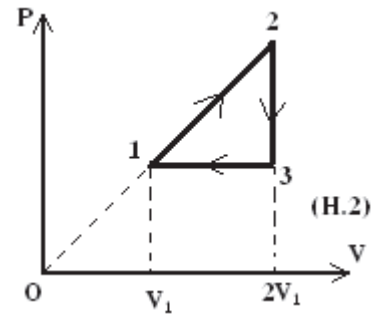


CHU TRÌNH - ĐỘNG CƠ NHIỆT

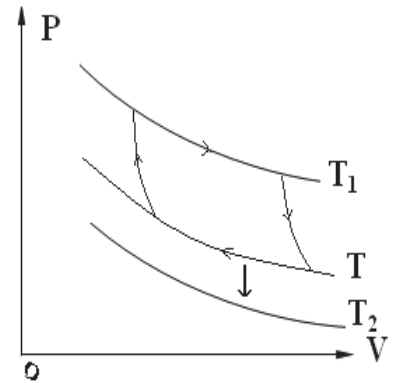
Bài 1. Một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình kín: từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 áp suất tỉ lệ thuận với thể tích, thể tích khí ở trạng thái 2 gấp 2 lần thể tích khí ở trạng thái 1. Từ trạng thái 2 đến trạng thái 3 là quá trình biến đổi đẳng tích. Từ trạng thái 3 đến trạng thái 1 biến đổi đẳng áp như hình (H.2).

Tính hiệu suất chu trình.

ĐS: $H = \frac{1}{12}$



Bài 2: Tác nhân của một máy nhiệt thực hiện chu trình Carnô giữa các đường đẳng nhiệt T và T_1 ($T_1 > T$) như hình vẽ. Sự trao đổi nhiệt giữa tác nhân và nguồn lạnh được thực hiện bằng truyền nhiệt. Nguồn lạnh là một bể chứa có nhiệt độ không đổi bằng $T_2 = 200\text{K}$ ($T_2 < T$). Nhiệt lượng truyền cho nguồn lạnh trong một đơn vị thời gian $q = \alpha (T - T_2)$, trong đó α là một hệ số không đổi và $\alpha = 1 \text{ kW/K}$. Sự trao đổi nhiệt giữa tác nhân và nguồn nóng được thực hiện trực tiếp ở nhiệt độ $T_1 = 800\text{K}$. Giả định rằng độ dài thời gian của các quá trình đẳng nhiệt là như nhau, còn các quá trình đoạn nhiệt là rất nhỏ. Hãy tìm nhiệt độ của T để công suất N của máy nhiệt đạt cực đại, xác định công suất cực đại N_{\max} đó.



ĐÁP SỐ: $T = \sqrt{T_1 T_2} = 400\text{K}; N_{\max} = 100 \text{ kW}$

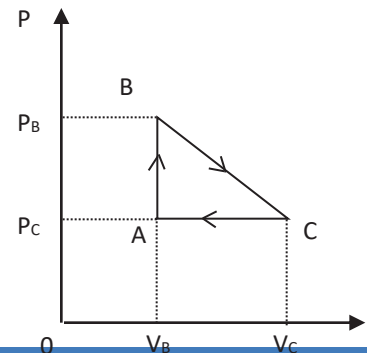
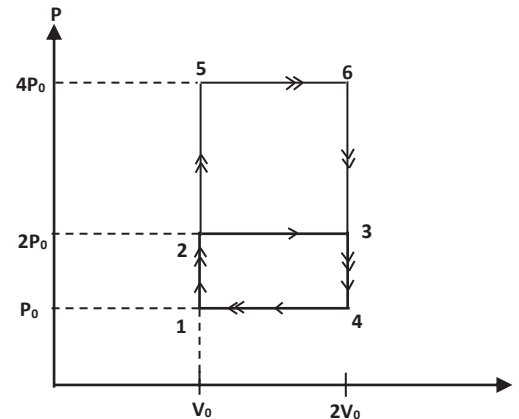
Bài 3. Trên hình vẽ hai chu trình kín nhiệt động học diễn ra với

khí lý tưởng đơn nguyên tử: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ và $1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

Chu trình nào có hệ số hiệu suất có ích lớn hơn? và lớn hơn bao nhiêu lần.

ĐÁP SỐ: $\eta_1 = \frac{2}{13}, \eta_2 = \frac{6}{29}, \frac{\eta_1}{\eta_2} = 0,74$

Bài 4. Với chất khí lý tưởng đơn nguyên tử diễn ra quá trình kín (chu trình) cho ta trên hình. Tại điểm C, khí có thể tích V_C và áp suất P_C , còn tại điểm B khí có thể tích V_B và



áp suất P_B , $V_B = \frac{V_C}{2}$, $P_B = 2P_C$.

Tìm hiệu suất của chu trình này và so sánh nó với hiệu suất lý thuyết cực đại của chu trình ở đó, nhiệt độ đốt nóng và làm lạnh tương ứng bằng nhiệt độ cực đại và cực tiểu của chu trình khảo sát.

ĐÁP SỐ: $\eta = 16,5\%$; $\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$; $\frac{\eta_{\max}}{\eta} = 3,368$

Trong đó T_1 - nhiệt độ cực đại và T_2 - nhiệt độ cực tiểu của khí.

Bài 5 (TRÍCH ĐỀ THI HSG QG 2007)

Một mol khí lý tưởng thực hiện chu trình thuận nghịch 1231 được biểu diễn trên hình vẽ. Biết:

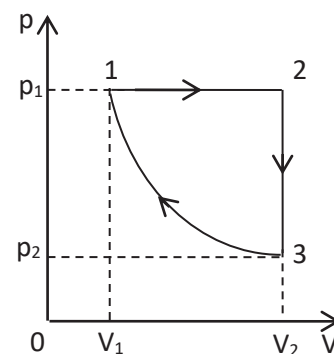
- Nội năng U của một mol khí lý tưởng có biểu thức $U = kRT$. Trong đó k là hệ số có giá trị tùy thuộc vào loại khí lý tưởng ($k = 1,5$ với khí đơn nguyên tử; $k = 2,5$ với khí lưỡng nguyên tử); R là hằng số khí; T là nhiệt độ tuyệt đối.

- Công mà khí thực hiện trong quá trình đẳng áp 1-2 gấp n lần công mà ngoại lực thực hiện để nén khí trong quá trình đoạn nhiệt 3-1.

a. Tìm hệ thức giữa n , k và hiệu suất h của chu trình.

b. Cho biết khí nói trên là khí lưỡng nguyên tử và hiệu suất $h = 25\%$. Hãy tính n .

c. Giả sử khối khí lưỡng nguyên tử trên thực hiện một quá trình thuận nghịch nào đó được biểu diễn trong mặt phẳng pV bằng một đoạn thẳng có đường kéo dài đi qua gốc tọa độ. Tính nhiệt dung của khối khí trong quá trình đó.



Đáp số

a. $h = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{k+1} = \frac{n-1}{n(k+1)} \rightarrow n-1 = nh(k+1) \quad (1)$

b. $k = \frac{5}{2}$; $h = 25\% = 0,25$; ta có $n = 8$

c. $C = 3R$.

Bài 6.

1) Một máy nhiệt nén một mol khí lý tưởng từ trạng thái A (P_1, T_1) sang trạng thái B (P_2, T_2) nhờ nén đoạn nhiệt. Tiếp theo đó khí được làm lạnh đẳng áp từ nhiệt độ T_2 đến nhiệt độ T_1 ứng trạng thái C (P_2, T_1).

a) Tính T_2 .

b) Tìm biểu thức công toàn phần A mà một mol khí nhận được theo R , γ , T_1 và a . Với $a = T_2/T_1$, R là hằng số khí lý tưởng và γ là hệ số đoạn nhiệt

2) Một động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình khép kín theo ba quá trình sau:

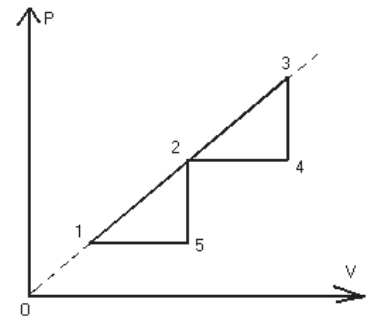
Đưa mol khí lí tưởng đó giãn nở đẳng áp từ trạng thái C đến trạng thái B, sau đó giãn đoạn nhiệt đến trạng thái A, cuối cùng nén đẳng nhiệt đến trạng thái C nói trên. Hãy xác định hiệu suất chu trình?

ĐS: 1a. $T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

b) $A = R \frac{\gamma}{\gamma-1} T_1 (1-a) < 0$

2) $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{(a-1) + \ln a}{a-1}$; Bài toán chỉ có nghĩa khi $a < e = 2,7183$.

Bài 7: Một máy nhiệt, với chất công tác là một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử, thực hiện theo chu trình 1-2-3-4-2-5-1 được biểu diễn trên giản đồ PV như hình vẽ. Các điểm 1, 2 và 3 nằm trên một đường thẳng đi qua gốc O của giản đồ. Trong đó điểm 2 là trung điểm đoạn 1-3. Tìm hiệu suất của máy nhiệt trên, biết rằng nhiệt độ cực đại của khí trong chu trình này lớn hơn nhiệt độ cực tiểu của nó là n lần. Tính hiệu suất với $n = 4$.



ĐS: Hiệu suất máy nhiệt trên là: $H = \frac{A}{Q} = \frac{1}{8} \frac{(\sqrt{n}-1)}{(\sqrt{n}+1)}$

Với $n = 4 \Rightarrow H = 1/24$

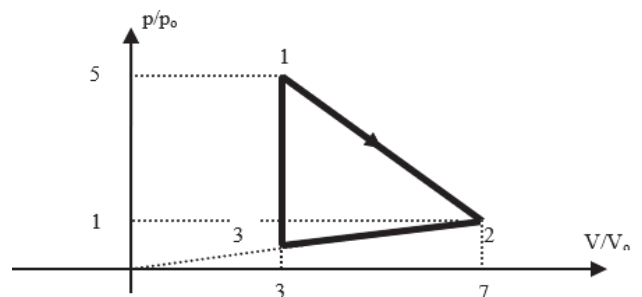
Bài 8. Khí lí tưởng đơn nguyên tử ở trạng thái (p_1, V_1) được làm nguội đẳng áp đến thể tích $V_2 = \frac{1}{4} V_1$, sau đó chuyển theo quá trình politropic đến trạng thái $p_3 = 8p_1$; $V_3 = \frac{1}{8} V_1$. Tiếp theo khí được làm nóng đẳng áp đến thể tích $V_4 = \frac{1}{4} V_1$, rồi bằng quá trình politropic khi trở về trạng thái ban đầu.

Vẽ đường biểu diễn chu trình trên đồ thị p, V và tính hiệu suất của chu trình.

ĐS: $H = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 50\%$

Bài 9. Trong một động cơ nhiệt có n mol khí (với $i=3$) thực hiện một chu trình kín như hình vẽ. Các đại lượng p_0 ; V_0 đã biết. Hãy tìm.

1. Nhiệt độ và áp suất khí tại điểm 3



2. Công do chất khí thực hiện trong cả chu trình?

3. Hiệu suất của máy nhiệt?

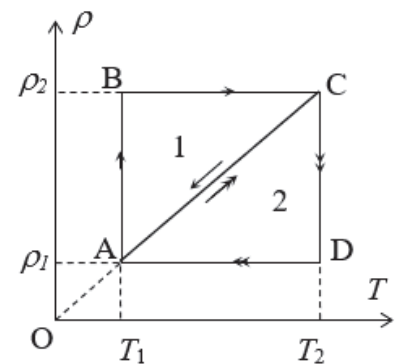
ĐS: 1. $p_3 = \frac{3p_0}{7}, T_3 = \frac{9p_0V_0}{nR}$.

2. $A = \frac{64p_0V_0}{7}$; 3. $H = 32\%$

Bài 10. Một chất khí lí tưởng đơn nguyên tử, ban đầu hoạt động theo chu trình 1(ABCA), rồi sau đó hoạt động theo chu trình 2(ACDA). Đồ thị của hai chu trình biểu diễn sự phụ thuộc khối lượng riêng ρ của khí theo nhiệt độ T như hình 4.

Gọi hiệu suất chu trình 1 và hiệu suất chu trình 2 lần lượt là η_1 và η_2 . Biết hiệu suất của hai chu trình thỏa mãn hệ thức $(3 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 1$.

1. Cho biết khối lượng khí là m , khối lượng mol khí là μ . Hãy tính công mà khí sinh ra trong mỗi chu trình theo m, μ, T_1 và T_2 .



2. Hãy xác định tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$.

ĐS: 1. Chu trình 1 là: $A_1 = \frac{mR}{\mu}(T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu}RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$, chu trình 2 là: $A_2 = \frac{m}{\mu}RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{mR}{\mu}(T_2 - T_1)$;

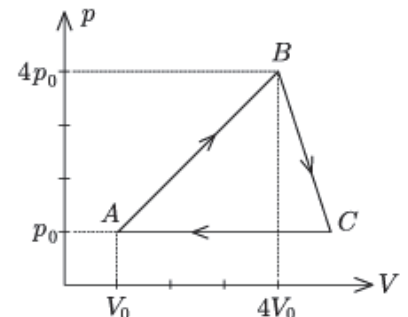
2. $\frac{T_2}{T_1} = 20,08$

Bài 11. Một lượng khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình như hình vẽ. Trạng thái A, B cố định, C có thể thay đổi, nhưng quá trình AC là đẳng áp.

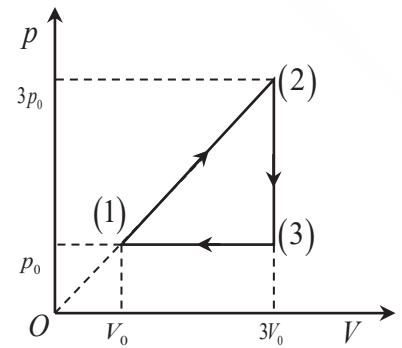
a) Tính công lớn nhất của chu trình nếu nhiệt độ giảm trong suốt quá trình BC?

b) Tính hiệu suất của chu trình trong trường hợp này?

ĐS: a. $A_{\max} = 9P_0V_0$; b. $H = 30\%$



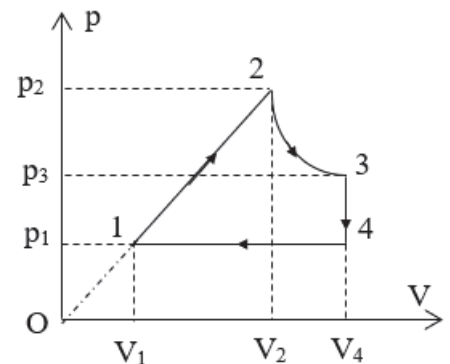
Bài 12. Một khối khí có áp suất p , nhiệt độ tuyệt đối T và thể tích V liên hệ với nhau theo phương trình trạng thái $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)V = RT$. Khối khí có nội năng $U = \frac{3}{2}RT - \frac{a}{V}$; (hằng số $a = 64p_0V_0^2$). Khối khí này thực hiện chu trình như đồ thị.



Hãy tính hiệu suất của chu trình nói trên.

ĐS: $H = \frac{6}{63}$

Bài 13. Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình 3; trong đó đoạn thẳng 1- 2 có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ và quá trình 2 - 3 là đoạn nhiệt. Biết : $T_1 = 300K$; $p_2 = 3p_1$; $V_4 = 4V_1$.



1. Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4 .

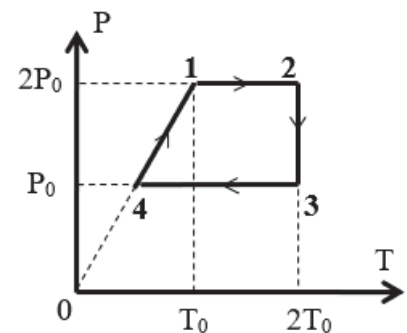
2. Tính hiệu suất của chu trình.

3. Chứng minh rằng trong quá trình 1-2 nhiệt dung của khí là hằng số.

ĐS : 1. $T_2 = 2700K, T_3 = 2229^0K, T_4 = 1200^0K$

2. $\eta = 20,97\%$

Bài 14. Có 1 g khí Heli (coi là khí lí tưởng đơn nguyên tử) thực hiện một chu trình 1 – 2 – 3 – 4 – 1 được biểu diễn trên giản đồ P-T như hình 1. Cho $P_0 = 10^5Pa$; $T_0 = 300K$.



1) Tìm thể tích của khí ở trạng thái 4.

2) Hãy nói rõ chu trình này gồm các đẳng quá trình nào. Vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V và trên giản đồ V-T (cần ghi rõ giá trị bằng số và chiều biến đổi của chu trình).

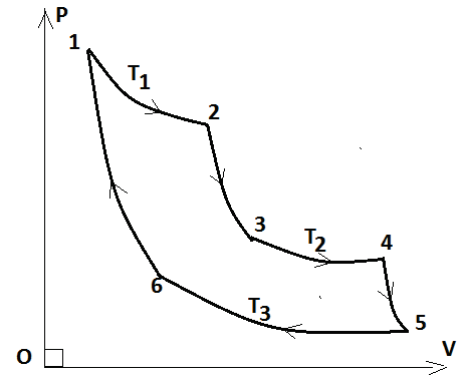
3) Tính công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn của chu trình.

ĐS: 1. $V_4 = 3,12 \cdot 10^{-3} m^3$; 3. $A_{12} = 6,24 \cdot 10^2 J$; $A_{23} = 8,65 \cdot 10^2 J$; $A_{34} = -9,36 \cdot 10^2 J$; $A_{41} = 0$

Bài 15. Một mol khí lý tưởng thực hiện một chu trình gồm ba quá trình đẳng nhiệt xen kẽ với ba quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch được biểu diễn trên giản đồ (P, V) như hình vẽ. Các nhiệt độ của các quá trình đẳng nhiệt 1-2; 3-4; 5-6 lần lượt là T_1 , T_2 và T_3 .

Gọi $V_1, V_2 \dots V_6$ lần lượt là thể tích tại các điểm 1, 2...6 trên giản đồ.

Biết rằng hai quá trình dẫn nở đẳng nhiệt 1-2 và 3-4 thể tích tăng lên cùng n lần (nghĩa là $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3} = n$).



a. Hãy tìm tỉ số $\frac{V_5}{V_6}$ theo n .

b. Tìm hiệu suất của chu trình trên.

ĐS: a. $\frac{V_5}{V_6} = n^2$; b. $H = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$

ĐỘNG CƠ NHIỆT

Bài 16. Một máy hơi nước có công suất 150 kW. Xi lanh có thể tích $0,2 \text{ m}^3$. Hơi nước ở nhiệt độ 165°C được nạp trong 4/10 khoảng chạy của pit tông, dẫn nở rồi ngưng tụ trong buồng ngưng có nhiệt độ 45°C . Nước từ buồng ngưng chuyển sang lò hơi để nấu thành hơi. Cứ mỗi vòng quay của bánh đà, hơi nước nạp lần lượt vào 2 mặt của pit tông. Tính:

a) Khối lượng nước tiêu thụ (biến đổi thành hơi) mỗi giờ.

b) Hiệu suất thực? Hiệu suất lí tưởng.

Biết bình đã quay một phút 70 vòng. KLR của hơi nước ở 165°C là $3,66 \text{ kg/m}^3$. Nhiệt dung riêng của nước là $4,19 \text{ kJ/kg.K}$. Nhiệt hóa hơi của nước ở 165°C là $2,05 \cdot 10^3 \text{ (kJ/kg)}$.

ĐS: 2460 kg; b. $H = 8,6\%$, $H_{lt} = 27,4\%$

Bài 17. Nhiệt lượng tỏa ra khi làm lạnh 1 mol nước từ 25°C xuống 0°C và sau đó là đông đặc bên trong một máy làm lạnh (có hiệu suất tối đa theo lý thuyết) được truyền cho 1 mol nước khác ở 25°C để nó nóng lên đến 100°C

a) Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi ở 100°C ?

b) Máy làm lạnh thực hiện một công bằng bao nhiêu?

Nhiệt nóng chảy và nhiệt hóa hơi của nước tương ứng ở 0°C và 100°C lần lượt là $q = 6,02$ kJ/mol và $L = 40,68$ kJ/mol

ĐS: a. $n = 0,13$ mol; b. $A = 2,9$ kJ

Bài 18. Một máy lạnh coi là lí tưởng duy trì trong buồng lạnh một nhiệt độ không đổi là -10°C . Khi nhiệt độ phòng là 15°C , role của máy điều khiển cứ cho động cơ làm việc trong thời gian $t_1=2$ phút lại cho nghỉ trong thời gian $t_2=4$ phút.

