TEMA 6 DESPEGUE Y ATERRIZAJE

En este tema se analizan las maniobras de despegue y aterrizaje para aviones con tren triciclo, que son los habituales hoy en día. Se supone que el aire está en calma, ya que las normas de aeronavegabilidad exigen, por seguridad, que las distancias de despegue y aterrizaje se determinen sin viento sobre las pistas (si se despega o aterriza de cara al viento, esto es, con velocidades menores respecto a tierra, las distancias serán menores).

6.1 Despegue

La maniobra de despegue va desde la suelta de frenos en cabecera de pista hasta que el avión alcanza una velocidad y altura definidas en las normas de aeronavegabilidad. Esta maniobra se efectúa con empuje máximo, flaps en posición de despegue y tren de aterrizaje extendido. Se compone de varias fases (figura 6.1):

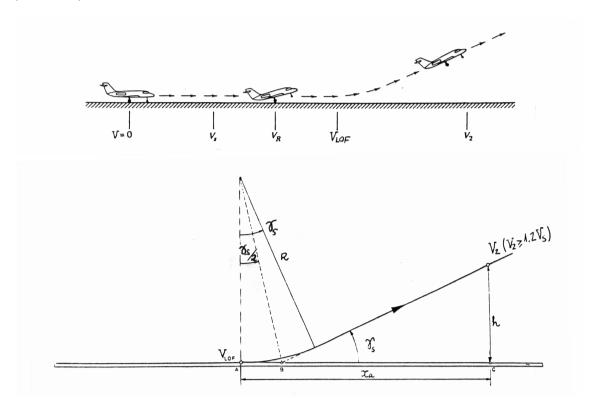


Figura 6.1:

- A) Rodadura en el suelo $(0 \le V \le V_{LOF})$: desde la suelta de frenos hasta que el avión alcanza la velocidad de despegue, V_{LOF} , y deja de estar en contacto con la pista.
- A1) Rodadura con todas las ruedas en el suelo $(0 \le V \le V_R)$: hasta que se alcanza la velocidad de rotación, V_R , velocidad a la que se levanta el morro del avión.
- A2) Rodadura con el tren principal en el suelo $(V_R \leq V \leq V_{LOF})$: el avión se desplaza con el tren de morro levantado, hasta alcanzar la velocidad de despegue.

- B) Recorrido en el aire $(V_{LOF} \leq V \leq V_2)$: desde que el avión se va al aire hasta alcanzar una altura h=10.7 m (35 ft) y una velocidad $V_2 > 1.2V_s$.
- B1) Transición curvilínea ($V \approx V_{LOF}$): desde que el avión deja de estar en contacto con la pista hasta que alcanza el ángulo de subida deseado.
- B2) Subida rectilínea ($V_{LOF} \leq V \leq V_2$): el avión se acelera en una subida rectilínea hasta alcanzar la velocidad V_2 a la altura h.

La velocidad de despegue V_{LOF} se calcula con la condición de que la reacción normal en el tren principal sea cero, y suele ser de un 10 a un 20 % mayor que la velocidad de entrada en pérdida para la configuración de despegue, que viene dada por

$$V_s = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{max,TO}}}} \tag{6.1}$$

así pues

$$V_{LOF} = k_1 \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{max,TO}}}} \tag{6.2}$$

siendo $k_1 = 1.1 - 1.2$.

La velocidad de rotación V_R se calcula con la condición de que la reacción normal en el tren de morro sea cero, y suele ser

$$V_R \approx 0.9 V_s \tag{6.3}$$

En el estudio del despegue, el coeficiente de resistencia puede ponerse como $C_D = C_{D_0}^* + k^* C_L^2$, donde $C_{D_0}^*$ tiene en cuenta los incrementos debidos a los dispositivos hipersustentadores y al tren de aterrizaje, y k^* tiene en cuenta el efecto suelo que hace que la resistencia inducida sea menor.

Durante el despegue es necesario tener en cuenta la dinámica rotacional del avión. El ángulo de asiento θ satisface la siguiente relación

$$\theta = \gamma + \alpha \tag{6.4}$$

Existe un valor máximo de θ llamado ángulo de guarda longitudinal (limitación geométrica).

