

Leyes de la dinámica

Si quieres cambiar algo de lugar, por ejemplo, una cama, tienes que empujarla. Si quieres recoger un objeto que está en el piso, tienes que cargarlo para ponerlo sobre una mesa. Si quieres que tu bicicleta camine, tienes que pedalear. Si deseas meter un gol desde media cancha, hay que patear fuerte el balón para que llegue a la portería.

En todos los casos anteriores, y en general, siempre que desees que un cuerpo se ponga en movimiento, debes aplicarle una fuerza.



Las fuerzas son necesarias para que las cosas puedan moverse o detenerse. Por ejemplo, si quieres que se detenga un automóvil, se deben aplicar los frenos para que la fuerza de fricción entre las balatas y el tambor lo detenga; cuando un avión aterriza, el piloto echa a andar los motores al revés para que la fuerza que éstos producen lo detenga.

Una fuerza puede también causar la deformación o formación de objetos, por ejemplo si se golpea una piedra con fuerza ésta puede perder su forma, si choca un automóvil contra otro los dos pueden deformarse.



Pero las fuerzas pueden tener – además de comenzar o detener un movimiento –, otro efecto sobre las cosas, que es el de desviarlas, es decir, causar que un cuerpo en movimiento describa cierta trayectoria.

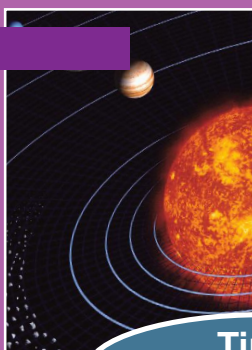
Por ejemplo, si un automóvil va viajando por una carretera en línea recta y es golpeado por una vaca, el auto se va de lado, desviándose de su trayectoria original. Los planetas giran alrededor del Sol en trayectorias elípticas debido a la fuerza de gravedad con la que éste los jala. Al lanzar un objeto hacia arriba de manera inclinada, la trayectoria que describe es una parábola, debido a la fuerza de gravedad que la Tierra atrae el objeto hacia el centro.

De acuerdo a Cuéllar (2013):

Fuerza: es aquello capaz de cambiar el estado de movimiento de un objeto o deformarlo. Y sus tipos son:

Gravitacional

Es la fuerza de atracción entre dos objetos por el hecho de tener masa. Por ejemplo las fuerzas gravitatorias de la Luna y el Sol que causan las mareas en los océanos de la Tierra.



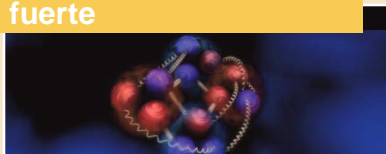
Tipos de fuerza

Electromagnético

Es la fuerza entre cargas eléctricas. Las fuerzas eléctricas existen en reposo y las fuerzas magnéticas se producen por la interacción de cargas eléctricas en movimiento. Un ejemplo es la atracción a un peine de pequeños trozos de papel después de pasar el peine por el cabello; o los relámpagos.

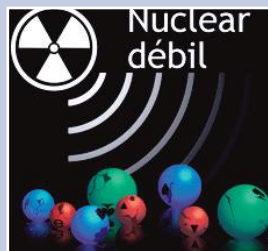


La interacción nuclear fuerte



Resulta de la interacción entre partículas subatómicas y mantiene unidas las partículas en los núcleos atómicos. Por ejemplo la explosión de la bomba de hidrógeno. Es de mayor intensidad que la fuerza electromagnética.

Nuclear débil



Resulta de la interacción entre partículas subatómicas durante algún proceso de decaimiento radiactivo. Es de menor alcance que la fuerza nuclear fuerte y de intensidad menor que la fuerza electromagnética.

Interacción de fuerzas

De acuerdo con el modo en el que interactúan las fuerzas, ésta se puede dar de dos formas:

Fuerzas a distancia

Como la fuerza gravitatoria entre cargas, debido a la interacción entre campos (gravitatorio, eléctrico, etc.) y que se producen cuando los cuerpos están separados cierta distancia unos de los otros, por ejemplo: el peso.



