

- Ejercicios tema 6: Unificación y Resolución

- Ejercicio 6.1:

1.  $\{Q(x, f(y)), Q(f(z), f(a))\}$

$$\left. \begin{array}{l} \{x, f(z)\} \Rightarrow (x \mid f(z)) \\ \{y, a\} \Rightarrow (y \mid a) \end{array} \right\} (x \mid f(z))(y, a) = (x \mid f(z), y \mid a)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = f(z) \\ f(y) = f(a) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array} \right\} (x \mid f(z), y \mid a)$$

$\Rightarrow$  Son unificables.

2.  $\{P(x, g(x, a), f(y)), P(x, g(g(f(y), b), y), f(a))\}$

$$\left. \begin{array}{l} g(x, a) = g(g(f(y), b), y) \\ f(y) = f(a) \Rightarrow y = a \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x = g(f(y), y) \\ y = a \end{array} \right\}$$

$$(x \mid g(f(a), b), y \mid a)$$

$\Rightarrow$  Son unificables

3.  $\{Q(x, g(x, y)), Q(y, z), Q(z, g(x, a))\}$

$$x = y$$

$$\left. \begin{array}{l} g(x, y) = z \\ y = z \\ z = g(x, a) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} z = g(x, y) \\ y = z \\ z = g(y, a) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} z = g(x, y) \\ y = g(y, y) \\ g(x, y) = g(y, a) \end{array} \right\}$$

$\Rightarrow$  No son unificables

$$4. \{ R(f(x), g(f(z), y), g(a, f(f(x))), R(y, g(f(a), f(f(b))), g(z, f(y))) \}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = y \\ g(f(z), y) = g(f(a), f(f(b))) \\ g(a, f(f(x))) = g(z, f(y)) \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(x) = y \\ f(z) = f(a) \\ y = f(f(b)) \\ a = z \\ f(f(x)) = f(y) \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = f(x) \\ a = z \\ x = f(b) \end{array}$$

$$\sigma \Rightarrow (y \mid f(x), a \mid z, x \mid f(b));$$

- Ejercicio 2:

$$1. \{ Q(a, y), \neg R(a, y), \neg Q(x) \vee R(x, f(x)) \}$$

$$\begin{array}{l} \neg R(a, y) \\ (y \mid f(a)) \\ \neg Q(a) \\ \square \end{array} \begin{array}{l} \neg Q(x) \vee R(x, f(x)) \\ (x \mid a) \\ Q(a) \end{array}$$

\* Por tanto el conjunto de cláusulas es insatisficible.

$$2. \{ \neg Q(a, y), \neg S(x) \vee Q(x, f(x)), S(a) \}$$

$$\begin{array}{l} \neg Q(a, y) \\ (a \mid x) \\ \neg S(a) \\ \square \end{array} \begin{array}{l} \neg S(x) \vee Q(x, f(x)) \\ (y \mid f(x)) \\ S(a) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a = x \\ y = f(x) \end{array} \right\}$$

\* Por tanto el conjunto de cláusulas es insatisficible

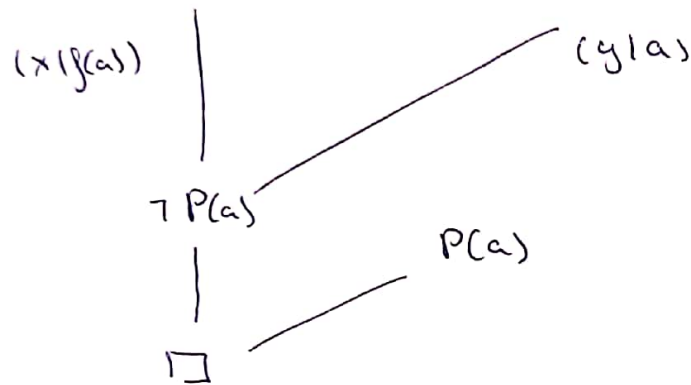
- 6.2.3.

$$\{P(a), \neg S(a, x), \neg P(y) \vee S(y, f(y))\}$$

$$\neg S(a, x)$$

$$\neg P(y) \vee S(y, f(y))$$

$$\begin{cases} y=a \\ x=f(y) \end{cases}$$



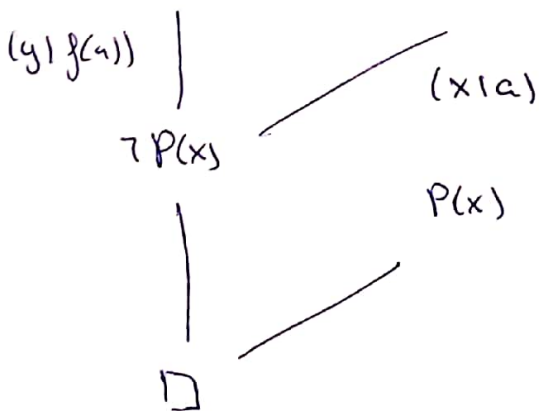
\* Por lo tanto, el conjunto de clausulas es insatisfacible

