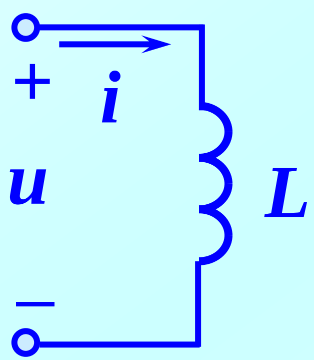
第11讲 8-8~8-13 相量模型及其分析方法和等效 相量图法

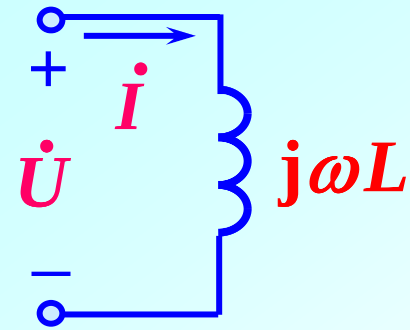
欧姆定律的相量形式

$$\boxed{\dot{U} = Z\dot{I}}$$

阻抗Z $\begin{cases} Z_R = R \\ Z_L = j\omega L \\ Z_C = -j\dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{j\omega C} \end{cases}$

例如：





$$u = L\frac{di}{dt}$$

$$\dot{U} = j\omega L\dot{I}$$

§8-8 相量模型

相量模型：电压、电流用相量表示，电路参数用复数阻抗表示，电路拓扑结构不变。

$u \Leftrightarrow \dot{U}$

$i \Leftrightarrow \dot{I}$

$R \Leftrightarrow R$

$L \Leftrightarrow \mathrm{j}\omega L$

$C \Leftrightarrow -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$

说明：1. 相量模型是分析正弦稳态电路的假想模型；

2. 相量模型可看成等效的电阻电路；

3. 电阻电路中的分析方法均可应用于相量模型。

重提基本结构

■一个假设→集总模型（电阻电路和动态电路）

■两类约束→VCR + KCL、KVL

■三大基本方法

1. 叠加方法

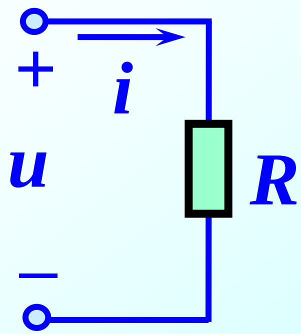
2. 分解方法

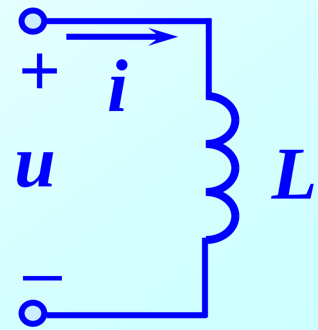
→ 模型的化简

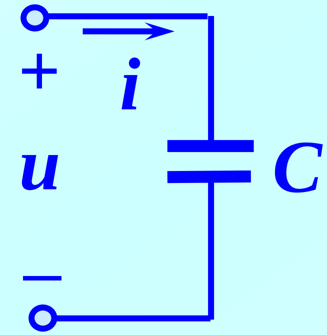
3. 变换域方法 —— 模型的类比

相量模型与电阻模型作类比，利用熟知的电阻电路分析方法分析正弦稳态动态电路。

三种元件时域模型转换相量模型



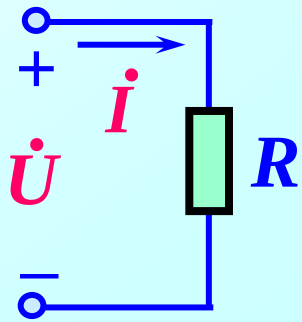


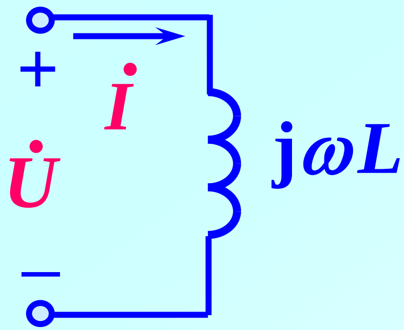


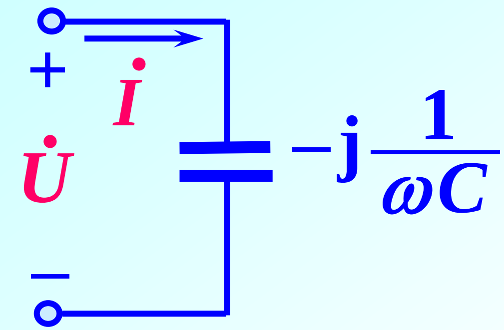
$$u = iR$$

$$u = L\frac{di}{dt}$$

$$i = C\frac{du}{dt}$$







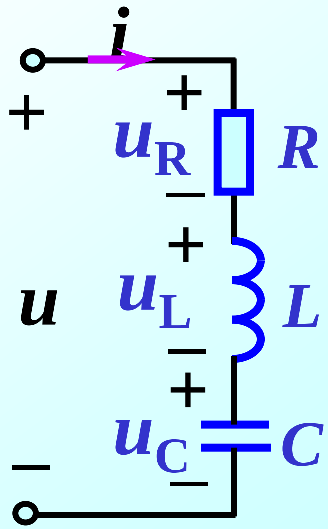
$$\dot{U} = R\dot{I}$$

$$\dot{U} = \mathrm{j}\omega L\dot{I}$$

$$\dot{U} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

一. RLC串联正弦稳态电路

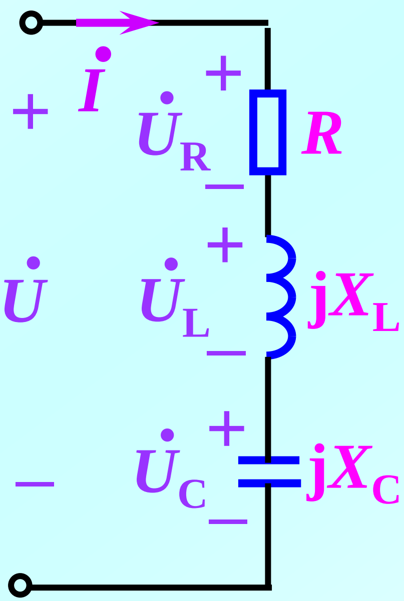
正弦交流时域模型



$$u = u_{\mathrm{R}} + u_{\mathrm{L}} + u_{\mathrm{C}}$$

$$= Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t$$

相量模型

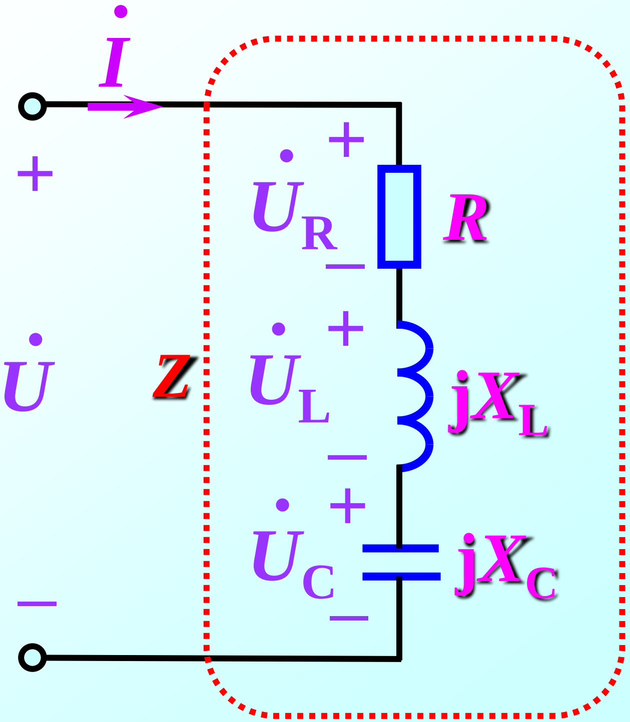


$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$= R\dot{I} + \mathrm{j}\omega L\dot{I} - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

$$= \left[R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})\right]\dot{I}$$

$$= Z\dot{I}$$



阻抗 $$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + \mathrm{j}(X_L + X_C)$$

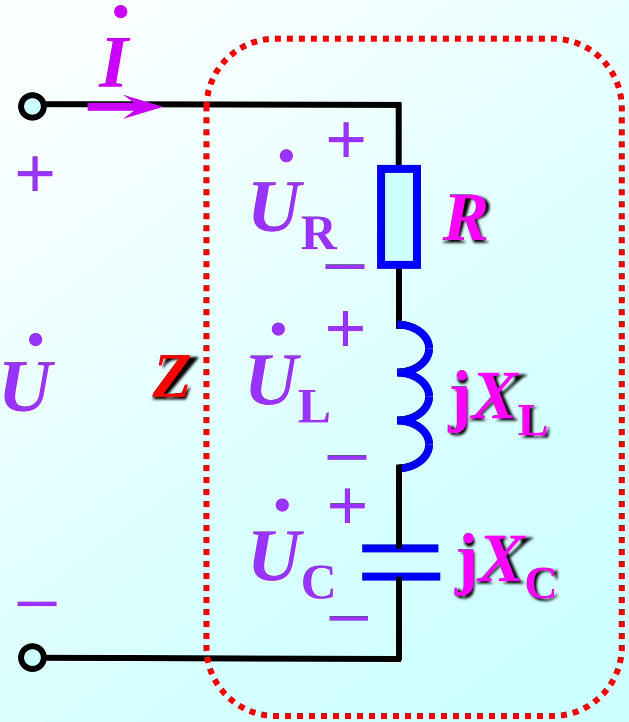
电抗 $$X = X_L + X_C$$

阻抗模 $$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

阻抗角 $$\varphi = \arctan\frac{X}{R}$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle\psi_u}{I\angle\psi_i} = \frac{U}{I}\angle\varphi$$



阻抗 $Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$

$= R + j(X_L + X_C)$

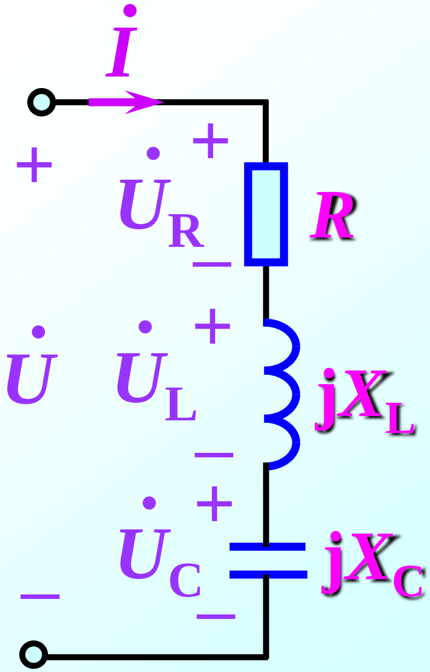
电抗 $X = X_L + X_C$

阻抗模 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

阻抗角 $\varphi = \arctan\frac{X}{R}$

$\varphi = \psi_u - \psi_i$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle\psi_u}{I\angle\psi_i} = \frac{U}{I}\angle\varphi$$



阻抗 $Z = R + j(\omega L - \dfrac{1}{\omega C})$

$= R + j(X_L + X_C)$

电抗 $X = X_L + X_C$

阻抗模 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

阻抗角 $\varphi = \arctan\dfrac{X}{R}$

$\varphi = \psi_u - \psi_i$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle\psi_u}{I\angle\psi_i} = \frac{U}{I}\angle\varphi$$

设电流 $i = I_m \cos\omega t$ 为参考正弦量

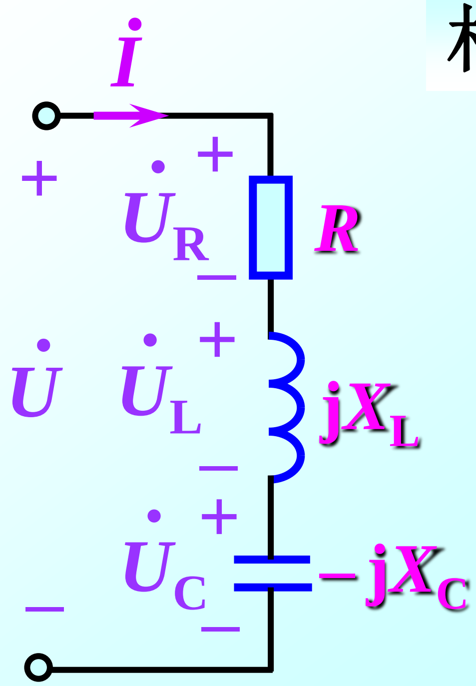
则电压 $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

