第二篇 动态电路的时域分析

第五章　第六章　第七章

第五章 电容元件和电感元件

作业

5-1（2） 5-2 5-6 5-12

练习

5-5 5-7 5-9 5-11

第五章 电容元件与电感元件

§5-1～2 电容元件及其VCR

§5-3 电容电压的连续和记忆性质

§5-4 电容的储能

§5-5～6 电感元件及其VCR

§5-7 电容与电感的对偶性 状态变量

第五章 电容元件和电感元件

电阻性电路：由电阻元件、受控源、独立源组成的电路。

动态电路：含电阻、独立源、受控源、动态元件的电路。

动态元件的特点：其某时刻的响应并不只与同时刻的激励有关，而是和过去全部激励有关，是有“记忆”元件。

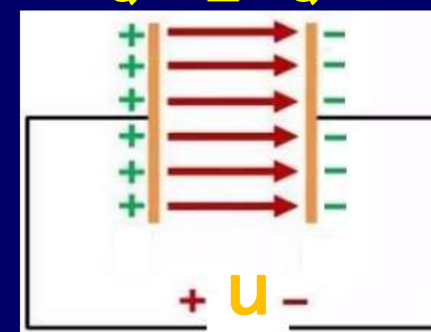
动态元件的VAR：微分、积分

§5-1 电容元件

一. 电容元件

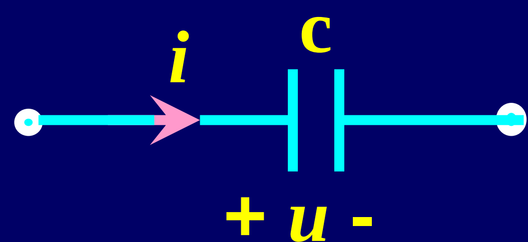
1. 电容器：

两块金属板，中间隔以绝缘介质，充电，成为电容器。
两极板间有电场，能聚集电荷，贮存电场能量。



2. 电容元件：理想电容器。
只贮存电场能量，无损耗。

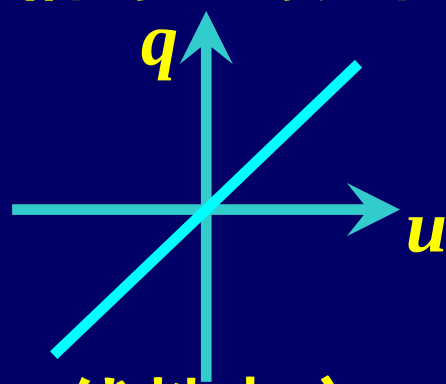
电路符号



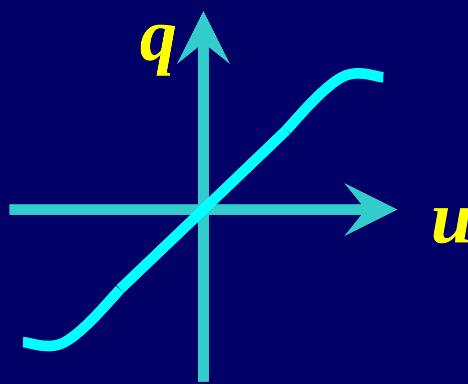
3. 特性曲线：

在任一时刻，电容贮存的电荷q和其端电压u的关系由q-u平面上的一条曲线所决定。

电容是电荷和电压相约束的元件。



线性电容

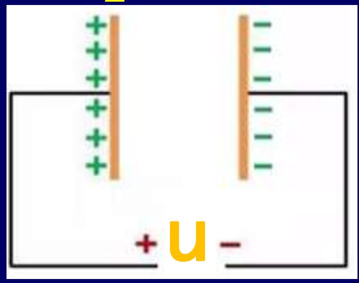


非线性电容

4. 线性非时变电容：

其特性曲线是过原点的直线，且不随时间而改变。

q^+　q^-



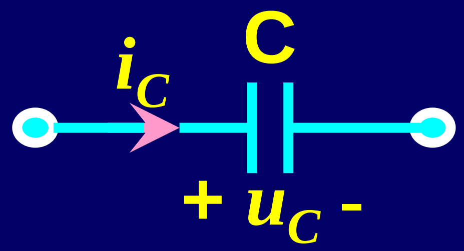
u 和q参考方向一致时：

$q(t)=Cu(t)$

$C=q(t)/u(t)$　单位：法拉(F)

§5-2 电容元件的VCR
§5-3电容电压的连续性和记忆性

1. 微分关系



关联参考方向 $i_C(t)=\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{d(Cu_C)}{dt}=C\dfrac{du_C}{dt}$

非关联参考方向 $i_C(t)=-C\dfrac{du_C}{dt}$

结论1. $i_C(t)$与$u_C(t)$的变化率成正比，而与同时刻$u_C(t)$的数值无关。

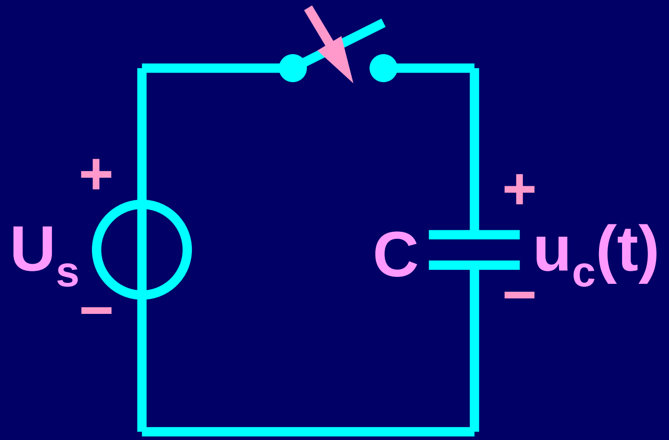
结论2. $i_C(t)$为有限值时，则du_C/dt为有限值，即$u_C(t)$不能跃变。

电容电压的连续性：

若$i_C(t)$在闭区间[t_a，t_b]内有界，则$u_C(t)$在开区间（t_a,t_b）内连续。在t_a至t_b的任一时刻t, 有$u_C(t_-)=u_C(t_+)$

结论3：当$i_C(t)$ 无界时，即$i_C(t)\rightarrow\infty$，说明$u_C(t)$可以突变。

特殊情况可以跃变



理想电压源要提供无限大的电流

2. 积分关系

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)d\xi=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i_C(\xi)d\xi+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$$=u_C(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\xi)d\xi$$

$u_C(t_0)$: 电容初始电压

如果$t_0=0$，$u_C(t)=u_C(0)+\frac{1}{C}\int_{0}^{t} i_C(\xi)d\xi$

电容上电压取决于从$-\infty$到t所有时刻的电流值。电容电压有“记忆”电流的作用，电容是“记忆”元件，又称惯性元件.

