第十章

频率响应　多频正弦稳态电路

作业

10-9　10-10　10–12

10-15　10–18　10-20

练习

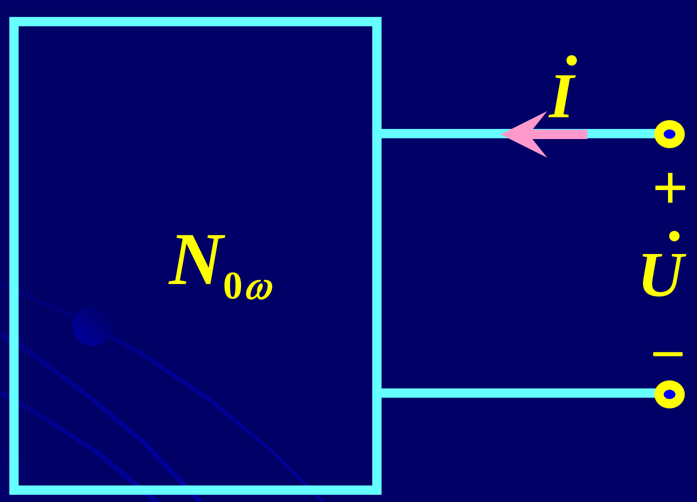
10–8　10–11　10-24

§10-1　基本概念

当电路的激励为非正弦的周期信号时，如方波、锯齿波等，可展开为直流分量和一系列谐波分量之和。

§10-2　再论阻抗和导纳

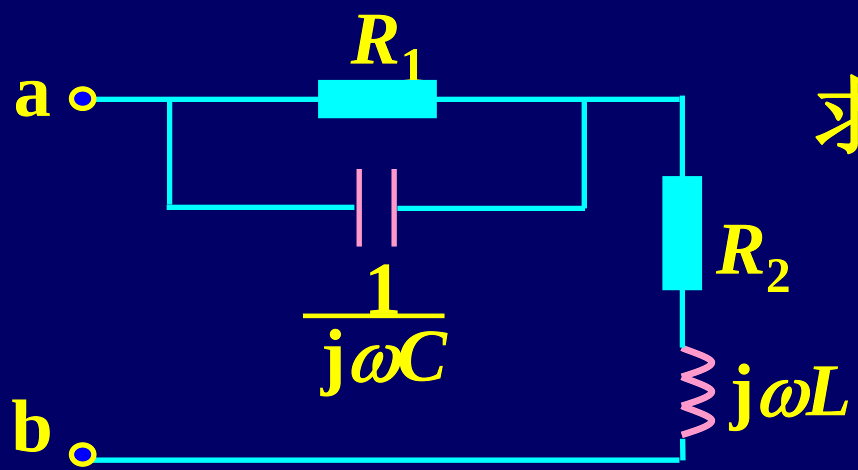
一. 无源单口网络阻抗的性质:



$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I}\angle\underline{\theta_u - \theta_i}$$

$$= |Z|\angle\varphi_Z$$

例：



求ab端的阻抗

解：

$$Z_{ab} = R_2 + j\omega L + \frac{\dfrac{R_1}{j\omega C}}{R_1 + \dfrac{1}{j\omega C}}$$

$$= [\, R_2 + \frac{R_1}{1+(\omega C R_1)^2} \,] + j[\omega L - \frac{\omega C R_1{}^2}{1+(\omega C R_1)^2}\,]$$

$$Z(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + X^2(\omega)}$$

$$= |Z(\omega)| \angle \varphi_z(\omega)$$

$$\varphi_z(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{X(\omega)}{R(\omega)}$$

$|Z(\omega)|$ —— 幅频特性

$\varphi(\omega)$ —— 相频特性

频率特性

讨论阻抗角φ:

$\varphi = 0^\circ$ 纯电阻性

$\varphi = 90^\circ$ 纯电感性

$\varphi = -90^\circ$ 纯电容性

$0^\circ < \varphi < 90^\circ$ 电感性

$0^\circ > \varphi > -90^\circ$ 电容性

总　结

RC 电路： 所有频率下都是电容性

RL电路：所有频率下都是电感性

RLC电路：某些频率是电容性；

某些频率是电感性；

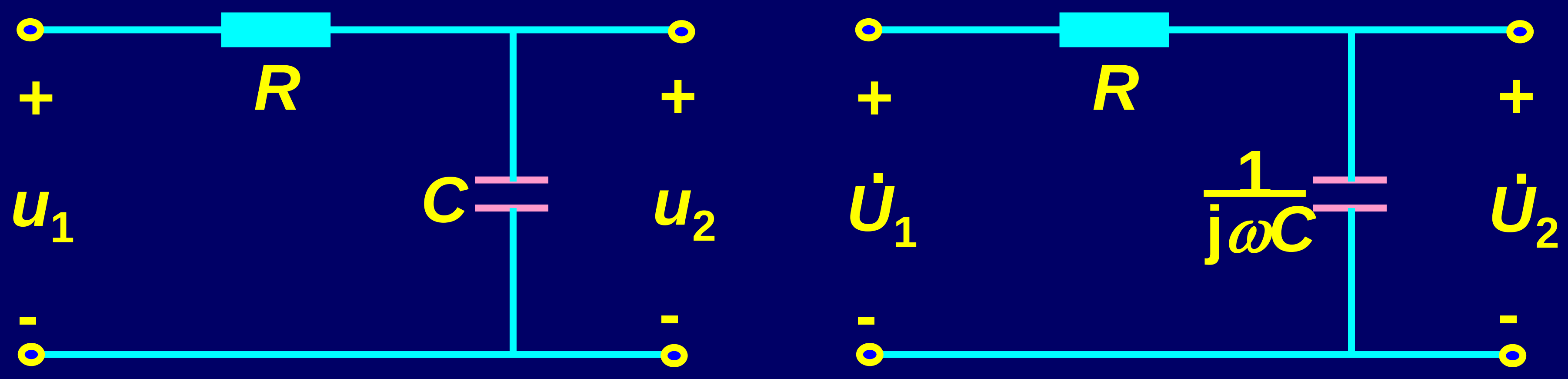
某些频率是纯电阻性------谐振

二　对无源单口网络导纳可做同样的研究

§10-3.　正弦稳态网络函数

正弦稳态网络函数概念（复习）

例10-3 一阶RC低通电路，绘出频率响应曲线



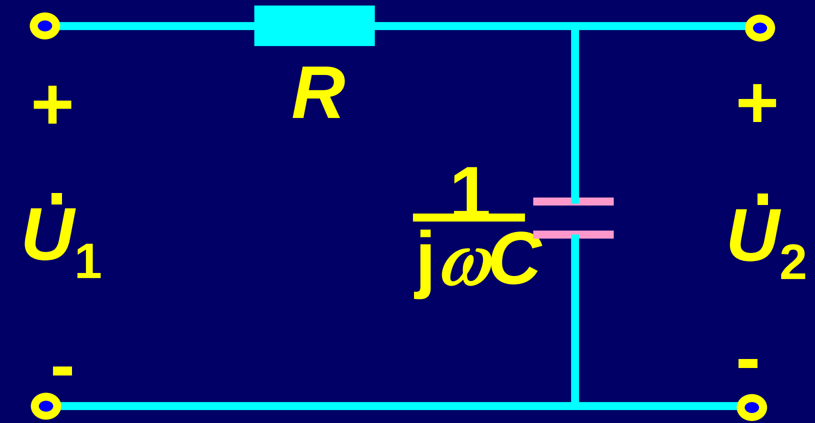
转移电压比

$$H_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad \text{一阶}$$

引入$\omega_C = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$

$$H_u = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_C}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_C})^2}} \angle - \mathrm{arctg}\frac{\omega}{\omega_C}$$

