Resumen--Ejercicios--Consejos.pdf

Resumen + Ejercicios + Consejos

1º Fundamentos Físicos y Tecnológicos

Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

2 octubre

granada.net 78.net/10.php

alternativa repositorio goo.gl/X:QuH

IMPORTANTE!

> En el examen si tienes un fallo y no tienes tiempo, indícalo y di como se haría de forma correcta

Prácticas en 5 semanas

cg_mf@yahoo.es

Videos my.mail.ru/mail/abdera99/video/Sep => psswd: Sol-11

Examen de ejercicios finales de Diciembre = Problemas + Electromagnetismo demostración !!!

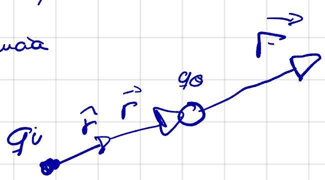
Fuerzas y Energía potencial

Ley de Coulomb

$\vec{F}$ vector de q_i a q_0

$r = |\vec{r}|$ = distancia

$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ = vector unitario (mod 1 y marca dirección)



Fórmulas

Cargas puntuales

$$\vec{F} = K \cdot q_0 \frac{q_i}{r^2} \cdot \hat{r}$$

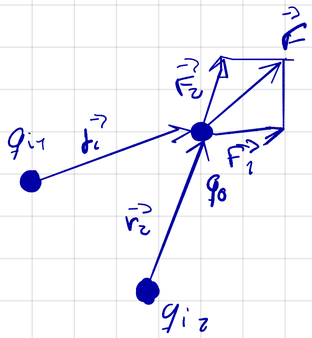
de q_i sobre q_0

Constante K

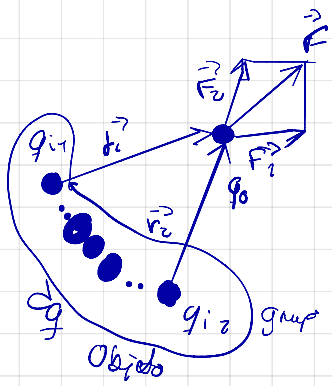
$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong 9 \cdot 10^9 \, \frac{N m^2}{C^2}$ (cte eléctrica)

$K' \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} \equiv 10^{-7} \, N \frac{s^2}{C^2}$ (cte magnética)

$\frac{K}{K'} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \cong 9 \cdot 10^{16} \, m^2/s^2 \cong (3 \cdot 10^8 \, m/s)^2$ velocidad de luz al cuadrado



$$\vec{F}_{q_i \text{ sobre } q_0} = K \cdot q_0 \cdot \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i$$



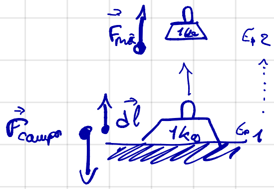
$$\vec{F}_{\text{obj } q_0} = \int d\vec{F} = \int K \, q_0 \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Intensidad de campo eléctrico $\quad \vec{E} = \vec{F}/q_0$

Energía potencial

No existe el 0 energía potencial (suelo) porque es relativo.

$$\begin{cases} \vec{F} = -\nabla V \\ dV = -\vec{F} \cdot d\vec{l} \end{cases}$$

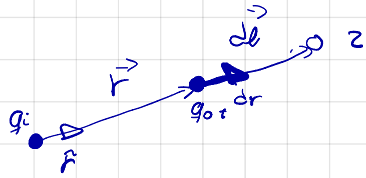


$E_{p2} > E_{p1}$

le he añadido fuerza al subirla

$$\Delta E_{p\,1\to2} = E_{p2} - E_{p1} \equiv \underset{\text{trabajo contra el campo } 1\to2}{W} = \underset{\text{del campo } 1\to2}{-W} = -\int_1^2 \underbrace{\vec{F} \cdot d\vec{l}}_{|\vec{F}| \cdot |d\vec{l}| \cdot \cos(\alpha)}$$

$$= U_2 - U_1 =$$



$$\Delta E_{p\,1\to2}^{\,q_0} = E_{p2} - E_{p1} = -\int_1^2 k\, q_0 \frac{q_i}{r^2} \cdot \hat{r} \Rightarrow -\int_1^2 \left| k\, q_0 \frac{q_i}{r^2} \right|$$

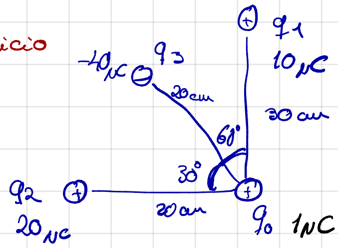
$$\Rightarrow -\int_1^2 k\, q_0 \frac{q_i}{r^2} \cdot dr \cdot \underset{\cos(\theta) \text{ ángulo}}{1} = \; = k\, q_0\, q_i \int_1^2 -\frac{1}{r^2}\, dr = k\, q_0\, q_i \left[\frac{1}{r}\right]_1^2 = \; = k\, q_0\, q_i/r_2 - k\, q_0\, q_i/r_1$$

$$E_{p(r)}^{\,q_0 \text{ a } q_i} = \frac{k\, q_0\, q_i}{r}$$

Cierto si $E_p(r \to \infty) = 0$

$$E_p^{\,q_0 \text{ a } q_i} = k\, q_0 \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

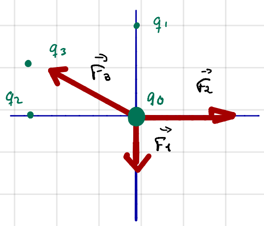
Ejercicio



Calcular la fuerza ejercida sobre q_0

1. Cálculo de módulos
2. Esquema fuerzas
3. Cálculo componente (x, y)
4. Cálculo F^a TOTAL

1 Esquema de fuerzas



2 Cálculo de los módulos de las Fuerzas

$$|F| = k \cdot q_0 \cdot \frac{q_i}{r_i^2}$$

$$|F_1| = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}\, C}{0'3\, m} = 1\, N$$

$$|F_2| = k \cdot q_0 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-6}}{0'2} = 4'5\, N$$

$$|F_3| = k \cdot q_0 \cdot \frac{40 \cdot 10^{-6}}{0'2} = 9\, N$$

3 Cálculo de componentes

$F_{1x} = 0$ $\quad F_{2x} = 4'5\, N$

$F_{1y} = 1\, N$ $\quad F_{2y} = 0$

Calculadora en DEG !

