数据结构与算法设计

林永钢

教材:

[王] 王晓东,计算机算法设计与分析(第4版),电子工业.

参考资料:

[C] 潘金贵等译, Cormen等著, 算法导论, 机械工业.

[M] 黄林鹏等译, Manber著, 算法引论-一种创造性方法, 电子.

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

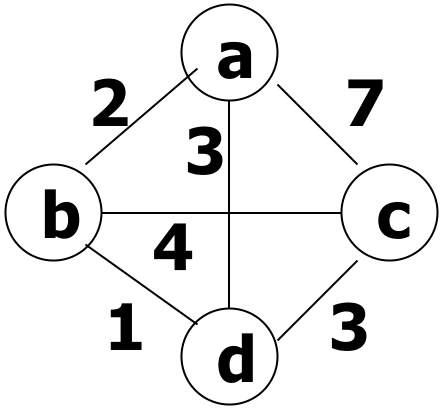
4.6 最小生成树

构造“贪心”反例

- 找零问题：一出纳员支付一定数量的现金。假设他手中有各种面值的纸币和硬币，要求他用最少的货币数支付规定的现金
- 例如，现有4种硬币：它们的面值分别为1分、2分、5分和1角，要支付2角5分
- 首先支付2个1角硬币，然后支付一个5分硬币，这就是贪心策略
- 反例：三种：1、4、6，支付8

构造“贪心”反例

• 货郎担（TSP）问题：设售货员要到五个城市去售货，最后再回到出发的城市，已知从一个城市到其他城市的费用，求总费用最少的路线



- 结点a为起点：
- 结点b为起点：
- 结点c为起点：
- 结点d为起点：
- 最优解：12

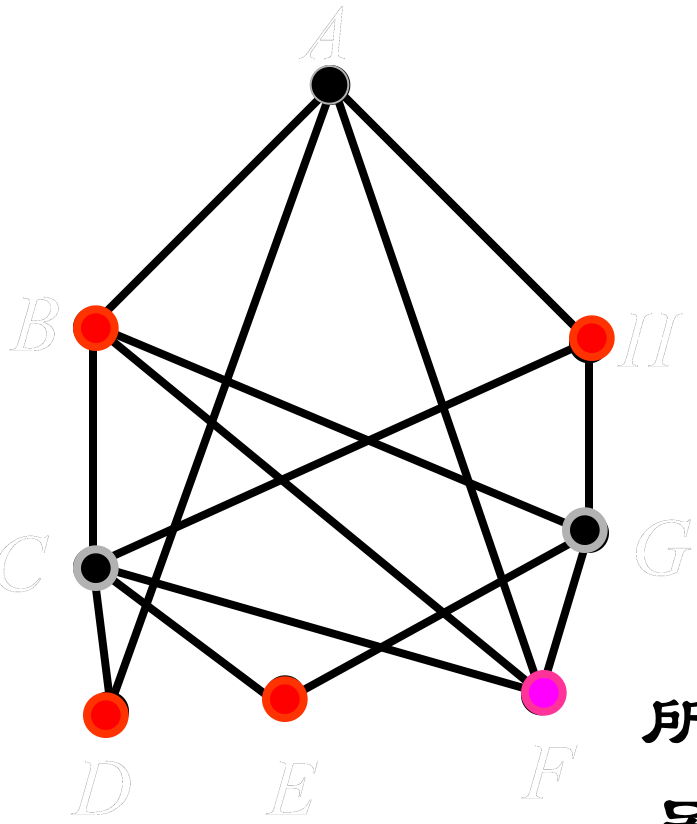
构造“贪心”反例：着色

1) 将图 G 中的结点按度数递减的次序进行排列(相同度数的结点的排列随意)。

2) 用第一种颜色，对第一点着色，并按排列次序对与前面结点不相邻的每一点着同样的颜色。

3) 用第二种颜色对尚未着色的点重复第 2 步, 直到所有的点都着上颜色为止。

构造“贪心”反例：着色



解：

- 按度数递减次序排列各点

$$C\ A\ B\ F\ G\ H\ D\ E$$

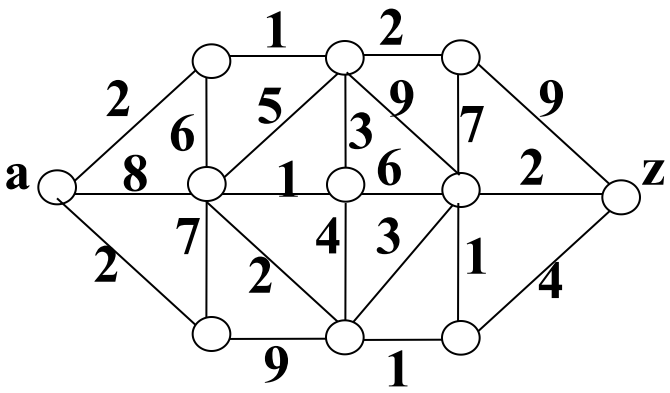
- 第一种颜色： $C,\ A,\ G$
- 第二种颜色： $B,\ H,\ D,\ E$
- 第三种颜色： F

所以图是三色的。

另外图不能是两色的,因为图中有A,B,F两两相邻,所以 $x(G)=3$

最短路问题

小张被借调到一个新单位，图中a点是小张的住宅，z为新单位的位置，边上的数字表示距离，则小张到新单位的最短距离为___.



