



北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY



第12讲 9-1~9-5, 9-7

单口网络的平均功率和无功功率 正弦稳态最大功率传递定理



北京理工大学电工电子教学中心

第九章 正弦稳态功率和能量

§ 9-1 基本概念

§ 9-2 电阻的平均功率

§ 9-3 电感、电容的平均储能

§ 9-4 单口网络的平均功率

§ 9-5 单口网络的无功功率

✗ § 9-6 复功率 复功率守恒

§ 9-7 正弦稳态最大功率传递定理

✗ § 9-8 三相电路

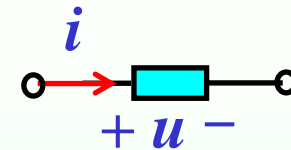


§ 9-2 电阻的平均功率

1. 瞬时功率

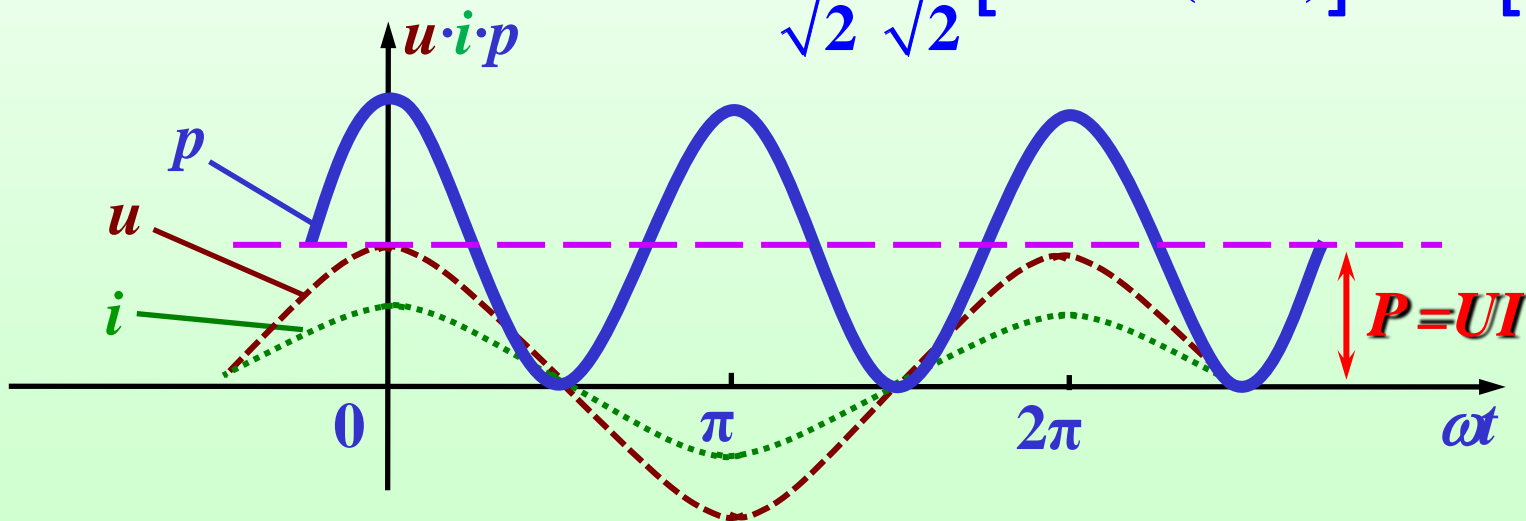
设电阻两端电压为 $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

则电流为 $i(t) = I_m \cos(\omega t)$



吸收的**瞬时功率**为 $p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \cos(\omega t) \cdot I_m \cos(\omega t)$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} [1 + \cos(2\omega t)] = UI [1 + \cos(2\omega t)]$$



(1) $p \geq 0$; (2) p 角频率为电压或电流角频率的2倍。

2. 平均功率(有功功率)

★瞬时功率在一周期内的平均值称为平均功率，
又称为有功功率(active power)，记为 P 。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} U_m I_m [1 + \cos(2\omega t)] dt = \frac{1}{2} U_m I_m$$

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

★使用有效值时，正弦稳态电路中电阻平均功率的计算与直流电阻电路公式相同。

电阻平均功率的大小与正弦电流/电压的频率及初相位无关。

§ 9-3 电感、电容的平均储能

1. 电感元件

设电感两端电压为 $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

则流经电感电流为 $\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z_L} = \frac{U_m \angle 0^\circ}{j\omega L} = \frac{U_m}{\omega L} \angle -90^\circ$

$$\therefore i(t) = \frac{U_m}{\omega L} \cos(\omega t - 90^\circ) = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t) = I_m \sin(\omega t)$$

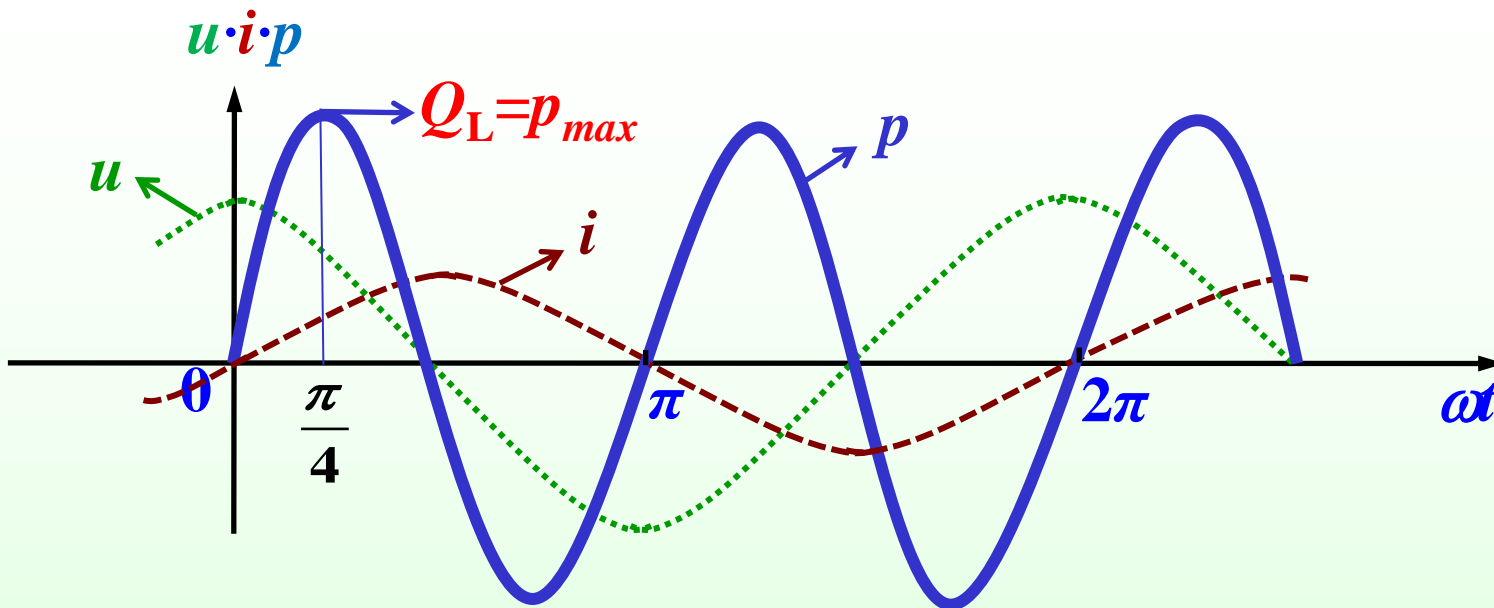
(1) 瞬时功率 $p(t) = U_m \cos(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t)$

$$= \sqrt{2}U \cdot \sqrt{2}I \cdot \frac{1}{2} \sin(2\omega t) = UI \sin(2\omega t)$$