Mínimo 3 cifras dec.

$F_{3x} = -9N \cdot \cos(30°) = -7'79\, N$

$F_{3y} = +9\, N \cdot \sin(30°) = +4'5\, N$

4 Cálculo de fuerza total

$$\left.\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 + 4'5 - 7'79 = -3'2942\, N \\ \Sigma F_y &= -1 + 0 + 4'5 = 3'5\, N \end{aligned}\right\}$$

$F_{total} = \sqrt{(-3'2942)^2 + 3'5^2} = 4'8064\, N$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = -46'234°$

Gradiente ∇

Fuerza $\vec{F} = -\nabla U \longleftrightarrow dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$

Campo Eléctrico $\vec{E} = -\nabla V \longleftrightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$

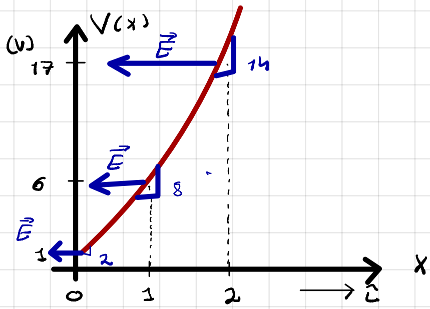
Gradiente $\nabla \cdot \underset{\text{escalar}}{V} = \text{Vector}$

Ejemplo

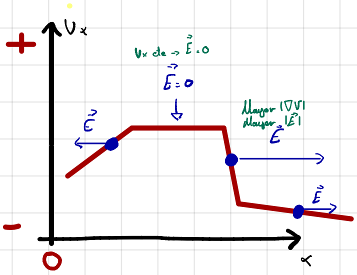
Potencial eléctrico $V(x) = 1 + 2x + 3x^2 \, (V)$

$$\frac{dV}{dx} = 0 + 2 + 6x$$

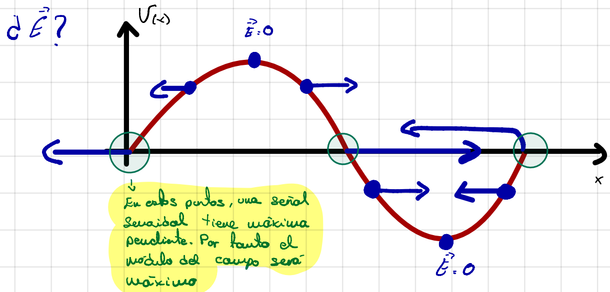
$$\vec{E} = -\nabla V = -dV = -\left(\frac{dV}{dx}\hat{\imath}\right)$$
$$= -(2+6x)\hat{\imath} \; (V/m)$$



El campo eléctrico $(\vec{E})$ va de mayor potencial eléctrico a menor potencial eléctrico $(V_{(x)})$



¿$\vec{E}$?



• Bidimensional

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right)$$

El campo se convierte en un vector

Ejemplos

$V(x) = 2x + 3y + 5xy^2$

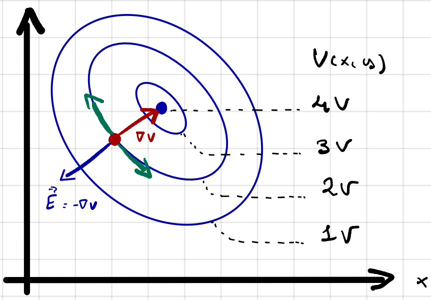
$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right) = -\left(2 + 0 + 5y^2,\; 0 + 3 + 10xy\right)$$

$V(x) = x \operatorname{sen}(y) + y \cos(x)$

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right) = (\operatorname{sen} y - y \operatorname{sen} x,\; x\cos y + \cos x)$$

• Tridimensional

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

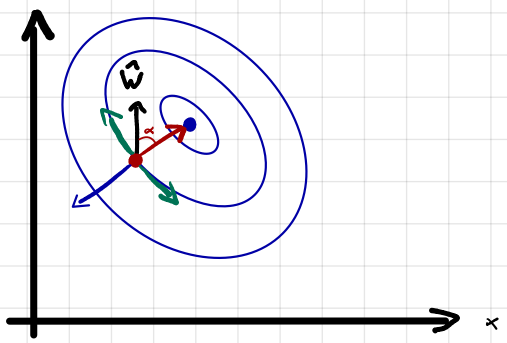


∇V Indica dirección máxima subida
$|\nabla V|$ " Valor pendiente máxima subida

$\vec{E} = -\nabla V$ Indica dirección máxima bajada
" Valor pendiente máxima bajada

- a 90° de $\vec{E}$ y ∇V el campo escalar es constante
  $\vec{E}$ y ∇V siempre perpendiculares a líneas o superficies equipotenciales

Si se pide calcular la pendiente en una dirección concreta $(\hat{\omega})$



Calcular pendiente según dirección $\hat{\omega}$

Tiene que ser un vector unitario, si no lo es basta dividir por el módulo para transformarlo

$$\frac{dV}{d\omega} = \nabla V \cdot \underset{\text{unitario}}{\hat{\omega}} = |\nabla V| \cdot \underset{\text{módulo (unitario)}}{1} \cdot \cos\alpha$$

Sabiendo ∇V sabemos las pendientes en cualquier dirección

Ejercicio

(Aclaración -> en el examen se pedirá menos, no hacer más de lo necesario)

Examen de Ejercicios Nº 3

Una carga q sigue una trayectoria $\vec{x}(t)$ en una zona con potencial eléctrico $U_{(x,y)}$ empezando en $(0,0)$ y terminando a los 2 segundos.

