Cuando la base 10 está elevada a una potencia negativa, el resultado es igual a recorrer hacia la izquierda el punto decimal a partir del número 1, tantas veces como señale la potencia negativa.

Conversión de notación decimal a científica

Para representar un número pequeño en notación científica, el punto decimal se recorre a la derecha y la potencia queda negativa; el exponente se determina tomando cuantos lugares el punto se recorrió.

Ejemplo 18

$0.000156 = 1.56 \times 10^{-4}$, ya que el punto se recorrió 4 lugares a la derecha.

$0.0000982 = 9.82 \times 10^{-5}$, ya que el punto se recorrió 5 lugares a la derecha.

$0.00000023 = 2.3 \times 10^{-7}$, ya que el punto se recorrió 7 lugares a la derecha.

$0.000000006392 = 6.392 \times 10^{-9}$, ya que el punto se recorrió 9 lugares a la derecha.

Como observarás, en la notación científica únicamente queda un número entero a la izquierda del punto decimal y varios números a la derecha del punto.

Para representar en notación científica un número grande o con muchos ceros, el punto decimal (que no se escribe, pero está hasta la derecha de la cantidad) se recorre a la izquierda tantos lugares como indica la potencia y la potencia queda positiva.

Ejemplo 19

$30000 = 3 \times 10^{4}$, ya que el punto se recorrió 4 lugares a la izquierda.

$4'500,000 = 4.5 \times 10^{6}$, ya que el punto se recorrió 5 lugares a la izquierda.

$820000000 = 8.2 \times 10^{8}$, ya que el punto se recorrió 8 lugares a la izquierda.

$93,600'000,000 = 9.36 \times 10^{10}$, ya que el punto se recorrió 10 lugares a la izquierda.

Conversión de notación científica a decimal

Para pasar un número de notación científica a decimal, si la potencia es negativa el punto se recorre a la izquierda y se agregan ceros a la izquierda.

Ejemplo 20

5.3×10^{-4} = .0005.3 = 0.00053, ya que el punto se recorrió 4 lugares a la izquierda y se agregaron 3 ceros.

8.13×10^{-6} = .000008.13 = 0.00000813, ya que el punto se recorrió 6 lugares a la izquierda y se agregaron 5 ceros.

3×10^{-8}= .00000003 = 0.00000003, ya que el punto se recorrió 8 lugares a la izquierda y se agregaron 7 ceros.

Si la potencia es positiva el punto se recorre y se agregan ceros a la derecha.

Ejemplo 21

7×10^{4} = 70000. = 70,000, ya que el punto se recorrió 4 lugares a la derecha y se agregaron 4 ceros.

5.6×10^{5} = 5.60000 = 560,000, ya que el punto se recorrió 5 lugares a la derecha y se agregaron 4 ceros.

8.97×10^{7}= 8.9700000 = 89’700,000, ya que el punto se recorrió 7 lugares a la derecha y se agregaron 5 ceros.

Suma y resta de cantidades en notación científica

Cuando se suman o restan cantidades en notación científica, las potencias de 10 deben ser iguales, tomando como factor común la potencia de 10 y sumando o restando los coeficientes.

Ejemplo 22

Sumar $8.3 \times 10^4 + 9.1 \times 10^4$

Solución

Se toma como factor común la potencia de 10^4 y se suman los coeficientes:
$10^4(8.3 + 9.1) = 17.4 \times 10^4$

Sumar $3.45 \times 10^6 + 5.7 \times 10^6$

Solución

Se toma como factor común la potencia de 10^6 y se suman los coeficientes:
$10^6(3.45 + 5.7) = 9.15 \times 10^6$

Ejemplo 23

Restar $7.4 \times 10^5 – 2.8 \times 10^5$

Solución

Se toma como factor común la potencia de 10^5 y se restan los coeficientes:
$10^5(7.4 – 2.8) = 4.6 \times 10^5$

Restar $6.54 \times 10^7 – 3.28 \times 10^7$

Solución

Se toma como factor común la potencia de 10^7 y se restan los coeficientes:
$10^7(6.54 – 3.28) = 3.26 \times 10^7$

Cuando las potencias de 10 son diferentes, hay que expresar las cantidades en la misma potencia para que se puedan sumar o restar, como podremos ver en los ejemplos de la siguiente página.

Ejemplo 24

Sumar $6.2 \times 10^6 + 4.59 \times 10^7$
Puede haber dos posibles formas de solucionar:

Solución 1

Se pasa el 6.2×10^6 como potencia de 10^7 para poderlo tomar como factor común

$6.2 \times 10^6 = 0.62 \times 10^7$
$10^7(0.62 + 4.59) = 5.21 \times 10^7$

Solución 2

Se pasa el 4.59×10^7 como potencia de 10^6 para poderlo tomar como factor común

$4.59 \times 10^7 = 45.9 \times 10^6$
$10^6(6.2 + 45.9) = 52.1 \times 10^6$

Ejemplo 25

Restar $8.5 \times 10^8 – 2.9 \times 10^7$
Puede haber 2 posibles formas de solucionar:

Solución 1

Se pasa el 8.5×10^8 como potencia de 10^7 para poderlo tomar como factor común

$8.5 \times 10^8 = 85 \times 10^7$
$10^7(85 – 2.9) = 82.1 \times 10^7$

Solución 2

Se pasa el 2.9×10^7 como potencia de 10^8 para poderlo tomar como factor común

$2.9 \times 10^7 = 0.29 \times 10^8$
$10^8(8.5 - 0.29) = 8.21 \times 10^8$

Multiplicación con notación científica.

Se multiplican primero los coeficientes, y para las potencias de 10 se aplica la ley de los exponentes de la multiplicación, la cual explica que cuando la base es la misma, los exponentes se suman algebraicamente: $(x^m)(x^n) = x^{m+n}$, por lo tanto, en potencias de 10 se aplica como $(10^m)(10^n) = 10^{m+n}$

Ejemplo 26

Multiplicar 450,000 x 9’200,000
Solución
Se convierten primero las cantidades a notación científica
$450,000 = 4.5 \times 10^5$ $9’200,000 = 9.2 \times 10^6$
Ahora se multiplican los coeficientes $4.5 \times 9.2 = 41.4$
Se suman los exponentes de las potencias de 10 $(10^5)(10^6) = 10^{5+6} = 10^{11}$.
Por lo que el resultado es $41.4 \times 10^{11} = 4.14 \times 10^{12}$

Multiplicar 30,000 x 27’400,000
Solución
Se convierten primero las cantidades a notación científica
$30,000 = 3 \times 10^4$ $27’400,000 = 2.74 \times 10^7$
Ahora se multiplican los coeficientes $3 \times 2.74 = 8.22$
Se suman los exponentes de las potencias de 10 $(10^4)(10^7) = 10^{4+7} = 10^{11}$.
Por lo que el resultado es 8.22×10^{11}.

