

# 欢迎回到大学物理课堂！

科学的真理不应在古代圣人的蒙着灰尘的书上去找，而应该在实验中和以实验为基础的理论中去找。真正的哲学是写在那本经常在我们眼前打开着的最伟大的书里面的，这本书就是宇宙，就是自然界本身，人们必须去读它。

—— 伽利略(意大利)



## 2.1 静电场中的导体

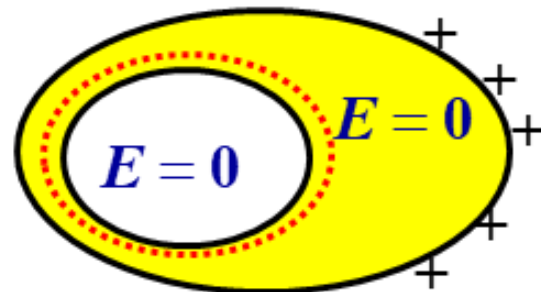


### 具体分析



(2) 空腔导体

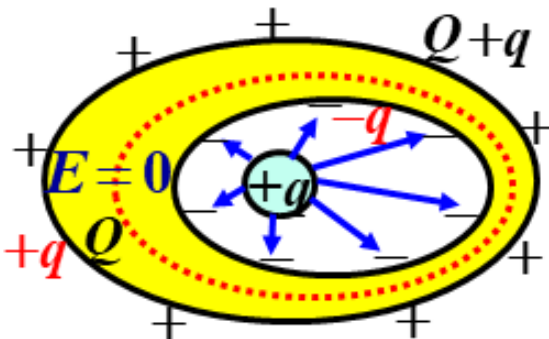
(a) 空腔内无电荷



(b) 空腔内有电荷

内表面电荷  $-q$

外表面电荷? { 壳中性:  $q$   
壳带电  $Q$ :  $Q + q$



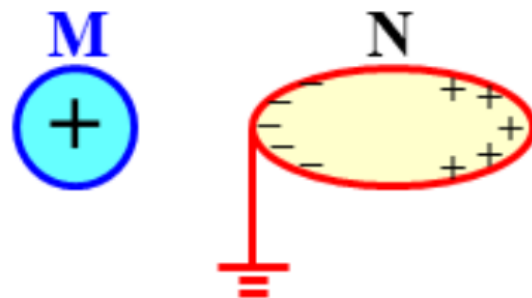
有两个带电不等的金属球，直径相等，但一个是空心，一个是实心的。现使它们互相接触，则这两个金属球上的电荷

- Ⓐ 不变化。
- Ⓑ 平均分配。
- Ⓒ 空心球电荷多。
- Ⓓ 实心球电荷多。

提交

一正电荷 M，靠近一不带电的导体 N，N 的左端感应出负电荷，右端感应出正电荷，若将 N 的左端接地，如图所示，则

- ☐ A N 带正电荷。
- ☐ B N 带负电荷。
- ☐ C N 上的电荷不动。
- ☐ D N 上的所有电荷都消失。



提交

## 2.1 导体

[例] 两金属板A、B长宽分别相等，且均远大于板间距，带电 $q_A$ 、 $q_B$ ，板面积为 $S$ ，求每板的电荷面密度。

解: 
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)\Delta S}{\epsilon_0} = 0$$

$\sigma_2 = -\sigma_3$

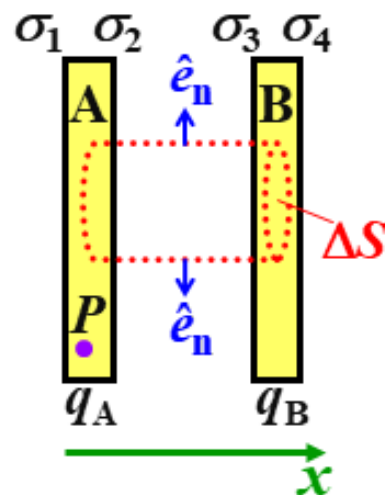
在A中取一P点，

$$E_P = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

$\sigma_1 = \sigma_4$

由电荷守恒:

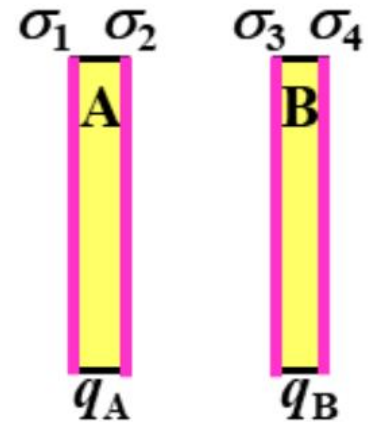
$$\begin{cases} q_A = \sigma_1 S + \sigma_2 S \\ q_B = \sigma_3 S + \sigma_4 S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_A + q_B}{2S} \\ \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_A - q_B}{2S} \end{cases}$$



## 2.1 导体

讨论

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_A + q_B}{2S} \\ \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_A - q_B}{2S} \end{cases}$$



(1)  $q_A = -q_B$   $\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_4 = 0 \\ \sigma_2 = -\sigma_3 = q_A/S \end{cases}$  电荷分布在两板内壁

(2)  $q_A = q_B$   $\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_4 = q_A/S \\ \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \end{cases}$  电荷分布在两板外壁

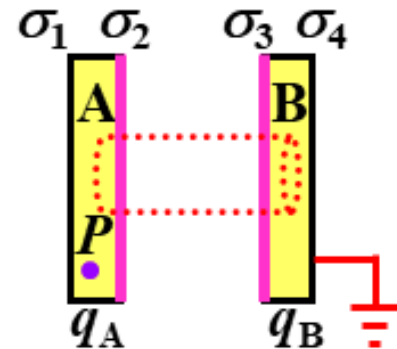
(3)  $q_B = 0$   $\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_3 = \sigma_4 = \frac{q_A}{2S}$

## 2.1 导体

讨论

(4) B 板接地

$$\sigma_4 = 0$$



A 板上的电荷仍守恒  $q_A = \sigma_1 S + \sigma_2 S$

由高斯定理仍可得  $\sigma_2 = -\sigma_3$

在 A 中取一 P 点,  $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = 0$

联立求解可得: 
$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_4 = 0 \\ \sigma_2 = -\sigma_3 = q_A / S \end{cases}$$

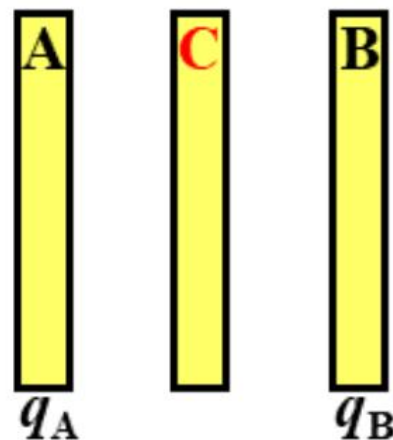
电荷分布在两板内壁

? 板间场强



## 2.1 导体

**[例]** 两金属板 A、B 长宽分别相等，且均远大于板间距，带电  $q_A$ 、 $q_B$ ，其间插入中性金属板 C，三板面积均为  $S$ 。



- (1) 求每板的电荷面密度。
- (2) 如果使 B 板接地，求 AB 间电场强度的大小  $E$ 。



## 2.1 导体



### 插入中性金属板 C

做高斯面  $S_1$ ,

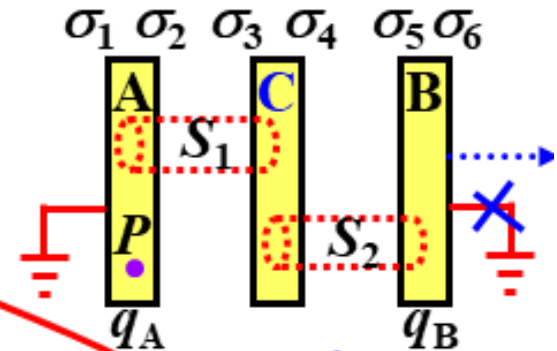
做高斯面  $S_2$ ,

在 A 板内取一  $P$  点

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

$$\sigma_4 = -\sigma_5$$

$$\sigma_1 = \sigma_6$$



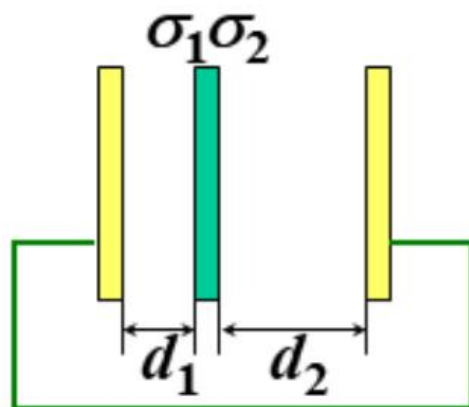
$$E_P = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_5}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_6}{2\epsilon_0} = 0$$

电荷守恒

$$\begin{cases} \sigma_3 = -\sigma_4 \\ q_A = (\sigma_1 + \sigma_2)S \\ \cancel{q_B = (\sigma_5 + \sigma_6)S} \end{cases} \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_6 = \frac{q_A + q_B}{2S} \\ \sigma_2 = -\sigma_3 = \sigma_4 = -\sigma_5 = \frac{q_A - q_B}{2S} \end{cases}$$