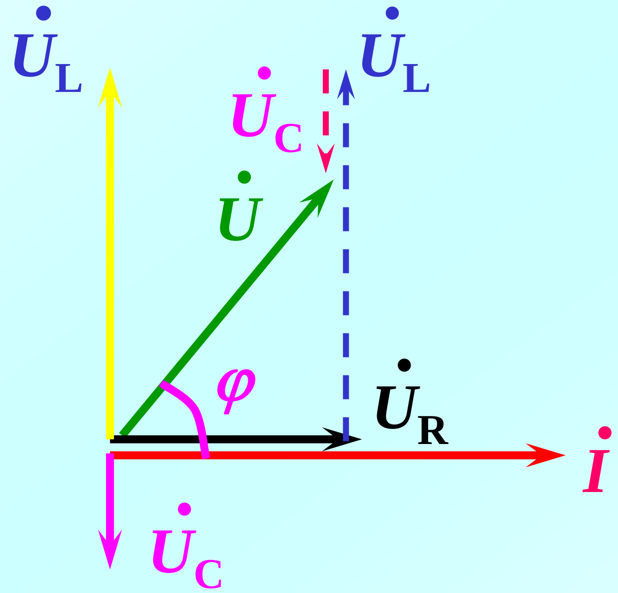
当$X_L > |X_C|$时, $X > 0$，$\varphi > 0$，则电压超前电流, 电路呈电感性;

当$X_L < |X_C|$时, $X < 0$，$\varphi < 0$，则电压滞后电流, 电路呈电容性;

当 $X_L = |X_C|$时, $X = 0$，$\varphi = 0$，则电压与电流同相,电路呈电阻性。

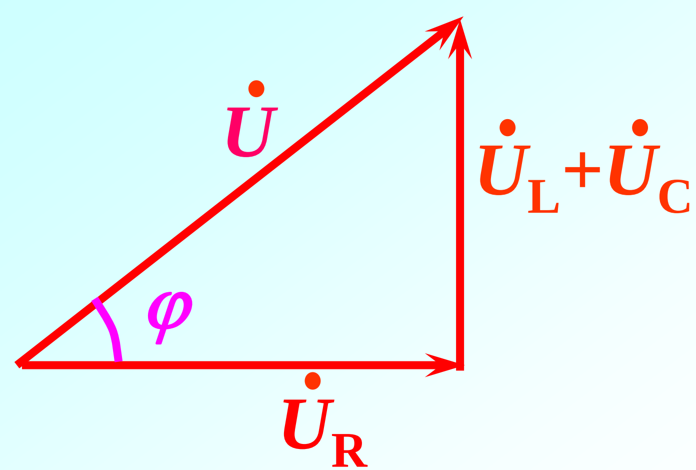
相量图





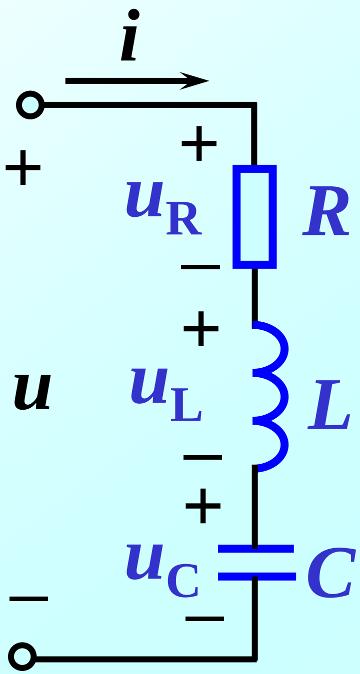
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

电压三角形



例1: RLC串联交流电路如图, 已知R=30Ω、L=127mH、C = 40μF, 电源电压 $u = 220\sqrt{2}\cos(314t + 45^{\circ})\,\text{V}$

求：1. 感抗、容抗及复阻抗的模；2. 电流的有效值和瞬时值表达式；3. 各元件两端电压的瞬时值表达式。



解:

1. 感抗 $X_L = \omega L = 314\times127\times10^{-3} = 40\ \Omega$

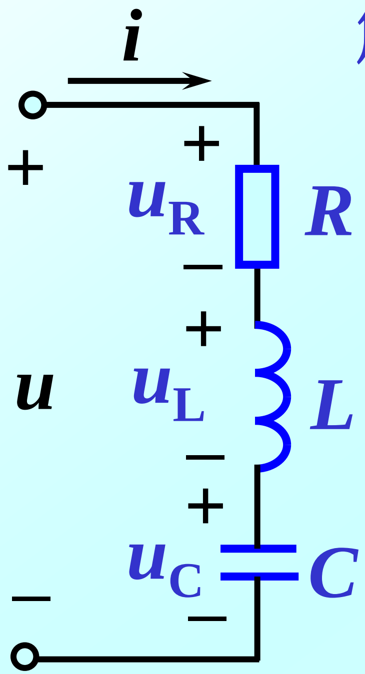
容抗 $X_C = \dfrac{-1}{\omega C} = \dfrac{-1}{314\times40\times10^{-6}} = -80\ \Omega$

复阻抗 $Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}) = 30 - \mathrm{j}40\ \Omega$

复阻抗模 $|Z| = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ \Omega$

例1: RLC串联交流电路如图, 已知R=30Ω、L=127mH、C = 40μF, 电源电压 $u = 220\sqrt{2}\cos(314t + 45°)$ V

求：1. 感抗、容抗及复阻抗的模；2. 电流的有效值和瞬时值表达式；3. 各元件两端电压的瞬时值表达式。



解：2. $\dot{U} = 220\angle 45°$ V

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 30 - j40\ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 45°}{30 - j40} = \frac{220\angle 45°}{50\angle -53°}$$

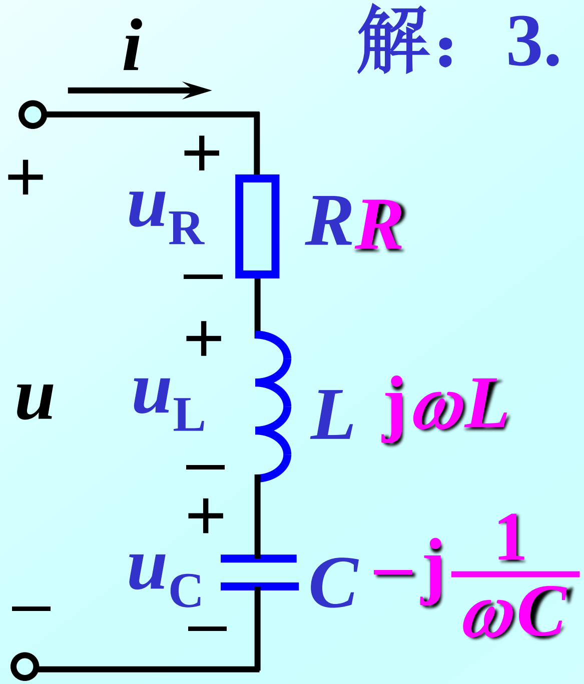
$$= 4.4\angle 98°\ \text{A}$$

电流有效值 $I = 4.4$ A

瞬时值 $i = 4.4\sqrt{2}\cos(314t + 98°)$A

例1: RLC串联交流电路如图, 已知R=30Ω、L=127mH、C = 40μF, 电源电压 $u = 220\sqrt{2}\cos(314t + 45^\circ)$ V

求：1. 感抗、容抗及复阻抗的模；2. 电流的有效值和瞬时值表达式；3. 各元件两端电压的瞬时值表达式。



解：3. $\dot{U}_R = R\dot{I} = 132\angle 98^\circ$ V

$\dot{U}_L = jX_L\dot{I} = 176\angle -172^\circ$ V

$\dot{U}_C = jX_C\dot{I} = 352\angle 8^\circ$ V

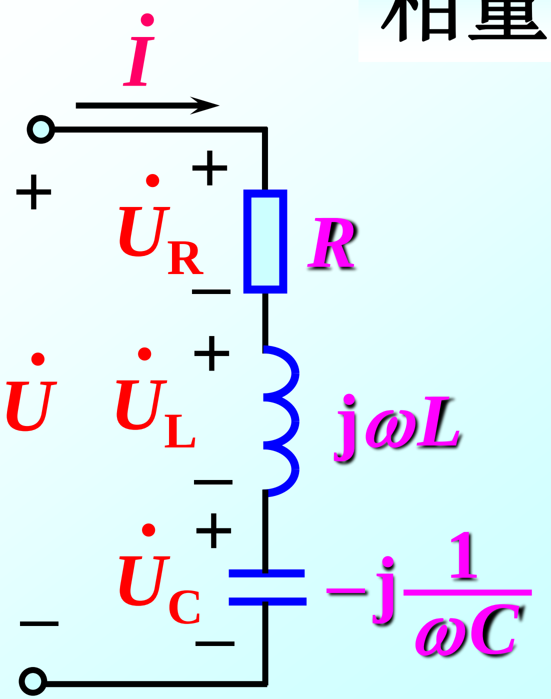
$\dot{I} = 4.4\angle 98^\circ$ A $X_L = 40\ \Omega$

$u_R = 132\sqrt{2}\cos(314t + 98^\circ)$V

$u_L = 176\sqrt{2}\cos(314t - 172^\circ)$V

$u_C = 352\sqrt{2}\cos(314t + 8^\circ)$V

相量图



电压相量 $\dot{U} = 220\angle 45^\circ$ V

电流相量 $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z} = 4.4\angle 98^\circ$ A

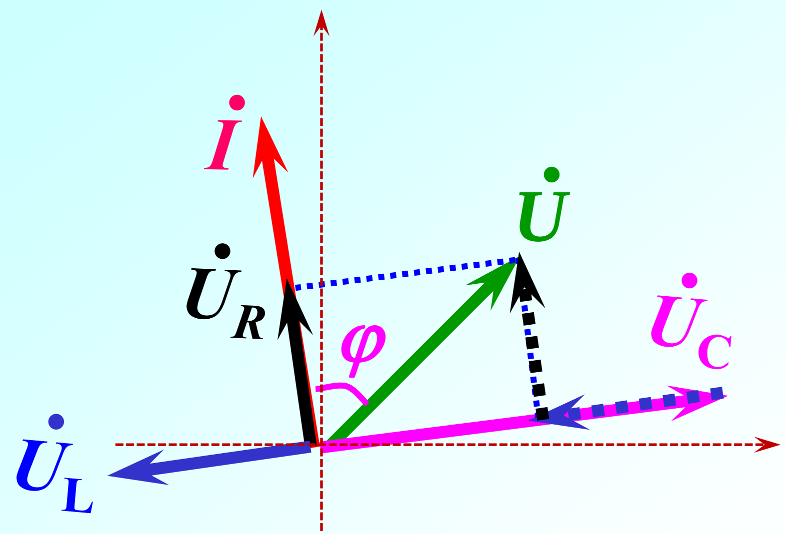
阻抗角 $\varphi = 45^\circ - 98^\circ = -53^\circ$

— 容性电路

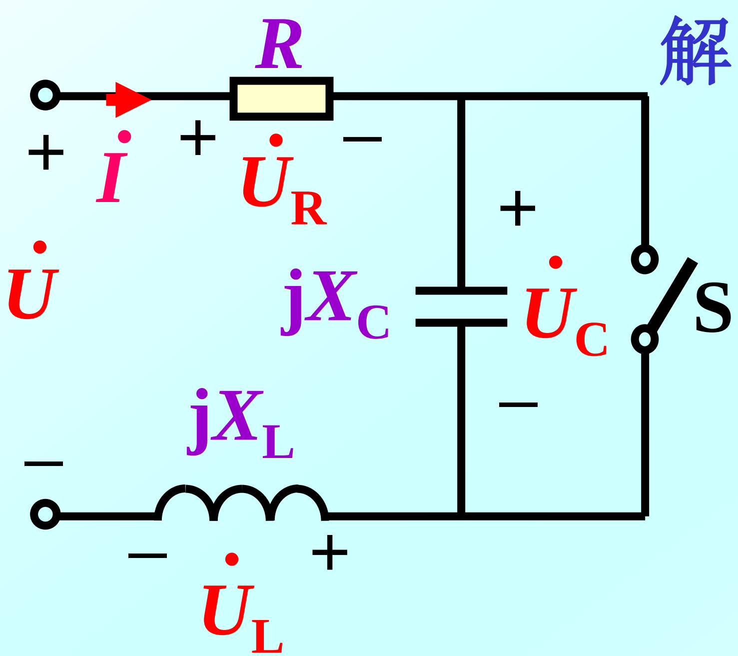
$\dot{U}_R = R\dot{I} = 132\angle 98^\circ$ V

$\dot{U}_L = \mathrm{j}X_L\dot{I} = 176\angle -172^\circ$ V

$\dot{U}_C = \mathrm{j}X_C\dot{I} = 352\angle 8^\circ$ V



例2: 电路如图, 已知 $R=3\Omega$, 电源电压 $u=17\cos 314t$ V, $jX_L=j4\Omega$。求：1. 容抗为何值 (设容抗不等于零) 时开关S闭合前后电流的有效值不变, 其值等于多少? 2. 当S打开时, 容抗为何值使电流 I最大, 其值为多少?