(2) 平均功率 $P = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin(2\omega t) dt = 0$

电感不消耗电能

瞬时功率波形图



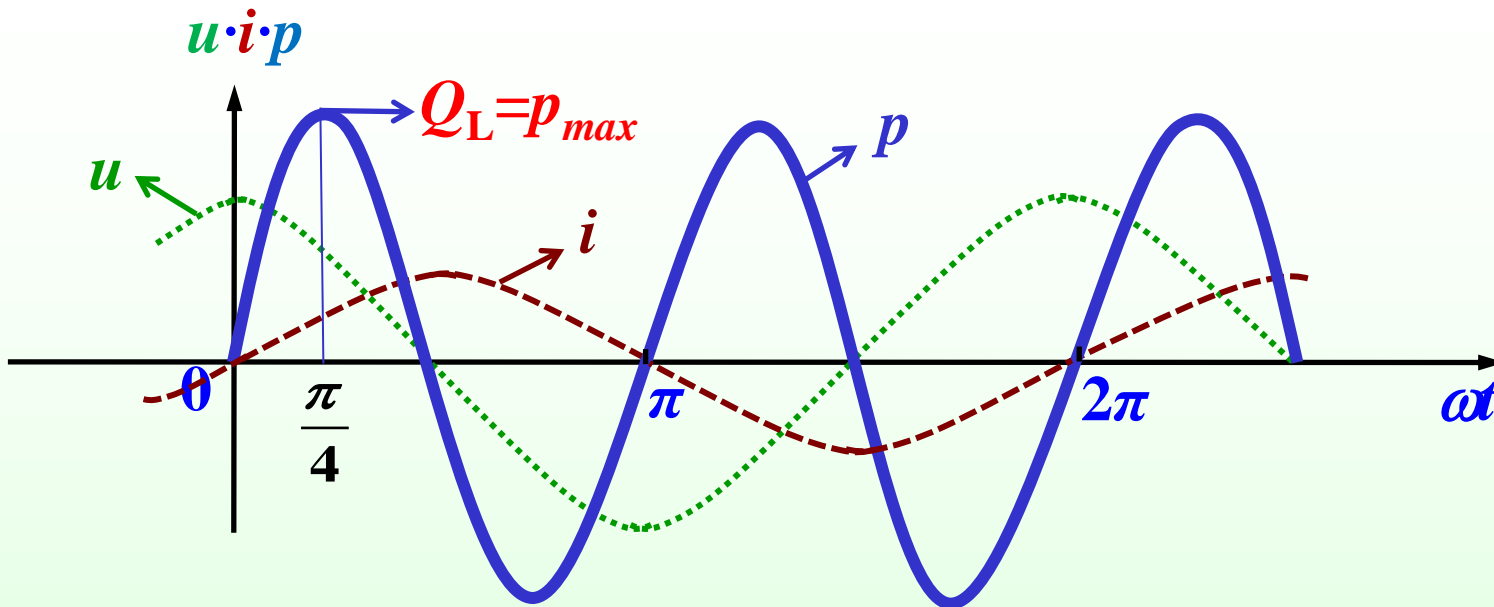
- (1) p 的角频率为电压或电流角频率的两倍，平均值为0。
- (2) $p > 0$ 吸收功率； $p < 0$ 提供功率。

电感两端电压为 $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

流经电感电流为 $i(t) = I_m \sin(\omega t)$

瞬时值为 $p(t) = UI \sin(2\omega t)$

瞬时功率波形图



瞬时值为

$$p(t) = UI \sin(2\omega t)$$

(3) 无功功率 — 瞬时功率的振幅(reactive power)

$$Q_L = \frac{1}{2} U_m I_m = UI$$

无功功率表明电感与外电路之间能量交换的规模，
单位为乏(var: volt ampere reactive)

有功功率—瞬时功率的平均

是指电能用于对外做功被消耗掉的电功率，电能转换为机械能、光能、热能、化学能等。

电动机：电能→机械能



无功功率 — 瞬时功率的振幅

是指电能用于电路与电源的能量交换，它不对外做功，但维持用电设备正常运行。

电动机：电能→磁场能→使转子受到磁感应力

(4) 贮能

瞬时储能:

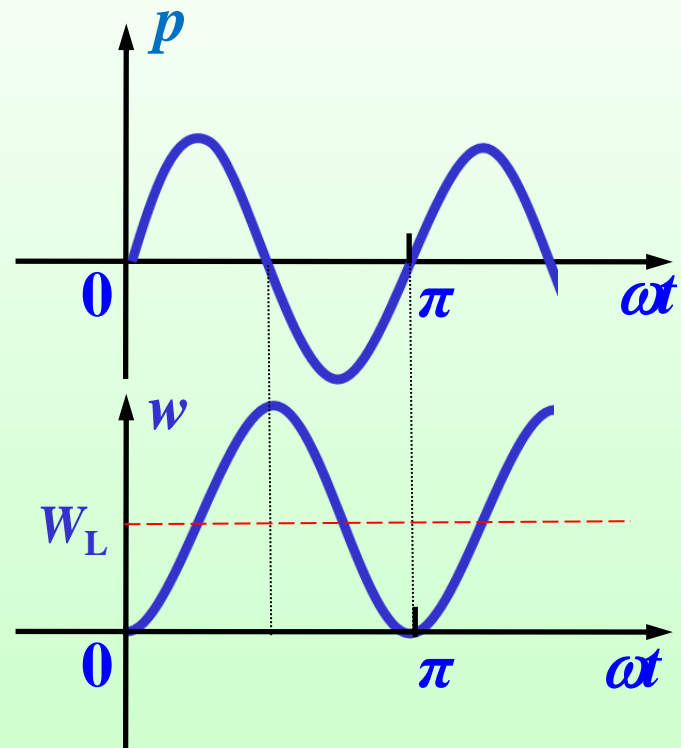
$$w_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2} LI_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} LI^2 (1 - \cos 2\omega t)$$

平均储能: $W_L = \frac{1}{2} LI^2$

无功功率与平均储能的关系

$$Q_L = UI = \omega LI^2 = 2\omega W_L$$

平均储能越多, 能量往返频率越高,
则能量交换的规模就越大。



2. 电容元件

(1) 瞬时功率

设电容两端电压为 $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

则流经电容电流为 $i(t) = -\boxed{C\omega U_m} \sin(\omega t) = -I_m \sin(\omega t)$

瞬时功率为 $p(t) = -U_m \cos(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t)$

$$= -\sqrt{2}U \cdot \sqrt{2}I \cdot \frac{1}{2} \sin(2\omega t) = -UI \sin(2\omega t)$$

(2) 平均功率

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T -UI \sin(2\omega t) dt = 0$$