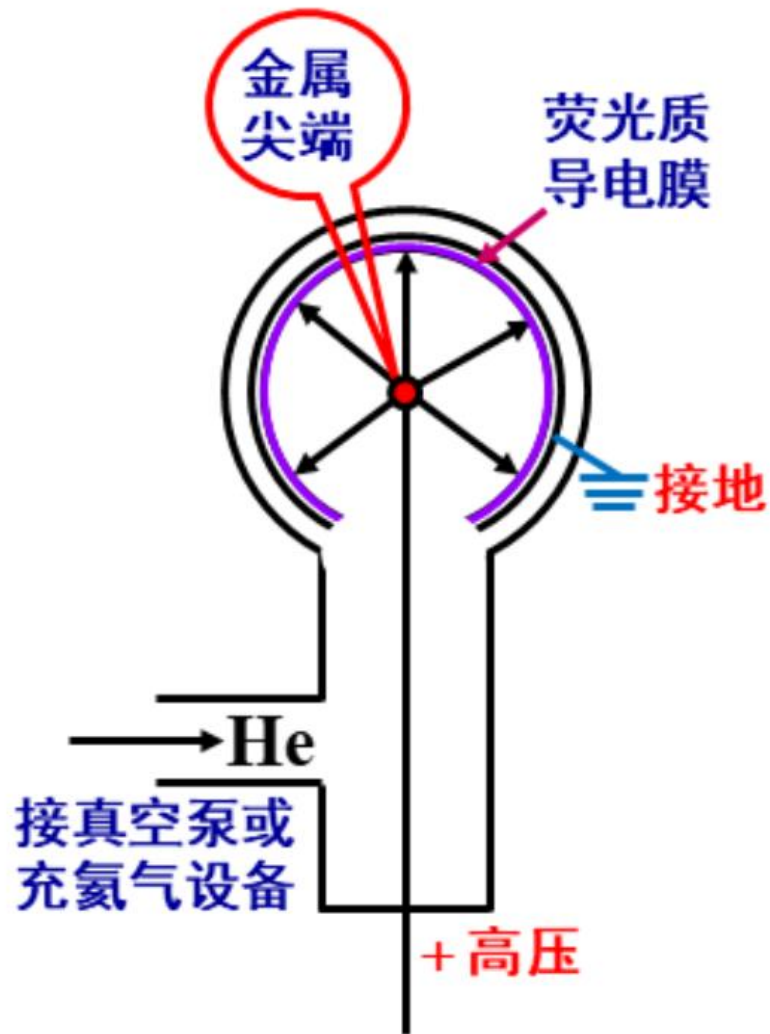
三块互相平行的导体板，相互之间的距离  $d_1$  和  $d_2$  比板面积线度小得多，外面二板用导线连接。中间板上带电，设左右两面上电荷面密度分别  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ ，如图所示。则比值  $\sigma_1/\sigma_2$  为

- A  $d_1/d_2$ 。
- B  $d_2/d_1$ 。
- C 1。
- D  $d_2^2/d_1^2$ 。



提交

## 2.1 导体



场致发射离子显微镜

## 2.1 导体

**[例]** 金属球A与金属球壳B同心放置。

已知：球A半径为  $R_0$ ，带电为  $q$ ，壳B内外半径分别为  $R_1$ 、 $R_2$ ，带电为  $Q$ 。

求：1) 场强分布；

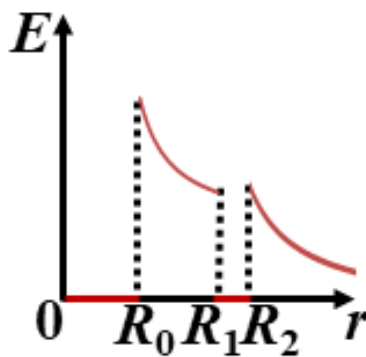
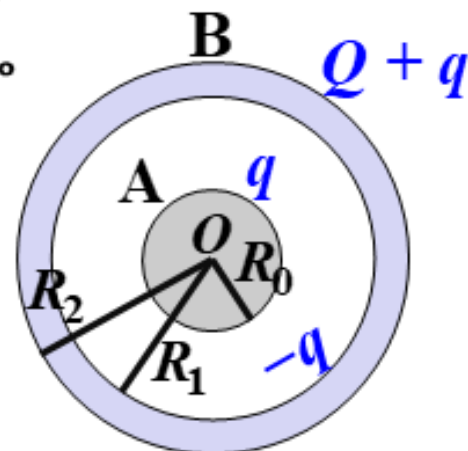
解：1) 由高斯定理可得：

$$r < R_0, \quad E_1 = 0$$

$$R_0 < r < R_1, \quad \bar{E}_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$$

$$R_1 < r < R_2, \quad E_3 = 0$$

$$r > R_2, \quad \bar{E}_4 = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$$



(此结果可由场强叠加原理获得)

## 2.1 导体

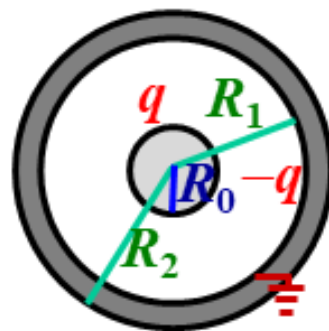
[例] 实心导体球被同心导体球壳包围，导体球带电  $q$ ，壳带电  $Q$ ，求：(1) 场强分布；(2) 内球电势  $\varphi_1$ ；  
(3) 外壳接地， $\varphi_1 = ?$

解：(2)

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_r^\infty E dr \\ &= \int_r^{R_0} 0 dr + \int_{R_0}^{R_1} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_1}^{R_2} 0 dr + \int_{R_2}^\infty \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}\end{aligned}$$

此结果也可用电势叠加原理获得。

$$(3) \varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$



## 2.1 导体

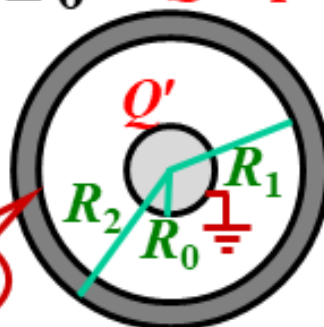
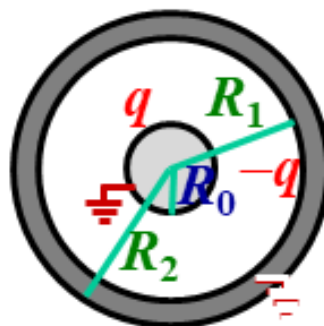
[例] 实心导体球被同心导体球壳包围，导体球带电  $q$ ，壳带电  $Q$ ，求：(1) 场强分布；(2) 内球电势  $\varphi_1$ ；(3) 外壳接地， $\varphi_1 = ?$  (4) 拆开接地线后将内球接地， $\varphi_2 = ?$

解：(2)  $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

(3)  $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$

(4)  $\varphi_1 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q'-q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0$   $(Q'-q)$

$$Q' = \frac{q}{R_2} \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$



## 2.1 导体

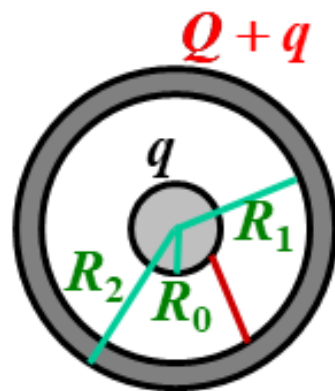
[例] 实心导体球被同心导体球壳包围，导体球带电  $q$ ，壳带电  $Q$ ，求：(1) 场强分布；(2) 内球电势  $\varphi_1$ ；(3) 外壳接地， $\varphi_1 = ?$  (4) 拆开接地线后将内球接地， $\varphi_2 = ?$  (5) 无上述接地过程，用导线连接两导体， $\varphi_1 = ?$  电场分布结果又如何？

$$(4) \varphi_1 = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 R_0} + \frac{-Q'}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q' - q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 0$$

$$Q' = \frac{q}{R_2} \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

$$\varphi_2 = \frac{Q' - q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$(5) \varphi_1 = \varphi_{\text{外球壳}} = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$





## 2.1 导体



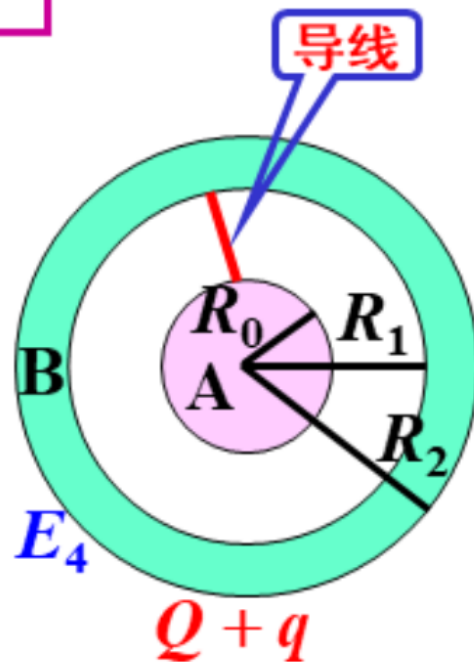
(5) 如果用导线将A和B连接起来,

只有B壳外表面带电:  $Q + q$

$$\varphi_1 = \varphi_{\text{外球壳}} = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

