

Algoritmos e Estrutura de Dados III

O Problema da Viagem do Torneio

Pablo Cecilio Oliveira
Alexander Cristian

1 Introdução

Otimização é o processo de melhorar algo. Basicamente é a ferramenta de matemática que nós confiamos para obter respostas aos problemas. Em matemática e ciência da computação, um problema de otimização é o problema de encontrar a melhor solução de todas as soluções viáveis. A terminologia “melhor” solução implica que há mais de uma solução e as elas não são de igual valor. Esses problemas de otimização no domínio científico e da vida real encontram soluções em pesquisa algorítmica que mostra o uso de métodos clássicos, métodos heurísticos e baseados na natureza métodos para calcular a solução.

Na solução de problemas difíceis onde não há soluções exatas eficientes, abordagens heurísticas como Simulated Annealing, Busca Tabu, GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure), VNS (Variable Neighborhood Search), VND (Variable Neighborhood Descent), o ILS (Iterated Local Search) e o Método de Reconexão por Caminhos (Path Relinking) se tornam alternativas populares.

Então neste trabalho nós apresentamos um algoritmo que faz uso de uma dessas abordagens, para resolver um problema de otimização conhecido como Traveling Tournament Problem.

1.1 Especificação do problema

O Problema da viagem do torneio (Traveling Tournament Problem) é um problema de agendamento de esportes que abstrai as questões importantes na criação horários, onde a viagem em equipe é uma questão importante. Ligas esportivas profissionais existem em todo o mundo. Essas ligas são muitas vezes de grande importância econômica devido às enormes receitas geradas pela venda de bilhetes e direitos de transmissão para os jogos. Portanto, o planejamento dessas ligas é de suma importância. Um aspecto importante é a geração de um calendário para os torneios que especifica a ordem em que as equipes jogam entre si durante a temporada e o local de cada jogo.

Portanto consideramos um torneio de n times, onde n é um número par. Em um torneio simple round-robin (SRR), cada time joga com cada um dos demais exatamente

uma vez, nas $n - 1$ rodadas pré-estabelecidas. O jogo entre os times i e j é representado pelo par não ordenado i, j . Há $n=2$ jogos em cada rodada. Cada time joga exatamente uma vez por rodada. Em um torneio double round-robin (DRR), cada time joga com cada um dos outros duas vezes, uma em casa e outra fora de casa. Um torneio mirrored double round-robin (MDRR) é um torneio SRR nas primeiras $n - 1$ rodadas, seguido das mesmas rodadas iniciais mas invertendo a sua localização. Uma viagem é uma sequência de jogos fora de casa. Enquanto uma estadia é uma sequência de jogos em casa. Assumimos que cada time tem um estádio para seu uso na sua cidade natal. As distâncias entre as cidades são conhecidas. Cada time parte de sua cidade no início do torneio e retorna à sua cidade no fim do torneio, se já não estiver lá. Sempre que duas rodadas de um time forem fora de casa, ele não retorna à sua cidade natal entre elas.

O problema da viagem do torneio (Traveling Tournament Problem) é definido como a seguir. Dados n times e as distâncias entre as suas cidades de origem, o problema consiste em definir uma sequência DRR de tal forma que nenhum time joga mais de três jogos fora de casa, não há repetições (ou seja, dois jogos consecutivos entre os mesmos times em localidades diferentes), e a soma das distâncias percorridas pelos times é minimizada. O problema da viagem do torneio espelhada tem uma restrição adicional: os jogos da rodada k são os mesmos da rodada $k + (n - 1)$, $k = 1; \dots; n - 1$, com a localização invertida.

1.2 Solução proposta

Para a resolução deste problema utilizamos o método de GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures) que é uma meta-heurística constituída por heurísticas construtivas e busca local. Consiste de múltiplas aplicações de busca local, cada uma iniciando de uma solução diferente. As soluções iniciais são geradas por algum tipo de construção randômica gulosa ou algum esquema de perturbação, esse método é constituído basicamente de duas fases: uma fase de construção e uma fase de busca local, cujo objetivo é convergir à solução encontrada na fase de construção para um ótimo local.

Na segunda fase ocorre o refinamento da solução gerada pela fase de construção, aplicando um método de busca local. Quanto melhor é a qualidade da solução gerada pela heurística de construção, maior é a velocidade de convergência desta solução para um ótimo local.