$q = -\frac{1}{2}\,c$

$\vec{x}(t) = (x(t), y(t)) = (2t^2, 5t)\,m$

$V_{(x,y)} = x^2 + y^2$

T	$t_0 = 0s$	$T_f = 2s$
$\vec{x}$	$(0,0)_m$	$(8,10)_m$
V	0 V	164 V
E_p	0 J	-82 J
$v_{(t)}$	$(0,5)_{m/s}$	$(8,5)_{m/s}$
$\vec{E}$	0 V/m	$-(16,20)$ V/m
F	0 N	(8, 10) N

$$E_p(x,y) = U(x,y) = qV = -\frac{1}{2}(x^2+y^2) \text{ Julios}$$

$$\underset{1\to 2}{\nabla E_p} = E_{p2} - E_{p1} = -82 - 0 = \underset{\substack{W_{1\to2} \text{ contra el} \\ \text{campo}}}{-82\ J} = -\underset{\text{el campo}}{W_{por}} = 82\ J$$

$$\underset{\text{Velocidad}}{\vec{v}(t)} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = (4t, 5)\ m/s$$

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}\right) = -(2x, 2y)\ V/m$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -\frac{1}{2}c \cdot (-(2x, 2y))\,N = (x,y)\,N$$

$$\hookrightarrow = -\nabla U$$

↑ 7p/10p
↓ 3/10

Trabajo realizado por el campo $(1 \to 2)$

$$\underset{1\to2}{W_{\text{por el campo}}} = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_1^2 \vec{F}\cdot \underset{\substack{\text{Velocidad} \\ \vec{v}}}{\frac{d\vec{l}}{dt}}\cdot dt = \int_{T=0s}^{T=2s} (8t^3 + 25t)\,dt = \left[\frac{8t^4}{4} + 25\frac{t^2}{2}\right]_0^2 = 82\ J$$

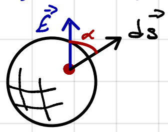
$$F\cdot\vec{v} = (x,y)\cdot(4t,5) = (2t^2, 5t)\cdot(4t,5) = 8t^3 + 25t$$

Tip examen ejercicios

Para el examen de ejercicios hay muy poco tiempo. Para ello hay que prepararse a los ejercicios que se hagan mejor y más rápido. Se necesita un 7 para superar el examen. Si es así se elimina temario para dos pues (Febrero).

Teorema de Gauß

El teorema de Gauß se aplica a superficies cerradas



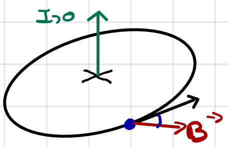
Flujo del Campo Eléctrico $\displaystyle\int_{\substack{\text{superficie}\\ \text{cerrada}}} \vec{E}\cdot\vec{ds} = \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0}}_{4\pi\cdot k} \cdot \left[\begin{matrix}\sum \text{Carga } (q) \\ \text{dentro de un volumen} \\ \text{delimitado por la} \\ \text{superficie cerrada}\end{matrix}\right]$

Producto escalar $\vec{E}\cdot\vec{ds} = E\cdot ds\cdot \cos\alpha$

¿Se puede aplicar al campo magnético?

$\displaystyle\int_{\substack{\text{sup}\\ \text{cerrada}}} \vec{B}\cdot\vec{ds} = \underset{?}{\text{cte}} \cdot \left[\begin{matrix}\sum \text{carga magnética ①} \\ \text{dentro de un volumen} \\ \text{delimitado por la} \\ \text{superficie cerrada}\end{matrix}\right]$

Teorema de Ampère



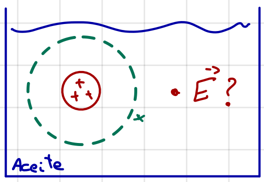
(I cumple la regla del tornillo con $\vec{dl}$)

Integral de línea

$\displaystyle\int_{\substack{\text{Camino}\\ \text{cerrado}}} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \underbrace{\mu_0}_{4\pi k'} \cdot \left[\begin{matrix}\sum \text{corriente} \\ \text{que corta la superficie} \\ \text{delimitado por el} \\ \text{camino cerrado}\end{matrix}\right]$

Ejemplo

En el teorema de Gauß
¿Se debe usar ε_0 (vacío) ó ε (de la bola)?



* Superficie cerrada concéntrica para calcular el campo E

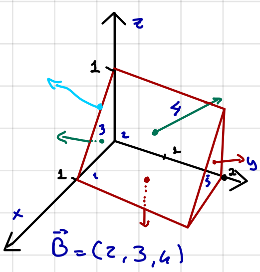
$\displaystyle\int_{\substack{\text{Sup}\\ \text{cerrada}}} \vec{E}\cdot ds = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \left[\begin{matrix}\sum \text{carga} \\ \text{Dentro}\end{matrix}\right]$

ε_0 o la ε_{aceite}?

Correcta

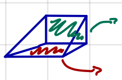
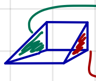
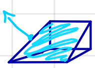
$\displaystyle\int_{\substack{\text{sup}\\ \text{cerr}}} \varepsilon\cdot\vec{E}\cdot\vec{ds} = \sum \text{Carga dentro}$

Examen ejercicios nº 2



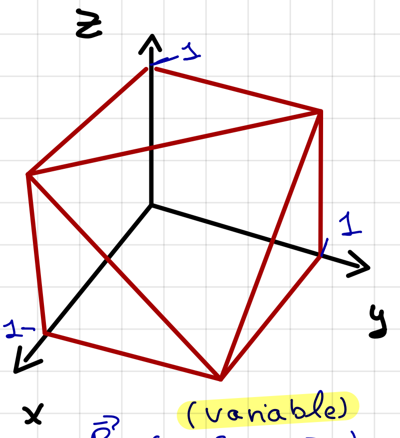
$\vec{B} = (2,3,4)$

$= 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$

Superficie	$\vec{B}\cdot\vec{S}$	Área	$\int_{Sup}\vec{B}\cdot\vec{ds} = \vec{B}\cdot\vec{S}\cdot \text{Area}_{Sup}$
	$(2,3,4)\cdot(-\hat{\imath}) = -2$	2	-4
	$(2,3,4)\cdot(-\hat{k}) = -4$	2	-8
	$(2,3,4)(-\hat{\jmath}) = -3$	$1/2$	$-3/2$
	$(2,3,4)(+\hat{\jmath}) = 3$	$1/2$	$3/2$
	$(2,3,4)\cdot\frac{(\hat{\imath}+\hat{k})}{\sqrt{2}} = \frac{2+4}{\sqrt{2}} = 6/\sqrt{2}$	$2\cdot\sqrt{2}$	$\frac{6}{\sqrt{2}}\cdot 2\sqrt{2} = 12$

$\sum S_{sup} = 0 \quad \{-4 + -8 \ldots + 12\} = 0$

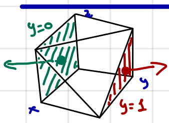
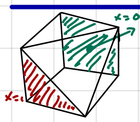
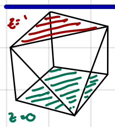
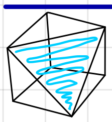
Examen ejercicios



(variable)