13

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

4.6 最小生成树

活动安排问题([王]P90)

n个活动申请一个活动室, 各活动起始终止区间(s_i, f_i)

- 输入: n, (s_i, f_i), $i = 1{:}n$
- 输出: 最大相容活动子集(无冲突, 活动个数最多)

最优解可以包含 最早结束的

先给出算法, 再证明正确性(A[i]=true或false)

1. 按终止时间排序 $f_1 \le f_2 \le \ldots \le f_n$. A[1] = true; pt = 1;
2. 对 i = 2:n
3. 　若 s[i] >= f[pt], 则 A[i] = true, pt = i,
4. 　　否则 A[i] = false

活动安排算法正确性证明

n个活动申请一个活动室, 活动起始终止区间(s_i, f_i)

- 输入: n, (s_i, f_i), $i = 1{:}n$, 输出: 最大相容活动子集
- 第一步 证明贪心选择性质:

  存在最优解包含相容最早结束的活动1
- 第二步 证明最优子结构性质:

  若A是包含活动1的最大相容活动集(最优策略),

  则A-{1}(子决策)是$\{i \mid s_i >= f_1\}$ (子问题)上的最大相容活动集
- 由此用数学归纳法, 就可以证明算法正确性

活动安排算法正确性证明

11个活动已按结束时间排序，用贪心算法求解：

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$start\_time_i$	1	3	0	5	3	5	6	8	8	2	12
$finish\_time_i$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

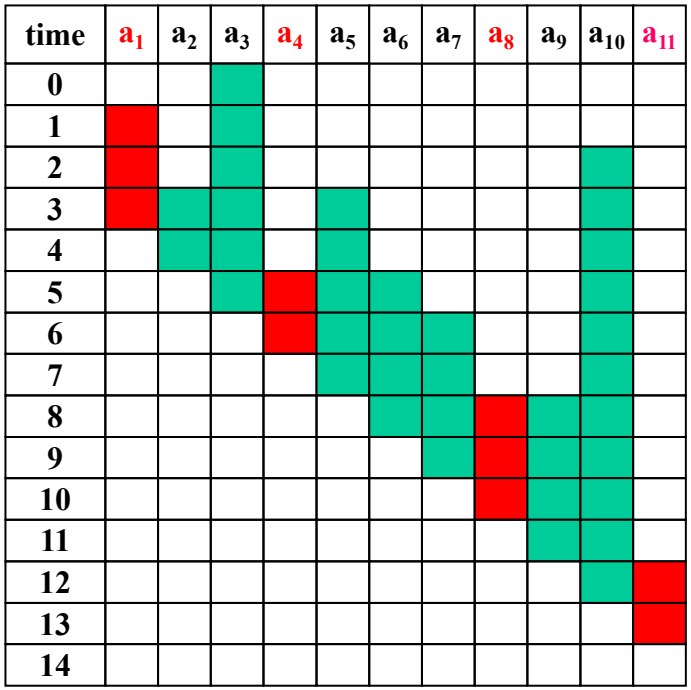
time	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

相容活动： $\{a_3, a_9, a_{11}\}$, $\{a_1,a_4,a_8,a_{11}\}$, $\{a_2,a_4,a_9,a_{11}\}$

time	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

活动安排算法正确性证明

最优解： $\{a_2,a_4,a_9,a_{11}\}$
$\{a_1,a_4,a_8,a_{11}\}$



time	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

第一步 证明贪心选择性质：

存在最优解包含相容最早结束的活动1

第二步 证明最优子结构性质：

若A是包含活动1的最大相容活动集(最优策略)， 则A-{1}(子决策)是$\{i \mid s_i >= f_1\}$ (子问题)上的最大相容活动集

- 一、最小的1可以在里面，{1, 4, 9, 11}
- 则A-{1}={4, 9, 11}是子问题{4,6,7,8,9,11}的最优解

- 二、最小的4可以在里面，{4, 9, 11}
- 则A-{4}={9, 11}是子问题{8,9,11}的最优解

- 三、最小的8可以在里面，{8, 11}
- 则A-{8}={11}是子问题{11}的最优解

活动安排算法DP

设 $f_1 \le f_2 \le \ldots \le f_n$, 添加 $f_0 = 0, s_{n+1} = \infty$

$dp[i, j]$ = 在活动*i*结束后和活动*j*开始前的最大相容活动的活动个数

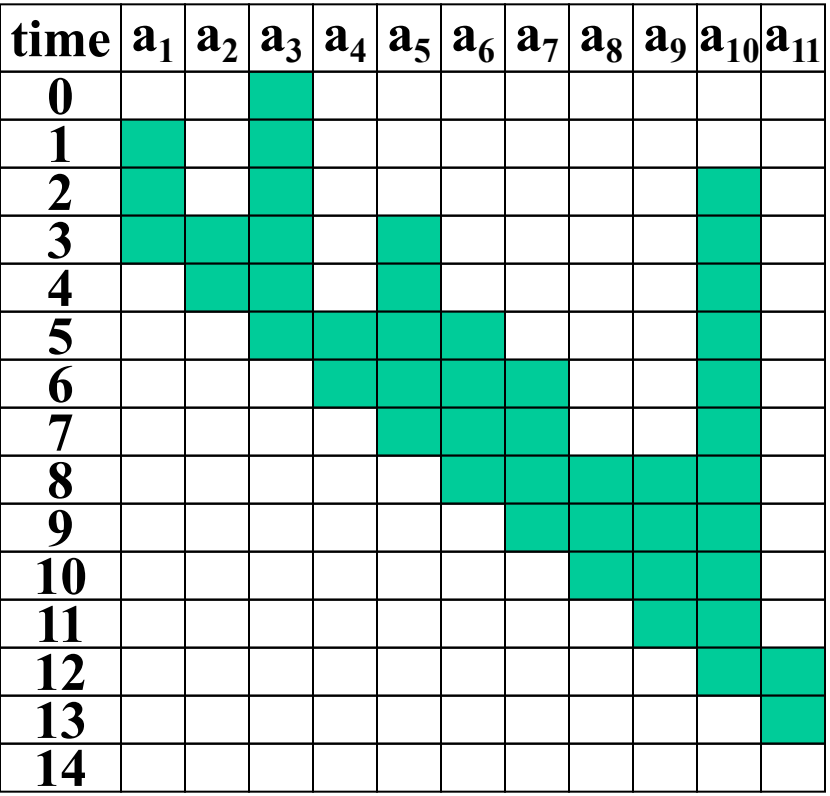
- 输出 $dp[0, n+1]$

$$dp[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{若为}\phi \\ \max\limits_{i<k<j}\{dp[i,k] + dp[k,j] + 1\} & \text{否则} \end{cases}$$

- 输出 $dp[0, n+1]$

相容活动：$\{a_3, a_9, a_{11}\}$, $\{a_1,a_4,a_8,a_{11}\}$, $\{a_2,a_4,a_9,a_{11}\}$

$$dp[i,j]=\begin{cases} \max\limits_{i<k<j}\{dp[i,k]+dp[k,j]+1\} & \text{否则} \end{cases}$$