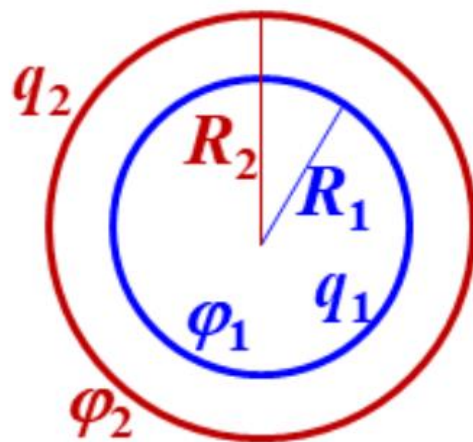
相应的电场强度的分布为:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r < R_0, & E_1 = 0 \\ R_0 < r < R_1, & E_2 = 0 \\ R_1 < r < R_2, & E_3 = 0 \\ r > R_2, & \vec{E}_4 = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r \text{ 不变。} \end{array} \right.$$



两同心薄金属球壳，半径分别为  $R_1$  和  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ )，若分别带上电荷量为  $q_1$  和  $q_2$  的电荷，则两者的电势分别为  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  (选无穷远处为电势零点)。现用导线将两球壳相连接，则它们的电势为：

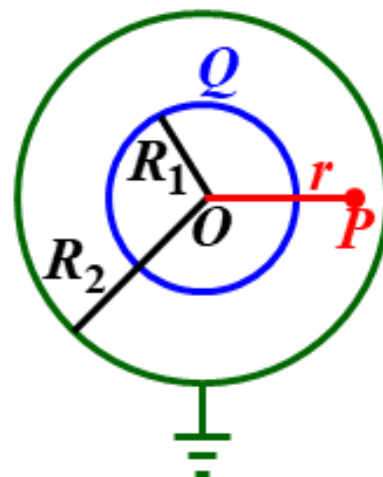
- A  $\varphi_1$
- B  $\varphi_2$
- C  $\varphi_1 + \varphi_2$
- D  $(\varphi_1 + \varphi_2) / 2$



提交

两个同心导体球壳。内球壳半径为  $R_1$ ，均匀带有电荷量  $Q$ ；外球壳半径为  $R_2$ ，壳的厚度忽略，原先不带电，但与地相连接。设地为电势零点，则在两球之间，距离球心为  $r$  处的  $P$  点的场强大小及电势分别为：

- A  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$
- B  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right)$
- C  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$
- D  $E = 0, \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

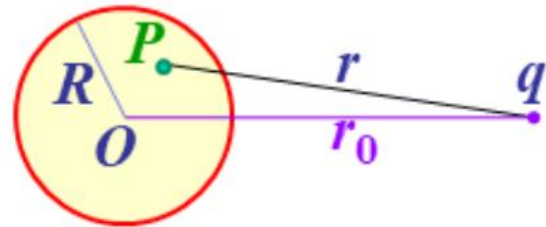


提交

## 2.1 导体

**[例]** 一个不带电的金属球接近点电荷  $+q$ ，当距离为  $r_0$  时，求：

- (1) 感应电荷在导体球内到点电荷  $q$  距离为  $r$  的  $P$  点处的电场强度和电势；
- (2) 若将金属球接地，球上的净电荷。



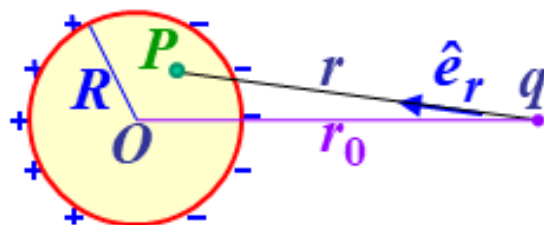
## 2.1 导体

[例] 一个不带电的金属球接近点电荷  $+q$ ，当距离为  $r$  时，求：

(1) 感应电荷在导体球内到点电荷  $q$  距离为  $r$  的  $P$  点处的电场强度和电势；(2) 若将金属球接地，球上的净电荷。

解：(1)  $P$  点处的总场强  $\vec{E} = 0$

$+q$  在  $P$  点处的场强为



$$\vec{E}_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r \quad \text{由 } \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

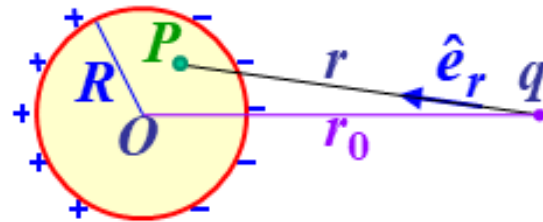
感应电荷在  $P$  点处场强  $\vec{E}_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$

$P$  点处的总电势  $\varphi = \varphi_O = \varphi_{1O} + \varphi_{2O}$

$+q$  在  $O$  点处的电势为  $\varphi_{1O} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0}$

## 2.1 导体

感应电荷在  $P$  点处总场强  $\vec{E}_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$



$P$  点处的总电势  $\varphi = \varphi_O = \varphi_{1O} + \varphi_{2O} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0}$

$+q$  在  $O$  点处的电势为  $\varphi_{1O} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0}$

感应电荷在  $O$  点处电势  $\varphi_{2O} = 0$

$+q$  在  $P$  点处的电势为  $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$  由  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$

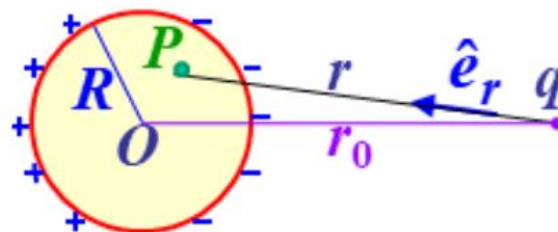
感应电荷在  $P$  点处电势  $\varphi_2 = \varphi - \varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

## 2.1 导体

[例] 一个不带电的金属球接近点电荷  $+q$ ，当距离为  $r$  时，求：

- (1) 感应电荷在导体球内到点电荷  $q$  距离为  $r$  的  $P$  点处的电场强度和电势；(2) 若将金属球接地，球上的净电荷。

解：(1)



感应电荷在  $P$  点处的场强  $\vec{E}_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{e}_r$

感应电荷在  $P$  点处的电势  $\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

(2) 设感应电荷量为  $Q$ ，接地即  $\varphi=0$ ，

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0} = 0 \quad \longrightarrow \quad Q = -\frac{R}{r_0} q$$



## 2.2 静电场中的电介质

### 静电场中的导体

#### 导体静电平衡的条件

导体内部  $E_{\text{内}}=0$ ,  $\vec{E}_{\text{表面}} \perp \text{表面}$ 。

↑  
导体成为等势体，表面成为等势面。

#### 静电平衡时导体上电荷的分布

1. 导体带电只能在表面！

2. 表面附近：

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{e}_n$$

$$\sigma = \epsilon_0 E$$

3. 孤立导体处于静电平衡时，曲率越大的地方（表面凸出的尖锐部分），电荷面密度也大。

#### 有导体存在时静电场场量的计算原则

1. 静电平衡的条件； 2. 基本性质方程； 3. 电荷守恒定律

## 2.2 静电场中的电介质



有导体存在时静电场的分析与计算

1. 分析方法：

三方法结合 { 电荷守恒  
静电平衡条件  
高斯定理

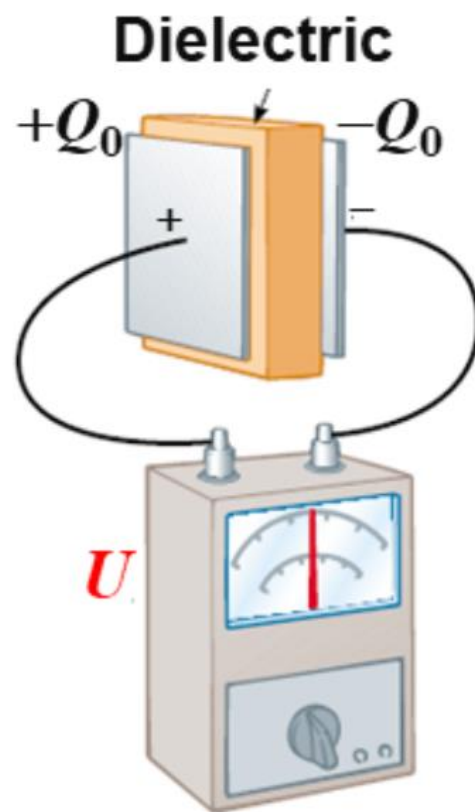
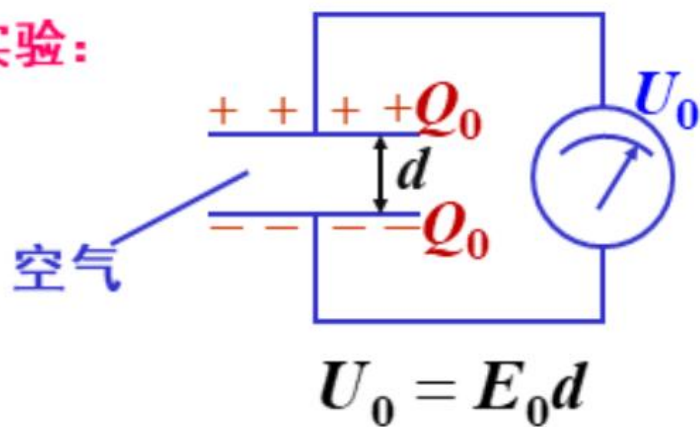
2. 常见导体组：板状导体组  
球状导体组  
柱状导体组