§5-4 电容的贮能

1. 电容的瞬时功率

关联参考方向： $p(\mathrm{t}) = u(\mathrm{t})i(\mathrm{t})$

$p>0$ 吸收功率； $p<0$ 产生功率

← →

2. 电容的贮能

$$p(t)=\frac{dw}{dt}$$

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t} p d\xi = \int_{-\infty}^{t} u i d\xi = \int_{-\infty}^{t} u C \frac{du}{d\xi} d\xi$$

$$= C\int_{-\infty}^{t} u du = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty)$$

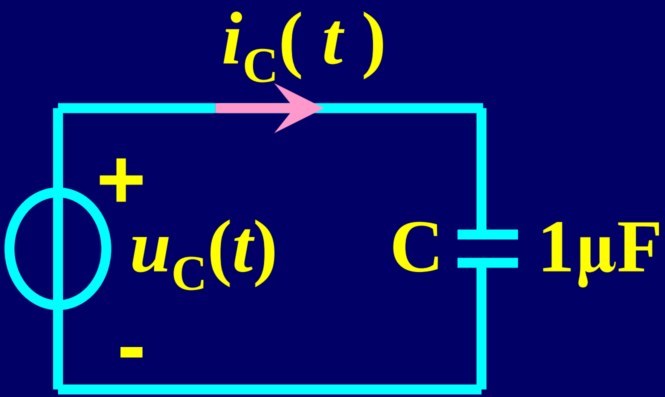
由于 $u(-\infty)=0$ $\quad w(t)=\frac{1}{2} Cu^2(t)$ 单位：J

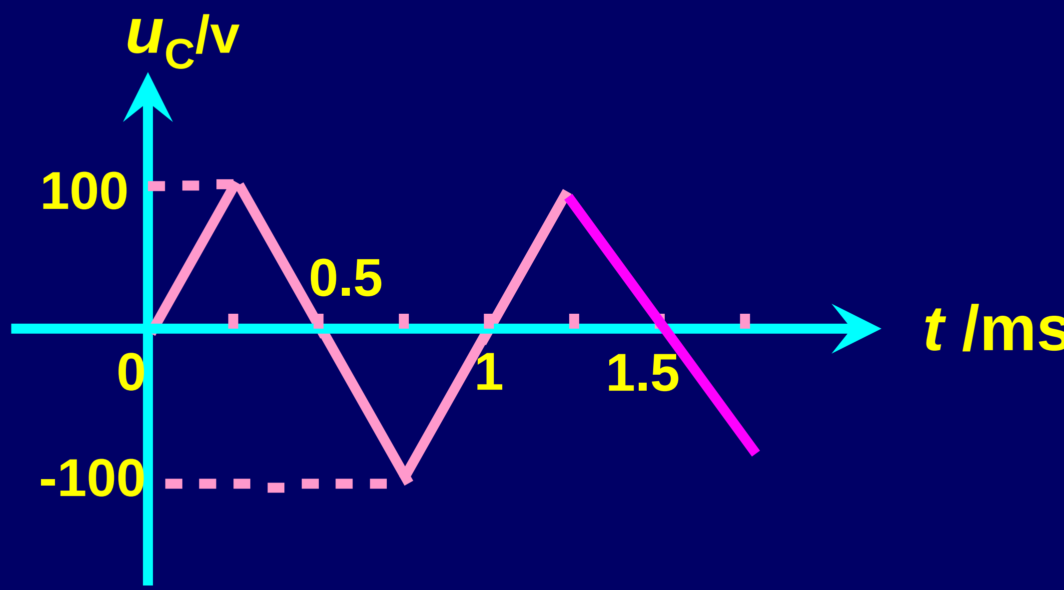
$t_0 \rightarrow t$ 期间电容的净储能 $\quad w_c(t)=\frac{1}{2} Cu^2(t)-\frac{1}{2} Cu^2(t_0)$

（1）电容某时刻贮能与当时的电压有关，与此时电流无关。

（2）电容电压不能跃变实质是贮能不能跃变的反映。

例5–1 求电容电流i_c、贮能w_C





解： 分段求解

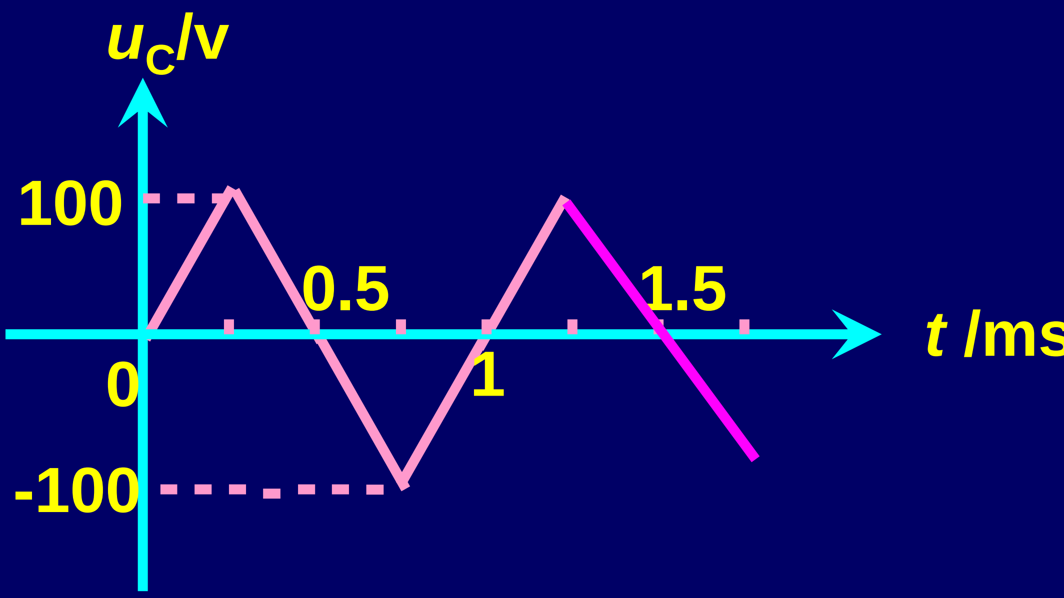
$0 \leq t \leq 0.25ms \qquad u_C(t)=4\times10^5 t \ \mathrm{V}$

$$i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=10^{-6}\times4\times10^5=0.4\mathrm{A}$$

$$w_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)=\frac{1}{2}\times10^{-6}\times(4\times10^5 t)^2$$

