David Martínez Díaz

- Ejercicios tema 6: Unificación y Resolución

- Ejercicio 6.1:

1. $\{Q(x, f(y)),\ Q(f(z), f(a))\}$

$$\left.\begin{array}{l} \{x, f(z)\} \Rightarrow (x \mid f(z)) \\ \{y, a\} \Rightarrow (y \mid a) \end{array}\right\} (x \mid f(z))(y, a) = (x \mid f(z),\ y \mid a)$$

$$\left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ f(y) = f(a) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array}\right\} (x \mid f(z),\ y \mid a)$$

$\Rightarrow$ Son unificables.

2. $\{P(x, g(x,a), f(y)),\ P(x, g(g(f(y)), b), y), f(a))\}$

$$\left.\begin{array}{l} g(x,a) = g(g(f(y), b), y) \\ f(y) = f(a) \Rightarrow y = a \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = g(f(y), y) \\ y = a \end{array}$$

$$(x \mid g(f(a), b),\ y \mid a)$$

$\Rightarrow$ Son unificables

3. $\{Q(x, g(x,y)),\ Q(y,z),\ Q(z, g(x,a))\}$

$$\begin{array}{l} x = y \\ \left.\begin{array}{l} g(x,y) = z \\ y = z \\ z = g(x,a) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} z = g(x,y) \\ y = z \\ z = g(y,a) \end{array}\right\} \begin{array}{l} z = g(y,y) \\ y = g(y,y) \\ g(y,y) = g(y,a) \end{array} \end{array}$$

$\Rightarrow$ No son unificables

4. $\{R(f(x), g(f(z), y), g(a, f(f(x)))), R(y, g(f(a), f(f(b))), g(z, f(y)))\}$

$f(x) = y$
$g(f(z), y) = g(f(a), f(f(b)))$
$g(a, f(f(x))) = g(z, f(y))$

$f(x) = y$
$f(z) = f(a)$
$y = f(f(b))$
$a = z$
$f(f(x)) = f(y)$

$y = f(x)$
$a = z$
$x = f(b)$

$\sigma \Rightarrow (y | f(x),\ a | z,\ x | f(b));$

- Ejercicio 2:

1. $\{Q(a), \neg R(a,y), \neg Q(x) \vee R(x, f(x))\}$

$\neg R(a,y)$ $\qquad$ $\neg Q(x) \vee R(x, f(x))$

$(y | f(a))$ $\qquad$ $(x | a)$

$\neg Q(a)$

$Q(a)$

$\square$

{* Por tanto el conjunto de clausulas es insatisfacible.}

2. $\{\neg Q(a,y), \neg S(x) \vee Q(x, f(x)), S(a)\}$

$\neg Q(a,y)$ $\qquad$ $\neg S(x) \vee Q(x, f(x))$ $\qquad$ $\left\{ \begin{array}{l} a = x \\ y = f(x) \end{array} \right\}$

$(a|x)$ $\qquad$ $(y | f(x))$

$\neg S(a)$ $\qquad$ $S(a)$

$\square$

{* Por tanto el conjunto de cláusulas es insatisfacible}

- 6.3.3.

$\{P(a),\ \neg S(a,x),\ \neg P(y) \vee S(y,f(y))\}$

$\neg S(a,x)$ $\qquad\qquad$ $\neg P(y) \vee S(y,f(y))$ $\qquad$ $\left\{ \begin{matrix} y=a \\ x=f(y) \end{matrix} \right\}$

$(x \mid f(a))$ $\qquad\qquad$ $(y \mid a)$

$\neg P(a)$ $\qquad\qquad$ $P(a)$

$\square$

{* Por lo tanto, el conjunto de clausulas es insatisfacible}

6.2.4.

$\{P(x),\ \neg P(x) \vee Q(x,a),\ \neg Q(y,a)\}$

$\neg Q(y,a)$ $\qquad\qquad$ $\neg P(x) \vee Q(x,a)$

$(y \mid f(a))$ $\qquad\qquad$ $(x \mid a)$

$\neg P(x)$ $\qquad\qquad$ $P(x)$

$\square$

{* Por lo tanto el conjunto de clausulas es insatisfacible}

- Ejercicio 6.3:

Si tenemos la sentencia $\Rightarrow \exists x(M(x) \wedge \neg D(x))$

- Entonces en primer lugar:

$\neg[\exists x(M(x) \wedge \neg D(x))]$

$\hookrightarrow \forall x\, \neg(M(x) \wedge \neg D(x)) \Rightarrow$ Forma Prenexa y F.N.S.