Multiplicar $(3.8 \times 10^{4})(5.3 \times 10^{6})$
Solución
Se multiplican los coeficientes $3.8 \times 5.3 = 20.14$
Se suman los exponentes de las potencias de 10 $(10^{4})(10^{6}) = 10^{4+6} = 10^{10}$.
Por lo que el resultado es $20.14 \times 10^{10} = 2.014 \times 10^{11}$.

Multiplicar $(5.2 \times 10^{-3})(4.9 \times 10^{-4})$
Solución
Se multiplican los coeficientes $5.2 \times 4.9 = 25.48$
Se suman los exponentes de las potencias de 10 $(10^{-3})(10^{-4}) = 10^{-3-4} = 10^{-7}$.
Por lo que el resultado es $25.48 \times 10^{-7} = 2.548 \times 10^{-6}$.

División con notación científica

Se dividen primero los coeficientes, y para las potencias de 10 se aplica la ley de los exponentes de la división, la cual explica que cuando la base es la misma, los exponentes se restan algebraicamente: $x^{m} / x^{n} = x^{m-n}$, que en potencias de 10 aplica como $10^{m} / 10^{n} = 10^{m-n}$

Ejemplo 27

Dividir $840{,}000 \div 3{,}000$
Solución:

Se convierten primero las cantidades a notación científica
$840{,}000 = 8.4 \times 10^{5}$ $3000 = 3 \times 10^{3}$

Ahora se dividen los coeficientes $\frac{}{3} = 2.8$

Se restan los exponentes de las potencias de 10 $\frac{10^{5}}{10^{3}} = 10^{5-3} = 10^{2}$

Por lo que el resultado es 2.8×10^{2}

Dividir $9.35 \times 10^{13} \div 1.7 \times 10^{6}$
Solución
Se dividen los coeficientes $\frac{9.35}{1.7} = 5.5$

Se restan los exponentes de las potencias de 10 $\frac{10^{13}}{10^{6}} = 10^{13-6} = 10^{7}$

Por lo que el resultado es 5.5×10^{7}

Dividir $8.64 \times 10^{12} \div 1.8 \times 10^{-4}$
Solución
Se dividen los coeficientes $\frac{64}{1.8} = 4.8$

Se restan los exponentes de las potencias de 10 $\frac{10^{12}}{10^{-4}} = 10^{12-(-4)} = 10^{16}$

Por lo que el resultado es 4.8×10^{16}

Instrumentos de medición

Para este tema es importante recordar lo que significa medir:

Medir: es comparar una magnitud con otra de la misma especie, que de manera arbitraria o convencional se toma como base, unidad o patrón de medida.
(Pérez, 2013: 20)

Existen diferentes procedimientos para medir cantidades:

Contar	Medición	Medición indirecta
Consiste en determinar el número de elementos de un conjunto de objetos para proporcionar una medida exacta. Por ejemplo contar los alumnos que están dentro de un salón, el número de huevos que hay en un kilogramo.	Se realiza comparando un objeto con una unidad de medida patrón o estándar, utilizando para ello un instrumento de medición. Por ejemplo, para medir la estatura de un niño se hace con una cinta métrica o flexómetro, el peso de una fruta se hace en una balanza.	Aquella al realizar la medición de una variable, se puede calcular otra distinta, por la que estamos interesados. Por ejemplo, si queremos medir la altura de un edificio muy alto, se coloca un objeto paralelo a él y se miden las sombras tanto del edificio como del objeto, obteniendo la relación de uno y otro.

Actualmente sabemos que al momento de medir un objeto que es alterado o deformado en sus dimensiones, éstas se modifican.

Para disminuir estos errores inevitables en las mediciones nos apoyamos en la matemática estadística y en la teoría del error.

La incertidumbre en el proceso de medición (Álvarez, M. et al, 2011)

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- La naturaleza de la magnitud.
- El instrumento de medición.
- El observador.
- Las condiciones externas.

Cada factor es una fuente de incertidumbre e influye en la incertidumbre total de la medida, por eso la tarea de saberlas detectar y evaluar, requiere de varios conocimientos de la medición

En principio, es posible clasificar las fuentes de incertidumbre en dos conjuntos, como menciona Cuéllar (2013):

Errores circunstanciales o aleatorios	Resultan de factores inciertos y causan que las medidas sucesivas obtenidas se dispersen aleatoriamente alrededor de la medida real.
Errores sistemáticos	Se presentan de manera regular o constante en todas las lecturas de una cantidad física determinada y que siempre son mayores o menores que la medida real.

La exactitud de una medición también depende de la persona que la realiza, por lo que es necesario que, para medir correctamente con cualquier instrumento, se observe la escala de frente y la altura de los ojos para evitar el error de paralaje, que es el que se presenta cuando hay un cambio aparente de posición de un objeto mientras es observado desde diferentes ángulos.

Cuando se hace una medición, el resultado puede considerarse con precisión y exactitud que no son lo mismo:

Exactitud	Precisión
Se refiere a la proximidad entre el valor medido y el valor “verdadero” del objeto. Así pues, una medición es más exacta cuanto más pequeño es el error de medida.	Es el grado de certeza entre los valores medidos de un mismo objeto, en mediciones repetidas y en condiciones especificadas. Suele expresarse numéricamente mediante medidas de dispersión tales como la desviación estándar o la varianza.

Errores en la medición

Error absoluto

Es la diferencia entre el valor medido y el valor promedio (Pérez, 2013), y se debe expresar de la siguiente manera:

$M = m \pm \Delta m$ donde:
M = representación de la medida.
m = valor más probable de la medición (valor promedio).
Δm = intervalo de incertidumbre (error absoluto).

• El valor promedio (m) se calcula sumando todas las mediciones y dividiendo su resultado entre el número de mediciones realizadas (al igual que calculas tu promedio de calificaciones).
• El error absoluto (Δm) se calcula sumando los valores absolutos de las desviaciones medias, es decir, primero se resta cada medición menos el valor promedio.

