David Martinez Diaz

N° DNI: 44669141 J

"Declaro la autoria de este examen, así como que para su resolución solo he utilizado mis apuntes y/o pdfs de la asignatura, disponibles en PRADO. Ningun dispositivo electronico salvo calculadora".

- Ejercicio 1:

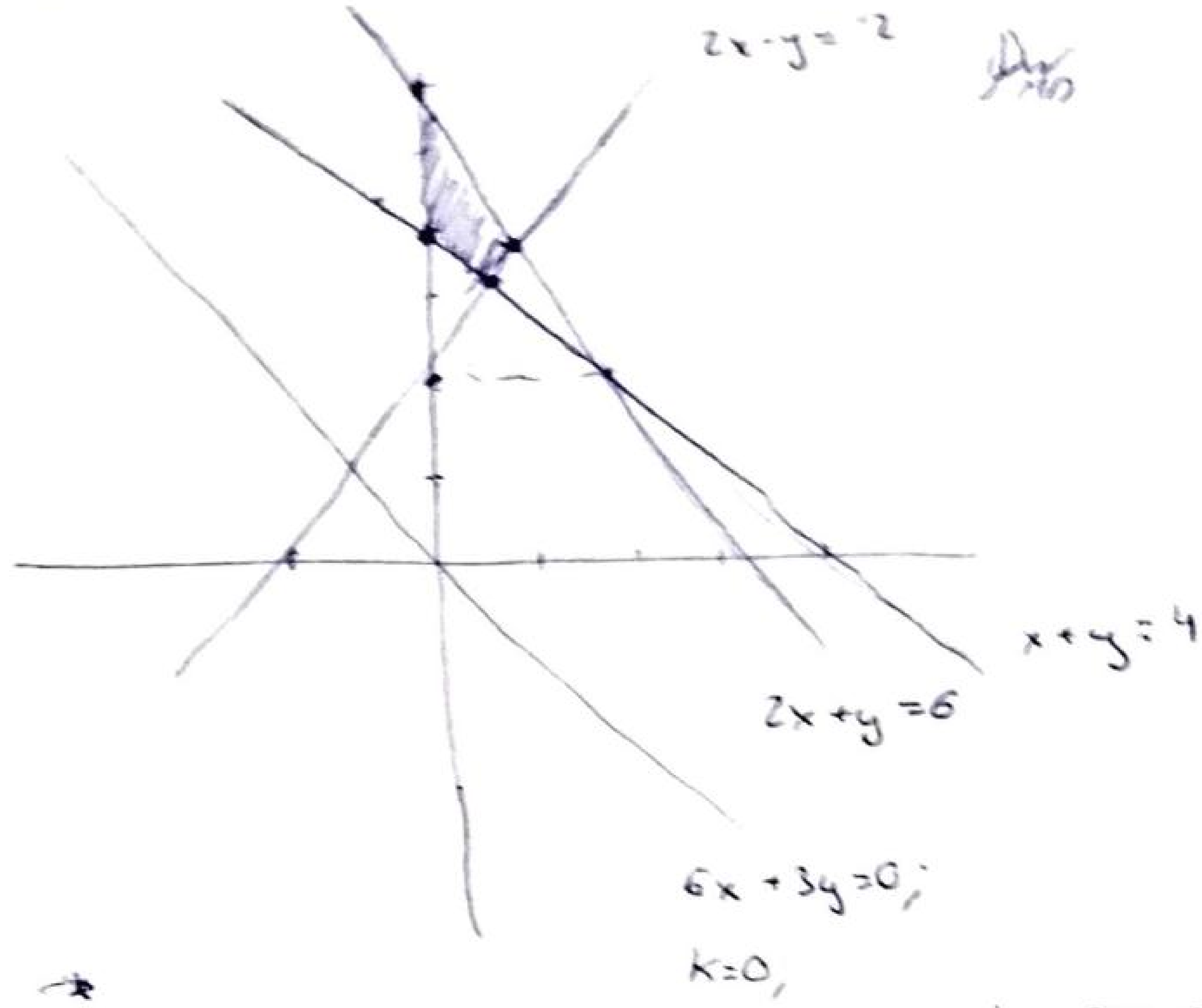
Max: $6x + 3y$

s.a: $x + y \geq 4$

$2x + y \leq 6$

$2x - y \leq -2$

$x, y \geq 0$



* Hay varios maximos y no se alcanza en los vertices

* ~~En el P(0,4) no se alcanza el maximo pero si en P(0,6)~~ $\Rightarrow$ * Viendo la grafica podemos observar que los maximos se encuentran desde [0,4] hasta [0,6], ya que la curva de nivel es paralela al conjunto y hay infinitos maximos globales

* El $P(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ si pertenece al conjunto factible.