1) Nếu nhiệt độ phòng là 25°C thì thời gian mỗi lần nghỉ và đóng của động cơ phải như thế nào để duy trì nhiệt độ buồng lạnh như trên?

2) Với nhiệt độ trong phòng cao nhất là bao nhiêu thì máy vẫn có thể duy trì nhiệt độ trong buồng lạnh như vậy?

ĐS: 1. Nếu nghỉ 4' thì phải làm việc 7,55'; 2. $t_{1\max} = 33^{\circ}\text{C}$

Bài 19. Một máy nhiệt lí tưởng hoạt động theo các chu trình tuần hoàn với nguồn nóng là khối nước có khối lượng $m_1 = 10\text{kg}$ ở nhiệt độ ban đầu $t_1 = 100^{\circ}\text{C}$, nguồn lạnh là một khối nước có khối lượng $m_2 = 5\text{kg}$ và ban đầu là nước đá ở nhiệt độ $t_2 = 0^{\circ}\text{C}$. Giả sử trong mỗi chu trình nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh thay đổi không đáng kể. Các chu trình đều cho hiệu suất cực đại. Bỏ qua tương tác nhiệt với môi trường bên ngoài. Biết nhiệt nóng chảy của nước đá $\lambda = 3,34 \cdot 10^5$ J/kg và nhiệt dung riêng của nước là $c = 4180\text{J/kg.K}$.

a. Xác định nhiệt độ của nguồn nóng khi khối nước đá đã tan được một nửa.

b. Xác định công lớn nhất có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng của nguồn nóng

ĐS: a. $t_3=49,22^{\circ}\text{C}$.; b. $T_c=304,9\text{K}$, $A_{\max}= 510\text{kJ}$

Bài 20. Trong một động cơ nhiệt, tác nhân sinh công làm việc theo chu trình Cacao. Đó là $m=1,00\text{kg}$ nước chuyển pha thành hơi và ngược lại. Chu trình được biểu diễn trên hình. Trong

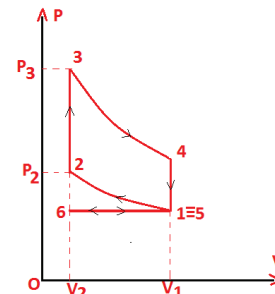
đó đường chấm chấm là giới hạn miền các trạng thái hai pha. Quá trình đẳng nhiệt 1-2 xảy ra ở nhiệt độ $T_1=484\text{K}$; quá trình nén đẳng nhiệt ở nhiệt độ $T_2=373\text{K}$. Nhiệt lượng riêng toàn phần của sự hóa hơi ở 373K là $\lambda = 2,68\text{kJ/g}$. Hãy tìm công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình.

Đ/S: $A = 0.797\text{MJ}$

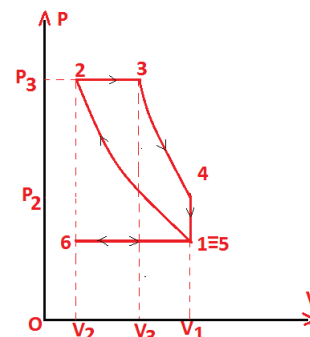
Bài 21

Để chế tạo động cơ đốt trong có xi lanh và pit-tông người ta dùng loại vật liệu chịu được áp suất đến 60 atm ($1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$). Hỗn hợp nhiên liệu và không khí sau khi cháy thì dùng hết lượng oxy trong đó và tỏa ra nhiệt lượng bằng 164 kJ ứng với **5 mol** oxy. Sau khi nhiên liệu cháy hết ta xem tổng số mol của hỗn hợp vẫn như cũ và chính là số mol không khí trong hỗn hợp. (không khí xem như một khí lưỡng nguyên tử với $C_v = 21\text{ J/mol.K}$ và $\gamma = 1,40$)

a. Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Otto (hình vẽ 4.6; 1-2 nén và 3-4 giãn là đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu? Lấy nhiệt độ môi trường $T_1=300\text{K}$



b. Nếu động cơ ấy chạy theo theo chu trình Diesel (hình vẽ 4.7: 1-2 nén và 3-4 giãn đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu?



c. Nếu hai động cơ ấy không được cấp đủ nhiên liệu (để sử dụng hết oxy trong hỗn hợp nhiên liệu – không khí) nhưng vẫn chạy được thì hiệu suất và công suất của chúng thay đổi như thế nào?

Cho biết: - Hỗn hợp khí nhiên liệu đưa vào xi lanh ở nhiệt độ 300K và áp suất 1 atm .

- Không khí là hỗn hợp theo tỉ lệ **4 mol nitơ và 1 mol oxy**. Chất khí thực hiện chu trình trong bài này xem như chỉ là không khí (không để ý đến nhiên liệu).

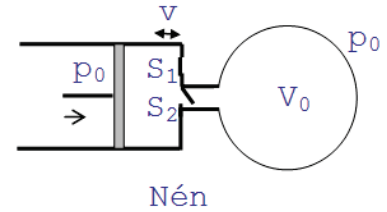
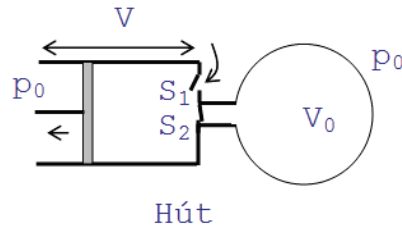
ĐS: a. $\eta = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}} = 0,565$; b. $H = 1 - \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma \epsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)} = 0,63$

c. - **Đối với chu trình Otto**, hiệu suất không thay đổi.

- **Đối với chu trình Diesel**: hiệu suất sẽ tăng.

Bài 22 (TRÍCH ĐỀ DỰ TUYỂN OLYMPIC QUỐC TẾ 2007)

Một bình có thể tích V_0 ban đầu chứa không khí (coi như khí lí tưởng) ở áp suất p_0 . Người ta có thể làm tăng áp suất này của bình bằng cách 9ung bơm thổi không khí vào.



Bơm gồm một xi lanh trong đó có một pittông trượt không ma sát được dẫn động nhờ một động cơ (giả sử pittông dịch chuyển đủ chậm). Thể tích cực đại của xi lanh là V (ứng với pittông ở cuối hành trình bên trái) và có thể tích cực tiểu là v (ứng với pittông ở cuối hành trình bên phải).

Khi pittông dịch chuyển sang trái (hình bên trái), các van S_1 và S_2 ban đầu đóng, sau đó S_1 mở ngay khi áp suất của lượng khí trong xi lanh bằng áp suất khí quyển p_0 ; không khí bên ngoài được hút vào xi lanh.

Khi pittông dịch chuyển sang phải (hình bên phải), S_1 đóng và không khí trong xi lanh bị nén lại; ngay khi áp suất không khí trong xi lanh bằng áp suất không khí trong bình thì van S_2 mở và không khí được bơm vào trong bình.

1. Giả sử rằng trong các quá trình biến đổi đó khí liên tục đi qua các trạng thái cân bằng với nhiệt độ không đổi.

- Tính áp suất p_k của không khí trong bình sau k lần đi – về của pittông.
- Tính giá trị giới hạn của p_k khi k rất lớn.

2. Giả thiết rằng v rất nhỏ có thể bỏ qua.

- Tính p_k theo p_0 , V , V_0 và k .
- Tính công mà động cơ thực hiện sau k lần đi – về của pittông.

ĐS:

$$1.a. \quad p_k = p_0 \frac{V}{v} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k \right] + p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k$$

$$b. \text{ Khi } k \text{ rất lớn, } p_k \text{ tiến tới giới hạn: } p = p_0 \frac{V}{v}.$$

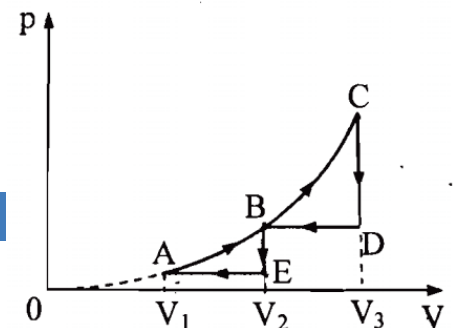
$$2. \quad p_k = p_0 \left(1 + k \frac{V - v}{V_0} \right) \approx p_0 \left(1 + k \frac{V}{V_0} \right)$$

3.

$$A = \sum_{m=1}^k A_m = V_0 \left[p_k \ln p_k - p_0 \ln p_0 - (p_k - p_0)(1 + \ln p_0) \right] = p_k V_0 \ln \frac{p_k}{p_0} - (p_k - p_0) V_0$$

Bài 23. (HSG QUỐC GIA 2013)

Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình ABCDBEA được biểu diễn trên giản đồ $p - V$ (Hình 2). CD và BE là các quá trình đẳng tích, BD và EA là các quá trình đẳng áp. Các quá trình AB và BC có áp suất p và thể tích V liên hệ



Hình 2

với nhau theo công thức $p = \alpha V^2$, trong đó α là một hằng số dương. Thể tích khí ở trạng thái A là V_1 , ở trạng thái B là V_2 và ở trạng thái C là V_3 , sao cho $V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_3)$. Biết rằng tỉ số giữa nhiệt độ tuyệt đối lớn nhất và nhiệt độ tuyệt đối nhỏ nhất của khí trong chu trình ABCDBEA là n .

1. Tính công thực hiện trong chu trình ABEA theo V_1 , n và α .
2. Tìm hiệu suất của chu trình ABCDBEA theo n . Áp dụng bằng số với $n = 3$.

ĐS: 1. $A_{ABEA} = \dots = \frac{\alpha V_1^3}{24} (5 - 9\sqrt[3]{n} + 3\sqrt[3]{n^2} + n)$

2. Hiệu suất chu trình là $H = \frac{A}{Q} = \frac{A_{ABEA} + A_{BCDB}}{Q}$

Bài 24 (Chọn đội dự tuyển CHÂU Á 2004)

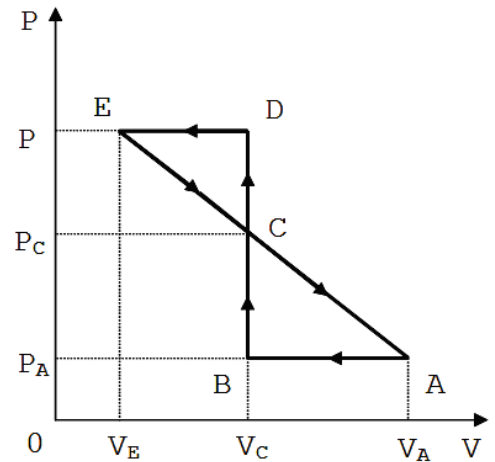
Một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình ABCDECA biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ bên.

Cho biết $P_A = P_B = 10^5 \text{ Pa}$, $P_C = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$P_E = P_D = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_A = T_E = 300 \text{ K}$, $V_A = 20 \text{ l}$, $V_B = V_C = V_D = 10 \text{ l}$,

AB, BC, CD, DE, EC, CA là các đoạn thẳng.

1. Tính các thông số T_B , T_D và V_E .
2. Tính tổng nhiệt lượng mà khí nhận được trong tất cả các giai đoạn của chu trình mà nhiệt độ khí tăng.
3. Tính hiệu suất của chu trình.



ĐÁP ÁN

1. $T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 150 \text{ K}$; $T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 600 \text{ K}$; $V_E = \frac{nRT_E}{P_E} = 5 \text{ l}$

2. $Q = Q_1 + Q_2 = 4500 + 5625 = 10.125 \text{ J}$

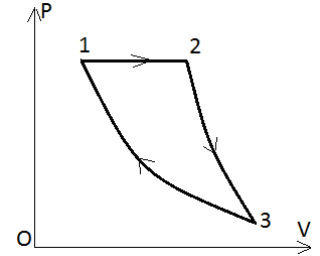
$$3. H = \frac{A}{Q} = \frac{750}{10125} = 7,41\%$$

Bài 25. Công của chu trình (Nga)

Tác nhân của một máy nhiệt là một khối khí lý tưởng đơn nguyên tử. Chu trình bao gồm các quá trình giãn đẳng áp (1,2), giãn đoạn nhiệt (2,3) và nén đẳng nhiệt (3,1).

Độ lớn của công trong quá trình nén đẳng nhiệt là A_{31} . Hãy xác định giá trị khả dĩ của công do khí thực hiện trong quá trình giãn đoạn nhiệt A_{23} nếu biết hiệu suất của chu trình là $\eta \leq 40\%$.

$$\text{ĐS: } A_{23} = \frac{3}{5} \cdot \frac{A_{31}}{(1-\eta)}; \frac{3}{5} A_{31} < A_{23} \leq A_{31}$$



Bài 26. Hiệu suất của chu trình hình vuông (Czech)

Hình 2.13 biểu diễn một chu trình trên giản đồ p-V, bao gồm hai quá trình đẳng tích và hai quá trình đẳng áp. Tác nhân là **một mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử**.

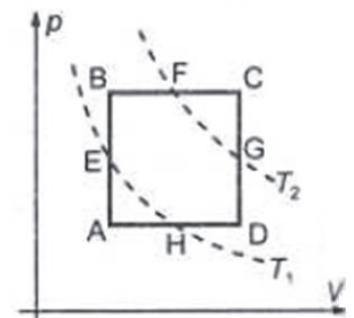
Một đường đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1 cắt các đoạn đẳng áp dưới và đẳng tích trái tại các trung điểm của chúng, một đường đẳng nhiệt khác ở nhiệt độ T_2 cắt các đoạn đẳng áp trên và đẳng tích phải cũng tại các trung điểm của chúng.

1. Xác định nhiệt độ của khí tại các điểm A, B, C và D theo T_1 và T_2 .

2. Xác định công mà khí thực hiện trong một chu trình ABCD chạy theo chiều kim đồng hồ.

3. Tính hiệu suất lý thuyết của một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình trên.

Áp dụng số $T_1 = 300K$, $T_2 = 700K$.



Hình 2.13

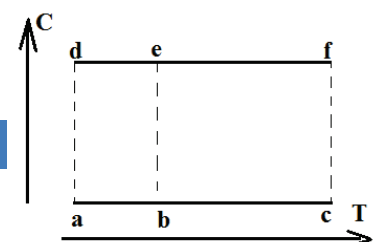
$$\text{ĐS: } 1. T_B = T_D = 2 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = 420K; T_A = 2 \frac{T_1^2}{T_1 + T_2} = 180K; T_C = 2 \frac{T_2^2}{T_1 + T_2} = 980K$$

$$2. A = 2nR \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_1 + T_2} = 2660J$$

$$3. H = \frac{2(T_2 - T_1)}{7T_2 + 5T_1} = 12,5\%$$

Bài 27. Hình số tám của ngài Kelvin (Nga)

Trong tài liệu mà Kelvin để lại, người ta tìm thấy đồ thị của một chu trình thực hiện một lượng ν khí Ni tơ. Trong hệ tọa độ (C, T) , trong đó C là nhiệt dung của khí, T là nhiệt độ, thì đồ thị chu trình có dạng bốn đoạn thẳng $abefcb$ (hình 2.14). Thật không may là vị trí gốc tọa độ không còn nhìn được. Tuy nhiên, người ta thấy các chú thích sau: C_d



$= 1.000\text{J/K}$, $C_a = 0,715\text{J/K}$, ngoài ra còn có: $\frac{p_c}{p_a} = \frac{V_c}{V_a}$ và $T_c - T_b = 2(T_b - T_a) = 200\text{K}$.

1. Hãy tìm công A do khí thực hiện trong một chu trình và hiệu suất của chu trình η

2. Xác định các nhiệt độ T_a, T_b, T_c

3. Vẽ đồ thị chu trình trên giản đồ (p, V) và xác định lượng chất ν .

Chú thích: quá trình có nhiệt dung C không đổi gọi là quá trình đẳng dung và các thông số trạng thái trong quá trình thỏa mãn phương trình sau: $pV^n = \text{const}$, trong đó, hằng số n được gọi là chỉ số đẳng dung.

ĐS:

$$1. A = Q_+ + Q_- = 28.5\text{J}; \eta = \frac{A}{Q_+} = 0,105 = 10,5\%$$

$$2. T_1 = T_0 = 100\text{K}; T_2 = 200\text{K}, T_3 = 300\text{K}$$

$$3. \text{số mol } \nu = \frac{C_a + C_d}{c_p + c_v} = 34,4\text{mmol}$$

Bài 28. Máy điều hòa nhiệt độ (Mỹ)

Một chiếc điều hòa nhiệt độ có thể coi như một máy nhiệt chạy theo chu trình ngược: một lượng nhiệt Q_L được hấp thụ ở nhiệt độ phòng T_L bởi các thanh có chứa khí làm lạnh bên trong; khối khí này bị nén đoạn nhiệt đến nhiệt độ T_H ; khí tiếp tục được nén đẳng nhiệt ở dàn tản nhiệt nằm bên ngoài tòa nhà và tỏa ra môi trường nhiệt lượng Q_H ; khí giãn đoạn nhiệt đến nhiệt độ phòng T_L , và chu trình lặp lại từ đầu. Công W cần thiết cho mỗi chu trình được cung cấp bởi một máy bơm điện. Mô hình này mô tả máy lạnh với hiệu suất cao nhất có thể.

Giả sử nhiệt độ ngoài trời là T_H , trong phòng là T_L . Máy điều hòa tiêu thụ công suất điện P. Giả thiết không khí đủ khô để không có ngưng tụ xảy ra bên trong dàn lạnh của máy điều hòa. Nhiệt độ sôi và đóng băng của nước lần lượt là 373K và 273K ở điều kiện tiêu chuẩn.

1. Thiết lập công suất tỏa nhiệt từ phòng như một hàm của các nhiệt độ T_H, T_L và công suất tiêu thụ điện P. Thiết lập công thức phải tính toán sự thay đổi entropi trong chu trình Carnot thì mới được điểm trọn vẹn.

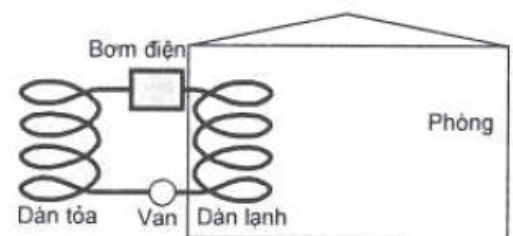
2. Mặc dù phòng được cách nhiệt nhưng nhiệt vẫn truyền

vào được bên trong với công suất $R = k\Delta T$, trong đó ΔT là độ chênh lệch nhiệt độ bên trong và bên ngoài phòng, k là một hằng số. Hãy tìm nhiệt độ lạnh nhất có thể của phòng theo T_H , k và P.

3. Một phòng bình thường có $k = 173\text{W/}^\circ\text{C}$. Nếu nhiệt độ ngoài trời là 40°C , công suất điều hòa tối thiểu để làm lạnh đến 25°C là bao nhiêu?

ĐÁP SỐ.

$$1. N = \frac{Q_L}{t} = P \left(\frac{T_L}{T_H - T_L} \right)$$



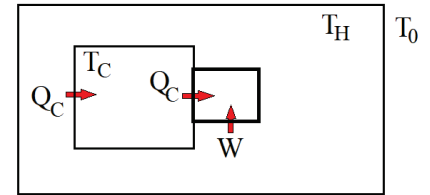
Hình 2.15

$$2. T_L = T_H - \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right); \quad x = \frac{P}{k}$$

$$3. P_{\min} = k \frac{(\Delta T)_{\max}^2}{T_{L\min}} = 130W$$

Bài 29. Tủ lạnh (Ấn Độ)

Một điều ai cũng biết là nhiệt độ của một phòng kín sẽ tăng khi trong phòng có tủ lạnh hoạt động. Bên trong một trại ván ở huyện Leh, một tủ lạnh có nhiệt độ ngăn lạnh được đặt ở giá trị T_c . Khí quyển bên ngoài trại ván có nhiệt độ T_o . Các bức tường của trại và của ngăn lạnh đều dẫn nhiệt. Nhiệt độ của ngăn lạnh luôn được giữ ở T_c nhờ vào một máy nén. Nguyên lý làm việc của máy lạnh có thể được biểu diễn bằng sơ đồ hình vẽ.



Hình vuông lớn tô màu là ngăn lạnh có nhiệt lượng trong một đơn vị thời gian Q_c thâm từ phòng vào. Cũng một lượng nhiệt Q_c như thế được bơm ra nhờ một máy điện (còn gọi là máy nén, được biểu diễn bởi hình vuông nhỏ có cạnh dày hơn). Động cơ cung cấp một công W và thải nhiệt lượng Q_H ra phòng. Độ dẫn nhiệt (đo bằng Watt/Kelvin) của vách ngăn lạnh và của trại ván là K_c và K_H . Sau một thời gian dài nhiệt độ của phòng là T_H . Máy nén làm việc như một động cơ Carnot nghịch và không tham gia vào quá trình truyền nhiệt.