$$=8\times10^4 t^2 \ \mathrm{J}$$

$0.25 \leq t \leq 0.75ms$



$u_C(t) = -4 \times 10^5 t + 200$ V

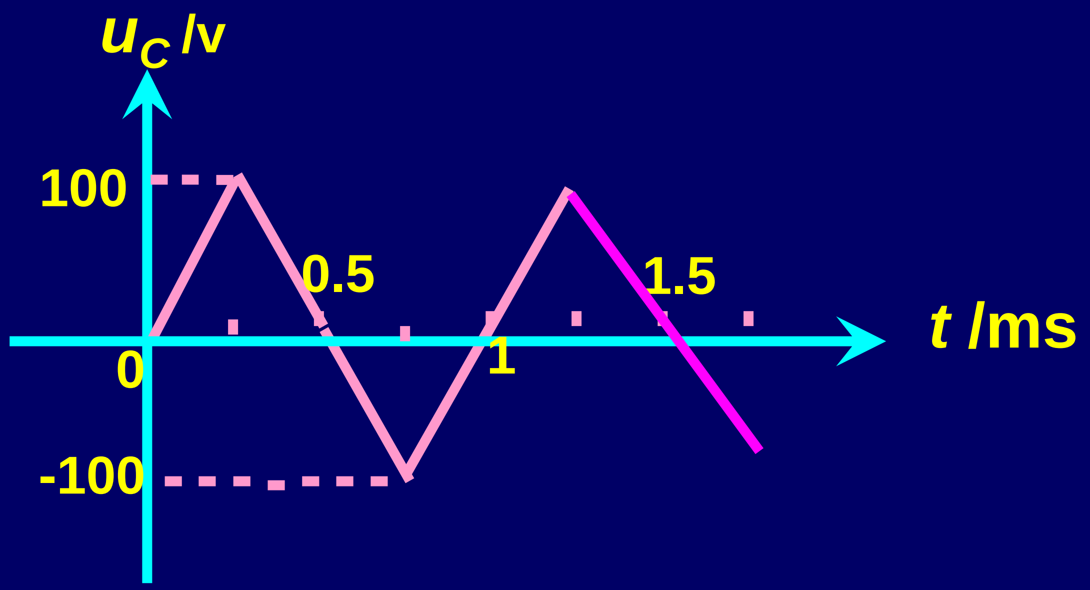
$i_C(t) = 10^{-6} \times (-4 \times 10^5) = -0.4$ A

$w_C(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t)$

$= \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times (-4 \times 10^5 t + 200)^2$

$= 8 \times 10^4 t^2 - 80t + 2 \times 10^{-2}$ J

$0.75 \leq t \leq 1.25ms$

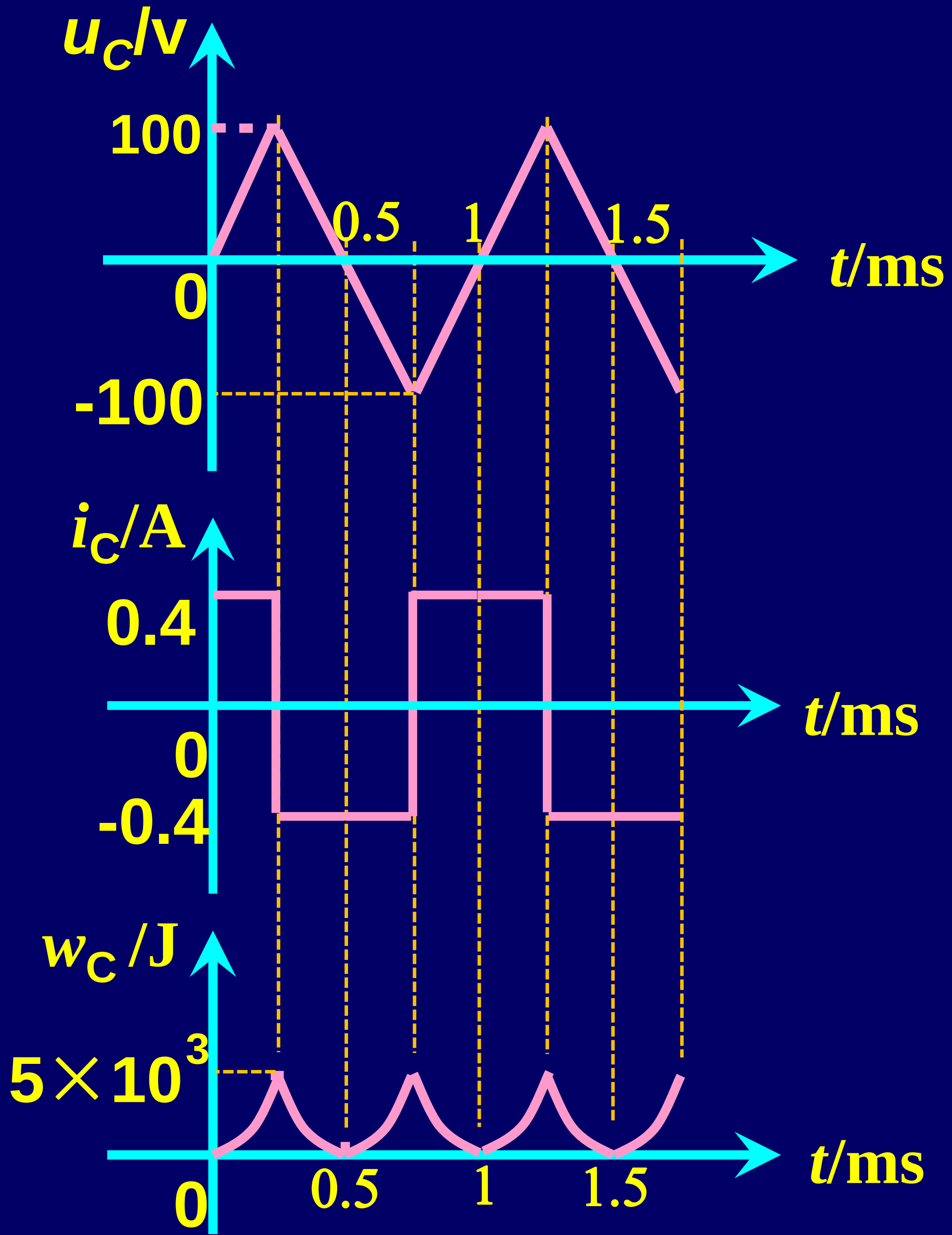


$u_C(t)=4\times10^5\, t - 400$ V

$i_C(t)= 0.4$ A

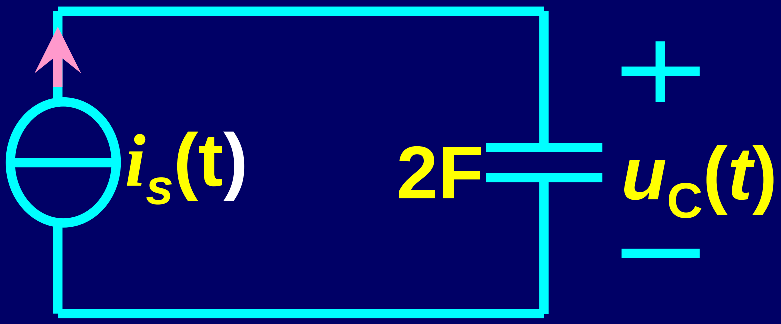
$w_C(t)=\frac{1}{2}\times 10^{-6}\times (4\times10^5\, t-400)^2$

