



Vũ Thanh Khiết

# Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

# Vật lí hiện đại



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Vũ Thanh Khiết

Bồi dưỡng  
Học sinh giỏi Vật lí  
Trung học phổ thông

---

**Vật lí hiện đại**

(Tái bản lần thứ tư)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI  
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

*Chịu trách nhiệm nội dung :*

Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH

*Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:*

Phó Tổng biên tập NGUYỄN HIỀN TRANG

Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHẠM THỊ HỒNG

*Biên tập lần đầu :*

PHẠM ĐÌNH LƯỢNG

*Biên tập tái bản :*

VŨ THỊ THANH MAI

*Trình bày bìa :*

TẠ THANH TÙNG

*Sửa bản in :*

VŨ THỊ THANH MAI

*Ché bản :*

CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

*Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội –  
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm*

## BỘI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG - VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

**Mã số : C3L09h9 - CPD**

In 1.000 bản (QĐ 30-STK), khổ 17x24cm, tại Công ty CP In - Phát hành Sách và TBTH Quảng Nam, 260 Hùng Vương, TP. Tam Kỳ, tỉnh Quảng Nam

Số ĐKXB : 2692-2019/CXBIPH/8-927/GD

Số QĐXB : 948/QĐ-GD-ĐN ngày 01 tháng 08 năm 2019

In xong và nộp lưu chiểu tháng 8 năm 2019

Mã ISBN : 978-604-0-19125-0

# Lời nói đầu

Hiện nay, ở hầu hết các tỉnh và thành phố trong cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần (dưới một nửa) số học sinh của các lớp này sẽ được chọn để dự kì thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc theo một chương trình chuyên mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quy định. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Việc viết một bộ sách giáo khoa chung, mà nội dung bao hàm cả hai chương trình nói trên, cần phải có thời gian suy nghĩ và thử nghiệm. Trước mắt, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai nội dung trên viết những tài liệu bổ sung cho sách giáo khoa Vật lí nâng cao dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là *sách bồi dưỡng học sinh giỏi Trung học phổ thông môn Vật lí*. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có mà chưa đủ sâu. Các giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, đưa những kiến thức của chương trình chuyên trong sách bồi dưỡng kết hợp với kiến thức của sách giáo khoa trong từng chương, từng tiết học ; không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn một chút so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau : Mỗi quyển sách bồi dưỡng chia ra thành từng phần gọi là chủ đề (hoặc chương); mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kỹ năng giải bài tập cho học sinh được coi trọng đặc biệt, có nhiều chương của sách giáo khoa không cần phải bổ sung về lý thuyết, nhưng rất cần có thêm những bài tập khó, ngang với trình độ thi học sinh giỏi toàn quốc.

Cuốn Vật lí hiện đại gồm các chủ đề :

- *Thuyết tương đối hẹp*
- *Hạt nhân nguyên tử. Hạt cơ bản*
- *Cơ học lượng tử*
- *Một số đề thi Olimpic Vật lí các nước*

- *Hạt nhân nguyên tử. Hạt cơ bản*
- *Cơ học lượng tử*
- *Một số đề thi Olimpic Vật lí các nước*

*Mỗi chủ đề có các mục :*

- *Lí thuyết và bài tập ví dụ : Phần lý thuyết được biên soạn trên cơ sở học sinh đã học sách giáo khoa Nâng cao, kèm theo là các ví dụ (xem như dạng bài tập mẫu).*
- *Bài tập : Gồm các bài tập thuộc các dạng cơ bản và nâng cao ; các bài tập khó đều có gợi ý cách giải. Trong số các bài tập có các bài trích từ Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia môn Vật lí các năm qua.*

*Hướng dẫn giải, đáp số.*

*Các tác giả hi vọng tập sách giúp các bạn học sinh tự học, nắm vững kiến thức và rèn luyện kỹ năng giải toán vật lí, chuẩn bị tốt cho các kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp quốc gia và đạt kết quả tốt trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia và xét tuyển vào các trường đại học, cao đẳng.*

*Khi biên soạn tập sách này, tác giả đã tham khảo và sử dụng tư liệu trong một số tài liệu ghi ở cuối sách.*

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu bộ sách bồi dưỡng với bạn đọc và mong rằng khi điều kiện chín muồi, sẽ có bộ sách giáo khoa chính thức dùng cho các lớp Trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những ý kiến góp cho sách xin gửi về Ban Vật lí - Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội - Tầng 4 tòa nhà Diamond Flower, số 1 Hoàng Đạo Thúy, Hà Nội*

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam*

# Chủ đề 1

## THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

### A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

#### I - MỞ ĐẦU

Trong một thời gian dài, Cơ học Niu-ton, còn gọi là Cơ học cổ điển, đã chiếm địa vị chủ đạo trong sự phát triển Vật lí học nói riêng và của khoa học nói chung. Trên cơ sở của Cơ học Niu-ton, trong một thời gian dài đã hình thành các quan niệm cổ điển về không gian, thời gian và vật chất. Theo quan niệm đó, không gian, thời gian là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động, còn khối lượng là bất biến. Cụ thể là : khoảng thời gian xảy ra một hiện tượng, kích thước và khối lượng của một vật có trị số như nhau trong mọi hệ quy chiếu đứng yên hay chuyển động.

Nhưng đến cuối thế kỉ XIX và đầu thế kỉ XX, khoa học và kỹ thuật phát triển rất mạnh, người ta bắt đầu khảo sát những vật chuyển động nhanh với tốc độ vào cỡ tốc độ ánh sáng c trong chân không ( $c = 300\ 000\ km/s$ ). Khi đó, xuất hiện sự mâu thuẫn với các quan điểm của Cơ học Niu-ton. Cụ thể là ; không gian, thời gian, khối lượng đều phụ thuộc vào chuyển động. Những khó khăn này, cơ học Niu-ton không giải quyết được. Từ đó người ta đã rút ra kết luận là : cơ học Niu-ton chỉ áp dụng được cho các vật chuyển động với tốc độ rất nhỏ so với tốc độ ánh sáng ( $v \ll c$ ). Như vậy, cần phải xây dựng một môn cơ học tổng quát hơn, áp dụng được cho cả các vật chuyển động với tốc độ  $v$  vào cỡ  $c$  và xem trường hợp vật chuyển động với tốc độ  $v \ll c$  như một trường hợp giới hạn. Đó là môn Cơ học tương đối tính, còn gọi là *thuyết tương đối (hẹp)* do Anh-xtanh (Einstein) xây dựng và các kết quả của nó đã được thực nghiệm kiểm chứng.

#### II - CÁC TIỀN ĐỀ ANH-XTANH

##### 1. Phát biểu

Để xây dựng thuyết tương đối (hẹp), Anh-xtanh đã đưa ra hai tiên đề, gọi là *tiên đề Anh-xtanh* phát biểu như sau :

*Tiên đề I (nguyên lí tương đối) :*

Các định luật vật lí (cơ học, điện từ học...) có cùng một dạng như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.

Nói cách khác, hiện tượng vật lí diễn ra như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.

*Tiên đề II (nguyên lí về sự bất biến của tốc độ ánh sáng) :*

Tốc độ của ánh sáng trong chân không có cùng độ lớn bằng  $c$  trong mọi hệ quy chiếu quán tính, không phụ thuộc vào phương truyền và vào tốc độ của nguồn sáng hay máy thu :  $c = 299\ 792\ 458\ \text{m/s} \approx 300\ 000\ \text{km/s}$ .

Đó là giá trị tốc độ lớn nhất của hạt vật chất trong tự nhiên.

## 2. Nhận xét

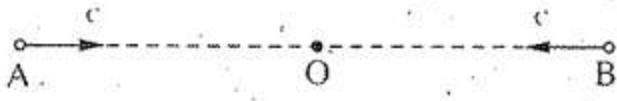
a) Tiên đề I đã mở rộng các kết quả đối với hiện tượng cơ học sang hiện tượng vật lí nói chung.

b) Nội dung của tiên đề II là điều rất mới.

Nếu máy bay đỗ trên sân bay bắn ra một viên đạn với tốc độ  $v$  thì khi máy bay bay với vận tốc  $u$  và bắn đạn, tốc độ của đạn đối với người đứng trên sân bay là  $v + u$  nếu bắn theo chiều bay, là  $v - u$  nếu bắn theo chiều ngược lại. Nhưng theo tiên đề II, nếu máy bay có đèn pha thì dù nó bay hay đỗ, chiếu sáng ra phía trước hay ra phía sau, tốc độ của ánh sáng đối với bất kỳ quan sát viên nào cũng là  $c$ .

Tốc độ ánh sáng trong chân không còn rất đặc biệt ở chỗ *nó là giới hạn trên của mọi tốc độ vật lí*; không một hạt vật chất, một tín hiệu mang năng lượng nào có thể đạt tới tốc độ bằng  $c$ . Chỉ có phôtônen, hạt ánh sáng, mới có (và luôn luôn có) tốc độ bằng  $c$ . Chú ý rằng nếu hai phôtônen tiến lại gần nhau (Hình 1.1) thì đối với quan sát viên, *tốc độ lại gần của chúng có tính chất toán học*. Ta luôn luôn có :  $AB = 2AO$  ( $O$  là trung điểm). Do đó, tốc độ lại gần  $v_{lg} = 2c$ , vì thuyết tương đối cũng không thể trái với chân lí toán học.

Nhưng nếu quan sát viên gắn với một phôtônen mà đo tốc độ của phôtônen kia, thì sẽ được giá trị  $c$ , như sau này ta sẽ thấy rõ.



Hình 1.1

Khi ánh sáng truyền trong các môi trường vật chất trong suốt, thì tốc độ của nó nhỏ hơn  $c$  và bằng  $c' = \frac{c}{n} < c$  ( $n > 1$  là chiết suất của môi trường). Nếu một hạt tích điện chuyển động trong môi trường ấy với tốc độ lớn hơn  $c'$  (nhưng dĩ nhiên vẫn nhỏ hơn  $c$ ) thì nó phát ra bức xạ đặc biệt gọi là *bức xạ Chê-ren-cóp*.

Coi ánh sáng là các hạt phôtô, ta có thể nói : trong chân không các phôtô với mọi tần số  $f$  (mọi năng lượng  $hf$ ) đều có cùng tốc độ  $c$ . Nhưng trong một môi trường vật chất, phôtô đi chậm hơn, tần số  $f$  (và năng lượng  $hf$ ) càng lớn thì nó đi càng chậm. Có nghĩa là trong cùng một môi trường, lăng kính thuỷ tinh chẳng hạn, chiết suất đối với tia tím (có tần số  $f$  lớn) lớn hơn chiết suất đối với tia đỏ ( $f$  nhỏ).

Cụ thể, đối với thuỷ tinh crao thì  $n(\text{tím}) = 1,54$ ,  $n(\text{đỏ}) = 1,51$  (Hình 1.2).

### III - ĐỘNG HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH

#### 1. Công thức biến đổi Lo-ren-xơ

Lo-ren-xơ (Lorentz) đã tìm được các công thức liên hệ giữa các toạ độ của cùng một điểm và thời gian xét trong hai hệ quy chiếu quán tính khác nhau, đảm bảo thoả mãn được các yêu cầu của thuyết tương đối Anh-xtanh. Các công thức này được gọi là *công thức biến đổi Lo-ren-xơ*.

Để thiết lập các công thức đó, ta xét hai hệ quán tính Oxyz và O'x'y'z', gọi tắt là hệ K và K'. Giả sử ban đầu hai gốc O và O' của hai hệ trùng nhau, hệ K đứng yên còn hệ K' chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  theo phương Ox đối với hệ K (Hình 1.3). Theo thuyết tương đối, thời gian không có tính chất tuyệt đối mà phụ thuộc vào hệ quy chiếu. Nói khác đi, thời gian trôi trong hai hệ sẽ khác nhau :  $t \neq t'$ . Giả sử toạ độ  $x'$  của điểm M xét trong hệ K' liên hệ với x và t (xét trong hệ K) theo phương trình :

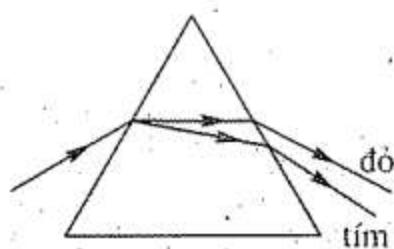
$$x' = f(x, t) \quad (1.1)$$

Để tìm dạng của  $f(x, t)$ , ta viết phương trình chuyển động của các gốc toạ độ O và O' ở trong hai hệ K và K'. Đối với hệ K, gốc O' chuyển động với vận tốc  $v$ , ta có :

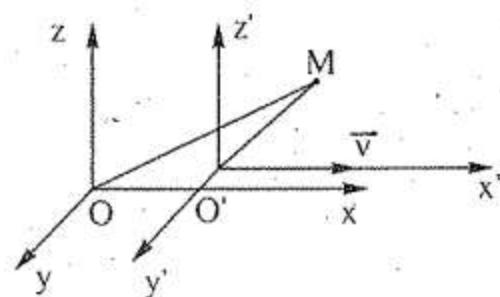
$$x - vt = 0 \quad (1.2)$$

Trong đó  $x$  là toạ độ của gốc O' xét với hệ K. Còn đối với hệ K' thì gốc O' là đứng yên, và toạ độ  $x'$  của nó trong hệ K' bao giờ cũng bằng 0 ( $x' = 0$ ). Muốn cho phương trình (1.1) áp dụng đúng cho hệ K' (nghĩa là khi thay  $x' = 0$  vào (1.1) ta phải thu được (1.2)), thì  $f(x, t)$  chỉ có thể khác  $(x - vt)$  một hệ số nhân  $\alpha$  nào đó. Điều đó có nghĩa là :

$$x' = \alpha(x - vt) \quad (1.3)$$



Hình 1.2



Hình 1.3

Đối với hệ K', gốc O chuyển động với vận tốc  $-v$  nhưng đối với hệ K thì gốc O lại đứng yên. Lập luận tương tự như trên, ta có :

$$x = \beta (x' + vt') \quad (1.4)$$

trong đó  $\beta$  là hệ số nhân.

Theo tiên đề 1 của Anh-xtanh, mọi hệ quán tính đều tương đương nhau. Điều đó có nghĩa là, từ (1.3) ta có thể suy ra (1.4), và ngược lại, bằng cách thay thế  $v \rightleftharpoons -v$ ;  $x' \rightleftharpoons x$ ;  $t' \rightleftharpoons t$ . Do đó ta dễ dàng rút ra  $\alpha = \beta$ . Hơn nữa, theo tiên đề 1 ta có : trong hệ K và K', nếu  $x = ct$  thì  $x' = ct'$ . Thay các biểu thức đó vào (1.3) và (1.4) ta tìm được :

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \text{ với } \beta = \frac{v}{c} \quad (1.5)$$

Từ đó, ta có *công thức biến đổi Lo-ren-xơ sau đây :*

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.6); \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.7)$$

và

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.8); \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.9)$$

Ngoài ra, vì hệ K' chuyển động dọc theo trục x, nên :

$$y' = y; z' = z \quad (1.10), \text{ hay } y = y'; z = z' \quad (1.11).$$

Các công thức (1.6), (1.8), (1.10) cho phép biến đổi toạ độ và thời gian từ hệ K sang hệ K'. Còn các công thức (1.7), (1.9), (1.11) cho phép biến đổi toạ độ và thời gian từ hệ K' sang hệ K. Qua các công thức đó, ta thấy được mối liên hệ mật thiết giữa không gian và thời gian.

Ta nhận thấy rằng, khi  $\frac{v}{c} \rightarrow 0$ , thì các công thức biến đổi Lo-ren-xơ chuyển thành :  $x' = x - vt$ ;  $y' = y$ ;  $z' = z$ ;  $t' = t$   
 $x = x' + vt'$ ;  $y = y'$ ;  $z = z'$ ;  $t = t'$

Điều đó nghĩa là, các công thức của phép biến đổi Lo-ren-xơ chuyển thành công thức biến đổi Ga-li-lê, liên hệ giữa các toạ độ và thời gian xét trong hai hệ quy chiếu quán tính K và K' trong khuôn khổ Cơ học cổ điển.

## 2. Các hiệu ứng tương đối tính

Từ các công thức biến đổi Lo-ren-xơ, có thể suy ra một số hệ quả về tính chất của không gian và thời gian, mà ta gọi là các *hiệu ứng tương đối tính*. Chúng rất kí lạ theo quan niệm cổ điển thông thường, nhưng đã được thực nghiệm kiểm nghiệm là đúng.

a) *Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả giữa các biến cố ở hai nơi xa nhau*

Giả sử trong hệ quán tính K có hai hiện tượng (còn gọi là *biến cố*) A<sub>1</sub> (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>, t<sub>1</sub>) và A<sub>2</sub> (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>, z<sub>2</sub>, t<sub>2</sub>), với x<sub>1</sub> ≠ x<sub>2</sub>. Ta tìm khoảng thời gian (t<sub>2</sub> - t<sub>1</sub>) giữa hai hiện tượng đó trong hệ quán tính K' (K' chuyển động với vận tốc v so với K dọc theo trục x). Từ các công thức biến đổi Lo-ren-xơ ta thu được :

$$t_2' - t_1' = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.12)$$

Theo (1.12), nếu t<sub>2</sub> = t<sub>1</sub>, thì vẫn có t<sub>2</sub>' ≠ t<sub>1</sub>'. Điều đó có nghĩa là : *hai biến cố xảy ra đồng thời trong hệ K, nói chung, sẽ là không đồng thời trong hệ K'*. Chỉ có một trường hợp ngoại lệ đó là khi cả hai biến cố đó xảy ra đồng thời tại điểm có cùng toạ độ x (x<sub>1</sub> = x<sub>2</sub>) (còn toạ độ y có thể khác nhau). Điều đó có nghĩa là, *theo thuyết tương đối, khái niệm đồng thời chỉ là một khái niệm tương đối* : Hai biến cố có thể xảy ra đồng thời trong một hệ quy chiếu, nhưng nói chung có thể là không đồng thời ở trong một hệ quy chiếu khác.

Ngoài ra, công thức (1.12) còn chứng tỏ rằng, đối với các biến cố đồng thời trong hệ K, dấu của (t<sub>2</sub>' - t<sub>1</sub>') tuỳ thuộc vào dấu của biểu thức (x<sub>2</sub> - x<sub>1</sub>). Như vậy, trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau, hiệu t<sub>2</sub>' - t<sub>1</sub>' sẽ không những khác nhau về độ lớn (vì v khác nhau) mà còn khác nhau về dấu. Điều đó có nghĩa là, thứ tự các biến cố A<sub>1</sub> và A<sub>2</sub> trong hệ K' có thể là bất kì (A<sub>1</sub> có thể xảy ra trước A<sub>2</sub>, hoặc ngược lại).

Cần nhấn mạnh rằng, kết luận nói trên không áp dụng cho các biến cố có *liên hệ nhân quả với nhau* (nghĩa là nguyên nhân bao giờ cũng xảy ra trước kết quả, quyết định sự ra đời của kết quả) : Để làm ví dụ, ta xét một viên đạn được bắn ra (nguyên nhân), viên đạn trúng đích (kết quả). Kí hiệu  $A_1(x_1, t_1)$  là biến cố "viên đạn được bắn ra", và  $A_2(x_2, t_2)$  là biến cố "viên đạn trúng đích"; cả hai biến cố đều xảy ra trên trục  $x$ . Trong hệ  $K$ , hiển nhiên là  $t_2 > t_1$ . Kí hiệu  $V$  là vận tốc viên đạn và giả sử  $x_2 > x_1$ , ta có :  $x_1 = Vt_1$ ,  $x_2 = Vt_2$ . Thay vào (1.12) ta thu được :

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) \left(1 - \frac{Vv}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.13)$$

Ta luôn có  $Vv < c^2$ . Do đó, theo (1.13), nếu  $t_2 > t_1$  thì ta cũng có  $t'_2 > t'_1$ , nghĩa là thứ tự nhân quả vẫn được tôn trọng đối với hệ  $K'$ .

### b) Sự co ngắn Lo-ren-xơ (co độ dài)

Dựa vào các công thức biến đổi Lo-ren-xơ ta hãy so sánh độ dài của một vật và khoảng thời gian của một quá trình ở trong hai hệ  $K$  và  $K'$ .

Xét một cái thước đứng yên trong hệ  $K'$  đặt dọc theo trục  $x'$ , độ dài của thước trong hệ  $K'$  bằng :  $l_0 = x'_2 - x'_1$ .

( $l_0$  được gọi là *chiều dài riêng* của thước)

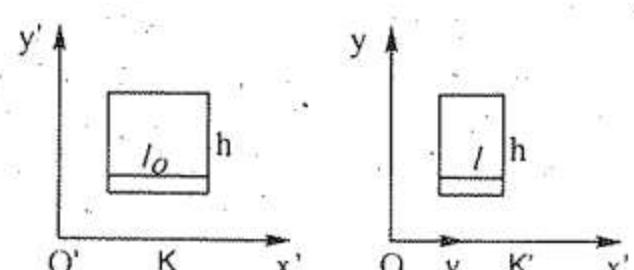
Để tìm độ dài  $l$  của thước trong hệ  $K$ , ta phải xác định vị trí  $x_1, x_2$  của hai đầu thước trong hệ  $K$  tại cùng một thời điểm :  $l = x_2 - x_1$ .

Áp dụng công thức biến đổi Lo-ren-xơ và với chú ý  $t_2 = t_1 = t$ , ta có :

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; \quad x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Từ đó ta suy ra :

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



Hình 1.4

$$\text{hay } l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{l_0}{\gamma} < l_0, \text{ với } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.14)$$

Như vậy *độ dài* (đọc theo phương chuyển động) của một cái thước trong hệ quy chiếu mà thước chuyển động ngắn hơn *độ dài* của thước trong hệ mà thước đứng yên. Nói cách khác, khi vật chuyển động, kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động, và mức co ngắn tùy thuộc vào tốc độ chuyển động của vật. Chẳng hạn, khi Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời (với tốc độ khoảng 30 km/s) thì đường kính của nó ( $\approx 12\ 700$  km) chỉ co ngắn 6,5 m ! Nhưng nếu một vật có tốc độ gần bằng tốc độ ánh sáng,  $v = 260\ 000$  km/s, thì  $l' \approx 0,5l_0$ , nghĩa là kích thước của vật bị co ngắn đi một nửa. Nếu quan sát một hình hộp vuông chuyển động với tốc độ lớn như vậy, ta thấy nó có dạng một hình hộp chữ nhật (Hình 1.4). Còn khi một khối cầu chuyển động nhanh như vậy, ta sẽ thấy nó có dạng một elip xoay tròn ! Các kết quả nói trên chứng tỏ *tính chất tương đối của không gian*. Trong trường hợp thông thường, tốc độ chuyển động của vật là nhỏ ( $V \ll c$ ) thì công thức (1.14) trở thành  $l \approx l_0$ , khi đó ta trở lại kết quả trong cơ học cổ điển : không gian là tuyệt đối, không phụ thuộc chuyển động.

### c) *Dân thời gian*

Bây giờ ta xét khoảng thời gian của cùng một quá trình trong hai hệ K và K'. Để cho cụ thể, giả sử có một đồng hồ đứng yên trong hệ K' và ta xét *hai biến cố xảy ra tại cùng một điểm A có tọa độ  $x'$  trong hệ K'*. Khoảng thời gian giữa hai biến cố trong hệ K' là  $\Delta t_0 = t'_2 - t'_1$ . Ta tìm khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$  giữa hai biến cố đó ở hệ K. Áp dụng công thức biến đổi Lo-ren-xơ với chú ý rằng  $x'_1 = x'_2 = x$ , ta suy ra :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(t'_2 - t'_1), \text{ với } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

hay  $\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} < \Delta t \quad (1.15)$

Như vậy *khoảng thời gian  $\Delta t_0$  của một quá trình trong hệ chuyển động K' bao giờ cũng nhỏ hơn khoảng thời gian  $\Delta t$  xảy ra của chính quá trình đó trong hệ đứng yên K*. Nếu ta gắn một đồng hồ vào hệ K và một đồng hồ vào hệ K' thì khoảng thời gian của cùng một quá trình xảy ra được ghi trên đồng hồ của hệ K' sẽ nhỏ hơn khoảng thời gian ghi trên đồng hồ của hệ K. Vì vậy, ta có thể nói : *Đồng hồ*

*chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên.* Điều đó nói lên tính tương đối của thời gian. Trong trường hợp tốc độ chuyển động là rất nhỏ  $V \ll c$  thì, theo (1.15) ta có  $\Delta t \approx \Delta t_0$ , nghĩa là ta trở lại kết quả của cơ học cổ điển, coi khoảng thời gian là tuyệt đối. Nhưng nếu tốc độ chuyển động là rất lớn thì  $\Delta t_0$  sẽ nhỏ hơn  $\Delta t$  rất nhiều. Để minh họa, ta xét một nhà du hành vũ trụ ngồi trên một con tàu chuyển động với tốc độ  $v = 299\,960$  km/s (gần bằng tốc độ ánh sáng) trong thời gian 5 năm (tính theo đồng hồ trên con tàu). So với đồng hồ trên mặt đất khoảng thời gian tương ứng đã trôi qua bằng  $\Delta t \approx 2\Delta t_0 = 10$  năm. Tuy nhiên, có một điểm cần chú ý là, để đạt được tốc độ lớn như vậy, phải tốn rất nhiều năng lượng mà hiện nay con người chưa thể đạt được. Thế nhưng, sự trôi chậm của thời gian do hiệu ứng của thuyết tương đối đã được thực nghiệm xác nhận.

*Chú ý :*

*Đối với quan sát viên đứng trong K, thời gian trong K' trôi chậm hơn.* Nếu K' là một tên lửa chẳng hạn, thì thời gian đo bằng đồng hồ trong tên lửa là *thời gian riêng* của tên lửa,  $T' = T_0$ . Mỗi quan sát viên có thời gian riêng của mình nên số đo được sẽ khác nhau.

*Khoảng thời gian riêng của một quá trình là nhỏ nhất,* các khoảng thời gian T cũng của quá trình ấy, nhưng đo bằng các đồng hồ khác (ví dụ đồng hồ trên Trái Đất) đều lớn hơn  $T_0$ :  $T = \gamma T_0 > T_0$ .

Giả sử tên lửa có tốc độ đối với Trái Đất ứng với  $\gamma = 10$ . Vì tất cả các quá trình sinh lí đều tuân theo các định luật vật lí nên nếu phi công trong tên lửa sống qua 1 năm thì đối với người trên Trái Đất, phi công đã sống qua 10 năm !

Do tính tương đối của chuyển động, phi công có thể cho rằng mình đứng yên, Trái Đất chuyển động, mọi hoạt động trên Trái Đất đều chậm hơn 10 lần, anh ta sống qua 10 năm thì người trên Trái Đất chỉ thêm 1 tuổi. Đây là nội dung của *nghịch lí anh em sinh đôi*: em ngồi vào tên lửa bay đến một nơi nào đó trong vũ trụ rồi quay về Trái Đất, anh ở lại trên Trái Đất. Khi gặp lại nhau thì ai cũng cho là mình già hơn người kia !

Nghịch lí này được giải quyết nếu nhớ rằng hiệu ứng dân thời gian chỉ áp dụng cho hệ quy chiếu quán tính, mà tên lửa của người em muốn quay lại Trái Đất thì phải có giai đoạn chuyển động cong có gia tốc, khi ấy *không còn là hệ quy chiếu quán tính nữa*. Dựa vào thuyết tương đối rộng người ta chứng minh rằng phi công trẻ hơn người ở trên Trái Đất.

Nguyên tử bức xạ theo thời gian riêng của nó. Nếu trong tên lửa có đồng hồ nguyên tử bức xạ với chu kỳ  $T_0$  và tần số  $f_0$  thì đối với người trên Trái Đất chu kỳ  $T = \gamma T_0$  và tần số  $f = \frac{1}{T} = \frac{f_0}{\gamma}$  nghĩa là *giảm γ lần*. Trong ví dụ trên đây đối với người trên Trái Đất, mạch đập của phi công giảm đi 10 lần !

d) *Quãng đường đi và thời gian đi của ánh sáng* (hoặc một hạt cơ bản nào đó). Nếu áp dụng máy móc các công thức co chiều dài và dãn thời gian cho quãng đường đi và thời gian đi của ánh sáng thì ta thấy ngay mâu thuẫn. Vì tốc độ của ánh sáng là hằng số nên nếu quãng đường đi của ánh sáng co lại thì thời gian cần để đi quãng đường ấy không thể nhiều hơn. Ta hãy xét kĩ vấn đề này.

Giả sử trong hệ K' có một cái thước chiều dài  $l'$ . Ánh sáng đi dọc theo thước, cùng chiều với vận tốc  $v$  của K' đối với K, qua đầu 1 lúc  $t'_1$ , qua đầu 2 lúc  $t'_2$ . Hiển nhiên đối với K' thì quãng đường đi của ánh sáng trùng với chiều dài của thước, vì thước đứng yên trong K'.

$$\Delta x' = c(t'_2 - t'_1) = c\Delta t' = l'$$

Nhưng đối với K thì không có sự trùng đó. Đối với K thì thước co lại thành  $l = \frac{l'}{\gamma}$ , nhưng *quãng đường đi của ánh sáng không co lại, mà lại dãn ra*. Thật vậy, quãng đường ấy là  $\Delta x = c(t_2 - t_1)$ . Từ công thức (1.7) ta có

$$\begin{aligned}\Delta x &= \gamma(\Delta x' + v\Delta t') = \gamma\left(l' + \frac{vl'}{c}\right) \\ \Delta x &= \gamma l'(1 + \beta) = \sqrt{1 + \beta} \Delta x' > \Delta x'\end{aligned}\quad (1.15a)$$

Ta không áp dụng được công thức co độ dài vì *quãng đường đi của ánh sáng không giống chiều dài của một cái thước, các hoành độ  $x_1, x_2$  không thể đo ở cùng một thời điểm*.

Tương tự như vậy, trong công thức dãn thời gian  $T = \gamma T'$ ,  $T'$  là khoảng thời gian giữa hai biến cố xảy ra *ở cùng một nơi* trong hệ K'. Còn các thời điểm  $t'_1$  (ánh sáng đi qua đầu 1) và  $t'_2$  (ánh sáng đi qua đầu 2) được *đo ở hai nơi khác nhau*, nên  $\Delta t' = t'_2 - t'_1$  không giống  $T'$ , không thể viết  $\Delta t = \gamma \Delta t'$  mà phải dùng công thức (1.9):

$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{v \Delta t'}{c} \right) = \gamma \Delta t' (1 + \beta) > \gamma \Delta t'$$

$$\Delta t' = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \Delta t$$
(1.15b)

Thời gian đi của ánh sáng cũng dãn ra, nhưng *dãn nhiều hơn là theo công thức* (1.15).

Có thể kiểm nghiệm lại rằng  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  đúng bằng c.

Trên đây là trường hợp ánh sáng *có cùng chiều với vận tốc*  $\vec{v}$  của K' đối với K. Nếu ánh sáng đi ngược chiều ấy thì ta đổi c thành  $-c$  và  $\beta$  thành  $-\beta$ ,  $\sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$

thành  $\sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} < 1$ . Cả quãng đường đi và thời gian đi đều co lại.

#### e) Công thức tương đối tính về công vận tốc

Giả sử  $u_x = \frac{dx}{dt}$  là vận tốc của một chất điểm đối với hệ K,  $u'_x = \frac{dx'}{dt'}$  là vận

tốc của cùng chất điểm đó đối với hệ K'. Ta tìm công thức liên hệ giữa  $u_x$  và  $u'_x$ .

Áp dụng công thức biến đổi Lo-ren-xơ lấy vi phân toạ độ và thời gian để tính  $u_x$  và  $u'_x$  ta tìm được

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$
(1.16)

Tương tự, ta thu được :

$$u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}; \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$
(1.17)

*Các công thức (1.16), (1.17) biểu thị định lí công vận tốc trong thuyết tương đối.*

Từ các công thức trên, ta có thể suy ra tính bất biến của tốc độ ánh sáng trong chân không đối với các hệ quán tính. Thực vậy, nếu  $u_x = c$ , thì từ (1.16) ta tìm được  $u'_x = c$ .

Trong trường hợp thông thường, vận tốc chuyển động là rất nhỏ ( $v, u_x \ll c$ ), từ (1.16) ta tìm được  $u'_x \approx u_x - v$ , hay  $u_x = u'_x + v$ . Khi đó ta trở lại với công thức cộng vận tốc của cơ học cổ điển.

#### IV - ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH

##### 1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm trong thuyết tương đối (hẹp)

Để mô tả chuyển động trong thuyết tương đối, người ta dùng phương trình tổng quát của cơ học :  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$  (1.18)

Trong đó

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0\vec{v} \quad (1.19)$$

là *động lượng tương đối tính của chất điểm*;  $m$  là khối lượng của chất điểm đó trong hệ quy chiếu quán tính mà nó chuyển động với tốc độ  $v$ , còn  $m_0$  là khối lượng của chất điểm đó đo trong hệ mà nó đứng yên.  $m$  được gọi là *khối lượng tương đối tính* của chất điểm, còn  $m_0$  gọi là *khối lượng nghỉ* của chất điểm. Như vậy, theo thuyết tương đối, *khối lượng của một vật không còn là một hằng số nữa*:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \quad (1.20)$$

Nó tăng lên khi vật chuyển động và có giá trị nhỏ nhất khi vật đứng yên. Điều đó chứng tỏ : *khối lượng có tính tương đối*, nó phụ thuộc vào hệ quy chiếu.

Đối với hệ kín ta có :

$$\sum \gamma m_0 \vec{v} = \text{const} \quad (1.21)$$

Phương trình (1.18) bất biến đối với phép biến đổi Lo-ren-xơ nghĩa là có cùng dạng đối với hệ  $K$  và đối với hệ  $K'$ , thoả mãn tiên đề 1. Trong trường hợp  $v \ll c$ , ta có  $m \approx m_0 = \text{const}$ ,  $\vec{p} = m_0 \vec{v}$  và phương trình (1.18) trở thành phương trình biểu diễn định luật II Niu-ton.

## 2. Năng lượng trong thuyết tương đối

### a) Hệ thức Anh-xanh giữa năng lượng và khối lượng

Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ tăng năng lượng của vật bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật :  $dE = dA$

Để đơn giản, giả sử ngoại lực  $\vec{F}$  cùng phương với độ dời  $\vec{ds}$  của vật. Khi đó  $dE = dA = \vec{F} \cdot \vec{ds} = Fds$ .

$$\text{Theo (1.18) và (1.19) ta có: } dE = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) ds$$

$$dE = \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{dv}{dt} + \frac{m_0 v^2}{c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \frac{dv}{dt} \right) ds$$

$$\text{với } \frac{dv}{dt} ds = dv \cdot \frac{ds}{dt} = vdv$$

$$\text{Mặt khác, từ (1.20) ta có: } dm = \frac{m_0 v dv}{c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

So sánh hai biểu thức vừa tìm được của  $dE$  và  $dm$  ta rút ra :

$$dE = c^2 dm \text{ hay: } E = mc^2 + C$$

Trong đó  $C$  là hằng số tích phân. Từ điều kiện  $m = 0$  thì  $E = 0$ , ta rút ra  $C = 0$ . Vậy :  $E = mc^2$  (1.21).

Hệ thức (1.21) giữa năng lượng và khối lượng thường được gọi là *hệ thức Anh-xanh*.

b) Một số hệ quả rút ra từ hệ thức Anh-xtanh

+ Biểu thức của động năng : Từ hệ thức Anh-xtanh ta tìm được *năng lượng nghỉ*  $E_0$  của vật, nghĩa là năng lượng lúc vật đứng yên ( $m = m_0$ ) :

$$E_0 = m_0 c^2$$

Lúc vật chuyển động, vật có thêm động năng  $W_d$  và năng lượng toàn phần là  $E = mc^2$ . Từ đó ta tìm được *biểu thức của động năng của vật trong thuyết tương đối* :

$$W_d = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1) = (\gamma - 1) E_0 \quad (1.22)$$

Biểu thức này có dạng khác với biểu thức của động năng của vật trong Cơ học cổ điển.

Trong trường hợp  $v \ll c$  thì  $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$ , và do đó :

$$W_d = m_0 c^2 \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1 \right) \approx \frac{m_0 v^2}{2}$$

nghĩa là ta lại tìm được biểu thức động năng trong Cơ học cổ điển.

+ Hệ thức giữa năng lượng và động lượng của vật

Bình phương biểu thức

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$$

$$\text{ta được } m_0^2 c^4 = E^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = E^2 - \frac{E^2 v^2}{c^2}$$

Thay vào biểu thức trên  $E = mc^2$  và chú ý  $\vec{p} = m\vec{v}$  ta được

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (1.23)$$

Đó là *hệ thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng của vật*. Hệ thức này thường được sử dụng khi khảo sát các hạt chuyển động với vận tốc lớn trong lĩnh vực vật lí hạt nhân và các hạt sơ cấp.

+ Áp dụng các kết quả trên ta có :

Khối lượng nghỉ của phôtônen :  $m_0 = 0$ .

Động lượng của phôtônen có năng lượng  $E = hf$  là :  $p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$

với  $\lambda$  là bước sóng của bức xạ đơn sắc.

+ Đơn vị khác của khối lượng là  $\frac{\text{MeV}}{c^2}$  và của động lượng là  $\frac{\text{MeV}}{c}$ .

c) *Ta cần nhấn mạnh rằng, hệ thức Anh-xtanh không có ý nghĩa là một hệ thức biểu thị sự đồng nhất vật chất với năng lượng, mà chỉ là hệ thức mô tả quan hệ giữa hai tính chất của vật chất : quán tính và mức độ vận động.* Hệ thức đó cho ta thấy rõ, trong điều kiện nhất định một vật có khối lượng nhất định thì cũng có năng lượng nhất định tương ứng với năng lượng đó.

d) *Thuyết tương đối hẹp của Anh-xtanh* đã thúc đẩy khoa học Vật lí tiến lên một bước mới. Các công thức, phương trình của thuyết tương đối hẹp của Anh-xtanh đã giúp giải thích được nhiều hiện tượng mới và mở đường cho nhiều thành tựu mới của Vật lí học trong thế kỉ XX. Về sau, năm 1915 Anh-xtanh đã phát triển thuyết tương đối hẹp sâu thêm một bước nữa và đưa ra thuyết tương đối rộng (còn gọi là *thuyết hấp dẫn* của Anh-xtanh), thuyết này áp dụng cho các hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc, giúp ta nghiên cứu trường hấp dẫn và các vấn đề của Vũ trụ học. Chính vì vậy, người ta đã nói rằng *thuyết tương đối của Anh-xtanh cùng với thuyết lượng tử là hai học thuyết vĩ đại nhất của thế kỉ XX*.

## V - HIỆU ỨNG ĐỐP-PLE TƯƠNG ĐỐI TÍNH

### 1. Hiệu ứng Đốp-ple đối với sóng âm

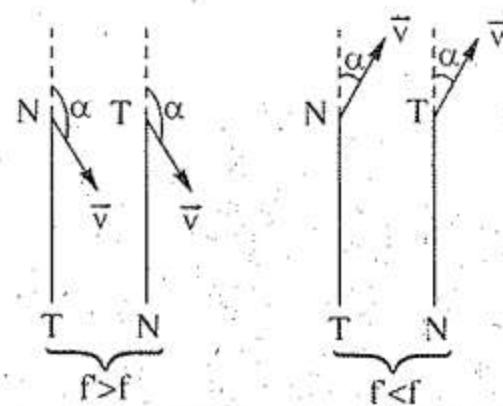
Trước tiên, ta nhắc lại hiệu ứng Đốp-ple cổ điển (đối với sóng âm). Nếu khoảng cách giữa tai T (hay máy thu) và nguồn âm N tăng thì tần số  $f$  của âm thu được giảm, nếu khoảng cách ấy giảm thì tần số  $f$  tăng. Nếu  $f'$  là tần số mới thì :

$$f' = f \left( 1 - \frac{v \cos \alpha}{y_0} \right) \quad (1.24)$$

$v$  là vận tốc của tai (máy thu) hoặc nguồn âm,  $\alpha$  là góc giữa  $\vec{v}$  và đường thẳng NT,  $v_0$  là tốc độ của âm trong môi trường đang xét (Hình 1.5).

Kí hiệu  $\Delta f = f - f'$ , ta có :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v \cos \alpha}{v_0}$$



Hình 1.5

Ta thấy nếu nguồn âm N lại gần máy thu T thì  $\cos \alpha < 0$ , do đó  $f' > f$ . Ngược lại nếu nguồn âm N ra xa máy thu T thì  $\cos \alpha > 0$ , do đó  $f' < f$ . Nếu  $\alpha = 90^\circ$  thì  $f' = f$  tức là không có *hiệu ứng Dop-ple ngang* đối với sóng âm.

## 2. Hiệu ứng Dop-ple tương đối tính

a) Hiệu ứng Dop-ple tương đối tính xảy ra với sóng điện từ (ánh sáng, sóng vô tuyến điện). Không có môi trường vật chất nào nên vận tốc  $v$  ở đây là vận tốc tương đối giữa nguồn N và máy thu T, còn  $v_0$  thay bằng vận tốc ánh sáng trong chân không c.

Công thức tương đối tính giống như (1.24) nhưng có thêm thừa số  $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$f' = \gamma f \left( 1 - \frac{v \cos \alpha}{c} \right) \quad (1.26)$$

Nếu nguồn và máy thu chuyển động ra xa nhau theo phương NT, ta có

$$f' = f \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

Nếu nguồn và máy thu lại gần nhau theo phương NT, ta có  $f' = f \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$

Điều đặc sắc là nếu  $\vec{v}$  vuông góc với NT thì vẫn có hiệu ứng Dop-ple nhưng rất nhỏ, gọi là *hiệu ứng Dop-ple ngang* :  $f' = \gamma f$

Người ta đã phát hiện được hiệu ứng Doppler ngang này. Trong nhiều trường hợp thực tế  $v \ll c$ , nên  $\gamma \approx 1$  và vẫn có thể dùng các công thức cổ điển (1.24) và (1.25) khi tính hiệu ứng Doppler cho các nguồn sáng chuyển động đối với quan sát viên.

b) Các công thức Doppler giúp ta tính được tốc độ của nguồn sáng nếu biết độ tăng hay giảm  $\Delta f$  của sóng có tần số  $f$  khi đứng yên. Ví dụ : Vạch vàng của natri có tần số  $5,093 \cdot 10^{14}$  Hz. Nếu một ngôi sao phát ra vạch này với tần số thấp hơn  $5,067 \cdot 10^{14}$  Hz thì tức là nó ra xa Trái Đất với tốc độ  $v$ . Ta có :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{0,026}{5,093} \approx 0,005 = \frac{v}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow v = 1500 \text{ km/s}$$

Năm 1929, nhà thiên văn Hörbom đã phát hiện là tất cả các thiên hà đều ra xa Thiên Hà của chúng ta với vận tốc tỉ lệ với khoảng cách  $d$  :

$$v = Hd, H \text{ gọi là hằng số Hörbom}$$

Đây là cơ sở để xây dựng giả thuyết Vũ trụ dần nở từ một Vũ nổ lớn ban đầu (Big Bang).

+ Hiệu ứng Doppler cũng là cơ sở của máy "bắn tốc độ" mà cảnh sát giao thông dùng để đo tốc độ các ô tô. Máy phát ra tia radar (sóng điện từ tần số rất cao) phản xạ lên ô tô rồi trở lại máy thu với tần số khác với tần số ban đầu. Tần số lệch  $\Delta f$  máy tính ra tốc độ của ô tô.

## VI - BÀI TẬP VÍ DỤ

### Ví dụ 1

Hai thanh thép song song nhau có chiều dài riêng  $l_0$  chuyển động theo chiều dài của thanh trong hệ quy chiếu K với các vận tốc  $v$  và  $-v$ . Tính chiều dài mỗi thanh đo trong hệ quy chiếu gắn với thanh kia. Áp dụng số :  $v = 0,9c$ .

*Giải :*

Gọi A, B là hai thanh thì vận tốc của một thanh so với thanh kia, ví dụ của A đối với B là :

$$u = u_{A/B} = u_{A/O} (+) u_{O/B} = v (+) v = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

Suy ra  $u = \frac{2vc^2}{c^2 + v^2}$ . Đối với B, chiều dài  $l_0$  của A bị co lại thành  $l = \frac{l_0}{\gamma}$ .

$\gamma$  ứng với vận tốc u trên đây,  $\gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ .

Ta tính được :  $\gamma = \frac{c^2 + v^2}{c^2 - v^2}$ ; vậy :  $l = l_0 \frac{c^2 - v^2}{c^2 + v^2}$

Nếu  $v = 0,9c$  thì  $l = 0,105l_0$

### Ví dụ 2

Cần cho hai hạt chuyển động ngược chiều nhau đến va chạm với nhau với vận tốc tương đối u. Giả sử hai hạt có cùng môđun vận tốc v đối với hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm, hãy tính v theo u.

Giải :

$$u = v (+) v = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}; uv^2 - 2c^2v + uc^2 = 0.$$

$\Delta' = c^2(c^2 - u^2) > 0$ . Có hai nghiệm, nhưng ta chỉ lấy nghiệm :

$$v_- = \frac{c^2 - c\sqrt{c^2 - u^2}}{u}$$

Có thể kiểm rằng  $v < c$ . Thật vậy :  $c^2 - c\sqrt{c^2 - u^2} < uc$ ,  $(c - u)^2 < c^2 - u^2$ ,  $u - c < 0$  là đúng.

### Ví dụ 3

Nam và Bắc là hai anh em sinh đôi. Năm 30 tuổi, Nam lái tàu vũ trụ có tốc độ  $v = c\sqrt{0,99}$  đi tới ngôi sao S cách Trái Đất 8 nas (năm ánh sáng) rồi lập tức quay về Trái Đất, Bắc ở lại trên Trái Đất.

1. Con tàu đi khứ hồi mất bao nhiêu thời gian : a) Theo Bắc ; b) Theo Nam ?
2. Khi gặp lại nhau, tuổi của mỗi người là bao nhiêu theo tính toán của : a) Bắc ; b) Nam ? Cả hai đều dùng các công thức của Thuyết tương đối hẹp.

Giả thiết con tàu luôn là hệ quán tính.

*Giải :*

1. a) Theo Bắc quãng đường khứ hồi là 16 nas

$$\text{Con tàu đi mất } \frac{16\text{nas}}{c\sqrt{0,99}} = 16,08 \text{ năm} \quad (c\sqrt{0,99} = 0,995c)$$

b) Theo Nam quãng đường co lại thành  $\frac{16}{\gamma} = 1,6$  nas, vì  $\gamma = 10$ .

$$\text{Con tàu đi mất } \frac{1,6\text{nas}}{0,995c} = 1,608 \text{ năm.}$$

2. a) Theo Bắc thì lúc gặp lại nhau anh ta có tuổi  $30 + 16,08 = 46,08$  tuổi, nhưng đồng hồ của Nam chạy chậm hơn 10 lần nên con tàu khứ hồi chỉ mất 1,608 năm, và Nam có tuổi  $30 + 1,608 = 31,608$  tuổi, nghĩa là trẻ hơn Bắc.

b) Theo Nam, anh ta đi mất 1,608 năm và khi gặp lại nhau, anh ta có tuổi 31,608 năm, nhưng đồng hồ của Bắc chạy chậm hơn 10 lần, nên chỉ là 0,1608 năm. Và Bắc có tuổi  $30 + 0,1608 = 30,1608$ , nghĩa là trẻ hơn Nam!

Có nghịch lí này là do giả thiết sai về hệ quy chiếu gắn với con tàu luôn là quán tính.

#### Ví dụ 4

Tính vận tốc của một hạt có động năng bằng năng lượng nghỉ :  $W_d = E_0$ .

*Giải :*

$$W_d = (\gamma - 1)E_0; \text{ nếu } W_d = E_0 \text{ thì } \gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = 0,866$$

$$v = 0,866c \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

#### Ví dụ 5

Hai vật A, B có khối lượng nghỉ  $m_0$  và vận tốc trực đối có giá trị tuyệt đối u so với hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm, đâm va chạm hoàn toàn mềm với nhau và tạo thành một vật C có khối lượng nghỉ  $M_0$ . Tính  $M_0$  bằng định luật bảo toàn động lượng trong hệ quy chiếu gắn với hạt B.

*Giai :*

Trong hệ quy chiếu gắn với B thì động lượng của B,  $p_B = 0$ . Ta tính các động lượng của C và A. Giả thiết A đi theo chiều dương, B đi theo chiều âm.

C có vận tốc  $u$  so với B, nên :

$$p_C = \frac{M_0 u}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Vận tốc của A đối với B là :

$$v = v_{A/B} = v_{A/C} (+) v_{C/B} = u (+) u = \frac{2u}{1 + \left(\frac{u}{c}\right)^2} \quad (1)$$

Ta có :  $p_A = \gamma m_0 v$ ,  $\gamma$  này ứng với  $v$  cho bởi (1)

$$p_A = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2m_0 u}{\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right) \sqrt{1 - \frac{4u^2}{c^2 \left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)^2}}} = \frac{2m_0 u}{\sqrt{\left(1 + \frac{u^2}{c^2}\right)^2 - \frac{4u^2}{c^2}}}$$

$$p_A = \frac{2m_0 u}{\sqrt{\frac{(c^2 - u^2)^2}{c^4}}} = \frac{2m_0 u}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Theo định luật bảo toàn động lượng :  $p_C = p_A$

$$\frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{2m_0}{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \text{ từ đó tìm được : } M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

*Ghi chú :* Có thể áp dụng định luật bảo toàn năng lượng.

### Ví dụ 6

Một ô tô chạy về phía một trạm kiểm soát tốc độ ô tô bằng radar với tốc độ 126 km/h. Biết radar hoạt động với tần số  $20 \cdot 10^9$  Hz, tìm độ dịch tần số  $|f - f_0|$  phát hiện bởi nhân viên cảnh sát giao thông.

*Giải :*

Vì tốc độ  $v$  của ô tô  $v \ll c$ , nên một cách gần đúng ta có tần số  $f'$  nhận được bởi ô tô là :

$$f' = f \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \approx f \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v}{c}\right)} \approx f \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Ô tô bây giờ trở thành nguồn chuyển động phát bức xạ điện từ với tần số  $f'$ . Bức xạ phản xạ từ ô tô được truyền tới radar thu và tần số nhận được từ trạm radar có giá trị

$$f'' \approx f' \left(1 + \frac{v}{c}\right) \approx f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)^2 \approx f_0 \left(1 + \frac{2v}{c}\right).$$

$$\text{Độ dịch tần số có giá trị : } f'' - f \approx \frac{2v}{c} f_0$$

Thay số :  $v = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $f = 20 \cdot 10^9 \text{ Hz}$  ta được

$$f'' - f_0 = \frac{2.35}{3 \cdot 10^8} \cdot 20 \cdot 10^9 = 4,67 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

## B. BÀI TẬP

- 1.1. Hỏi một tên lửa phải tăng tốc đến tốc độ bao nhiêu để cho chiều dài của nó chỉ còn bằng 99% chiều dài riêng (đo được trong hệ quy chiếu gắn với tên lửa).
- 1.2. Hãy xác định độ co lại của đường kính Trái Đất (trong mặt phẳng hoàng đạo) đối với một quan sát viên đứng yên đối với Mặt Trời. Cho biết tốc độ chuyển động của Trái Đất quanh Mặt Trời bằng 30 km/s và đường kính của Trái Đất xấp xỉ bằng  $1,2 \cdot 10^4$  km.