$\vec{B} = (x, 2y, -3z)$

$= x\hat{i} + 2y\hat{j} - 3z\hat{k}$

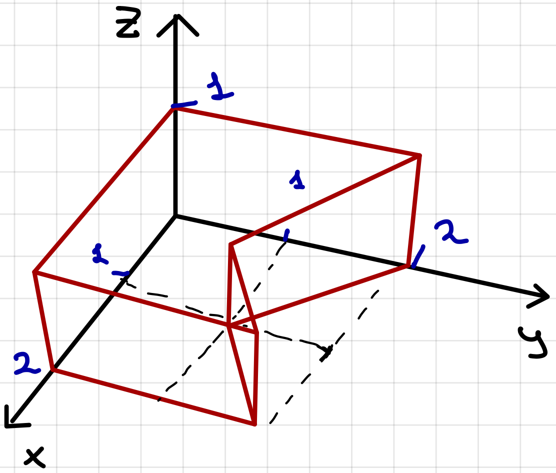
Superficie ↓	$\vec{B}\cdot\hat{S}$	Área	$\int_{Sup}\vec{B}\cdot\hat{S} = \vec{B}\cdot\hat{S}\cdot$ Area
	$(x, 2y, -3z)(-\hat{j}) = \underset{y=0}{-2y} = 0$ $(x, 2y, -3z)(+\hat{j}) = \underset{y=1}{2y} = 2$	1 1/2	0 1
	$(x, 2y, -3z)(-\hat{i}) = \underset{x=0}{-x} = 0$ $(x, 2y, -3z)(+\hat{i}) = \underset{x=1}{x} = 1$	1 1/2	0 1/2
	$(x, 2y, -3z)(-\hat{k}) = \underset{z=0}{3z} = 0$ $(x, 2y, -3z)(\hat{k}) = \underset{z=1}{-3z} = -3$	1 1/2	0 -3/2
	$(x, 2y, -3z)\dfrac{(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})}{\sqrt{3}} = \dfrac{x+2y-3z}{\sqrt{3}}$		X

$\Sigma = 0$

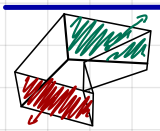
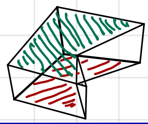
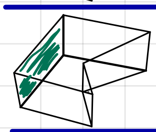
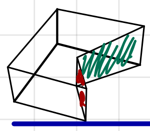
$\underbrace{1 + 1/2 - 3/2}_{0} + X = 0$

$X = 0$

Examen ejercicios



$\vec{B} = (x, -y, 5)$

Superficie ↓	$\vec{B}\cdot\hat{S}$	Área	$\int_{Sup}\vec{B}\cdot\hat{S} = \vec{B}\cdot\hat{S}\cdot$ Area
	$(x, -y, 5)\cdot(-\hat{i}) = \underset{x=0}{-x} = 0$ $(x, -y, 5)\cdot(\hat{i}) = \underset{x=2}{x} = 2$	2 2	0 4
	$(x, -y, 5)\cdot(\hat{k}) = 5$ $(x, -y, 5)\cdot(-\hat{k}) = -5$	$2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=3$ 3	15 -15 $^{+=0}$
	$(x, -y, 5)\cdot(-\hat{j}) = \underset{y=0}{y} = 0$	2	0
	$(x, -y, 5)\cdot\dfrac{(\hat{i}+\hat{j})}{\sqrt{2}} = \dfrac{x-y}{\sqrt{2}}$ $(x, -y, 5)\cdot\dfrac{(-\hat{i}+\hat{j})}{\sqrt{2}} = \dfrac{-x+y}{\sqrt{2}}$	-2 -2	$\left.\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right\}$ X

$4 + X = 0$

$X = -4$

$\alpha = -2$

$\beta = -2$

Magnetismo

Fuerzas creadas por $\vec{B}$ sobre Cargas con velocidad v

prod. vectorial

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ (aproximación)

Unidades

$N = C \cdot \frac{m}{s} \cdot T_{esla}$ $\quad A = \frac{C}{s}$ (amperio) $\quad T = N/_{Am}$

$\vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{B}$ Regla de la mano dch ó tornillo

α → más corto!

$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cos\alpha$

Para una carga infinitesimal (no puntual)

$d\vec{F} = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

- Circuito con corriente I

$d\vec{F} = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B} \equiv d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$

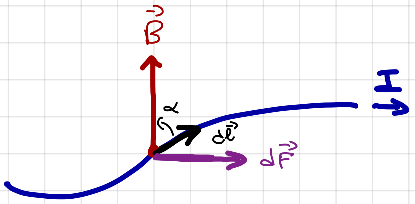
$d\vec{l}$: elemento infinitesimal del hilo

$dq \cdot \vec{v} =$

$= \frac{dq}{dt} dt \cdot \frac{d\vec{x}}{dt}$

$= I \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} dt$

$= I \cdot d\vec{l}$



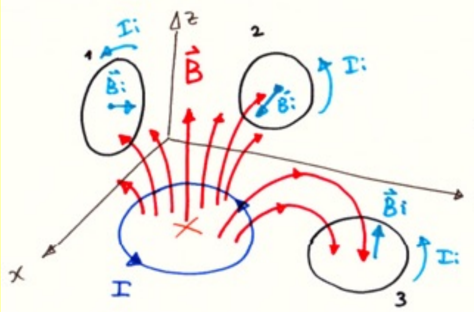
Hilo completo

$$\vec{F} = \int I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Campo B uniforme e hilo recto

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Examen ejercicios nº 7



I CRECE. "CALCULAR" EL SENTIDO DE LAS CORRIENTES INDUCIDAS EN LAS ESPIRAS 1, 2 y 3

EN TODAS LAS ESPIRAS, $\vec{B}$ SE ALEJA DEL OBSERVADOR CUANDO $\vec{B}$ ATRAVIESA LAS ESPIRAS $\Rightarrow \phi > 0$

ϕ "=" $\vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\alpha$

ley de Faraday: $\quad V_{fem} = -\frac{d\phi}{dt}$

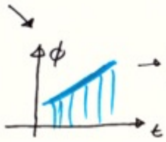
$|\phi| = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cos\alpha$

I CRECE

$I \uparrow\uparrow \Rightarrow |B| \uparrow\uparrow$

TODAS LAS ESPIRAS $\{$ A cte, α cte $\} \Rightarrow |\phi| \uparrow\uparrow$

COMO $\phi > 0$ →



$\rightarrow \frac{d\phi}{dt} > 0 \xrightarrow{L.F.} \begin{cases} V_{fem} < 0 \\ I_i \text{ ANTIHOR} \end{cases}$ EN TODAS LAS ESPIRAS