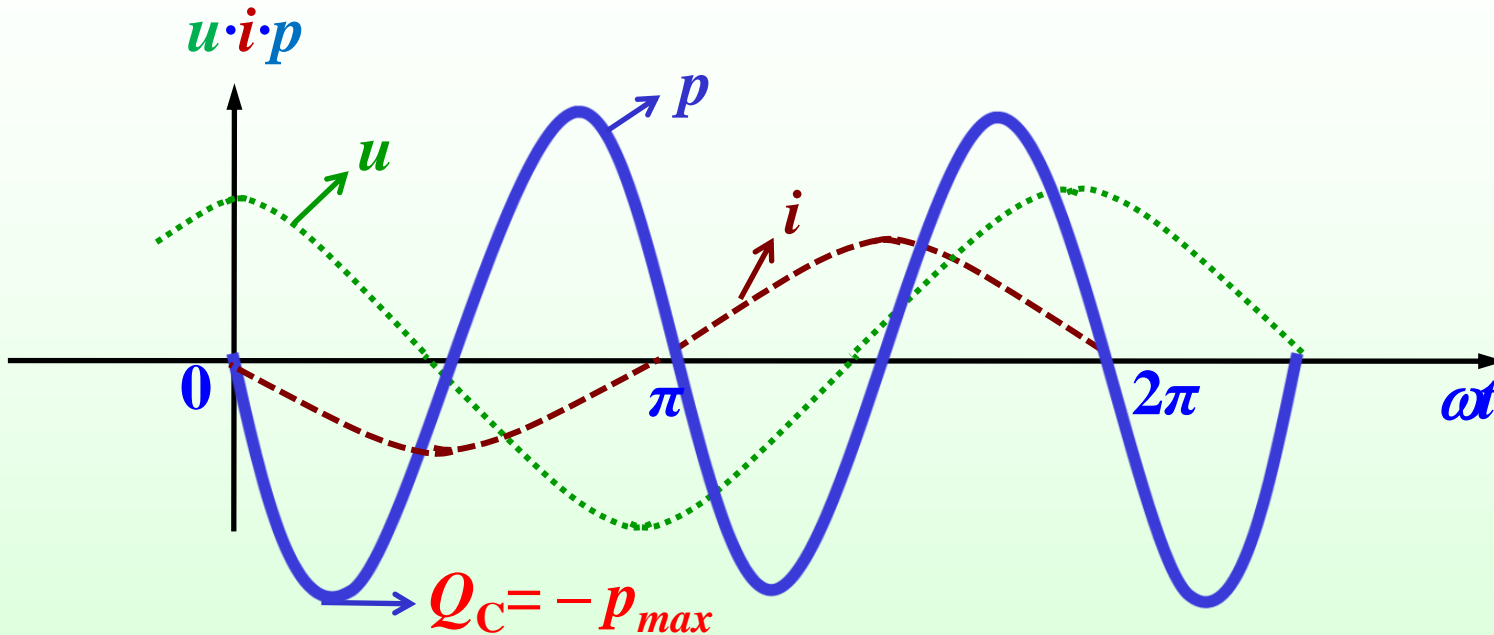
(3) 无功功率 — 瞬时功率的振幅

$$Q_C = -\frac{1}{2} U_m I_m = -UI$$



电容也不
消耗电能

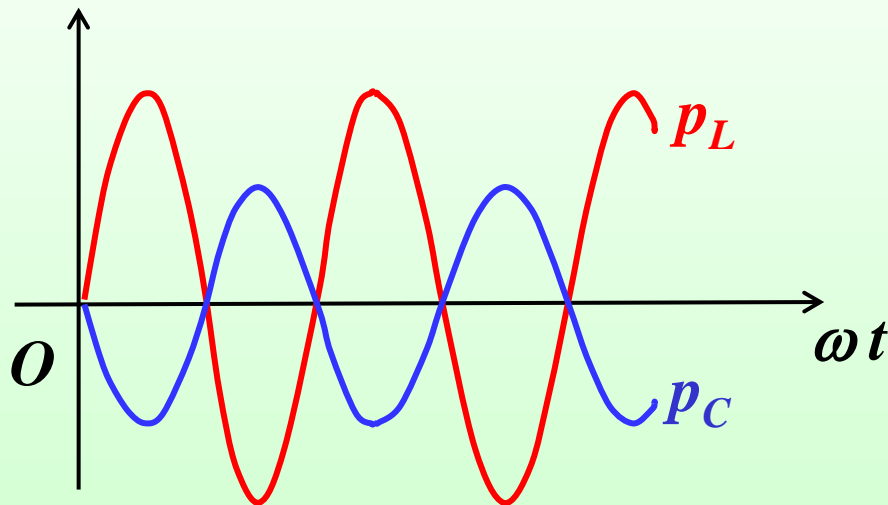
瞬时功率波形图



- A. p 角频率为电压或电流角频率的两倍；
- B. $p > 0$ 吸收功率； $p < 0$ 提供功率，平均功率为0

电感、电容在相同电压 $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ 作用下

$$\left. \begin{array}{l} \text{电感瞬时功率: } p_L(t) = UI_L \sin(2\omega t) \\ \text{电容瞬时功率: } p_C(t) = -UI_C \sin(2\omega t) \end{array} \right\} \text{同频反相}$$



当 L 吸收功率时， C 刚好发出功率，因此 L 、 C 的无功功率具有互相补偿的作用。通常说， L 吸收无功、 C 发出无功。

(4) 储能

瞬时能量

$$w_c = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} C U_m^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} C U^2 (1 + \cos 2\omega t)$$

平均储能: $W_C = \frac{1}{2} C U^2$

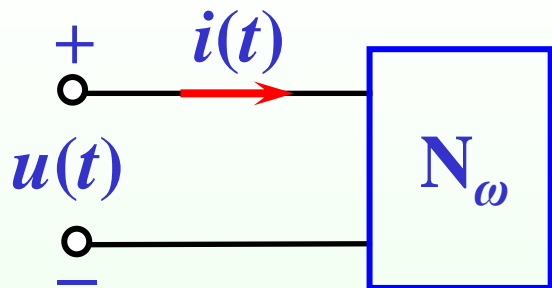
无功功率与平均储能的关系

$$Q_C = -UI = -\omega C U^2 = -2\omega W_C$$

平均储能越多，能量往返频率越高，则能量交换的规模就越大。

§ 9-4 单口网络的平均功率

正弦稳态单口网络功率



$$\text{设 } u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$$

一、单口网络的瞬时功率

$$\begin{aligned} p(t) &= U_m I_m \cos(\omega t + \psi_u) \cos(\omega t + \psi_i) \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} U_m I_m \cos(\psi_u - \psi_i)}_{\text{恒定部分}} + \underbrace{\frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)}_{\text{可逆部分}} \end{aligned}$$

恒定部分

可逆部分

二、单口网络的平均功率(有功功率)

$$p(t) = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(\psi_u - \psi_i) + \frac{1}{2}U_m I_m \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(\psi_u - \psi_i)$$

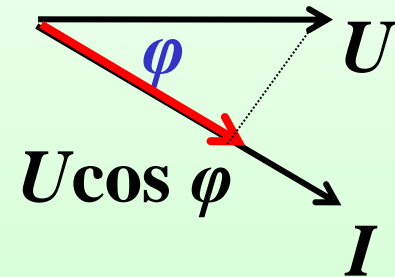
$$= UI \cos(\psi_u - \psi_i)$$

$$= UI \cos \varphi \neq UI$$

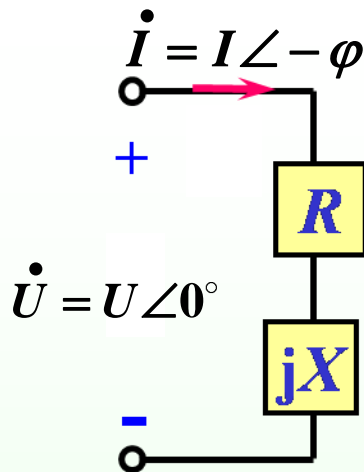
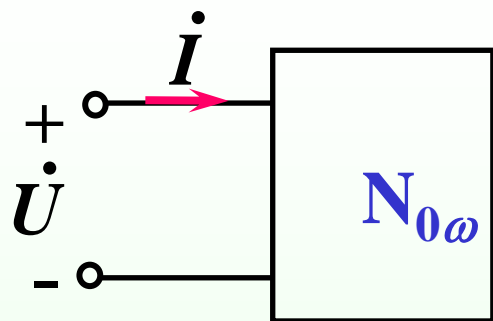
单口网络的有功功率：