- 1.3. Thời gian sống trung bình của một hạt chuyển động với tốc độ  $0,95c$  là  $6 \cdot 10^{-6}$  s. Hãy tính thời gian sống trung bình của hạt đó trong hệ quy chiếu gắn với nó.
- 1.4. Một máy bay bay với tốc độ 600 m/s so với mặt đất. Hỏi sau bao lâu thì đồng hồ trên máy bay bị chậm 2 micrô giây so với đồng hồ trên mặt đất?
- 1.5. Mêzon  $\pi$  sinh ra trong khí quyển ở độ cao  $40 \div 50$  km và bay về phía mặt đất với tốc độ  $v = (1 - 10^{-8}) c$ . Thời gian sống trung bình của  $\pi$  trong hệ gắn với nó là  $2,2 \cdot 10^{-8}$  s.
1. Mêzon  $\pi$  đi được bao nhiêu mét trong hệ gắn với nó?
  2. Ta có thể quan sát được nó ở mặt đất hay không?
- 1.6. Động năng  $W_d$  của một hạt lớn hơn bao nhiêu % năng lượng nghỉ  $E_0$  của nó thì phải dùng Cơ học tương đối tính thay cho Cơ học cổ điển?
- 1.7. Một phi công của một con tàu vũ trụ, bay với tốc độ  $0,6c$  đối với Trái Đất, đi tới gần Trái Đất và chỉnh đồng hồ của mình để cho, vào lúc giữa trưa, thời gian của đồng hồ anh ta và của Trái Đất trùng nhau. Sau đó anh ta đi lên một trạm không gian đứng yên đối với Trái Đất. Vào lúc 12 giờ 30 phút (theo đồng hồ của anh ta) tàu vũ trụ đi đến gần trạm đó.
1. Khi tàu vũ trụ tiếp cận với trạm thì đồng hồ ở trạm chỉ bao nhiêu?
  2. Xác định khoảng cách từ Trái Đất tới trạm vũ trụ:
    - a) do phi công vũ trụ đo được.
    - b) do quan sát viên trên mặt đất đo được.
  3. Khi tàu vũ trụ tiếp cận với Trạm vũ trụ, phi công liên lạc với Trái Đất bằng sóng điện từ. Hỏi khi nào Trái Đất nhận được tín hiệu liên lạc:
    - a) theo đồng hồ ở mặt đất.
    - b) theo đồng hồ của phi công vũ trụ.
- 1.8. Một máy bay có chiều dài riêng  $l_0 = 40,0$  m chuyển động đều với tốc độ  $v = 630$  m/s.
1. Đối với quan sát viên trên mặt đất, chiều dài máy bay ngắn đi bao nhiêu?
  2. Máy bay phải bay bao lâu để đồng hồ trên máy bay chậm  $1,0 \mu s$  so với đồng hồ trên mặt đất?

**1.9.** Một hình vuông có diện tích  $S = 100 \text{ cm}^2$  trong hệ quy chiếu O gắn với nó. Tìm dạng và diện tích của hình trong hệ quy chiếu O' chuyển động với tốc độ  $v = 0,8c$ :

1. Song song với một cạnh của hình vuông.
2. Song song với một đường chéo.

**1.10.** Một thanh AB chuyển động từ trái sang phải với tốc độ  $v = 0,8c$  song song với một trục có vạch  $x'$ Ox đứng yên. Lúc  $t = 0$ , khi đầu trái A của thanh đi qua một máy ảnh đặt ở gốc O của trục thì máy ảnh hoạt động. Rửa ảnh, người ta thấy đầu A ở ngang vạch O của trục, còn đầu B ở vạch 0,9 m (Hình 1.6).



Hình 1.6

1. Tính chiều dài  $l$  (đối với O) và chiều dài riêng  $l_0$  của thanh AB. Tại sao  $l$  không bằng 0,9 m?
2. Muốn máy ảnh ghi được chiều dài  $l$  thì phải chụp ở thời điểm nào?
3. A'B' là một thanh khác cũng chuyển động với tốc độ  $v = 0,8c$ . Người ta chụp ảnh lúc đầu B' đi qua trước máy và thấy trong ảnh: B' trùng với O, A' trùng với vạch -0,9 m. Tìm chiều dài  $l$  của thanh trong hệ quy chiếu O.

**1.11.** Một tên lửa đi tới sao S cách Trái Đất 4,4 năm ánh sáng rồi quay về Trái Đất. Cách đi là: đi từ Trái Đất với gia tốc  $a = 1 \text{ m/s}^2$ ; tới trung điểm của khoảng cách từ Trái Đất tới S, tên lửa giảm tốc với gia tốc  $-a$  để tới S. Tên lửa cũng tăng tốc rồi giảm tốc như vậy lúc quay về. Bỏ qua thời gian dừng ở S, tính thời gian khứ hồi của tên lửa:

1. Đối với đồng hồ trên mặt đất;
2. Đối với đồng hồ trên tên lửa (tính gần đúng, coi như tên lửa có một tốc độ trung bình thích hợp).

**1.12.** Một quan sát viên A ngồi trong một con tàu vũ trụ, phóng ra từ một trạm vũ trụ, chuyển động với tốc độ  $0,8c$  đối với trạm vũ trụ, theo hướng đi tới sao  $\alpha$  của chòm sao Nhân Mã cách đó 4 năm ánh sáng. Khi tới sao  $\alpha$ , anh ta lập tức quay trở lại ngay trạm vũ trụ.

1. Hãy so sánh tuổi của anh ta với tuổi của người anh em sinh đôi B làm việc tại trạm vũ trụ.

2. Giả sử trong quá trình chuyển động của A, cứ mỗi năm (theo thời gian của B), B gửi một tín hiệu ánh sáng tới A. Hãy tính số tín hiệu ánh sáng mà A nhận được trong mỗi giai đoạn của cuộc hành trình của mình.

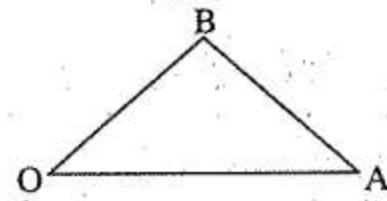
3. Bây giờ, giả sử rằng, cứ mỗi năm (theo thời gian của A) chính A lại gửi một tín hiệu ánh sáng tới B. Ta xét tín hiệu sáng do A phát ra khi A vừa tới sao  $\alpha$ . Hỏi đối với B, anh ta nhận được tín hiệu đó lúc nào?

**1.13.** Hai tên lửa A và B có chiều dài (đo khi chúng nằm yên) lần lượt là 90 m và 200 m. Hai tên lửa đó bay theo 2 chiều ngược nhau. Phi công của tên lửa A thấy rằng, kể từ lúc mũi tên lửa B ở trước mặt mình thì phải mất  $5 \cdot 10^{-7}$  s tên lửa A mới đi hết chiều dài riêng của mình.

1. Tìm vận tốc tương đối của 2 tên lửa.

2. Đối với phi công của tên lửa B thì khoảng thời gian cần thiết để mũi tên lửa của mình đi hết chiều dài của A sẽ là bao nhiêu?

**1.14.** Một nhà thiên văn O nhìn thấy lúc  $t = 0$  một thiên thể rời điểm A, và lúc  $t = 1$  s nó đến điểm B cách A 400 000 km. Hãy giải thích tốc độ "siêu ánh sáng" này, biết rằng, các khoảng cách từ O đến A và B tương ứng là  $OA = 600\ 000$  km,  $OB = 300\ 000$  km (Hình 1.7).



Hình 1.7

**1.15.** Một quan sát viên O thấy tên lửa A bay sang phải với tốc độ  $0,8c$ , và tên lửa B bay sang trái với tốc độ  $0,6c$ .

1. Đối với O hai tên lửa đó đi ra xa nhau với vận tốc bằng bao nhiêu?

2. Đối với tên lửa B, vận tốc của tên lửa A là bao nhiêu?

3. Xét trường hợp hai tên lửa có vận tốc như trên bay lại gần nhau. Tính vận tốc lại gần nhau của A và B đối với O và vận tốc của A đối với B.

4. Nếu A và B là hai phôtônen thì đối với O vận tốc ra xa (hoặc lại gần) nhau của hai phôtônen là bao nhiêu? Vận tốc của phôtônen này đối với phôtônen kia là bao nhiêu?

**1.16.** 1. Một cục sắt nặng 10 kg được nung nóng từ  $20^\circ\text{C}$  lên  $120^\circ\text{C}$ . Hỏi khối lượng của nó tăng lên bao nhiêu? Biết nhiệt dung riêng của sắt là  $450\ \text{J/kg}^\circ\text{C}$ .

2. Một lò xo có độ cứng  $k = 105\ \text{N/m}$  bị nén cho chiều dài co lại 3 cm. Hỏi khối lượng của nó tăng lên bao nhiêu?

- 1.17.** Tìm tốc độ cực đại của một hạt để khi viết động lượng của nó theo công thức cổ điển  $p = m_0 v$ , sai số tương đối mắc phải nhỏ hơn 1%.
- 1.18.** 1. Nếu một hạt có tốc độ  $v = 0,2c$  mà ta viết động năng của nó theo công thức cổ điển  $W_{dc} = \frac{m_0}{2} v^2$  thì sai số tương đối mắc phải là bao nhiêu ?  
 2. Viết như vậy mà muốn sai số tương đối nhỏ hơn 1% thì tốc độ cực đại là bao nhiêu ?
- 1.19.** Một hạt có khối lượng nghỉ  $m_0 = 10u$  đang đứng yên, vỡ thành hai hạt văng ra theo hai hướng ngược nhau với các vận tốc  $v_1 = 0,8c$  và  $v_2 = 0,6c$ . Tìm các khối lượng nghỉ  $m_{01}$  và  $m_{02}$  của hai hạt và động năng của chúng. Bằng cách nào có thể kiểm tra lại giá trị của tổng động năng ?  
 Cho biết  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .
- 1.20.** Một vật có khối lượng nghỉ  $m_0 = 1 \text{ kg}$  chuyển động với vận tốc  $v_0 = 0,6c$  tới va chạm mềm vào một vật đứng yên có khối lượng nghỉ  $m_1 = 2 \text{ kg}$ . Tìm khối lượng nghỉ  $m$  và vận tốc  $v$  của hạt tạo thành. Tìm một cách kiểm tra lại kết quả.  
 Cho biết  $1 \text{ kg} = 561 \cdot 10^{27} \text{ MeV}/c^2$ .
- 1.21.** Hạt có khối lượng nghỉ  $m_0 = 1000 \text{ MeV}/c^2$  và động năng  $W_{d0} = 250 \text{ MeV}$  va chạm mềm vào một hạt đứng yên có khối lượng nghỉ  $m_1 = 3000 \text{ MeV}/c^2$ . Tính khối lượng nghỉ  $m$  và vận tốc của hạt tạo thành. Tìm một cách kiểm tra lại kết quả.
- 1.22.** Hạt  $K^0$  đứng yên phân rã thành hai hạt  $\pi^0$ . Khối lượng nghỉ của  $K^0$  là  $498 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ , của hạt  $\pi^0$  là  $135 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ . Tính vận tốc của mỗi hạt  $\pi^0$ . Nếu dùng Cơ học cổ điển thì sao ?
- 1.23.** Prôtôn có khối lượng nghỉ  $m_p = 938,3 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ . Một prôtôn có động năng  $W_d = 200 \text{ MeV}$ . Tính động lượng  $p$  và vận tốc  $v$  của nó.
- 1.24.** Một hạt tự do có năng lượng nghỉ  $E_0$  và năng lượng toàn phần  $E$ . Tìm biểu thức đơn giản gần đúng của vận tốc  $v$  của nó trong trường hợp siêu tương đối tính  $E_0 \ll E$ .

- 1.25.** Để thực hiện một phản ứng hạt nhân người ta cần cho hai hạt A, B có cùng khối lượng nghỉ  $m_0 = 0,5 \frac{\text{MeV}}{\text{c}^2}$  và chạm vào nhau với vận tốc tương đối  $u = 0,999987c$  (siêu tương đối tính). Có hai cách làm :
- a) bắn A vào B đứng yên trong phòng thí nghiệm ;
  - b) cho cả hai hạt chuyển động với vận tốc trực đối có môđun v đổi với phòng thí nghiệm, sao cho vận tốc tương đối vẫn là u. Tính :
    1. Năng lượng toàn phần E của A trong trường hợp a).
    2. Năng lượng toàn phần E' của mỗi hạt A, B trong trường hợp b).
- 1.26.** Lúc  $t' = 0$ , người trên Trái Đất ( $O'$ ) phát ra một tia sáng đi tới một thiên thể S ở cách Trái Đất 3 triệu km = 10 s.c (giây ánh sáng). Một phi công O bay theo hướng  $SO'$  với vận tốc  $v = 0,8c$ , lúc  $t = t' = 0$  đi ngang qua Trái Đất. Theo đồng hồ của phi công, tia sáng tới S lúc nào và đã đi quãng đường bằng bao nhiêu ?
- 1.27.** Một ngôi sao chuyển động ra xa Trái Đất với tốc độ  $5 \cdot 10^{-3}c$ . Tìm độ dịch chuyển bước sóng gây bởi hiệu ứng Đốp-ple đổi với vạch  $D_2$  của natri (5890 Å).
- 1.28.** Khi quan sát ánh sáng phát ra từ một ngôi sao ở xa, người ta phát hiện rằng độ dịch chuyển Đốp-ple đổi với vạch  $D_2$  của natri (5890 Å) là 100 Å. Tính tốc độ chuyển động ra xa Trái Đất của ngôi sao đó.
- 1.29.** Một tên lửa rời bệ phóng để thực hiện một chuyến bay với tốc độ  $0,6c$ . Một nhà du hành trên tên lửa phát ra một chùm sáng có bước sóng 5000 Å về phía bệ phóng.
1. Tìm tần số ánh sáng quan sát được ở bệ phóng.
  2. Tìm tần số ánh sáng quan sát được bởi nhà du hành của một tên lửa thứ hai rời bệ phóng với tốc độ  $0,8c$  ngược hướng với tên lửa thứ nhất.
- 1.30.** Giả sử có một nguồn sáng S gắn với gốc O của hệ quy chiếu quán tính K phát ra sóng điện từ đơn sắc lan truyền dọc theo trục Ox. Một máy thu gắn với gốc O' của hệ K'. Hệ K' có các trục song song với các trục tương ứng của hệ K và chuyển động với vận tốc v dọc theo trục Ox.

1. Sử dụng công thức biến đổi Lo-ren-xor tính hiệu số  $\Delta f = f - f'$  giữa tần số  $f$  của sóng điện từ mà nguồn phát ra và tần số  $f'$  của sóng điện từ mà máy thu nhận được.
2. Tên lửa A rời bệ phóng đặt trên một trạm quỹ đạo địa tĩnh với vận tốc  $0,6c$  ( $c$  là vận tốc ánh sáng trong chân không), máy phát bức xạ trên tên lửa A làm việc với bước sóng  $1000 \text{ \AA}$ . Tìm bước sóng của bức xạ mà máy thu đặt ở bệ phóng nhận được.
3. Tên lửa B rời bệ phóng với vận tốc  $0,8c$  ngược lại với tên lửa A (đã nói ở trên). Máy thu trên tên lửa này nhận được bức xạ có bước sóng bằng bao nhiêu ?

# HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ. HẠT CƠ BẢN

## A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

### I – HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ

#### 1. Phóng xạ

Năm 1896, khi nghiên cứu các hợp chất phát lân quang, nhà bác học Béc-cơ-ren đã tình cờ phát hiện thấy rằng, miếng urani sunfat đã phát ra một loại bức xạ không nhìn thấy, nhưng tác dụng mạnh lên các tấm kính ảnh bọc kẽm trong giấy đèn dày đặt dưới miếng đó. Ông gọi hiện tượng này là *sự phóng xạ*, urani là *chất phóng xạ* và bức xạ phát ra là *tia phóng xạ*. Năm 1898, Pi-e Quy-ri và Ma-ri Quy-ri đã tìm ra hai chất phóng xạ mới là pôlôni và radி (radி có tính phóng xạ cao hơn nhiều so với urani và pôlôni).

*Sự phóng xạ là hiện tượng một hạt nhân bị phân rã, tự phát ra các tia phóng xạ và biến đổi thành hạt nhân khác.*

Các kết quả nghiên cứu cho thấy, quá trình phân rã phóng xạ chỉ do các nguyên nhân bên trong gây ra và hoàn toàn không phụ thuộc vào các tác động bên ngoài. Dù nguyên tử của chất phóng xạ có nằm trong các hợp chất khác nhau, dù có làm thay đổi nhiệt độ của mẫu phóng xạ, làm tăng áp suất tác dụng lên nó, thì mẫu phóng xạ cũng không hề chịu ảnh hưởng gì, mà cứ bị phân rã, phát ra các tia phóng xạ. Như vậy *quá trình phân rã phóng xạ thực chất là quá trình biến đổi hạt nhân*.

#### 2. Các loại phóng xạ

Có các loại phóng xạ chính sau đây :

a) *Phóng xạ hay phân rã α (anpha)* : Hạt nhân ban đầu  $\frac{A}{Z} X$ , gọi là *hạt nhân mẹ*, phóng ra hạt  $\alpha$ , tức là hạt nhân của nguyên tử  $\frac{4}{2} \text{He}$ , gồm 2 prôtôn và 2 nôtron và biến thành hạt nhân  $\frac{A'}{Z'} X'$ , gọi là *hạt nhân con* có  $Z' = Z - 2$  và  $A' = A - 4$ . Vậy hạt nhân con lùi 2 ô về phía đầu Bảng tuần hoàn (*quy tắc dịch chuyển*).

b) Phân rã  $\beta$  (bêta) lại chia thành :

+ Phân rã  $\beta^-$ : Hạt nhân mẹ phóng ra hạt  $\beta^-$ , chính là electron và biến thành hạt nhân con có  $Z' = Z + 1$  (tiến một ô so với hạt nhân mẹ) và có  $A' = A$ .

Thực chất là trong lòng hạt nhân mẹ đã có sự biến đổi của neutron thành proton và electron (và một hạt  $\tilde{v}$ ):



$\tilde{v}$  là phản hạt của neutrino, không có điện tích, có khối lượng nghỉ gần bằng 0, có tốc độ coi như bằng tốc độ ánh sáng. (Hạt neutrino, kí hiệu  $v$ , do nhà Vật lí học Thụy Sĩ Pao-li (Pauli W) đề xuất năm 1934 và được thực nghiệm khẳng định sự tồn tại của nó).

+ Phân rã  $\beta^+$ : Hạt nhân mẹ phóng ra hạt  $\beta^+$  còn gọi là pôzitron, kí hiệu  $e^+$ , là phản hạt của electron, nghĩa là có cùng khối lượng nhưng mang một điện tích nguyên tố dương. Hạt nhân con có  $Z' = Z - 1$  (lùi một ô về phía đầu bảng tuần hoàn so với hạt nhân mẹ) và có  $A' = A$ .

Thực chất của phân rã  $\beta^+$  là sự biến đổi của proton trong lòng hạt nhân mẹ :

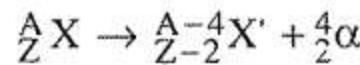


c) *Bắt electron* : Một proton trong hạt nhân có thể bắt một electron của lớp K gần nhất và biến thành neutron và neutrino :

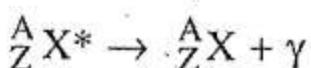


Hạt nhân con có  $Z' = Z - 1$  và  $A' = A$  giống như trường hợp phân rã  $\beta^+$ .

Các điều nói trên cho thấy rằng, trong sự phóng xạ số điện tích  $Z$  và số khối  $A$  được bảo toàn. Ví dụ phóng xạ  $\alpha$ :



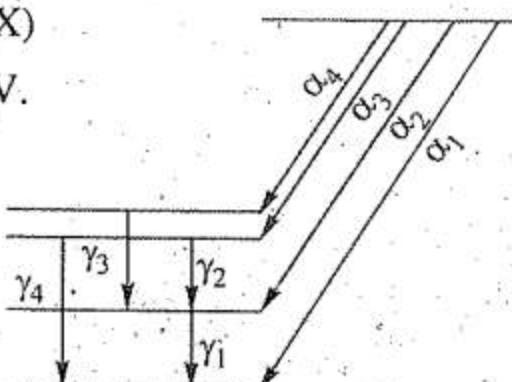
d) *Phóng xạ  $\gamma$  (gamma)* : Hạt nhân con sinh ra thường ở trạng thái kích thích và hầu như lập tức chuyển xuống trạng thái cơ bản bằng cách phóng ra một hoặc nhiều phôtônen  $\gamma$  (nhiều phôtônen  $\gamma$  nếu có nhiều mức kích thích). Phôtônen  $\gamma$  hoặc tia  $\gamma$  là sóng điện từ có tần số  $f > 10^{11}$  Hz, cao hơn tần số của tia Röntgen (bước sóng tương ứng của phôtônen  $\gamma$  là  $\lambda < 0,01$  nm). Như vậy trong phóng xạ  $\gamma$  không có sự biến đổi hạt nhân, mà phóng xạ này đi kèm với các phóng xạ  $\alpha$ ,  $\beta$ ... Phương trình của phóng xạ  $\gamma$  là :



(\* là kí hiệu trạng thái kích thích của hạt nhân X)

Năng lượng của phôtôν  $\gamma$  rất lớn, cỡ keV ÷ MeV.

Hình 2.1 cho thấy, nếu có nhiều phôtôν  $\gamma$  đi kèm theo phóng xạ  $\alpha$  thì tức là hạt nhân mẹ phóng ra nhiều tia  $\alpha$  có năng lượng khác nhau, và hạt nhân con sinh ra có thể ở trạng thái kích thích và phát ra tia  $\gamma$  có năng lượng khác nhau nếu có nhiều mức kích thích.



Hình 2.1

### 3. Định luật phóng xạ

a) *Sự phân rã của hạt nhân là một hiện tượng có tính xác suất thống kê. Số hạt nhân phân rã trong thời gian  $dt$  tỉ lệ với  $dt$  và với số hạt nhân đang tồn tại  $N$ , hệ số tỉ lệ  $\lambda$ , gọi là hằng số phân rã, là xác suất phân rã trong một giây.*

Ta có :  $-dN = \lambda N dt$  (có dấu minus vì  $N$  giảm)

hay  $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$ . Lấy tích phân ta có :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2.4)$$

$N_0$  là số hạt nhân ban đầu ( $t = 0$ ). Công thức (2.4) biểu thị *định luật phóng xạ*.

b) *Ngoài hằng số phân rã  $\lambda$ , mỗi chất phóng xạ còn một đặc trưng khác là chu kỳ bán rã, kí hiệu  $T_{1/2}$ , hay đơn giản  $T$  là thời gian để một nửa số hạt nhân ban đầu đã bị phân rã. Cho  $N = \frac{N_0}{2}$  trong (2.4) ta suy ra hệ thức giữa  $T$  và  $\lambda$  :*

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (2.5)$$

c) *Thời gian sống trung bình của hạt nhân phóng xạ được tính như sau :*

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t N(t) dt}{\int_0^\infty N(t) dt} = \frac{\int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt}{\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt}$$

Dùng biến số mới  $\lambda t = x$  ta có :

$$\tau = \frac{\frac{1}{\lambda^2} \int_0^\infty xe^{-x} dx}{\frac{1}{\lambda} \int_0^\infty e^{-x} dx} = \frac{1}{\lambda} \frac{-xe^{-x} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-x} dx}{e^{-x} \Big|_0^\infty}$$

$$\text{Do đó : } \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{0,693} \approx 1,44T \quad (2.6)$$

Như vậy thời gian sống trung bình của hạt nhân phóng xạ bằng nghịch đảo của hằng số phân rã và bằng  $1,44T$ .

$$\text{Thay } t = \tau, \text{ ta có : } N = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{N_0}{e}$$

Vì vậy,  $\tau$  còn có ý nghĩa là khoảng thời gian để  $N_0$  giảm đi  $e$  lần.

#### 4. Độ phóng xạ

a) *Độ phóng xạ* (hay hoạt độ) của một lượng chất phóng xạ là  $H = \lambda N$ , bằng số phân rã trong 1 giây. Đơn vị độ phóng xạ là becoren (kí hiệu Bq) 1 Bq = 1 phân rã/s.

Đơn vị thường dùng là curi (Ci) : 1 Ci =  $3,7 \cdot 10^{10}$  phân rã/s.

Curi xấp xỉ bằng độ phóng xạ của 1 gam radia, là chất phóng xạ đã được ông bà Quy-ri nghiên cứu.

b) *Độ phóng xạ của một lượng chất phóng xạ biến đổi theo thời gian :*

$$H = H_0 e^{-\lambda t}, \text{ với } H_0 = \lambda N_0 \text{ là độ phóng xạ ban đầu.}$$

#### 5. Họ phóng xạ

a) Nếu các hạt nhân con, cháu, chắt... cũng là chất phóng xạ thì ta có một chuỗi phóng xạ, tạo nên một *họ phóng xạ*, tận cùng bằng một hạt nhân bền. Trong tự nhiên có ba họ phóng xạ, họ urani bắt đầu từ  $^{238}_{92}\text{U}$ , họ thori bắt đầu từ  $^{232}_{90}\text{Th}$  và họ actini, bắt đầu từ  $^{235}_{89}\text{Ac}$ . Sau một loạt phóng xạ  $\alpha$  và  $\beta^-$ , cả ba họ đều tận cùng bằng các đồng vị bền của chì. Ngoài ra còn có một họ phóng xạ nhân tạo, bắt đầu từ hạt nhân nhân tạo neptuni  $^{237}_{93}\text{Np}$ , tận cùng bằng một đồng vị bền của bitmut.

b) Một trường hợp đặc biệt trong chuỗi phóng xạ là khi số hạt nhân mẹ bị rã (cũng là số hạt nhân con sinh ra) bằng số hạt nhân con bị rã :

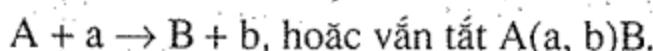
$$\lambda_m N_m = \lambda_c N_c \quad (2.7)$$

Nếu vậy số hạt nhân con sẽ giữ không đổi. Trường hợp này gọi là *cân bằng phóng xạ*.

## 6. Phản ứng hạt nhân. Các định luật bảo toàn

a) *Phản ứng hạt nhân là mọi quá trình dẫn đến sự biến đổi hạt nhân.*

Thông thường trong phản ứng hạt nhân, ban đầu có một hạt nhân A và một hạt nhân nhẹ hơn, hoặc hạt sơ cấp a. Phản ứng hạt nhân biến đổi chúng thành hạt nhân B và một hạt nhẹ (hoặc sơ cấp) b, gọi là các hạt cuối. Phản ứng được ghi như sau :



Nếu ngoài cặp B + b, các hạt cuối còn có thể là C + c, D + d... thì ta nói rằng phản ứng xảy ra theo nhiều kênh khác nhau.

Nếu phải cung cấp năng lượng cho hạt a để nó có thể tương tác với hạt A, thì a gọi là *hạt đạn*, A gọi là *hạt bia* (thường là đứng yên).

Nếu các hạt cuối đồng nhất với các hạt đầu,  $A + a \rightarrow A + a$ ; thì phản ứng gọi là *tán xạ đàn hồi*. Nếu hạt cuối A ở trong trạng thái kích thích  $A^*$  thì phản ứng  $A + a \rightarrow A^* + a$  gọi là *tán xạ không đàn hồi*.

b) *Các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân.* Hệ các hạt A, a là một hệ cô lập nên tuân theo các định luật bảo toàn.

*Bảo toàn năng lượng toàn phần*, cũng là bảo toàn khối lượng tương đối tính.

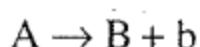
*Bảo toàn động lượng tương đối tính*, hoặc bảo toàn động lượng cổ điển nếu các hạt đều có tốc độ rất nhỏ so với tốc độ ánh sáng c.

*Bảo toàn số khối A* (tức là số nuclôn). Prôtôn có thể biến thành nôtron và ngược lại, nhưng tổng số nuclôn là không đổi. Ngoại lệ ; A biến đổi nếu có sự sinh cặp nuclôn – phản nuclôn.

*Bảo toàn điện tích.*

Ngoài ra còn những định luật bảo toàn khác đặc trưng cho các hạt sơ cấp, không gặp trong các lĩnh vực thông thường của Vật lí học (như bảo toàn số chẵn – lẻ).

Phóng xạ là một trường hợp riêng của phản ứng hạt nhân : ban đầu chỉ có một hạt nhân A, do tương tác nội bộ mà biến đổi thành hạt nhân con và tia phóng xạ :



## 7. Áp dụng các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng cho phản ứng hạt nhân

### a) Bảo toàn năng lượng

Trong phản ứng hạt nhân không có sự bảo toàn năng lượng nghỉ và khối lượng nghỉ, vì các hạt nhân có độ hụt khối (và năng lượng liên kết) khác nhau :

$$m_A + m_a \neq m_B + m_b$$

Giả sử phản ứng làm giảm tổng khối lượng nghỉ, tức là  $m_A + m_a > m_B + m_b$ . Tương ứng, tổng năng lượng nghỉ cũng giảm một lượng  $Q$  gọi là năng lượng của phản ứng :

$$Q = [m_A + m_a - (m_B + m_b)]c^2 > 0$$

Vì năng lượng toàn phần được bảo toàn nên năng lượng  $Q$  không biến mất mà chuyển thành độ tăng động năng của các hạt B, b so với các hạt A, a. Ta nói rằng phản ứng đã toả năng lượng. Phản ứng này có thể tự động xảy ra.

Ngược lại, nếu phản ứng làm tăng tổng khối lượng nghỉ nghĩa là làm tăng năng lượng nghỉ thì  $Q < 0$ , phản ứng gọi là phản ứng thu năng lượng và không thể tự nó xảy ra, mà ta phải cung cấp động năng  $W_d$  cho các hạt A, a hoặc cho hạt đạn a, nếu hạt bia A đứng yên.

$$W_d = |Q| + W_d(B, b)$$

$W_d(B, b)$  là động năng các hạt cuối.

Giá trị tối thiểu của  $W_d$  là  $W_{d\min}$ , ứng với  $W_d(B, b)$  min và gọi là năng lượng ngưỡng của phản ứng thu năng lượng. Dưới ngưỡng này thì phản ứng không thể xảy ra.

### b) Bảo toàn động lượng cổ điển

Ta xét trường hợp phóng xạ  $A \rightarrow B + b$  là phản ứng toả năng lượng :

$$Q = [m_A - (m_B + m_b)]c^2$$

Năng lượng này toả ra dưới dạng động năng của các hạt B và b :

$$Q = W_{dB} + W_{db}$$

Giả sử hạt nhân mẹ đứng yên. Gọi  $u_B$  và  $v_b$  là độ lớn vận tốc các hạt B và b, rất nhỏ so với tốc độ ánh sáng c. Định luật bảo toàn động lượng cổ điển cho ta :

$$\vec{p}_B = -\vec{p}_b \text{ hay } m_B v_B = m_b v_b$$

$$\text{Vì } W_{dB} = \frac{1}{2} m_B v_B^2, W_{db} = \frac{1}{2} m_b v_b^2$$

$$\text{nên } \frac{W_{dB}}{W_{db}} = \frac{m_B}{m_b} \left( \frac{v_B}{v_b} \right)^2 = \frac{m_b}{m_B} \quad (2.8)$$

Vậy động năng các hạt cuối phân phôi theo tỉ lệ nghịch với các khối lượng :

$$\frac{W_{dB}}{m_b} = \frac{W_{db}}{m_B} = \frac{W_{dB} + W_{db}}{m_B + m_b} = \frac{Q}{m_B + m_b}$$

$$W_{dB} = \frac{m_b}{m_B + m_b} Q, \quad W_{db} = \frac{m_B}{m_B + m_b} Q \quad (2.9)$$

Trong ví dụ về phân rã  $\beta^-$  của bitmut thành pôlôni 210 và electron (khi chưa biết là có cả nôtrinô) :  $^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po} + e^-$  khối lượng pôlôni lớn hơn khối lượng electron khoảng 380 000 lần, nên ta mới nói rằng, năng lượng tỏa ra (1,15 MeV) hầu hết là động năng của electron:

### c) Bảo toàn động lượng tương đối tính. Một số ví dụ

Nếu phản ứng xảy ra ở năng lượng cao thì một hoặc hai hạt có thể có tốc độ lớn. Để tính toán ta phải dùng các công thức của thuyết tương đối. Đầu tiên ta ước lượng xem khi nào một hạt có năng lượng nghỉ  $E_0$  và động năng  $W_d$  là hạt tương đối tính. Khi đó :

$$W_d = (\gamma - 1)E_0, \gamma = \frac{W_d + E_0}{E_0} > 1,1$$

Suy ra  $W_d > 0,1E_0$

- Để làm ví dụ ta xét sự va chạm đàn hồi của một prôtôn có khối lượng  $m_p = 938 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  và động năng  $W_d = 437 \text{ MeV}$  vào một prôtôn khác đứng yên. Kết quả va chạm có thể khác nhau, ta chỉ xét trường hợp sau va chạm hai hạt có độ lớn vận tốc bằng nhau, do đó có môđun các vectơ động lượng tương đối tính  $\vec{p}_1$  và  $\vec{p}_2$

bằng nhau. Nếu  $\vec{p}$  là động lượng tương đối tính của hạt đạn thì định luật bảo toàn động lượng  $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$  được minh họa bằng hình 2.2.

Suy ra các vận tốc là đối xứng với phương của hạt đạn,  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Ta hãy tính góc  $\alpha = 2\alpha_1$ .

Để tính  $\alpha_1$  ta áp dụng hệ thức tương đối tính giữa động năng và động lượng :

$$pc^2 = W_d(W_d + 2E_0)$$

$$(p'_1 c)^2 = W_{d1}(W_{d1} + 2E_0) \quad (2.10)$$

Mặt khác, va chạm là đòn hồi nên động năng được bảo toàn :

$$W_d = W_{d1} + W_{d2} \doteq 2W_{d1}$$

Thay  $W_{d1} = \frac{W_d}{2}$  vào (2.10) ta có :

$$(p'_1 c)^2 = \frac{W_d}{2} \left( \frac{W_d}{2} + 2E_0 \right)$$

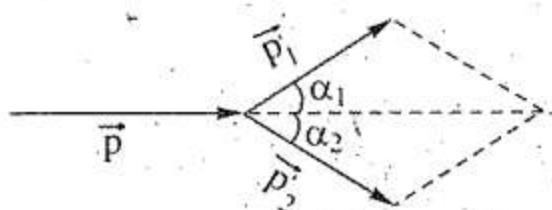
Từ đó (Hình 2.2) :  $\cos \alpha_1 = \frac{\frac{p}{2}}{p'_1}$

$$(\cos \alpha_1)^2 = \frac{p^2}{4p'^2_1} = \frac{W_d(W_d + 2E_0)}{2W_d \left( \frac{W_d}{2} + 2E_0 \right)} = \frac{W_d + 2E_0}{W_d + 4E_0}$$

$$\cos \alpha = 2\cos^2 \alpha_1 - 1 = \frac{W_d}{W_d + 4E_0} = \frac{437}{437 + 3752} = 0,104$$

Suy ra  $\alpha = 84^\circ$ . Trong va chạm cổ điển, góc  $\alpha = 90^\circ$ . Có thể kiểm tra lại điều

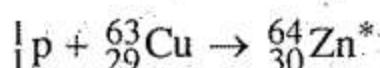
này nếu trong công thức  $\cos \alpha = \frac{W_d}{W_d + 4E_0}$  mà  $W_d \ll E_0$  thì  $\cos \alpha = 0$ .



Hình 2.2

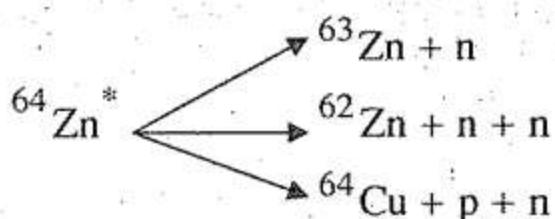
## 8. Cơ chế của phản ứng hạt nhân. Hạt nhân phức hợp

a) Để giải thích cơ chế của các phản ứng hạt nhân ở năng lượng thấp (động năng của đạn  $W_{da} < 150$  MeV), nhà vật lí Bo đã đưa ra khái niệm *hạt nhân phức hợp*. Hạt đạn a không có đủ năng lượng để làm một nuclôn của bia A bật ra, mà nó chia năng lượng cho tất cả các nuclôn, tạo thành một hạt nhân phức hợp  $O^*$ , có số khối và diện tích bằng tổng các số khối và diện tích của a và A. Ví dụ :



Kí hiệu \* chỉ rằng hạt nhân ở trạng thái kích thích.

Sau một thời gian sống rất ngắn, hạt nhân phức hợp phân rã theo nhiều kênh khác nhau :



Hạt nhân phức hợp cũng có thể phóng ra phôtônen để trở về trạng thái cơ bản :

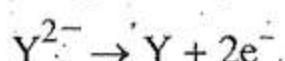


Các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng áp dụng cho cả hai giai đoạn : tạo thành hạt nhân phức hợp và hạt nhân này phân rã.

b) Chú ý : Phản ứng hạt nhân liên quan đến các hạt nhân nhưng thực tế xảy ra với các nguyên tử có các electron, nên lúc đầu sản phẩm là các ion. Ví dụ, phóng xạ  $\alpha$  tạo ra hai ion là ion hạt nhân con và hạt  $\alpha$ .



Ion  $Y^{2-}$  nhanh chóng nhường hai electron để trở thành nguyên tử trung hoà Y :



Nếu viết phản ứng với các nguyên tử :  $X \rightarrow Y + \alpha$ , và tính toán với các *khối lượng nguyên tử*  $m_X$ ,  $m_Y$ , thì muốn chính xác, ta phải cộng thêm vào về phải khối lượng của 2 electron. Năng lượng do phóng xạ  $\alpha$  toả ra chính xác là :

$$Q = [m_X - (m_Y + 2m_e + m_\alpha)]c^2 \text{ hoặc } Q = [m_X - (m_Y + m_{He})]c^2 \quad (2.13)$$

Tương tự như vậy, năng lượng do phóng xạ  $\beta^-$  toả ra nếu tính toán với các khối lượng nguyên tử là :

$$Q = [m_X - m_Y]c^2 \quad (2.14)$$

Q bao gồm động năng giật lùi của hạt nhân con (rất nhỏ) và động năng của electron và neutrino.

Với phóng xạ  $\beta^+$  ta có :

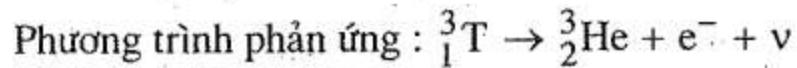
$$Q = [m_X - m_Y - 2m_e]c^2 \quad (2.15)$$

### 9. Bài tập ví dụ

#### Ví dụ 1

Tính năng lượng cực đại của electron phát ra trong phóng xạ  $\beta^-$  của hạt nhân triti  ${}_1^3T$ . Cho biết các khối lượng hạt nhân :  $m_T = 3,01604u$  và  $m_{He3} = 3,01603u$ .

*Giải :*



Năng lượng phản ứng :  $Q = c^2(m_T - m_{He}) = 0,0186 \text{ MeV}$ .

Nếu bỏ qua động năng giật lùi của hạt nhân con và nếu coi động năng của neutrino bằng 0 thì Q cũng là năng lượng cực đại của electron.

#### Ví dụ 2

Thay cho hệ quy chiếu (HQC) gắn với phòng thí nghiệm người ta hay dùng HQC có gốc là khối tâm G của hai hạt tương tác, là hạt đạn có khối lượng m, bắn vào hạt bia có khối lượng m'. Ta xét trường hợp đơn giản, bia đứng yên ( $v' = 0$ ), đạn có vận tốc v không đổi đối với hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm.

1. Chứng minh HQC (G) là hệ quán tính.
2. Chứng minh tổng động lượng của hệ "hạt + bia" bằng 0 trong HQC (G).
3. Xét trường hợp sau va chạm cả hai hạt đứng yên trong (G) : Chứng minh va chạm là *hoàn toàn mềm*, tính năng lượng mà đạn truyền cho bia.
4. Áp dụng : Bắn proton có khối lượng m và động năng 24 eV vào hạt nhân He đứng yên có khối lượng  $m' = 4m$ . Tính năng lượng hạt nhân nhận được.

*Giải :*

1. Khối tâm G có vận tốc (trong HQC phòng thí nghiệm) :

$$v_G = \frac{mv}{m+m'} = \text{const}, \text{vậy HQC (G) là quán tính.}$$

2. Trong HQC (G) đạn có vận tốc  $v_G^d = v - \frac{mv}{m+m'} = \frac{m'v}{m+m'}$ ,

bia có vận tốc  $v_G^b = -\frac{m}{m+m'}v$ .

Tổng động lượng trong HQC (G) là  $mv_G^d + m'v_G^b = 0$ .

3. Hai hạt đứng yên trong (G) thì tức là có cùng vận tốc  $v_a$  đối với HQC phòng thí nghiệm. Lí thuyết va chạm cho biết rằng đây là trường hợp va chạm hoàn toàn mềm. Năng lượng mà đạn truyền cho bia là cực đại và bằng :

$$W = \frac{m}{2}v^2 - \frac{m+m'}{2}v_G^2 = \frac{v^2}{2} \left( m - \frac{m^2}{m+m'} \right) = \frac{v^2}{2} \cdot \frac{mm'}{m+m'} = \frac{\frac{m}{2}v^2}{1 + \frac{m}{m'}}$$

4.  $\frac{m}{m'} = \frac{1}{4}$ . Vậy He nhận được năng lượng :  $W = \frac{24}{5} = 19,2 \text{ eV}$ .

### Ví dụ 3

Nhà vật lí Rutherford đã dùng hạt  $\alpha$  có khối lượng  $m$  và động năng 5 MeV bắn phá hạt nhân đồng có khối lượng  $M$  và đứng yên. Có trường hợp va chạm trực diện, hạt  $\alpha$  bật ngược lại với động năng 3,9 MeV. Dùng các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng cổ điển, tính tỉ số  $\frac{m}{M}$ .

*Giải :*

Gọi  $v$  và  $v'$  là vận tốc hạt  $\alpha$  trước và sau va chạm,  $V$  là vận tốc hạt nhân đồng sau va chạm.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :  $\frac{m}{2}(v^2 - v'^2) = \frac{M}{2}V^2$  (1)

Áp dụng định luật bảo động lượng :  $mv = MV - mv'$  (2)

$$\text{Từ (1) suy ra : } V^2 = \frac{m}{M} (v^2 - v'^2) \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) suy ra : } V = \frac{m}{M} (v + v') \quad (4)$$

$$\text{Bình phương (4) ta được : } V^2 = \left( \frac{m}{M} \right)^2 (v + v')^2 \quad (5)$$

$$\text{Từ (3) và (5) ta có : } \frac{m}{V} = \frac{v^2 - v'^2}{(v + v')^2} = \frac{v - v'}{v + v'} = \frac{1 - \frac{v'}{v}}{1 + \frac{v'}{v}} \quad (6)$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} W_d}, v' = \sqrt{\frac{2}{m} W'_d}$$

$$\text{Biết các động năng } W_d = 5 \text{ MeV}, W'_d = 3,9 \text{ MeV, ta có : } \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{W'_d}{W_d}} = 0,883$$

$$\text{Thay vào (6) ta được : } \frac{m}{M} = \frac{1 - 0,883}{1 + 0,883} = 0,062$$

*Chú ý :* Có thể kiểm nghiệm lại kết quả trên : hạt  $\alpha$  có  $m \approx 4$  u,  $^{63}\text{Cu}$  có  $M \approx 63$  u

$$\text{và } \frac{4}{63} = 0,063.$$

## II- HẠT SƠ CẤP

Vào những năm 30, có nhiều người đã nghĩ rằng vấn đề về cấu trúc cuối cùng của vật chất đã sắp được giải quyết, bởi vì khi đó người ta đã biết các nguyên tử đều được cấu tạo bởi electron, proton, neutron và từ năm 1905 đã phát hiện được sự tồn tại của phôtônen (lượng tử ánh sáng). Thế nhưng, khi nghiên cứu phân rã phóng xạ bêta người ta lại phát hiện thêm hạt neutrino. Tiếp theo, nhờ có các máy gia tốc hạt ngày càng hiện đại, bằng thực nghiệm, người ta lại đã phát hiện được rất nhiều hạt mới có tên và kí hiệu như : muôn ( $\mu$ ), piônen ( $\pi$ ), kaônen ( $K$ ), sigma ( $\Sigma$ ) v.v...

Người ta quy ước gọi các hạt nhỏ hơn hạt nhân nguyên tử là các hạt sơ cấp (đôi khi còn gọi là hạt cơ bản).

Không thể coi hạt sơ cấp là hạt nhỏ nhất tạo nên vật chất. Bởi vì, như sẽ thấy dưới đây, một số hạt vẫn thường được coi là hạt sơ cấp, thì đến nay, các kết quả nghiên cứu lại cho thấy chúng được cấu tạo từ những hạt khác nhỏ hơn.

### 1. Đặc trưng của các hạt sơ cấp

Mỗi hạt sơ cấp được đặc trưng bởi các đại lượng sau đây :

a) *Khối lượng nghỉ* : Được tính bằng  $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ . Phôtônen không có khối lượng nghỉ. Nôtrinô có khối lượng nghỉ  $< 20 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  theo một vài thí nghiệm, nên có thể coi như khối lượng nghỉ của nôtrinô bằng không. Hạt sơ cấp nặng nhất có khối lượng nghỉ cỡ  $2600 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ .

b) *Điện tích* : Một số hạt có điện tích bằng  $\pm e$  ( $e$  là điện tích nguyên tố). Vài hạt (gọi là cộng hưởng) có điện tích  $\pm 2e$ . Dưới đây ta sẽ nói tới các hạt quac, có điện tích  $\pm \frac{1}{3}e$  hoặc  $\pm \frac{2}{3}e$ .

c) *Spin* : Spin  $s$  là một đặc trưng lượng tử của các hạt sơ cấp, tương tự như sự tự quay, gây ra momen động lượng, momen này bị lượng tử hóa và bằng một số nguyên hoặc bán nguyên lần  $\hbar$  (với  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ). Những hạt có spin nguyên như phôtônen ( $s=1$ ) mêzôn ( $s=0$ ) gọi là *bôzôn* (vì tuân theo thống kê Bô-zơ – Anh-xtanh). Những hạt có spin bán nguyên như électron, nuclôn ( $s=\frac{1}{2}$ ) gọi là *fecmiôn* (vì tuân theo thống kê Féc-mi – Đি-rắc).

### d) *Thời gian sống trung bình*

Một số hạt không là bền mà phân rã giống như hạt nhân phóng xạ, với đặc trưng là thời gian sống trung bình  $\tau$  (xem mục I, (2.6)). Nôtron ở ngoài hạt nhân phân rã với  $\tau \approx 932$  s. Nhiều hạt là bền ( $\tau = \infty$ ) như électron, prôtônen, nôtrinô.

e) Momen từ  $\mu$  gắn với điện tích và spin (điện tích chuyển động sinh ra từ trường). Tuy nhiên neutron trung hoà vẫn có momen từ, vì nó có spin  $\frac{1}{2}$ . Nếu spin bằng 0 thì momen từ bằng 0.

Momen từ  $\vec{\mu}$  song song với spin  $\vec{S}$ , cùng chiều hoặc trái chiều (giá trị dương hoặc âm), và đo bằng đơn vị gọi là *manhêton Bo* ( $\mu_B$ ), xấp xỉ bằng momen từ của electron.

Ví dụ :  $\mu$  (prôtôn) =  $2,79\mu_B$ ;  $\mu$  (neutron) =  $-1,91\mu_B$ .

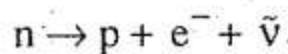
## 2. Tương tác giữa các hạt sơ cấp

### a) Phản hạt

Tất cả các hạt sơ cấp, trừ phôtônen, đều có phản hạt là một hạt có cùng khối lượng, spin như hạt sơ cấp, nhưng khác dấu điện tích và momen từ. Phản hạt đầu tiên phát hiện được là *pôzitron*, phản hạt của electron, do nhà vật lí Di-rắc tiên đoán năm 1930 và được thực nghiệm khẳng định hai năm sau đó. *Phản neutron*, kí hiệu  $\bar{n}$ , cũng không có điện tích như neutron ( $n$ ) nhưng có momen từ trái dấu.

### b) Sự sinh cặp và huỷ cặp

Các hạt sơ cấp có thể biến đổi thành hạt khác bằng phân rã hoặc do va chạm. Ta đã biết sự phân rã của neutron tự do :

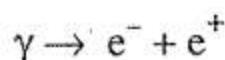


Nếu một hạt gặp phản hạt của nó thì lập tức huỷ thành hai phôtônen, sự kiện này gọi là *sự huỷ cặp*.

Ví dụ :  $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$

Ngược lại, có *sự sinh cặp* khi một phôtônen có năng lượng lớn hơn

$2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$  ( $m_e$  là khối lượng electron) va vào một hạt nhân :



*Chú ý* : Tất cả các biến đổi này đều tuân theo các định luật bảo toàn năng lượng, động lượng, điện tích... như các phản ứng hạt nhân.

Ngoài ra chúng còn tuân theo các định luật bảo toàn một số *lượng tử số* mới như :

– Số *barion B* :  $B = +1$  cho các *nuclôn* ;  $B = 0$  cho các *mêzon* và *leptôn*.

– Số *leptôn l* :  $l = +1$  cho các leptôn,  $l = 0$  cho tất cả các hadrôn.

Các phản hạt có các số barion hoặc leptôn ngược dấu với các hạt tương ứng.

### 3. Phân loại các hạt sơ cấp

Kể cả các phản hạt thì có hơn 100 hạt sơ cấp nên việc xếp loại không dễ.

Bảng dưới đây xếp loại các hạt theo thứ tự khối lượng tăng (trong mỗi nhóm chỉ kể vài hạt tiêu biểu, không ghi các phản hạt).

Nhóm	Hạt, kí hiệu	Khối lượng nghỉ	Điện tích	Spin	Bền hay không
Phôtônen	$\gamma$	0	0	1	Bền
Leptônen	Notrinô $\nu$	0	0	$\frac{1}{2}$	Bền
	Électron $e^-$	$0,511 \left( \frac{\text{MeV}}{c^2} \right)$	$-e$		Bền
	Muyônen $\mu$	105,7	$-e$		Không bền
Quac (sẽ giới thiệu sau)					
Mêzon	$\pi, K \dots$	$135 \div 500$	$\pm e, 0$	0	Không bền
Barion	Prôtônen $p$	938,3	$+e$	$\frac{1}{2}$	Bền
	Notron $n$	939,6	0		Không bền
	$\Lambda, \Sigma \dots$	$1\ 116 \div 1\ 197$	$\pm e, 0$		Không bền

*Mêzon* và *barion* gọi chung là *hadrôn* (hạt nặng), chúng được tạo nên từ các hạt quac (Xem mục 4). Còn các hạt ở phần trên của Bảng được coi là hạt điểm, không được tạo nên từ các hạt khác, nên có khi được gọi là hạt "cơ bản".