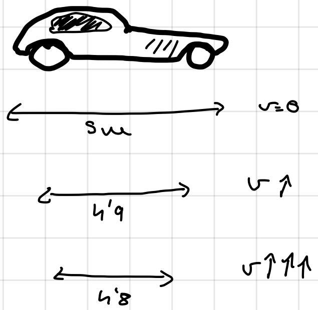
Paradoja de Feynman

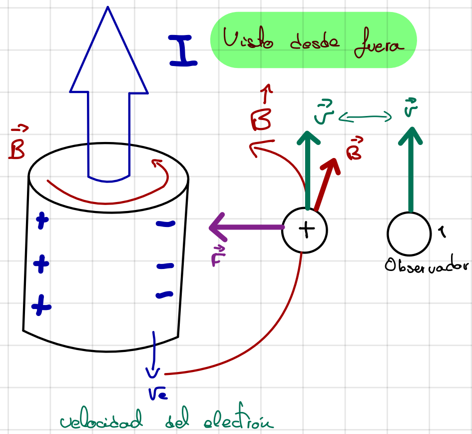
Examen nº 5

I y $\vec{B}$ cumplen regla del tornillo

Teoría especial de la relatividad

Compresión de longitudes en la dirección de movimiento

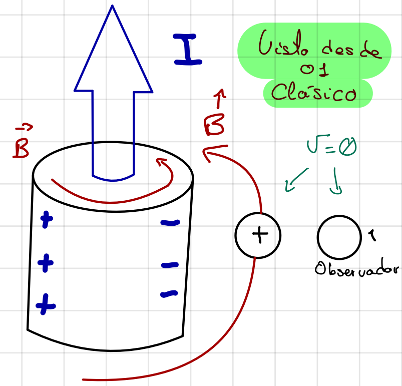




[Cable neutro
∄ fuerza eléctrica sobre la carga]

[⊕ Se mueve bajo $\vec{B}$
∃ fuerza magnética de atracción]

⊕ Se acerca al hilo

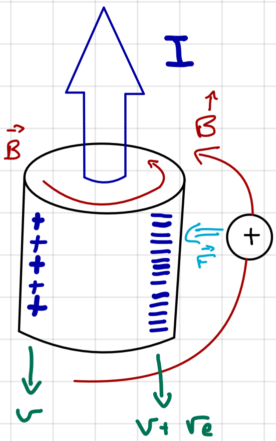


[Cable neutro
∄ fuerza eléctrica sobre la carga]

[⊕ No se mueve, aun estando bajo $\vec{B}$
∄ fuerza magnética]

⊕ No se acerca!!

Visto por O1 - Relatividad -



Por la compresión de movimiento se apreciarán más protones y muchos más electrones.

[Cable neto "⊖"
∃ fuerza eléctrica de atracción]

[⊕ No se mueve, aunque esté bajo $\vec{B}$ ⇒
∄ Fuerza magnética]

⊕ Se acerca al hilo

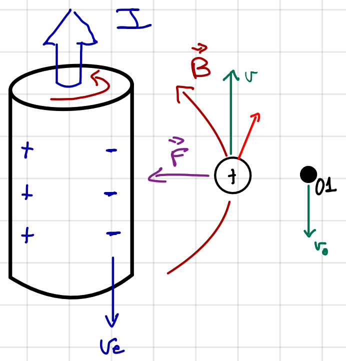
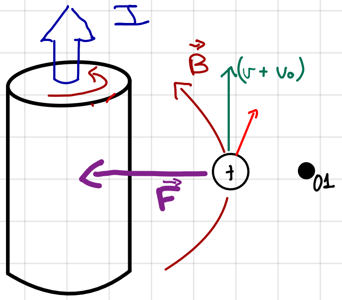
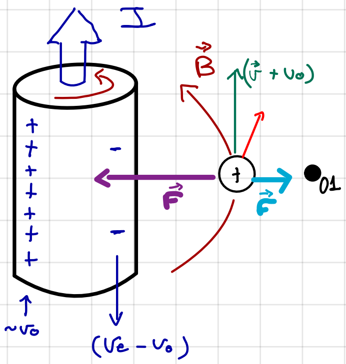
Visto desde fuera	Visto por O1: Clásico	Visto por O1: Relatividad
		
[Cable neutro ∄ Fuerza Eléctrica]	← [¿dem]	[Cable neto ⊕ ⇒ ∃ $\vec F$ eléctrica de Repulsión]
[$\vec F = q\,\vec v \times \vec B$; ⊕ se mueve bajo $\vec B$ ⇒ ∃ $\vec F$ Magnética Atracción]	[⊕ se mueve muy rápido ~ $(v + v_0)$ Bajo $\vec B$ ⇒ ∃ $\vec F$ Magnética Mucho mayor,]	← [¿dem $\vec F_{Magne}$ $\vec F_{Eléctrica}$]
⊕ Se acerca al hilo	⊕ se acerca con mayor fuerza !!	¡ $\vec F_{Total} \cong \vec F_{Vista\ Lab}$!

Diagrama de Bode

Números Complejos

$z \begin{cases} = (a,b) = a+bi \\ = r\angle\varphi = re^{i\varphi} = r\cos\varphi + i\, r\,\text{sen}\,\varphi \end{cases}$

Los subrayados se usan igual en la calculadora

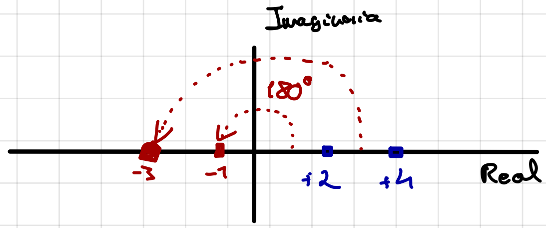
Es una herramienta para ver rapidamente el funcionamiento de un circuito.