Se produce cuando la superficie libre de los cuerpos, entra en contacto directo.

Fuerzas por contacto

Antecedentes históricos del estudio del movimiento

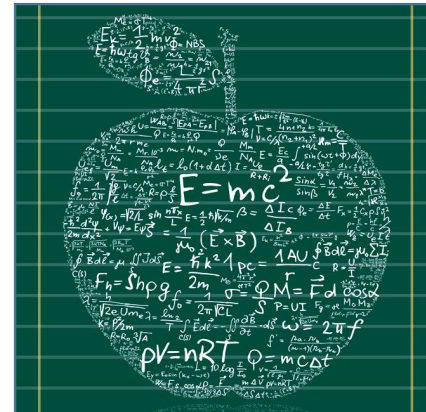
Para establecer las leyes del movimiento se tuvieron que realizar muchas observaciones y los científicos generaron ideas, las experimentaban y comprobaban para llegar a generalizaciones o conclusiones.

En el siglo **XVI**, Galileo Galilei concluyó que un objeto se detiene por la fuerza de fricción entre dos objetos, donde uno de ellos se opone al movimiento del otro. Enunció el principio de la inercia, que dice que en ausencia de la acción de fuerzas, un objeto en reposo, continuará así, y uno en movimiento se moverá en línea recta a velocidad constante.

Esta propiedad la podemos apreciar en situaciones cotidianas; por ejemplo si vamos en un auto, al arrancar, nuestro cuerpo se mueve hacia atrás, tratando de permanecer en reposo. Si el auto está en movimiento a una velocidad constante, y de repente frena, nuestro cuerpo se mueve hacia adelante, ya que trata de permanecer a la velocidad que llevaba el auto.



Un siglo después, quien culminó este trabajo aportando sus ideas y haciendo una muy buena síntesis fue el científico inglés Isaac Newton, quien estudió las leyes generales que rigen el movimiento de los objetos, observando la caída de una manzana al suelo, al establecer las relaciones entre la fuerza que provocó esta caída y la fuerza que sostiene a la Luna en su órbita alrededor de la Tierra. Plasmó sus estudios en el libro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, donde estableció las tres leyes del movimiento, también conocidas como leyes de Newton, base de lo que hoy conocemos como mecánica clásica o mecánica newtoniana, así como de ley de gravitación universal.



La fuerza como un vector

Cuando una fuerza es ejercida sobre un objeto, los efectos producidos dependen de su magnitud, dirección y sentido, por lo que se considera la fuerza como una magnitud vectorial, ya que no es lo mismo si la fuerza se aplica de manera horizontal hacia la derecha que hacia la izquierda.

La inercia

Cuando se intenta cambiar el estado de movimiento de un objeto, éste siempre se resistirá. Si queremos mover dos objetos de masa diferente, será más fácil mover el de menor masa; por ejemplo, es más fácil mover una bicicleta pequeña que un auto grande.

Asimismo, cuando ambos objetos están en movimiento, se requiere de mayor fuerza para detener al de mayor masa que al de menor masa, ya que el objeto grande presenta mayor inercia. Con esto podemos deducir que a mayor masa de un objeto mayor será la resistencia del objeto para acelerarse.

Leyes del movimiento de Newton

Para explicar las leyes del movimiento de Newton, debemos tener claridad en algunas connotaciones importantes consideradas por Gutiérrez (2010):

Primera ley	Inercia. Es la resistencia que presentan los objetos a cambiar su estado de movimiento o de reposo.
Segunda ley	Fuerza. La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa.
Tercera ley	Acción y reacción. A toda fuerza de acción le corresponde otra reacción de igual magnitud, pero de sentido contrario.