### 4. Hạt quac

Để giải thích được đặc trưng của tất cả các hadrôn, nhà vật lí Ghen-Man (Gell Mann) người Mĩ đã nêu lên mẫu các hạt quac. Có 6 hạt quac (và 6 phản quac). Các hạt này có một đặc trưng hơi kì lạ so với các hạt sơ cấp đã biết, vì chúng có điện tích là  $\pm \frac{1}{3}e$  hoặc  $\pm \frac{2}{3}e$ . 6 hạt quac có kí hiệu là u (up, trên), d (down, dưới), s (strange, lạ), c (charm, duyên), t (top, đỉnh), b (bottom, đáy).

Quac	u	d	c	s	t	b
Điện tích	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$

Các phản quac có điện tích ngược dấu. Tất cả các quac và phản quac đều có spin  $\frac{1}{2}$ .

Mỗi mêzon được cấu tạo từ một quac q và một phản quac  $\bar{q}$  :  $M = q\bar{q}$

Mỗi barion được cấu tạo từ ba quac :  $B = qqq$

Ví dụ : prôtôn p = uud, có điện tích  $\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)e = e$

notron n = udd, có điện tích  $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right)e = 0$

Chú ý : Các quac còn được gán một lượng tử số gọi là *màu* (xanh hoặc lơ, đỏ) nên lí thuyết về các quac có tên là *sắc động lực học lượng tử*, tương tự như điện động lực học lượng tử.

## 5. Tương tác cơ bản

Tất cả các hiện tượng vật lí đều có thể rút về bốn tương tác cơ bản sau.

a) *Tương tác hấp dẫn*, được mô tả bằng định luật万 vật hấp dẫn của Niu-ton. So với các tương tác khác, tương tác hấp dẫn là rất nhỏ.

b) *Tương tác điện từ*, là tương tác giữa các hạt mang điện. Cơ chế tương tác điện từ là sự trao đổi phôtôn giữa các hạt mang điện. Bán kính tác dụng của tương tác điện từ xem như lớn vô hạn. Tương tác điện từ lớn hơn tương tác hấp dẫn khoảng  $10^{37}$  lần.

c) *Tương tác yếu*, là tương tác làm cho các hạt bị phân rã. Chẳng hạn ta đã biết, phân rã  $\beta^-$  là do tương tác yếu giữa 4 hạt notron, prôtôn, electron và phản neutrino theo phương trình



Tương tác yếu có bán kính tác dụng cỡ  $10^{-18}$ m và cường độ nhỏ hơn tương tác điện từ  $10^{12}$  lần.

d) *Tương tác mạnh*, là tương tác giữa các nuclôn trong hạt nhân, tạo nên *lực hạt nhân*. Tương tác mạnh lớn hơn tương tác điện từ khoảng 100 lần và có bán kính tác dụng cỡ  $10^{-15}$ m (bằng kích thước hạt nhân).

Mỗi tương tác cơ bản có hạt truyền tương tác, gọi là *hạt trường*, thực hiện tương tác ấy. Tương tác điện từ có hạt trường là các phôtôん. Tương tác yếu có các hạt trường là các *bôzôn*  $W^-$ ,  $W^+$ ,  $Z^0$  có khối lượng khá lớn,  $81 \div 93 \text{ GeV}/c^2$ . Tương tác hấp dẫn có hạt trường là *graviton* có khối lượng bằng 0, chưa phát hiện được bằng thực nghiệm. Tương tác mạnh giữa các quac có hạt trường là *gluon*, cũng không có khối lượng nghỉ, không có điện tích như phôtôん, nhưng lại không tồn tại ở trạng thái tự do.

## 6. Bài tập ví dụ

### Ví dụ 1

Electron tự do (không chịu tác dụng lực nào) có thể phát ra hoặc hấp thu phôtôん được không?

*Giải :*

a) Kí hiệu phôtôん bằng chữ  $p_t$ , để khởi nhầm với kí hiệu  $\gamma$  dùng trong thuyết tương đối và kí hiệu  $p$  chỉ động lượng. Nếu có phản ứng :  $e^- \rightarrow e^- + p_t$  thì phôtôん có động lượng  $p = \frac{hf}{c}$  và electron phải có động lượng trực đối :  $p_e = \gamma m_e v$ , nghĩa là có năng lượng  $\gamma m_e c^2$ . Hệ ban đầu có năng lượng  $m_e c^2$ , về sau không thể có năng lượng  $\gamma m_e c^2 + hf > m_e c^2$ .

Vậy *electron tự do không phát ra phôtôん mà chỉ phát ra khi chịu lực*, tức là có *gia tốc*.

b) Giả sử có  $e^- + p_t \rightarrow e^-$ . Năng lượng ban đầu của hệ là  $\gamma m_e c^2 + hf$ . Tổng động lượng ban đầu sẽ bằng 0 nếu dùng hệ quy chiếu khối tâm, động lượng lúc sau của electron cũng bằng 0, nghĩa là electron có năng lượng nghỉ  $m_e c^2$ , bé hơn năng lượng ban đầu. Vậy *electron tự do không thể hấp thu phôtôん*. Chỉ khi nằm trong nguyên tử chẳng hạn thì nó mới có thể hấp thu phôtôん.

### Ví dụ 2

Phôtônen tự do có năng lượng lớn hơn  $2m_e c^2$  ( $m_e$  là khối lượng của electron và pôzitron) có thể biến thành cặp "electron + pôzitron" hay không (hiện tượng sinh cặp)?

*Giải :*

Tuy điều đó không vi phạm định luật bảo toàn năng lượng, nhưng dùng hệ quy chiếu khối tâm thì tổng động lượng của cặp  $e^-$ ,  $e^+$  bằng 0. *Phôtônen có động lượng*  $p = \frac{hf}{c}$  trong mọi hệ quy chiếu nên  $p$  không thể triệt tiêu, mà phải truyền cho một hạt nào đó. Sự sinh cặp chỉ xảy ra khi phôtônen đi sát một hạt nhân và truyền động lượng  $p$  cho hạt nhân ấy.

### Ví dụ 3

Hạt  $K^0$  đứng yên phân rã thành muôn  $\mu$  và phản muôn  $\bar{\mu}$ . Khối lượng nghỉ của  $K^0$  là  $498 \text{ MeV}/c^2$ , của mỗi hạt  $\mu$  là  $106 \text{ MeV}/c^2$ . Tính vận tốc của các hạt  $\mu$ . Trong trường hợp này có dùng được các công thức cổ điển hay không?

*Giải :*

Ta có phương trình :  $K^0 \rightarrow \mu + \bar{\mu}$

Sự phân rã này toả ra  $498 - 2.106 = 286 \text{ MeV}$  dưới dạng động năng của hai hạt muôn. Vì động lượng được bảo toàn (bằng 0) nên hai hạt muôn có động lượng bằng nhau (ngược chiều) và động năng bằng nhau.

$$W_{d\mu} = \frac{1}{2}.286 = 143 \text{ MeV}$$

Công thức liên hệ giữa động năng tương đối tính  $W_{d\mu}$  và năng lượng nghỉ  $W_{d\mu} = (\gamma - 1)m_\mu c^2 = (\gamma - 1)106 \text{ MeV}$

$$\text{Từ đó : } \gamma - 1 = 1,349 \Rightarrow \gamma = 2,349 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\text{Suy ra } v = 0,905c \approx 2,71 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Ta thấy động năng hạt muôn lớn hơn năng lượng nghỉ :  $143 > 106$  (MeV), do đó hạt là *tương đối tính*, nên nếu dùng công thức cổ điển  $W_d = \frac{1}{2}mv^2$  thì sẽ dẫn tới kết quả sai  $v = 1,6c > c$  (!)

## B. BÀI TẬP

**2.1.** Một hạt đotéri  ${}_1^2D$  có động năng 1,81 MeV tới bắn vào một hạt đotéri khác đứng yên. Sau phản ứng có xuất hiện một hạt prôtôn với động năng 3,5 MeV chuyển động theo phương vuông góc với phương tới của hạt đotéri và một hạt X.

1. Viết phương trình phản ứng hạt nhân và xác định hạt X.
2. Áp dụng công thức của thuyết tương đối, hãy tính khối lượng hạt X. So với kết quả thu được với trị số đúng của nó là  $2808,9 \text{ MeV}/c^2$ .
3. Tính năng lượng của phản ứng và động năng hạt X.

Cho biết khối lượng hạt đotéri và prôtôn tương ứng là  $1875,6 \text{ MeV}/c^2$  và  $938,3 \text{ MeV}/c^2$ .

**2.2.** Đồng vị  ${}_{11}^{24}\text{Na}$  của natri là chất phóng xạ, có chu kỳ bán rã 15 giờ. Đồng vị này được chế tạo bằng cách dùng neutron bắn phá các hạt nhân  ${}_{11}^{23}\text{Na}$ .

1. Viết phương trình phản ứng hạt nhân đó.
2. Một mẫu  ${}_{11}^{24}\text{Na}$  được bắn ra liên tục bởi một chùm neutron, nhờ đó mỗi giây tạo được  $10^{10}$  hạt nhân  ${}_{11}^{24}\text{Na}$ . Hãy chứng minh rằng, sau một thời gian, số hạt nhân phóng xạ  ${}_{11}^{24}\text{Na}$  trong mẫu đó không tăng nữa và đạt tới trị số giới hạn N. Hãy tính N. Giả thiết mẫu đó có khối lượng đủ lớn sao cho độ giảm tương đối của các hạt nhân  ${}_{11}^{23}\text{Na}$  trong mẫu có thể xem là không đáng kể.
3. Cho biết mẫu trên có khối lượng vài gam. Hãy xác minh lại tính đúng đắn của giả thiết nêu ra ở câu 2, nói rằng độ giảm tương đối của các hạt nhân  ${}_{11}^{23}\text{Na}$  trong mẫu xem như không đáng kể.

**2.3.** Đồng vị bitmut  ${}_{83}^{212}\text{Bi}$  có tính phóng xạ  $\alpha$ .

1. Viết phương trình phân rã phóng xạ. Xác định hạt nhân con X được sinh ra.

2. Tính động năng các hạt  $\alpha$  (anpha).
3. Thực nghiệm cho thấy 70% các hạt  $\alpha$  có năng lượng 6,09 MeV. Hãy giải thích sự sai biệt so với kết quả tính được ở câu 2. Năng lượng mất đi có thể chuyển hóa thành dạng gì ?
- Hãy xác minh dự đoán đó. Cho biết khối lượng các hạt nhân :
- $$m(\text{Bi}^{212}) = 211,9913\text{u} ; m(X) = 207,9830\text{u} ; m(\alpha) = 4,0015\text{u}.$$
- 2.4. Đ Đồng vị radி  $^{226}_{88}\text{Ra}$  phân rã phóng xạ  $\alpha$ .**
- Viết phương trình phân rã phóng xạ của radி và xác định hạt nhân con X. Tính năng lượng toả ra bởi sự phân rã của radὶ.
  - Tính động năng của các hạt  $\alpha$  và hạt X và tính vận tốc của chúng nếu xem rằng sự phân rã không kèm theo sự phát ra tia  $\gamma$ .
  - Thực nghiệm cho thấy động năng của hạt  $\alpha$  được sinh ra lại có những trị số rời rạc (lượng tử hoá). Hãy giải thích tại sao ?
  - Người ta khảo sát một mẫu radὶ nguyên chất có khối lượng 1 gam (mới được luyện xong, không có hạt nhân con).
    - Tính độ phóng xạ ban đầu của mẫu radὶ đó. Cho biết, chu kì bán rã của radὶ là  $T_1 = 1620$  năm.
    - Cho biết các hạt nhân con X vừa được tạo ra do phân rã phóng xạ của mẫu radὶ đó, lại phân rã với chu kì bán rã  $T_2 = 3,82$  ngày.

Sau vài tuần, người ta thấy khối lượng hạt X không thay đổi (xảy ra cân bằng phóng xạ). So sánh độ phóng xạ của radὶ và hạt X khi đó, và tính khối lượng hạt X cân bằng phóng xạ với mẫu radὶ nói trên.

Cho biết khối lượng của các hạt nhân :  $m(\text{Ra}) = 226,0245\text{u} ; m(\alpha) = 4,0015\text{u} ; m(X) = 222,0175\text{u}.$
- 2.5. Dùng hạt  $\alpha$  có vận tốc bằng  $v_\alpha$  phá hạt nhân  $^{14}_7\text{N}$  đang đứng yên tạo ra hạt prôtôn và hạt nhân X.**
- Hạt X bay theo trực vào tâm O của một vòng dây tròn bán kính  $R = 0,6\text{ m}$ , tích điện đều  $Q$ , ban đầu cách tâm O của vòng dây một đoạn  $l = 0,8\text{ m}$  và dừng lại ở tâm vòng dây.

Hạt prôtôn bay vào từ trường đều  $\vec{B}$ , vuông góc với trục vòng dây, có cảm ứng từ  $B = 0,4\text{T}$  thì quỹ đạo là đường định ốc với bán kính  $r = 0,45\text{ m}$  và bước của đường định ốc là  $h = 1,63\text{ m}$ .

Coi môi trường chỉ tác dụng lên một hạt. Tìm điện tích  $Q$  và vận tốc  $v_\alpha$ .

Cho biết khối lượng của các hạt nhân  $m(\alpha) = 4,0015\text{u}$ ;  $m(p) = 1,0073\text{ u}$ ;  $m(N) = 13,9992\text{u}$ ;  $m(X) = 16,9947\text{ u}$

**2.6.** Sự phóng xạ của muối radி là do sự phân rã tự phát của các nguyên tử radி : trung bình trong một năm, cứ 2300 nguyên tử thì có 1 nguyên tử bị phân rã.

1. Tính số nguyên tử phân rã trong 1 s, trong một mẫu radி có khối lượng 1 mg. Cho biết radி có  $A = 226$ .

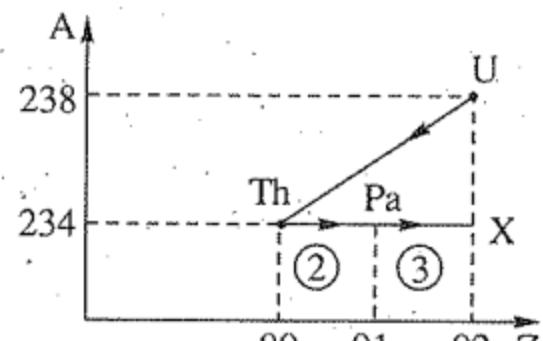
2. Trong sự phân rã phóng xạ, mỗi nguyên tử radὶ phát ra 4 hạt  $\alpha$  có khối lượng  $m_\alpha$  và điện tích  $q_\alpha$ . Toàn bộ số hạt  $\alpha$  phát ra từ mẫu nói trên được hứng hết vào một bản của tụ điện (có điện dung  $C = 8\text{ nF}$ ), bản kia của tụ điện được nối đất. Sau 1 giờ, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện đó là 21,1 V. Từ các trị số đó, hãy tính  $q_\alpha$ .

**2.7.** Các đồng vị phóng xạ đầu tiên của họ phóng xạ urani được cho trên sơ đồ hình 2.3, trong đó mũi tên chỉ sự phân rã phóng xạ ; U kí hiệu đồng vị urani, Th – đồng vị thori, Pa – đồng vị protactini.

1. Viết phương trình phản ứng phân rã tương ứng với các phân rã phóng xạ 1, 2, 3 trên sơ đồ. Xác định loại phóng xạ của mỗi sự phân rã và xác định hạt nhân X.

2. Trong sự phân rã 1, người ta nhận thấy một số hạt phát ra có động năng ban đầu  $4,147\text{ MeV}$ , và một số khác lại có động năng ban đầu  $4,195\text{ MeV}$ . Hãy giải thích các kết quả đó, người ta cũng quan sát được đồng thời có sự phát ra tia  $\gamma$ . Tính bước sóng tia  $\gamma$  đó. Giả thiết rằng sự giật lùi của hạt nhân thori không đáng kể.

**2.8.** Urani tự nhiên có chứa hai đồng vị :  $^{238}_{92}\text{U}$  (chiếm 99,3%) và  $^{235}_{92}\text{U}$  (chiếm 0,7%), nhưng chỉ có  $^{235}\text{U}$  là có thể bị phân hạch khi hấp thụ neutrôn. Một hạt nhân  $^{238}\text{U}$  hấp thụ 1 neutrôn (phản ứng 1), sinh ra hạt nhân X có tính



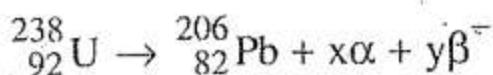
Hình 2.3

phóng xạ  $\beta^-$  (với chu kỳ bán rã  $T_1 = 23$  phút). Hạt nhân X phân rã, sinh ra hạt nhân neptuni (Np) (phản ứng 2) có tính phóng xạ  $\beta^-$  (với chu kỳ bán rã  $T_2 = 2,3$  ngày). Hạt nhân neptuni phân rã, sinh ra hạt nhân plutoni (phản ứng 3). Plutoni phân hạch và có tính phóng xạ với chu kỳ bán rã  $T_3 = 2,4 \cdot 10^4$  năm.

1. Viết các phản ứng hạt nhân 1, 2, 3.

2. Sau thời gian bao lâu thì 99% các chất hiện diện sẽ biến mất với từng loại phân rã xét riêng biệt (phản ứng 2, phản ứng 3 và phản ứng phân rã của plutoni). Từ đó có thể rút ra kết luận gì về sự điều chế và sử dụng plutoni ?

**2.9.** Urani 238 là nguyên tố khởi đầu của một họ phóng xạ, cuối cùng cho ra đồng vị bền của chì  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Các phân rã liên tục phát ra hạt  $\alpha$  hoặc hạt  $\beta^-$ . Tuổi thọ của các hạt nhân trung gian khá ngắn để người ta có thể bỏ qua sự hiện diện của chúng. Như vậy, sự phân rã có thể thu gọn trong một phản ứng duy nhất :



1. Hãy xác định x và y.

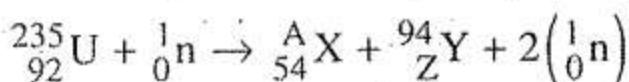
2. Giả thiết rằng, tại thời điểm  $t=0$ , khi đó quặng chứa urani được tạo thành, quặng này chưa chứa một hạt nhân nào của chì Pb206. Kí hiệu  $N_U(t)$  và  $N_{\text{Pb}}(t)$  tương ứng là số hạt nhân  $^{238}\text{U}$  và  $^{206}\text{Pb}$  vào thời điểm t.

a) Tính  $N_{\text{Pb}}(t)$  ở thời điểm t theo t,  $\lambda$ ,  $N_U(t)$  ( $\lambda$  là hằng số phóng xạ của U238 với chu kỳ bán rã  $T = 4,5 \cdot 10^9$  năm).

b) Xác định tuổi của quặng theo t và theo tỉ số  $\frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_U(t)}$  giả sử  $t \ll T$ .

*Áp dụng* : Ở thời điểm t, mẫu quặng chứa 1 g U238 và 10 mg chì. Tính tuổi của mẫu quặng.

**2.10.** Trong một lò phản ứng hạt nhân, năng lượng được sản xuất ra nhờ sự phân hạch của hạt nhân urani  $^{235}\text{U}$  theo phản ứng :



1. Viết lại đầy đủ phương trình phản ứng. Tính năng lượng toả ra do một hạt nhân U235 bị phân hạch, biết rằng độ hụt khối trong phản ứng là 0,00445u.

Năng lượng này dùng để cung cấp cho các neutron thứ cấp những động năng như nhau. Tính vận tốc của neutron thứ cấp.

2. Vận tốc của neutron thứ cấp là quá lớn (vì để có thể tiếp tục tạo nên sự phân hạch của urani thì vận tốc của neutron chỉ được vào cỡ vài km/s). Vì vậy người ta đã làm chậm các neutron này bằng cách cho chúng va chạm với các nguyên tử cacbon  $^{12}_6C$  có trong khối làm chậm neutron của lò. Biết các neutron này bắn vào các nguyên tử cacbon với vận tốc  $2 \cdot 10^7$  m/s. Sau khi va chạm, các hạt này chuyển động cùng phương và không có sự biến đổi thành hạt khác. Hãy tính vận tốc của các hạt sau khi va chạm. Nhận xét kết quả thu được.

3. Một neutron chậm có vận tốc  $2 \cdot 10^3$  m/s đã được hấp thụ bởi một hạt nhân  $^{238}_{92}U$  đứng yên.

a) Tính vận tốc của hạt nhân con.

b) Hạt nhân con sinh ra đó không bền, biến thành plutoni  $^{239}_{94}Pu$  và phát ra hai hạt X giống nhau. Viết phương trình phân rã và xác định hạt X.

Cho biết khối lượng neutron  $m_n = 1,009u$ ;  $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg

### 2.11. Đồng vị ôxi $^{14}_8O$ có tính phóng xạ $\beta^-$ .

1. Viết phương trình phân rã phóng xạ và xác định hạt nhân con.

2. Biết hiệu khối lượng hạt nhân ôxi  $^{14}O$  và hạt nhân con là  $5,62 \text{ MeV}/c^2$ , khối lượng hạt  $\beta^-$  là  $0,511 \text{ MeV}/c^2$ . Xem rằng động năng của hạt nhân con sau phân rã là không đáng kể. Hãy tính động năng cực đại và vận tốc tương ứng của hạt  $\beta^-$  khi hạt nhân con sinh ra ở trạng thái cơ bản.

3. Thực ra thì sự phân rã hạt nhân ôxi  $^{14}O$  đã tạo nên một hạt nhân con ở trạng thái kích thích. Vì vậy trong sự phân rã đó có phát ra một tia  $\gamma$  có bước sóng  $\lambda = 5,364 \cdot 10^{-13}$  m. Hãy tính độ chênh lệch mức năng lượng giữa trạng thái kích thích và trạng thái cơ bản của hạt nhân con. Tính động năng cực đại của hạt  $\beta^-$  trong trường hợp này.

### 2.12. Nếu chất phóng xạ 1 có chu kỳ bán rã $T_1$ rất lớn và phân rã thành chất 2, cũng là chất phóng xạ, nhưng có chu kỳ bán rã $T_2 \ll T_1$ thì người ta chứng minh được

rằng : nếu ban đầu chỉ có chất 1 thì ở thời điểm bất kì t, với  $T_2 < t < T_1$ , ta có cân bằng phóng xạ :  $\lambda_1 N_1 \approx \lambda_2 N_2$ . (1)

1. Nêu ý nghĩa vật lí của đẳng thức (1).

2. Rađi  $^{226}_{88}\text{Ra}$  là chất phóng xạ có chu kỳ bán rã  $T_{\text{Ra}}$  rất lớn. Nó phóng xạ ra hạt  $\alpha$  và biến thành radôn (kí hiệu  $\text{Rn}$ ), cũng là chất phóng xạ, với chu kỳ bán rã  $T_{\text{Rn}} \ll T_{\text{Ra}}$ . Người ta cho 1 gam rađi vào bình. Ban đầu trong bình không có radôn. Sau 1 năm, người ta hút lượng khí radôn trong bình ra để đo lường. Khối khí này có khối lượng  $m = 6,47 \cdot 10^{-6}$  gam, và có độ phóng xạ  $H = 1$  curi  $= 3,7 \cdot 10^{10}$  phân rã /giây. Còn khối lượng của rađi thì giảm không đáng kể.

a) Viết phương trình phân rã của rađi.

b) Tính các chu kỳ bán rã của rađi và radôn.

c) Thực tế số hạt nhân rađi có giảm. Tính số phần nghìn ( $\hat{E}$ ) độ giảm tương đối sau 1 năm.

d) Nếu không hút radôn sau 1 năm mà hút sau 2 năm (kể từ ban đầu) thì khối lượng radôn đo được là bao nhiêu ?

2.13.  $^{14}_6\text{C}$  có chu kỳ bán rã  $T = 5570$  năm. Tính niên đại của một cổ vật có hoạt độ phóng xạ bằng  $\frac{4}{5}$  hoạt độ của miếng gỗ cùng khối lượng còn tươi.

2.14. Hạt  $\pi$  đứng yên, có khối lượng nghỉ  $M$ , phân rã thành hạt  $\mu$  có khối lượng nghỉ  $m$ , và hạt neutrino  $\nu$  (giống phôtô, nghĩa là có khối lượng nghỉ gần bằng 0, và tốc độ gần bằng  $c$ ).

Tính : động lượng của hai hạt  $\mu$  và  $\nu$ , động năng và vận tốc của hạt  $\mu$ .

Áp dụng :  $M = 140$ ,  $m = 106 \text{ MeV}/c^2$ .

2.15. Trên Trái Đất, một chất phóng xạ có chu kỳ bán rã 21 tháng. Đặt một lượng chất ấy vào con tàu vũ trụ có vận tốc  $v = 0,9c$ .

a) Hỏi con tàu ở cách Trái Đất bao xa khi lượng chất chỉ còn một nửa ?

b) Nếu đúng lúc lượng chất chỉ còn một nửa, phi công dùng sóng vô tuyến điện báo về cho Trái Đất thì sau bao nhiêu thời gian kể từ lúc phóng con tàu Trái Đất nhận được tín hiệu ?

2.16. Một chất phóng xạ có số khối A bị phân rã  $\alpha$  và phát ra hai nhóm hạt  $\alpha$  với các động năng  $W_{d\alpha}$  và  $W'_{d\alpha}$ . Chứng minh rằng có tia gamma cùng phát ra, tính năng lượng của tia này.

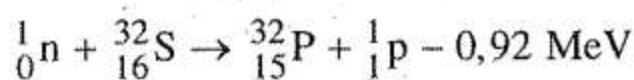
Áp dụng :  $^{212}\text{Bi}$  (bitmut) phân rã  $\alpha$  thành  $^{208}\text{Tl}$  (tali). Có ba nhóm tia  $\alpha$  với động năng :  $W_{d0} = 6,08 \text{ MeV}$ ;  $W_{d1} = 6,04 \text{ MeV}$ ;  $W_{d2} = 5,76 \text{ MeV}$ .

Tính năng lượng các phôtôん phát ra và các mức năng lượng kích thích của tali.

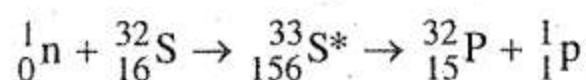
2.17. Theo Geiger, quãng đường  $l$  mà hạt  $\alpha$  đi được trong không khí ở điều kiện chuẩn liên hệ với vận tốc ban đầu  $v_0$  của nó bằng công thức  $l = av_0^3$ , hằng số  $a = 9,6 \cdot 10^{-28} \text{ s}^3/\text{cm}^2$ .

Bắn prôtôн (p) vào hạt nhân  $^9\text{Be}$  ta được hạt nhân X và có hạt  $\alpha$  phóng ra theo phương vuông góc với phương của đạn p và đi được 6,4 cm trong không khí ở điều kiện chuẩn. Phản ứng toả ra 2,28 MeV. Tính động năng của đạn p và của hạt nhân mới sinh.

2.18\*. Xét phản ứng thu năng lượng :



xảy ra ở năng lượng ngưỡng  $W_{d\min} = 0,95 \text{ MeV}$ . Ta có thể coi như khâu trung gian là sự tạo thành *hạt nhân phức hợp* ở trạng thái kích thích :



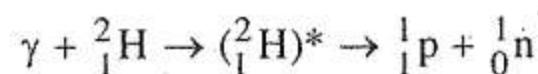
Biết rằng các hạt sinh ra có cùng một vận tốc. Tính :

1. Động năng của  ${}_{16}^{33}\text{S}^*$  (dấu sao chỉ trạng thái kích thích).

2. Động năng của từng hạt sinh ra.

Khối lượng nghỉ của  ${}_{156}^{33}\text{S}^*$  có thể coi như bằng khối lượng nghỉ của  $m({}_{156}^{33}\text{S})$  vì khối lượng ứng với năng lượng kích thích cực kì nhỏ.

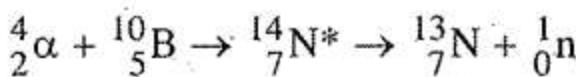
2.19\*. Xét phản ứng phức hợp do tia  $\gamma$  có năng lượng cỡ MeV gây ra :



Tính : 1. Năng lượng của phản ứng, phản ứng thuộc loại gì ?

2. Năng lượng ngưỡng của tia  $\gamma$  (lập luận với hạt nhân trung gian). Biết  $m(^2_{\text{He}}) = 1875,6 \text{ MeV}/c^2$ .

2.20\*. Xét phản ứng phức hợp :



Hạt  $\alpha$  có năng lượng 1,83 MeV.

1. Tính năng lượng kích thích của  ${}^{14}N^*$ .

2. Giả thiết động năng của  ${}^{14}N^*$  bị tiêu tán trước khi nó phân rã, tính động năng của các hạt cuối.

Cho biết :  $m_\alpha = 3727,4 \text{ MeV}/c^2$ ;  $m_B = 9324,5 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_n = 939,6 \text{ MeV}/c^2$ ;  
 $m({}^{14}N) = 13040 \text{ MeV}/c^2$ ;  $m({}^{13}N) = 12111 \text{ MeV}/c^2$ .

Khối lượng nghỉ của  $({}^{14}N)^*$  tính gần đúng như của  ${}^{14}N$ .

2.21\*. *Va chạm dàn hồi* là va chạm mà các hạt trước và sau giống nhau. Khối lượng nghỉ không đổi, động năng (tương đối tĩnh) được bảo toàn giống như động năng cổ điển được bảo toàn trong va chạm cổ điển.

Hạt 1 có khối lượng  $m$  và động lượng  $\vec{p}$  va chạm dàn hồi vào hạt 2 giống nó nhưng đứng yên.

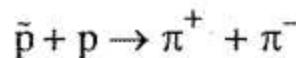
1. Chứng minh rằng nếu sau va chạm hai hạt có độ lớn vận tốc bằng nhau thì các vectơ vận tốc này đối xứng đối với phương của hạt tới.

2. Tính góc  $\alpha$  giữa hai vectơ ấy theo động năng  $W_d$  và năng lượng nghỉ  $E_0 = mc^2$  của hạt tới.

Nhận xét có gì khác so với va chạm cổ điển ?

3. Áp dụng cho prôtôn có  $W_d = 437 \text{ MeV}$ ,  $E_0 = 938 \text{ MeV}$ . Tính góc  $\alpha$ .

2.22\*. *Xét một va chạm không dàn hồi*: Dùng hạt phản prôtôn  $\bar{p}$  bắn vào hạt prôtôn đứng yên, ta thu được các hạt  $\pi^+$  và  $\pi^-$ :



Người ta đo được (với sai số vài phần trăm) các động lượng như sau :

Hạt 1 ( $\tilde{p}$ )	Hạt 2 ( $p$ )	Hạt 3 ( $\pi^+$ )	Hạt 4 ( $\pi^-$ )
Động lượng (MeV/c) 1970	0	1588	1390

Khối lượng nghỉ của  $p$  là  $938,3 \text{ MeV}/c^2$ , của  $\pi$  là  $139,6 \text{ MeV}/c^2$ . Va chạm này làm tăng (hay giảm) bao nhiêu năng lượng nghỉ của hệ. Độ tăng (hay giảm) này chuyển thành cái gì ?

2.23\*. Dùng hạt đوتôn D (tức là hạt nhân của đotêri  $^2_1D$ , hay  $^2_1H$ ) có động năng  $W_{dD} = 1,8 \text{ MeV}$  bắn vào đوتôn đứng yên, có prôtône p bay ra với động năng  $W_{dp} = 3,5 \text{ MeV}$  theo phương vuông góc với phương của đạn, và có tritôn T (tức là hạt nhân của triti  $^3_1T$ , hay  $^3_1H$ ) bay ra theo phương làm với phương của đạn một góc  $\alpha$ .

1. Tính khối lượng nghỉ và động năng của tritôn.

2. Tính góc  $\alpha$ . Phản ứng này thu hay toả ra bao nhiêu năng lượng ?

Cho :  $m_p = 938,3 \text{ MeV}/c^2$ ;  $m_D = 1875,6 \text{ MeV}/c^2$ .

Hãy dùng các công thức : a) tương đối tính ; b) cổ điển. Áp dụng công thức vật lí cổ điển có đủ chính xác hay không ?

2.24\*. Trong phản ứng phân hạch dây chuyền, nếu  $n_p$  là số nôtron thế hệ p, và  $n_{p+1}$  là số nôtron thế hệ  $p + 1$  thì  $k = \frac{n_{p+1}}{n_p}$  gọi là *hệ số nhân nôtron*. Gọi T là thời gian trung bình giữa việc sinh hai thế hệ liên tiếp (T rất nhỏ).

1. Tìm định luật biến thiên của số nôtron  $n(t)$  theo k, T và  $n_0 = n(0)$ . Vẽ dạng đường cong biểu diễn  $n(t)$ .

2. Cho  $T = 0,001\text{s}$ ;  $k = 1,005$ . Sau 1s, 2s, số nôtron tăng lên bao nhiêu lần ?

2.25\*. 1. Nôtron sinh ra trong sự phân hạch là *nôtron nhanh* (có động năng cỡ MeV). Để làm chậm nôtron người ta cho nó va chạm với những hạt nhân của chất làm chậm. Giả sử m và v là khối lượng và vận tốc của nôtron, M là khối lượng của hạt nhân chất làm chậm (coi như đứng yên). Coi va chạm là đòn hồi

và trực diện, hãy tính tỉ lệ động năng còn lại của neutron,  $r = \frac{W_d}{W_{d_0}}$  sau mỗi va chạm,  $W_{d_0}$  là động năng trước va chạm,  $W_d$  là động năng sau va chạm.

2. *Neutron nhiệt* là neutron chạm có động năng cỡ  $kT$ ,  $T$  là nhiệt độ khoảng 300 K,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  là hằng số Bôn-xơ-man. Tính số va chạm cần thiết để neutron có động năng ban đầu 2 MeV trở thành neutron nhiệt nếu chất làm chậm là hạt nhân của :

a) Graphit  $^{12}_6\text{C}$ .

b) Đotéri  $^2_1\text{D}$  trong nước nặng  $\text{D}_2\text{O}$ .

2.26. 1. Biết năng lượng liên kết riêng của  $\text{U}^{235}$  là 7,4 MeV, của các hạt nhân nặng trung bình là 8,2 MeV, tính năng lượng  $Q$  của sự phân hạch.

2. Lí thuyết về sự phân hạch cho rằng hạt nhân  $\text{U}^{235}$  khi thu nhận neutron thì bị kích thích, và mới đâu chia thành hai hạt nhân trung gian ở cách nhau một khoảng  $d$  xấp xỉ bằng tổng bán kính hai hạt nhân ấy :  $d = R_1 + R_2 = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ .

Khi ấy lực hạt nhân không tác dụng nữa, mà lực Cu-lông làm hai hạt nhân trung gian bật ra ; trong quá trình bật ra này chúng phân rã thành các hạt nhân sản phẩm của sự phân rã và một số neutron. Để đơn giản, cho rằng hai hạt nhân trung gian giống nhau, tính thế năng ban đầu  $U$  của chúng. So sánh  $U$  và  $Q$ , ta có thể nói gì về năng lượng của sự phân hạch. Tính vận tốc của hai hạt nhân trung gian.

2.27. Hạt nhân  $^{235}_{92}\text{U}$  bắt neutron và phân hạch. Các sản phẩm liên tiếp đều phân rã  $\beta^-$  cho đến hai hạt nhân bền cuối cùng là  $^{143}_{60}\text{Nd}$  và  $^{90}_{40}\text{Zr}$ .

1. Viết phương trình tổng thể của sự phân hạch.

2. Tính năng lượng mà sự phân hạch này tỏa ra, biết các khối lượng nguyên tử :

$$^{235}_{92}\text{U} = 235,0439 \text{ u} ; \quad ^{143}_{60}\text{Nd} = 142,9098 \text{ u} ; \quad ^{90}_{40}\text{Zr} = 89,9047 \text{ u} ; \quad m_n = 1,0087 \text{ u}.$$

# Chủ đề 3

## CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

### A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

#### I - GIẢ THUYẾT ĐƠN BROS

##### 1. Lưỡng tính sóng - hạt của ánh sáng

Năm 1905, nhà bác học Anh-xanh, người Đức, là người đầu tiên vận dụng giả thuyết về lượng tử năng lượng của Plăng để giải thích các định luật quang điện. Ông coi chùm sáng như một dòng hạt và gọi mỗi hạt là một phôtô, một phôtô ứng với một lượng tử năng lượng.

Như vậy ánh sáng và bức xạ điện từ nói chung, có lưỡng tính sóng - hạt. Trong các hiện tượng như giao thoa, nhiễu xạ thì ánh sáng biểu hiện như một sóng. Nhưng ta phải gán cho ánh sáng các tính chất hạt để giải thích một số quan sát thực nghiệm như hiện tượng quang điện, hiệu ứng Com-ton. Cần nhận thức rõ ràng rằng, sự phân biệt giữa sóng và hạt chỉ ở trong chừng mức mà sóng và hạt cũng chỉ là hai dạng truyền năng lượng mà thôi. Hạt cổ điển là một đối tượng vật chất có vị trí, xung lượng, động năng, khối lượng và điện tích; còn sóng lại có bước sóng, tần số, vận tốc, biên độ, cường độ, năng lượng và xung lượng. Sự khác nhau chủ yếu giữa sóng và hạt là ở chỗ: một hạt có thể được định xứ trong không gian, còn sóng thì lại trải dài và lan rộng, do đó nó chiếm một khoảng không gian rộng lớn.

##### 2. Mẫu nguyên tử Bo

a) Năm 1913, khi vận dụng giả thuyết lượng tử của Plăng để giải thích sự tạo thành quang phổ vạch của nguyên tử đơn giản nhất, là nguyên tử hidrô, nhà vật lí Bo đã bổ sung vào mẫu nguyên tử của Rutherford (mẫu hành tinh) ba giả thuyết gọi là các *tiên đế Bo*, trong đó ngoài các tiên đế về trạng thái dừng (Xem SGV Vật lí 12 Nâng cao), về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng, còn có tiên đế sau.

Trong trạng thái dừng, electron chuyển động trên các quỹ đạo tròn (gọi là quỹ đạo dừng) sao cho momen động lượng  $L$  của nó bằng một số nguyên lần hằng số

$$\text{Plăng rút gọn: } \hbar = \frac{\hbar}{2\pi} : L = n\hbar.$$

với  $n = 1, 2, 3\dots$  gọi là *số lượng tử chính*.

Từ đó ông đã tính được bán kính của quỹ đạo dừng :

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{kme^2} = n^2 r_0, r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \text{ gọi là bán kính Bo}$$

(với  $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ ; e và m tương ứng là điện tích và khối lượng của electron) và đã tìm được biểu thức của năng lượng nguyên tử hiđrô (bao gồm động năng của electron và thế năng tương tác giữa electron và hạt nhân) :

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{k^2 me^4}{2\hbar^2} = -\frac{Rhc}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} (\text{eV}) \quad (3.1)$$

c là tốc độ ánh sáng ; R là hằng số Ritbe ( $R = 1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ ). (Năng lượng của nguyên tử hiđrô có giá trị âm do quy ước chung về năng lượng của hai vật hút nhau).

b) Từ biểu thức của năng lượng nguyên tử hiđrô, người ta đã tìm được bước sóng  $\lambda$  của các vạch quang phổ nguyên tử hiđrô phù hợp với thực nghiệm, tính theo công thức :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ với } m = n + 1, n + 2, \dots \quad (3.2)$$

c) Tuy nhiên, mẫu nguyên tử Bo có những nhược điểm

Nhược điểm dễ thấy là nó không nhất quán, vừa thừa nhận các tiên đề có tính chất lượng tử, vừa tiếp tục sử dụng Cơ học cổ điển để tính toán các đại lượng. Nó sử dụng tương tác Cu-lông của Điện động lực học cổ điển nhưng lại bác bỏ quy luật bức xạ của thuyết này. Nhưng nghiêm trọng hơn là nó không giải thích được quang phổ của nguyên tố tiếp ngay sau hiđrô, là heli, có hai electron, chưa nói đến các nguyên tố có nhiều electron hơn. Để khắc phục các nhược điểm và hạn chế của mẫu nguyên tử Bo, cần xây dựng một thuyết vật lí mới, "cách mạng" hơn.

### 3. Giả thuyết Đơ Broi

#### a) Giả thuyết Đơ Broi

Thành công và hạn chế của mẫu nguyên tử Bo đã làm cho các nhà bác học cảm thấy rằng để giải thích thế giới vi mô cần xây dựng một lí thuyết mới, trong đó tính chất lượng tử của đối tượng vi mô được khai thác triệt để hơn, nhất quán hơn.

Một hướng đi mới là của nhà vật lí học Pháp Đơ Broi (De Broglie, 1891 – 1987), ông chú ý đến tính chất đối xứng của vật chất. Vật chất có hai dạng là *chất* (các hạt) và *trường* (sóng). Ánh sáng mà trước đây ta cho là có bản chất sóng, đặc trưng bởi bước sóng  $\lambda$  hoặc tần số  $f = \frac{c}{\lambda}$ , thì nay ta biết rằng nó cũng có bản chất hạt (phôtô) ; phôtô có năng lượng  $E = hf$ ,  $h$  là hằng số Pläng, nó cũng có xung lượng (động lượng)  $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$ .

Nếu vậy thì các hạt (nguyên tử, hạt nhân, electron...) cũng đồng thời phải có tính chất sóng. *Vật chất nói chung có luồng tính sóng – hạt.*

Từ đó, Đơ Broi nêu lên giả thuyết sau đây :

*Một hạt chất có động lượng  $\vec{p}$  luôn luôn gắn với một sóng có bước sóng :*

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (3.3)$$

$$\text{lan truyền theo hướng của } \vec{p} \text{ và có tần số } f = \frac{E}{h}. \quad (3.4)$$

Hệ thức (3.3) kết hợp bước sóng  $\lambda$ , đặc trưng của sóng với động lượng  $p$ , đặc trưng của hạt ; sự kết hợp được thực hiện nhờ hằng số Pläng là đặc trưng của thế giới vi mô,  $\lambda$  gọi là *bước sóng Đơ Broi*.

Các công thức (3.3) và (3.4) là các công thức về phôtô nay mở rộng cho hạt thông thường.

*Chú ý :* Sóng Đơ Broi khác hẳn sóng điện từ. Sóng điện từ là thực thể vật lí, thể hiện bằng điện trường  $\vec{E}$  và từ trường  $\vec{B}$  có thể đo được bằng máy. Còn bản chất của sóng Đơ Broi thì sau nhiều năm tranh luận vẫn chưa rõ. *Máy chỉ phát hiện được dạng hạt của electron nguyên vẹn, không phát hiện được gì về sóng của nó.* Tuy vậy sự tồn tại của sóng này đã được khẳng định bởi nhiều thí nghiệm.

Sự khác nhau giữa sóng điện từ và sóng Đơ Broi còn ở chỗ : với sóng điện từ, ta có  $\lambda f = c$  nên từ một đặc trưng sóng  $\lambda$  (hoặc  $f$ ) ta suy ra cả hai đặc trưng hạt là  $E = hf$  và  $p = \frac{h}{\lambda}$ , còn với hạt (có vận tốc bé hơn  $c$ , nếu chỉ biết  $E$  thì

suy ra đặc trưng sóng  $f = \frac{E}{h}$ , nhưng chưa biết  $\lambda$ ; còn nếu chỉ biết  $p$  thì suy ra

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ nhưng chưa biết } f.$$

### b) Kiểm chứng thực nghiệm giả thuyết Đơ Broi

Các hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ là đặc trưng của sóng. Năm 1926, hai nhà vật lí Mī Davitxon và Giecme đã rọi một chùm electron vào mặt một tinh thể kẽm và thu được trên phim ảnh những vết hợp thành ảnh giao thoa giống như ảnh giao thoa của tia X là sóng điện từ. Vậy electron cũng có tính chất sóng.

Ta cũng có thể cho một chùm electron có động lượng  $p$  đập vào một màn chắn có khoét một khe hẹp bề rộng  $a$  (Hình 3.1); trên màn huỳnh quang ta thu được ảnh nhiễu xạ giống như trường hợp ánh sáng nhiễu xạ qua khe hẹp. Vân sáng là nơi có nhiều electron đập vào, vân tối là nơi không có electron đập vào. Nếu áp dụng công thức quang học về một nửa bề rộng của vân sáng trung tâm :

$$\sin\alpha_0 = \frac{\lambda}{a} \quad (3.5)$$

thì tính được  $\lambda$ , giá trị này bằng giá trị tính từ hệ thức Đơ Broi (3.3). Như vậy giả thuyết Đơ Broi đã được xác nhận : hạt chất cũng đồng thời là sóng, sóng này được gọi là *sóng Đơ Broi*.

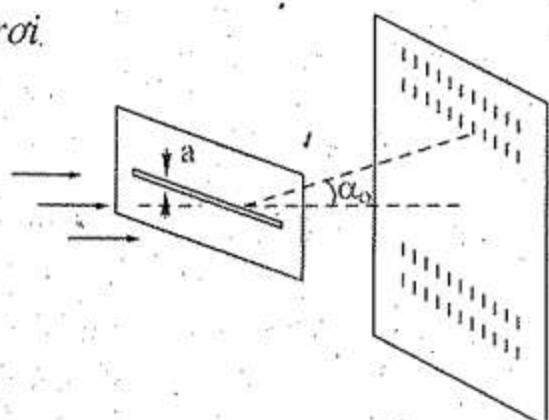
### 4. Cõi của bước sóng Đơ Broi

Hạt nào cũng gắn với một sóng Đơ Broi, nhưng bước sóng của hạt rất khác nhau.

a) *Hạt vi mô* : Tuy hằng số Plăng rất nhỏ ( $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J.s), nhưng hạt vi mô có khối lượng cũng rất nhỏ (ví dụ khối lượng của electron là  $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg). Vì vậy, nếu electron chuyển động với tốc độ cõi  $10^7$  m/s thì

$$\text{bước sóng của electron có cõi } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{10^{-34}}{10^{-31} \cdot 10^7} = 10^{-10} \text{ m. Đây là cõi}$$

bước sóng của tia X, nghĩa là có thể phát hiện được. Tốc độ  $10^7$  m/s tuy rất lớn, nhưng lại phổ biến với hạt vi mô.



Hình 3.1

b) *Hạt vĩ mô*: Dù là hạt nhỏ nhất, ví dụ một hạt cát, nhưng cũng có khối lượng tương đối lớn (chẳng hạn, hạt cát có khối lượng  $m = 10^{-6}$  kg). Hạt vĩ mô chỉ có thể có tốc độ nhỏ. Giả sử tốc độ của hạt bằng  $10^3$  m/s (là tốc độ khó đạt được), khi đó, bước sóng Đơ Broi có cỡ :

$$\frac{h}{mv} = \frac{10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^3} = 10^{-31} \text{m}$$

Bước sóng này quá nhỏ, không có dụng cụ nào có thể phát hiện được. Với các vật vĩ mô lớn hơn như viên đạn, ô tô... thì bước sóng Đơ Broi còn nhỏ hơn nữa, nên thực tế *sóng Đơ Broi* chỉ có ý nghĩa đối với *hạt vĩ mô*, *sóng Đơ Broi* gắn với vật vĩ mô là không tồn tại.

## II – KHÁI NIỆM VỀ CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

### 1. Ý nghĩa thống kê của sóng Đơ Broi. Hàm sóng

a) *Giả thuyết Đơ Broi* là khởi đầu cho một giai đoạn mới của Vật lí học. Những công trình của các nhà vật lí Sô-rô-đin-gơ (Schrodinger), Pao-li (Pauli), Dirac (Dirac) v.v ... đã dẫn tới việc xây dựng một cơ học mới gọi là Cơ học sóng hay Cơ học lượng tử.

Cơ học lượng tử là một bộ phận của lí thuyết lượng tử. Cơ học cổ điển (Cơ học Niu-ton) chỉ đúng cho thế giới vĩ mô. Đối với thế giới vi mô (các đối tượng như phân tử, nguyên tử, hạt nhân, hạt sơ cấp...), phải áp dụng các định luật của Cơ học lượng tử, trong đó hằng số Plang đóng vai trò chủ yếu. Nhưng nếu cho hằng số này tiến tới 0 thì các công thức của Cơ học lượng tử chuyển thành các công thức cổ điển. Như vậy *Cơ học cổ điển là trường hợp riêng của Cơ học lượng tử*.

Các khái niệm quen thuộc của Cơ học cổ điển không thể áp dụng nguyên vẹn cho thế giới vi mô. Electron chẳng hạn không hoàn toàn là hạt nên nó không có quỹ đạo xác định khi tính chất sóng của nó nổi bật hơn tính chất hạt. Các electron chuyển động quanh hạt nhân không phải trên các đường tròn (quỹ đạo dừng của Bohr), mà vì là sóng, ở điểm nào chúng cũng có thể có mặt với một xác suất nhất định.

b) Tiếp tục nghiên cứu sóng Đơ Broi, các nhà bác học đã thấy rằng có thể diễn tả nó bằng một hàm phức  $\psi(x, y, z, t)$ , gọi là *hàm sóng*, không trực tiếp có ý nghĩa vật lí, mà chỉ bình phương module  $|\Psi|^2$  có ý nghĩa là xác suất X, để thấy electron ở điểm x, y, z và thời điểm t.

Giả sử tại điểm M,  $X = 0,5$  chẳng hạn, có nghĩa là nếu xét một số rất lớn trường hợp giống nhau thì khoảng  $1/2$  trường hợp ta tìm thấy hạt ở điểm M. Nghiên cứu hàm sóng của electron trong nguyên tử H, ta có thể vẽ quanh protôn một hình như hình 3.2, có dạng đám mây bao gồm các điểm có  $X \geq 9/10$ . Hình đó, trong hóa học gọi là *obitan* và có các dạng khác nhau tuỳ theo trạng thái của electron. Electron chủ yếu nằm trong obitan đó. Nhưng cần nhớ rằng : vẫn có khả năng ( $\approx 1/10$  số trường hợp) electron không ở đó. Nếu gọi một cách hình ảnh obitan là "đám mây electron" thì chú ý rằng *ta không bao giờ phát hiện được một đám mây ấy mà chỉ phát hiện được electron toàn vẹn.*



Hình 3.2

Chỗ sẫm hơn là chỗ có xác suất lớn hơn

c) Một điều quan trọng là *hàm sóng dẫn một cách tự nhiên đến việc lượng tử hóa các đại lượng vật lí trong thế giới vi mô*

Trong mẫu nguyên tử Bo, sự lượng tử hóa của momen động lượng L của electron, (tức là L chỉ có những giá trị gián đoạn) là một tiên đề không giải thích được mà phải chấp nhận :

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, \text{ trong đó } n \text{ là một số nguyên dương } n = 1, 2, 3, \dots, \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

gọi là hằng số Plăng rút gọn.