Además de las velocidades V_{LOF} y V_R , durante el despegue se tienen también las siguientes:

- $-V_{MCG}$ velocidad mínima de control en tierra (velocidad mínima a la que puede controlarse el avión en tierra satisfactoriamente con el uso sólo de los mandos aerodinámicos),
- V_{MU} velocidad mínima unstick (velocidad mínima a la que la aeronave puede despegar de forma satisfactoria),
- $-V_1$ velocidad de fallo de motor crítico (permite decidir entre proseguir o abortar el despegue en caso de fallo de motor),
- V_2 velocidad durante la subida con fallo de motor (en una situación normal la velocidad durante la subida es V_2+15 kt).

Dos de las actuaciones más importantes en despegue son la **carrera de despegue**, distancia recorrida durante la rodadura en el suelo (desde la suelta de frenos hasta que se alcanza la velocidad V_{LOF}), y la **distancia de despegue**, distancia recorrida desde la suelta de frenos hasta que se alcanza la velocidad V_2 a la altura h.

Hipótesis: en este curso se suponen las siguientes hipótesis

- peso constante (W = const),
- contribución del empuje despreciable $(T\sin(\theta \theta_0) = 0)$.

6.1.1 Recorrido en tierra

Para analizar el recorrido en tierra del avión se va a considerar un modelo simplificado definido por las siguientes características:

- pista horizontal, por lo que se tiene $\gamma = 0$ y por tanto $\alpha = \theta$;
- un sólo segmento de aceleración, en el que el avión acelera desde V=0 hasta $V=V_{LOF}$ con todas las ruedas en el suelo, lo que supone que se tendrá una rotación instantánea a la velocidad de despegue;
- como consecuencia de lo anterior, durante el recorrido con todas las ruedas en el suelo se tiene $\alpha = \theta_0 = \text{const}$, por lo que C_L y C_D son también constantes;
 - empuje independiente de la velocidad.

Las ecuaciones del movimiento son (ver figura 6.2):

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V$$

$$\frac{W}{g} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = T - D - \mu_r (N_1 + N_2)$$

$$L + N_1 + N_2 = W$$
(6.5)

donde μ_r es el coeficiente de rodadura (un valor típico es $\mu_r = 0.02$), N_1 y N_2 son las fuerzas de reacción (por lo que $\mu_r N_1$ y $\mu_r N_2$ son las fuerzas de rozamiento).

Estas ecuaciones tienen 1 grado de libertad. Se considera la ligadura de vuelo T =const.

Tomando V como variable independiente se tiene

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{V}{T - D - \mu_r(W - L)}$$

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{1}{T - D - \mu_r(W - L)}$$
(6.6)

que deben integrarse con las condiciones iniciales $x_i = 0$, $t_i = 0$ y $V_i = 0$ para obtener la carrera de despegue y el tiempo empleado.

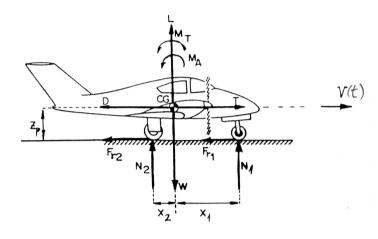


Figura 6.2:

Carrera de despegue y tiempo empleado.

En función de las variables

$$v = \frac{V}{V_{LOF}}, \quad \tau = \frac{T}{W}, \quad s = \frac{-(C_D - \mu_r C_L)}{C_{L_{LOF}}(\tau - \mu_r)}, \quad C_{L_{LOF}} = \frac{2W}{\rho S V_{LOF}^2}$$
 (6.7)

se obtiene la carrera de despegue y el tiempo empleado

$$x_g = \frac{V_{LOF}^2}{g} \frac{1}{\tau - \mu_r} \int_0^1 \frac{v}{1 + sv^2} \, dv$$

$$t_g = \frac{V_{LOF}}{g} \frac{1}{\tau - \mu_r} \int_0^1 \frac{1}{1 + sv^2} \, dv$$
(6.8)

Ejercicio.

Se pretende analizar la carrera de despegue de un Boeing 747, para lo que se consideran las siguientes hipótesis simplificadoras:

- la línea de acción del empuje es horizontal,
- el empuje suministrado por los motores no depende de la velocidad,
- el ángulo de asiento es constante durante toda la fase de rodadura en el suelo (esto equivale a suponer que toda la fase se realiza con todas las ruedas en el suelo).

