Logika rozmyta

Dr inż. Piotr Urbanek

Klasyczna teoria zbiorów

Klasyczny zbiór jest kolekcją obiektów jakiegoś rodzaju
$x \in A$ → x należy do zbioru A
$x \notin A$ → x nie należy do zbioru A

Klasyczny zbiór może być: skończony, policzalny lub niepoliczalny.

Z = {Kraków, Warszawa, Łódź, Wrocław}
X = $\{x \in C|$ x>0$\}$ → zbiór liczb całkowitych dodatnich
H = $\{x \in [1,2]\}$ → zbiór liczb z zakresu od 1 do 2 (niepoliczalny)
$A \subset B$ → zbiór A jest zawarty w zbiorze B

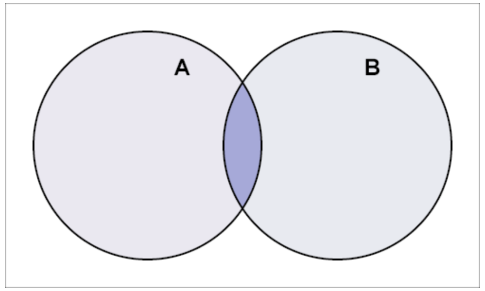
Działania na zbiorach:

- Dopełnienie (negacja) A
- Iloczyn A i B: $A \cap B = \{x|x \in A\ i\ x \in B\}$
- Suma A i B: $A \cup B = \{x|x \in A\ lub\ x \in B\}$
- Różnica A i B: $A - B = \{x|x \in A\ i\ x \notin B\}$
- Różnica symetryczna A i B: A+B = A – B ∪ B – A

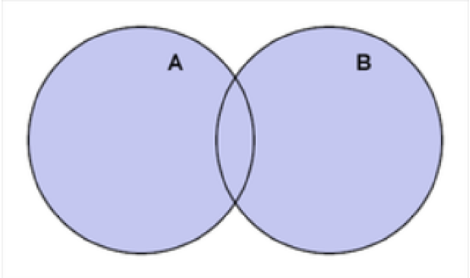
Sposoby definiowania zbiorów:

- Przez wyliczanie elementów zbioru
- Przez zastosowanie predykatu $x|P(x)$
- Za pomocą funkcji charakterystycznej μ_A

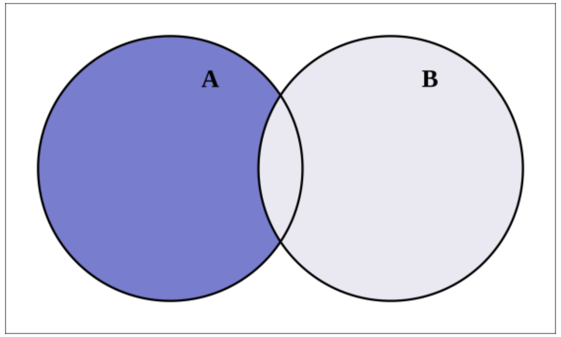
Działania na zbiorach



Jeśli $A = \{1, 2, 5\}$ i $B = \{1, 3, 4\}$, to $A \cap B = \{1\}$

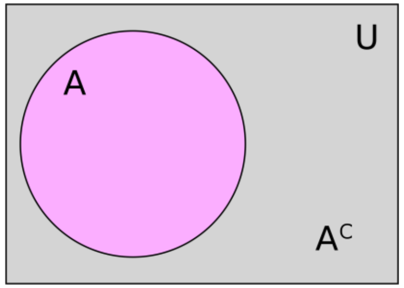


Jeżeli $A = \{1, 2, 5\}$ i $B = \{1, 3, 4\}$, to $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



Jeśli $A = \{1, 2, 5\}$ i $B = \{1, 3, 4\}$, to $A \setminus B = \{2, 5\}$

Jeśli $A = \{1, 2, 3\}$, a przestrzenią *U* jest zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich

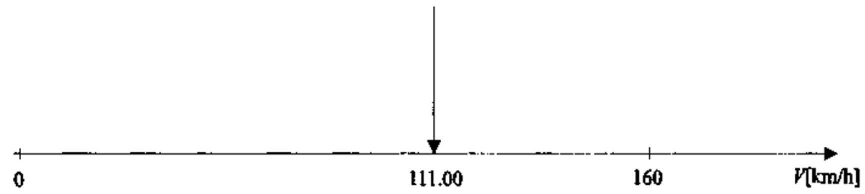


dopełnieniem zbioru *A* będzie zbiór $A' = \{4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$

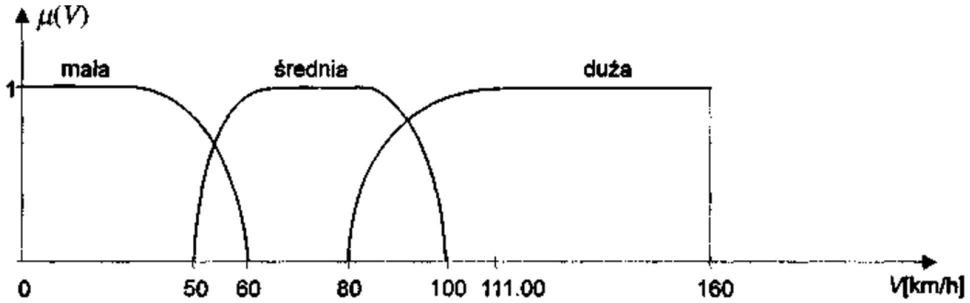
Dla dowolnych zbiorów *A, B, C* zachodzą prawa:

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$ -- *I prawo De Morgana*
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$ -- *II prawo De Morgana*
- $A \cup B = B \cup A$ -- przemienność dodawania zbiorów
- $A \cap B = B \cap A$ -- przemienność mnożenia zbiorów
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ -- łączność dodawania zbiorów
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ -- łączność mnożenia zbiorów
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ -- rozdzielność dodawania zbiorów względem mnożenia
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ -- rozdzielność mnożenia zbiorów względem dodawania

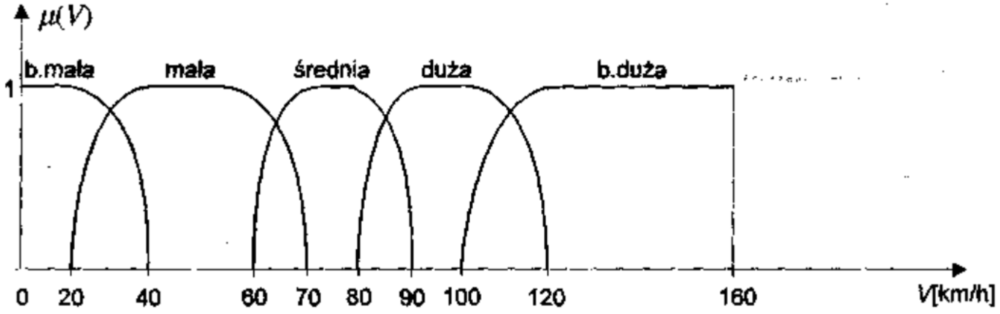
Podstawowe pojęcia



Precyzyjnej informacji mogą dostarczyć jedynie precyzyjne
urządzenia
pomiarowe. Tymczasem człowiek potrafi ocenić prędkość samochodu stosując pojęcia takie jak prędkość mała, średnia, duża. Te nieprecyzyjne oceny można również przedstawić graficznie

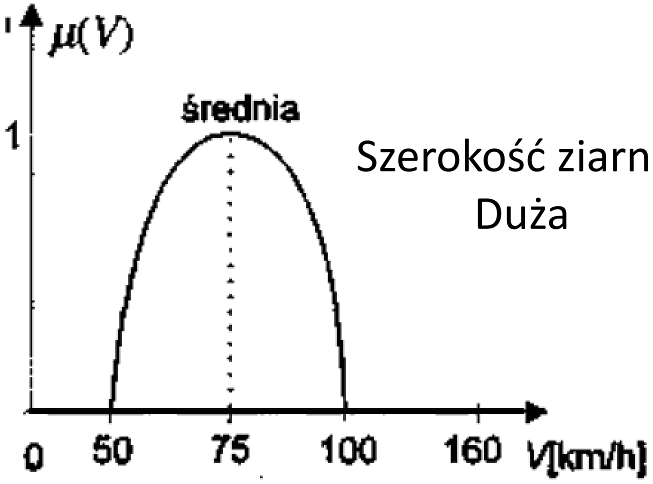


Funkcje „mała", „średnia", „duża" określane mianem funkcji przynależności informują, czy dana, precyzyjna wartość prędkości jest zaliczana do prędkości małej, średniej, czy dużej. Człowiek obserwujący samochód jadący z prędkością v = 111.00 km/h nie potrafi precyzyjnie ocenić jego prędkości. Może ją jednak ocenić zgrubnie jako dużą.

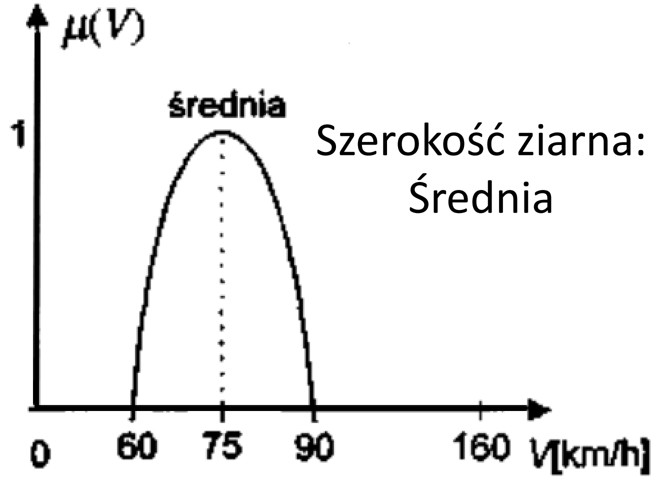


Informację taką można nazwać ziarnem (granule) informacji. Jeżeli 3 ziarna [mała, średnia, duża] są niewystarczające do określenia prędkości można zwiększyć granulacje informacji do 5 ziaren.