Newton postula en su primera ley, que un cuerpo no cambia por sí solo en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se aplique un conjunto de fuerzas sobre éste. Con esta ley considera que los cuerpos en movimiento están en constante fricción, que los frena progresivamente. Esto resultaba totalmente nuevo respecto a otros paradigmas que entendían que el reposo o movimiento de un cuerpo se debía solamente a una fuerza aplicada pero no a una fricción.

Para el caso del movimiento rectilíneo uniforme, no hay una fuerza externa neta, es decir, no se detiene naturalmente si no se le aplica una fuerza. Para el caso de los cuerpos que están en reposo, se toma su velocidad como cero y si ésta cambia es porque una fuerza neta ha sido aplicada sobre éste.

En su segunda ley, Newton habla de la relación entre fuerza y aceleración. Cuando una fuerza neta actúa en un cuerpo en movimiento (cuya masa puede cambiar); la fuerza modificará su estado, velocidad o dirección. Los cambios experimentados serán proporcionales a la dirección, es decir, provocan aceleración en los cuerpos.

En términos matemáticos esta ley se expresa mediante la relación:

$$F = ma$$

Donde:

F = Fuerza (medida en N – Newtons)

m = masa (medida en kg) Cantidad de materia que existe en un cuerpo

a = aceleración (m/s^2)

De aquí se define $N = kgm/s^2$

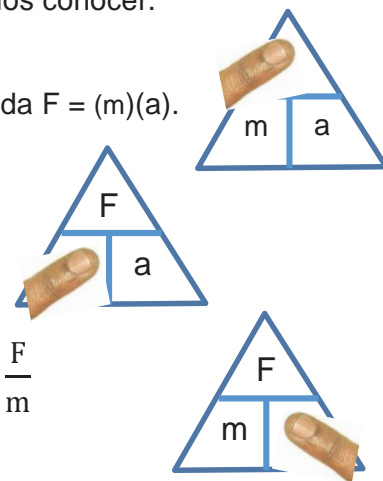
Esta fórmula la podemos poner en un triángulo para poder calcular cualquiera de las 3 variables presentes, “tapando” la variable que queramos conocer.

Por ejemplo,

Si queremos conocer la Fuerza (F), se tapa la d y queda $F = (m)(a)$.

Si queremos masa (m), se tapa la m y queda $m = \frac{F}{a}$,

Si queremos aceleración (a), se tapa la a y queda $a = \frac{F}{m}$



Peso

Peso: fuerza gravitatoria que un objeto grande (como la Tierra) ejerce sobre otro. Es una magnitud vectorial, ya que la dirección está orientada hacia el cuerpo más grande. Se representa con la letra w .

Cuando un cuerpo cae libremente hacia la superficie de la Tierra, este se acelera debido a la gravedad que la Tierra ejerce sobre él.

La fórmula para calcular el peso se debe a la 2ª Ley de Newton:

$$w = mg$$

donde g = aceleración debida a la gravedad (9.81 m/s^2)

La fórmula para calcular el peso de un objeto es:

$$w = mg$$

donde:

w = peso (N)

m = masa (kg)

g = aceleración de la gravedad

La tercera ley expone que cuando un cuerpo ejerce fuerza sobre otro, el segundo ejerce siempre sobre el primero una fuerza de igual magnitud pero de sentido contrario, por eso a cada fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción (Gutiérrez, 2010).

Por ejemplo, la acción que produce la fuerza que aplicamos cuando pateamos una pelota, ocasiona una fuerza de reacción que se manifiesta sobre nuestro pie. Un imán atrae unos clavos con la misma fuerza con las que éstos atraen al imán.

Ejemplo 1

Determina la fuerza que se necesita aplicar a un auto de 800 kg para que éste se acelere 4 m/s^2 .

Datos

$$F = ?$$

$$m = 800 \text{ kg}$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

Fórmula y despejes

$$F = ma$$

Sustitución

$$F = (800 \text{ kg})(4 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 3200 \text{ kgm/s}^2$$

Resultado: La fuerza que se aplica es de 3,200 N.

