课程代号：100180121　　　　北京理工大学 2020－2021 学年第一学期

# 物理学院《大学物理 AII》期末考试题 A 卷

2021 年 1 月 26 日　14:00 – 16:00

可能用到的物理常数

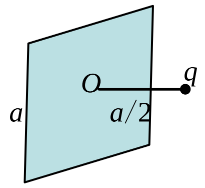
真空介电常量$\varepsilon_0$ = 8.85×10$^{-12}$ C$^2$ N$^{-1}$ m$^{-2}$，　　真空磁导率$\mu_0$ =4π×10$^{-7}$ N·A$^{-2}$，

普朗克常量 $h$ =6.63×10$^{-34}$ J s，　　基本电荷 $e$ =1.60×10$^{-19}$ C，

电子质量 $m_e$ =9.11×10$^{-31}$ kg，　　质子质量 $m_p$ =1.67×10$^{-27}$ kg.

**一、选择题（共 24 分，单选，每题 3 分），请将正确答案在答题卡上圈出。**

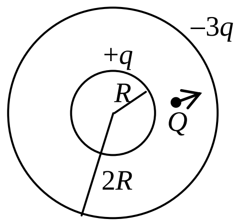
1.（3 分）如图所示，在边长为 $a$ 的正方形平面的中垂线上，距中心 $O$ 点 $a/2$ 处，有一电荷为 $q$ 的正点电荷，则通过该平面的电场强度通量为




(A) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$；　(B) $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$；

(C) $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$；　(D) $\dfrac{q}{48\varepsilon_0}$。

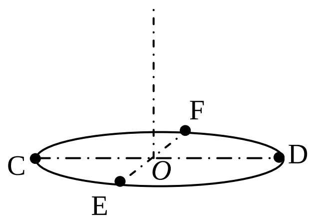
2.（3 分）如图所示，在真空中半径分别为 $R$ 和 $2R$ 的两个同心球面，其上分别均匀地带有电荷$+q$ 和 $-3q$。今将一电荷为$+Q$ 的带电粒子从内球面处由静止释放，则该粒子到达外球面时的动能为




(A) $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R}$；　(B) $\dfrac{Qq}{2\pi\varepsilon_0 R}$；

(C) $\dfrac{Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$；　(D) $\dfrac{3Qq}{8\pi\varepsilon_0 R}$。

3.（3 分）半径为 $R$ 的圆周 C、D、E、F 处固定有四个电量均为 $q$ 的点电荷，CD 与 EF 垂直，如图所示.此圆以角速度$\omega$绕过 $O$ 点与圆平面垂直的轴旋转时，在圆心 $O$ 点产生的磁感强度大小为 $B_1$；它以同样的角速度绕 CD 轴旋转时，在 $O$ 点产生的磁感强度的大小为 $B_2$，则 $B_1$ 与 $B_2$ 间的关系为




(A) $B_1 = B_2$；　(B) $B_1 = 2B_2$；

(C) $B_1 = \dfrac{1}{2}B_2$；　(D) $B_1 = B_2/4$。

4.（3 分）在匀强磁场中，有两个平面线圈，其面积 $A_1 = 2A_2$，通有电流 $I_1 = 2I_2$，它们所受的最大磁力矩之比 $M_1/M_2$ 等于

(A) 1；　(B) 2；　(C) 4；　(D) 1/4。

5.（3 分）有两个长直密绕螺线管，长度及线圈匝数均相同，半径分别为 $r_1$ 和 $r_2$。管内充满均匀介质，其磁导率分别为$\mu_1$ 和$\mu_2$。设 $r_1:r_2$=1∶2，$\mu_1:\mu_2$=2∶1，当将两只螺线管串联在电路中通电稳定后，其自感系数之比 $L_1:L_2$ 与磁能之比 $W_{m1}:W_{m2}$ 分别为