- Ejercicio 2:

$U(x,y) = 15x^{1/4}y^{1/2}$ con $x, y > 0$, $\quad \nabla U = \left(\frac{15}{4}x^{-3/4}y^{1/2}, \frac{15}{2}x^{1/4}y^{-1/2}\right)$;

La funcion no es homogenea ya que $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 3/4$;

$$\text{Hess}\,U = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4}\frac{15}{4}x^{-7/4}y^{1/2} & \frac{1}{2}\frac{15}{4}x^{-3/4}y^{-1/2} \\ \frac{15}{2}\frac{1}{4}x^{-3/4}y^{-1/2} & -\frac{1}{2}\frac{15}{2}x^{1/4}y^{-3/2} \end{pmatrix}$$ = Para $x, y > 0$ es Positivo

Como $\left.\begin{matrix} H_1 < 0 \\ H_2 > 0 \end{matrix}\right\}$ Cóncava

$\left.\begin{matrix} \text{Y como } \nabla U_x = -3/4 + \frac{1}{2} = -1/4 \\ \text{Y como } \nabla U_y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -1/4 \end{matrix}\right\}$ Las utilidades marginales son homogéneas de grado menor que cero.

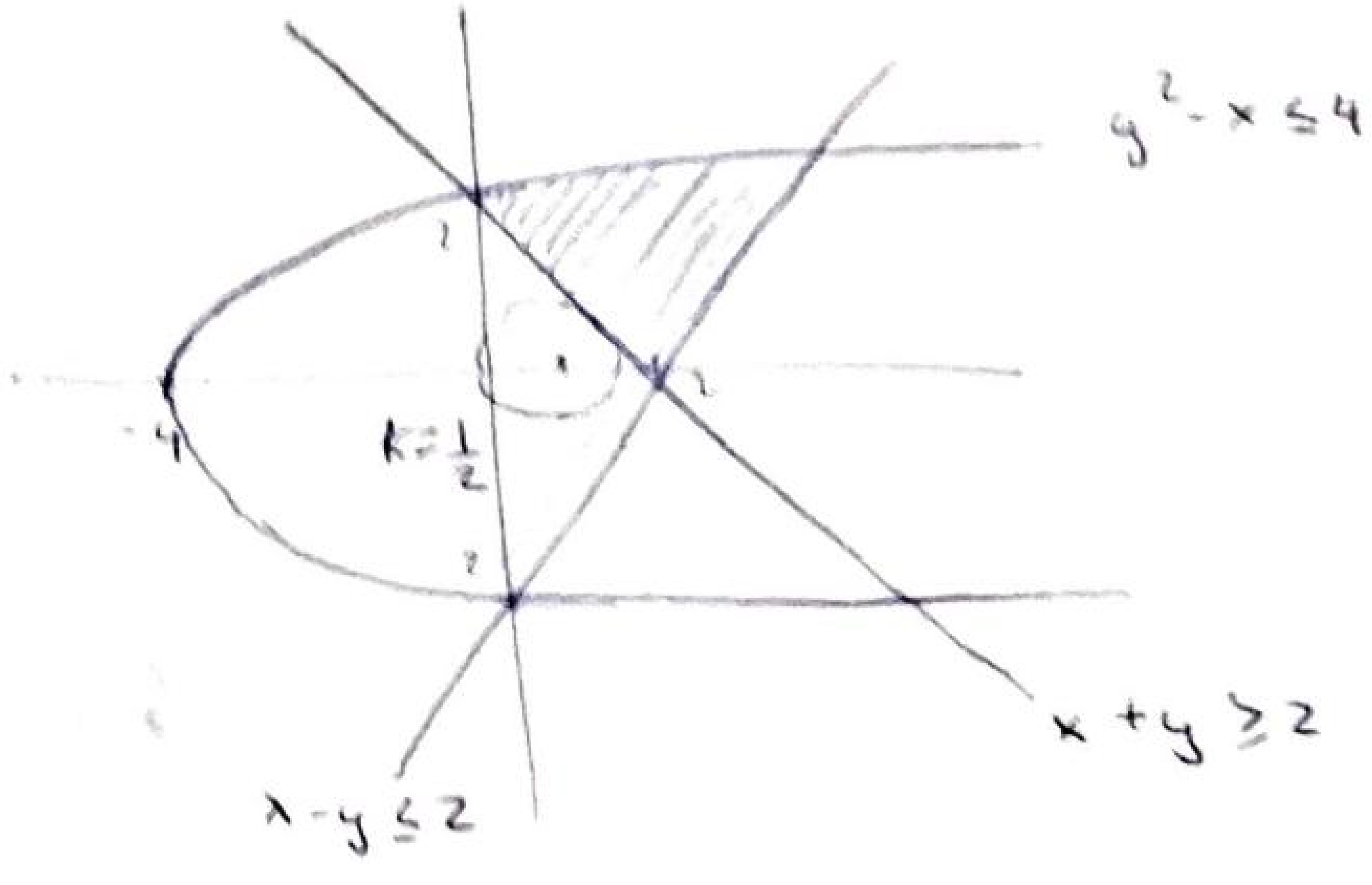
Ejercicio 3:

Min. $(x-1)^2 + y^2$

s.a: $y^2 - x \leq 4$

$x + y \geq 2$

$x - y \leq 2$



$$\left.\begin{array}{l} \nabla f = (2(x-1),\ 2y) \\ \nabla g = (1,\ 1) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} \frac{2(x-1)}{1} = \frac{2y}{1} \\ 2x - 2 = 2y; \\ y = x - 1 \end{array}\right\}$$

No es la condición de tangencia

$$\left.\begin{array}{l} (x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{2}; \\ x + y = 2;\ y = 2 - x \end{array}\right\} \quad \cancel{(2-x-1)^2 + y^2 = 1/2;} \quad \cancel{(1-x)^2 +}$$

$\Downarrow$

$y = \frac{1}{2}$

$(x-1)^2 + (2-x)^2 = \frac{1}{2};$

$x^2 + 1 - 2x + 4 + x^2 - 4x = \frac{1}{2};$

$2x^2 - 6x + 5 - \frac{1}{2} = 0;$

$2x^2 - 6x + 9/2 = 0;$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{4} = \frac{6}{4} = 3/2$

se alcanza mínimo global en $k = 1/2$ y tiene como punto el $(3/2,\ 1/2)$;

Ejercicio 4 i

Min: $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$;

S.a: $x + y + z = 3$;

* Mi conjunto factible si es cerrado ya que esta es una esfera y tambien esta acotado, pero el conjunto factible es un plano, el cual no esta acotado.

$$x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 - \lambda(x+y+z-3);$$

$$\begin{cases} 2x - \lambda = 0 \\ 2y - 4 - \lambda = 0 \\ 2z - 4 - \lambda = 0 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$x = \frac{\lambda}{2}$.

