

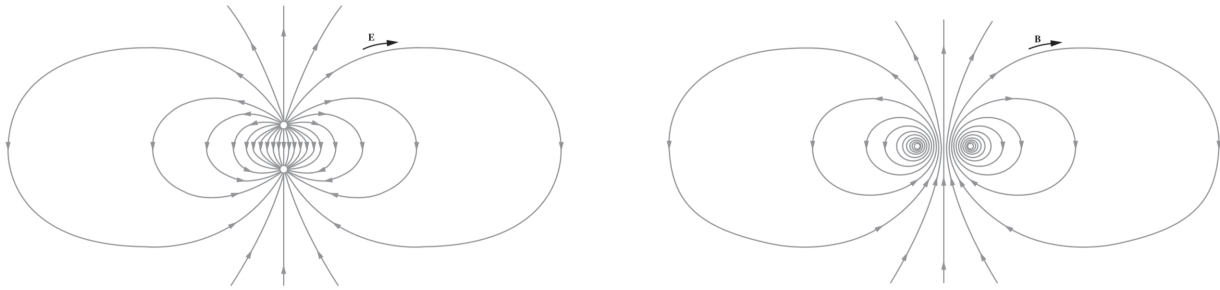
Lưỡng cực điện và từ

Zinc

Ngày 2 tháng 11 năm 2021

Tóm tắt nội dung

Lưỡng cực điện hay từ là các cặp điện tích hoặc "từ" tích trái dấu với nhau đứng rất gần nhau, có thể tạo ra bằng sự phân cực. Momen lưỡng cực là một đại lượng vector đặc trưng cho lưỡng cực và có chiều từ điện tích âm sang dương, hay theo quy tắc bàn tay phải đối với một vòng dây có dòng điện. Đặc trưng của lưỡng cực là đường sức mà nó gây ra với không gian xung quanh, và bài viết này sẽ phân tích về nó.



Hình 1: Đường sức của lưỡng cực điện và từ

Quy ước ký hiệu **in đậm** biểu thị vector.

1 Lưỡng cực điện

Momen lưỡng cực điện:

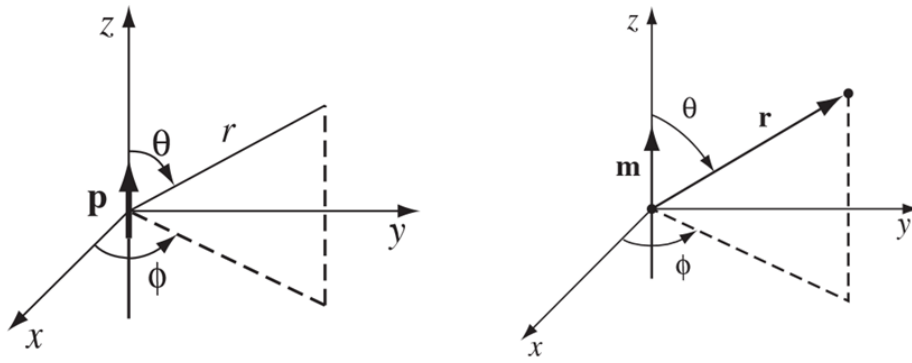
$$\mathbf{p} = \int_V \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \int_V \mathbf{r} dq. \quad (1)$$

Điện thế do lưỡng cực gây ra trong không gian ra trong hệ tọa độ cầu là:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} dq = \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (2)$$

Điện trường của lưỡng cực gây ra trong không gian là:

$$\mathbf{E}(r, \theta) = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} - \frac{\partial V}{r \partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}}. \quad (3)$$



Hình 2: Lượng cực trong hệ toạ độ cầu

$$\mathbf{E}(r, \theta) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left(2 \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{r}} + \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} \right). \quad (4)$$