2 Implementação

Para a construção de uma solução inicial, utiliza-se o método de três fases inicialmente proposto por Ribeiro e Urrutia (2004a)[1].

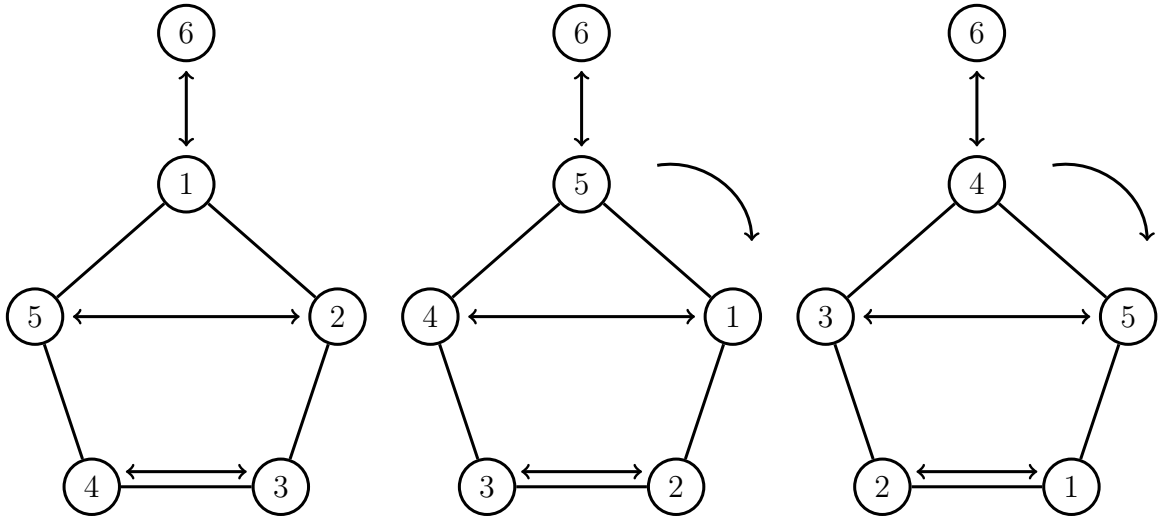
2.1 Método de três fases para geração de uma solução inicial

2.1.1 Primeira fase: Método do Polígono

A primeira fase da solução inicial consiste em uma fatoração que utiliza o método do polígono. Nesse método, sendo n o número de times participantes do campeonato, forma-se um polígono com $n - 1$ nós numerados, um n -ésimo time é considerado como um nó fora desse polígono.

A cada rodada, os times localizados nos nós $k = 2, 3, \dots, n/2$ jogam contra os times localizados nos nós $n + 1 - k$, e o n -ésimo time localizado fora do polígono joga contra o time localizado no primeiro nó do polígono. Para as $n - 1$ rodadas seguintes, o polígono é movido em sentido horário para determinar os novos jogos. A figura 1, demonstra a fatoração para as três primeiras rodadas de um campeonato com 6 times.

Figura 1: Método do polígono para três primeiras rodadas com $n = 6$



Fonte: Mine [2]

Tabela 1: Solução obtida pelo Método do Polígono

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Time 1	6	4	2	5	3	6	4	2	5	3
Time 2	5	3	1	4	6	5	3	1	4	6
Time 3	4	2	5	6	1	4	2	5	6	1
Time 4	3	1	6	2	5	3	1	6	2	5
Time 5	2	6	3	1	4	2	6	3	1	4
Time 6	1	5	4	3	2	1	5	4	3	2

Fonte: autores

A tabela 1 mostra os resultados obtidos pelo método do polígono para 6 times nas primeiras $n-1$ rodadas e espelhado para as $n-1$ rodadas seguintes no MDRR. O mesmo

método pode ser aplicado aos 20 times requeridos nesse trabalho prático, para esse número de times ou qualquer outro número par de times, um polígono com $n-1$ vértices é utilizado.

2.1.2 Segunda fase: Associando Times

A segunda fase consiste na associação entre os times reais e os times abstratos. Nessa fase obtêm-se uma matriz quadrada $n \times n$ de oponentes consecutivos a partir da escala gerada pelo método do polígono.