- $dp[0, 12]$

$= \max\{ dp[0, 1] + dp[1, 12] + 1,$

$\cdots$

$dp[0, 3] + dp[3, 12] + 1,$

$\cdots$

$dp[0, 8] + dp[8, 12] + 1,$

$\cdots$

$\}$

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

4.6 最小生成树

贪心算法的基本要素

对于一个具体问题, 怎么知道能否用贪心算法

- 贪心选择性质和最优子结构性质(比较矩阵连乘)
- 贪心选择性质

  对比: 矩阵连乘, 0-1背包, 分数背包

  贪心算法第一基本要素, 与DP主要区别

  自顶向下计算
- OSP: 最优策略的子策略也是最优 //动规, 贪心
- 正确性证明一般过程:

  贪心选择+OSP+数学归纳法

  条件: 子问题与原问题类似, 相对独立

  子问题的最优解和贪心选择联合得整体最优解

分数背包

- 已知一个容量大小为M重量的背包和n种物品，物品i的重量为w_i,假定物品i的一部分x_i放入背包会得到$v_i x_i$这么大的收益，这里，$0 \le x_i \le 1$，$v_i > 0$，采用怎样的装包方法才会使装入背包的物品总效益最大
- 考虑以下情况下的背包问题

n=3, M=20 ，$(v_1, v_2, v_3)=(25,24,15)$

$(w_1 , w_2 , w_3)=(18,15,10)$

分数背包贪心法证明

$Case1$：所有$x_i = 1$。显然该解就是最优解。

$Case2$：设$X = (1,...,1,x_j,0,...,0)\quad x_j \neq 1, 1 \leq j \leq n$。下证$X$就是最优解。设问题的最优解$Y = (y_1,...,y_n)$，则存在$k$使得$y_k \neq x_k$的最小下标（否则$Y = X$，得证）。

首先，可以证明$y_k < x_k$。（反证：若$y_k > x_k$，则$x_k \neq 1, \therefore k \geq j$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} w_i y_i \geq \sum_{i=1}^{k} w_i y_i > \sum_{i=1}^{k} w_i x_i = \sum_{i=1}^{j} w_i x_i = c \therefore Y\text{不是可行解，矛盾}）$$

下面改造Y成为新解$Z = (z_1,...,z_n)$，并使Z仍为最优解。将y_k增加到x_k，从$(y_{k+1},...,y_n)$中减同样的重量使总量仍是c。即，

$$z_i = x_i \quad i = 1,2,...,k; \quad \text{和} \quad \sum_{i=k+1}^{n} w_i y_i - w_k(z_k - y_k) = \sum_{i=k+1}^{n} w_i z_i$$

分数背包贪心法证明（举例）

j是使$x_j \neq 1$的最小下标, k是使 $y_k \neq x_k$的最小下标

(1) X=(1,1,1/2, 0)

Y=(1,1,2/3,1/3)

j=3,k=3,所以k=j,并且$y_3 > x_3$

(2) X=(1,1,1/2, 0)

Y=(1,1,1/2,1/2)

j=3,k=4,所以k>j,并且$y_4 > x_4$

从而证明了$y_k < x_k$，并且k<=j

分数背包贪心法证明

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} w_i z_i = \sum_{i=1}^{k-1} w_i z_i + w_k z_k + \sum_{i=k+1}^{n} w_i z_i$$

$$= \sum_{i=1}^{k-1} w_i y_i + w_k z_k + \left(\sum_{i=k+1}^{n} w_i y_i - w_k (z_k - y_k) \right) = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i = c$$

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} v_i z_i = \sum_{i=1}^{n} v_i y_i + (z_k - y_k) v_k - \sum_{i=k+1}^{n} (y_i - z_i) v_i \quad // \because Z\text{由}Y\text{变得的}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} v_i y_i + (z_k - y_k) w_k v_k / w_k - \sum_{i=k+1}^{n} (y_i - z_i) w_i v_i / w_i$$

$$\geq \sum_{i=1}^{n} v_i y_i + \left[(z_k - y_k) w_k - \sum_{i=k+1}^{n} (y_i - z_i) w_i \right] v_k / w_k \quad // \text{利用} v_i / w_i \downarrow$$

$$= \sum_{i=1}^{n} v_i y_i$$

$\therefore Z$也是最优解，且$z_i = x_i \; i = 1, \ldots, k$； 重复上面过程 $\Rightarrow$ X为最优解。

分数背包贪心法证明（举例）

j是使$x_j \neq 1$的最小下标, k是使 $y_k \neq x_k$的最小下标

n=4, M=16 ,

$(v_1, v_2, v_3, v_4)=(20,12,6,6)$

$(w_1, w_2, w_3, w_4)=(10,12,6,6)$

X=(1,1/2, 0, 0)

Y=(1,1/3,1/6, 1/6) 并且k=2,j=2

代换 Z=(1,1/2, z_3, z_4)

$w_3(y_3-z_3)+ w_4(y_4-z_4) = w_2(1/2-1/3)$

$6(1/6-z_3)+ 6(1/6-z_4) = 12*1/6$

$z_3+ z_4 =0$ 即推得Z=(1,1/2, 0, 0)＝X

有限期的任务安排问题

- 用贪心法求解有限期的任务安排问题：假设只能在同一台机器上加工n个任务，每个任务i完成时间均是一个单位时间，又设每个任务i都有一个完成期限$d_i>0$,当且仅当任务i在它的期限截止以前被完成时，任务i才能获得p_i的效益，每个任务的期限从整个工序的开工开始计时，问应如何安排加工顺序，才能获得最大效益
- n=6,$(p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6)=(5,25,20,30,10,15)$,

  $(d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6)=(1, 5, 2, 3, 3, 2)$

有限期的任务安排问题

- 任务i完成时间均是一个单位时间，当且仅当任务i在它的期限截止以前被完成时，i才能获得p_i的效益

$n=6,(p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6)=(5,25,20,30,10,15),$

$(d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6)=(1,5,2,3,3,2)$

- 类似单价排序？
- 法一：按效益从大到小排序

任务	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0	30	25	20	15	10	5
d_i	0	3	5	2	2	3	1

有限期的任务安排问题

- 任务i完成时间均是一个单位时间，当且仅当任务i在它的期限截止以前被完成时，i才能获得p_i的效益

法一：按效益从大到小排序

任务	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0	30	25	20	15	10	5
d_i	0	3	5	2	2	3	1