1. Viết định luật truyền nhiệt của vách ngăn lạnh và tường của trại ván.

2. Ta đặt các đại lượng không thứ nguyên: $k = \frac{K_H}{K_C}$, $h = \frac{T_H}{T_o}$, $c = \frac{T_c}{T_o}$. Biểu diễn h qua các đại lượng c và k .

3. Tính T_H nếu biết $T_o = 280K$, $T_c = 252K$ và $k = 0,9$.

4. Bây giờ người ta đặt thêm một máy lạnh thứ hai giống hệt cái trước vào phòng. T_c và T_o không đổi, còn nhiệt độ của phòng T_H thì thay đổi thành T'_H . Hãy viết phương trình truyền nhiệt cho phòng và một trong hai ngăn lạnh.

5. Giả sử các đại lượng không thứ nguyên k và c không thay đổi. Đặt $h' = \frac{T'_H}{T_o}$. Tìm biểu thức của h' .

ĐS: 1. $Q_H - Q_C = K_H(T_H - T_o)$; $Q_C = K_C(T_H - T_c)$;

$$2. h = c \frac{(2+k) \pm \sqrt{(2+k)^2 - 4(1+\frac{k}{c})}}{2}; \quad 3. T_H = 284,7K.$$

Bài 30. Động cơ nhiệt (Belarus)

Tất cả các động cơ đốt trong hiện tại được chia làm hai loại chính: 1) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình đẳng tích $V = \text{const}$ (chu trình Otto); 2) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình đẳng áp $p = \text{const}$ (chu trình Diesel)

Nghiên cứu động cơ piston là việc rất khó, cả về mặt lý thuyết và thực nghiệm.

Do vậy, ở đây ta sẽ nghiên cứu mô hình đơn giản hóa. Ta giả thiết các quá trình xảy ra với khí trong động cơ đốt trong đều là các quá trình thuận nghịch lý tưởng, tác nhân là khí lý tưởng có nhiệt dung là hằng số; khối lượng khí là hằng số, tác nhân nhận nhiệt từ một nguồn bên ngoài (thay cho nhận nhiệt từ việc đốt cháy nguyên liệu). Tương tự như vậy, nó truyền nhiệt cho một nguồn bên ngoài (thay vì thải toàn bộ khí đã sử dụng ra ngoài và nạp khí mới).

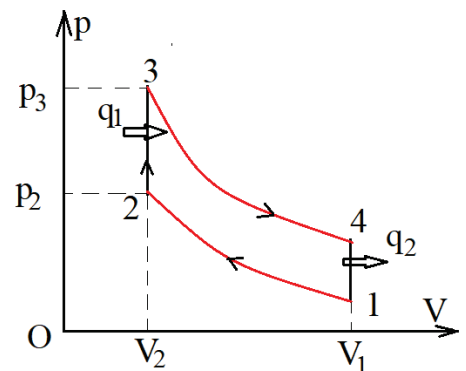
0. Phương trình đoạn nhiệt

Phương trình đoạn nhiệt có dạng $pV^k = \text{const}$, trong đó: $k = \frac{C_p}{C_v}$ là chỉ số đoạn nhiệt, C_p, C_v là

nhật dung đẳng áp và đẳng tích của khí. Hãy biểu diễn phương trình đoạn nhiệt với cặp thông số p, T và V, T .

1. Chu trình Otto

Xét chu trình nhiệt động lực học lý tưởng trong động cơ đốt trong mà nhiệt nhận vào được thực hiện trong điều kiện thể tích không đổi. Chu trình được biểu diễn trên giản đồ $p - V$ như hình 2.18a. Khí lý tưởng từ trạng thái ban đầu (p_1, V_1, T_1) được nén đoạn nhiệt theo đường 1-2. Trong quá trình đẳng tích 2-3 tác nhân nhận được từ nguồn ngoài một lượng nhiệt q_1 . Trong quá trình đoạn nhiệt 3-4, tác nhân giãn đến thể tích ban đầu $V_4 = V_1$. Trong quá trình đẳng tích 4-1, tác nhân tỏa ra nhiệt lượng q_2 cho một nguồn nhiệt bên ngoài và trở về trạng thái ban đầu. Các đặc trưng của chu trình này là $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ - tỷ số nén; $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$ - hệ số tăng áp.



trạng thái ban đầu. Các đặc trưng của chu trình này là $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ - tỷ số nén; $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$ - hệ số tăng áp.

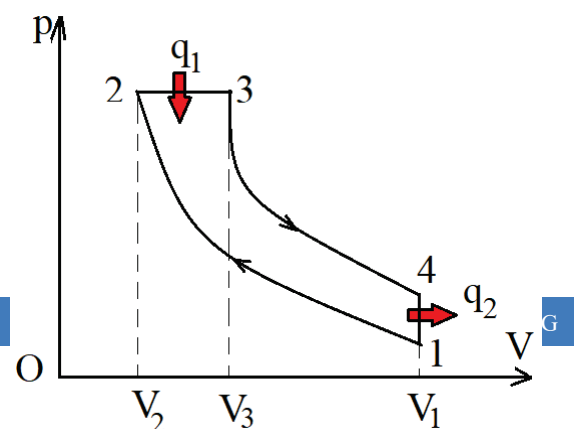
Hãy xác định:

1a. Các thông số trạng thái (p, V, T) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số p_1, V_1, T_1 và ϵ, λ, k .

1b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số ϵ, λ, k .

2. Chu trình diesel

Trong các động cơ sử dụng chu trình này, nguyên liệu cháy từ từ, ngoài ra nén khí và nén nguyên liệu được thực



hiện riêng biệt. Không khí được nén trong xi lanh, còn nguyên liệu lỏng được phun vào ở dạng sương nhờ một máy nén. Do đó, ở động cơ này tỷ số nén có thể đạt được giá trị cao hơn. Không khí bị nén ở áp suất cao sẽ có nhiệt độ cao đủ để làm bén lửa nguyên liệu phun vào xi lanh mà không cần đến thiết bị hỗ trợ nào. Nén riêng biệt cho phép đưa tỷ số nén đến $\varepsilon = 20$ mà không sợ nguyên liệu cháy sớm. Áp suất được giữ không đổi trong quá trình cháy nhờ một bộ điều chỉnh phun. Chính Diesel là người đầu tiên chế tạo ra đầu phun như vậy.

Xét một chu trình của khí lý tưởng mà trong đó nhiệt nhận vào khi khí thực hiện giãn đẳng áp. Trên giản đồ $p - V$ (hình 1.18b), chu trình này bao gồm: tác nhân khí từ trạng thái ban đầu 1 (p_1, V_1, T_1) nén đoạn nhiệt theo đường 1-2, trong quá trình đẳng áp 2-3 tác nhân nhận nhiệt lượng q_1 , quá trình giãn đoạn nhiệt 3-4 đưa khí trở về thể tích ban đầu, trong quá trình đẳng tích 4-1 khí quay trở lại trạng thái ban đầu và tỏa ra nhiệt lượng q_2 . Các đặc trưng của chu trình này là $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ - tỷ số nén; $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ - tỷ số giãn sơ cấp (giãn đẳng áp).

Hãy xác định:

- 2a. Các thông số trạng thái (p, V, T) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số p_1, V_1, T_1 và ε, λ, k .
- 2b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số ε, λ, k .

3. So sánh các chu trình Otto và Diesel

Hãy so sánh các chu trình Otto và Diesel có cùng giá trị của áp suất cực đại, cực tiểu, nhiệt độ cao nhất và thấp nhất, cùng thể tích toàn phần của xi lanh V_1 . Hãy thực hiện so sánh với một động cơ cụ thể. Thể tích xi lanh $V_1 = 30V_0$, áp suất cực tiểu $p_{\min} = p_0$, áp suất cực đại $p_{\max} = 30p_0$, trong đó V_0, p_0 là các thể tích và áp suất được chọn làm đơn vị đo. Chỉ số đoạn nhiệt $k = 1,67$. Tỷ số nén của chu trình Otto $\varepsilon_v = 5$.

- 3a. Vẽ các chu trình trên giản đồ mà trục tung là $\frac{p}{p_0}$, còn trục hoành là $\frac{V}{V_0}$.

3b. Sử dụng các công thức nhận được từ phần 1b và 2b, hãy tính hiệu suất của các chu trình trên.

ĐS: 1a. Trạng thái 2: $V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$

Trạng thái 3: $V_3 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda, T_3 = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}$

Trạng thái 4: $V_4 = V_1, p_4 = p_1 \lambda, T_4 = T_1 \lambda$

$$1b. n_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

$$2a. \text{Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k, T_3 = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_1 \rho^k, T_4 = T_1 \rho^k$$

$$2b. \eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}$$

$$3b. \text{Hiệu suất của chu trình Otto: } \eta_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon_v^{k-1}} = 66\%$$

$$\text{Hiệu suất của chu trình Diesel, } \eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon_p^{k-1} (\rho - 1)} = \dots = 70,2\%$$

Bài 31. OLYMPIC SINH VIÊN 2011. Trên hình là giản đồ hoạt động lý thuyết của động cơ bốn kỳ. Động cơ hoạt động như sau: hỗn hợp khí và nhiên liệu được đốt nóng lên nhiệt độ cao bởi quá trình nén đoạn nhiệt (1-2), dẫn nổ trong thời gian rất ngắn khi bị đốt cháy đẳng áp (2-3), sau đó khí tiếp tục dẫn nổ đoạn nhiệt (3-4), cuối cùng thoát ra ngoài không gian làm việc và được thay bằng hỗn hợp nhiên liệu mới.

Giai đoạn cuối của chu trình làm việc tương đương với quá trình đẳng tích (4-1). Thương số $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ được gọi là hệ số nén, còn thương số $\varphi = \frac{V_3}{V_2}$ là hệ số lấp đầy của động cơ

Giả thiết có thể xem không khí và các sản phẩm cháy là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử. Nhiệt dung riêng đẳng tích của khí này là $c_v = 2,5 \frac{R}{M}$, trong đó R là hằng số khí, còn M là khối lượng

mol của chất khí. Đối với quá trình đoạn nhiệt ta có định luật Poisson $pV^\gamma = \text{const}$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ là

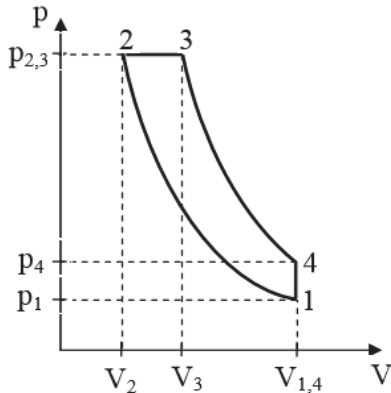
hằng số Poisson.

a. Xác định các đại lượng p, T ở các điểm 2, 3 và 4 trên giản đồ hoạt động nếu cho biết các giá trị p_1, T_1 tại điểm 1 và hệ số nén ε , hệ số lấp đầy φ của động cơ.

b. Xác định nhiệt lượng nhận và tỏa ra bởi tác nhân trong một chu trình và hiệu suất lý thuyết tương ứng của động cơ.

c. Chứng minh rằng đối với hiệu suất lý thuyết ta có hệ thức $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\varphi - 1}{\varphi - 1}$

Trước hết, hãy giải câu hỏi a và b một cách tổng quát, sau đó tính số với các số liệu $p_1 = 0,1 \text{ Mpa}; V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; T_1 = 300 \text{ K}; \gamma = 1,4; \varepsilon = 20; \varphi = 1,8$



Bài 32. (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 1)

Một máy điều hòa nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Các nô thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_p (bên trong phòng) và nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_n (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục máy tiêu thụ công suất P từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một máy lạnh. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một bơm nhiệt lượng. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình $Q = A(T_n - T_p)t$ với A là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi, t là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hòa nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở-tắt thông thường. Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước. Với bơm nhiệt lượng thì việc mở-tắt là ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt độ môi trường bên ngoài là 37°C , nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là 17°C . Để máy lạnh chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là 27°C , tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

3. Một gia đình có hai căn phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hòa nhiệt độ hai chiều giống hệt nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ bên ngoài đang là 25°C , phòng một dùng máy để làm mát và đặt nhiệt độ ở 24°C , phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở 26°C . Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ tạm ngừng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

ĐS: 1. $19,4^{\circ}\text{C}$; 2. Nhiệt độ bên ngoài là $6,7^{\circ}\text{C}$, nhiệt độ cần đặt là $19,4^{\circ}\text{C}$.

Bài 33.

1. Một động cơ nhiệt, có tác nhân là một mol khí lí tưởng biến đổi theo chu trình Cacnô, với nguồn nóng có nhiệt độ T_1 và nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 (có mô hình như Hình 2).

a. Hãy thành lập biểu thức tính hiệu suất chu trình Cacnô theo T_1 và T_2 .

b. Trong chu trình Cacnô rất nhỏ, tác nhân nhận nhiệt từ nguồn nóng dQ_1 và nhận nhiệt từ nguồn lạnh dQ_2 ($dQ_2 < 0$). Hãy tìm mối liên hệ giữa dQ_1 và dQ_2 theo T_1 và T_2 .

2. Có hai vật: vật thứ nhất có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu T_{01} và nhiệt dung C_1 , vật thứ 2 có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu T_{02} ($T_{02} < T_{01}$), và nhiệt dung C_2 . Giả thiết nhiệt dung C_1 và C_2 của các vật không phụ thuộc vào nhiệt độ. Ta sử dụng hai vật này với vai trò nguồn nóng và nguồn lạnh trong động cơ nhiệt chạy theo chu trình Cacno. Hãy tìm:

a. nhiệt độ cuối cùng T của hai vật khi trạng thái cân bằng nhiệt giữa chúng được thiết lập.

b. công lớn nhất có thể nhận được từ một hệ chỉ gồm hai vật trên

ĐS: 1a. $H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$; 1b. $\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0$; 2a. $T = T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$;

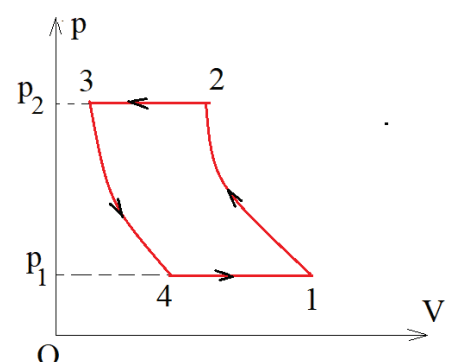
2b. $A = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$



Hình 2

Bài 34. Câu II. HSGQG ngày 24/2/2023.

Một máy lạnh hoạt động theo chu trình Joule thuận nghịch sử dụng một khối khí lí tưởng làm tác nhân. Chu trình của khối khí được biểu diễn trên đồ thị p - V (áp suất- thể tích) như hình vẽ. Trong đó 1-2 và 3-4 là



những quá trình đoạn nhiệt, 2-3 và 4-1 là những quá trình đẳng áp.

Áp suất của khối khí trong các quá trình đẳng áp 4-1 và 2-3 lần lượt là p_1 và p_2 (với $p_2 > p_1$). Biết hệ số đoạn nhiệt của tác nhân là γ .

1. Vẽ lại chu trình trên đồ thị p-T (áp suất- nhiệt độ) và trên đồ thị V-T (thể tích -nhiệt độ). Thiết lập biểu thức tính hiệu năng của máy lạnh theo p_1 , p_2 và γ .

2. Gọi nhiệt độ ở các trạng thái 1,2,3 và 4 lần lượt là t_1, t_2, t_3 và t_4 . Cho

$p_1 = p_4 = 1,04 \text{ kPa}$; $p_2 = p_3 = 1,64 \text{ kPa}$, $t_1 = 29^\circ \text{C}$, $t_3 = 53^\circ \text{C}$ và $\gamma = 1,4$. Tính các nhiệt độ t_2, t_4 và hiệu năng của máy lạnh.

3. Giả sử máy lạnh có hiệu năng không đổi và bằng hiệu năng trong ý trên (ý 2.). Máy lạnh này được sử dụng để làm lạnh một căn phòng kính có thể tích 80 m^3 . Công suất của máy lạnh hoạt động liên tục là $P = 1 \text{ KW}$. Do phòng không cách nhiệt hoàn toàn nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường ngoài với phòng, quá trình này tuân theo phương trình

$\delta Q_T = h(T_M - T_P)dt$, với $h = 475 \text{ J / s.K}$ là hệ số tỉ lệ và được coi là không đổi, T_M là nhiệt độ bên ngoài phòng, T_P là nhiệt độ phòng, δQ_T là nhiệt độ trao đổi trong thời gian dt . Biết khối lượng riêng không khí $\rho_{kk} = 1,29 (\text{kg / m}^3)$, nhiệt dung riêng đẳng tích của không khí $c_{Vkk} = 0,8 \text{ kJ / Kg.K}$, nhiệt độ ngoài phòng là 35°C và được xem là không đổi.

a. Tính thời gian để nhiệt độ phòng giảm từ $t_0 = 29^\circ \text{C}$ đến $t_s = 20^\circ \text{C}$. Cho rằng máy lạnh hoạt động liên tục.

b. Không khí trong phòng đã đạt đến $t_s = 20^\circ \text{C}$. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy lạnh được kiểm soát bằng bộ điều khiển mở-tắt. Máy lạnh sẽ ngưng hoạt động khi nhiệt độ phòng đạt đến giá trị t_s và hoạt động trở lại khi nhiệt độ có giá trị $t_s + \Delta t$, với $\Delta t = 2^\circ \text{C}$. Xác định tỉ số giữa thời gian máy hoạt động và thời gian máy nghỉ trong một chu kì mở- tắt.

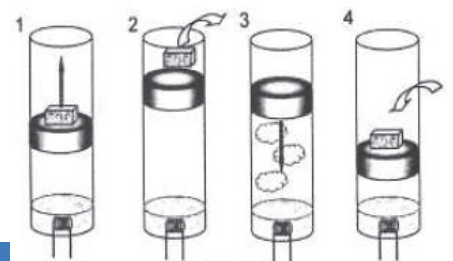
Bài 35. Động cơ hơi nước (Kazhakstan)

Một động cơ hơi nước cấu tạo từ một xi lanh hình trụ, bên trong có piston có thể di chuyển không ma sát. Trong xi lanh có chứa nước và bộ đun điện trong lòng nó. Chu trình hoạt động của động cơ gồm bốn quá trình như mô tả trên hình 2.17:

1. Vật tải đặt lên piston, bộ đun điện được bật lên cho đến khi nước sôi, bay hơi và hơi nước đẩy piston cùng vật tải đi lên.

2. Khi piston lên đến một độ cao nhất định, vật tải nhanh chóng được lấy ra và bộ đun ngắt điện.

3. Hơi nước nguội dần và ngưng tụ, piston hạ chậm xuống.



Hình 2.17

4. Khi piston hạ đến một độ cao nhất định, người ta lại đặt tải lên.

Vẽ giản đồ (p, V) biểu diễn chu trình của động cơ hơi nước và tính hiệu suất của nó.

Áp suất khí quyển $p_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, khối lượng piston $M = 2,0 \text{ kg}$, tiết diện piston $S = 10 \text{ cm}^2$, khối lượng vật tải $m = 1,0 \text{ kg}$, gia tốc rơi tự do $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Giả thiết bên dưới piston không có gì khác ngoài hơi nước, sự phụ thuộc của áp suất bão hòa của hơi nước vào nhiệt độ trong vùng nhiệt độ đang xét có dạng gần đúng $p = at - b$, trong đó: $a = 0,85 \text{ kPa/K}$, t là nhiệt độ đo ở giai nhiệt Celcius.

ĐÁP SỐ. $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{2,1}{379} = 0,56\%$

I. CHU TRÌNH ĐỘNG CƠ NHIỆT

Tháng 2/2023

Bài 1.

