

# Oefeningen talen en automaten - Reeks 1

Oefeningen bij 1.5, 2.0, 2.1, 2.2.

1. Zijn volgende uitspraken waar of niet waar:

- a.  $\{e, 1, 11, 101, 1001\}$  is een taal over het alfabet  $\{a, b, c, ,, 1, 0\}$ .

waar

- b. de alfabetten  $\{a, b, c, ,, \}$  en  $\{0, 1\}$  hebben 2 talen gemeenschappelijk.

~~Niet waar~~ waar, {epsilon} en niets (O/O)

2. Ontwerp een DFA (dus geen twee verschillende DFA's) die enkel de 2 woorden "in" en "input" herkent (dus niet die woorden in een willekeurige string).

| Staat        | i  | n  | p  | u  | T  | Einde   |
|--------------|----|----|----|----|----|---------|
| q0           | q1 | x  | x  | x  | x  | x       |
| q1           | x  | q2 | x  | x  | x  | x       |
| q2 ("in")    | x  | x  | q3 | x  | x  | "in"    |
| q3           | x  | x  | x  | q4 | x  | x       |
| q4           | x  | x  | x  | x  | q5 | x       |
| q5 ("input") | x  | x  | x  | x  | x  | "input" |

3. Ontwerp over het alfabet  $\{x,y\}$  de volgende DFA's:

a. de automaat die alle strings over dit alfabet aanvaardt

| Staat | x  | y  | Einde |
|-------|----|----|-------|
| q0    | q0 | q0 | ✓     |

b. de automaat die strings bestaande uit een even aantal x'en (maar geen y's) aanvaardt

| Staat | x  | y | einde          |
|-------|----|---|----------------|
| q0    | q1 | x | ✓ (even # x)   |
| q1    | q0 | x | x (oneven # x) |

c. de automaat die strings van x'en en y's, met een even aantal x'en, aanvaardt

| Staat | x  | y  | einde          |
|-------|----|----|----------------|
| q0    | q1 | q0 | ✓ (even # x)   |
| q1    | q0 | x  | x (oneven # x) |

d. de automaat die de lege taal over dit alfabet aanvaardt

| Staat | x  | y  | Einde |
|-------|----|----|-------|
| q0    | q0 | q0 | x     |

e. de automaat die de taal  $\{\epsilon\}$  over dit alfabet aanvaardt

| Staat | x  | y  | einde                        |
|-------|----|----|------------------------------|
| q0    | q1 | q1 | ✓ (lege string geaccepteerd) |
| q1    | q1 | q1 | x                            |

4. Maak een transitie diagram voor de DFA die de volgende taal over het alfabet  $\{0,1\}$  aanvaardt.

$$L = \{x00 \mid x \text{ is een willekeurige string van } 0\text{'en en } 1\text{'en} \}$$

| Staat | 0  | 1  | einde |
|-------|----|----|-------|
| q0    | q1 | q0 | x     |
| q1    | q2 | q0 | x     |
| q2    | q2 | q0 | ✓     |

5. Welke taal wordt aanvaard door de DFA met volgende transitie tabel.

|     | 0 | 1 |
|-----|---|---|
| → A | A | B |
| *B  | B | A |

De DFA accepteert een taal die bestaat uit strings die eindigen in toestand B, wat overeenkomt met strings die een oneven aantal B's bevatten.

6. Construeer de *product* automaat (doorsnede) voor de 2 onderstaande automaten, waarbij de “bogen” bepaald worden door de 2 automaten in parallel te laten lopen (cfr. winkel-bank voorbeeld uit 2.1). Welke taal wordt door deze *product* automaat aanvaard ?

|                 | 0 |
|-----------------|---|
| $\rightarrow A$ | A |
| B               | B |
| *C              | C |

|                 | 0 | 1 |
|-----------------|---|---|
| $\rightarrow D$ | E | D |
| *E              | D | E |

L1 = {2+3m eentjes}  
L2 = {oneven # nullen}

| Toestand | 0     | 1     | accepteert? |
|----------|-------|-------|-------------|
| (A,D)    | (A,E) | (B,D) | x           |
| (A,E)    | (A,D) | (B,E) | x           |
| (B,D)    | (B,E) | (C,D) | x           |
| (B,E)    | (B,D) | (C,E) | x           |
| (C,D)    | (C,E) | (A,D) | x           |
| (C,E)    | (C,D) | (A,E) | ✓           |

De taal bestaat uit alle binaire strings die:

1. Eindigen op “1” of “11” (voor de eerste automaat)
2. Een oneven aantal 0'en bevatten (voor 2<sup>de</sup> automaat)

7. Bewijs dat  $\hat{d}(qxy, ) = \hat{d}(\hat{d}(qxy, ), )$  voor elke staat  $q$  en strings  $x$  en  $y$ .

Hint: inductie op de lengte van  $y$ .

TA: Bewijs son THjs VAN Schel

$$\text{TB: } \hat{d}(q, xy) = \hat{d}(\hat{d}(q, x), y)$$

Basis:  $|y| = 0$   
 $\Rightarrow \hat{d}(q, \varepsilon) = q$

I.H.I:  
 geldt voor ~~stad~~  $|y| = k$   
 $\hat{d}(q, xy) = \hat{d}(\hat{d}(q, x), y)$

Inductiestap:  $|y| = k+1$

$$\begin{aligned} \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) \\ \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, xy), a) \\ &= \hat{d}(\hat{d}(\hat{d}(q, x), y), a) \\ \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) &= \hat{d}(\hat{d}(\hat{d}(q, x), y), a) \\ \Rightarrow \hat{d}(q, xya) &= \hat{d}(\hat{d}(q, x), ya) \end{aligned}$$

□