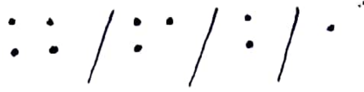
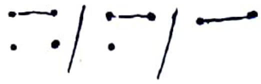
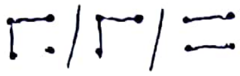
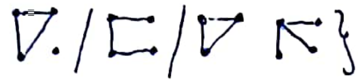
David Martínez Díaz

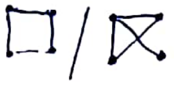
- Relacion Tema 3:

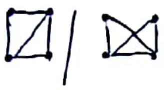
1.  Con cero lados

 Con un lado

 Con dos lados

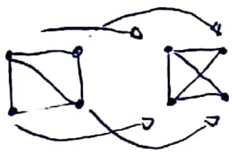
 Con tres lados

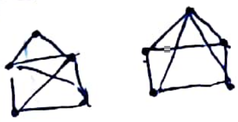
 Con cuatro lados

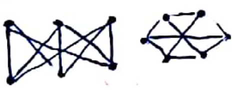
 Con cinco lados

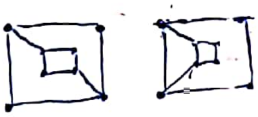
 Con 6 lados

---

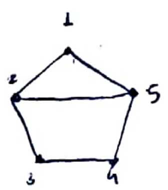
2.  ⇒ Son Isomorfos

 ⇒ No son Isomorfos. [Vertice de 4 grado

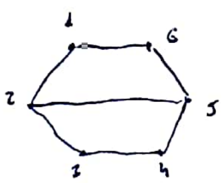
 ⇒ Son Isomorfos

 ⇒ No son Isomorfos

---

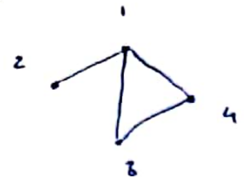
3. 

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 5 \times 5$$

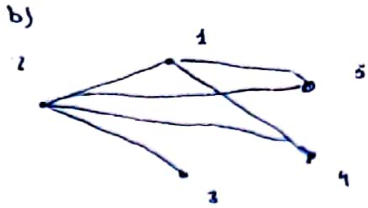


$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 6 \times 6$$

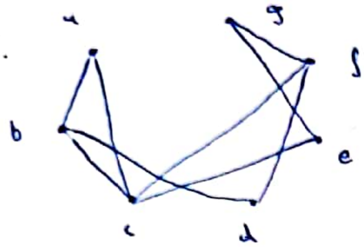
4. a)



b)



5.



{* No es cierto para a y g, se necesitan al menos dos intérpretes.}

⇒ Mediante matriz:

$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0&0&0\\ 1&0&1&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&1&1&0\\ 0&1&0&0&0&1&0\\ 0&0&1&0&0&0&1\\ 0&0&1&1&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&1&0 \end{pmatrix}$$

8. K_n ≡ grafo completo de n vértices

Automorfismos de K_n

P_n ≡ grafo camino

Automorfismos del $P_n = 2$ (del vértice 1 al n y del n al 1).

C_n ≡ grafo ciclo

Automorfismos del $C_n = 2n$ (uno en cada sentido por cada vertice).

$K_{n,m}$ ≡ grafo bipartido completo

Automorfismo de $K_{n,m} \equiv P_n P_m = n!\,m!$

9. Grafo regular todos los vértices tienen el mismo grado.

$gr(v_1) + gr(v_2) + \ldots + gr(v_{25}) \Rightarrow 5 + 5 + 5 + \ldots + 25 = 125$

⇒ No existe ninguno ya que la suma de los grados de los vertices debe ser par.

Escaneado con CamScanner

David Martínez Díaz

10. Grafo completo ≡ todos sus vertices unidos entre si
$\Rightarrow$ tambien es regular y $gr(v_i) = |V| - 1$

$gr(v_1) + gr(v_2) + \dots + gr(v_n) = 2 \cdot 595 = 1190$

$\Rightarrow \frac{1190}{|V|} = gr(v_i) = |V| - 1 \Rightarrow \frac{1190}{|V|} = |V| - 1$

$\Rightarrow 1190 = (|V| - 1)|V| = (|V|)^2 - |V| \Rightarrow (|V|)^2 - |V| - 1190 = 0$

$\Rightarrow |V| = 35$
↳ Sí, existe un grafo completo con 595 lados y tendría 35 vertices de grado 34.

---

12. $gr(v_1) + gr(v_2) + \dots + gr(v_n) = 2l = 2000;$
El menor número de vertices se dará cuando todos los vertices sean de mayor grado posible $\Rightarrow gr(v_i) = |V| - 1$.

