LE TRAVAIL

PRÉCISION(S)

NOM DU COURS

CODE

par

Votre nom complet

Remis à

L'enseignant

Bishop's University
Faculté la faculté
Département le département
9 mai 2023

Table des matières

Introduction

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

1 Semaine 2

1.1 Mardi le 9 Mai

1.1.1 Changement de base

Soit effectuons le changement de base de l'Hamiltonien de Hubbard.

$$H = U\sum_i n_{i\uparrow}n_{i\downarrow} - \sum_{<i,j>,\sigma} t_{ij}\left(c^\dagger_{i,\sigma}c_{j,\sigma} + c^\dagger_{j,\sigma}c_{i,\sigma}\right) \tag{1}$$

Les transformées de Fourrier des opérateurs création et annihilation sont

$$c^\dagger_{i,\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\mathbf{r}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}c^\dagger_{i,\mathbf{r}} \tag{2}$$

$$c^\dagger_{i,\mathbf{r}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}c^\dagger_{i,\mathbf{r}} \tag{3}$$

Allons-y terme à terme.

1.1.2 Hubbard Intro Old

Problème 1. *Supposons que $N = 2$. Construire une représentation matricielle explicite, dans l'espace de Hilbert global de dimension $2^2 = 4$, des opérateurs suivants : c_1, c_2, n_1, n_2*

Problème 2. *Supposons que $N = 2$ et considérons un état général à un électron $|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$, où $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Quelle est la probabilité que l'électron soit sur l'ion no 1 ? Quelles sont les valeurs moyennes de n_1 et n_2 ?*

Problème 3. *Considérer un modèle à $N = 4$ sites et comportant $M = 4$ électrons, avec $t = 0$. Trouver les deux niveaux d'énergie les plus bas avec les états correspondants. Combien y en a-t-il pour chacun des deux niveaux ?*

Problème 4. *Démontrer la relation 22 et ensuite que les deux équations de 20 sont compatibles.*

Problème 5. *Démontrer que les opérateurs $\widetilde{c_\sigma}(\mathbf{k})$ et $\widetilde{c_\sigma}(\mathbf{k})$ satisfont aux relations d'anticommutation suivantes :*

$$\{\widetilde{c}_\sigma(\mathbf{k}), \widetilde{c}_{\sigma'}(\mathbf{k}')\} = 0 \qquad \{\widetilde{c}_\sigma(\mathbf{k}), \widetilde{c}^\dagger_{\sigma'}(\mathbf{k}')\} = \delta_{\sigma\sigma'}\delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \tag{4}$$

Problème 6. *Démontrer que l'opérateur K s'exprime comme suit en fonction des opérateurs $\widetilde{c_\sigma}(\mathbf{k})$ et $\widetilde{c_\sigma}^\dagger(\mathbf{k})$:*

$$K = -2t\sum_{\mathbf{k}\sigma}\cos(k)n_\sigma(\mathbf{k}) \qquad n_\sigma(\mathbf{k}) \equiv \widetilde{c}^\dagger_\sigma(\mathbf{k})\widetilde{c}_\sigma(\mathbf{k}) \tag{5}$$

Problème 7. *Démontrer que les opérateurs de nombre $n_\sigma(\mathbf{k})$ associés à des spins ou des nombres d'ondes différents commutent.*

Problème 8. *Quel est l'état fondamental d'un système de N électrons installés sur un anneau de N sites ? On est à demi-remplissage, car*

Références