解: 1. $\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}\rightarrow|\dot{I}|=\frac{|\dot{U}|}{|Z|}$

$\therefore$欲使电流有效值不变，需 $|Z|$不变

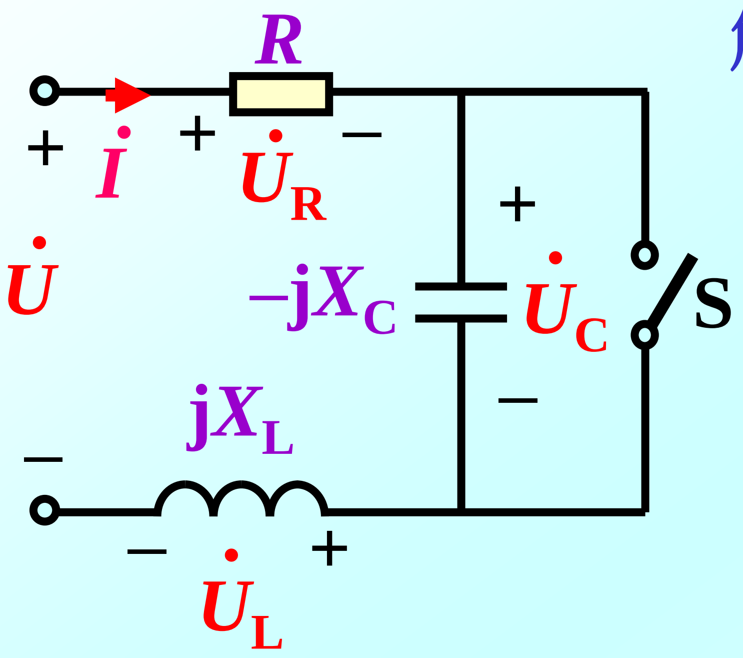
$$\sqrt{R^2+(X_L+X_C)^2}=\sqrt{R^2+X_L{}^2}$$

$$\therefore\quad X_C=-2X_L=-8\Omega$$

$$|Z|=5\Omega,\quad U=\frac{17}{\sqrt{2}}=12\text{V}$$

$$\therefore\quad I=12/5=2.4\text{A}$$

2. 当S打开时, 容抗为何值使电流 I最大, 其值为多少?



解: $I = \dfrac{U}{|Z|}$

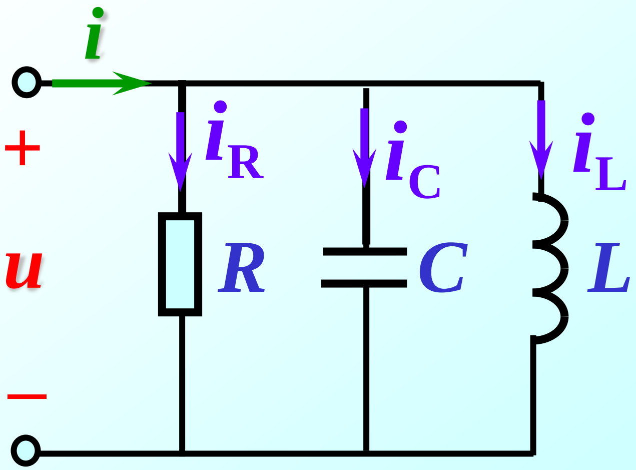
欲使I 最大，则$|Z|$最小

即$R^2+(X_L+X_C)^2$最小

$\therefore X_C = -X_L = -4\ \Omega$

$$I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{12}{3} = 4\ \text{A}$$

二. RLC并联正弦稳态电路



（1）导纳

$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \qquad Y=\frac{1}{Z}$$

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_C+\dot{I}_L$$

$$=\dot{U}\left[\frac{1}{R}+\mathrm{j}\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)\right]$$

$$=\dot{U}\left[G+\mathrm{j}\left(B_C+B_L\right)\right]$$

$$=\dot{U}\left(G+\mathrm{j}B\right)$$

*RLC*并联电路的导纳：

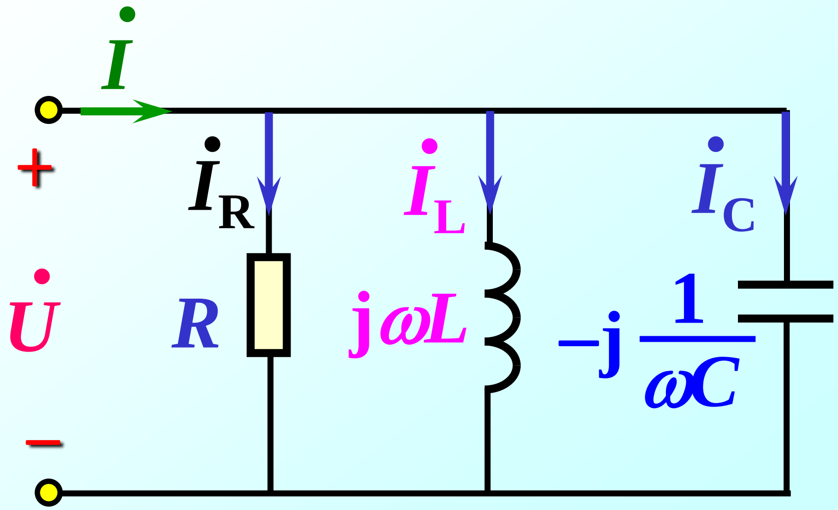
电导　　电纳

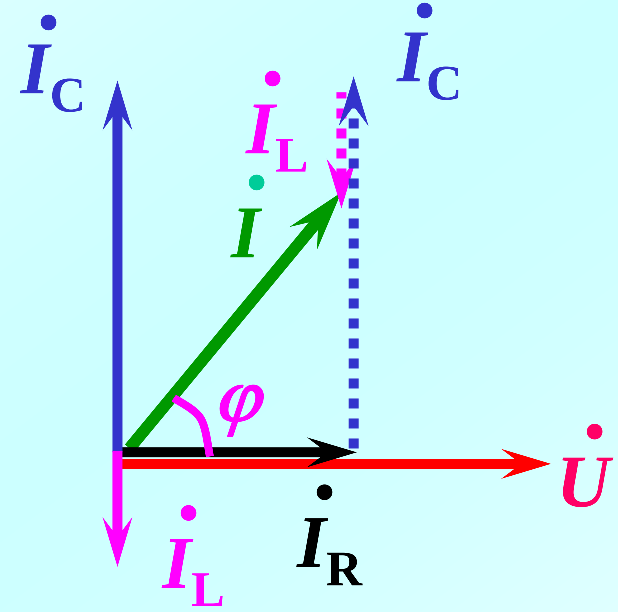
导纳

$$Y=G+\mathrm{j}\,(B_C+B_L)$$

容纳　　感纳

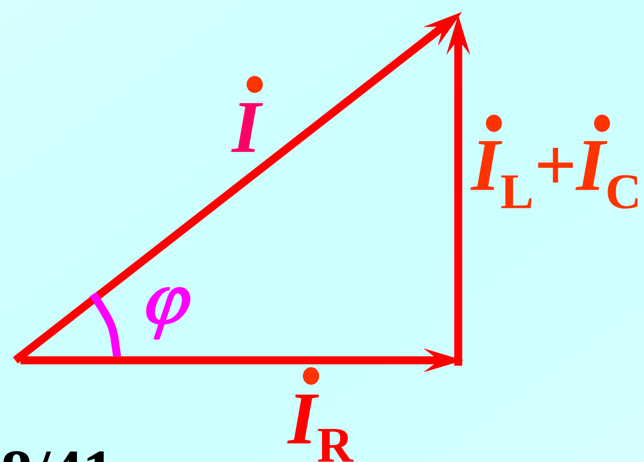
（2）相量图





$$I=\sqrt{I_R^{\,2}+(I_L-I_C)^2}$$

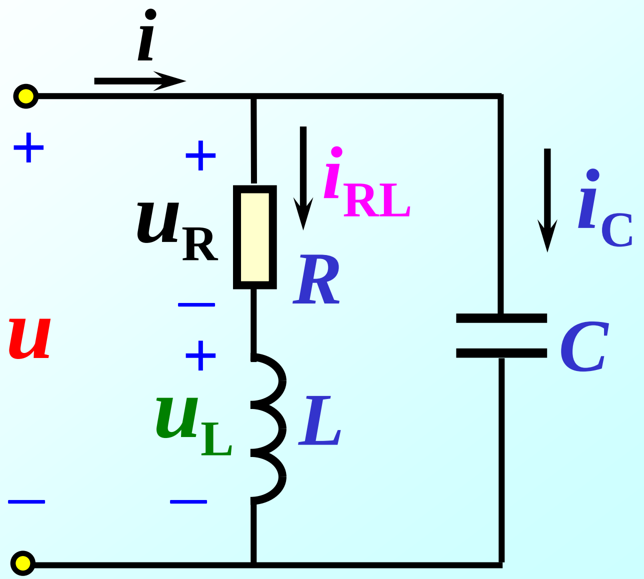
电流三角形

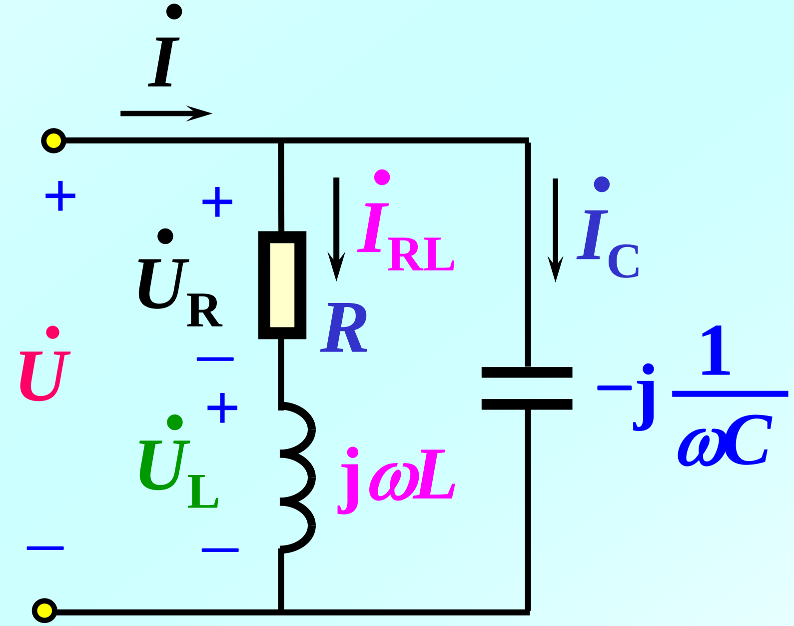


例: 已知并联电路中I_L= 5A, I_C= 2A, I_R= 4A， 求: 总电流的有效值 I。

解：$I=\sqrt{4^2+(5-2)^2}=5\text{A}$

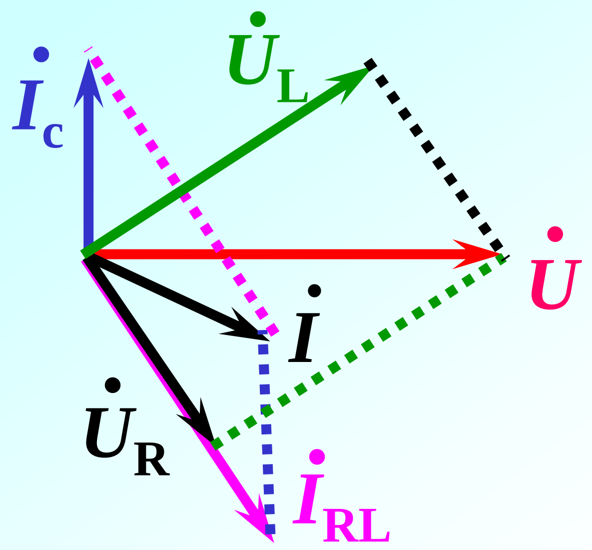
§8-9 正弦稳态混联电路的分析





设 $\dot{U} = U\angle 0^\circ$ 则

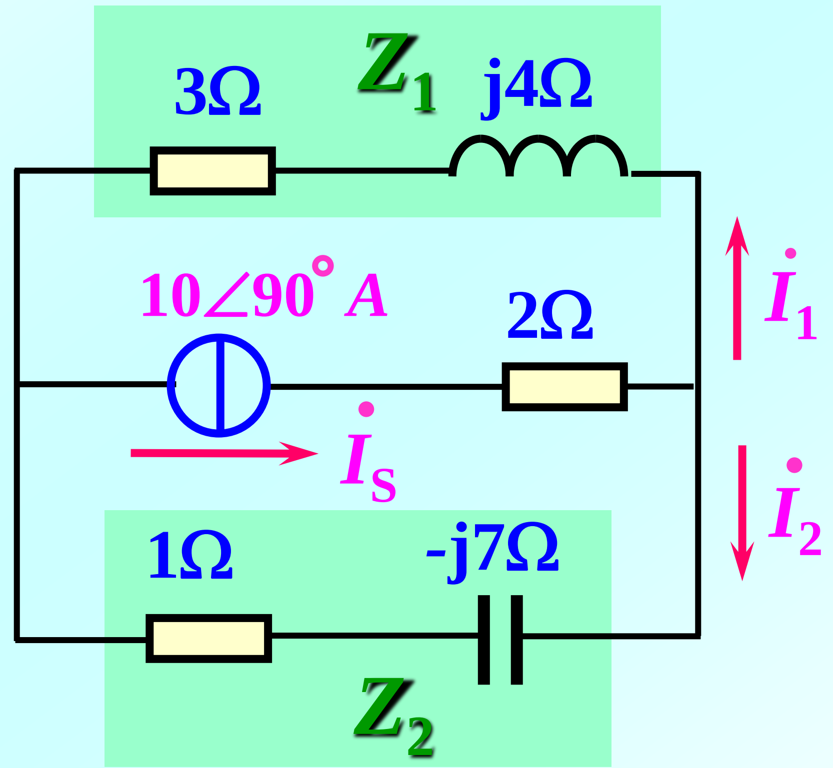
$$\dot{I}_{RL} = \dot{U}/(R + j\omega L)$$