- Nhiệt thu được cả chu trình chính là quá trình 1 – 2 :

$$Q = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \quad (1)$$

Trong đó $A_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) (V_2 - V_1) = \frac{3}{2} P_1 V_1$

(2)

$$\Delta U_{12} = c_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} R \left(\frac{P_2 V_2}{R} - \frac{P_1 V_1}{R} \right) = \frac{9}{2} P_1 V_1$$

(3)

Từ đó suy ra $Q = 6P_1 V_1$

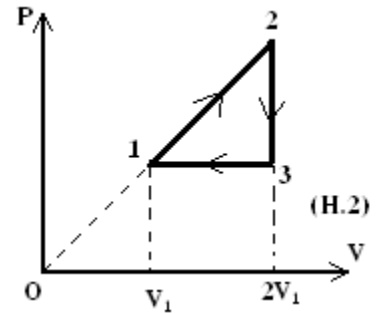
(4)

- Công của khí thực hiện cả chu trình:

$$A = \frac{1}{2} (P_2 - P_1) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} P_1 V_1 \quad (5)$$

- Hiệu suất chu trình:

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{1/2}{6} = \frac{1}{12} \approx 8.33\%$$



Bài 2:

Sau thời gian τ , nguồn lạnh nhận một nhiệt lượng:

$$Q_2 = \alpha (T - T_2) \tau \quad (1)$$

Theo nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học đối với chu trình carno thì hiệu suất:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{Q_n - Q_2}{Q_n} = \frac{T_1 - T}{T_1}$$

$$Q_n = \frac{T_1}{T} Q_2$$

Suy ra

Công có ích của máy:

$$A = Q_n - Q_2 = Q_n \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) = Q_2 \frac{T_1}{T} \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) = \alpha (T - T_2) \tau \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right) \quad (3)$$

Công suất: $N \approx \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha}{2} \left(T_1 - \frac{T_2 T_1}{T} - T + T_2 \right) = \frac{\alpha}{2} \left(T_1 + T_2 - \left(\frac{T_2 T_1}{T} + T \right) \right) \quad (4) \text{ (2đ)}$

N đạt cực đại khi $\left(\frac{T_2 T_1}{T} + T \right)$ phải cực tiểu. áp dụng bất đẳng thức cô si ta được N cực đại khi:

$$T = \sqrt{T_1 T_2} = 400K. \text{ Khi đó } N_{\max} = 100 \text{ kW}$$

Bài 3.

Hiệu suất của chu trình bằng tỷ số của công A thực hiện bởi khí và nhiệt lượng Q ruyền cho khí trong một chu trình. Công bằng diện tích giới hạn bởi đồ thị của chu trình. Với chu trình đầu:

$$A_1 = (2p_0 - p_0) (2v_0 - v_1) = p_0 v_0$$

Với chu trình thứ hai:

$$A_2 = (4p_0 - p_0) (2v_0 - v_1) = 3p_0 v_0$$

Ta tìm Q_1 và Q_2 . Trong trường hợp đầu, nhiệt lượng truyền cho khí trên hai phần 1 - 2 và 2 - 3. Khi đó khí được đốt nóng, còn trên phần 2 - 3 thực hiện công $A' = 2p_0 v_0$. Vì vậy $Q_1 = A' + \Delta U$, ΔU - sự biến thiên năng của khí. Vì rằng nhiệt độ khí cực tiểu tại điểm 1 và cực đại tại điểm 3, còn nhiệt dung của một kmol khí lý tưởng đơn nguyên tử bằng $3/2R$,

$$\Delta U' = 3/2RV (T_3 - T_1).$$

Trong đó V - số kmol khí, $T_1 = \frac{P_0 V_0}{VR}$; $T_3 = 4 \frac{P_0 V_0}{VR}$. Vì vậy $\Delta U' = 9/2 P_0 V_0$ và $Q_1 = 13/2 P_0 V_0$. Tương tự ta tìm được cho chu trình hai $A' = 4P_0 V_0$

$$(\text{trên phần 5 - 6}), \Delta U'' = \frac{3}{2} RV (T_6 - T_1) = 21/1 P_0 V_0 \text{ và } Q_2 = 29/2 P_0 V_0.$$

Sử dụng các số liệu nhận được ta có:

$$\eta_1 = \frac{2}{13}, \eta_2 = \frac{6}{29}, \frac{\eta_1}{\eta_2} = 0,74$$

Bài 4. Theo định nghĩa, hiệu suất của chu trình bằng: $\eta = \frac{A}{Q_1}$,

trong đó A là công thực hiện trong chu trình và Q_1 là nhiệt lượng nhận được bởi chất khí từ ngoài: công thực hiện trong chu trình bằng diện tích giới hạn bởi đường cong kín của chu trình trên giản đồ (P, V). Trong trường hợp này, đó là diện tích của tam giác ABC :

$$A = 1/2 (P_B - P_C) (V_C - V_B) = 1/4 P_C V_C$$

Bây giờ ta tìm nhiệt lượng nhận được bởi chất khí khi đốt nóng. Theo định luật I nhiệt động học. $Q = \Delta U + A$

Trong đó ΔU - sự biến thiên nội năng của khí, A - công thực hiện bởi khí. Nếu $Q > 0$ thì khí nhận nhiệt, nếu $Q < 0$ thì nó tỏa nhiệt. Nội năng của khí đơn nguyên tử tỷ lệ với nhiệt độ của nó và bằng $U = 3/2 \frac{m}{\mu} RT$

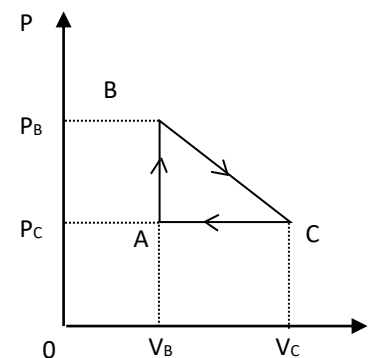
Ta vẽ trên giản đồ (P, V) các đường đẳng nhiệt là các đường hypebol $PV = \text{constant}$. Nhiệt độ T càng cao thì đỉnh của hypebol nằm càng xa điểm O. Vì vậy rõ ràng là khí nhận nhiệt từ nguồn khí đốt nóng đẳng tích trên phần AB, nhiệt lượng nhận được bằng sự biến thiên nội năng của khí:

$$Q'_1 = \Delta U_{AB} = 3/2 \frac{m}{\mu} RT_B - 3/2 \frac{m}{\mu} RT_A$$

Theo phương trình Mendelêp - plapeton: $PV = \frac{m}{\mu} RT$

Thì $U = 3/2 PV$ và

$$Q'_1 = \Delta U_{AB} = 3/2 (P_B V_B - P_A V_A) = 3/2 (2P_C \cdot 1/2 V_C - P_C 1/2 V_C) = 3/4 P_C V_C.$$



Trên phần CA của sự nén đẳng áp, khí nhả nhiệt: nội năng của nó giảm ($\Delta U < 0$) và công được thực hiện trên chất khí ($A < 0$).

Bây giờ ta khảo sát quá trình giãn nở trên phần BC. Từ điều kiện bài toán suy ra rằng các điểm B và C nằm trong cùng đường đẳng nhiệt nên có nhiệt độ

$T_B = T_C$. Từ hình vẽ ta thấy rằng trong quá trình giãn nở trên phần BC, điểm mô tả trạng thái khi ban đầu xa đường đẳng nhiệt (nhiệt độ của khí tăng lên), sau đó gần tới nó (nhiệt độ khí giảm đến nhiệt độ ban đầu). Trong quá trình giãn nở, khí thực hiện một công ($A > 0$). Nhưng ban đầu quá trình B \rightarrow C khi được đốt nóng nên nội năng của nó tăng lên ($\Delta U > 0$). Khi đó $Q > 0$. Tức là khí nhận nhiệt từ ngoài. Vào cuối quá trình B \rightarrow C, khí được làm lạnh, nội năng của nó giảm, tức là $\Delta U < 0$. Trong trường hợp này khí có thể nhường nhiệt cho môi trường ngoài ($Q < 0$ nếu $|\Delta U| > A$)

Ta tìm điểm K của giãn nở mà sự giãn nở đến đó của khí được sinh bởi sự nhận nhiệt lượng từ ngoài và ta tìm nhiệt nhận được trong quá trình B \rightarrow K. Muốn thế ta tìm nhiệt lượng Q nhận được bởi khí phụ thuộc vào thể tích khí như thế nào?

Khi giãn nở từ thể tích V_B đến thể tích nào đó V_D , khí thực hiện một công bằng diện tích hình thang A'BDD'

$$A = \frac{1}{2} (V_D - \frac{1}{2}V_C) (P_D + 2P_C).$$

Đồng thời do khí là đơn nguyên tử và lý tưởng nên nội năng của vật biến thiên một lượng:

$$\Delta U = \frac{3}{2} P_D V_D - \frac{3}{2} P_B V_B = \frac{3}{2} (P_D V_D - P_C V_C)$$

$$\text{Và: } Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} (P_P V_P - P_C V_C) + \frac{1}{2} (V_P - \frac{1}{2}V_C) (P_P + 2P_C).$$

Trong công thức cuối có hai tham số D_D và V_P . Ta khử một hàng chúng. Muốn thế ta tìm sự phụ thuộc của áp suất P vào thể tích V trên phần BC. Vì rằng đồ thị của quá trình là thẳng nên.

$$P = P_0 = \alpha V,$$

Trong đó P_0 và α là hệ số có thể tìm được. Khi $P = P_B = 2P_C$, $V = V_B = C_C/2$, còn khi $P = P_C$, $V = V_C$. Điều đó có nghĩa là:

$$2P_C = D_0 + \frac{1}{2} \alpha V_C, D_C = P_0 + \alpha V_C.$$

Giải kết hợp hai phương trình cuối ta tìm được:

$$P_0 = 3P_C, \alpha = -2 \frac{P_C}{V_C} \quad \text{Như vậy: } P_D = 3P_C - \frac{P_C}{V_C} V_D$$

Và:

$$\frac{3}{2} [3P_C - 2 \frac{P_C}{V_C} V_P - P_C] V_C + \frac{1}{2} (V_D - \frac{1}{2} V_C) (5P_C - 2 \frac{P_C}{V_C} V_D)$$

$$\begin{aligned} Q &= P_C V_C \left(\frac{9}{2} \frac{V}{V_C} - 3 \frac{V_D^2}{V_C^2} + \frac{5}{2} \frac{V_D}{V_C} - \frac{3}{2} - \frac{5}{4} - \frac{V_D^2}{V_C^2} + \frac{1}{2} \frac{V_D}{V_C} \right) \\ &= D_C V_C \left(-4 \frac{V_D^2}{V_C^2} + \frac{15}{2} \frac{V_D}{V_C} - \frac{11}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Hay } Q = \frac{-4P_C}{V_C} V^2 + \frac{15}{2} P_C V - \frac{11}{4} P_C V_C$$

Ta ký hiệu: $\xi = \frac{V_P}{V_C}$ $x = \frac{V_D}{V_C}$ Khi đó: $Q = -(4x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{11}{4})P_C V_C$

Đồ thị phụ thuộc Q và ξ - parabol (H.7) cắt trục ξ tại các điểm $x_1 = 1/2$ và $x_2 = 11/8$ (nó là nghiệm của phương trình bậc hai $4x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{11}{4}$ và có đỉnh tại $x = \frac{15}{16}$ hay $V = \frac{15}{16}V_C$. Tại điểm này, độ lớn của Q là cực đại và bằng

$$Q_1'' = 49/64 P_C V_C$$

Vì vậy trong sự chuyển từ B \rightarrow C trên phần BK, tức là đến trạng thái mà điểm K tương ứng với nó có tọa độ $V_K = 15/16 V_C$, khi nhận nhiệt từ ngoài vào. Khi giãn nở tiếp theo (trên phần KC) thì nhả nhiệt.

Như vậy nhiệt lượng mà khí nhận được sau một chu trình bằng:

$$Q_1 = Q_1' + Q_1'' = 3/4 P_C V_C + 49/64 P_C V_C = 97/64 P_C V_C.$$

Bây giờ có thể tìm được hiệu suất của chu trình

$$\eta = \frac{\frac{1}{4} P_C V_C}{\frac{97}{64} P_C V_C} \approx 0,165, \eta = 16,5\%$$

Còn hiệu suất lý thuyết cực đại của chu trình bằng: $\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Trong đó T_1 - nhiệt độ cực đại và T_2 - nhiệt độ cực tiểu của khí.

Từ hình trên rõ ràng là nhiệt độ khí cực tiểu tại điểm A, tức là:

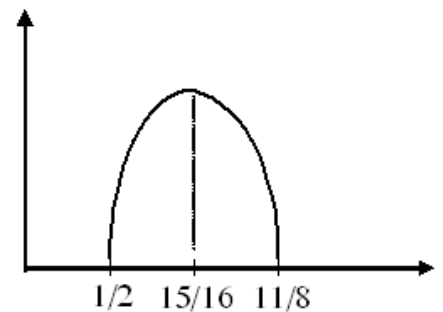
$$T_2 = T_A = \frac{\mu P_A V_A}{mR} = \frac{\mu P_C V_C}{2mR}$$

Điểm M trên đường thẳng BC, tại đó đường đẳng nhiệt tiếp xúc với đoạn thẳng BC, tương ứng với trạng thái của khí trong đó nhiệt độ của nó là cực đại. Vì sự đối xứng của đồ thị của chu trình rõ ràng là điểm này nằm tại trung điểm của đoạn thẳng BC, vì vậy $V_M = 3/4 V_C$. Khi đó $PV = (PV)_{\max} = 9/8 P_C V_C$. Nhiệt độ của khí tại điểm M bằng:

$$T_1 = \frac{9\mu}{8mR} P_C V_C$$

$$\eta_{\max} = \frac{\frac{9}{8} - \frac{1}{2}}{\frac{9}{8}} = \frac{5}{9}$$

$$\text{Vậy } \frac{\eta_{\max}}{H} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{16}{97}} \approx \frac{0,5555}{0,1649} = 3,368$$



Bài 5

a. Công mà khí thực hiện được trong quá trình đẳng áp 1-2:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

Công trong quá trình đẳng tích 2-3: $A_{23} = 0$

Theo đề bài, công trong quá trình đoạn nhiệt 3-1 là:

$$A_{31} = -\frac{A_{12}}{n}$$

Công thức hiện trong toàn chu trình:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)A_{12} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)R(T_2 - T_1).$$

Ta lại có $Q_{31} = 0$ (quá trình đoạn nhiệt). Trong quá trình đẳng tích 2-3

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = kR(T_3 - T_2) < 0 \text{ vì } T_3 < T_2.$$

Như vậy khí chỉ nhận nhiệt trong quá trình 1-2:

$$Q = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = (k+1)R(T_2 - T_1)$$

Hiệu suất của quá trình

$$h = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{k+1} = \frac{n-1}{n(k+1)} \rightarrow n-1 = nh(k+1) \quad (1)$$

b. Thay vào (1) các giá trị: $k = \frac{5}{2}$; $h = 25\% = 0,25$; ta có $n = 8$

c. Phương trình đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ có dạng: $\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2)$

Ngoài ra ta còn có phương trình trạng thái:

$$pV = RT \quad (3)$$

Xét quá trình nguyên tố:

$$dQ = dA + dU = pdV + \frac{5}{2}RdT \quad (4)$$

Từ (2) ta lấy vi phân $(pdV - Vdp) \frac{1}{V^2} = 0$, suy ra $(pdV - Vdp) = 0 \quad (2')$

Từ (3) ta lấy vi phân: $pdV + Vdp = RdT$, thay (2') vào $\rightarrow pdV = \frac{1}{2}RdT \quad (3')$

Thay kết quả này (3') vào (4):

$$dQ = \frac{1}{2}RdT + \frac{5}{2}RdT = 3RdT$$

Từ đó tính được nhiệt dung: $C = \frac{dQ}{dT} = 3R$

Bài 6.

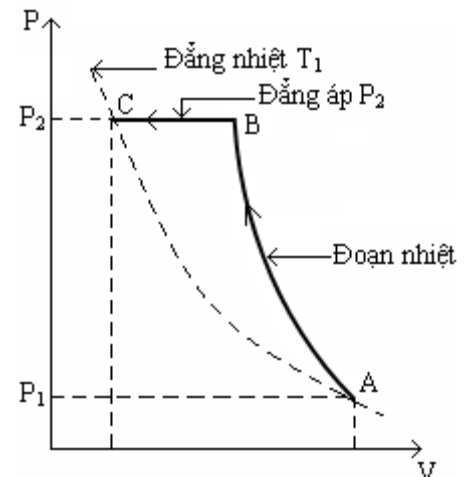
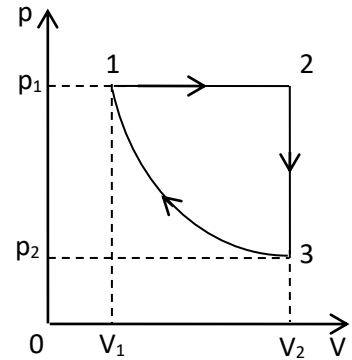
1) Theo đề bài, quá trình nén khối khí có thể biểu thị bởi đường cong sau:

a) Đối với phép biến đổi đoạn nhiệt AB ta có:

$$\frac{PV}{T} = \text{const}$$

$$\text{và } PV^\gamma = \text{const}'$$

\Rightarrow khử V từ 2 phương trình ta được:



$$\frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \text{const} //$$

$$\text{hay } \frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{P_2^{\gamma-1}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (1)$$

b) Trong quá trình nén đoạn nhiệt AB, công A_1 trao đổi giữa khí lí tưởng và môi trường bên ngoài :

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1 \quad (Q_1 = 0) \\ \Rightarrow A_1 = -\Delta U_1 = -C_V(T_2 - T_1) = -\frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2) \quad (2)$$

Đối với quá trình đẳng áp BC, công A_2 bằng :

$$A_2 = P_2(V_C - V_B) = R(T_1 - T_2) \quad (3)$$

Từ đó suy ra :

$$A = A_1 + A_2 = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2) + R(T_1 - T_2) = R \frac{\gamma}{\gamma-1} T_1(1-a) < 0 \quad (4)$$

2) + Nhiệt lượng khí nhận được cả chu trình là:

$$Q = Q_{CB} = \Delta U_{CB} + A_{CB} = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1(a-1)$$

+ Tổng công thực hiện cả chu trình là:

$$A = A_{CB} + A_{BA} + A_{AC} = -A_2 - A_1 + RT_1 \ln \frac{V_C}{V_A} = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 [(a-1) + \ln a]$$

+ Hiệu suất cả chu trình :

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{(a-1) + \ln a}{a-1}$$

Bài toán chỉ có nghĩa khi $a < e = 2,7183$.

