

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG



TẬP 1P

- CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM**
- NHIỆT HỌC PHÂN TỬ**

TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020
LƯU HÀNH NỘI BỘ

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

MỤC LỤC
CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

I.1 ĐỘNG HỌC -----	Trang 3
I.2. CHUYÊN ĐỘNG NÉM-----	10
I.3. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CHUYÊN ĐỘNG-----	19
I.4 ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ-----	23

CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM-----	34
II.2 LỰC MA SÁT-----	45
II.3 CHUYÊN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC-----	48
II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ-----	54

CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG.CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN.

III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT-----	64
III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG-----	68
III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG-----	82
III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA -----	96

CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.-----	101
IV.2 CÂN BẰNG VẬT RẮN.-----	103
IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG-----	120

CHƯƠNG V. CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

V.1 CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. HÀNH TINH, VỆ TINH-----	125
V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS-----	162

CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THÚC NGHIỆM KHÍ LÝ TUỞNG

-----	170
-------	-----

CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU

VII.1 CHẤT LƯU LÝ TUỞNG-----	192
VII.2 CHẤT LƯU THỰC-----	197

CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ. PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ-----	201
VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN-----	207

CHƯƠNG IX. CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TUỞNG. CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TUỞNG-----	212
IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TUỞNG-----	237
IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT-----	248

CHƯƠNG X. CHUYỀN PHA. ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ

X.1 ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ-----	259
X.2 NHIỆT CHUYỀN PHA-----	278
X.3 CHUYỀN PHA.-----	285

CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC. ENTROPY

XI.1 KHÍ THỰC.-----	300
XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TUỞNG.-----	315
XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC-----	318

CHƯƠNG XII. TRUYỀN NHIỆT- KHUẾCH TÁN

XII.1 TRUYỀN NHIỆT-----	322
XII. 2 KHUẾCH TÁN-----	332

CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

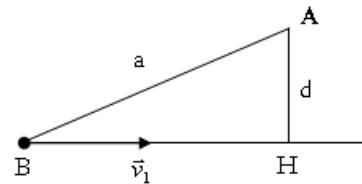
I.1 ĐỘNG HỌC

Bài 1. Hai vật chuyển động từ A và B cùng hướng về điểm O với cùng vận tốc . Biết AO = 20km; BO = 30km; Góc $\alpha = 60^\circ$. Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa chúng trong quá chuyển động?

ĐS: $d_{\min} = 5\sqrt{3}(cm)$

Bài 2. Một ô tô chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_1 = 54km/h$. Một hành khách cách ô tô đoạn $a = 400m$ và cách đường đoạn $d = 80m$, muốn đón ô tô.

Hỏi người ấy phải chạy theo hướng nào, với vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu để đón được ô tô?



ĐS: Hướng tiajAB một góc $\beta = 90^\circ$; $(v_2)_{\min} = 10,8km$

Bài 3. Hai xe chuyển động trên hai đường vuông góc với nhau, xe A đi về hướng tây với tốc độ 50km/h, xe B đi về hướng Nam với tốc độ 30km/h. Vào một thời điểm nào đó xe A và B còn cách giao điểm của hai đường lần lượt 4,4km và 4km và đang tiến về phía giao điểm. Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai xe.

ĐS: 1,166km.

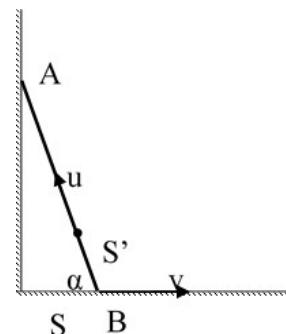
Bài 4. Hai chuyển động trên AO và BO cùng hướng về O với $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$; $\alpha = 30^\circ$. Khi khoảng

cách giữa hai vật cực tiểu là d_{\min} thì khoảng cách từ vật một đến O là

$d_1 = 30\sqrt{3}(cm)$. Hãy tính khoảng cách từ vật hai đến O.

ĐS: 90(m).

Bài 5 . Một con kiến bám vào đầu B của một thanh cứng mảnh AB có chiều dài L đang dựng đứng cạnh một bức tường thẳng đứng.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Vào thời điểm mà đầu B của thanh bắt đầu chuyển động sang phải với vận tốc không đổi v theo sàn ngang thì con kiến bắt đầu bò dọc theo thanh với vận tốc không đổi u đối với thanh. Trong quá trình bò trên thanh , con kiến đạt được độ cao cực đại là bao nhiêu đối với sàn? Cho đầu A của thanh luôn tì lên sàn thẳng đứng.

ĐS:
$$h_{\max} = \frac{u \cdot L}{2v}$$

Bài 6. Hai chiếc tàu biển chuyển động với cùng vận tốc hướng tới điểm O trên hai đường thẳng hợp với nhau một góc $\alpha = 60^\circ$. Hãy xác định khoảng cách cực tiểu hai tàu. Cho biết ban đầu chúng cách O những khoảng cách là $d_1 = 60\text{km}$ và $d_2 = 40\text{km}$.

ĐS: $d_{\min} = 17,32\text{km}$

Bài 7. Hai vật nhỏ chuyển động trên hai trục tọa độ vuông góc Ox, Oy và qua O cùng một lúc. Vật thứ nhất chuyển động trên trục Ox theo chiều dương với gia tốc 1m/s^2 và vận tốc khi qua O là 6m/s . Vật thứ hai chuyển động chậm dần đều theo chiều âm trên trục Oy với gia tốc 2m/s^2 và vận tốc khi qua O là 8m/s . Xác định vận tốc nhỏ nhất của vật thứ nhất đối với vật thứ hai trong khoảng thời gian từ lúc qua O cho đến khi vật thứ hai dừng lại.

ĐS: v_{12} đạt giá trị nhỏ nhất là $8,94\text{m/s}$ tại thời điểm $t = 2\text{s}$ và hợp với Ox góc $26,5^\circ$

Bài 8. Trên đoạn đường thẳng AB dài $s=200\text{m}$, một chiếc xe khởi hành từ A chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = 1\text{m/s}^2$ sau đó chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn $a_2 = 2\text{m/s}^2$ và dừng lại ở B .Tính thời gian ngắn nhất để xe đi từ A đến B.

ĐS: $t = 15,63\text{ s}$

Bài 9. Từ một khí cầu cách mặt đất một khoảng 15m đang hạ thấp với tốc độ đều $v_1=2\text{m/s}$, từ trong khí cầu người ta phóng một vật nhỏ theo phương thẳng đứng hướng lên với vận tốc đầu $v_{02}= 18\text{m/s}$ đối với mặt đất. Tìm khoảng cách lớn nhất giữa khí cầu và vật.Bỏ qua ảnh hưởng không khí lấy $g=10\text{m/s}^2$.

ĐS: 20m.

Bài 10 Một vật nhỏ có thể trượt không ma sát từ đỉnh một cái nêm và văng ra theo phương

ngang rồi rơi xuống mặt bàn. Hỏi h bằng bao nhiêu thì vật rơi xuống mặt bàn ở xa nêm nhất. Biết rằng khối lượng nêm rất lớn so với khối lượng của vật.

$$\text{ĐS: } h = \frac{H}{2} \text{ khi đó tâm xa } l_{\max} = H$$

Bài 11. Hai ô tô đồng thời xuất phát từ A và B chuyển động ngược chiều nhau. Ô tô thứ nhất chạy với tốc độ không đổi trên $\frac{1}{3}$ quãng đường AB, $\frac{1}{3}$ quãng đường tiếp theo chuyển động đều và $\frac{1}{3}$ quãng đường còn lại chuyển động chậm dần đều với tốc độ lớn bằng tốc độ trên $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu tiên. Trong khi đó ô tô thứ hai chuyển động nhanh dần đều trong $\frac{1}{3}$ thời gian đi từ B tới A, $\frac{1}{3}$ thời gian chuyển động đều, và $\frac{1}{3}$ thời gian chậm dần đều và dừng lại ở A. Vận tốc chuyển động đều của hai xe là như nhau và bằng 70 km/h. Tìm khoảng cách AB, biết rằng thời gian chạy xe thứ nhất dài hơn xe thứ hai 2 phút.

