David Martínez Díaz

DNI: 44669141J

F:

- Examen Parcial:

1. $\begin{cases} \text{Maximizar: } x^2 + (y+4)^2; \\ \text{s.a: } \quad x^2 + y \leq 4 \\ \qquad\quad x + y \geq 0 \end{cases}$

$\nabla f = (2x,\ 2(y+4))$

- Igualamos a cero:

$\left.\begin{array}{l} 2x = 0;\ x = 0; \\ 2(y+4) = 0;\ y = -4 \end{array}\right\}$ Por tanto el $P \Rightarrow (0, -4)$

Ninguna es correcta

2. $\begin{cases} \text{Optimizar: } 2x + 5y + 3z + 20 \\ \text{s.a: } \quad x^2 + y^3 - z^2 = 1; \end{cases}$

- Calculamos el vector gradiente:

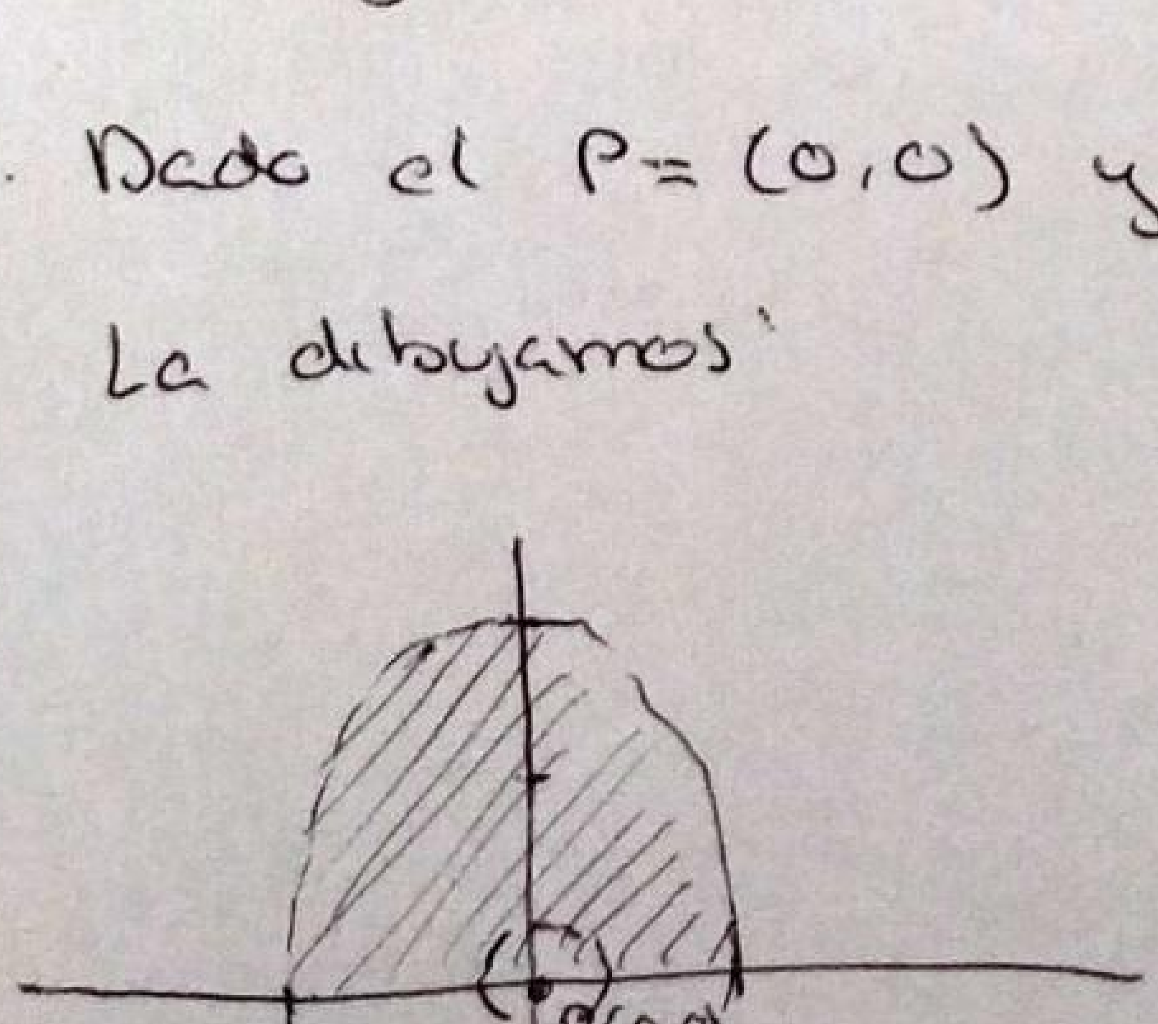
$\nabla g (2x,\ 3y^2,\ -2z) \Rightarrow (0,0,0) \Rightarrow 0 \neq 1$ No es P. Sing.