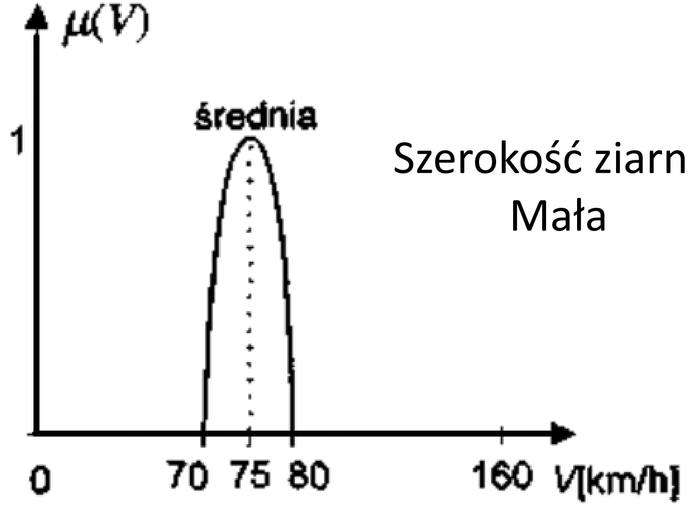
Ziarnistość



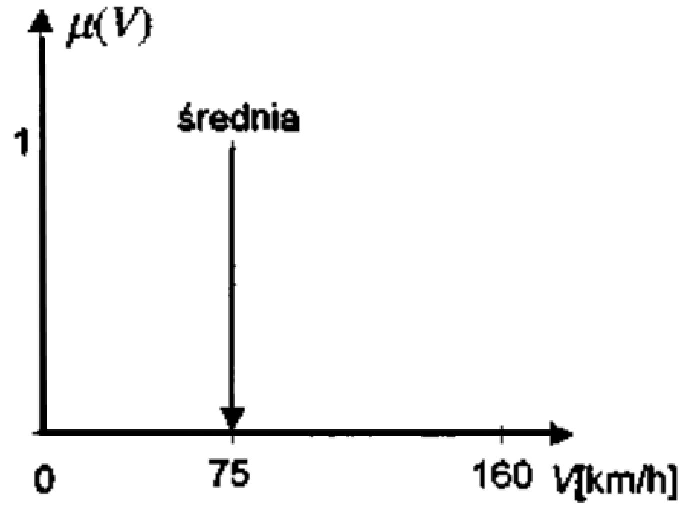
Szerokość ziarna:
Duża



Szerokość ziarna:
Średnia



Szerokość ziarna:
Mała

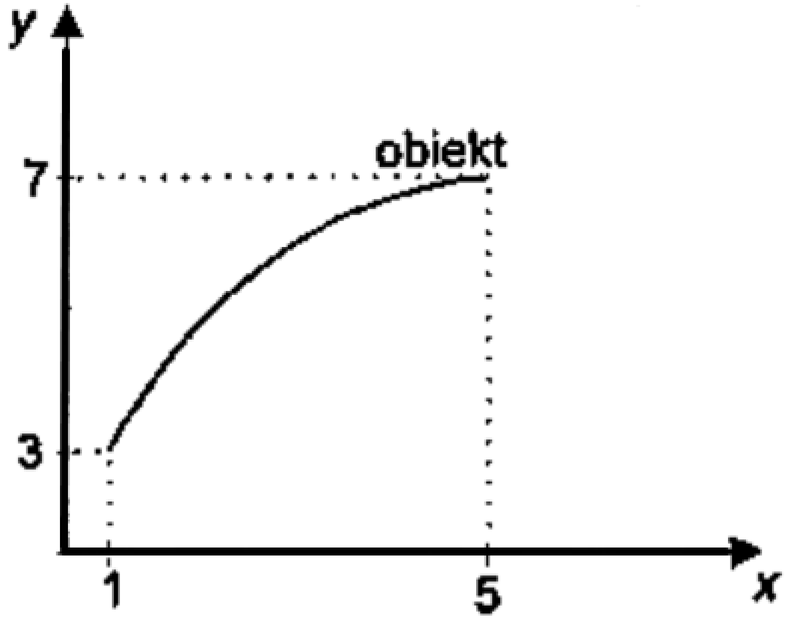


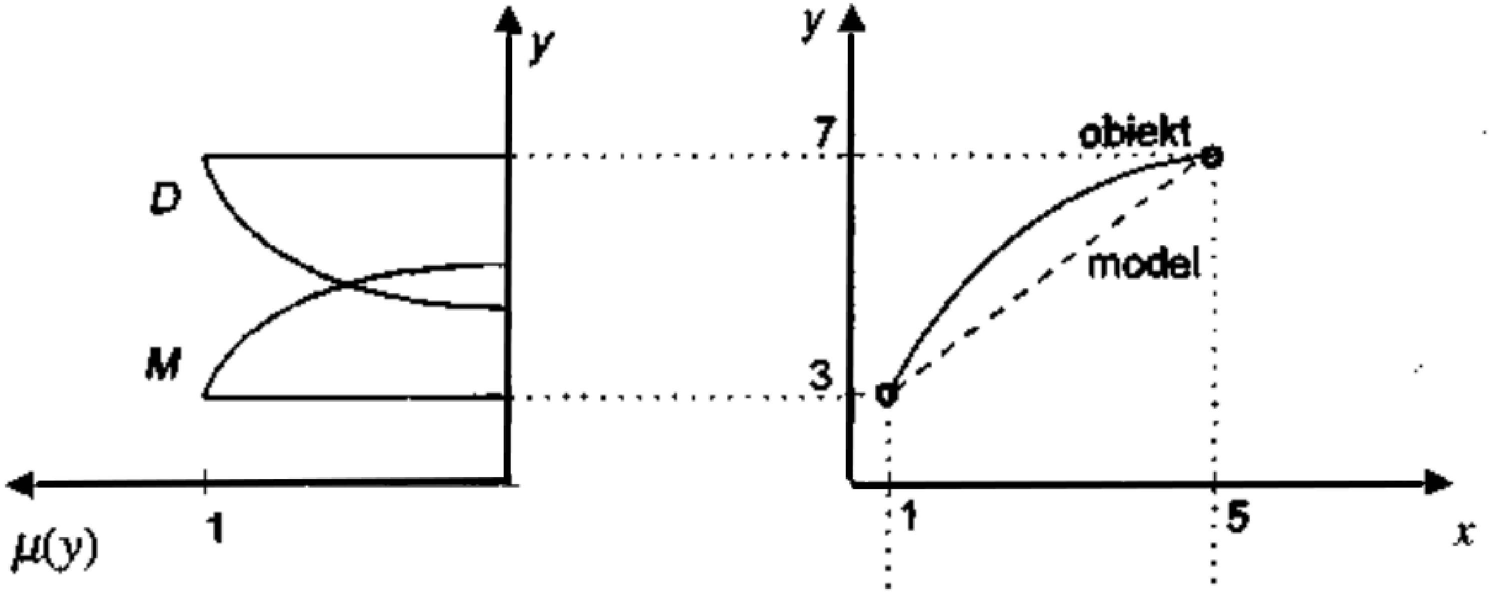
Szerokość ziarna:
Nieskończenie mała (f. singleton)

Informacja o skończonej, większej od zera szerokości ziarna nazwana została przez prof. Lofti Zadeha, odkrywcę i twórcę pojęcia ziarnistości, informacją rozmytą (fuzzy). Dział matematyki operujący taką informacją nazwany został **teorią zbiorów rozmytych**

Co nam daje operowanie na zbiorach rozmytych?

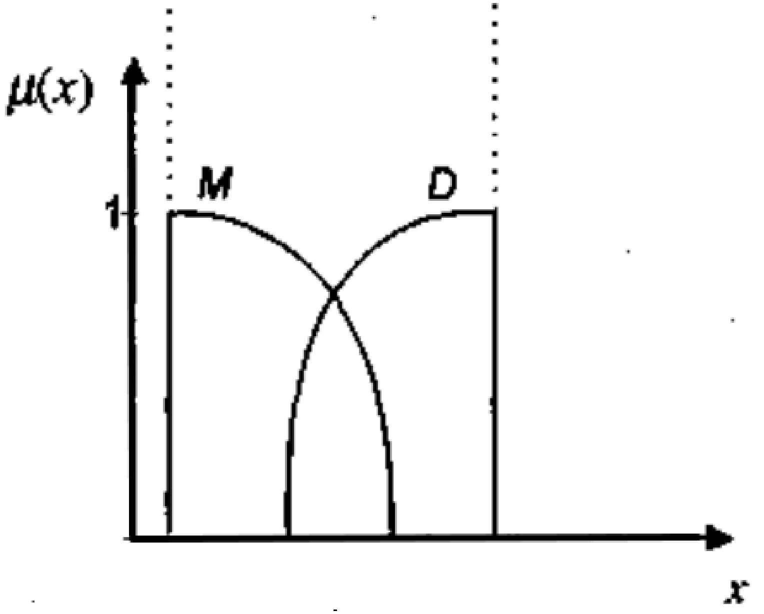
- Możliwość stosowania informacji o dowolnej
  i diagnozowania systemów i obiektów.
- Stosowanie większej ziarnistości umożliwia re
  przyśpieszenie działania algorytmów.
- Możliwość dopasowywania (adaptacji) ziarnis
  modelowania, sterowania, optymalizacji, diag





$JEŚLI\ (x\ mały)\ TO\ (y\ mały)$

$JEŚLI\ (x\ duży)\ TO\ (y\ duży)$



Funkcja μ_A jest funkcją charakterystyczną zbioru A zdefiniowanego na obszarze rozważań X wtedy i tylko wtedy, gdy dla wszystkich $x \in X$:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \; dla \; x \in A \\ 0 \; dla \; x \notin A \end{cases}$$

- Dopełnienie A: A', $\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$
- Iloczyn A i B: $A \cap B, \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- Suma A i B: $A \cup B, \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Przykładowo, można opisać wielkość miast w Polsce funkcją przynależności określającą w jakim stopniu dane miasto należy do zbioru miast dużych:

{(Warszawa,1), (Łódź,1), (kraków,1), (Katowice,0.45), (Kielce,0.3), (Zakopane, 0.1)}

Inny sposób zapisu stopnia przynależności do zbioru miast dużych to:

$$\frac{1}{\text{Warszawa}}, \frac{1}{\text{Łódź}}, \frac{1}{\text{Kraków}}, \frac{0.45}{\text{Katowice}}, \frac{0.3}{\text{Kielce}}, \frac{0.1}{\text{Zakopane}}$$

lub

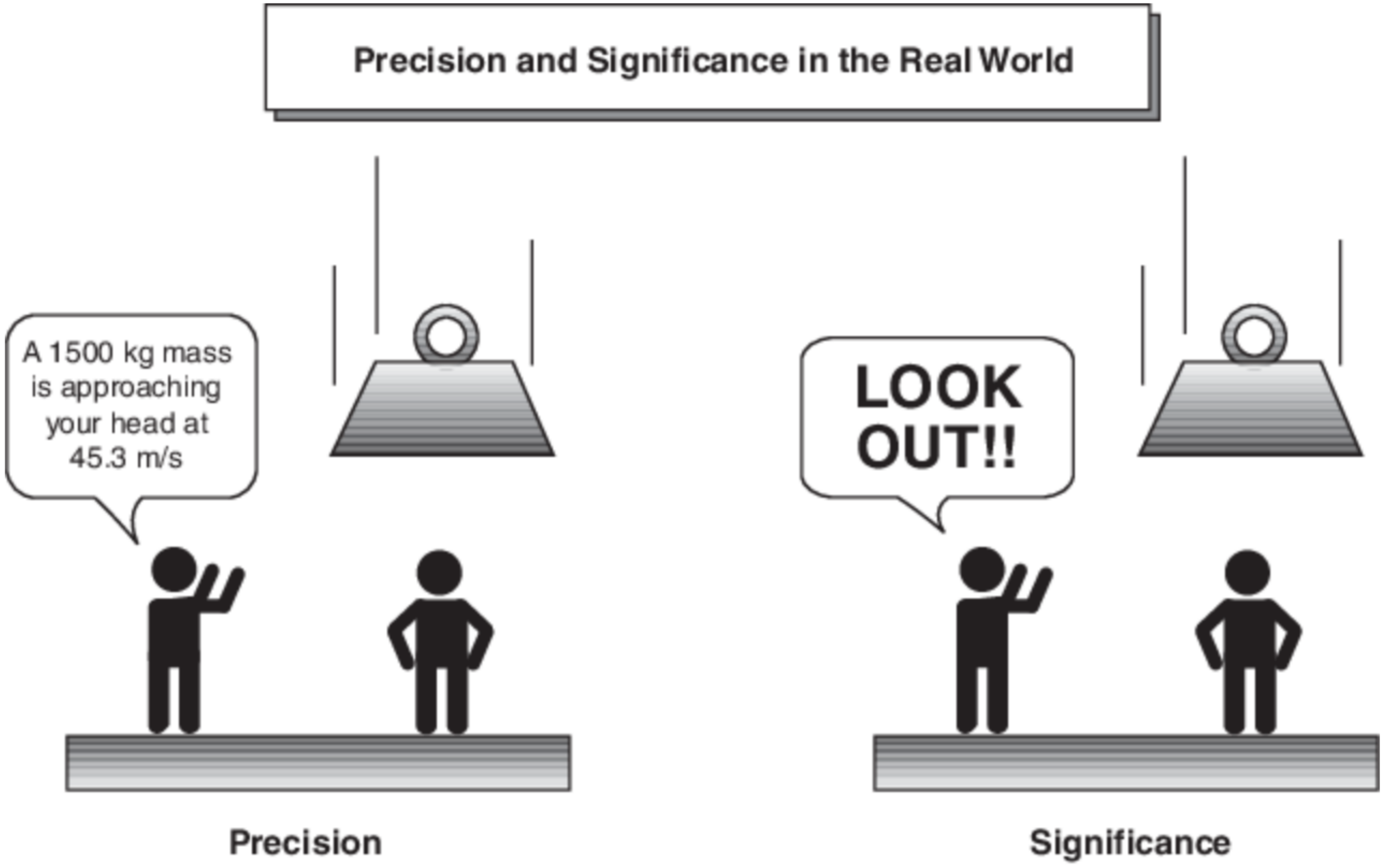
{1/Warszawa, 1/Łódź, 1/Kraków, 0.45/Katowice, 0.3/Kielce, 0.1/Zakopane}

Podsumowanie

Jeżeli przedstawiony model okaże się niewystarczająco dokładny, operator będzie się starał zwiększyć jego dokładność zapamiętując istotny stan pośredni, tworząc nową regułę określającą działanie obiektu i wprowadzając nowe, drobniejsze ziarna informacji.