Error relativo

Se obtiene dividiendo el error absoluto entre el valor promedio, esto es: $Er = \Delta m/m$

Error porcentual

Se obtiene multiplicando el error relativo por 100 para que se exprese en %, esto es:
$Ep = Er \times 100$

Ejemplo 28

Al medir 6 veces la longitud de un palo de escoba se obtuvieron las siguientes medidas: 1.56 m, 1.58 m, 1,55 m, 1.59 m, 1.57 m, 1.60 m
Determina:

a) El valor más probable de la longitud del palo de escoba.

Se procede a calcular la media o promedio.

$$m = \frac{1.56+1.58+1.55+1.59+1.57+1.60}{6} = \frac{9.45}{6} = 1.575$$

Por tanto, el valor más probable redondeado a 2 cifras (porque las mediciones se hicieron con 2 cifras) es m = 1.58 m (recuerda que en el redondeo si la última cifra significativa es 5 o mayor, la cifra anterior sube; si es 4 o menor se queda igual).

b) El error absoluto de la medida.

Se determinan las desviaciones absolutas de cada medida (recuerda que las barras horizontales | | significan valor absoluto, que es siempre el valor positivo del resultado).

$|1.56 - 1.58| = |-0.02| = 0.02$
$|1.58 - 1.58| = |0| = 0$
$|1.55 - 1.58| = |-0.03| = 0.03$
$|1.59 - 1.58| = |0.01| = 0.01$
$|1.57 - 1.58| = |-0.01| = 0.01$
$|1.60 - 1.58| = |0.02| = 0.02$

$\Delta m = \frac{0.02+0+0.03+0\ 01+0.01+0.02}{6} = \frac{0\ 09}{6} = 0.015$

Por lo tanto, el valor más probable redondeado a 2 cifras (porque las mediciones se hicieron con 2 cifras) es $\Delta m = 0.02$ m

c) La longitud del palo de escoba se debe expresar así:

$M = m + \Delta m$
$M = 1.58 \pm 0.02$ m
Lo que indica que estará entre 1.58 – 0.02 = 1.56 y 1.58 + 0.02 = 1.60 m, es decir, la medida del palo de escoba estará entre 1.56 y 1.60 m

d) El error relativo de la medida

Se divide el error absoluto entre el valor más probable
$E_r = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0.02}{1.58} = 0.0126 \qquad E_r \quad 0.0126$

e) El error porcentual

Se multiplica el error relativo por 100
$E_p = E_r \times 100$
$E_p = 0.0126 \times 100 = 1.26 \qquad E_p = 1.26\ \%$
Lo que indica que hay una variación de 1.26% entre las medidas realizadas

Ejemplo 29

La Procuraduría Federal del Consumidor (Profeco), ha detectado que en las tortillerías no se están vendiendo kg completos. Inspecciona una de ellas con los siguientes resultados: 0.98 kg, 0.96 kg, 0.95 kg, 0.90 kg, 0.94 kg, 0.97 kg, 0.99 kg, 0.93 kg, 0.98 kg, 1.00 kg.

Determina:

a) El valor más probable de los kg de tortilla.

Se procede a calcular la media o promedio
$m = \frac{98+\ 96+\ 95+\ 90+\ 94+\ 97+\quad +\ 93+\ 98+1}{10} \qquad \frac{.6}{10} = 0.96$
Por lo tanto, el valor más probable es m = 0.96 kg

b) El error absoluto de la medida.

Se determinan las desviaciones absolutas de cada medida (recuerda que las barras horizontales | | significan valor absoluto, que es siempre el valor positivo del resultado).

$|0.98 - 0.96| = |0.02| \quad 0.02$
$|0.96 - 0.96| = |0.00| \quad 0.00$
$|0.95 - 0.96| = |-0.01| \quad 0.01$
$|0.90 - 0.96| = |-0.06| \quad 0.06$
$|0.94 - 0.96| = |-0.02| \quad 0.02$
$|0.97 - 0.96| = |0.01| \quad 0.01$
$|0.99 - 0.96| = |0.03| \quad 0.03$
$|0.93 - 0.96| = |-0.03| \quad 0.03$
$|0.98 - 0.96| = |0.02| \quad 0.02$
$|1.00 - 0.96| = |0.04| \quad 0.04$

Δm = $\frac{02+0+0\ 01+0\ 06+0.02+0.01+0\ 03+0.03+0\ 02+0.04}{10} = \frac{24}{10}$ = 0.024

Por lo tanto, el valor más probable redondeado a 2 cifras (porque las mediciones se hicieron con 2 cifras) es Δm = 0.02 kg

c) ¿Cómo se debe expresar el peso del kg de tortilla?

M = m + Δm
M = 0.96 ± 0.02 kg
Lo que indica que estará entre 0.96 – 0.02 = 0.94 y 0.96 + 0.02 = 0.98 kg, es decir, peso del kg de tortillas estará entre 0.94 y 0.98 kg

d) El error relativo de la medida

Se divide el error absoluto entre el valor más probable.
$E_r = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0.02}{0.98} = 0.0204 \qquad E_r = 0.0204$

e) El error porcentual

Se multiplica el error relativo por 100.
$E_p = E_r \times 100 \quad E_p = 0.0204 \times 100 = 2.04 \quad E_p = 2.04\ \%$
Lo que indica que hay una variación de 2.04% entre las medidas realizadas.

Después de revisar este tema, podemos comprender mejor la función de los instrumentos de medición, que nos ayudan a identificar y comparar magnitudes físicas.

Los instrumentos más utilizados en el mundo científico y comercial son:

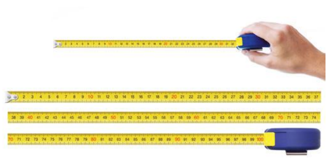
Instrumentos para medir masa

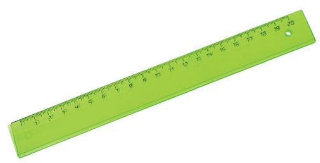

Balanza granataria


Balanza Romana


Balanza digital

Instrumentos para medir longitud


Cinta métrica


regla graduada


Vernier

Instrumentos para medir tiempo


Reloj de arena


Cronómetro


Reloj de mano

Para medir volúmenes:

• Pipeta
• Probeta
• Bureta
• Matraz aforado

Para medir otras magnitudes:

• Colorímetro
• Microscopio
• Sismógrafo
• pHmetro (mide el pH)
• Luxómetro (mide el nivel de iluminación)
• Sonómetro (mide niveles de presión sonora)
• Dinamómetro (mide la fuerza)

Para medir propiedades eléctricas:

• Electrómetro (mide la carga)
• Amperímetro (mide la corriente eléctrica)
• Galvanómetro (mide la corriente)
• Óhmetro (mide la resistencia)
• Voltímetro (mide la potencia)
• Multímetro (mide todos los valores anteriores)

Vectores

Vector: representación de una magnitud física que tiene un origen, magnitud, dirección y sentido. Se representa con una letra mayúscula A o con una flecha encima $\vec{A}$.