$$P = UI \cos \varphi, \quad \varphi = \psi_u - \psi_i$$

$U \cos \varphi$ ：电压的有功分量



无源单口网络



$$Z = (R + jX) = |Z| \angle \varphi$$

R : 电阻分量

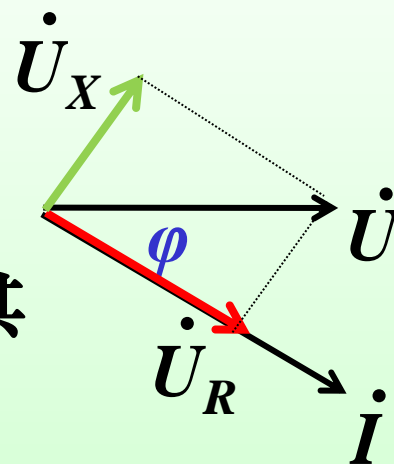
X : 电抗分量

φ : 阻抗角

$$P = UI \cos(\psi_u - \psi_i) = UI \cos \varphi$$

$$\therefore P = U_R I$$

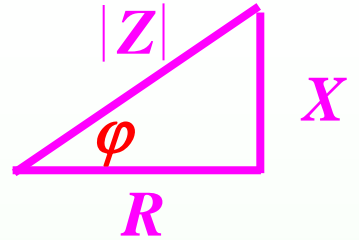
无源单口网络的平均功率(有功功率)等于其等效阻抗的**电阻分量**吸收(消耗)的功率。



$$P = UI \cos \varphi \begin{cases} \text{纯电阻单口} & \varphi = 0, P = UI \\ \text{纯电感或电容单口} & \varphi = \pm 90^\circ, P = 0 \\ \text{电阻电感电容混联单口} & \varphi \in (-90^\circ, 90^\circ), P > 0 \\ \text{含有受控源} & \varphi \text{ 可能} > 90^\circ, P \text{ 可能为负} \end{cases}$$

对无源单口网络 $N_{0\omega}$

$$Z = (R + jX) = |Z| \angle \varphi$$



阻抗三角形

$$\left. \begin{array}{l} U = |Z| I \\ P = UI \cos \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow P = I^2 |Z| \cos \varphi = I^2 \operatorname{Re}[Z]$$

$$\left. \begin{array}{l} I = U/|Z| \\ P = UI \cos \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{U^2}{|Z|} \cos \varphi$$
$$\left. \operatorname{Re}[Y] = \operatorname{Re} \left[\frac{\operatorname{Re} Z - j \operatorname{Im} Z}{|Z|^2} \right] = \frac{\operatorname{Re} Z}{|Z|^2} = \frac{|Z| \cos \varphi}{|Z|^2} = \frac{\cos \varphi}{|Z|} \right\} \Rightarrow P = U^2 \operatorname{Re}[Y]$$

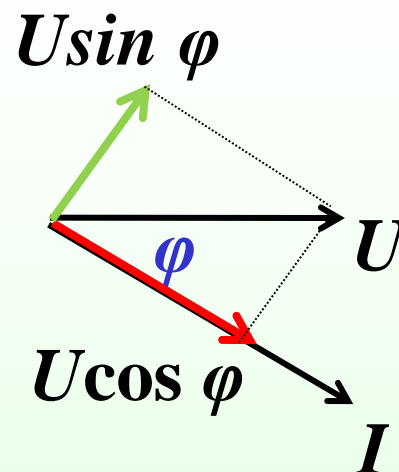
§ 9-5 单口网络的无功功率

★有功功率 $P = UI\cos\varphi$

$U\cos\varphi$ 电压的有功分量

★无功功率 $Q = UI\sin\varphi$

$U\sin\varphi$ 电压的无功分量



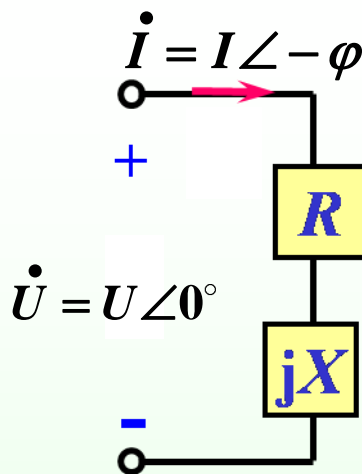
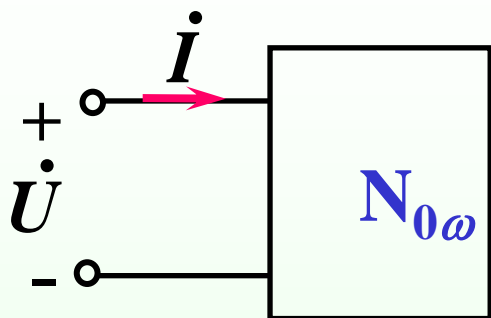
$Q = Q_L + Q_C$ 规定电感取正，电容取负

★无功功率与电路平均储能的关系

$$Q = Q_L + Q_C = 2\omega W_L - 2\omega W_C = 2\omega (W_L - W_C)$$

两种储能能在网络内部可自行交换，与外电路往返的能量为两种动态元件平均储能的差额。

对无源单口网络 $N_{0\omega}$



$$Q = UI \sin \varphi = U_X I$$

$$\left. \begin{array}{l} U = |Z| I \\ Q = UI \sin \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow Q = I^2 |Z| \sin \varphi = I^2 \operatorname{Im}[Z]$$

$$\left. \begin{array}{l} I = U / |Z| \\ Q = UI \sin \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \frac{U^2}{|Z|} \sin \varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{Im}[Y] = - \frac{\sin \varphi}{|Z|} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = - U^2 \operatorname{Im}[Y]$$

视在功率

$S \stackrel{\text{def}}{=} UI$ 单位: V·A (伏安), 反映电气设备的容量。

有功、无功和视在功率的关系:

有功功率 $P = UI \cos \varphi$ 瓦 (W)

无功功率 $Q = UI \sin \varphi$ 乏 (var)

视在功率 $S = UI$ 伏安 (V·A)

有功功率和无功功率一般都小于视在功率。

纯电阻元件: 有功功率等于视在功率,

纯电感、电容元件: 无功功率等于视在功率。

功率因数 $\lambda = \frac{P}{S} = \cos \varphi$ (φ : 功率因数角)