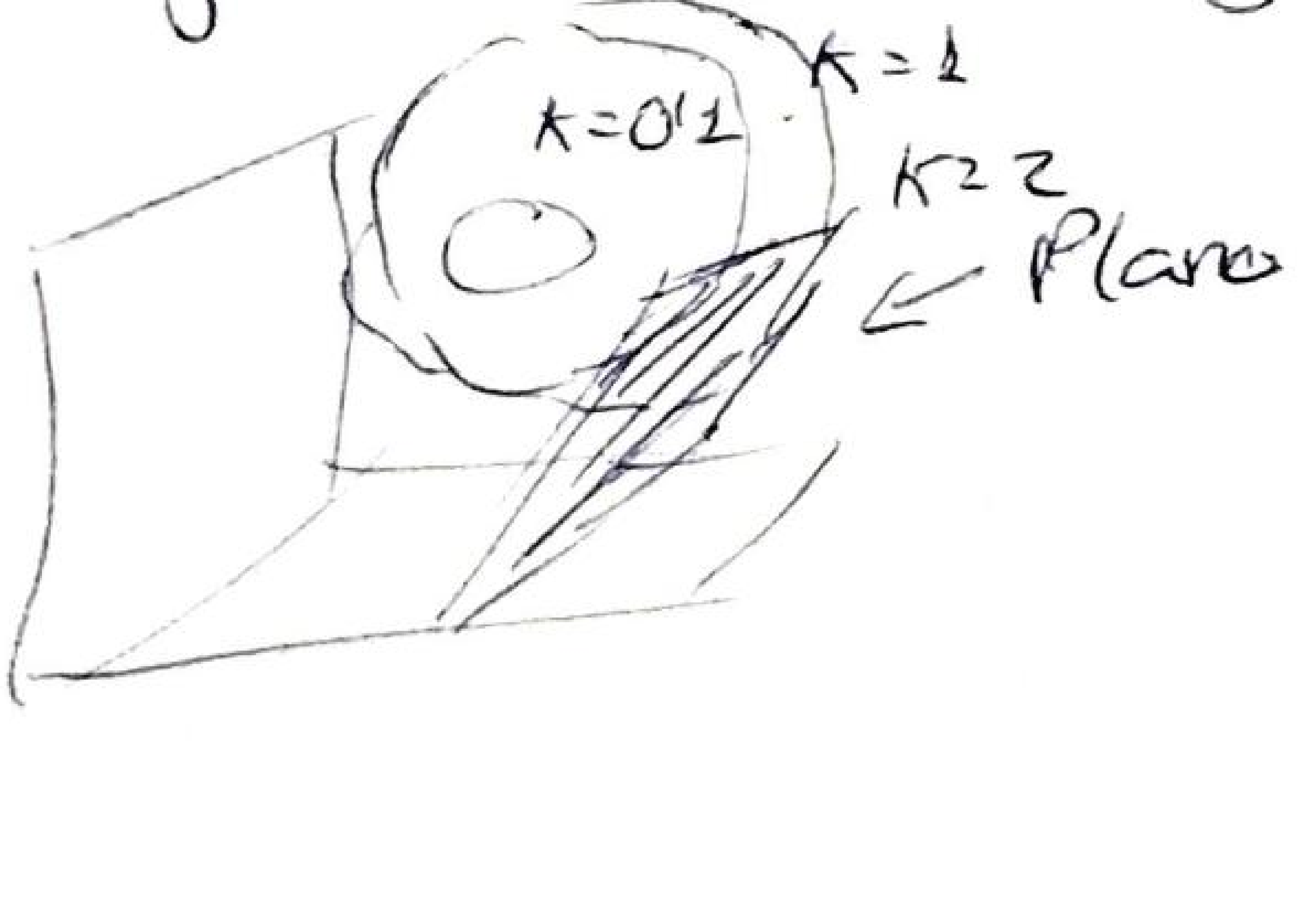
$y = \frac{\lambda+4}{2}$

$z = \frac{\lambda+4}{2}$

$\frac{\lambda}{2} + \lambda + 4 = 3$; $\lambda + 2\lambda + 8 = 6$,

$\lambda = \frac{-2}{3}$; No

Por tanto dependiendo del valor de k, la función posee infinitos mínimos globales en el conjunto factible



- Ejercicio 5:

$f(x, y, z) = x - y + 5z$

s.a: $-x + y - z = -2$

$x^2 + y^2 + z^2 = 4$

* El conjunto factible no es convexa porque la esfera esta hueca por dentro.

$(1, -1, 5) = \lambda_1 (-1, 1, -1) + \lambda_2 (2x, 2y, 2z)$;

$(0, 0, 4)$

Para $\lambda = -1$ y $\lambda_2 = 1$

$(1, -1, 5) = (1, -1, 1) + (0, 0, 4) = (1, -1, 5)$

Si cumple la condición de LaGrange para el punto $(0, 0, 2)$.

