

Signale und Systeme 2 - Praktikum: Abgabe 2

Mader Mendes Marco
Matrikelnummer: 763153

Späth Marco
Matrikelnummer: 763174

Walker Dustin
Matrikelnummer: 763190

I. SIGNALNORMIERUNG

Als ersten Schritt haben wir das Signal des Moskitos $Q(t)$ normiert, um definierte Pegel zu erhalten und ein etwaiges Offset, dass aus der Hardware resultieren könnte herauszurechnen.

A. Mathematischer Ansatz

Dazu wurde der arithmetische Mittelwert des Signals gebildet und dieser von jedem Signalwert abgezogen. Es wurde nun die Leistung dieses mittelwertfreien Signals berechnet und das Signal mit der Quadratwurzel des Kehrwertes der Leistung multipliziert. In MatLAB kann der arithmetische Mittelwert eines Signals mit der "mean" - Funktion berechnet werden. Die Leistung eines Signals kann mit der "Bandpower" - Funktion berechnet werden.

B. Gleichung

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{\text{bandpower}(Q(t) - \text{mean}(Q(t)))}} * Q(t) - \text{mean}(Q(t)) \quad (1)$$

II. MIKROFONSIGNALE ERSTELLEN

Um unsere Korrelationsfunktion und die Rauschfilterung zu testen haben wir aus dem bereitgestellten Moskitosignal die Signale erzeugt, welche von den Mikrofonen aufgezeichnet worden wären. Hierfür haben wir das normierte Signal $Q(t)$ verwendet.

A. Ausgangssituation

Die Position des Moskitos im Raum lassen wir uns an einem zufälligen Ort erzeugen. Dieser Ort ist uns aber bekannt. Ebenso berechnen wir uns die Abstände der vier Mikrofone zu dem Moskito. Die Schallgeschwindigkeit v_{Sound} ist uns ebenfalls bekannt. Das Soundfile des Moskitos ist uns ebenfalls bekannt aus der Aufgabenstellung. Die Abtastrate des Signals ist uns ebenfalls bekannt und für die Berechnung von Bedeutung.

Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass die Signale, die von den Mikrofonen aufgezeichnet werden, 100000 Werte beinhalten sollen. Ein Mikrofon mit Abstand 0 zum Moskito soll die Werte 10001 bis 110000 des Moskitosignals aufzeichnen.

B. Berechnung der Mikrofonsignale

Schalllaufzeit zum Mikrofon :

$$t = \frac{\text{Abstand vom Mikrofon zur Schallquelle}}{v_{\text{Sound}}} \quad (2)$$

Anzahl der verpassten Signalwerte :

$$x = \text{Abtastrate} * t \quad (3)$$

Beginn des Mikrofonsignals:

$$a = Q(10001 + x) \quad (4)$$

Ende des Mikrofonsignals:

$$b = Q(10001 + x + 100000) \quad (5)$$

Das kann in MatLAB mit $Q(a:b)$ realisiert werden. Diese Funktion muss für jedes Mikrofon durchgeführt werden, mit dem entsprechenden Abstand zum Moskito. So können die vier Ausgangssignale für die weiteren Aufgaben erstellt werden.

III. AUFGABE 2

Zur Ermittlung der Position des Moskito wird dessen Fluggeräusch mit vier Mikrofonen gleichzeitig abgetastet. Dabei wird das Signal mit 48kHz bzw. 96kHz abgetastet. Der Empfänger zeichnet gleichzeitig die empfangenen Signale an allen vier Mikrofonen auf. Anhand der empfangenen Signale werden die relativen Laufzeitverzögerungen zwischen den Mikrofonen berechnet und darüber anschließend die Position mit dem bereits erklärten "Newton-Verfahren" ermittelt. Um dabei die Effizienz der Berechnung zu erhöhen, werden die von den Mikrofonen aufgezeichneten Signale gekürzt, diese gekürzten Signale bilden dabei die Hauptsignale. Die relativen Verzögerungen werden dadurch ermittelt, dass die Hauptsignale mit einem aus dem Hauptsignal herausgeschnittenen Teilsignal, dem Korrelationssignal, korreliert. Durch die Korrelation eines Teilsignals mit den vier Hauptsignalen lässt sich jeweils die Position des Teilsignals in den Hauptsignalen ermitteln. Anhand der Position lässt sich wiederum die relative Verzögerung ermitteln.