Como no lo cumple para el único punto posible

Ninguna de las otras opciones es correcta.

3. Dado el $P = (0,0)$ y conjunto $S = \{(x,y) / 4x^2 + y^2 < 4,\ y \geq 0\}$

La dibujamos:



El punto P(0,0), es un punto frontera, ya que en la segunda restriccion se cumple al no ser estricta.

4. $C(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 4y + 22$

- Se verifica:

$$\nabla C = (2x - 2y - 4;\ -2x + 6y - 4)$$

$$Hess(x,y) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} H_1 = + \\ H_2 = 12 - 4 = 8\ + \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{D. Positiva} \\ \text{Convexa} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 2y = 4 \\ -2x + 6y = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x = 8;\ x = 4$$

$$/\quad 4y = 8;\ y = 2$$

El Punto Mínimo Global es $(4, 2)$

---

5. $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Minimizar:} & f(x,y,z) \\ \text{s.a:} & g(x,y,z) = 20 \\ & h(x,y,z) = 25 \end{array} \right\}$

Los vectores no son proporcionales a f en el ∇g respecto de la función

Como los valores no son proporcionales, y son linealmente independientes no va a tener solución porque no es un punto estacionario.

6. Polinomio de Taylor: $f(x,y) = xe^{x-y^3}$

En el punto $(0,0)$;

$f(0,0) = 0$

$\nabla f(e^{x-y^3}(1+x), -3y^2 \cdot xe^{x-y^3}) = (1,0)$

$$Hess(x,y) = \begin{pmatrix} xe^{x-y^3} + 2e^{x-y^3} & -3y^2e^{x-y^3} - 3xy^2e^{x-y^3} \\ -3y^2e^{x-y^3} - 3xy^2e^{x-y^3} & 9xy^4e^{x-y^3} - 6xye^{x-y^3} \end{pmatrix}$$

$$Hess(0,0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_T = f(0,0) + \nabla f(0,0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(x,y) \cdot Hess f(0,0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$P_{T_2}(0,0) = 0 + x + \frac{2x^2}{2} \Rightarrow x + x^2;$$

---

7. $F(u,v) = u^2 + v^3$ con $u(x,y) = x + 2y^2$

$v(x,y) = xy^2$, $\frac{dF}{dx}$ en el punto $(x,y) = (1,1)$

$F(u,v) = (x+2y^2)^2 + (xy^2)^3;$

$$\frac{dF}{dx} = 2(x+2y^2) + 3(xy^2) \cdot y^2;$$

$$\boxed{F(1,1) = 9}$$

8. $\left\{\begin{array}{l} \text{Maximizar: } 4x+y+1 \\ \text{s.a: } 9x^2+y^2=4 \end{array}\right\}$ Por T^a Weierstrass sabemos que el punto es global

$\nabla f = (4, 1)$

$Hess = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; Indefinida Es una recta