- Ejercicio 6:

$U(x, y) = 2Ln(xy) + 3Ln(y)$

s.a = $2x + 4y \leq 70$;

$$\begin{pmatrix} -\frac{2}{x^2} & 0 \\ 0 & -\frac{5}{y^2} \end{pmatrix} = \left.\begin{matrix} H_1 - \\ H_2 + \end{matrix}\right\} D.N$$

$\mathcal{L}(x, y) = 2L(xy) + 3L(y) - \lambda(2x + 4y - 70)$;

$$\left\{\begin{matrix} \frac{2y}{xy} - 2\lambda = 0 \\ \frac{2}{y} + \frac{3}{y} - 4\lambda = 0 \\ 2x + 4y = 70 \end{matrix}\right\}$$

$2 = 4\lambda x$; $x = \frac{1}{2\lambda} = \frac{35}{\cancel{6}}$ 10

$\frac{5}{y} - 4\lambda = 0$; $5 = 4\lambda y$; $y = \frac{5}{4\lambda}$; $= 12'5$

$2\frac{1}{2\lambda} + 4\frac{5}{4\lambda} = 70$; $\frac{1}{\lambda} + \frac{5}{\lambda} = 70$;

$\frac{2}{\lambda} + \frac{5}{\lambda} = \frac{7}{\lambda} = 70$ $\qquad \lambda = \frac{\cancel{6}}{\cancel{70}} = \frac{3}{\cancel{35}}\ \frac{1}{10}$

Scanned by TapScanner

- Ejercicio 7:

Max. $\ln(x^2+4y^2+1)$

s.a. $x^2+y\le 3$

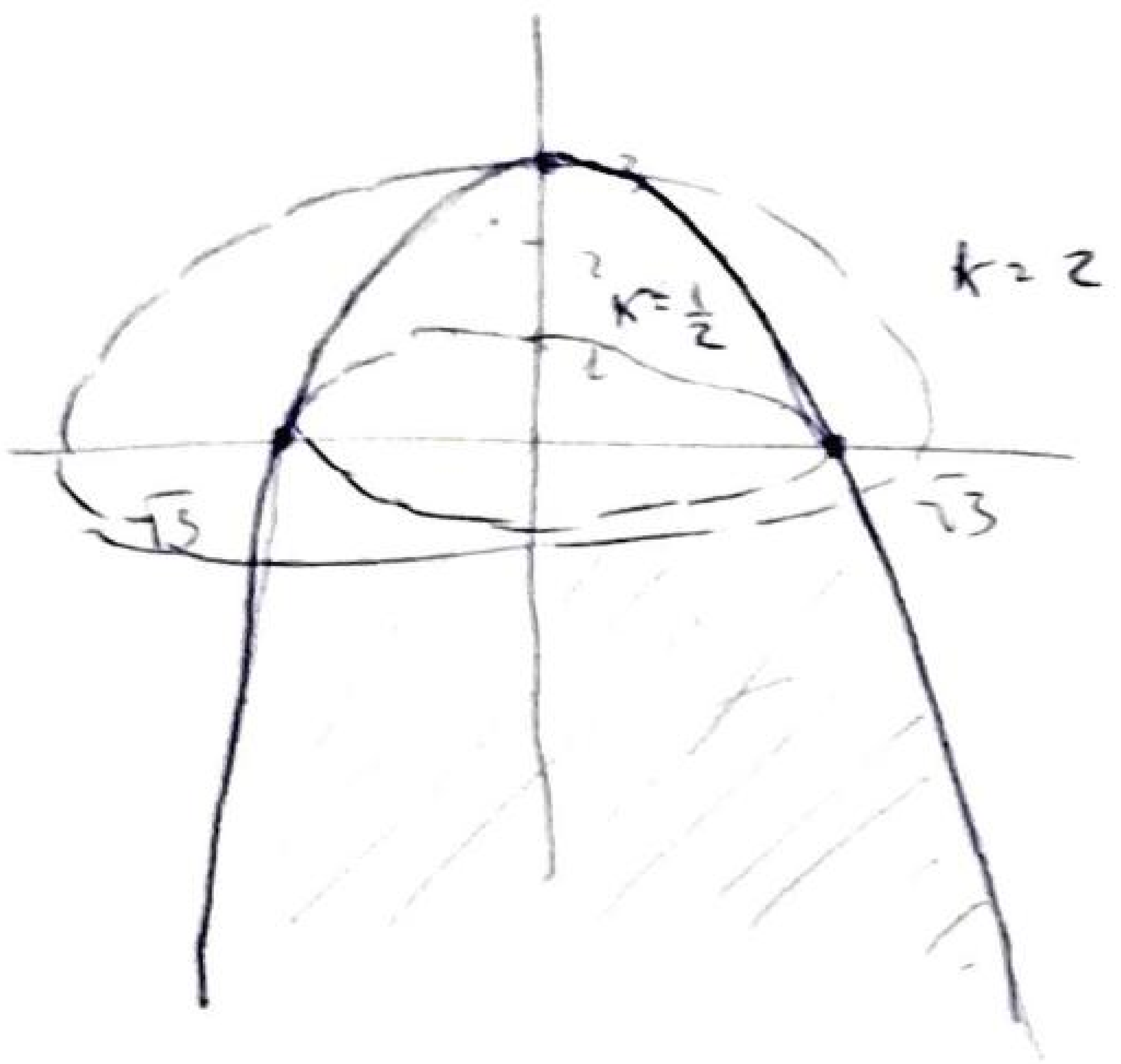
↳ Vertice. $(0,3)$;