Bài 7:

Gọi α là hệ số góc của đường thẳng qua các điểm 1,2,3 và gốc O

Ta có $P_1 V_1 = RT_1$
 $P_1 = \alpha V_1 \quad (1)$

$$P_2 V_2 = RT_2 \\ P_2 = \alpha V_2 \quad (2)$$

$$P_3 V_3 = RT_3 \\ P_3 = \alpha V_3 \quad (3)$$

Theo tính chất đường đẳng nhiệt trong hệ trục (P,V) và giả thiết ta có :

$$T_3 = n T_1 \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4) ta suy ra : } P_2 = \frac{\alpha}{2} V_1 (\sqrt{n} + 1) \quad (5)$$

$$P_3 = \alpha V_1 \sqrt{n} \quad (6) \\ 2V_2 = V_1 (\sqrt{n} + 1) \quad (7)$$

$$V_3 = V_1 \sqrt{n} \quad (8)$$

$$T_1 = \frac{\alpha}{R} V_1^2 \quad (9)$$

$$T_3 = n \frac{\alpha}{R} V_1^2 \quad (10)$$

Công do chất khí thực hiện trong cả chu trình:

$$A = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = \left[\frac{\alpha}{2} V_1 (\sqrt{n} + 1) - \alpha V_1 \right] \cdot \left[\frac{V_1}{2} (\sqrt{n} + 1) - V_1 \right] = \alpha V_1^2 \left[\frac{\sqrt{n} - 1}{2} \right]^2$$

Chất công tác chỉ nhận nhiệt lượng trong các chu trình 1-2, 2-3, là:

$$\text{Theo nguyên lý 1 : } Q = Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13} = \frac{3}{2} R (T_3 - T_1) + \frac{1}{2} (P_1 + P_3)(V_3 - V_1)$$

$$\text{Kết quả } Q = 2\alpha (n - 1) V_1^2$$

$$\text{Hiệu suất máy nhiệt trên là: } H = \frac{A}{Q} = \frac{1}{8} \frac{(\sqrt{n} - 1)}{(\sqrt{n} + 1)}$$

$$\text{Với } n = 4 \Rightarrow H = 1/24$$

Bài 8. Ta có $p_1 V_2^n = p_3 V_3^n \Rightarrow n = \frac{\ln \frac{1}{8}}{\ln \frac{1}{2}} = 3$

$$\text{Với } n = \frac{C - C_P}{C - C_V} = 3 \rightarrow C = R$$

$$\text{Quá trình Polítropic 4-1: } p_4 V_4^{n'} = p_1 V_1^{n'} \Rightarrow n' = \frac{\ln 8}{\ln 4} = 1,5$$

$$\text{Và } n' = \frac{C' - C_P}{C' - C_V} = 1,5 \rightarrow C' = 0,5R$$

$$\text{Các nhiệt độ } T_1 = 4T_2; T_4 = 2T_3; T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{n-1} = 4T_2$$

$$\text{Nhiệt nhận được } Q_1 = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} = \frac{15}{4} p_1 V_1$$

$$\text{Nhiệt tỏa } Q_2 = \frac{15}{8} p_1 V_1$$

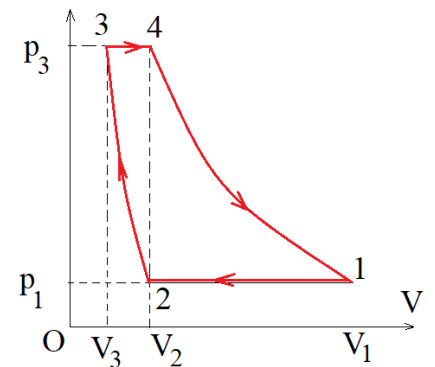
Hiệu suất

$$H = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 50\%$$

Bài 9.

$$1) \text{ Đường 2-3 có dạng: } \frac{p}{p_0} = k \frac{V}{V_0}$$

$$+ \text{ TT2: } V_2 = 7V_0; p_2 = p_0 \Rightarrow k = \frac{1}{7}$$



+ TT3: $V_3=3V_0$; $p_3=kp_0$. $\frac{V_3}{V_0} = \frac{3p_0}{7}$

+ Theo C-M: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = \frac{9p_0 V_0}{nR}$

2) * Công do chất khí thực hiện có giá trị:

$$A = S(123) = \frac{64p_0 V_0}{7}$$

* Tính nhiệt lượng khí thu vào trong cả chu trình:

+ Xét quá trình đẳng tích 3-1: $Q_{31} = \Delta U = nR \frac{i}{2} \Delta T = \frac{3}{2} nR \left(\frac{p_1 V_1}{nR} - \frac{p_3 V_3}{nR} \right) = \frac{144p_0 V_0}{7}$

+ Xét quá trình 1-2: $p = aV + b$

. Tại TT1: $5p_0 = a.3V_0 + b$

. Tại TT2: $p_0 = -\frac{p_0}{V_0} \cdot V + 8p_0 \Rightarrow a = -\frac{p_0}{V_0}$ và $b = 8p_0$

Vậy quá trình 1-2 thỏa mãn: $p = -\frac{p_0}{V_0} \cdot V + 8p_0$ (1)

Thay $p = \frac{nRT}{V}$ vào ta được: $nRT = -\frac{p_0}{V_0} \cdot V^2 + 8p_0 V \Rightarrow nR \Delta T = -2 \frac{p_0}{V_0} \cdot \Delta V + 8p_0 \Delta V$ (2)

+ Theo NLTN: Khi thể tích khí biến thiên ΔV ; nhiệt độ biến thiên ΔT thì nhiệt lượng biến thiên:

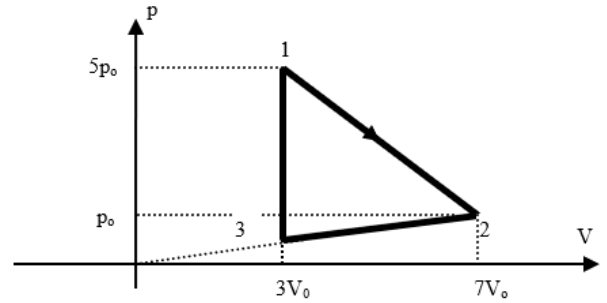
$$\Delta Q = \frac{3}{2} nR \Delta T + p \Delta V \quad (3)$$

+ Thay (2) vào (3) ta có: $\Delta Q = (20p_0 - 4 \frac{p_0}{V_0} V) \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta Q = 0$ khi $V_I = 5V_0$ và $p_I = 3p_0$

Như vậy khi $3V_0 \leq V \leq 5V_0$ thì $\Delta Q > 0$ tức là chất khí nhận nhiệt lượng.

$$Q_{12} = Q_{II} = \Delta U_{II} + A_{II} = \frac{3}{2} nR (T_I - T_1) + \frac{p_1 + p_I}{2} (V_I - V_1) = \dots = 8p_0 V_0$$

* Hiệu suất của chu trình là: $H = \frac{A}{Q_{31} + Q_{12}} = 32\%$

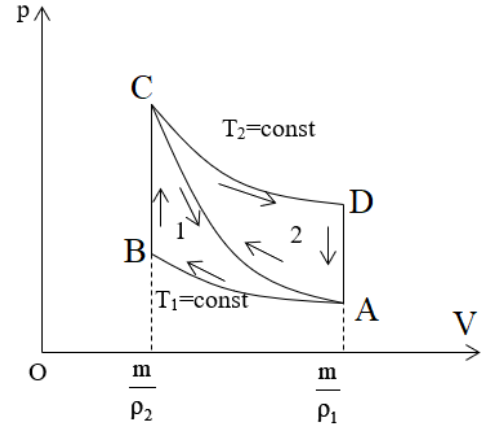


Bài 10. 1. Theo phương trình C-M $pV = \frac{m}{\mu}RT$, ta có $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$.

Từ hình vẽ suy ra: $\frac{\rho_1}{T_1} = \frac{\rho_2}{T_2} = c = \text{hằng số}$.

Chuyển từ giản đồ T- ρ sang giản đồ p - V . Hai đoạn đẳng nhiệt, hai đoạn đẳng tích, còn đường chéo hình chữ nhật trong T - ρ sẽ chuyển thành đường cong $p = \frac{m^2 R}{c\mu V^2}$ (bằng

cách thay $\rho = \frac{m}{V}$, $T = \frac{\mu p V}{mR}$ vào phương trình $\rho = cT$). Vì công mà khí thực hiện trong một quá trình có giá trị bằng diện tích nằm dưới đường mô tả quá trình đó. Vậy ta hãy đi tính các diện tích có liên quan.



Diện tích dưới đường đẳng nhiệt $T_1 = \text{const}$

$$S_1 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{mRT_1}{\mu V} dV = \frac{mRT_1}{\mu} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Diện tích dưới đường cong $p = \frac{m^2 R}{c\mu V^2}$

$$S_2 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{m^2 R}{c\mu V^2} dV = \frac{m^2 R}{c\mu} \left(\frac{\rho_2}{m} - \frac{\rho_1}{m} \right) = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1)$$

Diện tích dưới đường đẳng nhiệt $T_2 = \text{const}$

$$S_3 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{mRT_2}{\mu V} dV = \frac{mRT_2}{\mu} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Công khí sinh ra ở chu trình 1 là: $A_1 = S_2 - S_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$

Công khí sinh ra ở chu trình 2 là: $A_2 = S_3 - S_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1)$

2. Theo nguyên lí I: $dQ = Q + A$

Đối với chu trình 1: $Q_{T=T_1} = -A_1 = -S_1 < 0$ Trên đường cong $p = \frac{m^2 R}{c\mu V^2}$, ta có:

$$\delta Q_{T_2 \rightarrow T_1} = dU_{T_2 \rightarrow T_1} + p dV = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT + \frac{m^2 R}{c\mu V^2} dV$$

$$p dV = \frac{m^2 R}{c\mu V^2} dV = \frac{m\rho^2}{c\mu} R d\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{m\rho^2}{c\mu} R \left(-\frac{1}{\rho^2}\right) d\rho = -\frac{m}{\mu} R dT$$

Với i là số bậc tự do

$$\text{Thay vào biểu thức trên ta được: } \delta Q_{T_2 \rightarrow T_1} = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R dT < 0$$

Vì đường cong nói trên trong chu trình 1 nhiệt độ giảm. Nghĩa là trong quá trình này khí tỏa nhiệt. Như vậy hệ chỉ nhận nhiệt trong quá trình đẳng tích.

$$Q_1 = \Delta U_{12} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$$

Tương tự, với chu trình 2, khí tỏa nhiệt trong quá trình đẳng tích chuyển từ đường đẳng nhiệt này sang đường đẳng nhiệt khác, hai quá trình còn lại đều thu nhiệt. vậy

$$Q_2 = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) + S_3 = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) + \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Khi đó các hiệu suất tương ứng bằng:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1} = \frac{S_2 - S_1}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)} = \frac{2}{i} \left(1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} \right)$$

$$\eta_2 = \frac{A_2}{Q_2} = \frac{S_3 - S_2}{Q_2} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)}{\frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) + \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - (T_2 - T_1)}{\frac{i-2}{2} (T_2 - T_1) + T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

Đặt $x = \frac{T_2}{T_1}$ Thay các biểu thức trên vào hệ thức: $(3 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 1$

$$\left(3 - \frac{2}{i} \left(1 - \frac{\ln x}{x-1}\right)\right) \left(1 - \frac{x \ln x - (x-1)}{x \ln x + \frac{i-2}{2}(x-1)}\right) = 1$$

$$(x-1)(\ln x - i) = 0$$

Vì $T_1 \neq T_2$ nên $\ln x = i \Rightarrow x = e^i = e^3 \approx 20,08$

$$\text{Vậy: } \frac{T_2}{T_1} = 20,08$$

Bài 11.

Để công của chu trình ABC là lớn nhất thì thể tích của khí ở trạng thái C là lớn nhất.

Phương trình biến đổi áp suất theo thể tích của khí trên BC là:

$$P = aV + b \quad (1)$$

Trong đó a, b là các hệ số được xác định:

$$\text{Tại B: } P = 4P_0, V = 4V_0.$$

$$\text{Tại C: } P = P_0, V = V_C.$$

Thay các giá trị trên vào phương trình (1) ta tính được các hệ số a, b

$$a = \frac{P_B - P_C}{V_B - V_C} = \frac{4P_0 - P_0}{4V_0 - V_C}$$

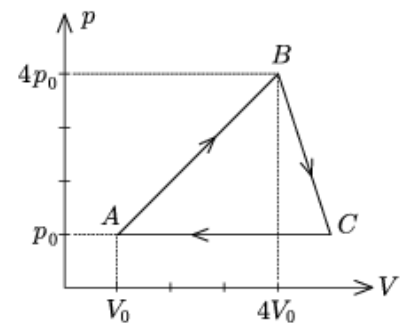
Sự phụ thuộc của nhiệt độ theo thể tích trên quá trình BC:

$$T = \frac{a}{R}V + \frac{b}{R}$$

Nhiệt độ lớn nhất khi:

$$V_m = \frac{\frac{4P_0 - P_0}{2P_0} V_C}{\frac{4V_0 - V_C}{V_C - 4V_0}} = \frac{2}{3} V_C$$

Để nhiệt độ luôn giảm trên BC thì $V_B \geq V_m$



$$4V \geq \frac{2}{3}(V_C - V)$$

$$V_C \leq 7V$$

Vậy thể tích tại C lớn nhất $V_C = 7V$

Công lớn nhất của chu trình:

$$A \xrightarrow{\frac{V_C - V}{2}} B \xrightarrow{\frac{7V - V}{2}} C \xrightarrow{A \rightarrow B}$$

Để nhiệt độ luôn giảm trên BC thì $V_B \geq V_m$

$$4V \geq \frac{2}{3}(V_C - V)$$

$$V_C \leq 7V$$

Vậy thể tích tại C lớn nhất $V_C = 7V$

Công lớn nhất của chu trình:

$$A \xrightarrow{\frac{V_C - V}{2}} B \xrightarrow{\frac{7V - V}{2}} C \xrightarrow{A \rightarrow B}$$

Quá trình AB khí nhận nhiệt

$$Q = A + \Delta U$$

$$= \frac{V_B - V_A}{2} (P_B + P_A) + \frac{3}{2} R (T_B - T_A)$$

$$= \frac{4V - V}{2} (4P_0 + P_0) + \frac{3}{2} (16PV_0 - PV_0)$$

$$Q = 30PV_0$$

Quá trình BC có nhiệt lượng trao đổi

$$\begin{aligned}
 Q &= A + \Delta U \\
 &= \frac{V_C - V_B}{2} (P_B + P_C) + \frac{3}{2} R(T_C - T_B) \\
 &= \frac{7V_0 - 4V_0}{2} (4P_0 + P_0) + \frac{3}{2} (7P_0V_0 - 4P_0V_0) \\
 Q &= 13P_0V_0
 \end{aligned}$$

Vậy quá trình BC khí nhận nhiệt. Quá trình CA khí nhận nhiệt.

Hiệu suất của chu trình $\eta = \frac{A_{\text{chu trình}}}{Q_{\text{nhận nhiệt}}}$

Bài 12.

Quá trình (2) – (3) là đẳng tích:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)V = RT \Rightarrow RdT = Vdp$$

Theo nguyên lý I:

$$\begin{aligned}
 dQ_{23} &= dU_{23} = \frac{3}{2} RdT \Rightarrow dQ_{23} = \frac{3}{2} Vdp < 0 \text{ vì áp suất giảm} \\
 (dp < 0)
 \end{aligned}$$

Vậy trong quá trình (2) – (3) chất khí luôn tỏa nhiệt

Quá trình (3) – (1) là đẳng áp:

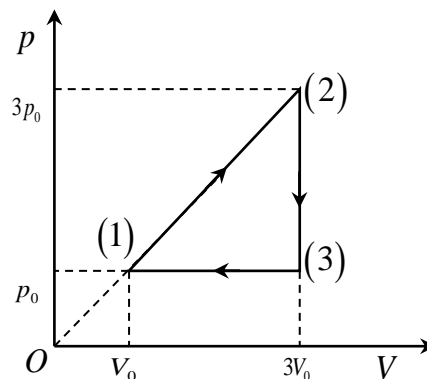
$$\left(p_0 + \frac{a}{V^2}\right)V = RT \Rightarrow RdT = \left(p_0 - \frac{a}{V^2}\right)dV$$

Theo nguyên lý I:

$$dQ_{31} = dA_{31} + dU_{31} = p_0 dV + \frac{3}{2} RdT + \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow dQ_{23} = \frac{1}{2} \left(5p_0 - \frac{a}{V^2}\right) dV$$

$$\Rightarrow dQ_{31} = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{64V_0^2}{V^2}\right) p_0 dV$$

Vì thể tích giảm ($dV < 0$) và $V_0 \leq V \leq 3V_0$ nên $dQ_{31} > 0$



Vậy trong quá trình (3) – (1) chất khí luôn nhận nhiệt

$$\text{Ta có: } Q_{31} = \int dQ_{31} = \frac{1}{2} \int_{3V_0}^{V_0} \left(5 - \frac{64V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV \Rightarrow \boxed{Q_{31} = \frac{49}{3} p_0 V_0}$$

Quá trình (1) – (2) có áp suất tỉ lệ với thể tích:

$$p = \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dp = \frac{p_0}{V_0} dV$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow R dT = d(pV) - \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow R dT = 2 \left(\frac{V}{V_0} - \frac{32V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV$$

Theo nguyên lý I:

$$dQ_{12} = dA_{12} + dU_{12} = p dV + \frac{3}{2} R dT + \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow dQ_{12} = 4 \left(\frac{V}{V_0} - \frac{8V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV$$

Vì thể tích tăng ($dV > 0$) nên nếu $V > 2V_0$ thì $dQ_{12} > 0$, vậy trong quá trình (1) – (2) chất khí nhận nhiệt khi thể tích tăng từ $2V_0$ đến $3V_0$

Ta có:

$$Q_{12}^{nhan} = \int dQ_{12}^{nhan} = 4 \int_{2V_0}^{3V_0} \left(\frac{V}{V_0} - \frac{8V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV \Rightarrow Q_{12}^{nhan} = \frac{14}{3} p_0 V_0$$

$$\text{Công do chất khí thực hiện: } A = \frac{1}{2} (3V_0 - V_0) (3p_0 - p_0) \Rightarrow A = 2 p_0 V_0$$

Hiệu suất của chu trình:

$$H = \frac{A}{Q_{31} + Q_{12}^{nhan}} \Rightarrow H = \frac{6}{63}$$

Bài 13.

1. Quá trình 1 - 2 : $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 3V_1 ;$

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 9T_1 = 2700^0\text{K}$$

Quá trình 2-3: $p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma = p_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{5/3} \approx 0,619 p_2 = 1,857 p_1$

(thay $V_3 = V_4$)

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{2/3} = 0,825 T_2 = 7,43 T_1 = 2229^0\text{K}$$

Quá trình 4 - 1 : $T_4 = T_1 \frac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 1200^0\text{K}$

2. Quá trình 1- 2 : $\Delta U_{1-2} = C_V (T_2 - T_1) = 8C_V T_1 = 12RT_1$

$$A_{1-2} = (p_2 + p_1)(V_2 - V_1)/2 = 4p_1 V_1 = 4RT_1$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = 16RT_1$$

Quá trình 2-3:

$$A_{2-3} = - \Delta U_{2-3} = - C_V (T_3 - T_2) = 2,355 RT_1; \quad Q_{2-3} = 0.$$

Quá trình 3- 4: $\Delta U_{3-4} = C_V (T_4 - T_3) = - 5,145 RT_1 ; A_{3-4} = 0$

$$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + A_{3-4} = - 5,145 RT_1$$

Quá trình 4- 1: $\Delta U_{4-1} = C_V (T_1 - T_4) = - 4,5 RT_1$

$$A_{4-1} = p_1(V_1 - V_4) = - 3p_1 V_1 = - 3RT_1$$

$$Q_{4-1} = \Delta U_{4-1} + A_{4-1} = - 7,5 RT_1$$

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = 4RT_1 + 2,355 RT_1 - 3RT_1 = 3,355 RT_1$$

Nhiệt lượng khí nhận là: $Q = Q_{1-2} = 16RT_1$

$$\eta = \frac{A}{Q_{1-2}} = 20,97\% \approx 21\%.$$

3. Vì phân hai vế: $pV = RT$ (1) ; $pV^{-1} = \text{hs}$

$$pdV + Vdp = RdT$$

$$-pV^{-2}dV + V^{-1}dp = 0 \text{ . Giải hệ: } pdV = Vdp = 0,5RdT$$

$$dQ = C_v dT + pdV = 1,5RdT + 0,5RdT = 2RdT$$

$$C = dQ/dT = 2R = \text{hs}$$

Bài 14. Quá trình 1 – 4 có P tỷ lệ thuận với T nên là quá trình đẳng

tích, vậy thể tích ở trạng thái 1 và 4 là bằng nhau: $V_1 = V_4$. Sử dụng phương trình C-M ở trạng thái 1 ta có:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \text{ suy ra: } V_1 = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{P_1}$$

Thay số: $m = 1\text{g}$; $\mu = 4\text{g/mol}$; $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$; $T_1 = 300\text{K}$ và $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ta được:

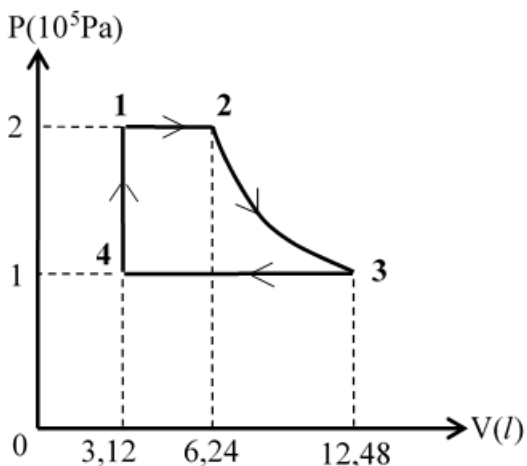
$$V_1 = \frac{1}{4} \frac{8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^5} = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

a) Từ hình vẽ ta xác định được chu trình này gồm các đẳng quá trình sau:

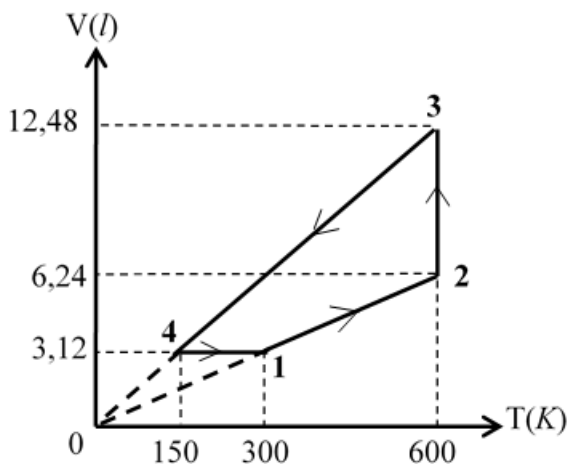
1 – 2 là đẳng áp; 2 – 3 là đẳng nhiệt;

3 – 4 là đẳng áp; 4 – 1 là đẳng tích.

Vì thế có thể vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V (hình a) và trên giản đồ V-T (hình b) như sau:



Hình a



Hình b

b) Để tính công, trước hết sử dụng phương trình trạng thái ta tính được các thể tích:

$$V_2 = 2V_1 = 6,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; V_3 = 2V_2 = 12,48 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 2 \cdot 10^5 (6,24 \cdot 10^{-3} - 3,12 \cdot 10^{-3}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$A_{23} = p_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 2 \cdot 10^5 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} \ln 2 = 8,65 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$A_{34} = p_3(V_4 - V_3) = 10^5 (3,12 \cdot 10^{-3} - 12,48 \cdot 10^{-3}) = -9,36 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$A_{41} = 0 \text{ vì đây là quá trình đẳng áp.}$$

Bài 15.

a. Tìm tỉ số $\frac{V_5}{V_6}$ theo n.