$=8\times10^4\, t^2-160t+8\times10^{-2}$ J

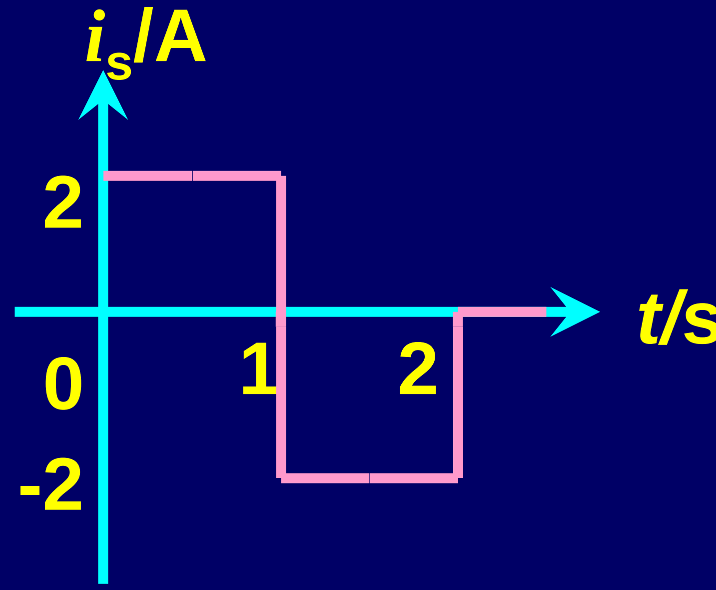


uC/v
100
0.5
1
1.5
t/ms
0
-100
iC/A
0.4
t/ms
0
-0.4
wC /J
5×10
3
t/ms
0
0.5
1
1.5

补充例： 求电容电压$u_C(t)$,并绘波形图。



$u_C(0)=0$



解： $0 \le t \le 1s$ $i_s(t)= 2A$

$$u_C(t)= u_c(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_S(\xi)d\xi$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^t 2d\xi = \frac{1}{2}\times 2t = t\ V$$

$u_C(1)=1\ V$

$1 \le t \le 2s \qquad i_s(t) = -2\text{A}$

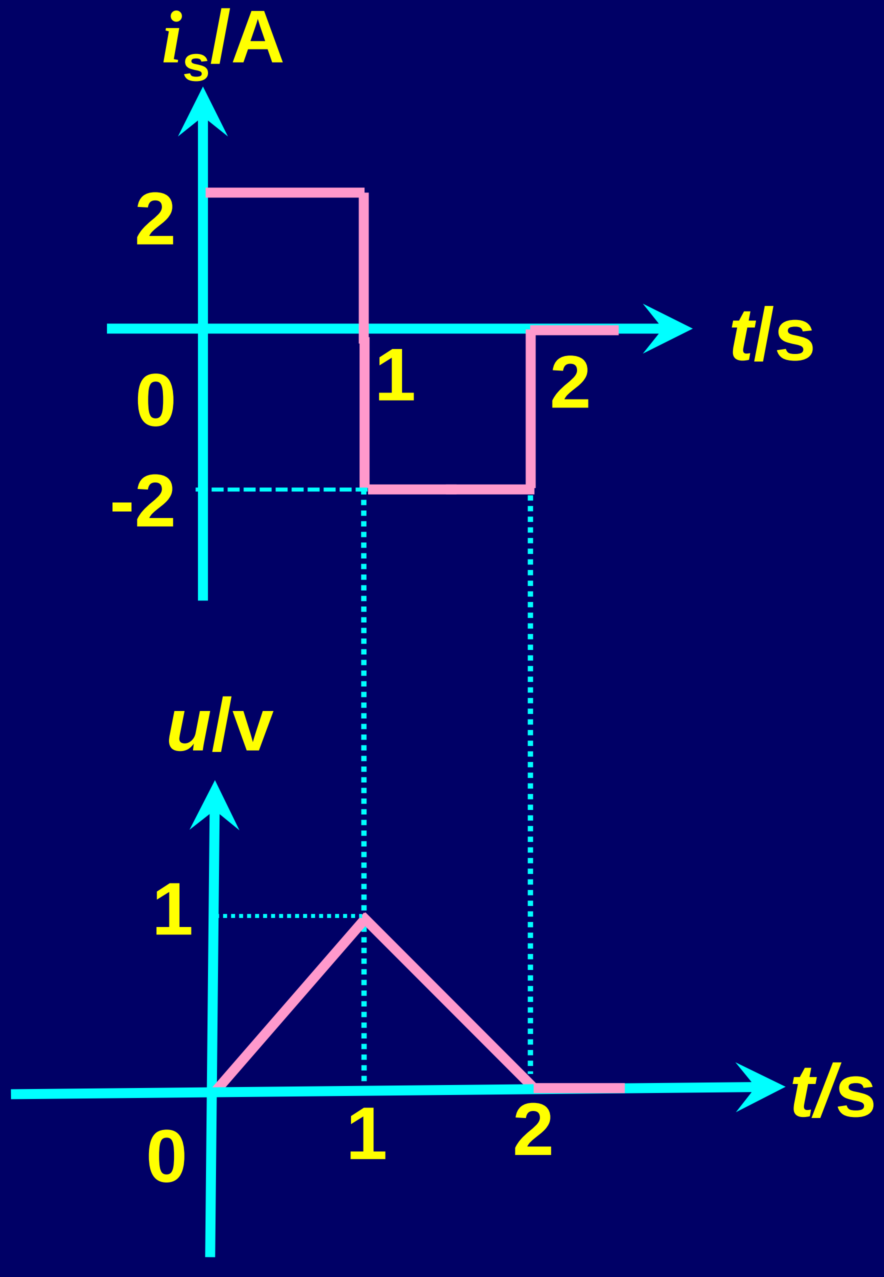
$$u_C(t) = u_C(1) + \frac{1}{2}\int_1^t (-2)d\xi$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(-2\xi)\Big|_1^t = -t + 2\ \text{V}$$

