2019-2020-1 大学物理 AII 期末试题 A 卷参考答案和评分标准
考试日期 2020.1

模块三 电磁学（63 分）

一、填空题（每题 3 分，共 21 分）

1.， $\varepsilon_0 b a^{\frac{5}{2}}\left(\sqrt{2}-1\right)$。或$\varepsilon_0 b a^2\left(\sqrt{a+x}-\sqrt{x}\right)$

或$\varepsilon_0 b a^2\sqrt{a}\left(\sqrt{2}-1\right)$。或$0.414\varepsilon_0 b\sqrt{a^5}$。或$3.66\times 10^{-12} b\sqrt{a^5}$。

2. $\dfrac{Q+2q}{4\pi\varepsilon_0 R}$； πR^2

3. $-\dfrac{Q}{2}-q$

4. $1.51\times 10^8\ V\cdot m^{-1}$ 或$\frac{0.5}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

5. 4 倍。

6. 3.18cm。

7. $\frac{q\omega}{4\pi R^2}[(sin\,\omega\, t)\vec{\imath}-(cos\,\omega\, t)\vec{\jmath}]$，或者$\frac{-q\omega}{4\pi R^2}\vec{\jmath}$

二、选择题（每题 3 分，共 9 分）

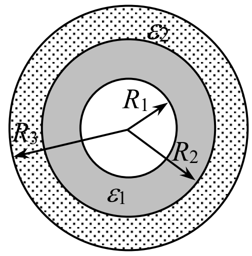
A

B

A

三、计算题（共 33 分）

1.（9 分）设内层导线带电的电荷线密度为λ，则内层电介质中的最大电场强度（在$r = R_1$处）为



$$E_{1\max} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 R_1} \qquad 2 分$$

外层电介质中的最大电场强度（在$r = R_2$处）为

$$E_{2\max} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 R_2} \qquad 2 分$$

由于$E_{1\max} = E_{2\max}$　　所以　$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 R_1} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 R_2}$　　即　$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{R_2}{R_1}$　　1 分

两导体间的电势差为

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E_1 dr + \int_{R_2}^{R_3} E_2 dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 r} dr + \int_{R_2}^{R_3} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1} ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2} ln\frac{R_3}{R_2}$$

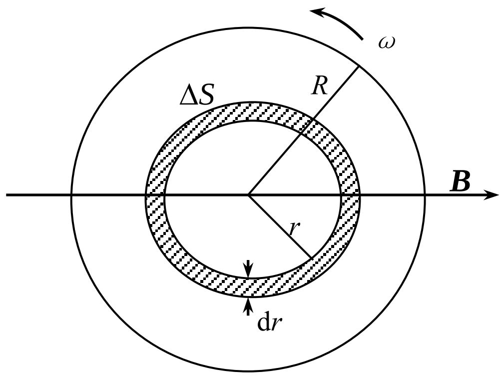
2 分

则电缆单位长度的电容为

$$C = \frac{\lambda}{U} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\varepsilon_1}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\ln\frac{R_3}{R_2}} \qquad 2 分$$

2.（9 分）**解**　如图，取半径为r的环状面元，圆盘转动时，它相当于一个载流圆环，

$$\mathrm{d}I = \frac{\omega}{2\pi} 2\pi r \mathrm{d}r \sigma = \omega\sigma r \mathrm{d}r \qquad 2 分$$



该面元磁矩为$\mathrm{d}m = \pi r^2 \mathrm{d}I = \pi\omega\sigma r^3 \mathrm{d}r$　　垂直纸面向外。2 分

各面元磁矩方向都相同，均垂直纸面向外，圆盘磁矩

$$m = \int \mathrm{d}m = \int_0^R \pi\omega\sigma r^3 \mathrm{d}r = \frac{\pi\omega\sigma R^4}{4} \qquad 2 分$$

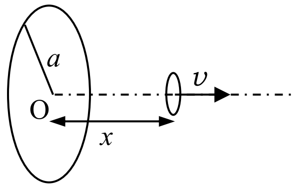
方向垂直纸面向外。与磁场 $\boldsymbol{B}$ 方向垂直。因此可知圆盘在磁场中所受磁力矩大小为

$$M = mB\sin\theta = mB = \frac{\pi\omega\sigma R^4 B}{4}$$

方向竖直向上。　　　　3 分

3.（9 分）解：（1）设大线圈中的电流为 I_a, 在轴线距离它 x 远处的磁场为：

$$B=\frac{\mu_0 I_a N a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}};\qquad 3\text{ 分}$$