Ejemplo 2

El resultado de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo cuya masa vale 40 kg, es de 85 N. ¿Cuál es el valor de la aceleración que posee este cuerpo?

Datos

$$F = 85 \text{ N}$$

$$m = 40 \text{ kg}$$

$$a = ?$$

Fórmula y despejes

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Sustitución

$$\text{Se convierte } 1 \text{ N} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

$$a = \frac{85 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{40 \text{ kg}} = 2.125 \text{ m/s}^2$$

Resultado: La aceleración es de 2.125 m/s^2

Ejemplo 3

¿Cuál es la masa de un cuerpo si al aplicarle una fuerza de 420 N adquiere una aceleración de 8.4 m/s^2 ?

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$m = ?$	$F = ma$	Se convierte $1 \text{ N} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$
$F = 420 \text{ N}$	$m = -$	
$a = 8.4 \text{ m/s}^2$		$m = \frac{420 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{8.4 \text{ m/s}^2} = 50 \text{ kg}$

Resultado: La masa del cuerpo es de 50 kg.

Ejemplo 4

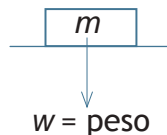
¿Qué fuerza debe ejercer el motor de un automóvil cuya masa es de 1,500 kg para aumentar su velocidad de 4.5 km/h a 40 km/h en 8 s?

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$F = ?$	$F = ma$	$v_i = \left(4.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) = 1.25 \text{ m/s}$
$m = 1500 \text{ kg}$	$a = \frac{-i}{t}$	$v_f = \left(40 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) = 11.11 \text{ m/s}$
$v_i = 4.5 \text{ km/h}$		$a = \frac{11.11 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s}} = 1.23 \text{ m/s}^2$
$v_f = 40 \text{ km/h}$		
$t = 8 \text{ s}$		$F = (1500 \text{ kg})(1.23 \text{ m/s}^2) = 1,845 \text{ kgm/s}^2$

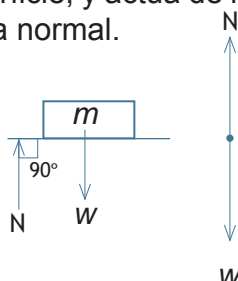
Resultado: La fuerza del motor es de 1,845 N.

La fuerza normal

Si se considera un objeto en reposo sobre una superficie horizontal, sabemos que el centro de la Tierra ejerce sobre él la fuerza gravitacional, a pesar de no tener aceleración ($a = 0$). De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza neta que actúa sobre el objeto es cero, por lo tanto, debe existir una fuerza que se oponga a la fuerza gravitacional y que actúe sobre el objeto para impedir que éste se hunda.



Esta fuerza producida por la superficie, y actúa de manera perpendicular a la superficie de contacto y se llama fuerza normal.



Por la segunda ley de Newton tenemos:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N - w = 0, \text{ o bien, } w - N = 0$$

Por lo que $N = w$

Y como $w = mg$, tenemos que $N = mg$

Ejemplo 5

Determina el peso de una persona de 55 kg.

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$w = ?$	$w = mg$	$w = (55 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$
$m = 55 \text{ kg}$		$w = 539.55 \text{ N}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$		

Resultado: El peso de la persona es de 539.55 N.

Ejemplo 6

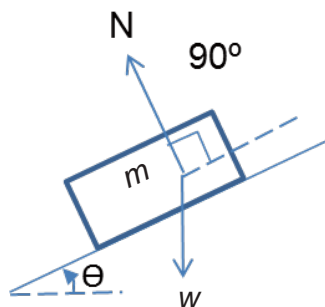
Determina la magnitud de la superficie normal de un objeto de 25 kg que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal.