(A) $L_1:L_2$=1∶1，$W_{m1}:W_{m2}$ =1∶1；

(B) $L_1:L_2$=1∶2，$W_{m1}:W_{m2}$ =1∶1；

(C) $L_1:L_2$=1∶2，$W_{m1}:W_{m2}$ =1∶2；

(D) $L_1:L_2$=2∶1，$W_{m1}:W_{m2}$ =2∶1。

6.（3 分）一飞船以 $\frac{3}{5}c$ ($c$ 表示真空中光速)的速度飞离地球。宇航员向地球发射了一无线电信号，经地球反射，40 s 后收到返回信号。则在地球反射信号时刻，飞船上测得地球离飞船的距离为

(A) 40 $c$；

(B) 20 $c$；

(C) 16 $c$；

(D) 25 $c$。

7.（3 分）氢原子中处于 2p 状态的电子，描述其四个量子数($n$，$l$，$m_l$，$m_s$)可能取的值为

(A) (3，2，1，−1/2)；

(B) (2，0，0，1/2)；

(C) (2，1，−1，−1/2)；

(D) (1，0，0，1/2)。

8.（3 分）N 型半导体中杂质电子所形成的局部能级（也称施主能级)，在能带结构中应处于

(A) 满带中；

(B) 导带中；

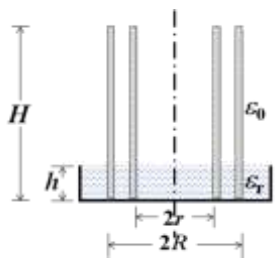
(C) 禁带中，但接近满带顶；

(D) 禁带中，但接近导带底。

**二、填空题（共 30 分），请将正确答案填写在答题卡对应划线上。**

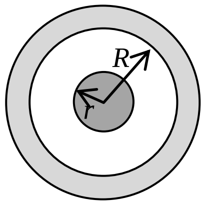
1.（4 分）两个同心的薄金属球壳，内、外球壳半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$。球壳间充满两层均匀电介质，它们的相对介电常数分别为$\varepsilon_{r1}$ 和$\varepsilon_{r2}$。两层电介质的分界面半径为 $R$。设内球壳带负电为$Q$。两层电介质的分界面处的电位移大小为______________；电位移的方向为__________________；两球壳之间的电势差为_______________。

2.（3 分）电容法测液面高度，在被测液体介质（相对介电常数为$\varepsilon_r$）中放入两个同轴圆筒形极板。大圆筒内半径为 $R$，小圆筒外半径为 $r$，圆筒的高度为 $H$，该圆柱形电容器的电容量随筒内液面高度 $h$ 的变化而改变。忽略电容器边缘效应。试写出电容量 $C$ 与液面高度 $h$ 的关系式为________________。



3.（3 分）有两个线圈，自感系数分别为 $L_1$ 和 $L_2$，已知：$L_1$=3 mH，$L_2$ =5 mH，串联成一个线圈后测得自感系数 $L$=11 mH，则两线圈的互感系数 $M$ =__________。

4.（3 分）一同心系统置于真空中，外面为石英球壳，球壳内半径 $R$ = 10 cm，内壁敷半透明铝薄膜。中间为半径 $r$ = 5 cm 的钠球。今用波长 300 nm 的单色光照射系统。钠的红限波长为 540 nm，铝的红限波长为 296 nm。则平衡时钠球所带的电量为__________。




5.（4分）电磁场理论中，麦克斯韦提出的两个假设是__________________；假设 $\vec{H}$ 和 $\vec{E}$ 分别表示磁场强度和电场强度，在没有自由电荷与传导电流的变化电磁场中，沿闭合环路 $l$ (设以环路 $l$ 为边界的曲面面积为$S$ ) $\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}$ =______________________________和

$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}$ =__________________________。

6.（4 分）在距地面 6000 m 处宇宙射线与高层大气相互作用，产生了一个具有 $2\times10^{-6}$ s 平均固有寿命的μ子，该μ子以 0.998$c$（其中 $c$ 为光速）的速率沿垂直于地面方向朝地面运动。地面上的观测者测定它在衰变以前能够走过的平均距离为__________；对相对于μ子静止的观测者来说，μ子在衰变以前能否到达地面___________（填写能或不能）。