K (Reemplazar s por $i\omega$)

Módulo | Fase

$K \longrightarrow 20\log|K|$ - - - - $\begin{cases} 0 & \text{si } K>0 \\ \pi \text{ o } 180^\circ & \text{si } K<0 \end{cases}$

En este caso no hay s



S^n (Reemplazar s por $i\omega$)

Caso Particular

$\downarrow$

$(i\omega)^n$

Módulo

$20\log(\omega^n) =$

$= 20n\log(\omega) =$

$= \underbrace{20n}_{\text{Ecuación de recta de pendiente } 20\cdot n} \cdot \text{"}x\text{"}$

Fase

$n \cdot \frac{\pi}{2} = n \cdot 90^\circ$

(cada s es $i\omega$, por tanto cada s aporta 90° (de i))

Atención: si $\omega = 1 \rightarrow 20n\log(\omega) = 20n\underbrace{\log(1)}_{0} = 0$ dBelios

Importante:

- Cada s aporta una subida de 20 dB en el módulo
- Cada s aporta 90° en la fase

Caso General

$\left(\frac{S}{\omega_0}\right)^n = s^n \cdot \left(\frac{1}{\omega_0}\right)^n = s^n \cdot k$

Se desglosa en dos bloques básicos

no es un bloque básico

$\downarrow$

$\left(i\frac{\omega}{\omega_0}\right)^n$

Módulo

$20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^n = 20n\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

$= 20n\left[\log\omega - \log\omega_0\right]$

Fase

$n \cdot \pi/2 = n \cdot 90^\circ$

Ejercicios básicos

Ejercicio 1°

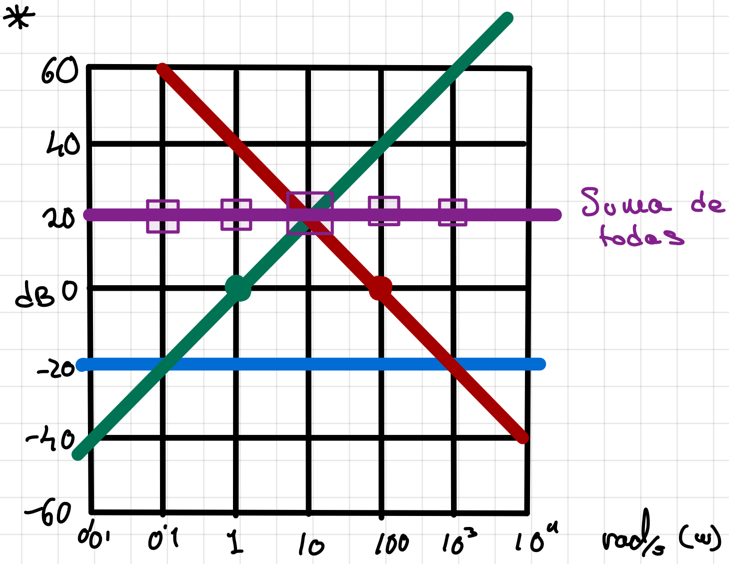
$$\underbrace{(0'1)}_{k} \cdot \underbrace{(S)}_{\left(\frac{S}{1}\right)^{1}} \cdot \left(\frac{S}{100}\right)^{-1} = *$$

$k = (10)^{-1}$

$n = -1$

$20 \cdot n = -20\ dB$

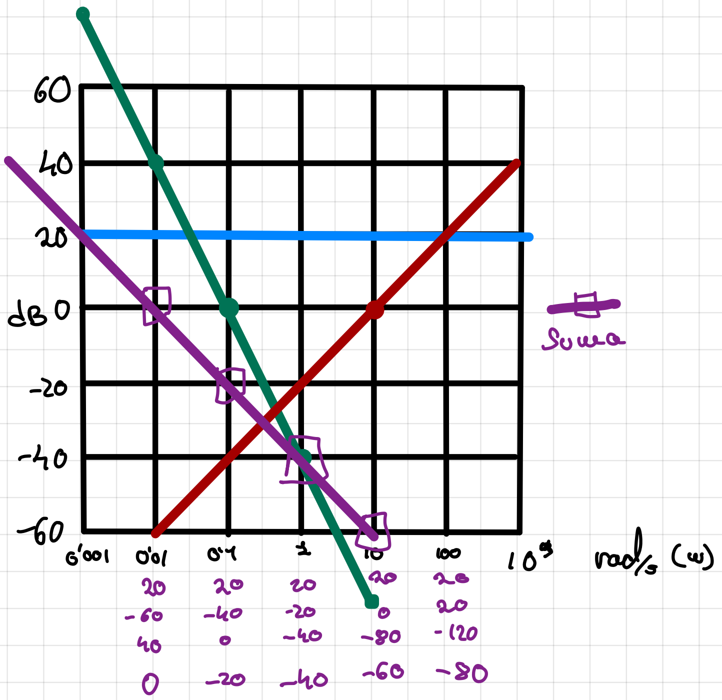
$$\text{Fase} = \underset{k}{0°} + \underset{n=1}{90°} + \underset{n=-1}{-90°}$$



Ejercicio 2

$$(-10)^{1} \left(\frac{S}{0'1}\right)^{-2} \left(\frac{S}{10}\right)^{1}$$

$$\text{Fase} = 0° - 180° + 90°$$
$$= -90°$$



$$\left(\frac{S}{\omega_0}+1\right)^{\pm 1}$$

$$\downarrow$$

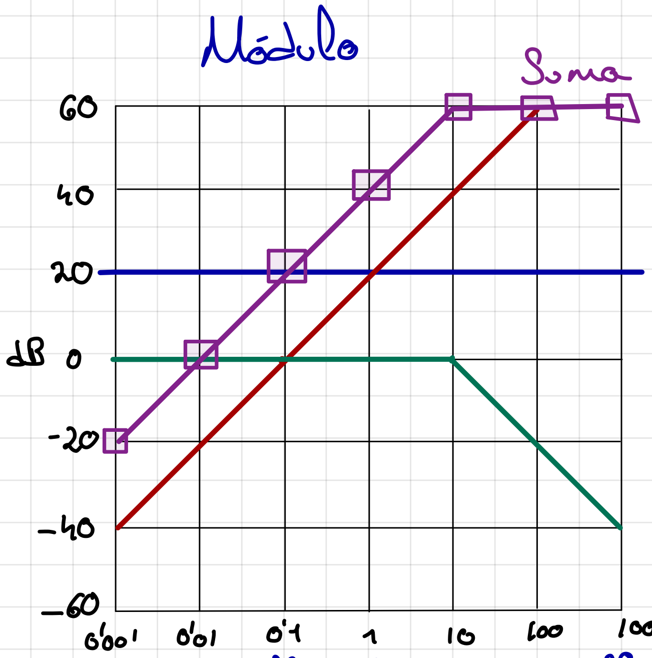
$$\left(1+i\,\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\pm 1} \longrightarrow$$

