

Exercice 4 (échantillonnage)

Remarque: les lignes de commandes de l'exercice sont prévues pour Matlab ou Octave.

1) Charger dans un tableau `u` une image de taille au minimum 512×512 (par exemple l'image `room.pgm`, bien adaptée à l'exercice) au moyen de la commande

```
u = double(imread('room.pgm'))/255;
imshow(u);
```

et expliquer le rôle des instructions suivantes:

```
lambda = 3;
v = u(1:lambda:end,1:lambda:end);
w = kron(v,ones(lambda));
[ny,nx] = size(u);
imshow([u,w(1:ny,1:nx)]);
```

2) Nommer le phénomène observé, et décrire ses différentes manifestations visuelles (pour chacune, on indiquera les coordonnées d'un pixel de l'image au voisinage de laquelle elle est observée). On pourra éventuellement augmenter la valeur (entière) de `lambda` pour mettre davantage en relief le phénomène attendu.

3) Pour bien préciser le phénomène observé, nous allons le recréer dans un cas très simple : celui d'une onde sinusoïdale pure. Pour créer une telle image, utilisez les commandes

```
f = zeros(512);
f(190,50) = 2;
onde = real(ifft2(f));
```

puis visualisez l'image `onde` avec la commande `imshow(onde,[])` (le second argument `[]` permet d'ajuster automatiquement l'échelle des niveaux de gris de l'affichage à la dynamique de l'image: le noir correspond au minimum de l'image, le blanc au maximum). Visualiser également le module de sa transformée de Fourier, sans oublier de centrer le domaine au moyen de la fonction `fftshift`. On pourra également ajouter des axes adaptés au domaine de Fourier avec `imshow(...,'xdata',a:b,'ydata',a:b);axis on` où `a` et `b` sont des valeurs à préciser. Appliquez ensuite un sous-échantillonnage de facteur 2 à l'image `onde` puis visualisez le résultat et sa transformée de Fourier. Pour localiser la position des pics dans la transformée de Fourier, vous pouvez utiliser les fonctions interactives "Zoom In" et "Data Cursor" de `imshow`, ou bien les commandes

```
f = abs(fft2(ech));
[m,pos] = max(f(:));
[x,y] = ind2sub(size(f),pos)
```

(attention en convertissant la position trouvée dans la matrice en coordonnées fréquentielles). Quel est la position des pics dans les deux images (avant et après sous-échantillonnage) ? Justifiez précisément l'évolution constatée.

Exercice 5 (nécessité de l'interprétation spectrale)

1) Créer l'image d'une onde pure (plutôt haute fréquence, cf. exercice 4) dans le tableau `onde` et visualiser l'image obtenue en prenant en chaque pixel le carré son intensité. Que constate-t-on ? Pouvez-vous expliquer précisément le phénomène observé ?

2) La commande `fftzoom(onde,2)` construit une image 2 fois plus résolue en étendant par zéro le spectre de l'image `onde` à un domaine deux fois plus large (on appelle ce procédé le zoom par *zero-padding*). Vérifiez que le phénomène observé à la question 1 ne se produit pas pour l'image ainsi obtenue, et expliquer pourquoi.

3) Le phénomène reproduit à la question 1 peut être effectivement observé lors du calcul du gradient discret d'une image numérique. Écrivez une fonction `gradn(u)`, qui prend en entrée une image `u` de taille (M, N) et renvoie une image `v` de taille $(M - 1, N - 1)$ définie par la formule

$$v(k, l) = \sqrt{(u(k + 1, l) - u(k, l))^2 + (u(k, l + 1) - u(k, l))^2}$$

(norme du gradient discret de `u`).

Visualisez la norme du gradient de l'image `nimes.pgm`, notamment autour du point (280,230). Pourquoi le gradient calculé est-il incorrect ? Comment y remédier ?