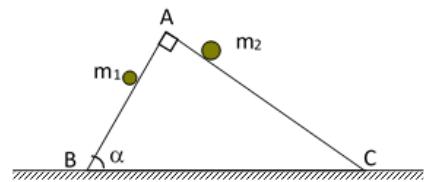
ĐS: $AB = 14 \text{ km}$

Bài 12. Một viên bi nhỏ chuyển động với vận tốc $v=10 \text{ m/s}$ trong mặt phẳng nằm ngang lai gần một chiếc hố bằng kim loại. Hố có hai thành thẳng đứng song song với nhau, cách nhau một khoảng là $d=5 \text{ cm}$. Vận tốc v của bi vuông góc với thành hố. Độ sâu của hố là $H = 1 \text{ m}$, bi va chạm hoàn toàn đàn hồi và xảy ra tức thì với thành hố.

1. Tính số lần bi va chạm với thành hố.
2. Tính tổng chiều dài quỹ đạo của viên bi từ thời điểm ban đầu đến lúc chạm đáy hố.

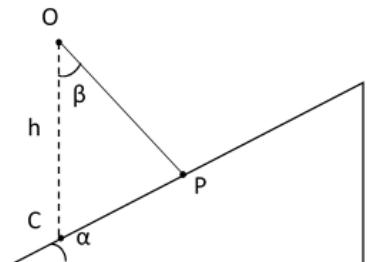
$$\text{ĐS: 1. } n = \left\lceil \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right\rceil;$$

Bài 13. Phía trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$, tại điểm O cách mặt phẳng nghiêng một đoạn $OC = h$, người ta đặt một máng trượt thẳng và nhẵn, tựa vào mặt phẳng nghiêng tại điểm P (hình vẽ). Để một chất đi từ O trượt không vận tốc đầu, theo máng đến điểm P của mặt phẳng nghiêng trong thời gian ngắn nhất thì góc β giữa phương thẳng đứng và máng trượt phải bằng bao nhiêu? Tìm thời gian trượt ngắn nhất đó theo h và gia tốc rơi tự do g . Biết mặt phẳng nghiêng đặt cố định.



$$\text{ĐS: } t_{\min} \approx \sqrt{\frac{1,86h}{g}}$$

Bài 14. Một nêm có tiết diện là tam giác ABC vuông tại A, và hai mặt bên là AB và AC. Cho hai vật m_1 và m_2 chuyển động đồng thời không vận tốc đầu từ A trên hai mặt nêm. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. (Hình vẽ)

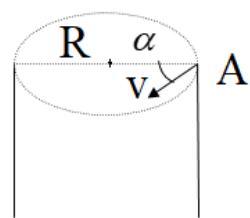


a. Giữ nêm cố định, thời gian hai vật m_1 và m_2 trượt đến các chân mặt nêm AB và AC tương ứng là t_1 và t_2 với $t_2=2t_1$. Tìm α .

b. Để $t_1 = t_2$ thì cần phải cho nêm chuyển động theo phương ngang một gia tốc a_0 không đổi bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } \alpha = 63,4^\circ; \text{ b. } a_0 = 7,5 \text{ m/s}^2.$$

Bài 15. Một quả cầu nhỏ chuyển động với vận tốc không đổi v theo phương ngang đến điểm A trên mép một ống hình trụ đặt thẳng đứng, ống có chiều cao H đủ lớn, bán kính tiết diện R . Khi đến A quả cầu tạo với đường kính miệng ống góc α và lọt vào ống.



Hãy xác định hệ thức liên hệ giữa R ; H ; v và α để ngay sau khi quả cầu thực hiện một số nguyên lần va chạm hoàn toàn đàn hồi với hình trụ thì vừa vặn thoát ra từ miệng ống với vận tốc theo phương thẳng đứng lúc đó bằng 0? Bỏ qua mọi ma sát và lực cản.

$$\text{ĐS: } nR\cos\alpha = kv \sqrt{\frac{2H}{g}}, \text{ n là số va chạm.}$$

Bài 16. Một đoàn tàu khách đang chạy với vận tốc $v_1 = 90 \text{ km/h}$ thì người lái tàu nhận thấy ở phía trước, cách tàu một khoảng $L = 140 \text{ m}$ có một đoàn tàu hàng đang chạy cùng chiều với vận tốc $v_2 = 21,6 \text{ km/h}$. Anh ta dựng phanh cho tàu chạy chậm dần với gia tốc $a = 1 \text{ m/s}^2$. Liệu có tránh được va chạm giữa hai đoàn tàu không?

ĐS: không thể tránh va chạm.

Bài 17. Một xe ô tô chuyển động thẳng từ địa điểm A đến địa điểm B cách A một khoảng S. Cứ sau 15 phút chuyển động đều, ô tô lại dừng và nghỉ 5 phút. Trong khoảng 15 phút đầu xe chạy với vận tốc $v_0 = 16 \text{ km/h}$, và trong khoảng thời gian kế tiếp sau đó xe có vận tốc lần lượt $2v_0, 3v_0, 4v_0, \dots$ Tìm vận tốc trung bình của xe trên quãng đường AB trong hai trường hợp:

a) $S = 84 \text{ km}$

b) $S = 91 \text{ km.}$

ĐS: a. $v_{tb} = 43,8 \text{ (km/h)}$; b. $v_{tb} = 44,1 \text{ (km/h)}$

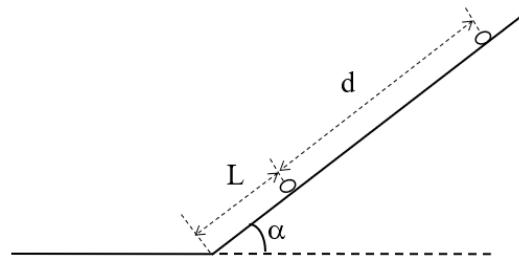
Bài 18. Một máy bay đang bay nằm ngang với vận tốc v_0 thì bắt đầu ngoặt lên trên vẽ thành một đường tròn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Vận tốc của máy bay khi đó thay đổi từ độ cao h tính từ mức ban đầu của vòng tròn theo qui luật: $v^2 = v_0^2 - 2ah$. Ở điểm cao nhất của quỹ đạo vận tốc của nó bằng $v_0/2$. Hãy xác định gia tốc của máy bay khi vận tốc của nó hướng thẳng đứng lên phía trên?

$$\text{ĐS: } a_c = a \frac{\sqrt{109}}{3}$$

Bài 19. Hai vật nhỏ giống nhau đặt cách nhau $d = 1,6 \text{ m}$ trên mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng so với phương ngang là $\alpha = 30^\circ$. Vật ở dưới cách chân mặt phẳng nghiêng là $L = 90 \text{ cm}$ (Hình 1). Thả đồng thời cho hai vật trượt xuống không vận tốc đầu. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Tìm vận tốc của mỗi vật ở chân mặt phẳng nghiêng và thời gian trượt của mỗi vật trên mặt phẳng nghiêng.

2. Sau khi đến chân mặt phẳng nghiêng thì hai vật lại trượt sang mặt phẳng ngang theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi bằng tốc độ của chúng ở chân mặt phẳng nghiêng. Hỏi khoảng cách giữa các vật bằng bao nhiêu khi vật phía trên đến chân mặt phẳng nghiêng. Tính khoảng cách từ vị trí hai vật gặp nhau đến chân mặt phẳng nghiêng.



ĐS: 1. $v_1 = 3 \text{ (m/s)}$; $v_2 = 5 \text{ (m/s)}$; $t_1 = 0,6 \text{ (s)}$; $t_2 = 1 \text{ (s)}$; 2. 1,2m; 3m.

Bài 20. Trên trục Ox một chất điểm chuyển động biến đổi đều theo chiều dương có hoành độ ở các thời điểm $t_1; t_2; t_3$ tương ứng là: $x_1; x_2; x_3$. Biết rằng: $t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = t$. Hãy tính gia tốc theo $x_1; x_2; x_3$ và t , cho biết tính chất chuyển động.

ĐS: $a = \frac{x_3 - 2x_2 + x_1}{t^2}$.

Bài 21. Hai cầu thủ bóng đá A và B chạy trên một đường thẳng đến gặp nhau với cùng tốc độ 5,0m/s. Để điều hành tốt trận đấu, trọng tài chạy chỗ sao cho: luôn đứng cách cầu thủ hậu vệ A 18m và cách cầu thủ tiền đạo B là 24m. Khi khoảng cách giữa A, B bằng 30m thì vận tốc và gia tốc của trọng tài là bao nhiêu?