Cơ học lượng tử giải thích sự lượng tử hóa này như sau :

Electron là sóng chuyển động quanh protôn. Ở trạng thái ổn định thì sóng này phải là *sóng dừng*, nghĩa là chiều dài của bán kính Bo  $2\pi r$  phải chứa một số nguyên lần bước sóng Đơn Broi của electron.

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mv}$$

$$\text{Suy ra : } L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (3.6)$$

d) *Ta xét một ví dụ khác về lượng tử hóa năng lượng*

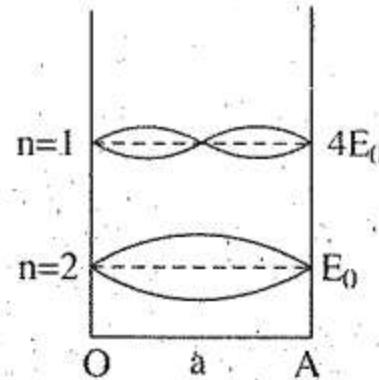
Nếu một hạt tự do (có năng lượng E = const, và thế năng lấy bằng 0) chuyển động giới hạn trong phạm vi OA = a, thì ta nói rằng nó chuyển động trong một giếng thế có bờ rộng a và thành cao vô cùng (Hình 3.3).

Theo Cơ học cổ điển thì năng lượng E của hạt có thể có bất kỳ giá trị nào và ta nói E có phổ liên tục.

Theo Cơ học lượng tử thì khác. Hạt còn là sóng, sóng phản xạ lên hai thành và chỉ ổn định nếu là sóng dừng (tương tự như sóng trên dây đàn có hai đầu cố định là nút). Điều kiện để có sóng dừng là :  $a = n \frac{\lambda}{2}$ ,

$\lambda$  là bước sóng, n là số nguyên dương 1, 2...

Thay  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$ , ta có các giá trị khả dĩ của E :



Hình 3.3

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} \text{ hay } E_n = n^2 E_0, \text{ với } E_0 = \frac{h^2}{8ma^2} \quad (3.7)$$

Một lần nữa ta thấy năng lượng bị lượng tử hóa, n gọi là lượng tử số chính. Mức thấp nhất là  $E_0$  chứ không phải là 0. Bước sóng bị lượng tử hóa theo công thức :  $\lambda = \frac{1}{n} \lambda_0 = \frac{1}{n} 2a$ .

Khoảng cách giữa hai mức liền kề là :

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = (2n + 1)E_0$$

Tỉ số : 
$$\frac{\Delta E}{E_n} = \frac{2n + 1}{n^2}$$

Với n rất lớn thì tỉ số này rất nhỏ, nghĩa là các mức năng lượng xít gần nhau, hầu như liên tục như trong Cơ học cổ điển. Suy rộng điều này, Bo đã phát biểu *nguyên lý tương ứng* : Với các giá trị rất lớn của lượng tử số thì kết quả của Cơ học lượng tử tương ứng (phù hợp) với kết quả của Cơ học cổ điển.

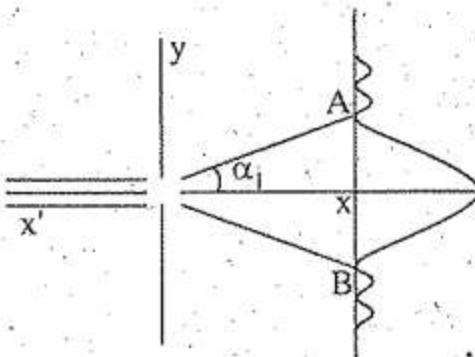
## 2. Hệ thức bất định Heisenberg

Trong Cơ học cổ điển về nguyên tắc bao giờ cũng có thể xác định chính xác đồng thời cả vị trí lẫn vận tốc (hoặc động lượng) của một hạt. Nếu độ chính xác chưa cao thì chỉ là do dụng cụ chưa hoàn hảo, nếu cải tiến dụng cụ thì sẽ nâng được độ chính xác.

Nhưng trong thế giới vi mô, phép đo bao giờ cũng ảnh hưởng đến đối tượng vi mô, làm biến đổi trạng thái của nó, nên phép đo có những bất định về nguyên tắc không thể khử hết được. Người ta cố gắng tìm một giá trị gần đúng của những độ bất định ấy.

### a) Hệ thức bất định liên hệ toạ độ và động lượng

Ta nhắc lại thí nghiệm về nhiễu xạ ánh sáng. Cho một chùm sáng song song đi qua một khe hẹp thì ánh sáng bị nhiễu xạ (Hình 3.4). Trên màn ta thấy phần lớn ánh sáng tập trung ở giải AB, nhưng khoảng 15% ánh sáng tạo thành các vân sáng tối ở hai bên. Dải sáng giữa được giới hạn bởi góc  $2\alpha_1$ , với  $\alpha_1 \approx \frac{\lambda}{a}$ ,  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng và  $a$  là bề rộng của khe.



Hình 3.4

Nếu thay chùm sáng bằng chùm electron thì hình nhiễu xạ trên màn huỳnh quang giống hệt như hình nhiễu xạ ánh sáng, một lần nữa chứng tỏ electron cũng có tính sóng. Nhưng khi đập vào màn thì nó là hạt toàn vẹn.

Electron ban đầu đi theo hướng  $x'x$ , sau khi đi qua khe lệch với  $x'x$  một góc  $\alpha$ . Nghĩa là động lượng của nó có cả thành phần  $p_x$  và thành phần  $p_y$ :

$$p_y = p \sin \alpha \approx p \alpha \quad (3.8)$$

$\alpha$  và  $p_y$  có những giá trị khác nhau với các electron khác nhau, ta nói chúng có những độ bất định  $\Delta\alpha$  và  $\Delta p_y$ . Ta lấy gần đúng giới hạn dưới của  $\alpha$  là góc  $\alpha_1$  ứng với mép của dải sáng. Ta có :

$\Delta\alpha \approx \alpha_1$  ( $\Delta\alpha$  tiến đến gần bằng  $\alpha_1$ ) hay  $\Delta\alpha \approx \frac{\lambda}{a}$ ,  $\lambda$  ở đây là bước sóng Đơ Broi của electron.

Từ (3.8) ta có  $\Delta p_y = p \Delta\alpha \approx p \frac{\lambda}{a}$ . Thay  $p = \frac{h}{\lambda}$  và, nhận xét rằng bề rộng  $a$  của khe chính là độ bất định  $\Delta y$  về toạ độ  $y$ , ta đi tới hệ thức liên hệ  $\Delta y$  và  $\Delta p_y$ :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \approx h \quad (3.9)$$

Với các toạ độ  $x$  và  $z$  ta có tương tự :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h \quad (3.10)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \approx h \quad (3.11)$$

Các hệ thức (3.9, 3.10, 3.11) gọi là các *hệ thức bất định Hai-xen-béc* và có ý nghĩa rất lớn trong Cơ học lượng tử.

Ta không đo được đồng thời  $y$ ,  $p_y$  thật chính xác không phải vì dụng cụ chưa đủ chính xác mà do bản chất vi mô của đối tượng. Muốn đo  $y$  của electron chẳng hạn thì ta phải cho electron đi qua khe  $a$ , nhưng động tác này lại làm cho  $p_y$  của electron thay đổi một cách bất định,  $a$  càng nhỏ ( $\Delta y$  càng nhỏ) thì góc  $\alpha_1$  lại càng lớn ( $\Delta p_y$  càng lớn).

Với đối tượng vĩ mô thì hệ thức Hai-xen-béc không có ảnh hưởng gì, vì giới hạn  $h$  quá nhỏ.

b) *Hệ thức bất định liên hệ năng lượng và thời gian*

Người ta cũng đã thiết lập được một hệ thức bất định khác, liên hệ *năng lượng E* của một trạng thái của hệ vi mô và *thời gian tồn tại t* của trạng thái ấy :

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx h \quad (3.12)$$

Hệ quả là chỉ có trạng thái cơ bản, có thể tồn tại rất lâu ( $\Delta t \rightarrow \infty$ ) mới có năng lượng xác định, còn các trạng thái kích thích, vì chỉ tồn tại một thời gian  $\tau$  hữu hạn, nên nếu lấy  $\Delta t \approx \tau$  thì :  $\Delta E \approx \frac{h}{\tau}$ .

c) *Bề rộng tự nhiên của vạch quang phổ*

Một ví dụ áp dụng hệ thức bất định (3.12) là : nhờ nó ta xác định được bề rộng tự nhiên của vạch quang phổ, bề rộng này được thực nghiệm xác nhận.

Ta đã biết *vạch quang phổ* thể hiện sự chuyển của hệ vi mô giữa hai mức năng lượng, theo điều kiện (tiên đề) của Bo :

$$W = E_2 - E_1 = hf.$$

Vì cả  $E_2$ ,  $E_1$  đều có bất định  $\Delta E_2$ ,  $\Delta E_1$  nên  $W$  có bất định  $\Delta W = \Delta E_2 + \Delta E_1 > \frac{h}{\tau}$ ,

$$\text{kéo theo bất định về tần số } f = \frac{W}{h}, \Delta f = \frac{\Delta W}{h} > \frac{1}{\tau}. \quad (3.13)$$

Vì vậy, các vạch quang phổ đều có bề rộng, gọi là *bề rộng tự nhiên*. Bề rộng này thường rất hẹp.

Ví dụ : với nguyên tử H,  $\tau = 10^{-8}$  s,  $\Delta f \approx 10^8$  Hz rất nhỏ so với tần số các vạch có cỡ  $10^{15}$  Hz. Nhưng còn nhiều nguyên nhân khác làm cho vạch quang phổ có bề rộng đáng kể (chẳng hạn hiệu ứng Đốp-ple). Thực tế, cường độ sáng của một vạch biến thiên theo tần số như trong hình 3.5. Cực đại  $I_{\max}$  ứng với tần số  $f_0$ . Người ta quy ước lấy bề rộng của vạch là khoảng tần số  $\Delta$  ứng với  $\frac{1}{2} I_{\max}$  và thay thế điều kiện :

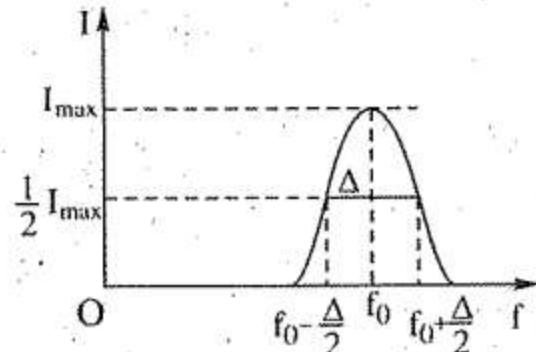
$$hf = E_2 - E_1 \quad (3.14)$$

bằng điều kiện thoảng hơn :

$$f_0 - \frac{\Delta}{2} < f < f_0 + \frac{\Delta}{2} \quad (3.15)$$

với  $f_0$  thoả mãn (3.14).

#### d) Chú ý



Hình 3.5

*Hệ thức bất định cho phép ta tính gần đúng một số đại lượng.* Chẳng hạn nếu coi độ bất định về vị trí  $\Delta x$  của electron trong nguyên tử là khoảng biến thiên của vị trí ấy thì có thể lấy  $\Delta x = a$  là đường kính của nguyên tử. Tương tự, có thể lấy  $\Delta p_x \approx p_x$ .

$$\text{Hệ thức bất định thành ra : } p_x a = h \quad (3.16)$$

Như vậy, biết một trong hai đại lượng  $p_x$ ,  $a$  có thể tính được gần đúng đại lượng kia.

### 3. Nguyên tử theo Cơ học lượng tử

Cơ học lượng tử đã thành công trong việc giải thích cấu trúc của các nguyên tử. Áp dụng cho nguyên tử hiđrô nó đã dẫn một cách tự nhiên đến sự lượng tử hóa nhiều đại lượng vật lí và năng lượng nói riêng.

a) Năng lượng của nguyên tử hidrô có biểu thức

$$E_n = -\frac{me^4Z^2}{2n^2\hbar^2} \quad (3.16), \text{ với } n \text{ là lượng tử số chính } (n = 1, 2, \dots)$$

Momen động lượng của electron là

$$L = \sqrt{l(l+1)\hbar} \text{ với } l \text{ là lượng tử số quỹ đạo} \quad (3.17)$$

Với một giá trị của  $n$ , thì  $l$  có  $n$  giá trị khả dĩ :

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots n-1 \quad (3.18)$$

Có thể có trường hợp  $n = 1, l = 0$ , nghĩa là momen quỹ đạo bằng 0. Điều này không thể hiểu nổi nếu electron chỉ là một hạt quay quanh hạt nhân.

Nếu đặt nguyên tử trong một từ trường có phương z thì momen động lượng  $L$  bị lượng tử hoá không gian (có những hướng khác nhau (Hình 3.6, với  $n = 2$ ), và hình chiếu của nó xuống phương z bị lượng tử hoá, cụ thể :

$$L_z = m\hbar \quad (3.19)$$

$m$  là một số nguyên dương hoặc âm gọi là *lượng tử số từ*. Với một giá trị của  $l$ , thì  $m$  có  $2l + 1$  giá trị :

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \quad (3.20)$$

b) Ngoài ra, máy quang phổ tinh vi cho thấy rằng phần lớn các vạch quang phổ đều là vạch kép, ví dụ vạch vàng D của natri thực ra gồm hai vạch có bước sóng rất gần nhau 589,0 nm và 589,6 nm.

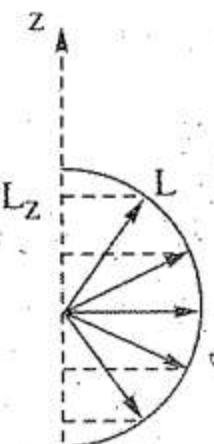
Người ta giải thích bằng cách cho rằng electron không chỉ có chuyển động trên quỹ đạo quanh hạt nhân (chính vì vậy lượng tử số momen động lượng  $l$  mới gọi tắt là *lượng tử số quỹ đạo*) mà còn có chuyển động tự quay (tiếng Anh là *spin*) do đó, có momen động lượng tự quay  $S$ , cũng bị lượng tử hoá nhưng hình chiếu xuống phương của từ trường chỉ có hai hướng, cùng chiều hoặc ngược chiều :

$$S_z = s\hbar \quad (3.21)$$

$s$  là *lượng tử số spin* chỉ có hai giá trị bán nguyên :

$$s = \pm \frac{1}{2} \quad (3.22)$$

ứng với hai spin ngược chiều nhau.



Hình 3.6

Giả thiết về spin đã được thí nghiệm Stéc – Giéc-lắc khẳng định. Chú ý rằng, nói chuyển động trên quỹ đạo hay chuyển động tự quay chỉ là cách nói có hình ảnh, vì biết rằng electron không chỉ là hạt.

Về sau người ta đã thấy rằng tất cả các hạt cơ bản đều có spin. Electron, proton, neutron... có spin bán nguyên và gọi là fermion (vì tuân theo thống kê Féc-mi – Dirac và nguyên lý loại trừ nói dưới đây). Một số hạt khác có spin nguyên (photon có  $s = 1$ , meson có  $s = 1, 0$ ) gọi là boson vì tuân theo thống kê Bô-zơ – Anh-xtanh.

c) Như vậy trạng thái của electron trong nguyên tử được đặc trưng bởi 4 lượng tử số:  $n, l, m, s$ .

Để giải thích cấu trúc các nguyên tử có nhiều electron, năm 1925 nhà vật lí Thụy Sĩ Pao-li (Pauli 1900 – 1958) đã nêu lên nguyên lý loại trừ đối với các electron:

Trong một nguyên tử, không thể có hai electron ở trong cùng một trạng thái, nghĩa là có bốn lượng tử số giống nhau. Ví dụ, nếu hai electron trong cùng một trạng thái đã có  $n, l, m$  giống nhau thì chúng phải có spin ngược chiều nhau.

d) Chú ý: Cùng với spin, electron, và các hạt sơ cấp nói chung, còn có momen từ riêng (còn gọi là momen từ spin).

### III – BÀI TẬP VÍ DỤ

#### Ví dụ 1

Tính động năng của một proton có bước sóng  $0,5 \cdot 10^{-15}$  m. Có thể áp dụng công thức của Cơ học cổ điển được không?

Cho biết khối lượng nghỉ của proton bằng  $938 \frac{\text{MeV}}{\text{c}^2}$ .

Giải

$$\text{Ta có: } p = \frac{h}{\lambda} = 13,25 \cdot 10^{-19} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\text{Nếu dùng công thức công thức Cơ học cổ điển thì: } W_d = \frac{p^2}{2m_p} = 52,5 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Vì  $W_d = 32,7 \cdot 10^3$  MeV >  $m_p c^2 = E_0$  nên phải dùng công thức cơ học tương đối tính.

Gọi E là năng lượng toàn phần của prôtôn, ta có :

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2, \text{ với } E_0 = 938 \text{ MeV.}$$

Từ  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc}$ , ta tính được  $pc = \frac{hc}{\lambda} = 2480$  MeV

Suy ra  $E = 2651$  MeV,  $W_d = 2651 - 938 = 1713$  MeV.

### Ví dụ 2

Tính động năng tối thiểu  $W_{dmin}$  của neutron trong hạt nhân có đường kính  $a = 10^{-14}$  m.

*Giải*

Lấy  $p = p_x$ , ta có  $p = \frac{h}{a}$ . Theo cổ điển thì  $W_{dmin} \geq \frac{p^2}{2m}$

$W_{dmin} \geq \frac{h^2}{2ma^2}$ . Thay  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J.s,  $m = 1,675 \cdot 10^{-27}$  kg

Ta tìm được  $W_{dmin} \Rightarrow 13 \cdot 10^{-13}$  J = 8,1 MeV.

## B. BÀI TẬP

- 3.1. Tìm bước sóng Đơ Broi kết hợp với một viên bi khối lượng 0,01 kg chuyển động với vận tốc 10 m/s.
- 3.2. Tính hiệu điện thế cần thiết làm tăng tốc electron để sóng kết hợp với nó có bước sóng 1 Å (vào cõi khoảng cách giữa các nguyên tử trong một tinh thể).
- 3.3. Tính bước sóng kết hợp với một neutron có năng lượng 0,05 eV (neutron nhiệt).
- 3.4. Tính động năng của một prôtôn có bước sóng Đơ Broi là 0,5 fm (1 fm = 1 femtometer =  $10^{-15}$  Å =  $10^{-15}$  m). Biết năng lượng nghỉ của prôtôn là 938 MeV.
- 3.5. Bắt đầu từ giá trị nào của động năng của electron thì sai số về bước sóng Đơ Broi trong quá trình tính toán theo vật lí cổ điển sẽ vào cõi 5% ?

**3.6. Tính cho electron và proton :**

1. Động năng ứng với bước sóng De Broi  $10^{-10}$  m.

2. Bước sóng De Broi ứng với động năng trung bình ở nhiệt độ 300 K.

**3.7. Dùng hệ thức bất định chứng minh rằng năng lượng ion hóa nguyên tử tỉ lệ nghịch với bình phương đường kính  $a$  của nguyên tử.**

**3.8. Tính thông lượng phôtô (số phôtô tới đập vào một đơn vị diện tích) kết hợp với một chùm sóng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 3000 \text{ \AA}$  và cường độ  $3 \cdot 10^{-14} \text{ W/m}^2$ .**

**3.9. Ta giả thiết  $h = 6,625 \cdot 10^{-3} \text{ J.s}$  thay cho  $6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ . Người ta ném các viên bi khối lượng 66,25 gam với vận tốc 5 m/s xuyên qua hai cửa sổ hẹp, song song và cách nhau 0,6 m. Mỗi lần ném, viên bi lọt qua cửa sổ nào là hoàn toàn ngẫu nhiên. Tính khoảng vân của hình ảnh giao thoa trên tường cách phía sau cửa sổ 12 m.**

**3.10. Giả sử ta có thể đo được xung lượng của một hạt với độ chính xác đến phần nghìn. Xác định độ bất định cực tiểu về vị trí của hạt :**

1. Nếu hạt có khối lượng 5 mg và vận tốc 2 m/s ;

2. Hạt là electron có vận tốc  $1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

**3.11. Xác định độ bất định cực tiểu về vị trí của một phôtô 3000 Å nếu biết bước sóng chính xác đến phần triệu.**

**3.12. Xác định độ bất định cực tiểu về năng lượng của một nguyên tử khi một electron ở trạng thái đó trong  $10^{-8} \text{ s}$ .**

**3.13. Độ rộng của một vạch quang phổ bước sóng 4000 Å bằng  $10^{-4} \text{ \AA}$ . Tính thời gian trung bình để hệ nguyên tử ở trạng thái năng lượng tương ứng.**

**3.14. Một chùm electron song song được gia tốc bởi hiệu điện thế  $U = 10 \text{ V}$  đập vào khe hẹp bể rộng  $d = 0,001 \text{ mm}$ . Tính bể rộng  $x$  của vệt sáng giữa trên một màn huỳnh quang đặt cách khe  $L = 0,5 \text{ m}$ .**

**3.15. Tính động năng của electron trên quỹ đạo có bán kính  $r_0 = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .**

**3.16. Một hạt chuyển động tròn. Tìm hệ thức bất định giữa góc quay  $\theta$  và momen động lượng  $L = mvR$ ,  $mv$  là động lượng của hạt,  $R$  là bán kính đường tròn.**

3.17. Theo lí thuyết cổ điển, electron quay với tần số  $f$  quanh hạt nhân thì phát ra bức xạ có tần số đúng bằng  $f$ . Xét nguyên tử hiđrô.

1. Tính tần số quay  $f$  của electron ở trạng thái có lượng tử số  $n$  theo : bán kính

$$Bo\ r_0 = \frac{h^2}{kme^2} \quad (m \text{ là khối lượng của electron, } e \text{ là điện tích nguyên tố, } k = 9.10^9 \text{ đơn vị SI}).$$

Tính  $f$  theo  $|E_n| = \frac{ke^2}{2n^2r_0}$ ,  $E_n$  là năng lượng của trạng thái lượng tử  $n$ .

2. Áp dụng :  $n = 2$ , tính số vòng quay trong  $10^{-8}$  s, biết  $r_0 = 5,29 \cdot 10^{-11}$  m.

3. Tính theo lí thuyết của Bo, tần số của bức xạ mà nguyên tử phát ra khi chuyển từ trạng thái  $n$  về trạng thái  $n - 1$ . Khi  $n$  rất lớn, hãy so sánh tần số này với tần số tính theo thuyết cổ điển ở câu 1.

3.18. Nguyên tử hiđrô chuyển từ trạng thái cơ bản lên trạng thái có lượng tử số  $n > 1$ . Tính số phôtôen tối đa có năng lượng khác nhau mà nguyên tử có thể phát ra khi chuyển về các trạng thái có năng lượng thấp hơn. Áp dụng cho  $n = 5$ .

3.19. Khi nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản được rời bằng ánh sáng đơn sắc và phát ra 6 vạch quang phổ. Tính năng lượng của phôtôen rời tới và xác định các vạch thuộc các dãy nào.

3.20. Bắn chùm electron có năng lượng 12,2 eV vào các nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản thì thu được các vạch bức xạ nào, có bước sóng bằng bao nhiêu ?

3.21. Năng lượng liên kết của một trạng thái bằng năng lượng cần truyền cho nguyên tử ở trạng thái đó để ion hoá nó. Năng lượng cần truyền cho nguyên tử ở trạng thái cơ bản để đưa nó lên một trạng thái kích thích gọi là năng lượng kích thích của trạng thái ấy.

1. Tính năng lượng liên kết của nguyên tử hiđrô ở các trạng thái kích thích thứ nhất, hai, ba, tư.

2. Giả sử nguyên tử hiđrô từ trạng thái đầu (d) chuyển về trạng thái cuối (c) có năng lượng kích thích  $E_c = 10,2$  eV phát ra phôtôen có bước sóng  $\lambda = 434$  nm.

a) Tính năng lượng liên kết của trạng thái (d).

b) Tìm các lượng tử số chính của các trạng thái (d) và (c).

3.22. Công thức của thuyết Bo về hằng số Ritbe  $R_\infty = \frac{k^2 me^4}{4\pi\hbar^3 c}$  được lập với giả

thiết prôtôn p có khối lượng vô cùng lớn nên đứng yên. Nếu tính chính xác, prôtôn có khối lượng  $m_p$  và electron có khối lượng m thì phải sửa công thức trên như thế nào ?

3.23. Theo thuyết Bo, công thức năng lượng của nguyên tử hiđrô  $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2}$  được tính với giả thiết prôtôn đứng yên. Nếu tính chính xác (electron và prôtôn quay quanh khối tâm G) thì phải sửa công thức trên như thế nào ? Gọi các khối lượng của electron và prôtôn là m và  $m_p$ .

3.24. Quang phổ nguyên tử hiđrô của một thiên hà ở rất xa Trái Đất có hai vạch với bước sóng  $\lambda_1 = 411,7$  nm và  $\lambda_2 = 435,7$  nm.

Tính bước sóng thực của hai bức xạ ấy, biết thiên hà chuyển động ra xa Trái Đất với tốc độ v. Tính v.

3.25. 1. Tính hiệu chỉnh  $\Delta\lambda$  về bước sóng của phôtôn mà nguyên tử hiđrô phát ra khi kể đến sự giật lùi của nguyên tử có khối lượng M;  $\Delta\lambda$  này có đáng kể không ?

2. Tính vận tốc giật lùi v của nguyên tử hiđrô khi electron từ quỹ đạo  $n = 2$  chuyển về quỹ đạo  $n = 1$ .

3.26. Xét nguyên tử hiđrô.

I. Tính vận tốc v và tần số quay f của electron trên quỹ đạo dừng thứ n (viết biểu thức theo n và các hằng số vật lý).

Áp dụng : tính v và f cho  $n = 1, 2$  (lấy bán kính quỹ đạo Bo thứ nhất  $r_1 = 529.10^{-13}$  m).

2. Electron quay tròn tương đương với một dòng điện kín nên có momen từ. Tính momen từ  $\mu$  của electron. Chứng minh tỉ số giữa momen từ và momen cơ (momen động lượng) là không đổi cho mọi quỹ đạo.

3.27. Ion tương tự nguyên tử hiđrô là các ion  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{Be}^{+++}$ ... vốn là các nguyên tử He, Li, Be... đã mất 1 hoặc 2, 3 electron... chỉ còn 1 electron quay quanh hạt nhân có điện tích Ze ( $Z = 2, 3, 4...$ ). Lí thuyết Bo về các ion này giống như lí thuyết về nguyên tử hiđrô, các công thức thu được chỉ khác là có thêm nguyên tử số Z. Ví dụ công thức về mức năng lượng là :

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} 13,6 \text{ (eV)}$$

1. Hãy viết các công thức về bán kính quỹ đạo dừng, vận tốc và tần số quay của electron.

2. Ion  $\text{Li}^{++}$  từ một trạng thái kích thích chuyển về trạng thái cơ bản và phát ra phôtônen. Phôtônen này có thể làm bật đi electron của ion  $\text{He}^+$  hay không?

3.28. Hãy lập công thức cho bước sóng Đơ Brơi tính ra nanômet (nm) cho electron có động năng E tính bằng eV.

3.29. Trong đèn hình của tivi, electron được tăng tốc bởi hiệu điện thế khoảng 20000 eV. Có thể coi electron là hạt cổ điển hay không?

3.30. Tính bước sóng Đơ Brơi ở nhiệt độ  $T = 300 \text{ K}$  của :

1. Một electron.

2. Một hạt bụi có khối lượng  $m_1 = 10^{-17} \text{ kg}$  ;

3. Một quả bóng có  $m = 60 \text{ g}$  ;

Với giả thiết chúng có động năng bằng động năng trung bình của phân tử ở nhiệt độ ấy. Rút ra kết luận.

3.31. Để có thể quan sát một vật trong kính hiển vi quang học thì vật tối thiểu phải có kích thước cỡ bước sóng của ánh sáng, để có thể khuếch tán ánh sáng này.

1. Dùng kính này có thể quan sát được một vật có kích thước 0,30 nm hay không?

2. Tại sao dùng kính hiển vi điện tử (thay sóng ánh sáng bằng sóng điện tử) ta lại quan sát được.

3.32. Trong phóng xạ  $\beta$ , hạt nhân phóng ra những electron có năng lượng cỡ keV. Có thể cho rằng electron tồn tại trong hạt nhân như một thành phần cấu tạo nên nó. Dùng hệ thức bất định chứng tỏ rằng luận điểm này không đúng.

Cho biết đường kính của hạt nhân  $a \approx 10^{-14} \text{ m}$ .

3.33. Một nguyên tử ở trạng thái kích thích trong  $10^{-11} \text{ s}$  rồi chuyển về trạng thái cơ bản và phát ra phôtônen có năng lượng 2,86 eV. Tính bước sóng  $\lambda$  của vạch quang phổ thu được và độ đơn sắc  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  của nó.

3.34. Giả sử ta đo được động lượng của electron với độ bất định tương đối một phần nghìn. Tìm độ bất định tối thiểu về vị trí của nó biết nó có vận tốc :

$$1. v = 10^6 \text{ m/s} ; \quad 2. v = 1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

3.35. Ta đo vận tốc (nhỏ so với vận tốc ánh sáng) của electron với độ bất định  $10^{-3}$  m/s. Tìm độ bất định về vị trí của hạt.

3.36. Tính độ bất định cực tiểu về vị trí của một phôtôen có năng lượng 4,13 eV, giá trị này được đo với độ chính xác một phần triệu.

3.37. Hình 3.7 mô tả một quá trình tương tác (va chạm) giữa một prôtôen (1) có động lượng  $p_1 = 2060 \text{ MeV/c}$  với prôtôen (2) xem như đứng yên trong buồng Uyn-xơn. Một từ trường đều  $B$  trong buồng có phương vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của các hạt. Sau va chạm giữa các prôtôen, buồng Uyn-xơn ghi nhận có hai hạt (3) và (4) được sinh ra.

OA, OB, OC tương ứng là các tiếp tuyến tại O với các quỹ đạo tròn (1), (3) và (4) của các hạt (1), (3) và (4);

$R_1, R_3, R_4$  là các bán kính quỹ đạo tương ứng;  $\theta_3, \theta_4$  là các góc hợp bởi OB, OC với OA.

1. Hãy tính vận tốc của prôtôen (1).

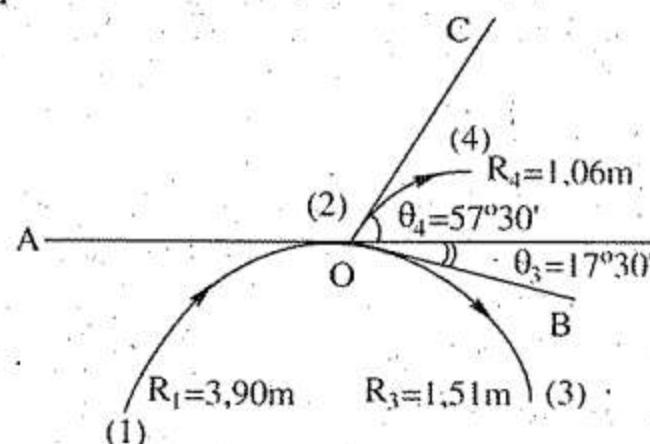
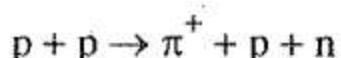
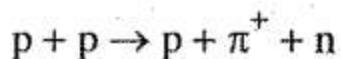
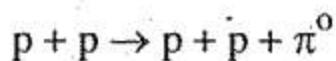
2. Tính độ lớn của cảm ứng từ B.

3. Kiểm nghiệm rằng các hạt (3), (4) sinh ra là các hạt mang điện tích dương và xác định điện tích của chúng.

4. Hãy chứng tỏ rằng ngoài các hạt trên còn có một hạt không mang điện được sinh ra. Tính động lượng của hạt này.

5. Các phương trình sau đây mô tả các phản ứng khả dĩ. Hỏi phản ứng nào có thể xảy ra?

$$(1) + (2) \rightarrow (3) + (4) + (5)$$



Hình 3.7

Cho biết : Khối lượng nghỉ của hạt  $\pi^0$  là  $135,0 \text{ MeV}/c^2$ , của hạt  $\pi^+$  là  $139,6 \text{ MeV}/c^2$ , của prôtôn là  $938,3 \text{ MeV}/c^2$ , của neutron là  $939,6 \text{ MeV}/c^2$ . Khi hạt chuyển động với vận tốc lớn, động lượng của hạt có biểu thức :

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ giữa năng lượng toàn phần } E \text{ và động lượng } p \text{ của hạt có hệ}$$

$$\text{thức: } E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \text{ trong đó } m_0 \text{ là khối lượng nghỉ của hạt.}$$

3.38. Trong quá trình sinh cặp, năng lượng của một phôtôen được biến đổi hoàn toàn thành các hạt vật chất. Một sự sinh cặp xảy ra cạnh một hạt nhân năng được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $B = 0,1 \text{ T}$  đã tạo thành cặp electron-pôziton mà các quỹ đạo có bán kính cong tương ứng là 40 mm và 160 mm. Biết phương của cảm ứng từ vuông góc với các mặt phẳng quỹ đạo.

1. Áp dụng định luật II Niu-ton  $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u})$ , hãy tìm biểu thức vận tốc tương đối tính của hạt tích điện q trong từ trường.
2. Tìm năng lượng toàn phần của các hạt trong sự sinh cặp này.
3. Tính bước sóng của phôtôen.

Biết mối liên hệ giữa khối lượng  $m_h$  của hạt và vận tốc  $u$  của nó được tính theo biểu thức :

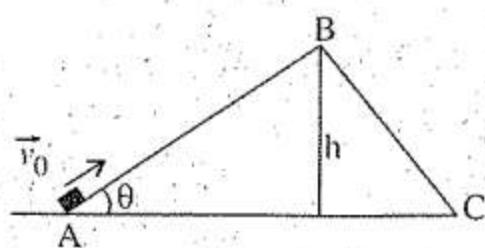
$$m_h = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}; \text{ trong đó } m_0 \text{ là khối lượng nghỉ của hạt} \text{ do} \text{ được} \text{ khi} \text{ hạt}$$

đứng yên đối với người quan sát,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  là tốc độ ánh sáng trong chân không ;  $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$  là khối lượng nghỉ của electron.

# MỘT SỐ ĐỀ THI OLIMPIC VẬT LÍ CÁC NUÓC

**Đề 1.** Trên mặt sàn nằm ngang có một chiếc nêm có khối lượng  $M$ , có mặt cắt là tam giác vuông ABC. Góc giữa A hai cạnh AB và AC là  $\theta$ , chiều cao từ B đến mặt sàn là  $h$ . Tại A của mặt phẳng nghiêng AB đặt một vật có khối lượng là  $m$  (Hình D.1). Lúc đầu vật và nêm đứng yên, sau đó cho vật  $m$  chuyển động theo hướng AB với vận tốc đầu  $v_0$ . Bỏ qua ma sát giữa nêm và mặt sàn và ma sát giữa vật và mặt AB. Hỏi  $v_0$  phải lớn hơn giá trị bao nhiêu để vật có thể vượt qua được đỉnh B?

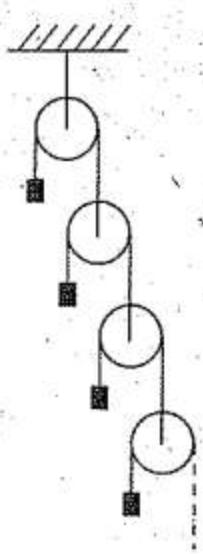
(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Trung Quốc, năm 1983)



Hình D.1

**Đề 2.** Máy Atut (Atwood) gồm có vô số ròng rọc mắc như hình vẽ D.2. Khối lượng của ròng rọc và dây là không đáng kể, khối lượng của các vật là  $M$ . Lúc đầu hệ được giữ đứng yên, sau đó buông ra. Hãy tìm gia tốc của khối vật trên cùng.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Boston, Mĩ, năm 1984)

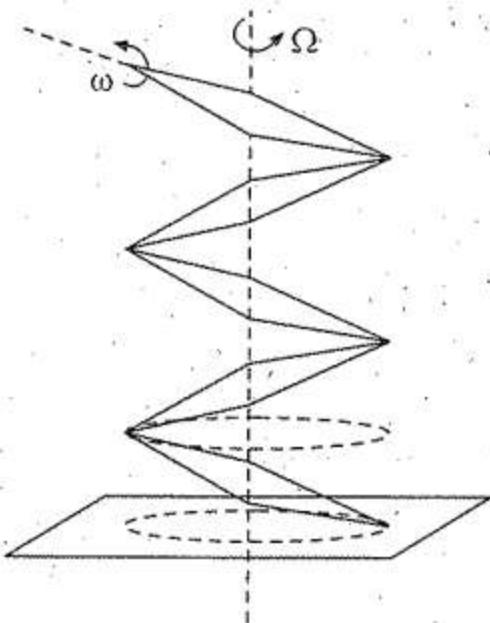


Hình D.2

**Đề 3.** Cho một hệ gồm  $N$  con quay có dạng đối xứng sắp xếp như hình D.3. Mặt bàn không có ma sát. Các con quay liên kết nhau bằng các trục quay tự do. Góc nghiêng của các con quay như nhau. Trọng tâm của mỗi con quay nằm trên trục đối xứng của hệ.

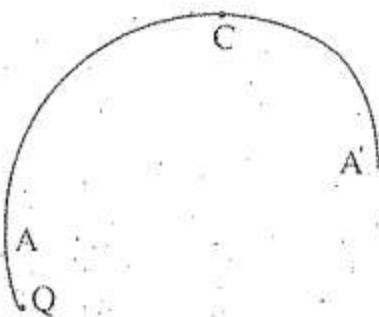
Cho hệ quay quanh trục đối xứng với tốc độ  $\Omega$  sao cho trọng tâm của mỗi con quay đứng yên trong khi các đầu mút vách nén các vòng tròn. Khi đó, tốc độ góc của con quay trên cùng quanh trục của nó là  $\omega$ . Hãy tìm tốc độ góc của các con quay khác theo  $\omega$ . (Xem tốc độ góc này là khá lớn).

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Boston, Mĩ, năm 1985)



Hình D.3

**Đề 4.** Hình Đ.4 lấy từ bức ảnh chụp vết của các hạt trong buồng Uyn-xon. Sự phân rã các hạt nhân của chất khí chứa đầy trong buồng Uyn-xon ở trường hợp này là do các neutron nhanh gây ra. Buồng Uyn-xon chứa hỗn hợp hiđrô ( $H_2$ ), hơi rượu ( $C_2H_5OH$ ) và nước ( $H_2O$ ), được đặt trong từ trường có cảm ứng từ  $1,3\text{ T}$ . Vectơ cảm ứng từ hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.



Hình D.4

1. Hãy xác định năng lượng của hạt prôtôn xuất hiện ở điểm A. Quỹ đạo của hạt này là đường cong AA'. Vì sao độ cong quỹ đạo của prôtôn lại thay đổi? Năng lượng của prôtôn tại điểm C của quỹ đạo bằng bao nhiêu? Biết khối lượng của prôtôn bằng  $1,67 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ .

2. Hãy xác định hạt nhân của nguyên tử nào bị phân rã tại điểm A, nếu vết của các hạt xuất hiện ở điểm này được xác minh là vết của hai hạt prôtôn và hai hạt  $\alpha$ .

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Liên Xô, năm 1986)

**Đề 5.** Một ampe kế nhiều thang đo có độ chính xác cao, với mỗi thang đo dùng một sơn riêng. Ampe kế được mắc vào một mạch điện. Với thang  $10\text{ mA}$  thì nó chỉ  $I_1 = 2,95\text{ mA}$ ; khi dùng thang  $3\text{ mA}$  thì nó chỉ  $I_2 = 2,90\text{ mA}$ . Hỏi khi chưa mắc ampe kế thì cường độ dòng điện là bao nhiêu?

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Liên Xô, năm 1982)

**Đề 6.** Có  $N$  điểm trong không gian được nối với nhau bằng các điện trở  $1\Omega$ . Có thể nối với nhau bằng mọi cách bất kì, miễn là ta có thể đi giữa hai điểm nào đó thông qua một chuỗi điện trở không đứt đoạn. Mỗi một điểm có thể nối với từ 1 đến  $N - 1$  điện trở. Lấy hai điểm ở 2 đầu điện trở  $1\Omega$ , hãy tìm điện trở tương đương giữa hai điểm này.

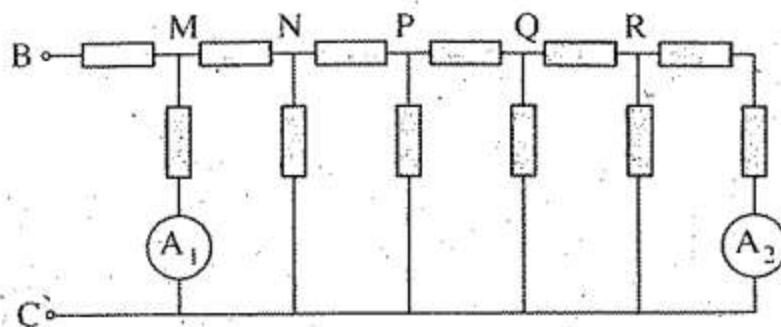
(Trích Đề thi Olimpic Liên bang Nga, năm 2000)

**Đề 7.** Trong mạch điện hình Đ.5, tất cả các điện trở đều có cùng giá trị  $r$ , hai ampe kế đều có điện trở vô cùng nhỏ. Khi mắc một nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  vào B, C thì ampe kế A<sub>1</sub> chỉ  $I_1 = 8,9\text{ A}$ .

1. Tính chỉ số ampe kế A<sub>2</sub> khi đó.

2. Cho  $r = 1\Omega$ , hãy tính hiệu điện thế  $U$  đặt vào B, C.

3. Xác định điện trở tương đương của đoạn mạch BC trong trường hợp đó.

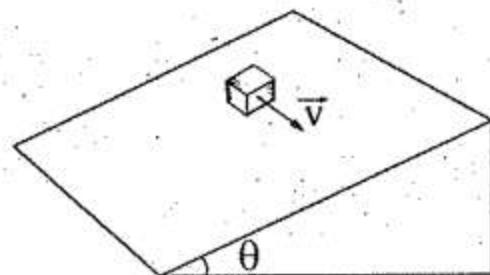


Hình D.5

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Liên bang Nga, năm 1999)

**Đề 8.** Một vật được đặt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\theta$  so với mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $\mu = \tan\theta$ . Cho vật chuyển động ngang với vận tốc ban đầu bằng  $V$  (Hình D.6).

Tìm vận tốc của vật sau một thời gian khá lâu.



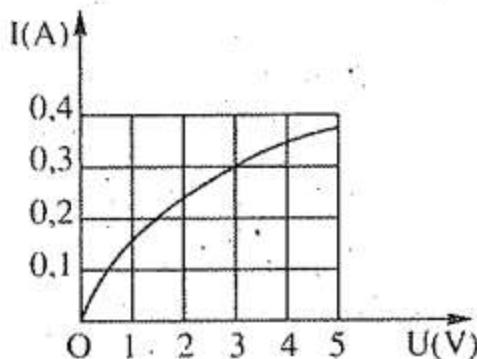
Hình D.6

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Boston, Mĩ, năm 1999)

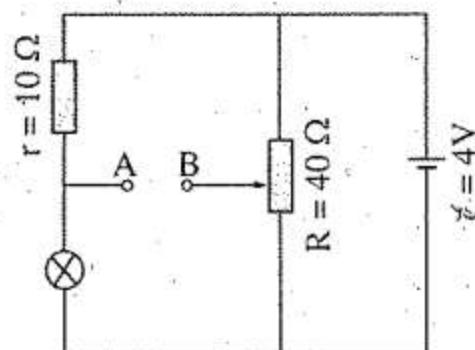
**Đề 9.** Trên hình D.7 cho đường đặc trưng vôn – ampe của bóng đèn pin. Bóng đèn được mắc trong mạch điện như trên hình D.8.

1. Hãy tìm cường độ dòng điện trong đèn bằng đồ thị.

2. Với vị trí nào của con chạy biến trở thì hiệu điện thế giữa hai điểm A và B bằng không?



Hình D.7



Hình D.8

3. Với vị trí nào của con chạy biến trở, hiệu điện thế giữa hai điểm A và B hâu như sẽ không thay đổi khi suất điện động của pin biến đổi không nhiều? Bỏ qua điện trở trong của pin.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Liên Xô, năm 1989)

### Đề 10.

Câu 1. a) Một vật rắn hình cầu được tích điện đều. Hãy tìm tỉ số giữa điện thế ở bề mặt quả cầu và điện thế tại tâm.

b) Một khối hộp lập phương được tích điện đều. Hãy tìm tỉ số giữa điện thế ở góc đỉnh và điện thế tại tâm.

Câu 2. Một bánh xe có nan hoa, lăn trên sàn. Một camera đặt đứng yên ghi hình bánh xe. Khi cửa sập mở, nan hoa xuất hiện trên phim bị mờ. Có vị trí nào trên hình mà nan hoa không bị mờ không?

Câu 3. Một người đi xe máy muốn đi trên một đường tròn bán kính  $R$ . Hệ số ma sát nghỉ giữa bánh xe và mặt đường là không đổi. Xe máy xuất phát từ trạng thái nghỉ. Tìm đoạn đường nhỏ nhất để xe máy đạt được vận tốc cho phép lớn nhất.

Câu 4. a) Một con cáo đuổi theo một con thỏ. Cả hai chuyển động với vận tốc  $v$ . Con cáo luôn hướng thẳng đến vị trí tức thời của con thỏ, còn thỏ thì chạy ra xa theo phương hợp với phương của cáo một góc  $\alpha$ . Lúc đầu khoảng cách giữa thỏ và cáo là  $l$ . Cáo đuổi kịp thỏ khi nào? Ở đâu?

b) Nếu xem thỏ luôn chuyển động theo hướng ban đầu ở câu a, cáo đuổi kịp thỏ khi nào, ở đâu? Nếu không thì khoảng cách giữa chúng là bao nhiêu?

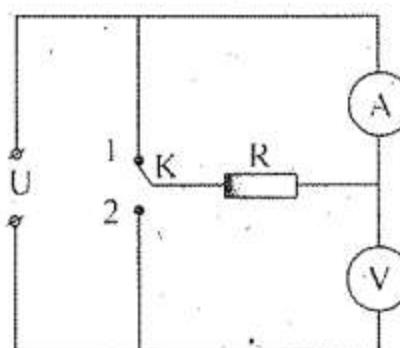
Câu 5. Một đám mây bao gồm các giọt nước rất nhỏ đứng yên, phân bố đều trong không gian. Một hạt mưa rơi vào đám mây nói trên. Sau một thời gian, hạt mưa rơi với giá tốc không đổi, hãy xác định giá tốc này.

(Khi hạt mưa rơi trúng các giọt nước, các giọt nước nhập vào hạt mưa. Xem hạt mưa luôn có dạng hình cầu. Bỏ qua lực cản).

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Mĩ, năm 1998)

**Đề 11.** Trong mạch điện ở hình D.9, nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  không đổi. Khi  $K$  đóng vào chốt 1 thì ampe kế chỉ  $0,4\text{ A}$ , vôn kế chỉ  $120\text{ V}$ . Khi  $K$  đóng vào chốt 2 thì ampe kế chỉ  $0,1\text{ A}$ . Tính  $R$ ,  $R_V$ .

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Liên Xô, năm 1990)



Hình D.9

**Đề 12.** Một dải băng bằng cao su chiều dài  $L$ , một đầu gắn vào tường. Tại  $t = 0$ , đầu kia được kéo với vận tốc  $V$  (giả sử dải băng dãn đều). Cùng lúc ấy, một

con kiến xuất phát từ đầu bị kéo, đi về phía tường với vận tốc u so với dài băng. Con kiến đến được tường với điều kiện gì? Thời gian bao lâu?

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Mĩ, năm 2000)

**Đề 13.** Có các đinh chiều dài  $2r$ , khối lượng  $M_i$ , mômen quán tính  $\rho.M_i.r^2$ , với  $\rho = \text{const}$ . Khối tâm của đinh nằm tại tâm. (Các đinh có cùng  $r$ ,  $\rho$ , chỉ có khối lượng khác nhau). Giả sử  $M_1 >> M_2 >> M_3 >> \dots$

Các đinh trên được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Các đầu đinh được đặt nối chồng vào nhau một đoạn nhỏ (Hình D.10). Khi đinh thứ nhất nhận được một xung nào đó, nó chuyển động tịnh tiến và quay. Tuỳ thuộc vào giá trị của  $\rho$ , đinh thứ nhất va chạm làm đinh thứ hai chuyển động, đinh thứ hai va chạm vào đinh thứ ba v.v... Giả sử va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Tuỳ thuộc vào giá trị của  $\rho$ , vận tốc của đinh thứ n có thể :

1. Tiến dần đến 0;
2. Tiến dần đến vô cực;
3. Không phụ thuộc vào  $n$  khi  $n \rightarrow \infty$ ;

Hãy tìm giá trị của  $\rho$  để có tình huống thứ ba.

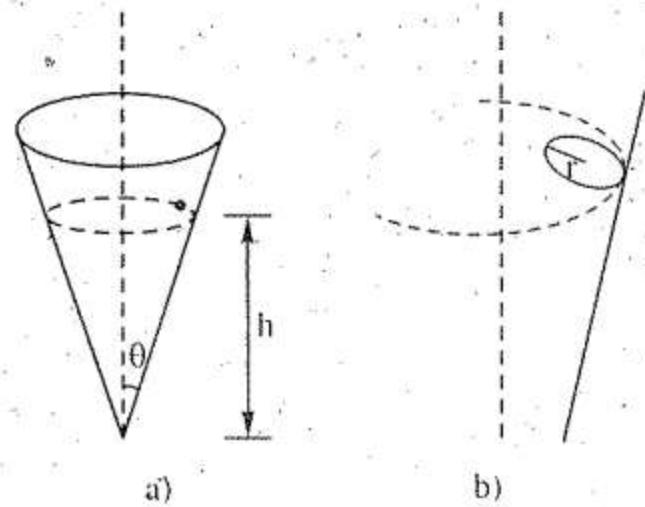


Hình D.10

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Mĩ, năm 2001)

**Đề 14.** 1. Một hình nón, góc ở đỉnh  $2\theta$ , được đặt thẳng đứng tựa trên đỉnh. Mặt trong hình nón không có ma sát. Một vật có kích thước nhỏ, lăn ở mặt trong của hình nón ở độ cao  $h$  (Hình D.11a). Hãy tìm vận tốc góc của vật.

2. Giả sử bề mặt có lực ma sát và một vòng tròn nhỏ bán kính  $r$  lăn không trượt ở mặt trong hình nón (Hình D.11b). Cho các điều kiện sau :



Hình D.11

- a) Điểm tiếp xúc giữa vòng tròn và mặt trong cách đỉnh hình nón một đoạn  $h$ .
- b) Mặt phẳng chứa vòng tròn luôn vuông góc với thành hình nón. Hãy tìm tốc độ góc của vòng tròn quanh trục hình nón. So sánh với câu 1.

Giả sử  $r$  khá nhỏ so với bán kính quay  $h \cdot \tan \theta$ .