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{RT_2}{RT_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 \Rightarrow n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

Nếu ta kéo dài đường đoạn nhiệt 2-3 cắt đường đẳng nhiệt 5-6 tại điểm 7. Khi đó ta có:

Theo giả thiết ta có:

$$+\text{Liên hệ đẳng nhiệt} \begin{cases} P_4 V_4 = P_3 V_3 \\ P_5 V_5 = P_7 V_7 \end{cases} \quad (1)$$

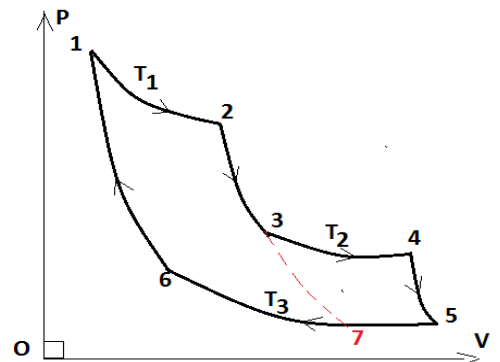
$$+\text{Liên hệ đoạn nhiệt} \begin{cases} P_7 V_7^\gamma = P_3 V_3^\gamma \\ P_5 V_5^\gamma = P_4 V_4^\gamma \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được} \begin{cases} P_5 V_5 \cdot V_7^{\gamma-1} = P_4 V_4 \cdot V_3^{\gamma-1} \\ P_5 V_5 \cdot V_5^{\gamma-1} = P_4 V_4 \cdot V_4^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_5}{V_7} = \frac{V_4}{V_3} = n \quad (3)$$

$$\text{Thương tự} \begin{cases} P_7 V_7 \cdot V_7^{\gamma-1} = P_2 V_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \\ P_6 V_6 \cdot V_6^{\gamma-1} = P_1 V_1 \cdot V_1^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_7}{V_6} = \frac{V_2}{V_1} = n \quad (4)$$

$$\frac{V_5}{V_6} = \frac{V_5}{V_7} \cdot \frac{V_7}{V_6} \begin{cases} \frac{V_5}{V_7} = \frac{V_4}{V_3} = n \\ \frac{V_7}{V_6} = \frac{V_2}{V_1} = n \end{cases} \Rightarrow \frac{V_5}{V_6} = n^2 \quad (5)$$

b. Tính hiệu suất chu trình.



-Quá trình dẫn nở đẳng nhiệt 1-2, khí nhận nhiệt lượng $Q_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = RT_1 \ln n$ (6)

Quá trình dẫn nở đẳng nhiệt 3-4, khí nhận nhiệt lượng

$$Q_{34} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_2 \ln n \quad (7)$$

-Quá trình nén đẳng nhiệt 5-6, khí nhường nhiệt lượng $Q_{56} = RT_3 \ln \frac{V_6}{V_5} = -RT_3 \ln \frac{V_5}{V_6} < 0$ (8)

Thay (5) vào (8) ta được $Q_{56} = -RT_3 \ln \frac{V_5}{V_6} = -2RT_3 \ln n$

$$\text{Hiệu suất chu trình } H = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(Q_{12} + Q_{34}) + Q_{56}}{Q_{12} + Q_{34}}$$

$$H = \frac{(RT_1 \ln n + RT_2 \ln n) - 2RT_3 \ln n}{(RT_1 \ln n + RT_2 \ln n)} = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$$

ĐỘNG CƠ NHIỆT

Bài 16. Cứ mỗi vòng quay của bánh đà, thể tích hơi nạp vào xi lanh là:

$$2.0,4.0,2 = 0,16 \text{ m}^3$$

Mỗi giờ bánh đà quay $70.60 = 4200$ vòng, thể tích hơi là $4200.0,16 = 672 \text{ m}^3$, có khối lượng $3,66.672 = 2460 \text{ kg}$. Đó cũng là khối lượng nước tiêu thụ (hóa hơi) mỗi giờ.

a) Mỗi giây có $\frac{2460}{3600} = 0,683 \text{ kg}$ nước rút từ buồng ngưng đưa sang là để nâng lên nhiệt độ 165°C rồi hóa hơi ở nhiệt độ đó. Lượng nhiệt cần để hóa hơi $0,683 \text{ kg}$ nước của buồng ngưng là:

$$Q_1 = 0,683.(4,19(165-45)+2050) = 1743 \text{ kJ}$$

Công sinh ra: $A = 150 \text{ kJ}$ suy ra hiệu suất thực:

$$H = \frac{150}{1743} = 8,6\%$$

Hiệu suất lý tưởng:

$$H_{lt} = \frac{(273+165)-(273+45)}{273+165} = 27,4\%$$

Bài 17. Xét máy lạnh có nhiệt độ nguồn lạnh là $T_1 = 273\text{K}$, nguồn nóng là $T_2 = 373\text{K}$

Q_1 là nhiệt lượng mà máy lạnh nhận được từ nước đá, Q_2 là nhiệt lượng nó nhả cho hơi nước.

$$Q_1 = q + C(T_3 - T_1)$$

$$Q_2 = L + nC(T_2 - T_3)$$

Hệ thức Carnot $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$

Thay vào tìm được số mol hơi nước $n = 0,13 \text{ mol}$

a) Hiệu suất máy lạnh $\frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$

Thay số vào ta được $A = 2,9 \text{ kJ}$

Bài 18. 1. Máy lạnh lí tưởng nên lúc nhiệt độ phòng là 15°C hiệu suất máy là:

$$H = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (T_2 \text{ nhiệt độ ngăn lạnh; } T_1 \text{ nhiệt độ phòng})$$

+ Khi máy lạnh làm việc ổn định, để duy trì nhiệt độ ổn định trong buồng lạnh thì cứ mỗi lần role đóng và ngắt, tác nhân lấy đi từ buồng lạnh nhiệt lượng Q_2 đúng bằng nhiệt lượng mà buồng lạnh nhận vào từ môi trường trong khoảng thời gian $(t_1 + t_2)$. Nhiệt lượng này tỉ lệ với chênh lệch nhiệt độ giữa môi trường với buồng lạnh.

$$Q_2 \sim (t_1 + t_2)(T_1 - T_2)$$

Lại có $A \sim t_1$ nên ta có: $\frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = k \frac{(t_1 + t_2)(T_1 - T_2)}{t_1} \quad (*)$

(k là hệ số tỉ lệ nó phụ thuộc vào cấu tạo máy lạnh và điều kiện tiếp xúc của máy lạnh với môi trường)

* Với: $t_1=2$; $t_2=4$; $T_1-T_2=25$; $T_2= 263^0\text{K}$ ta tính được $k = \frac{1875}{263}$.

* Với: $T_1 = 298^0\text{K}$; $T_1 - T_2 = 35 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} \approx 0,53$

Nghĩa là nếu nghỉ 4' thì phải làm việc 7,55'

2. Nhiệt độ trong phòng cao nhất mà vẫn duy trì được nhiệt độ buồng lạnh như vậy thì thời gian ngắt mạch là $t_2=0$. Từ (*) suy ra: $T_{1\max} = T_2+43 \Rightarrow t_{1\max} = 33^\circ\text{C}$

Bài 19. a. Hiệu suất cực đại của máy nhiệt trong một chu trình cho bởi công thức:

$$H_{\max} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1) \text{ Trong đó } Q_2 \text{ là nhiệt lượng mà tác nhân nhả cho nguồn lạnh}$$

dùng để làm tan nước đá và tăng nhiệt độ sau khi tan. nhiệt độ nguồn lạnh chưa thay đổi và bằng $T_2=273\text{K}$ chừng nào mà khối nước đá chưa tan hết, trong khi đó nhiệt độ nguồn nóng giảm đi sau mỗi chu trình và tới thời điểm khi nước đá đã tan một nửa thì nhiệt độ nguồn nóng chỉ còn $T_3 < T_1$. Như vậy, nhiệt độ nguồn nóng giảm dần trong quá trình máy làm việc.

Xét tại thời điểm t nào đó, nhiệt độ nguồn nóng là T và sau khoảng thời gian rất nhỏ dt của máy nhiệt độ nguồn nóng giảm một lượng dT . Nhiệt lượng dQ_1 do nguồn nóng cung cấp cho tác nhân trong khoảng thời gian dt là:

$$dQ_1 = -m_1 c dT.$$

Mặt khác, nhiệt lượng dQ_2 do tác nhân truyền cho nguồn lạnh cũng trong khoảng thời gian dt bằng $dQ_2 = \lambda dm$, với dm là lượng nước đá đã tan trong thời gian dt .

$$\text{Áp dụng biểu thức (1), ta có: } \frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_2}{T} \Rightarrow -\frac{\lambda dm Q_2}{m_1 c dT} = \frac{T_2}{T} \quad (2)$$

$$\text{Nên: } \frac{dT}{T} = -\frac{\lambda dm}{m_1 c T_2} \Rightarrow \int_{T_1}^{T_3} \frac{dT}{T} = -\frac{\lambda}{m_1 c T_2} \int_0^m dm \Rightarrow T_3 = T_1 e^{-\left(\frac{\lambda \cdot m}{m_1 c T_2}\right)} \quad (3)$$

$$\text{Vậy khi nước đá tan một lượng } m \text{ thì nhiệt độ của nước nóng là } T_3 = T_1 e^{-\left(\frac{\lambda \cdot m}{m_1 c T_2}\right)} \quad (4)$$

thay số liệu vào (3) với $m=m_2/2$ ta được $T_3=346,68\text{K}$ tức là $t_3=49,22^\circ\text{C}$.

b. Khi nước đá tan hết nhiệt độ của nước nóng là $T_4=322,22\text{K}$, lúc này vẫn có sự chênh lệch nhiệt độ giữa nguồn nóng và nguồn lạnh, động cơ nhiệt tiếp tục hoạt động đến khi có sự cân bằng nhiệt giữa hai nguồn nóng và lạnh. Trong giai đoạn này nhiệt độ nguồn nóng giảm dần còn nhiệt độ nguồn lạnh tăng dần. Xét các thời điểm nhiệt độ nguồn nóng là T_1' và T_2' . Động cơ nhiệt nhận nhiệt lượng dQ_1 từ nguồn nóng làm nguồn này giảm nhiệt độ dT_1' đồng thời nhả cho nguồn lạnh nhiệt lượng dQ_2 , nguồn này tăng nhiệt độ dT_2'

Ta có: $dQ_1 = -c m dT_1'$; $dQ_2 = c m dT_2'$.

$$\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_2'}{T_1'} \Rightarrow \frac{m_2 dT_2'}{-m_1 dT_1'} = \frac{T_2'}{T_1'} \Rightarrow \int_{T_4}^{T_c} \frac{m_2 dT_2'}{T_2'} = \int_{T_1'}^{T_c} \frac{m_1 dT_1'}{T_1'} \Rightarrow T_c = T_4^{\frac{m_1}{m_1+m_2}} T_2^{\frac{m_2}{m_1+m_2}} \quad (5)$$

thay số vào ta có: $T_c=304,9K$

Công cực đại: $A_{\max}=Q_1 - Q_2 = m_1c(T_1-T_c) - \lambda m_2 - m_2c(T_c-T_2)=510kJ$ (6)

Bài 20. Ta có $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{373}{484} = 0,2293 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta$

Vậy ta thấy: $\frac{A}{Q_2} = \frac{\frac{A}{Q_1}}{\frac{Q_2}{Q_1}} = \frac{\eta}{1-\eta} \Leftrightarrow A = \frac{\eta Q_2}{1-\eta} = \frac{\eta \cdot m \lambda}{1-\eta}$

$$A = \frac{0,2293 \cdot 1000 \cdot 2,68 \cdot 10^3}{1 - 0,2293} = 0.797 MJ$$

Bài 21. Cứ mỗi chu kì có 5 mol khí tham gia, nhiệt nhận được là $Q_1 = 164000J$, áp suất cực đại của chu trình 60 atm.

a. Đối với chu trình Otto hiệu suất chứng minh được theo lý thuyết $\eta = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}}$

Trong đó ta phải xác định hệ số nén $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ lớn nhất ứng với áp suất lớn nhất $p_{\max} = p_3$

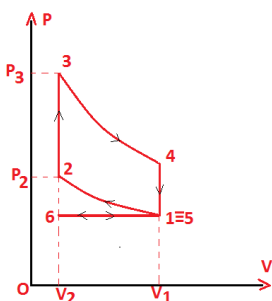
Ta có $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_{\max} V_2}{T_3}$ (1)

Từ đây ta suy ra:

$$\rightarrow T_3 = T_1 \frac{p_{\max} V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_{\max}}{p_1} \frac{V_1}{V_2} = T_1 \frac{p_{\max}}{p_1 \epsilon} \quad (2)$$

Và $\rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_2}{p_1} \frac{V_1}{V_2} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \frac{1}{\epsilon} = T_1 \epsilon^{\gamma-1}$ (3)

Mặt khác $5C_V(T_3 - T_2) = Q \rightarrow (T_3 - T_2) = \frac{Q}{5C_V} = \frac{164000}{5 \cdot 21} = 1562K$ (4)



Nhiệt nhận được cả chu trình chính là quá trình nở 2-3

Thay (2), (3) vào (4) ta được

$$(T_1 \frac{P_{\max}}{p_1 \varepsilon} - T_1 \varepsilon^{\gamma-1}) = 1562 K$$

$$(\frac{60 atm}{1 atm \varepsilon} - \varepsilon^{\gamma-1}) = \frac{1562 K}{T_1} \approx 5,206 \rightarrow \varepsilon \approx 8$$

Vậy $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 0,565$

b. Giả thiết $p_2 = p_3 = p_{\max}$. Hiệu suất phụ thuộc vào hai tỉ số $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$, $\rho = \frac{V_3}{V_2}$

+Ta tính $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ ứng với $p_{\max} = 60 atm$.

Ta có $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = (\frac{p_{\max}}{p_1})^{\frac{1}{\gamma}} \rightarrow \varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = (\frac{p_{\max}}{p_1})^{\frac{1}{\gamma}} = (\frac{60}{1})^{\frac{1}{1,4}} = 18,6$

+Ta tính $\rho = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}$ ứng với $p_{\max} = 60 atm$.

Ta có $5C_p(T_3 - T_2) = Q \rightarrow (T_3 - T_2) = \frac{Q}{5\gamma C_v} = \frac{164000}{5 \cdot 1,4 \cdot 21} = 1115,6 K$

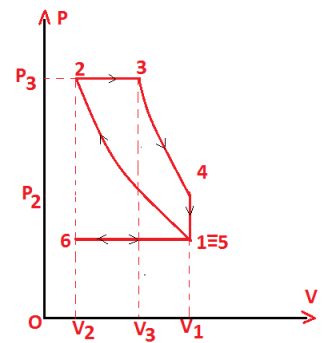
Và $T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_{\max}}{p_1 \varepsilon} = 300 K \frac{60 atm}{1 atm \cdot 18,6} = 966,5 K$

Suy ra $T_3 = T_2 + 1115,6 = 2082 K \rightarrow \rho = \frac{T_3}{T_2} = 2,154$

Vậy hiệu suất

$$\rightarrow H = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)} = 1 - \frac{2,154^{1,4} - 1}{1,4 \cdot 18,6^{1,4-1} (2,154 - 1)} = 0,63$$

c. Nếu nhiên liệu không đủ thì nhiệt lượng tỏa ra do cháy nhiên liệu(Q_1) nhận được giảm.



-**Đối với chu trình Otto**, Q_1 giảm thì T_3 giảm, tỉ số $\rho = \frac{T_3}{T_2}$ giảm. Điều này làm cho số đo diện tích bị giới hạn bởi các đường của chu trình giảm, công sinh ra giảm nên công suất P giảm. Hiệu suất $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$ chỉ phụ thuộc vào ε , không phụ thuộc vào ρ nên hiệu suất không thay đổi.

- **Đối với chu trình Diesel**: Q_1 giảm dẫn đến $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ giảm, điều này làm cho số đo diện tích bị giới hạn bởi các đường của chu trình giảm, công sinh ra giảm nên công suất P giảm. hiệu suất $H = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}$ sẽ tăng.

Bài 22

1.a. ở đầu chu trình thứ k , pittông ở bên phải và van S_2 đóng, bình chứa n_{k-1} mol khí ở áp suất p_{k-1} và nhiệt độ T . Ta có:

$$p_{k-1} V_0 = n_{k-1} RT$$

Trong khi đó xi lanh có thể tích v chứa n_0 mol khí cũng ở áp suất p_{k-1} và nhiệt độ T thỏa mãn phương trình:

$$p_{k-1} v = n_0 RT.$$

Khi pittông chuyển động sang trái hai van đều đóng; S_1 mở ngay khi áp suất trong xi lanh bằng p_0 , ở thời điểm đó thể tích V_1 của khí trong xi lanh được xác định bởi phương trình:

$$p_0 V_1 = n_0 RT, \text{ hay:}$$

$$p_{k-1} v = p_0 V_1.$$

Trong pha hút, áp suất p_0 vẫn còn không đổi và số mol khí n được hút vào trong xi lanh được xác định bởi công thức:

$$nRT = p_0(V - V_1) \text{ hay } nRT = p_0 V - p_{k-1} v$$

S_1 đóng, pittông dịch chuyển về bên phải, khí trong xi lanh bị nén lại. Khi áp suất đạt tới giá trị p_{k-1} , S_2 mở. ở thời điểm đó, thể tích V_2 của khí trong xi lanh được xác định từ phương trình:

$$p_{k-1} V_2 = (n + n_0) RT = p_0 V \quad (1)$$

Sau đó khí được bơm vào bình cho tới khi pittông đi hết hành trình. Áp suất của khí trong bình bây giờ là p_k với:

$$(n + n_0) RT + n_{k-1} RT = p_k (V_0 + v),$$

từ đó suy ra: $p_0 V + p_{k-1} V_0 = p_k (V_0 + v)$ hay:

$$p_k = p_0 \frac{V}{V_0 + v} + p_{k-1} \frac{V_0}{V_0 + v}.$$

Như vậy, ta nhận được dãy các áp suất sau:

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V_0 + v} + p_0 \frac{V_0}{V_0 + v},$$

$$p_2 = p_0 \frac{V}{V_0 + v} + p_1 \frac{V_0}{V_0 + v},$$

$$p_k = p_0 \frac{V}{V_0 + v} + p_{k-1} \frac{V_0}{V_0 + v}.$$

Khử các áp suất trung gian $p_{k-1}, p_{k-2}, \dots, p_1$, ta được:

$$p_k = p_0 \frac{V}{V_0 + v} \left[1 + \frac{V_0}{V_0 + v} + \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^2 + \dots + \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^{k-1} \right] + p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k$$

hay có thể viết lại dưới dạng:

$$p_k = p_0 \frac{V}{V_0 + v} \left[\frac{1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k}{1 - \frac{V_0}{V_0 + v}} \right] + p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k$$

hay:

$$p_k = p_0 \frac{V}{v} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k \right] + p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k$$

b. Khi k rất lớn, p_k tiến tới giới hạn:

$$p = p_0 \frac{V}{v}.$$

2. Trường hợp $v = 0$.

Khi v rất nhỏ, ta có: $\left(\frac{V_0}{V_0 + v} \right)^k \approx 1 - k \frac{v}{V_0}$. Dùng lại kết quả của câu 1.a, ta được:

$$p_k = p_0 \left(1 + k \frac{V - v}{V_0} \right) \approx p_0 \left(1 + k \frac{V}{V_0} \right)$$

3. Trước hết chúng ta tính công của áp lực trong chu trình thứ m của pittông. Dễ dàng thấy rằng công của áp lực khí quyển trong chu trình bằng không. Theo đề bài, trong xi lanh khí biến đổi đẳng nhiệt:

+ Khi pittông dịch sang trái, van S_1 thường xuyên mở (vì $v = 0$), khí hút vào xi lanh với áp suất p_0 không đổi và thể tích của nó tăng là V , từ đó:

$$A_{m1} = -p_0 V = -nRT;$$

+ Khi pittông dịch sang phải, khí được nén từ thể tích V đến thể tích V_2 (van S_2 đóng), từ đó (do $n_0 = 0$), ta có:

$$A_{m2} = -nRT \ln \frac{V_2}{V} = -p_0 V \ln \frac{p_0}{p_{m-1}}.$$

Sau đó van S_2 mở, không khí trong xi lanh và bình bị nén từ thể tích $(V_2 + V_0)$ tới thể tích V_0 , khi đó ta có:

$$A_{m3} = -(n + n_{m-1})RT \ln \frac{V_0}{V_0 + V_2} = -p_m V_0 \ln \frac{p_{m-1}}{p_m}$$

Kết quả công toàn phần của áp lực thực hiện trong cả chu trình của pittông bằng:

$$A_m = A_{m1} + A_{m2} + A_{m3} = -p_0 V \left(1 + \ln \frac{p_0}{p_{m-1}} \right) - p_m V_0 \ln \frac{p_{m-1}}{p_m}$$

Lưu ý rằng $(n + n_{m-1})RT = p_0 V + p_{m-1} V_0 = p_m V_0$, biểu thức trên có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} A_m &= -p_0 V (1 + \ln p_0) - (p_m V_0 - p_0 V) \ln p_{m-1} + p_m V_0 \ln p_m \\ &= -(p_m V_0 - p_{m-1} V_0) (1 + \ln p_0) - p_{m-1} V_0 \ln p_{m-1} + p_m V_0 \ln p_m \\ &= -V_0 (p_m - p_{m-1}) (1 + \ln p_0) - p_{m-1} V_0 \ln p_{m-1} + p_m V_0 \ln p_m \\ &= V_0 \left[p_m \ln p_m - p_{m-1} \ln p_{m-1} - (p_m - p_{m-1}) (1 + \ln p_0) \right] \end{aligned}$$

Từ đây ta tính được công của áp lực sau k chu trình của pittông:

$$A = \sum_{m=1}^k A_m = V_0 \left[p_k \ln p_k - p_0 \ln p_0 - (p_k - p_0) (1 + \ln p_0) \right] = p_k V_0 \ln \frac{p_k}{p_0} - (p_k - p_0) V_0$$

Đây cũng chính là công mà động cơ máy bơm cung cấp.