$u_C(2) = 0$

$t \ge 2s \qquad i_C(t) = 0$

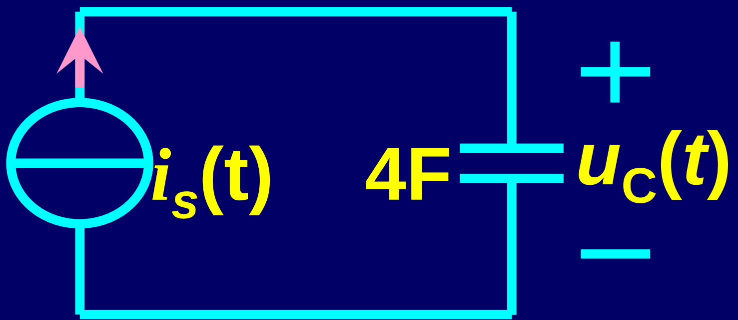
$u_C(t) = 0$ 不变。



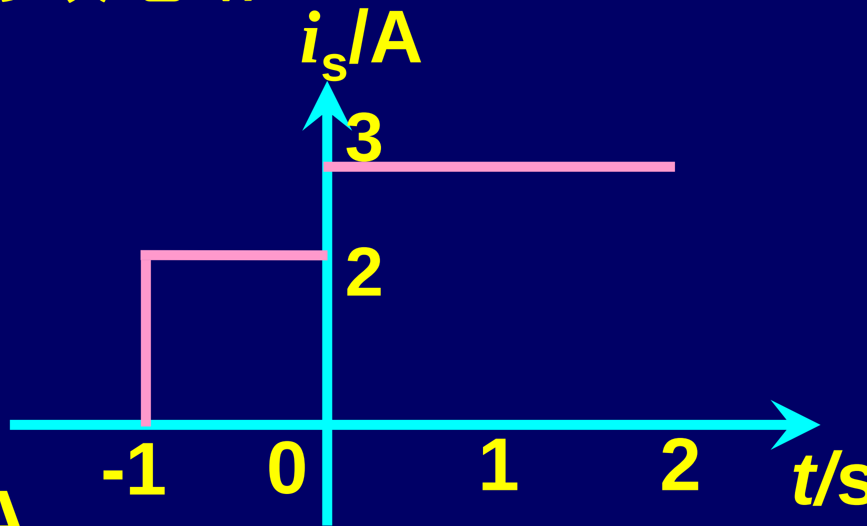
例5-3 （1）求电容电压$u_C(t)$，$t\geq0$。

（2）求 $u_C(0)$、$u_C(1)$、$u_C(-0.5)$

（3） 求$t\geq0$时电容的等效电路



$u_c(-1)=0$



解： $-1s\leq t\leq 0$ $\quad i_s(t)=2A$

$$u_c(t)=u_c(-1)+\frac{1}{C}\int_{-1}^{t} i_S(\xi)d\xi$$

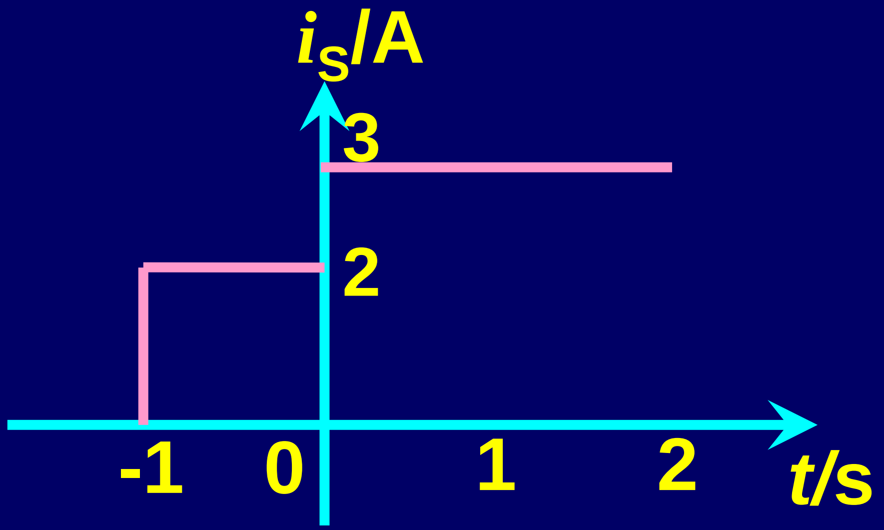
$$=\frac{1}{4}\int_{-1}^{t}2d\xi=\frac{1}{4}\times2（t+1）=\frac{（t+1）}{2}$$

$$u_C(-0.5)=\frac{-0.5+1}{2}=0.25V$$

$$u_C(0)=0.5\ V$$

$t \geq 0$时

$i_s(t) = 3\text{A}$



$$u_c(t) = u_c(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_s(\xi)d\xi$$

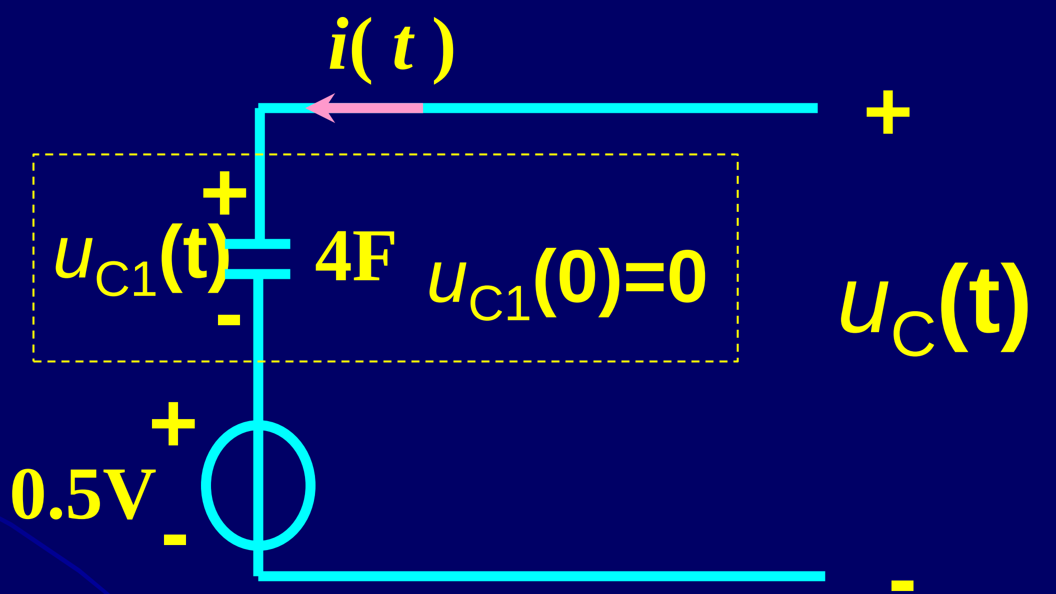
$$= 0.5 + \frac{1}{4}\int_0^t 3d\xi = 0.5 + \frac{3t}{4}\ \text{V}$$