相量图

例：求：$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$

并画出相量图



解：由KCL $\dot{I}_S = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

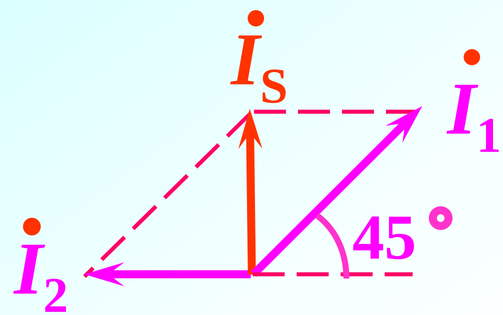
$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2 \cdot \dot{I}_S}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1 - j7)\times j10}{3 + j4 + 1 - j7}$$

$$= \frac{70 + j10}{4 - j3} = \frac{50\sqrt{2}\angle 8.13^\circ}{5\angle -36.87^\circ}$$

$$= 10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$$

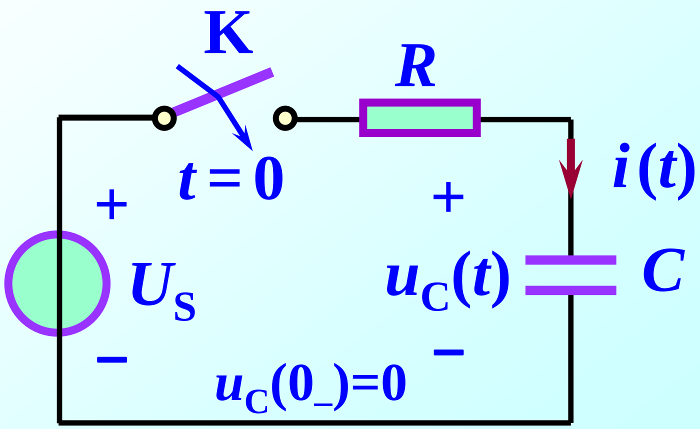
$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1 \cdot \dot{I}_S}{Z_1 + Z_2} = \frac{(3 + j4)\times j10}{3 + j4 + 1 - j7}$$

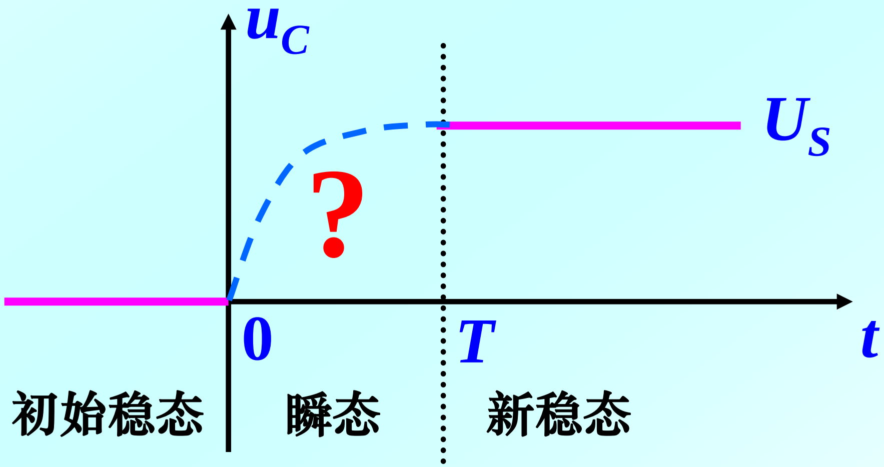
$$= \frac{10(-4 + j3)}{4 - j3} = -10\text{A} = 10\angle 180^\circ \text{ A}$$



正弦激励下一阶电路的全响应

课程
回顾





$$y(t)=y'(t)+y''(t)=y(0_+)\,e^{-t/\tau}+y(\infty)\,(1-e^{-t/\tau})$$

$$y(t)=y'(t)+y''(t)=【y(0_+)-y(\infty)】\,e^{-t/\tau}+y(\infty)$$

课程回顾

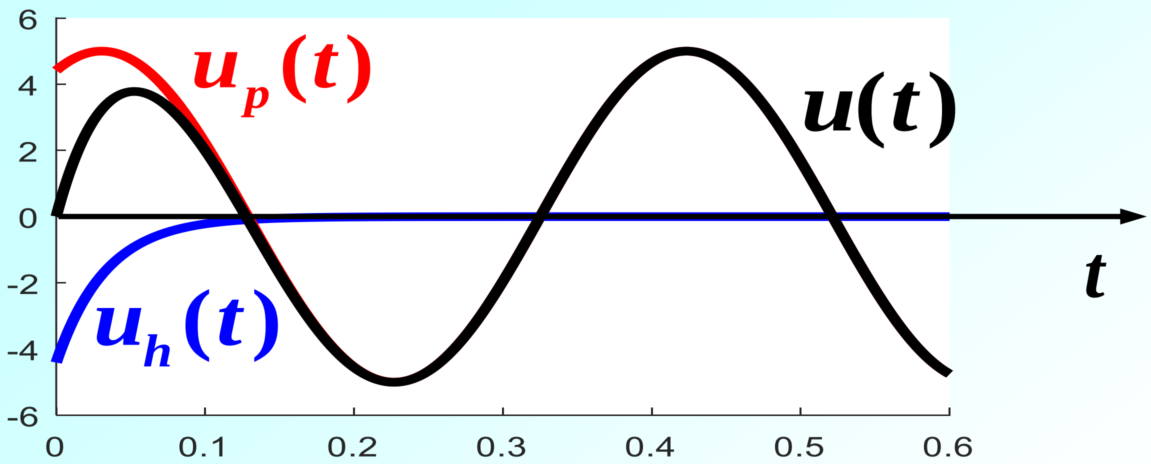
条件： $u(0)=0$，$u_s(t)=17\cos(16t)\,\text{V}$

求得： $u(t)=\underbrace{-4.41e^{-30t}}_{\text{瞬态响应 (齐次解)}}+\underbrace{5\cos(16t-28^\circ)}_{\text{稳态响应(特解)}}$

稳态响应 $u_p(t)=5\cos(16t-28^\circ) \Longrightarrow f(\infty)$

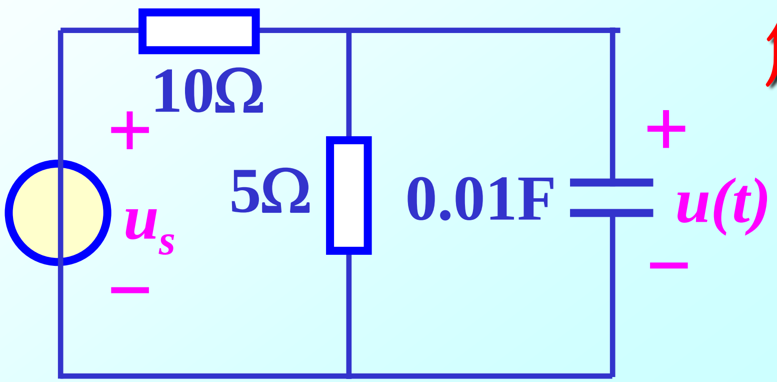
瞬态响应 $u_h(t)=\left[\boxed{u(0)}-\boxed{u_p(0)}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=-4.41e^{-30t}\ \text{V}$

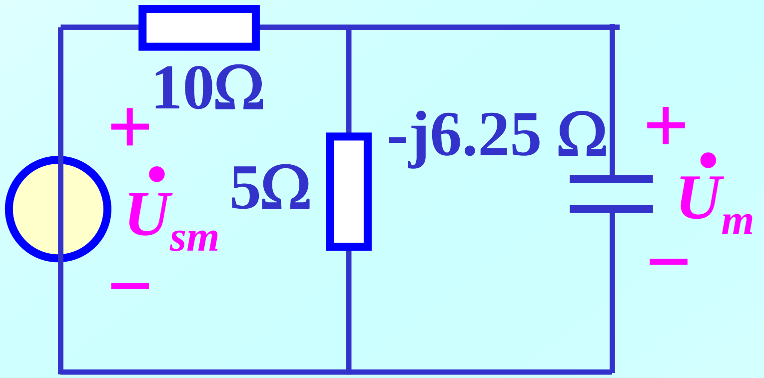
$u(0) \Rightarrow f(0_+)$，$u_p(0) \Rightarrow f(\infty)\big|_{0_+}$



正弦激励下一阶电路的全响应

如图所示电路，$u_s(t)=17\cos(16t)\,\mathrm{V}$ 于 t=0时接入电路，$u(0)$=0，求电容电压 $u(t)$，$t\geq0$.





解： 先用相量法求稳态响应

$$\dot{U}_m=\dot{U}_{sm}\left[\frac{5//(-\mathrm{j}6.25)}{10+5//(-\mathrm{j}6.25)}\right]=5\angle-28^{\circ}\ \mathrm{V}$$

$\therefore$稳态响应为 $u_p(t)=5\cos(16t-28^{\circ})$

t =0时，$u_p(0)=5\cos(-28^{\circ})=4.41\,\mathrm{V}$

而u (0)=0，需由瞬态响应平衡。

瞬态响应 $u_h(t)=\left[u(0)-u_p(0)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$=-4.41e^{-30t}$$

