab*aba

Система подстановок:

	Образец	Замена
1	*a	a*
2	*b	b*
3	*	a.
4		*

5. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка aaba*ba

Система подстановок:

	Образец	Замена
1	*a	a*
2	*b	b*
3	*	a.
4		*

6. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка aabab*a

Система подстановок:

	Образец	Замена
1	*a	a*
2	*b	b*
3	*	a.
4		*

7. С помощью 1 и 2 команды передвигаем * в конец слова

Рабочая строка aababa*

Система подстановок:

	Образец	Замена
1	*a	a*
2	*b	b*
3	*	a.
4		*

8. Теперь в слове уже нет символов *a и *b, поэтому * заменяем на a

Рабочая строка aababaa

Система подстановок:

	Образец	Замена
1	*a	a*
2	*b	b*
3	*	a.
4		*

Машина Тьюринга

Задача 1

Дано число, состоящее из 0 и 1. Заменить все 0 на 1 и 1 на 0.

Исходная строка: 10101

Таблица команд:

	Q1
0	1<1
1	0<1
␣	.0

Положение головы на ленте:

-3	-2	-1	0	1	2	3
	0	1	0	1	0	

Выполнение: $10101 \rightarrow 10100_{(1)} \rightarrow 10110_{(2)} \rightarrow 10010_{(3)} \rightarrow 11010_{(4)} \rightarrow 01010_{(5)}$

1. Голова указывает на 0, поэтому меняет цифру на 1 и переходит влево

<	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
											1	0	1	0	0
Алфавит 01															
Ш Ш Ш Ш															
	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄											
0	1 ← Q ₁														
1	0 ← Q ₁														
␣	␣ →														

2. Голова указывает на 1, поэтому меняет цифру на 0 и переходит влево

<	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
												1	0	1	1	0
Алфавит 01																
<div>Ш Ш Ш Ш</div>																
	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄												
0	1 ← Q ₁															
1	0 ← Q ₁															
␣	␣ →															

3. Голова указывает на 0, поэтому меняет цифру на 1 и переходит влево

11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2

1 0 0 1 0

Алфавит 01

Ш Ш Ш

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄
0	1 ← Q ₁			
1	0 ← Q ₁			
⌊	⌊ → ⌊			

4. Голова указывает на 1, поэтому меняет цифру на 0 и переходит влево

11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2

1 1 0 1 0

Алфавит 01

Ш Ш Ш

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄
0	1 ← Q ₁			
1	0 ← Q ₁			
⌊	⌊ → ⌊			

5. Голова указывает на 0, поэтому меняет цифру на 1 и переходит влево

11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2

0 1 0 1 0

Алфавит 01

Ш Ш Ш

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄
0	1 ← Q ₁			
1	0 ← Q ₁			
⌊	⌊ → ⌊			

Результат:

The screenshot shows a Turing machine interface. At the top, a tape is visible with cells containing binary digits (0, 1) and a head position indicated by a box. Below the tape, there is a section labeled "Алфавит" (Alphabet) with the input "01". Below that, there are three icons representing different states or actions. At the bottom, there is a table with four columns labeled Q₁, Q₂, Q₃, and Q₄. The first row shows "0" in the first column, "1" in the second column, and a blue arrow pointing left. The second row shows "1" in the first column, "0" in the second column, and a blue arrow pointing left. The third row shows a red minus sign in the first column, a red arrow pointing down, and a red circle with a minus sign.

Задача 2:

На ввод подаётся случайное число. Прибавить четыре.

Исходная строка: 999

Таблица команд:

	Q1	Q2
0	4.0	1.0
1	5.0	2.0
2	6.0	3.0
3	7.0	4.0
4	8.0	5.0
5	9.0	6.0
6	0<2	7.0
7	1<2	8.0
8	2<2	9.0
9	3<2	0<2
.	.0	1.0

Положение головы:

The screenshot shows a Turing machine interface. At the top, a tape is visible with cells containing the digit 9. A head position is indicated by a box. Below the tape, there are three icons representing different states or actions.

Выполнение: $999 \rightarrow 993_{(1)} \rightarrow 903_{(2)} \rightarrow 003_{(3)} \rightarrow 1003_{(4)}$

1. Так как цифра на которую указывает голова больше чем 5, цифра заменяется на 3, голова переходит влево и переходит в состояние Q2

<	<	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
							9	9	3	
Алфавит 0123456789										
Ш Ш Ш										
	Q ₁	Q ₂								
0	4 ↓	1 ↓								
1	5 ↓	2 ↓								
2	6 ↓	3 ↓								
3	7 ↓	4 ↓								
4	8 ↓	5 ↓								
5	9 ↓	6 ↓								
6	0 ← Q ₂	7 ↓								
7	1 ← Q ₂	8 ↓								
8	2 ← Q ₂	9 ↓								
9	3 ← Q ₂	0 ← Q ₂								
␣	␣ ↓	1 ↓								

2. Так как цифра на которую указывает голова это 9, цифра заменяется на 0, голова переходит влево