1 幅频特性

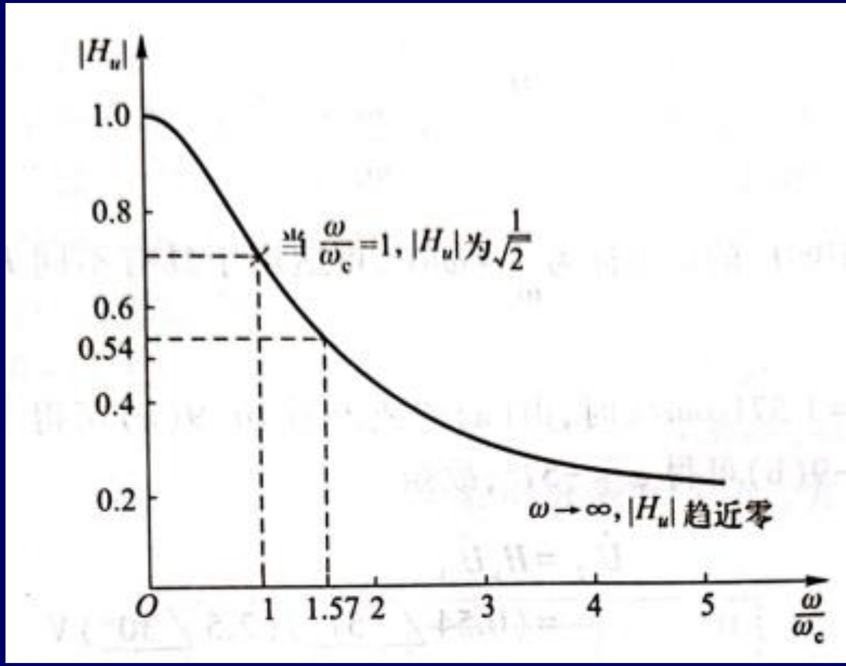


$$|H_u| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_C})^2}}$$

当$\omega=0$，　　$|H_u| = 1$

当$\omega\to\infty$，　$|H_u| \to 0$

当$\frac{\omega}{\omega_C} = 1$，　$|H_u| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$



结论：

对于同样大小的输入电压，频率越高，输出电压越小，称为**低通**网络。

当$\omega=\omega_C$时，$\frac{U_2}{U_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$

此时输出电压为输入电压的$\frac{1}{\sqrt{2}}$，功率将降低$\frac{1}{2}$

$\omega_C=\frac{1}{RC}$也称为**半功率点频率**

由于$20\log\frac{1}{\sqrt{2}}=-3.01\text{dB}$，也称为**3dB频率**

$0\sim\omega_C$为低通网络的通频带BW

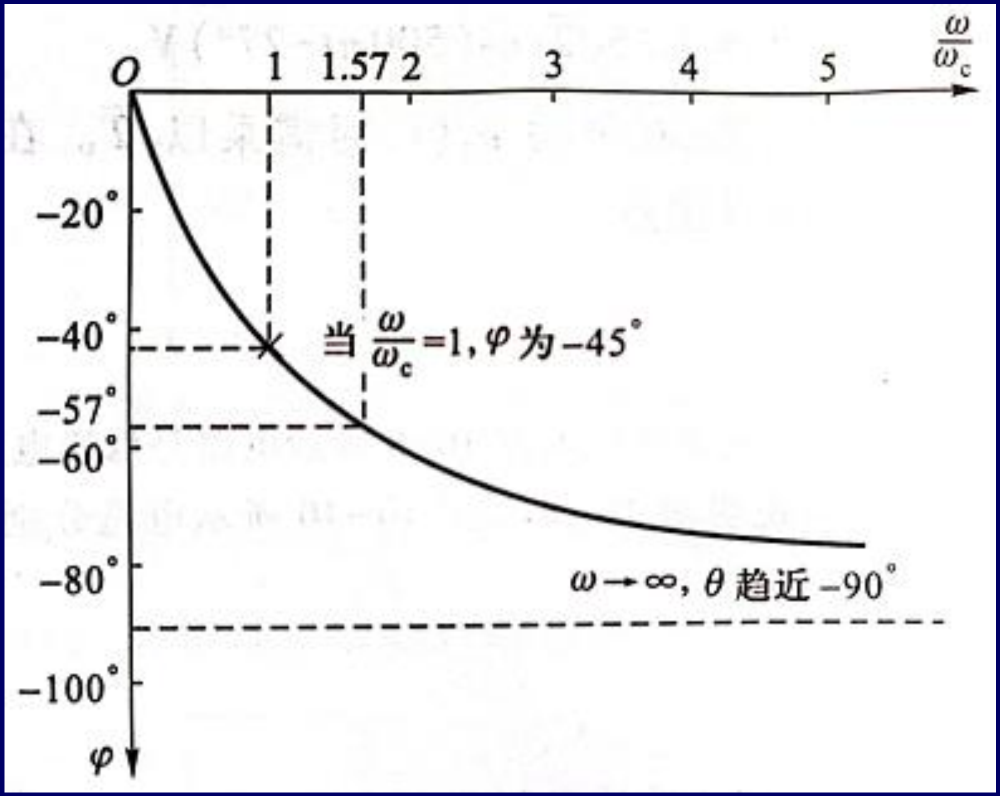
2 相频特性

$$\varphi = -\mathrm{arctg}\frac{\omega}{\omega_C}$$

当$\omega = 0$， $\varphi = 0$

当$\omega \to \infty$， $\varphi \to -90^\circ$

当 $\omega = \omega_c = \frac{1}{\tau}$， $\varphi = -45^\circ$



由于φ总为负，说明输出电压总滞后于输入电压，称为**滞后网络**。

题中已知：$\tau=RC=10^{-3}S$,输入电压$u_1=2.5\sqrt{2}\cos(500\pi t+30°)V$，

求：输出电压u_2。

解：

$\omega_C=10^3$ rad/s

当$\omega=500\pi=1571$ rad/s时，

$$\frac{\omega}{\omega_C}=1.57$$

此时：$|H_u|=0.54$

$\varphi=-57°$

$H_u=0.54\angle -57°$

$\dot{U}_2=Hu\,\dot{U}_1$

$=（0.54\angle -57°）（2.5\angle 30°）$

$=1.35\angle -27°$ V

$u_2=1.35\sqrt{2}\cos(500\pi t-27°)V$

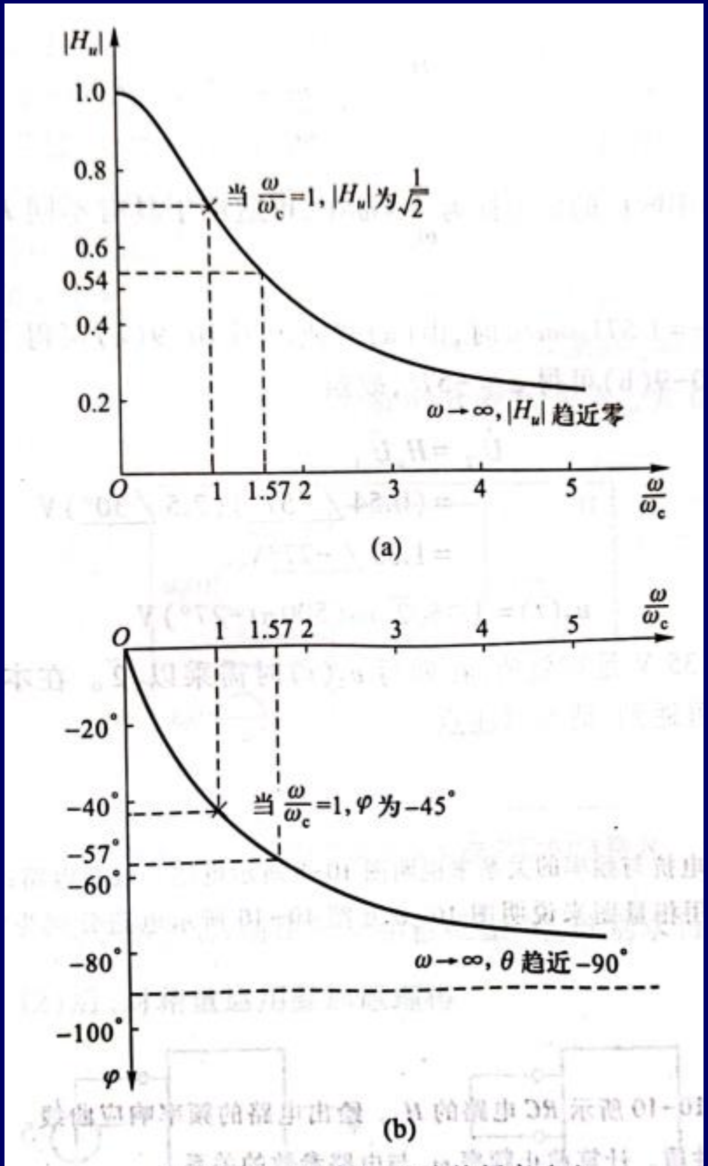
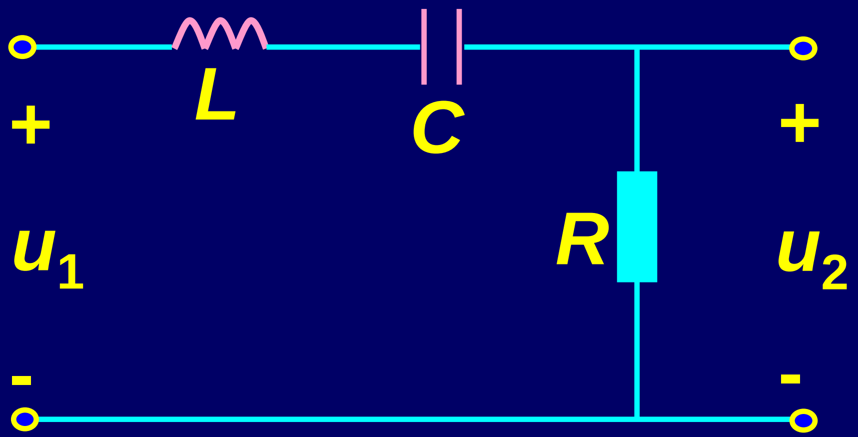
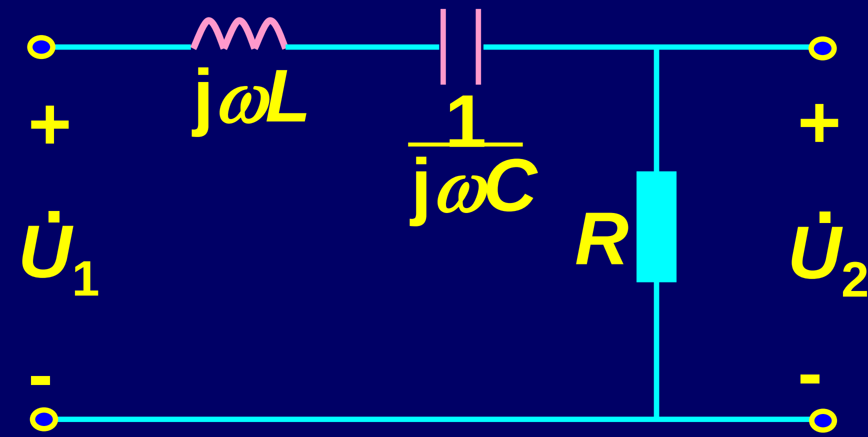