Determinar la distancia recorrida y el tiempo empleado, en las siguientes condiciones:

- 1) Aeropuerto a nivel del mar.
- 2) Aeropuerto a 3600 m de altitud.

Datos:

peso al despegue, W=3260 kN;

superficie alar, $S=511 \text{ m}^2$;

empuje suministrado a nivel del mar, $T_0 = 4 \times 172.6$ kN;

variación del empuje en función de la densidad, $T = T_0(\frac{\rho}{\rho_0})^{0.7}$;

coeficiente de sustentación durante el despegue, $C_L=1$;

coeficiente de resistencia durante el despegue, C_D =0.08;

coeficiente de sustentación máximo en configuración de despegue, $C_{L_{max}}=1.8$;

coeficiente de rodadura, $\mu_r=0.02$;

 $V_{LOF}=1.1V_s$;

densidad del aire a nivel del mar, $\rho_0=1.225 \text{ kg/m}^3$;

densidad del aire a 3600 m, ρ =0.8547 kg/m³.

Solución.

- 1) a nivel del mar, V_{LOF} =83.7 m/s, T/W=0.2118, x_g =2090 m, t_g =48.1 s
- 2) a 3600 m, $V_{LOF}\!=\!100.2$ m/s, $T/W\!=\!0.1646,\,x_g\!=\!4153$ m, $t_g\!=\!78.7$ s

6.1.2 Recorrido en el aire

Hipótesis adicional: densidad constante ($\rho = \text{const}$).

Las ecuaciones son las que corresponden al vuelo en un plano vertical, las cuales tienen 2 grados de libertad matemáticos; son las siguientes:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V \cos \gamma$$

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = V \sin \gamma$$

$$\frac{W}{g} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = T - D(\rho, V, L) - W \sin \gamma$$

$$\frac{W}{g} V \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = L - W \cos \gamma$$
(6.9)

Como ya se ha dicho, el recorrido en el aire está formado por 2 segmentos, tal y como se indica el la figura 6.3, que se analizan a continuación. Nótese que ambos segmentos están acoplados, por lo que para calcular la distancia recorrida x_a y el tiempo empleado t_a es necesario considerar ambos segmentos en conjunto.

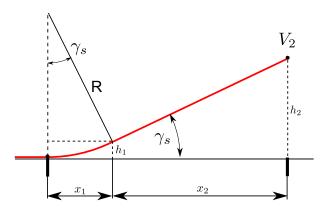


Figura 6.3:

6.1.2.1 Transición curvilínea

Para analizar este segmento de forma simplificada, se consideran las 2 ligaduras de vuelo siguientes: $V = V_{LOF} = \text{const y } \dot{\gamma} = \text{const (valores típicos están en el rango 2 - 3 deg/s)}$. Como consecuencia, el radio de giro $R = \frac{V}{\dot{\gamma}} = \text{const}$, por lo que se tiene una trayectoria circular.

En esta trayectoria γ varía entre 0 y γ_s , que es el ángulo de subida, desconocido. La distancia horizontal recorrida x_1 , la altura h_1 y el tiempo empleado t_1 , vienen dados por

$$x_1 = R \sin \gamma_s$$

$$h_1 = R(1 - \cos \gamma_s)$$

$$t_1 = \frac{\gamma_s}{\dot{\gamma}}$$
(6.10)

6.1.2.2 Subida rectilínea

Ahora las 2 ligaduras de vuelo son: $T = \text{const y } \gamma = \gamma_s = \text{const.}$ En esta trayectoria h varía entre h_1 y $h_2 = 35$ ft, V varía entre V_{LOF} y V_2 (h_1 es desconocido y debe satisfacer $h_1 < h_2$).

A partir de las ecuaciones (6.9) se obtiene

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{V \sin \gamma_s}{T - D(\rho, V, n) - W \sin \gamma_s}$$

$$n = \cos \gamma_s$$
(6.11)

siendo

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2 \cos^2 \gamma_s}{\rho V^2 S}$$
(6.12)

