David Martínez Díaz GII-ADE

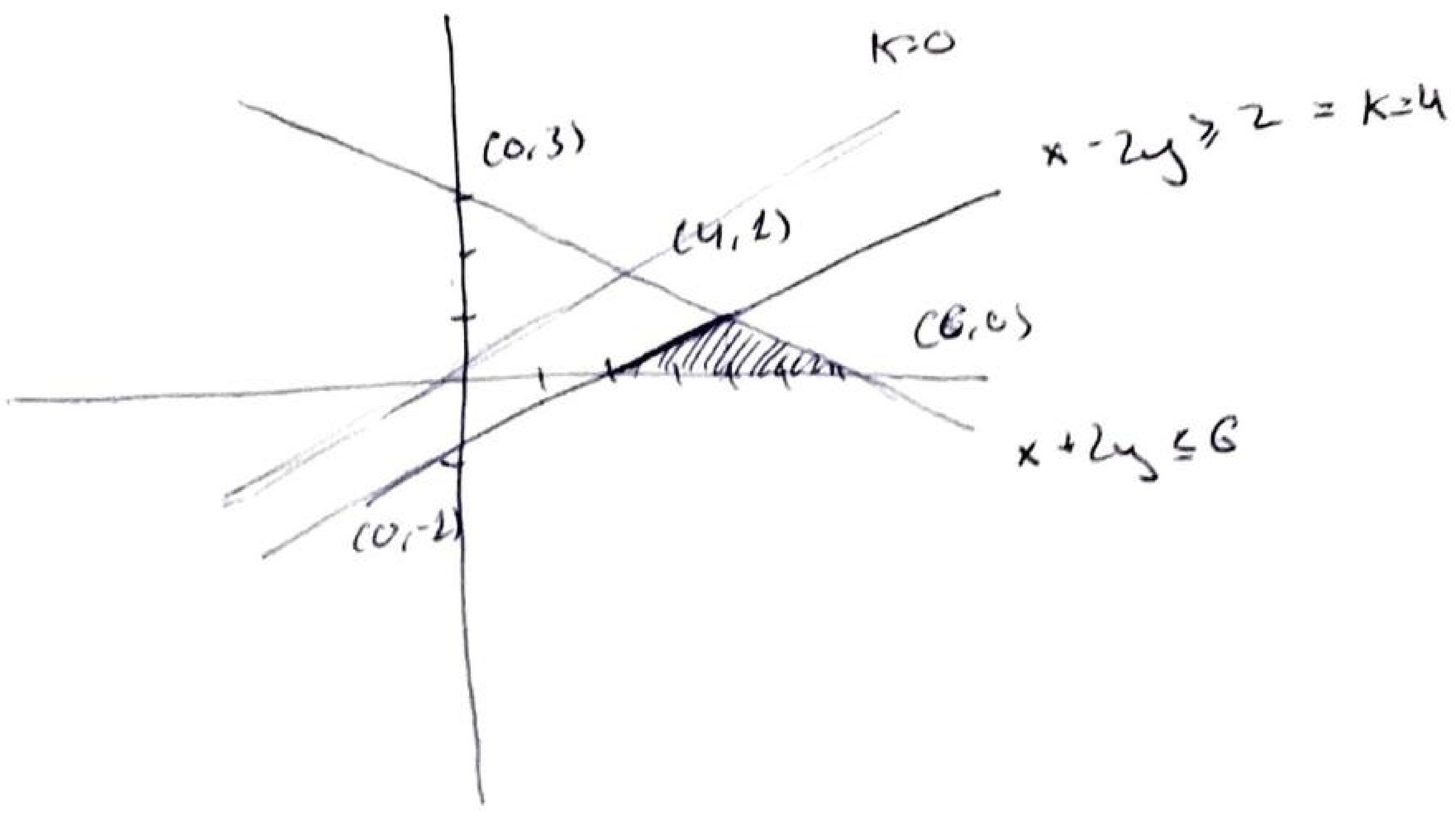
- DNI: [redacted]

- Declaro la autoría de la resolución de este examen que enviaré a Prado. Así como que para su realización solo he utilizado mis apuntes y/o los pdfs disponibles en Prado. Ningún dispositivo electrónico salvo calculadora.