图 10-9 RC 低通电路的频率响应

§ 10-6 RLC电路的谐振

- 一. 二阶带通函数：





$$\dot{U}_2 = \frac{R}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}\dot{U}_1$$

$$H_u = \dot{U}_2 \big/ \dot{U}_1 = \frac{R}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR}$$

$$H_u = \frac{\omega CR}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}} \angle \left(90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{\omega CR}{1-\omega^2 LC}\right)$$

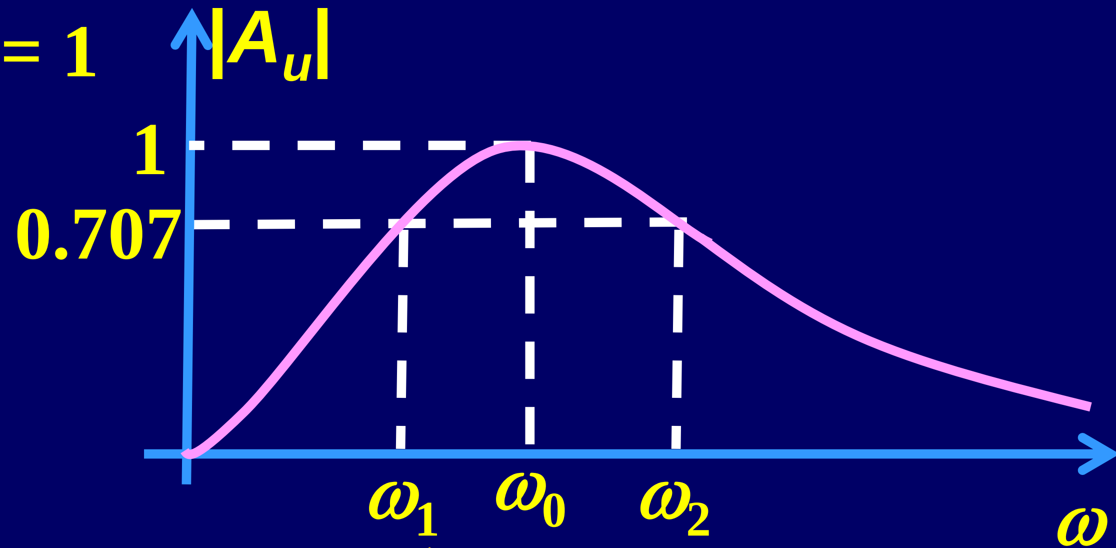
1. 幅频特性

$$|H_u| = \frac{\omega CR}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}}$$

$\omega = 0$时， $|H_u| = 0$

$\omega \to \infty$时， $|H_u| \to 0$

$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$时， $|H_u| = 1$



二阶带通函数

ω_2 — 上半功率点频率

ω_1 — 下半功率点频率

ω_0 — 谐振频率

通频带 BW = $\omega_2 - \omega_1$

求通频带：

$$|H_u| = \frac{\omega CR}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

由 $$\frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

得 $$\omega = \pm \frac{R}{2L} \pm \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 + \frac{1}{LC}}$$

舍弃负值后 $$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 + \frac{1}{LC}}$$

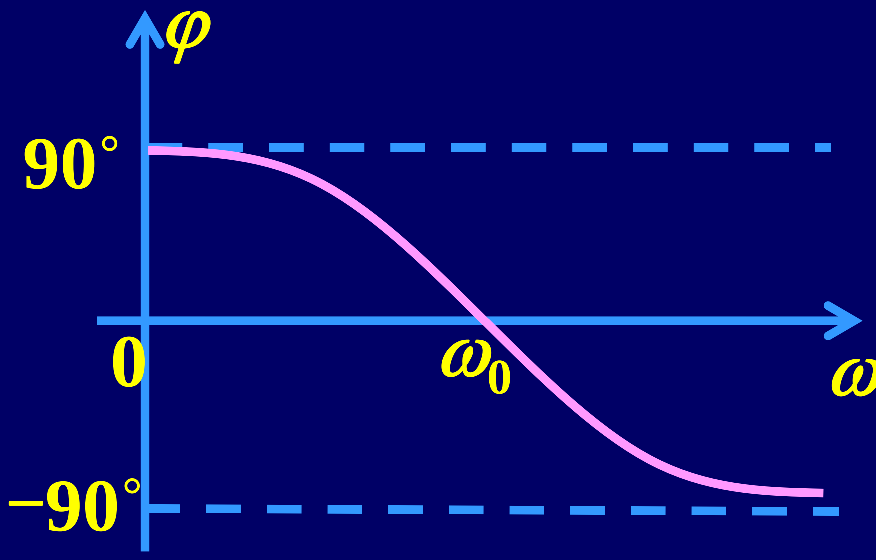
$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 + \frac{1}{LC}}$$

通频带 $$BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\omega_o = \sqrt{\omega_1 \ \omega_2}$$

2. 相频特性

$$\varphi = 90^\circ - \text{arctg}\,\frac{\omega CR}{1-\omega^2 LC}$$



$\omega = 0$时， $\varphi = 90^\circ$

$\omega \to \infty$时， $\varphi \to -90^\circ$

$\omega = \omega_0$时， $\varphi = 0^\circ$

$\dot{U}_2$与电流同相

当$0^\circ < \varphi < 90^\circ$时， 电容性

当$0^\circ > \varphi > -90^\circ$时， 电感性

当$\varphi = 0$时， 纯电阻性，电路发生谐振

二. 简单串联谐振：

1. 当串联电路中电抗等于零，阻抗呈纯电阻性，电压电流同相，称回路发生了**谐振**。

$$Z(j\omega)=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})$$

串联谐振条件 --------- $\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$

$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\omega_0$ ----------串联谐振角频率

