# Matemáticas I
# Sistemas de ecuaciones y sus métodos de solución

| Unidad 3 | Ecuaciones lineales |
|---|---|

Técnicas de resolución

- Método de igualación
- Método de sustitución
- Método de igualación
- Determinantes.

**<u>Técnicas de resolución</u>**

### 1) Resolución por igualación

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

Esto significa, encontrar el valor de ambas variables que permiten solucionar simultáneamente las ecuaciones que conforman el sistema

Despejamos una de las dos variables en las dos ecuaciones, con lo cual tenemos un sistema equivalente (en este caso elegimos y):

$$\begin{cases} y = \dfrac{22 - 4x}{3} \\ y = \dfrac{18 - 2x}{5} \end{cases}$$

Recordamos que al tener dos ecuaciones, si los primeros miembros son iguales los segundos también lo son, por lo tanto:

$$\frac{22 - 4x}{3} = \frac{18 - 2x}{5}$$

Luego:

$$\begin{aligned} 5(22 - 4x) &= 3(18 - 2x) \\ 110 - 20x &= 54 - 6x \\ -20x + 6x &= 54 - 110 \\ -14x &= -56 \\ x &= \frac{-56}{-14} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos la segunda):

$$y = \frac{18 - 2(4)}{5}$$

Operamos para hallar el valor de y:

$$y = \frac{18 - 8}{5}$$

$$y = \frac{10}{5}$$

**y=2**

Verificamos, en ambas ecuaciones, para saber si realmente (x ; y) = (4;2):

$$\begin{aligned} 4(4)+3(2)[=]22 &\qquad 2(4)+5(2)[=]18 \\ 16+16[=]22 &\qquad 8+10[=]18 \\ 22 = 22 &\qquad 18 = 18 \end{aligned}$$

Ahora sí, podemos asegurar que **x= 4 e y = 2**

Realice este mismo ejemplo despejando x al comienzo y reemplazando en las dos ecuaciones.

### 2) Resolución por sustitución.

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} 4x+3y=22 \\ 2x+5y=18 \end{cases}$$

Despejamos una de las variables en una de las ecuaciones (en este caso elegimos y en la primera ecuación):

$$y=\frac{22-4x}{3}$$

Y la reemplazamos en la otra ecuación:

$$2x+5\left(\frac{22-4x}{3}\right)=18$$

Operamos para despejar la única variable existente ahora:

$$\begin{aligned} 2x+\frac{110-20x}{3}&=18 \\ 2x+\frac{110}{3}-\frac{20x}{3}&=18 \\ 2x-\frac{20x}{3}&=18-\frac{110}{3} \\ -\frac{14x}{3}&=-\frac{46}{3} \\ 14x&=56 \\ x&=\frac{56}{14} \\ \mathbf{x}&=\mathbf{4} \end{aligned}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos arbitrariamente la primera):

$$\begin{aligned} 4(4)+3y&=22 \\ 16+3y&=22 \\ 3y&=22-16 \\ 3y&=6 \\ y&=\frac{6}{3} \\ \mathbf{y}&=\mathbf{2} \end{aligned}$$

Hallamos la respuesta x=4, y = 2, obviamente igual que en el caso anterior. No verificaremos, dado que ya sabemos que esta respuesta es correcta.

Realice este mismo ejemplo despejando x al comienzo.

**3) Resolución por suma y resta**

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} 4x+3y=22 \\ 2x+5y=18 \end{cases}$$

El objetivo es eliminar una de las incógnitas, dejándolas inversas aditivas, sabiendo que una igualdad no cambia si se la multiplica por un número.
También sabemos que una igualdad no se cambia si se le suma otra igualdad.

Si se quiere eliminar la x, ¿por qué número debo multiplicar a la segunda ecuación, para que al sumarla a la primera se obtenga cero?
La respuesta es -2. Veamos:

$$\begin{aligned} 4x+3y &= 22 \\ (-2)\rightarrow \quad 2x+5y &= 18 \end{aligned}$$

Con lo que obtenemos:

$$\begin{aligned} 4x+3y &= 22 \\ -4x-10y &= -36 \end{aligned}$$

Y la sumamos la primera obteniéndose:

$$-7y = -14$$

$$\mathbf{y = 2}$$

Reemplazar el valor obtenido de y en la primera ecuación:

$$\begin{aligned} 4x+3(2) &= 22 \\ 4x+6 &= 22 \end{aligned}$$

Y finalmente hallar el valor de x:

$$\begin{aligned} 4x &= 22-6 \\ 4x &= 16 \\ x &= \frac{16}{4} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Ejercicio: Resuelve por este método:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}y = 4 \\ 4x + 8y = 40 \end{cases}$$

**4) Resolución por determinante**

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad \text{e} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Resolvamos el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 18 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{110 - 54}{20 - 6} = \frac{56}{14} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 22 \\ 2 & 18 \end{vmatrix}}{14} = \frac{72 - 44}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

El punto de intersección de las rectas dadas es {(4, 2)}

Resuelve, por determinantes:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 4x - 3y = -10 \end{cases}$$