• Ejercicio 1:

$$\text{Minimizar: } 2x - 4y$$
$$\text{s.a: } \begin{cases} x + 2y \leq 6 \\ x - 2y \geq 2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

En primer lugar dibujemos las restricciones:



* Calculemos las rectas isocuantas:

$2x - 4y = K$

Para calcular los valores utilizamos para $K = 4$

$2x - 4y = 4$;

La cuestion es que las dos rectas son paralelas por ello tiene lugar muchos puntos mínimos que van desde el (2,0) hasta el (4,1).

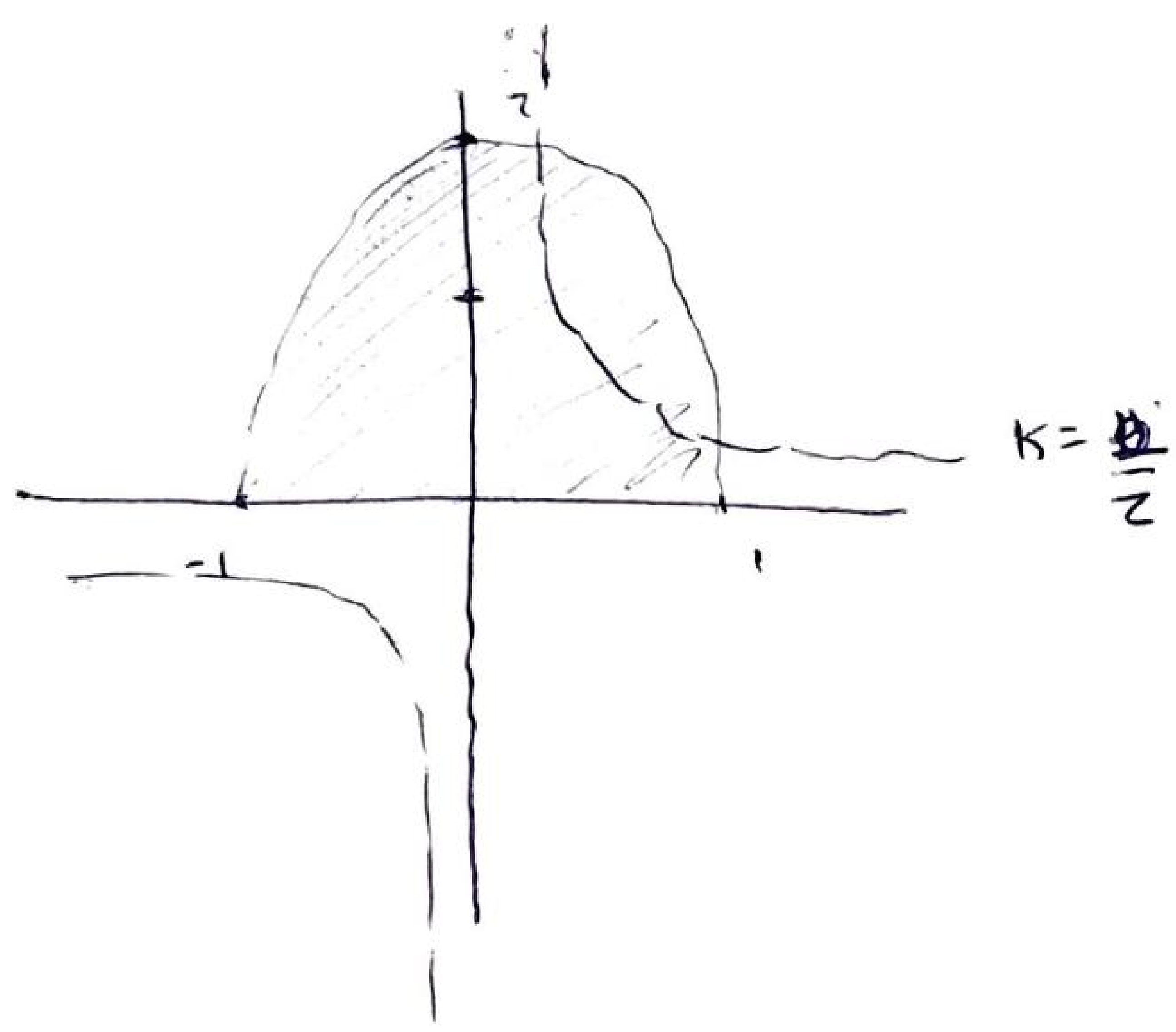
Por ello en el punto $(3, \frac{1}{2})$ se alcanza el valor mínimo.