São considerados oponentes consecutivos no caso de um time T_k possuir confrontos entre $T_i \times T_k$ e $T_j \times T_k$ em uma ou mais rodadas consecutivas, não importando a ordem dos jogos. Como exemplo observa-se na tabela 2 que os times B e E são oponentes consecutivos por 6 vezes de outros times.

Tabela 2: Oponentes consecutivos										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Time 1	F	D	B	E	C	F	D	B	E	C
Time 2	E	C	A	D	F	E	C	A	D	F
Time 3	D	B	E	F	A	D	B	E	F	A
Time 4	C	A	F	B	E	C	A	F	B	E
Time 5	B	F	C	A	D	B	F	C	A	D
Time 6	A	E	D	C	B	A	E	D	C	B

Fonte: autores

A figura 2 demonstra a matriz quadrada de oponentes consecutivos dos jogos entre os times abstratos. Nessa matriz podemos observar que além de B e E serem oponentes consecutivos por 6 vezes, outros times também são consecutivos por uma ou mais vezes, como exemplo, C e A também são consecutivos por 6 vezes.

Figura 2: Matriz de oponentes consecutivos para $n = 6$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 2 & 0 & 2 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 2 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 5 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Fonte: autores

A associação então ocorre entre os pares de times reais que possuem a menor distancia entre suas sedes com os pares de oponentes consecutivos de maior número de confrontos. Essa heurística é descrita a seguir.

Inicialmente, pares de times abstratos são ordenados em ordem decrescente conforme o número de oponentes consecutivos. Times reais são ordenados em ordem crescente de distância em relação às sedes de seus oponentes, e são associados aos times abstratos nesta ordem. Dessa forma, os times abstratos com maior número de oponentes consecutivos serão preferencialmente associados aos times reais com as distâncias entre sedes menores.

Tabela 3: Pares ordenados de times reais.

1	(2,6)	(Atlético Mineiro, Cruzeiro)	0 Km
2	(1,6)	(América Mineiro, Cruzeiro)	0 Km
3	(1,2)	(América Mineiro, Atlético Mineiro)	0 Km
4	(3,5)	(Atlético Paranaense, Corinthians)	415 Km
5	(2,4)	(Atlético Mineiro, Botafogo)	440 Km
6	(1,4)	(América Mineiro, Botafogo)	440 Km
7	(4,6)	(Botafogo, Cruzeiro)	441 Km
8	(4,5)	(Botafogo, Corinthians)	444 Km
9	(1,5)	(América Mineiro, Corinthians)	585 Km
10	(2,5)	(Atlético Mineiro, Corinthians)	585 Km
11	(5,6)	(Corinthians, Cruzeiro)	587 Km
12	(3,4)	(Atlético Paranaense, Botafogo)	849 Km
13	(1,3)	(América Mineiro, Atlético Paranaense)	1000 Km
14	(2,3)	(Atlético Mineiro, Atlético Paranaense)	1000 Km
15	(3,6)	(Atlético Paranaense, Cruzeiro)	1001 Km

Fonte: autores

Tabela 4: Pares ordenados de times abstratos.

1	(E,B)	6	11	(D,F)	4	21	(D,E)	2
2	(C,A)	6	12	(F,A)	4	22	(C,D)	2
3	(B,E)	6	13	(F,D)	4	23	(C,B)	2
4	(A,C)	6	14	(B,F)	4	24	(B,C)	2
5	(E,C)	5	15	(A,F)	4	25	(E,D)	2
6	(D,B)	5	16	(F,B)	4	26	(A,E)	2
7	(D,A)	5	17	(E,F)	3	27	(E,A)	2
8	(C,E)	5	18	(F,C)	3	28	(D,C)	2
9	(B,D)	5	19	(F,E)	3	29	(B,A)	1
10	(A,D)	5	20	(C,F)	3	30	(A,B)	1

Fonte: autores

O pseudo-código para a heurística dessa associação é mostrado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Algoritmo para associação dos times reais aos times abstratos

repita

Seja T_1 o próximo time real a ser associado a um time abstrato
e seja T_2 o time, cuja cidade é mais próxima à cidade de T_1 .

se T_2 *já foi associado* **então**

Encontre o primeiro par (a, b) de times abstratos, tal que a esteja
associado ao time T_2 e b ainda não esteja associado a nenhum time real.

$b \leftarrow T_1$

senão

Encontre o primeiro par (a, b) de times abstratos, tal
que nenhum deles esteja associado a um time real.