Una magnitud escalar es aquella que queda definida por un número y la unidad (Gutiérrez, 2010). Por ejemplo: la masa, el tiempo, la longitud, la densidad, el potencial eléctrico, el área, el volumen, la temperatura. Y que se representan así: 58 kg, 45 min, 1.65 m, 1.5 g/cm , 120 V, 25 m , 3 lt, 8º C

Estas cantidades escalares obedecen las reglas de las operaciones aritméticas, como en los siguientes ejemplos:

Ejemplo 30

Sumar 8.5 m y 6 m	Restar 23 g de 58 g	Multiplicar 1.5 m y 0.8 m
Solución	**Solución**	**Solución**
8.5 m + 6 m = 14.5 m	58 g – 23 g = 35 g	1.5 m x 0.8 m = 1.2 m^2

Las magnitudes vectoriales son aquellas que, además de magnitud, tienen dirección y sentido. Por lo tanto, este tipo de cantidades, se utilizan para cuando se requiere conocer la dirección en que se mueve y el sentido del giro.

Por ejemplo: el desplazamiento de un auto que viaja 590 km al norte, viajar en una motocicleta a una velocidad de 100 km/h hacia Acapulco, un objeto que cae debido a la aceleración de la gravedad a 9.81 m/s^2 , levantar un objeto de 23 N

Ejemplo 31

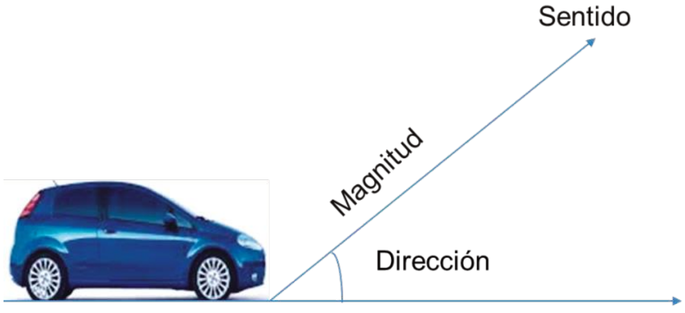
Si decimos que un auto está situado a 20 m del centro de una ciudad y queremos conocer dónde se encuentra después de un determinado tiempo, la información es incompleta, ya que el auto pudo haber tomado infinidad de direcciones.

Para saber su localización exacta, debemos conocer:

1. La magnitud del desplazamiento (20 m).

2. La dirección del desplazamiento (por ejemplo, en línea recta formando un ángulo de 60º respecto de la horizontal).

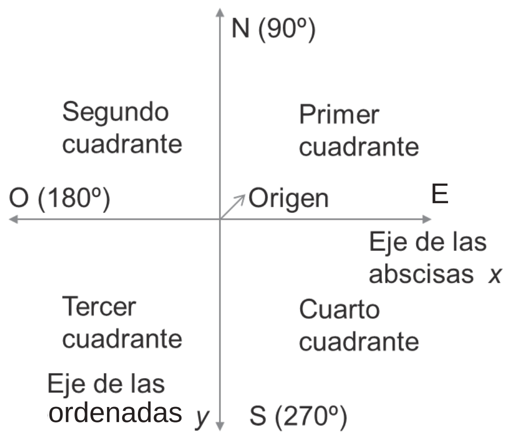
3. El sentido del desplazamiento (por ejemplo, hacia el sur o el este).



Los vectores se pueden representar gráficamente como una flecha a una escala determinada. La longitud de la flecha representará la magnitud del vector, el ángulo respecto de la horizontal corresponderá a la dirección y la punta será el sentido.

Para efectos prácticos, se utiliza como sistema de referencia el plano cartesiano, estudiado en Matemáticas III.

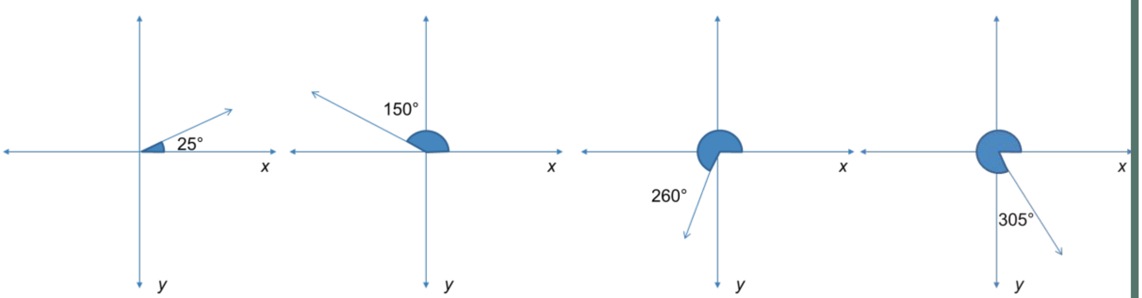
El plano cartesiano está dividido en cuatro partes llamadas cuadrantes, que se enumeran de la siguiente manera:



Los cuadrantes siempre van enumerados en sentido contrario a las manecillas del reloj, comenzando con el de la parte superior derecha, que servirá de referencia para la dirección de la medida de los ángulos. El eje horizontal o eje de las abscisas es el eje x, y el eje vertical o eje de las ordenadas es el eje y. También es útil guiarnos con los puntos cardinales norte (N), sur (S), este (E) y oeste (O), indicados en el plano cartesiano.