$L(x,y) = 4x+y+1-\lambda(9x^2+y^2-4)$

$\left\{\begin{array}{l} 4-9x\lambda \\ 1-2\lambda y \\ 9x^2+y^2=4 \end{array}\right\}$ $x = \frac{4}{9\lambda}$ $y = \frac{1}{2\lambda}$

$\frac{16}{9\lambda^2} + \frac{1}{4\lambda^2} = 4;$

$64\lambda^2 + 9\lambda^2 = 144\lambda^4;$

$73\lambda^2 = 144\lambda^4;$

$\lambda = \pm\sqrt{\frac{73}{144}}$ No tiene sol.

Ninguna es correcta

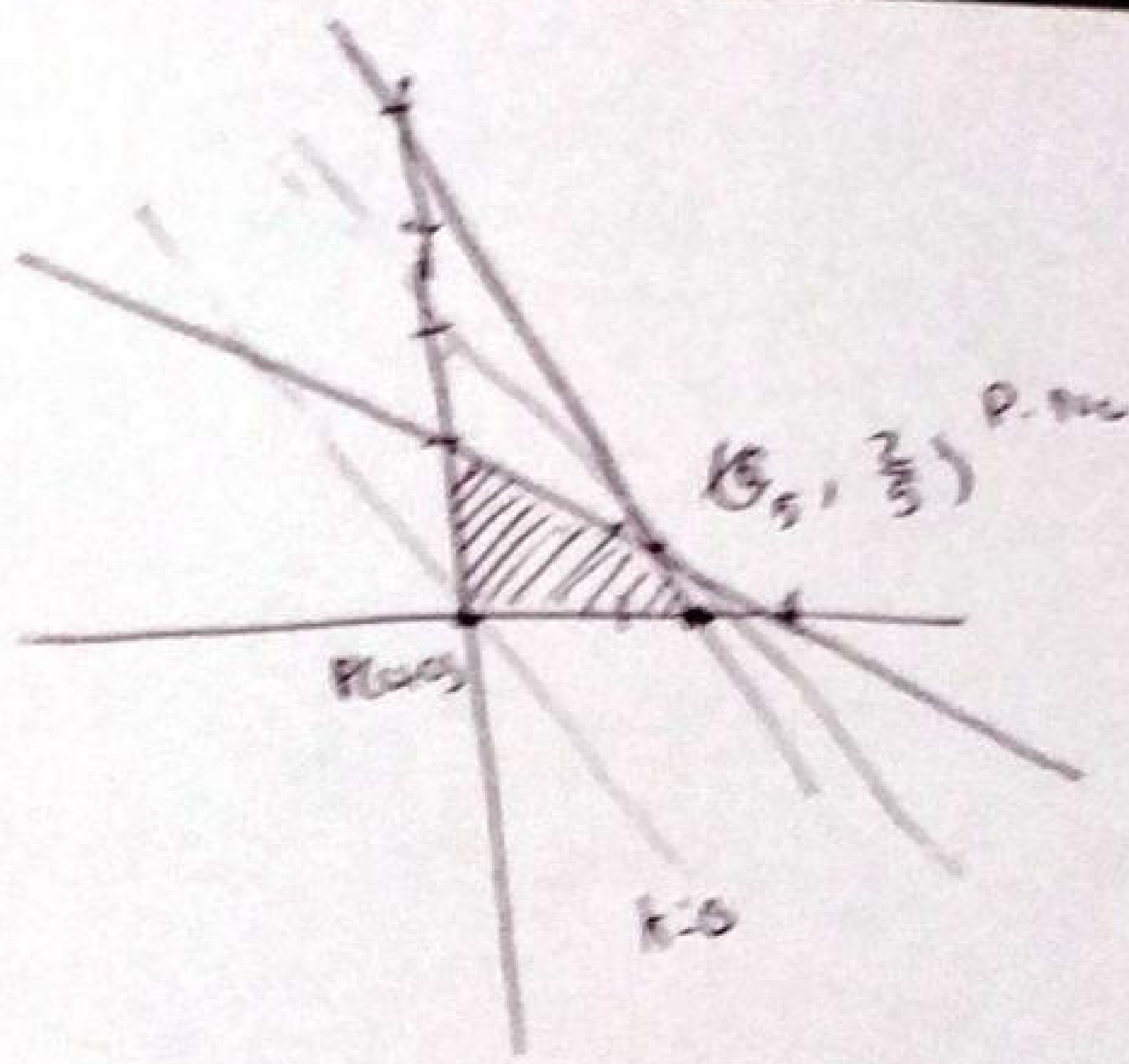
9. $\left\{\begin{array}{l} M=18 \quad \text{Max: } f(x,y) \\ \qquad \text{s.a} \Rightarrow g(x,y)=5 \\ P(1,2) \quad \lambda=6 \\ \qquad \text{Max: } f(x,y) \\ \qquad \text{s.a: } g(x,y)=6 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} g_1=5 \\ g_2=6 \end{array}\right\} 6-5=1$