$$\therefore u(t)=u_p(t)+u_h(t)=5\cos(16t-28^{\circ})-4.41e^{-30t}\ \mathrm{V}$$

§8-10 相量模型的网孔分析和节点分析

电阻电路中的分析方法如：

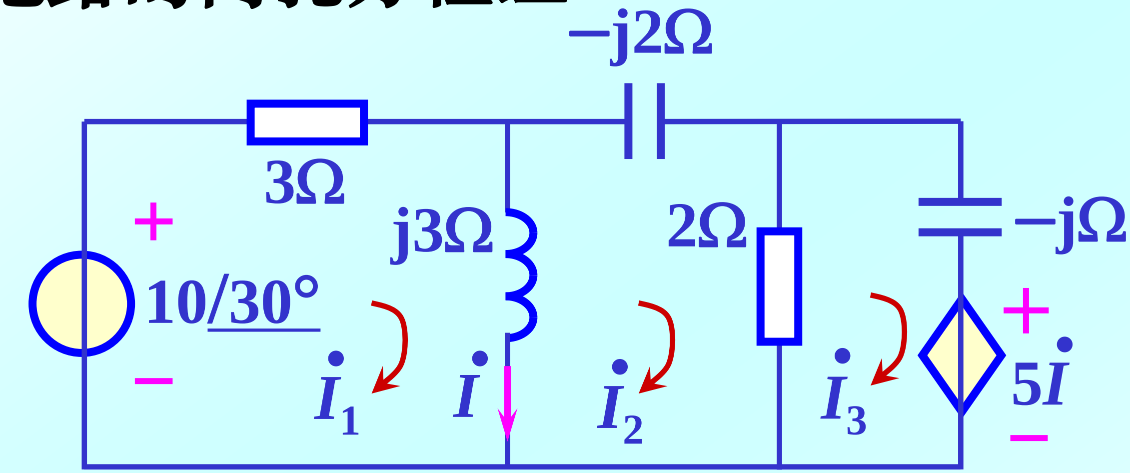
网孔电流法，节点分析法

叠加方法，分解方法

戴维南定理，诺顿定理

等均可用来分析和计算相量模型。

例1： 试列出图示电路的网孔方程组。



解：

自电阻→自阻抗

互电阻→互阻抗

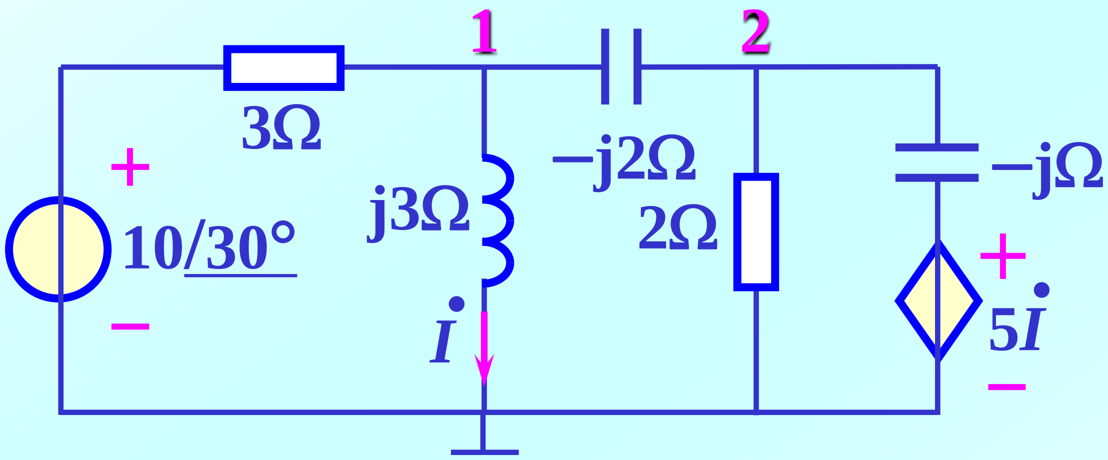
$$
\begin{cases}
(3+\mathrm{j}3)\dot{I}_1 - \mathrm{j}3\dot{I}_2 = 10\angle 30^\circ \\
-\mathrm{j}3\dot{I}_1 + (2+\mathrm{j}3-\mathrm{j}2)\dot{I}_2 - 2\dot{I}_3 = 0 \\
-2\dot{I}_2 + (2-\mathrm{j})\dot{I}_3 = -5\dot{I} \\
\dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \qquad \text{辅助方程}
\end{cases}
$$

例2：试列出图示电路的节点方程组。

解：

自电导→ 自导纳

互电导→ 互导纳

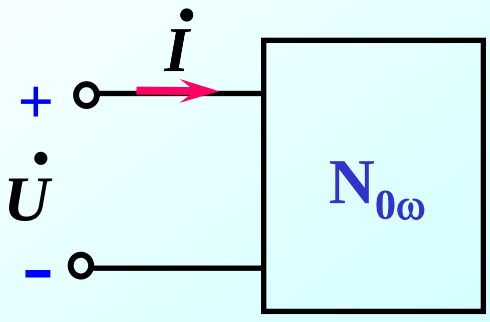


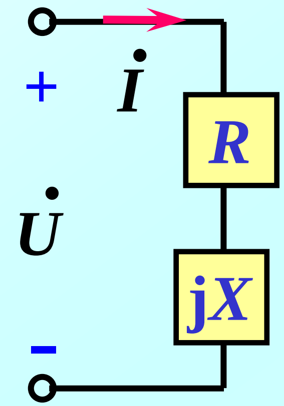
$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{j3}+\dfrac{1}{-j2}\right)\dot{U}_1-\dfrac{1}{-j2}\dot{U}_2=\dfrac{10\angle 30^\circ}{3} \\[2ex]
-\dfrac{1}{-j2}\dot{U}_1+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{-j2}+\dfrac{1}{-j}\right)\dot{U}_2=\dfrac{5\dot{I}}{-j} \\[2ex]
\dot{I}=\dfrac{\dot{U}_1}{j3}
\end{cases}
$$

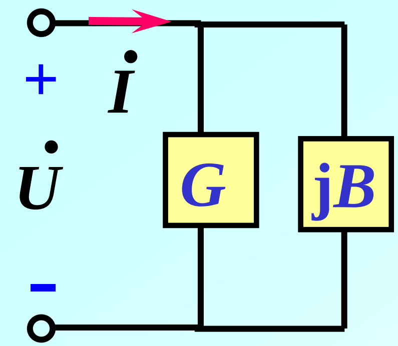
— 辅助方程

§8-11 相量模型的等效

一、 无源单口正弦稳态网络的等效电路



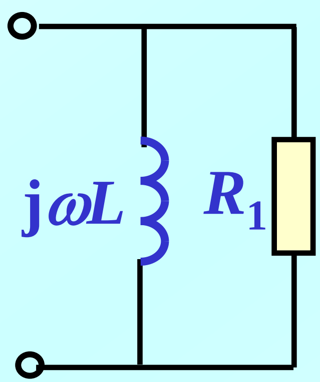




$$Z(j\omega)=R(\omega)+jX(\omega)$$

$$Y(j\omega)=G(\omega)+jB(\omega)$$

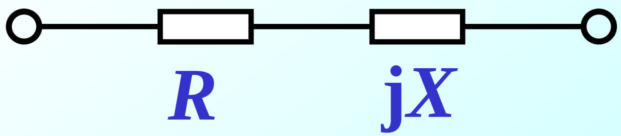
例:



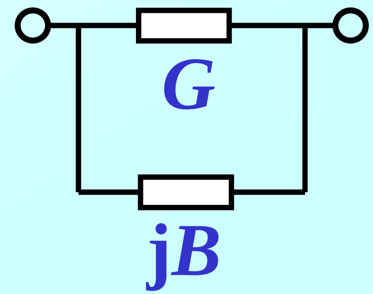
$$Z=\frac{R_1\cdot j\omega L}{R_1+j\omega L}=\boxed{\frac{R_1\omega^2L^2}{R_1{}^2+\omega^2L^2}}+j\boxed{\frac{R_1{}^2\omega L}{R_1{}^2+\omega^2L^2}}$$

$$R(\omega)=\frac{R_1\omega^2L^2}{R_1{}^2+\omega^2L^2},\quad X(\omega)=\frac{R_1{}^2\omega L}{R_1{}^2+\omega^2L^2}$$

两种等效电路的关系　阻抗与导纳互为倒数。



$$Z = R + \mathrm{j}X$$



$$Y = G + \mathrm{j}B$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R+\mathrm{j}X} = \frac{R-\mathrm{j}X}{R^2+X^2} = \frac{R}{R^2+X^2} - \mathrm{j}\frac{X}{R^2+X^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2+X^2}\,,\quad B = -\frac{X}{R^2+X^2}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G+\mathrm{j}B} = \frac{G-\mathrm{j}B}{G^2+B^2} = \frac{G}{G^2+B^2} - \mathrm{j}\frac{B}{G^2+B^2}$$

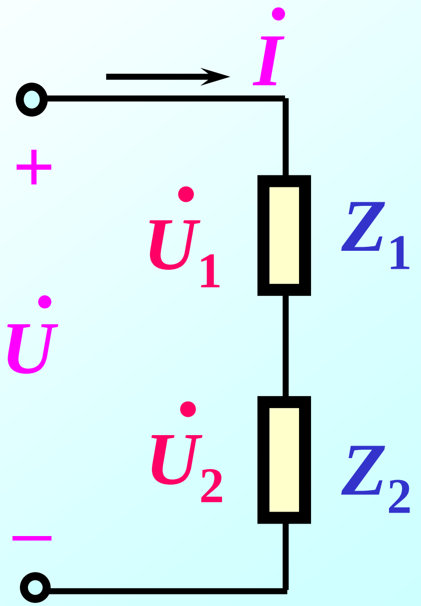
$$R = \frac{G}{G^2+B^2}\,,\quad X = -\frac{B}{G^2+B^2}$$

$$G \neq \frac{1}{R}\,,\quad B \neq \frac{1}{X}$$

$$Z = \frac{1}{Y}$$

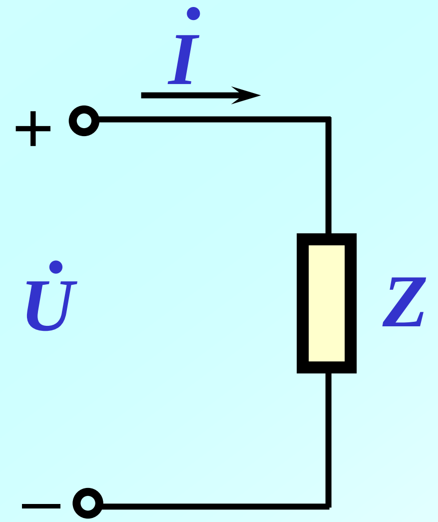
$$R \neq \frac{1}{G}\,,\quad X \neq \frac{1}{B}$$

1. 阻抗的串联



等效变换条件

$$Z = Z_1 + Z_2$$



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (Z_1 + Z_2)\dot{I}$$

$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

串联电路的等效阻抗

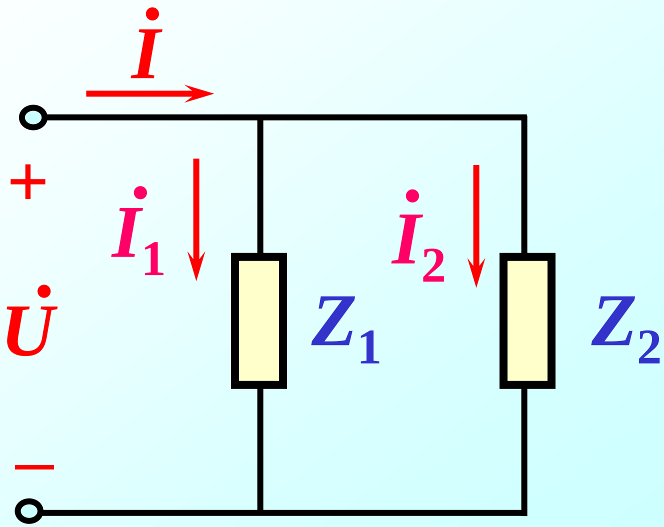
$$\boxed{Z = \sum Z_k}$$

注意

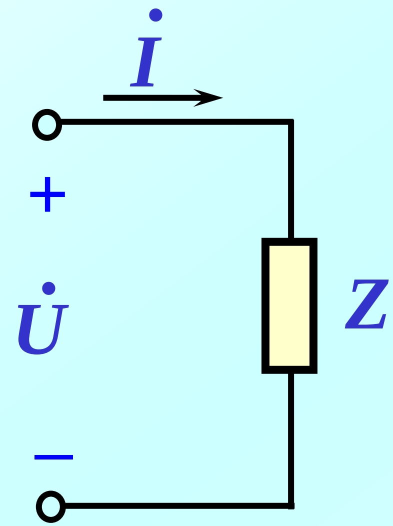
$$U \neq U_1 + U_2$$

$$|Z| \neq |Z_1| + |Z_2|$$

2. 阻抗的并联



等效电路



$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z_1}+\frac{\dot{U}}{Z_2}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}$$