Wie die Signale gekürzt werden, um die wichtigsten Merkmale zu erhalten und dennoch eine geringe Berechnungsdauer gewährleisten zu können wird im folgenden geklärt. Zur Vereinfachung werden hier vorerst lediglich die Signale von zwei Mikrofonen betrachtet.

A. Herauslösen der Hauptsignale

Da die Mikrofone zeitgleich das Signal des Moskito aufzeichnen, kommt es aufgrund der Laufzeitunterschiede des Signals zu einer Verschiebung der Signalwerte in den empfangenen Signalen untereinander.

So empfängt beispielsweise MIC1 den Signalabschnitt X nach 10ms, wohingegen MIC2 aufgrund der größeren Entfernung zum Moskito den selben Abschnitt X erst nach 20ms empfängt.

Beginnt man nun beim Herauslösen der Hauptsignale am Anfang des empfangenen Signals führt dies dazu, dass Mikrofone die näher am Moskito sind diese gar nicht empfangen haben. Dies hat zur Folge, dass die Laufzeitdifferenz nicht korrekt ermittelt werden kann, da die Korrelation keine korrekten Ergebnisse liefern kann.

Um diesem Fehlerfall entgegenzuwirken, dürfen die Hauptsignale erst nach einem "Totbereich" herausgelöst werden. Die Dauer des Totbereiches t_{min} wird dabei über den maximal möglichen Abstand a_{max} der Mikrofone zueinander ermittelt:

$$t_{min} = \frac{a_{max}}{c_s} = 3.57ms$$

Über die t_{min} und die SamplingRate f_s lässt sich dabei die Größe des Totbereiches K_{min} in der Indexierung des Singales errechnen:

$$K_{min} = f_s * t_{min} = f_s * \frac{a_{max}}{c_s} \quad (6)$$

Wird der selbe pyramidenförmige Mikrofonaufbau wie im ersten Teil des Praktikums verwendet, ergibt sich für den maximalen Abstand a_{max} eine Distanz von $a_{max} = \frac{\sqrt{6}}{2}m$. Mit einer SamplingRate von $f_s = 96kHz$ folgt aus der

Gleichung(6) ein Totbereich von $K_{min} \approx 343$. Um noch etwas Sicherheit einzubauen und Rundungsfehler auszugleichen wurde für das Matlab Programm ein Totbereich von $K_{min} = 500$ gewählt.

B. Herauslösen des Korrelationssignals

Bei dem Korrelationssignal handelt es sich um einen Auszug aus dem Hauptsignal des ersten Mikrofons welcher als Referenz für die Korrelation mit den Signalen der anderen Mikrofone benutzt wird.

Ähnlich wie beim Herauslösen der Hauptsignale ist auch hier darauf zu achten, dass das Korrelationssignal in den anderen Signalen enthalten ist. Da dies allerdings bereits bei dem Herauslösen der Hauptsignale berücksichtigt wurde, bildet der erste Teil des Hauptsignal des ersten Mikrofons das Korrelationssignal. Es wird auf eine weitere Verschiebung des Teilsignals verzichtet, um die zu bearbeitende Datenmenge so klein wie möglich zu halten.

C. Länge des Korrelationssignals K_{corr}

Die Länge des Korrelationssignals K_{corr} beeinflusst die Genauigkeit der Differenzmessung deutlich. Ist die Länge des Teilsignals zu kurz, ist keine genaue Positionsermittlung möglich, da es sein kann, dass die betrachteten Wertfolgen mehrmals in dem Hauptsignal auftauchen, bzw. verschwimmen. Durch die Verlängerung des Teilsignals wird dies verhindert und eine exaktere Positionsbestimmung mittels der Korrelation ist möglich. Längere Zeitsignale erhöhen allerdings den Rechenaufwand und damit die Rechendauer.

Als Richtwert wird dabei der Extremfall mit der maximal Möglichen Signalverschiebung angewendet. Dieser tritt auf, wenn sich der Moskito auf der Verbindungsgerade der am weitesten entfernten Mikrofone und außerhalb des Raumes befindet. Diese maximal Mögliche Signalverschiebung wurde bereits im Unterkapitel III-A errechnet.

Somit wird eine Länge des Korrelationssignals von $K_{corr} = 350$ verwendet. Die Auswahl wird anhand der Simulation in Unterkapitel III-F genauer untersucht.