$u_C(t) = 0.5 + \frac{3t}{4}\text{V}$，$t \geq 0$。

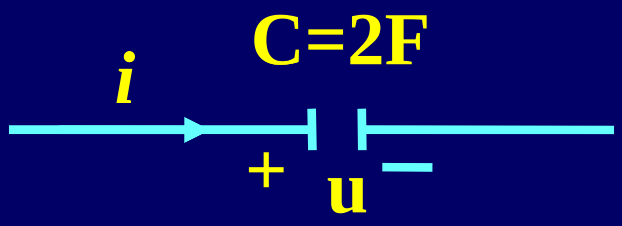
$u_C(1) = 0.5 + \frac{3}{4} = 1.25\text{V}$

（3）t≥0时 $u_C(t) = 0.5 + \frac{3t}{4} = 0.5 + u_{C1}(t)$

t≥0时电容的等效电路为：



补充练习：电容电压$u(t)=4t^2+2t$V，则电流$i(t)=$________。
$t=2$秒时储能$w_c(2S)=$________。

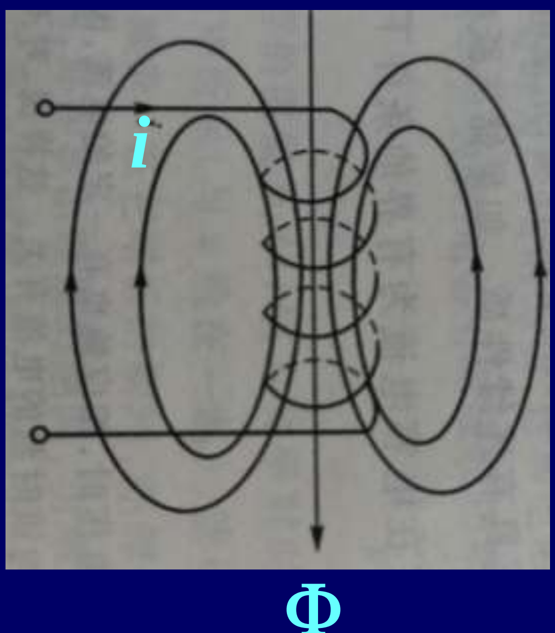


§5-5 电感元件

一. 电感元件

1. 电感器：贮存磁场能量的器件。

2. 电感元件：理想电感器，只贮存磁场能量，无损耗。



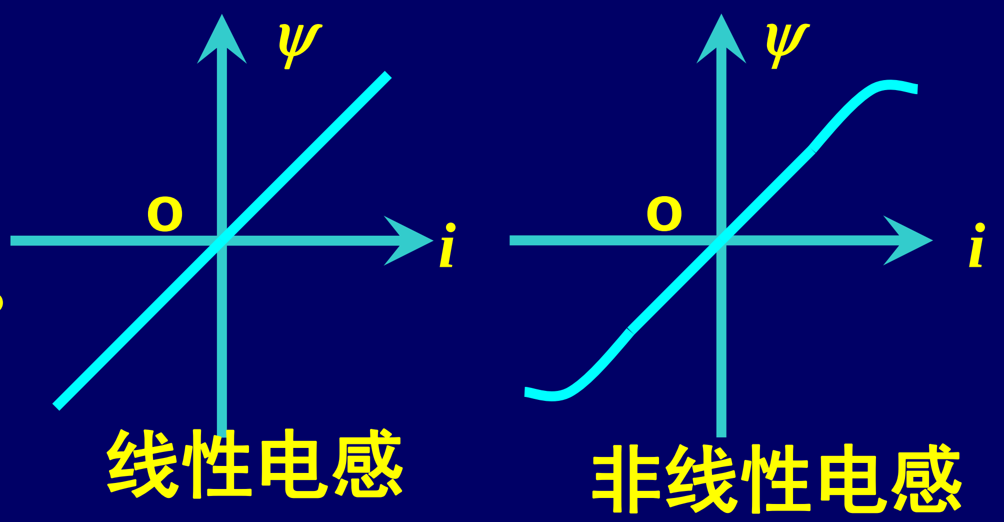
N为匝数

$\psi=N\Phi$，单位：Wb

3. 特性曲线：任一时刻，流过的电流i与磁链Ψ之间的关系由Ψ-- i平面上的一条曲线决定。

4. 线性非时变电感：

其特性曲线是过原点的直线，且不随时间变化。



电感定义：

对于线性电感，当电流与磁链的参考方向符合右手螺旋法则时，$\Psi(t)=Li(t)$

§5-6 电感的VCR

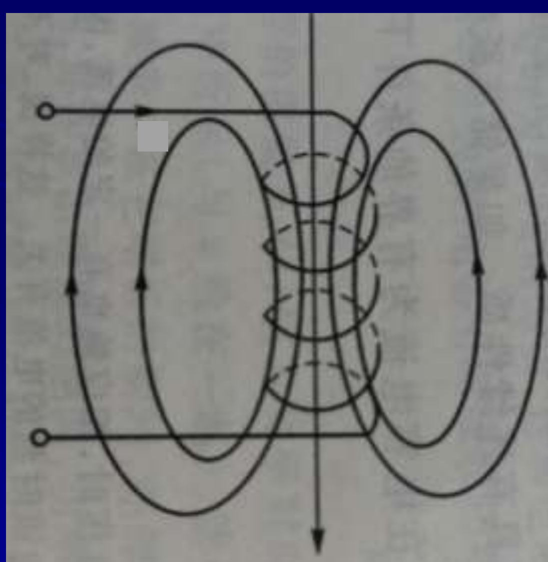
一、电磁感应定律:

当电压的参考方向(参考电压的正端指向参考电压的负端)与磁链的参考方向符合右手螺旋法则时,

+

u

−



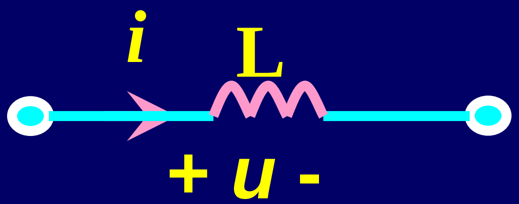
ψ

$$u(t)=\frac{d\Psi}{dt}$$

二. 电感的伏安关系

利用电感的定义和电磁感应定律，得出电感的伏安关系。

1. 微分关系



关联参考方向

$$u(t)=\frac{d\Psi}{dt}=L\frac{di}{dt}$$ 关联参考方向

$$u(t)=-L\frac{di}{dt}$$ 非关联参考方向

(1) 电感电压u(t)与电感电流i(t)的变化率成正比，与电流值无关。

(2) 电感电压u(t)为有限值，则di/dt为有限值，即电感电流不能跃变。

2. 积分关系

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)d\xi$$

电感元件也是一种“记忆”元件，电感电流有记忆电压的作用。

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)d\xi$$

$$=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0}u(\xi)d\xi+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(\xi)d\xi$$