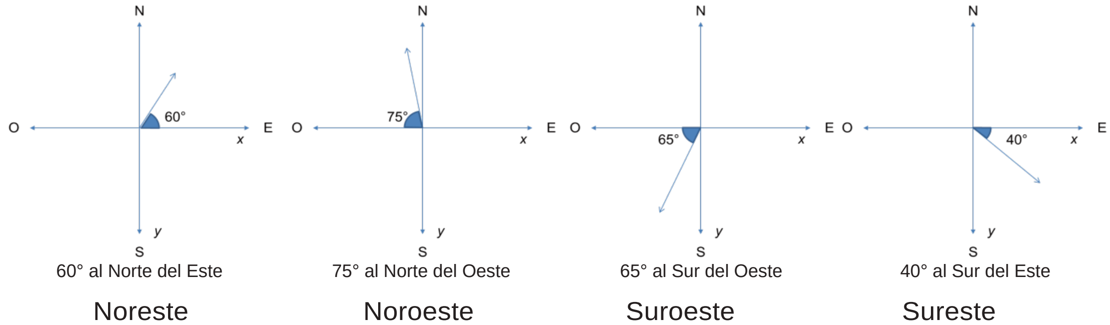
Ejemplo 32

Observa los siguientes trazos, donde se indica sólo el ángulo:

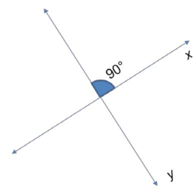


Ejemplo 33

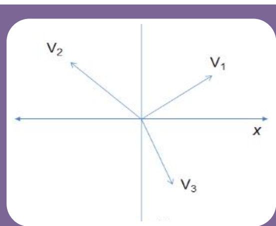
Cuando se indique la dirección de un vector en relación a los puntos cardinales, tomamos la primera expresión para la dirección y la segunda para el sentido, como sigue:

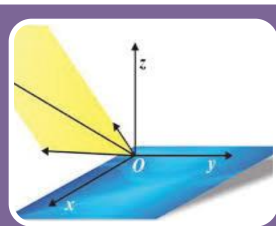


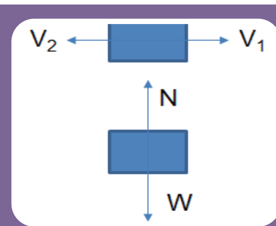
Los ejes pueden estar también orientados en otras direcciones, pero conservando siempre el principio de perpendicularidad entre ellos, es decir, formar siempre un ángulo de 90º.

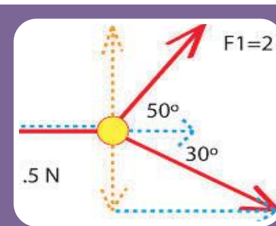


Clasificación de los sistemas vectoriales









Absoluto	No coplanares	Colineales	Concurrentes
Todas las líneas de acción que lo forman se encuentran en el mismo plano.	Las líneas de acción se encuentran en diferentes planos (está en 3 planos x, y, z).	Todas las líneas de acción que lo forman se encuentran sobre una misma línea de acción.	Todas las líneas de acción que lo forman concurren en un mismo punto.

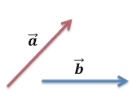
Métodos gráficos de solución para suma de vectores

Método del triángulo

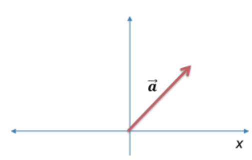
Los vectores se trasladan sin cambiar sus propiedades de tal forma que la punta de la flecha de uno se conecte con el origen del otro. El vector resultante se representa por la flecha que une la punta libre con el origen libre y entonces se forma un triángulo que se representa con la letra R.

Ejemplo 34

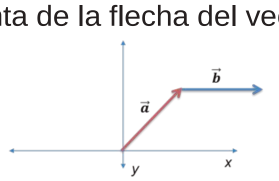
1. Se utilizan los vectores originales $\vec{a}$ y $\vec{b}$.



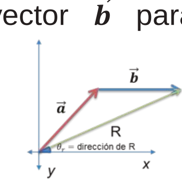
2. Se posiciona el vector $\vec{a}$ en el origen.



3. Se traza el vector $\vec{b}$ a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{a}$.



4. Se une el origen con la punta de la flecha del vector $\vec{b}$ para formar el resultante.



Se mide la distancia entre el origen y la punta de la flecha de ***b*** y ésa es la medida del desplazamiento del vector resultante. La distancia recorrida se obtiene sumando los dos vectores.

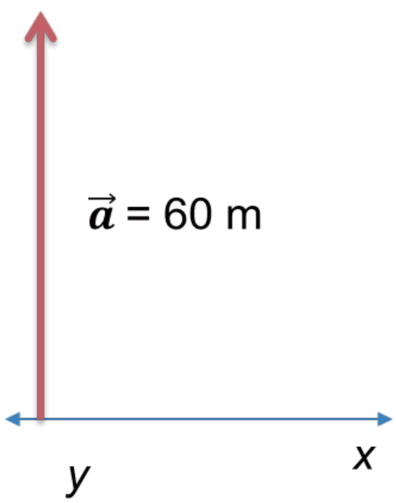
Ejemplo 35

Una persona camina 60 m al norte y luego 30 m al oeste. ¿Cuál fue su desplazamiento y qué distancia recorrió?

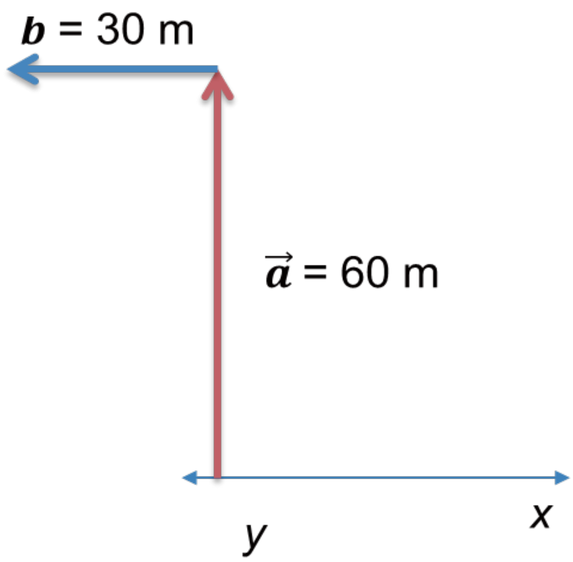
Solución

1. Se toma la escala 10 m = 1 cm

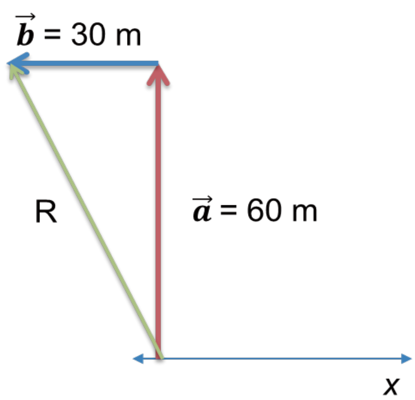
2. Se traza el desplazamiento del vector $\vec{a}$ hacia el norte (60 m = 6 cm) partiendo del origen.



