



### 三 测量结果的表示

表示测量结果包括三个要素：测量值、不确定度和单位  
用合成标准不确定度表示测量结果有三种方式：

- (1)  $L=31.42(3)\text{ mm}$  （常数或常量）
- (2)  $L=31.42(0.03)\text{ mm}$  （合成不确定度）
- (3)  $L=(31.42\pm0.03)\text{ mm}$  （扩展不确定度）

**约定3**：我们在物理实验中使用**第二种格式**

$$X = x(u_c) \text{ (单位)}$$



## 三 测量结果的表示

### 1 直接测量结果的表示

#### (1) 单次测量结果的表示

单次测量的特点：测量次数 $n=1$ ，只有B类不确定度。

单次测量结果应表示为： $X=x(u)$ （单位）

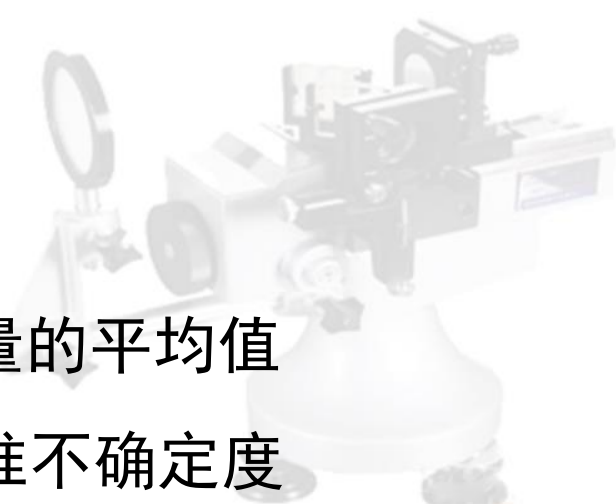
$$u = \frac{\Delta_{ins}}{K} \quad K = \sqrt{3}$$

#### (2) 多次等精度测量结果的表示

多次测量：A类B类合成不确定度

$X = \bar{x}(u_c)$ (单位)     $\bar{x}$ ：多次测量的平均值

$u_c$ ：合成标准不确定度





## 三 测量结果的表示

### 2 间接测量结果的表示

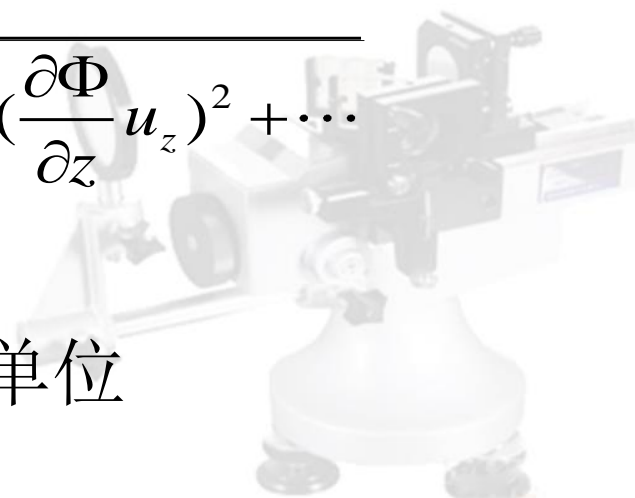
设  $\Phi$  是直接测量量  $x, y, z, \dots$  的函数:  $\Phi = F(x, y, z, \dots)$

可以证明: 均值计算和不确定度传递表示如下

$$\bar{\Phi} = F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

$$u(\varphi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} u_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} u_z\right)^2 + \dots}$$

间接测量结果表示为:  $\Phi = \phi(u)$  单位





## 三 测量结果的表示


### 3 相对不确定度

相对不确定度一般用百分数表示。

标准相对不确定度，扩展相对不确定度

标准相对不确定度定义： $E = \frac{u}{x}$  

间接测量结果  $\Phi$  的标准相对不确定度传递公式  $E =$ ：

$$\frac{u_{\phi}}{\Phi} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \Phi}{\partial x} u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \Phi}{\partial y} u_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \Phi}{\partial z} u_z\right)^2 + \dots}$$




## 三 测量结果的表示

### 间接测量结果表示的几个特例

例 1  $\Phi = X + Y - Z$

$$X = x(u_x), Y = y(u_y), Z = z(u_z), \dots$$

用标准不确定度传递公式计算间接测量结果的标准不确定度：

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

**结论一：** 当一个间接测量量是几个直接测量量的和差函数时，该间接测量量的标准不确定度等于各直接测量量标准不确定度的方和根。





### 三 测量结果的表示

例 2  $\Phi = \frac{X \cdot Y}{Z}$

标准不确定度传递和标准相对不确定度：

$$u = \sqrt{\left(\frac{y}{z}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{x}{z}\right)^2 u_y^2 + \left(\frac{x \cdot y}{z^2}\right)^2 u_z^2}$$

$$E = \sqrt{\left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{u_z}{z}\right)^2}$$

**结论二：** 当一个间接测量量是几个直接测量量的**积商函数**时，该间接测量量的**标准相对不确定度**等于各**直接**测量量标准相对不确定度的**方和根**。





### 三 测量结果的表示

例 3  $\Phi = \frac{X^3}{a}$

标准不确定度传递公式和标准相对不确定度：

$$u = \sqrt{\left(\frac{3x^2}{a}\right)^2 u_x^2} = \frac{3x^2}{a} u_x$$

$$E = \sqrt{\left(\frac{3}{x}\right)^2 u_x^2} = 3 \frac{u_x}{x}$$

**结论三：** 当一个间接测量量仅是直接测量量的n次幂函数时，该间接测量量的标准相对不确定度是直接测量量标准相对不确定度的n倍。





### 三 测量结果的表示

例 4  $\Phi = \frac{X^2 \cdot Y^3}{Z^4}$  利用结论二和结论三：

$$E = \sqrt{\left(2 \frac{u_x}{x}\right)^2 + \left(3 \frac{u_y}{y}\right)^2 + \left(4 \frac{u_z}{z}\right)^2}$$

**N次幂函数的积商函数，N倍的方和根**

**注意：**如果间接测量量与直接测量量的函数关系是既有和差又有积商的混合形式，则不能用上述的结论得到间接测量量的标准不确定度或标准相对不确定度。

例如：

$$R = \frac{r^2}{2h} + \frac{h}{2}$$