D. Länge der Hauptsignale K_{sig}

Die Länge der Hauptsignale K_{sig} ist direkt von der Länge des Korrelationssignals K_{corr} abhängig. Auch hier ist insbesondere der oben geschilderte Extremfall zu betrachten:

Da für eine möglichst exakte Bestimmung ist es notwendig, dass möglichst das gesamte Korrelationssignal in den Hauptsignalen enthalten ist. Dies ist nur dann der Fall, wenn das Hauptsignal mindestens doppelt so lang ist wie das Korrelationssignal:

$$K_{sig} = 2 * K_{corr} \quad (7)$$

Somit ergibt sich für das Hauptsignal eine Länge von 700 Signalwerten. Durch die Korrelation des kürzeren Korrelationssignal mit längeren Hauptsignalen wird das Zero-Padding reduziert, wodurch eine deutlichere Bestimmung der Laufzeitunterschiede möglich ist.



Fig. 1. Signalaufbau, anhand des Extremfalls mit maximaler Signalverschiebung

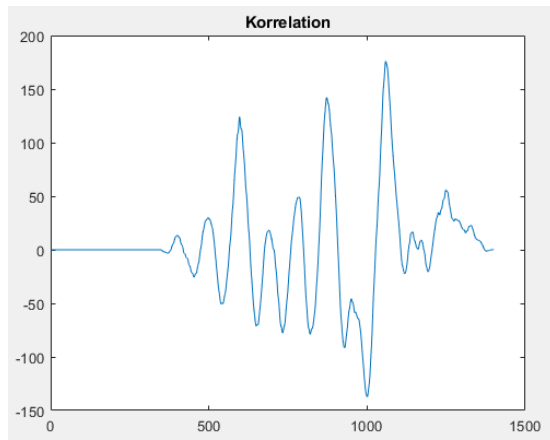


Fig. 2. Beispiel einer "fehlerhaften" Korrelation ($K_{corr} = 350$)

E. Übersicht der Signale

Der Aufbau der Signale anhand der genannten Bedingungen ist in Abbildung 1 bildlich dargestellt. Es wird dabei der Extremfall mit einer maximalen Signalverschiebung (hier 5 ELemente) betrachtet. Würde ein Herausschneiden der Signale (doppelte Linie) vor dem 5. Element gemacht werden, würden die entsprechenden Signale des zweiten Microfons abgeschnitten werden. Auch eine Verkürzung der Hautsignallänge (blau) würde zu einem Informationsverlust führen, da die Betrachtete Korrelationsfolge (rot) nicht mehr komplett im Signal2 enthalten wäre.

Oben beschriebene Bedingungen sind in Abbildung sind dann gültig, wenn sich das Mosquito in einem Raum der nicht auf den Mikrofonraum von $1m \times 1m \times 1m$ begrenzt ist befinden kann. Falls die Begrenzung auf den Mikrofonraum gilt, sollte eine Signallänge von K_{corr} ausreichend sein. Bei der Begrenzung sind obige Bedingungen allerdings nicht hinderlich, sie sollten sogar zu einer höheren Genauigkeit führen. Daher wurden obige Bedingungen gewählt um den Raum des Mosquitos zu erweitern.

F. Untersuchung der Annahmen

Bei der Untersuchung der erstellten Annahmen stellte sich heraus, dass die Annahmen zu einer sehr hohen Fehlerquote bei der Korrelation führten. Ein Fehler tritt auf, wenn die über das Korrelationsmaximum ermittelte Signalverschiebung nicht mit dem tatsächlichen Wert übereinstimmt.

Sieht man sich die Ergebnisse einer fehlerhaften Korrelation (siehe Abbildung 2) genauer an, fällt auf, dass kein eindeutiges Maximum auftritt, sondern mehrere. Dabei ist das Problem, dass die "richtigen" Maxima teilweise geringere Amplituden haben als die "falschen". Dies hat zur Folge, dass eine