等效变换条件

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}$$

$$Z=\frac{Z_1\cdot Z_2}{Z_1+Z_2}$$

并联电路的等效阻抗

$$\boxed{\frac{1}{Z}=\sum\frac{1}{Z_k}}$$

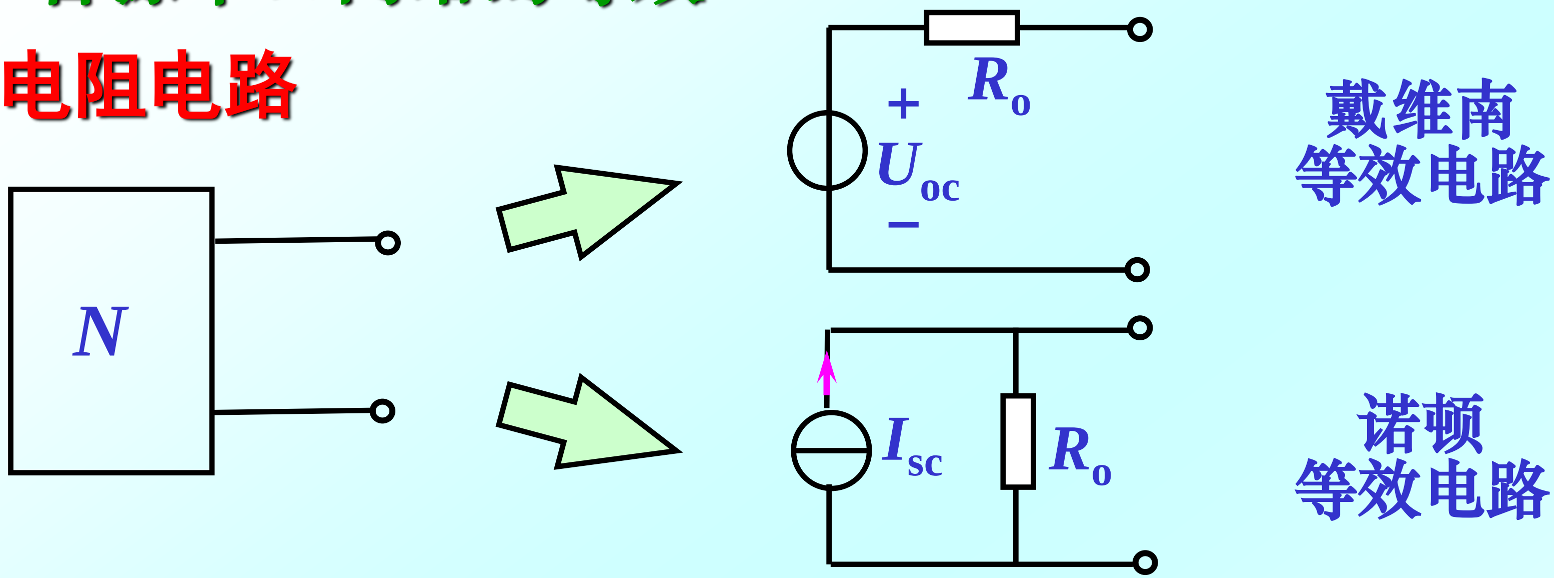
注意

$$I\neq I_1+I_2$$

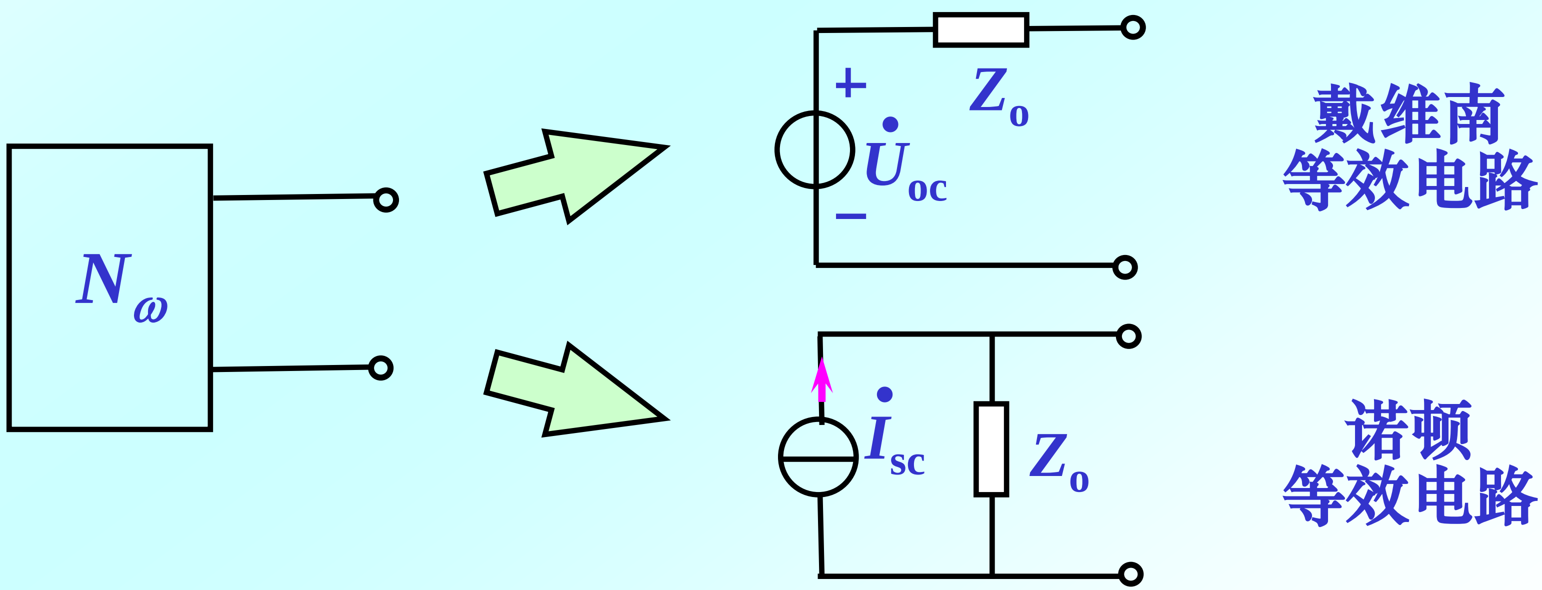
$$\frac{1}{|Z|}\neq\frac{1}{|Z_1|}+\frac{1}{|Z_2|}$$

二、含源单口网络的等效

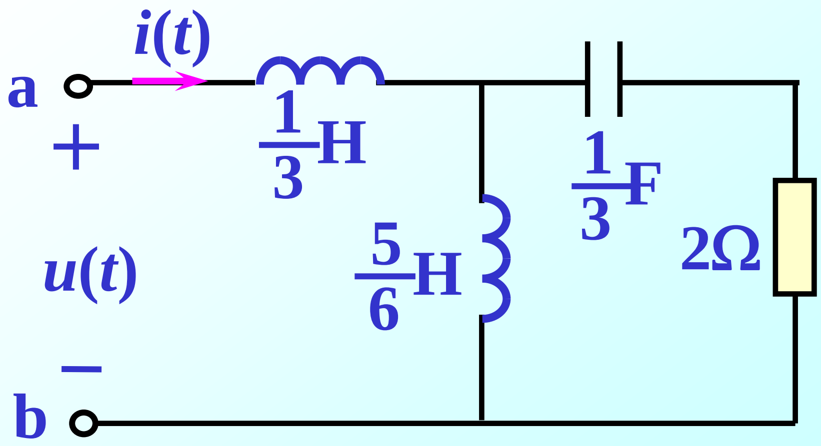
1. 电阻电路



2. 正弦稳态含源单口网络

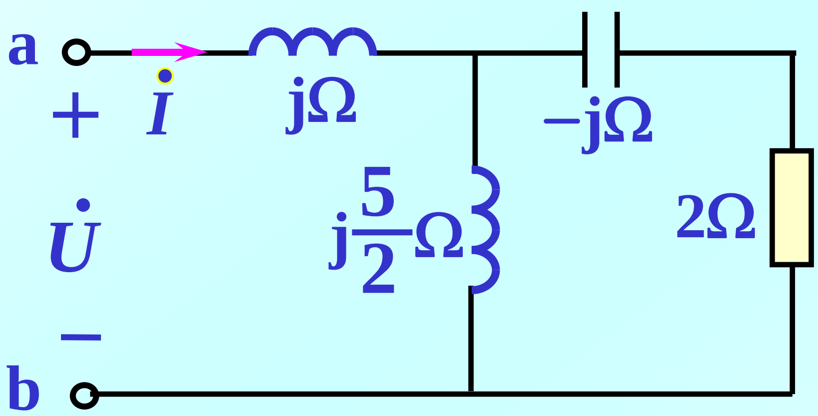


例1： 图示电路中 $i(t) = \cos(3t + 45^\circ)$ A，求：$u(t)$。



解: (1)作出相量模型

$$\dot{I} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ \text{A}$$



(2) 求Z_{ab}

$$Z_{ab} = j + \frac{(2-j)\,j\frac{5}{2}}{(2-j)+j\frac{5}{2}}$$

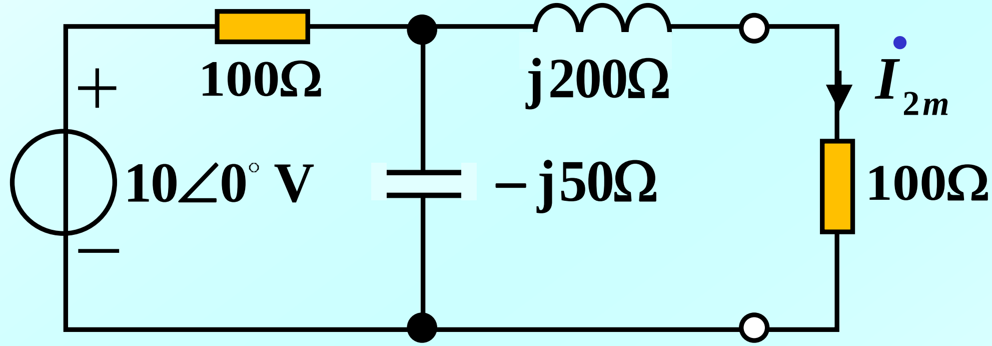
$$= 2 + j2 = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \Omega$$

(3) 求$\dot{U}$

$$\dot{U} = Z_{ab}\,\dot{I} = 2\angle 90^\circ\ \text{V}$$

(4) 求$u(t)$ $\quad u(t) = 2\sqrt{2}\,\cos(3t + 90^\circ)$ V

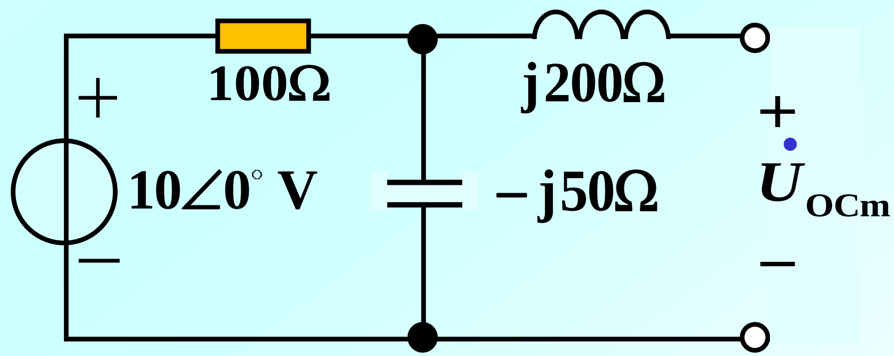
例2：用戴维南定理求图所示相量模型中的电流 $\dot{I}_{2m}$



解：求开路电压 $\dot{U}_{OCm}$

$$\dot{U}_{OCm}=10\angle 0^\circ \times \frac{-j50}{100-j50}$$

$$=4.47\angle -63.4^\circ \text{ V}$$



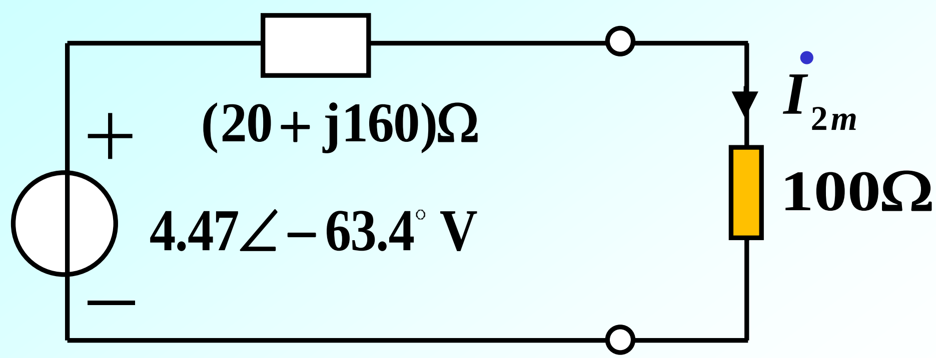
求等效阻抗Z_0

$$Z_0=\left[j200+\frac{100(-j50)}{100-j50}\right]\Omega$$

$$=(20+j160)\Omega$$

$$\dot{I}_{2m}=\frac{4.47\angle -63.4^\circ}{20+j160+100}A$$

$$=0.0224\angle -116.53^\circ A$$



§8-12 有效值 有效值相量

- 在电工技术中，对周期电压或电流的大小常用其**有效值**(effective value)来表征。

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt},\ U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2dt}$$ 方均根值(RMS)