有限期的任务安排问题

- 任务i完成时间均是一个单位时间，当且仅当任务i在它的期限截止以前被完成时，i才能获得p_i的效益

法二：按期限从大到小排序

任务	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0	25	30	10	20	15	5
d_i	0	5	3	3	2	2	1

有限期的任务安排问题

- 任务i完成时间均是一个单位时间，当且仅当任务i在它的期限截止以前被完成时，i才能获得p_i的效益

法三：时间槽 [C]

按效益从大到小排序

任务	1	2	3	4	5	6
p_i	30	25	20	15	10	5
d_i	3	5	2	2	3	1

1	2	3	4	5

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

4.6 最小生成树

最优装载

最优装载

- 输入: n物品重W[1:n],
  背包容量C
- 输出: 装包使得件数最多.
- 每件物品只能取或不取

$$\max \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i x_i \le C$$

$$x_i \in \{0,1\}, 1 \le i \le n$$

- n =8, [w1, ... ,w8] = [100,200,50,90,150,50,20,80], C=400 从剩下的货箱中，选择重量最小的货箱
- 贪心选择性质: 最优解可以包含重量最小的
- OSP: 最优解([1:n],C)去掉重量最小([2:n],C-W[1])仍是最优解

最优装载贪心法证明

设集装箱已依其重量从小到大排序，$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 是最优装载问题的一个最优解。又设 $k = \min_{1 \leqslant i \leqslant n} \{ i \mid x_i = 1 \}$。易知，如果给定的最优装载问题有解，则 $1 \leqslant k \leqslant n$。

(1) 当 $k = 1$ 时，$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 是一个满足贪心选择性质的最优解。

(2) 当 $k > 1$ 时，取 $y_1 = 1; y_k = 0; y_i = x_i, 1 < i \leqslant n, i \neq k$，则，

$$\sum_{i=1}^{n} w_i y_i = w_1 - w_k + \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leqslant \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leqslant c$$

因此，$(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ 是所给最优装载问题的一个可行解。

另一方面，由 $\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} x_i$ 知，$(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ 是一个满足贪心选择性质的最优解。所以，最优装载问题具有贪心选择性质。

设 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 是最优装载问题的一个满足贪心选择性质的最优解，则易知，$x_1 = 1$，$(x_2, \cdots, x_n)$ 是轮船载重量为 $c - w_1$ 且待装船集装箱为 $\{2, 3, \cdots, n\}$ 时相应最优装载问题的一个最优解。也就是说，最优装载问题具有最优子结构性质。

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

4.6 最小生成树

哈夫曼编码([王]P96)

•某通讯系统使用5种字符a、b、c、d、e，使用频率分别为0.1 , 0.14 , 0.2 , 0.26 , 0.3 ,利用二叉树设计不等长编码

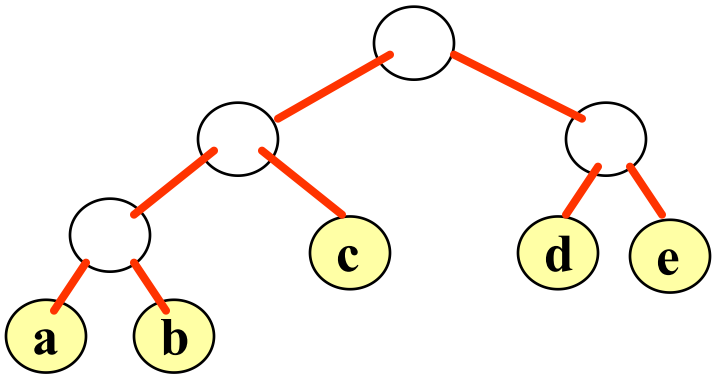
1）构造以 a、b、c、d、e为叶子的二叉树；

2）将该二叉树所有左分枝标记0，所有右分枝标记1；

3）从根到叶子路径上标记作为叶子结点所对应字符的编码；

哈夫曼编码([王]P96)

- 5种字符a、b、c、d、e，使用频率分别为0.1 , 0.14 , 0.2 , 0.26 , 0.3



a: 000　b: 001

c: 01　d: 10

e: 11

30000-(1000+1400)*3-(2000+2600+3000)*2

=7600

哈夫曼编码贪心选择性质

Let a and b be two characters that are sibling leaves of maximum depth in T. Without loss of generality, we assume that $f[a] \le f[b]$ and $f[x] \le f[y]$. Since $f[x]$ and $f[y]$ are the two lowest leaf frequencies, in order, and $f[a]$ and $f[b]$ are two arbitrary frequencies, in order, we have $f[x] \le f[a]$ and $f[y] \le f[b]$. As shown in Figure 16.6, we exchange the positions in T of a and x to produce a tree T', and then we exchange the positions in T' of b and y to produce a tree T''. By equation (16.5), the difference in cost between T and T' is

$$\begin{aligned} B(T) - B(T') &= \sum_{c \in C} f(c) d_T(c) - \sum_{c \in C} f(c) d_{T'}(c) \\ &= f[x] d_T(x) + f[a] d_T(a) - f[x] d_{T'}(x) - f[a] d_{T'}(a) \\ &= f[x] d_T(x) + f[a] d_T(a) - f[x] d_T(a) - f[a] d_T(x) \\ &= (f[a] - f[x])(d_T(a) - d_T(x)) \\ &\ge 0 , \end{aligned}$$

because both $f[a] - f[x]$ and $d_T(a) - d_T(x)$ are nonnegative. More specifically, $f[a] - f[x]$ is nonnegative because x is a minimum-frequency leaf, and $d_T(a) - d_T(x)$ is nonnegative because a is a leaf of maximum depth in T. Similarly, exchanging y and b does not increase