L.Zadeh sformułował stwierdzenie, zwane **zasadą niespójności**:
„W miarę wzrostu złożoności systemu nasza zdolność do formułowania istotnych stwierdzeń dotyczących jego zachowania maleje, osiągając w końcu próg, poza którym precyzja i istotność stają się cechami wzajemnie prawie się wykluczającymi".

Przykład z życia



Który model zachowania wybierzemy w przedstawionej sytuacji?

- dokładny
- znaczeniowy

Podstawowe pojęcia zbiorów rozmytych

Zbiory rozmyte są powszechnie stosowane przez ludzi do jakościowej oceny wielkości fizycznych, stanów obiektów i systemów oraz do ich porównywania. Każdy człowiek potrafi ocenić wysokość temperatury nie posiadając termometru polegając na własnych odczuciach.

2 zł + 3 zł = 5 zł		Miara ilościowa jest addytywna

mała suma pieniędzy + mała suma pieniędzy, nie musi oznaczać dużej sumy pieniędzy.		Miara jakościowanie jest addytywna

Dzięki miarom jakościowym nie musimy np. pamiętać z jaką prędkością w danych jednostkach czasu (np. minutach) jechaliśmy a punktu A do punktu B. Wstarczy, że pamiętamy, że na danym odcikku drogi jechaliśmy z prędkością około 100 km/h. Miarą ilościową byłaby tu średnia prędkość naszego pojazdu na interesującej nas trasie.
Można zatem łączyć systemy rozumowania rozmytego z systemami precyzyjnego pomiaru. Systemy takie będziemy nazywać systemami **hybrydowymi**.

Kilka definicji

Pojęcie zbioru rozmytego zostało odkryte i wprowadzone do literatury naukowej w 1965 roku przez amerykańskiego naukowca irackiego pochodzenia, Lofti Zadeha.

Zmienna lingwistyczna (linguistic variable) − wielkość wejściowa, wyjściowa bądź zmienna stanu, którą zamierzamy oceniać stosując oceny lingwistyczne, zwane wartościami lingwistycznymi (słownymi).
Przykład: prędkość statku, napięcie, temperatura.

Wartość lingwistyczna (linguistic value) − słowna ocena wielkości lingwistycznej.
Przykład: bardzo duży ujemny, średni ujemny, średni dodatni, bardzo duży, stary, młody, ładny, brzydki, przyjemny, nieprzyjemny, prawdziwy, nieprawdziwy.
Przykład**:** wysokie ciśnienie powietrza, silny strumień wody

Liczby rozmyte (fuzzy numbers) − pozwalają na uogólnienie dużej ilości precyzyjnych informacji obserwowanych przez człowieka na urządzeniach pomiarowych lub pochodzących ze zbioru danych.
Przykłady liczb rozmytych: około zera, mniej więcej 5, trochę więcej niż 9, mniej więcej pomiędzy 10 i 12.

Przestrzeń lingwistyczna zmiennej (linguistic term-set) − zbiór wszystkich wartości lingwistycznych stosowanych do oceny danej zmiennej lingwistycznej. Przestrzeń lingwistyczna bywa nazywana podstawowym zbiorem lingwistycznym, domeną lingwistyczną, obszarem (przestrzenią) rozważań. Będzie oznaczana dużymi literami łacińskimi, np.:

XL = {ujemny, dodatni} = {xL1 , xL2},

YL= {mały, średni, duży} = {yL1,, yL2, yL3}

Przestrzeń lingwistyczna jest zbiorem skończeniewymiarowym.

Kilka definicji, cd..

Przestrzeń numeryczna zmiennej (universe of discourse) − zbiór wszystkich wartości numerycznych, jakie może ona realnie przyjąć w rozpatrywanym systemie lub też takich wartości, które są istotne dla rozwiązywanego problemu (modelu systemu).
Przymiotnik „numeryczna" pozwala odróżnić ją od przestrzeni lingwistycznej. Przestrzeń numeryczna zmiennej będzie oznaczana dużymi literami łacińskimi, np.:
$X = \{x\}$ - przestrzeń nieskończeniewymiarowa (ciągła)
$X = \{xi ,x2 ,...,xn\}$ - przestrzeń skończeniewymiarowa, dyskretna.

Zbiorem rozmytym A w pewnej niepustej przestrzeni $A \subseteq X$ nazywamy zbiór par:

$$A = \{(x, \mu_A(x)): x \in \boldsymbol{X}\}$$

W którym

$$\mu_A: X \to [0,1]$$

Jest funkcją przynależności zbioru rozmytego A. Funkcja ta każdemu elementowi $x \in \boldsymbol{X}$ przypisuje jego stopień

przynależności do zbioru rozmytego A. Można wyróżnić 3 przypadki:

1. $\mu_A(x) = 1$ oznacza pełną przynależność elementu x do zbioru rozmytego A, tzn. $x \in A$,
2. $\mu_A(x) = 0$ oznacza brak przynależności elementu x do zbioru rozmytego A, tzn. $x \notin A$,
3. $0 < \mu_A(x) < 1$ oznacza częściową przynależność elementu x do zbioru rozmytego A.

Definicje, cd..

Reprezentacja zbioru rozmytego

$$A = \{x_1, \mu_A(x_1)\}, \{x_2, \mu_A(x_2)\}, \ldots, \{x_n, \mu_A(x_n)\}$$

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1\}, \{\mu_A(x_2)/x_2\}, \ldots, \{\mu_A(x_n)/x_n\}$$

Zapisy zbiorów rozmytych:

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

Gdzie: $\boldsymbol{X}$ jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów, $\boldsymbol{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Przykładowo, zbiór ocen w szkole można zapisać jako:

$\boldsymbol{D} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$

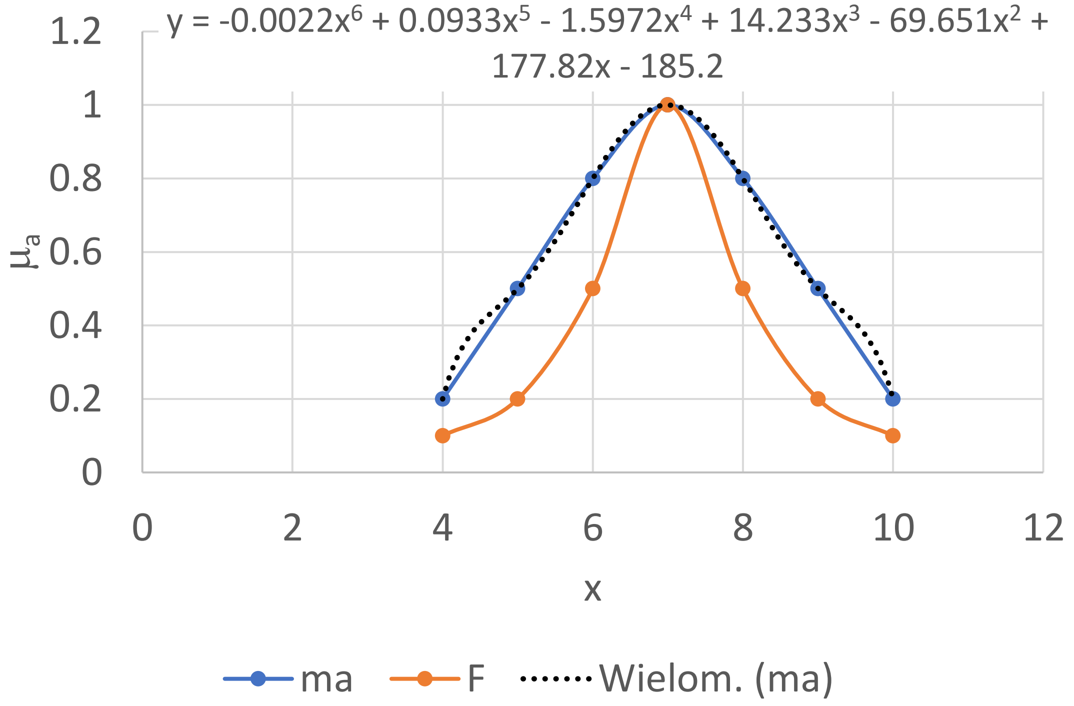
Lub

$\boldsymbol{D} = \{1,2,3,4,5,6\}$

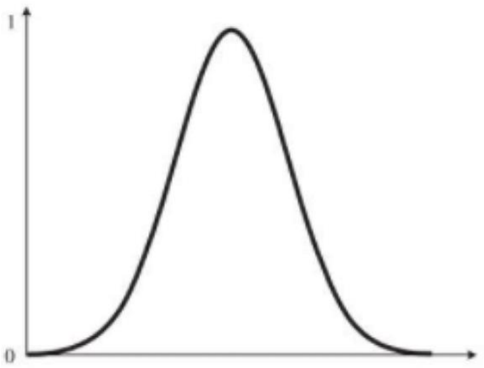
Zbiór liczb naturalnych „bliskich 7".

Jeśli $A \subseteq \boldsymbol{X}$:

To: $A = \frac{0,2}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,8}{6} + \frac{1}{7} + \frac{0,8}{8} + \frac{0,5}{9} + \frac{0,2}{10}$

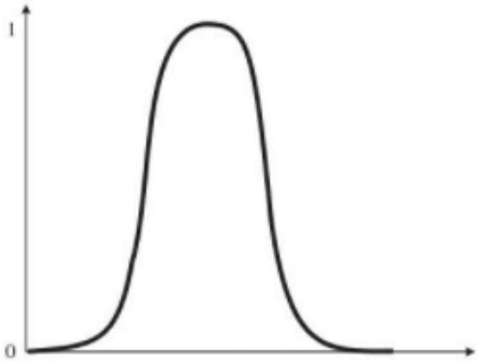


Funkcje przynależności



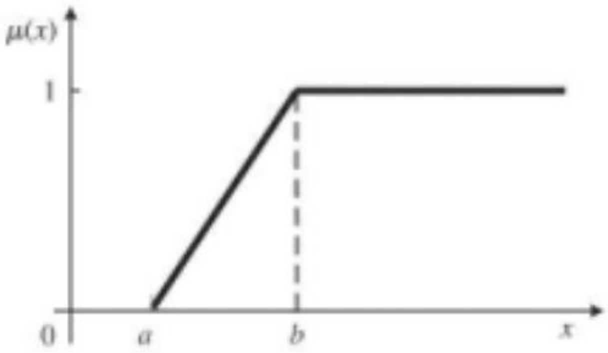
F. Gausowska

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2\right)$$



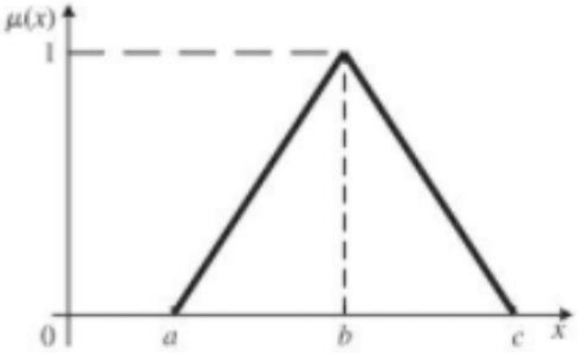
F. Dzwonowa

$$\mu(x; a, b, c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}},$$



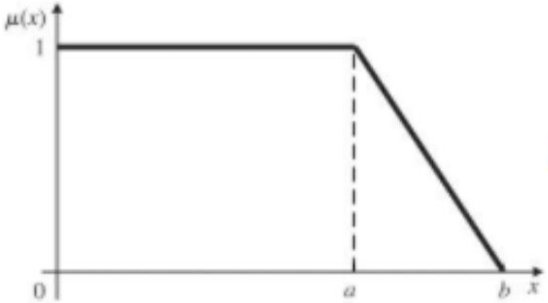
F. Gamma

$$\gamma(x; a, b) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{dla } a < x \le b, \\ 1 & \text{dla } x > b. \end{cases}$$



