Matemáticas Empresariales.
Grado en I.I.-A.D.E y Grado en
Edif.-A.D.E Curso 2019/20.

David Martinez Diaz

Tema 3. Indicar las afirmaciones que son correctas en las siguientes preguntas.

1. Consideramos la función $F(x,y) = x^2y + x^3 - x^2 + y^2$, definida en el plano, entonces:

   a) $(0,0)$ es punto crítico de F.

   b) $(1,1)$ es punto crítico de F.

   c) $(0,0)$ es máximo local de F.

   d) $F(x,0) = x^3 - x^2$, que no posee extremos globales en su dominio.

2. Consideramos la función $F(x,y) = x^2y(1-x-y)$, definida R^2, entonces:

   a) $(0,2)$ es punto crítico de F.

   b) $(1,1)$ es mínimo local de F.

   c) $(1/2, 1/4)$ es máximo local de F.

   d) La función es convexa en su dominio.

3. Consideramos la función $F(x,y) = x^2Ln(x+y)$, definida para $x+y>0$, entonces:

   a) Si $x+y \leq 1$ entonces $F(x,y) \leq 0$

   b) La función presenta un único punto crítico.

   c) $HessF(0,2)$ es una matriz semidefinida positiva.

   d) $F(x,0) = x^2Ln(x)$ está definida para $x>0$ y no está acotada.

4. Consideramos la función $F(x,y) = a\,x^2y + b\,xy + 2x^2y + 1$,

   a) Si $a = b = 1$ entonces $(0,0)$ es punto crítico de F

   b) Si $a = b = 1$ entonces F no es cóncava ni convexa.

   c) Si $a = 2, b = -6$ entonces $(1,1)$ es punto crítico de F.

   d) Si $a = 2, b = -6$ entonces la función presenta máximo local.

5. Consideramos la función $F(x,y,z) = a\,x^2 + a\,y^2 + z^2 + 2xy + 2z$, definida en R^3, entonces:

   a) Si a^2 es distinto de 1 entonces F presenta un único punto crítico.

   b) Si $a>1$ entonces $HessF(x,y,z)$ es D.Positiva para cualesquiera (x,y,z).

   c) Si $a>1$ entonces F es una función convexa y presenta mínimo global.

   d) Si $0<a<1$ entonces F es una función cóncava.

6. Consideramos la función $F(x, y, z) = -x^2 - 5y^2 - 3z^2 + 8x - 10y + 2z - 13$, definida en R^3, entonces:

   a) $F(x, y, z) = -(x-4)^2 - 5(y+1)^2 - 3(z - \frac{1}{3})^2 + \frac{25}{3}$,

   b) $(4, 1, 3)$ es punto crítico de F.

   c) F posee mínimo local.

   d) F es cóncava y su valor máximo es $\frac{25}{3}$.

7. Consideramos la función $F(x, y, z) = 2Ln(x) + 5Ln(y) + 3Ln(z)$, definida en $x, y, z > 0$, entonces:

   a) F presenta puntos críticos.

   b) La matriz $HessF(x, y, z)$ es definida negativa para cualquier $x, y, z > 0$

   c) F es cóncava y por tanto presenta máximo global.

   d) F presenta extremos locales.

8. Sea f una función, y sea $(x_o, y_o) \in R^2$ tales que $\nabla f(x_o, y_o) = (0, a)$, $\quad$ Hess $f(x_o, y_o) = \begin{pmatrix} 3 & b \\ b & c \end{pmatrix}$

   entonces:

   a) Si $a = 0$, el punto (x_o, y_o) es un punto crítico.

   b) Si $3c - b^2 > 0$, y a distinto de cero el punto (x_o, y_o) es un mínimo local. de f.

   c) Si $b < 0$, el punto (x_o, y_o) es un punto de silla de f.

   d) Si $a = b = 0$, $c > 0$, el punto (x_o, y_o) es un mínimo local de f.

9. Sea el problema $\boxed{\begin{array}{ll} \text{Max.} & f(x,y) \\ \text{s. a} & (x,y) \in B \end{array}}$ donde f es una función cóncava, de clase C^1 y el dominio B un conjunto convexo abierto y no acotado.

   a) La función presenta máximo global (siempre).

   b) El programa nunca tiene máximo global, ya que no se cumple el Teorema de Weierstrass.

   c) Si el programa tuviera un máximo local, éste sería global.

   d) El máximo global necesariamente ha de ser un punto crítico de f.

10. Sea la función de producción $Q(K, L) = K^{\frac{1}{5}} y^{\frac{4}{5}}$ definida para $K, L > 0$ Entonces:

    a) La matriz $HessQ(K, L)$ tiene menor principal de orden uno, $H_1 < 0$.

    b) La matriz $HessQ(K, L)$ tiene determinante nulo.

    c) Q es una función convexa en el dominio $K > 0, L > 0$.

    d) Q es una función cóncava en el dominio $K > 0, L > 0$.