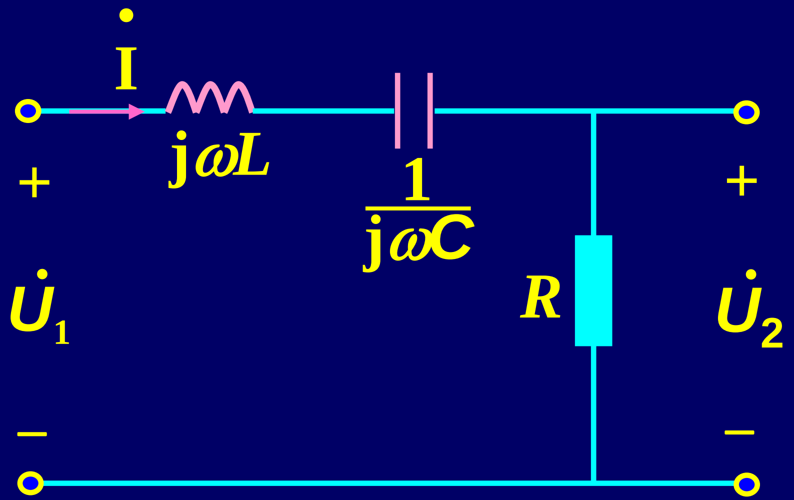
$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ---------串联谐振频率

当电源频率等于f_0时电路发生谐振。

2. 谐振时电路的特点：

(1) $Z_0 = R$ 阻抗最小

(2) $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_1}{R}$ 电流最大 且$\dot{U}_1$、$\dot{I}$ 同相



3. 谐振时电压电流关系

$$\dot{I}_0=\frac{\dot{U}_1}{R}$$

$$\dot{U}_R=R\dot{I}_0=\dot{U}_1$$

$$\dot{U}_L=\mathrm{j}\omega_0 L\dot{I}_0=\mathrm{j}\frac{\dot{U}_1}{R}\omega_0 L=\mathrm{j}\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}_1$$

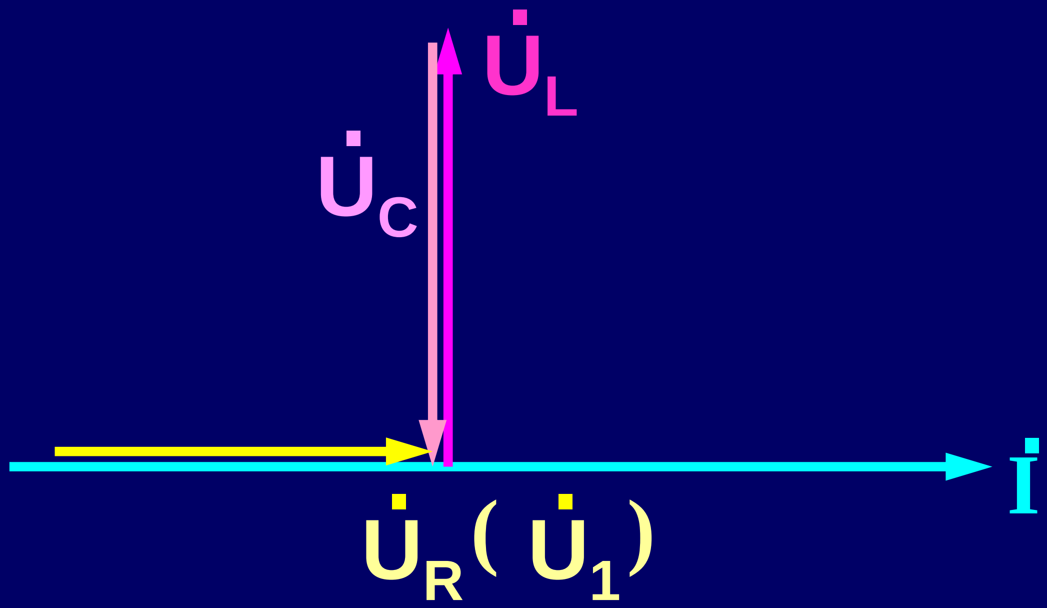
$$\dot{U}_C=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega_0 C}\dot{I}_0=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega_0 CR}\dot{U}_1$$

利用以下关系：

$$\left(\frac{1}{\omega_0 CR}=\frac{\omega_0}{\omega_0^2 CR}=\frac{\omega_0}{\frac{1}{LC}\cdot CR}=\frac{\omega_0 L}{R}\right)$$

据此推出谐振时：

$$U_L=U_C \qquad \dot{U}_L=-\dot{U}_C$$



$$\dot{U}_1 = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{U}_R$$

4. 品质因数Q

Q：谐振时动态元件的电压与激励电压之比

$$Q=\frac{U_C}{U_1}=\frac{U_1}{\omega_0 CR}/U_1=\frac{1}{\omega_0 CR}$$

$$Q=\frac{U_L}{U_1}=\frac{U_1\omega_0 L}{R}/U_1=\frac{\omega_0 L}{R}$$

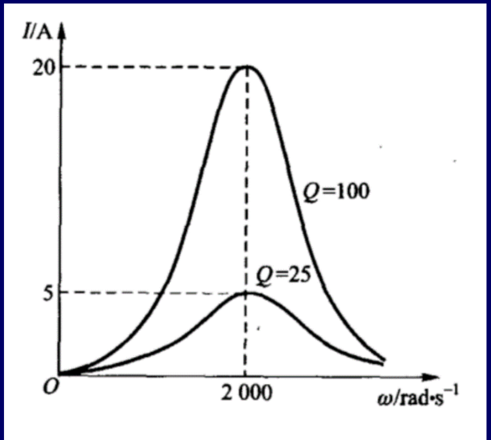


图 10－24　谐振曲线

电路的选择性:

Q决定二阶带通电路响应曲线的形状，

Q越大则曲线越陡峭，电路选择性越好。

Q与R成反比 → 当L、C确定时，R越小，选择性越好。

利用公式：

$$\left.\begin{aligned} Q &= \frac{\omega_0 L}{R} \\ BW &= \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{BW}$$

$$BW = \frac{\omega_0}{Q}$$

Q----- ω_0对通频带BW的比值称为品质因数

带宽与Q 值成反比，与ω_0成正比

对于一定的ω_0，Q越高，则通频带越窄。

ω_1、ω_2 的另一表达形式

利用 $Q=\dfrac{1}{\omega_0 CR}$ $\quad Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}$

$$H_u=\frac{R}{R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})}=\frac{1}{1+j(\frac{\omega L}{R}-\frac{1}{\omega CR})}$$

$$=\frac{1}{1+j(\omega\frac{\omega_0 L}{\omega_0 R}-\frac{\omega_0}{\omega_0\omega CR})}=\frac{1}{1+j(\omega\frac{Q}{\omega_0}-\frac{Q\omega_0}{\omega})}$$

$$=\frac{1}{1+jQ(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})}$$

令 $|H_u|=\dfrac{1}{\sqrt{1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$$1+Q^2(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega})^2=2$$

$$\omega_1=\omega_0(-\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1})$$

$$\omega_2=\omega_0(\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1})$$

例10-12：RLC串联电路，谐振频率为10^4Hz，通频带为100Hz，串联电阻及负载电阻为10Ω、15Ω。求电感、电容及通频带起止频率。

解：电路总电阻为25Ω。 $Q=\dfrac{f_0}{f_2-f_1}=\dfrac{10^4}{100}=100$

$C=\dfrac{1}{\omega_0 RQ}=6360pF$　　$L=\dfrac{QR}{\omega_0}=39.8mH$

由公式 $\omega_1=\omega_0\left(-\dfrac{1}{2Q}+\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2}+1}\right)$　$\omega_2=\omega_0\left(\dfrac{1}{2Q}+\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2}+1}\right)$