$\frac{2000}{|V|} = |V| - 1 \Rightarrow 2000 = |V|^2 - |V| \Rightarrow |V|^2 - |V| - 2000 = 0;$

$\Rightarrow |V| = \frac{1 + 3\sqrt{889}}{2} \approx 45'22$ $\Rightarrow$ El menor número de vértices que puede tener un grafo simple con 1000 lados es 46.

---

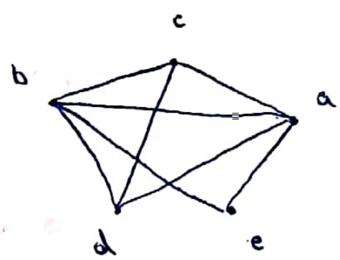
13. $gr(v_1) + gr(v_2) + \dots + gr(v_n) = 2l = 2000$
El mayor número de vertices se dará cuando todos los vértices sean del menor grado posible $\Rightarrow gr(v_i) = 1$

$\frac{2000}{|V|} = 1 \Rightarrow |V| = 2000$ $\Rightarrow$ El mayor número de vertices que puede tener un grafo simple con 1000 lados de 2000.

---

14. a) 2, 4, 4, 3, 3

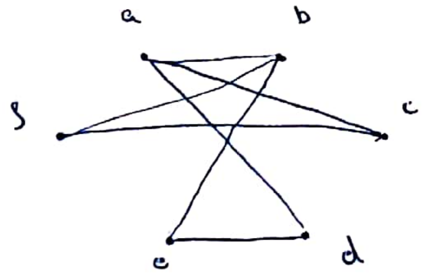
a	b	c	d	e	
4	4	3	3	2	* pivote a, elegidos b, c, d, e
0	3	2	2	1	* pivote b, elegidos c, d, e
0	0	1	1	0	* pivote c, elegido d
0	0	0	0	0	* sucesión gráfica



b) 2, 2, 3, 2, 2, 3

a	b	c	d	e	f
3	3	2	2	2	2
0	2	1	1	2	2
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0

* pivote a, elegidos b, c, d
* pivote b, elegidos e, f
* pivote c, elegido f
* pivote d, elegido e
* sucesion grafica



---

c) 7, 6, 5, 4, 3, 3, 2

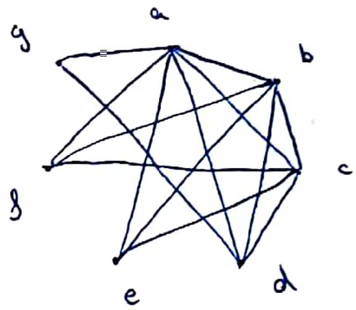
La sucesión no es gráfica ya que $7 \geq n^{\circ}$ vertices.

---

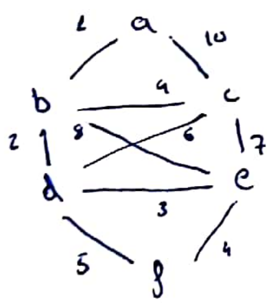
d) 6, 5, 5, 4, 3, 3, 2

a	b	c	d	e	f	g
6	5	5	4	3	3	2
0	4	4	3	2	2	1
0	0	3	2	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0

* pivote a, elegidos b, c, d, e, f, g
* pivote b, elegidos c, d, e, f
* pivote c, elegidos d, e, f
* pivote d, elegido g
* sucesion grafico

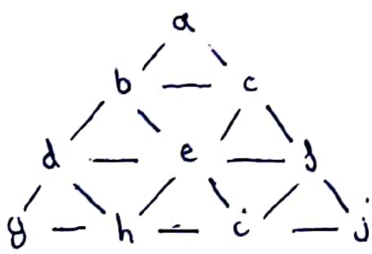


15.



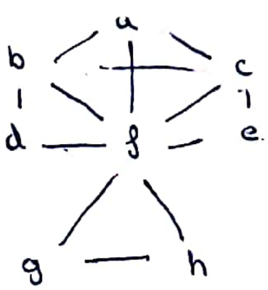
• Circuito de Euler:

{a, b, d, e, f, d, c, e, b, c, a}



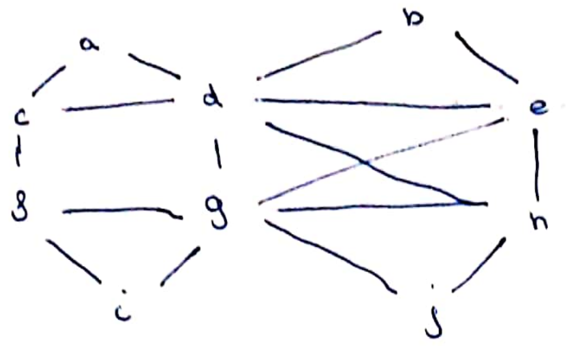
• Circuito de Euler:

{a, b, d, g, h, d, e, h, i, j, f, i, e, f, c, e, b, c, a}



• Circuito de Euler.

