

Oefeningen talen en automaten - Reeks 1

Oefeningen bij 1.5, 2.0, 2.1, 2.2.

1. Zijn volgende uitspraken waar of niet waar:

a. $\{e, 1, 11, 101, 1001\}$ is een taal over het alfabet $\{a, b, c, ,, 1, 0\}$. **waar**

b. de alfabetten $\{a, b, c, ,, \}$ en $\{0, 1\}$ hebben 2 talen gemeenschappelijk.

Waar, $\{\epsilon\}$ en $\{\emptyset\}$

2. Ontwerp een DFA (dus geen twee verschillende DFA's) die enkel de 2 woorden "in" en "input" herkent (dus niet die woorden in een willekeurige string).

Staat	i	n	p	u	T	Einde
q0	q1	x	x	x	x	x
q1	x	q2	x	x	x	x
q2 ("in")	x	x	q3	x	x	"in"
q3	x	x	x	q4	x	x
q4	x	x	x	x	q5	x
q5 ("input")	x	x	x	x	x	"input"

3. Ontwerp over het alfabet $\{x, y\}$ de volgende DFA's:

- a. de automaat die alle strings over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	Einde
q0	q0	q0	✓

- b. de automaat die strings bestaande uit een even aantal x'en (maar geen y's) aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	x	✓ (even # x)
q1	q0	x	x (oneven # x)

- c. de automaat die strings van x'en en y's, met een even aantal x'en, aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	q0	✓ (even # x)
q1	q0	x	x (oneven # x)

- d. de automaat die de lege taal over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	Einde
q0	q0	q0	x

- e. de automaat die de taal $\{\epsilon\}$ over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	q1	✓ (lege string geaccepteerd)
q1	q1	q1	x

4. Maak een transitie diagram voor de DFA die de volgende taal over het alfabet $\{0,1\}$ aanvaardt.

$L = \{x00 \mid x \text{ is een willekeurige string van } 0\text{'en en } 1\text{'en} \}$

Staat	0	1	einde
q0	q1	q0	x
q1	q2	q0	x
q2	q2	q0	✓

5. Welke taal wordt aanvaard door de DFA met volgende transitie tabel.

	0	1
● A	A	B
*B	B	A

De DFA accepteert een taal die bestaat uit strings die eindigen in toestand B, wat overeenkomt met strings die een oneven aantal B's bevatten.

6. Construeer de *product* automaat (doorsnede) voor de 2 onderstaande automaten, waarbij de “bogen” bepaald worden door de 2 automaten in parallel te laten lopen (cfr. winkel-bank voorbeeld uit 2.1). Welke taal wordt door deze *product* automaat aanvaard ?

		0	1
7 A	7 D	E	D
B	*E	D	E
*C			

Toestand	0	1	accepteert?
(A,D)	(A,E)	(B,D)	x
(A,E)	(A,D)	(B,E)	x
(B,D)	(B,E)	(C,D)	x
(B,E)	(B,D)	(C,E)	x
(C,D)	(C,E)	(A,D)	x
(C,E)	(C,D)	(A,E)	✓

De taal bestaat uit alle binaire strings die:

1. Eindigen op “1” of “11” (voor de eerste automaat)
2. Een oneven aantal 0'en bevatten (voor 2^{de} automaat)

7. Bewijs dat $d^{\wedge}(qxy,) = d^{\wedge}((qxy,),)$ voor elke staat q en strings x en y.

Hint: inductie op de lengte van y.

TA: Bewijs son Thjs van Schel

$$\text{IB: } \hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$$

Basis: $|y| = 0$

$$\Rightarrow \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$$

IH:

geldt voor $\text{std } |y| = k$

$$\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$$

Inductiestap: $|y| = k+1$

$$\hat{\delta}(q, xya) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), ya)$$

$$\hat{\delta}(q, xya) = \delta(\hat{\delta}(q, xy), a)$$

$$= \delta(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y), a)$$

$$\hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), ya) = \delta(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y), a)$$

$$\Rightarrow \hat{\delta}(q, xya) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), ya)$$

□