第四章 贪心算法
Greedy

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明

4.1 活动安排问题

4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）

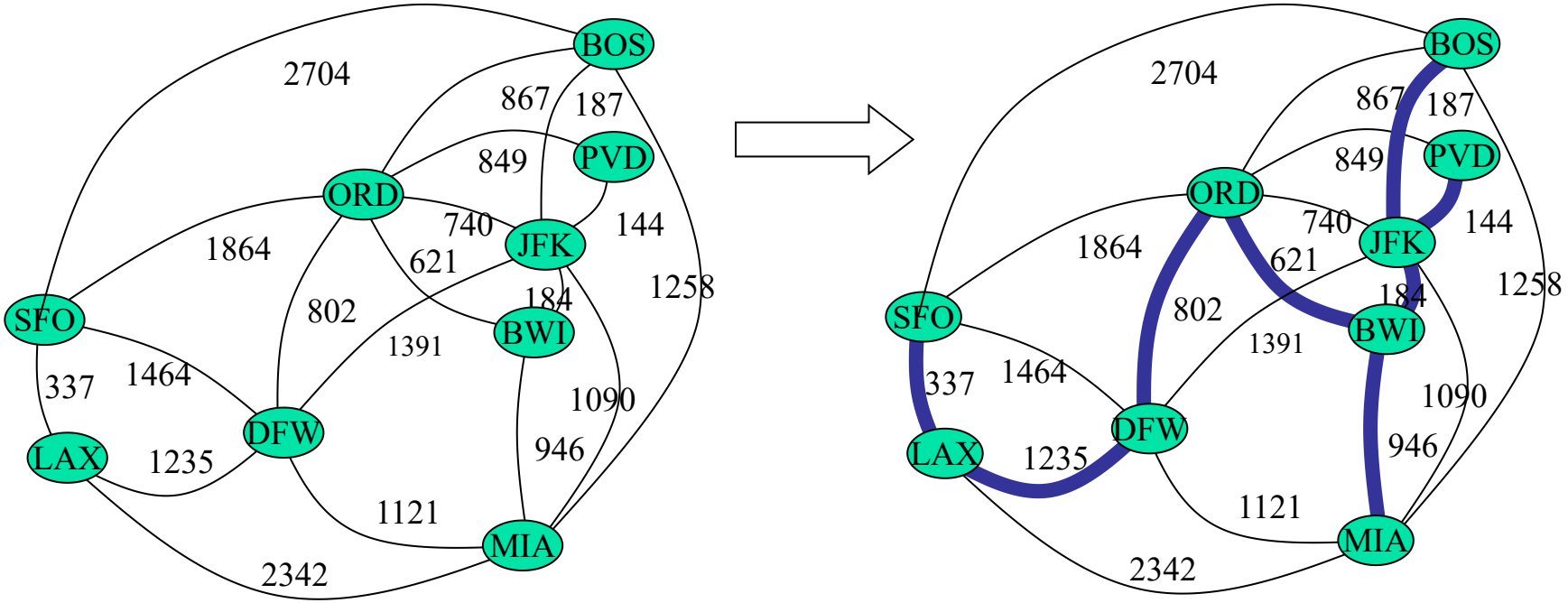
4.3 最优装载

4.4 哈夫曼编码

4.6 最小生成树

最小生成树(MST[王]P103)

- 无向连通带权图G=(V,E,w).
- G的生成树是G的包含所有顶点的一颗子树
- 若G的生成树T'在所有G的生成树中各边权总和最小, 则T'称为G的最小生成树(MST, minimum spanning tree)

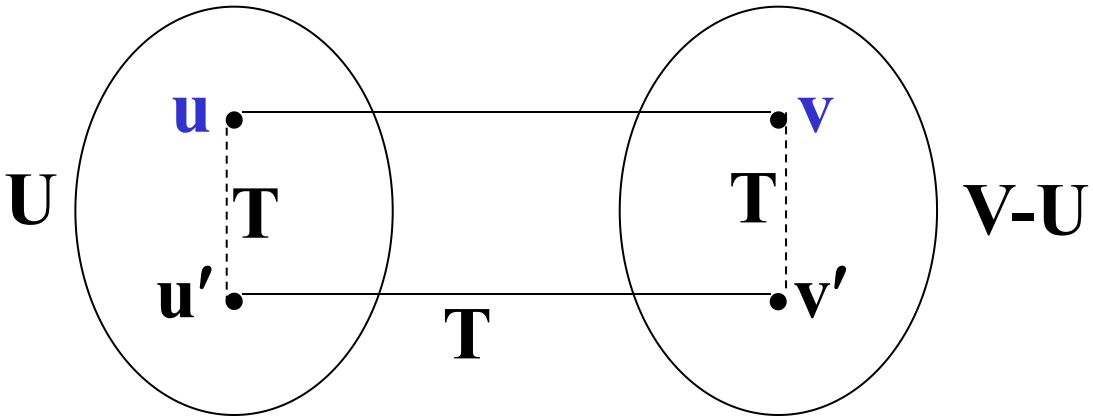


MST性质(贪心选择+归纳)

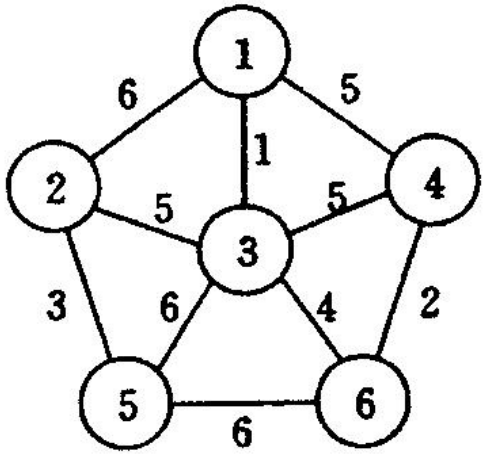
•设G=(V,E)是连通带权图，U是V的真子集。若(u,v)∈E，且u∈U，v∈V-U，且在所有这样的边中，(u,v)的权w(u,v)最小，那么一定存在G的一棵最小生成树，它以(u,v)为其中一条边。这个性质有时也称为MST性质。