3. Se traza el desplazamiento del vector $\vec{b}$ al oeste (30 m = 3 cm) a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{a}$.



4. Se traza la resultante a partir del origen y hasta llegar a la punta de la flecha del vector $\vec{b}$, y se mide el vector resultante, con un desplazamiento de R = 6.7 cm o R = 67 m.



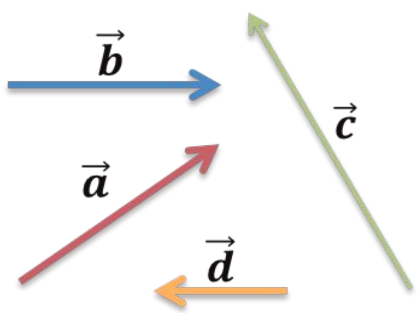
La distancia que recorrió esta persona fue de 60 m + 30 m = 90 m

Método del polígono

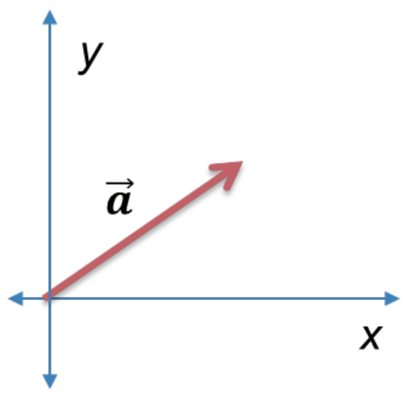
Este método es simplemente la extensión del método del triángulo. Es decir, dibujan los vectores para colocar la "punta" del uno con el "origen" del otro (en "trenecito") y la resultante es el vector que cierra el polígono desde el "origen" libre hasta la "punta" libre (cerrar con un "choque de cabezas"). Nuevamente el orden en que se realice la suma no interesa, pues aunque el polígono resultante tiene forma diferente en cada caso, la resultante final conserva su magnitud, dirección y sentido.

Ejemplo 36

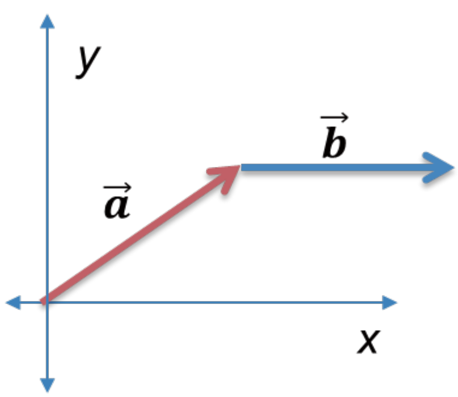
1. Se utilizan los vectores originales $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$



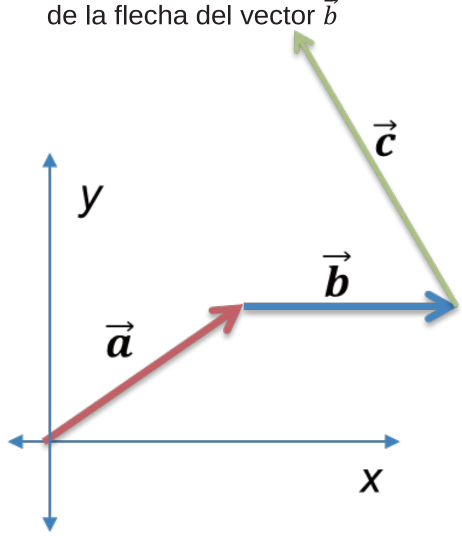
2. Se posiciona el vector $\vec{a}$ en el origen.



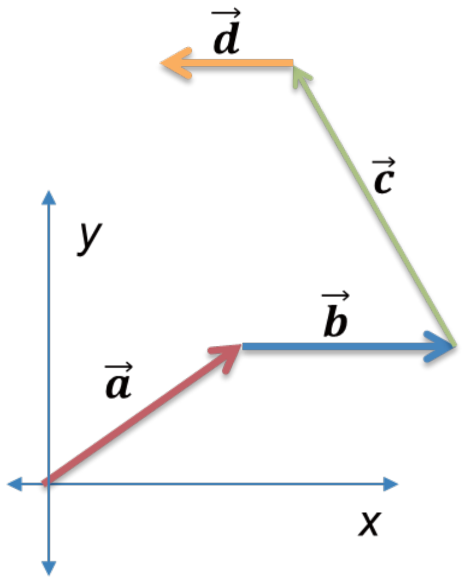
3. Se traza el vector $\vec{b}$ a partir de la punta de la flecha del vector a



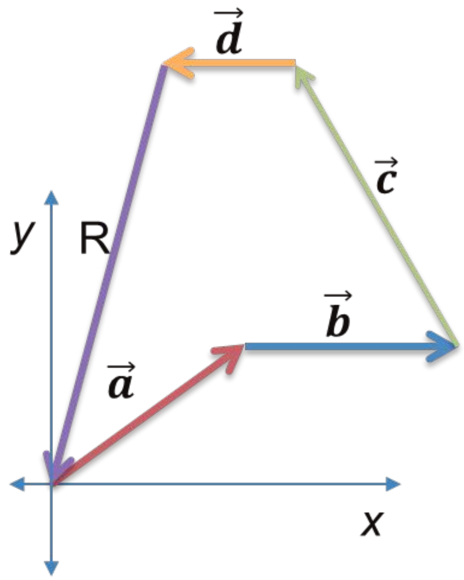
4. Se traza el vector $\vec{c}$ a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{b}$



5. Se traza el vector $\vec{d}$ a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{c}$



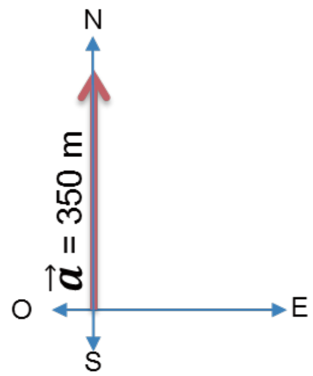
6. Se traza el vector resultante R a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{d}$



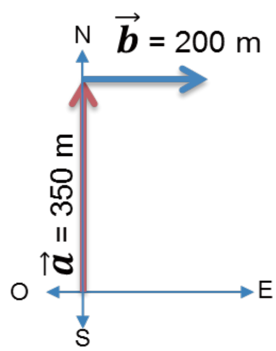
Ejemplo 37

Una persona sale a correr desde su casa, primero 350 m al norte, luego 200 m al este, 150 m al sureste y por último 100 m al sur. ¿Cuál fue la distancia total recorrida y cuál fue su desplazamiento? Toma la escala 100 m = 1 cm.