## 2.2 静电场中的电介质

电介质的特征：内部没有可自由移动的电荷。  
本章所讨论的电介质限于各向同性的电介质。

### § 2.2.1 电介质对电场的影响

实验：

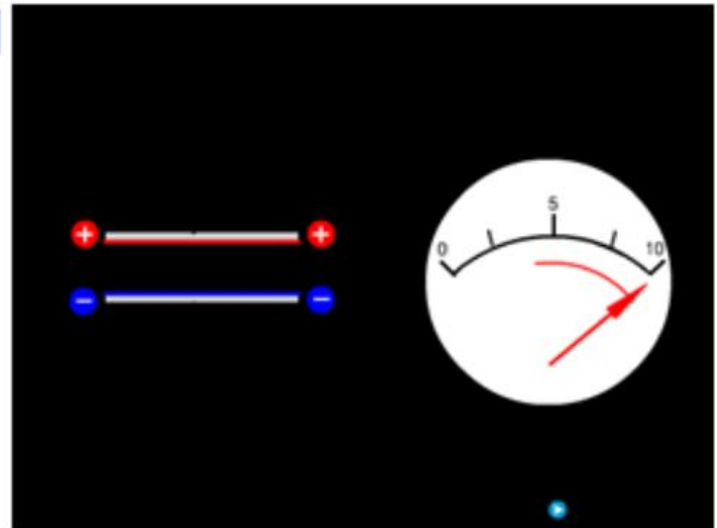
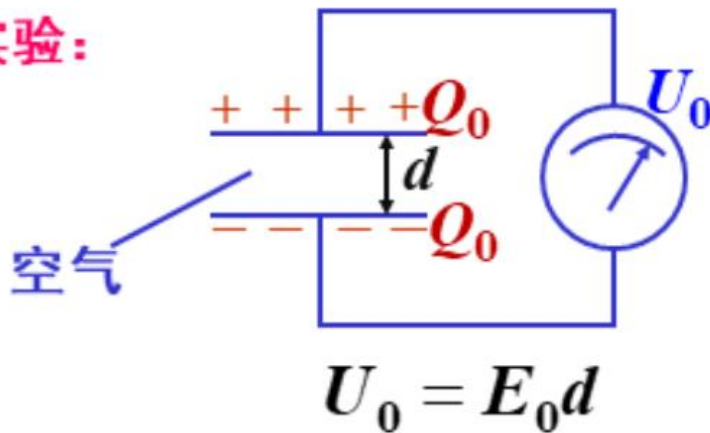


## 2.2 静电场中的电介质

电介质的特征：内部没有可自由移动的电荷  
本章所讨论的电介质限于各向同性的电介质。

### § 2.2.1 电介质对电场的影响

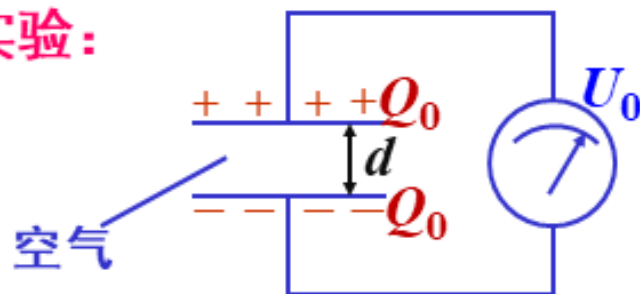
实验：



$$U = U_0 / \epsilon_r < U_0$$

## 2.2 静电场中的电介质

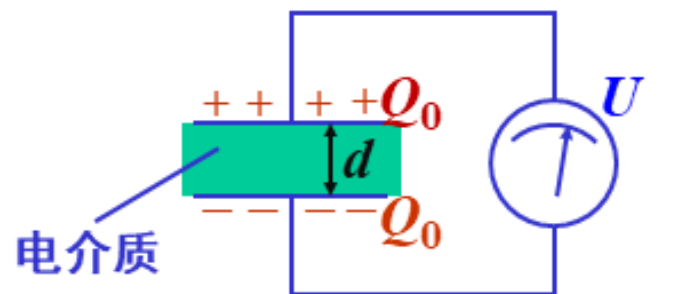
实验:



$$U_0 = E_0 d$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

电介质的介电常数



$$U = Ed$$

$$U = U_0 / \epsilon_r < U_0$$

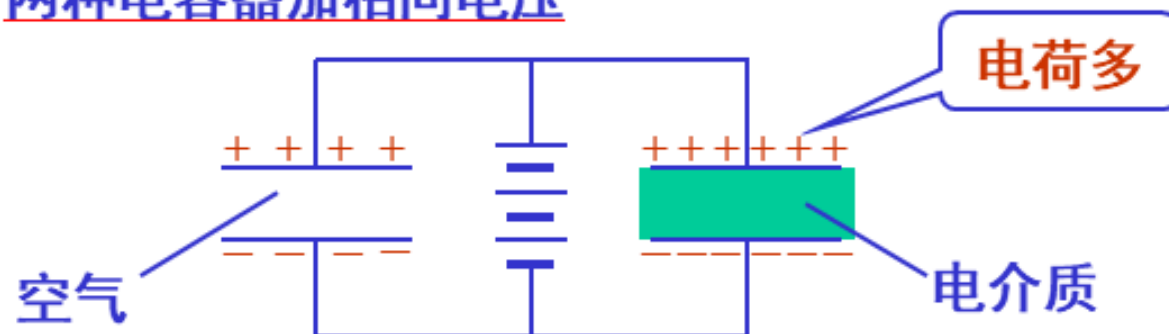
$$E = E_0 / \epsilon_r < E_0$$

电介质的相对介电常数,  $\geq 1$

**结论:** 电容器的电荷量不变时, 电介质的插入使两板间的电场减弱了, 场强减为真空时的  $1/\epsilon_r$ 。

## 2.2 静电场中的电介质

两种电容器加相同电压



$\epsilon_r$  标志电介质对静电场影响的程度，是反映物质电学性能的一个重要参数。

真空	$\epsilon_r = 1$
空气 (0°C, 1atm)	$\epsilon_r = 1.00059$
纯水 (0°C, 1atm)	$\epsilon_r = 80.2$
玻璃	$\epsilon_r = 5 - 10$
钛酸钡	$\epsilon_r = 10^3 - 10^4$

**结论：**电容器的电荷量不变时，电介质的插入使两板间的电场减弱了，场强减为真空时的  $1/\epsilon_r$ 。




## 2.2 静电场中的电介质

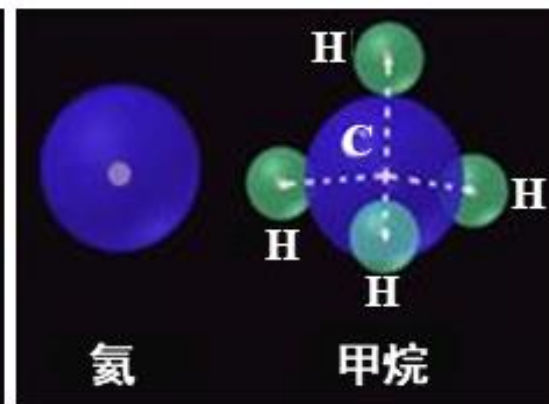
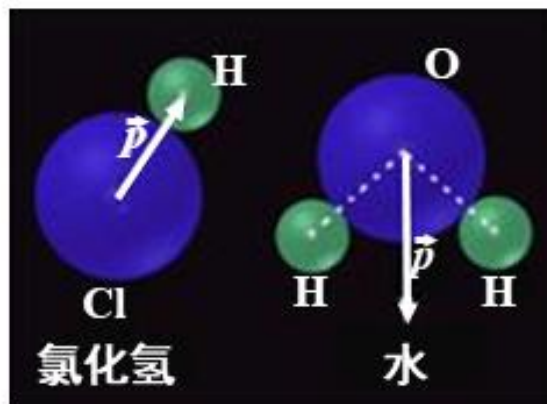
### § 2.2.2 电介质的极化 (Polarization)

#### 一、电介质的微观图象

重心模型： 有极分子  
(polar molecules)

无极分子  
(nonpolar molecules)


$$\vec{p} = q\vec{l}$$





## 2.2 静电场中的电介质


### § 2.2.2 电介质的极化 (Polarization)

#### 一、电介质的微观图象

重心模型:

有极分子  
(polar molecules)

无极分子  
(non molecules)