F. t

$$t(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{dla } a < x \le b, \\ \dfrac{c-x}{c-b} & \text{dla } b < x \le c, \\ 0 & \text{dla } x > c. \end{cases}$$



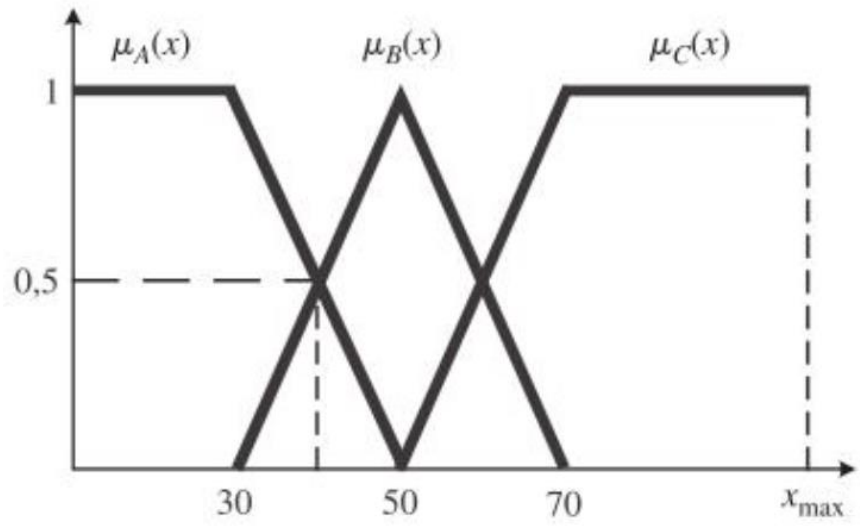
F. L

$$L(x; a, b) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \le a, \\ \dfrac{b-x}{b-a} & \text{dla } a < x \le b, \\ 0 & \text{dla } x > b. \end{cases}$$

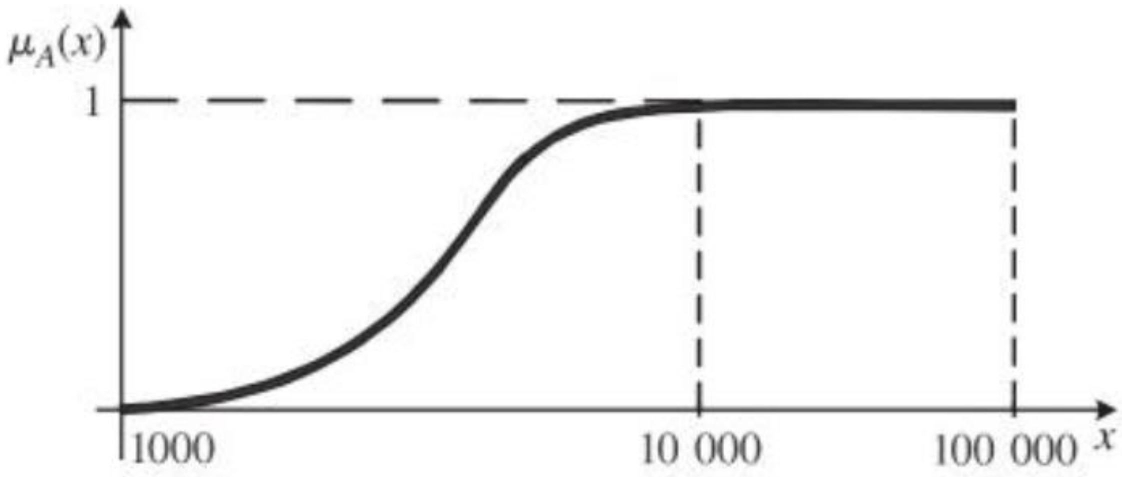
Przykłady

Rozważmy trzy nieprecyzyjne stwierdzenia:

1) „mała szybkość samochodu”,
2) „średnia szybkość samochodu”,
3) „duża szybkość samochodu”.



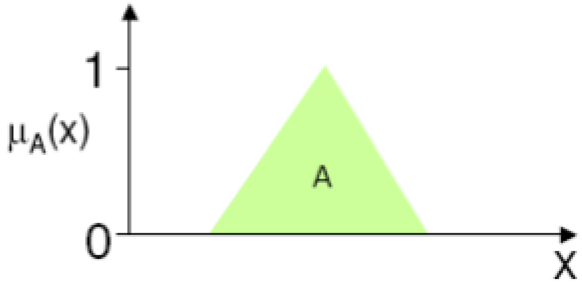
Funkcja przynależności zbioru rozmytego „dużo pieniędzy”

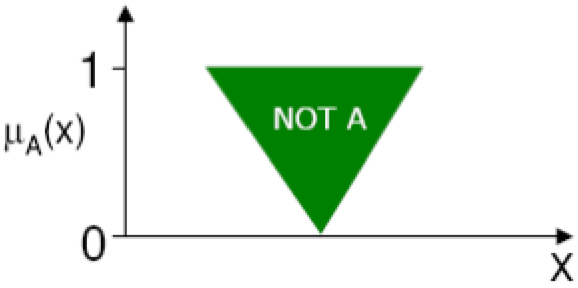


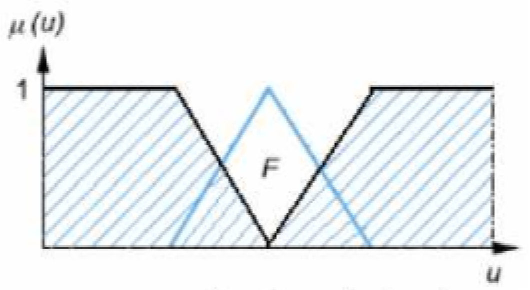
Działania na zbiorach rozmytych.

Zbiór klasyczny: Kto/co nie należy do zbioru?
Zbiór rozmyty: Jak bardzo element nie przynależy do zbioru?

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$







operacja dopełnienia

wysoki mężczyzna = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187, 1/190)

NOT wysoki mężczyzna = (1/180. 0.75/182.5, 0.5/185, 0.25/187, 0/190)

Parę definicji

Zbiór elementów przestrzeni $\mathbf{X}$, dla których $\mu_A(x) > 0$, nazywamy *nośnikiem zbioru rozmytego* A i oznaczamy $\operatorname{supp} A$ (ang. *support*).

$$\operatorname{supp} A = \{x \in \mathbf{X};\ \mu_A(x) > 0\}.$$

Jeżeli $\mathbf{X} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz

$$A = \frac{0{,}2}{1} + \frac{0{,}4}{2} + \frac{0{,}7}{4},$$

to $\operatorname{supp} A = \{1, 2, 4\}$.

Wysokość zbioru rozmytego A oznaczamy $h(A)$ i określamy jako

$$h(A) = \sup_{x \in \mathbf{X}} \mu_A(x).$$

Jeżeli $\mathbf{X} = \{1, 2, 3, 4\}$ oraz

$$A = \frac{0,3}{2} + \frac{0,8}{3} + \frac{0,5}{4},$$

to $h(A) = 0,8$.

Zbiór rozmyty A nazywamy *normalnym* wtedy i tylko wtedy, gdy $h(A) = 1$. Jeżeli zbiór rozmyty A nie jest normalny, to można go znormalizować za pomocą przekształcenia

$$\mu_{A_{zn}}(x) = \frac{\mu_A(x)}{h(A)},$$

gdzie $h(A)$ jest wysokością tego zbioru.

Zbiór rozmyty

$$A = \frac{0{,}1}{2} + \frac{0{,}5}{4} + \frac{0{,}3}{6}$$

po znormalizowaniu przybiera postać

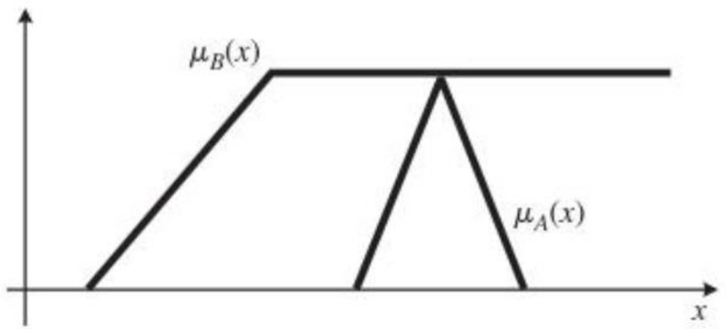
$$A_{zn} = \frac{0{,}2}{2} + \frac{1}{4} + \frac{0{,}6}{6}.$$

Zbiór rozmyty A jest *pusty*, co zapisujemy $A = \emptyset$, wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) = 0$ dla każdego $x \in \mathbf{X}$.

Zbiór rozmyty A *zawiera się* w zbiorze rozmytym B, co zapisujemy $A \subset B$, wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\mu_A(x) \le \mu_B(x)$$

dla każdego $x \in \mathbf{X}$. Przykład *inkluzji* (zawierania się) zbioru rozmytego A w zbiorze rozmytym B ilustruje rysunek 4.14.



Zbiór rozmyty A *jest równy* zbiorowi rozmytemu B, co zapisujemy $A = B$, wtedy i tylko wtedy, gdy

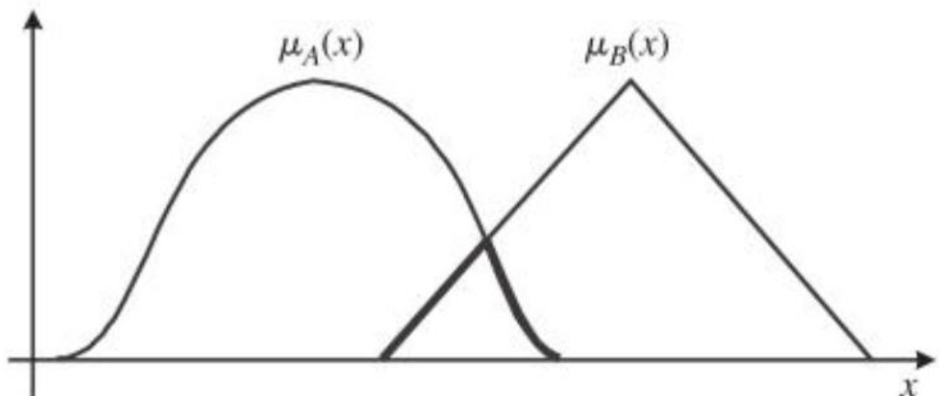
$$\mu_A(x) = \mu_B(x)$$

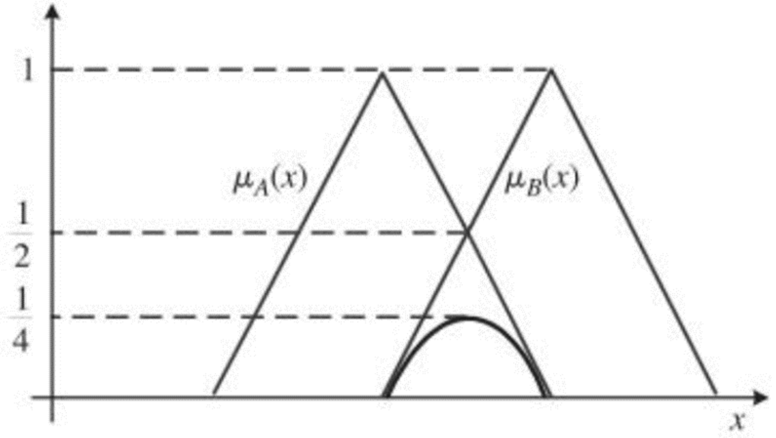
Operacje na zbiorach rozmytych

Przecięciem zbiorów rozmytych $A, B \subseteq \mathbf{X}$ jest zbiór rozmyty $A \cap B$ o funkcji przynależności