ĐS: $V_T = 5 \text{ m/s}$; $a = 3,86 \text{ m/s}^2$

Bài 22. Một người đứng ở sân ga nhìn ngang đầu toa thứ nhất của một đoàn tàu bắt đầu chuyển động nhanh dần đều. Toa thứ nhất vượt qua người ấy sau thời gian t_1 .

Hỏi toa thứ n đi qua người ấy trong thời gian bao lâu?

Biết các toa có cùng độ dài là S, bỏ qua khoảng nối các toa.

ĐS: $\Delta t = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t_1$

Bài 23. Hai vòng tròn bán kính R , một vòng đứng yên, vòng còn lại chuyển động tịnh tiến sát vòng kia với vận tốc \vec{v}_0 . Tính vận tốc của điểm cắt C giữa hai vòng tròn khi khoảng cách giữa hai tâm $O_1O_2 = d$.

$$v = \frac{v_0 R}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$$

ĐS:

Bài 24. Hai xe ô tô bắt đầu chuyển động thẳng, nhanh dần đều hướng đến một ngã tư

(hình 2). Tại thời điểm ban đầu, xe 1 ở A với $OA = |x_{01}|$ và có gia tốc a_1 ; xe 2 ở B với $OB = |x_{02}|$ và có gia tốc a_2 . Cho $a_1 = 3\text{m/s}^2$, $x_{01} = -15\text{m}$; $a_2 = 4\text{m/s}^2$, $x_{02} = -30\text{m}$.

a) Tìm khoảng cách giữa chúng sau 5s kể từ thời điểm ban đầu.

b) Sau bao lâu hai chất điểm lại gần nhau nhất? Tính khoảng cách giữa chúng lúc đó.

ĐS: a. 6m; b. 3,63s.

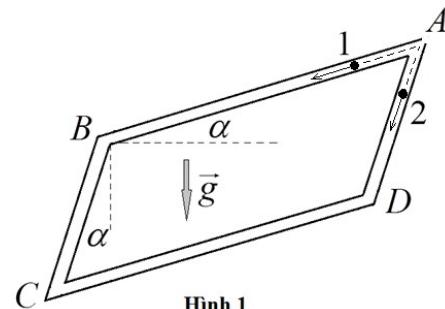
Bài 25. Một chất điểm M chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng Q theo đường cong $y = -x^2 + 6x - 5$ với vận tốc v_t . Xác định vận tốc và gia tốc tuyệt đối của điểm M dưới dạng hàm của v_t và OM nếu mặt phẳng Q quay quanh trục qua O và vuông góc với Q với vận tốc ω không đổi.

Bài 26. Một máng đôi dạng khung phẳng hình bình hành ABCD, mặt khung đặt trong mặt phẳng thẳng đứng, có các cạnh $AB = DC = a$ và $AD = BC = b$. Các cạnh AB và DC nghiêng một góc α so với phương ngang, các cạnh BC và AD nghiêng một góc α so với phương thẳng đứng. Máng đôi được ghép từ bốn ống nhỏ cùng đường kính trong, mặt trong của các ống rất nhẵn (Hình 1).

Hai hòn bi nhỏ 1 và 2 có đường kính nhỏ hơn đường kính trong của ống một chút, được thả cùng một lúc từ đỉnh A, trượt không ma sát đi đến C bằng hai con đường: bi 1 trượt theo máng ABC, bi 2 trượt theo máng ADC. Khi đi qua các góc máng (B, D): các bi không bị bật ngược lại và tốc độ coi như không bị thay đổi; thời gian vượt qua góc máng không đáng kể.

Bỏ qua lực cản của không khí; gia tốc rơi tự do là g .

a. Tính thời gian trượt của mỗi bi đi từ A đến C.



b. Tính tốc độ mỗi bi khi đến C và hãy so sánh hai tốc độ này.

c. Gọi t_{1c}, t_{2c} lần lượt là tổng thời gian chuyển động của bi 1 và bi 2 khi đi từ A đến C và đặt $\Delta t = t_{2c} - t_{1c}$.

- Hãy tìm Δt theo α , a, b và g.

- Tìm điều kiện của α để bi 2 đến C trước bi 1.

$$t_{1c} = \frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gasin\alpha}}{g cos\alpha} + \sqrt{\frac{2a}{g sin\alpha}} ;$$

$$t_{2c} = \frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gbcos\alpha}}{g sin\alpha} + \sqrt{\frac{2b}{g cos\alpha}}$$

b. $v_{1c} = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)}$; $v_{2c} = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)}$

c. $\Delta t = \left(\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{g \cos\alpha \sin\alpha} \right) \left[\sqrt{2gasin\alpha} + \sqrt{2gbcos\alpha} - \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} \right]; 0 < \alpha < 45^\circ$

I.2. CHUYỂN ĐỘNG NÉM.

Bài 1. Một vật được ném từ mặt đất với vận tốc \vec{v}_0 lập với phương nằm ngang một góc α . Tìm tầm xa đạt được, với góc ném α nào thì tầm xa cực đại.

ĐS: $\alpha = 45^\circ$



Bài 2. Ném một vật với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 lập với phương nằm ngang một góc α . Tìm thời gian để vận tốc của vật vuông góc với phương ban đầu.

ĐS: $t = \frac{v_0}{g \sin\alpha}$ với $\alpha \geq 45^\circ$

Bài 3. Vật A được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao $300m$ so với mặt đất với vận tốc ban đầu $20m/s$. Sau đó $1s$ vật B được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao $250m$ so với

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

mặt đất với vận tốc ban đầu $25m/s$. Bỏ qua sức cản không khí, lấy $g = 10m/s^2$. Chọn gốc toạ độ ở mặt đất, chiều dương hướng thẳng đứng lên trên, gốc thời gian là lúc ném vật A.

1. Viết phương trình chuyển động của các vật A, B?
2. Tính thời gian chuyển động của các vật?
3. Thời điểm nào hai vật có cùng độ cao? Xác định vận tốc các vật tại thời điểm đó?

ĐS: 1. $x_1 = 300 + 20t - 5t^2$; $x_2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2$; $\rightarrow t \geq 1$; 2. 10s; 3. $t = 5, 3s$

$$v_A = -33m/s, v_B = 18m/s.$$

Bài 4. Cùng một lúc, từ cùng một điểm O ở độ cao h so với mặt đất, hai vật được ném ngang theo hai hướng ngược nhau với vận tốc ban đầu lần lượt là $v_{01} = 30m/s$ và $v_{02} = 40m/s$. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10m/s^2$. Cho biết ngay trước khi va chạm, vectơ vận tốc của hai vật có phương vuông góc với nhau. Xác định độ cao so với mặt đất của điểm O.

$$h = \frac{v_{01}v_{02}}{2g} = 60(m)$$

ĐS:

Bài 5. Hai hạt chuyển động trong trọng trường đều với gia tốc trọng trường là \vec{g} . Ban đầu, hai hạt ở cùng một điểm và các vận tốc có độ lớn lần lượt là $v_{01} = 3m/s$, $v_{02} = 3m/s$, có phương đều nằm ngang theo hai chiều ngược nhau. Hãy xác định khoảng cách giữa hai hạt tại thời điểm các vectơ vận tốc của chúng có phương vuông góc với nhau và thời điểm đó.

$$t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}; L = \left(v_{01} + v_{02}\right) \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}.$$

Bài 6. Một vật nhỏ được ném lên xiên góc α so với đường nằm ngang, với vận tốc ban đầu có độ lớn v_0 . Bỏ qua sức cản của không khí. Hãy xác định:

- a. Độ đời của vật theo thời gian $\vec{r}(t)$.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b. vectơ vận tốc trung bình $\langle \vec{v} \rangle$ trong thời gian τ giây đầu tiên và trong cả quá trình chuyển động.

$$\text{ĐS: a. } \Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2; \text{ b. } \langle \vec{V} \rangle = \vec{v}_0 + \frac{(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})}{g^2} \vec{g}$$

Bài 7. Chứng minh rằng ở một độ cao nào đó so với mặt đất ta ném một vật, khi đạt tầm xa cực đại, vận tốc ban đầu và vận tốc ngay khi chạm đất vuông góc với nhau.