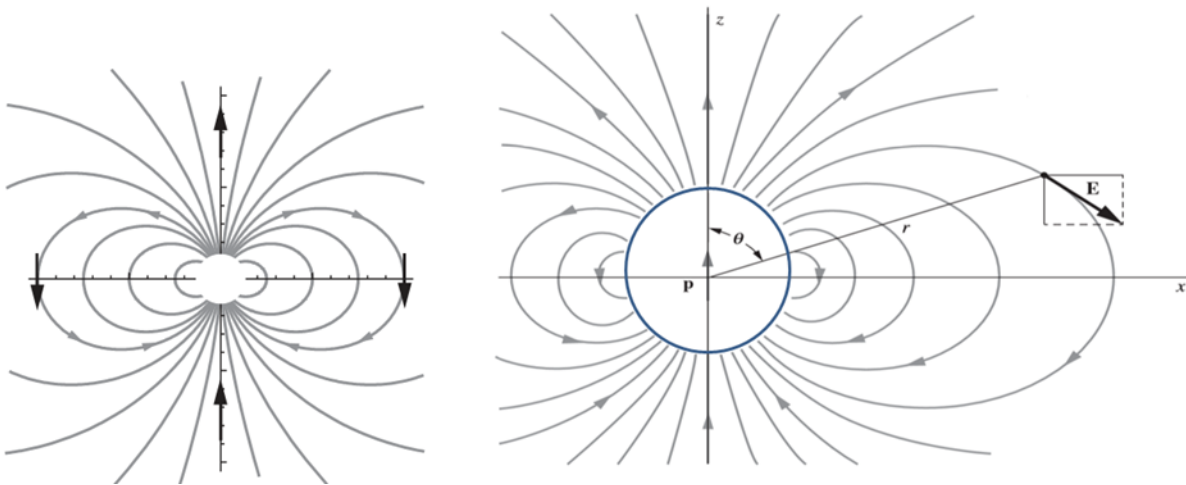
Từ phương trình (2) ta cũng có thể biến đổi tương tự ra:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} [3(\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \cdot \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{p}]. \quad (5)$$

Ta dễ dàng tìm được phương trình quỹ đạo của đường sức điện như sau:

$$\begin{aligned} \frac{E_r}{E_\theta} &= \frac{2}{\tan \theta} \Rightarrow r(\theta) = r_0 \sin^2 \theta. \\ &\Rightarrow (x^2 + y^2)^{3/2} = r_0 x^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Với r_0 là vị trí đường sức tại $\theta = \pi/2$.

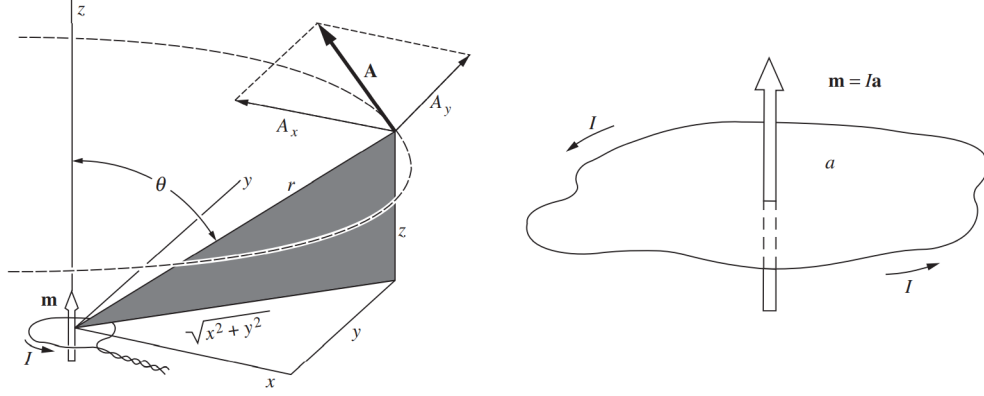


Hình 3: Đường sức điện

Khi đặt lưỡng cực điện vào trong một điện trường ngoài \mathbf{E}_{ext} , thế năng, momen quay, lực tác dụng vào lưỡng cực lần lượt là:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} &= \mathbf{p} \times \mathbf{E}_{ext}. \\ U &= -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_{ext}. \\ \mathbf{F} &= (\mathbf{p} \cdot \nabla) \mathbf{E}_{ext}.\end{aligned}\tag{7}$$