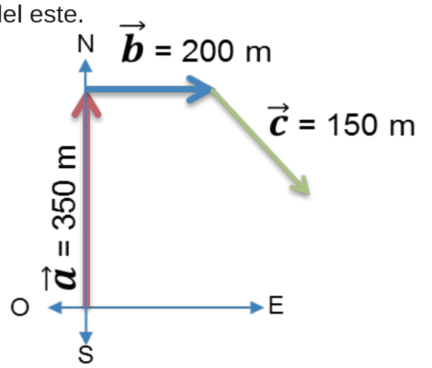
1. Se traza el vector $\vec{a}$ a partir del origen.



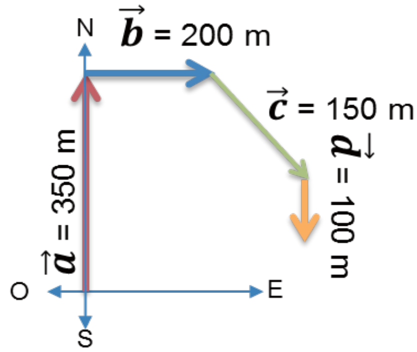
2. Se traza el vector $\vec{b}$ a partir de la punta del vector $\vec{a}$



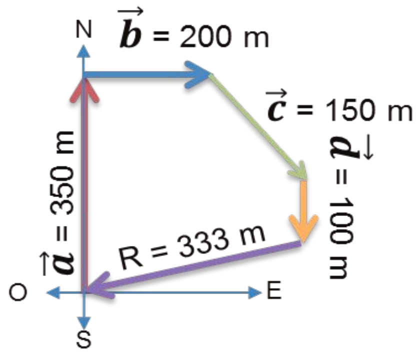
3. Se traza el vector $\vec{c}$ a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{b}$. Recuerda que el sureste es 45º al sur del este.



4. Se traza el vector $\vec{d}$ a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{c}$



5. Se traza el vector resultante R a partir de la punta de la flecha del vector $\vec{d}$



6. El vector resultante, que es el desplazamiento total, es de 333 m=3.33 cm

La distancia que recorre esta persona al caminar es de:

d = 350 m+200 m+150 m+100 m = 900 m

Distancia total recorrida = 900 m

Descomposición rectangular de vectores por métodos gráficos y analíticos

Pérez (2013) menciona que un sistema de vectores puede sustituirse por otro equivalente que contenga un número mayor o menor de vectores que el sistema considerado. Si el sistema equivalente tiene un mayor número de vectores, el procedimiento se llama descomposición. Si tiene un número menor de vectores, el procedimiento se denomina composición.

El procedimiento para determinar la suma de vectores por el método de los componentes es el siguiente:

1. Se determina el componente horizontal y vertical de cada vector.

2. Se suman las componentes horizontales para obtener un vector en la dirección horizontal, denotado por Σx. Es importante mencionar que cada componente horizontal se multiplica por el coseno del ángulo, esto es:

   $\Sigma x = (F_1 x)(\cos\alpha) + (F_2 x)(\cos\beta) + (F_3 x)(\cos\gamma) + (F_4 x)(\cos\theta) + \ldots$

   Hay que tomar en cuenta que si el vector está del lado derecho, se toma positivo, y si está del lado izquierdo se toma como negativo.

3. Se suman las componentes verticales para obtener un vector en la dirección vertical, denotado por Σy. Es importante mencionar que cada componente vertical se multiplica por el seno del ángulo, esto es:

   $\Sigma y = (F_1 y)(\text{sen}\,\alpha) + (F_2 y)(\text{sen}\,\beta) + (F_3 y)(\text{sen}\,\gamma) + (F_4 y)(\text{sen}\,\theta) + \ldots$

   Hay que tomar en cuenta que si el vector está del lado superior, se toma positivo, y si está del lado inferior se toma como negativo.

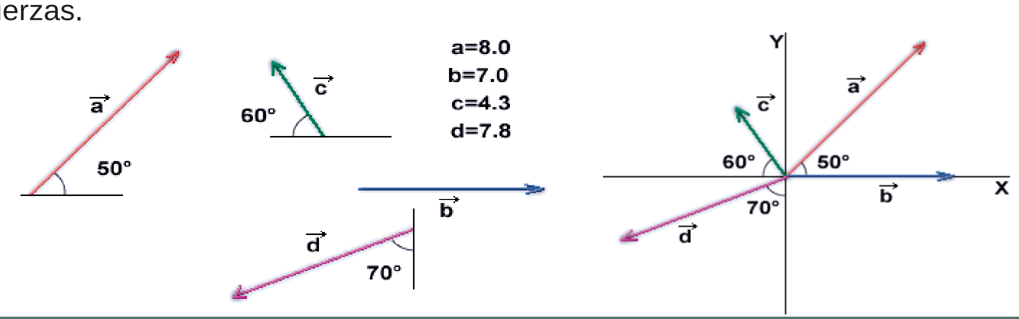
4. Para encontrar analíticamente la magnitud de la resultante, se utiliza el Teorema de Pitágoras $R = \sqrt{(\Sigma_x)^2 + (\Sigma_y)^2}$

5. El ángulo se determina por $\theta = \tan\left(\frac{\Sigma_y}{\Sigma_x}\right)$ y se forma con respecto al eje x.

"La dignidad de la ciencia misma parece exigir que todos los medios sean explorados para que la solución de un problema se dé en forma elegante y célebre."
-Carl Friedrich Gauss

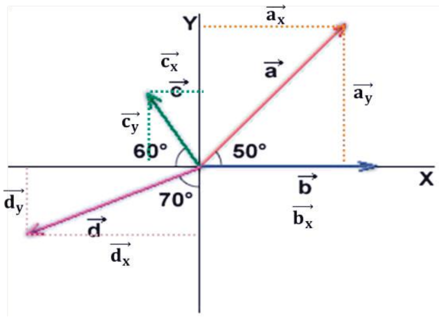
Ejemplo 38

Calcula la magnitud y dirección del vector resultante del siguiente sistema de fuerzas.