Bài 8. Một vật được ném lên theo phương hợp với phương ngang một góc α . Tại thời điểm t sau khi ném, véc tơ vận tốc của vật \vec{v} lệch một góc φ so với \vec{v}_0 . Tìm t .

$$\text{ĐS: } t = \frac{v \sin \varphi}{g \cos \alpha}$$

Bài 9. Hai vật được ném cùng một lúc với véc tơ vận tốc lần lượt là \vec{v}_{01} và \vec{v}_{02} lần lượt hợp với phương ngang các góc α_1 và α_2 . Sau khoảng thời gian t thì véc tơ vận tốc hai vật song song với nhau. Tìm t .

$$\text{ĐS: } t = \frac{v_{01} v_{02} \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{g(v_{01} \cos \alpha_1 - v_{02} \cos \alpha_2)}$$

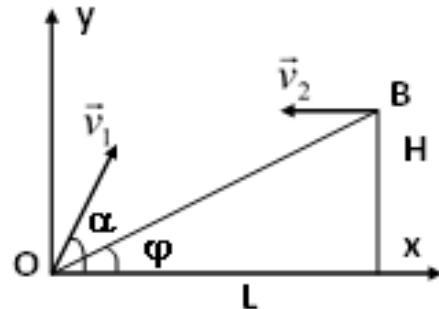
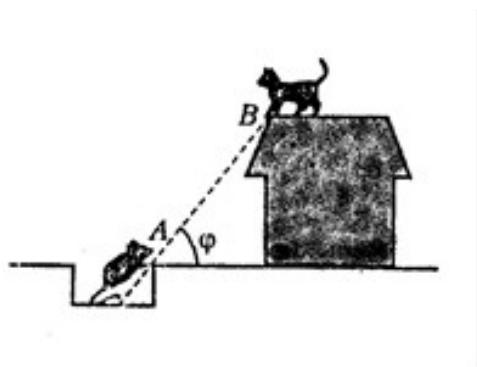
Bài 10. Một hòn đá được ném lên từ mặt đất với vận tốc ban đầu hướng tới điểm A. Hai điểm O và A cùng nằm trên mặt phẳng thẳng đứng và điểm A cách mặt đất một khoảng bằng $AH=h$. Một giây sau khi ném hòn đá rơi đúng điểm H. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy $g=10\text{m/s}^2$. Tìm h .

$$\text{ĐS: } h = \frac{g}{2} = 5\text{m}$$

Bài 11. Ném một hòn đá từ điểm O trên mặt đất, sau một giây nó đến điểm B. Biết rằng véc tơ vận tốc tại B vuông góc với vận tốc ban đầu. Xác định khoảng cách OB. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

ĐS: 5m.

Bài 12. Chú mèo Tom ở đầu một nóc nhà (điểm B trên hình) nhảy xuống vồ chuột Jerry. Nhưng Jerry ở dưới đất (điểm A) phát hiện và dùng súng cao su bắn vào Mèo. Viên sỏi bắn ra từ súng cao su của Jerry cùng lúc Tom nhảy xuống và đập vào Tom ở chính giữa đoạn AB. Tính độ cao H của nóc nhà. Biết góc hợp bởi AB với phương ngang là $\phi = 30^\circ$, vận tốc của sỏi bắn ra từ súng của Jerry là 7m/s còn Tom nhảy theo phương ngang. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



$$DS: H = \frac{v_1^2 4 \tan^2 \phi}{g(1 + 4 \tan^2 \phi)} = 2,8\text{m}$$

Bài 13. Hai vật nhỏ được ném đồng thời từ cùng một điểm: vật (1) được ném thẳng lên, vật (2) ném xiên góc $\alpha = 60^\circ$ so với phương ngang. Vận tốc ban đầu của mỗi vật có độ lớn là $v_0 = 25\text{ m/s}$. Bỏ qua sức cản của không khí. Tìm khoảng cách giữa hai vật sau thời gian 1,7s kể từ lúc ném?

Đơn vị tính: Khoảng cách(m)

$$DS: d = v_0 \cdot t \sqrt{\cos^2 \alpha + (\sin \alpha - 1)^2}$$

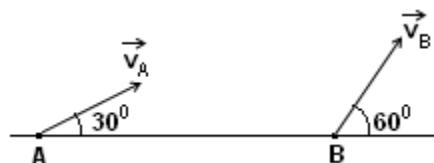
Bài 14. Một hòn đá được ném tốc độ v từ độ cao H so với mặt đất với góc ném α so với mặt phẳng nằm ngang. Hòn đá rơi đến đất cánh chõ ném theo phương ngang một khoảng L .

a) Lập phương trình quỹ đạo chuyển động của vật theo v , H , g , α , L .

b) Cho $H = 3\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$, $L = 42\text{ m}$, $g = 10\text{m/s}^2$ Tìm tốc độ v của hòn đá khi ném.

$$\text{ĐS: } v_0 = 14\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

Bài 15. Hai điểm A, B ở trên mặt đất, cách nhau 10 (m). Từ A bắn vật 1 với góc bắn 30° . Từ B bắn vật 2 với góc bắn 60° (như hình vẽ). Vận tốc ban đầu của hai vật đều có độ lớn bằng 40 (m/s) và đồng phẳng. Cho biết vật 2 được bắn sau khi bắn vật 1 là τ (s) và trên đường bay hai vật sẽ va chạm nhau ở điểm M. Lấy $g = 10\text{ (m/s}^2)$



Xác định τ và tọa độ điểm M.

$$\text{ĐS: Với } \tau \approx 0,2 \text{ (s)}, y_M = 7,2 \text{ (m)}, x_M = 13,8 \text{ (m)}$$

Bài 16. Một máy bay ném bom, bay theo phương ngang ở độ cao $H = 500\text{ m}$ so với mặt đất, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 2\text{ m/s}^2$ và các quả bom lân lượt được thả sau những khoảng thời gian bằng nhau $t = 0,5\text{ s}$. Tìm khoảng cách giữa các điểm rơi của quả bom thứ 9 và thứ mười một trên mặt đất nếu quả bom thứ nhất được thả ra khi vận tốc của máy bay là $v_0 = 100\text{ m/s}$. Cho $g = 10\text{ m/s}^2$ và bỏ qua sức cản không khí.

$$\text{ĐS: } \Delta S = 129\text{m}$$

Bài 17. Một ôtô của địch đang leo thăng lên một quả đồi với vận tốc không đổi là $2,5\text{m/s}$. Đồi có sườn dốc là một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang một góc bằng 30° . Trong mặt phẳng thăng đứng có chứa ôtô, người ta bắn quả đạn pháo từ chân đồi với góc bắn 60° so với phương ngang. Lúc bắn thì ôtô cách pháo 500m . Muốn đạn bắn trúng ôtô thì vận tốc của đạn phải là bao nhiêu? Cho $g = 10\text{ m/s}^2$.

$$\text{ĐS: } v = 88,9747\text{m/s.}$$

Bài 18. Một vật được ném từ điểm O nào đó, sau thời gian 1s vật rơi xuống đất. Vận tốc vật ngay trước khi chạm đất có phương vuông góc với vận tốc lúc ném. Tìm khoảng cách từ điểm ném tới điểm chạm đất?

ĐS: 4,9 (m).

Bài 19. Một vật được ném lên từ mặt đất với vận tốc v_o nghiêng góc α với phương ngang. Cách điểm ném khoảng nào đó có tẩm thép thẳng đứng, mặt phẳng quỹ đạo của vật vuông góc với tẩm thép, và chạm giữa vật với tẩm thép là tuyệt đối đàn hồi.