$\varphi > 0$: 感性电路, $\varphi < 0$: 容性电路

单口网络功率守恒

瞬时功率守恒 $p = \sum_{K=1}^n p_K$

平均功率守恒 $P = \sum_{K=1}^n P_{RK}$

无功功率守恒 $Q = \sum_{k=1}^n Q_k$

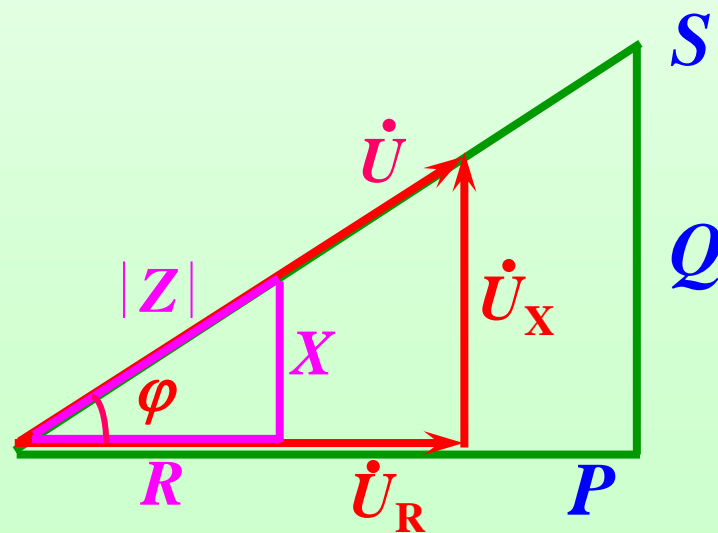
视在功率不守恒 $S \neq \sum S_K$

无源单口网络的平均功率等于网络内部各电阻消耗的平均功率的总和。

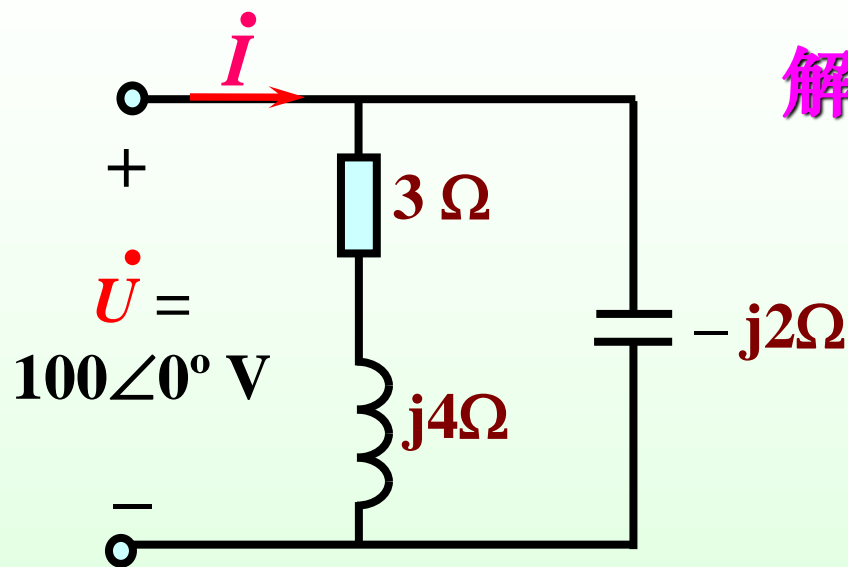
功率三角形: $S^2 = P^2 + Q^2$

电压三角形: $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_X$

阻抗三角形: $|Z|^2 = R^2 + X^2$



例1: 试求图中单口网络的有功功率 P 、无功功率 Q 、视在功率 S 及功率因数 $\cos\varphi$ 。



解：方法一

$$Z = \frac{(3+j4)(-j2)}{3+j4-j2} = \frac{-6j+8}{3+j2}$$

$$= \frac{10\angle -36.87^\circ}{3.6\angle 33.69^\circ} = 2.78\angle -70.56^\circ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{2.78\angle -70.56^\circ} = 36\angle 70.56^\circ \text{ A}$$

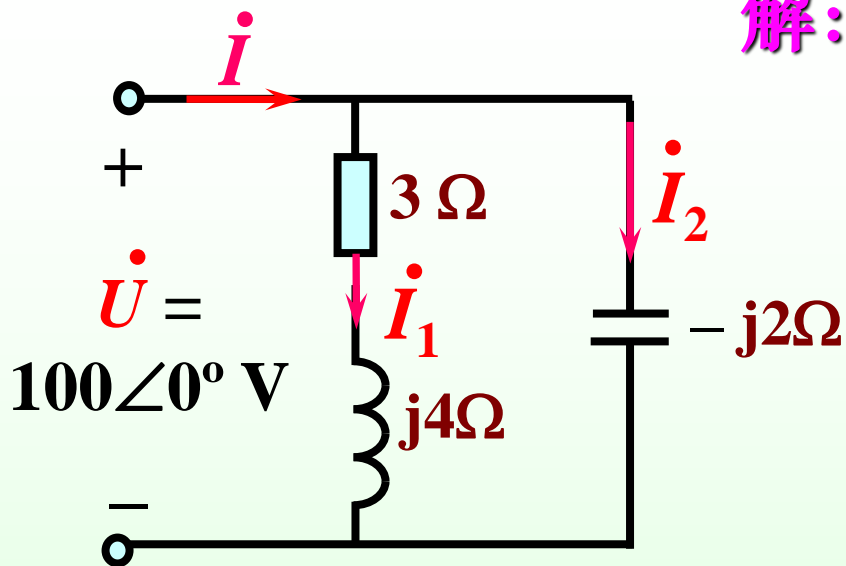
$$P = UI\cos\varphi = 100 \times 36 \cos(-70.56^\circ) = 1200 \text{ W}$$

$$Q = UI\sin\varphi = 100 \times 36 \sin(-70.56^\circ) = -3400 \text{ var}$$

$$S = UI = 100 \times 36 = 3600 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$\lambda = \cos\varphi = \cos(-70.56^\circ) = 0.33$$

解：方法二



$$I_1 = \frac{U}{|Z_1|} = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{|Z_2|} = \frac{100}{2} = 50 \text{ A}$$

$$P = I_1^2 R = 20^2 \times 3 = 1200 \text{ W}$$

$$\left. \begin{aligned} Q_L &= I_1^2 X_L = 20^2 \times 4 = 1600 \text{ var} \\ Q_C &= I_2^2 X_C = 50^2 \times (-2) = -5000 \text{ var} \end{aligned} \right\} \rightarrow Q = Q_L + Q_C = -3400 \text{ var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3600 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{1200}{3600} = 0.33$$

功率因数低引起的问题

功率因数 $\lambda = \frac{P}{S} = \cos \varphi$

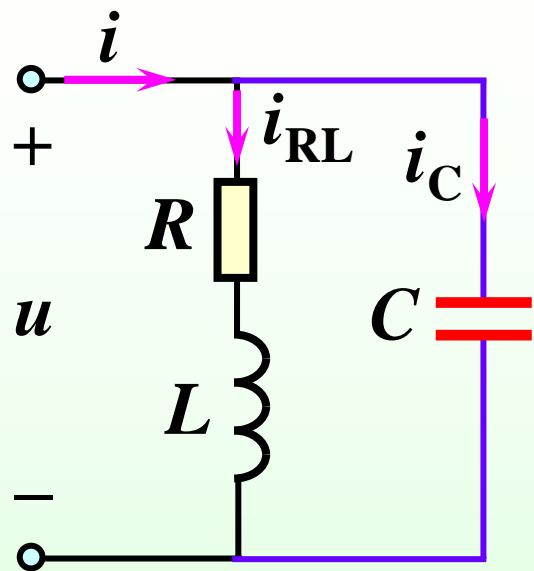
(1) 电源设备的容量不能充分利用

有功功率 $P = U_N I_N \cos \varphi$, 在电源设备 U_N 、 I_N 一定的情况下, $\lambda = \cos \varphi$ 越低, P 越小, Q 越大, 设备得不到充分利用。