- $\forall x(\neg M(x) \vee D(x)) \Rightarrow$ Forma clausular [1 cláusula]
- $\forall y \exists x(\neg C(y) \to A(x,y)) \Rightarrow$ Forma N.P
- $\forall y(\neg C(y) \to A(f(y),y)) \Rightarrow$ Forma N.S
- $\forall y(C(y) \vee A(f(y),y)) \Rightarrow$ Forma clausular

$\forall x \forall y(\neg C(y) \wedge A(x,y) \to M(x)) \Rightarrow \forall x \forall y(C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x))$

$\forall x\,(\neg D(x) \vee M(x)) \Rightarrow [\forall x \forall y(M(x) \wedge D(x)) \to \neg(\neg C(y) \wedge A(x,y))]$;

$\forall x \forall y(\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y))$;

$\neg C(a) \left\{ \begin{array}{l} \neg c = T \\ c = \neg T \end{array} \right\}$

⇒ Por tanto:

$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y)$ $\qquad \neg M(x) \vee D(x)$

$\neg M(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y)$ $\qquad C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x)$

$C(y) \vee \neg A(x,y)$ $\qquad C(y) \vee A(f(y),y)$

$(x|f(y))$ $\quad C(y)$ $\qquad \neg C(a)$

$(y|a)$ $\quad \square$

⇒ Es insatisfacible

⇒ Por lo que es consecuencia lógica de la hipótesis.

Escaneado con CamScanner

- <u>Ejercicio 6.4</u>:

$$\left.\begin{cases} \exists x\,(P(x) \wedge \forall y\, D(y) \rightarrow L(x,y))) \\ \forall x\,(P(x) \rightarrow \forall y\,(Q(y) \rightarrow \neg L(x,y)) \end{cases}\right\} \models \forall x\,(D(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

$\Rightarrow \exists x\, \forall y\, (P(x) \wedge (D(y) \rightarrow L(x,y))) \Rightarrow$ Forma Prenexa.

$\forall y\, (P(a) \wedge (D(y) \rightarrow L(a,y))) \Rightarrow$ F.N.S.

$\forall y\, (P(a) \wedge (\neg D(y) \vee L(a,y)))$;

$P(a) \wedge \forall y\, (\neg D(y) \vee L(a,y)) \Rightarrow$ FNC.

$\Rightarrow \forall x\, (P(x) \rightarrow \forall y\, (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y)))$;

$\forall x\, \forall y\, (P(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y))) \Rightarrow$ FNP y FNS

$\forall x\, \forall y\, (\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y) \Rightarrow$ FNC.

$\Rightarrow \neg \forall x\, (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$

$\exists x\, \neg (D(x) \rightarrow \neg Q(x) \Rightarrow$ Forma Prenexa

$\neg (D(b) \rightarrow \neg Q(b)) \Rightarrow$ F.N.S

$\neg (\neg D(b) \vee \neg Q(b))$

$D(b) \wedge Q(b) \Rightarrow$ F.N.C.

- <u>Por tanto tenemos:</u>

$\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y)$ $\qquad$ $\neg D(y) \vee L(a,y)$

$(x|a)$

$\neg P(x) \vee \neg Q(y)$ $\qquad$ $P(a)$

$\neg Q(b)$ $\cancel{\neg P(x) \vee \neg Q(y)}$ $\qquad$ $Q(b)$

$\square$

$\Gamma \models \gamma \Leftrightarrow \Gamma \cup \{\neg \gamma\}$

$\Rightarrow$ <u>Por tanto es insatisfacible</u>

- Ejercicio 6.5:

I. $\{\neg P(x) \vee Q(f(x)),\ P(a),\ \neg P(x) \vee \neg Q(x)\}$

$$\left\{\begin{array}{l}
\Gamma_0 \Rightarrow \{\neg P(x) \vee Q(f(x)),\ P(a),\ \neg P(x) \vee \neg Q(x)\} \\
\Gamma_1 \Rightarrow \{C_1, C_2, C_3, Qf(a),\ \neg Q(a),\ \neg P(x) \vee \neg P(f(x))\} \\
\Gamma_2 \Rightarrow \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, \neg P(f(a))\} \\
\Gamma_3 \Rightarrow \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7\}
\end{array}\right\}$$

$\Gamma_2 = \Gamma_3$ y $\square \notin \Gamma_2 \Rightarrow \Gamma$ es insatisfacible.

II. $\{\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y),\ C(b),\ D(x) \vee \neg M(x),$
$\neg D(x) \vee M(x),\ \neg C(y) \vee CC(f(y),y),\ \neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x)\}$

$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $\neg D(x) \vee M(x)$

$\neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $D(x) \vee \neg M(x)$

$\neg M(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $\neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x)$

$\neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $C(y) \vee CC(f(y),y)$

$\neg C(y)$ $\qquad$ $C(a)$

$\square$

$\Rightarrow$ Por lo tanto es insatisfacible.