2 Lưỡng cực từ



Hình 4: Caption

Lưỡng cực từ do một vòng dây có diện tích A có dòng điện I là:

$$\mathbf{m} = \frac{I}{2} \oint \mathbf{r} \times d\mathbf{l} = I A \mathbf{n}.\tag{8}$$

Thế vector cho từ trường của lưỡng cực từ có dạng:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l}}{r} \Leftrightarrow \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \sin \theta}{r^2} \hat{\boldsymbol{\varphi}}.\tag{9}$$

Từ trường trong không gian là:

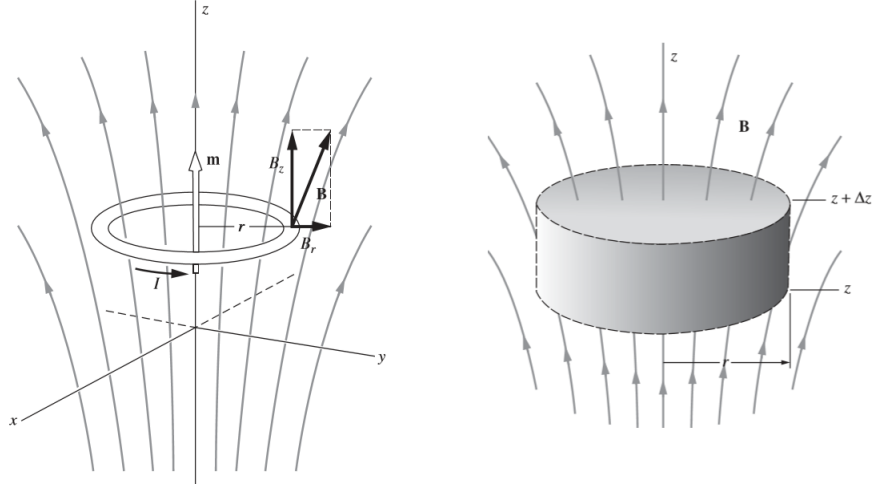
$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}} & r \hat{\boldsymbol{\theta}} & r \sin \theta \hat{\boldsymbol{\varphi}} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\varphi \sin \theta) \hat{\mathbf{r}} - \frac{\partial}{r \partial r} (r A_\varphi) \hat{\boldsymbol{\theta}}.\tag{10}$$

$$\mathbf{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \left(2 \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{r}} + \sin \theta \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} \right).\tag{11}$$

Từ phương trình (9) ta cũng có thể biến đổi tương tự ra:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\mathbf{m} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \cdot \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{m}].\tag{12}$$

*Lực tác dụng vào lưỡng cực từ đặt trong từ trường



Hình 5: Định luật Gauss cho từ trường

Xét một vùng không gian dạng trụ có độ cao dz và diện tích đáy πr^2 đặt trong một từ trường $\mathbf{B} = (B_r, B_\theta)$. Định luật Gauss phát biểu rằng tổng từ thông qua các mặt kín của không gian này bằng 0.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \Rightarrow B_{z+dz}\pi r^2 + B_r 2\pi r dz - B_z \pi r^2 = 0. \quad (13)$$

$$B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz} \Rightarrow F = 2\pi r I B_r = -m \frac{dB_z}{dz}. \quad (14)$$

Tuy nhiên, trong một số trường hợp, m có thể sẽ thay đổi theo toạ độ, nên công thức tổng quát của lực tác dụng có dạng:

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}_{ext}). \quad (15)$$

Tương tự như lưỡng cực điện, ta cũng có:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{m} \times \mathbf{B}_{ext}. \\ U &= -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}_{ext}. \end{aligned} \quad (16)$$