		Módulo	**Fase**
		$20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}^{\,\pm 1}$	$\pm\, arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$
$\omega \longrightarrow 0$ $\equiv \omega \ll \omega_0$ $s \longrightarrow 0$	1	$20\log 1 = 0\,dB$	$Fase(1) = \emptyset$
$\omega = \omega_0$ $\omega/\omega_0 = 1$	$(1+i)^{\pm 1}$	$\pm 20\log\sqrt{2} = 3dB$	$\pm\pi/4 = \pm 45°$
$\omega \longrightarrow \infty$ $\equiv \omega \gg \omega_0$ $s \longrightarrow \infty$	$\left(i\,\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\pm 1}$ +1 es despreciable	$\pm 20\log \omega/\omega_0$	$\pm\pi/2 = \pm 90$

Ejercicio

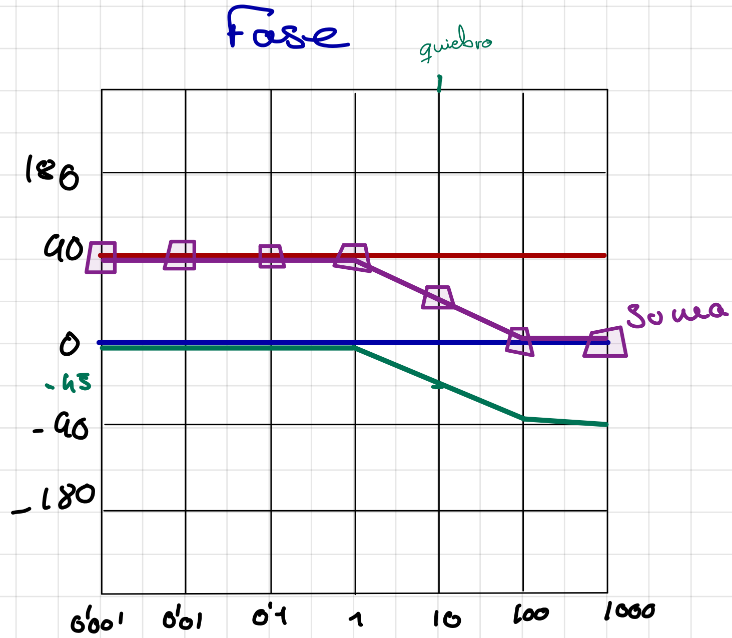
$$10\left(\frac{S}{0'1}\right)\left(\frac{s}{10}+1\right)^{-1}$$

Módulo



0'001	0'01	0'1	1	10	100	1000
20	20	20	20	20	20	20
-40	-20	0	20	40	60	80
0	0	0	0	0	-20	-40
-20	0	20	40	60	60	60

Fase



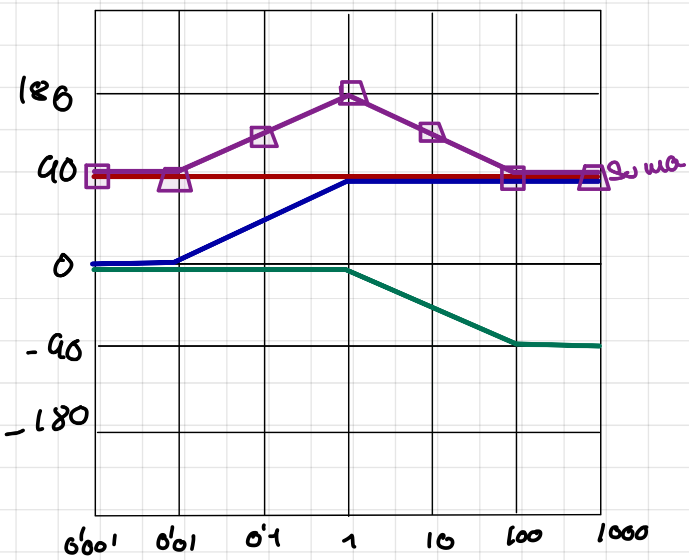
0'001	0'01	0'1	1	10	100	1000
0	0	0	0	0	0	0
90	90	90	90	90	90	90
0	0	0	0	-45	-90	-90
90	90	90	90	45	0	0

Ejercicio

$\left(\frac{s}{0'1}+1\right) \qquad s \qquad \left(\frac{s}{10}+1\right)^{-1}$

0'001	0'01	0'1	1	10	100	1000
0	0	0	20	40	60	80
-60	-40	-20	0	20	40	60
0	0	0	0	0	-20	-40
-60	-40	-20	20	60	80	100

Fase



0'001	0'01	0'1	1	10	100	1000
0	0	45	90	90	90	90
90	90	90	90	90	90	90
0	0	0	0	-45	-90	-90
90	90	135	180	135	90	90

Ojo! En el examen se preguntará módulo o fase

No perder el tiempo en hacer los dos

$$\left(\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\delta^{*}\frac{s}{\omega_0} + 1\right)^{\pm 1}$$

$*$ δ Coeficiente de amortiguamiento

$$\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + i\,2\delta\frac{\omega}{\omega_0}\right]^{\pm 1}$$

		Módulo	Fase
$\omega \to 0$ $\equiv \omega << \omega_0$ $(0 + 2\delta\cdot 0 + 1)^{\pm 1}$ $s \to 0$	1	$20\log(1) = 0dB$	Fase$(1) = 0$
$\omega = \omega_0$ $\omega/\omega_0 = 1$	$(i\,2\delta)^{\pm 1}$	$\pm 20\log(2\delta)$	$\pm \pi/2 = \pm 90°$
$\omega \to \infty$ $\equiv \omega >> \omega_0$ $s \to \infty$	$\left(-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{\pm 1}$ El resto es despreciable por este ser ∞^2	$\pm 20\log\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) =$ $= \pm 40\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ (en $\omega = \omega_0$ es $0dB$ ($\log(1) = 0$))	$\pm\pi = \pm 180°$

Normalización de Funciones de Trasferencia

$(s^2 + 10s)$

$s(s + 10)$

$\underbrace{s}_{s^n}\cdot\underbrace{10}_{k}\cdot\underbrace{\left(\frac{s}{10} + 1\right)}_{\left(\frac{s}{\omega_0}+1\right)^{\pm 1}}$