{a, b, d, f, e, c, f, a, c, b, f, g, h, f}



Circuito de Euler:

$\{a, c, f, i, g, f, d, e, b, d, h, j, g, h, e, g, c, d, a\}$

---

16. * Si cada vértice está unido a todos los demás, y así su grado será $n-1$. El grado de los vertices es par para todo n impar.

$n = 2K+1$; $K \in \mathbb{N}$

---

17. → Cada uno de los vértices estará unido a todos los del otro subconjunto. En el grupo de cardinal m habrá m vertices unidos a n vértices del otro grupo por n lados diferentes.

→ Sabiendo que esos son los unicos lados del grafo.

n° lados $= m \cdot n$;

---

18. → Cada vértice en un grupo está unido a todos los del otro grupo, y tendrá la cardinalidad del otro grupo como grado

→ Para que todos los grados sean partes [* y exista el circuito de Euler], tanto m como n deben ser pares.

⇒ Se da que $K_{m,n}$ es un grafo de Euler solamente si m y n, son pares.

---

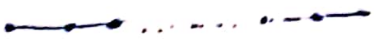
20. $\dfrac{n(n-1)}{2} = \dfrac{(n-1)(n-2)}{2} + 2 \rightarrow \dfrac{n(n-1) - (n-1)(n-2)}{2}$

$\Rightarrow (n-1) \geq 2 \rightarrow$ (Se cumple cuando $n \geq 3$)

* Demostrado

Escaneado con CamScanner

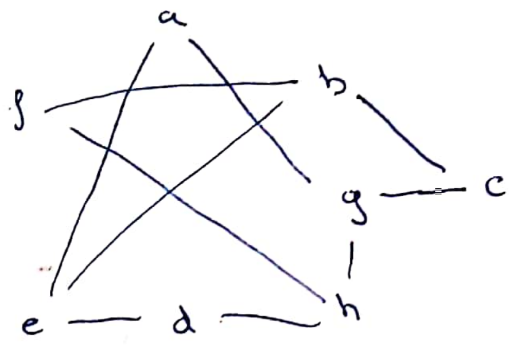
21. $K_{m,n} \Rightarrow m \cdot n \Rightarrow v = m+n;$



$m+m \geq n+m \Rightarrow m \geq n$
$n+n \geq n+m \Rightarrow n \geq m$ } $m = n$

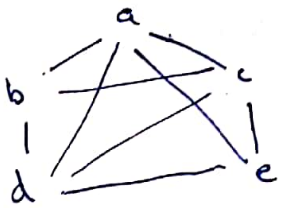
$m+n = par$

22.

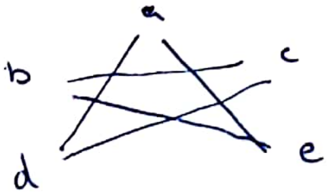


* Si es un plano ya que no pueden convertirse en un $K_{3,3}$ ni en un K_5

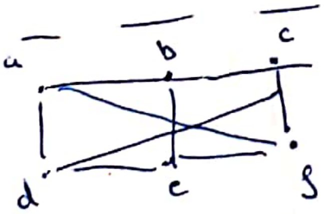
23.

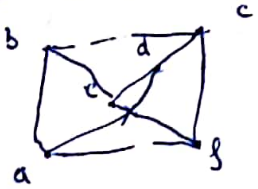


→ No tiene vertices suficientes para ser $K_{3,3}$
→ No es isomorfo a K_6
[Plano]

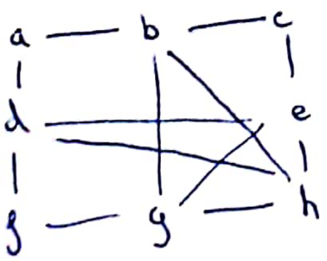


→ No puede contraerse a $K_{3,3}$
→ No es isomorfo con K_5
[Plano]

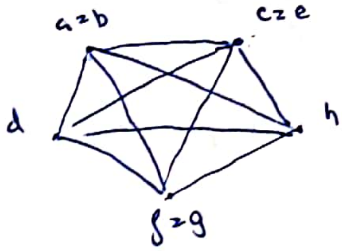




* Como no puede separar las aristas sin que se crucen:
No → [Plano]
Es un $K_{3,3}$



$K_5 \Rightarrow$



26.

$\Rightarrow$ Lados: Si sabemos que la sumatoria de los grados es 2 veces los lados:

$$\sum_{i=1}^{9} gr(v_i) \Rightarrow 2L \Rightarrow 28 = 2L; \quad L = \frac{28}{2} = 14$$

$\Rightarrow$ Tiene 14 lados

$\Rightarrow$ Caras: Podemos utilizar la fórmula de Euler para grafos planos y conexos:

$$v + c - l = 2 \Rightarrow v + c = 2 + l;$$

$$c = -v + l + 2 \Rightarrow 16 - 9 = 7;$$

$\Rightarrow$ Tiene 7 caras.