LE TRAVAIL

PRÉCISION(S)

NOM DU COURS

CODE

par

Votre nom complet

Remis à

L'enseignant

Bishop's University
Faculté la faculté
Département le département
?today?

Table des matières

Magnétisme

On commence avec la loi de Biot-Savard:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}) \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \, \mathrm{d}^3 r' \tag{1}$$

On peut calculer que

$$\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} = -\nabla\left(\frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|}\right). \tag{2}$$

Nous allons utiliser la notation que ∇ représente la dérivée par rapport au vecteur $\mathbf{r}$, nous pourrions aussi utiliser la notation $\nabla_{\mathbf{r}}$. Lorsque nous voulons utiliser la dérivée par rapport au vecteur $\mathbf{r}'$, nous utilisons ∇'.

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \, \mathrm{d}^3 r' \,. \tag{3}$$

On obtient cette équation grâce aux propriétés du gradient:

$$\nabla \times (f \mathbf{J}) = \nabla f \times \mathbf{J} + f \nabla \times \mathbf{J}, \tag{4}$$

en prenant $f = \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|}$.

$$\nabla \times (f \mathbf{J}) = \nabla\left(\frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|}\right) \times \mathbf{J} + \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') \tag{5}$$

Le rotationnel d'une quantité ne dépendant pas explicitement de $\mathbf{r}$ est le vecteur nul. On voit donc émerger le potentiel vecteur:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{6}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \, \mathrm{d}^3 r' \,. \tag{7}$$

Lorsqu'on parle de potentiel vecteur, il est important de bien comprendre la notion de choix de jauge. On peut se faire une image de ce que le choix de jauge est en pensant au choix du zéro de l'énergie potentielle. Le potentiel vecteur est lié à la densité de courant pondérée par la distance.

0.1 Unités CGS

Les unités CGS sont définies avec le centimètre, le gramme et la seconde comme unités de base, ce qui est différent de SI où l'on utilise le mètre, le kilogramme et la seconde. Les équations de Maxwell en SI sont

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{8}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{9}$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \tag{10}$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{11}$$

En CGS, elles s'écrivent plustot

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{12}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \tag{13}$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{J} \right) \tag{14}$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{15}$$

0.2 Expension multipolaire

On peut faire l'expension de

$$\frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} = \frac{1}{\|r\|} + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{\|\mathbf{r}\|^3} + \cdots \tag{16}$$

où cette expression est une bonne approximation pour $\|\mathbf{r}'\| \ll \|\mathbf{r}\|$. On peut réécrire le potentiel vecteur

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \frac{1}{\|r\|} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}^3 r + \frac{1}{c} \frac{1}{\|r\|^3} \int (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}^3 r' + \cdots \tag{17}$$

On définit donc

$$\mathbf{A}_{\text{dip.}} = -\frac{1}{c} \frac{1}{\|r\|^3} \sum_i \hat{n}_i \frac{1}{2} \left[\mathbf{r} \times \int (\mathbf{r}' \times \mathbf{J})\,\mathrm{d}^3 r' \right]_i \tag{18}$$
$$\mathbf{M}(\mathbf{r} = \frac{1}{2c} \mathbf{r} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}), \tag{19}$$

où **M** est la densité de moment magnétique dipolaire.

$$\mathbf{A}_{\text{dip.}} = -\frac{1}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} \times \int \mathbf{M}(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}^3 r' \tag{20}$$
$$= -\frac{\hat{r} \times \mathbf{m}}{r^2}, \tag{21}$$

où **m** est le moment magnétique dipolaire. On peut écrire le champ magnétique lié au potentiel vecteur dipolaire que nous avons écrit

$$\mathbf{B}_{\text{dip.}}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}_{\text{dip.}}(\mathbf{r}) \tag{22}$$

$$= \frac{3\hat{r}(\hat{r}\cdot\mathbf{m})-\mathbf{m}}{\|r\|^3} \tag{23}$$

qui est une propriété à démontrer pour le prochain cours. On peut considérer le solide comme un ensemble de petites boucles de courant, ce qui ferait émerger le magnétisme

$$\mathbf{m} = \frac{I}{2c}\int \mathbf{r}\times \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \tag{24}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_i q_i \mathbf{v}_i \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i \tag{25}$$

$$\mathbf{m} = \sum_i \gamma_i \mathbf{L}_i \tag{26}$$

$$\gamma_i = \frac{q_i}{2M_i r}, \tag{27}$$

qui est l'image classique du magnétisme microscopique.

