David Martínez Díaz
DNI: 44669141J

· Ejercicio: P203

a)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & b-1 & b & 0 \\ 0 & b+1 & 1 & 0 \\ 2b & b & b & b \end{pmatrix}$$

→ Calculamos su det para saber su rango.

$$\text{Det}\,|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b & b-1 & b \\ 0 & b+1 & 1 \end{vmatrix} = (2b^2+2)\cdot b = 0 \begin{cases} b = 0 \\ b = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

→ Como $\pm\sqrt{2}$ no son números enteros, los ignoramos y solo estudiamos según la otra solución:

- Para $b=0$; $\text{Det}\,|B| = 0$ y $Rg\,B = 4$
- Para $b \neq 0$; el $Rg\,B = 4$

---

b) Para $b=0$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

* Podemos quitar la última fila de ceros y entonces se nos quedan 3 ecuaciones y 4 incógnitas por lo que para $b=0$ es S.C.I, con una variable en función de "x".

Para $b=2$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto para $b \neq 0$ y por ejemplo $b = 2$, podemos comprobar que el sistema es compatible determinado.

- Ejercicio: P211

a) En $\mathbb{R}^4$

$$U = \begin{cases} x + y + z = 0 \\ t = 0 \end{cases} \qquad W = \mathcal{L}((0,1,1,1),(0,1,-1,1),(2,1,1,0));$$

↳ Lo pasamos a paramétrica:

$$\begin{cases} x = -\lambda_1 - \lambda_2 \\ y = \lambda_1 \\ z = \lambda_2 \\ t = 0 \end{cases} \quad U = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \sim^{c} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^{*}$$

* Esta es la base mas sencilla de U.

b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = -2\lambda_3 \\ y = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ z = \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 \\ t = \lambda_1 + \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow y = t - \frac{x}{2}$$

• $U + W$:

$$U + W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overset{f}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$U + W \Rightarrow \text{Dim} = 4$,

$U \cap W \Rightarrow \text{Dim} = 0$

No hay Intersección