7.（3 分）设电子的静止质量为 $m_0$，光速为 $c$。当电子的动能等于它的静止能量时，它的德布罗意波长是 $\lambda$ =____________。

8.（3 分）当基态能级能量为–13.6 eV 的氢原子从某初始状态跃迁到激发能（从基态到激发态所需的能量）为 10.19 eV 的状态时，发射出光子的波长为 $\lambda$ =486 nm，则该初始状态的能级能量为__________eV 和主量子数为________。

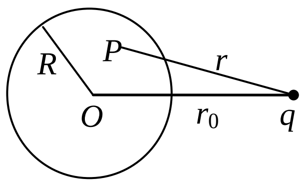
9.（3 分）在激发态能级上的钠原子，发射出波长为 589 nm 的光子的时间平均约为 $10^{-8}$s。根据不确定关系式 $\Delta E\cdot\Delta t\geq\hbar$，光子能量的不确定度为____________eV，发射波长的不确定范围是________________nm。

**三、计算题（共 46 分），请将正确答案填写在答题卡对应题号答题区内，不可跨区答题！**

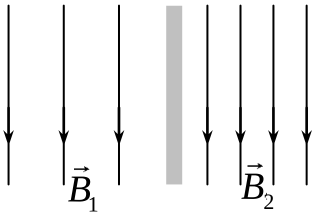
1.（10 分）如图所示，半径为 $R$ 的导体球原为中性，现将一点电荷 $q$ 放在导体球外离球心 $O$ 距离为 $r_0$（$r_0$>$R$）处，导体球内 $P$ 点离点电荷 $q$ 距离为 $r$ 处。试求：

（1）导体球上的感应电荷在 $P$ 点处的电场强度和电势；

（2）若导体球接地，导体表面上感应电荷 $q'$ 是多少？



2.（10 分）如图所示，将一均匀分布着电流的无限大载流平面放入均匀外磁场中，电流方向与此磁场垂直。已知平面两侧的磁感应强度分别为 $\vec{B}_1$ 和 $\vec{B}_2$。试求：

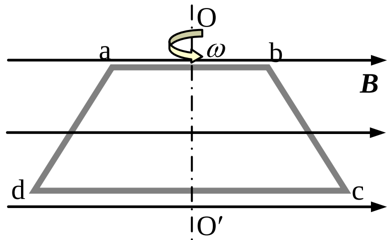



（1）外磁场的磁感应强度 $\vec{B}_0$ 的大小和方向；

（2）面电流密度 $\vec{j}$ 的大小和方向；

（3）该载流平面单位面积所受的磁场力的大小和方向。

3.（10 分）如图所示，在均匀磁场 $\vec{B}$ 中有一等腰梯形金属框 abcd，以匀角速度 $\omega$ 绕 OO′ 轴逆时针转动（从上往下看），金属框 abcd 的总电阻为 $R$，其中 ab = 2 cm，bc = 4 cm，cd = 6cm，当金属框线圈平面与磁力线平行时，试求：




（1）金属框中的电动势；

（2）金属框中 b 点与 c 点之间的电势差 $U_{bc}$ 是多少？

4.（10 分）宽为 $a$ 的一维无限深方势阱中粒子的波函数为

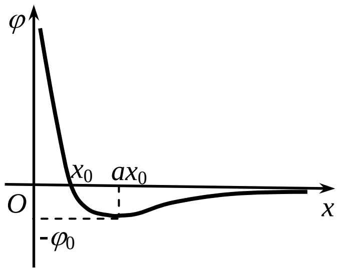
$$\psi_n(x) = A\sin\frac{n\pi}{a}x\,,\quad 0 < x < a\,,\qquad \text{试求：}$$

（1）粒子处于基态时在 $a/4 < x < a$ 区间内发现粒子的概率；

（2）无限深方势阱中粒子的能量。

(一维定态薛定谔方程为 $-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + U(x)\psi = E\psi$ )