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$N = ?$	$N = mg$	$N = (25 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$
$m = 25 \text{ kg}$		$N = 245.25 \text{ N}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$		

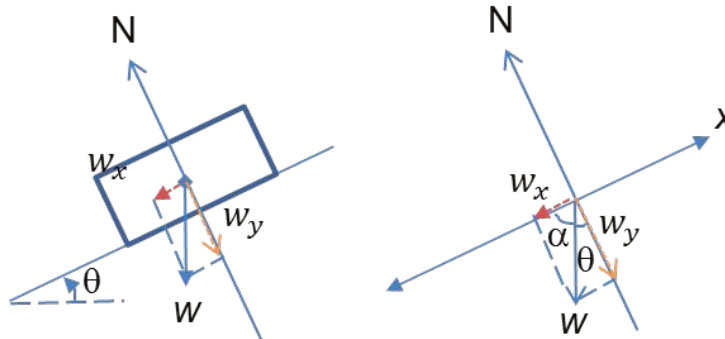
Resultado: La fuerza normal del objeto es de 245.25 N.

El plano inclinado

Si un objeto descansa sobre un plano inclinado, actúan sobre él la fuerza gravitacional (el peso) y la fuerza normal, como se puede observar en el dibujo:



Si establecemos un sistema de coordenadas donde el eje x es paralelo al plano inclinado, y el eje y perpendicular al mismo, se puede descomponer el vector peso en sus componentes rectangulares w_x y w_y como se puede observar:



Por geometría, tenemos que: $\cos\theta = \frac{w_y}{w}$, o bien, $w_y = w\cos\theta$. Como sabemos, $w = mg$, por tanto $w_y = mg\cos\theta$. Asimismo, $\sin\theta = \frac{w_x}{w}$, o bien $w_x = w\sin\theta$, por lo que $w_x = mg\sin\theta$.

Para la fuerza normal: $\Sigma F_y = ma_y$. Como no hay movimiento, $a_y = 0$; $N - w_y = 0$
 $N = w_y$

Con lo que resulta $N = mg\cos\theta$.

La fricción

Si se golpea una bola de billar sobre la mesa, su velocidad disminuye hasta que se detiene. Esta desaceleración, de acuerdo con la primera ley de Newton, indica la existencia de una fuerza que se opone al movimiento. Y recibe el nombre de fricción o rozamiento.

La fricción se presenta al caminar, cuando se maneja un automóvil, al usar ropa, cuando chocan dos objetos, la fricción de las llantas sobre el pavimento, un clavo se mantiene unido al concreto o a la madera debido a la fricción.

Como te habrás dado cuenta, estas superficies son rugosas, lo que ayuda a que exista mucha fricción; pero, ¿qué pasa cuando la superficie está muy lisa o presenta poca fricción? Al deslizarse sobre el hielo, una persona lo puede hacer muy fácil, también sería muy peligroso caminar sobre una superficie llena de aceite. Los automóviles y las maquinarias en general utilizan lubricantes para reducir el rozamiento entre sus partes móviles, con el objetivo de disminuir el desgaste ocasionado por la fricción y también para reducir el consumo de energía.

Existen dos tipos de fricciones:

- *Fricción estática*: se presenta cuando la fricción impide que un objeto se ponga en movimiento por la acción de una fuerza.
- *Fricción cinética*: se presenta cuando la fricción se opone a un movimiento en acción.

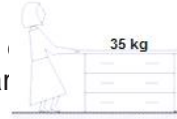


Leyes acerca de la fricción estática y dinámica:

1. Para superficies paralelas, la fuerza de fricción estática (f_s) actúa en la dirección de la fuerza aplicada, en sentido contrario.
2. La magnitud de la fuerza de fricción estática es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza normal, y se calcula multiplicando el coeficiente de fricción estático (μ_s) por la normal $f_s = \mu_s N$
3. La magnitud de la fuerza de fricción estática es cero cuando no se aplica una fuerza externa que ponga el objeto en movimiento.
4. La magnitud de la fuerza de fricción estática alcanza su punto máximo cuando un objeto está a punto de iniciar su movimiento mediante la acción de una fuerza paralela a las superficies que están en contacto.
5. La fuerza de fricción cinética es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza normal, y se calcula multiplicando el coeficiente de fricción cinético (μ_k) por la normal $f_k = \mu_k N$
6. Se pueden presentar 3 casos cuando un objeto se desliza sobre una superficie y se le aplica una fuerza F paralela
 - a) Si $F = f_k$ el objeto se desliza a velocidad constante
 - b) Si $F > f_k$ el objeto se acelera
 - c) Si $F < f_k$ el objeto se desacelera hasta detenerse por completo.
7. Si se deja aplicar la fuerza, la fuerza de fricción cinética desacelera el objeto hasta llevarlo al reposo.
8. El coeficiente de fricción estática es mayor que el coeficiente de fricción cinética, es decir, $\mu_s > \mu_k$

Ejemplo 7

Una señora desea mover un mueble hacia la izquierda. El mueble pesa 35 kg y el coeficiente de fricción cinética entre ella y el suelo es 0.36. Calcule la fuerza que debe emplear la señora para comenzar a mover el mueble.

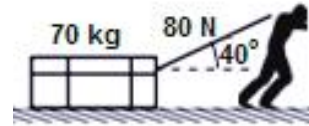


Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$m = 35 \text{ kg}$	$N = mg$	$N = (35 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$
$\mu_k = 0.36$	$f_k = \mu_k N$	$N = 343.35 \text{ N}$
$F = ?$		$f_k = (0.36)(343.35 \text{ N}) = 123.61 \text{ N}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$		

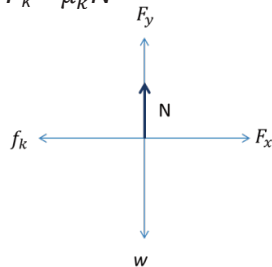
Resultado: La señora necesita emplear una fuerza de 123.61 N para mover el mueble.

Ejemplo 8

Una caja de 70 kg que se desliza sobre una superficie horizontal es jalada por un hombre con una fuerza de 140 N a 40° con la horizontal. Calcula la aceleración del objeto si el coeficiente de fricción cinética es de 0.15



Datos	Fórmulas y despejes	Sustitución
$m = 70 \text{ kg}$	$F_y = F \sin \theta$	Para el eje y:
$F = 140 \text{ N}$	$F_x = F \cos \theta$	$N + F_y - w = 0$
$\theta = 40^\circ$	$N = mg$	$N = w - F_y$
$\mu_k = 0.15$	$F_k = \mu_k N$	$N = mg - F \sin \theta$
$a = ?$		$N = (70 \text{ kg}) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) - (140 \text{ N})(\sin 40^\circ)$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$		$N = 596.71 \text{ N}$
		Para el eje x:
		$F_x - f_k = ma$
		$a = \frac{F_x - f_k}{m} = \frac{F \cos 40^\circ - \mu_k N}{m}$
		$a = \frac{(140 \text{ N})(0.7660) - (0.15)(596.71 \text{ N})}{70 \text{ kg}}$
		$a = 0.25 \text{ m/s}^2$



Resultado: La aceleración producida en la caja es de 0.25 m/s^2 .

Las leyes de Kepler

El astrónomo alemán Johannes Kepler es conocido, sobre todo, por sus tres leyes que describen el movimiento de los planetas en sus órbitas alrededor del Sol. Las leyes de Kepler fueron el fruto de la colaboración con el gran astrónomo observador Tycho Brahe, quien había confeccionado las tablas astronómicas más precisas de la época. Kepler no comprendió el origen de sus leyes que tan bien describían tanto el movimiento de los planetas como el de otros cuerpos astronómicos como el sistema Tierra-Luna. Sería Newton quien extraería todas las consecuencias de las leyes de Kepler, permitiéndole así enunciar la *Ley de la Gravitación Universal*.

disponible en www.innova.uned.es/webpages/agentesculturacientfica/modulo6/tema4/tema4.pdf,
consultado el 30 de mayo de 2014..