小线圈中的磁通近似为 $\Phi=\dfrac{\mu_0 I_a N a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}S$ 2 分

故互感系数近似为 $M=\dfrac{\Phi}{I_a}=\dfrac{\mu_0 a^2 N}{2(a^2+x^2)^{3/2}}S$ 1 分

（2）小线圈中的电流为 I，它运动时在大线圈中的全磁通为 $\Psi=MI$ 1 分

$$\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}=\frac{3\mu_0 N a^2 ISx}{2(a^2+x^2)^{5/2}}\frac{dx}{dt}=\frac{3\mu_0 N a^2 mvx}{2(a^2+x^2)^{5/2}};\qquad 2\text{ 分}$$

（注：$m=IS$ 是小线圈磁矩。）

4.（6 分）解（1）对于超导线圈，电阻为零

则由法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon=Ir=0=\frac{d\Psi}{dt}$$

通过它的磁通量Ψ为

$\Psi=\Phi+LI=\text{Const}$ ① 2 分

初始 $I_0=0,\ \theta=90^\circ$，故 $\Psi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$

代入①式可得 $\Psi=\Phi+LI=0.$ ②

转90°后，电流为 I，外磁通量为

$\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=BdS=\pi R^2 B$ ③

由①②③可知

$$I=-\frac{\Phi}{L}=-\frac{\pi R^2 B}{L};\qquad 2\text{ 分}$$

式中负号表示 I 在环内所产生的磁感强度与 B 的方向相反。通过环的总磁通恒为零。

（2）外力所做的功为

$$W=\frac{1}{2}LI^2=\frac{\pi^2 R^4 B^2}{2L};\qquad 2\text{ 分}$$

模块四 近代物理(37 分)

一、填空题（共 15 分，每题 3 分）

1. $c\sqrt{1-(l/l_0)^2}$ ； $m_0c^2(\frac{l_0-l}{l})$

2. 11.66；分裂前后系统能量（质量）守恒和动量守恒

3. 1.74

4. $\frac{E_k}{2}\left(1+\sqrt{1+2m_0c^2/E_k}\right)$

5. 250cm 或 2.5m

二、选择题（单选，每题 3 分，共 6 分）

A

B

三、计算题（共 16 分）

1.（10 分）解： (1) $\int_{-\infty}^{\infty}\psi^2(x)dx = 1$

$A^2\int_{-a}^{a}(a^2-x^2)^2dx = 1 \Longrightarrow A^2\int_{-a}^{a}(a^4-2a^2x^2+x^4)dx = 1$；

$$A^2\left(a^5-\frac{2}{3}a^2x^3+\frac{1}{5}x^5\right)\Big|_{-a}^{a} = 1 \Longrightarrow A = \sqrt{\frac{15}{16a^5}}；\qquad 3 分$$

(2) 概率密度 $\psi^2(x) = \begin{cases}\frac{15}{16a^5}(a^2-x^2)^2, & |x| \le a \\ 0, & |x| > a\end{cases}$ ； $\Longrightarrow x = 0$，$\psi^2(x) = \frac{15}{16a}$; 2 分

（3） 由$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+U\psi = E\psi$， $U(x) = E+\frac{\hbar^2}{2m\psi(x)}\frac{d^2\psi}{dx^2}$ ；又$x = 0$，$U(x) = 0$则

$$E = \frac{\hbar^2}{ma^2}；\qquad 2 分$$

$$U(x) = \frac{\hbar^2x^2}{ma^2(x^2-a^2)}, \qquad |x| \le a$$

$$U(x) = \begin{cases}\frac{\hbar^2x^2}{ma^2(x^2-a^2)}, & |x| \le a \\ \propto, & |x| > a\end{cases}; \qquad 3 分$$

2.（6 分）解：（1） $\Delta t' = \frac{90}{c} = 3\times10^{-7}s$; 2 分

$$x = \frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$x_2-x_1 = \frac{x_2'+ut_2'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-\frac{x_1'+ut_1'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{90+0.8c\times\frac{90}{c}}{\sqrt{1-0.8^2}} = 270\text{m}; \qquad 2 分$$

$\Delta t = \frac{270}{c} = 9\times10^{-7}\text{s}$; 2 分