0.3 Force de Lorentz

La force de Lorentz est

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right). \tag{28}$$

On peut aussi exprimer le lagrangien non-relativiste

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}mv^2 - V \tag{29}$$

$$V = q\phi(\mathbf{r}) - \frac{q}{c}\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r},t), \tag{30}$$

où $\phi(\mathbf{r})$ est le potentiel électrostatique tel que $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. On peut montrer que les équations différentielles sont équivalentes en utilisant les équations d'Euler-Lagrange.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\dot{q}_i}\right)-\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial q}=0 \tag{31}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m\mathbf{v}-\frac{q}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right)-q\nabla\phi(\mathbf{r})+\frac{q}{c}\nabla(\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r},t))=0 \tag{32}$$

$$m\ddot{\mathbf{r}}-\frac{q}{c}\frac{\mathrm{d}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}=-q\mathbf{E}-\frac{q}{c}\nabla(\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}) \tag{33}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{A}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}+\mathbf{v}(\nabla\cdot\mathbf{A}) \tag{34}$$

$$m\ddot{\mathbf{r}}=-q\mathbf{E}-\frac{q}{c}(\nabla(\mathbf{v}\cdot\mathbf{A})-\mathbf{v}(\nabla\cdot\mathbf{A})) \tag{35}$$

Qui dit écrire un lagrangien, on peut maintenant travailler sur un Hamiltonien. Commençons par définir le moment canonique

$$\mathbf{p}=m\mathbf{v}+\frac{q}{c}\mathbf{A} \tag{36}$$

$$\mathscr{H}=\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}-\mathscr{L} \tag{37}$$

$$\mathbf{v}=\frac{1}{m}\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A} \tag{38}$$

$$\mathscr{H}=\frac{1}{m}\mathbf{p}\cdot(\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A})-\left(\frac{1}{2}\frac{m}{m^2}\left(\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A}\right)^2-q\phi+\frac{q}{c}(\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A})\cdot\mathbf{A}\right) \tag{39}$$

$$=\frac{\left(\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A}\right)^2}{2m}+q\phi \tag{40}$$

$$=\frac{p^2}{2m}-\frac{q}{2mc}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{A}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{p})+\frac{q^2}{2mc^2}A^2+q\phi, \tag{41}$$

ce qui représente l'électrodynamique classique. Avec un chamo magnétique constant, on peut utiliser la jauge symétrique

$$\mathbf{A}=-\frac{1}{2}\mathbf{r}\times\mathbf{B}. \tag{42}$$

On se justifie par

$$\nabla\times\mathbf{A}=\frac{1}{2}\nabla\times(\mathbf{r}\times\mathbf{B}) \tag{43}$$

$$=\frac{1}{2}((\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{r}-(\mathbf{r}\cdot\nabla)\mathbf{B}+\mathbf{r}(\nabla\cdot\mathbf{B})-\mathbf{B}(\nabla\cdot\mathbf{r})) \tag{44}$$

$$=\frac{1}{2}(\mathbf{B}-(\mathbf{r}\cdot\nabla)\mathbf{B}+0-3\mathbf{B}) \tag{45}$$

$$=\mathbf{B}+\frac{1}{2}(\mathbf{r}\cdot\nabla)\mathbf{B}, \tag{46}$$

ce qui représente effectivement un champ magnétique constant. Continuons le développement du hamiltonien

$$\mathscr{H}_{\text{class.}} = \frac{p^2}{2m} + \frac{q}{2mc}\mathbf{p}\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{B}) + \frac{q^2}{2mc^2}A^2 + q\phi \tag{47}$$

$$= \frac{p^2}{2m} - \gamma\mathbf{L}\cdot\mathbf{B} + \frac{q^2}{2mc^2}A^2 + q\phi, \tag{48}$$

où l'on voit apparaître le terme de Zeeman et le terme diamagnétique.