La integración de la ecuación anterior da lugar a

$$h_2 - h_1(\gamma_s) = \frac{W}{g} \int_{V_{LOF}}^{V_2} \frac{V \sin \gamma_s}{T - D(V, \gamma_s) - W \sin \gamma_s} dV$$
 (6.13)

que es una ecuación que permite calcular γ_s . Una vez calculado el ángulo de subida, la distancia horizontal recorrida x_2 y el tiempo empleado t_2 , vienen dados por

$$x_2 = \frac{h_2 - h_1(\gamma_s)}{\tan \gamma_s}$$

$$t_2 = \frac{W}{g} \int_{V_{LOF}}^{V_2} \frac{1}{T - D(V, \gamma_s) - W \sin \gamma_s} dV$$

$$(6.14)$$

Finalmente, la distancia horizontal durante el recorrido en el aire x_a y el tiempo empleado t_a son

$$x_a = x_1 + x_2 t_a = t_1 + t_2$$
 (6.15)

y la distancia y el tiempo de despegue son

$$x_{TO} = x_g + x_a$$

$$t_{TO} = t_g + t_a$$
(6.16)

6.2 Aterrizaje

La maniobra de aterrizaje puede considerarse como un despegue invertido. Esta maniobra se efectúa con empuje muy pequeño (empuje residual), nulo o incluso negativo (reversa), además interesa tener una resistencia lo más alta posible, por lo que se sacan spoilers, paracaídas, etc., y se aplican frenos al tren de aterrizaje, los flaps están en posición de aterrizaje y el tren extendido. Se compone de varias fases (figura 6.4):

- A) Recorrido en el aire $(V_A \ge V \ge V_{TD})$: desde que el avión alcanza una velocidad V_A y una altura h determinadas por las normas, hasta que entra en contacto con el suelo.
- A1) **Aproximación rectilínea**: trayectoria rectilínea, siguiendo la senda de planeo, que se inicia con velocidad $V_A \approx 1.3 \ V_s'$, siendo V_s' la velocidad de pérdida en la configuración de aterrizaje, desde una altura $h{=}15.2 \ \mathrm{m}$ (50 ft).
- A2) **Redondeo** (*flare*): trayectoria de transición curvilínea, que termina cuando el avión entra en contacto con la pista; el desplome del avión se produce a la velocidad $V_{TD} \approx 1.15 V_s'$.

- B) Rodadura en el suelo $(V_{TD} \ge V \ge 0)$: desde que el avión toca el suelo hasta que se para.
- B1) Rodadura con el tren principal en el suelo: durante esta fase se produce la rotación del avión.
 - B2) Rodadura con todas las ruedas en el suelo: esta fase termina cuando se para el avión.

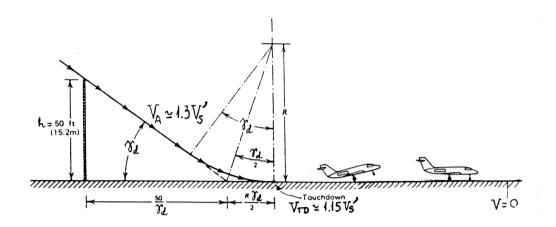


Figura 6.4:

La velocidad de aterrizaje (touch down) V_{TD} es la velocidad con que el avión toca tierra, y suele ser un 15 % mayor aproximadamente que la velocidad de entrada en pérdida para la configuración de aterrizaje, que viene dada por

$$V_s' = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{max,LD}}}} \tag{6.17}$$

así pues

$$V_{TD} = k_2 \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{max,LD}}}} \tag{6.18}$$

siendo $k_2 = 1.15$.

En el estudio del aterrizaje, el coeficiente de resistencia debe tener en cuenta además de los incrementos debidos a los dispositivos hipersustentadores y al tren de aterrizaje, el debido a los spoilers cuando éstos se activan.

Dos de las actuaciones más importantes en aterrizaje son las distancias recorridas durante los recorridos en el aire y en el suelo.

Hipótesis: en este curso se suponen las siguientes hipótesis

- peso constante (W = const),
- aterrizaje con empuje nulo (T=0).

6.2.1 Recorrido en el aire

Hipótesis adicional: densidad constante ($\rho = \text{const}$),

Las ecuaciones ahora son las siguientes, las cuales tienen 1 grado de libertad matemático:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V \cos \gamma_d$$

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = -V \sin \gamma_d$$

$$\frac{W}{g} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -D(\rho, V, L) + W \sin \gamma_d$$

$$\frac{W}{g} V \frac{\mathrm{d}\gamma_d}{\mathrm{d}t} = -L + W \cos \gamma_d$$
(6.19)

siendo $\gamma_d > 0$ el ángulo de descenso. Como ya se ha dicho, el recorrido en el aire está formado por 2 segmentos, tal y como se indica el la figura 6.4, que se analizan a continuación. Ahora ambos segmentos no están acoplados.