1. Cho khoảng cách từ tẩm thép tới điểm ném là L. Điểm rơi của vật cách tẩm thép bao nhiêu?
2. Nếu tẩm thép chuyển động với vận tốc u về phía vật và sau va chạm vật rơi trở về đúng điểm ném thì thời gian từ lúc ném đến lúc va chạm bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } 1. x = L_{\max} - L = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} - L; \quad 2. t = \frac{v_o \sin \alpha \cdot (v_o \cos \alpha + 2u)}{(v_o \cos \alpha + u)g}$$

Bài 20. Một thùng hình trụ dài l nghiêng góc α với phương ngang. Một quả cầu nhỏ bay với vận tốc v_o theo phương ngang vào thùng và va chạm đàn hồi với thùng. Tìm thời gian quả cầu chuyển động trong thùng?

$$\text{ĐS: + Nếu } \frac{\frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{\leq L \text{ thì } t = \frac{2v_o}{g} \cdot \cot \alpha}$$

$$+ \text{Nếu } \frac{\frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{> L \text{ thì } t_1 = \frac{v_o}{g} \cot \alpha \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2gL \tan \alpha}{v_o^2 \cos^2 \alpha}} \right)}$$

Bài 21. Chứng minh rằng từ một độ cao nào đó so với mặt đất ta ném một vật thì khi đạt tới tầm xa cực đại, vận tốc ban đầu và vận tốc ngay trước khi chạm đất vuông góc với nhau.

Gợi ý: Sử dụng công thức: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ trong đó \vec{v}_0 là vận tốc ban đầu, \vec{v} là vận tốc tại thời điểm t.

Bài 22. Từ hai điểm ở cùng độ cao h trên mặt đất và cách nhau một khoảng l, người ta đồng thời ném hai hòn đá: một hướng lên trên theo phương thẳng đứng với vận tốc v_1 và một theo phương nằm ngang với vận tốc v_2 . Hỏi trong quá trình hai hòn đá chuyển động, khoảng cách ngắn nhất giữa chúng bằng bao nhiêu? Hãy xác định thời điểm đó.

Biết rằng vận tốc ban đầu của hai hòn đá cùng nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng.

$$\text{ĐS: } d = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} ; t = \frac{lv_2}{v_1^2 + v_2^2}$$

Bài 23. Một người đứng tại chỗ ném một hòn đá với vận tốc v_0 thì nó có thể rơi đến một khoảng cách không xa hơn x_0 . Hòn đá có thể rơi xa thêm một khoảng bằng bao nhiêu nếu người ném đó đang chạy với vận tốc v theo hướng ném ?

Cho gia tốc trọng trường tại nơi ném là g . Bỏ qua sức cản của không khí cũng như chiều cao của người ném.

$$\text{ĐS: } \Delta x = \frac{v}{g} \sqrt{2v_0^2 - v^2}$$

Bài 24. Ném một viên đá từ điểm A trên mặt phẳng nghiêng với vận tốc \vec{v}_0 hợp với mặt phẳng ngang một góc $\beta = 60^\circ$, biết $\alpha = 30^\circ$. Bỏ qua sức cản của không khí.

- Tính khoảng cách AB từ điểm ném đến điểm viên đá rơi.
- Tìm góc φ hợp bởi phương véc tơ vận tốc và phương ngang ngay sau viên đá chạm mặt phẳng nghiêng và bán kính quỹ đạo của viên đá tại B.

$$\text{ĐS: a. } l = \frac{-2v_0^2 \cos \beta \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0^2}{3g}; \quad \varphi = 30^\circ; R = \frac{2v_0^2}{3\sqrt{3}g}$$

Bài 25. Một chiếc côngtenơ đặt sao cho mặt trên nằm ngang được cắn cẩu cẩu lên thẳng đứng lên cao với gia tốc $a = 0,5 \text{ m/s}^2$. Bốn giây sau khi rời mặt đất người ngồi trên mặt côngtenơ ném một hòn đá với vận tốc $v_0 = 5,4 \text{ m/s}$ theo phương làm với mặt phẳng ngang côngtenơ góc $\alpha = 30^\circ$.

- Tính thời gian từ lúc ném đá đến lúc nó rơi xuống mặt đất. Biết côngtenơ

cao $h = 6(m)$

- b. Tính khoảng cách từ nơi đá chạm đất đến vị trí ban đầu của tảng bê tông
(coi như một điểm) lấy $g = 10m/s^2$.

ĐS: a. $t \approx 2s$; b. $9,4m$

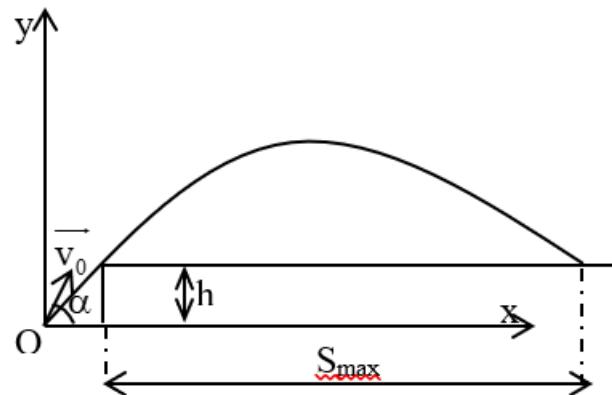
Bài 26. Người ta đặt một súng cối dưới một căn hầm có độ sâu h . Hỏi phải đặt súng cách vách hầm một khoảng 1 bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa S của đạn trên mặt đất là lớn nhất? Tính tầm xa này biết vận tốc đầu của đạn khi rời súng là v_0 .

Bài 27. Dưới hầm có độ sâu h , đặt một súng cối. Hỏi phải đặt súng cách vách hầm khoảng cách 1 bằng bao nhiêu và nòng súng nghiêng góc α bằng bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa trên mặt đất là lớn nhất? Tính tầm xa đó. Vận tốc ban đầu của đạn là V_0 .

$$\alpha = \arccos \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}$$

ĐS:

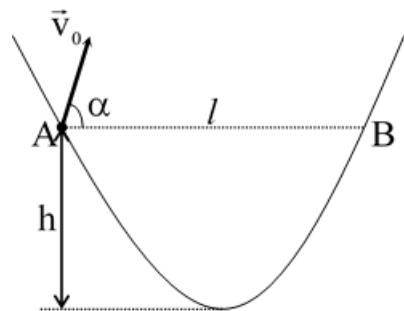
$$X = \frac{2v_0^2}{g} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \cdot \sqrt{v_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right) - 2gh}$$



Bài 28. Một bờ vực mặt cắt đứng có dạng một phần parabol (hình vẽ). Từ điểm A trên sườn bờ vực, ở độ cao $h = 20m$ so với đáy vực và cách điểm B đối diện trên bờ bên kia (cùng độ cao, cùng nằm trong mặt phẳng cắt) một khoảng $l = 50m$, bắn một quả đạn pháo xiên lên với vận tốc $v_0 = 20m/s$, theo hướng hợp với phương nằm ngang góc $\alpha = 60^\circ$. Bỏ qua lực cản của không khí và lấy $g = 10m/s^2$. Hãy xác định khoảng cách từ điểm rơi C của vật đến vị trí A ném vật.

Nhận xét Nếu ta vẽ phác họa quỹ đạo chuyển động của vật sau khi ném thì thấy điểm ném vật và điểm vật rơi là hai giao điểm của hai parabol. Vị trí các giao điểm được xác định khi biết phương trình của các parabol.

ĐS: AC=42,37m



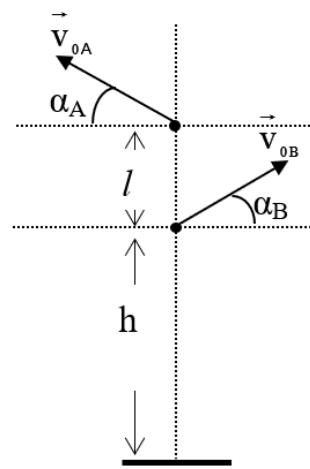
Bài 29. Hai vật nhỏ A và B cùng nằm trên một đường thẳng đứng nhưng có độ cao chênh lệch nhau $l=2\text{m}$. Ném đồng thời hai vật lên cao theo phương hợp với phương nằm ngang góc

$\alpha_A = 30^\circ$ và $\alpha_B = 45^\circ$. Hai vật chuyển động ngược chiều và có

vận tốc ban đầu $v_{0A} = 4\text{m/s}$; $v_{0B} = 5\text{m/s}$. Bỏ qua sức cản của

không khí và coi độ cao ban đầu đủ lớn, lấy $g=10\text{m/s}^2$. Tính khoảng cách giữa hai vật khi vận tốc toàn phần của chúng vuông góc với nhau.