Bài 23. 1. Ta có $P = \alpha V^2$

$$\begin{aligned} \text{Và } PV = RT \text{ ta suy ra được } \alpha V^3 = RT &\Rightarrow \begin{cases} \alpha V_1^3 = RT_A \\ \alpha V_3^3 = RT_C \end{cases} \Rightarrow \frac{T_C}{T_A} = \frac{V_3^3}{V_1^3} \rightarrow n = \frac{T_C}{T_A} = \frac{V_3^3}{V_1^3} \\ &\Rightarrow V_3 = \sqrt[3]{n} V_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Mà giả thiết cho } V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_3) = \frac{1}{2}(V_1 + \sqrt[3]{n} V_1) = \frac{1}{2}(1 + \sqrt[3]{n}) V_1 \quad (2)$$

- Công trong chu trình ABEA là bằng số đo diện tích tam giác cong ABE

$$\begin{aligned} A_{ABEA} &= \int_{V_1}^{V_2} P dV + \frac{1}{2}(V_1 - V_2) P_1 = \int_{V_1}^{V_2} \alpha V^2 dV + \frac{1}{2}(V_1 - \frac{1}{2}(1 + \sqrt[3]{n}) V_1) \alpha V_1^2 \\ &= \frac{\alpha}{3}(V_2^3 - V_1^3) + \frac{1}{2}(V_1 - \frac{1}{2}(1 + \sqrt[3]{n}) V_1) \alpha V_1^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$A_{ABEA} = \dots = \frac{\alpha V_1^3}{24} (5 - 9\sqrt[3]{n} + 3\sqrt[3]{n^2} + n) \quad (3)$$

2. Tương tự như tính công trong chu trình ABEA, tính được công trong chu trình BCDB là:

$$\begin{aligned} A_{BCDB} &= \int_{V_2}^{V_3} P dV + \frac{1}{2}(V_2 - V_3) P_2 = \int_{V_2}^{V_3} \alpha V^2 dV + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}(1 + \sqrt[3]{n}) V_1 - \sqrt[3]{n} V_1) \alpha V_2^2 \\ &= \frac{\alpha}{3}(V_3^3 - V_2^3) + \frac{1}{4}(1 - \sqrt[3]{n})(1 + \sqrt[3]{n})^2 \alpha V_1^3 = \frac{\alpha}{3}(n - \frac{1}{8}(1 + \sqrt[3]{n})^3) V_1^3 + \frac{1}{4}(1 - \sqrt[3]{n})(1 + \sqrt[3]{n})^2 \alpha V_1^3 \\ &= \left[\frac{1}{3}(n - \frac{1}{8}(1 + \sqrt[3]{n})^3) + \frac{1}{4}(1 - \sqrt[3]{n})(1 + \sqrt[3]{n})^2 \right] \alpha V_1^3 \end{aligned}$$

Nhiệt nhận được cả chu trình

$$dQ = dU + dA = C_V dT + PdV = \frac{3}{2} R dT + \alpha V^2 dV = \frac{3}{2} R \frac{(PdV + VdP)}{R} + \alpha V^2 dV$$

$$= \frac{3}{2} (\alpha V^2 dV + V \cdot 2\alpha V dV) + \alpha V^2 dV = 5,5\alpha V^2 dV$$

Nhiệt nhận được lớn nhất trong chu trình khi khí biến đổi từ A đến C, nên

$$Q = \int_{V_1}^{V_3} 5,5\alpha V^2 dV = \frac{5,5\alpha}{3} (V_3^3 - V_1^3) = \frac{5,5\alpha}{3} (n-1)V_1^3$$

$$\text{Hiệu suất chu trình là } H = \frac{A}{Q} = \frac{A_{ABEA} + A_{BCDB}}{Q}$$

Bài 24

1. áp dụng phương trình trạng thái:

$$P_A V_A = nRT_A \rightarrow nR = \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{300} = \frac{20}{3}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 150K ; \quad T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 600K ; \quad V_E = \frac{nRT_E}{P_E} = 5l$$

2. Khí nhận nhiệt trong quá trình đẳng tích BD và một giai đoạn trong quá trình biến đổi ECA

$$Q_1 = Q_{BD} = n \cdot \frac{3}{2} R (T_D - T_B) = \frac{3}{2} \cdot \frac{20}{3} (600 - 150) = 4500J$$

Phương trình của đường thẳng ECA:

$$\frac{P - P_A}{V - V_A} = \frac{P_E - P_A}{V_E - V_A} \rightarrow P = -\frac{V}{5} + 5 \quad (1) \quad (V \text{ đo bằng lít, } P \text{ đo bằng } 10^5 Pa)$$

$$\text{Suy ra } T = \frac{PV}{nR} = \frac{3}{20} \left(-\frac{V^2}{5} + 5V \right) \quad (2) \quad (T \text{ đo bằng } 100K)$$

$$T = T_{\max} = 468,75K \text{ khi } V_m = 12,5l : T \text{ tăng khi } 5 \leq V \leq 12,5(l)$$

V_m ứng với điểm F trên đoạn CA. Xét nhiệt lượng nhận được ΔQ trong quá trình thể tích tăng từ V đến $V + \Delta V$ (trên đoạn EF):

$$\Delta Q = n \frac{3}{2} R \Delta T + P \Delta V. \quad \text{Từ (1) và (2) tìm được}$$

$$\Delta Q = \left(-\frac{4V}{5} + 12,5 \right) \Delta V.$$

Dễ dàng thấy rằng, trong giai đoạn ECF luôn có $\Delta Q > 0$. Trong giai đoạn này, nhiệt lượng nhận được là:

$$Q_2 = \Delta U + A, \text{ với } \Delta U = n \frac{3}{2} R (T_{\max} - T_E) = 3187,5J$$

$$A = \text{diện tích hình thang } EFV_m V_E = 2437,5(J)$$

$$\rightarrow Q_2 = 3187,5 + 2437,5 = 5625J$$

Tổng nhiệt lượng khí nhận được:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 4500 + 5625 = 10.125J$$

3. Công sinh ra trong một chu trình:

Hiệu suất của chu trình:

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{750}{10125} = 7,41\%$$

Cho độ lớn của công trong quá trình nén đẳng nhiệt là A_{31} . Biết hiệu suất của chu trình là $\eta \leq 40\%$.

Ta có $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{(1-\eta)} \text{ với } \begin{cases} Q_1 = Q_{12} \\ Q_2 = -Q_{31} \end{cases}, Q_1 \text{ là nhiệt nhận được và } Q_2 \text{ là nhiệt tỏa trong cả chu trình}$$

$$\text{Mà } Q_2 = -Q_{31} = A_{31}, \text{ nên } \Rightarrow Q_{12} = \frac{A_{31}}{(1-\eta)} \quad (1)$$

-Xét quá trình 1-2: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = (\nu RT_2 - \nu RT_1) + \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R(T_2 - T_1) \quad (2)$

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = -\frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) \quad (3)$$

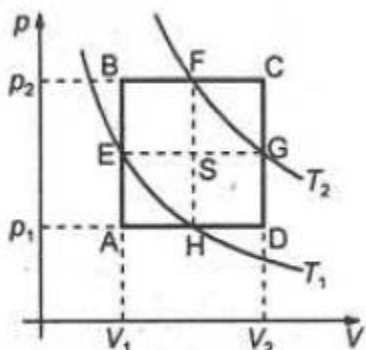
Vậy so sánh (2) và (3) $A_{23} = \frac{3}{5}Q_{12}$ (4)

Thay (1) vào (4) ta được $A_{23} = \frac{3}{5} \cdot \frac{A_{31}}{(1-\eta)} \Rightarrow (1-\eta) = \frac{3}{5} \cdot \frac{A_{31}}{A_{23}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{A_{31}}{A_{23}}$ (5)

$$\text{Mà } 0 < \eta \leq 40\% \text{ hay } 0 < 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{A_{31}}{A_{23}} \leq 0,40 \Rightarrow \frac{3}{5} A_{31} < A_{23} \leq A_{31}$$

Bài 26. 1.Trung tuyến EG cũng là đường đẳng áp,còn trung tuyến FH cũng là đường đẳng tích. Trong quá trình đẳng áp nhiệt độ tuyệt đối tỷ lệ thuận với thể tích. Trong quá trình đẳng tích nhiệt độ tuyệt đối tỉ lệ thuận với áp suất.

$$T_S = \frac{T_1 + T_2}{2}; \frac{T_B}{T_1} = \frac{T_C}{T_2} = \frac{T_2}{T_1 + T_2}; \frac{T_A}{T_1} = \frac{T_D}{T_2} = \frac{T_1}{T_1 + T_2}$$



Hình 2.18S

$$T_B = T_D = 2 \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = 420K ; T_A = 2 \frac{T_1^2}{T_1 + T_2} = 180K ; T_C = 2 \frac{T_2^2}{T_1 + T_2} = 980K$$

2. Công A mà khí thực hiện trong một chu trình, bằng số đo diện tích bởi đường giới hạn chu trình

$$W' = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = p_2 V_2 - p_2 V_1 - p_1 V_2 + p_1 V_1$$

$$W' = nR(T_C - T_B - T_D + T_A) = 2nR \frac{T_2^2 - 2T_1 T_2 + T_1^2}{T_1 + T_2} = 2nR \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_1 + T_2} = 2.660J$$

$$\text{Hay } A = W' = 2nR \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_1 + T_2} = 2660J$$

3. Khí nhận nhiệt lượng trong các quá trình AB và BC:

$$Q_{AB} = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) = 5nR \frac{(T_1 T_2 - T_1^2)}{(T_1 + T_2)}$$

$$Q_{BC} = \frac{7}{2} nR(T_C - T_B) = 7nR \frac{(T_2^2 - T_1 T_2)}{(T_1 + T_2)}$$

$$\text{Tổng nhiệt lượng thu được trong 1 chu trình } Q_1 = Q_{AB} + Q_{BC} = nR \frac{7T_2^2 - 2T_1 T_2 - 5T_1^2}{T_1 + T_2} = 21300J$$

$$\text{Hiệu suất chu trình: } H = \frac{A}{Q_1} = \frac{2(T_2 - T_1)}{7T_2 + 5T_1} = 12,5\%$$

Bài 27.

Chu trình được biểu diễn lại trong giản đồ (p,V) như hình (2.14Sa). Chu trình gồm 4 quá trình đa nguyên: đoạn 1-2 ứng với quá trình ab; ef-23; cb-34; ed-41. Chú ý rằng các điểm 2 và 4 nằm trên cùng một đường đẳng nhiệt $T_2 = T_4 = T_b$

1. Nhiệt mà khí nhận được trong quá trình đẳng dung (đa nguyên):

$Q = C_{\Delta T}$ chính là diện tích hình chắn bởi đồ thị trên giản đồ C-T

Từ đồ thị trên các đoạn 12 và 23 khí nhận nhiệt, trên các đoạn 34 và 41 khí tỏa nhiệt. Tổng nhiệt nhận là Q_+ và tỏa là Q_-

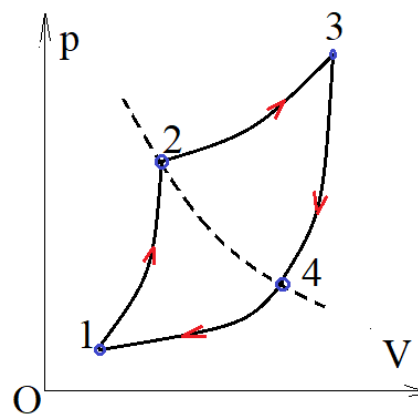
$$Q_+ = Q_{12} + Q_{23} = C_a(T_2 - T_1) + C_d(T_3 - T_2) = 271.5J$$

$$Q_- = Q_{34} + Q_{41} = -C_a(T_3 - T_2) - C_d(T_2 - T_1) = -243J$$

Theo nguyên lý I nhiệt động lực học, công khí thực hiện trong chu trình là

$$A = Q_+ + Q_- = 28.5J$$

$$\text{Suy ra } \eta = \frac{A}{Q_+} = 0,105 = 10,5\%$$



2. Từ phương trình đẳng dung và phương trình trạng thái $\frac{pV}{T} = \text{const}$, ta tìm được phương trình liên hệ

$$TV^{n-1} = \text{const} \text{ hay } \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \frac{V}{V_0} \quad (1)$$

Từ (1) áp dụng cho cả 4 quá trình

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{1-n_a}} = \frac{V_1}{V_2}; \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{1-n_d}} = \frac{V_2}{V_3}; \left(\frac{T_3}{T_4}\right)^{\frac{1}{1-n_a}} = \frac{V_3}{V_4}; \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{1}{1-n_d}} = \frac{V_4}{V_1}$$

Rồi nhân cả ba phương trình lại với nhau về theo về ta được

$$\left(\frac{T_1 T_3}{T_2 T_4}\right)^{\frac{n_a - n_d}{(1-n_a)(1-n_d)}} = 1 \rightarrow T_1 T_3 = T_2 T_4 = T_2^2 \quad (2)$$

Thay $\rightarrow T_2 = T_1 + T_0; T_3 = T_1 + 3T_0; T_0 = 100K$ vào (2)

$$T_1(T_1 + 3T_0) = (T_1 + T_0)^2 \rightarrow T_1 = T_0 = 100K$$

Như vậy $T_2 = 200K, T_3 = 300K$

3. Tìm mối liên hệ giữa chỉ số đa nguyên n (chỉ số polictropic) và nhiệt dung C.

Từ (2) ta đạo hàm tiềm được liên hệ giữa ΔV và ΔT : $\Delta V^{n-1} \Delta T + (n-1)TV^{n-2} \Delta V = 0$

$$\text{Suy ra } \Delta V = \frac{\Delta T}{1-n} \cdot \frac{V}{T}$$

Theo nguyên lý I: $\Delta Q = C \Delta T = \Delta U + A = C_V \Delta T + p \Delta V = C_V \Delta T + p \frac{\Delta T}{1-n} \cdot \frac{V}{T}$

$$\rightarrow (C - C_V) \Delta T = \frac{\Delta T}{1-n} \cdot \frac{pV}{T} = \frac{\nu R \Delta T}{1-n}$$

$$\text{Như vậy } \rightarrow n = 1 - \frac{\nu R}{C - C_V} = \frac{C - C_p}{C - C_V}$$

Mặt khác, lấy lôganepe hai vế phương trình đẳng dung ta được

$$\ln \frac{p}{p_0} + n \ln \frac{V}{V_0} = \text{const}$$

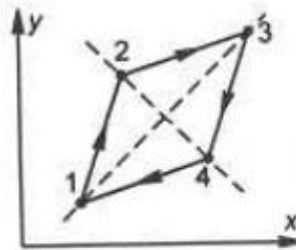
Từ đây ta suy ra trên giản đồ xy, với $x = \ln \frac{V}{V_0}, y = \ln \frac{p}{p_0}$, đồ thị quá trình đa nguyên là đường

thẳng với hệ số góc -n, suy ra đồ thị chu trình trên là hình bình hành mà các đỉnh 2 và 4 nằm trên đường thẳng $x+y=\text{const}$ (hình 2.14Sb).

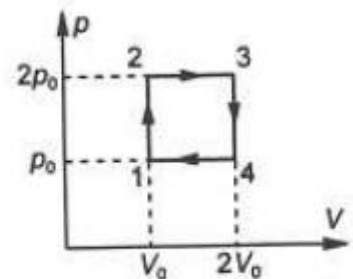
Từ điều kiện $\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_1}{V_3}$, suy ra các đỉnh

1 và 3 nằm trên đường thẳng $x-y=\text{const}$.

Như vậy các đường chéo của hình bình hành vuông góc với nhau, suy ra nó là một hình thoi. Đường chéo 13 của hình thoi cũng là đường phân giác, nên tổng các góc tạo bởi các đường đa nguyên sẽ là 90° , từ đây suy ra tích các hệ số bằng 1.



Hình 2.14Sb



Hình 2.14Sc

$$\rightarrow n_a n_d = \frac{C_a - C_p}{C_a - C_v} \cdot \frac{C_d - C_p}{C_d - C_v} = 1 \rightarrow C_a + C_d = C_p + C_v = \nu(c_p + c_v)$$

Trong đó C_p, C_v là nhiệt dung mol

$$\text{Từ đó suy ra số mol } \nu = \frac{C_p + C_v}{c_p + c_v} = \frac{C_a + C_d}{c_p + c_v} = 34,4 \text{ mmol}$$

Nhận xét thấy $C_a = \nu c_v$ và $C_d = \nu c_p$, suy ra chu trình được tạo bởi từ hai đường đẳng áp và hai đường đẳng tích (hình 2.143Sc)

Bài 28. Gọi:

Công nguồn điện $W = A = Pt$;

Nguồn nóng nhiệt độ $T_1 = T_H$; tỏa nhiệt ra môi trường $Q_1 = Q_H$;

Nguồn lạnh có nhiệt độ $T_2 = T_L$ và cung cấp cho nguồn nóng nhiệt lượng $Q_2 = Q_L$.

1. Áp dụng định luật bảo toàn entropy cho chu trình Carnot ta có

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_L} \quad (1)$$

$$\text{Theo định luật bảo toàn năng lượng: } Q_1 = Q_2 + A \Leftrightarrow Q_H = Q_L + W = Q_L + Pt \quad (2)$$

Mà công suất tỏa nhiệt trung bình ra môi trường ngoài $\frac{Q_1}{t} = \frac{Q_H}{t}$, nên (2) được viết lại:

$$Q_L = Q_H - A = Q_L \frac{T_H}{T_L} - A \text{ hay } A = Q_L \left(\frac{T_H}{T_L} - 1 \right)$$

$$\text{Chia hai vế phương trình cho thời gian } t \text{ ta được } \frac{Q_L}{t} = P \left(\frac{T_H}{T_H - T_L} \right)$$

2. Khi nhiệt độ trong phòng đạt cực tiểu, thì nhiệt do máy truyền từ trong ra bằng nhiệt do môi trường tràn vào phòng. Nghĩa là dòng nhiệt ra vào cân bằng: $k\Delta T = P \frac{T_1}{\Delta T} = P \frac{T_H - \Delta T}{\Delta T}$ hay

$$k(\Delta T)^2 = PT_H - P\Delta T$$

Phương trình bậc hai này ta chọn nghiệm dương mới có ý nghĩa vật lý:

$$\Delta T = \frac{-P + \sqrt{P^2 + 4PkT_H}}{2k},$$

$$\text{Ta đặt } x = \frac{P}{k} \text{ thì } \Delta T = \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right) \Rightarrow T_1 - T_2 = T_H - T_L = \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right)$$

Vậy nhiệt độ phòng

$$T_L = T_H - \Delta T = T_H - \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right)$$

3. Trước hết đổi từ nhiệt độ Celcius về nhiệt độ tuyệt đối

$$\text{Từ kết quả trên } P_{\min} = k \frac{(\Delta T)_{\max}^2}{T_{L\min}} = 130W$$

Bài 29.

1. Trại ván, nhiệt lượng nhận được vào từ máy nén là Q_H , nó truyền cho ngăn lạnh nhiệt lượng Q_C đồng thời tỏa nhiệt qua vách tường ra bên ngoài với nhiệt lượng $K_H(T_H - T_O)$.