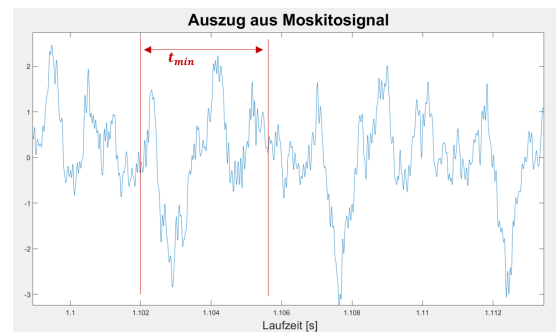


Fig. 3. Auszug aus dem Moskitosignal

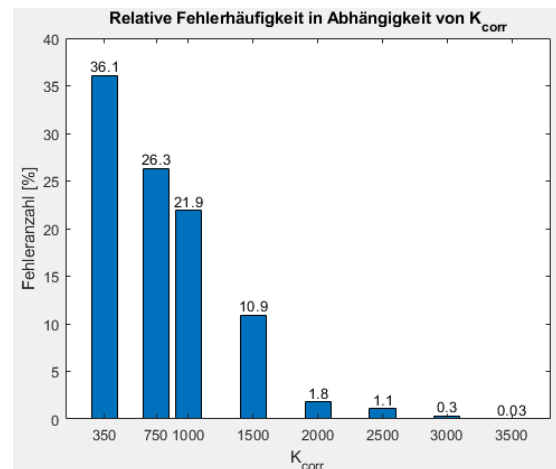


Fig. 4. Relative Fehlerquote in Abhängigkeit von K_{corr} (Start der Aufzeichnung nach 10000 Werten)

Rechenumgebung ohne die Kenntniss der tatsächlichen Signalverschiebung teilweise falsche Ergebnisse ermitteln wird. Untersucht man das Originalsignal des Mosquitos (siehe Abbildung 3) genauer fällt auf, dass das Signal eine leichte Periodizität aufweist, wobei die Periodendauer des Signals ähnlich des errechneten t_{min} ist. Diese Tatsache erklärt warum es bei der durchgeführten Untersuchung zu mehreren Maxima bei der Korrelation kam.

Zur Minimierung der Fehlerquote werden nun verschiedene Parameter untersucht

1) *Länge des Korrelationssegments*: Die Betrachtung der Korrelationsergebnisse verdeutlicht, dass die errechnete Länge des Korrelationssegments zu kurz ist. Dies wurde dadurch deutlich, dass bei der Ermittlung der Korrelationswerte mehrere Maxima auftraten, da die Korrelationssegmente an mehreren Stellen im Hauptsignal Ähnlichkeiten aufwiesen. Verlängert man das Korrelationssegment muss zwar mehr Rechenaufwand in Kauf genommen werden, allerdings nimmt auch die Wahrscheinlichkeit ab, dass man ähnliche Teile in den Hauptsignalen findet.

Bei der Analyse wurde die Korrelation mit allen Mikrofonen jeweils 1000 mal durchgeführt und die mittlere Fehlerquote ermittelt. Betrachtet man die Ergebnisse der Anal-

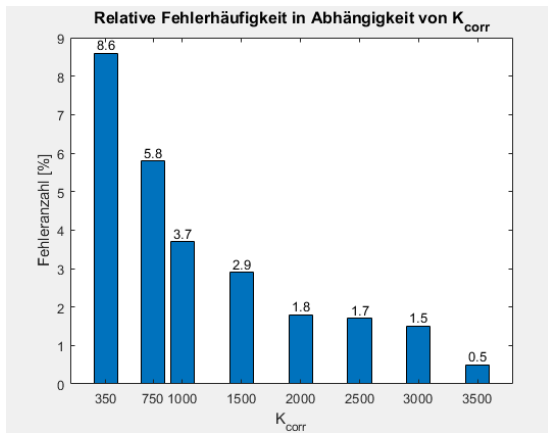


Fig. 5. Relative Fehlerquote in Abhängigkeit von K_{corr} (Start der Aufzeichnung nach 7500 Werten)

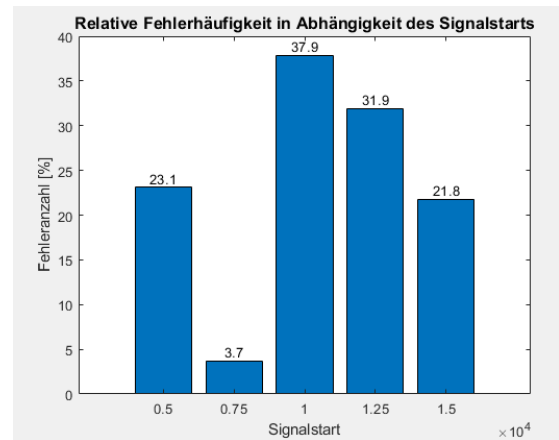


Fig. 6. Relative Fehlerquote in des Signalstarts K_{corr} (5000 Messungen mit $K_{corr} = 1000$)