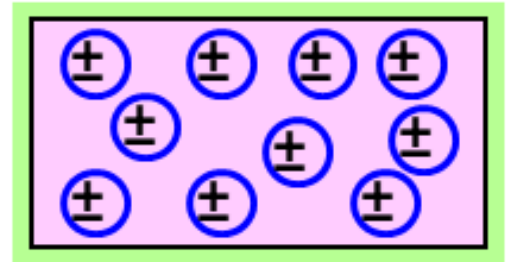
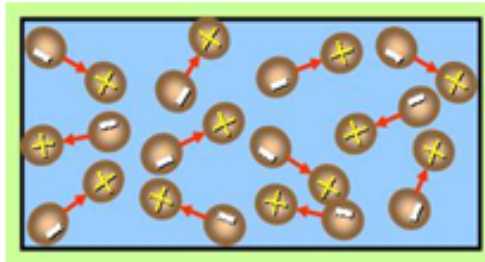

$$\vec{p} = q\vec{l}$$



有极分子电介质

无极分子电介质

无外场时:



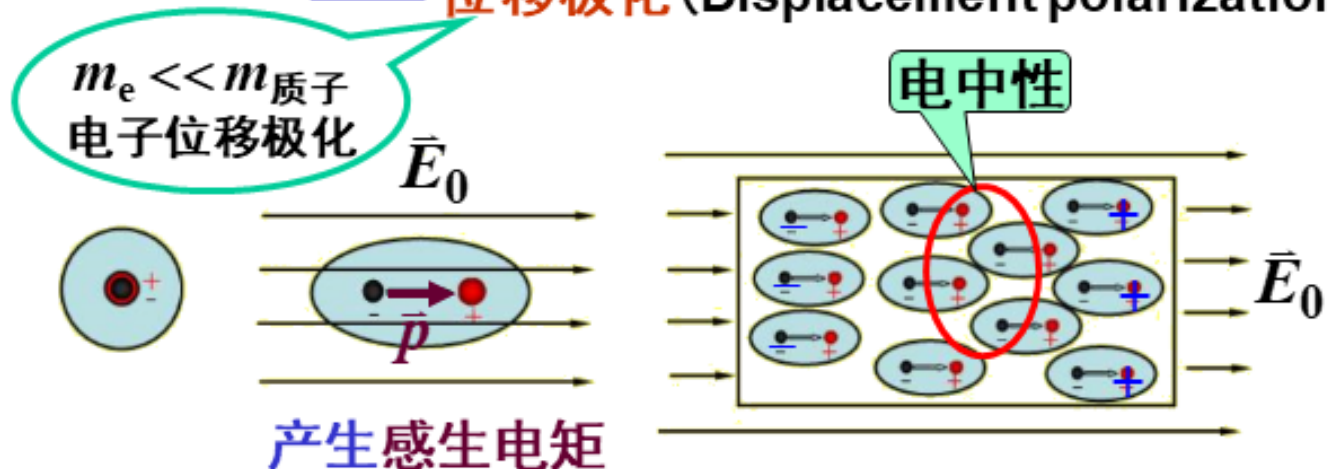
热运动——紊乱、电中性

## 2.2 静电场中的电介质

### 二、有电场时电介质的极化过程

#### 1. 无极分子电介质 (如 $\text{H}_2$ 、 $\text{N}_2$ ) 的极化

—— 位移极化 (Displacement polarization)



边缘出现电荷分布  
称为**极化电荷**  
(polarization charges)  
或称**束缚电荷**  
(bound charges)

## 2.2 静电场中的电介质

### 二、有电场时电介质的极化过程

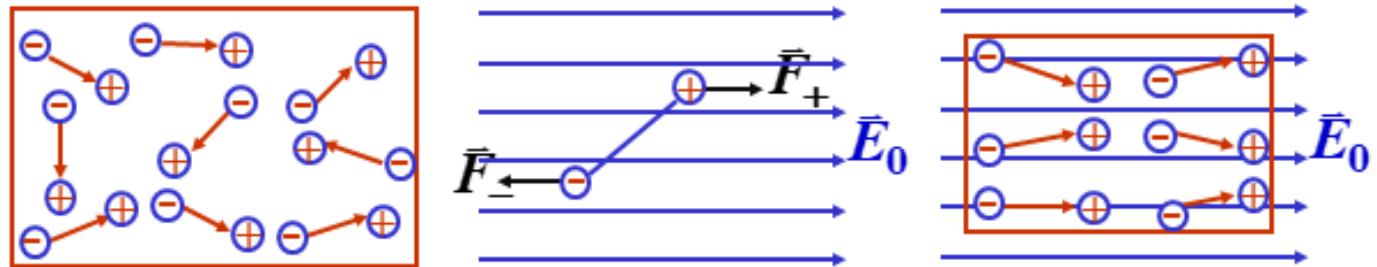
#### 1. 无极分子电介质 (如 $\text{H}_2$ 、 $\text{N}_2$ ) 的极化

—— 位移极化 (Displacement polarization)

$m_e \ll m_{\text{质子}}$   
电子位移极化

#### 2. 有极分子电介质 (如 $\text{SO}_2$ 、 $\text{H}_2\text{S}$ ) 的极化

—— 取向极化 (Orientation polarization)



