

**Lista delle dimostrazioni per l'orale**  
**Istituzioni di Algebra e Geometria – Algebra, a.a. 2025–2026**

Questa è la lista delle dimostrazioni da sapere assolutamente all'orale. Tra parentesi trovate il riferimento alla lezione in cui abbiamo trattato l'argomento e dimostrato il risultato. Le definizioni degli oggetti che abbiamo studiato nel corso vanno sapute tutte, così come le proprietà e gli enunciati dei risultati non elencati qua sotto. Sapere queste definizioni e dimostrazioni è condizione *necessaria ma non sufficiente* per passare l'esame.

1. Algoritmo euclideo di divisione (25 sett)
2. Criterio per sottogruppi (7 ott)
3. Caratterizzazione del sottogruppo ciclico generato da un elemento (7 ott)
4. Caratterizzazione dei sottogruppi di  $(\mathbb{Z}, +)$  (14 ott)
5. Ogni gruppo ciclico è isomorfo a  $\mathbb{Z}$  (se infinito) o a  $\mathbb{Z}_n$  (se è finito) (21 ott)
6. Gruppo simmetrico: decomposizione delle permutazioni in cicli e trasposizioni (27 ott)
7. Teorema di Cayley (27 ott)
8. Teorema di Lagrange e classi laterali (28 ott)
9. Teorema fondamentale dei morfismi di gruppi (3 nov)
10. Morfismo unitario per anelli di caratteristica 0 e positiva (10 nov)
11. Formula di Bezout (18 nov)
12. Teorema cinese dei resti (18 nov)
13.  $A/I$  è dominio di integrità  $\Leftrightarrow I$  è primo, campo  $\Leftrightarrow I$  è massimale (25 e 27 nov)
14.  $K$  campo  $\Rightarrow K[x]$  PID (27 nov)
15. Teorema di Ruffini (1 dic)
16. Riduzione modulo  $p$  di un polinomio e lemma di Gauss (9 dic)
17.  $s$  algebrico su  $K \Leftrightarrow K[s] = K(s) +$  descrizione elementi di  $K[s]$  (16 dic)
18. Il gruppo moltiplicativo di un campo finito è ciclico (16 dic)