

- **Bài toán;**
- Cho hai dãy $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ và $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Cần tìm dãy con chung dài nhất của hai dãy X và Y.

Phân rã .

Với mỗi $0 \leq i \leq m$ và $0 \leq j \leq n$ xét bài toán con :

- Tính $C[i, j]$ là độ dài của dãy con chung dài nhất của hai dãy.
- $X_i = x_1x_2 \dots x_i$ và $Y_j = y_1y_2 \dots y_j$. Chú ý rằng
(X_0 và Y_0 là xâu rỗng)
- Như vậy ta đã phân bài toán cần giải ra thành $(m+1) \times (n+1)$ bài toán con. Bản thân bài toán xuất phát là bài toán con có kích thước lớn nhất $C(m, n)$.

Bài toán con cơ sở và tổng hợp

Các bài toán con cơ sở

- $C[0, j] = 0 \ \forall j = 0..n$ và $C[i, 0] = 0, i = 0..m$.
(là độ dài dãy con chung lớn nhất của dãy rỗng với một dãy khác).

TỔNG HỢP

Với $i > 0, j > 0$. Tính $C[i, j]$.

Có hai tình huống:

- Nếu $x_i = y_j$ thì dãy con chung dài nhất của X_i và Y_j sẽ thu được bằng việc bổ sung x_i vào dãy con chung dài nhất của hai dãy X_{i-1} và Y_{j-1}
- Nếu $x_i \neq y_j$ thì dãy con chung dài nhất của X_i và Y_j sẽ là dãy con dài hơn trong hai dãy con chung dài nhất của $(X_{i-1}$ và $Y_j)$ và của $(X_i$ và $Y_{j-1})$.

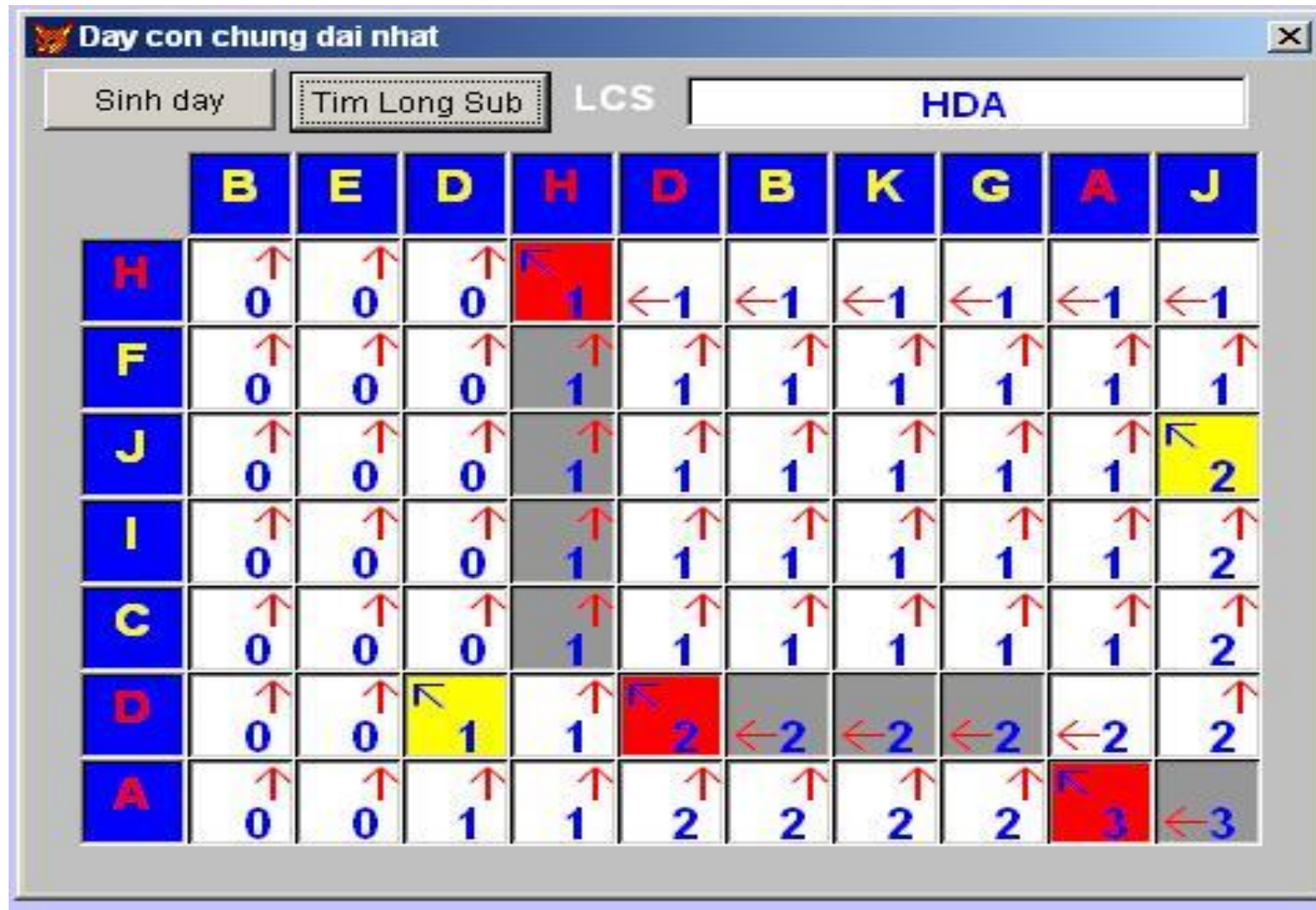
Công thức truy hồi để tính $C[i,j]$.

- $C[i,j] = 0$ nếu $i = 0$ hoặc $j = 0$
- $C[i,j] = C[i-1,j-1] + 1$ nếu $x_i = y_j$
- $C[i,j] = \text{Max}\{ C[i-1,j], C[i,j-1] \}$ nếu $x_i \neq y_j$

Procedure LCS(X,Y)

- Begin
- {Khởi tạo}
- For $i := 1$ to m do $c[i,0] := 0$;
- For $j := 1$ to n do $c[0,j] := 0$;
- {Tính từ dưới lên}
- For $i := 1$ to m do
- for $j := 1$ to n do
- If $x_i = y_j$ then
- begin $c[i,j] := c[i-1,j-1] + 1$; $b[i,j] := '↖'$ end
- else
- If $c[i-1,j] \geq c[i,j-1]$ then
- begin $c[i,j] := c[i-1,j]$; $b[i,j] := '↑'$; end
- else
- begin $c[i,j] := c[i,j-1]$; $b[i,j] := '←'$; end;
- end
- End;

Ví dụ: Dãy con chung dài nhất là **HDA**



Ví dụ

		1	2	3	4	5	6
		D	I	N	H	V	U
1	N	↑0	↑0	↖1	←1	←1	←1
2	I	↑0	↖1	←1	←1	←1	←1
3	N	↑0	↑1	↖2	←2	←2	←2
4	H	↑0	↑1	↑2	↖3	←3	←3
5	C	↑0	↑1	↑2	↑3	↑3	↑3
6	U	↑0	↑1	↑2	↑3	↑3	↖4

- Nếu $X[i] = Y[j]$ thì lấy giá trị ô đứng hàng trên bên trái + 1
- Nếu $X[i] \neq Y[j]$ thì lấy theo giá trị lớn hơn trong hai giá trị đứng trên hoặc đứng trước