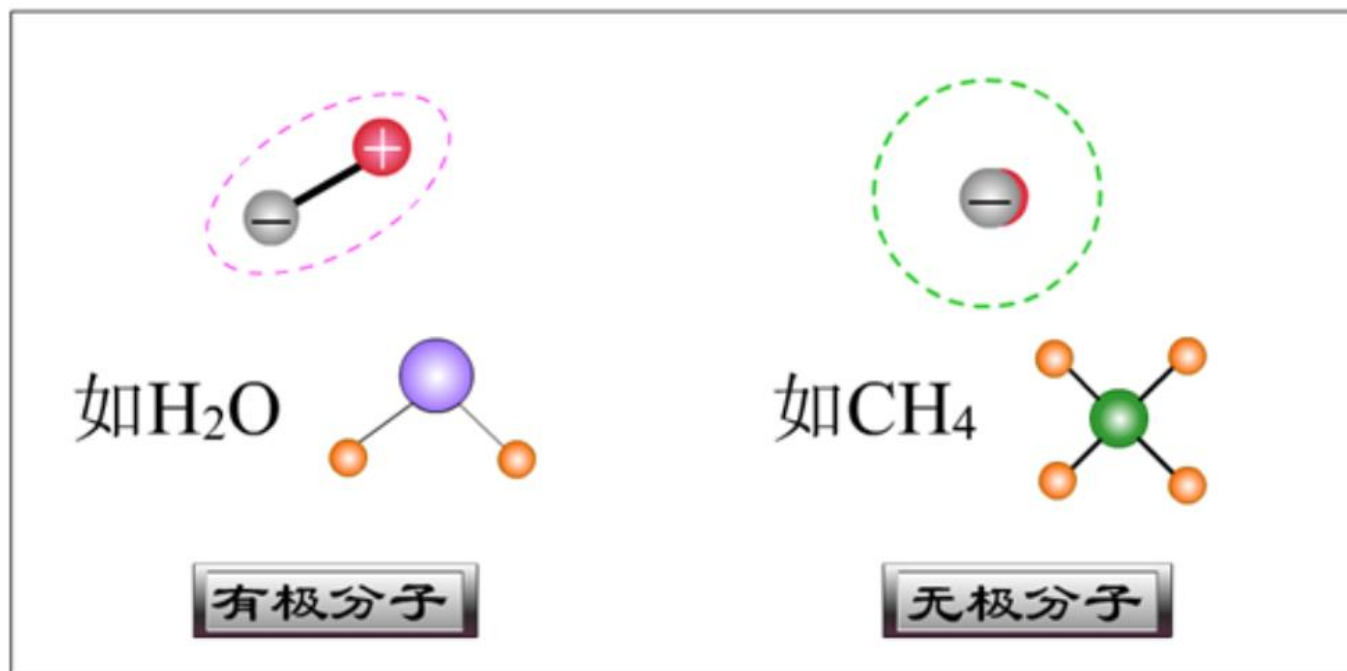
固有电矩沿外电场取向

## 2.2 静电场中的电介质 ✦

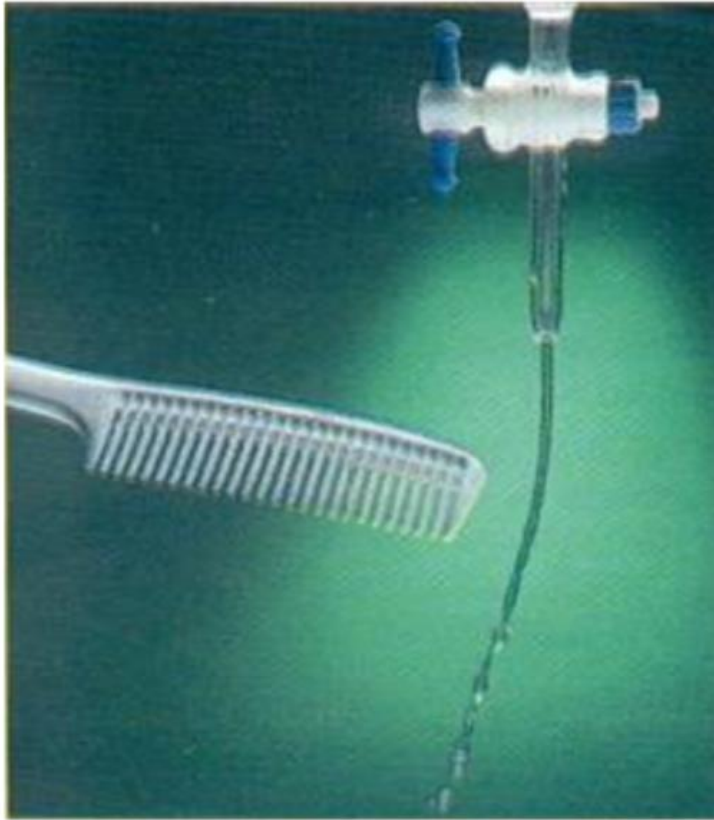
### 二、有电场时电介质的极化过程

无极分子电介质：氢、甲烷、石蜡等

有极分子电介质：水、有机玻璃等



## 2.2 静电场中的电介质



## 2.2 静电场中的电介质

### § 2.2.3 电极化强度 (Electric Polarization)

—— 描述极化强弱的物理量

1. 定义  $\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$

单位  $\text{C}/\text{m}^2$

$\vec{p}_i$  第  $i$  个分子的电偶极矩

小体积元内分子电偶极矩的矢量和



宏观上无限小  
微观上无限大的体积元  $\Delta V$

2.  $\vec{P}$  与  $\vec{E}$  的关系

实验证明：电场不太强、各向同性介质 (isotropy linearity)

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$$

$\chi = \varepsilon_r - 1$   
介质电极化率

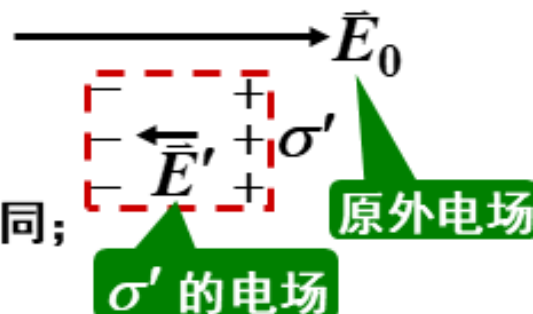
注意

$\vec{P}$  与  $\vec{E}$  的方向一致

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

均匀极化：各点  $\vec{P}$  大小、方向相同；

不均匀极化：各点  $\vec{P}$  不相同。





## 2.2 静电场中的电介质

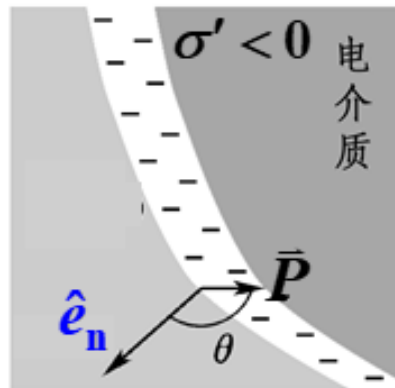
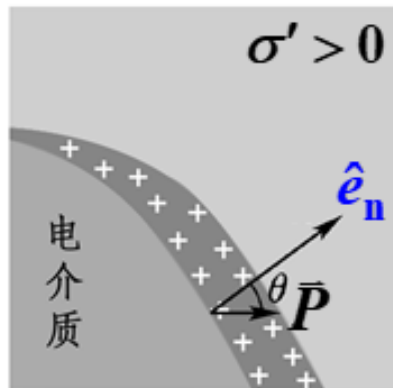
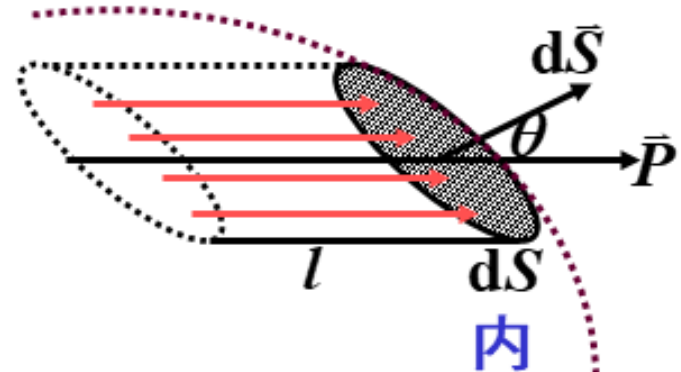
### 3. 极化强度 $\bar{P}$ 与极化电荷 $\sigma'$ 的关系