yse (siehe Abbildung 4) wird deutlich, dass die Fehlerquote mit zunehmender Länge von K_{corr} abnimmt. Es wird deutlich, dass bei einer Korrelationslänge von 3500 Werten nur noch eine Fehlerquote von 0.03 Prozent erreicht wird. Mit einer weiteren Erhöhung könnte man die Fehlerquote weiter senken, allerdings würde dies die Laufzeit weiter verlängern. Betrachtet man die benötigte Laufzeit für 3500 Werte gemäß Gleichung 6 wird deutlich, hierfür bereits $36.5ms$ benötigt werden. Aufgrund des in Abbildung 1 beschriebenen Signalaufbaus wird allein eine Signalmesslaufzeit von beinahe $110ms$ benötigt, wobei die benötigte Rechenzeit noch nicht berücksichtigt wurde. Da eine noch längere Messung das Orten des Moskito unmöglich machen, da jenes nach der Berechnung stets an einem anderen Ort sein würde. Sollte keine größere Korrelationslänge als $K_{corr} = 3500$ gewählt und stattdessen lieber die angegebene Fehlerquote in Kauf genommen werden.

2) *Position des Hauptsignals:* Ein weiterer Faktor beim Signal aufbau ist der Beginn der Hauptsignale. Bei der Untersuchung dieses Parameters (siehe Abbildung 6) sticht deutlich der Signalstart bei 7500 her aus, da dort die relative Fehlerquote am geringsten ist. Wiederholt man nun die Analyse aus dem vorherigen Kapitel sind hier ebenfalls eine deutliche Verringerung der Fehlerquote zu erkennen (siehe Abbildung 5). Auch hier wird deutlich, dass die Fehlerquote mit steigender Länge des Korrelationssignals sinkt.

3) *Zusammenfassung der Untersuchung :* Abschließend lässt sich zusammenfassen, dass die berechnete Länge des Korrelationssignals deutlich zu kurz für eine akzeptable Positionsbestimmung ist. Aus der Analyse des Startwertes wird deutlich, dass die Ergebnisse stark von dem jeweiligen Signalabschnitt abhängen. Da es in der Realität das Signal des Moskito allerdings nicht statisch ist wie in der Simulation, ist diese Analyse sekundär, da die Position beim realen Signal nicht beeinflusst werden kann. Allerdings lässt diese Position gut für die Analyse des Rauscheinflusses verwenden.

Für weitere Berechnungen werden von nun an die Parameter wie folgt gewählt:

$$K_{Startwert} = 7500$$

$$K_{corr} = 3000$$

$$K_{sig} = 6000$$

G. Korrelation mit awgn Rauschen

Bis jetzt haben wir angenommen, dass das Audiosignal auf dem Weg von der Signalquelle zum Mikrophon nicht gestört wird. Nun betrachten wir den Fall mit Rauschen. Es werden nur zwei Microphone betrachtet, um das System zu vereinfachen. Wir gehen davon aus, dass wir ein Additive White Gaussian Noise (awgn) haben. Dabei handelt es sich um ein Normalverteiltes Zufallssignal mit unendlicher Bandbreite, welches auf unser Nutzsignal aufaddiert wird. Dabei ist das Rauschen auf dem Weg zu Mikrofon 1 unabhängig vom Rauschen auf dem Weg zu Mikrofon 2. Wir wollen nun untersuchen wie dieses Rauschen unser Korrelationsergebnis beeinflusst. Wichtig hierbei ist das Signal to Noise Ratio. Dies beschreibt das Verhältnis der Leistungen vom Nutzsignal zum Rauschsignal.

$$snr = \frac{P_{nutzsignal}}{P_{Rauschsignal}} [dB]$$

Mit Hilfe eines Matlab Scripts haben wir simuliert wie sich awgn Rauschen auf die Korrelation auswirkt. Wir haben die Korrelation jeweils 1000 mal für unterschiedliche snr durchlaufen lassen. Die Position der Signalquelle war jedes mal zufällig. Auf dem Schaubild (siehe Abbildung 7) ist zu sehen, dass wir bis zu einem snr von 7dB eine Fehlerquote von 0% haben. Bei einem snr von 0dB bzw. 1/1 haben wir gerade einmal eine Fehlerquote von 3%.