$\underset{18}{f(1,2)} + \underset{6}{\lambda} \underset{1}{\Delta} = 18+6=24$

Valor Máximo el 24

10. $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Optimizar:} & 2x+y \\ \text{s.a:} & x+2y \geq 2 \\ & 3x+y \leq 4 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{array} \right\}$



$2x+y=K;$

$K=0 \Rightarrow$ Mínimo Global

· Punto de Corte:

$$\left[\begin{array}{l} x+2y=2 \\ 3x+y=4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3x-6y=-6 \\ 3x+y=4 \end{array} \bigg\} \quad -5y=-2; \quad \left. \begin{array}{l} y=\frac{2}{5} \\ x=\frac{6}{5} \end{array} \right\} P\left(\frac{6}{5}, \frac{2}{5}\right); \text{ Max} \right]$$

$3x+y=4;$

$y=0; \quad x=\frac{4}{3}=1'33 \Big\} \; P(4/3, 0)$ Máx Global

11. $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Optimizar:} & x+y-z \\ \text{s.a:} & x^2+3y^2+z^2=2 \end{array} \right\}$

Este conjunto es compacto ya que es un elipsoide, donde podemos hacer una esfera que lo ocupe entero y es cerrado porque puede contener los puntos en su frontera

Ademas no es convexo porque está vacía

Por tanto es solo compacto

• El conjunto factible es compacto

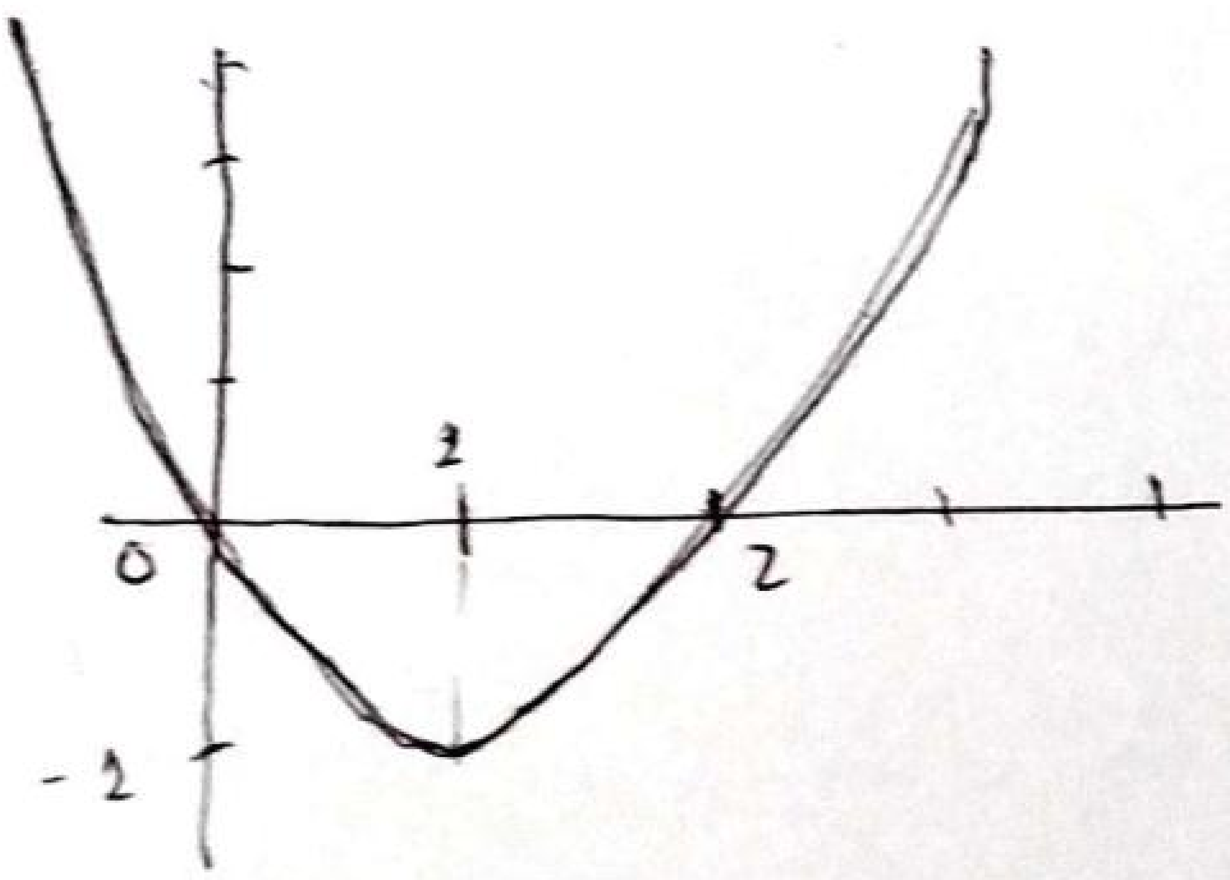
12. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximizar: } f(x,y) \\ \text{s.a: } 3x - \sqrt{2}\, y = 5 \end{array} \right\}$