ĐS: $d = 2,7032\text{m}$



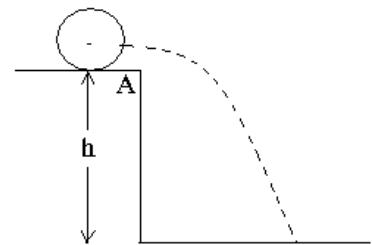
Bài 30. Cầu bé B đang ở ban công. Cầu bé A đang ở dưới đất và ném một quả bóng lên. Quả bóng sau khi vạch một đường cong rơi trúng chân cầu bé B và mất một khoảng thời gian 1s. Biết rằng các vectơ vận tốc của quả bóng khi ném và lúc rơi trúng chân cầu bé B vuông góc với nhau. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, bỏ qua sức cản của không khí.

a) Tính khoảng cách giữa hai cầu bé.

b) Cầu bé B phải ném trở lại với tốc độ nhỏ nhất bằng bao nhiêu để bóng trúng chân cầu bé A, nếu biết độ cao của ban công là 3m ?

ĐS: a. 5m; b. $2\sqrt{5}$ m/s.

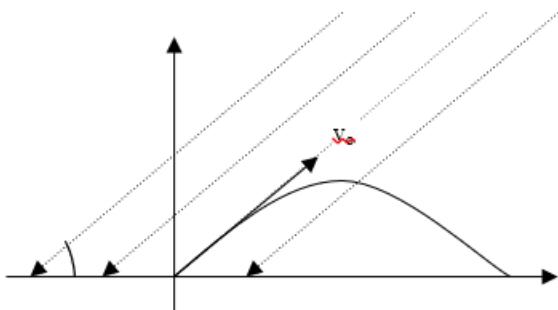
Bài 31. Ở mép của một chiếc bàn chiều cao h , có một quả cầu đồng chất bán kính $R = 1\text{cm}$ ($R \leq h$). Đẩy cho tâm O của quả cầu lệch khỏi đường thẳng đứng đi qua A, quả cầu rơi xuống đất vận tốc ban đầu bằng 0. Tính thời gian rơi và tầm xa của quả cầu ($g = 10\text{m/s}^2$).



$$t = \frac{-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}g}; \quad X = \frac{2}{27} \sqrt{\frac{2R}{g}} (-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh})$$

ĐS:

Bài 32. Mặt trời nằm ở độ cao góc φ so với mặt phẳng ngang. Hỏi cần phải ném một vật trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua mặt trời dưới góc ném α bằng bao nhiêu để bóng của vật đi được quãng đường lớn nhất trên mặt đất?



ĐS:

- + Khi $\varphi = 45^\circ$, ta cần ném vật thẳng đứng $\alpha = 90^\circ$ hoặc góc $\alpha = 45^\circ$
- + Khi $\varphi < 45^\circ$, Vậy ta cần ném vật thẳng đứng $\alpha = 90^\circ$
- + Khi $\varphi > 45^\circ$, ta cần ném vật dưới góc 45°

Bài 33. Cần ném một quả bóng chuyền bán kính r từ độ cao $h=2\text{m}$, cách rổ bóng $l=5\text{m}$ theo phương ngang treo ở độ cao $H=3\text{m}$ với góc ném α nhỏ nhất là bao nhiêu để nó bay qua rổ từ trên xuống mà không va chạm với vòng rổ. Cho bán kính vòng rổ là $R=2r$. Bỏ qua biến thiên vận tốc bóng trong thời gian bay qua miệng rổ.

ĐS: $\alpha \approx 44^\circ$

Bài 34. Từ điểm A một vật được ném xiên góc, sau khi va chạm đàn hồi tại điểm B với một mặt phẳng nghiêng, nó nảy lên và lại rơi xuống chính điểm A. Thời gian bay từ A đến B là $t_1=1,2(s)$; từ B về A là $t_2=1(s)$. Tìm khoảng cách AB?

ĐS: 6m.

Bài .35 Có 3 viên bi nhỏ đồng chất giống nhau, được thả rơi tự do cùng một lúc, không vận tốc đầu từ ba vị trí A (bi 1), B (bi 2), C (bi 3) trên cùng một đường thẳng đứng (Hình 1). Biết $AD=AB=BC=a$, với D là một điểm trên sàn mà bi 1 sẽ va chạm với sàn ở đó.

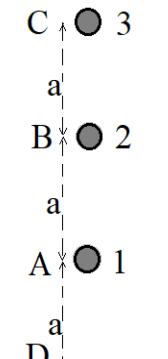
Coi các va chạm tuyệt đối đàn hồi xuyên tâm; bỏ qua lực cản không khí; bỏ qua sự thay đổi gia tốc rơi tự do g theo độ cao; bỏ qua thời gian va chạm. Chọn mốc thời gian lúc các bi bắt đầu rơi. Gọi T_1 là thời gian rơi tự do của bi 1 ở độ cao a đến khi chạm sàn lần đầu.

a. Vẽ phác họa đồ thị tọa độ - thời gian của các viên bi trên cùng hình vẽ trong thời gian $0 \leq t \leq 2\sqrt{3}T_1$. Hãy mô tả đồ thị trên cho từng viên bi.

b. Gọi T_2, T_3 lần lượt là những thời điểm nhỏ nhất bi 2 và bi 3 nảy lên đạt độ cao lớn nhất sau những va chạm. Tìm T_2, T_3 .

c. Tìm độ cao lớn nhất mỗi viên bi sau nhiều lần va chạm.

$$\text{ĐS: b. } T_2 = 4\sqrt{\frac{a}{g}} = 2\sqrt{2}T_1; T_3 = 2\sqrt{\frac{6a}{g}} = 2\sqrt{3}T_1; \text{ c. } h_{1max} = a, h_{2max} = 2a, h_{3max} = 3a$$



Hình 1

I.3. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CHUYỂN ĐỘNG.

Bài 1. Hai vật cách nhau 100m chuyển động trên một đường thẳng đến gặp nhau với vận tốc lần lượt là $v_1 = 5m/s$; $v_2 = 5m/s$, trong khoảng 2 vật trên đoạn thẳng mà chúng chuyển động có một vật nhỏ luôn chuyển động thẳng đều với vận tốc $v = 30 m/s$ cùng chuyển động trên đường thẳng mà 2 vật (1) và (2) chuyển động. Mỗi khi vật trên đến gặp vật (1) hoặc vật (2) thì vận tốc của nó sẽ đổi hướng ngược trở lại và coi như vẫn giữ nguyên độ lớn vận tốc của nó. Hỏi khi vật (1) và vật (2) gặp nhau thì quãng đường vật nhỏ đi được có tổng chiều dài là bao nhiêu?

ĐS: 300m.

Bài 2. Hai vật chuyển động với vận tốc không đổi trên hai đường thẳng vuông góc với nhau cho $v_1 = 30\text{m/s}$, $v_2 = 20\text{m/s}$. Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật một giao điểm của quỹ đạo đoạn $S_1 = 500\text{m}$, hỏi lúc đó vật hai cách giao điểm trên một đoạn S_2 là bao nhiêu?

ĐS: 750m.

Bài 3. Một ô tô đi trong cơn mưa với tốc độ 54km/h . Gió thổi ngược chiều xe chạy với tốc độ 3m/s . Một người ngồi trên xe thấy các hạt nước mưa rơi xuống theo phương tạo với đường thẳng đứng một góc 45° .

- a. Xác định vận tốc của ô tô đối với gió.
- b. Xác định vận tốc của các hạt nước mưa đối với mặt đất.

ĐS: a. 18 m/s ; b. $18,25\text{ (m/s}^2)$.

Bài 4. Hai chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Vận tốc của chất điểm (1) và (2) phụ

$$v_1 = 1 - \sin 2t; v_2 = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2t \right)$$

thuộc thời gian theo quy luật

Trong đó $v(\textcolor{brown}{m / s})$; $t(\textcolor{brown}{s})$.

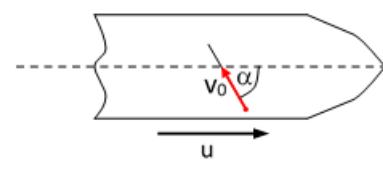
1. Xác định những thời điểm mà vận tốc hai vật bằng nhau.
2. Trong hệ quy chiếu gắn với vật (2) thì vật (1) chuyển động với vận tốc bao nhiêu. Tìm những thời điểm mà độ lớn vận tốc này là lớn nhất, nhỏ nhất.