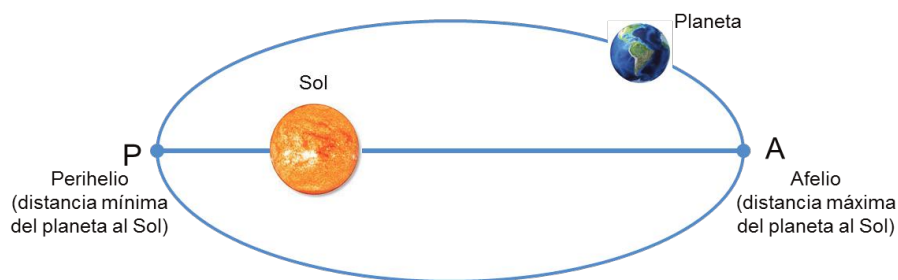


Kepler descubrió que las trayectorias que los planetas describen alrededor del Sol eran elípticas, basándose en lo descrito por Apolonio de Pérgamo, quien desarrolló estudios sobre la elipse. Además demostró que los planetas tienen una mayor rapidez cuando se encuentran más cercanos al Sol que cuando están más lejanos.

Kepler formuló una relación matemática entre el periodo de un planeta y la distancia promedio que tenían respecto al Sol.

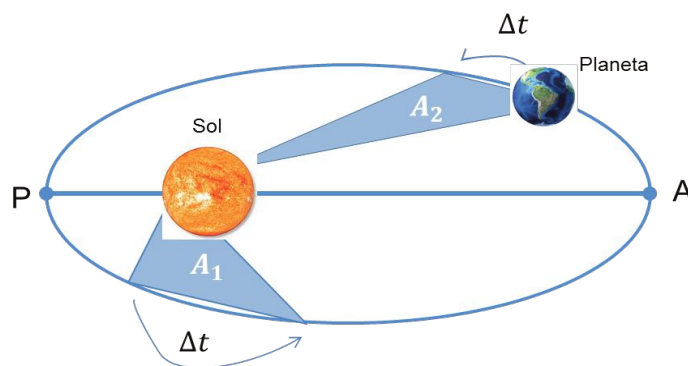
Primera ley de Kepler

Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas, situando al Sol en uno de sus focos. Los focos de una elipse son los puntos que cumplen la premisa de que la suma de sus distancias a cualquier punto de la elipse es siempre la misma.



Segunda ley de Kepler

La línea imaginaria que une cualquiera de los planetas con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales, es decir, cuando el planeta está en el afelio, su velocidad es menor que cuando está en el perihelio. Los planetas describen órbitas estables y planas en el mismo sentido, y se mueven bajo la acción de fuerzas gravitatorias.



Tercera ley de Kepler

El cuadrado del periodo de cualquier planeta tiene una variación directamente proporcional con el cubo del radio de su órbita, es decir, con el cubo de la distancia promedio que existe desde un planeta hasta el Sol.

Matemáticamente, se expresa con la fórmula:

$$T^2 = kr^3$$

Donde k es una constante de proporcionalidad, que tiene el mismo valor para todos los planetas.

Ley de la gravitación universal

La fuerza de gravedad es una fuerza que se presenta entre dos cuerpos debido a su masa. La ley de la gravitación universal habla de que toda partícula en el universo atrae a otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas (Gutiérrez, 2010).

La expresión matemática de la ley de gravitación universal es:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ donde:}$$

F = Fuerza de atracción gravitacional (N)

G = constante de la gravitación universal $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

m_1 = masa del cuerpo 1 (kg)

m_2 = masa del cuerpo 2 (kg)

r = distancia o separación de los 2 cuerpos (m)

Para determinar la intensidad del campo gravitatorio asociado a un cuerpo con un radio y una masa determinados, se establece la aceleración con la que cae un cuerpo de prueba (de radio y masa unidad) en el seno de este campo. Mediante la aplicación de la segunda ley de Newton tomando los valores de la fuerza de la gravedad y una masa conocida se puede obtener la aceleración de la gravedad.

disponible en www.astromia.com/astromia/gravita.htm,
consultado el 30 de mayo de 2014.