• Ejercicio 2:

Minimizar $\left\{ \begin{array}{l} xy \\ 4x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$ → Para la elipse $\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \end{array} \right\}$

s.a:

- Dibujamos las restricciones



• Las isocuantas tienen la forma:

$$y = \frac{K}{x};$$

• Para calcular la condición de tangencia hay que igualar los vectores gradientes:

$$\nabla f = (y, x);$$

$$\nabla g = (8x, 2y);$$

$$\frac{y}{8x} = \frac{x}{2y};$$

$$2y^2 = 8x^2;$$

$$\boxed{y^2 = 4x^2}$$ Condición de tangencia para el mínimo. Porque es el primer lugar donde toca, para $K = 1$.

David Martínez Díaz

- Ejercicio 3:

$f(x,y,z) = -3ax^2 + 2axy - 3y^2 - 4z^2$

$0 < a < 3;$

$\nabla f = (-6ax + 2ay, \; 2ax - 6y, \; -8z);$

$$Hess f = \begin{pmatrix} -6a & 2a & 0 \\ 2a & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} H_1 = -6a = - \\ H_2 = 36a - 4a = + \\ H_3 = -288a + 256a = - \end{array} \right\}$$

Es Definida Negativa;

Como la función es estrictamente cóncava, se comprueba que tiene un único máximo global.

• Ejercicio 4:

Optimizar: $\left\{\begin{array}{l} 2x^3 + y^2 \\ x+y=2 \end{array}\right\}$ $y = 2-x$

s.a

$f(x) = 2x^3 + (2-x)^2;$

$\Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2(2-x)\cdot(-1); \Rightarrow 6x^2 + 2x - 4 = 0;$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{100}}{12} = \dfrac{-2 \pm 10}{12} = \begin{cases} \rightarrow -1 & \text{No} \\ \rightarrow \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}; \end{cases}$

$\left\{\begin{array}{l} x = 2/3 \\ y = 4/3 \end{array}\right\}$ $P(2/3, 4/3)$ $\nabla f = (6x^2, 2y);$

$\text{Hess } f = \begin{pmatrix} 12x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \left\{\begin{array}{l} H_1 = + \\ H_2 = + \end{array}\right\}$ Def. Positiva Convexa.

$P(2/3, 4/3) \Rightarrow$ Mín. Global.

• Ejercicio 5:

$f(x,y,z) = x + y + z$

$$s.a = \begin{cases} -x - y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

$\nabla f = (1,1,1)$

$\nabla g_1 = (-1,-1,1)$

$\nabla g_2 = (2x, 2y, 2z)$

$(1,1,1) = \lambda_1 (-1,-1,1) + \lambda_2 (2x, 2y, 2z)$;

No cumple la condición de lagrange.

El conjunto factible ~~es~~ no es acotado porque el primero es un plano y el punto singular no da. ya que los últimos candidatos son $= (-1,-1,1)$ y $(0,0,0)$;

No lo cumplen.

Por tanto es un programa equivalente sin restricciones con 1 variable de decisión.

· Ejercicio 6:

$$\int_0^1 \left(\int_{1-x}^{1-x^2} (2x-1) e^{x^2+y} \, dy \right) dx \Rightarrow (2x-1) \int_{1-x}^{1-x^2} e^{x^2+y} \Rightarrow$$

$$(2x-1) \cdot \left[e^{x^2+1-x} - e \right] \Rightarrow \int_0^1 (2x-1) \cdot \left[e^{x^2-x+1} + e \right] dx \, ;$$

$$\int_0^1 (2x-1) \cdot (\cancel{e}/e) \cdot \left[e^{x^2-x} - 1 \right] \Rightarrow \text{Esto es una inmediata}$$

$[u = x^2 - x]$

$$\int (e^u - 1) \, du; \Rightarrow \left[\int e^u du - \int 1 du \right] \Rightarrow e^u - u;$$

$$\left[e(x-1)x - e^{x^2-x+1} \right] = 0 \quad \cancel{e^{1}} \Rightarrow \boxed{0}$$

- Ejercicio 7:

$$\iint_D 12x^2\sqrt{y}\,dx\,dy \quad [y=x \quad y=x^2]$$