Solución

1. Se determinan las componentes horizontales y verticales de cada vector.



2. Se suman las componentes de las fuerzas horizontales.

   El vector $\vec{b}$ no tiene ángulo, por lo que se pasa igual. Para el vector $\vec{d}$ el ángulo tiene que ser con respecto al eje x, por lo que en lugar de 70º son 20º (son complementarios, sumados dan 90º)

   $\Sigma_x = (\vec{a_x})(\cos 50) + (\vec{b_x}) - (\vec{c_x})(\cos 60) - (\vec{d_x})(\cos 20)$

   $\Sigma_x = (8)(\cos 50) + 7 - (4.3)(\cos 60) - (7.8)(\cos 20)$

   $\Sigma_x = (8)(.6428) + 7 - (4.3)(0.5) - (7.8)(.9397)$

   $\Sigma_x = 2.66$

3. Se suman las componentes de las fuerzas verticales

   No se pone $\vec{b}$ porque no tiene componente vertical

   $\Sigma_y = (\vec{a_y})(\text{sen}50) + (\vec{c_y})(\text{sen}60) - (\vec{d_y})(\text{sen}20)$

   $\Sigma_y = (8)(\text{sen}50) + (4.3)(\text{sen}60) - (7.8)(\text{sen}20)$

   $\Sigma_y = (8)(.7660) + (4.3)(0.8660) - (7.8)(.3420)$

   $\Sigma_y = 7.18$

4. Se calcula el vector resultante.

   $R = \sqrt{(\boldsymbol{\Sigma_x})^2 + \boldsymbol{\Sigma_y})^2}$

   R = $\sqrt{(\mathbf{2.66})^2 + \mathbf{7.18})^2}$

   R = $\sqrt{\mathbf{7.07 + 51.55}}$

   R = $\sqrt{\mathbf{58.63}}$

   R = 7.66

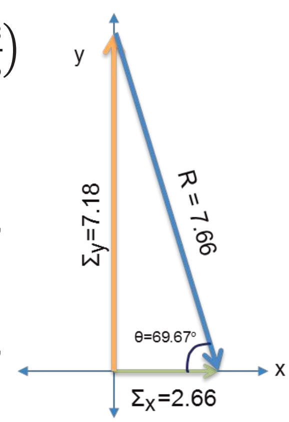
5. Se determina el ángulo.

   $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma y}{\Sigma x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{7.18}{2.66}\right)$

   $\theta = 69.67º$

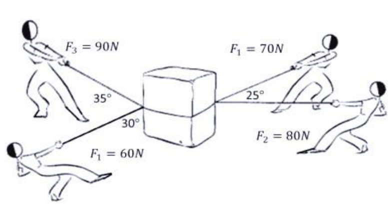
   Como Σ_x fue positiva, se representa en el eje positivo de las *x*, es decir, del lado derecho.

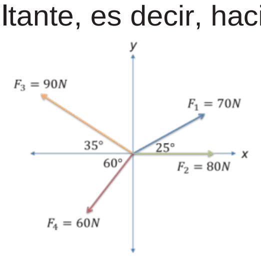
   Como Σ_y fue positiva, se representa en el eje positivo de las *y*, es decir, en la parte superior.



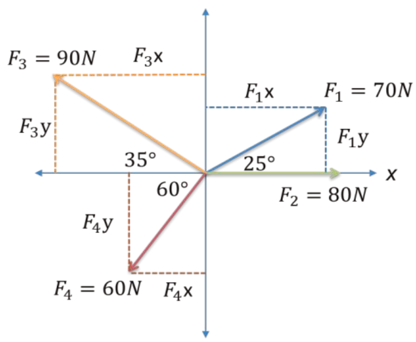
Ejemplo 39

Cuatro personas están jalando una caja, como se muestra en la figura. Determina la magnitud y dirección del vector resultante, es decir, hacia donde se moverá la caja.





1. Se determinan las componentes horizontales y verticales de cada vector.



2. Se suman las componentes de las fuerzas horizontales.

El vector $\overrightarrow{F_2}$ no tiene ángulo, por lo que se pasa igual. En el vector $\overrightarrow{F_4}$ el ángulo tiene que ser con respecto al eje x, por lo que en lugar de 30º son 60º (son complementarios, sumados dan 90º)

Σ_x=($\overrightarrow{F_1x}$)(cos25) + ($\overrightarrow{F_2x}$) – ($\overrightarrow{F_3x}$)(cos35) –($\overrightarrow{F_4x}$)(cos60)
Σ_x=(70)(cos25) + 80 – (90)(cos35) –(60)(cos60)
Σ_x = (70)(.9063) + 80 – (90)(.8192) – (60)(.5)
Σ_x = 39.72

3. Se suman las componentes de las fuerzas verticales. No se pone la F_2 porque no tiene componente en y

Σ_y=($\overrightarrow{F_1y}$)(sen25) + ($\overrightarrow{F_3y}$)(sen35) – ($\overrightarrow{F_4y}$)(sen60)
Σ_y=(70)(sen25) + (90)(sen35) – (60)(sen60)
Σ_y= (70)(.4226) + (90)(0.5736) – (60)(.8660)
Σ_y = 29.24

4. Se calcula el vector resultante.

R = $\sqrt{(\Sigma_x)^2 + (\Sigma_y)^2}$
R = $\sqrt{(39.72)^2 + \ 29.24)^2}$

R = $\sqrt{1577.68 + 854.98}$
R = $\sqrt{2432.66}$

R = 49.32 N

5. Se determina el ángulo

θ = $\tan^{-1}\left(\frac{\Sigma_y}{\Sigma_x}\right)$ = $\tan^{-1}\left(\frac{29.24}{39.72}\right)$
θ = 36.36º

Como Σ_x fue positiva, se representa en el eje positivo de las *x*, es decir, del lado derecho.
Como Σ_y fue positiva, se representa en el eje positivo de las *y*, es decir, en la parte superior.