(2) 增加输电线路和发电机绕组的功率损耗

在 P 、 U 一定的情况下, $\cos \varphi$ 越低, I 越大, 损耗越大。

提高功率因数 $\cos\varphi$ 的方法



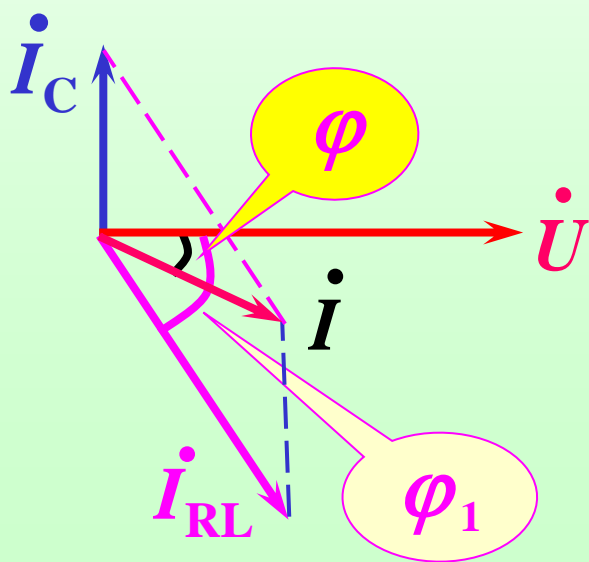
电路功率因数低的原因

通常是由于存在电感性负载。

提高功率因数的方法

并联储能性质相反的元件，如将适当的电容与电感性负载并联。

$$\text{因 } \varphi < \varphi_1 \text{ 故 } \cos\varphi > \cos\varphi_1$$



并联电容后，电感性负载的工作状态没变，但电源电压与电路中总电流的相位差角减小，即提高了整个电路的功率因数。

例2 某一220V、50Hz、50kW的电动机(电感性负载), 功率因数为0.5。

- (1) 电源提供的电流是多少, 无功功率是多少?
- (2) 如果并联电容使功率因数为0.9, 所需电容是多大, 此时电源提供的电流是多少?

解: (1) $\cos \varphi_L = 0.5$

$$\varphi_L = 60^\circ$$

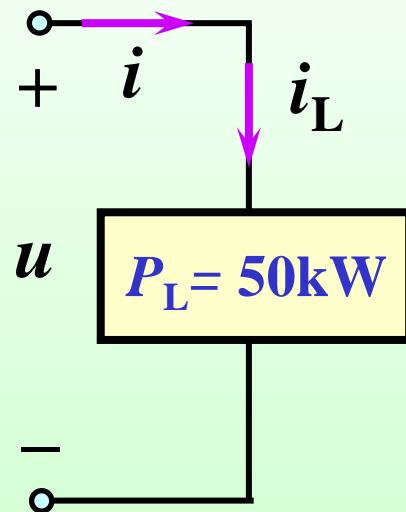
$$P_L = UI_L \cos \varphi_L \Rightarrow I = I_L = \frac{P_L}{U \cos \varphi_L}$$

$$Q_L = UI_L \sin \varphi_L = 455 \text{ A}$$

$$= P \tan \varphi_L$$

$$= 50 \text{ k} \cdot \tan 60^\circ$$

$$= 86.7 \text{ k var}$$



(2) 如果并联电容使功率因数提高到0.9，所需电容是多大，此时电源提供电流是多少？

解：

$$(2) \cos \varphi = 0.9, \quad \varphi = 25.84^\circ$$

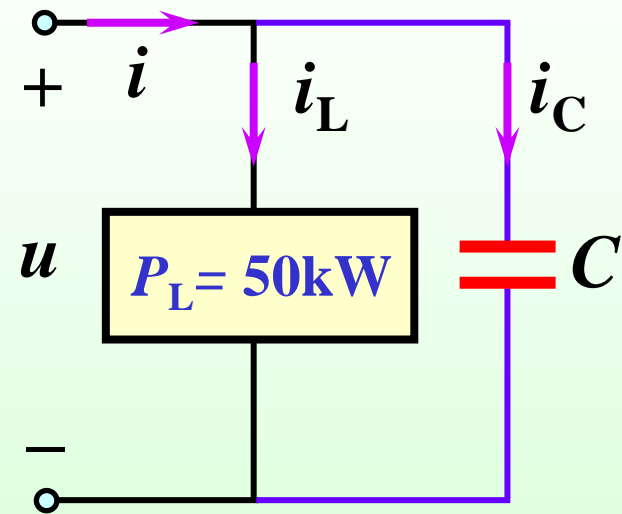
并联电容后，电源提供的无功功率

$$\begin{aligned} Q &= P \times \tan 25.84^\circ \\ &= 50 \text{ k} \times 0.48 = 24.2 \text{ k var} \end{aligned}$$

$$Q_C = Q - Q_L = 24.2 - 86.7 = -62.5 \text{ k var}$$

$$\therefore C = \frac{-Q_C}{\omega U^2} = \frac{62.5 \times 10^3}{2\pi \times 50 \times 220^2} = 4103 \mu\text{F}$$

$$I = \frac{P}{U \cos \phi} = \frac{50 \times 10^3}{220 \times 0.9} = 252 \text{ A} < 455 \text{ A}$$



小结：正弦稳态电路的功率

1. 单个元件的功率和能量

$$R: P=UI=I^2R=U^2/R$$

$$L: P=0, \quad Q_L=UI=2\omega W_L, \quad W_L=\frac{1}{2}LI^2$$

$$C: P=0, \quad Q_C=-UI=-2\omega W_C, \quad W_C=\frac{1}{2}CU^2$$

2. 单口网络的功率

$$P=UI\cos\varphi = \frac{1}{2}U_mI_m\cos\varphi \quad (\varphi = \psi_u - \psi_i)$$

$$Q=UI\sin\varphi = \frac{1}{2}U_mI_m\sin\varphi = Q_L + Q_C$$

$$S=UI$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

例9-6 $\dot{I} = 12.65 \angle 18.5^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_1 = 20 \angle -53.1^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_2 = 20 \angle 90^\circ \text{ A}$
求单口网络的功率 P 。

解一：

$$\begin{aligned} P &= UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= 100 \times 12.65 \cos(-18.5^\circ) \\ &= 1200 \text{ W} \end{aligned}$$

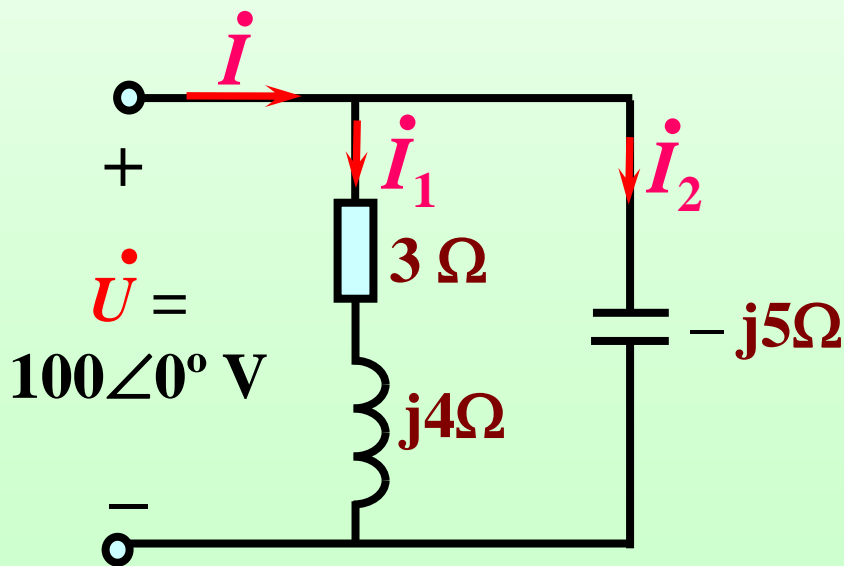
解二： $P = I_1^2 R = 20^2 \times 3 = 1200 \text{ W}$