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Mĩ, năm 1996)

**Đề 15.** Có một chùm tia ion có mật độ đều, mang điện tích dương, có dạng một hình trụ dài bán kính  $R$ . Mỗi ion trong chùm có điện tích  $q$ , khối lượng  $m$ , chuyển động với vận tốc  $v$ .

Chứng minh rằng, tại bề mặt của chùm mỗi ion chịu tác dụng của một hợp lực hướng ra phía ngoài chùm và có độ lớn :

$$F = \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 R v} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

với  $I$  là cường độ dòng điện tạo bởi chùm và  $c$  là tốc độ ánh sáng.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Ấn Độ, năm 1990)

**Đề 16.** Tinh thể NaCl được cấu tạo bởi các ion dương và âm nằm phân bố theo một cấu trúc tuần hoàn như trên hình D.12. Khoảng cách nhỏ nhất giữa các ion là  $R_0$ .

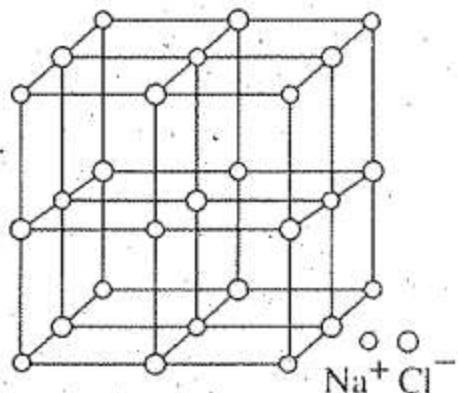
Năng lượng liên kết của mạng là năng lượng liên kết tĩnh điện  $\pm q$  giữa các ion, tổng hợp giữa lực hút và đẩy. Khi các ion ở rất gần nhau thì xuất hiện lực đẩy giảm nhanh theo khoảng cách như sau :

$$U_r = \lambda e^{-R/\rho}, \rho \text{ và } \lambda \text{ là các hằng số nào đó.}$$

Khi  $R = R_0$  thì lực tương tác bằng không và bắt đầu xuất hiện lực hút.

1. Một ion nằm trong điện trường của mạng thì có thể năng lượng tương tác là :

$$U_e = \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}$$



Hình D.12

Hãy xác định giá trị  $\alpha$  và so sánh với giá trị lí thuyết  $\alpha = -1,74756$ .

2. Viết biểu thức năng lượng của một mạng tinh thể có  $2N$  ion theo  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $R_0$  và  $q$ .

3. Tính năng lượng của 1 mol NaCl ở trạng thái năng lượng cực tiểu ( $R = R_0$ ).

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Úcstralia năm 1991).

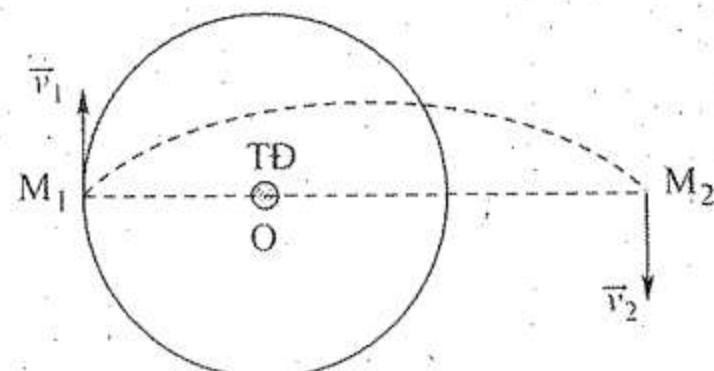
**Đề 17.** Một tên lửa, không chịu tác dụng của các lực hấp dẫn đang chuyển động nhanh dần theo một quỹ đạo thẳng trong vũ trụ. Khối lượng vỏ tên lửa (cùng các thiết bị gắn vào nó) là  $M$ . Ở thời điểm  $t$ , khối lượng của nhiên liệu chứa

trong tên lửa là  $m = m_0 e^{-kt}$  ( $k$  là hằng số dương), và vận tốc tương đối (so với tên lửa) của lượng khí nhiên liệu phun ra là  $v = v_0 e^{-kt}$ . Giả sử  $m_0 \ll M$ , hãy chứng minh rằng vận tốc cuối của tên lửa lớn hơn vận tốc đầu của nó một lượng xấp xỉ bằng  $\frac{m_0 v_0}{2M}$ .

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Vương quốc Anh năm 1979).

**Đề 18.** Một vệ tinh, xem như một chất điểm khối lượng  $m$ , chuyển động trên một quỹ đạo quanh Trái Đất, tâm  $O$ , bán kính  $R$  (Hình D.13).

- Chứng minh rằng vận tốc  $v$  của vệ tinh có trị số không đổi. Tính  $v$  và chu kỳ  $T$  của vệ tinh theo  $G$  (hằng số hấp dẫn),  $M$  (khối lượng Trái Đất) và  $R$ .
- Người ta muốn chuyển vệ tinh từ quỹ đạo tròn nói trên (quỹ đạo 1) sang một quỹ đạo tròn khác (quỹ đạo 2) có bán kính  $R' > R$  nằm trong cùng một mặt phẳng với quỹ đạo 1. Muốn vậy, tại điểm  $M_1$  của quỹ đạo 1 người ta tăng tốc vệ tinh để nó vạch một quỹ đạo 3 có dạng elip có bán kính trục lớn  $M_1 M_2$ , với  $M_2$  nằm trên đường kính qua  $M_1$  của quỹ đạo 1 và ở về phía bên kia tâm  $O$  so với  $M_1$ . Hãy tính vận tốc  $v_1$  và  $v_3$  của vệ tinh tại các điểm  $M_1$ ,  $M_2$ . Tính năng lượng  $\Delta E_1$  cần cung cấp cho vệ tinh tại  $M_1$  để nó chuyển sang quỹ đạo 3.
- Khi vệ tinh tới  $M_2$  người ta truyền cho nó một gia tốc để nó vạch quỹ đạo 2. Tính vận tốc  $v_2$  của vệ tinh trên quỹ đạo 2 và năng lượng  $\Delta E_2$  cần cung cấp cho vệ tinh tại  $M_2$  để nó chuyển từ quỹ đạo 3 sang quỹ đạo 2.

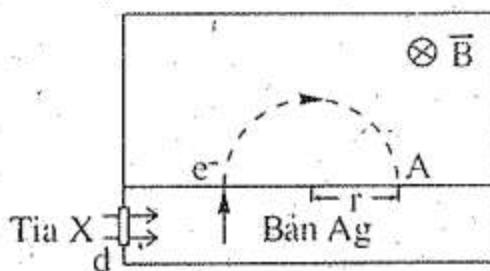


Hình D.13

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí, Thụy Sĩ, năm 1980).

**Đề 19.** Sau đây là thí nghiệm để xác định năng lượng liên kết của các electron ở lớp K của nguyên tử bạc. Người ta chiếu tia X có bước sóng  $\lambda = 0,0480$  nm lên một bản mỏng bằng bạc. Các electron bị bứt ra sau đó đi qua một khe có đường kính  $d = 1,0 \mu\text{m}$  rồi đi vào một vùng từ trường đều  $B = 0,71 \cdot 10^{-2} \text{T}$  có phương vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo electron. Các electron sẽ chuyển động theo một quỹ đạo tròn bán kính  $r = 12,5 \text{ mm}$  (Hình D.14).

- Hãy xác định năng lượng của phôtôen chiếu đến theo J và eV.
- Tính vận tốc của electron.
- Tính năng lượng liên kết của electron ở lớp K.
- Tính lại động năng của electron theo thuyết tương đối và so sánh với kết quả ở câu 3.
- Hãy chứng tỏ rằng ta có thể bỏ qua bản chất sóng của electron khi đi qua khe d.



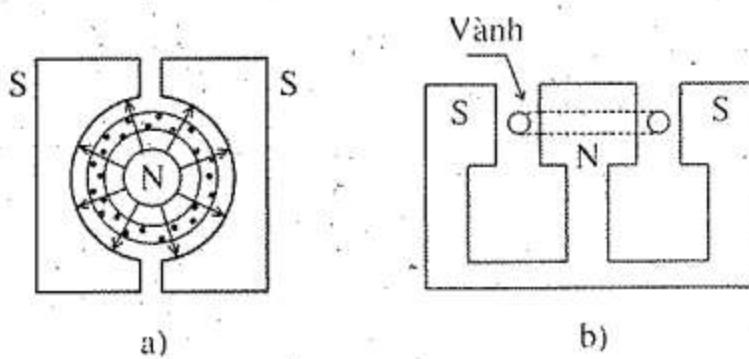
Hình D.14

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Boston Mĩ, năm 1987).

- Đề 20.** Một bình hình cầu bán kính lớn, chứa đầy một chất lỏng không chịu nén, có khối lượng riêng là  $\rho$  và hằng số điện môi  $\epsilon$ . Chất lỏng tích điện đều với mật độ điện tích là  $\sigma$ . Trong bình có hai quả cầu nhỏ giống hệt nhau, không tích điện, được làm bằng chất điện môi, bán kính  $r$  và khối lượng riêng  $\rho_0$ . Hỏi các quả cầu nằm ở đâu? Cho giá tốc rơi tự do là  $g$ . Bỏ qua sự phân cực của các quả cầu.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 2003).

- Đề 21.** Một vòng tròn kim loại bán kính  $r$ , tiết diện ngang S ( $S \ll r^2$ ), có khối lượng riêng  $d$  và điện trở suất  $\rho$ . Ban đầu vòng nằm ngang, rơi vào một từ trường có tính đối xứng trục  $\vec{B}$  như ở hình D.15 a, b. (Trục của vòng trùng với trục đối xứng của từ trường). Tại một thời điểm nào đó vận tốc của vòng là  $v$ .



Hình D.15

- Hãy tìm biểu thức của dòng điện cảm ứng trong vòng.
- Tìm biểu thức của giá tốc  $a$  và vận tốc  $v$  của vòng. Nếu nhận xét về độ lớn của  $v$ . Giả thiết độ cao của miền từ trường là đủ lớn.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Quốc đảo Sip, năm 1987).

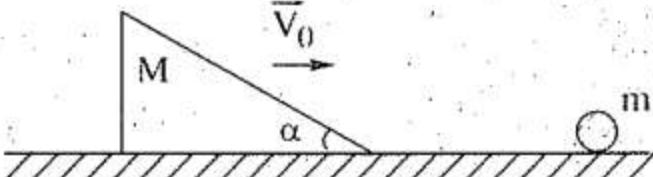
- Đề 22.** Một hòn đá nhỏ được ném từ mặt đất với vận tốc ban đầu là  $v_0$  theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ . Một con chim bay với vận tốc không đổi

là  $v_0$  theo đúng quỹ đạo của hòn đá. Tìm vận tốc của con chim tại điểm có độ cao bằng nửa độ cao cực đại của hòn đá. Bỏ qua lực cản của không khí.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 1993).

**Đề 23.** Trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn, có đặt một quả cầu khối lượng  $m$ . Một chiếc ném có khối lượng  $M = m/2$  chuyển động với vận tốc  $\bar{V}_0 = 5 \text{ m/s}$  tới và chạm vào quả cầu như hình D.16. Góc nghiêng của ném là  $\alpha = 30^\circ$ . Cho biết va chạm là hoàn toàn đàn hồi và sau va chạm ném không nảy lên. Hãy xác định :

1. Khoảng thời gian sau đó quả cầu lại va chạm với ném.
2. Vị trí va chạm lần thứ hai.



Hình D.16

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 2004).

**Đề 24.** Một chu trình gồm các quá trình đẳng áp, đẳng tích và đoạn nhiệt với tác nhân là chất mà nội năng của nó liên hệ với áp suất và thể tích theo hệ thức  $U = k.p.V$ . Công mà tác nhân thực hiện trong quá trình đẳng áp gấp  $m = 5$  lần công mà ngoại lực thực hiện để nén chất tác nhân trong quá trình đoạn nhiệt. Hiệu suất của chu trình là  $\eta = 1/4$ . Tìm hệ số  $k$ .

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 2003).

**Đề 25.** Chùm tia laze có bước sóng  $\lambda = 500 \text{ nm}$  được hội tụ lên catôt của tế bào quang điện. Công thoát của vật liệu làm catôt là  $A = 2 \text{ eV}$ . Anôt và catôt là các tấm kim loại phẳng song song với nhau. Khi anôt nối với cực dương còn catôt nối với cực âm của nguồn điện có suất điện động không đổi thì vết do các electron tạo ra trên anôt có đường kính là  $D_1$ . Nếu đổi cực (nối anôt với cực âm, catôt với cực dương của nguồn điện) thì đường kính của vết đó là  $D_2 = D_1/2$ . Tìm suất điện động của nguồn điện, bỏ qua điện trở trong của nó.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 1995).

**Đề 26.** Một quả cầu bằng kẽm có bán kính  $R = 1 \text{ cm}$  đặt trong chân không ở cách xa các vật khác và đã được tích điện đến điện thế  $\varphi_0 = -0,5 \text{ V}$  (diện thế ở vô cùng  $\varphi = 0$ ). Chiếu chùm sáng từ ngoại đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 290 \text{ nm}$  vào quả cầu.

1. Tìm vận tốc cực đại  $v_1$  của các electron quang điện khi bật ra khỏi quả cầu.

2. Các electron quang điện khi bay ra rất xa quả cầu ở thời điểm mới tiến hành thí nghiệm có vận tốc cực đại  $v_2$  bằng bao nhiêu ?
3. Tìm điện thế của quả cầu sau khi chiếu quả cầu liên tục một thời gian dài.
4. Tìm số electron quang điện bay rời khỏi quả cầu sau khi chiếu quả cầu liên tục một thời gian dài.

Giới hạn quang điện của kẽm là  $\lambda_0 = 332$  nm. Tốc độ ánh sáng trong chân không là  $c = 3.10^8$  m/s ; hằng số Plăng  $h = 6,63.10^{-34}$  J.s, hằng số điện  $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}$  F/m; điện tích của electron là  $e = -1,6.10^{-19}$  C, khối lượng electron  $m = 9,1.10^{-31}$  kg.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Bang Nga, năm 2005).

# HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP SỐ

## CHỦ ĐỀ 1

1.1. Áp dụng công thức  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  ( $l_0$  là chiều dài riêng), ta được

$$\frac{l}{l_0} = 0,99 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ suy ra } v = 0,141c = 42300 \text{ km/s.}$$

1.2. Áp dụng công thức  $D = D_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

với  $D_0 = 1,2 \cdot 10^4$  km,  $v = 30$  km/s,  $c = 3 \cdot 10^5$  km/s,

$$\text{ta có : } D = 1,2 \cdot 10^4 \sqrt{1 - (10^{-4})^2} \approx 1,2 \cdot 10^4 (1 - 0,5 \cdot 10^{-8}) \text{ km}$$

$$\text{suy ra } D_0 - D \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ km} = 6 \text{ cm.}$$

1.3. Áp dụng công thức của thuyết tương đối, ta có :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\Delta t_0 \text{ là thời gian riêng})$$

$$\text{Từ đó } \Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (6 \cdot 10^{-6} \text{ s}) \sqrt{1 - (0,95)^2} = 1,87 \cdot 10^{-6} \text{ s.}$$

1.4. Áp dụng công thức của thuyết tương đối, ta có :

$$\Delta t_{\text{đất}} = \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{1 - 2 \cdot 10^{-12}}$$

$$\text{Rút ra } (2 \cdot 10^{-12}) \Delta t_{\text{đất}} \approx \Delta t_{\text{đất}} - \Delta t_{\text{máy bay}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\text{hay } \Delta t_{\text{đất}} \approx 10^6 \text{ s} \approx 11,6 \text{ ngày đêm.}$$

1.5. 1. Gọi HQC gắn với mêzon  $\pi$  là hệ K'. HQC mặt đất là hệ K. Ta tính hệ số  $\gamma$  của hệ K'.

$$\beta = 1 - 10^{-8}, \beta^2 = 1 - 2 \cdot 10^{-8} + 10^{-16} \approx 1 - 2 \cdot 10^{-8}$$

$$1 - \beta^2 = 2 \cdot 10^{-8}, \sqrt{1 - \beta^2} = 10^{-4} \sqrt{2}, \gamma = 7071.$$

Trong hệ K', mêzon đi được  $l_0 = (1 - 10^{-8})3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 6,6\text{m}$ .

2.  $T_0 = 2 \cdot 10^{-8}\text{s}$  là thời gian sống riêng của mêzon  $\pi$ .

Đối với hệ K thì thời gian sống là  $T = \gamma T_0 = 0,156 \cdot 10^{-3}\text{s}$  và quãng đường đi được là  $l = (1 - 10^{-8}) \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,156 \cdot 10^{-3} \approx 0,468 \cdot 10^5\text{m} \approx 47\text{km}$ .

Vậy ta có thể quan sát được mêzon  $\pi$  ở mặt đất.

1.6. *Đáp số*: 10% nếu thừa nhận phải dùng Cơ học tương đối tính khi  $\gamma > 1$ .

$$1.7. 1. \text{Ta có: } \Delta t_{\text{trạm}} = \frac{\Delta t_{\text{tên lửa}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{30}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = 37,5 \text{ phút}$$

Vậy đồng hồ ở trạm chỉ 12 giờ 37,5 phút.

2. a) Khoảng cách = vận tốc  $\times$  thời gian

$$= (0,6 \cdot 3 \cdot 10^8)(30 \cdot 60) = 3,24 \cdot 10^{11}\text{m}$$

b) Khoảng cách  $= (0,6 \cdot 3 \cdot 10^8)(37,5 \cdot 60) = 4,05 \cdot 10^{11}\text{m}$

3. a) Đối với quan sát viên trên mặt đất :

$$\text{Thời gian} = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} = \frac{4,05 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 1350\text{s} = 22,5\text{ph.}$$

Tín hiệu tới Trái Đất lúc 12h 37 ph 30 s + 22 ph 30 s = 13 h.

b) Đối với phi công vũ trụ :

$$\text{Thời gian} = \frac{3,24 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 1080\text{s} = 18\text{ ph.}$$

Tín hiệu tới Trái Đất lúc 12h 30 ph + 18 ph = 12h 48 ph.

1.8.  $\beta = 21 \cdot 10^{-7}$ , là khá nhỏ nên ta có thể dùng các công thức tính gần đúng.

$$1. l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} \approx l_0 \left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right)$$

$$\text{Chiều dài ngắn đi } l_0 \frac{\beta^2}{2} = 88 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

2. Khoảng thời gian dài thêm :

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{\beta^2}{2} T_0 = 22 \cdot 10^{-13} T_0.$$

Muốn có  $\Delta T = 10^{-6}$  s thì

$$T_0 = 0,45 \cdot 10^6 \text{ s} = 5,26 \text{ ngày}$$

1.9. Chỉ có các kích thước song song với v mới bị co lại.

1. Hình chữ nhật có diện tích  $S' = 60 \text{ cm}^2$ .

2. Hình thoi có diện tích  $S'' = 60 \text{ cm}^2$ .

1.10. 1. Ánh sáng từ B đến O lọt vào máy ảnh lúc  $t = 0$  đã xuất phát từ thời điểm trước đó là :

$$t_B = -\frac{0,9}{c} = -3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Trong khoảng thời gian  $(t_B, 0)$  đầu A đã dịch chuyển một đoạn  $\frac{0,9}{c} \cdot 0,8c = 0,72 \text{ m}$ .

Vào thời điểm  $t_B$ , A cách O 0,72 m về bên phải và B cách O 0,9 m về bên trái.

Vậy chiều dài đối với O là :  $l = 0,9 + 0,72 = 1,62 \text{ m}$ .

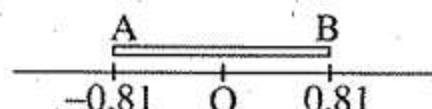
(chiều dài riêng  $l_0 = \frac{1,62}{0,6} = 2,7 \text{ m}$ )

0,9 m không phải là  $l$  vì *chiều dài là hiệu các hoành độ ở cùng một thời điểm*.

Ở đây máy ảnh đã ghi các hoành độ của A và B ở các thời điểm khác nhau,

$t_A = 0$  và  $t_B = -3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ .

2. Muốn ghi được  $l$  thì phải chụp lúc A và B *cách đều* O để hai tín hiệu sáng đến O đồng thời lúc  $t = 0$  nghĩa là lúc A và B cách O



Hình 1.1G

một khoảng  $\frac{l}{2} = 0,81$  m (Hình 1.1G). Như vậy, phải chụp sớm hơn, lúc

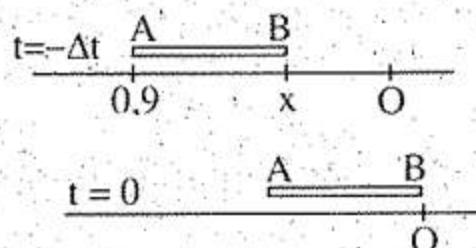
$$t_A = t_B = -\frac{0,81}{c} = -0,27 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

3. Để tiện lập luận ta đổi dấu các vạch âm. Giả sử khi A đi ngang qua vạch 0,9 m thì B đi ngang qua vạch x (Hình 1.2G). Tín hiệu đi từ A tới O mất thời gian :  $\Delta t = \frac{0,9}{c} = 0,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

Lúc  $t = 0$ , B tới O sau khi đã đi quãng đường  $x = 0,8 \cdot c \cdot \Delta t = 0,72$  m.

Chiều dài (đối với O) là  $l = 0,9 - x = 0,18$  m

$$\text{(chiều dài riêng } l_0 = \frac{0,18}{0,6} = 0,3 \text{ m).}$$



Hình 1.2G

### 1.11. 1. 1 năm = $31,5 \cdot 10^6$ s ; 1 năm ánh sáng (nas) = $94,6 \cdot 10^{14}$ m

Một nửa quãng đường đi từ Trái Đất đến sao S :

$$\frac{l_0}{2} = 2,2 \text{ nas} = 208 \cdot 10^{14} \text{ m}$$

$$\text{Thời gian đi quãng đường này là : } t = \sqrt{\frac{2 \frac{l_0}{2}}{a}} = 20,4 \cdot 10^7 \text{ s,}$$

hay  $t = 6,47$  năm đối với đồng hồ trên Trái Đất.

Cả chuyến bay khứ hồi mất thời gian  $T_0 = 4t = 25,9$  năm.

2. Đối với phi công vũ trụ, cả lộ trình dài :

$$L = 4l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Đối với Trái Đất, phi công có vận tốc trung bình :

$$v = \frac{8,8 \text{ năm.c}}{25,9 \text{ năm}} = 0,34.c;$$

$$\beta = 0,34 \cdot \sqrt{1 - \beta^2} = 0,94$$

Suy ra  $L = 8,8 \cdot 0,94 = 8,276$  nas và thời gian bay  $T = \frac{8,8 \text{ nas}}{0,34 \cdot c} = 24,3$  năm.

(Cũng có thể tính  $\gamma = 1,064$  và  $T = \frac{T_0}{\gamma} = 24,3$  năm)

Phép tính chính xác cho kết quả  $T = 23,7$  năm.

**1.12.** Khoảng cách từ trạm vũ trụ tới sao  $\alpha$  :  $d = 4 \cdot c$  (năm.km/s).

Vận tốc của tàu vũ trụ :  $v = 0,8 \cdot c$  (km/s).

1. Đối với B, thời gian lượt đi là :  $\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{4 \cdot c}{0,8c} = 5$  năm.

Lượt về cũng diễn ra như vậy, do đó tổng thời gian lượt đi và lượt về là  $5 \cdot 2 = 10$  năm.

Chính A cũng đo thời gian riêng của cuộc hành trình của mình, ta có :

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}} = 3 \text{ năm}$$

Thời gian tổng cộng của cuộc hành trình do A đo được là :

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ năm}$$

Như vậy, khi hai anh em sinh đôi gặp nhau, A kém hơn B 4 tuổi.

2. Đối với B, A tới được sao  $\alpha$  sau 5 năm, tín hiệu ánh sáng tới được sao đó sau 4 năm. Trong điều kiện đó, tín hiệu đầu tiên mà B gửi vào thời điểm  $t = 1$  năm sẽ đến sao  $\alpha$  cùng lúc với A. Như vậy, trong 10 năm B phát đi 10 tín hiệu thì 9 tín hiệu còn lại A sẽ nhận được trên đường trở về trạm.

3. Đối với B, A tới được sao  $\alpha$  sau 5 năm. Tín hiệu ánh sáng do A phát ra khi đó sẽ tới B sau khoảng thời gian (do B đo được) bằng 4 năm. Như vậy, kể từ lúc A rời trạm vũ trụ đến lúc B nhận được tín hiệu ánh sáng do A phát ra từ sao  $\alpha$ , thời gian B đo được là  $5 + 4 = 9$  năm.

Trong điều kiện đó, trong số các tín hiệu do A phát đi về B, có 3 tín hiệu do B nhận được trong 9 năm đầu, 3 tín hiệu còn lại do B nhận được trong năm cuối.

**1.13. 1.** Vận tốc tương đối được xác định bởi phi công A :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{90}{5 \cdot 10^{-7}} = 1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,6c$$

2. Vận tốc tương đối của hai tên lửa có cùng một giá trị đối với mỗi phi công. Đối với phi công B, chiều dài của tên lửa A là :

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 90 \sqrt{1 - (0,6)^2} = 72 \text{ m}$$

Khoảng thời gian cần thiết để đi hết tên lửa A (do phi công B đo được) là :

$$\Delta t_B = \frac{l}{v} = \frac{72}{0,6 \cdot 3 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

**1.14.** Vận tốc "siêu ánh sáng" đó chỉ là biểu kiến, vì ánh sáng phải có thời gian để đi từ A, B đến O. Thực ra thiên thể rời A lúc  $t = -2 \text{ s}$  và tới B lúc  $t = 0 \text{ s}$ .

Nó đi quãng đường AB mất 2 s, với vận tốc  $200\,000 \text{ km/s} = \frac{2}{3}c$ .

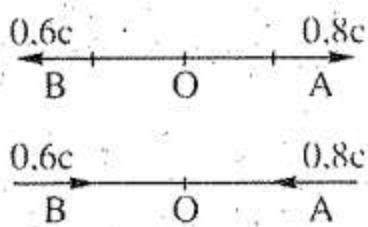
**1.15.** 1. Lấy chiều dương hướng sang phải. Đối với O thì vận tốc *ra xa hay lại gần* của hai tên lửa là (Hình 1.3G).

$$v_0 = 0,8c + 0,6c = 1,4c$$

Vận tốc  $v_0$  này có tính chất toán học nên có thể lớn hơn vận tốc ánh sáng c.

2. Để tính  $v_{A/B}$  ta áp dụng công thức cộng vận tốc của thuyết tương đối :

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}},$$



Hình 1.3G

với :  $u = v_{A/O} = 0,8c$ ;  $u' = v_{A/B}$ ;  $v = v_{B/O} = -0,6c$

Ta tính được :  $v_{A/B} = 0,946c$

3.  $v_0 = 1,4c$ ;  $v_{A/B} = -0,946c$

4. Đối với O,  $v_0 = 2.c$ ; đối với một phôtôen  $v = \pm c$ .

**1.16.** 1.  $5 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$ ;

2.  $5 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$ .

$$1.17. \frac{\Delta p}{p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 1 - \sqrt{1 - \beta^2} < 0,01$$

Suy ra  $v < 0,14c$ .

$$1.18. 1. v = 0,2c \text{ thì } \gamma = 1,0206; \frac{\Delta k}{k} \simeq 3\%.$$

2. Giả sử với vận tốc cực đại  $v$ , sai số tương đối là 1%

$$\frac{\Delta W_d}{W_d} = \frac{W_d - \frac{m_0}{2}v^2}{W_d} = 0,01; W_d = \frac{1}{0,99} \frac{m_0}{2} v^2 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \dots$$

$$\text{Do đó: } W_d = (\gamma - 1)m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} \right)$$

$$W_d = \frac{m_0 v^2}{2} \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (2)$$

Cân bằng (1) và (2) ta suy ra :

$$\frac{3}{4} \left( \frac{v}{c} \right)^2 = 0,01 \Rightarrow v = 0,115c \approx 34500 \text{ km/s.}$$

$$1.19. \gamma_1 = \frac{1}{0,6} = 1,666; \gamma_2 = 1,25$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần :

$$m_0 c^2 = c^2 (\gamma_1 m_{01} + \gamma_2 m_{02})$$

và định luật bảo toàn động lượng :

$$p_1 = p_2 \text{ hay } \gamma_1 m_{01} v_1 = \gamma_2 m_{02} v_2$$

Ta tìm được :

$$m_{01} = 2,571u, m_{02} = 4,571u \quad (u = 931,5 \text{ MeV}/c^2)$$

Động năng của các hạt là :

$$W_{d1} = (\gamma_1 - 1)m_{01}c^2 = 1597 \text{ MeV}$$

$$W_{d2} = (\gamma_2 - 1)m_0 c^2 = 1164 \text{ MeV}$$

(Tổng động năng lúc sau là 2561 MeV, lúc trước là 0)

*Kiểm chứng:* Khối lượng nghỉ đã giảm một lượng :  $10 - (2,25 + 5) = 2,75 \text{ u}$ .

Năng lượng toàn phần được bảo toàn nên phải tăng  $2,75 \cdot 931,5 = 2561 \text{ MeV}$ .

**1.20.**  $v_0 = 0,6c$ ;  $\gamma_0 = 1,25$

Biểu thức bảo toàn động lượng :  $\gamma_0 \cdot m_0 \cdot v_0 = \gamma \cdot m \cdot v$  (1)

Biểu thức bảo toàn năng lượng :  $\gamma_0 \cdot m_0 \cdot c^2 + m_1 c^2 = \gamma \cdot m \cdot c^2$  (2)

Từ (2) ta tính được  $\gamma = 3,25$  thay vào (1) ta được :

$$v = 0,23c; m = 3,08 \text{ kg}$$

Khối lượng nghỉ đã tăng 0,08 kg, ứng với

$$0,08 \cdot 561 \cdot 10^{27} = 44,9 \cdot 10^{27} \text{ MeV/c}^2 \quad (3)$$

Động năng phải giảm một lượng tương đương.

$$W_{d0} = (\gamma_0 - 1)m_0 c^2 = 140,25 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$$

$$W = (\gamma - 1)m c^2 = 96,76 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$$

Độ giảm là  $W_{d0} - W_d = 43,5 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$ , phù hợp với (3) trong phạm vi sai số.

**1.21.** Năng lượng toàn phần của hạt tối :

$$E_0 = 1000 + 250 = 1250 \text{ MeV}$$

Biểu thức động lượng của hạt tối :

$$E_0^2 = (p_0 c)^2 + (m_0 c^2)^2 \text{ suy ra } p_0 = 750 \text{ MeV/c}$$

Biểu thức bảo toàn động lượng :

$$p_0 = p = \gamma \cdot m \cdot v, \text{ với } v = \beta c, \text{ ta có: } 750 = \gamma \cdot m \cdot v \cdot \beta c \quad (1)$$

$$\text{Suy ra } \beta = \frac{750}{c \cdot \gamma \cdot m} \text{ hay } \gamma \cdot m = 4250 \text{ MeV/c}^2$$

Thay vào (1) ta được :

$$\beta = \frac{750(\text{MeV/c})}{c \cdot 4250(\text{MeV/c}^2)} = 0,176 \Rightarrow v = 0,176c$$

$$\text{suy ra } \gamma = 1,106 \text{ và } m = \frac{4250}{1,016} = 4183 \text{ MeV/c}^2$$

*Kiểm chứng :* Khối lượng nghỉ đã tăng  $183 \text{ MeV/c}^2$  vậy động năng phải giảm  $183 \text{ MeV}$ .

Động năng của hạt tạo thành là :

$$W_d = (\gamma - 1)mc^2 = 0,016 \cdot 4183 = 67 \text{ MeV}$$

$$W_{d0} - W_d = 250 - 67 = 183 \text{ MeV}$$

Đây chính là độ giảm động năng đã tính được ở trên.

**1.22.** Khối lượng nghỉ giảm  $498 - 270 = 228 \frac{\text{MeV}}{\text{c}^2}$ , chuyển thành động năng hai hạt  $\pi^0$ . Vì động lượng của hệ được bảo toàn (bằng 0) nên hai hạt  $\pi^0$  có vận tốc trực đối và động năng bằng nhau  $W_d = 114 \text{ MeV}$  cùng cỡ với năng lượng nghỉ  $m_0c^2 = 135 \text{ MeV}$ , nên ta phải dùng Cơ học tương đối tính.  $W_d = (\gamma - 1)m_0c^2$ , cho  $\gamma = 1,84$  ứng với  $v = 0,84c$ .

Nếu dùng công thức cổ điển  $W_d = \frac{m_0}{2}v^2$ , thì  $v = 1,3c$ .

### 1.23. • Động lượng

$$(pc)^2 = W_d^2 + 2W_d m_p c^2$$

$$(pc)^2 = 40\,000 + 2 \cdot 200 \cdot 938,3 = 415\,320 \text{ (MeV)}^2$$

$$p = 644,5 \frac{\text{MeV}}{\text{c}}$$

#### • Vận tốc

$$p^2 = \gamma^2 m_p^2 v^2 = \frac{m_p^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \text{ Suy ra } v = \frac{p}{\sqrt{m_p^2 + \frac{p^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{m_p^2 + \frac{p^2}{c^2}} = \sqrt{(938,3)^2 + (644,5)^2} = 1138,3 \frac{\text{MeV}}{\text{c}^2}$$

$$v = \frac{644,5}{1138,3} = 0,566c.$$

1.24. Đáp số:  $v = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \approx c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{E_0}{E}\right)^2\right]$

1.25. 1. Theo bài 1.24. cần bắn A với vận tốc  $u = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$

$$E^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2} E_0^2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} E_0^2 = \frac{E_0^2}{1 - (0,999987)^2}$$

$$= \frac{E_0^2}{0,000026} = \frac{E_0^2}{10^{-6}26}$$

$$E = \frac{E_0 \cdot 10^3}{5,1} = \frac{500}{5,1} = 98 \text{ MeV}$$

2. Theo ví dụ 2 thì vận tốc đối với hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm cần có là :

$$v = \frac{c^2 - c\sqrt{c^2 - u^2}}{u} = 0,994914c < u$$

Tương tự như trên, ta có :

$$E'^2 = \frac{E_0^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{0,25}{1 - (0,994914)^2} = \frac{0,25}{101,5 \cdot 10^{-4}} = 24,63 (\text{MeV})^2$$

$E' = 4,96 \text{ MeV}$ , thấp hơn  $E$  nhiều, nhưng cơ cấu máy sẽ phức tạp hơn vì phải truyền năng lượng cho cả hai chùm hạt A và B.

1.26. Đối với O' thì SO' là một chiều dài đứng yên nên quãng đường đi của ánh sáng cũng là  $l' = 10 \text{ s.c}$ , thời gian đi là  $10 \text{ s} = \Delta t'$ ,  $v = 0,8c$  ứng với

$\gamma = \frac{1}{0,6} \approx 1,66$ . Đối với phi công, chiều dài SO' co lại thành 6 s.c nhưng

quãng đường đi của ánh sáng không co lại mà lại dãn ra. Thật vậy, ở đây ánh sáng đi cùng chiều với vận tốc  $-v$  của O' đối với O nên ta áp dụng (1.15a) :

$$\Delta x = \gamma l'(1 + \beta) = \frac{1}{0,6} 10 \text{ s.c}(1 + 0,8) = 30 \text{ s.c}$$

$$\text{và } \Delta t = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \Delta t' = \sqrt{\frac{1,8}{0,2}} \Delta t' = 30 \text{ s.}$$

Chú ý :

1. Ta có thể không dùng các công thức (1.15a) và (1.15b) mà dùng ngay các biến đổi Lo-ren-xơ. Gọi A là biến cố phát ánh sáng từ O', B là biến cố ánh sáng đi tới S, ta đã biết các toạ độ của A trong các HQC (O') và (O) :

$$x'_A = 0, t'_A = 0; x_A = 0, t_A = 0$$

và biết toạ độ của B trong (O') :  $x'_B = l' = 10 \text{ s.c}$ ,  $t'_B = 10 \text{ s}$ , các biến đổi Lo-ren-xơ nghịch sẽ cho ta  $x_B = 30 \text{ s.c}$  và  $t_B = 30 \text{ s}$ .

2. Nếu trong đề bài, phi công bay theo hướng O'S, thì (O') có vận tốc  $-v$  đối với (O) còn ánh sáng có chiều của v nghĩa là ngược chiều của (O'). Ta có :

$$\sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} = \sqrt{\frac{0,2}{1,8}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

Cả quãng đường đi và thời gian đi của ánh sáng đối với phi công đều co lại :

$$\Delta x = \frac{10 \text{ s.c}}{3}; \Delta t = \frac{10}{3} \text{ s.}$$

### 1.27. Theo công thức Đốp-ple

$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} \text{ hay } \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Thay số ta được :

$$\lambda' = 5890 \cdot \sqrt{\frac{1 + 0,005}{1 - 0,005}} = 5920 (\text{\AA})$$

Từ đó  $\Delta\lambda = 5920 - 5890 = 30$  (Å).

**1.28.** Ánh sáng quan sát được bị dịch chuyển về phía bước sóng dài (dịch chuyển đỏ).

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \text{ hay } 5990 = 5890 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Giải phương trình trên ta được  $v = 0,017c$ .

**1.29.**

$$f' = f \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} \sqrt{\frac{1 - 0,6}{1 + 0,6}}$$

$$f' = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

2. Theo công thức biến đổi Lo-ren-xơ, vận tốc tương đối của hai tên lửa là :

$$u_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} = \frac{0,6c - (-0,8c)}{1 - \frac{(-0,8c)(0,6c)}{c^2}} = 0,946c$$

Tần số phát hiện bởi nhà du hành vũ trụ của tên lửa thứ hai là :

$$f' = f \sqrt{\frac{1 - \frac{u_x}{c}}{1 + \frac{u_x}{c}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} \sqrt{\frac{1 - 0,946}{1 + 0,946}} \approx 1,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

**1.30.**

1. Pha dao động của ánh sáng ở điểm  $x$  trong hệ  $K$  là  $2\pi f \left( t - \frac{x}{c} \right)$

Pha dao động của ánh sáng ở điểm  $x'$  trong hệ  $K'$  là  $2\pi f' \left( t' - \frac{x'}{c} \right)$

Mọi hiện tượng vật lí xảy ra trong các hệ quy chiếu quán tính phải như nhau, nên :

$$2\pi f \left( t - \frac{x}{c} \right) = 2\pi f' \left( t' - \frac{x'}{c} \right)$$

Theo công thức biến đổi Lo-ren-xo:

$$2\pi f \left( t - \frac{x}{c} \right) = 2\pi f \left( \frac{t' + \frac{v}{c}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}} \right) = 2\pi f \left( t' - \frac{x'}{c} \right); \beta = \frac{v}{c}$$

Hằng đẳng hệ số của  $t'$  và  $x'$  ở hai vế, ta thu được :

$$f' = f \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}; \Delta f = f - f' = f \left( 1 - \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right) \quad (1)$$

Trong (1),  $v$  là vận tốc tương đối giữa máy thu và nguồn. Coi  $v > 0$  nếu máy thu và nguồn ra xa nhau,  $v < 0$  nếu máy thu và nguồn lại gần nhau. Ta thấy rằng nếu máy thu ra xa nguồn thì tần số của ánh sáng mà máy thu nhận được sẽ nhỏ hơn máy thu lại gần nguồn, tần số ánh sáng mà nó thu được sẽ lớn hơn tần số ánh sáng mà nguồn phát ra.

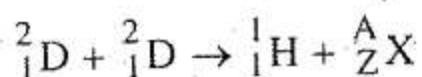
$$2. \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} = 1.10^3 \sqrt{\frac{1 + 0,6}{1 - 0,6}} = 2.10^3 \text{ Å}$$

3. Tìm vận tốc tương đối của 2 tên lửa đối với nhau dựa vào công thức cộng vận tốc. Vận tốc của tên lửa 1 đối với bệ phóng là  $u$ , của tên lửa 2 đối với bệ phóng là  $v$  và đối với tên lửa 1 là  $u'$ .

$$u_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \Rightarrow \lambda'' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} = 6.10^3 \text{ Å}$$

## CHỦ ĐỀ 2

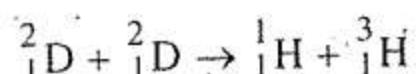
2.1. 1. Phản ứng hạt nhân có phương trình :



Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn, ta được  $Z = 1$ ;  $A = 3$ .

Vậy hạt nhân là hạt triti  ${}_{1}^{3}\text{T}$ , đồng vị của hiđrô.

Phương trình của phản ứng là :



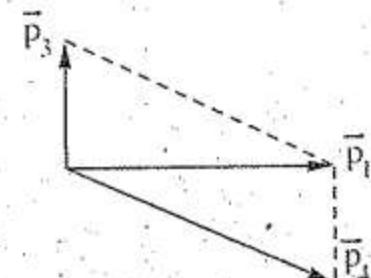
2. Kí hiệu  $E_1, E_2, E_3, E_4$  tương ứng là năng lượng của hạt đotêri đi tối, của hạt đotêri đứng yên, của hạt prôtôn và của hạt triti (hạt X).

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

$$\text{Với } E_1^2 = p_1^2 c^2 + m_{0D}^2 c^4; E_2 = m_{0D} c^2 (\text{Vì } \vec{p}_2 = 0);$$

$$E_3^2 = p_3^2 c^2 + m_{0P}^2 c^4; E_4^2 = p_4^2 c^2 + m_{0T}^2 c^4 \quad (1)$$



Hình 2.1G

$$\text{Từ đó: } p_4^2 c^2 + m_{0T}^2 c^4 = (E_1 - E_3)^2 + m_{0D}^2 c^4 + 2m_{0D} c^2 (E_1 - E_3) \quad (2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

Theo đề bài  $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_3$  (Hình 2.1G) nên ta có :

$$p_4^2 = p_1^2 + p_3^2$$

Thay vào (2) và chú ý đến (1) ta được :

$$\begin{aligned} E_1^2 - m_{0D}^2 c^4 + E_3^2 - m_{0P}^2 c^4 + m_{0T}^2 c^4 &= \\ &= (E_1 - E_3)^2 + m_{0D}^2 c^4 + 2m_{0D} c^2 (E_1 - E_3) \\ \Rightarrow m_{0T}^2 c^4 &= m_{0P}^2 c^4 + 2(m_{0D}^2 c^4 + m_{0D} c^2 E_1 - m_{0D} c^2 E_3 - E_1 E_3) \end{aligned}$$

Thay số :

$$E_1 = m_{0D} c^2 + W_{d1} = 1875,6 + 1,81 = 1877,41 \text{ MeV}$$

$$E_3 = m_{0P} c^2 + W_{d3} = 938,3 + 3,5 = 941,8 \text{ MeV}$$

ta được :

$$m_{0T}^2 c^2 = \sqrt{7,8895 \cdot 10^6} = 2808,8 \text{ MeV} \Rightarrow m_{0T} = 2808,8 \text{ MeV/c}^2$$

So sánh kết quả này với trị đúng  $2808,9 \text{ MeV/c}^2$  ta thấy chỉ chênh lệch  $\frac{0,1}{2808,9} < 4 \cdot 10^{-5}$ . Điều đó chứng tỏ phép xác định rất chính xác.

3. Năng lượng phản ứng này là :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = [2m_{0D} - (m_{0P} + m_{0T})]c^2 \Rightarrow \Delta E = 4,1 \text{ MeV} \quad (3)$$

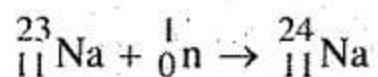
Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, kí hiệu  $W_{d4}$  là động năng hạt X, ta có :

$$2m_{0D}c^2 + W_{d1} = (m_{0P}c^2 + W_{d3}) + (m_{0T}c^2 + W_{d4})$$

Suy ra (chú ý đến (3)) :

$$W_{d4} = \Delta E + W_{d1} - W_{d3} = 2,41 \text{ MeV}$$

## 2.2. 1. Phương trình phản ứng hạt nhân :



2. Số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  phân rã phóng xạ sau thời gian dt là :

$$|dN| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N dt$$

(phải lấy trị tuyệt đối vì  $dN < 0$ , do N giảm)

Số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  được tạo ra nhờ chiếu chùm nôtron, theo đề bài, bằng  $10^{10}$  dt.

Số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  trong mẫu khảo sát sẽ không thay đổi nữa, nếu như trong cùng một thời gian dt, số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  được tạo ra bằng với số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  bị phân rã phóng xạ, nghĩa là khi :

$$\lambda N dt = 10^{10} dt$$

Suy ra :

$$N = \frac{10^{10}}{\lambda} = \frac{10^{10}}{\ln 2} T = \frac{10^{10} \cdot 15.3600}{0,693}$$

$$N \approx 7,79 \cdot 10^{14}$$

(Số hạt nhân  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  trong mẫu khảo sát đạt trị số giới hạn không đổi bằng  $7,79 \cdot 10^{14}$  hạt ta có cân bằng phóng xạ).

3. Trong 1 g của mẫu  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  có chứa :

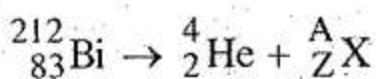
$$N_0 = \frac{6,023 \cdot 10^{23}}{23} \approx 2,62 \cdot 10^{22} \text{ nguyên tử}$$

Do đó, trong mẫu  $Ig_{11}^{24}Na$ , số hạt nhân  $^{24}_{11}Na$  được tạo thành, tức số hạt nhân  $^{23}_{11}Na$  bị phân rã phóng xạ chỉ chiếm một tỉ lệ bằng :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{7,79 \cdot 10^{14}}{2,62 \cdot 10^{22}} = 3 \cdot 10^{-8}$$

Nghĩa là chỉ chiếm một tỉ lệ không đáng kể. Nói cách khác, độ giảm tương đối của các hạt nhân  $^{23}Na$  trong mẫu xem như không đáng kể, như vậy, giả thiết nêu ra ở câu 2 là đúng đắn và hợp lý.

### 2.3. 1. Phương trình phân rã phóng xạ :



Áp dụng các định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn, ta có :  
 $A = 212 - 4 = 208$ ;  $Z = 83 - 2 = 81$ .

Vậy X là hạt nhân tali  $^{208}_{81}Tl$ .

2. Năng lượng của phản ứng phân rã phóng xạ :

$$\Delta E = [m(Bi) - m(\alpha) - m(X)]c^2 = 6,35 \text{ MeV}$$

Kí hiệu  $W_{d\alpha}$  và  $W_{dx}$  là động năng của hạt  $\alpha$  và hạt nhân tali, áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$m(Bi)c^2 = [m(\alpha)c^2 + W_{d\alpha}] + [m(X)c^2 + W_{dx}]$$

$$\text{Suy ra : } W_{d\alpha} + W_{dx} = \Delta E = 6,35 \text{ MeV} \quad (1)$$

Mặt khác, áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$\begin{aligned} m_\alpha \vec{v}_\alpha + m_X \vec{v}_X &= 0 \Rightarrow m_\alpha^2 v_\alpha^2 = m_X^2 v_X^2 \\ \Rightarrow m_\alpha W_{d\alpha} &= m_X W_{dx} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta tìm được : } W_{d\alpha} = \frac{m_X}{m_\alpha + m_X} \Delta E = 6,23 \text{ MeV}$$

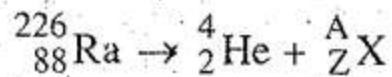
Thực nghiệm lại cho thấy : 70% hạt  $\alpha$  có động năng 6,09 MeV. Sở dĩ có sự sai biệt một lượng  $6,23 - 6,09 = 0,14$  MeV, đó là vì năng lượng chênh lệch đó đã dùng để kích thích hạt nhân tali được tạo thành, đưa nó lên mức năng lượng cao. Khi hạt nhân tali trở về trạng thái cơ bản, nó sẽ phát ra một phôtôni, đó là

tia  $\gamma$ . Để kiểm chứng dự đoán này, ta hãy tính bước sóng của phôtôん ứng với độ chênh lệch năng lượng, ta có :  $hf = \frac{hc}{\lambda} = 0,14 \text{ MeV}$ .

$$\Rightarrow \lambda = \frac{hc}{0,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} = 8,87 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,09 \text{ \AA}$$

Trị số này của  $\lambda$  ứng với phôtôん tia  $\gamma$ .

#### 2.4. 1. Phương trình phân rã phóng xạ :



Áp dụng các định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn, ta có :  $A = 226 - 4 = 222$ ;  $Z = 88 - 2 = 86$ .

Vậy, X là hạt nhân radôn  $^{222}_{86}\text{Rn}$ .

Năng lượng tỏa ra là :

$$\Delta E = [m(\text{Ra}) - m(\alpha) - m(X)]c^2 = 5,96 \text{ MeV}$$

2. Kí hiệu  $v_1$ ,  $W_{d1}$ ,  $v_2$ ,  $W_{d2}$  tương ứng là vận tốc và động năng của hạt  $\alpha$  và hạt X. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng, ta có :

$$\vec{0} = m_\alpha \vec{v}_1 + m_X \vec{v}_2 \quad (1)$$

$$W_{d1} + W_{d2} = \Delta E \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được :

$$W_{d1} = \frac{m_X}{m_\alpha + m_X} \Delta E \approx 5,85 \text{ MeV}$$

$$W_{d2} = \frac{m_\alpha}{m_X} W_{d1} \approx 0,11 \text{ MeV}$$

Từ đó suy ra :  $v_1 = \sqrt{\frac{2W_{d1}}{m_\alpha}}$

Với  $W_{d1} = 5,85 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ ;  $m_\alpha = 4,0015 \cdot 1,66 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$

$$\Rightarrow v_1 = 1,68 \cdot 10^7 \text{ m/s} \text{ và } v_2 = \frac{m_\alpha}{m_X} v_1 \approx 3,03 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

3. Sở dĩ động năng của hạt  $\alpha$  có các giá trị rời rạc là do : các hạt X (radôn) được tạo nên ở trạng thái kích thích có mức năng lượng cao ; vì vậy khi trở về trạng thái cơ bản (mức năng lượng thấp nhất) chúng phát ra phôtônen tia  $\gamma$ . Như vậy một phân động năng của các hạt  $\alpha$  bị mất đi và được thay thế bằng năng lượng  $hf$  của tia  $\gamma$ . Vì các mức năng lượng trong nguyên tử hợp thành một chuỗi rời rạc (lượng tử hoá), nên động năng của các hạt  $\alpha$  cũng có các trị số rời rạc.

4. a) Ta có độ phóng xạ ban đầu của mẫu radône là :

$$H_0 = \lambda_1 N_0 = \frac{0,963 N_0}{T_1}$$

Với  $T_1 = 1620$  năm =  $1620.365.24.3600$  s

$$N_0 = \frac{1}{266} . 6,02 \cdot 10^{23} \text{ hạt}$$

Suy ra :  $H_0 \approx 3,62 \cdot 10^{10}$  Bq  $\approx 1$  Ci

b) Khối lượng hạt X (radôn) không thay đổi (xảy ra cân bằng phóng xạ) khi số hạt nhân radôn được tạo ra trong một đơn vị thời gian bằng số hạt nhân radôn bị phân rã trong cùng thời gian đó.