当 $\dfrac{1}{4Q^2}\ll 1$ 时：

$$f_1=f_0\left(-\frac{1}{2Q}+1\right)=9950\ \text{Hz}$$

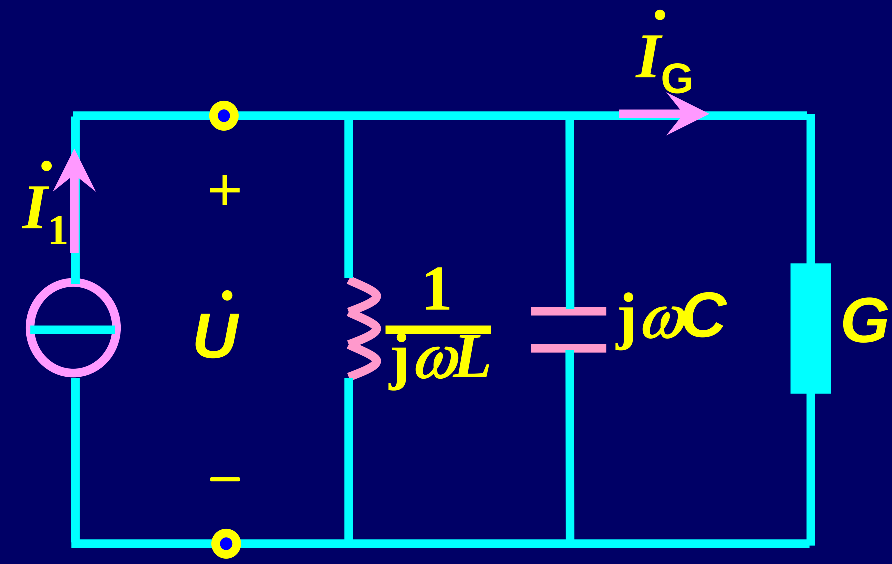
$$f_2=f_0\left(\frac{1}{2Q}+1\right)=10050\ \text{Hz}$$

三. 简单并联谐振:

二阶并联电路:

$$H_i = \dot{I}_G / \dot{I}_1 = \frac{G}{G + \mathrm{j}\omega C + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L}}$$

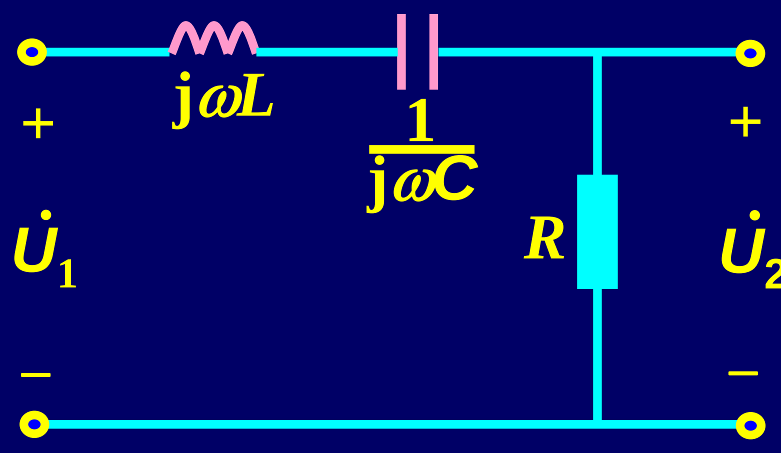
$$= \frac{\mathrm{j}\omega LG}{1 - \omega^2 LC + \mathrm{j}\omega LG}$$ 二阶



与二阶串联电路比较:

$$H_u = \dot{U}_2 / \dot{U}_1 = \frac{R}{R + \mathrm{j}\omega L + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

$$= \frac{\mathrm{j}\omega CR}{1 - \omega^2 LC + \mathrm{j}\omega CR}$$



H_i与H_u是对偶关系。

1 并联谐振条件：

并联电路导纳 $Y = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})$

当并联导纳Y的虚部为零时，电路发生并联谐振

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

谐振频率： $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

并联电路的上下半功率点频率：

$$\omega_2 = \frac{G}{2C} + \sqrt{(\frac{G}{2C})^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\omega_1 = -\frac{G}{2C} + \sqrt{(\frac{G}{2C})^2 + \frac{1}{LC}}$$

并联电路通频带： $BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{G}{C}$

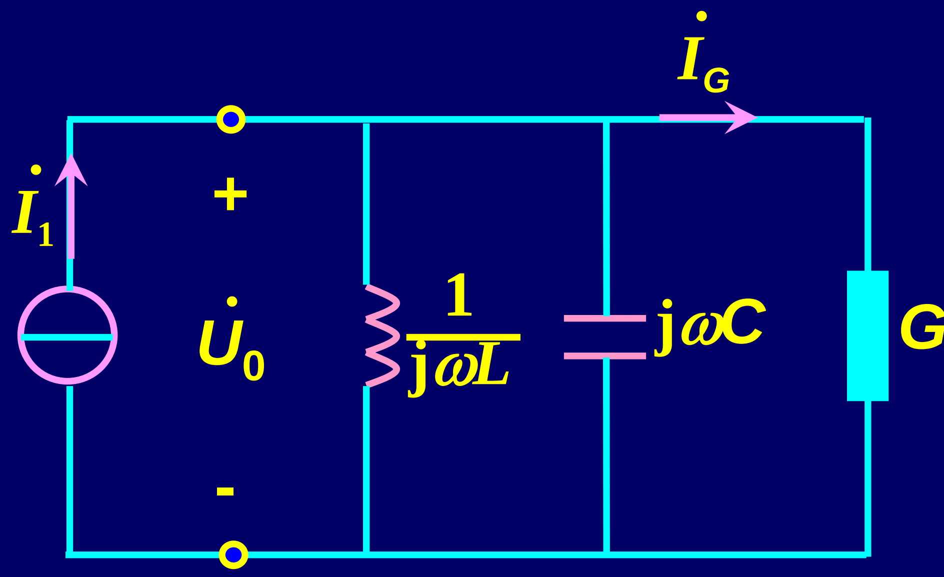
并联电路品质因素： $Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 LG}$

2 并联谐振特点

Y虚部B = 0，导纳最小，此时 $|Y| = G$

$\dot{U}_0 = \dot{I}_1 / Y$ 电压最大，且$\dot{U}_0$、$\dot{I}_1$ 同相

3 并联谐振时电压电流关系



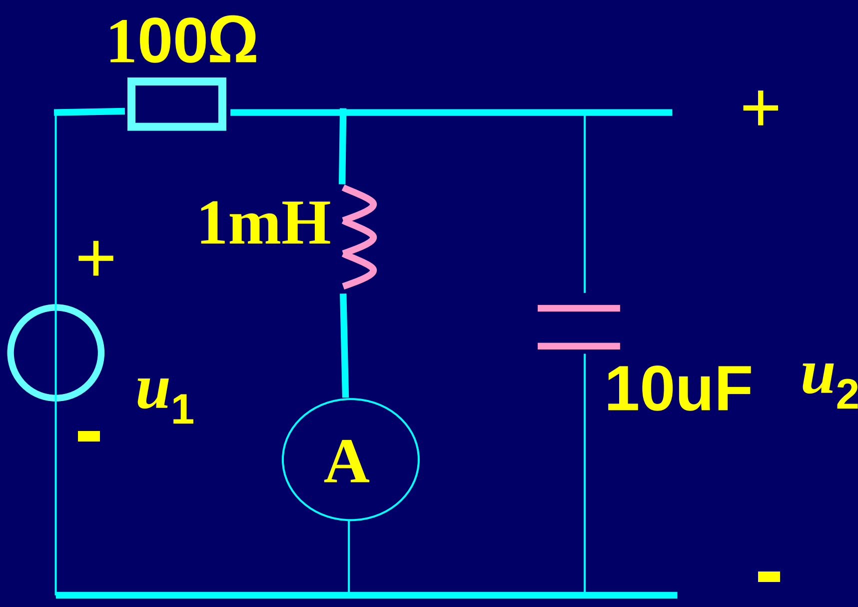
$$\dot{U}_o = \dot{I}_1 / Y = \dot{I}_1 / G$$

$$\dot{I}_G = G\dot{U}_o = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_L = \frac{1}{j\omega_0 L}\dot{U}_o = -j\frac{1}{\omega_0 L}\cdot\frac{\dot{I}_1}{G} = -j\frac{1}{\omega_0 LG}\dot{I}_1 = -jQ\dot{I}_1$$

$$\dot{I}_C = j\omega_0 C\dot{U}_o = j\frac{\omega_0 C}{G}\dot{I}_1 = jQ\dot{I}_1$$