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\big(\mu_A(x),\ \mu_B(x)\big)$$

Dla każdego $x \in \boldsymbol{X}$

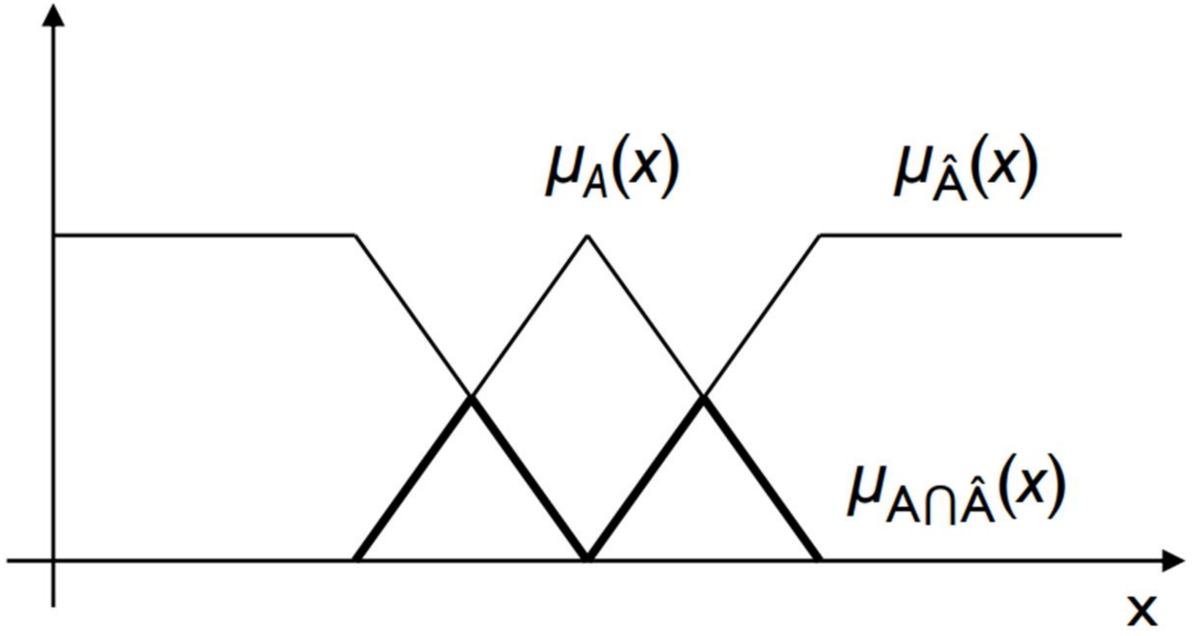




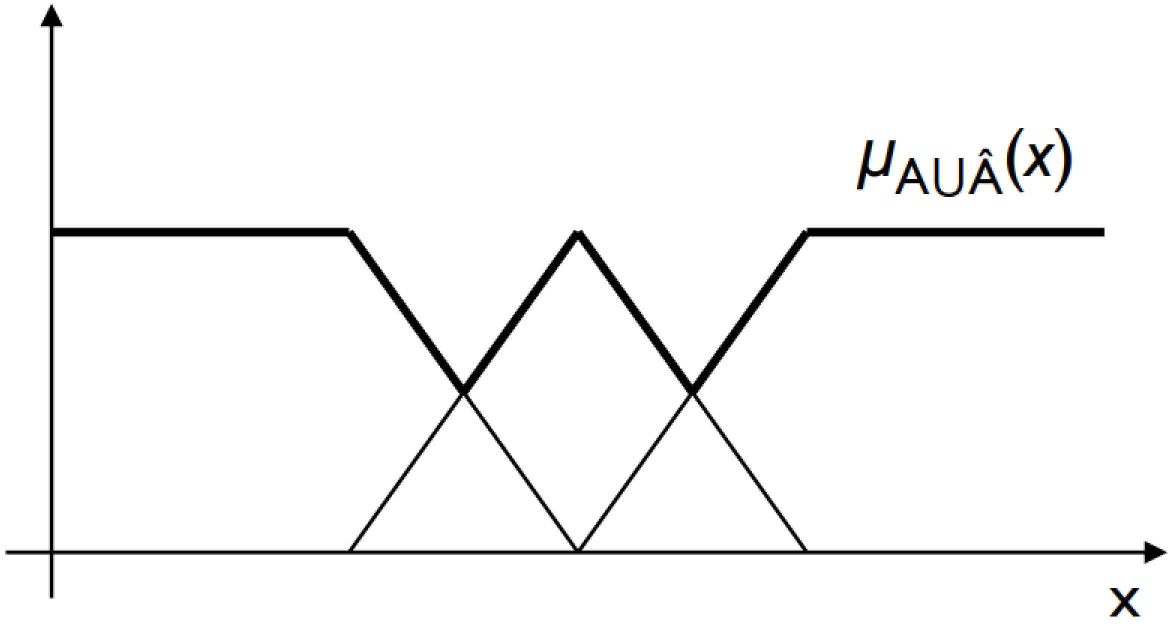
$$\mu_{A_1\cap A_2\cdots\cap A_n}(x) = \min[\mu_{A_1}(x),\ \mu_{A_2}(x),\ \ldots,\ \mu_{A_n}(x)]$$

dla każdego $x \in \mathbf{X}$.

$$C = \big\{\big(x,\ \mu_A(x)\cdot\mu_B(x)\big)\ \big|x \in \mathbf{X}\big\}$$



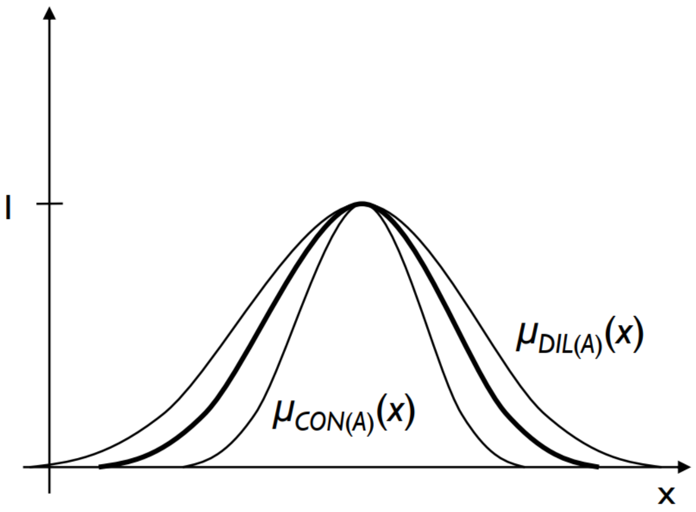
Iloczyn zbiorów rozmytych



Suma zbiorów rozmytych

Koncentracja zbioru rozmytego A ⊆ **X** oznaczamy *CON*(A) i definiujemy jako

$$\mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \qquad \forall_{x \in X}$$

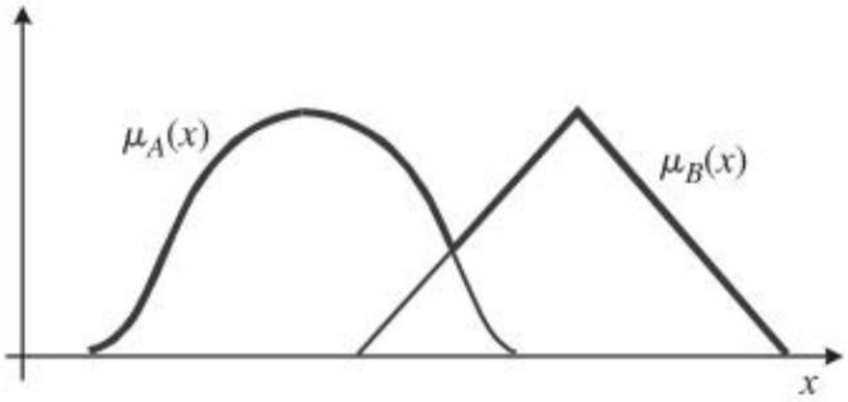


Rozcieńczenie zbioru rozmytego A ⊆ **X** oznaczamy *DIL*(A) i definiujemy jako

$$\mu_{DIL(A)}(x) = (\mu_A(x))^{0,5} = \sqrt{\mu_A(x)} \qquad \forall_{x \in X}$$

Sumą zbiorów rozmytych A i B jest zbiór rozmyty $A \cup B$ określony funkcją przynależności

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\left(\mu_A(x),\ \mu_B(x)\right)$$



$$\mu_{A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n}(x) = \max[\mu_{A_1}(x),\ \mu_{A_2}(x),\ \ldots,\ \mu_{A_n}(x)]$$

dla każdego $x \in \mathbf{X}$.

Przykłady

Załóżmy, że $\mathbf{X} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ oraz

$$A = \frac{0,9}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0,6}{6},$$
$$B = \frac{0,7}{3} + \frac{1}{5} + \frac{0,4}{6}.$$

$$A \cap B = \frac{0,7}{3} + \frac{0,4}{6}.$$

$$A \cup B = \frac{0,9}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0,6}{6}.$$

$$A \cdot B = \frac{0,63}{3} + \frac{0,24}{6}.$$

Wnioskowanie przybliżone – reguły wnioskowania w logice dwuwartościowej.

W logice tradycyjnej (dwuwartościowej) wnioskujemy o prawdziwości pewnych zdań na podstawie prawdziwości innych zdań. Wnioskowanie to notujemy w postaci schematu:

nad kreską poziomą piszemy wszystkie te zdania, na podstawie których wnioskujemy,

---

pod kreską piszemy otrzymany wniosek.

Jeżeli prawdziwe są zadania nad kreską, to prawdziwe jest zdanie pod kreską.

Niech A oraz B będą zdaniami, przy czym zapis $A = 1$ $(B = 1)$ oznacza, że wartością logiczną zdania $A(B)$ jest prawda, natomiast zapis $A = 0$ $(B = 0)$ oznacza, że wartością logiczną zdania $A(B)$ jest fałsz.

Reguła modus ponens

Przesłanka	A
Implikacja	$A \rightarrow B$
Wniosek	B

Niech zdanie A ma postać „Jan jest kierowcą”, a zdanie B — „Jan ma prawo jazdy”. Zgodnie z regułą *modus ponens*, jeżeli $A = 1$, to również $B = 1$, gdyż jeżeli prawdą jest, że „Jan jest kierowcą”, to prawdą jest również, że „Jan ma prawo jazdy”.

Reguła modus tollens

Przesłanka	$\overline{B}$
Implikacja	$A \rightarrow B$
Wniosek	$\overline{A}$

„Jan nie ma prawa jazdy”

Czyli B = 0 $\bar{B} = 1$ to Jan nie jest kierowcą,
czyli $A = 0, \bar{A} = 1$

Podstawowe **reguły wnioskowania** w logice rozmytej.

Przesłanka	x jest A'
Implikacja	**JEŻELI** x jest A **TO** y jest B
Wniosek	y jest B'

Rozmyta reguła modus ponens

gdzie $A, A' \subseteq \mathbf{X}$ oraz $B, B' \subseteq \mathbf{Y}$ są zbiorami rozmytymi, natomiast x i y są tzw. zmiennymi lingwistycznymi.