6.2.4.

$$\{P(x), \neg P(x) \vee Q(x, a), \neg Q(y, a)\}$$

$$\neg Q(y, a)$$

$$\neg P(x) \vee Q(x, a)$$



\* Por lo tanto el conjunto de clausulas es insatisfacible

- Ejercicio 6.3:

Si tenemos la sentencia  $\Rightarrow \exists x (M(x) \wedge \neg D(x))$

- Entonces en primer lugar:

$$\neg [\exists x (M(x) \wedge \neg D(x))]$$

$$\Rightarrow \forall x \neg (M(x) \wedge \neg D(x)) \Rightarrow \text{Forma Prenexa y F.N.S.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \forall x (\neg M(x) \vee D(x)) \Rightarrow \text{Forma clausular [1 cláusula]} \\ \cdot \forall x \exists y (\neg C(y) \rightarrow A(x, y)) \Rightarrow \text{Forma N.P} \\ \cdot \forall x (\neg C(y) \rightarrow A(f(y), y)) \Rightarrow \text{Forma N.S} \\ \cdot \forall x (C(y) \vee A(f(y), y)) \Rightarrow \text{Forma clausular} \end{array} \right\}$$

$$\forall x \forall y (\neg C(y) \wedge A(x, y) \rightarrow M(x)) \Rightarrow \forall x \forall y (C(y) \vee \neg A(x, y) \vee M(x))$$

$$\forall x (\neg D(x) \vee M(x)) \Rightarrow [\forall x \forall y (M(x) \wedge D(x)) \rightarrow \neg (\neg C(y) \wedge A(x, y))];$$

$$\forall x \forall y (\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x, y));$$

$$\neg C(a) \left\{ \begin{array}{l} \neg C = T \\ C = \neg T \end{array} \right\}$$

$\Rightarrow$  Por tanto:

$$\begin{array}{rcl} \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x, y) & \nearrow & \neg M(x) \vee \neg D(x) \\ | & & \\ \neg M(x) \vee C(y) \vee \neg A(x, y) & \nearrow & \\ | & & \\ C(y) \vee \neg A(x, y) & \nearrow & C(y) \vee \neg A(x, y) \vee M(x) \\ (x: f(y)) & & \\ | & & \\ C(y) & \nearrow & C(y) \vee A(f(y), y) \\ | & & \\ (y: a) & & \\ | & & \\ \square & \nearrow & \neg C(a) \end{array}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \text{Es insatisficible} \\ \Rightarrow \text{Por lo que es consecuencia lógica de la hipótesis.} \end{array} \right\}$

- Ejercicio 6.4:

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists x (P(x) \wedge \forall y (D(y) \rightarrow L(x, y))) \\ \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \neg L(x, y))) \end{array} \right\} \models \forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

$\Rightarrow \exists x \forall y (P(x) \wedge (D(y) \rightarrow L(x, y))) \Rightarrow$  Forma Prenexa.

$$\forall y (P(a) \wedge (D(y) \rightarrow L(a, y))) \Rightarrow \text{F.N.S.}$$

$$\forall y (P(a) \wedge (\neg D(y) \vee L(a, y)));$$

$$P(a) \wedge \forall y (\neg D(y) \vee L(a, y)) \Rightarrow \text{F.N.C.}$$

$$\Rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)));$$

$$\forall x \forall y (P(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow \neg L(x, y))) \Rightarrow \text{FNP y FNS}$$

$$\forall x \forall y (\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x, y)) \Rightarrow \text{F.N.C.}$$

$$\Rightarrow \neg \forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

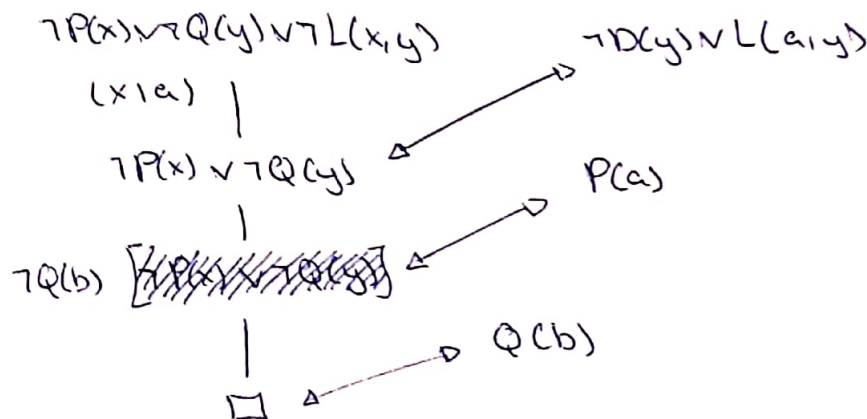
$$\exists x \neg (D(x) \rightarrow \neg Q(x)) \Rightarrow \text{Forma Prenexa}$$