$a \leftarrow T_1$

fim

até todos os times reais sejam associados aos times abstratos;

Fonte: Mine [2]

Essa associação tem como objetivo minimizar o deslocamento de um time T_k , baseando-se na ideia de que se existirem confrontos $T_i \times T_k$ e $T_j \times T_k$ consecutivos, a distancia percorrida por T_k seria menor caso suas sedes forem próximas.

2.1.3 Terceira fase: Mando de Campo

Algoritmo 2: Algoritmo para determinação do mando de campo dos jogos

Determine, de forma aleatória, o mando de campo dos jogos da primeira rodada.

para cada rodada $k = 2, 3, \dots, (n - 1)$ *do primeiro turno* **faça**

se $N_2 > N_1$ **então**

se *Se T_2 jogou seu último jogo em casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_1 ;

se *Se T_2 jogou seu último jogo fora de casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_2 ;

fim

se $N_2 < N_1$ **então**

se *Se T_1 jogou seu último jogo em casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_2 ;

se *Se T_1 jogou seu último jogo fora de casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_1 ;

fim

se $N_2 = N_1$ **então**

se *T_1 jogou seu último jogo em casa e o time T_2 jogou seu último jogo fora de casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_2 ;

se *T_1 jogou seu último jogo fora de casa e o time T_2 jogou seu último jogo em casa* **então** a realização do jogo será na casa do time T_1 ;

senão o mando de campo é determinado aleatoriamente;

fim

fim

Determinar os jogos do segundo turno espelhados ao primeiro turno.

Caso a escala ainda permanecer inviável, reinicie o algoritmo.

Fonte: Mine [2]

3 Análise de complexidade

3.1 Funções da Lista Encadeada Simples

Tabela 5: Funções da Lista Encadeada Simples.

Função	Finalidade	Complexidade
<i>create()</i>	Inicializa uma Lista Encadeada Simples	$O(1)$
<i>atP()</i>	Dada a posição, retorna um nó da Lista.	$O(n)$
<i>LLmin()</i>	Retorna um nó com o menor valor de um dado.	$O(n)$
<i>LLmax()</i>	Retorna um nó com o maior valor de um dado.	$O(n)$
<i>LLidx()</i>	Retorna a posição de um nó.	$O(n)$
<i>LLpsh()</i>	Insere os dados a partir da posição cabeça.	$O(1)$
<i>LLpop()</i>	Remove os dados a partir da posição cabeça.	$O(1)$
<i>LLdel()</i>	Remove um nó, dado sua posição na Lista.	$O(n)$
<i>LLins()</i>	Insere um nó, dado sua posição na Lista.	$O(n)$
<i>LLchg()</i>	Troca a posição de dois nós.	$O(n)$
<i>LLdup()</i>	Remove os nós com dados duplicados.	$O(n)$
<i>LLinc()</i>	Ordena a Lista em ordem crescente.	$O(n)$
<i>LLdec()</i>	Ordena a Lista em ordem decrescente.	$O(n)$
<i>LLprt()</i>	Retorna a impressão da Lista.	$O(n)$
<i>LLclr()</i>	Libera os dados da Lista da memória.	$O(n)$
<i>isEmpty()</i>	Retorna se uma Lista está ou não vazia.	$O(1)$

Fonte: autores

3.2 Funções de fatoração inicial

3.3 Funções de associação dos clubes

3.4 Funções de mando de campo

3.5 Funções de uso comum ao programa

4 Análise de resultados

5 Considerações finais

Durante o desenvolvimento vários métodos foram testados com o objetivo de encontrar a maneira mais eficiente de solucionar o problema da viagem do torneio. //comentários sobre as dificuldades no desenvolvimento do código

Referências

- [1] Ribeiro e Urrutia. Heuristics for the mirrored traveling tournament problem.
<https://pdfs.semanticscholar.org/89c1/3241f875a17238d5300ab42435aa6c0fbf66.pdf>. [Acesso em: 08-Outubro-2018].
- [2] Marcio Tadayuki Mine. Programação de jogos de competições esportivas.
http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/projects/ttp/Publications/RT_FAPEMIG_Mine_2006.pdf. [Acesso em: 07-Outubro-2018].

O histórico do desenvolvimento desse trabalho se encontra online em:
<https://github.com/Durfan/ufsj-aeds3-tp2>.