补充1：图示电路中， $u_1=10\sqrt{2}\cos\omega t$V, 为使开路电压 $u_2=u_1$，电路的工作频率为多少？电流表A示数多少？



解：$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^4\ \text{rad/s}$$

电感上的电流有效值为：

$U_2\div(\omega L) = 10\div(\omega L) = 10\div 10 = 1A$

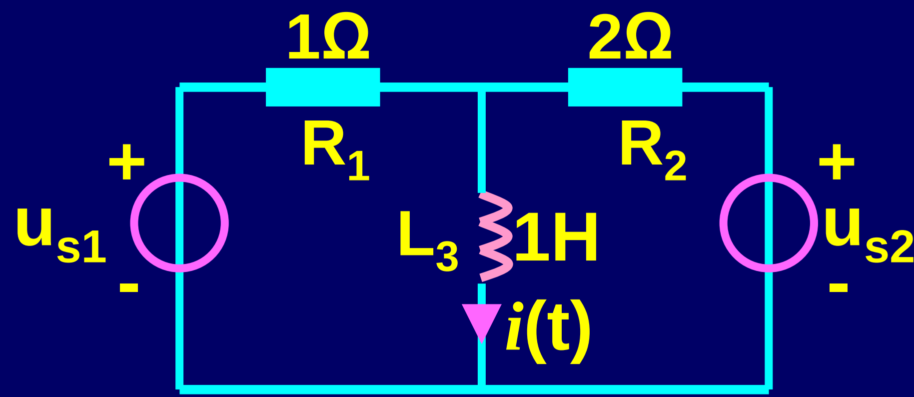
§10-4 正弦稳态的叠加

正弦稳态电路中，若有多个电源作用，可用叠加定理求响应。

（1）若电源频率相同：响应仍为同频率的正弦波；

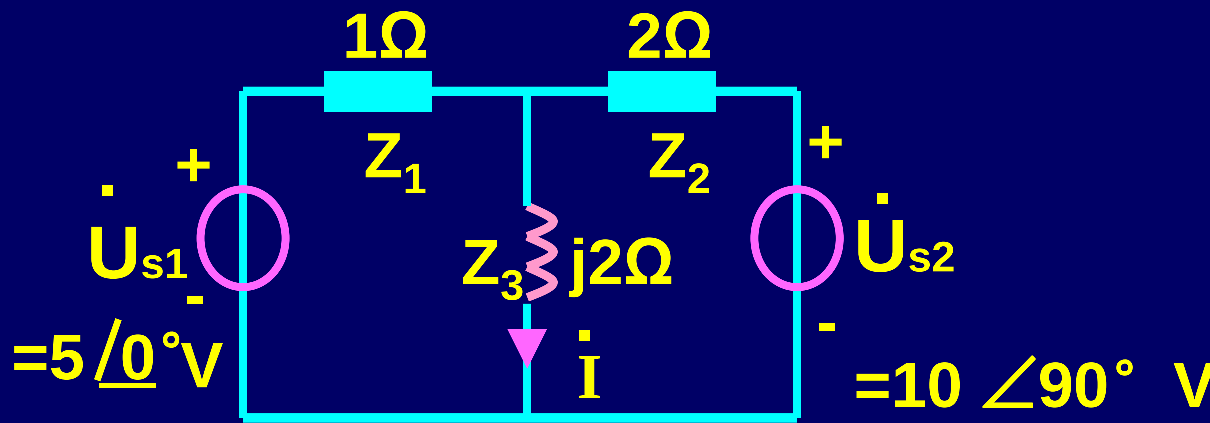
（2）若电源频率不同：响应不为同频率的正弦波之和，其结果需讨论。

例10-4：已知$u_{s1}=5\sqrt{2}\cos 2t\,V$, $u_{s2}=10\sqrt{2}(2t+90°)V$，求$i(t)$



解：求相量模型：

叠加求电流相量



$$\dot{I}'=\dot{U}_{s1}\cdot\frac{1}{Z_1+Z_2//Z_3}\cdot\frac{Z_2}{Z_2+Z_3}=\frac{10}{6.25\angle 71.6°}=1.58\angle -71.6°\ A$$

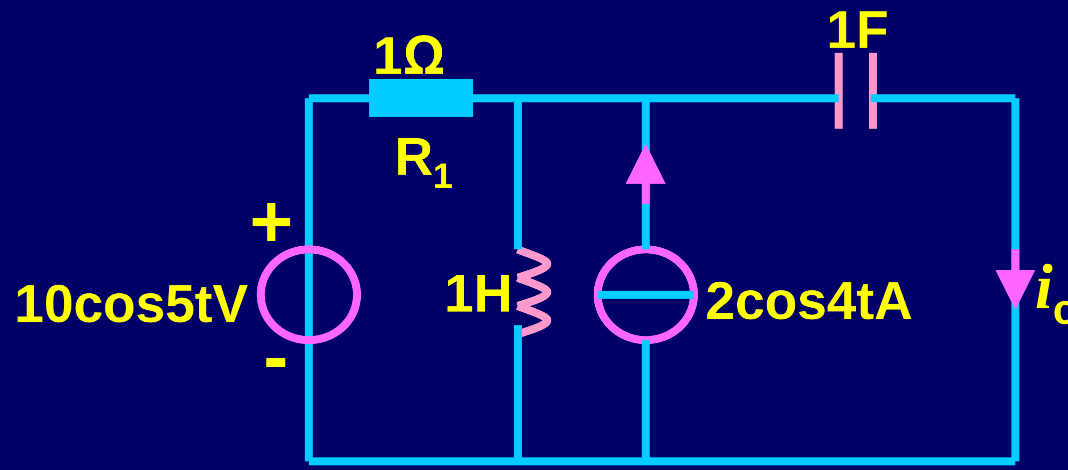
$$\dot{I}''=\dot{U}_{s2}\cdot\frac{1}{Z_2+Z_1//Z_3}\cdot\frac{Z_1}{Z_1+Z_3}=\frac{10\angle 90°}{6.32\angle 71.6°}=1.58\angle 18.4°\ A$$

$\dot{I}=\dot{I}'+\dot{I}''= 1.58\angle-71.6° + 1.58\angle 18.4°$

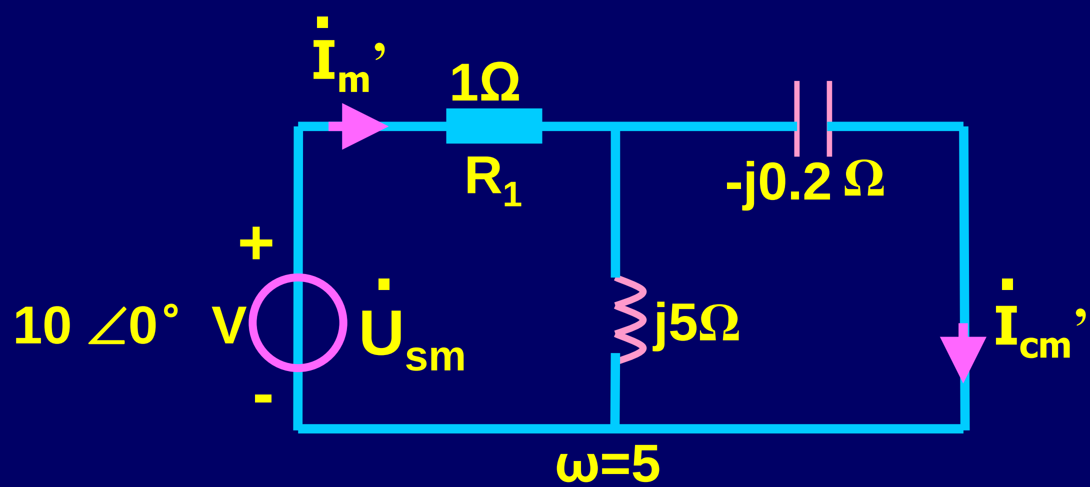
$= 2.24\angle -26.6°$

反变换：$i(t)= 2.24\sqrt{2}\cos（2t-26.6°）$ A

例10-5：求 $i_C(t)$



解（1）电压源单独作用时做相量模型如下：

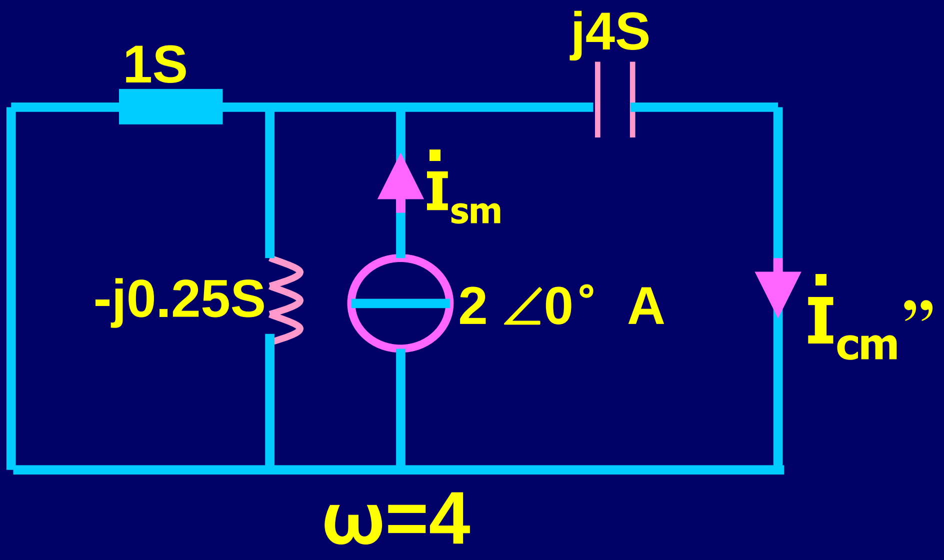


$$\dot{I}_{cm}' = \dot{I}_m' \frac{j5}{j5-j0.2} = \frac{10\angle 0^\circ}{1+j5//(-j0.2)} \cdot \frac{j5}{j4.8} = 10.2\angle 11.8^\circ \text{ A}$$