↳ Puntos de corte: Eje x: $y=0$, $x=\pm\sqrt{3}$; $(0,\sqrt{3})$ $(0,-\sqrt{3})$

Eje Y. $x=0$, $y=3$; $(0,3)$

* Las curvas de nivel no son elipses,

L x^2



El conjunto de restricciones es ~~Kernes~~ no es una parábola

$k=1$

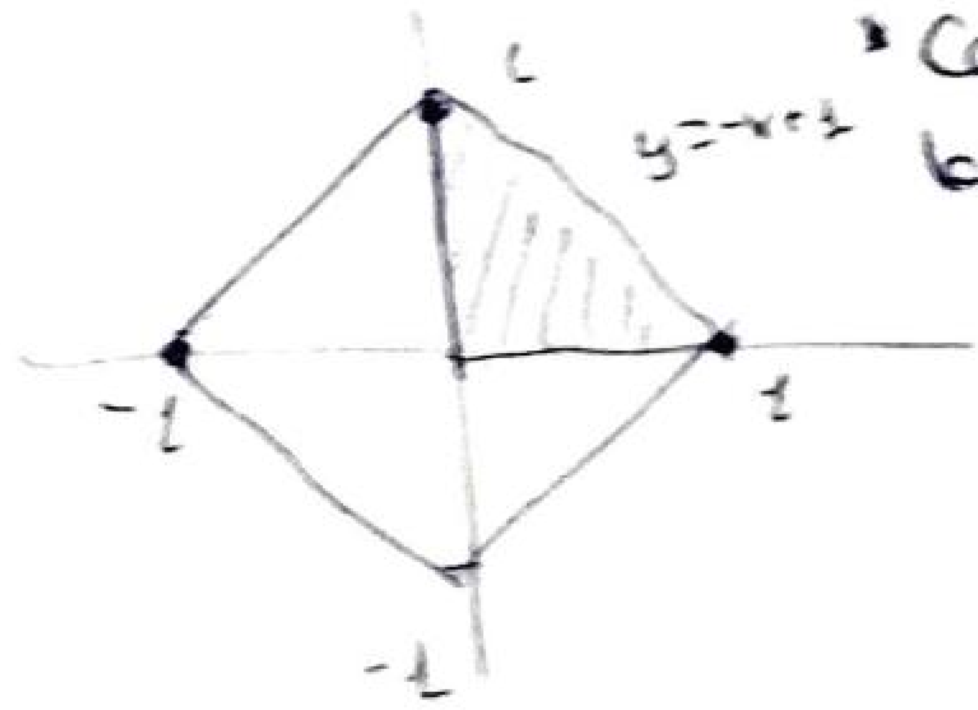
$\text{Log}(x^2+4y^2+1)=1$; *Propiedades de logaritmos

$$\underbrace{x^2+4y^2+1=e^1}$$

Para las curvas de nivel positivo la función son elipses.

- Ejercicio 8:

$$\int\int_D e^{x+y}$$



* Calculo 1 parte y la multiplico por 4.

$$\int_0^1\int_0^{-x+1} e^{x+y}\,dx\,dy;$$

$$\int_0^1 \left[e^1-e^x\right]_0^{-x+1} \Rightarrow \int_0^1 e - e^x \Rightarrow \int_0^1 e\,dx-\int_0^1 e^x\,dx$$

$$e(1-0)-(e-1)= \cancel{e}-\cancel{e}+1 \Rightarrow 1\cdot 4=4$$

Ninguna de las opciones es correcta.