

Oefeningen talen en automaten - Reeks 1

Oefeningen bij 1.5, 2.0, 2.1, 2.2.

1. Zijn volgende uitspraken waar of niet waar:

- a. $\{e, 1, 11, 101, 1001\}$ is een taal over het alfabet $\{a, b, c, ,, 1, 0\}$.

waar

- b. de alfabetten $\{a, b, c, ,, \}$ en $\{0, 1\}$ hebben 2 talen gemeenschappelijk.

Niet waar

2. Ontwerp een DFA (dus geen twee verschillende DFA's) die enkel de 2 woorden "in" en "input" herkent (dus niet die woorden in een willekeurige string).

Staat	i	n	p	u	T	Einde
q0	q1	x	x	x	x	x
q1	x	q2	x	x	x	x
q2 ("in")	x	x	q3	x	x	"in"
q3	x	x	x	q4	x	x
q4	x	x	x	x	q5	x
q5 ("input")	x	x	x	x	x	"input"

3. Ontwerp over het alfabet $\{x,y\}$ de volgende DFA's:

a. de automaat die alle strings over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	Einde
q0	q0	q0	✓

b. de automaat die strings bestaande uit een even aantal x'en (maar geen y's) aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	x	✓ (even # x)
q1	q0	x	x (oneven # x)

c. de automaat die strings van x'en en y's, met een even aantal x'en, aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	q0	✓ (even # x)
q1	q0	x	x (oneven # x)

d. de automaat die de lege taal over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	Einde
q0	q0	q0	x

e. de automaat die de taal $\{\epsilon\}$ over dit alfabet aanvaardt

Staat	x	y	einde
q0	q1	q1	✓ (lege string geaccepteerd)
q1	q1	q1	x

4. Maak een transitie diagram voor de DFA die de volgende taal over het alfabet $\{0,1\}$ aanvaardt.

$$L = \{x00 \mid x \text{ is een willekeurige string van } 0\text{'en en } 1\text{'en} \}$$

Staat	0	1	einde
q0	q1	q0	x
q1	q2	q0	x
q2	q2	q0	✓

5. Welke taal wordt aanvaard door de DFA met volgende transitie tabel.

	0	1
→ A	A	B
*B	B	A

De DFA accepteert een taal die bestaat uit strings die eindigen in toestand B, wat overeenkomt met strings die een oneven aantal B's bevatten.

6. Construeer de *product* automaat (doorsnede) voor de 2 onderstaande automaten, waarbij de “bogen” bepaald worden door de 2 automaten in parallel te laten lopen (cfr. winkel-bank voorbeeld uit 2.1). Welke taal wordt door deze *product* automaat aanvaard ?

	0
→ A	A
B	B
*C	C

	0	1
→ D	E	D
*E	D	E

Toestand	0	1	accepteert?
(A,D)	(A,E)	(B,D)	x
(A,E)	(A,D)	(B,E)	x
(B,D)	(B,E)	(C,D)	x
(B,E)	(B,D)	(C,E)	x
(C,D)	(C,E)	(A,D)	x
(C,E)	(C,D)	(A,E)	✓

De taal bestaat uit alle binaire strings die:

1. Eindigen op “1” of “11” (voor de eerste automaat)
2. Een oneven aantal 0'en bevatten (voor 2^{de} automaat)

7. Bewijs dat $\hat{d}(qxy,) = \hat{d}(\hat{d}(qxy,),)$ voor elke staat q en strings x en y .

Hint: inductie op de lengte van y .

TA: Bewijs son THjs VAN Schel

$$\text{TB: } \hat{d}(q, xy) = \hat{d}(\hat{d}(q, x), y)$$

Basis: $|y| = 0$
 $\Rightarrow \hat{d}(q, \varepsilon) = q$

I.H.I:
 geldt voor ~~stad~~ $|y| = k$
 $\hat{d}(q, xy) = \hat{d}(\hat{d}(q, x), y)$

Inductiestap: $|y| = k+1$

$$\begin{aligned} \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) \\ \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, xy), a) \\ &= \hat{d}(\hat{d}(\hat{d}(q, x), y), a) \\ \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) &= \hat{d}(\hat{d}(\hat{d}(q, x), y), a) \\ \Rightarrow \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) \end{aligned}$$

□