$$P = \frac{l \sigma' dS}{l \cos \theta dS}$$
$$= \frac{\sigma'}{\cos \theta}$$

$$\sigma' = P \cos \theta = P_n$$

$$\sigma' = \bar{P} \cdot \hat{e}_n$$

$\hat{e}_n$  : 介质外法线方向





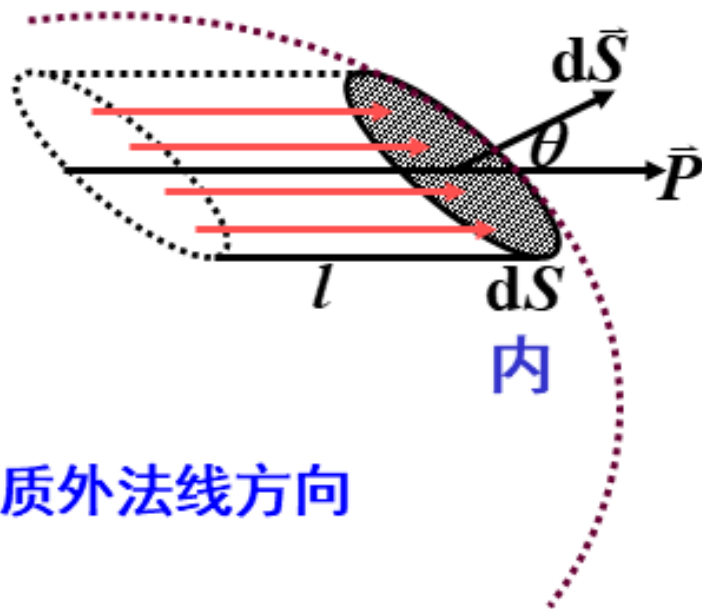
## 2.2 静电场中的电介质

### 3. 极化强度 $\vec{P}$ 与极化电荷 $\sigma'$ 的关系

$$P = \frac{l \sigma' dS}{l \cos \theta dS}$$
$$= \frac{\sigma'}{\cos \theta}$$

$$\sigma' = P \cos \theta = P_n$$

$$\boxed{\sigma' = \vec{P} \cdot \hat{e}_n} \quad \hat{e}_n: \text{介质外法线方向}$$

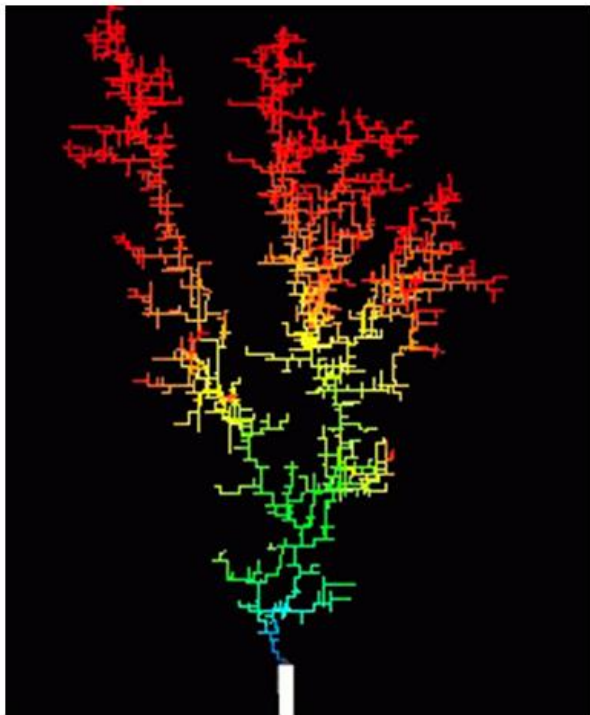


### 4. 击穿现象

—— 当外电场很强时，电介质分子有可能被“拉断”，电介质就被击穿。

**介电强度 (击穿场强)**：电介质不被击穿的最大场强。

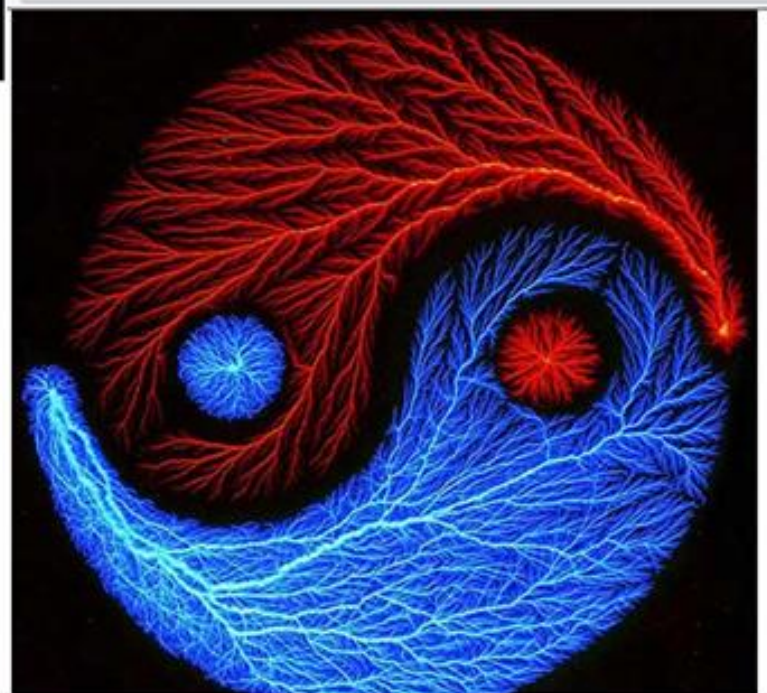
## 2.2 静电场中的电介质



## 2.2 静电场中的电介质



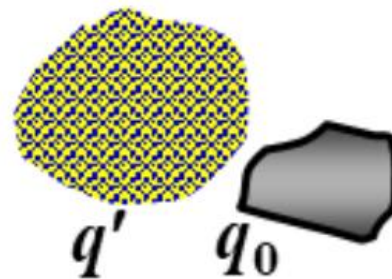
## 2.2 静电场中的电介质





## 2.2 静电场中的电介质

$$\begin{array}{ccccc} & & \sigma' = \vec{P} \cdot \hat{e}_n & & \\ & \vec{E}_0 \longrightarrow & \vec{P} \longrightarrow & q'(\sigma', \rho') & \\ & & \uparrow & \downarrow & \\ \vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} & & \vec{E} & \longleftarrow & \vec{E}' \end{array}$$



## 2.2 有电介质的高斯定理

### 一、电位移矢量 $\vec{D}$ (Electric displacement vector)

**定义**  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

单位:  $\text{C}/\text{m}^2$

均匀各向同性介质中  $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} = \epsilon_0\chi\vec{E}$

$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r\vec{E} = \epsilon\vec{E}$   $\epsilon$ : 介质的介电常数

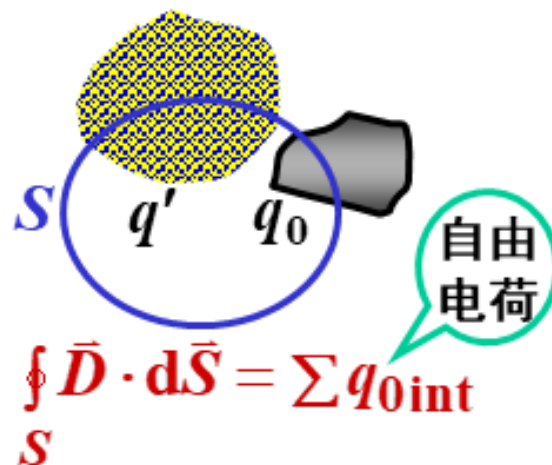
$\vec{D}$  与  $\vec{E}$  方向相同, 点对点

### 二、 $\vec{D}$ 的高斯定理

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon_r$$

$$\oint_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \Sigma q_{0\text{int}} / \epsilon_0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon_r} \Sigma q_{0\text{int}}$$



## 2.2 静电场中的电介质 ✦

讨论

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{0\text{int}}$$

(1) 若无电介质, 则  $\vec{P} = 0$ , 还原为真空中的高斯定理。

$$(2) \vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} \longrightarrow \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$

(3)  $\vec{D}$  的高斯定理普遍成立,  
当自由电荷和电介质分  
布具一定对称性时,

$\vec{D}$  的高斯定理

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$$

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \hat{e}_n$$

$$q' = \int \sigma' dS$$

$q_{0\text{int}}$

$\vec{D}$

$\vec{E}$

$\vec{P}$

$\sigma'$

$q'$





关于高斯定理，下列说法中哪一个是正确的？

- ☐ A 高斯面内不包围自由电荷，则面上各点电位移矢量  $\vec{D}$  为零。
- ☐ B 高斯面上处处  $\vec{D}$  为零，则面内必不存在自由电荷。
- ☐ C 高斯面  $\vec{D}$  的通量仅与面内自由电荷有关。
- ☐ D 以上说法都不正确。

提交

在一静电场中，作一闭合曲面 $S$ ，若有 $\oint_S \bar{D} \cdot d\bar{S} = 0$   
(式中 $\bar{D}$ 为电位移矢量)，则 $S$ 面内必定

- Ⓐ 既无自由电荷，也无束缚电荷。
- Ⓑ 没有自由电荷。
- Ⓒ 自由电荷和束缚电荷的代数和为零。
- Ⓓ 自由电荷的代数和为零。

提交

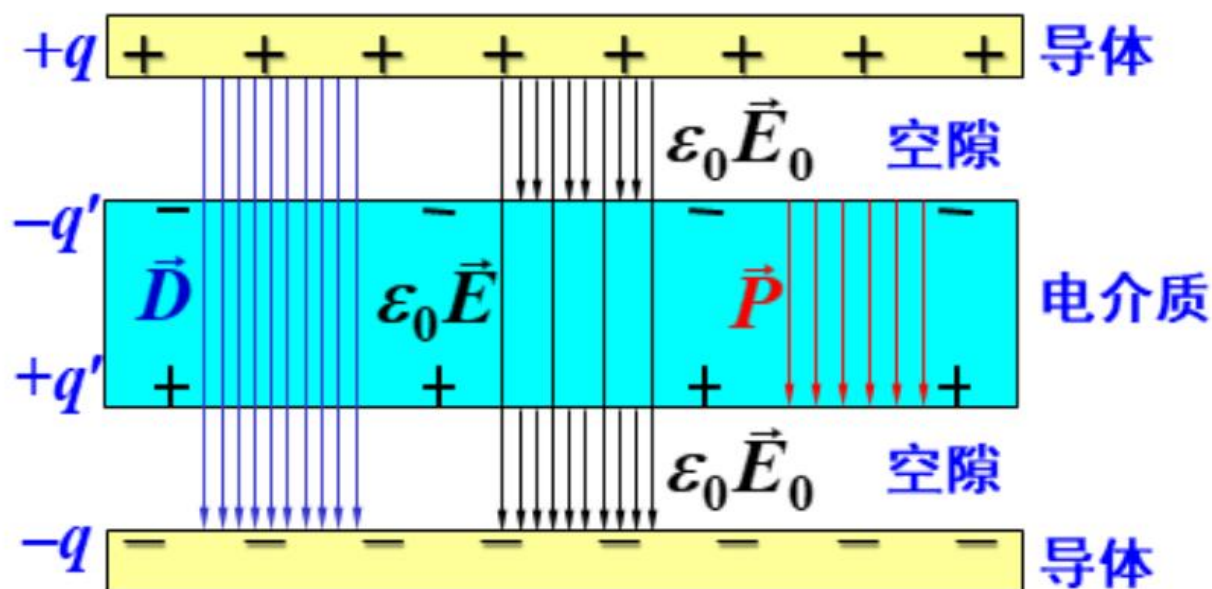
关于静电场中的电位移线，下列说法中，哪一种是正确的？

- ☐ A 起自正电荷，止于负电荷，不形成闭合线，不中断。
- ☐ B 任何两条电位移线互相平行。
- ☐ C 起自正自由电荷，止于负自由电荷，任何两条电位移线在无自由电荷的空间不相交。
- ☐ D 电位移线只出现在有电介质的空间。

提交

## 2.2 静电场中的电介质

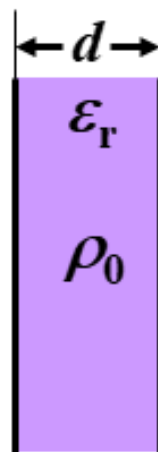
三种力线 ( $\vec{D}$ 、 $\vec{E}$ 、 $\vec{P}$ ) 的分布特点:



$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

## 2.2 静电场中的电介质

[例] 一无限大各向同性均匀介质平板，厚度为  $d$ ，相对介电常数为  $\epsilon_r$ ，内部均匀分布电荷体密度为  $\rho_0$  的自由电荷。  
求：介质板内、外的  $\bar{D}$ 、 $\bar{E}$ 、 $\bar{P}$ 。



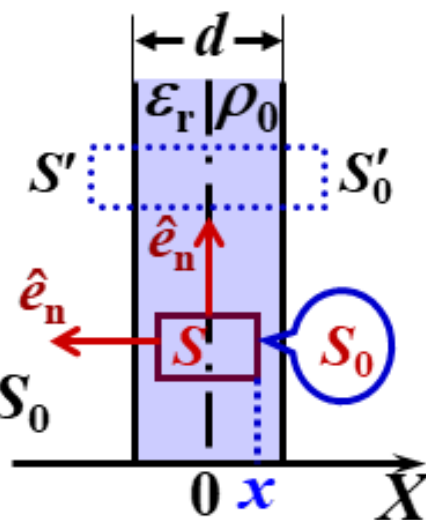
## 2.2 静电场中的电介质

[例] 一无限大各向同性均匀介质平板，厚度为  $d$ ，相对介电常数为  $\epsilon_r$ ，内部均匀分布电荷体密度为  $\rho_0$  的自由电荷。求：介质板内、外的  $\vec{D}$ 、 $\vec{E}$ 、 $\vec{P}$ 。