Số hạt nhân radôn tạo ra trong 1 giây lại bằng số hạt nhân radône phân rã trong 1 giây, tức là bằng độ phóng xạ của mẫu radône. Còn số hạt nhân radôn bị phân rã trong 1 giây lại chính là độ phóng xạ của radôn. Vậy lúc có cân bằng phóng xạ thì độ phóng xạ của radône và radôn bằng nhau, nghĩa là ta có :  $H(Ra) = H(Rn)$ .

$$\Rightarrow \lambda_1 N_{Ra} = \lambda_2 N_{Rn}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{Rn}}{N_{Ra}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

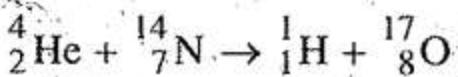
Tỉ số các khối lượng bằng tỉ số các số hạt nhân. Vì vậy khi có cân bằng phóng xạ thì khối lượng của hạt X (radôn) là :

$$\Rightarrow \frac{m_{Rn}}{m_{Ra}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow m_{Rn} = \frac{T_1}{T_2} m_{Ra} = \frac{3,82}{1620.365} m_{Ra}$$

Vì chu kỳ bán rã của radône khá lớn nên, cho đến khi xảy ra cân bằng phóng xạ, khối lượng của radône giảm đi không đáng kể so với khối lượng ban đầu của nó, nghĩa là có thể xem như  $m_{Ra} \approx 1$  g.

$$\text{Do đó, ta có : } m_{Rn} = \frac{3,82 \cdot 1}{1620,365} \approx 6,46 \cdot 10^{-6} \text{ g}$$

2.5. Phản ứng hạt nhân :



Khi hạt prôtôn bay vào từ trường :  $\vec{v}_p = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$

Trong đó :  $v_{//} = v_p \sin\alpha$ ;  $v_{\perp} = v_p \cos\alpha$

$$\text{Lực Lo-ren-xơ là lực hướng tâm : } \frac{m_p v_{//}^2}{r} = q_p v_p B \quad (1)$$

$$\text{Bước của đường định ốc : } h = v_{\perp} \frac{2\pi r}{v_{//}} = \frac{2\pi r \cos\alpha}{\sin\alpha} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{2\pi r}{h} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ (*)$$

$$\Rightarrow \text{góc } (\vec{v}_p, \vec{v}_X) = \beta = 30^\circ$$

$$\text{Với } \alpha = 60^\circ \text{ và (1)} \Rightarrow v_p = \frac{q_p r B}{m_p \sin^2 \alpha} = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow W_{dp} = 2,07 \text{ MeV}$$

+ Xét phản ứng hạt nhân :

Định luật bảo toàn năng lượng :  $W_{d\alpha} + \Delta E = W_{dp} + W_{dX}$

$$\Rightarrow W_{d\alpha} = W_{dX} + 3,28 \quad (3)$$

Định luật bảo toàn động lượng :  $\vec{p}_{\alpha} = \vec{p}_p + \vec{p}_X$

$$m_{\alpha} W_{d\alpha} = m_X W_{dX} + m_p W_{dp} + 2\sqrt{m_X W_{dX} m_p W_{dp}} \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow 4W_{d\alpha} = 2,07 + 17W_{dX} + 10,27\sqrt{W_{dX}} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \sqrt{W_{dX}} = 0,608 \Rightarrow W_{dX} = 0,37 \text{ MeV}$$

$$\text{Do đó : } W_{d\alpha} = 3,65 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2K_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2.3,65}{4,931} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,33 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Điện thế do vòng dây tròn tích điện đều gây ra ở 1 điểm M trên trục :

$$V_M = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + l^2}}$$

(chia nhỏ vòng dây thành n phần, mỗi phần có điện tích  $\Delta Q = \frac{Q}{n}$  để có thể coi  $\Delta Q$  là điện tích điểm ;  $\Rightarrow V_M = n \cdot \frac{k\Delta Q}{\sqrt{R^2 + l^2}} = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + l^2}}$ )

Từ định lí động năng :  $0 - W_{dX} = q_X \left( \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + l^2}} - \frac{kQ}{R} \right)$

$$\Rightarrow Q = \frac{W_{dX}}{kq_X \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + l^2}} \right)}$$

Thay số ta được :  $Q \approx 7,7 \mu\text{C}$ .

## 2.6. 1. Số nguyên tử chứa trong 1 mg radி bằng :

$$\frac{10^{-3} N_A}{226} = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{226} \text{ nguyên tử}$$

Số nguyên tử radி trong mẫu đó bị phân rã trong 1 giây là :

$$n_0 = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{226} \cdot \frac{1}{2300,365,86400}$$

$$\Rightarrow n_0 = 3,67 \cdot 10^7 \text{ nguyên tử.}$$

2. Điện tích của tụ điện sau 1 giờ là :

$$Q = CU = 8 \cdot 10^{-9} \cdot 21,1 = 1,688 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Điện tích này do các hạt  $\alpha$  đi tới bản tụ điện tạo nên. Biết mỗi nguyên tử radி khi phân rã sẽ phát ra 4 hạt  $\alpha$ , nên số hạt  $\alpha$  đã tới bản tụ điện trong 1 giờ là :

$$N = 4 \cdot n_0 \cdot 3600 = 5,2848 \cdot 10^{11} \text{ hạt.}$$

Tổng điện tích của các hạt  $\alpha$  này bằng  $Q = Nq_\alpha$

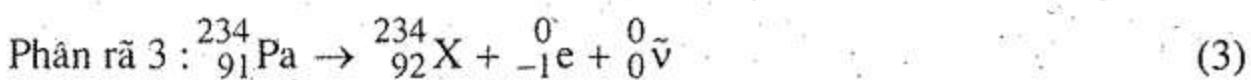
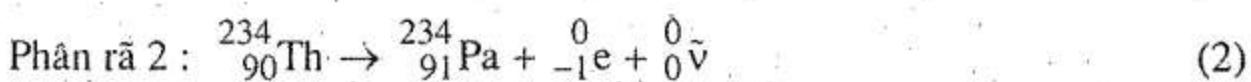
Suy ra điện tích của một hạt  $\alpha$ :

$$q_\alpha = \frac{Q}{N} = \frac{1,688 \cdot 10^{-7}}{5,2848 \cdot 10^{11}} = 3,2 \cdot 10^{-19} C$$

2.7. 1. Trong phân rã 1, hạt nhân con có  $Z = 90$ , giảm 2 đơn vị so với urani, ở trước hạt nhân mẹ 2 ô trong Bảng tuần hoàn Men-đê-lê-ép, đồng thời có số khối A giảm đi 4 đơn vị. Vậy đó là phóng xạ  $\alpha$ . Ta có phương trình:

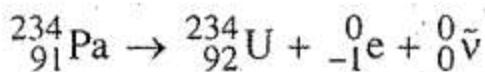


Các phân rã 2 và 3 đều có  $Z$  tăng lên 1 đơn vị và số khối không đổi nên đều thuộc loại phóng xạ  $\beta^-$ . Hơn nữa, ngoài hạt  $\beta^-$  (electron) được phát ra, còn xuất hiện các hạt phản neutrino  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \bar{\nu}$ . Vậy ta có phương trình:



Hạt nhân X có  $Z = 92$ . Vậy đó là một đồng vị của urani: urani 234 ( $\begin{array}{c} 234 \\ 92 \end{array} U$ ).

Phương trình phân rã 3 có dạng đầy đủ là:



2. Các hạt nhân  $\alpha$  có động năng lớn (4,195 MeV) ứng với các hạt nhân thôri sinh ra ở trạng thái không kích thích (trạng thái có mức năng lượng thấp). Còn các hạt  $\alpha$  có động năng nhỏ (4,147 MeV) lại ứng với hạt nhân thôri sinh ra ở trạng thái kích thích (mức năng lượng cao). Bởi vì một phần năng lượng của phản ứng dùng để kích thích thôri nên động năng của hạt  $\alpha$  mới bị giảm.

Khi thôri chuyển từ mức năng lượng cao về mức năng lượng thấp (mức cơ bản) nó sẽ phát ra một phôtôn hf. Năng lượng của phôtôn này có trị số bằng hiệu hai động năng của các hạt  $\alpha$ , tức là:

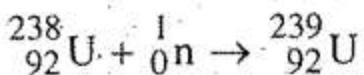
$$hf = \frac{hc}{\lambda} = 4,195 - 4,147 = 0,048 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = 0,048 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} J$$

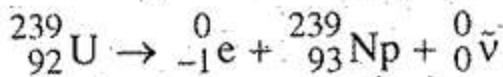
Từ đó tính được bước sóng của tia  $\gamma$ :

$$\lambda = \frac{hc}{0,048 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 2,59 \cdot 10^{-11} \text{ m hay } \lambda = 0,259 \text{ \AA}$$

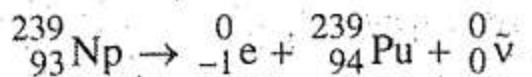
### 2.8. 1. Phản ứng 1:



### Phản ứng 2 (phóng xạ $\beta^-$ )



### Phản ứng 3 (phóng xạ $\beta^-$ )



2. Từ công thức  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  suy ra, khi 99% lượng chất phóng xạ biến mất thì:

$$N = \frac{N_0}{100} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 10^{-2} = e^{-\lambda t} \Rightarrow -\lambda t = \ln 100$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln 100}{\lambda} = \frac{\ln 100}{0,693} T$$

Với phản ứng 2 (phân rã của U239):

$$t = \frac{\ln 100}{0,693} T_1 = \frac{\ln 100}{0,693} \cdot 23 \text{ phút} \approx 153 \text{ phút}$$

Với phản ứng 3 (phân rã của neptuni):

$$t = \frac{\ln 100}{0,693} T_2 = \frac{\ln 100}{0,693} \cdot 2,3 \text{ ngày} \approx 15,3 \text{ ngày}$$

Với phân rã plutoni:

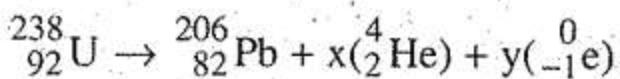
$$t = \frac{\ln 100}{0,693} T_3 \approx 1,595 \cdot 10^4 \text{ năm.}$$

Như vậy trong urani tự nhiên, thành phần đáng kể của U238, tuy không phân hạch trực tiếp vẫn có thể sử dụng để làm nhiên liệu hạt nhân.

Trong sự phân hạch của urani đã được làm giàu (tăng tỉ lệ  $^{235}\text{U}$  từ 0,7% lên khoảng 5% đến 10%) trong các lò phản ứng hạt nhân, các neutron hoặc làm phân hạch  $^{235}\text{U}$  hoặc biến  $^{238}\text{U}$  thành plutôni cũng là nhiên liệu hạt nhân (theo các phản ứng 1, 2, 3).

Sau một thời gian sử dụng, tỉ lệ  $^{235}\text{U}$  trong các thỏi nhiên liệu giảm dần. Lúc đó người ta rút các thỏi đó ra khỏi lò phản ứng và tái chế để tách riêng plutôni. Vì khối lượng  $^{238}\text{U}$  lớn hơn nhiều so với  $^{235}\text{U}$ , nên khối lượng plutôni thu được sẽ lớn hơn so với khối lượng  $^{235}\text{U}$  đã phân hạch. Như vậy, rất có lợi về hiệu suất nhiên liệu.

### 2.9. 1. Phản ứng phân rã của urani :



Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn ta có :

$$238 = 206 + 4x$$

$$92 = 82 + 2x - y$$

Suy ra  $x = 8$ ;  $y = 6$

2. Số hạt nhân sinh ra bằng đúng với số hạt nhân urani bị phân rã :

$$\text{a) } N_{\text{Pb}}(t) = N_{\text{U}}(0) - N_{\text{U}}(t) = N_{\text{U}}(0) \cdot (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\text{Hay } N_{\text{Pb}}(t) = N_{\text{U}}(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1) \quad (\text{vì } N_{\text{U}}(t) = N_{\text{U}}(0) \cdot e^{-\lambda t})$$

$$\text{b) Theo trên ta có: } \frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_{\text{U}}(t)} = e^{\lambda t} - 1$$

Vì  $\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{4,5 \cdot 10^9} \text{ năm}^{-1}$  là rất nhỏ và  $t \ll T$ , nên  $\lambda t \ll 1$ .

Do đó ta có:  $e^{\lambda t} \approx 1 + \lambda t$

$$\text{Suy ra } \frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_{\text{U}}(t)} = \lambda t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_{\text{U}}(t)} = \frac{T}{0,693} \cdot \frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_{\text{U}}(t)}$$

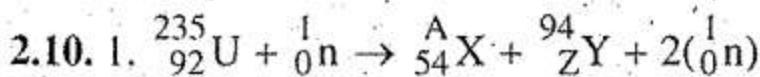
Theo đề bài:  $m_{\text{U}}(t) = 1 \text{ g}$ ;  $m_{\text{Pb}}(t) = 10 \text{ mg} = 10^{-2} \text{ g}$ .

$$\text{Từ đó : } N_{\text{Pb}}(t) = \frac{m_{\text{Pb}}(t).N_A}{206} ; N_{\text{U}}(t) = \frac{m_{\text{U}}(t).N_A}{238}$$

$$\frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_{\text{U}}(t)} = \frac{m_{\text{Pb}}(t)}{m_{\text{U}}(t)} \cdot \frac{238}{206} = \frac{2,38}{206}$$

$$\text{Từ đó tìm được : } t = \frac{T}{0,693} \cdot \frac{2,38}{206} = \frac{4,5 \cdot 10^9 \cdot 2,38}{0,693 \cdot 206}$$

$$t \approx 7,5 \cdot 10^7 \text{ năm}$$



Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn ta có :

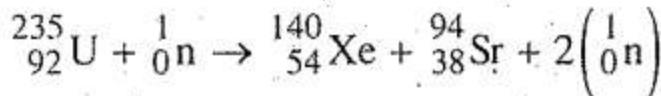
$$A = 236 - (94 + 2) = 140$$

$$Z = 92 - 54 = 38$$

Hạt X có Z = 54 là hạt nhân xenô  ${}^{140}_{54}\text{Xe}$

Hạt Y có Z = 38 là hạt nhân stroniti  ${}^{94}_{38}\text{Sr}$

Phương trình phản ứng viết lại đầy đủ là :



Năng lượng tỏa ra :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,00445 \cdot c^2 \approx 6,648 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Động năng của một neutron thứ cấp :

$$W_d = \frac{\Delta E}{2} = 3,324 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Suy ra vận tốc của neutron thứ cấp :

$$v_n = \sqrt{\frac{2W_d}{m_n}} = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

2. Sự va chạm của neutron với nguyên tử cacbon không làm biến đổi các hạt nên khối lượng các hạt được bảo toàn. Bởi vì năng lượng được bảo toàn nên động năng cũng được bảo toàn. Ta có :

$$\frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{m_c v_c^2}{2} + \frac{m_n v'_n^2}{2} \quad (1)$$

Với  $v_c$  và  $v'_n$  là vận tốc của hạt nhân cacbon và hạt nơtron sau va chạm.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng (các hạt sau va chạm có vận tốc cùng phương) :

$$m_n v_n = m_c v_c + m_n v'_n \quad (2)$$

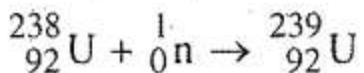
Biết  $\frac{m_c}{m_n} = 12$  và các vectơ  $\vec{v}_c, \vec{v}_n$  ngược hướng, từ (1) và (2) tìm được :

$$v_c = \frac{v_n}{6,5} \approx 3,08 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$|v'_n| = 5,5 v_c = 1,69 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Vận tốc này của nơtron thứ cấp sau một lần va chạm với nguyên tử cacbon; vẫn còn là quá lớn để có thể tạo nên sự phân hạch của urani sau khi hấp thụ nơtron này. Tuy nhiên, nhờ sự va chạm nhiều lần liên tiếp của nơtron thứ cấp với các nguyên tử cacbon, nên cuối cùng vận tốc của nơtron này giảm đi rất nhiều và ta có các nơtron chậm có thể gây sự phân hạch.

3. a) Phản ứng hấp thụ nơtron chậm của U238 :



Kết quả là ta thu được đồng vị không bền urani 239.

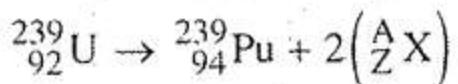
Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$m_n v_n = (m_n + m_U) v_U$$

$$\Rightarrow v_U = \frac{m_n}{m_n + m_U} v_n$$

$$\Rightarrow v_U \approx \frac{1}{239} v_n = \frac{2000}{239} \approx 8,4 \text{ m/s}$$

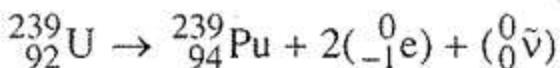
b) Phản ứng phân rã của urani 239 :



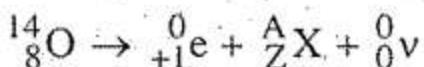
Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn ta có :  $A = 0$ ;  $Z = 1$ .

Vậy hạt X là  $\beta^-$  (électron). Như vậy, U239 có tính phóng xạ  $\beta^-$ .

Phương trình phản ứng đầy đủ :



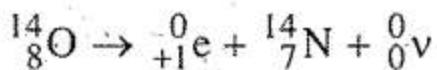
2.11. 1. Trong phóng xạ  $\beta^+$  có phát ra hạt  $\beta^+$  (hạt pôzitron) và neutrino. Phương trình phân rã phóng xạ của ôxi 14 :



Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn ta có :  $A = 14$  ;  $Z = 7$ .

Như vậy hạt nhân X chính là hạt nhân nitơ  $^{14}_7\text{N}$

Phương trình đầy đủ của phản ứng phân rã :



2. Nếu coi như phản ứng không kèm theo sự phát ra hạt neutrino thì động năng của hạt  $\beta^+$  là cực đại. Bởi vì, theo đề bài, động năng của hạt nhân nitơ không đáng kể, nên áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, ta tìm được động năng cực đại  $W_{dmax}$  của hạt  $\beta^+$  :

$$W_{dmax} = \Delta E = [m(\text{O}) - m(\text{N}) - 2m(\beta^+)]c^2$$

$$\Rightarrow W_{dmax} = 4,598 \text{ MeV}$$

Vận tốc tương ứng của hạt  $\beta^+$  là :

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2W_{dmax}}{m(\beta^+)}} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ m/s}$$

Ta thấy  $v_{max} > c$  ( $= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ), đó là một điều vô lí không thể chấp nhận được.

Điều này có thể giải thích được một cách dễ dàng. Đó là vì, với vận tốc rất lớn, có thể so sánh được với vận tốc ánh sáng thì ta phải sử dụng các công thức của cơ học tương đối ; theo đó, động năng của hạt, có vận tốc  $v$  và có khối lượng nghỉ  $m_0$ , được tính theo công thức :

$$W_d = \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) m_0 c^2$$

$(m_0 c^2 = E_0$  là động năng nghỉ của hạt ;  $\beta = \frac{v}{c}$ )

Áp dụng vào trường hợp hạt  $\beta^+$  (pôzitron), theo đề bài,  $m_0 = 0,511 \text{ MeV}/c^2$ , ta có :

$$W_d = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) (0,511 \text{ MeV}/c^2) c^2 = 4,592 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 1 + \frac{4,958}{0,511} \approx 10$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = \sqrt{0,99} \approx 0,995$$

Vậy, vận tốc cực đại của hạt  $\beta^+$  bằng 99,5% vận tốc ánh sáng c.

3. Khi trong sự phân rã có phát tia  $\gamma$ , thì một phần động năng của pôzitron đã bị chuyển thành năng lượng của phôtônen  $\gamma$ . Phôtônen  $\gamma$  này được phát ra do hạt nhân con của nitơ sinh ra ở trạng thái kích thích có năng lượng cao. Khi chuyển về trạng thái cơ bản hạt nhân nitơ đã phát năng lượng ở dưới dạng phôtônen. Như vậy, độ chênh lệch giữa 2 mức năng lượng (kích thích và cơ bản) là :

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \text{ với } \lambda = 5,364 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

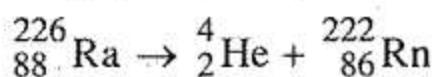
$$\Rightarrow \Delta E = 3,702 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2,314 \text{ MeV}$$

Động năng cực đại của hạt  $\beta^-$  trong trường hợp này chỉ còn :

$$W_{d\max} = 4,952 - 2,314 = 2,284 \text{ MeV.}$$

**2.12.** 1.  $\lambda_1 N_1$  là số hạt nhân 1 bị phân rã, cũng chính là số hạt nhân 2 sinh ra do chất 1 phân rã ;  $\lambda_2 N_2$  là số hạt nhân 2 bị mất đi do phân rã. Như vậy đẳng thức (1) ở đề bài nói lên rằng : số hạt nhân 2 sinh ra bằng số hạt nhân 2 mất đi. Điều đó có nghĩa là số hạt nhân 2 được giữ không thay đổi (cân bằng phóng xạ).

2. a) Phương trình phân rã của radône :



b) Số hạt nhân radône chứa trong  $m = 6,47 \cdot 10^{-6}$  g radône là :

$$N_{Rn} = \frac{m}{A(Rn)} N_A = \frac{6,47 \cdot 10^{-6} \cdot 6,025 \cdot 10^{23}}{222}$$

$$\Rightarrow N_{Rn} = 1,756 \cdot 10^{16} \text{ hạt}$$

Theo đề bài, độ phóng xạ của lượng radôn đó là :

$$H = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ phân rã/giây} = \lambda_{Rn} N_{Rn}$$

$$\text{Suy ra } \lambda_{Rn} = \frac{H}{N_{Rn}} = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Từ đó : } T_{Rn} = \frac{0,693}{\lambda} \approx 3,8 \text{ ngày}$$

Khối lượng radii giảm đi đáng kể nên  $m_{Ra} \approx 1g$  và trong đó có chứa số hạt nhân  $N_{Ra}$  :  $N_{Ra} = \frac{1}{226} N_A \approx 2,7 \cdot 10^{21} \text{ hạt}$

Áp dụng hệ thức (1) trong đề bài, ta có :

$$\lambda_{Ra} N_{Ra} = \lambda_{Rn} N_{Rn} \text{ hay } T_{Rn} N_{Ra} = T_{Ra} N_{Rn}$$

$$\text{Suy ra } T_{Ra} = \frac{T_{Rn} N_{Ra}}{N_{Rn}} = \frac{3,8 \cdot 2,7 \cdot 10^{21}}{1,756 \cdot 10^{16}} \text{ ngày.}$$

$$\Rightarrow T_{Ra} \approx 5,843 \cdot 10^5 \text{ ngày} \approx 1600 \text{ năm.}$$

c) Để đơn giản hoá, ta kí hiệu  $N_0$ ,  $N$  tương ứng là các số hạt nhân radii ban đầu và ở thời điểm  $t$ , ta có :

$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= e^{-\lambda_{Ra} t} = e^{-\frac{0,693}{T_{Ra}}} = e^{-0,433 \cdot 10^{-3}} \\ \Rightarrow \frac{N}{N_0} &\approx 0,999567 \end{aligned}$$

Như vậy, độ giảm tương đối của số hạt nhân radii sau 1 năm là :

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 0,000433 \approx 0,43\%$$

d) Lượng radôn giữ không đổi, vẫn là :  $m = 6,47 \cdot 10^{-6} \text{ g.}$

2.13. 1790 năm

2.14. Độ lượng của hai hạt  $\mu$  và  $\nu$  trực đối và có độ lớn chung là  $p$ .

Bảo toàn năng lượng toàn phần :

$$Mc^2 = mc^2 + W_{d\mu} + W_\nu \quad (1)$$

$W_{d\mu}$  là động năng hạt  $\mu$ ,  $W_\nu = pc$  là động năng hạt  $\nu$

$mc^2 + W_{d\mu} = E_\mu$  là năng lượng toàn phần hạt  $\mu$ .

$$\text{Từ (1) cho ta } Mc^2 - pc = E_\mu = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \quad (2)$$

Bình phương (2) ta có :  $M^2c^4 - 2Mpc^3 + p^2c^2 = m^2c^4$

$$\Rightarrow p = \frac{(M^2 - m^2)c}{2M} \quad (3)$$

Động năng hạt  $\mu$  là  $W_{d\mu} = E_\mu - mc^2 = Mc^2 - pc - mc^2$ .

$$\text{Thay } p \text{ từ (3) ta tính được : } W_{d\mu} = \frac{(M - m)^2 c^2}{2M}$$

$$\text{Mặt khác } W_{d\mu} = (\gamma - 1) mc^2, \text{ suy ra } \gamma = \frac{M^2 + m^2}{2Mm} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{Suy ra } \frac{v}{c} = \frac{M^2 - m^2}{M^2 + m^2}$$

Áp dụng :

Độ lượng của hạt  $\mu$  hoặc  $\nu$  :  $p = 29,9 \text{ MeV/c.}$

Động năng của hạt  $\mu$  :  $W_{d\mu} = 4,13 \text{ MeV.}$

Vận tốc của hạt  $\mu$  :  $v = 0,27c = 0,81 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$

Kiểm lại định luật bảo toàn năng lượng toàn phần (1) với  $W_\nu = pc = 29,87 \text{ MeV}$  :

$140 = 106 + 4,13 + 29,87$  (đúng).

## 2.15.

a)  $\gamma = 2,294$ ;  $T = 2,294 \cdot 21 = 48,17$  tháng  $\approx 4$  năm.

$t = \sqrt{T} = 0,9c \cdot 4n = 3,6$  nas (năm ánh sáng).

b) Sóng radio mất 3,6 năm để về tới Trái Đất. Thời gian kể từ lúc phóng tàu là  $4 + 3,6 = 7,6$  năm.

2.16. Có tia gamma phát ra là vì hạt nhân con có thể ở trong trạng thái kích thích  $Y'$ . Năng lượng của phân rã  $\alpha'$  là

$$Q' = W_{d\alpha'} + W_{dc} \quad (1)$$

Trường hợp hạt nhân con ở trạng thái cơ bản thì:  $Q = W_{d\alpha} + W_{dc}$  (2)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$p_\alpha = p_c$$

Từ đó:  $\frac{W_{dc}}{W_{d\alpha}} = \frac{m_\alpha}{m_c} = \frac{4}{A - 4}$

hay  $\frac{W_{dc}}{4} = \frac{W_{d\alpha}}{A - 4} = \frac{W_{dc} + W_{d\alpha}}{A} = \frac{Q}{A}$ .

Do đó:  $W_{dc} = \frac{4}{A} Q'$  và  $W_{dc} = \frac{4}{A} Q$ .

Thay vào (1), (2) và trừ từng vế ta suy ra:

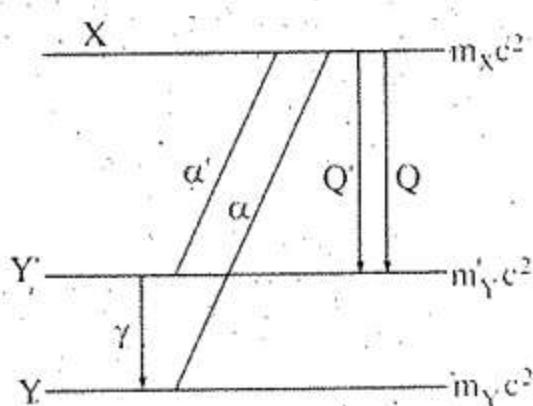
$$E_\gamma = Q - Q' = \frac{A}{A - 4} (W_{d\alpha} - W_{d\alpha'}) \quad (\text{Hình 2.2G}).$$

Áp dụng:

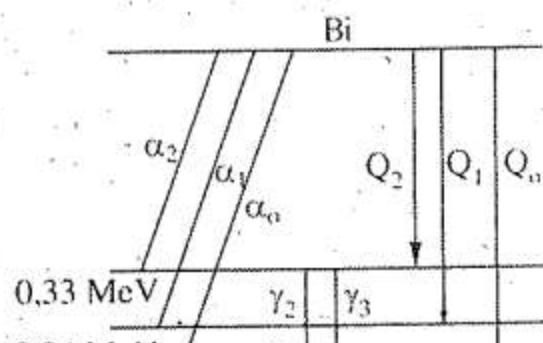
$$E_{\gamma_1} = \frac{212}{208} (W_{d0} - W_{d1}) = 0,04 \text{ MeV}$$

$$E_{\gamma_2} = \frac{212}{208} (W_{d1} - W_{d2}) = 0,29 \text{ MeV}$$

$$E_{\gamma_3} = \frac{212}{208} (W_{d0} - W_{d2}) = 0,33 \text{ MeV}$$



Hình 2.2G

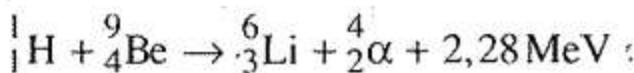


Hình 2.3G

Kiểm lại (Hình 2.3G):  $E_{\gamma_3} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}$

Các mức năng lượng kích thích của tali là 0,04 MeV và 0,33 MeV.

**2.17. Phương trình của phản ứng :**



Từ công thức Geiger ta tính được :

$$v_0 = 1,88 \cdot 10^9 \text{ cm/s} = 0,0627c$$

Năng lượng tỏa ra bằng hiệu các động năng

$$W_{d\alpha} + W_{dLi} - W_{dp} = 2,28 \text{ MeV} \quad (1)$$

Bảo toàn động lượng (Hình 2.4G) ta có :

$$p_{Li}^2 = p_\alpha^2 + p_p^2$$

hay nếu dùng liên hệ  $p^2 = 2mW_d$

$$m_{Li} W_{dLi} = m_\alpha W_{d\alpha} + m_p W_{dp} \quad (2)$$

(1) và (2) là hai phương trình để tính  $W_{dLi}$  và  $W_{dp}$  vì đã biết

$W_{d\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 = 7,3 \text{ MeV}$ ; đề bài không cho  $m_{Li}$  nhưng có thể tính gần đúng :

$$m_{Li} = 6, m_\alpha = 4, m_p = 1 \text{ (đơn vị u), thay vào (2) ta sẽ có: } 6W_{dLi} = 4,73 + W_{dp} \quad (3)$$

Từ (1) cho ta :  $W_{dLi} - W_{dp} = -5,02 \quad (4)$

Giải (3) và (4) ta được  $W_{dp} = 11,86 \text{ MeV}$ ,  $W_{dLi} = 6,84 \text{ MeV}$

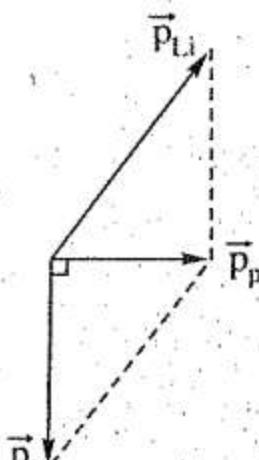
*Chú ý:* Nếu dùng các giá trị đúng :  $m_{Li} = 6,0135$ ,  $m_\alpha = 4,0015$ ,  $m_p = 1,0073$  (đơn vị u) thì kết quả cũng chỉ sai khác 0,01%.

**2.18\*. 1. Bảo toàn động lượng :  $\vec{p}_n = \vec{p}_{S^*}$**

$$\text{Động năng của } S^* : W_d(S^*) = \frac{p_n^2}{2m(S^*)} = \frac{2m_n W_{dmin}}{2m({}^{33}\text{S})}$$

$$W_d(S^*) \approx \frac{1}{33} W_{dmin} = 0,0287 \text{ MeV}$$

2. Ta biết rằng phản ứng xảy ra ở năng lượng ngưỡng thì các hạt sinh ra có cùng một vận tốc, động năng của hạt nhân phức hợp chuyển thành động năng



Hình 2.4G

các hạt sinh ra và phân phối tỉ lệ với các khối lượng  $m_p$  và  $m$  ( $^{32}P$ ) xấp xỉ bằng  $1u$  và  $32u$ .

$$W_{dp} = \frac{1}{33} 0,0287 = 0,00087 \text{ MeV}$$

$$W_{dP} = \frac{32}{33} 0,0287 = 0,0278 \text{ MeV}$$

2.19\*. 1.  $Q = 1875,6 - 938,3 - 939,6 = -2,3 \text{ MeV}$

Phản ứng này là phản ứng thu năng lượng.

2. Kí hiệu hạt nhân trung gian  $(^2_1H)^*$  là 0.

Định luật bảo toàn năng lượng áp dụng cho các hạt ban đầu và cuối cho ta :

$$E_\gamma = |Q| + W_{ds} = |Q| + W_{d0}$$

Trường hợp ngưỡng thì  $E_{\gamma min} = |Q| + W_{d0 min}$  (1)

Định luật bảo toàn động lượng cho ta :  $p_{\gamma min} = p_{0 min}$ .

Nhưng  $W_{d0 min} = \frac{p_{0 min}^2}{2m_0} = \frac{p_{\gamma min}^2}{2m_0} = \frac{E_{\gamma min}^2}{2m_0 c^2}$  (vì  $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$ )

$$m_0 \approx 2u \text{ nên } 2m_0 c^2 \approx 3726 \text{ MeV} \gg E_\gamma^2.$$

Vậy  $W_{d0 min}$  rất nhỏ, có thể bỏ qua và (1) cho ta :  $E_{\gamma min} \approx |Q| = 2,3 \text{ MeV}$

*Chú thích :* Ta đã biết :  $W_{d min} = -\frac{m_a + m_X}{m_X} Q$

Công thức này được lập với đạn a có khối lượng nghỉ  $m_a$ . Nếu đạn là tia  $\gamma$  thì  $m_\gamma = 0$  và công thức vẫn cho ta giá trị gần đúng của năng lượng ngưỡng của tia  $\gamma$ :

$$E_{\gamma min} = W_{d min} \approx |Q|$$

2.20\*. 1. Định luật bảo toàn năng lượng áp dụng cho giai đoạn 1 của phản ứng cho ta ( $O$  là hạt nhân phức hợp  $^{14}N^*$ ) :

$$W_{d\alpha} + m(\alpha + B)c^2 = m_0c^2 + E_{kt} + W_{d0} \quad (1)$$

$W_{d\alpha} = 1,83$  MeV là động năng của đạn  $\alpha$ .

$E_{kt}$  là năng lượng kích thích của hạt nhân phức hợp O.

$W_{d0}$  là động năng của hạt nhân ấy. Để tính động năng này, ta áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$p_\alpha = p_0$  hay  $m_\alpha W_{d\alpha} = m_0 W_{d0}$  với  $m_\alpha \approx 4u$ ,  $m_0 \approx 14u$ .

$$W_{d0} \approx \frac{4}{14} \cdot 1,83 \text{ MeV} \approx 0,52 \text{ MeV}$$

Thay các giá trị đã biết vào (1) ta tính được:

$$E_{kt} = 1,83 + 3727,4 + 9324,5 - 13040 - 0,52 = 13,2 \text{ MeV}$$

2. Khi động năng của  $^{14}\text{N}^*$  đã tiêu tán thì nó đứng yên. Lúc phân rã, định luật bảo toàn động lượng:  $\vec{p}_N = -\vec{p}_n$ .

$$\text{Về độ lớn: } p_N = p_n \quad (2)$$

Định luật bảo toàn năng lượng (với  $K_0 = 0$ ):

$$m_0c^2 + E_{kt} = (m_{N^{13}} + m_n)c^2 + W_{ds} \quad (3)$$

$W_{ds}$  là động năng các hạt cuối, từ (3):  $W_{ds} = 2,7$  MeV

Từ (2) suy ra động năng này phân phối theo tỉ lệ nghịch với các khối lượng của  $^{13}\text{N}$  và n, do đó:

$$W_{dN} = \frac{2,7}{14} = 0,2 \text{ MeV} ; W_{dn} = \frac{13}{14} \cdot 2,7 = 2,5 \text{ MeV}$$

Kiểm nghiệm lại kết quả: Năng lượng của phản ứng là:

$$Q = [m_\alpha + m_B - (m_{N^{13}} + m_n)]c^2 = 1,4 \text{ MeV}$$

Q bằng hiệu các động năng:  $Q = W_{ds} - W_{dt} = W_{ds} - W_{d\alpha}$

$W_{ds} = Q + W_{d\alpha} = 1,4 + 1,83 = 3,23$  MeV, nhưng vì đã có 0,52 MeV ( $K_0$ ) bị tiêu tán, nên chỉ còn:  $W_{ds} = 3,23 - 0,52 = 2,7$  MeV.

Như vậy là khớp với giá trị đã tính ở trên.

2.21\*. 1. Gọi  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_2$  là động lượng các hạt 1 và 2 sau va chạm, chúng có độ lớn bằng nhau,  $p_1 = p_2$ .

Hình bình hành biểu diễn sự bảo toàn động lượng (Hình 2.5G) là hình thoi  $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2}$ .

$$\text{Do đó: } p = 2p_1 \cos \alpha_1 \quad (1)$$

2. Giữa động năng tương đối tính  $W_d$  và động lượng  $p$  có liên hệ:

$$(pc)^2 = W_d (W_d + 2E_0)$$

$$\text{và tương tự: } (p_1 c)^2 = W_{d1} (W_{d1} + 2E_0)$$

$$\text{Vì động năng bảo toàn nên: } W_d = W_{d1} + W_{d2} = 2W_{d1}$$

$$\text{và } (p_1 c)^2 = \frac{W_d}{2} \left( \frac{W_d}{2} + 2E_0 \right)$$

$$(\cos \alpha_1)^2 = \left( \frac{p}{2p_1} \right)^2 = \frac{W_d (W_d + 2E_0)}{4 \frac{W_d}{2} \left( \frac{W_d}{2} + 2E_0 \right)} = \frac{W_d + 2E_0}{W_d + 4E_0}$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \alpha_1 - 1 = \frac{W_d}{W_d + 4E_0} < 1 \quad (2)$$

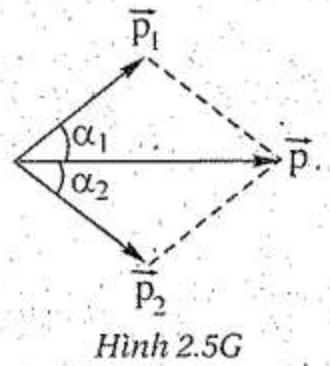
$\cos \alpha \neq 0$  nên  $\alpha$  là góc nhọn.

Ta biết rằng trong va chạm cổ điển của một hạt vào một hạt khác giống nó nhưng đứng yên, thì sau va chạm hai vận tốc *vuông góc với nhau*, (2) cũng chứng tỏ rằng:

Nếu  $W_d \ll E_0$  thì  $\cos \alpha \approx 0 \Rightarrow \alpha \approx 90^\circ$ .

$$3. \cos \alpha = \frac{437}{437 + 4.938} = 0,104 \Rightarrow \alpha = 84^\circ$$

2.22\*. Năng lượng nghỉ của hệ trước va chạm là:  $E_{0t} = 2m_p c^2 = 1876,6 \text{ MeV}$ ; sau va chạm là:  $E_{0s} = 2m_\pi c^2 = 279,2 \text{ MeV}$ .



Hình 2.5G

Năng lượng nghỉ đã giảm :  $\Delta E_0 = -1597,4 \text{ MeV}$ .

Ta tính năng lượng toàn phần của từng hạt theo công thức :

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}$$

Hạt	1	2	3	4
E	2021	938,3	1594	1397 (MeV)

Vì năng lượng toàn phần được bảo toàn nên nếu năng lượng nghỉ giảm bao nhiêu thì động năng phải tăng bấy nhiêu. Ta tính động năng từng hạt :  $W_d = E - E_0$ .

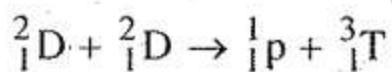
Hạt	1	2	3	4
K	1082,7	0	1454,4	1257,4 (MeV)

Động năng của hệ trước va chạm là  $W_{dt} = 1082,7 \text{ MeV}$ , sau va chạm là :

$$W_{ds} = 1454,4 + 1257,4 = 2711,8 \text{ MeV}.$$

Độ tăng động năng là  $2711,8 - 1082,7 = 1629,1 \text{ MeV}$  bằng độ giảm năng lượng nghỉ. Sai số  $31,7 \text{ MeV}$  khoảng  $2\%$ , phù hợp với sai số do đo động lượng không chính xác.

### 2.23\*. Phương trình của phản ứng



1. Dùng hệ thức giữa động lượng p và động năng  $W_d$  :

$$(pc)^2 = W_d (W_d + 2mc^2) \quad (1)$$

Từ đó ta tính được các động lượng của đạn D và p :

$$p_D = 82,19 \text{ MeV/c}, p_p = 81,12 \text{ MeV/c}$$

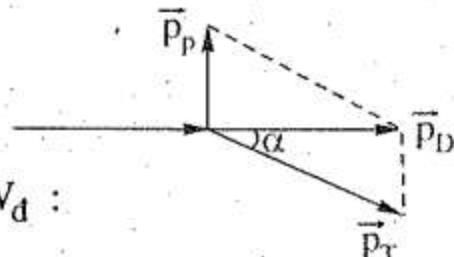
Định luật bảo toàn động lượng (Hình 2.6G) cho ta động lượng của tritôn :

$$p_T = \sqrt{p_D^2 + p_p^2} = 115,48 \text{ MeV/c}$$

Gọi  $E_{0T}$  là năng lượng nghỉ của tritôn,  $W_{dT}$  là động năng của nó, định luật bảo toàn năng lượng toàn phần ta có :

$$2m_D c^2 + W_{dD} = m_p c^2 + W_{dp} + E_{0T} + W_{dT}$$

$$\text{Suy ra } E_{0T} + W_{dT} = 2811,2 \text{ MeV} \quad (2)$$



Hình 2.6G

Hệ thức (1) áp dụng cho tritôn với  $p_T$  đã biết cho ta :

$$(115,48)^2 = 13335,6 = W_{dT}(W_{dT} + 2E_{0T}) \quad (2)$$

Giải hai phương trình (2) và (3), ta có :

$$x = W_{dT} : x^2 - 5622,4x + 13335,6 = 0$$

Hai nghiệm là  $x_1 = 2,37\text{ MeV}$  và  $x_2 = 5620\text{ MeV}$

Nghiệm  $x_2$  phải bỏ vì lớn quá. Ta lấy nghiệm  $x_1$  :

$$W_{dT} = 2,37\text{ MeV}; \text{ thay vào (2)} E_{0T} = 2808,8\text{ MeV}$$

$$\cos\alpha = \frac{p_D}{p_T} = 0,712 \Rightarrow \alpha = 44^\circ 37'$$

Phản ứng này toả ra năng lượng  $Q$  :

$$Q = 2m_Dc^2 = (m_p + m_T)c^2 = 4,1\text{ MeV}$$

Cũng có thể tính  $Q$  từ các động năng sau và trước :

$$Q = W_{dp} + W_{dT} - W_{dD} \approx 4,1\text{ MeV}$$

2. Nếu áp dụng cơ học cổ điển :

$$p = \sqrt{2mW_d} \Rightarrow p_D = 82,17\text{ MeV/c}; p_p = 81,04\text{ MeV/c}$$

$p_T = 115,4\text{ (MeV/c)}$  gần trùng với kết quả ở trên.

Ta vẫn có phương trình (2) :  $E_{0T} + W_{dT} = 2811,2 \quad (3)$

Từ (3) thay bằng  $p_T^2 = 2m_T W_{dT}$  hay  $(p_T c)^2 = 2m_T c^2 W_{dT}$

$$(115,4)^2 = 13317 = 2E_{0T} W_{dT} \quad (4)$$

Hai phương trình (2) và (4) đối xứng đối với  $E_{0T}$  và  $W_{dT}$  cho ta hai nghiệm đối xứng nhưng phải bỏ một, chỉ giữ lại :

$W_{dT} = 2,37\text{ MeV}; E_{0T} = 2808,8\text{ MeV}$ , giống kết quả thu được ở trên.

*Chú ý :* Sở dĩ trong bài này cơ học cổ điển đủ chính xác vì các động năng rất nhỏ so với năng lượng nghỉ :

$1,8\text{ MeV} \ll 1875,6\text{ MeV}; 3,5\text{ MeV} \ll 938,3\text{ MeV}$ .

2.24\* 1. Số gia  $dn = n_{p+1} - n_p = n_p(k - 1)$ , với  $n_p$  cũng là  $n$ :  $dn = n(k - 1)$

Đây là số gia trong thời gian rất nhỏ  $T = dt$ :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n(k - 1)}{T}$$

Ta có phương trình vi phân:  $\frac{dn}{n} = \frac{k - 1}{T} dt$

$$\text{Suy ra: } \ln(n) = \frac{k - 1}{T} t + \text{const}$$

$$\text{Do đó: } n = n_0 e^{\frac{k-1}{T} t}$$

$k > 1$ ,  $n$  tăng theo hàm mũ (phản ứng vượt hạn).

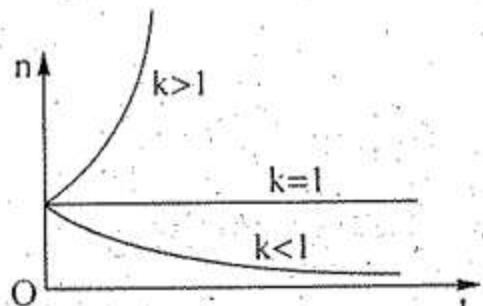
$k = 1$ ,  $n = n_0$  (phản ứng tối hạn).

$k < 1$ ,  $n$  giảm nhanh xuống 0 (phản ứng dưới hạn) (Hình 2.7G).

$$2. \frac{k - 1}{T} = 5$$

$$t = 1 \text{ s}, e^5 = 148$$

$$t = 2 \text{ s}, e^{10} = 22026$$



Hình 2.7G

2.25\*. 1. Gọi  $v'$  là vận tốc neutron sau va chạm,  $V$  là vận tốc của hạt nhân M sau va chạm.

Bảo toàn động lượng:  $mv = mv' + MV$  (1)

$$\text{Bảo toàn động năng: } \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2): } v' = \frac{(m - M)v}{m + M}; V = \frac{2mv}{m + M}$$

Động năng neutron sau va chạm:

$$W_d' = \frac{mv'^2}{2} = \frac{m}{2} \left( \frac{m - M}{m + M} \right)^2 v^2 = \left( \frac{m - M}{m + M} \right)^2 W_d$$

$$\text{Vậy: } r = \frac{W_d'}{W_d} = \left( \frac{m - M}{m + M} \right)^2$$

2. Nôtron nhiệt ở 300K (sau N va chạm) có động năng :

$$W_d^{(N)} = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,026 \text{ eV}$$

a) Với  ${}_{12}^6 \text{CM} \approx 12\text{u}$ ;  $m = 1\text{u}$ ;  $r \approx \left(\frac{11}{13}\right)^3 = 0,716$

Gọi  $W_d''$ ,  $W_d'''$ ...  $W_d^{(N)}$  là các động năng sau 1, 2,... N va chạm ta có :

$$\frac{W_d^{(N)}}{W_d} = \frac{0,026}{2 \cdot 10^6} = 0,013 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{W_d^{(N)}}{W_d} = \frac{W_d^{(N-1)}}{W_d^{(N-1)}} \cdots \frac{W_d''}{W_d'} \cdot \frac{W_d'}{W_d} = r^N$$

Vậy ta có phương trình để tìm N :

$$(0,716)^N = 0,013 \cdot 10^{-6}$$

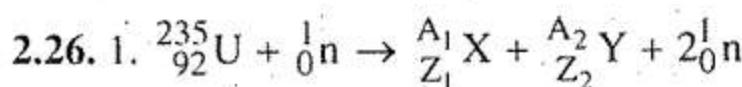
$$\text{Lấy lôga : } N \log 0,716 = -6 + \log 0,013$$

$$-0,145 N = -7,886 \Rightarrow N \approx 54$$

b) Với  ${}_{1}^2 \text{D}$ :  $M \approx 2\text{u}$ ;  $r = \frac{1}{9}$ .

$$\left(\frac{1}{9}\right)^N = 0,013 \cdot 10^{-6}. \text{Tính được } N \approx 8.$$

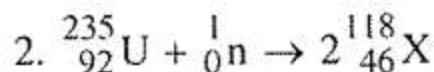
Chỉ cần khoảng 8 lần va chạm là nôtron nhanh đã thành nôtron nhiệt, vì vậy nước nặng là chất làm chậm nôtron rất tốt.



$$A_1 + A_2 = 236 - 2 = 234$$

$$Q = E(X + Y) - E(U)$$

$$Q = 8,2 \cdot 234 - (7,4 \cdot 235) \approx 180 \text{ MeV}$$



Hai hạt nhân X có điện tích 46e ở khoảng cách d có thể năng bằng :

$$U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(46.1, 6 \cdot 10^{-19})^2}{1, 6 \cdot 10^{-14}} = 3, 047 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 190 \text{ MeV}$$

Thể năng lượng này chuyển thành động năng của hai hạt nhân.

$U \approx Q$ ; vậy có thể nói rằng năng lượng mà sự phân hạch toả ra chủ yếu có dạng động năng của các mảnh sinh ra.

Mỗi mảnh có động năng  $W_d \approx 95 \text{ MeV}$ , vận tốc tương ứng là :

$$v = \sqrt{\frac{2W_d}{m}}; m \approx 118u = 1, 1 \cdot 10^5 \text{ MeV/c}^2$$

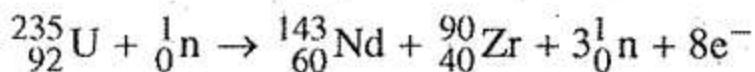
$$v = \sqrt{\frac{190}{1, 1 \cdot 10^5}} = 0, 0416c \approx 1, 25 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

### 2.27. 1. Chỉ có phân rã $\beta^-$ nên quá trình chỉ sinh ra x neutron và y electron.

Bảo toàn số khối :  $235 + 1 = 143 + 90 + x \Rightarrow x = 3$

Bảo toàn điện tích :  $92 = 60 + 40 - y \Rightarrow y = 8$

Phương trình tổng thể là :



2. Phản ứng hạt nhân xảy ra với các hạt nhân (không có sự tham gia của các electron ở vành ngoài). Nếu ta thêm vào về trái  $92e^-$  thì có nguyên tử U, thêm vào về phải  $60e^-$  và  $40e^-$ , và bỏ đi  $8e^-$  thì ở về phải có các nguyên tử Nd và Zr, và không còn số hạng  $8e^-$ . Dùng các khối lượng nguyên tử, ta có :

$$Q = \{m(\text{U}) + m_n - [m(\text{Nd}) + m(\text{Zr}) + 3m_n]\}c^2$$

Ta tính được :  $Q = 0,212u = 197,5 \text{ MeV}$ .

## CHỦ ĐỀ 3

$$3.1. \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,01 \cdot 10} = 6,63 \cdot 10^{-33} \text{ m} = 6,63 \cdot 10^{-23} \text{ Å}$$

Để quan sát được sóng Đơ Broi, phải thực hiện các thí nghiệm giao thoa hay nhiễu xạ với các khe có kích thước cỡ bước sóng của các sóng Đơ Broi kết hợp. Bước sóng Đơ Broi vừa được xác định có độ lớn nhỏ hơn nhiều cấp so với kích thước của các khe nhỏ nhất mà người ta có thể tạo được hiện nay.