0.4 Densité de courant lié

Dans un solide, une boucle de courant présente une densité de moment magnétique

$$\mathbf{J}_M = c\nabla\times\mathbf{M}(\mathbf{r}) \tag{49}$$

$$\nabla\times\mathbf{B} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi\int\mathbf{J}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_M(\mathbf{r})\,\mathrm{d}^3r\right) \tag{50}$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} \tag{51}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}(\mathbf{r}), \tag{52}$$

en réponse linéaire, nous avons que

$$\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H}. \tag{53}$$

Ceci est une approximation, en général, la réponse pourrait ne pas être linéaire.

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}(1 + 4\pi\chi_m) \tag{54}$$

$$= \mu\mathbf{H} \tag{55}$$

Les différents régimes possible de μ sont le diamagnétisme, soit $\mu < 1$, le paramagnétisme $\mu \geq 1$ et le ferromagnétisme $\mu \gg 1$.

0.5 Théorème de Bohr Van-Leuven

Posons un petit dipole magnétique. On cherche sa fonction de partition

$$Z_i = \int\int\frac{\mathrm{d}^3r_i\,\mathrm{d}^3p_i}{h^3}e^{-\beta\mathscr{H}} \tag{56}$$

$$= \int\int\frac{\mathrm{d}^3r_i\,\mathrm{d}^3p_i}{h^3}e^{-\beta(\mathbf{p}-\frac{q}{c}\mathbf{A})^2/2m}. \tag{57}$$

On peut se rendre compte qu'en effectuant le changement de variable $\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \frac{q}{c}\mathbf{A}$, l'intégrale devient la même que pour le cas sans champ magnétique. Il est donc impossible d'avoir des effets magnétiques statistique en utilisant seulement la physique classique.

$$\langle \mathbf{m_i} \rangle = \int \int \frac{\mathrm{d}^3 r_i \, \mathrm{d}^3 p_i'}{h^3} e^{-\beta(\mathbf{p}')^2/2m} = 0. \tag{58}$$

Comme il s'agit d'une fonction paire.

0.6 Équation de Dirac

Partons de l'hamiltonien, maintenant quantique

$$\begin{aligned} \mathscr{H} &= \frac{p^2}{2m} - \gamma(\mathbf{p}\cdot\mathbf{A} + \mathbf{A}\cdot\mathbf{p}) + \frac{q^2}{2mc^2}A^2 \qquad (59) \\ &= \frac{p^2}{2m} - \gamma\mathbf{L}\cdot\mathbf{H} + \frac{q^2}{2mc^2}A^2 \qquad (60) \end{aligned}$$

1 Section I

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin.

Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. [2]

1.1 Sous-section I

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet

?figurename? 1: M. Hamilton. [2]

aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. [5]

1.1.1 Sous-sous-section I

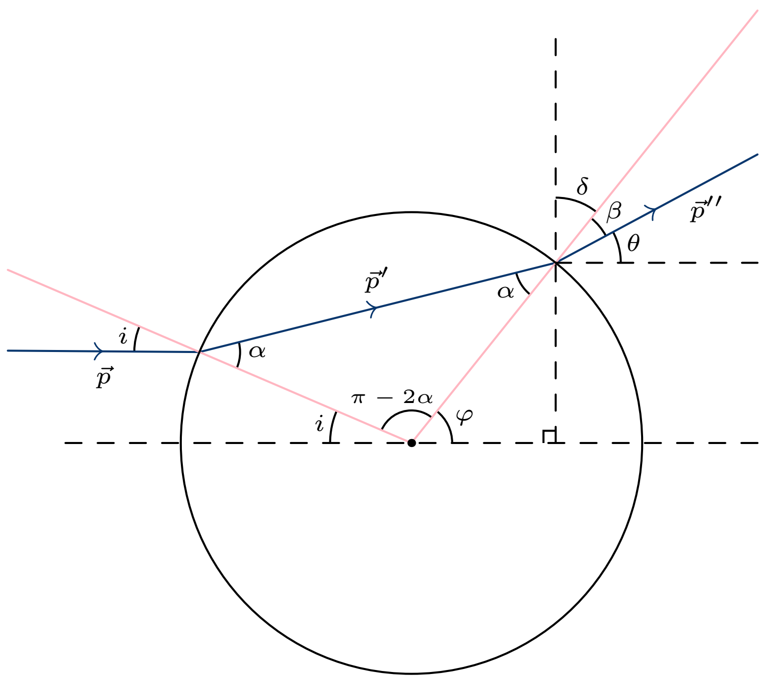
Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. [3]