解三： $Z = \frac{(3 + j4)(-j5)}{3 + j4 - j5} = (7.5 - j2.5) \Omega$

$$\begin{aligned} P &= I^2 \operatorname{Re}[Z] \\ &= 12.65^2 \times 7.5 = 1200 \text{ W} \end{aligned}$$

解四： $Y = j0.2 + \frac{1}{3 + j4} = \left(\frac{3}{25} + j\frac{1}{25} \right) \text{ S}$

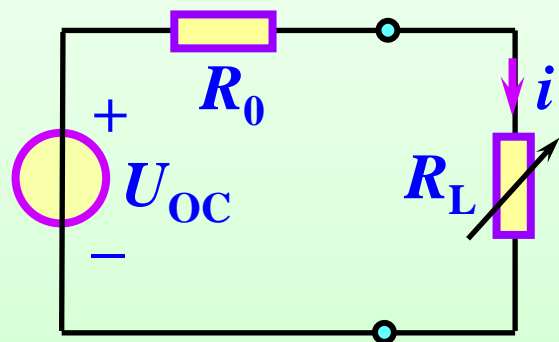
$$\begin{aligned} P &= U^2 \operatorname{Re}[Y] \\ &= 100^2 \times \frac{3}{25} = 1200 \text{ W} \end{aligned}$$



§ 9-7 正弦稳态最大功率传递定理

回顾：

直流源单口电阻网络最大功率传输定理

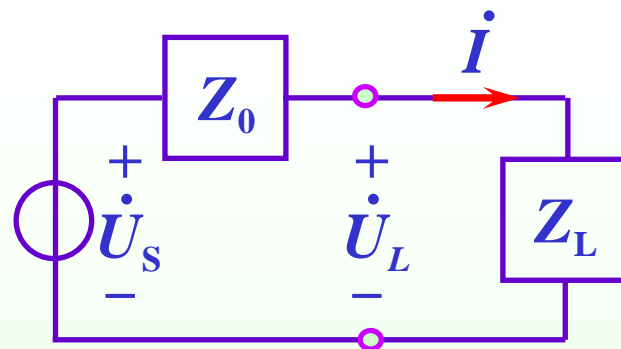


当 $R_L = R_0$ 时，含源线性单口网络
传递给可变负载 R_L 的功率最大，

且
$$p_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$$

§ 9-7 正弦稳态最大功率传递定理

设 \dot{U}_s 、 $Z_0 = R_0 + jX_0$ 不变， Z_L 可变，
求负载获得的最大(有功)功率。



(1) $Z_L = R_L + jX_L$ R_L 和 X_L 都可变

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z_0 + Z_L} = \frac{\dot{U}_s}{(R_0 + R_L) + j(X_0 + X_L)}$$

$$I = \frac{U_s}{\sqrt{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}}$$

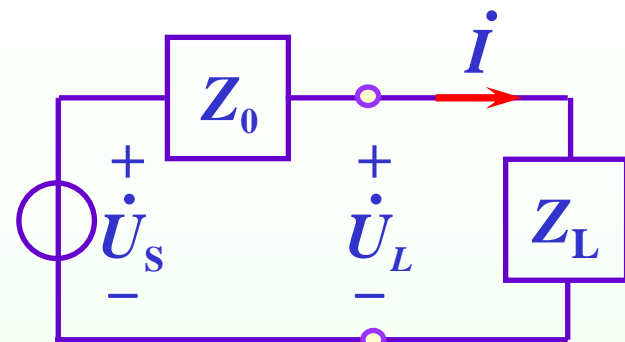
$$\text{负载平均功率 } P_L = I^2 R_L = \frac{U_s^2 R_L}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}$$

$$P_L = I^2 R_L = \frac{U_S^2 R_L}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}$$

(i) 当 $X_L = -X_0$ 时, 分母后一项最小。

(ii) 满足(i)后 $P_L = \frac{U_S^2}{(R_0 + R_L)^2} R_L$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \rightarrow R_L = R_0$$



负载获得最大功率的条件: $R_L = R_0$ 且 $X_L = -X_0$

即共轭匹配: $Z_L = Z_0^* = R_0 - jX_0$

最大功率:

$$P_{L\max} = \frac{U_S^2}{(R_0 + R_L)^2} R_L = \frac{U_S^2}{4R_0} \quad (\text{此时 } Q=0, \lambda=1)$$

(2) 负载 Z_L 的阻抗角固定而模可改变

$$Z_L = |Z_L| \cos \varphi + j |Z_L| \sin \varphi$$

$$P_L = \frac{U_S^2 |Z_L| \cos \varphi}{(R_0 + |Z_L| \cos \varphi)^2 + (X_0 + |Z_L| \sin \varphi)^2}$$

$$\text{令 } \frac{dP_L}{d|Z_L|} = 0 \rightarrow |Z_L| = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = |Z_0|$$

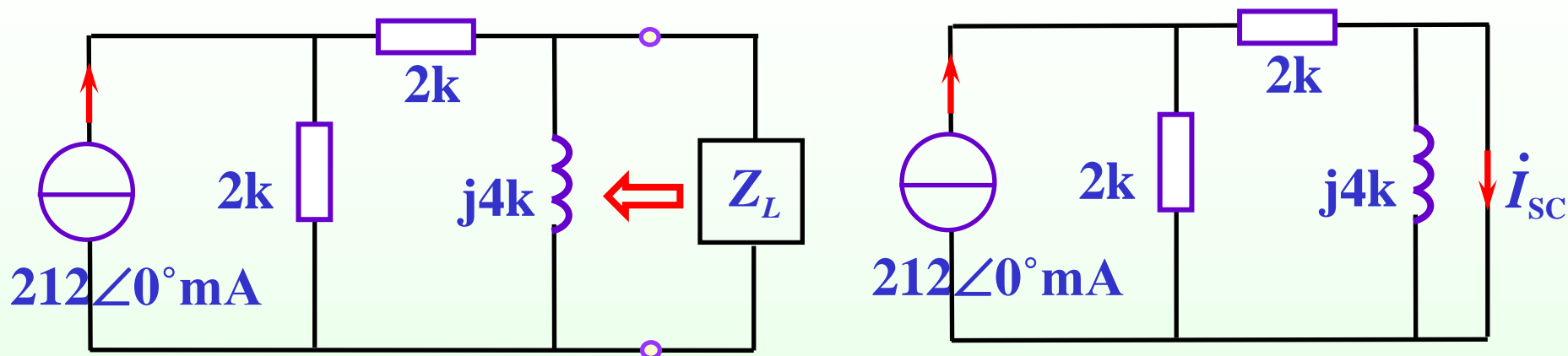
负载获得最大功率的条件为：

负载阻抗的模与电源内阻抗的模相等，即**模匹配**。

最大功率：

$$P_{\max} = \frac{\cos \varphi U_S^2}{2|Z_0| + 2(R_0 \cos \varphi + X_0 \sin \varphi)}$$

例1: 电路如图, 求: (1) 获得最大功率时 Z_L 为何值?
 (2) 最大功率值; (3) 若 Z_L 为纯电阻, Z_L 获得的最大功率。



解: $Z_0 = \frac{(2+2) \times j4}{2+2+j4} \times 10^3 = (2+j2)k = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ k}\Omega$