解：带电体有面对称，  
故  $\vec{D}$ 、 $\vec{E}$ 、 $\vec{P}$  垂直于平板。

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{0\text{int}}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \underbrace{\int_{\text{侧}} \vec{D} \cdot d\vec{S}}_{=0} + \int_{\text{两底}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 2DS_0$$



$$|x| \leq d/2, \quad 2DS_0 = \rho_0 2|x|S_0, \quad \vec{D} = \rho_0 |x| \hat{e}_n$$

$$|x| \geq d/2, \quad 2DS'_0 = \rho_0 dS'_0, \quad \vec{D} = \frac{\rho_0}{2} d \hat{e}_n$$

## 2.2 静电场中的电介质 ✦

$$|x| \leq \frac{d}{2}, \quad \mathbf{D} = \rho_0 |x|$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\rho_0 |x|}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

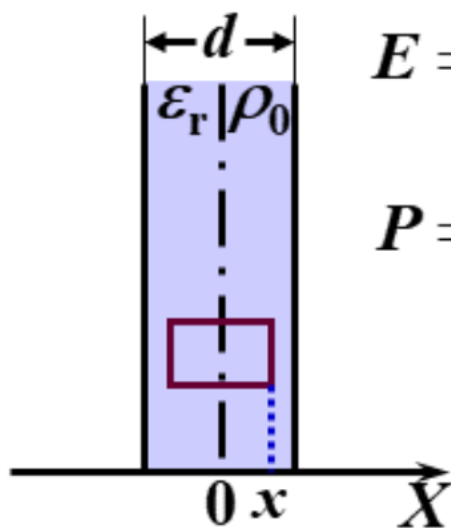
$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E}$$

$$\mathbf{P} = (\epsilon_r - 1) \frac{\rho_0 |x|}{\epsilon_r}$$

$$|x| \geq \frac{d}{2}, \quad \mathbf{D} = \frac{\rho_0}{2} d$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_0 d}{2 \epsilon_0} \quad \text{均匀场}$$

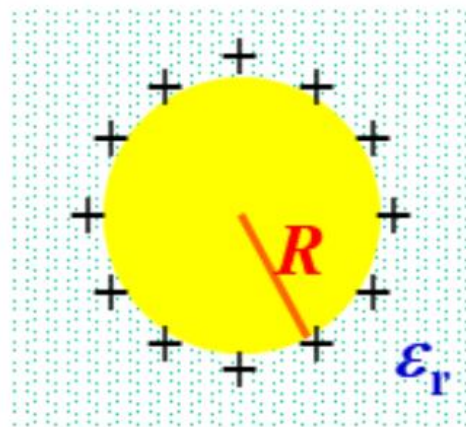
$$\mathbf{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \mathbf{E} = \mathbf{0}$$





## 2.2 静电场中的电介质

**[例]** 带电金属球 ( $R, q$ ), 浸在油中 ( $\epsilon_r$ ), 求球外的场强及金属表面处油面上的束缚电荷  $q'$ 。



## 2.2 静电场中的电介质

[例] 带电金属球 ( $R, q$ ), 浸在油中 ( $\epsilon_r$ ), 求球外的场强及金属表面处油面上的束缚电荷  $q'$ 。

解: 在介质内作高斯面  $S$   $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$

由对称性  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = D4\pi r^2 = q$

$$\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \hat{e}_r, \quad \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2} \hat{e}_r$$

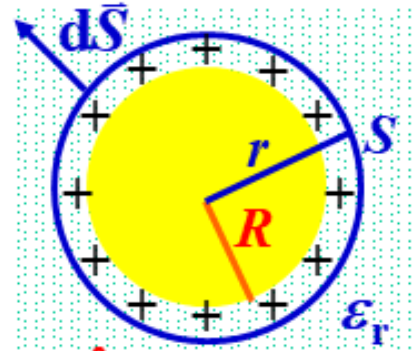
$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$q' = q \left( \frac{1}{\epsilon_r} - 1 \right)$$

$$\frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} + \frac{q'}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$\epsilon_r > 1$$

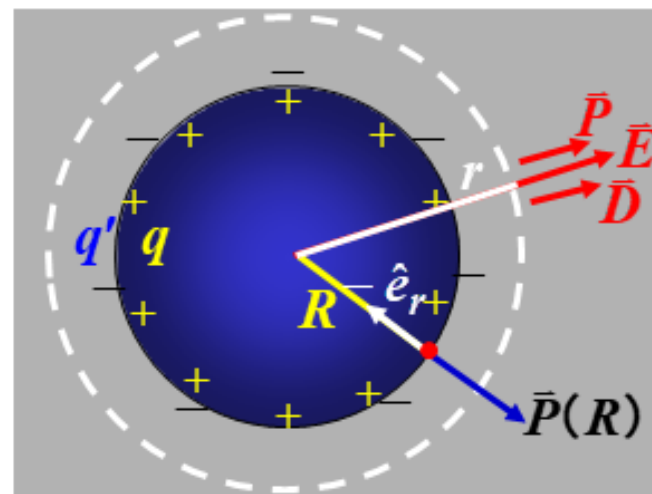
( $q'$  与  $q$  反号)



## 2.2 静电场中的电介质 ✧

另一解法：

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\bar{E} \\ &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \hat{e}_r \\ &= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \frac{q}{4\pi r^2} \hat{e}_r\end{aligned}$$



球表面的油面上的束缚电荷：

$$\sigma' = \bar{P}(R) \cdot (-\hat{e}_r) = -\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \frac{q}{4\pi R^2}$$

$$q' = 4\pi R^2 \cdot \sigma' = -\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) q$$

$q'$  总与  $q$  反号，数值小于  $q$ 。

一导体球外充满相对介电常数为  $\epsilon_r$  的均匀电介质，若测得导体表面附近场强大小为  $E$ ，则导体球面上的自由电荷面密度  $\sigma$  为

- A  $\epsilon_0 E$
- B  $\epsilon_0 \epsilon_r E$
- C  $\epsilon_r E$
- D  $(\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) E$

提交

## 2.2 静电场中的电介质

[例] 两平行放置的金属板间原为真空，分别带等量异号电荷  $+\sigma_0$ 、 $-\sigma_0$ ，板间电压为  $U_0$ ，保持板上电荷量不变，将板间一半空间充入介质 ( $\epsilon_r$ )，求：板间电压。

解：作高斯面

$$\oint_S \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \sum q_{0\text{int}}$$

$$\int_S \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \int_{\text{左}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \int_{\text{右}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \int_{\text{侧}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S}$$

$$\qquad\qquad\qquad \parallel \qquad\qquad\qquad \parallel$$

$$\qquad\qquad\qquad 0 \qquad\qquad\qquad 0$$

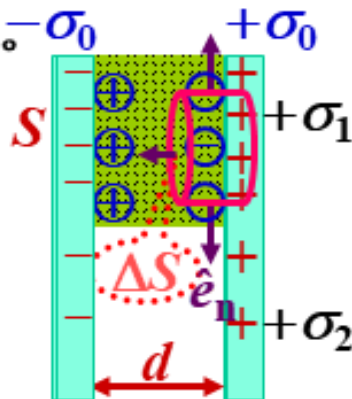
$$\int_S \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = D_1 \Delta S = \sigma_1 \Delta S$$

$$D_1 = \sigma_1, \quad E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\therefore U = E_1 d = E_2 d$$

$$\therefore E_1 = E_2$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} \begin{cases} \sigma_2 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_r} \\ \frac{S}{2} \sigma_1 + \frac{S}{2} \sigma_2 = \sigma_0 S \end{cases} \begin{cases} \sigma_1 = \frac{2\epsilon_r}{1+\epsilon_r} \sigma_0 (> \sigma_0) \\ \sigma_2 = \frac{2}{1+\epsilon_r} \sigma_0 (< \sigma_0) \end{cases}$$

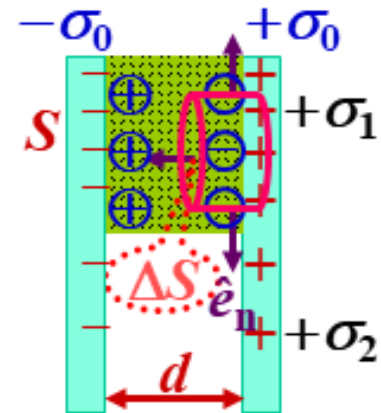


## 2.2 静电场中的电介质 ✧

$$\because U = E_1 d = E_2 d \quad \therefore E_1 = E_2$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}, \quad E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r} \sigma_0 (> \sigma_0) \\ \sigma_2 = \frac{2}{1+\varepsilon_r} \sigma_0 (< \sigma_0) \end{cases}$$



$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} = \frac{2}{(1+\varepsilon_r)} \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{2}{1+\varepsilon_r} E_0$$

$$U = E_2 d = \frac{2}{1+\varepsilon_r} E_0 d = \frac{2}{1+\varepsilon_r} U_0, \quad \frac{1}{\varepsilon_r} < \frac{2}{1+\varepsilon_r} < 1$$

# 课后作业

下课

本周作业

**p.169: 9,11,12,14,16,18**

**SPOC作业**