Występujące w powyższej definicji *zmienne lingwistyczne* to takie zmienne, które przyjmują jako swoje wartości słowa lub zdania wypowiedziane w języku naturalnym. Jako przykłady można podać stwierdzenia typu „mała prędkość", „umiarkowana temperatura" lub „młody człowiek". Stwierdzenia te można sformalizować poprzez przyporządkowanie im pewnych zbiorów rozmytych. Należy podkreślić, że zmienne lingwistyczne oprócz wartości słownych mogą także przyjmować wartości liczbowe

Przesłanka	Prędkość samochodu jest duża
Implikacja	Jeżeli prędkość samochodu jest bardzo duża to poziom hałasu jest wysoki
Wniosek	Poziom hałasu w samochodzie jest średnio-wysoki

W powyższym schemacie przesłanka, implikacja i wniosek są nieprecyzyjnymi stwierdzeniami. Jako zmienne lingwistyczne wyróżnimy: x — prędkość samochodu, y — poziom hałasu. Zbiór

$$T_1 = \{\text{„mała”, „średnia”, „duża”, „bardzo duża”}\}$$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej x. Podobnie zbiór

$$T_2 = \{\text{„mały”, „średni”, „średniowysoki”, „wysoki”}\}$$

jest zbiorem wartości zmiennej lingwistycznej y.

Definicja:

Niech A i B będą zbiorami rozmytymi, $A \subseteq \mathbf{X}$ oraz $B \subseteq \mathbf{X}$. Rozmytą implikacją $A \to B$ nazywamy relację R określoną w $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$ i zdefiniowaną za pomocą jednej z poniższych reguł.

1. Reguła typu miniumum, tzw. reguła Mamdaniego:

$$\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_R(x,y) = \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

2. Reguła typu iloczyn, tzw. reguła Larsena:

$$\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_R(x,y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$$

3. Reguła Łukasiewicza:

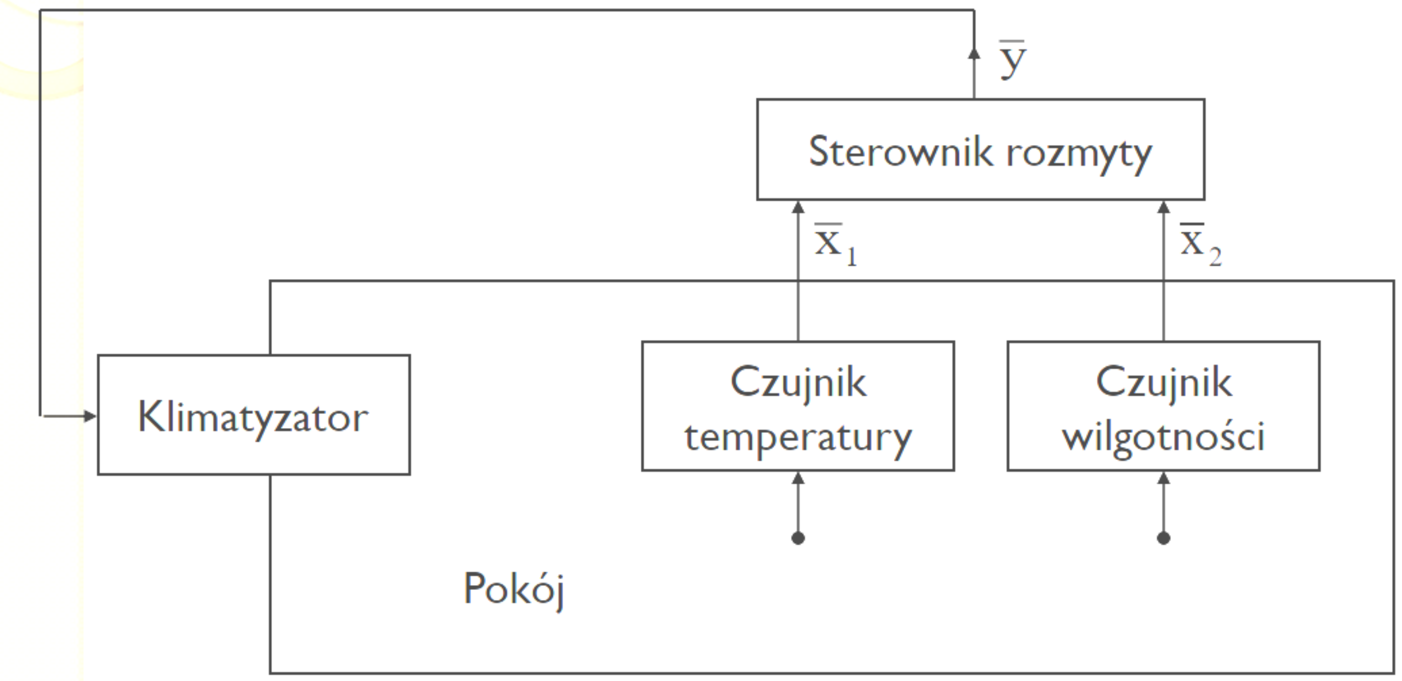
$$\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_R(x,y) = \min[1, 1-\mu_A(x)+\mu_B(y)]$$

4. Reguła typu max-min, tzw. reguła Zadeha:

$$\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_R(x,y) = \max\{\min[\mu_A(x), \mu_B(y)], 1-\mu_A(x)\}$$

Inne reguły iloczynu rozmytego

Regulacja rozmyta

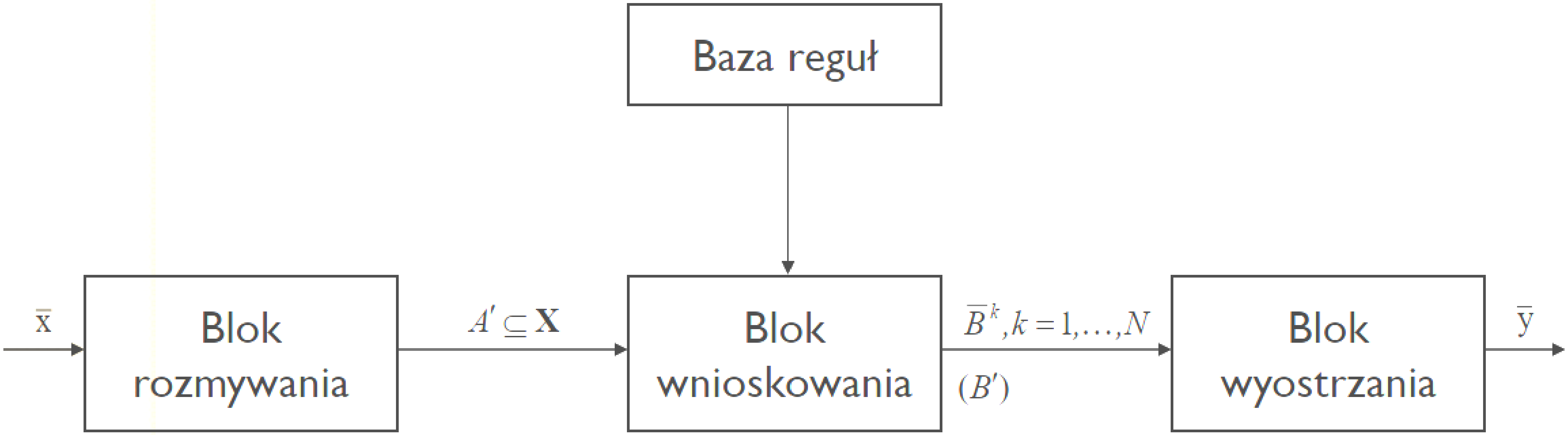


Przykładowa reguła:

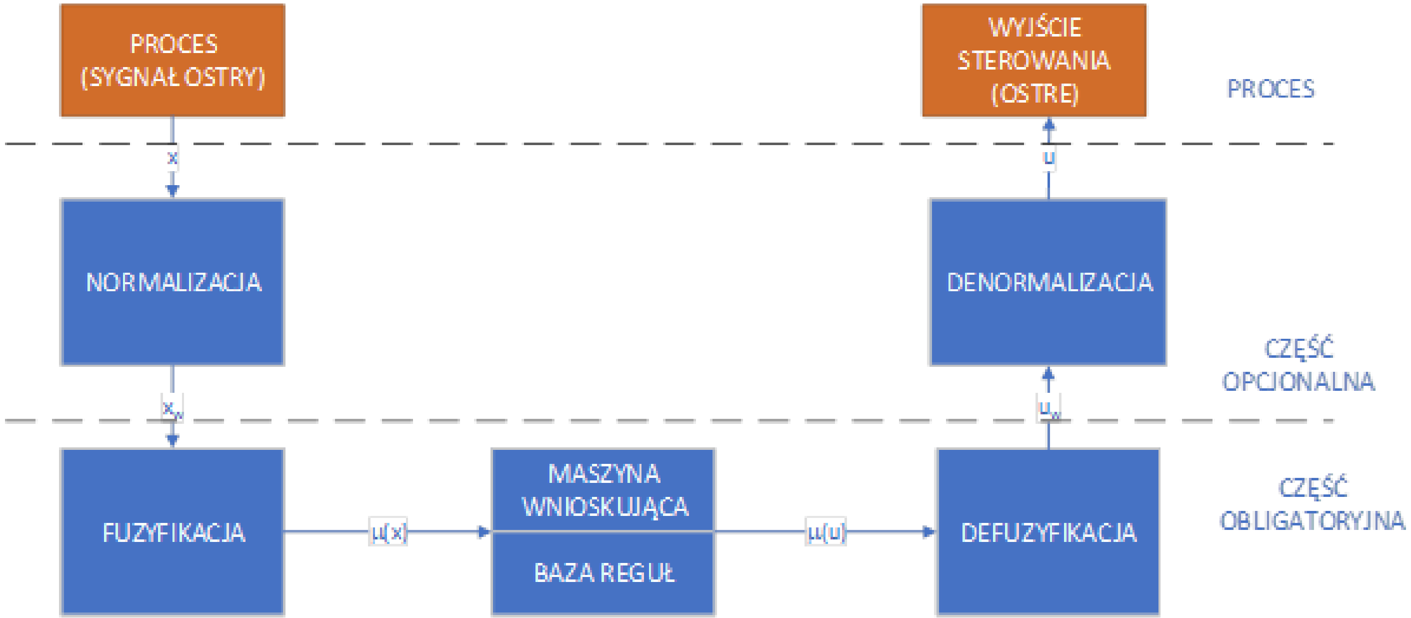
IF t*emperatura jest wysoka* **AND** *wilgotność jest duża*