$$i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(\xi)d\xi$$

$i\,(t_0)$为电感初始电流，如果t_0=0

$$i(t)=i(0)+\frac{1}{L}\int_0^t u(\xi)d\xi$$

§5-7 电感的贮能

1. 电感的功率

关联参考方向

$$p(t)=u(t)i(t)$$

$p<0$ 产生功率　　$p>0$ 吸收功率

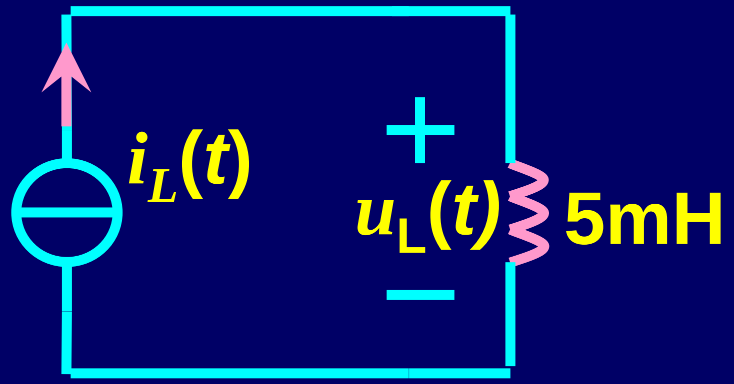
2. 电感的贮能

$$w(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)$$

电感贮能与电流平方成正比，而与电压无关，电感电流不能跃变实质上是能量不能跃变的反映。

练习： 已知$i_L(t)=5\cos(\pi/2)t$ A，

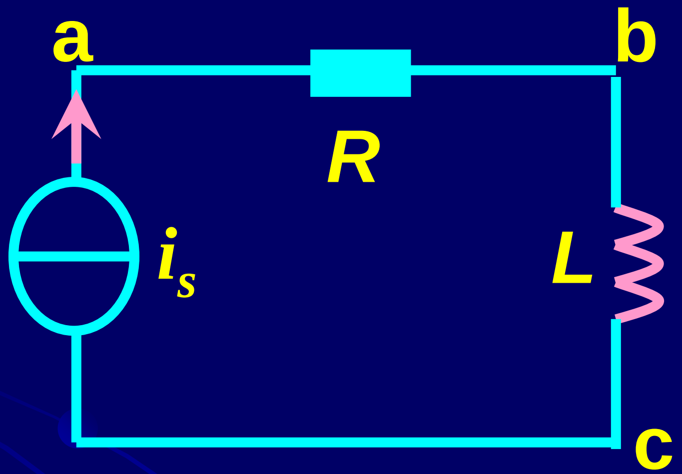
求 $u_L(1S)$，$w_L(2S)$

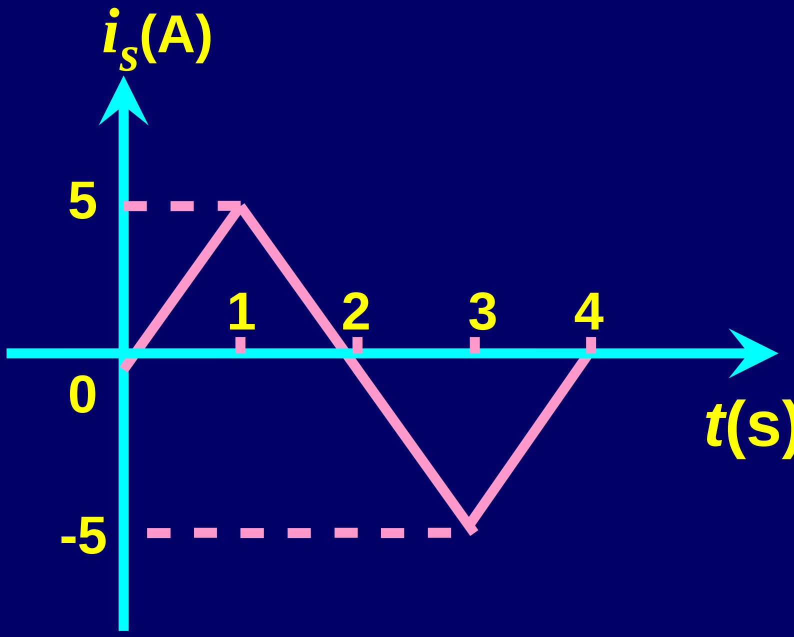


补充例 已知：R=5Ω　L=2H；

（1）写出u_{bc}的表示式，并绘波形图；

（2）求t=2. 5秒时，电感贮能。



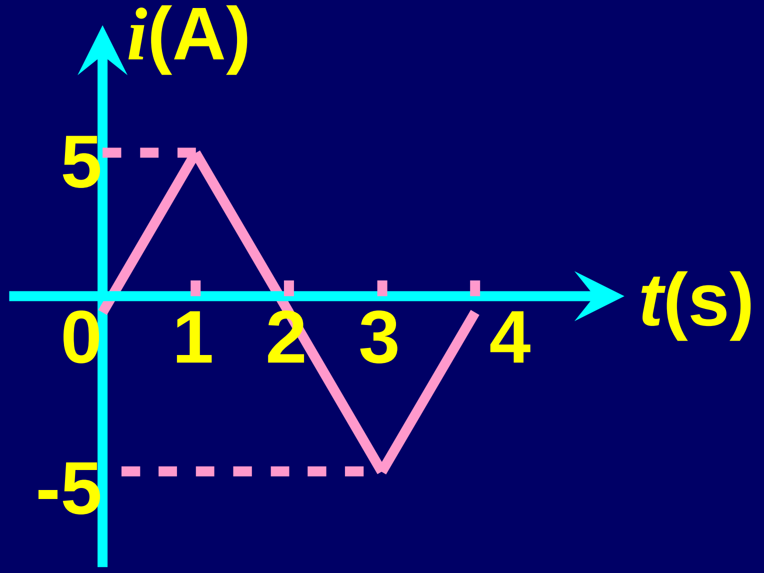


解(1)：求u_{bc}

$0 \le t \le 1s$　　$i(t)= 5t$A

$$u_{bc}(t)=L\frac{di}{dt}=2\times 5=10V$$

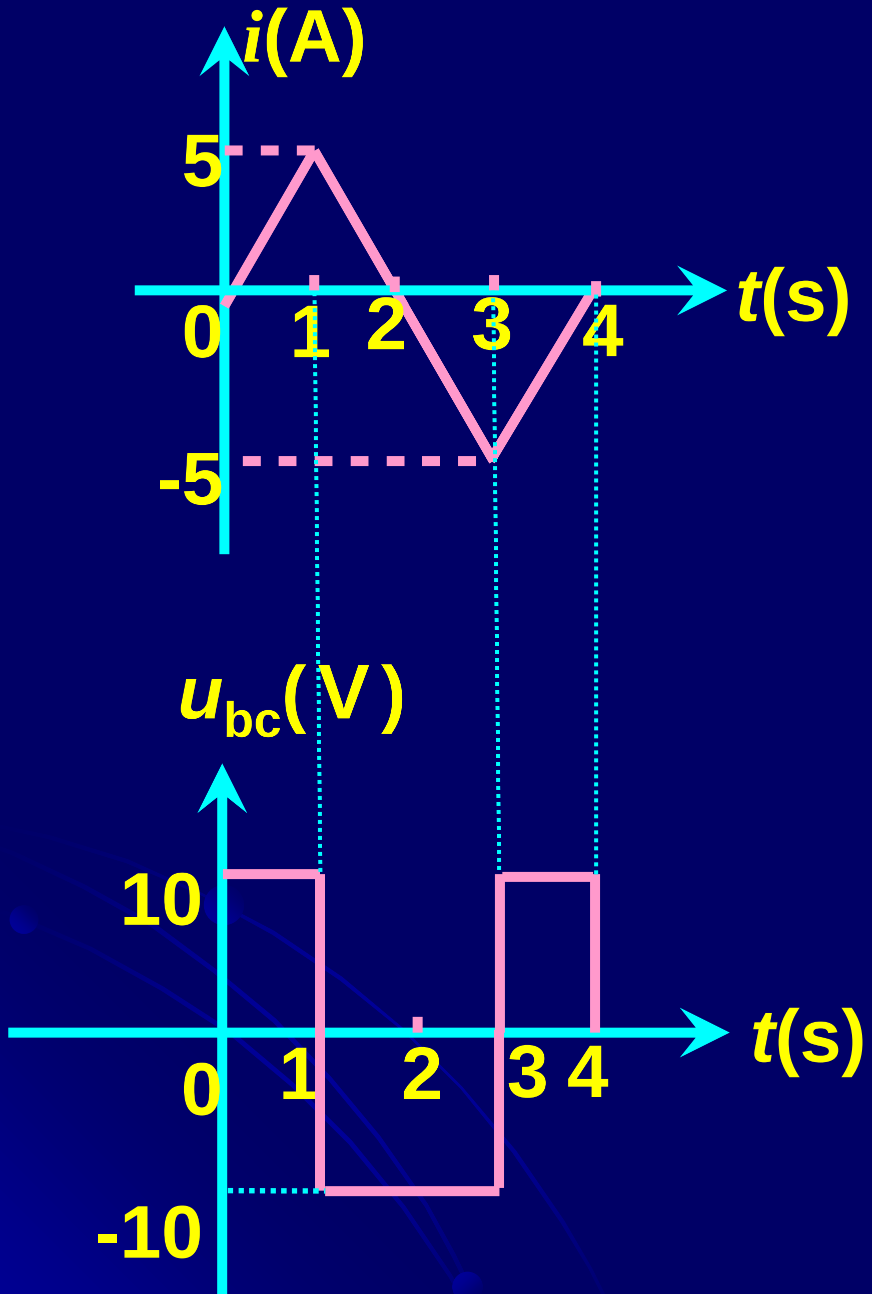
$1 \le t \le 3s$ $\quad i(t) = -5t + 10\text{A}$



$$u_{bc} = 2\frac{du_c}{dt}(-5t+10) = -10\text{V}$$

$3 \le t \le 4s$ $\quad i(t) = 5t - 20\text{A}$