3.2. Theo biểu thức cổ điển của định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$eV = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{1}{2m_0} \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{h^2}{2m_0 e \lambda^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2(9,11 \cdot 10^{-31})(1,6 \cdot 10^{-19})(1 \cdot 10^{-10})^2} = 151 \text{ V}$$

Chú ý rằng, động năng 151 eV là nhỏ so với năng lượng nghỉ 0,511 MeV của electron. Điều đó cho phép được sử dụng phép tính gần đúng cổ điển.

3.3. Sử dụng phép tính gần đúng cổ điển, ta có :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 W_d}} = \frac{12,4 \cdot 10^3}{\sqrt{2(940 \cdot 10^6)(0,05)}} \text{ Å} = 1,28 \text{ Å}$$

Một bước sóng như vậy (cỡ 1 Å) rất tiện sử dụng trong vật lí nôtron chậm.

$$3.4. \text{Theo hệ thức } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} \text{ ta có } 0,5 \text{ fm} = \frac{1240 \text{ V.fm}}{pc}$$

hay  $pc = 2480 \text{ MeV}$

Theo hệ thức năng động lượng tương đối tính :

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2 = (2480)^2 + (938)^2 \Rightarrow E = 2650 \text{ MeV}$$

Do đó :  $W_d = E - E_0 = 2650 \text{ MeV} - 938 \text{ MeV} = 1712 \text{ MeV}$ .

Vì ở đây  $W_d \approx E_0$  nên nhất thiết phải dùng các hệ thức tương đối tính trong tính toán.

3.5. Trong trường hợp phi tương đối tính, ta có :

$$\lambda_{nr} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2m_0c^2W_d}}$$

Trong trường hợp tương đối tính, ta có :  $(W_d + m_0c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$

$$\text{hay } pc = \sqrt{2m_0c^2W_d \left(1 + \frac{W_d}{2m_0c^2}\right)}$$

Bước sóng Đợ Broi sẽ bằng :

$$\lambda_r = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2m_0c^2W_d \left(1 + \frac{W_d}{2m_0c^2}\right)}}$$

Do đó :  $\lambda_{nr} - \lambda_r = 0,05 \lambda_r ; \frac{\lambda_{nr}}{\lambda_r} = 1,05$

$$\frac{\lambda_{nr}}{\lambda_r} = \sqrt{1 + \frac{W_d}{2m_0c^2}}$$

$$\text{Thay số: } 1,05 = \sqrt{1 + \frac{W_d}{2.(0,511 \text{ MeV})}}$$

Suy ra :  $W_d = 0,105 \text{ MeV}$ .

3.6.

1. Dùng Cơ học cổ điển :  $W_d = \frac{p^2}{2m}$

Électron ( $m_e$ ) :  $W_{d_e} \approx 50 \text{ eV} \ll m_e c^2$

Prôtôn ( $m_p$ ) :  $W_{d_p} \approx 0,082 \text{ eV} \ll m_p c^2$

2. Động năng trung bình ở nhiệt độ  $T = 300$  K là :

$$W_d = \frac{3}{2} kT, k \text{ là hằng số Bô-n-xơ-man}$$

$W_d = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 3,875 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ , rất nhỏ so với các năng lượng nghỉ nên có thể dùng Cơ học cổ điển.

$$pc = \sqrt{2m_e W_d} = 10,64 \cdot 10^{-26} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = 6,23 \text{ nm}$$

Tương tự  $\lambda_p = 0,145 \text{ nm}$ .

3.7. Năng lượng ion hoá E bằng động năng của electron bật ra ngoài nguyên tử.

Nếu p là động lượng thì  $E = \frac{p^2}{2m}$ . Lấy  $p \approx \Delta p$  và  $\Delta x \approx a$ ; trong hệ thức bất định  $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ , ta có  $pa \approx h$ .

$$\text{Vậy : } E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2ma^2} \text{ tỉ lệ nghịch với } a^2.$$

$$3.8. \text{Ta có : } E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^8)}{3 \cdot 10^{-7}} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J/photon}$$

$$N = \frac{I}{hf} = \frac{3 \cdot 10^{-14}}{6,63 \cdot 10^{-19}} = 4,5 \cdot 10^4 \frac{\text{photon}}{\text{s.m}^2} \text{ hay } N = 4,5 \frac{\text{photon}}{\text{s.cm}^2}$$

Trung bình có 4,5 photon tới trên diện tích  $1 \text{ cm}^2$  (ví dụ của phim ảnh) trong một giây. Dĩ nhiên, ta chỉ có thể quan sát được một số nguyên photon. Vì thế, trên  $1 \text{ cm}^2$  diện tích cho trước và trong khoảng một giây ta chỉ quan sát được 4 hay 5 photon chứ không thể 4,5 photon. Chỉ khi ta lấy trung bình trong khoảng thời gian khá lớn thì ta sẽ đạt tới giá trị trung bình 4,5. Cũng có thể xảy ra trường hợp trong một khoảng thời gian cho trước, các photon tới chỉ tập trung trên một phần của diện tích  $1 \text{ cm}^2$ , nhưng sau một thời gian khá dài, sự phân bố photon lại trở thành đồng đều trên toàn diện tích.

### 3.9. Các viên bi có bước sóng Đơ Broi là :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-3}}{6,625 \cdot 10^{-2} \cdot 5} = 0,02$$

Theo lí thuyết giao thoa qua hai khe thì các góc  $\theta_n$  ứng với cường độ bằng không được xác định theo hệ thức :

$$dsin\theta_n = \frac{2n+1}{2}\lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Các khoảng cách tương ứng theo phương  $y$  bằng :

$$y_n = L \tan \theta_n \approx L \sin \theta_n = L \frac{2n+1}{2} \frac{\lambda}{d}$$

Do đó, ta có khoảng cách vân :

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = L \frac{\lambda}{2d} \{ [2(n+1)+1] - (2n+1) \} = L \frac{\lambda}{d}$$

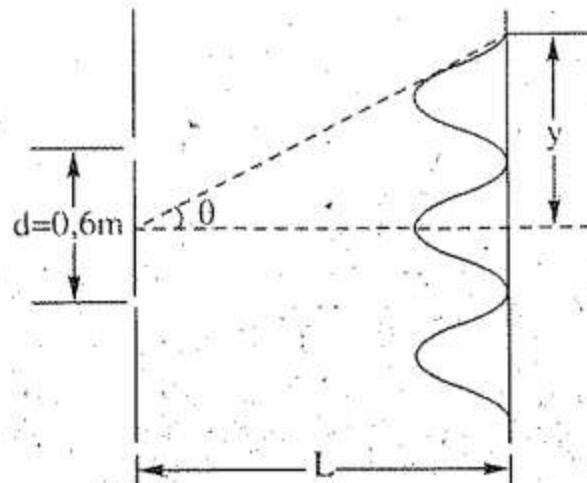
$$\text{Thay bằng số, ta được : } \Delta y = \frac{12 \cdot 0,02}{0,6} = 0,4 \text{ m.}$$

Bài toán này minh họa ý nghĩa xác suất của các sóng Đơ Broi. Mỗi viên bi sẽ đập vào một điểm riêng biệt trên tường không thể đoán trước. Mặc dù, không tiên đoán được điểm rơi của mỗi viên bi nhưng mỗi viên bi vẫn có xác suất lớn rơi vào lân cận chỗ cực đại và xác suất bằng không rơi vào chỗ cực tiểu trên hình ảnh giao thoa (Hình 3.1G). Hình ảnh giao thoa thực được xác định theo thực nghiệm bằng cách đếm số bi rơi vào mỗi phần của bức tường. Lúc đầu bi rơi lác đác vào tường và chỉ sau khi đã ném một số lớn bi thì ảnh nhiễu xạ mới hình thành, vì lúc đó, số bi rơi ngẫu nhiên vào vùng cực đại sẽ tăng còn số bi rơi vào vùng cực tiểu vẫn bằng không.

$$3.10. \frac{\Delta p}{p} = 10^{-3}. \text{ Do đó } \Delta p = 10^{-3} p = 10^{-3} mv.$$

Theo hệ thức bất định :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi \Delta p} = \frac{h}{4\pi \cdot 10^{-3} mv} \quad (1)$$



Hình 3.1G

$$1. \Delta x \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 5,28 \cdot 10^{-30} \text{ m}$$

$$\Delta x \geq 5,28 \cdot 10^{-20} \text{ \AA}$$

Độ bất định cực tiểu về vị trí hạt là  $5,28 \cdot 10^{-20} \text{ \AA}$ . Giá trị này là quá nhỏ, không thể đo được.

2. Ta có thể dùng khối lượng tương đối tính của electron  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  để

thay vào (1), ta được :

$$\Delta x \geq \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{4\pi \cdot 10^{-3} m_0 v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \sqrt{1 - 0,6^2}}{4\pi \cdot 10^{-3} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,8 \cdot 10^8}$$

$$\Delta x \geq 2,57 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2,57 \text{ \AA}$$

Độ bất định cực tiểu về vị trí của electron bằng  $2,57 \text{ \AA}$ .

$$3.11. \text{ Phôtôн có động lượng : } p = \frac{hc}{\lambda c} = \frac{12,4 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3 \cdot c} = 4,13 \frac{\text{eV}}{\text{c}}$$

Độ bất định về động lượng (chỉ xét môđun) :

$$\Delta p = \left| -\frac{h}{\lambda^2} \right| \Delta \lambda = p \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 4,13 \cdot 10^{-6} \frac{\text{eV}}{\text{c}}$$

$$\text{Do đó : } \Delta x \geq \frac{h}{4\pi \Delta p} = \frac{hc}{4\pi c \Delta p}$$

$$\Delta x \geq \frac{12,4 \cdot 10^3}{4\pi c \cdot 4,13 \cdot 10^{-6}} = 239 \cdot 10^6 \text{ \AA} = 23,9 \text{ mm}$$

3.12. Thời gian dùng để đo năng lượng là  $10^{-8} \text{ s}$ .

$$\text{Vì } \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \text{ nên } \Delta E \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta t} = \frac{hc}{4\pi c \Delta t}$$

$$\Delta E \geq \frac{12,4 \cdot 10^3}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{10}}$$

$$\Delta E \geq 0,329 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$$

Độ bất định cực tiểu về năng lượng của một trạng thái  $\Gamma = \frac{h}{4\pi\tau}$ , trong đó  $\tau$  là thời gian sống trung bình ở trạng thái kích thích, gọi là độ rộng mức tự nhiên của trạng thái. Ở đây, thời gian sống trung bình bằng  $10^{-8}$  s và độ rộng mức tự nhiên là  $0,329 \cdot 10^{-7}$  eV.

3.13. Ta có :  $\tau = \frac{h}{4\pi\Gamma}$ . Trong đó  $\Gamma = \Delta E$  là dải năng lượng tương ứng với

$$\Delta\lambda = 10^{-4} \text{ \AA}. \text{ Vì } E = \frac{hc}{\lambda} \text{ nên } |\Delta E| = \frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda$$

$$\text{và } \tau = \frac{h}{4\pi \frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda} = \frac{\lambda^2}{4\pi c \Delta\lambda}$$

$$\tau = \frac{(4 \cdot 10^{-7})^2}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-14}} = 4,24 \cdot 10^{-9} \text{ s.}$$

Ta nhận thấy trong biểu thức cuối cùng không có hằng số Plaing.

$$3.14. x = \frac{2hL}{d\sqrt{2meU}} \approx 0,4 \text{ mm}$$

$$3.15. W_d = \frac{h^2}{2mr_0^2}$$

$$3.16. \Delta\theta \cdot \Delta L \geq h$$

$$3.17. 1. \text{ Vận tốc của electron : } v = \frac{ke^2}{n\hbar}$$

$$\text{Tần số : } f = \frac{v}{2\pi n^2 r_0} = \frac{ke^2}{n^3 \hbar r_0} \quad (1)$$

$$\text{Vì } |E_n| = \frac{ke^2}{2n^2 r_0} \text{ nên } f = \frac{2|E_n|}{nh} \quad (2)$$

2.  $f = 8,22 \cdot 10^{14}$  Hz. Số vòng  $N = 8,25 \cdot 10^6$ .

$$3. f = cR \left[ \frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = cR \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \approx \frac{2cR}{n^3} \text{ khi } n \text{ rất lớn.}$$

Thay  $R = \frac{k^2 me^4}{4\pi\hbar^3 c}$ , ta có  $f = \frac{ke^2}{n^3 hr_0}$  trùng với (1)

Đây là nguyên lý tương ứng của Bo : với lượng tử số rất lớn thì kết quả lượng tử trùng với kết quả cổ điển.

**3.18.** Gọi  $n_c$  là lượng tử số của trạng thái cuối ( $n_c < n$ ).

Từ  $n$  về  $n_c$  ( $1 < n_c < n$ ) có  $n - 1$  phôtô.

Từ  $n - 1$  về  $n_c$  ( $1 < n_c < n - 1$ ) có  $n - 2$  phôtô.

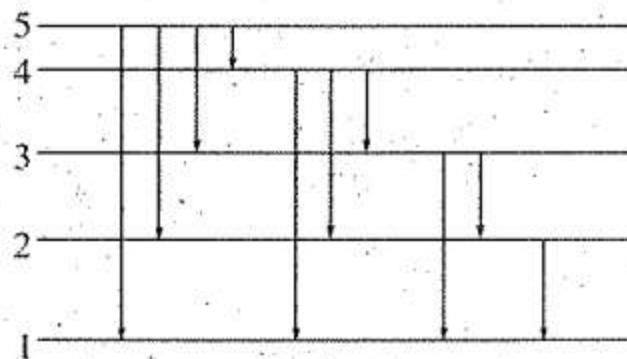
...

Từ  $n = 3$  về  $n_c = 1, 2$  có 2 phôtô.

Từ  $n = 2$  về  $n_c = 1$  có 1 phôtô.

Tổng cộng có

$$S = 1 + 2 + \dots + n - 1 = \frac{n(n-1)}{2} \text{ phôtô.}$$

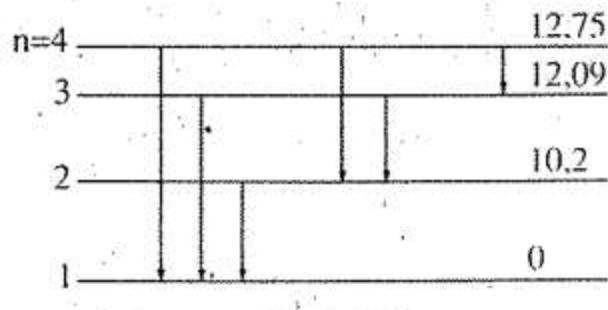


Hình 3.2G

Với  $n = 5$  có 10 phôtô (Hình 3.2G). Đây là số tối đa vì có thể có hai sự chuyển có năng lượng bằng nhau, ví dụ  $E_5 - E_2 = E_4 - E_1$ , số phôtô phát ra có năng lượng khác nhau sẽ nhỏ hơn.

**3.19.** Phát ra 6 vạch thì nguyên tử đã được kích thích tới mức  $n = 4$ , bởi phôtô có năng lượng :

$$E = 13,6 - \frac{13,6}{4^2} = 12,75 \text{ eV}$$



Hình 3.3G

3 vạch thuộc dãy Lai-man, 2 thuộc dãy Ban-me và 1 thuộc dãy Pa-sen (Hình 3.3G)

### 3.20. Các mức kích thích có năng lượng :

$$E_n = 13,6 - \frac{13,6}{n^2} = 10,2 \text{ (cho } n=2\text{)},$$

$$12,09 \text{ (cho } n=3\text{)},$$

$$12,75 \text{ (cho } n=4\text{) ... (eV)}$$

Electrôn có năng lượng 12,2 eV chỉ kích thích được hai mức  $n = 2, 3$ . Vậy có 3 vạch bức xạ (Hình 3.4G), 2 vạch của dãy Lai-man,  $\lambda_1 = 102,6 \text{ nm}$  và  $\lambda_2 = 121,5 \text{ nm}$  và 1 vạch của dãy Ban-me,  $\lambda_3 = 656,3 \text{ nm}$ .

### 3.21. 1. a) Các trạng thái kích thích thứ 1, 2, 3, 4 ứng với các lượng tử số chính $n$ bằng 2, 3, 4, 5.

$$E_{lk} = |E_n| = \frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)} = 3,4; 1,51; 0,85; 0,54 \text{ (eV)}.$$

$$\text{b) Năng lượng của phôtô} W = \frac{hc}{\lambda} = 2,86 \text{ eV.}$$

2. a) Năng lượng của trạng thái (c) là

$$E_c = E_1 \text{ (cơ bản)} + E'_c = -13,6 + 10,2 = -3,4 \text{ eV}$$

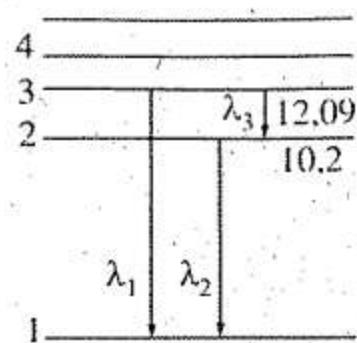
$$\text{Năng lượng của trạng thái (d) là } E_d = -3,4 + W = -0,54 \text{ eV}$$

Nó có năng lượng liên kết bằng  $|E_d| = 0,54 \text{ eV}$  (Hình 3.5G)

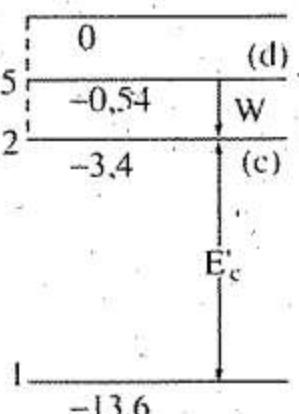
$$\text{b) } n = \sqrt{\frac{E_1}{E_n}}, \text{ vậy } n_d = 5, n_c = 2 \text{ (Hình 3.5G).}$$

### 3.22. Thay m bằng khối lượng rút gọn : $\mu = \frac{mm_p}{m + m_p}$

$$R = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{m_p}}$$



Hình 3.4G



Hình 3.5G

3.23.  $E_n = \frac{E_n}{1 + \frac{m}{m_p}}$  (Xem bài 3.22)

3.24. Sai lệch là do hiệu ứng Doppler, nhưng nhỏ. Không thể làm chuyển dây được. Bước sóng cỡ trên 400 nm nằm trong dây Ban-me, có công thức  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ . Cho  $n = 6$  và 5 ta được các bước sóng thực  $\lambda'_1 = 410,3$  nm,  $\lambda'_2 = 434,2$  nm,  $\Delta\lambda \approx 1,5$  nm. Dùng công thức Doppler ta tính được:  $v \approx 10^6$  m/s =  $10^3$  km/s.

3.25. 1. Gọi  $E_1, E_2$  là năng lượng của nguyên tử trước và sau khi phát ra phôtô,  $f + \Delta f$  là tần số của phôtô, có kể đến hiệu chỉnh  $\Delta f$  do sự giật lùi.

$$\text{Bảo toàn năng lượng: } E_2 = E_1 + \frac{Mv^2}{2} + h(f + \Delta f) \quad (1)$$

$$\text{Bảo toàn động lượng: } 0 = Mv - \frac{hf}{c} = Mv - \frac{E_2 - E_1}{c} \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ hai phương trình này ta được vận tốc giật lùi } v = \frac{hf}{Mc} \quad (3)$$

$$\text{và } \Delta f = -\frac{hf^2}{2Mc^2} \text{ (tần số giảm)} \quad (4)$$

$$\text{Vì } f = \frac{c}{\lambda} \text{ nên suy ra } \Delta\lambda = \frac{h}{2Mc} \text{ (bước sóng tăng).}$$

M cỡ  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg nên  $\Delta\lambda \approx 0,66 \cdot 10^{-6}$  nm không đáng kể so với  $\lambda > 100$  nm.

2. Sự chuyển này phát ra phôtô có năng lượng

$$hf = 10,2 \text{ eV} = 1,63 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Thay vào (3) cho ta  $v \approx 3,26$  m/s.

3.26. 1.  $v = e \sqrt{\frac{k}{mr}} = \frac{e}{n} \sqrt{\frac{k}{mr_l}}$

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi r} \sqrt{\frac{k}{mr}} = \frac{e}{2\pi n^3} \sqrt{\frac{k}{mr_1^3}}$$

Với  $n = 1$ ,  $v_1 = 2,19 \cdot 10^6$  m/s,  $f_1 = 6,6 \cdot 10^{15}$  Hz;

Với  $n = 2$ ,  $v_2 = \frac{v_1}{2} = 1,09 \cdot 10^6$  m/s,  $f_2 = \frac{f_1}{8} = 8,25 \cdot 10^{14}$  Hz, trùng với kết quả tính trong bài 3.17.

2. Electron quay với tần số  $f$  tương đương với dòng điện có cường độ  $i = ef$  và có momen từ:  $\mu = iS = ef\pi r^2$ . Thay  $f$  bằng biểu thức ở trên  $\mu = \frac{e^2}{2} \sqrt{\frac{kr}{m}}$ .

Mặt khác momen cơ là:  $N = mvr = mre \sqrt{\frac{k}{mr}}$ .

Tỉ số  $\frac{\mu}{N} = \frac{e}{2m} = \text{const.}$

$$3.27. 1. \quad r_n = \frac{n^2}{Z} r_B; \quad v = \frac{e}{n} \sqrt{\frac{kZ}{mr_B}}; \quad f = \frac{e}{2\pi n^3} \sqrt{\frac{kZ^3}{mr_B^3}}$$

$r_B$  là quỹ đạo Bohr thứ nhất của nguyên tử H.

$$2. \text{ Với Li}^{++} \quad E_n = -\frac{9}{n^2} 13,6 = -\frac{125,1}{n^2} \text{ eV}$$

Từ trạng thái kích thích thấp nhất ( $n = 2$ ) về trạng thái cơ bản ( $n = 1$ ), ion này phát ra phôtônen có năng lượng:

$$-\frac{125,1}{4} - (-125,1) = 93,8 \text{ eV}$$

Mặt khác năng lượng ion hoá của  $\text{He}^+$  bằng:

$$|E_1(\text{He}^+)| = 4 \cdot 13,6 = 54,4 \text{ eV}$$

Vậy phôtônen trên đây có thể ion hoá  $\text{He}^+$  được.

$$3.28. \lambda = \frac{1,226}{\sqrt{E}}$$

3.29. Được, vì theo công thức của bài 3.28 thì  $\lambda = 0,00867$  nm, quá bé so với kích thước của đèn hình.

3.30.  $E = \frac{3}{2}kT$ , k là hằng số Bôn-xơ-man.

$$E = 6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J. Với } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \text{ ta tính được :}$$

1.  $\lambda = 6,2$  nm, đủ lớn để  $\lambda$  có ý nghĩa vật lí, electron trong trường hợp này có lưỡng tính sóng – hạt.

$$2. \lambda = 1,9 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ nm.}$$

$$3. \lambda = 0,24 \cdot 10^{-22} \text{ m} = 0,24 \cdot 10^{-13} \text{ nm.}$$

Hai trường hợp sau  $\lambda$  quá nhỏ, phải coi hạt bụi và quả bóng là vật cổ điển, không có tính sóng.

3.31. 1. Ánh sáng phải có bước sóng  $\lambda \leq 0,30$  nm, thuộc miền tử ngoại (ánh sáng nhìn thấy có  $\lambda > 400$  nm). Vậy không dùng được kính hiển vi quang học.

2. Electron có bước sóng Đơ Broi  $\lambda = 0,30$  nm thì có năng lượng :

$$E = \left( \frac{1,226}{\lambda} \right)^2 = 16,7 \text{ eV (Xem công thức bài 3.28).}$$

Dễ dàng tạo được electron có năng lượng này trong kính hiển vi điện tử.

3.32. Hạt có khối lượng  $m$  giam trong giếng thế có kích thước  $a$  thì năng lượng tối thiểu là :

$$E_{\min} = \frac{h^2}{8ma^2} = \frac{(hc)^2}{8mc^2a^2}. \text{ Với electron, } mc^2 = 0,511 \text{ MeV.}$$

Kích thước của hạt nhân  $a \approx 10^{-14} \text{ m} \approx 10^{-5} \text{ nm ;}$

$hc = 1240 \text{ eV.nm. Tính được } E_{\min} \approx 3760 \text{ MeV, không phù hợp với cỡ keV.}$

3.33.  $\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = 6,6 \cdot 10^{-23} \text{ J} = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 434 \text{ nm, } \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta E}{E} = 1,4 \cdot 10^{-4}$$

3.34. 1.  $\frac{\Delta p}{p} = 10^{-3}$ ,  $\Delta p = 10^{-3}$  mV. Theo hệ thức bất định :

$$\Delta x \geq \frac{h}{10^{-3}mv} \quad (1), v \text{ nhỏ nên } m \approx m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

Vậy :  $\Delta x \geq 0,73 \mu\text{m}$ .

2. v có cỡ của c nên phải dùng công thức của Thuyết tương đối :  $m = m_0\gamma$ , với  $\beta = \frac{v}{c} = 0,6$ ,  $\gamma = 1,25$ ,  $m = 11,3745 \cdot 10^{-31}$  kg. Kết quả  $\Delta x \geq 3,24 \text{ nm}$ .

3.35.  $\Delta x = 0,725 \text{ m}$ .

$$3.36. p = \frac{E}{c}, \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta E}{E} = 10^{-6}, \Delta p = 10^{-6} \frac{E}{c}$$

$$E = 4,13 \text{ eV} = 6,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \Delta p = 2,2 \cdot 10^{-33} \text{ kgm/s}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geq 0,3 \text{ m}$$

3.37. 1. Theo thuyết tương đối,  $p_1 = \gamma m_p v_1$ ; với  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ;  $\beta = \frac{v_1}{c}$

$$\text{Từ đó: } \frac{p_1^2}{c^2} = \frac{m_p^2 \beta^2}{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta = \frac{p_1}{\sqrt{m_p^2 c^2 + p_1^2}} \approx 0,91; v_1 \approx 2,73 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

Nếu tính theo cơ học cổ điển thì  $v_1 = \frac{p_1}{m} = 6,58 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  lớn hơn vận tốc ánh sáng. Vô lý!

2. Cảm ứng từ B được tính theo bán kính quỹ đạo của các hạt :

$$B = \frac{mv_1}{qR} = \frac{p_1}{qR} \text{ với } p_1 = 2060 \text{ MeV/c} = 1,099 \cdot 10^{-18} \text{ kgm/s. Suy ra } B = 1,76 \text{ T.}$$

3. Các quỹ đạo của các hạt (1), (3), (4) đều có mặt lõm cùng hướng về một phía nên các hạt có điện tích cùng dấu, nghĩa là cùng mang điện dương. Theo định luật bảo toàn điện tích, điện tích trước lúc va chạm là  $2e$ , vì vậy sau va chạm mỗi hạt có điện tích là  $e$ .

$$4. \text{Ta có } B = \frac{p_1}{eR_1} = \frac{p_3}{eR_3} = \frac{p_4}{eR_4}$$

Từ đó  $p_3 = 798 \text{ MeV}/c$  và  $p_4 = 560 \text{ MeV}/c$ ,

nghĩa là  $p_3 + p_4 < p_1$ . Vậy còn có một hạt (5) nữa sau phản ứng. Để tìm hạt này ta biểu diễn các vectơ động lượng theo sơ đồ vẽ ở hình 3.6G.

Ta có :

$$p_{5x} = p_1 - p_3 \cos\theta_3 - p_4 \cos\theta_4 = 998 \text{ MeV}/c$$

$$p_{5y} = p_3 \sin\theta_3 - p_4 \sin\theta_4 = -232 \text{ MeV}/c$$

Từ đó :

$$p_5 = 1025 \text{ MeV}/c \text{ và có hướng hợp góc } \theta_5 = -13,1^\circ \text{ so với trục } x.$$

5. Phản ứng xảy ra phải thoả mãn định luật bảo toàn năng lượng. Năng lượng trước phản ứng :

$$E_1 = m_p c^2 + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_1^2 c^2} = 3202 \text{ MeV}$$

Năng lượng sau phản ứng với 3 trường hợp đó là :

$$E_{11} = \sqrt{m_p^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_{\pi^0}^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3358 \text{ MeV}$$

$$E_{22} = \sqrt{m_p^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_{\pi^+}^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_n^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3199 \text{ MeV}$$

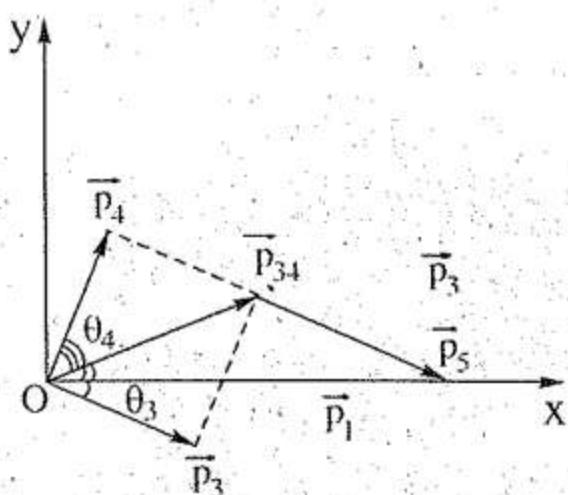
$$E_{33} = \sqrt{m_{\pi^+}^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_n^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3293 \text{ MeV}$$

Vậy chỉ phản ứng 2 là có thể xảy ra.

### 3.38.

$$1. \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{\vec{u} \frac{du}{dt}}{c^2} \vec{u}$$

Trong từ trường, vận tốc và gia tốc của hạt vuông góc nhau, nên  $\vec{u} \frac{du}{dt} = 0$



Hình 3.6G

$$\text{Ngoài ra: } F_L = quB; a_{ht} = \frac{u^2}{R} = \left| \frac{d\vec{u}}{dt} \right|$$

$$\text{Từ đó: } quB = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{u^2}{R} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \sqrt{1 + \left( \frac{qBR}{m_0 c} \right)^2}$$

2. Từ công thức Anh-xtanh :

$$E = mc^2 \Rightarrow E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = m_0 c^2 \sqrt{1 + \left( \frac{qBR}{m_0 c} \right)^2}$$

Do đó năng lượng toàn phần của pôzitrôn và électron bằng

$$E_+ = 0,511 \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1160 \cdot 10^{-3}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^2} = 4,814 \text{ MeV}$$

$$E_- = 0,511 \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,140 \cdot 10^{-3}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \right)^2} = 1,3 \text{ MeV}$$

3. Theo định luật bảo toàn năng lượng (bỏ qua sự giật lùi của hạt nhân nặng) :

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = E_+ + E_- = 6,114 \text{ MeV}$$

$$\text{Từ đó: } \lambda = \frac{hc}{E_+ + E_-} = 0,002 \text{ \AA}$$

# MỘT SỐ ĐỀ THI OLIMPIC VẬT LÍ CÁC NUỐC

**Đề 1.** Ta hãy tìm  $v_{0\min}$  để vật m đến được điểm B thì dừng lại (so với ném) (Hình D.1G). Khi ấy ném và vật có cùng vận tốc u.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang, ta có :

$$mv_0 \cos \theta = (m + M)u \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, ta có :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m + M)u^2 + mgh \quad (2)$$

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gh(m+M)}{M+m \sin^2 \theta}}$$

Vậy với vận tốc đầu  $v_0 > \sqrt{\frac{2gh(m+M)}{M+m \sin^2 \theta}}$  thì vật vượt được đỉnh B.

**Đề 2.** Xét hai hệ ròng rọc như hình D.2G, giá đỡ đang đi xuống với gia tốc  $a_s$ . Ta tìm biểu thức liên hệ giữa các khối lượng m,  $M_1$ ,  $M_2$  để lực căng của dây treo vào giá đỡ trong hai trường hợp là như nhau. Gọi lực căng đó là T, ta có :

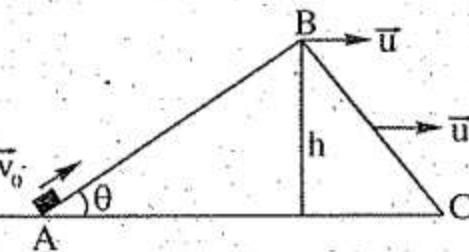
Trong trường hợp đầu :

$$mg - T = ma_s$$

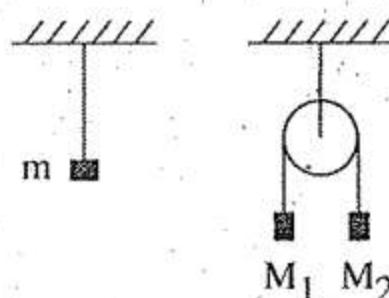
Trong trường hợp sau :

$$M_1g - \frac{T}{2} = M_1(a_s - a)$$

$$M_2g - \frac{T}{2} = M_2(a_s + a)$$



Hình D.1G



Hình D.2G

Đặt  $g' \equiv g - a_s$  thì 3 phương trình trên được viết lại như sau :

$$mg' = T \quad (1)$$

$$M_1g' = \frac{T}{2} - M_1a \quad (2)$$

$$M_2g' = \frac{T}{2} + M_2a \quad (3)$$

Hai phương trình cuối cho ta :

$$4M_1M_2g' = (M_1 + M_2)T$$

$$\text{Thay vào (1)} \Rightarrow m = \frac{4M_1M_2}{M_1 + M_2}$$

Biểu thức trên cho thấy hai vật  $M_1$  và  $M_2$  tương đương với vật

$$m = \frac{4M_1M_2}{M_1 + M_2} = \frac{4M_1}{1 + \frac{M_1}{M_2}}$$

Quay trở lại trường hợp máy Atut có N ròng rọc,  $N \rightarrow \infty$ . Giả sử khối lượng vật dưới cùng là  $x$ , hai khối vật  $M$  và  $x$  tương đương với khối lượng :

$$f(x) = \frac{4x}{1 + \frac{x}{M}}$$

Khối lượng  $f(x)$  và vật  $M$  ở trên lại tương đương với khối lượng  $f(f(x))$ .

Tương tự ta sẽ có khối lượng tương đương  $f^N(x)$  của hai vật  $M$  và  $f_x^{N-1}$ .

Để xác định  $f_N(x)$  khi  $N \rightarrow \infty$ , ta vẽ đồ thị  $f(x)$ . Tại điểm  $x = 3M$  thì  $f(3M) = 3M$ . Vì vậy, dù  $x$  có giá trị bao nhiêu, máy Atut với vô số ròng rọc như trên tương đương với hệ gồm 2 vật  $M$  và  $3M$ .

$$\text{Gia tốc của khối vật trên cùng} = \frac{\text{Lực}}{\text{Khối lượng toàn bộ}} = \frac{2Mg}{4M} = \frac{g}{2}.$$

**Đề 3.** Gọi  $\omega_i$  là tốc độ góc con quay thứ  $i$  quanh trục của nó ( $\omega_i \equiv \omega$ ) ;  $I$  là momen quán tính của mỗi con quay quanh trục của nó ;  $\Omega$  là vận tốc góc của chuyển động tiến động quanh trục đối xứng của hệ ( $\Omega \ll \omega_i$ ) :

$$\text{Phương trình chuyển động của mỗi con quay } \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (1)$$

\* Ta hãy xác định  $\frac{d\vec{L}_i}{dt}$  và momen  $\vec{M}_i$  của con quay thứ  $i$  :

Nếu  $\omega_i$  khá lớn, momen động lượng  $\vec{L}_i$  của con quay thứ  $i$  quanh trục của nó có độ lớn :  $L_i = I\omega_i$ . Điểm của  $\vec{L}_i$  vạch một đường tròn bán kính  $L_i \sin \theta$ , có trục là trục đối xứng của hệ, với vận tốc góc  $\Omega$  ( $\theta$  là góc giữa trục con quay và phương thẳng đứng).

$$\text{Vì vậy : } \left| \frac{d\vec{L}_i}{dt} \right| = \Omega L_i \sin \theta = \Omega I \omega_i \sin \theta \quad (2)$$

và  $\frac{d\vec{L}_i}{dt}$  có hướng tiếp tuyến với đường tròn trên.

\* Xác định  $\vec{M}$  :

Không có con quay nào có gia tốc theo phương thẳng đứng. Vì vậy, lực tác dụng lên con quay dưới cùng ở đầu mút phía dưới là  $NMg$  hướng lên, (cân bằng với trọng lực của tất cả các con quay). Lực tác dụng lên con quay dưới cùng ở đầu mút trên của nó bằng  $(N - 1)Mg$  hướng xuống dưới (bằng trọng lực của  $N - 1$  con quay trên nó). Như vậy, momen lực tác dụng lên con quay dưới cùng quanh trọng tâm của nó (hướng vuông góc với mặt tờ giấy) là :  $(2N - 1)Mgs \sin \theta$  ( $r$  là nửa chiều dài con quay).

Momen lực tác dụng lên con quay kế tiếp là :  $(2N - 3)Mgs \sin \theta$

Và cứ như thế, đến con quay trên cùng thì momen lực tác dụng là  $Mgs \sin \theta$ .

Như vậy, momen lực tác dụng lên con quay thứ  $i$  là :

$$M_i = (2i - 1)Mgs \sin \theta \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1), ta được :

$$(2i - 1)Mgs \sin \theta = \Omega I \omega_i \sin \theta$$

Từ đó :  $\omega_i = (2i - 1) \omega_1 = (2i - 1)\omega$ .

**Đề 4.** Hạt prôtôn chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  trong mặt phẳng hình vĩ trong từ trường cảm ứng  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng này chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ :

$$F = evB$$

Lực này truyền cho prôtôn gia tốc hướng tâm :

$$a = \frac{v^2}{R}$$

trong đó  $R$  là bán kính chính khúc của quỹ đạo.

Nhưng theo định luật II Niu-ton :

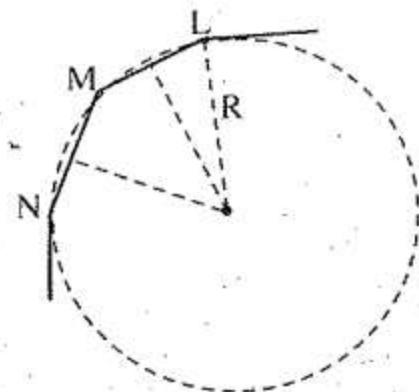
$$evB = \frac{v^2}{R} m_p$$

$$v = \frac{eBR}{m_p}$$

Do đó động năng của prôtônen bằng :

$$W_d = \frac{m_p v^2}{2} = \frac{(eBR)^2}{2m_p}$$

Hình D.3G



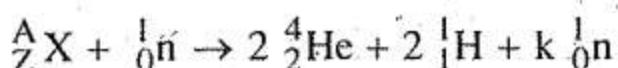
Có thể xác định bán kính chính khúc của quỹ đạo theo cách sau :

Lấy hai điểm  $L$  và  $N$  lân cận điểm  $M$  trên quỹ đạo (Hình D.3G). Vẽ các dây cung  $LM$  và  $NM$  và kẻ các đường trung trực của chúng. Giao điểm của các đường trung trực trùng với tâm vòng tròn mà đoạn  $LN$  của quỹ đạo là một cung trên vòng tròn này.

1. Sau khi xác định bán kính chính khúc của quỹ đạo hạt prôtônen, ta tính được động năng của nó :  $W_d = 0,1$  MeV.

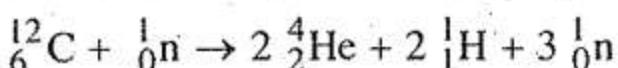
Sự giảm bán kính chính khúc của quỹ đạo chứng tỏ sự giảm vận tốc của prôtônen (năng lượng của prôtônen bị tiêu hao do sự ion hóa môi trường mà nó chuyển động trong đó).

2. Đối với phản ứng phân chia hạt nhân  $X$ , ta có thể viết phương trình sau đây :



Từ định luật bảo toàn điện tích, suy ra  $Z = 6$ . Do đó  $X$  là hạt nhân cacbon  ${}_{6}^{12}\text{C}$  (trong buồng, rõ ràng chỉ có đồng vị bền, do đó  $A = 12$ ). Từ định luật bảo toàn khối lượng, ta tìm được  $k : k = 12 + 1 - 8 - 2 = 3$ .

Cuối cùng, phản ứng có dạng sau :



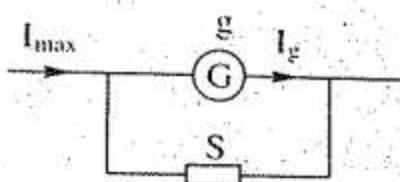
**Đề 5.** Với những ampe kế được cấu tạo từ cùng một điện kế (Hình D.4G), giữa cường độ dòng điện cực đại mà ampe kế đo được, với điện trở của ampe kế có hệ thức :

$$I_{\max} = I_g \left( 1 + \frac{g}{s} \right)$$

( $I_g$  là dòng điện lớn nhất mà điện kế đo được)

hay  $I_{\max} = I_g \cdot \frac{s+g}{s} = \frac{I_g g}{R_A}$

(vì điện trở của ampe kế là  $R_A = \frac{s \cdot g}{s+g}$ )

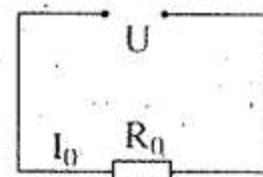


Hình D.4G

Vậy  $I_{\max} \sim \frac{1}{R_A}$  hay là  $\frac{I_{\max 1}}{I_{\max 2}} = \frac{R_{A1}}{R_{A2}}$  (1)

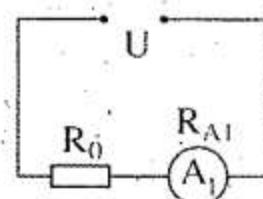
Bây giờ ta xét mối liên hệ giữa  $R_A$  và sai số khi mắc ampe kế vào mạch. Giả sử có đoạn mạch  $R_0$  được đặt dưới hiệu điện thế  $U$  không đổi.

Trước khi mắc ampe kế :  $I_0 = \frac{U}{R_0}$  (Hình D.5Ga)



a)

Khi mắc ampe kế  $A_1$  :  $I_1 = \frac{U}{R_0 + R_{A1}}$  (Hình D.5Gb)



b)

Vậy đã mắc phải sai số :

$$\begin{aligned} \Delta I_1 &= I_0 - I_1 \\ &= \frac{U}{R_0} - \frac{U}{R_0 + R_{A1}} = \frac{UR_{A1}}{R_0(R_0 + R_{A1})} \end{aligned}$$

Hình D.5G

Với ampe kế có độ chính xác cao, có thể coi  $R_{A1} \ll R_0$ . Vậy  $\Delta I_1 = \frac{UR_{A1}}{R_0^2}$ .

Tương tự, khi dùng ampe kế có điện trở  $R_{A2}$ , sai số là :

$$\Delta I_2 = \frac{UR_{A2}}{R_0^2}$$

Vậy :  $\frac{\Delta I_1}{\Delta I_2} = \frac{R_{A1}}{R_{A2}}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{I_0 - I_1}{I_0 - I_2} = \frac{I_{\max 1}}{I_{\max 2}}$$

Thay số ta được :  $\frac{I_0 - 2,95}{I_0 - 2,90} = \frac{3}{10}$

$$\Rightarrow I_0 = 2,97 \text{ mA}$$

**Đề 6.** Xét hai điểm A và B ở hai đầu của điện trở  $1 \Omega$ . Nếu ta đưa dòng điện I vào điểm A, ta lấy dòng điện I ra điểm B, thì điện trở tương đương giữa hai điểm A và B là  $\frac{V}{I}$  ( $V$  là hiệu điện thế giữa hai đầu A và B).

Tình huống dòng điện I đi vào A và ta khỏi B có thể xem là sự chồng chập hai trạng thái :

(1) Cho dòng  $\frac{N-1}{N}I$  vào điểm A và lấy dòng  $\frac{1}{N}I$  tại  $(N-1)$  điểm còn lại.

(2) Cho dòng  $\frac{N-1}{N}I$  ra khỏi B và đưa dòng  $\frac{1}{N}I$  vào  $(N-1)$  điểm còn lại.

Gọi dòng điện đi từ A đến B trong trạng thái 1 là  $I_{A \rightarrow B}^A$ , trong trạng thái 2 là  $I_{A \rightarrow B}^B$ . Dòng điện tổng cộng đi từ A đến B là  $I_{A \rightarrow B}^A + I_{A \rightarrow B}^B$ .

Hiệu điện thế giữa hai điểm A và B :

$$V = (I_{A \rightarrow B}^A + I_{A \rightarrow B}^B) \cdot (1\Omega)$$

Điện trở tương đương giữa A và B :

$$R_{AB} = \frac{(I_{A \rightarrow B}^A + I_{A \rightarrow B}^B) \cdot (1\Omega)}{I}$$

Lấy tổng tất cả các điện trở :

$$S = \sum_{A,B} \frac{(I_{A \rightarrow B}^A + I_{A \rightarrow B}^B) \cdot (1\Omega)}{I}$$

Đảo hai cực A và B thì :

$$S = \sum_{A,B} \frac{(I_{B \rightarrow A}^B + I_{B \rightarrow A}^A) \cdot (1\Omega)}{I}$$

Từ đó :

$$2S = \sum_{A,B} \frac{(I_{A \rightarrow B}^A + I_{A \rightarrow B}^B) \cdot (1\Omega)}{I} + \sum_{A,B} \frac{(I_{B \rightarrow A}^B + I_{B \rightarrow A}^A) \cdot (1\Omega)}{I}$$

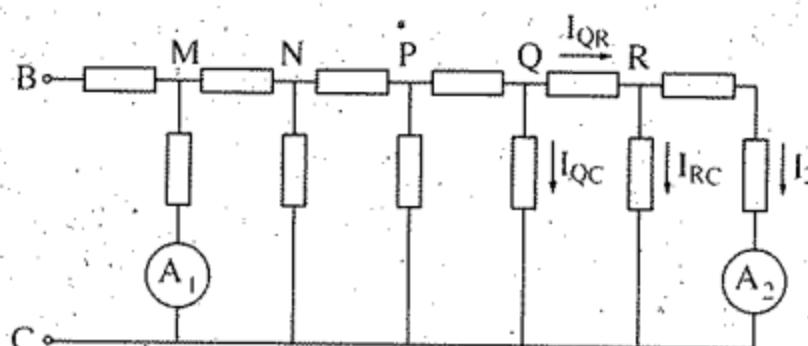
Số hạng thứ nhất là tổng của N dòng điện đi vào N điểm ứng với trạng thái 1.

Do có dòng  $\frac{N-1}{N}I$  đi vào mỗi một điểm, số hạng này bằng  $(N-1)(1\Omega)$ .

Tương tự, số hạng thứ hai là  $(N-1)(1\Omega)$ .

Vì vậy  $S = (N-1)\Omega$ .

**Đề 7.1.** Gọi dòng điện chạy qua ampe kế A là  $I_2$ . Ta có (Hình D.6G) :



Hình D.6G

$$U_{RC} = I_2 \cdot 2r$$

$$\text{Do đó : } I_{RC} = \frac{U_{RC}}{r} = 2I_2$$

$$\text{Tại nút R : } I_{QR} = I_{RC} + I_2 = 3I_2$$

$$\text{Ta lại có : } U_{QC} = U_{QR} + U_{RC}$$

$$\text{Chia cả hai vế cho } r, \text{ ta được : } I_{QC} = I_{QR} + I_{RC} = 5I_2$$

$$\text{Lập luận tương tự, ta có : } I_{PC} = I_{QC} + I_{QR} = 8I_2$$

$$I_{PC} = I_{PQ} + I_{QC} = 13I_2$$

$$I_{NP} = I_{PC} + I_{PQ} = 21I_2$$

$$I_{NC} = I_{NP} + I_{PC} = 34I_2$$

$$I_{MN} = I_{NC} + I_{NP} = 55I_2 \quad (1)$$

$$I_{MC} = I_{MN} + I_{NC} = 89I_2 = I_1 \quad (2)$$

Từ (1) ta tính được số chỉ của  $A_2$ :  $I_2 = \frac{I_1}{89} = 0,1$  A.

$$2. U_{BC} = U_{BM} + U_{MC} = I_{BM} \cdot r + I_{MC} \cdot r = (144I_2 + 89I_2) \cdot r = 23,3$$
 V

$$3. R_{BC} = \frac{U_{BC}}{I_{BM}} = \frac{23,3}{14,4} \approx 1,62 \Omega$$

**Đề 8.** Lực ma sát giữa vật và mặt bàn là  $\mu N = \mu mg \cdot \cos\theta = mg \cdot \sin\theta$ , ngược với chiều chuyển động. Còn thành phần của lực hấp dẫn  $mg \cdot \sin\theta$  hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng.

Sau một thời gian khá lâu nếu như vận tốc của vật ổn định thì độ lớn của hai lực này như nhau. Vì vậy, nếu độ lớn của vận tốc  $v$  theo hướng chuyển động giảm đi thì thành phần  $v_y$  dọc theo mặt phẳng nghiêng tăng lên sao cho :

$$v + v_y = \text{const} = C \quad (1)$$

Và sau một thời gian khá lâu thì độ lớn vận tốc hai thành phần này bằng nhau và bằng  $v_f$ .

Hằng số C được xác định từ điều kiện đầu :

$$v + 0 = V \quad (2)$$

Vận tốc  $v_f$  của vật cũng thoả mãn điều kiện (1) và (2) :

$$v_f + v_f = V$$

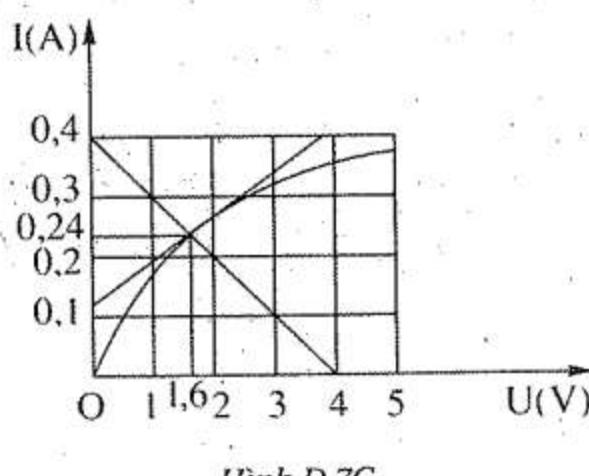
$$\text{Từ đó : } 2v_f = V \text{ hay } v_f = \frac{V}{2}$$

### Đề 9.

1. Nếu có dòng điện  $I$  qua đèn và điện trở  $r$ , thì điện áp  $U$  trên đèn bằng :

$$U = \mathcal{E} - Ir \quad (1)$$

Đồ thị  $U(I)$  của sự phụ thuộc đó gọi là đường tải (Hình Đ.7G). Giao điểm



của đường tải với đường đặc trưng vôn – ampe xác định các giá trị U và I :  
 $I = 0,24 \text{ A} ; U = 1,6 \text{ V}$ .

2. Để cho hiệu điện thế giữa các điểm A và B bằng không, điện áp tại phần dưới của biến trở phải bằng điện áp U trên đèn. Điều kiện đó sẽ được thoả mãn nếu :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{\mathcal{E} - U} ; \text{ hay } \frac{R}{R - R_1} = \frac{U}{\mathcal{E} - U} \quad (2)$$

trong đó  $R_1$  và  $R_2$  là điện trở của các phần dưới và trên của biến trở (theo hình Đ.8) ( $R_1 + R_2 = R$ ).