THEN i*ntensywność chłodzenia jest duża*

Klasyczny regulator rozmyty



Regulator rozmyty

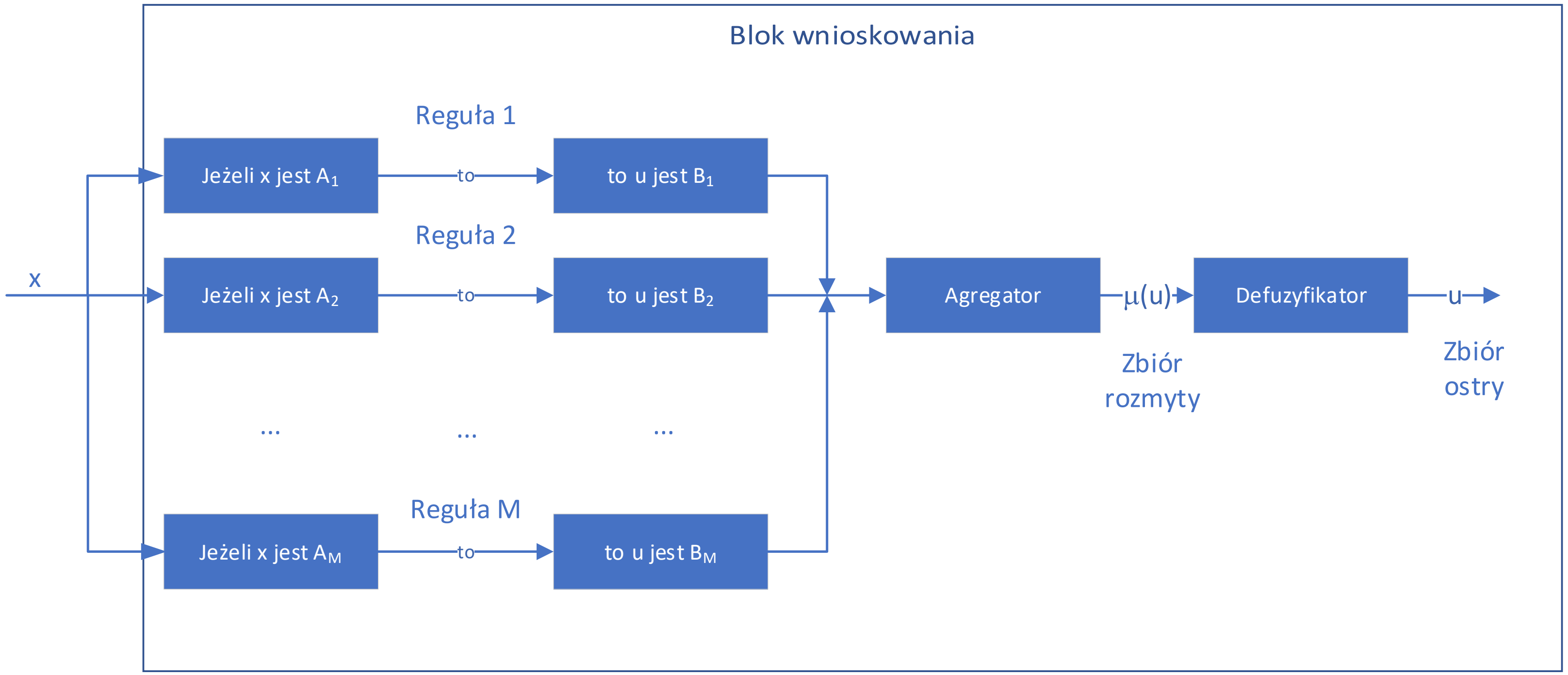


Układ **fuzyfikatora** (rozmywania) przekształca nierozmyty zbiór danych wejściowych ***x*** w zbiór rozmyty zdefiniowany za pomocą funkcji przynależności m(***x)***

Maszyna wnioskująca na podstawie reguł zapisanych w bazie reguł przekształca rozmyty zbiór wejściowy zdefiniowany za pomocą funkcji przynależności μ(x) w rozmyty zbiór wyjściowy zdefiniowany przez funkcję przynależności μ(u).

Układ **defuzyfikatora** (wyostrzania) wyznacza wartość punktową u zmiennej wyjściowej na podstawie zbioru rozmytego zdefiniowanego przez funkcję przynależności μ(u).

Blok wnioskowania

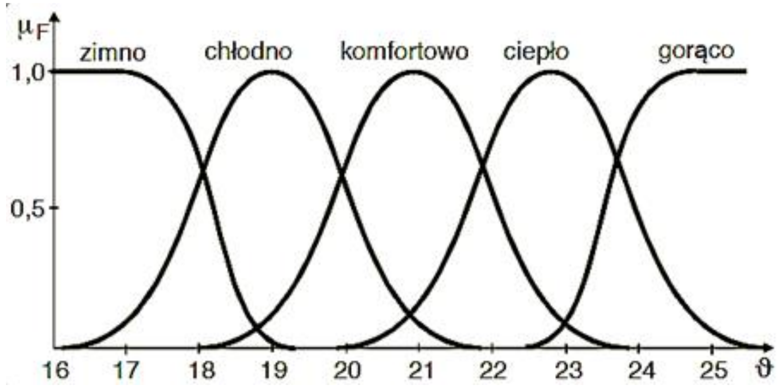


JEŻELI x jest A, TO u jest B

A , B – wartości lingwistyczne zdefiniowane w sposób rozmyty przez odpowiednie funkcje przynależności zmiennych x i u

x jest A – przesłanka (poprzednik) reguły

y jest B – konkluzja (następnik) reguły



Baza reguł

Bazę reguł, nazywaną czasami *modelem lingwistycznym*, stanowi zbiór rozmytych reguł $R^{(k)}$, $k = 1, \ldots, N$, postaci

$$R^{(k)}: \textbf{IF } (x_1 \text{ jest } A_1^k \textbf{ AND } x_2 \text{ jest } A_2^k \ldots \textbf{AND } x_n \text{ jest } A_n^k)$$

$$\textbf{THEN } (y_1 \text{ jest } B_1^k \textbf{ AND } y_2 \text{ jest } B_2^k \ldots \textbf{AND } y_m \text{ jest } B_m^k)$$

gdzie:

N – liczba rozmytych reguł,

A_i^k – zbiory rozmyte takie, że $A_i^k \subseteq \mathbf{X}_i \subset \mathbf{R}$, $i = 1, \ldots, n$,

B_j^k – zbiory rozmyte takie, że $B_j^k \subseteq \mathbf{Y}_j \subset \mathbf{R}$, $j = 1, \ldots, m$,

$x_1, x_2, \ldots, x_n$, – zmienne wejściowe modelu lingwistycznego, przy czym

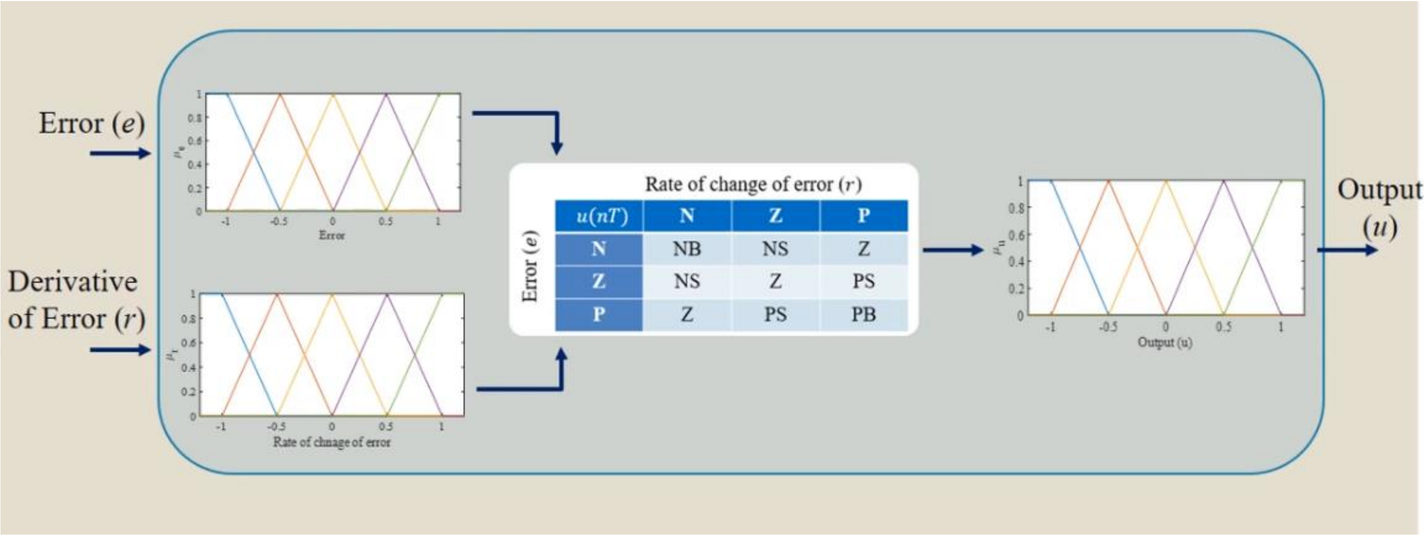
$$(x_1, x_2, \ldots, x_n)^T = \mathbf{x} \in \mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_2 \times \ldots \times \mathbf{X}_n$$

$y_1, y_2, \ldots, y_m$, – zmienne wyjściowe modelu lingwistycznego, przy czym

$$(y_1, y_2, \ldots, y_m)^T = \mathbf{y} \in \mathbf{Y}_1 \times \mathbf{Y}_2 \times \ldots \times \mathbf{Y}_m$$

Symbolami $\mathbf{X}_i$, $i = 1, \ldots, n$, oraz $\mathbf{Y}_j$, $j = 1, \ldots, m$, oznaczamy odpowiednie przestrzenie zmiennych wejściowych i wyjściowych.

Struktura **regulatora rozmytego** w Matlabie – fuzzy toolbox



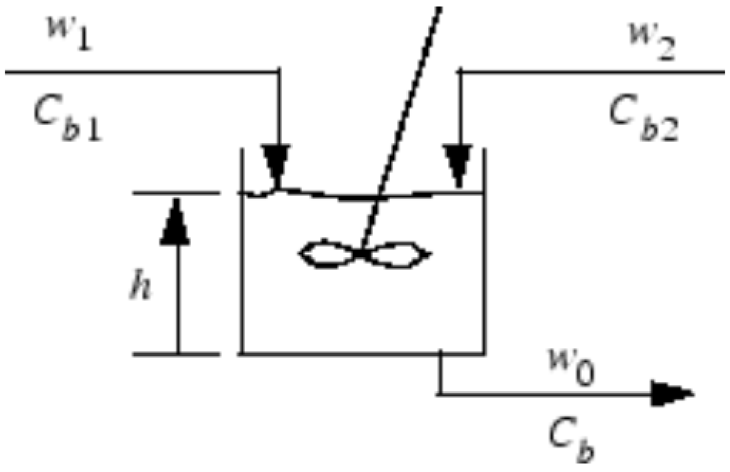
NB – negative big, NS – negative small, Z – zero, PB – positive big, PS – positive small

N – negative, Z – zero, P – positive

Zakres sygnału wejściowego [-1;1]

Zakres sygnału wyjściowego [-1;1]

Regulacja stężenia substancji w roztworze



$$\frac{dh(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - 0.2\sqrt{h(t)}$$

$$\frac{dC_b(t)}{dt} = (C_{b1} - C_b(t))\frac{w_1(t)}{h(t)} + (C_{b2} - C_b(t))\frac{w_2(t)}{h(t)} - \frac{k_1 C_b(t)}{(1 + k_2 C_b(t))^2}$$

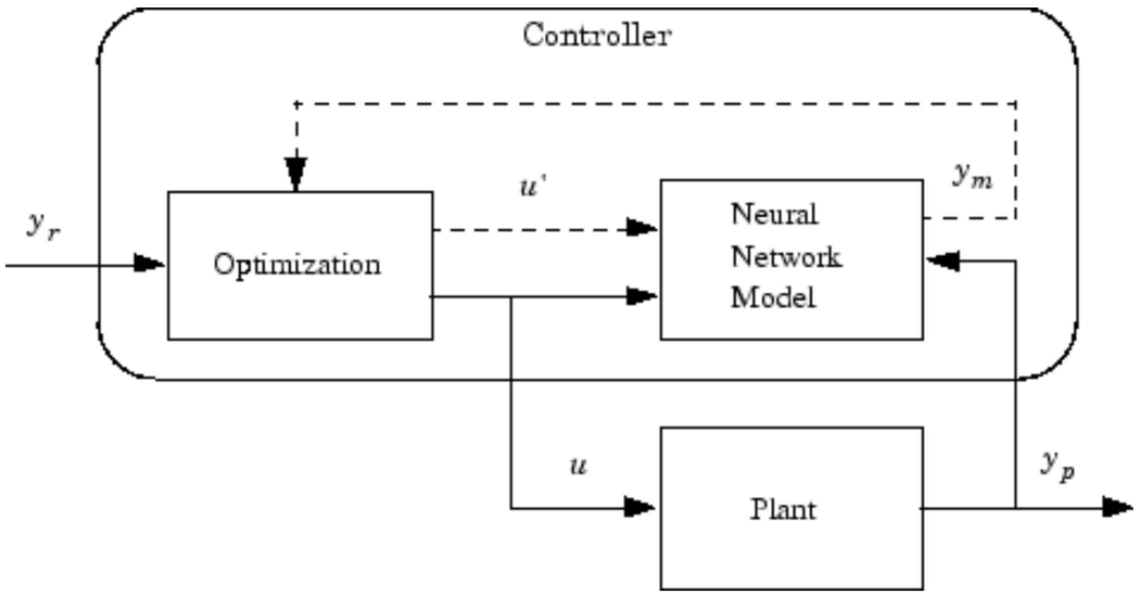
$h(t)$ – poziom cieczy (nie sterujemy)

$w_1(t)$ – wartość przepływu koncentratu Cb_1= 24.9 %

$w_2(t)$ – wartość przepływu koncentratu Cb_2=0.1 %

k_1=k_2=1 – poziom odbioru produktu.