(1) $Z_L = (2-j2) \text{ k}\Omega$ 时获得最大功率

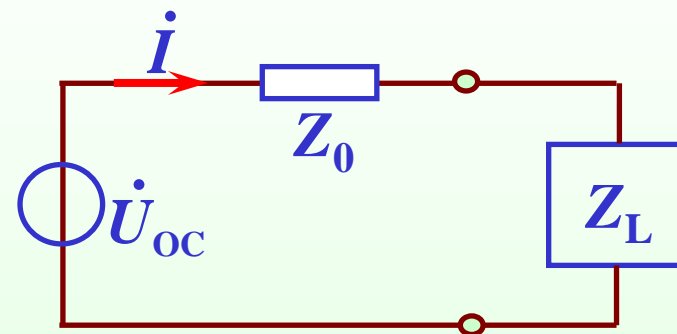
(2) $\dot{I}_{sc} = \frac{212\angle 0^\circ}{2} = 106\angle 0^\circ \text{ mA}$, $\dot{U}_{oc} = \dot{I}_{sc} Z_0 = 212\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}$

$$\therefore P_{L\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_o} = \frac{(212\sqrt{2})^2}{4 \times 2 \times 10^3} = 11.24 \text{ W}$$

(3) 若 Z_L 为纯电阻，求 Z_L 获得的最大功率

$Z_L = |Z_0| = 2\sqrt{2} \times 10^3 = 2.83 \text{ k}\Omega$ 时获得最大功率

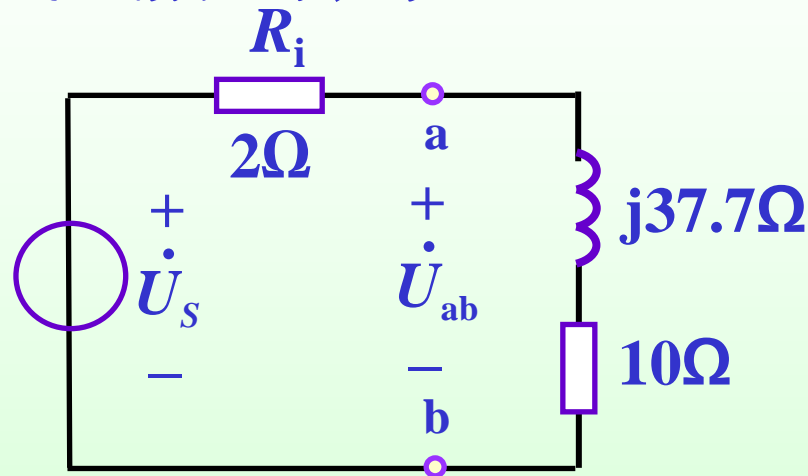
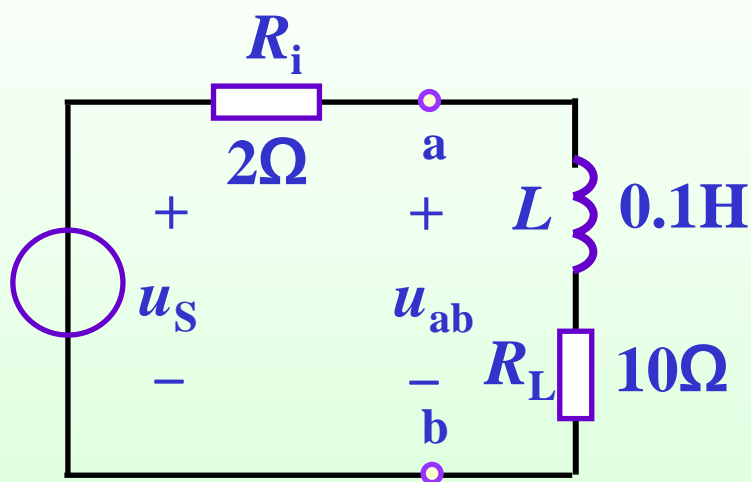
$$\begin{aligned}\dot{I} &= \frac{\dot{U}_{oc}}{(2 + j2 + 2.83) \times 10^3} \\ &= \frac{212\sqrt{2} \angle 45^\circ}{(4.83 + j2) \times 10^3} \\ &= 57.34 \angle 22.51^\circ \text{ mA}\end{aligned}$$



$$\therefore P_{\max} = I^2 R_L = (57.34 \times 10^{-3})^2 \times 2.83 \times 10^3 = 9.3 \text{ W}$$

例2: 已知：图示电路中 $u_{ab} = 100\sqrt{2} \cos 377t \text{ V}$ 。

求：(1) 负载 Z_{ab} 消耗的功率，输电线 R_i 上消耗的功率；
 (2) 欲使 $\lambda = 1$ ，问需并联多大电容，
 此时负载及输电线上消耗的功率。



解: (1) $\dot{U}_{ab} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$

$$Z_{ab} = 10 + j37.7 = 39\angle 75.14^\circ \Omega$$

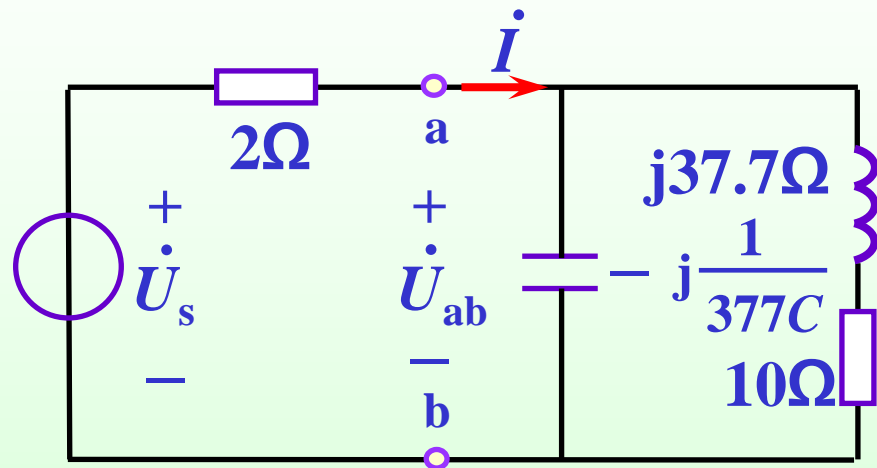
$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{100\angle 0^\circ}{39\angle 75.14^\circ} = 2.564\angle -75.14^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{Load1}} = I^2 R_L = 2.564^2 \times 10 = 65.7 \text{ W}$$

$$P_{i1} = I^2 R_i = 2.564^2 \times 2 = 13.1 \text{ W}$$

(2) 欲使 $\lambda = 1$ ，问需并联多大电容，此时负载及输电线上消耗的功率。

$$\begin{aligned} Y_L &= j377C + \frac{1}{10 + j37.7} \\ &= j377C + \frac{10 - j37.7}{1521} \\ &= \frac{10}{1521} + j\left(377C - \frac{37.7}{1521}\right) \end{aligned}$$



欲使 $\lambda = \cos \theta = 1$ ，则 $\theta = 0^\circ$

$$377C - \frac{37.7}{1521} = 0 \rightarrow C = 65.7 \mu\text{F} \rightarrow Y_L = \frac{10}{1521} \text{ S}$$

负载 Z_{ab} 消耗的功率仍为 10Ω 电阻消耗的功率

$\therefore 10\Omega$ 电阻两端电压不变

$$\therefore P_{Load2} = P_{Load1} = 65.7\text{W}$$

$$\dot{I} = \dot{U}_{ab} Y_L = 100 \angle 0^\circ \times \frac{10}{1521} = 0.657 \angle 0^\circ \text{A}$$

$$P_{i2} = I^2 R_i = 0.657^2 \times 2 = 0.86\text{W} < P_{i1} = 13.1\text{W}$$

可见并联电容后，负载功率不变，而在输电线上消耗的功率变小。