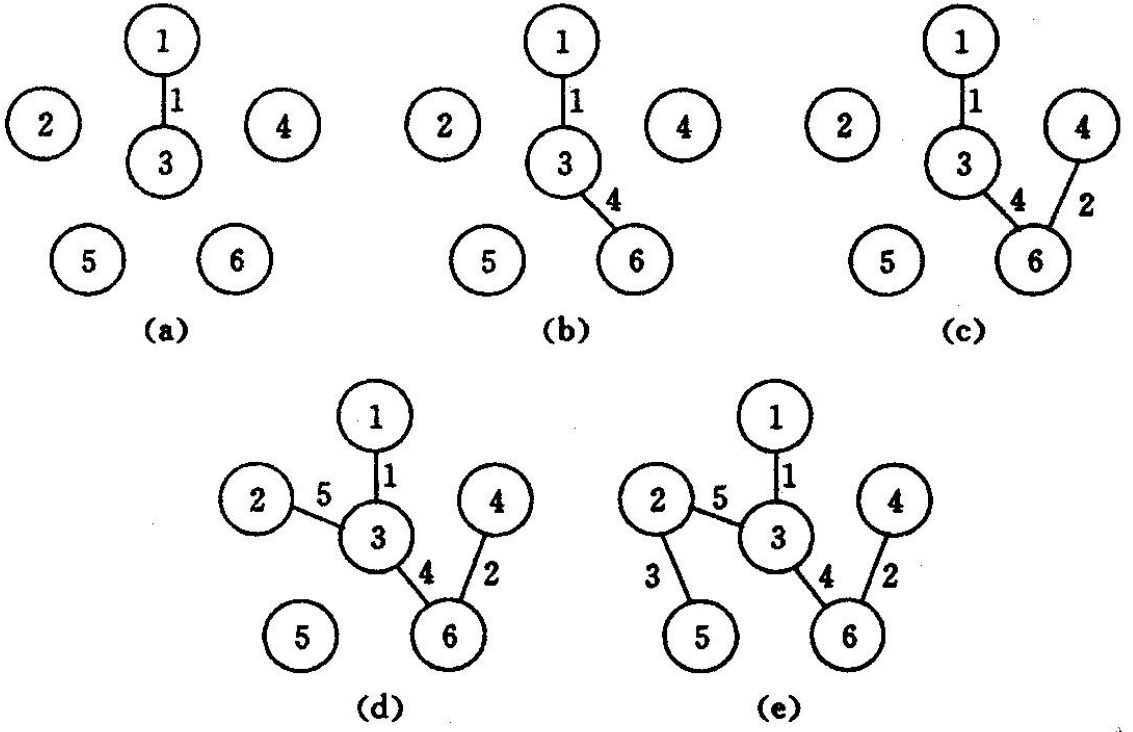
• 证明: 如图, 设T是MST, (u,v)∉T, (u′,v′)∈T.

则必有 w(u,v) ≤ w(u′,v′). 由T去(u′,v′)添(u,v)得树T′.

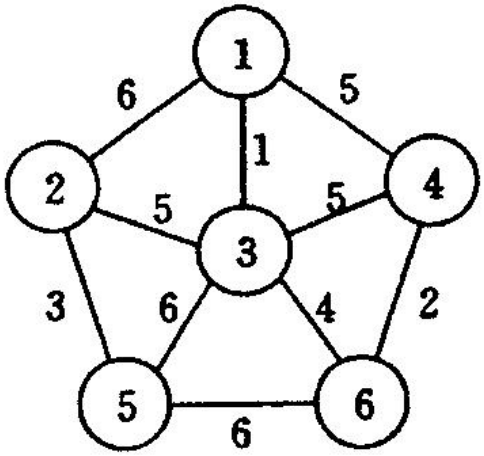


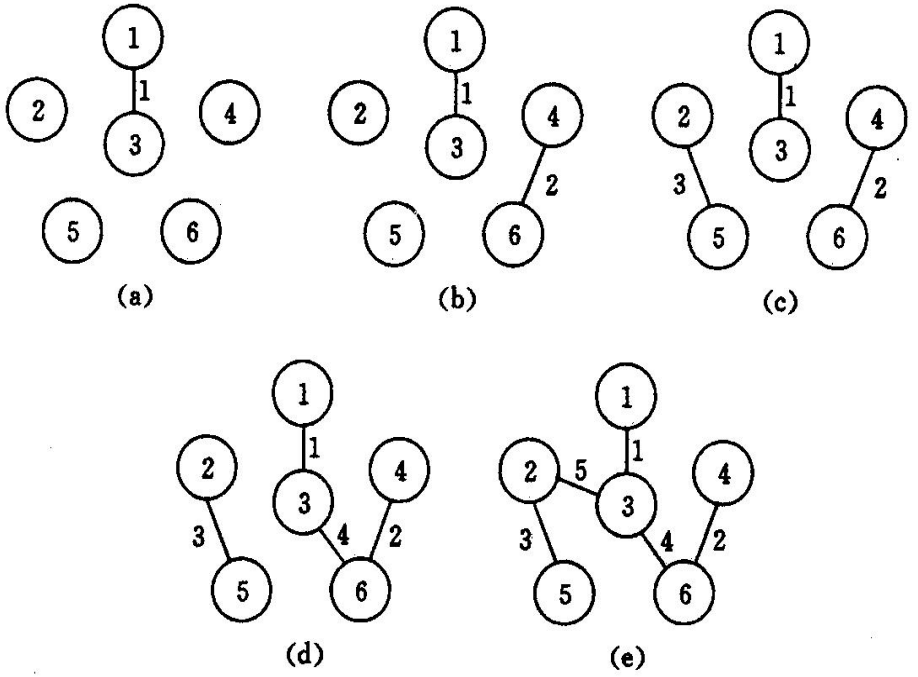
Prim算法举例





Kruskal算法举例





并查集算法(Make-set, Find-set)

p[x]: x的父亲; rank[x]: x的阶; Find(x): 找x的根

```
Make(x)
1 p[x]=x
2 rank[x]=0
```

```
Union(x,y)
1 Link(Find(x), Find(y))
```

```
Find(x)
1 若 x≠p[x], 则
2   p[x] = Find(p[x])
3  返回 p[x]
```

路径压缩(pc)技术

```
Link(x,y) //合并两树根
1 若 rank[x]>rank[y]
2 则 p[y]=x
3 否则 p[x]=y
4     若 rank[x]=rank[y]
5     则 rank[y]=rank[y]+1
```