$w_2(t)$ – wartość stała = 0.1

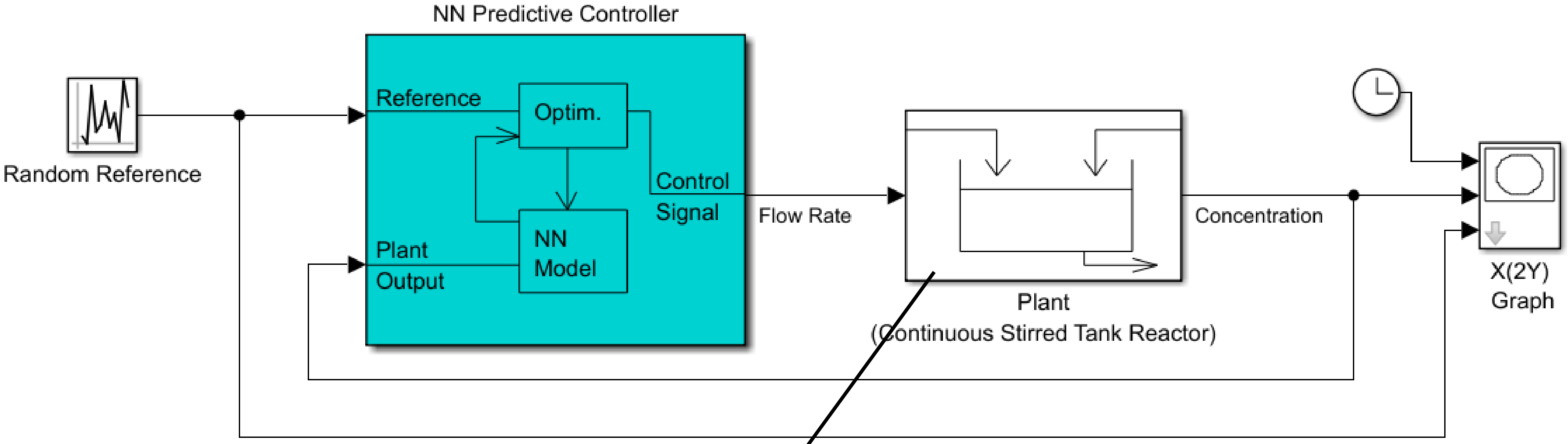


N1, N2, Nu – zdefiniowane horyzonty śledzenia błędu regulacji i regulacji
u’ – zmienna niepewności sygnału sterowanego
yr – oczekiwana odpowiedź
ym – odpowiedź SSN

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} (y_r(t+j) - y_m(t+j))^2 + \rho \sum_{j=1}^{N_u} (u'(t+j-1) - u'(t+j-2))^2$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - 0.2\sqrt{h(t)}$$

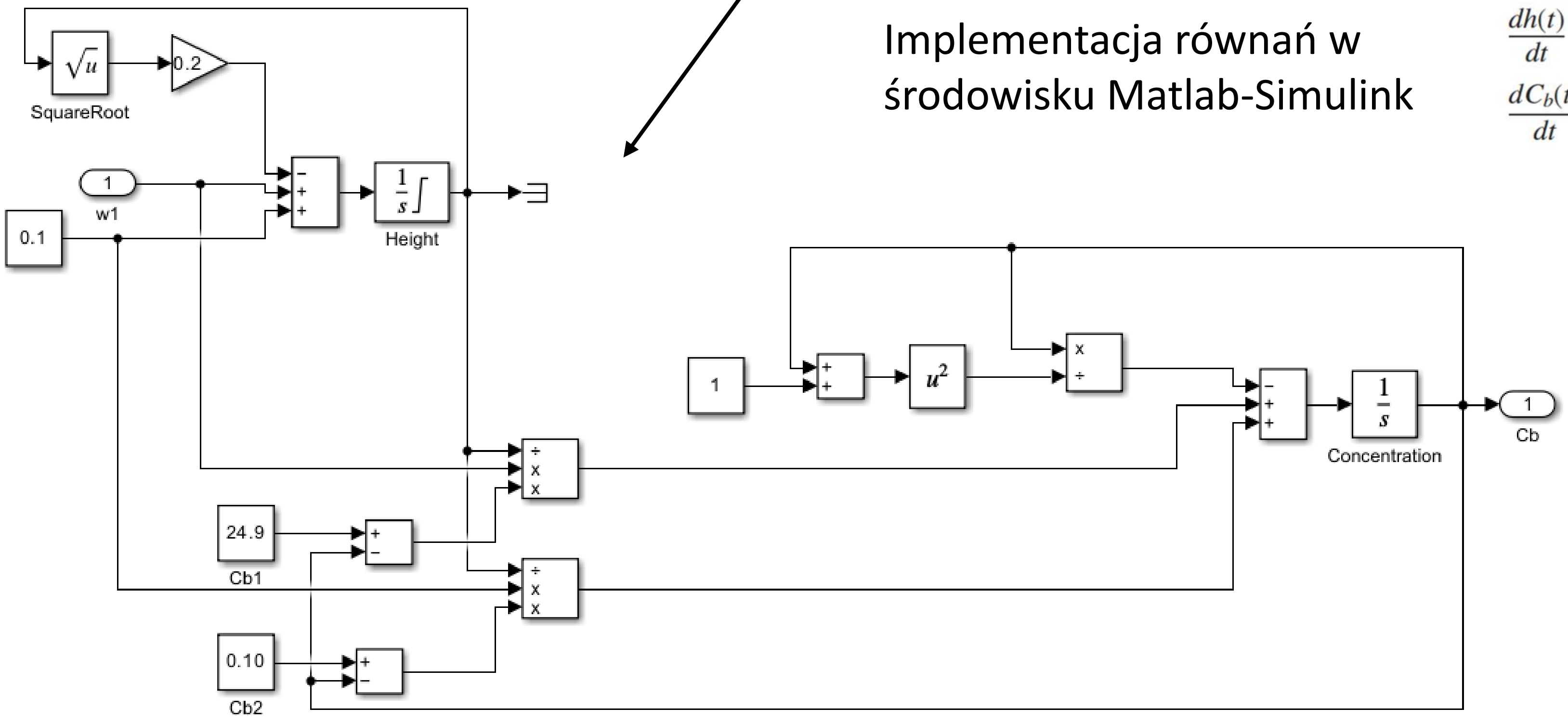
$$\frac{dC_b(t)}{dt} = (C_{b1} - C_b(t))\frac{w_1(t)}{h(t)} + (C_{b2} - C_b(t))\frac{w_2(t)}{h(t)} - \frac{k_1 C_b(t)}{(1 + k_2 C_b(t))^2}$$

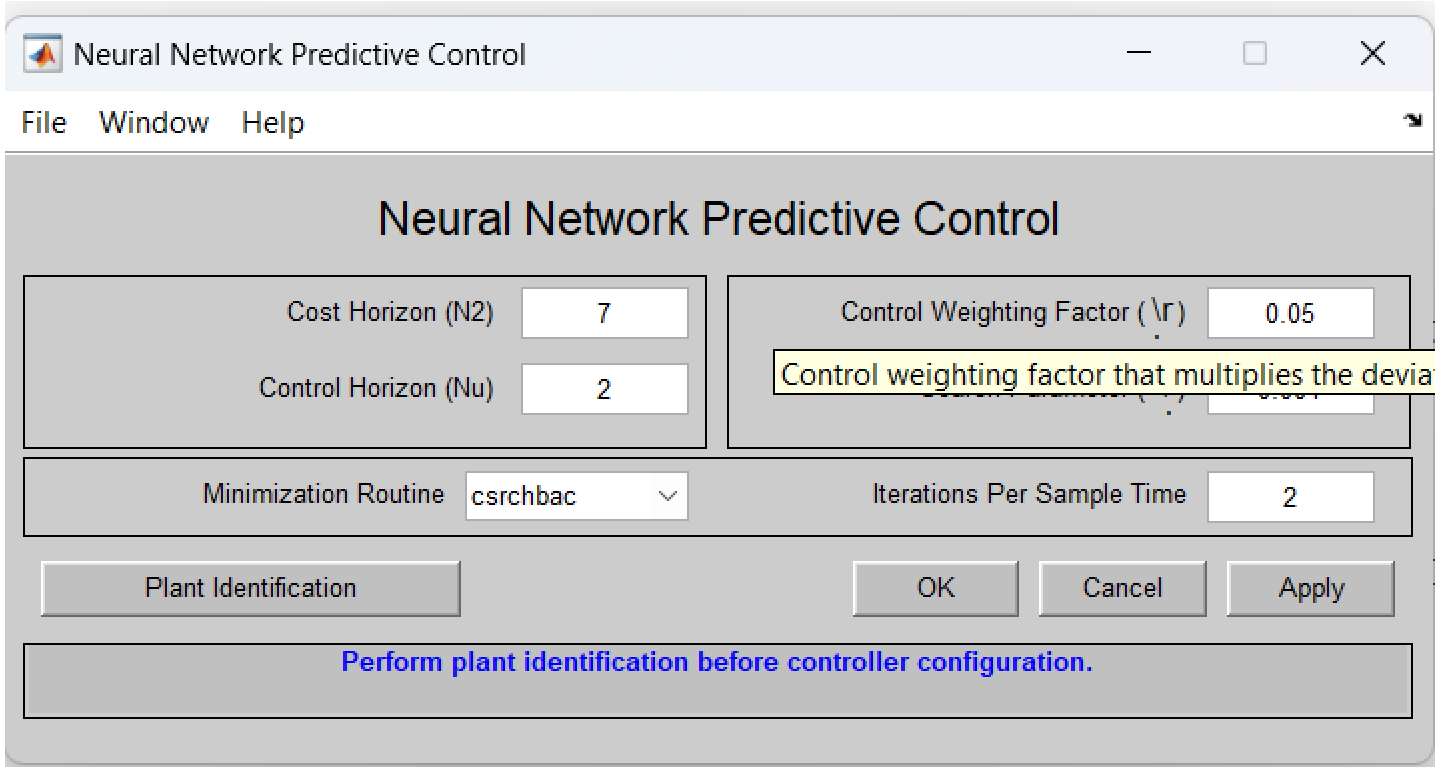


Implementacja równań w środowisku Matlab-Simulink

$$\frac{dh(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - 0.2\sqrt{h(t)}$$

$$\frac{dC_b(t)}{dt} = (C_{b1} - C_b(t))\frac{w_1(t)}{h(t)} + (C_{b2} - C_b(t))\frac{w_2(t)}{h(t)} - \frac{k_1 C_b(t)}{(1 + k_2 C_b(t))^2}$$




Neural Network Predictive Control
File
Window
Help
Neural Network Predictive Control
Cost Horizon (N2)
7
Control Horizon (Nu)
2
Control Weighting Factor (\r)
0.05
Control weighting factor that multiplies the devia
Minimization Routine
csrchbac
Iterations Per Sample Time
2
Plant Identification
OK
Cancel
Apply
Perform plant identification before controller configuration.