$$\neg (D(b) \rightarrow \neg Q(b)) \Rightarrow \text{F.N.S.}$$

$$\neg (\neg D(b) \vee \neg Q(b))$$

$$D(b) \wedge Q(b) \Rightarrow \text{F.N.C.}$$

- Por tanto tenemos:



$$\Gamma \models \gamma \Leftrightarrow \Gamma \cup \{\neg \gamma\}$$

$\Rightarrow$  Por tanto es insatisficible

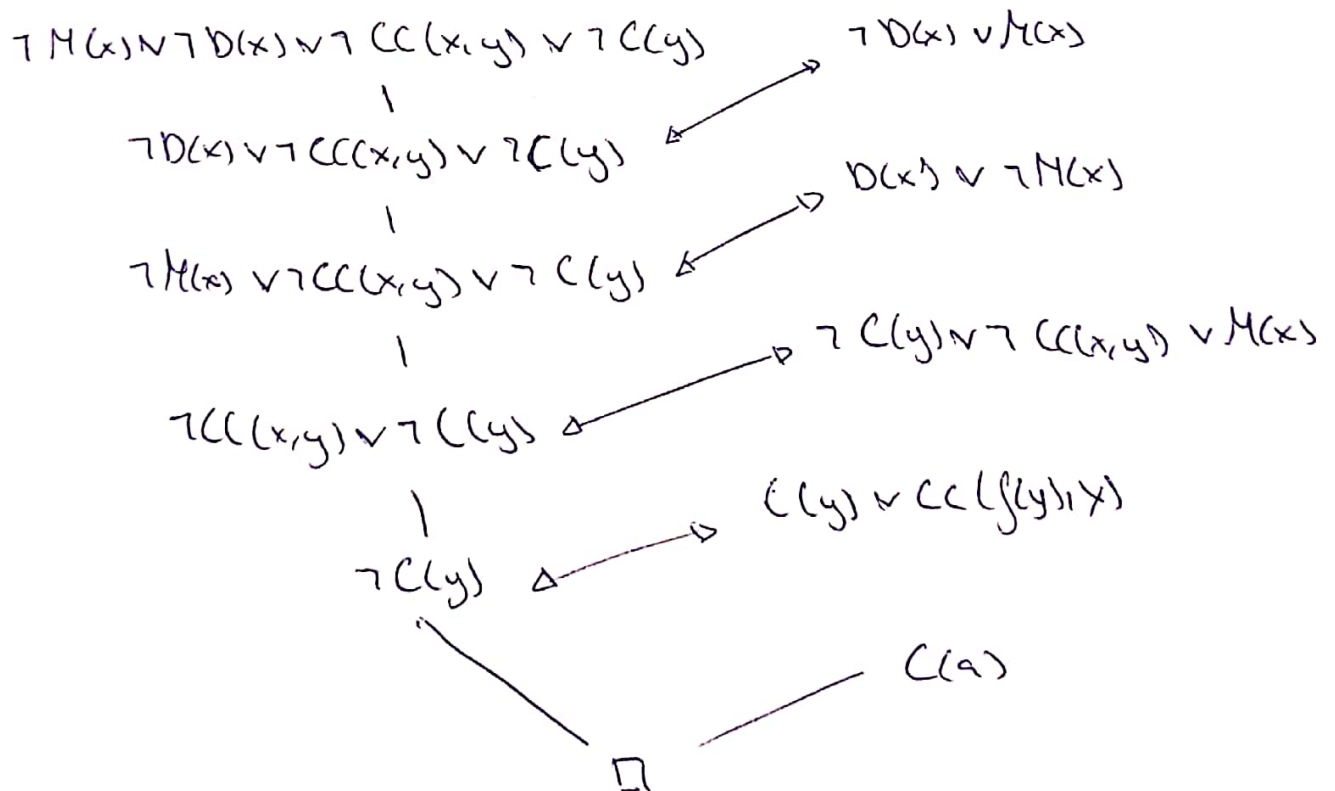
- Ejercicio 6.5:

1.  $\{ \neg P(x) \vee Q(f(x)), P(a), \neg P(x) \vee \neg Q(x) \}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_0 \Rightarrow \{ \neg P(x) \vee Q(f(x)), P(a), \neg P(x) \vee \neg Q(x) \} \\ \Gamma_1 \Rightarrow \{ C_1, C_2, C_3, Q(f(a)), \neg Q(a), \neg P(x) \vee \neg P(f(x)) \} \\ \Gamma_2 \Rightarrow \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, G, \neg P(f(a)) \} \\ \Gamma_3 \Rightarrow \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, G, C_7 \} \end{array} \right\}$$

$\Gamma_2 = \Gamma_3$  y  $\neg \vdash \Gamma_2 \Rightarrow \Gamma$  es insatisficible.

2.  $\{ \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y), C(b), D(x) \vee \neg M(x), \neg D(x) \vee M(x), \neg C(y) \vee CC(f(y), y), \neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x) \}$



$\Rightarrow$  Por lo tanto es insatisficible.