Từ đó :  $R_1 = R \frac{U}{\mathcal{E}} = 16 \Omega , R_2 = 24 \Omega$

3. Khi suất điện động của nguồn biến thiên, điện áp trên tất cả các yếu tố của sơ đồ cũng thay đổi. Để cho  $\Delta U_{AB}$  là cực tiểu, biến thiên điện áp trên đèn phải bằng biến thiên điện áp trên phần dưới (theo hình Đ.8) của biến trở. Điện trở của đèn phụ thuộc vào điện áp trên nó. Với các biến thiên nhỏ của điện áp lân cận "điểm công tác" của đèn, ta có thể coi  $\Delta I \sim \Delta U$ . Điều này ứng với việc thay đường đặc trưng vôn – ampe ở lân cận "điểm công tác" bằng đường tiếp tuyến của nó.

Do đó, ở gần "điểm công tác", đèn được xem như một điện trở :

$$r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \cot \beta \quad (3)$$

trong đó  $\beta$  là hệ số góc nghiêng của đường tiếp tuyến.

Đại lượng  $r_d$  được gọi là *điện trở vi phân*. Nó được xác định không phải bằng tỉ số giữa điện áp và dòng điện qua đèn, mà bởi tỉ số của các độ biến thiên của các đại lượng đó.

Ké tiếp tuyến ta sẽ tìm được :  $r_d = 12,5 \Omega$ .

Vì điện áp trên đèn được xác định bằng công thức (1) nên :

$$\Delta U = \Delta \mathcal{E} - \Delta I \cdot r ; I = \frac{\Delta U}{r_d}$$

$$\text{Do đó : } \Delta U = \Delta \mathcal{E} - \frac{\Delta U \cdot r}{r_d}$$

$$\text{Từ đó : } \Delta U = \Delta \mathcal{E} \frac{r_d}{r+r_d} \quad (4)$$

$$\text{Từ hệ thức (2) suy ra : } U_1 = \mathcal{E} \frac{R_1}{R}$$

$$\text{Vì vậy : } \Delta U_1 = \Delta \mathcal{E} \frac{R_1}{R} \quad (5)$$

$$\text{Cân bằng } \Delta U \text{ và } \Delta U_1, \text{ ta được : } \frac{r_d}{r+r_d} = \frac{R_1}{R}$$

$$\text{Từ đó : } R_1 = 18 \Omega$$

Khi đó,  $U_{AB} \approx 0,6 \text{ V}$  và khi thay đổi suất điện động  $\mathcal{E}$  một lượng nằm trong khoảng  $-1 \text{ (V)} < \Delta \mathcal{E} < 1 \text{ (V)}$  thì giá trị  $U_{AB}$  thay đổi ít hơn  $0,03 \text{ V}$ . Dụng cụ như thế có thể dùng như một bộ ổn áp cho các điện áp không lớn.

### Đề 10.

Câu 1. a) Giả sử quả cầu có bán kính  $R$  và điện tích  $Q$ . Điện thế tại bề mặt là :

$$V(R) = \frac{Q}{R} \quad (1)$$

Cường độ điện trường tại một điểm bên trong quả cầu :

$$E(r) = \frac{Q \left( \frac{r^3}{R^3} \right)}{r^2} = \frac{Qr}{R^3} \quad (2)$$

Lấy tích phân từ  $r = R$  đến  $r = 0$  thì điện thế biến đổi một lượng :  $\Delta V = \frac{Q}{2R}$ .

Vì vậy điện thế tại tâm là :

$$V(O) = \frac{Q}{R} + \frac{Q}{2R} = \frac{3Q}{2R} \quad (3)$$

$$\text{Tỉ số cần tìm : } \frac{V(R)}{V(O)} = \frac{2}{3} \quad (4)$$

b) Gọi  $\rho$  là mật độ điện tích khối ;  $V_d$  là điện thế tại đỉnh và  $V_O$  là điện thế tại tâm của khối lập phương cạnh  $l$ .

Dùng phương pháp thứ nguyên :

$$V_d \sim \frac{Q}{l} = \rho l^2 \quad (5)$$

Vì vậy  $V_d = 4V'_d$

$V'_d$  là điện thế tại đỉnh của khối lập phương cạnh  $\frac{l}{2}$

Theo nguyên lý chồng chập :  $V_O = 8V'_d$

$$\text{Do đó : } \frac{V_d}{V_O} = \frac{4V'_d}{8V'_d}$$

Câu 2. Điểm tiếp xúc giữa bánh xe và mặt đường xuất hiện rõ nét trên phim vì đó là điểm đứng yên (tức thời). Ngoài ra còn có các điểm khác tuy không đứng yên nhưng vẫn xuất hiện rõ nét trên phim.

Một điểm xuất hiện rõ nét trên phim khi điểm này nằm trên nan hoa trong quá trình cửa sập mở. Vào một thời điểm nào đó giả sử nan hoa đang nằm ở phía dưới. Một thời gian ngắn sau đó, nan hoa sẽ chuyển động, nhưng nếu trở lại vị trí cũ, thì nan hoa sẽ xuất hiện rõ trên phim.

Gọi  $R$  là bán kính bánh xe. Nan hoa đang ở vị trí hợp với phương thẳng đứng góc  $\theta$ . Bánh xe quay một góc  $d\theta$ , tâm bánh xe dịch chuyển đoạn  $Rd\theta$ . Nan hoa vừa tham gia chuyển động tịnh tiến vừa tham gia chuyển động quay.

Gọi  $r$  là bán kính xác định giao điểm của vị trí đầu và vị trí cuối của nan hoa.

$$\text{Ta có } (Rd\theta)\cos\theta = rd\theta$$

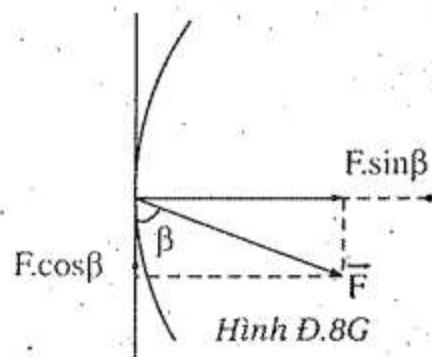
$$\text{Vì vậy } r = R\cos\theta$$

Câu 3. Gọi  $\beta$  là góc hợp giữa lực phát động (lực ma sát nghỉ) với phương tiếp tuyến của đường tròn (Hình D.8G).

$F\sin\beta$  đóng vai trò lực hướng tâm ;  $F\cos\beta$  tạo ra gia tốc dài :

$$F\sin\beta = \frac{mv^2}{R} ; F\cos\beta = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

Lấy đạo hàm phương trình thứ nhất của (1)



$$F \cdot \cos \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} = \frac{2mv}{R} \frac{dv}{dt}$$

Sau đó chia hai vế cho phương trình thứ hai,

$$\text{ta được: } \frac{d\beta}{dt} = \frac{2v}{R}$$

$$\text{Vì } v = R \frac{d\theta}{dt} \text{ nên } \frac{d\beta}{dt} = 2 \frac{d\theta}{dt}$$

Lấy tích phân:  $\beta = 2\theta$ .

Khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất:  $a = 0$

$$\Rightarrow F \cdot \cos \theta = 0 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}; \text{ tức là } \theta = \frac{\pi}{4}$$

Vậy xe máy cần phải vượt đoạn đường  $\frac{\pi R}{4}$  để đạt vận tốc cho phép.

Câu 4. a) Vận tốc tương đối giữa Cáo và Thỏ là  $v - v \cdot \cos \alpha$

$$\text{Vì vậy, thời gian để Cáo đuổi kịp Thỏ là } T = \frac{l}{v(1 - \cos \alpha)}$$

Nếu  $\alpha = 0$ , Cáo không bao giờ bắt được Thỏ.

Để tìm vị trí chúng gặp nhau, giả sử lúc đầu, xem Thỏ đuổi một con thỏ khác, con thỏ này lại đuổi một con thỏ khác nữa..., mỗi con chạy theo hướng hợp với con thỏ trước một góc  $\alpha$ . Vì vậy, lúc đầu tất cả con thỏ đều nằm trên

$$\text{đường tròn P bán kính } R = \frac{l}{\frac{2}{\sin \frac{\alpha}{2}}}$$

Tâm của đường tròn P là đỉnh của tam giác cân góc ở đỉnh là  $\alpha$  hai đỉnh còn lại là hai vị trí lúc đầu của Thỏ và Cáo. Do tính đối xứng, vị trí của Thỏ và Cáo lúc nào cũng nằm trên đường tròn tâm P. Vì vậy, P sẽ là điểm mà chúng gặp nhau.

Gọi A(t) và B(t) là vị trí của Cáo và Thỏ, C(t) là chân của đường thẳng góc hạ từ A xuống đường đi của Thỏ. Gọi  $\alpha_t$  là góc hợp bởi hướng chuyển động của Thỏ đối với hướng trực tiếp đi từ Thỏ đến Cáo ( $\alpha_0 \equiv \alpha, \alpha_\infty = 0$ ).

Đoạn AB giảm với tốc độ  $v - v \cos \alpha$ . Đoạn CB tăng với vận tốc  $v + v \cos \alpha$ . Vì vậy tổng khoảng cách AB và CB không đổi. Lúc đầu tổng này là  $l + l \cos \alpha$ . Khoảng cách cuối cùng là  $2d$ , với  $d$  là khoảng cách giữa Thỏ và Cáo.

$$d = \frac{l(1 + \cos \alpha)}{2}$$

Vậy Cáo không bắt được Thỏ nếu  $\alpha \neq \pi$ .

Nếu  $\alpha = \pi$  thì  $d = 0$ , Cáo sẽ bắt được Thỏ sau khoảng thời gian :  $\frac{l}{2v}$ .

Câu 5. Gọi  $\rho$  là khối lượng riêng của hạt mưa ;  $\lambda$  là khối lượng riêng trung bình của các giọt nước nằm trong không gian ;  $r(t)$ ,  $M(t)$ ,  $v(t)$  tương ứng là bán kính, khối lượng và vận tốc của hạt mưa.

Khối lượng hạt mưa là :  $M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$

$$\text{Vì vậy : } \frac{dM}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \rho = \frac{3M}{r} \frac{dr}{dt} \quad (1)$$

Mặt khác, khối lượng  $M$  thay đổi do các giọt nước nhập vào hạt mưa. Tốc độ thay đổi khối lượng tỉ lệ với tiết diện ngang của giọt mưa, với vận tốc rơi và mật độ  $\lambda$ .

$$\frac{dM}{dt} = \pi r^2 v \lambda \quad (2)$$

Trọng lực tác dụng lên hạt mưa tăng và bằng với độ biến thiên động lượng hạt mưa :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d(Mv)}{dt} = v \frac{dM}{dt} + M \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

Mục đích là tìm  $\frac{dv}{dt}$ . Muốn vậy, từ (1) và (2) :

$$v = \frac{4\rho}{\lambda} \frac{dr}{dt}$$

Lấy đạo hàm hai vế :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{4\rho}{\lambda} \frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \right) \quad (4)$$

Thay (1) và (4) vào (3) :

$$Mg = \left( \frac{3M}{r} \frac{dr}{dt} \right) \left( \frac{4\rho}{\lambda} \frac{dr}{dt} \right) + M \frac{4\rho}{\lambda} \frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \right) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{g\lambda}{\rho} r = \left( 12 \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + 4r \frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \right) \right) \quad (6)$$

Do giọt mưa rơi với giá tốc không đổi, sau thời gian khá lâu :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \right) \approx bg; \quad \frac{dr}{dt} \approx bgt; \quad r \approx \frac{1}{2} bgt^2 \quad (7)$$

$b$  là hằng số cần xác định.

Thay (7) vào (6) :

$$\left( \frac{g\lambda}{\rho} \right) \left( \frac{1}{2} bgt^2 \right) = 12 \left( bgt^2 \right) + 4 \left( \frac{1}{2} bgt^2 \right) bg \quad (8)$$

$$\text{Từ đó : } b = \frac{\lambda}{28\rho} \text{ và } \frac{d}{dt} \left( \frac{dr}{dt} \right) = \frac{g\lambda}{28\rho}$$

$$\text{Thay kết quả này vào (4) ta được : } \frac{dv}{dt} = \frac{g}{7}.$$

**Đề 11.** Khi K đóng vào chốt 1, điện trở của toàn mạch là :

$$R_{tm} = R_A + \frac{RR_V}{R + R_V}$$

$$R_{tm} = \frac{RR_A + R_A R_V + RR_V}{R + R_V}$$

Số chỉ của ampe kế khi đó là :

$$I_A = \frac{U}{R_{tm}} = \frac{U(R + R_V)}{RR_A + R_A R_V + RR_V} = 0,4 \quad (1)$$

Số chỉ của vôn kế khi đó là :

$$U_V = I_A \frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{URR_V}{RR_A + R_A R_V + RR_V} = 120 \quad (2)$$

Khi K đóng vào chốt 2, điện trở toàn mạch là :

$$R_{tm} = R_V + \frac{RR_A}{R + R_A}$$

$$R_{tm} = \frac{RR_V + R_V R_A + RR_A}{R + R_A}$$

Dòng điện mạch chính khi đó là :

$$I = \frac{U}{R_{tm}} = \frac{U(R + R_A)}{RR_V + R_V R_A + RR_A}$$

Dòng điện qua ampe kế khi đó :

$$I_A = I \frac{R}{R + R_A} = \frac{UR}{RR_V + R_V R_A + RR_A} = 0,1 \quad (3)$$

Lấy (2) chia cho (3) ta có :  $R_V = 1200 \Omega$ .

Lấy (1) chia cho (3) ta được :  $\frac{R + R_V}{R} = 4$ .

Với  $R_V$  vừa tính được ở trên, ta dễ dàng có :  $R = 400 \Omega$ .

**Đề 12.** Tại thời điểm  $t$ , dây băng bị kéo cách tường một đoạn :

$$l(t) = L + Vt$$

Giả sử khi đó kiến cách tường một đoạn  $r(t)$ , đặt  $F(t) = \frac{r(t)}{l(t)}$ .

Bài toán trở thành : Với giá trị nào của  $t$  thì  $F(t) = 0$

Sau một khoảng thời gian  $dt$ , vị trí  $r$  của kiến tăng lên một lượng  $\frac{r}{l}Vdt$ . do dây băng dãn và giảm đi một lượng  $udt$  do kiến đi lại gần tường.

$$\begin{aligned} \text{Vậy : } F(t + dt) &= \frac{r + \frac{r}{l}Vdt - udt}{l - Vdt} \\ \Rightarrow F(t + dt) &= \frac{r}{l} - \frac{udt}{l + Vdt} \end{aligned} \quad (1)$$

Ở dạng khai triển bậc nhất của  $dt$  :

$$F(t + dt) = F(t) - \frac{u}{l} dt \quad (2)$$

Như vậy  $F(t)$  giảm nếu trong thời gian  $dt$  kiến di được đoạn đường  $udt$  trên dải băng.

$$\text{Từ (2) suy ra: } \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{u}{l} \quad (3)$$

Với  $I(t) = L + Vt$  sau khi lấy tích phân (3) ta có :

$$F(t) = 1 - \frac{u}{V} \ln \left( 1 + \frac{V}{L} t \right) \quad (4)$$

trong đó ta đã chọn điều kiện  $F(0) = 1$

Với giá trị  $u > 0$  bất kì,  $F(t) = 0$  khi ứng với

$$t = \frac{L}{V} \left( e^{\frac{V}{u}} - 1 \right) \quad (5)$$

- Nếu  $u < 0$  thì kiến sẽ rời xa tường.

- Nếu  $\frac{V}{u}$  khá lớn thì thời gian kiến đến tường sẽ rất lâu, nhưng không phải là vô hạn.

- Nếu  $\frac{V}{u}$  rất nhỏ,  $t \approx \frac{L}{u}$ .

**Đề 13.** Xét sự va chạm giữa hai đinh, đinh có khối lượng lớn hơn có vận tốc  $V$ . Vì đinh có khối lượng khá lớn, có thể xem đây là quả cầu nặng đang di chuyển với vận tốc  $V$ . Ta quay về với bài toán tương đương như sau : Một thanh khối lượng  $m$ , chiều dài  $2r$ , momen quán tính  $\rho mr^2$ , vận tốc  $V$ , đến va chạm vào bức tường đứng yên, quá trình va chạm như là va chạm của quả cầu.

Gọi  $u$  là vận tốc của khối tâm sau va chạm,  $\omega$  là vận tốc góc của đinh sau va chạm. Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} (\rho mr^2) \omega^2$$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng :

$$mrV = mru + (\rho mr^2)\omega$$

Giải hai phương trình trên, ta được :

$$u = V \frac{1 - \rho}{1 + \rho}; r\omega = V \frac{2}{1 + \rho}$$

Chuyển qua hệ quy chiếu của phòng thí nghiệm, vận tốc của đinh nhẹ hơn sau va chạm là :

$$v = V - u = V \frac{2\rho}{1 + \rho}, \text{ vận tốc này có cùng chiều với } \vec{V}.$$

Đầu kia của đinh có vận tốc quay  $r\omega = \frac{2V}{1 + \rho}$  lớn hơn vận tốc quay của khối tâm. Vận tốc dài của đầu đinh này là :

$$V' = r\omega - v = V \frac{2(1 - \rho)}{1 + \rho}, \text{ có chiều ngược với } \vec{V}.$$

Phân tích tương tự, ta thấy vận tốc của đầu đinh tiếp theo tuân theo cấp số nhân với công bội  $\frac{2(1 - \rho)}{1 + \rho}$ .

Nếu công bội nhỏ hơn 1 tức là  $\rho > \frac{1}{3} \Rightarrow$  khi  $n \rightarrow \infty$  thì  $v \rightarrow 0$ .

Nếu công bội lớn hơn 1 tức là  $\rho < \frac{1}{3} \Rightarrow$  khi  $n \rightarrow \infty$  thì  $v \rightarrow \infty$ .

Nếu công bội bằng 1 tức  $\rho = \frac{1}{3} \Rightarrow$  khi  $n \rightarrow \infty$  thì  $v$  không phụ thuộc vào  $n$ .

Vậy  $\rho = \frac{1}{3}$  là giá trị cần tìm.

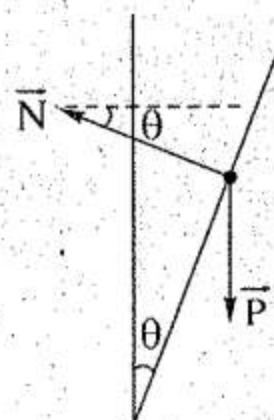
**Đề 14.** 1. Lực tác dụng lên vật gồm trọng lực ( $mg$ ) và áp lực ( $N$ ) của hình nón lên vật. Chiều xuống các phương ta được :

Theo phương thẳng đứng :  $N \cdot \sin\theta = mg$

Theo phương ngang :  $N \cdot \cos\theta = m \frac{v^2}{r}$

với  $r = h \cdot \tan\theta$  và  $v = \omega r$  (Hình D.9G)

Từ đó :  $\omega = \frac{1}{\tan\theta} \sqrt{\frac{g}{h}}$ .



Hình D.9G

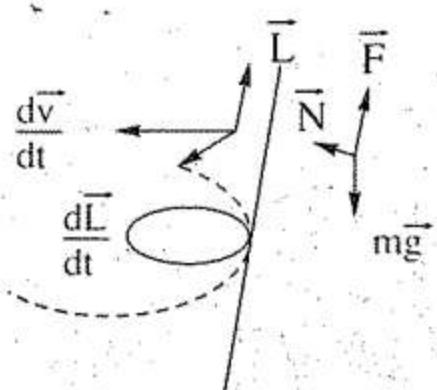
2. Lực tác dụng lên vòng tròn gồm lực ma sát  $\vec{F}$ , trọng lực  $\vec{P}$ , phản lực của thành  $\vec{N}$ . Chiều xuống phương thẳng đứng và nằm ngang (Hình D.10G) :

$$N \cdot \sin\theta + F \cdot \cos\theta = mg \quad (1)$$

$$N \cdot \cos\theta + F \cdot \sin\theta = m(h \cdot \tan\theta)\omega^2 \quad (2)$$

Gọi  $\vec{M}$  là momen của lực quay tròn, do lực ma sát  $\vec{F}$  tạo nên. Vì vậy  $M = rF$  (3)

Mặt khác :  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ , ta cần xác định  $\frac{d\vec{L}}{dt}$ .



Hình D.10G

Phân tích  $\vec{L}$  thành hai thành phần :

- Một thành phần qua khối tâm và quay quanh trục của hình nón. Thành phần này không đổi, vì vậy có thể bỏ qua khi tính  $\frac{d\vec{L}}{dt}$ .
- Thành phần  $\vec{L}'$  dọc theo hình nón do chuyển động quay của vòng tròn gây nên.  $\vec{L}'$  vách nên hình nón khi đỉnh của  $\vec{L}'$  chuyển động trên đường tròn bán kính  $L \cdot \sin\theta$ . Tần số góc của chuyển động này là  $\omega$ .

$$\text{Vì vậy : } \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}'}{dt} = \omega L \cdot \sin\theta \quad (4)$$

$$\text{Từ } \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \text{ ta có : } rF = \omega L \cdot \sin\theta \quad (5)$$

Nhưng  $L' = mr^2\omega'$ , với  $\omega'$  là tốc độ góc của vòng tròn, liên hệ với  $\omega$  theo công thức :  $r\omega' = (h \cdot \tan\theta)\omega$

$$\text{Vì vậy : } L' = mr(h \cdot \tan\theta)\omega \quad (6)$$

Kết hợp (6) và (5) ta được :

$$F = m\omega^2(h \cdot \tan\theta)\sin\theta \quad (7)$$

Từ (1), (2) và (7) ta giải được hệ phương trình gồm 3 ẩn  $N$ ,  $F$  và  $\omega$  bằng cách nhân (1) với  $\cos\theta$ , (2) với  $\sin\theta$  rồi trừ cho nhau :

$$F = mg \cdot \cos\theta - m\omega^2(h \cdot \tan\theta)\sin\theta \quad (8)$$

$$\text{Cân bằng (7) và (8) ta được: } \omega = \frac{1}{\tan \theta} \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (9)$$

Tần số này bằng  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  tần số của câu 1).

**Đề 15.** Do tính đối xứng nên tại mặt ngoài cường độ điện trường  $\vec{E}$  vuông góc với mặt bên của hình trụ (bỏ qua tác dụng của hai đáy hình trụ, do hình trụ dài). Như vậy, cường độ điện trường  $E$  có độ lớn như nhau ở một điểm của mặt ngoài. Kí hiệu  $n_0$  là mật độ iòn (trong một đơn vị thể tích) ta có mật độ dòng điện :

$$i = n_0 q v = \frac{I}{\pi R^2} \Rightarrow n_0 = \frac{I}{\pi R^2 q v} \quad (1)$$

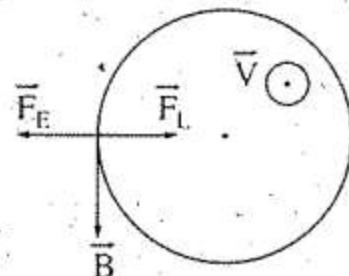
$$\text{Áp dụng định lí Gau-xơ: } E 2\pi R l = \frac{Q}{\epsilon_0}, \text{ với } Q = n_0 \pi R^2 l \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $E = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 R v}$  và  $\vec{E}$  hướng ra ngoài.

Lực điện trường tác dụng lên ion ở mặt ngoài :

$$F_E = qE = \frac{qI}{2\pi\epsilon_0 R v}$$

Từ trường tại bề mặt của chùm :



Hình D.11G

$B = \frac{\mu I_0}{2\pi R}$  (có chiều như trên hình D.11G). Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên điện

$$\text{tích } q: F_L = qvB = \frac{qI\mu_0 v}{2\pi R}$$

Hợp lực tác dụng lên điện tích  $q$  hướng ra ngoài chùm và có độ lớn :

$$\begin{aligned} F &= F_E - F_L = \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 R v} (1 - \mu_0 \epsilon_0 v^2) \\ &= \frac{Iq}{2\pi\epsilon_0 R v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) (\text{Bởi vì } c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}) \end{aligned}$$

### Đề 16.

1. Một ion Cl nằm ở tâm của hình khối có 6 ion khác cách nhau  $R_0$ , 12 ion khác cách  $\sqrt{2}R_0$ , 8 ion kế tiếp cách  $\sqrt{3}R_0$ . Lí luận tương tự, ta được một dãy các số hạng :

$$U_e = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \left[ \left( -\frac{6}{1} + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{8}{\sqrt{3}} \right) + \left( \frac{3}{2} - \frac{12}{\sqrt{5}} + \frac{12}{\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{8}} - 2 + \frac{1}{\sqrt{12}} \right) \right]$$

$$= -1,75117 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0}$$

Sai số tương đối  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 2,4 \cdot 10^{-3}$

2. Năng lượng của toàn mạng gồm  $2N$  ion :

$$U = \frac{1}{2} 2NU_i = NU_i$$

Năng lượng tương tác của một ion là tổng của lực hút và đẩy :  $U_i = U_r + U_e$

$$U_r = z\lambda e^{-\frac{R}{\rho}} \quad \text{với } z = 6$$

$$U_e = \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \quad \text{với } \alpha = -1,7518.$$

Năng lượng toàn phần :  $U = N \left( z\lambda e^{-\frac{R}{\rho}} + \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \right)$

3. Khối lượng trung bình của một liên kết :

$$M = \frac{1}{2} M_{Na} + \frac{1}{2} M_{Cl} = 4,885 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

Khoảng cách giữa các ion là :  $R_0 = \sqrt[3]{\frac{M}{d}} = 2,82 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Khi ứng với năng lượng cực tiểu thì :

$$\left. \frac{dU}{dR} \right|_{R=R_0} = -z\lambda e^{-\frac{R}{\rho}} \frac{1}{\rho} - \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} = 0$$

$$\text{Từ đó: } z\lambda e^{-\frac{R}{\rho}} = -\frac{\alpha q^2 \rho}{4\pi\epsilon_0 R_0^2}$$

Năng lượng của 1 mol là :

$$U_{\text{mol}} = N_A \left( -\frac{\alpha q^2 \rho}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} + \frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} \right) = -7,63 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**Đề 17.** Kí hiệu  $\vec{u}$  là vận tốc tên lửa (so với hệ quy chiếu cố định) ở thời điểm t.

Giả sử trong thời gian dt tên lửa phun ra sau một lượng khí nhiên liệu  $\mu = -dm$  (có dấu "-", vì khối lượng nhiên liệu của tên lửa giảm dần đi), lượng khí này có vận tốc  $\vec{u} + \vec{v}$  (đối với hệ quy chiếu cố định). Độ biến thiên động lượng của hệ (tên lửa + khí nhiên liệu) là :

$$d\vec{p} = (M + m)d\vec{u} - dm\vec{v}$$

Vì không có ngoại lực, nên từ đó suy ra phương trình :

$$(M + m) \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{v}$$

Chiếu phương trình vectơ này lên trục toạ độ đặt dọc theo phương quỹ đạo và có chiều của  $\vec{u}$  (chú ý rằng  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  ngược chiều), ta thu được phương trình sau :

$$(M + m) \frac{du}{dt} = -v \frac{dm}{dt}$$

Từ đó, ta có :

$$(M + m_0 e^{-kt}) \frac{du}{dt} = -v_0 e^{-kt} \frac{dm}{dt} = m_0 v_0 k e^{-2kt} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } e^{-kt} = x, \text{ ta có: } \frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -kx \frac{du}{dx}$$

và thay vào (1) :

$$(M + m_0 x) \frac{du}{dx} = -v_0 m_0 x \Rightarrow du = -\frac{v_0 m_0 x}{M + m_0 x} dx \quad (2)$$

Chú ý rằng, khi  $t = 0$ ,  $u = u_{\text{ban đầu}}$ ,  $x = 1$ , và khi  $t = +\infty$ ,  $u = u_{\text{cuối}}$ ,  $x = 0$ . Lấy tích phân (2) ta được :

$$\int_{u_{\text{ban đầu}}}^{u_{\text{cuối}}} du = \int_1^0 \left( -\frac{v_0 m_0 x}{M + m_0 x} \right) dx$$

$$\Rightarrow u_{\text{cuối}} - u_{\text{ban đầu}} = v_0 + v_0 \frac{M}{m_0} \ln \left( \frac{M}{M + m_0} \right)$$

Với  $m_0 \ll M$  ta có :

$$\ln \left( \frac{M}{M + m_0} \right) \approx \ln \left( 1 - \frac{m_0}{M} \right) \approx -\frac{m_0}{M} + \frac{m_0^2}{2M^2}$$

$$\text{Suy ra : } u_{\text{cuối}} - u_{\text{ban đầu}} = \frac{m_0 v_0}{2M}$$

Đề 18.

$$1. F_{\text{hd}} = \frac{GMm}{R^2} = F_{\text{ht}} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \text{const}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

2. Bảo toàn momen động lượng :

$$mv_1 R = mv_3 R' \Rightarrow v_3 = \frac{R}{R'} v_1 \quad (1)$$

Bảo toàn năng lượng :

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{GMm}{R'} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R + R')}} ; v_3 = \sqrt{\frac{2GmR'}{R'(R + R')}}$$

$$\Delta E_1 = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_3^2}{2} = \frac{GMm}{R} \left( \frac{R' - R}{R + R'} \right) > 0$$

$$3. v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow \Delta E_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_3^2}{2} = \frac{GMm(R' - R)}{2R'(R + R')}$$

Đề 19.

$$1. E_x = hf = \frac{hc}{\lambda} = 4,14 \cdot 10^{-15} J = 25,9 \text{ keV}$$

$$2. v = \frac{rBe}{m} = 1,56 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$$

$$3. \text{Động năng của electron : } T = \frac{mv^2}{2} = 0,6917 \text{ keV}$$

Năng lượng liên kết của electron, tức là công thoát :

$$E_{lk} = E_x - T = 25,2 \text{ keV}$$

$$4. \text{Động lượng của electron : } p = reB = 1,42 \cdot 10^{-23} \text{ kgms}^{-1}$$

$$\text{Năng lượng toàn phần của electron : } E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

$$\text{Từ đó : } T = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 = 0,6912 \text{ keV.}$$

Sai số tương đối so với kết quả cũ là 0,07%.

$$5. \text{Giữa sóng và hạt có mối liên hệ : } \lambda = \frac{h}{p}$$

Kích thước của bước sóng Đơ Broi của electron so với kích thước của khe là :

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{h}{pd} = 4,7 \cdot 10^{-5}. \text{ Vì vậy ta có thể bỏ qua tính chất sóng của electron.}$$

Đề 20. Trong hệ đang xét, sự không đồng tính của áp suất chất lỏng được gây ra không chỉ do trọng lực mà còn do tương tác Cú-lông. Hiển nhiên, áp suất chất lỏng tăng theo độ sâu do trọng lực. Ngoài ra, chất lỏng, do tích điện, còn tự đẩy mình. Kết quả là tại những lớp ở gần tâm của bình hơn, áp suất sẽ nhỏ hơn ở các lớp bên ngoài. Điều này dẫn tới làm xuất hiện trong chất lỏng một lực phụ, tương tự như lực đẩy Ác-si-mét, tác dụng lên các vật nổi trong chất lỏng và hướng về phía tâm bình. Ngoài ra, các vật trong chất lỏng đó còn tương tác với nhau (ngay cả trong trường hợp chúng không tích điện).

Ta hãy hình dung miền bên trong các quả cầu nhỏ dưới dạng chồng chất của chất lỏng mang điện tích dương (coi như chất lỏng xuyên vào bên trong quả cầu) và quả cầu mang điện tích âm để bù trừ điện tích chất lỏng. Như vậy, bây giờ chúng ta sẽ khảo sát tương tác của toàn bộ quả cầu lớn tích điện (bán kính  $R$ ) có mật độ điện tích  $\sigma$  và hai quả cầu nhỏ, bán kính  $r$  và có mật độ điện tích là  $-\sigma$ .

Bây giờ chúng ta hãy tìm cường độ điện trường  $E(x)$  tạo bởi quả cầu lớn tại điểm ở bên trong nó và cách tâm một khoảng bằng  $x$ . Ta sẽ sử dụng định lí Gao-xơ. Muốn vậy ta hãy tưởng tượng tách ra một khối cầu, bán kính  $x < R$  và có tâm trùng với tâm hình cầu lớn. Theo định lí Gao-xơ ta có :

$$E(x)S = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0}$$

trong đó :  $Q = \frac{4}{3}\pi x^3 \sigma$ ;  $S = 4\pi x^2$  là diện tích mặt cầu bán kính  $x$ ; Như vậy,

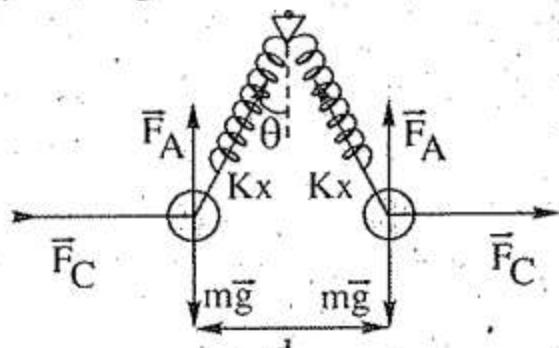
nếu quả cầu nhỏ (tích điện  $q = -\frac{4}{3}\pi r^3 \sigma$ ) ở cách tâm O quả cầu lớn một

khoảng là  $x$ , thì sẽ chịu tác dụng của một lực hướng vào tâm O. Độ lớn của lực đó bằng :

$$F(x) = qE(x) = \frac{4\pi r^3 \sigma^2}{9\epsilon\epsilon_0} x$$

Điều này tương đương với tác dụng của

một lò xo có độ cứng :  $K = \frac{4\pi r^3 \sigma^2}{9\epsilon\epsilon_0}$ .



Hình D.12G

Như vậy, bài toán ban đầu được quy về tìm vị trí của hai quả cầu nhỏ có điện tích  $q$  được treo trên các lò xo có độ cứng  $K$  trong chất lỏng có khối lượng riêng là  $\rho$  (Hình D.12G).

Trên mỗi quả cầu nhỏ bây giờ có các lực sau tác dụng : trọng lực  $mg = \frac{4\pi r^3 \rho_0}{3} g$ ; lực đẩy Cù-lông từ quả cầu nhỏ kia  $F_C = \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 d^2}$

( $d$  là khoảng cách giữa hai quả cầu nhỏ ở trạng thái cân bằng); lực đẩy

Ác-si-mét  $F_A = \frac{4\pi r^3 \rho}{3} g$  và lực hút tối tâm của quả cầu lớn  $Kx$ . Tổng hợp

lực tác dụng lên các quả cầu này phải bằng không, do đó hình chiếu của nó lên các trục thẳng đứng và nằm ngang cũng bằng không, cụ thể là :

$$mg - F_A = Kx \cos \theta \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_0 - \rho) = \frac{4\pi r^3 \sigma^2}{9\epsilon\epsilon_0} x \cos \theta \quad (1)$$

$$F_C = Kx \sin \theta \Rightarrow \frac{q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 d^2} = \frac{4\pi r^3 \sigma^2}{9\epsilon\epsilon_0} x \sin \theta \quad (2)$$

Giải hệ phương trình trên theo  $x$  và  $\theta$  (với lưu ý rằng  $d = 2x \sin \theta$  và  $q = -\frac{4}{3} \pi r^3 \sigma$ ) ta tìm được  $d = \sqrt[3]{2}r$ . Dễ dàng thấy rằng  $d$  nhỏ hơn  $2r$ , do đó hai quả cầu không thể ở cách nhau một khoảng bằng  $d$  được, tức là chúng phải ở cạnh nhau. Vì kích thước hai quả cầu theo đề bài là nhỏ (nghiệm của bài toán chỉ đúng khi  $r \ll x$ ), nên đối với góc  $\theta$ , ta có :  $\tan \theta \approx \frac{r}{x} \approx 0$  hay  $\theta \approx 0$ .

Khi đó, từ (1) ta được :  $x = \frac{(\rho_0 - \rho)g\epsilon\epsilon_0}{3\sigma^2}$

Tùy theo dấu của  $(\rho_0 - \rho)$  mà hai quả cầu nhỏ nằm ở phía dưới tâm của quả cầu lớn (như được vẽ trên hình) hay là ở bên trên nó. Đồng thời, chúng ta chỉ giới hạn khảo sát trường hợp khi hiệu  $(\rho_0 - \rho)$  không quá nhỏ (sao cho  $x \gg r$ ). Nếu không như vậy biểu thức của lực Cú-lông  $F_C = qE(x)$  sẽ không còn đúng nữa, bởi vì trong công thức đó quả cầu nhỏ được coi như một chất điểm trong điện trường  $E(x)$ .

### Đề 21.

I. Kí hiệu  $B$  là độ lớn của cảm ứng từ của từ trường tại điểm cách trục đối xứng của từ trường một khoảng  $r$ . Tại mỗi điểm của vành kim loại, cảm ứng từ đều có trị số bằng  $B$ . Xét một phần tử chiều dài  $\Delta l$  của vành. Tại thời điểm  $t$  mà vận tốc của vành là  $v$  thì suất điện động xuất hiện ở  $\Delta l$  có độ lớn bằng :

$$\Delta \mathcal{E} = Bv\Delta l$$

Suy ra suất điện động xuất hiện trong toàn bộ vành là :

$$\mathcal{E} = \sum \Delta \mathcal{E} = \sum Bv\Delta l = Bv \cdot 2\pi r$$

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vành là :  $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2\pi r B v}{R}$

$$\text{với } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S}$$

$$\text{Từ đó, tìm được: } I = \frac{BSv}{\rho} \quad (1)$$

2. Do có dòng điện  $I$  chạy qua, phần tử  $\Delta l$  của vành chịu tác dụng của lực điện từ  $\Delta F$ , lực này hướng vuông góc với mặt phẳng của vành và có độ lớn :

$$\Delta F = BI\Delta l$$

Lực điện tổng hợp  $\vec{F}$  tác dụng lên vành có hướng vuông góc với mặt phẳng của vành và có độ lớn :

$$F = \Sigma \Delta F = BI\Sigma \Delta l = BI \cdot 2\pi r \Rightarrow F = \frac{2\pi r S B^2 v}{\rho}$$

Theo định luật Len-xơ, lực  $\vec{F}$  chống lại sự rơi xuống của vành, nghĩa là  $\vec{F}$  có hướng ngược với trọng lực  $\vec{P}$  của vành. Áp dụng định luật II Niu-ton, ta có :

$$mg - F = ma \Rightarrow a = g - \frac{F}{m}, \text{ với } m = 2\pi r S d$$

$$\text{Suy ra: } a = g - \frac{B^2 v}{\rho d} \quad (2)$$

$$\text{Ta lại có: } a = \frac{dv}{dt}, \text{ do đó (2) trở thành: } \frac{dv}{dt} + \frac{B^2}{\rho d} v = g$$

Giải phương trình này, với chú ý rằng khi  $t = 0, v = 0$ , ta được :

$$v = \frac{\rho g d}{B^2} \left( 1 - e^{-\frac{B^2}{\rho d} t} \right) \quad (3)$$

Từ (2) và (3) dễ dàng nhận xét rằng,  $a$  giảm dần và  $v$  tăng dần khi vành rơi xuống và sau một thời gian đủ lớn kể từ khi bắt đầu rơi, thì  $a = 0$ , và kể từ lúc đó vành rơi đều với vận tốc (ứng với  $a = 0$ ) :

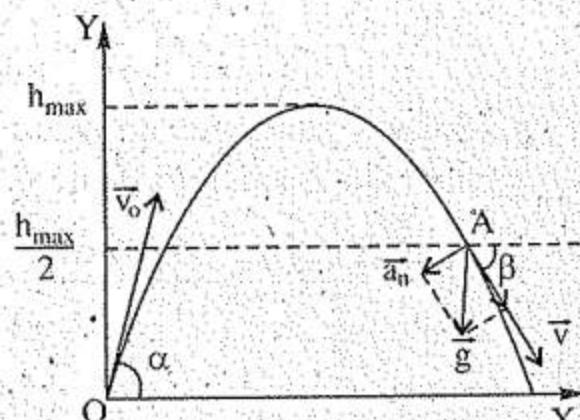
$$v_0 = \frac{\rho g d}{B^2} \quad (4)$$

**Đề 22.** Vì vận tốc con chim không đổi nên vận tốc con chim chỉ có thành phần pháp tuyến, còn thành phần tiếp tuyến bằng không (Hình D.13G).

$$a = a_n = \frac{v_0^2}{R} \quad (1)$$

Bán kính chính khúc R được xác định từ quỹ đạo chuyển động của hòn đá. Độ cao cực đại của hòn đá:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (2)$$



Hình D.13G

Tại vị trí A có độ cao  $h = \frac{h_{\max}}{2}$ , hòn đá có vận tốc v hợp với phương ngang một góc  $\beta$ . Vận tốc theo phương ngang bảo toàn :

$$v_0 \cos \alpha = v \cos \beta \quad (3)$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg \frac{h_{\max}}{2} + \frac{mv^2}{2} \quad (4)$$

Gia tốc pháp tuyến của hòn đá tại A là :

$$a_n = g \cos \beta = \frac{v^2}{R} \quad (5)$$

Từ các phương trình trên ta tìm được gia tốc của con chim :

$$a = \frac{g \cos \alpha}{\left(1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

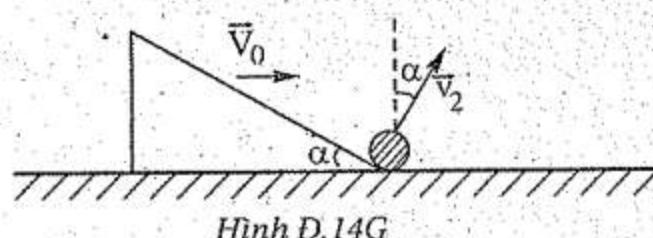
**Đề 23.** Do va chạm, quả cầu có vận tốc  $\vec{v}_2$  vuông góc với mặt ném (Hình D.14G).

Định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang :

$$MV_0 = MV_1 + mv_2 \sin \alpha$$

Định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2}MV_0^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$



Hình D.14G

Thay  $m = 2M$ ,  $\alpha = 30^\circ$  vào hai phương trình trên ta được :

Nghiệm :  $v_2 = 0 \Rightarrow V_1 = V_0$  (Vô lí - loại)

Nghiệm :  $v_2 = 2V_1 = \frac{2}{3}V_0$ ;  $V_1 = \frac{V_0}{3}$

Như vậy sau va chạm cả hai có cùng vận tốc nằm ngang  $\Rightarrow$  Các vật lại va chạm lần 2, sau thời gian :

$$t = \frac{2V_2 \cos \alpha}{g} = \frac{4V_0 \cos \alpha}{g} = \frac{2V_0}{\sqrt{3}g} \approx 0,58 \text{ s}$$

Khoảng cách giữa hai va chạm :  $l = v_1 \cdot t = \frac{2V_0^2}{3\sqrt{3}g} \approx 0,96 \text{ m.}$

**Đề 24.** Chu trình có dạng như trên hình Đ.15G.

- Công của khí trong quá trình đẳng áp :

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$$

- Trong quá trình đẳng tích :  $A_{23} = 0$

- Theo đề bài trong quá trình đoạn nhiệt :

$$A_{31} = -\frac{1}{m} \cdot A_{12}$$

- Công toàn chu trình :  $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$

$$\text{- Theo giả thiết hiệu suất là : } \eta = \frac{1}{4} = \frac{A}{Q} = \frac{m \left( 1 - \frac{1}{m} \right) A_{12}}{Q} \quad (*)$$

Ta thấy :  $Q_{31} = 0$  (quá trình đoạn nhiệt).

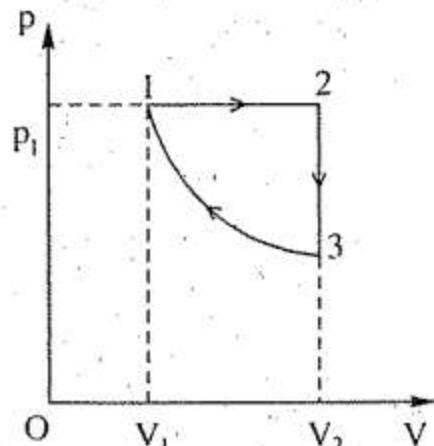
$Q_{23} < 0$ , vì  $Q_{23} = A_{22} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = nC_V(T_3 - T_2) < 0$ , bởi vì  $T_3 < T_2$ .

Như vậy tác nhân nhận nhiệt trong quá trình (1 – 2) :

$$Q = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

Theo giả thiết  $U = kp \cdot V$ , mà quá trình 1 – 2 là đẳng áp :  $p = p_1 = p_2$

$$\Rightarrow \Delta U_{12} = kp_1(V_2 - V_1) = k \cdot A_{12}$$



Hình Đ.15G

$$\Rightarrow Q = (k + 1) \cdot A_{12}$$

$$\text{Thay vào (*)} \Rightarrow \eta = \frac{1}{4} = \frac{\left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot A_{12}}{(k + 1) \cdot A_{12}} \Rightarrow k = \frac{m - 1}{\eta \cdot m} - 1$$

$$\text{Thay số được } k = \frac{11}{5} = 2,2.$$

**Đề 25.** Từ công thức Anh-xtanh về hiện tượng quang điện ta có động năng cực đại của các electron khi thoát ra khỏi catôt :  $W_d = \frac{hc}{\lambda} - A$

Vết có đường kính  $D_1$  do những electron bay với vận tốc ban đầu cực đại  $v_0$  theo phương song song với catôt (đường nét chấm).

$$D_1 = 2v_0 \sqrt{\frac{2d}{a}} = 2v_0 \sqrt{\frac{2d}{eU}} \cdot \sqrt{\frac{md}{m}}$$

$$= 2v_0 \sqrt{\frac{2md^2}{eU}} = 4d \sqrt{\frac{W_d}{eU}}$$

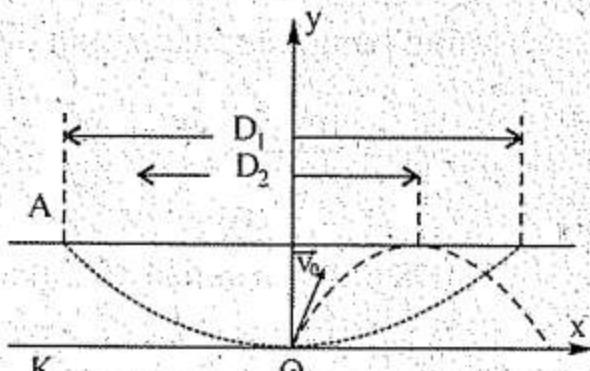
Vết có đường kính  $D_2$  được xác định bằng những electron bay với vận tốc ban đầu cực đại  $v_0$  có quỹ đạo tiếp tuyến với anôt (đường nét đứt). Đó là các electron có vận tốc ban đầu theo phương Oy thỏa mãn điều kiện :

$$W_{dy} = \frac{1}{2}mv_y^2 = eU \Rightarrow W_{dx} = \frac{1}{2}mv_x^2 = W_d - eU$$

Từ điều kiện  $D_2 = \frac{D_1}{2}$  ta có :

$$\Rightarrow 4d \sqrt{\frac{W_d - eU}{eU}} = \frac{1}{2} \cdot 4d \sqrt{\frac{W_d}{eU}} \Rightarrow 4(W_d - eU) = W_d$$

$$\Rightarrow U = \frac{3W_d}{4e} = \frac{3}{4e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = \frac{3}{4} \left( \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2 \right) = 0,362 \text{ V}$$



Hình D.16G

$$\Rightarrow U = \frac{3W_d}{4e} = \frac{3}{4e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2 \right) = 0,362 \text{ V}$$

### Đề 26.

1. Dựa vào công thức Anh-xanh về hiện tượng quang điện, ta tìm được vận tốc cực đại  $v_1$  của các electron quang điện khi bật ra khỏi quả cầu :

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} \approx 4,37 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2. Áp dụng định lí về động năng (đối với các electron vừa mới bật ra ở thời điểm mới tiến hành thí nghiệm) :

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = e\varphi_0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{e\varphi_0}{m}} \approx 6,05 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

3. Vì quả cầu có lập về điện nên khi bị chiếu bức xạ tử ngoại, nó sẽ mất đi các electron rồi dần trở nên tích điện dương. Sau một thời gian đủ dài, thì điện tích của quả cầu đủ lớn để có thể hút những electron quang điện vừa mới bật ra quay trở lại, kể cả những electron có vận tốc ban đầu cực đại. Khi ấy điện tích và điện thế đạt giá trị cực đại  $\varphi_1$  và công cảm của lực điện trường đúng bằng động năng ban đầu cực đại của electron quang điện :

$$-e\varphi_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 0,54 \text{ V}$$

4. Điện tích ban đầu của quả cầu :  $q_0 = C\varphi_0$  với  $C = 4\pi\epsilon_0 R$  là điện dung của quả cầu dẫn có lập. Điện tích của quả cầu khi đạt điện thế cực đại là  $q_1 = C\varphi_1$ . Độ biến thiên điện tích của quả cầu là do các electron quang điện bật ra. Vậy số electron quang điện đã bay rời khỏi quả cầu ra vô cực sau một thời gian đủ dài :

$$Ne = q_0 - q_1 \Rightarrow N = \frac{4\pi\epsilon_0}{e} R (\varphi_0 - \varphi_1) = 7,2 \cdot 10^6$$

## TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

1. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên), Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí THPT, tập 6 và 7, NXBGD, 2007.
2. Dương Trọng Bái, Tư liệu Vật lí 12, Nhập môn Vật lí hiện đại, NXBGD, 2008.
3. Dương Trọng Bái, Vũ Thanh Khiết, Phạm Viết Trinh, Bài tập Vật lí 12 (dùng cho HS chuyên Vật lí), NXBGD, 2004.
4. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên), Tuyển tập đề thi Olimpic Vật lí các nước, tập 1 và 2, NXBGD, 2006.
5. Vũ Thanh Khiết, Các bài toán vật lí chọn lọc THPT, tập 3 (Vật lí hạt nhân), NXBGD, 2004.

## MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<b>LỜI NÓI ĐẦU</b>	5
<b>CHỦ ĐỀ 1 : THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HEP</b>	5
A – Lý thuyết và bài tập ví dụ	24
B – Bài tập	31
<b>CHỦ ĐỀ 2 : HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ. HẠT CƠ BẢN</b>	31
A – Lý thuyết và bài tập ví dụ	49
B – Bài tập	59
<b>CHỦ ĐỀ 3 : CƠ HỌC LƯỢNG TỬ</b>	59
A – Lý thuyết và bài tập ví dụ	71
B – Bài tập	78
<b>MỘT SỐ ĐỀ THI OLIMPIC VẬT LÍ CÁC NƯỚC HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP SỐ</b>	88
Chủ đề 1	88
Chủ đề 2	100
Chủ đề 3	127
Một số đề thi Olimpic vật lí các nước	141