V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)	V_4 (V)
290 ± 4	295 ± 4	304 ± 4	310 ± 4
290 ± 4	295 ± 4	304 ± 4	310 ± 4

?tablename? 1: Caption, caption. Caption caption captioncaptioncaption caption caption .

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris.

Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.



?figurename? 2: Une sphère molle?

Pour commencer cette partie du problème, on doit redéfinir les relations de conservation de la quantité de mouvement parallèle et de l'énergie. Soit

$$\vec{p} : \begin{cases} p \sin i = p' \sin \alpha \\ \\ p' \sin \alpha = p'' \sin \beta \end{cases} \quad \text{et} \quad E : \begin{cases} \frac{p^2}{2m} = \frac{p'^2}{2m} + V_0 \\ \\ \frac{p'^2}{2m} + V_0 = \frac{p''^2}{2m} \end{cases},$$

où l'on remarque directement que $p^2 = p''^2$ et en substituant cette relation dans les équations de quantité de mouvement on trouve que

$$p \sin i = p'' \sin \beta \implies \beta = i.$$

Cette déduction nous permettra de trouver la relation entre les angles θ, α, i. En effet, en observant le schéma de la figure, on voit nécessairement que

$$\underbrace{\pi/2 = \delta + \beta + \theta}_{A}, \quad \underbrace{\pi = i + (\pi - 2\alpha) + \varphi}_{B} \quad \text{et} \quad \underbrace{\pi = \varphi + \pi/2 + \delta}_{C}.$$

L'équation B nous offre une expression pour l'angle $\varphi = 2\alpha - i$ tandis que l'équation A nous offre une expression pour $\delta = \pi/2 - \beta - \theta$. En substituant ces derniers résultats dans l'équation C, on aura alors

$$\pi = (2\alpha - i) + \pi/2 + (\pi/2 - \beta - \theta) \implies \theta = \beta + i - 2\alpha,$$

qui lorsque nous utilisons le fait que $i = \beta$, alors nous avons plutôt

$$\theta = 2(i - \alpha).$$

À partir d'ici, nous souhaitons retrouver l'équation et pour ce faire, on manipulera notre dernier résultat

$$\boxed{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos(i)\cos(\alpha) + \sin(i)\sin(\alpha),} \tag{61}$$

où ici nos précédente conclusions peuvent être réutilisées telles que l'équation ainsi que le fait $\sin\alpha = b/a$.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

2 Section II

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. [1]

2.1 Sous-section II

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. [4]

Conclusion

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

?refname?

[1] Donald E. Knuth. Literate programming. *The Computer Journal*, 27(2):97–111, 1984.

[2] Donald E. Knuth. *The TEX Book*. Addison-Wesley Professional, 1986.

[3] Leslie Lamport. *LATEX: a Document Preparation System*. Addison Wesley, Massachusetts, 2 edition, 1994.

[4] Michael Lesk and Brian Kernighan. Computer typesetting of technical journals on UNIX. In *Proceedings of American Federation of Information Processing Societies: 1977 National Computer Conference*, pages 879–888, Dallas, Texas, 1977.

[5] Frank Mittelbach, Michel Gossens, Johannes Braams, David Carlisle, and Chris Rowley. *The LATEX Companion*. Addison-Wesley Professional, 2 edition, 2004.