（2）电流源单独作用时相量模型为：

$$\dot{I}_{cm}'' = 2\angle 0^\circ \frac{j4}{1+j4-j0.25}$$

$$= 2.06\angle 14.9^\circ\ A$$



（3）反变换 $i_c'(t)=10.2\cos(5t+11.8^\circ)\ A$

$i_c''(t)=2.06\cos(4t+14.9^\circ)\ A$

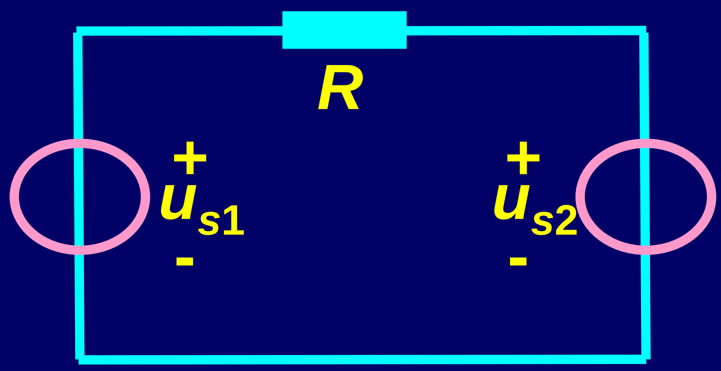
（4）$i_c(t)=i_c'(t)+i_c''(t)$

$= 10.2\cos(5t+11.8^\circ)+2.06\cos(4t+14.9^\circ)A$

§10-5 平均功率的叠加

$u_{s1}=U_{1m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)$

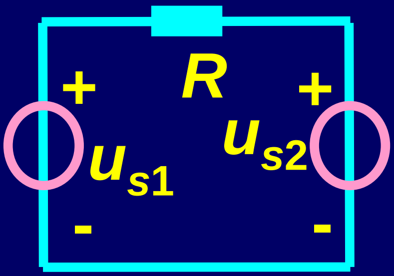
$u_{s2}=U_{2m}\cos(\omega_2 t+\theta_2)$



问题：求R上的平均功率能叠加吗？

u_{s1}作用　　$i_1(t)=I_{1m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)$

u_{s2}作用　　$i_2(t)=I_{2m}\cos(\omega_2 t+\theta_2)$



瞬时功率$p_R(t)=[I_{1m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)+I_{2m}\cos(\omega_2 t+\theta_2)]^2R$

平均功率：

$$P_R=\frac{1}{T}\int_0^T[I_{1m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)+I_{2m}\cos(\omega_2 t+\theta_2)]^2R\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T[I_{1m}{}^2\cos^2(\omega_1 t+\theta_1)+2I_{1m}I_{2m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)\cos(\omega_2 t+\theta_2)+I_{2m}{}^2\cos^2(\omega_2 t+\theta_2)]R\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T I_{1m}{}^2\cos^2(\omega_1 t+\theta_1)R\mathrm{d}t+\frac{1}{T}\int_0^T 2I_{1m}I_{2m}\cos(\omega_1 t+\theta_1)\cos(\omega_2 t+\theta_2)R\mathrm{d}t+\frac{1}{T}\int_0^T I_{2m}{}^2\cos^2(\omega_2 t+\theta_2)R\mathrm{d}t$$

$$P_R = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} I_{1m}^2 \mathrm{R}\,[\cos 2(\omega_1 t+\theta_1)+1]\mathrm{d}t$$

$$+\frac{1}{T}\int_0^T I_{1m} I_{2m} \mathrm{R}\,[\cos(\omega_1 t+\theta_1+\omega_2 t+\theta_2)+\cos(\omega_1 t+\theta_1-\omega_2 t-\theta_2)]\mathrm{d}t$$

$$+\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} I_{2m}^2 \mathrm{R}\,[\cos 2(\omega_2 t+\theta_2)+1]\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{2} I_{1m}^2 R+\frac{1}{2} I_{2m}^2 R$$

$$+\frac{1}{T}\int_0^T I_{1m} I_{2m} \mathrm{R}\,[\cos(\omega_1 t+\theta_1+\omega_2 t+\theta_2)+\cos(\omega_1 t+\theta_1-\omega_2 t-\theta_2)]\mathrm{d}t$$

讨论：

$$\boxed{P=\frac{1}{2} I_{1m}^2 R+\frac{1}{2} I_{2m}^2 R=P_1+P_2 \quad ，当\omega_1 \neq \omega_2}$$

$$\boxed{\begin{gathered}P=\frac{1}{2} I_{1m}^2 R+\frac{1}{2} I_{2m}^2 R+I_{1m} I_{2m} \mathrm{R}\cos(\theta_1-\theta_2) \neq \mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2 \\ 当\omega_1=\omega_2\end{gathered}}$$

结论：

（1）电源频率不同时：

可以用叠加求平均功率

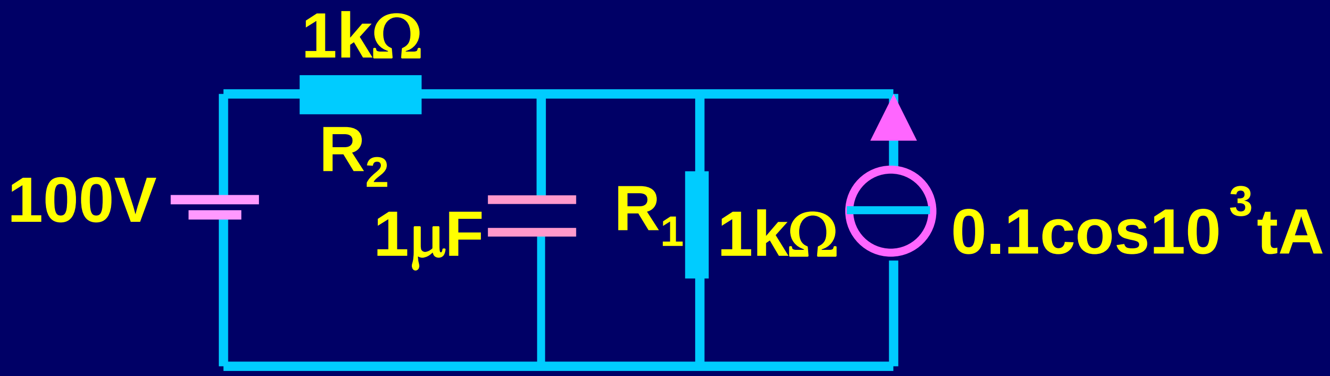
（2）电源频率相同：

不能用叠加求平均功率

平均功率= $UI\cos(\varphi_u - \varphi_i)$

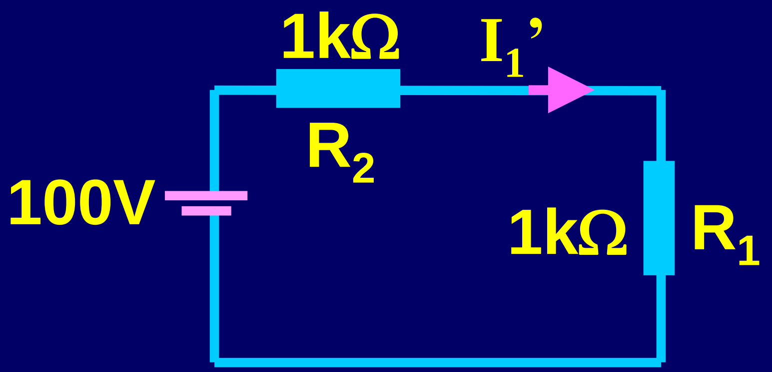
其中电压和电流相量可用叠加求解

习题10-17：求R_1、R_2的平均功率.