ĐS: 1. $t = k\pi$ ($k \in \mathbb{N}^*$); 2. Độ lớn vận tốc lớn nhất $v_{12} = 2\text{ (m / s)}$ tại $t = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vận tốc nhỏ nhất $v_{12} = 0$ tại $t = k\pi$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Bài 5. Cho vận tốc dòng nước là \vec{u} và vận tốc của thuyền khi nước đứng yên là \vec{v}_{td} . Hỏi người chèo thuyền phải chèo theo hướng nào để thuyền bị trôi theo dòng nước là ít nhất?

ĐS: Nếu $v_{td} > u$ thì $\sin \alpha = u / v_{td}$. Nếu $v_{td} < u$ thì $\sin \alpha = v_{td} / u$



Hình 1.

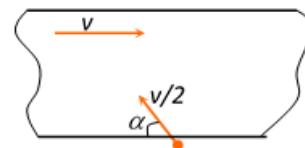
Bài 6. Trên boong một con tàu thủy đang chuyển động đối với bờ sông với vận tốc $u = 15\text{km/h}$ có một hành khách đi với vận tốc $v_0 = u/3$ đối với boong tàu, theo phương lập với

trục dọc của tàu góc $\alpha = 30^\circ$ (xem H.1). Hãy tìm vận tốc của hành khách đó đối với bờ.

$$v = \frac{u\sqrt{7}}{3}$$

ĐS: $\approx 13\text{km/h}$.

Bài 7 Một băng chuyền chuyển động với vận tốc không đổi v . Băng nằm trong cùng mặt phẳng với mặt bàn. Một hộp nhỏ đang chuyển động trên mặt bàn với vận tốc $v/2$ thì đi vào băng chuyền theo hướng lập một góc α ($\cos \alpha = 1/9$) với mép băng. Hệ số ma sát trượt giữa hộp và băng là μ .



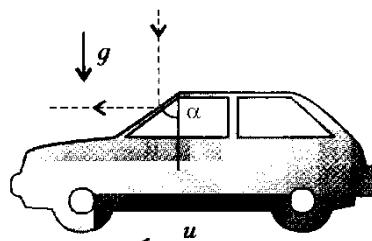
Hình 10.

1. Độ lớn vận tốc của hộp đối với băng vào lúc bắt đầu chuyển động trên băng chuyền bằng bao nhiêu?

2. Với độ rộng tối thiểu của băng bằng bao nhiêu để hộp không đi ra khỏi băng?

$$\text{ĐS: } 1. \quad v_0 = \frac{7v}{6}; \quad 2. \quad d = \frac{7\sqrt{5}}{54} \frac{v^2}{\mu g}.$$

Bài 8. Trong khi trời đang mưa đá, một ô tô chạy trên đường nằm ngang với vận tốc không đổi $u=25\text{km/h}$. Một hạt mưa đá rơi xuống và chạm với tấm kính chắn gió phía trước và bật ra theo phương ngang cùng chiều chuyển động của xe. Kính chắn gió nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương thẳng đứng (H.8). Cho rằng trước khi va chạm vận tốc các hạt mưa có phương thẳng đứng và va chạm là hoàn toàn đàn hồi, hãy tìm vận tốc hạt mưa đá:



1. trước khi va chạm;

2. sau khi va chạm.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

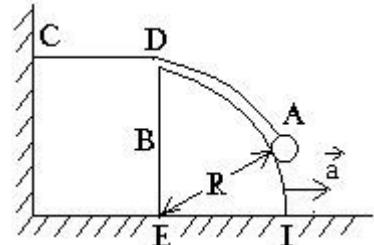
ĐS: 1. $v_1 = u\sqrt{3} \approx 43 \text{ km/h}$; 2. $v_2 = 3u = 75 \text{ km/h}$.

Bài 9. Cho cơ hệ như hình vẽ. B chuyển động sang phải với vận tốc \vec{a} , còn vật nhỏ A được nối với điểm C bằng một sợi dây không dẫn được nâng lên theo đường dối chéo của một mặt trụ của vật B. Mặt này có bán kính R.

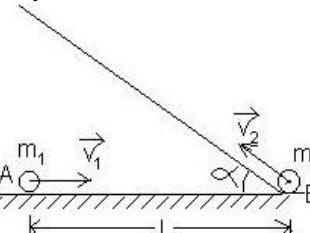
Giả sử tại thời điểm ban đầu vật A nằm trên sàn và đang đứng yên, sợi dây luôn căng.

Hãy tính vận tốc trung bình của vật A trong quá trình A đi từ sàn lên đến điểm cao nhất của trụ B (điểm D).

$$\text{ĐS: } \bar{v} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\pi^2 - 4\pi + 8)aR}{\pi}}$$

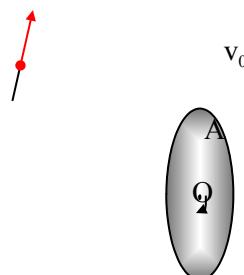


Bài 10. Hai vật m_1 và m_2 chuyển động thẳng đều với vận tốc lần lượt là \vec{v}_1 và \vec{v}_2 . Vật m_2 xuất phát từ B.

Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa chúng trong quá trình chuyển động và thời gian đạt được khoảng cách đó? 

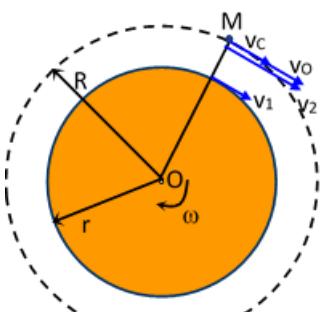
khoảng cách ban đầu giữa chúng là l và góc giữa hai đường thẳng là α .

$$\text{ĐS: } d_{\min} = \frac{l v_2 \sin \alpha}{\sqrt{v_1^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha + v_2^2}}$$



Bài 11. Trong phòng có một cái đĩa quay với vận tốc góc ω không đổi quanh trục cố định O đi qua tâm đĩa và vuông góc với đĩa. Một con bọ dùa bò trên mặt đĩa dọc theo bán kính với vận tốc v_0 đối với đĩa (H.V). Hãy tìm độ lớn vận tốc của con bọ dùa đối với phòng vào thời điểm nó ở điểm A cách trục O khoảng R.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{v_0^2 + \omega^2 R^2}$$



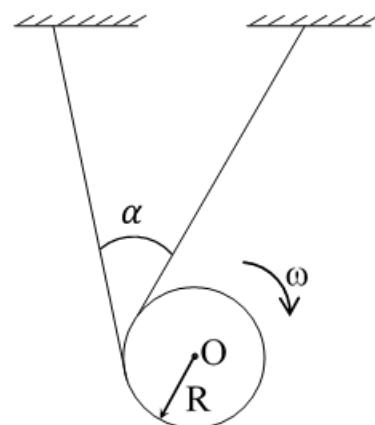
Bài 12. Bán kính của một hành tinh $r = 2000 \text{ km}$. Vận tốc các điểm trên xích đạo bằng $v_1 = 0,6 \text{ km/s}$. Một vệ tinh chuyển động trong mặt

phẳng xích đạo của hành tinh trên quỹ đạo bán kính $R = 3000\text{km}$, theo chiều quay của hành tinh với vận tốc $v_2 = 2\text{km/s}$. Hãy tìm vận tốc của vệ tinh đối với hành tinh.

ĐS: 1,1km/s.

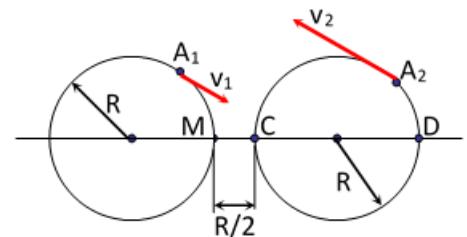
Bài 13. Một đĩa nặng bán kính R có 2 dây không dãn quấn vào. Các đầu tự do của dây gắn chặt (hình 22). Khi khởi đĩa chuyển động thì dây luôn căng. Ở một thời điểm vận tốc góc của đĩa bằng ω và góc giữa các dây là α . Tìm vận tốc của tâm đĩa ở thời điểm này.

$$\text{ĐS: } v = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}$$



Bài 14. Trên hai đường tròn bán kính mỗi đường bằng R , nằm trong cùng một mặt phẳng, có hai ô tô A_1 và A_2 chuyển động với các vận tốc $v_1 = v = 20\text{km/h}$ và $v_2 = 2v$. Kích thước các ô tô rất nhỏ so với R . Vào một thời điểm nào đó thì các ô tô nằm ở các điểm M và C cách nhau $R/2$ (H.6).