6.2.1.1 Aproximación rectilínea

En este segmento, el avión desciende desde $h_3 = 50$ ft hasta una altura desconocida h_4 , desacelerando desde $V_A = 1.3$ V'_s hasta $V_{TD} = 1.15$ V'_s (se ha supuesto que toda la desaceleración del recorrido en el aire tiene lugar en este segmento). La ligadura de vuelo que queda por fijar es γ_d =const.

A partir de las ecuaciones (6.19) se obtiene

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{-V \sin \gamma_d}{-D(\rho, V, n) + W \sin \gamma_d}$$

$$n = \cos \gamma_d$$
(6.20)

siendo

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2 \cos^2 \gamma_d}{\rho V^2 S}$$
 (6.21)

La integración de la ecuación anterior da lugar a

$$h_4 = h_3 - \frac{W}{g} \int_{V_A}^{V_{TD}} \frac{V \sin \gamma_d}{-D(V, \gamma_d) + W \sin \gamma_d} dV$$
 (6.22)

que es una ecuación que define a h_4 .

La distancia horizontal recorrida x_3 y el tiempo empleado vienen dados por

$$x_3 = \frac{h_3 - h_4}{\tan \gamma_d}$$

$$t_3 = \frac{W}{g} \int_{V_A}^{V_{TD}} \frac{1}{-D(V, \gamma_d) + W \sin \gamma_d} dV$$
(6.23)

6.2.1.2 Redondeo (*flare*)

Para analizar este segmento de forma simplificada, se consideran las 2 ligaduras de vuelo siguientes: $V = V_{TD}$ =const y radio de giro R =const, esto es trayectoria circular (en este caso simplificado no se tiene T = 0). En esta trayectoria γ varía entre $-\gamma_d$ y 0. Además, tal y como se indica en la figura 6.4, se exige que sea h = 0 cuando $\gamma = 0$.

La distancia horizontal recorrida x_4 viene dada por

$$x_4 = R\sin\gamma_d \tag{6.24}$$

siendo

$$R = \frac{h_4}{1 - \cos \gamma_d} \tag{6.25}$$

La velocidad de giro es $\dot{\gamma} = \frac{V_{TD}}{R}$ =const, por lo tanto el tiempo empleado viene dado por

$$t_4 = \frac{R\gamma_d}{V_{TD}} \tag{6.26}$$

Así pues, la distancia horizontal durante el recorrido en el aire x_a y el tiempo empleado t_a son

$$x_a = x_3 + x_4 t_a = t_3 + t_4$$
 (6.27)

6.2.2 Recorrido en tierra

Para analizar el recorrido en tierra del avión se va a considerar un modelo simplificado definido por las siguientes características:

- pista horizontal, por lo que se tiene $\gamma = 0$ y por tanto $\alpha = \theta$;
- recorrido en tierra con todas las ruedas en el suelo, lo que supone que se tendrá una rotación instantánea a la velocidad de aterrizaje, al tocar tierra;
- como consecuencia de lo anterior, durante el recorrido con todas las ruedas en el suelo se tiene $\alpha = \theta_0 = \text{const}$, por lo que C_L y C_D son también constantes;
- los frenos y los spoilers se activan en el mismo instante de tocar tierra y se mantienen durante todo el recorrido.

Tomando V como variable independiente se tiene (análogamente a las ecuaciones 6.6)

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{V}{T - D - \mu_f(W - L)}$$

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}V} = \frac{W}{g} \frac{1}{T - D - \mu_f(W - L)}$$
(6.28)

donde μ_f es el coeficiente de frenado (valores típicos están en el rango $\mu_f = 0.3 - 0.4$). Estas ecuaciones deben integrarse con las condiciones iniciales $x_i = 0$, $t_i = 0$ y $V_i = V_{TD}$ para obtener la distancia recorrida y el tiempo empleado.

Estas ecuaciones tienen 1 grado de libertad. Se considera la ligadura de vuelo T =const: o bien empuje nulo (T=0) o bien empuje de reversa $(T=T_{rev})$.