振幅相量 $\dot{U}_{\mathrm{m}}=\sqrt{2}\dot{U}$　　振幅 $U_{\mathrm{m}}=\sqrt{2}U$

有效值相量 $\dot{U}=\frac{1}{\sqrt{2}}\dot{U}_m$　　有效值 $U=\frac{1}{\sqrt{2}}U_m$

- 本书中相量均指有效值相量；
  交流仪表测读的一般均是有效值；
  元器件额定电压和电流一般均指有效值。

§8-13 相量图法

- 求解正弦稳态电路的方法

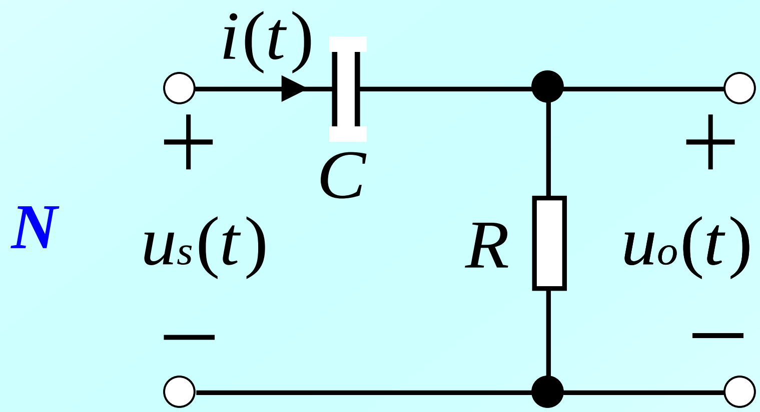
  相量解析法：根据相量方程求解电路变量。

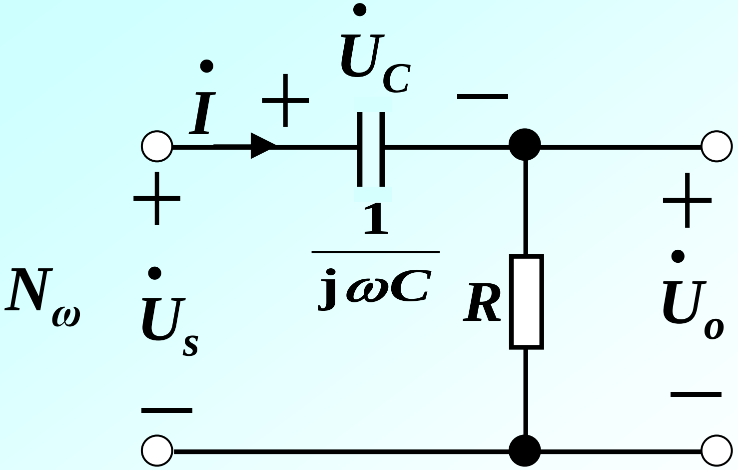
  相量图法：先定性地画相量图，然后根据图形特征求解。

  可根据相量图的特征求解两类特殊问题：

  仅需计算有效值或相位差问题

例1 图中电源 $u_s(t)=\sqrt{2}U_s\cos(\omega t)$，求输出电压$u_O(t)$对$u_S(t)$的相位关系（用相量图法）。





解: (1)串联电路宜从电流相量$\dot{I}$开始画，一般绘在正实轴上，称为参考相量。------ ①

(2) 绘电压相量。

★电阻元件的电压相量应与电流同相, 长度为RI； ------ ②

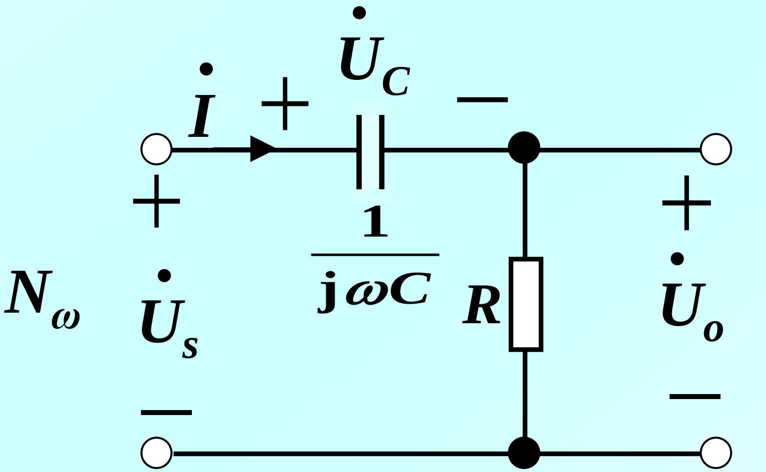
★电容元件的电压相量应滞后电流90°，长度为$I/\omega C$。 ----- ③

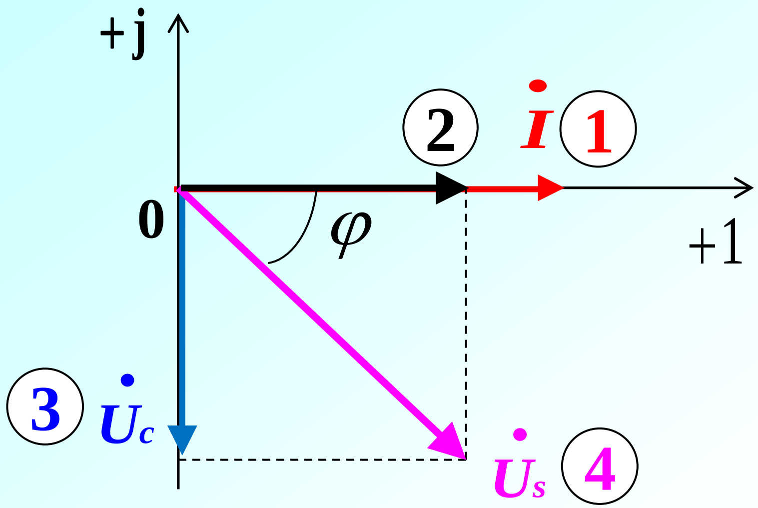
(3)根据KVL $\dot{U}_s = \dot{U}_C + \dot{U}_o$ 绘 $\dot{U}_s$ ④

可见 $\dot{U}_o$ 总是超前 U_s 角φ。

$$\tan\varphi = \frac{U_C}{U_o} = \frac{I}{\omega C}\Big/ RI = \frac{1}{\omega CR}$$

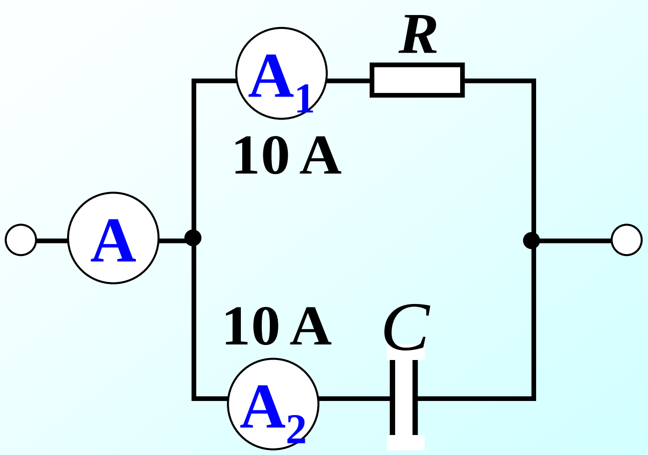
$$\therefore \varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$$

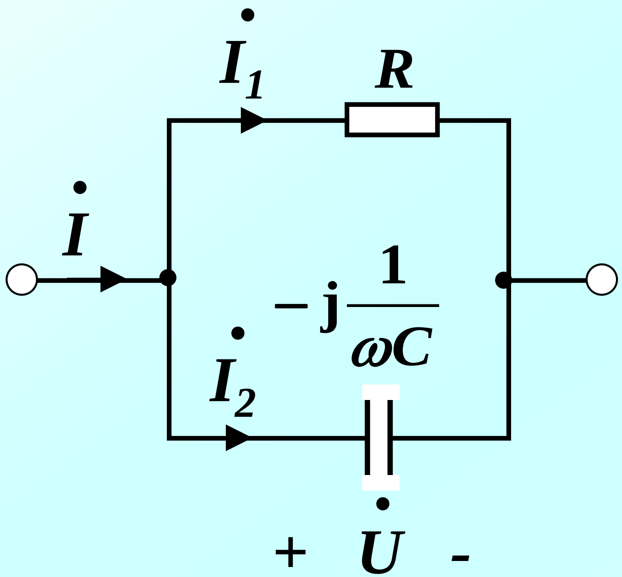




相量图法

例2 图所示正弦稳态电路中，电流表A_1、A_2的指示均为有效值，求电流表A的读数。

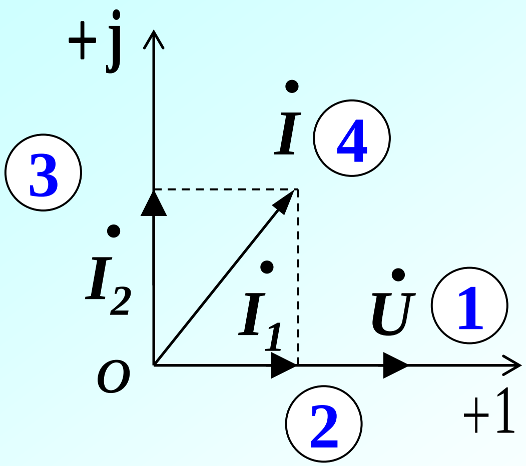




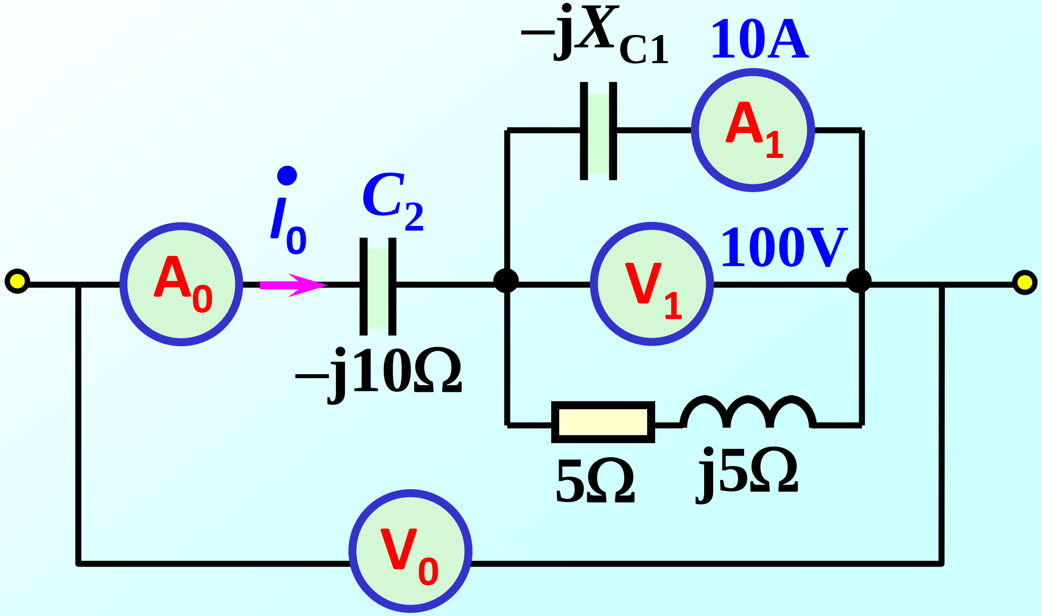
A 的 读 数 是 10+10=20A(错误!) 在节点处电流的有效值一般是不满足*KCL*的，满足*KCL*的是有效值相量！

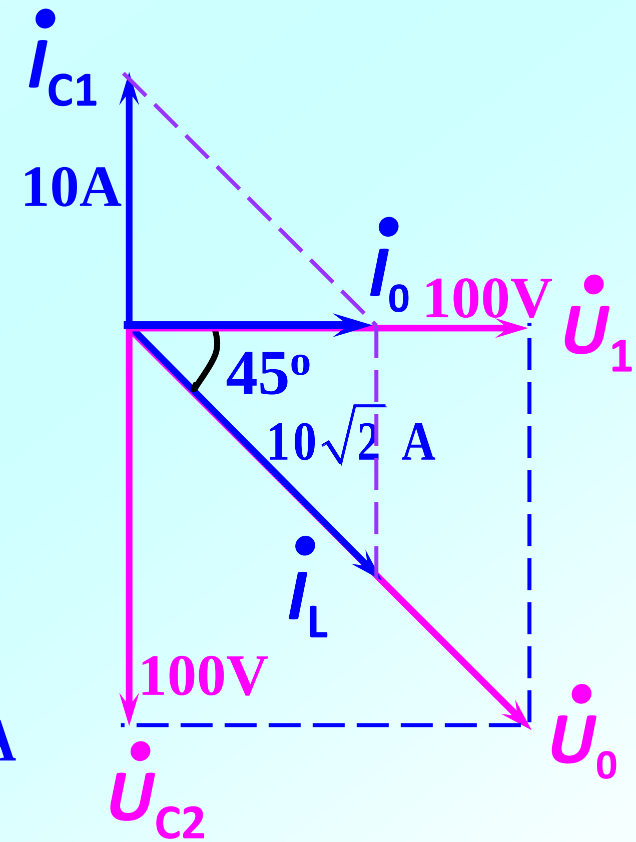
利用相量图由直角三角形可得

$$I=\sqrt{I_1^{\,2}+I_2^{\,2}}$$
$$=10\sqrt{2}A$$
$$=14.1A$$



例3：求电流表A_0和电压表V_0的读数。





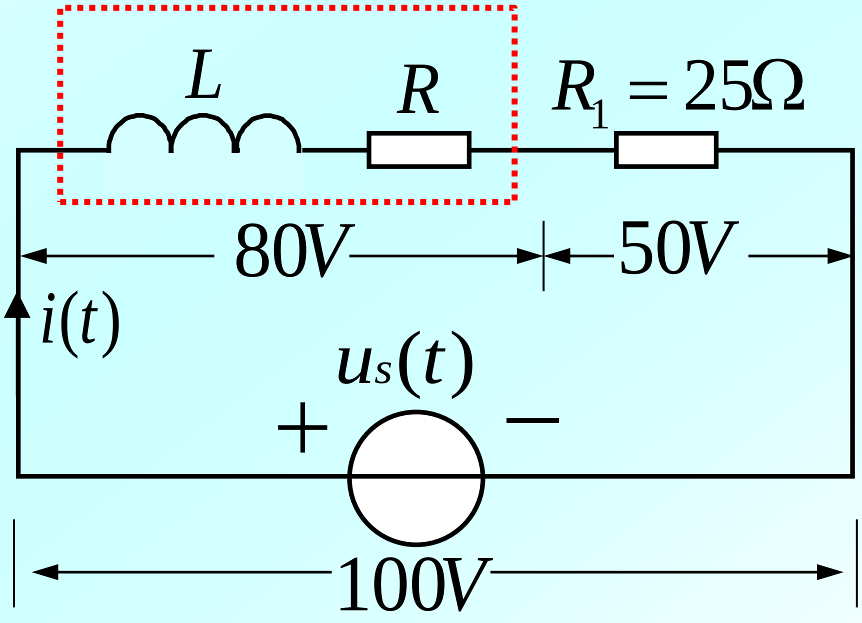
解：

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_1}{5+j5} = \frac{100}{\sqrt{5^2+5^2}}\angle -45^\circ = 10\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_0 = \sqrt{I_L^2 - I_{C1}^2} = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - 10^2} = 10 \text{ A}$$

$$U_0 = \sqrt{U_1^2 + U_{C2}^2} = \sqrt{100^2 + (10\times 10)^2} = 100\sqrt{2} \text{ V}$$