Dicha aceleración tiene valores diferentes dependiendo del cuerpo sobre el que se mida; así, para la Tierra se considera un valor de 9.81 m/s^2 (que equivalen a 9.81 N/kg), en la superficie de la Luna sería de 1.6 m/s^2 , mientras que en Júpiter, este valor sería de unos 24.9 m/s^2 .

Fuerza centrípeta y centrífuga: siempre que una masa describe una trayectoria curva, se generan dos fuerzas, una fuerza hacia el centro que llamamos centrípeta, y otra hacia afuera a la que llamamos centrífuga.

Newton publicó en su Ley de Gravitación Universal que la acción gravitatoria está en función de la masa de los objetos y la distancia entre ellos, a mayor masa de un objeto mayor la fuerza de atracción con los objetos; la fuerza gravitatoria será mayor a medida que disminuya la distancia entre ellos (Pérez, 2013).

Con estas consideraciones, fue posible deducir la tercera ley de Kepler, aplicable a cualquier sistema donde hay un objeto central, otros objetos orbitando, con una constante que depende de la masa del objeto central, la constante de gravitación universal y el valor de Pi (π). Esta deducción ha sido relevante para el campo de la Astronomía para determinar por ejemplo la masa de los astros, la masa del sol, su distancia respecto a los planetas, el periodo del sol, etc. (Gutiérrez, 2010).

Ejemplo 9

Determina la fuerza gravitacional entre dos personas de 63 kg y 82 kg respectivamente, si se encuentran separados 2 m.

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$m_1 = 63 \text{ kg}$ $m_2 = 82 \text{ kg}$ $r = 2 \text{ m}$ $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{kg}^2}{\text{kg}^2}$	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	$F = \left(6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{kg}^2}{\text{kg}^2} \right) \frac{(63 \text{ kg})(82 \text{ kg})}{(2 \text{ m})^2}$ $F = 8.61 \times 10^{-8} \text{ N}$

Resultado: La fuerza de atracción entre dos personas es de $8.61 \times 10^{-8} \text{ N}$

Ejemplo 10

Un cuerpo de 20 kg se encuentra a 5 m de distancia de otro cuerpo, y entre ambos existe una fuerza de atracción de $60 \times 10^{-11} \text{ N}$. Calcula la masa del otro cuerpo.

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$m_1 = 20 \text{ kg}$	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	$m_2 = \frac{60 \times 10^{-11} \text{ N}(5 \text{ m})}{\left(6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\right)(20 \text{ kg})}$
$m_2 = ?$	$F r^2 = G m_1 m_2$	$m_2 = 11.24 \text{ kg}$
$r = 5 \text{ m}$	$m_2 = \frac{F r}{G m_1}$	
$F = 60 \times 10^{-11} \text{ N}$		
$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$		

Resultado: La masa del cuerpo 2 es de 11.24 kg.

Ejemplo 11

Encuentra la distancia de separación un cuerpo de 3 kg y otro de 8 kg si entre ambas existe una fuerza de atracción de $9 \times 10^{-10} \text{ N}$.

Datos	Fórmula y despejes	Sustitución
$m_1 = 3 \text{ kg}$	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	$r = \sqrt{\frac{\left(6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\right)(3 \text{ kg})(8 \text{ kg})}{9 \times 10^{-10} \text{ N}}}$ $r = 1.33 \text{ m}$
$m_2 = 8 \text{ kg}$	$F r^2 = G m_1 m_2$	
$r = ?$	$r^2 = \frac{G m_1 m_2}{F}$	
$F = 9 \times 10^{-10} \text{ N}$	$r = \sqrt{\frac{G m_1 m_2}{F}}$	
$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$		

Resultado: La distancia de separación entre los dos cuerpos es de 1.33 m