解：叠加法

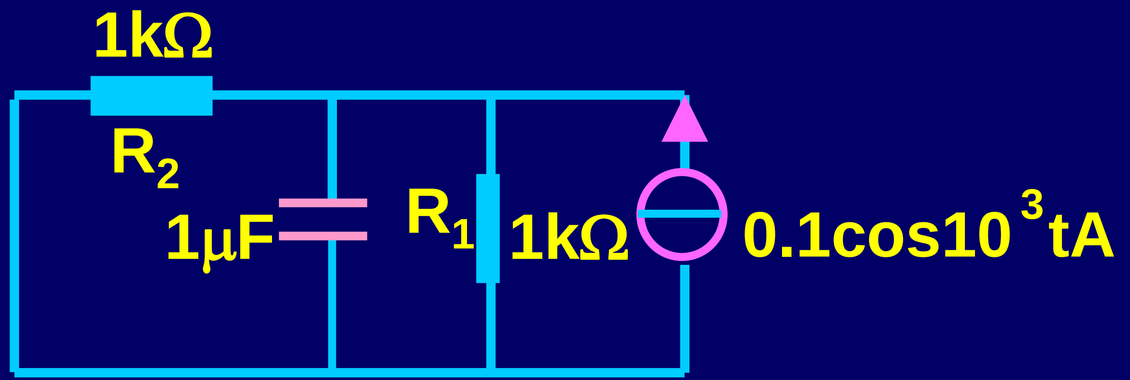
（1）电压源单独作用：

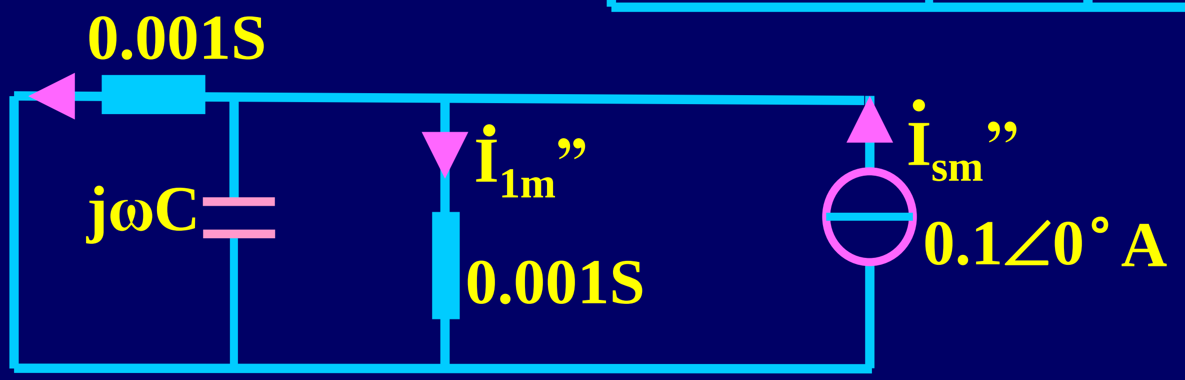


$I_1'=100/2K=50mA$

$P'_{R1}=P'_{R2}=(I_1')^2R_1=(50mA)^2\times1000=2.5W$

(2) 电流源单独作用





$$\dot{I}_{1m}'' = \frac{0.001}{0.001+0.001+j\,\omega C} \times 0.1\angle 0^\circ = 44.7\angle -26.56^\circ \ \mathrm{mA}$$

$$P''_{R1} = P''_{R2} = \frac{1}{2}(I_{1m}'')^2 R = \frac{1}{2} \times 0.0447^2 \times 1000 \approx 1\mathrm{W}$$

$$P_{R1} = P_{R2} = P'_{R1} + P''_{R1} = 2.5 + 1 = 3.5\mathrm{W}$$

二. 非正弦周期电压、电流有效值：

以非正弦周期电流为例：

设$i(t) = I_0 + I_{1m}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + I_{2m}\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \cdots I_{Nm}\cos(\omega_N t + \varphi_N)$

其有效值为I。

则直流电流I与周期电流i(t)在R上的平均功率相等。

由于$i(t)$中的直流分量和各次谐波分量的频率各不相同，在R上的平均功率可以叠加。

$$I^2R = I_0^2R + I_1^2R + I_2^2R + \cdots I_N^2R$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \cdots I_N^2}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \cdots U_N^2}$$

例：求i(t)的有效值。

（1）$i(t)=10\sin\omega t+20\cos(\omega t+30^\circ)$ A

（2）$i(t)=10\sin\omega t+20\cos(2\omega t+10^\circ)$ A

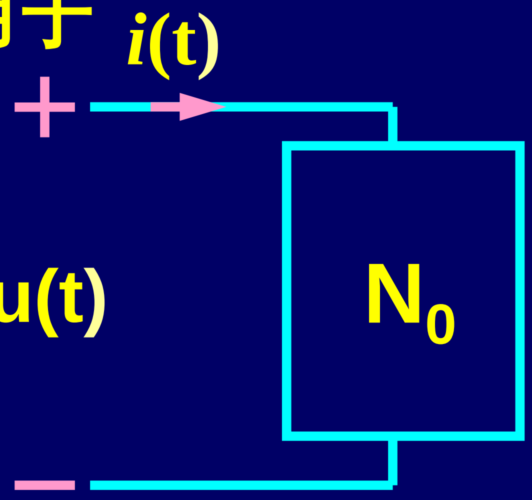
解：（1）$\dot{I}_m=10\angle-90^\circ+20\angle30^\circ=10\sqrt{3}\angle0^\circ$

$$I=\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=12.25\text{A}$$

（2）$I=\sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{250}$

$=15.81\text{A}$

三、非正弦周期信号（电压、电流）作用于 N_0，则P_{N0}=？



将u(t)和i(t)展开：

$$u(t)=U_0+\sqrt{2}U_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{u1})+\sqrt{2}U_2\cos(\omega_2 t+\varphi_{u2})+\dots$$

$$i(t)=I_0+\sqrt{2}I_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{i1})+\sqrt{2}I_2\cos(\omega_2 t+\varphi_{i2})+\dots$$

u、i关联参考方向：

$$p_{N0}(t)=u(t)i(t)=U_0I_0+\sqrt{2}U_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{u1})I_0+\dots$$

$$+\sqrt{2}I_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{i1})U_0+2U_1I_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{u1})\cos(\omega_1 t+\varphi_{i1})+\dots$$

$$+2U_2I_2\cos(\omega_2 t+\varphi_{u2})\cos(\omega_2 t+\varphi_{i2})+\dots$$

求上式中各项的平均值：

其中：（1）U_0 I_0的平均值仍为U_0 I_0;

（2）不同频率的电压电流乘积，其均值为0；

（3）相同频率的电压电流的平均功率：

$\sqrt{2}U_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{u1})$与$\sqrt{2}I_1\cos(\omega_1 t+\varphi_{i1})$的平均功率：

根据第九章单口网络平均功率的计算公式：

为$U_1I_1\cos(\varphi_{u1}-\varphi_{i1})$

$\sqrt{2}U_2\cos(\omega_2 t+\varphi_{u2})$与$\sqrt{2}I_2\cos(\omega_2 t+\varphi_{i2})$的平均功率：

为 $U_2I_2\cos(\varphi_{u2}-\varphi_{i2})$

结论：u、i关联参考方向时，

$$P_{N0}=U_0I_0+U_1I_1\cos(\varphi_{u1}-\varphi_{i1})+U_2I_2\cos(\varphi_{u2}-\varphi_{i2})+\dots$$

例10-8：N_0端口上电压、电流分别为

$$u(t)=100+100\cos t+50\cos 2t+30\cos 3t\,V$$

$$i(t)=10\cos(t-60°)+2\cos(3t-135°)A,$$

u(t)和i(t)关联参考方向，求N_0吸收的功率。

解：$P_{No}=\frac{1}{2}\times 100\times 10\cos(0+60°)+\frac{1}{2}\times 30\times 2\cos(0+135°)$

$=228.8W$