5.（6 分）两个点电荷位于 $x$ 轴上，在它们形成的电场中，若取无限远的电势为零，则在正 $x$ 轴上上各点的电势如图中曲线所示，当 $x\to 0$ 时，电势 $\varphi\to\infty$；当 $x\to\infty$ 时，电势 $\varphi\to 0$；电势为零的点的坐标为 $x_0$，电势为极小值 $-\varphi_0$ 的点的坐标为 $ax_0$（$a$>2），试根据图线提供的信息：




（1）定性说明两个点电荷的位置及相互关系及其电量符号及大小关系；

（2）定量确定两个点电荷所带电量和在 $x$ 轴的位置。

**完成答题准备交卷的同学(16:00 停止答题)**，必须尽快用**手机 2**（或 iPad）对完成的 4 页答题纸拍照（共 4 张照片，含空白未答题页面），以及**考生本人与本人证件和答完的前 2 页答题纸一起自拍 2 张清晰照片**（如图所示，证件放在一页答题纸一角，用一只手拿着，另一只手自拍。**此项规则非常重要，要求考生必须照做，否则考试无效**），并用**手机 2**（或 iPad）合成一个含 6 页图片的 pdf 文件(4 页答题纸在前，2 页合影照在后)，**以学号+姓名+班级命名**（**例如：112019****张三****19****），在 **15 分钟之内(16:00 停止答卷的同学须在 16:15 前)**提交该文件至乐学平台。

**2020-2021-1 大学物理 AII 期末考试题 A 卷参考答案和评分标准**

**一、选择题（共 24 分，单选，每题 3 分）**

A　C　B　C　C　B　C　D

**二、填空题（共 30 分）**

1. $D=\dfrac{Q}{4\pi R^2}$；1 分 指向球壳中心；1 分 $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}R_1}-\dfrac{1}{\varepsilon_{r1}R}+\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}R}-\dfrac{1}{\varepsilon_{r2}R_2})$ 2 分

2. $\dfrac{2\pi\varepsilon_0[(\varepsilon_{\rm r}-1)h+H]}{\ln R-\ln r}$　3 分

3. 1.5mH　3 分

4. $q=2.04\times10^{-11}C$ (数值从 2.0~2.1 都可算对)　3 分

5. 感生电场和位移电流

或变化的磁场产生感生电场和变化的电场产生感生磁场；　2 分

$\iint_S \dfrac{\partial}{\partial t}\vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 或 $\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 或 $\mathrm{d}\Phi_D/\mathrm{d}t$；$-\iint_S \dfrac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 或 $-\dfrac{d}{dt}\iint_S \dfrac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 或 $-\mathrm{d}\Phi_m/\mathrm{d}t$

2 分

6. 9472m；2 分　能。　2 分

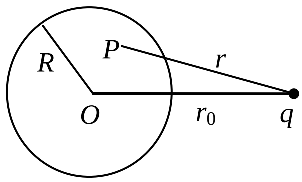
7. $\dfrac{h}{\sqrt{3}m_0c}$　3 分

8. $-0.85$eV；　2 分　4　1 分

9. $6.6\times10^{-8}$；　2 分　$1.84\times10^{-5}$　1 分

**三、计算题（共 46 分）**

1. 解：（1）$P$ 点总的电场强度为零。该点的电场强度是导体球面上非均匀分布的电荷及球外点电荷 $q$ 所共同产生的。于是所求场强等于总场强减去球外点电荷 $q$ 产生的场强。




场强：$E'_p=0-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　方向沿$r$指向$q$　2 分

$P$ 点的电势是导体球面上非均匀分布的感应电荷 $q'$及球外点电荷 $q$ 共同产生的，于是，所求电势等于总电势减去球外点电荷 $q$ 产生的电势。

$$\varphi'_p=\varphi_p-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$　2 分