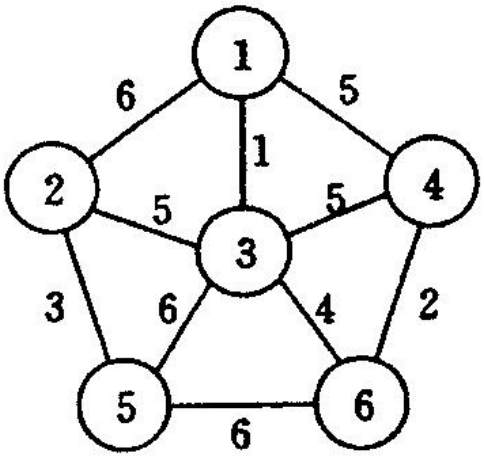
加入并查集结构的Kruskal算法

1. A为空, Q=E按边权升序排列, 每个点是一颗树
2. 当Q非空
3. 顺序取Q中边(u,v)
4. 若u,v在不同树中, 则添(u,v)到A, 合并u,v所在树,
5. 输出A

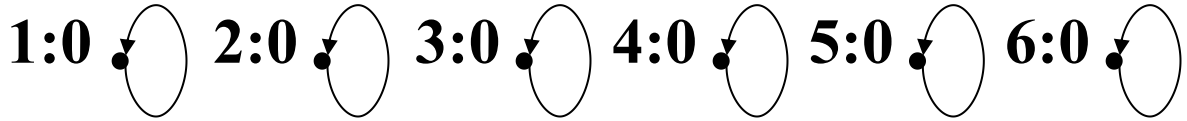
---

1. A为空, Q=E按边权升序排列, ∀x Make(x)
2. 当Q非空
3. 顺序取Q中边(u,v)
4. 若Find(u)≠Find(v), 则添(u,v)到A, Union(u,v),
5. 输出A

Kruskal: 取边, 查找, 合并

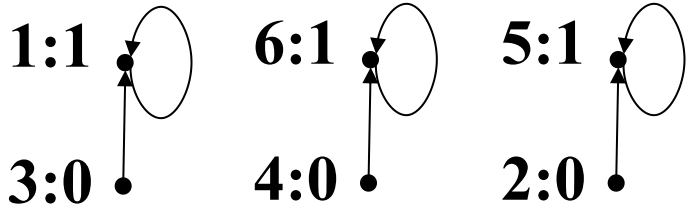


Q={31, 46, 25, 36, 34, 23, 14, 12, 35, 56}

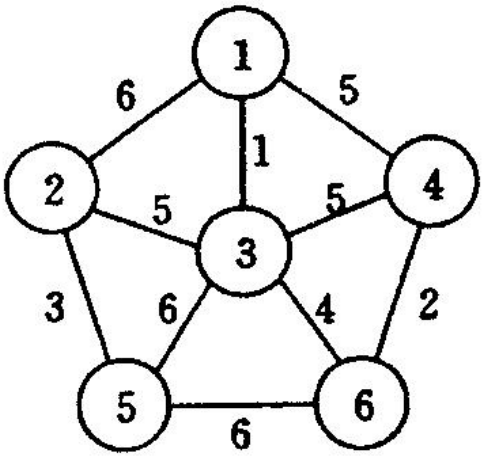


查找合并

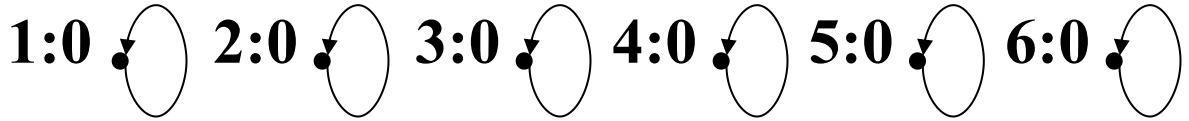
(3,1) (4,6) (2,5)



Kruskal: 取边, 查找, 合并

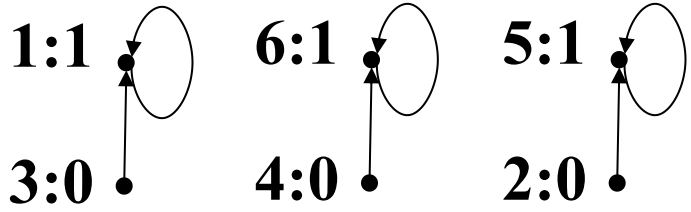


Q={31, 46, 25, 36, 34, 23, 14, 12, 35, 56}

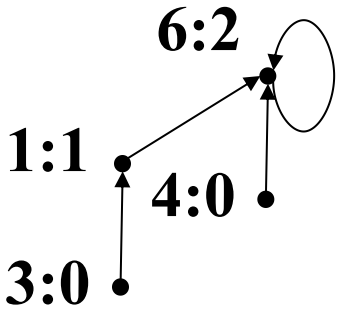


查找合并

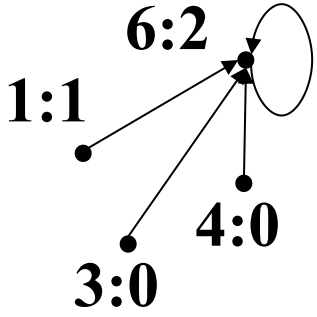
(3,1) (4,6) (2,5)



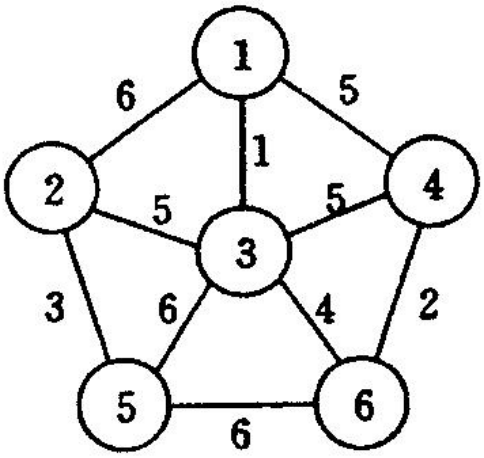
查并(3,6)



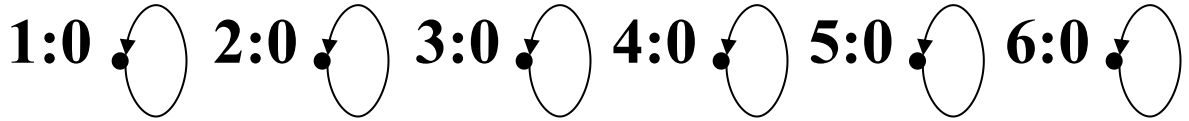
查(3,4)