H. Korrelation mit awgn Rauschen im Dreidimensionalen

Was bedeutet diese Erkenntnis für unseren Dreidimensionalen Fall mit vier Mikrophenen? Dieser Frage wollen wir uns nun stellen.

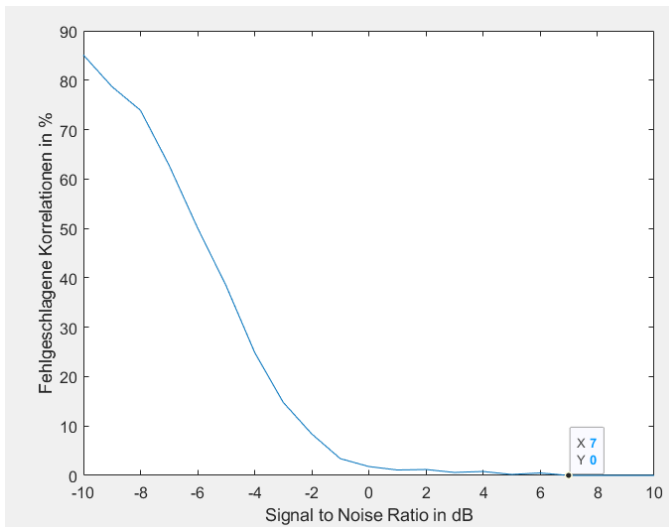


Fig. 7. Korrelation mit Rauschen

1) *Annahme:* Im Dreidimensionalen muss die Korrelation drei mal pro Positionsbestimmung durchgeführt werden mic1, mic2 und mic3 werden jeweils mit mic0 korreliert, um die Laufzeitdifferenzen zu bestimmen. Wenn man davon ausgeht, dass die Erfolgsquote der drei Korrelationen unabhängig voneinander ist sollte sich die Wahrscheinlichkeit für eine erfolgreiche Korrelation kubieren. Wenn zum Beispiel die Erfolgchancen für eine Korrelation 97% ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit für drei aufeinanderfolgende erfolgreiche Korrelationen $0.97^3 = 0.913$. Es ist also sehr wichtig, dass eine einzelne Korrelation recht zuverlässig ist.

2) *Simulation:* Um dieses System zu simulieren haben wir nun die Zeitdifferenzen aus den drei Korrelationen in das Newton Verfahren gegeben um eine berechnete Position der Signalquelle zu erhalten. Für die Simulation haben wir uns für eine Korrelationslänge von 4000 und ein Signal to Noise Ratio von 0 dB entschieden. In diesem Prozess können nun zwei mögliche Fehler auftreten. Wenn bei der Korrelation der Falsche Hochpunkt gewählt wird, dann Resultiert das in einem berechnetem Punkt der Schallquelle, welcher meist weit außerhalb des möglichen Raumes. Es ist, wie im ersten Praktikumsversuch schon beschrieben, auch möglich, dass das Newtonverfahren keine Nullstelle findet.

3) *Interpretation des Ergebnisses:* Bei den von uns bestimmten Parametern und dem willkürlich auf 0 dB festgelegtem SNR hat das Moskito noch etwas Überlebenschance. jedes zehnte mal schießen wir komplett daneben. Falls die Korrelation und das Newton verfahren erfolgreich waren, sind wir auf ungefähr 5 mm genau. Ein durchschnittliches Moskito ist 6 mm lang und 2 mm breit. Wir werden also häufiger daneben schießen, als wir treffen. Dies ist jedoch in Ordnung, da wir nur einmal treffen müssen.

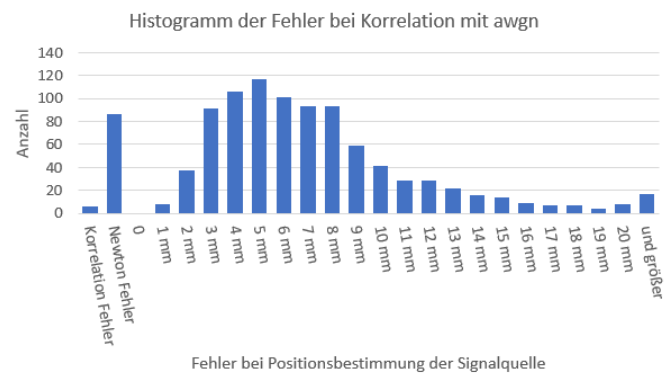


Fig. 8. Korrelation mit Rauschen im Dreidimensionalen, Histogramm zu 1000 Simulationen