<	<	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
							9	0	3	
Алфавит 0123456789										
Ш Ш Ш										
	Q ₁	Q ₂								
0	4 ↓	1 ↓								
1	5 ↓	2 ↓								
2	6 ↓	3 ↓								
3	7 ↓	4 ↓								
4	8 ↓	5 ↓								
5	9 ↓	6 ↓								
6	0 ← Q ₂	7 ↓								
7	1 ← Q ₂	8 ↓								
8	2 ← Q ₂	9 ↓								
9	3 ← Q ₂	0 ← Q ₂								
␣	␣ ↓	1 ↓								

	Q ₁	Q ₂
0	4 ↓	1 ↓
1	5 ↓	2 ↓
2	6 ↓	3 ↓
3	7 ↓	4 ↓
4	8 ↓	5 ↓
5	9 ↓	6 ↓
6	0 ← Q ₂	7 ↓
7	1 ← Q ₂	8 ↓
8	2 ← Q ₂	9 ↓
9	3 ← Q ₂	0 ← Q ₂
10	↓	1 ↓

Алфавит 0123456789

	Q ₁	Q ₂
0	4 ↓	1 ↓
1	5 ↓	2 ↓
2	6 ↓	3 ↓
3	7 ↓	4 ↓
4	8 ↓	5 ↓
5	9 ↓	6 ↓
6	0 ← Q ₂	7 ↓
7	1 ← Q ₂	8 ↓
8	2 ← Q ₂	9 ↓
9	3 ← Q ₂	0 ← Q ₂
⌊	↓	1 ↓

Результат:

The screenshot shows a calculator interface with a sequence of numbers: 2, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2. Below the sequence is an alphabet bar with digits 0-9. Below that are three icons: a blue arrow, a blue arrow with a red 'X', and a red 'X'. At the bottom is a transition table with two columns, Q1 and Q2.

	Q1	Q2
0	4 ↓ -	1 ↓ -
1	5 ↓ -	2 ↓ -
2	6 ↓ -	3 ↓ -
3	7 ↓ -	4 ↓ -
4	8 ↓ -	5 ↓ -
5	9 ↓ -	6 ↓ -
6	0 ← Q2	7 ↓ -
7	1 ← Q2	8 ↓ -
8	2 ← Q2	9 ↓ -
9	3 ← Q2	0 ← Q2
⌊	↓ -	1 ↓ -

Задача 3:

На ввод подаётся случайное число. Если число чётное – заменить в нём все цифры на 0, иначе на 1.

Исходная строка: 61616

Таблица команд:

	Q1	Q2	Q3
0	0<2	0<2	1<3
1	1<3	0<2	1<3
2	0<2	0<2	1<3
3	1<3	0<2	1<3
4	0<2	0<2	1<3
5	1<3	0<2	1<3
6	0<2	0<2	1<3
7	1<3	0<2	1<3
8	0<2	0<2	1<3
9	1<3	0<2	1<3
⌊		.0	.0

Положение головы:

-4	-3	-2	-1	0	1	2
	6	1	6	1	6	

Выполнение: $61616 \rightarrow 61610_{(1)} \rightarrow 61600_{(2)} \rightarrow 61000_{(3)} \rightarrow 60000_{(4)} \rightarrow 00000_{(5)}$

1. Так как цифра на которое указывает голова 6, оно заменяется на 0, голова переходит влево и переходит в состояние Q2, для того чтобы все последующие цифры заменялись на 0

←	0	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
								6	1	6	1	0
Алфавит 0123456789												
<div> <div>↑Ш</div> <div>Ш↑</div> <div>Ш↓</div> </div>												
	Q ₁	Q ₂	Q ₃									
0	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
1	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
2	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
3	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
4	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
5	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
6	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
7	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
8	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
9	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃									
⌊	— ↓	— ↓	— ↓									

2. Цифра на которую указывает голова меняется на 0 и голова переходит влево

←	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1
						6	1	6	0	0	
Алфавит 0123456789											
Ш Ш Ш											
	Q ₁	Q ₂	Q ₃								
0	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
1	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
2	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
3	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
4	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
5	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
6	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
7	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
8	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
9	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
␣	— ↓	— ↓	— ↓								

3. Цифра на которую указывает голова меняется на 0 и голова переходит влево

←	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1
							6	1	0	0	0
Алфавит 0123456789											
Ш Ш Ш											
	Q ₁	Q ₂	Q ₃								
0	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
1	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
2	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
3	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
4	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
5	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
6	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
7	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
8	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
9	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃								
␣	— ↓	— ↓	— ↓								

Арифметика

Алфавит 0123456789

Алфавит: 1 2 3

	Q ₁	Q ₂	Q ₃
0	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
1	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
2	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
3	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
4	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
5	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
6	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
7	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
8	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
9	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃

← -12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1

Alphabet: 0123456789

Ш ш Ш

	Q ₁	Q ₂	Q ₃
0	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
1	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
2	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
3	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
4	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
5	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
6	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
7	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
8	0 ← Q ₂	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
9	1 ← Q ₃	0 ← Q ₂	1 ← Q ₃
↓	↓ ↻	↓ ↻	↓ ↻

15