Kruskal: 取边, 查找, 合并

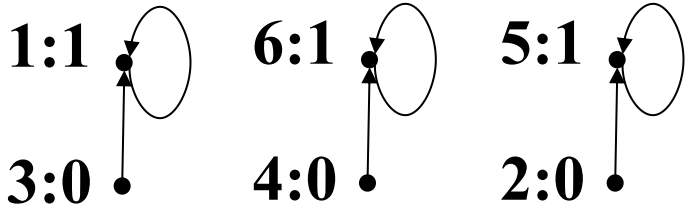


Q={31, 46, 25, 36, 34, 23, 14, 12, 35, 56}

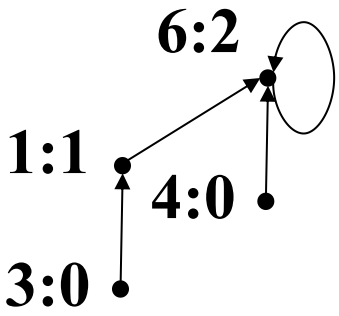


查找合并

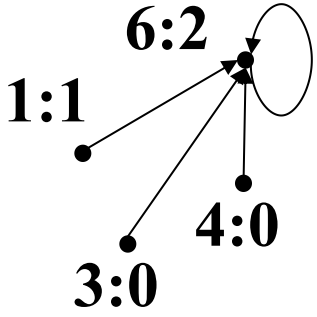
(3,1) (4,6) (2,5)



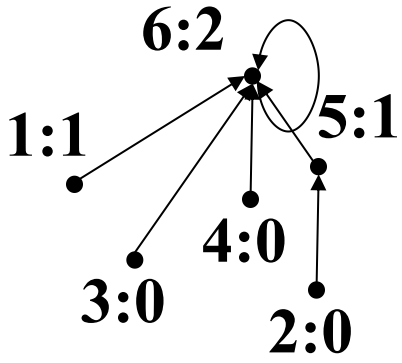
查并(3,6)



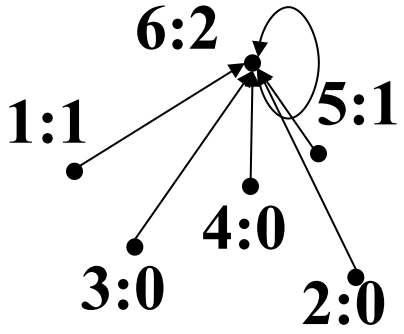
查(3,4)



查并(2,3)



查(1,2)



排序之车间作业计划

一：一台机器、n个零件, 使得各加工零件在车间里停留的平均时间最短。

零件	加工时间
1	1.8
2	2.0
3	0.5
4	0.9
5	1.3
6	1.5

若按此顺序：
(1.8+3.8+4.3+5.2+6.5+8)/6=4.9

实际上最短：3, 4, 5, 6, 1, 2
(0.5+1.4+2.7+4.2+6+8)/6=3.8

排序之车间作业计划

二：两台机器、n个零件的排序

目的：使得完成全部工作的总时间最短。

排序之车间作业计划

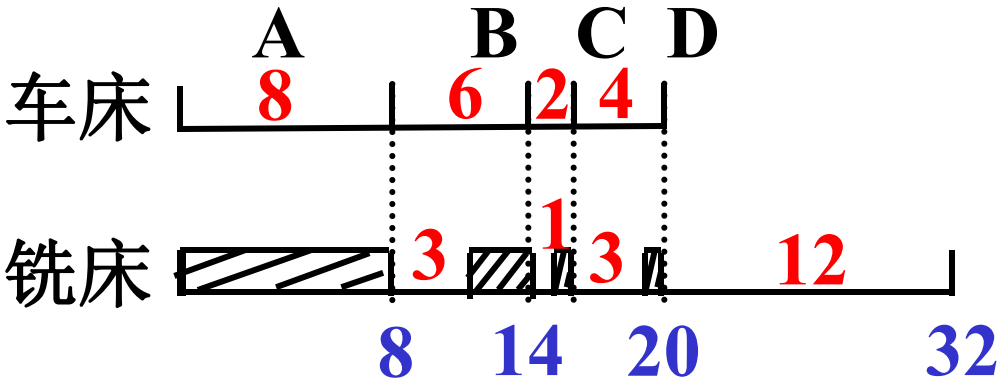
用一台车床和一台铣床加工A、B、C、D四个零件。每个零件都需要先用车床加工，再用铣床加工。车床与铣床加工每个零件所需的工时：

工时（小时）	A	B	C	D
车床	8	6	2	4
铣床	3	1	3	12

若以A、B、C、D零件顺序安排加工，则共需32小时。适当调整零件加工顺序，可产生不同实施方案，我们称可使所需总工时最短的方案为最优方案。在最优方案中，零件A在车床上的加工顺序安排在第__（1）__位，四个零件加工共需__（2）__小时。

工时（小时）	A	B	C	D
车床	8	6	2	4
铣床	3	1	3	12

以A、B、C、D零件顺序安排加工，则共需32小时。



基本方法：

在第一台机器上加工时间越少的零件越早加工；

在第二台机器上加工时间越少的零件越晚加工；

排序之车间作业计划

工时（小时）	A	B	C	D
车床	8	6	2	4
铣床	3	1	3	12

(1)
第一个：
第二个：
第三个：
第四个：B

(2)
第一个：C
第二个：
第三个：
第四个：B

(3)
第一个：C
第二个：
第三个：A
第四个：B

(4)
第一个：C
第二个：D
第三个：A
第四个：B

CDAB: 22

教室安排问题

- 假设要用很多个教室对一组活动进行调度。我们希望使用尽可能少的教室来调度所有的活动。
- 例如，有如下活动的开始和结束时间。
- **1 3**
- **2 4**
- **4 7**
- **3 5**
- **1 4**
- 统一排序

教室安排问题

- **1 3**
- **2 4**
- **4 7**
- **3 5**
- **1 4**
- **分别排序**
- **若开始<结束，则count++，指针j后移**

  1 1 2 3 4

- **3 4 4 5 7**

- 1 3
- 2 4
- 4 7
- 3 5
- 1 4
- 只按开始时间排序(1, 3) (1, 4) (2, 4) (3, 5) (4, 7)

依序遍历	优先队列，为结束时间	原因

本章小结

!!贪心不一定正确(0-1背包), 需要证明
4.1 活动安排问题
4.2 贪心算法的基本要素（分数背包）
4.3 最优装载
4.4 哈夫曼编码
4.6 最小生成树