Khi cân bằng nhiệt: $Q_H - Q_C = K_H(T_H - T_O)$ (1)

Cho ngăn lạnh: $Q_C = K_C(T_H - T_C)$ (2)

2. Máy lạnh làm theo chu trình Carnot nên ta có: $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C}$ (3)

Chia hai vế của (1) cho (2) và kết hợp (3) ta được $\frac{h}{c} - 1 = k \frac{h-1}{h-c}$

Ta đưa phương trình trên về dạng $h^2 - h(2c + kc) + (c^2 + kc) = 0$

Giải phương trình ta được nghiệm: $h = \frac{(2c + kc) \pm \sqrt{(2c + kc)^2 - 4(c^2 + kc)}}{2}$

Hay $h = c \frac{(2 + k) \pm \sqrt{(2 + k)^2 - 4(1 + \frac{k}{c})}}{2}$

3. Trước hết tính $c = 0,9 = k$. Thay vào trên được hai nghiệm $h_1 = 1,59$; $h_2 = 1,02$

- Với $h = 1,59$ thì $T_H = 446K$ đây là kết quả phi thực tế.

Ta chọn nghiệm $h = 1,02$ (chọn dấu trừ) ứng với công suất nhỏ hơn của máy nén.

Từ đây $T_H = 284,7K$.

Câu hỏi đặt ra: Tại sao phải cùng số liệu mà có hai giá trị T_H .

Ở đây ta thấy Q_H chính bằng độ lớn công suất máy bơm W cộng cho Q_C ; đồng thời khi ổn định thì ngăn lạnh không thu hoặc tỏa nhiệt.

Do vậy, nếu W lớn thì chính $Q_H = W + Q_C$ đẩy nhiệt độ phòng lên cao

4. Hoàn toàn tương tự như trước với trại ván: $2(Q'_H - Q'_C) = K_H(T'_H - T_O)$

Phương trình cho ngăn lạnh và định lý Carnot không đổi: $Q'_C = K_C(T'_H - T_C)$, $\frac{Q'_H}{T'_H} = \frac{Q'_C}{T_C}$

5. Làm giống tương tự như trên ta được: $h'^2 - h'(2c + \frac{k}{2}c) + (c^2 + \frac{k}{2}c) = 0$

$h' = \frac{(2c + \frac{k}{2}c) \pm \sqrt{(2c + \frac{k}{2}c)^2 - 4(c^2 + \frac{k}{2}c)}}{2}$

Hay $h' = c \frac{(2 + \frac{k}{2}) \pm \sqrt{(2 + \frac{k}{2})^2 - 4(1 + \frac{k}{2c})}}{2}$

Bài 30. Động cơ nhiệt (Belarus)

0. Phương trình đoạn nhiệt.

Từ phương trình đoạn nhiệt và phương trình trạng thái có thể đưa về dạng:

$$T^k p^{1-k} = \text{const} \text{ hay } TV^{k-1} = \text{const}$$

1. Chu trình Otto.

1a. Tìm các thông số trạng thái của khí(tác nhân) tại tất cả các điểm đặc trưng của chu trình.

Trạng thái 2: $V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = p_1 \varepsilon^k$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

Trạng thái 3: $V_3 = V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_2 \lambda = p_1 \varepsilon^k \lambda, \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda \Rightarrow T_3 = \lambda T_2 = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}$

Trạng thái 4: $V_4 = V_1, p_4 = p_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k = \frac{p_3}{\varepsilon^k} = p_1 \lambda$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \Rightarrow T_4 = T_3 \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = T_1 \cdot \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \lambda \varepsilon^{k-1} = T_1 \lambda$$

1b. Nhiệt lượng mà khí nhận được và tỏa ra tính theo công thức:

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2), |q_2| = C_v(T_4 - T_1),$$

$$\text{Hay } q_1 = U_3 - U_2 = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2); |q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1)$$

Thay các biểu thức trên vào công thức của hiệu suất ta có:

$$\eta_v = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{p_4 V_4 - p_1 V_1}{p_3 V_3 - p_2 V_2}$$

$$\text{Thay các thông số tìm được ở trên vào ta được: } \eta_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

2. Chu trình Diesel.

2a. Các thông số trạng thái của tác nhân khí ở các điểm đặc trưng:

Trạng thái 2: $V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = p_1 \varepsilon^k$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

Trạng thái 3: $V_3 = \rho V_2 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k$

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right) = \rho \Rightarrow T_3 = T_2 \rho = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$$

Trạng thái 4: $V_4 = V_1, p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^k = p_1 \varepsilon^k \left(\frac{\rho V_1}{\varepsilon V_1}\right)^k = p_1 \rho^k$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \rho^k$$

2b. Nhiệt lượng mà khí nhận được và tỏa ra là $q_1 = C_p (T_3 - T_2); |q_2| = C_p (T_4 - T_1)$

Hay $q_1 = U_3 - U_2 + A_{23} = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) + p_3 (V_3 - V_2); |q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1)$

Hiệu suất của chu trình, với giả thiết nhiệt dung C_p và C_v là hằng số và tỉ số của chúng là $k \frac{C_p}{C_v}$, sẽ là:

$$\eta_p = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_v (T_4 - T_1)}{C_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)}$$

Thay các thông số tìm được ở trên vào ta được: $\eta_p = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}$

3. So sánh các chu trình Otto và Diesel

3a. Trước hết xác định các tỉ số p/p_0 và V/V_0 cho các điểm đặc trưng trong cả hai chu trình. Hai chu trình này có chung điểm 1, ngoài ra còn lưu ý: $T_{\min} = T_1, p_{\min} = p_1$

-Xét chu trình Otto:

+Tại điểm 1, ta có $\frac{V_1}{V_0} = 30$ và $\frac{p_1}{p_0} = 1, T_1 = T_{\min}$

Đối với chu trình Otto, thể tích điểm 2 và 3 là $\frac{V_3}{V_0} = \frac{V_2}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} = 6$

Tại điểm 3 áp suất là cực đại, nên $p_3 = p_{\max} \Rightarrow \frac{V_3}{p_0} = 30$

Đồng thời $T_3 = T_{\max}$, vì thể tích V_3 là nhỏ nhất.

Các áp suất p_2, p_4 có thể tìm được từ phương trình đoạn nhiệt

$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k \Rightarrow \frac{P_2}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} \varepsilon^k = 1.5^{1.67} = 14,7$$

$$\frac{P_4}{P_0} \left(\frac{V_4}{V_0} \right)^k = \frac{P_3}{P_0} \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^k \Rightarrow \frac{P_4}{P_0} = \frac{P_3}{P_0} \frac{\varepsilon^k}{5^{1.67}} = \frac{30}{5^{1.67}} = 2,04$$

Và cuối cùng $\frac{V_4}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} = 30$

Các điểm 1,2,3,4 đã biết tọa độ nên có thể vẽ trên giấy ôli. Nối chúng lại ta được chu trình Otto. Điểm 2 của chu trình này kí hiệu là điểm 2v để phân biệt với điểm 2p của chu trình Diesel.

Xét chu trình Diesel.

Từ điều kiện bài toán, dễ thấy ngay điểm 1 của hai chu trình này (Otto và Desel) trùng nhau.

Điểm 3 của chu trình Desel có $T_3 = T_{\max}$ và $p_2 = p_3 = p_{\max}$. Từ đó ta thấy điểm 3 của hai chu trình này cũng trùng nhau.

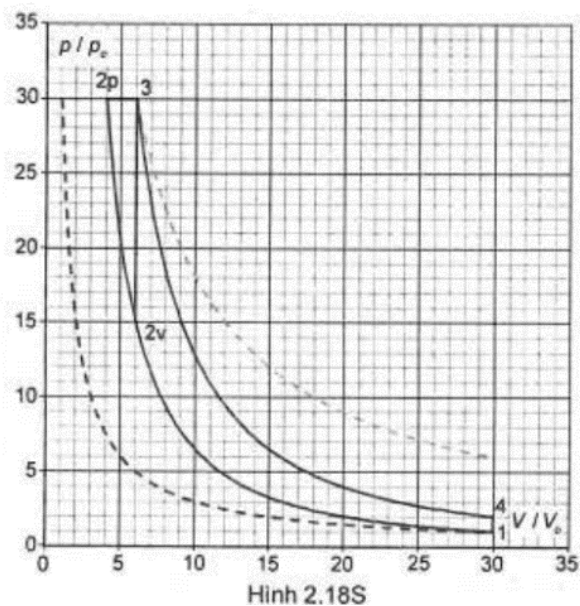
Từ điểm 3 của hai chu trình khí đều giãn nở đoạn nhiệt về trạng thái 4 và có cùng $V_4 = V_1$ nên cả hai chu trình cũng trùng nhau tại điểm 4.

Ta tìm điểm 2p. Quá trình 1-2 trong cả hai chu trình đều là đoạn nhiệt nên chúng phải trùng nhau, chỉ khác là chu trình Desel nén sâu hơn, tức là tới áp suất cao hơn $p_2 = p_{\max}$. Thể tích V_2 trong chu trình Diesels có thể tìm được ngay từ phương trình đoạn

nhiệt: $\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k \Rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} \left(\frac{P_1}{P_0} \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 30 \left(\frac{1}{30} \right)^{\frac{1}{1.67}} = 3,91$

Vậy quá trình nén đoạn nhiệt 1-2 đi qua điểm 2v của chu trình Otto và 2p của chu trình Diesel.

Trên đồ thị hình 2.17S, hai đường nét đứt là hai đường đẳng nhiệt ứng với T_{\min} và T_{\max}



3b. Hiệu suất của chu trình Otto chỉ phụ thuộc vào hệ số nén: $\eta_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon_v^{k-1}} = 1 - \frac{1}{5^{1,67-1}} = 66\%$

Để tìm được hiệu suất của chu trình Diesel, ta cần tìm tỷ số nén ε_p và tỷ số giãn sơ cấp ρ

$$\varepsilon_p = \frac{V_{2p}}{V_1} = \frac{\frac{V_{2p}}{V_0}}{\frac{V_1}{V_0}} = \frac{30}{3,91} = 7,67; \rho = \frac{V_3}{V_{2p}} = \frac{\frac{V_3}{V_0}}{\frac{V_{2p}}{V_0}} = \frac{6}{3,91} = 1,53$$

Từ đây $\eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon_p^{k-1} (\rho - 1)} = \dots = 70,2\%$

Bài 31.

Bài giải

a. Đối với quá trình đoạn nhiệt 1-2 ta có

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma-1}$$

Do đó,

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}, \quad p_2 = p_1 \varepsilon^\gamma$$

Đối với quá trình đẳng áp 2-3 ta có $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \varphi$

do đó $T_3 = T_2 \varphi = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \varphi, \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^\gamma$

Đối với quá trình đoạn nhiệt 3-4, ta có

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma, \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = \varphi^{\gamma-1} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

suy ra

$$T_4 = T_3 \phi^{\gamma-1} \varepsilon^{1-\gamma} = T_1 \phi^{\gamma}$$

Ta cũng có

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma} = p_1 \phi^{\gamma}$$

Kết quả tính số: (chú ý số chữ số có nghĩa trong kết quả)

$$T_1=300 \text{ K} , T_2=994 \text{ K} , T_3=1790 \text{ K} , T_4=683 \text{ K} .$$

$$p_1=0,10 \text{ MPa} , p_2=6,63 \text{ MPa} , p_3=6,63 \text{ MPa} , p_4=0,23 \text{ MPa}$$

b. Ta có thể biểu diễn khối lượng không khí đi qua thể tích làm việc trong một chu trình là

$$m = \frac{p_1 V_1 M}{RT_1} .$$

Do đó

$$mc_V = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Trong quá trình đốt cháy nhiên liệu 2-3, tác nhân nhận một lượng nhiệt là

$$Q_1 = mc_p (T_3 - T_2) = m \gamma c_V (T_3 - T_2) = 2,5 \gamma \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_2) .$$

Trong quá trình đẳng tích 4-1, tác nhân tỏa ra một lượng nhiệt là

$$Q_2' = mc_V (T_4 - T_1) = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_4 - T_1) .$$

Các giai đoạn khác của chu trình là quá trình đoạn nhiệt nên không có sự trao đổi nhiệt. Vì vậy, hiệu suất lý thuyết của động cơ là

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} .$$

Kết quả tính số: $Q_1 = 1857 \text{ J} \approx 1860 \text{ J}$, $Q_2' = 638 \text{ J}$, $\eta = 0,66 = 66\%$

c.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\phi^{\gamma} - 1}{\phi - 1}$$

Bài 32.

$$1. \text{ Xét } t = 1s; \text{ ta có } \frac{Q_p}{T_p} = \frac{Q_n}{T_n}, Q_p = Q_n - P \text{ rút ra } Q_p = P \frac{T_p}{(T_n - T_p)}$$

Mặt khác $Q = A(T_n - T_p)$ từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_p = Q$ ta có

$$P \frac{T_p}{(T_n - T_p)} = A(T_n - T_p) \quad (1).$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% là T'_p , $T_p < T'_p < T_n$, ta có

$$40\% P \frac{T'_p}{(T_n - T'_p)} = A(T_n - T'_p) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta tìm được $T_p'^2 - 602,55T'_p + 96100 = 0 \rightarrow T'_p \approx 297,2 \text{ K} \approx 24,2^\circ\text{C}$.

$$2. \text{ Ta có } \frac{Q_p}{T_{p2}} = \frac{Q_n}{T_{n2}}, Q_p = Q_n + P \text{ rút ra } Q_p = P \frac{T_{p2}}{(T_{p2} - T_{n2})}$$

Mặt khác $Q = A(T_{p2} - T_{n2})$ từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_p = Q$ ta có

$$P \frac{T_{p2}}{(T_{p2} - T_{n2})} = A(T_{p2} - T_{n2}) \quad (3).$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% là T'_{p2} , $T_{n2} < T'_{p2} < T_{p2}$, ta có

$$40\% P \frac{T'_{p2}}{(T'_{p2} - T_{n2})} = A(T'_{p2} - T_{n2}) \quad (4).$$

Từ (1) và (3) ta tìm được $T_{n2} \approx 279,7 \text{ K}$. Hay nhiệt độ bên ngoài là $6,7^\circ\text{C}$.

Từ (3) và (4) tìm được $T'_{p2} \approx 292,4 \text{ K}$ hay nhiệt độ cần đặt là $19,4^\circ\text{C}$.

3. Gọi số % thời gian máy điều hòa hoạt động trên tổng số thời gian trong điều kiện đã cho trong hai chế độ thuận (làm mát) và nghịch (bơm nhiệt lượng) lần lượt là x và y ta có:

$$x P \frac{T_p}{(T_n - T_p)} = A(T_n - T_p)$$

$$y P \frac{T'_p}{(T'_p - T_n)} = A(T'_p - T_n)$$

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{299}{297} > 1$, chứng tỏ để duy trì nhiệt độ ổn định máy lạnh phải chạy lâu hơn bơm nhiệt. Do

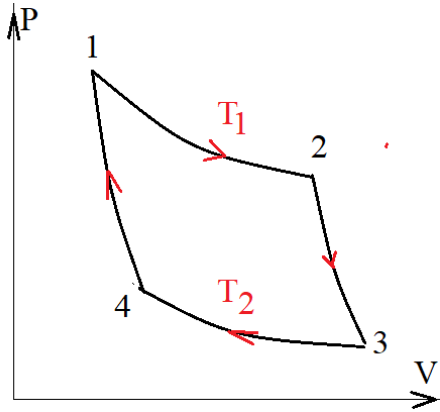
hai máy bắt đầu cùng chạy từ các điều kiện như nhau nên bơm nhiệt lượng sẽ ngắt lần đầu trước máy lạnh.

Bài 33.

1.

a. Chứng minh được $H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

2



Ta có $Q_1 = Q_{12} = A_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ (1.1)

$$A_1 = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} + \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_3 V_3) + \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_3 V_3) \quad (1.2)$$

Mà $\begin{matrix} P_1 V_1 = P_2 V_2 = nRT_1 \\ P_3 V_3 = P_4 V_4 = nRT_2 \end{matrix}$ (1.3)

Và $\begin{cases} P_1 V_1^\gamma = P_4 V_4^\gamma \\ P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} nRT_1 V_1^{\gamma-1} = nRT_2 V_4^{\gamma-1} \\ nRT_1 V_2^{\gamma-1} = nRT_2 V_3^{\gamma-1} \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ (1.4)

Thay (1.3), (1.4) vào (1.2) ta được

$$A_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} + 0 = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1.5)$$

Vậy $H = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ (điều phải chứng minh)

1b. $H = \frac{dA}{dQ_1} = \frac{dQ_1 + dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{dQ_2}{dQ_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{dQ_2}{dQ_1} = -\frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{dQ_2}{T_2} = -\frac{dQ_1}{T_1}$$

$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0 \text{ (tổng nhiệt lượng rút gọn trong một chu trình bằng không)}$$

2.

a. Công nhận được lớn nhất khi động cơ nhiệt làm việc theo những chu trình Carnot vô cùng nhỏ liên tiếp nhau.

Giả sử sau một chu trình bất kì, vật thứ nhất (nguồn nóng) cung cấp cho động cơ một nhiệt lượng

$$dQ_1 = -C_1 dT_1 > 0$$

Tác nhân truyền cho vật thứ 2 (nguồn lạnh) một nhiệt lượng $|dQ_2| = C_2 dT_2 > 0$, hay vật thứ 2 (nguồn lạnh) cung cấp cho tác nhân một nhiệt lượng $dQ_2 = -|dQ_2| = -C_2 dT_2 < 0$

$$\text{Công thực hiện trong chu trình này } dA = dQ_1 + dQ_2 = (-C_1 dT_1) + (-C_2 dT_2) \quad (1)$$

Mặt khác tổng nhiệt lượng rút gọn trong một chu trình Carnot thuận nghịch bằng không:

$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0 \rightarrow (-C_1 \frac{dT_1}{T_1}) + (-C_2 \frac{dT_2}{T_2}) = 0$$

$$\rightarrow C_1 \frac{dT_1}{T_1} + C_2 \frac{dT_2}{T_2} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Lấy tích phân (2) ta được } \rightarrow C_1 \ln \frac{T_1}{T_{01}} + C_2 \ln \frac{T_2}{T_{02}} = 0$$

$$\rightarrow C_1 \ln \frac{T_1}{T_{01}} = -C_2 \ln \frac{T_2}{T_{02}} \rightarrow (\frac{T_1}{T_{01}})^{C_1} = (\frac{T_{02}}{T_2})^{C_2}$$

$$(T_1)^{C_1} (T_2)^{C_2} = (T_{01})^{C_1} (T_{02})^{C_2} \rightarrow T_1^{C_1} T_2^{C_2} = T_{01}^{C_1} T_{02}^{C_2} \quad (3)$$

$$\text{Khi cân bằng, } T_1 = T_2 = T \rightarrow T^{C_1+C_2} = T_{01}^{C_1} T_{02}^{C_2}$$

$$\text{Hay } \rightarrow T = T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}} \quad (4)$$

b. Công cực đại mà động cơ có thể thực hiện được

$$A = \oint dA = -C_1 \int_{T_{01}}^T dT_1 - C_2 \int_{T_{02}}^T dT_2 = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T \quad (5)$$

Công A này bằng độ giảm nội năng của hệ.

$$A = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}} \quad (6)$$

Bài 35.

Trong quá trình đầu tiên của chu trình, nước bay hơi ở nhiệt độ và áp suất không đổi.

Tương tự vậy, trong quá trình thứ 3 ngưng tụ xảy ra ở nhiệt độ và áp suất không đổi.

Quá trình thứ 2 và thứ tư có thể coi như là các quá trình đoạn nhiệt.

Chu trình của động cơ hơi nước được biểu diễn ở hình bên. Đó là chu trình carnot, do đó hiệu suất của chu trình là:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1)$$

Trong đó T_1 là nhiệt độ quá trình đầu tiên, T_2 là nhiệt độ quá trình thứ ba của chu trình.

Nhiệt độ có thể tìm được từ quy luật thay đổi áp suất bão hòa theo áp suất mặt thoáng.. Quá trình đầu được thực hiện ở áp suất không đổi bằng:

$$p_1 = p_0 + \frac{(M+m)g}{S} \approx 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad (2)$$

Nhiệt độ hơi bão hòa chính là nhiệt độ hóa hơi:

$$t_1 = \frac{p_1 + b}{a} = \frac{130 + 384}{4,85} \approx 186^\circ \text{C} \quad (3)$$

Độ chênh lệch nhiệt độ trong công thức (1)

$$T_1 - T_2 = t_1 - t_2 = \frac{p_1 - p_2}{a} = \frac{mg}{Sa} = \frac{10}{4,85} = 2,1 \text{ K} \quad (4)$$

Như vậy hiệu suất chu trình $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{2,1}{379} = 0,56\%$