$$u_{bc} = 2\frac{d}{dt}(5t-20) = 10\ \text{V}$$

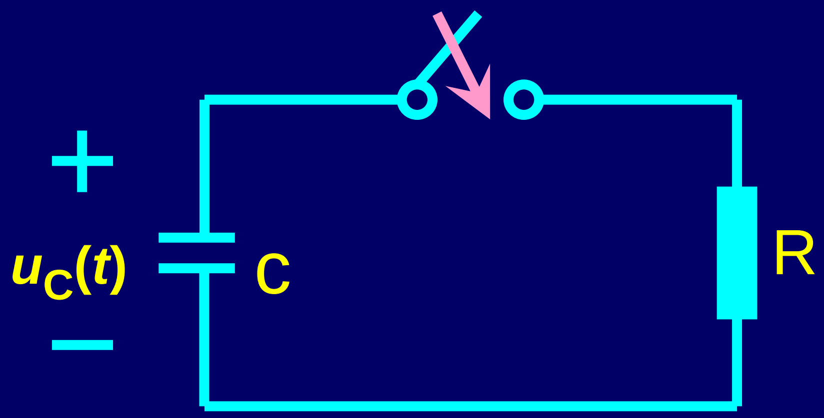


i(A)
5
-5
0
1
2
3
4
t(s)
u_bc(V)
10
-10
0
1
2
3 4
t(s)

(2) 求t=2.5秒时，电感贮能

$$w_L(2.5)=\frac{1}{2}Li^2_{(2.5)}=\frac{1}{2}\times 2\times(-2.5)^2=6.25\ \mathrm{J}$$

四. 电路的状态



开关闭合后，电路中是否有电流取决于电容的贮能。

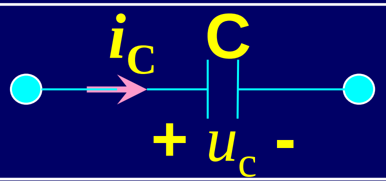
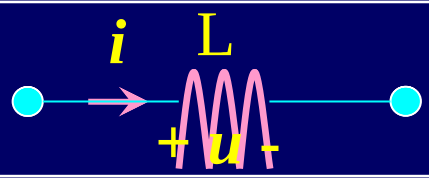
电路状态：

电路中贮能元件的贮能状况叫电路的状态。某时刻的电感电流和电容电压称为该时刻电路的状态。

初始状态：

初始时刻t_0时的$i_L(t_0)$、$u_C(t_0)$称为电路的初始状态。

小　　结

电容元件	电感元件
	
$q(t)=Cu_c(t)$	$y(t)=Li_L(t)$
$i_c(t)=C\dfrac{du_c}{dt}$	$u_L(t)=L\dfrac{di_L}{dt}$
$u_c(t)=u_C(t_0)+\dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_c(\xi)d\xi$	$i_L(t)=i_L(t_0)+\dfrac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\xi)d\xi$
$p(t)=u_c(t)i_c(t)$	$p(t)=u_L(t)i_L(t)$
$w(t)=\dfrac{1}{2}Cu_c^2(t)$	$w(t)=\dfrac{1}{2}Li_L^2(t)$
电流为有限值时，电压不能跃变。	电压为有限值时，电流不能跃变。