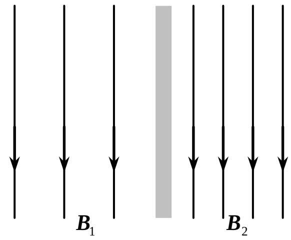
导体达到静电平衡后，$P$ 点电势与 $O$ 相等，即$\varphi_p= \varphi_o=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$

电势： $\varphi_p' = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0} - \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 2 分

（2）若球接地，导体球心 $O$ 处的电势为零，即 $\varphi_o=0$ 2 分

$\because \varphi_O = \varphi_O' + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$ ， $\varphi_O' = \dfrac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}$ $\therefore q' = -\dfrac{R}{r_0} q$ 2 分

2. 解：（1）要求载流平面单位面积所受的磁场力，须首先求出外磁场的磁感应强度。由图所示磁感线疏密可知 $B_2>B_1$，已知无限大载流平面两侧磁场大小相等，皆为




$B_{左} = B_{右} = \dfrac{\mu_0}{2} j$ 1 分

方向相反。式中 $j$ 表示无限大载流平面内通过垂直于电流方向的单位长度的电流强度。均匀外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 在平面两侧方向相同，故由叠加原理可得

$B_0 - B_{左} = B_1$ ， $B_0 + B_{右} = B_2$ 1 分

外磁场的磁感应强度大小为 $B_0 = \dfrac{B_1 + B_2}{2}$，方向竖直向下。 2 分

（2）面电流密度大小为 $j = \dfrac{1}{\mu_0}\left(B_2 - B_1\right)$，方向垂直于纸面向里。 2 分

（3）设电流方向为 $y$ 方向，磁场方向为 $x$ 方向，则载流平面内电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力

$\mathrm{d}\boldsymbol{f} = I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y \times \boldsymbol{B}$ 1 分

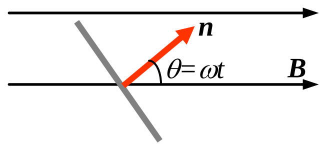
$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_y$ 在磁场中受力大小为 $\mathrm{d}f = j\mathrm{d}l_x \cdot \mathrm{d}l_y B_0$ 1 分

则载流平面单位面积受磁场力大小为

$F = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}s} = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}l_x \cdot \mathrm{d}l_y} = jB_0 = \dfrac{\left(B_2^2 - B_1^2\right)}{2\mu_0}$， 1 分

方向垂直于载流平面指向 $\boldsymbol{B}_1$ 一侧。 1 分

3. 解：（1）$\boldsymbol{n}$ 为金属框所围面积的法向，设时间 $t$=0 时，$\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角为 0；




则 $t$ 时刻通过金属框所围面积的磁通量为

$$\Psi_{\rm m}(t) = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$$ 2 分

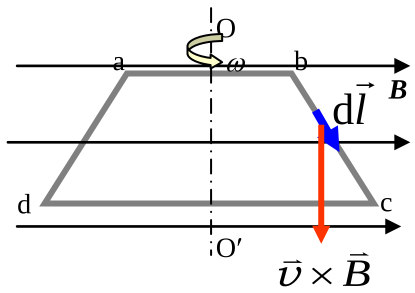
其中 $S$ 为梯形面积

金属框中电动势为 $\varepsilon = BS\omega\sin\omega t$ 2 分

当金属框线圈平面与磁力线平行时，$\omega t$=π/2 代入上式得

$$\varepsilon = BS\omega\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = BS\omega = 8\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}$$ 1 分

（2）bc 边的动生电动势为




$$\varepsilon_{\rm bc} = \int_{\rm (b)}^{\rm (c)} \vec{v}\times\vec{B}\cdot{\rm d}\vec{l}$$

$$= \int_0^4 \left(\frac{\rm ab}{2} + l\sin 30°\right)\omega B\cdot{\rm d}l\cdot\cos 30°$$

$$= 4\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[{\rm V}]$$ c 点电势高。

直接写出 $\varepsilon_{bc} = \dfrac{1}{2}\varepsilon = 4\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[{\rm V}]$ 也可以。 3 分

