

David Martínez Díaz

- Cuestionario Tema 4:

Ejercicio 5:

$$\begin{cases} \text{Max: } x+y, \\ \text{s.a: } L(x^2+y)=0, \end{cases}$$

a) Esto no se cumple ya que su Hess:

$$\text{Hess}(x,y) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow 0, \left\{ \begin{array}{l} \text{Por tanto, esta es indefinida.} \\ \text{No es cóncava ni convexa.} \\ \text{Es un plano.} \end{array} \right.$$

b) Si se cumple ya que; aplicando la propiedad del logaritmo:

$$\ln(x^2+y)=0; \Rightarrow e^{\ln(x^2+y)} = e^0;$$

$x^2+y=1$ ; Luego al ser iguales, si lo cumple.

c) Creamos la función Lagrange;

$$L(x,y,\lambda) = x+y - \lambda(x^2+y-1);$$

$$\begin{cases} 1-2x\lambda=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \\ 1-\lambda=0 \Rightarrow \lambda=1 \\ x^2+y=1 \Rightarrow y=\frac{3}{4} \end{cases}$$

\*Calculamos la Hess;

$$\text{Hess}(x,y) = \begin{pmatrix} -2\lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} H_1 = -2 \\ H_2 = 0 \end{Bmatrix} \text{ S.D.N}$$

Máx Global;

$$\text{Max: } x + (1-x^2);$$

1. 8

$$1-2x=0; \Rightarrow x=\frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4};$$

Como los puntos son <sup>iguales</sup> diferentes, el programa <sup>si</sup> es equivalente. Ya que sustituyendo en la restricción si coinciden.

d) Tampoco es, ya que el  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$  es un máximo global comprobado anteriormente.



- Ejercicio 7:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min: } x+y+z \\ \text{s.a: } x^2+y^2+z^2=4 \end{array} \right\}$$

a) Para saber si es compacta, al ser una esfera, esta se cumple y para saber si es convexa:

$$\text{Hess}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{cases} H_1 = + \\ H_2 = + \\ H_3 = + \end{cases} \quad \text{Def. Positiva}$$

[~~Indefinida~~]

\* Al ser una esfera su interior no pertenece al conjunto y además no es convexa

b) Miramos su Hess: para comprobar su convexidad.

$$\text{Hess}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{cases} H_1 = 0 \\ H_2 = - \\ H_3 = 0 \end{cases} \quad \text{Indefinida}$$

c)  $L(x,y,z,\lambda) = x+y+z - \lambda(x^2+y^2+z^2-4);$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - 2x\lambda = 0 \\ x - 2y\lambda = 0 \\ 1 - 2z\lambda = 0 \\ x^2+y^2+z^2 = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} y = 2\lambda x \\ x = 2\lambda y \\ 1 = 2\lambda z; \lambda, z \neq 0 \end{cases} \rightarrow y = 2\lambda(2\lambda y)$$

$$y(1-4\lambda^2) = 0;$$

- Distinguimos casos:

•  $y = 0 \Rightarrow x = 0; z^2 = 4; z = \pm 2; \lambda = \pm \frac{1}{4};$

$$P(0,0,2)_{\lambda=\frac{1}{4}} \quad P(0,0,-2)_{\lambda=-\frac{1}{4}}$$

•  $y \neq 0 \Rightarrow 1-4\lambda^2 = 0; \Rightarrow \lambda = \pm \frac{1}{2};$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ z = 1 \end{cases} \quad x^2+x^2+1=4; \quad x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$P(\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, 1) \quad P(-\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}, 1);$$

$$\Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow x^2+x^2+1=4; \quad x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$P(\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}, -1) \quad P(-\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, -1); \Rightarrow \text{Valor M\u00ednimo} = 2'5$$

d)  $x^2+y^2+z^2=2;$

\* Sustituyendo

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2+x^2+1=2; \\ 2x^2=1; \\ x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \end{array} \right\}$$

El valor m\u00ednimo es:

$$P(-\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -1) \text{ y}$$

$$P(\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -1)$$

[1'5]

No lo cumple



- Ejercicio 9:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } 2K + 8L \\ \text{s.a. } KL = 20 \\ K, L > 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } 12 \cdot 3 = 36; \\ \text{No satisface las condiciones de Lagrange.} \\ \text{b) Tampoco se cumple } \boxed{\lambda \neq 7} \end{array} \right\}$$

• Calculamos la ecuación de LG:

$$LG(K, L) = 2K + 8L - \lambda(KL - 20);$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 - \lambda L = 0 \rightarrow \lambda = \frac{2}{L} \\ 8 - \lambda K = 0 \rightarrow K = \frac{8}{\lambda} \\ KL = 20 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{8}{\lambda} = 20; \quad 16 = 20\lambda^2; \quad \lambda = \sqrt{\frac{4}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$\bullet \text{ Si } \lambda = \frac{2}{\sqrt{5}}; \left\{ \begin{array}{l} L = \sqrt{5} \\ K = 4\sqrt{5} \end{array} \right\} \quad \bullet \text{ Si } \lambda = -\frac{2}{\sqrt{5}}; \left\{ \begin{array}{l} L = -\sqrt{5} \\ K = -4\sqrt{5} \end{array} \right\} \text{ No nos vale}$$

• Calculamos la Hess:

$$\text{Hess}(K, L) = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda \\ -\lambda & 0 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} H_1 = 0 \\ H_2 = - \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{S. Def. Negativo} \\ \text{Alcanta Máx Local.} \end{array}$$

c) Al no tener ni máximos ni mínimos globales, ~~no~~ si cumple este apartado

d) Con  $KL = 20 \Rightarrow$  El óptimo es  $16\sqrt{5}$   
Para  $\lambda = \frac{2}{\sqrt{5}};$

Entonces sera  $KL = 23;$

$3 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} + \text{Opt. Anterior};$

Se produce un incremento de:

$$\frac{32}{\sqrt{5}} = 2'68 \Rightarrow \text{se cumple,}$$