En función de las variables

$$v = \frac{V}{V_{TD}}, \quad \tau = \frac{T}{W}, \quad s = \frac{-(C_D - \mu_f C_L)}{C_{L_{TD}}(\tau - \mu_f)}, \quad C_{L_{TD}} = \frac{2W}{\rho S V_{TD}^2}$$
 (6.29)

y con condiciones iniciales $x_i = 0$, $t_i = 0$ y $v_i = 1$, se obtiene

$$x = \frac{V_{TD}^2}{g} \frac{1}{\tau - \mu_f} \int_1^v \frac{v}{1 + sv^2} dv$$

$$t = \frac{V_{TD}}{g} \frac{1}{\tau - \mu_f} \int_1^v \frac{1}{1 + sv^2} dv$$
(6.30)

6.2.2.1 Frenado sin reversa

En este caso se tiene un único segmento: con empuje nulo $(\tau = 0)$, en el que la velocidad va desde V_{TD} a V = 0 (v va desde v = 1 a v = 0). Por tanto

$$x_g = \frac{V_{TD}^2}{g} \frac{1}{\mu_f} \int_0^1 \frac{v}{1 + sv^2} dv$$

$$t_g = \frac{V_{TD}}{g} \frac{1}{\mu_f} \int_0^1 \frac{1}{1 + sv^2} dv$$
(6.31)

siendo

$$s = \frac{C_D - \mu_f C_L}{\mu_f C_{L_{TD}}} \tag{6.32}$$

6.2.2.2 Frenado con reversa

En este caso se pone reversa $(T_{rev} < 0)$ a una determinada velocidad V_{rev} , y se mantiene hasta que el avión se para (aunque en la práctica se corta antes de llegar a V=0). Se tienen por tanto 2 segmentos: uno con $\tau=0$, en el que v va desde 1 a v_{rev} , y el siguiente con $\tau=\tau_{rev}<0$, desde v_{rev} hasta v=0.

En el primer segmento se tiene

$$x_{1} = \frac{V_{TD}^{2}}{g} \frac{1}{\mu_{f}} \int_{v_{rev}}^{1} \frac{v}{1 + s_{1}v^{2}} dv$$

$$t_{1} = \frac{V_{TD}}{g} \frac{1}{\mu_{f}} \int_{v_{rev}}^{1} \frac{1}{1 + s_{1}v^{2}} dv$$
(6.33)

siendo

$$s_1 = \frac{C_D - \mu_f C_L}{\mu_f C_{L_{TD}}} \tag{6.34}$$

y en el segundo segmento

$$x_{2} = \frac{V_{TD}^{2}}{g} \frac{-1}{\tau_{rev} - \mu_{f}} \int_{0}^{v_{rev}} \frac{v}{1 + s_{2}v^{2}} dv$$

$$t_{2} = \frac{V_{TD}}{g} \frac{-1}{\tau_{rev} - \mu_{f}} \int_{0}^{v_{rev}} \frac{1}{1 + s_{2}v^{2}} dv$$
(6.35)

siendo

$$s_2 = \frac{-(C_D - \mu_f C_L)}{C_{L_{TD}}(\tau_{rev} - \mu_f)} \tag{6.36}$$

Se tiene finalmente

$$(x_g)_{rev} = x_1 + x_2$$

 $(t_g)_{rev} = t_1 + t_2$ (6.37)

Ejercicio.

Comparación de los frenados con reversa y sin reversa en el caso particular en que $C_D - \mu_f C_L = 0$, es decir $s_1 = s_2 = 0$.

Se obtiene el siguiente resultado para las relaciones entre las distancias y los tiempos con reversa y sin reversa:

$$\frac{(x_g)_{rev}}{x_g} = 1 - v_{rev}^2 \frac{\tau_{rev}}{\tau_{rev} - \mu_f}$$

$$\frac{(t_g)_{rev}}{t_g} = 1 - v_{rev} \frac{\tau_{rev}}{\tau_{rev} - \mu_f}$$
(6.38)

Por ejemplo, para $\frac{\tau_{rev}}{\mu_f} = -0.4$ y $v_{rev} = 0.9$ se tiene

$$\frac{(x_g)_{rev}}{x_g} = 0.77$$

$$\frac{(t_g)_{rev}}{t_g} = 0.74$$

$$(6.39)$$

es decir, ahorros del 23 % y del 26 % en distancia y tiempo respectivamente.