Unit $\frac{s}{1/10}\cdot s10$

$\left(\frac{s}{0'1}\right)^{+1}\cdot\left(\frac{s}{10} + 1\right)^{+1}$

$\omega_0 = 0'1$ | $\omega_0 = 10$

$n = 1$ | $n = 1$

$10s^2\left(\frac{s^2}{10} + s + 10\right)$

$10s^2\; 10\left(\frac{s^2}{100} + \frac{s}{10} + 1\right)$

$s^2\cdot 100$

$\frac{s^2}{0'01}$

$\left(\frac{s^2}{0'01}\right)^{+1}\left(\frac{s^2}{100} + 1\cdot\frac{s}{10} + 1\right)^{+1}$

$\omega_0 = 0'1$ | $\omega_0 = 10$

$n = +2$ | $2\delta = 1 \Rightarrow \delta = \frac{1}{2} = 0'5$

$0'5 > 0'35$ Suave

$s^{-2}\left[s^2 + s + 100\right]^{-1}$

$s^{-2}\left[100\left(\frac{s^2}{100} + \frac{s}{100} + 1\right)\right]^{-1}$

$\underbrace{s^{-2}\cdot 100^{-1}}\cdot\left[\frac{s^2}{100} + 1\,\frac{s}{100} + 1\right]^{-1}$

$\underbrace{s^{-2}\cdot 10^{-2}}\quad\left[\frac{s^2}{100} + 1\,\frac{s}{100} + 1\right]$

$\left(\frac{s}{0'1}\right)^{-2}\cdot\left[\frac{s^2}{100} + 1\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{s}{10} + 1\right]^{-1}$

$\omega_0 = 0'1$ | $\omega_0 = 10$

$n = -2$ | $2\delta = 0'1 \Rightarrow \delta = 0'05$

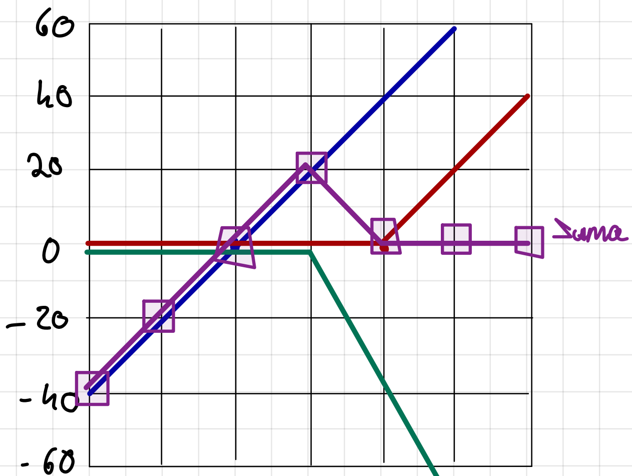
$n = -1$

Ejercicio completo Diagrama de Bode

$$\underbrace{S}\cdot\underbrace{\left(\frac{S}{100}+1\right)}\cdot\underbrace{\left(\frac{S^2}{100}+12\frac{S}{100}+1\right)}^{-1}$$

$$\left(\frac{S^2}{100}+12\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{S}{10}+1\right)^{-1}=\left(\frac{S^2}{100}+2\cdot 0'6\cdot\frac{S}{10}+1\right)^{-1}$$

$\omega_0 = 10$
$\delta = 0'6 \rightarrow > 0'35 \rightarrow$ suave
$n = -1$



10^{-2}	10^{-1}	1	10	100	10^3	10^4
-40	-20	0	20	40	60	80
0	0	0	0	0	20	40
0	0	0	0	-40	-80	-120
-40	-20	0	20	0	0	0

10^{-2}	10^{-1}	1	10	100	10^3	10^4
90	90	90	90	90	90	90
0	0	0	0	45	90	90
0	0	0	-90	-180	-180	-180
90	90	90	0	-45	0	0

Ejercicio completo Diagrama de Bode

$$\left(\frac{s}{0'1}\right)\left(\frac{s^2}{1^2}+\frac{s}{1}+1\right)^{-1}\left[\frac{s^2}{10^4}+4\frac{s}{1000}+1\right]$$

$$(s^2+2\delta\frac{s}{1}+1)^{-1}$$

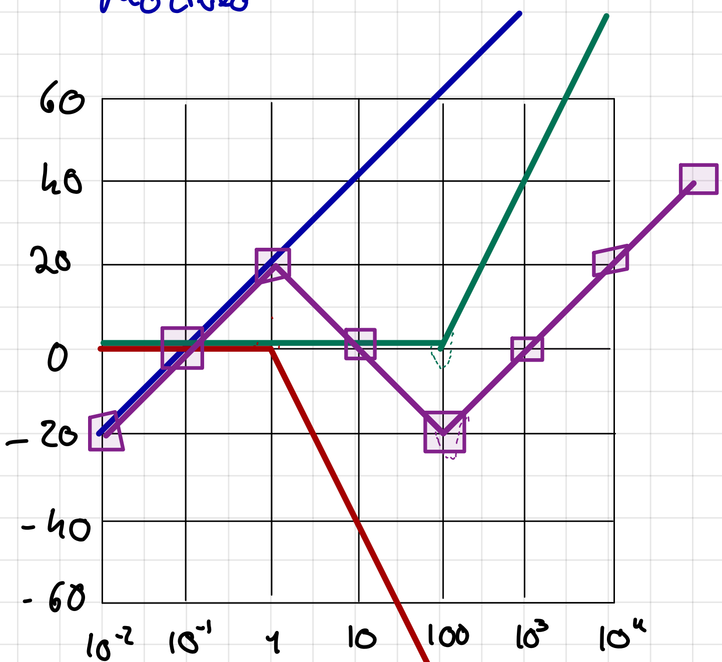
$$2\delta = 1 \Rightarrow \delta=\frac{1}{2}=0'5$$

$$\frac{s}{10000}+4\frac{s}{1000}+1 \Rightarrow \frac{s}{10000}+\frac{4}{10}\cdot\frac{s}{100}+1$$

$$\omega_0 = 100$$

$$2\delta=\frac{4}{10} \Rightarrow \delta = 0'2$$

Módulo



10^{-2}	10^{-1}	1	10	100	10^3	10^4
-20	0	20	40	60	80	100
0	0	0	-40	-80	-120	-160
0	0	0	0	0	40	80
-20	0	20	0	-20	0	20

Fase