En este caso podemos utilizar el método de sustitución, despejando de la restricción cualquiera de las dos variable.

13. Curva de nivel 0;

$$f(x,y) = -x^2 + 2x + y = K \rightarrow 0$$

$f(x,y) \left\{ \begin{array}{l} V = (1,-1) \\ \text{Cortes Eje } X: \\ \quad P(0,0) \\ \quad P(2,0) \end{array} \right.$



Es una parábola convexa para la curva de nivel en 0.

14. R^3 $f(x,y,z) = 2x^2 + 5y^2 + z^2 + 6xy + 4xz - 2yz$

↳ Su matriz asociada:

$$M(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Menores Principales:} \\ H_1 = + \\ H_2 = + \\ H_3 = -33 < 0 \quad - \end{array} \right.$$

Por tanto aplicando el criterio de las F. Cuadráticas:

<u>Indefinida</u>

15. $Q(x,y) = x^{0'5} y^{0'3}$ con $x, y > 0$;

$$\nabla Q = \left(\frac{1}{2} x^{-1/2} y^{0'3} \,,\; 0'3\, x^{0'5} y^{-0'7} \right)$$

$$\text{Hess}\, Q(x,y) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} x^{-3/2} y^{0'3} & \frac{3}{20} x^{-1/2} y^{-0'7} \\ \frac{3}{20} x^{-1/2} y^{-0'7} & -0'21\, x^{0'5} y^{-1'7} \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} H_1 = - \\ H_2 = + \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Aplicando el criterio es estrictamente cóncava.