金属框中 b 点与 c 点之间的电势差为

$$U_{\rm bc} = I_i\frac{R}{4} - \varepsilon_{\rm bc} = \frac{\varepsilon}{R}\times\frac{R}{4} - \varepsilon_{\rm bc} = -2\sqrt{3}B\omega\times10^{-4}[{\rm V}]$$。 2 分

4. 解：（1）由归一化条件

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi_n(x)|^2{\rm d}x = \int_0^a|\psi_n(x)|^2{\rm d}x = 1$$ 2 分

归一化常数 $A$ 为 $A = \sqrt{\dfrac{2}{a}}$ 1 分

在 $a$/4<$x$<$a$ 区间内发现粒子的概率为

$$P = 1 - \int_0^{a/4}|\psi_1(x)|^2{\rm d}x = 1 - \int_0^{a/4}\frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right){\rm d}x = 1 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}\right) = 0.909$$ 2 分

（2）对宽为 $a$ 的一维无限深方势阱中粒子的势能 $U(x)$=0

由一维定态薛定谔方程 $-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{{\rm d}^2\psi}{{\rm d}x^2} + U(x)\psi = E\psi$ 可得

$$\frac{{\rm d}^2\psi}{{\rm d}x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$$ 2 分

代入$\psi_n(x)=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x$

$$-\sqrt{\frac{2}{a}}\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\sin\frac{n\pi}{a}x+\frac{2m}{\hbar^2}\sqrt{\frac{2}{a}}E\sin\frac{n\pi}{a}x=0 \qquad 2\text{ 分}$$

由此得无限深方势阱中粒子的能量为

$$E_n=\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2=\frac{h^2}{8ma^2}n^2\text{；}\quad n=1,2,3,\cdots \qquad 1\text{ 分}$$

另一种方法：

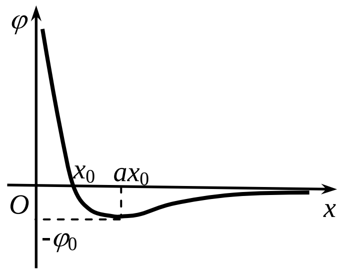
一维无限深方势阱中粒子的德布罗意波干涉，产生驻波，波长满足

$$a=n\,(\lambda/2) \qquad 2\text{ 分}$$

所以 $$p_n=\frac{h}{\lambda}=\frac{nh}{2a}=\frac{n\pi\hbar^2}{a} \qquad 2\text{ 分}$$

$$E_n=\frac{p_n^2}{2m}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2,\quad n=1,2,3,\cdots \qquad 1\text{ 分}$$

5. 解：（1）由势能曲线，由于当 $x\to 0$ 时，电势$\varphi\to+\infty$，因此有一正电荷位于坐标原点处，设其电量为 $Q_1$。 1 分




又由于电势曲线在正 $x$ 轴上无发散，所以另一点电荷一定位于 $x$ 负半轴上；又由于在 $x$ 正半轴坐标为 $x_0$ 处电势为零，因此另一点电荷一定是负电荷，且其量值大于正点电荷 $Q_1$，设其电荷量的大小为 $Q_2$，则 $Q_2> Q_1$， 2 分

（2）设点电荷 $Q_2$ 到原点的距离为 $d$。

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 x_0}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0(x_0+d)}=0$$

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 ax_0}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0(ax_0+d)}=-\varphi_0 \qquad 1\text{ 分}$$

由于 $x=ax_0$ 处电势为极小，如果放一正的检验电荷在此处，其电势能也为极小值，说明该点是检验电荷的平衡位置，位于该点的检验电荷受力为零，因此有

$$\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\left(ax_0\right)^2}-\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(ax_0+d\right)^2}=0 \qquad 1\text{ 分}$$

联立以上三式解得：

$$d=a(a-2)x_0,\qquad Q_1=\frac{4\pi\varepsilon_0 ax_0\varphi_0}{a-2},\qquad Q_2=\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a-1)^2x_0\varphi_0}{a-2}\text{。} \qquad 1\text{ 分}$$