例4 为测定电感线圈的参数L和R，可把该线圈与一已知电阻R_1串联后接在电源两端。用交流电压表测得电感线圈、电阻和电源两端的电压分别为$80V$、$50V$、和$100V$，如图所示。已知：$R_1=25\Omega$，电源的角频率为$314rad/s$。交流电压表为有效值，试求线圈的参数L和R。



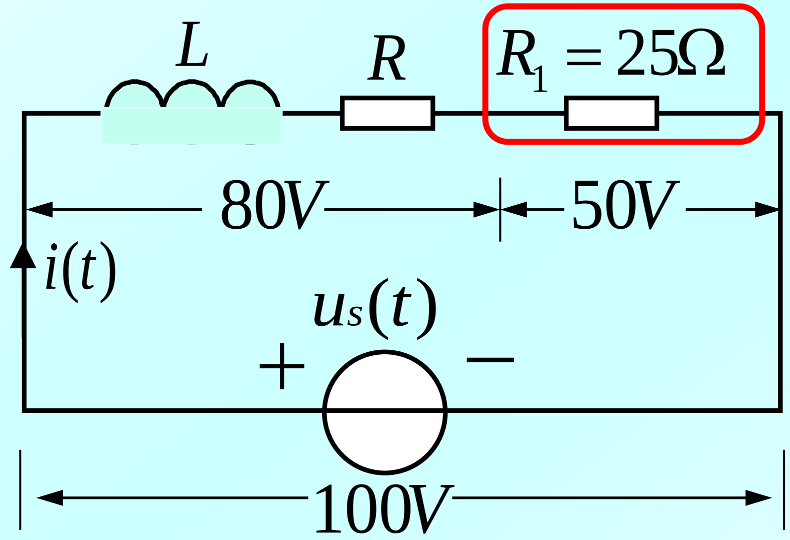
解一：相量图法

(1)以电流 $\dot{I}=2\angle 0^{o}$为参考相量;

$$I=\frac{50\,\text{V}}{25\Omega}=2\,\text{A}$$

(2)绘电阻R_1的电压相量;

$$R_1\dot{I}=50\angle 0^{\circ}$$



(3)分别以O、B为圆心，以100V和80V的长度为半径作弧交于A点;

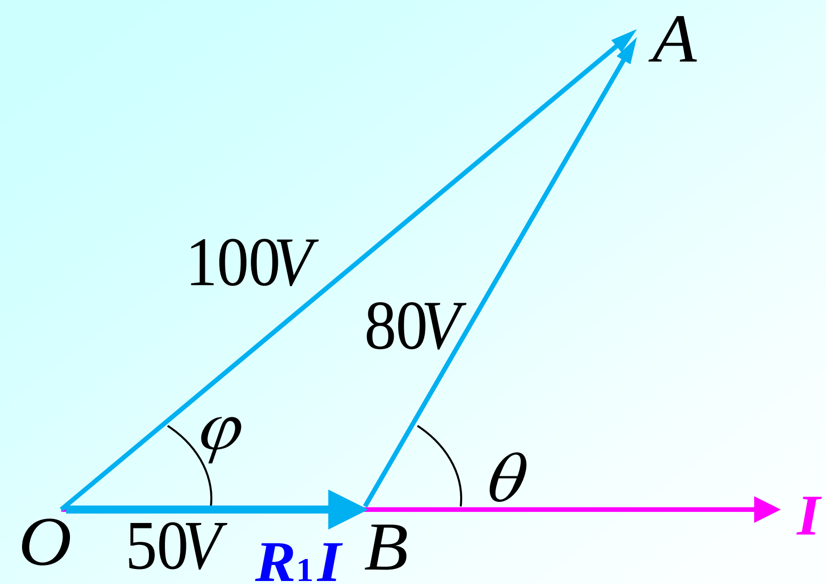
$$\dot{U}_{LR}+\dot{U}_{R_1}=\dot{U}_S$$

$$80\angle\theta+50\angle 0^{\circ}=100\angle\varphi$$

由余弦定理

$$80^2=100^2+50^2-2\times 100\times 50\cos\varphi$$

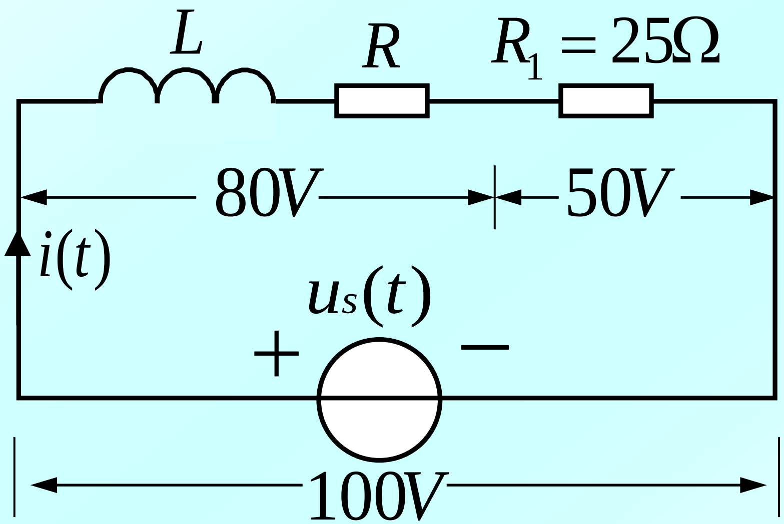
故 $\cos\varphi=0.61\quad\Rightarrow\varphi=52.4^{\circ}$



(4)由A点做OB垂线交于C, 连接BC，此直角三角形表明：

$$\dot{U}_{LR} = \dot{U}_R + \dot{U}_L$$

$$80\angle\theta = 2R\angle 0^\circ + 314\times 2L\angle 90^\circ$$



(5)计算*R*，*L*

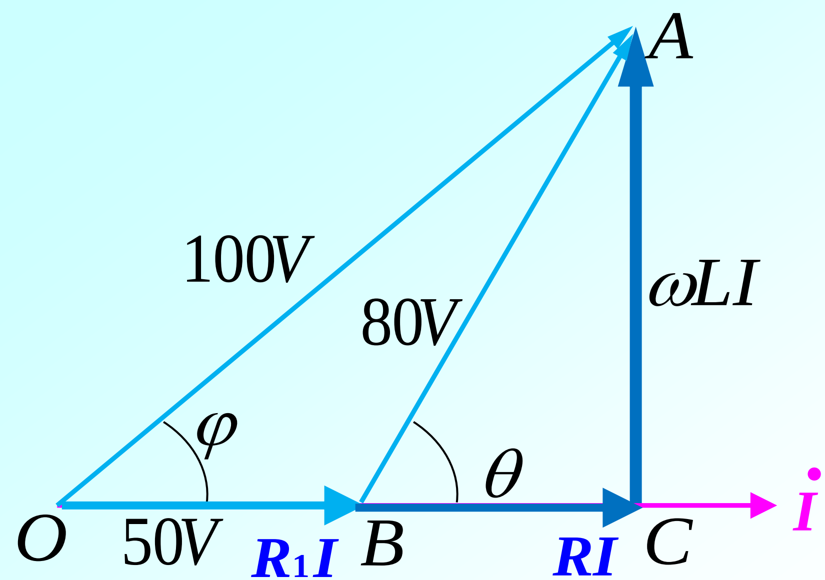
$$\overline{OC} = \overline{OA}\cos\varphi = 100\times 0.61 = 61\,\text{V}$$

$$\therefore RI = \overline{BC} = (61-50)\,\text{V} = 11\,\text{V}$$

$$\therefore R = \frac{11}{2}\Omega = 5.5\Omega$$

$$\overline{CA} = 100\times\sin\varphi = 79.23\,\text{V}$$

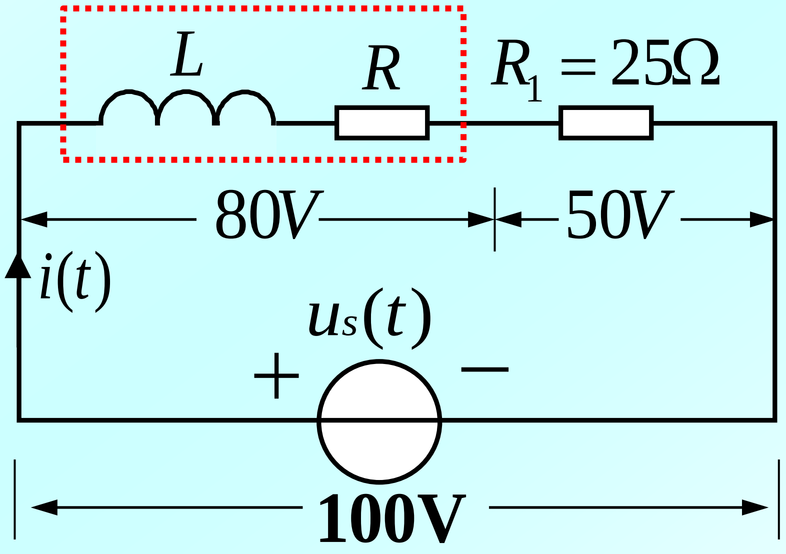
$$\therefore L = \frac{\overline{CA}}{\omega I} = \frac{79.23}{314\times 2} = 126mH$$



解二：相量解析法

令 $\dot{I}=2\angle 0^{\circ}$ 则

$$\begin{cases}\dot{I}\left(R+R_1+j\omega L\right)=100\angle\varphi\\ \dot{I}\left(R+j\omega L\right)=80\angle\theta\end{cases}$$



$$\begin{cases}2\sqrt{(R+R_1)^2+(\omega L)^2}=100\\ 2\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=80\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R=5.5\Omega\\ L=126\,\text{mH}\end{cases}$$

小结：正弦稳态电路的分析方法

1. 相量解析法的解题步骤

(1) 将电路图画成相量模型（电路拓扑结构不变）；

(2) 利用电阻电路分析方法的相量形式，求出未知量的相量表达式；

(3) 根据题目要求，将相量式转换为所需形式 (u, i)。

2. 相量图法的解题步骤（适用于特殊角）

(1) 选择参考相量 (串联电路选 $\dot{I}$，并联电路选 $\dot{U}$);

(2) 根据元件约束的相位关系，画出每个电量的相量图（按大小比例）；

(3) 利用平行四边形法，根据KL对相量进行加、减作图，求出未知相量的模和角度。

第八章　小结

1. 相量

- 用振幅和初相 $\dot{I}_m$ 描述给定频率的正弦函数 $I_m\cos(\omega t+\varphi)$
- 具有线性性质
- 注意分清振幅相量和有效值相量

2. 欧姆定律的相量形式

$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

阻抗　$Z_R = R$，　$Z_L = j\omega L$，　$Z_C = -j\dfrac{1}{\omega C}$

3. 相量模型，相量分析法

相量模型：电量→相量，元件参量→阻抗，拓扑不变。

相量分析法：可采用电阻电路的分析方法分析相量模型中的电流和电压。

如: **KL, 分压, 分流, 支路分析, 网孔分析, 节点分析, 戴维南定理, 诺顿定理**

4. 相量图法

适用于具有特殊角度的求有效值或相位差问题。

第八章 习题

8-4，8-6(2)，8-9，8-11(3) (6)，
8-13，8-15，8-18 (只列方程)，
8-25，8-28，8-37

要求：做每一题时：

1. 画电路图；
2. 写清分析过程。