- 1) Hãy tìm vận tốc của ô tô A_2 đối với hệ quy chiếu gắn liền với ô tô A_1 vào thời điểm đó.
- 2) Hãy tìm vận tốc của ô tô A_2 đối với hệ quy chiếu gắn liền với ô tô A_1 khi A_2 ở điểm D.

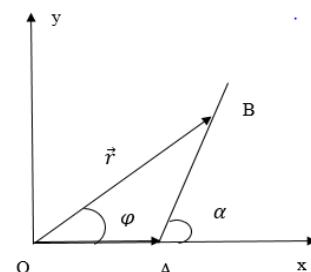


Hình 6.

ĐS: 1. 10km/h; 2. 110km/h.

I.4 ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ.

Bài 1. Chất điểm bắt đầu chuyển động từ A theo đoạn thẳng AB với vận tốc bất kì. Lấy một điểm O ngoài



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

AB làm cực và OA làm trục cực. Tìm phương trình chuyển động của chất điểm dưới dạng tọa độ cực.

$$\text{ĐS: } r = r_o \cdot e^{\varphi \cos 2\alpha} \left[\sin \varphi - \cos \varphi \cot \alpha \right] \frac{2}{1 + \cot^2 \alpha}$$

Bài 2. Có hai tàu A và B cách nhau một khoảng a đồng thời tàu A và B chuyển động với vận tốc không đổi lần lượt là v và u ($v > u$). Tàu B chuyển động trên một đường thẳng (đường thẳng này vuông góc với đoạn thẳng nối các vị trí ban đầu của hai tàu, còn tàu A luôn hướng về tàu B).

Hỏi sau bao lâu tàu A đuổi kịp tàu B ?

$$\text{ĐS: } \frac{av}{v^2 - u^2}$$

Bài 3. Một người dạo chơi C đi dọc theo một con đường thẳng trùng với trục Ox với vận tốc không đổi là v . Con chó của người này ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) ở điểm A, cách O một khoảng là L ($OA \perp Ox$) bắt đầu chạy với vận tốc không đổi là u luôn hướng về phía chủ. Sau bao lâu con chó đuổi kịp chủ nếu $u > v$.

$$\text{Áp dụng kết quả tích phân: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} \left(\tan \frac{x}{2} \right)^\lambda dx = \frac{\lambda}{\lambda^2 - 1}; \text{ với } \lambda > 1.$$

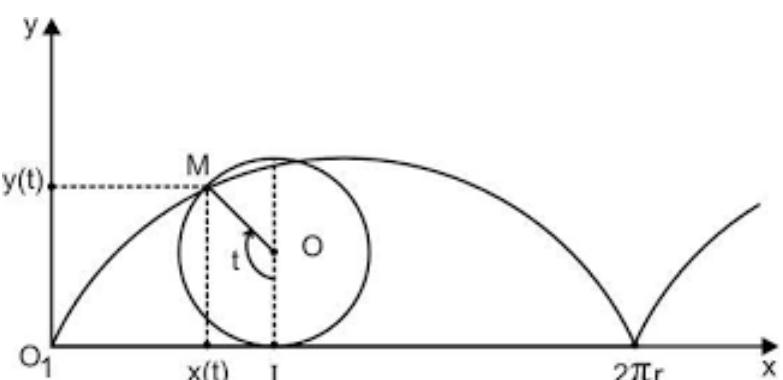
$$t_0 = \frac{Lu}{\left(\frac{u}{v} \right)^2 - 1}$$

ĐS:

Bài 4. Hệ tọa độ trụ. **Chuyển động cycloid**

Xét chuyển động lăn không trượt của đường tròn trên đường thẳng. Giả sử vận tốc của tâm đường tròn là $v(t)$ và bán kính của đường tròn là R .

a. Lập phương trình chuyển động của một điểm M bất kì thuộc đường tròn.



b. Khảo sát vận tốc và gia tốc của M những lúc những nó ở trên đường thăng tựa của đường tròn.

c. Giả sử $V=V_0 = \text{const}$, khảo sát tính biến đổi chuyển động trên một cung quỹ đạo ứng với một vòng lăn của đường tròn.

$$x_M = R(\varphi - \sin \varphi)$$

$$y_M = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V(t) dt$$

ĐS: a. ; b. Vận tốc $v_x = 0$ và $v_y = 0$; Gia tốc: $a_x = 0$ và $a_y = \frac{R\dot{\varphi}^2}{R}$

$$a_x = \frac{V_0^2}{R} \sin \varphi$$

$$v_x = V_0(1 - \cos \varphi)$$

$$c. Vậy \varphi = \frac{V_0 t}{R}. Vận tốc: v_y = V_0 \sin \varphi ; Gia tốc: a_y = \frac{V_0^2}{R} \cos \varphi$$

Nếu $0 < \varphi < \pi$ là chuyển động nhanh dần; nếu $\pi < \varphi < 2\pi$ là chuyển động chậm dần.

Bài 5. (Đề thi HSGQG 2005): Một ca nô chuyển động từ bến A của bờ sông bên này sang bờ sông bên kia. Sông thăng và có chiều rộng là b. Người ta dựng hệ tọa độ Oxy mà gốc O tại A, trục Ox vuông góc với bờ sông, cắt bờ đối diện ở B, trục Oy hướng dọc bờ sông theo chiều nước chảy. Do cấu tạo của dòng sông, vận tốc chảy u của nước tại điểm có tọa độ x phụ thuộc vào x theo quy luật:

$$u = [(1 + \frac{x}{5b}) - (\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5})h(x - \frac{b}{2})]u_o$$

Trong đó u_o là một hằng số dương, còn $h(x - \frac{b}{2})$ là hàm Heaviside của biến $(x - \frac{b}{2})$.

Hàm Heaviside của biến X được định nghĩa như sau:

$$h(X) = 0 \text{ khi } X < 0$$

$$h(X) = 1 \text{ khi } X \geq 0$$

1. Giả sử vận tốc của ca nô đối với nước có độ lớn v_o không đổi và luôn hướng theo phương vuông góc với bờ sông.

- a. Xác định phương trình quỹ đạo và phác họa quỹ đạo của ca nô
- b. Khi cập bờ bên kia, ca nô cách B một đoạn bao nhiêu?
- c. Chứng minh rằng gia tốc của ca nô so với bờ sông phụ thuộc bậc nhất vào v_o . Tại sao gia tốc này lại đổi hướng đột ngột tại $x = b/2$

2. Giả sử vận tốc của ca nô đối với nước luôn hướng theo hướng vuông góc với bờ song nhưng có độ lớn thay đổi sao cho ca nô cập bờ bên kia ở điểm cách B một đoạn c về phía hạ lưu theo một quỹ đạo thẳng. Lập vận tốc của ca nô theo x.

$$\text{ĐS: 1a. } y = \frac{u_o}{v_o} x + \frac{u_o}{10v_o b} x^2 - \left[\frac{u_o x^2}{5b v_o} - \frac{u_o x}{5v_o} + \frac{u_o b}{20v_o} \right] h(x - \frac{b}{2}) ; \text{ 1b. } s = y(b) = \frac{21u_o b}{20v_o}$$

$$v = \frac{u_o b}{c} \left[\left(1 + \frac{x}{5b} \right) - \left(\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5} \right) h(x - \frac{b}{2}) \right]$$

2.

Bài 6. Một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng xOy. Tọa độ của chất điểm thay đổi theo quy luật $x = A \sin \omega t$, $y = A(1 - \cos \omega t)$, với A, ω là hai hằng số dương. Hãy xác định:

- a. Quãng đường đi được của chất điểm sau thời gian τ
- b. Góc giữa vectơ vận tốc và vectơ gia tốc của điểm đó.

$$\text{ĐS : a. } s = \omega A \tau; \text{ b. } \angle(\vec{v}, \vec{a}) = \frac{\pi}{2}$$

Bài 7. Một hạt chuyển động theo một quỹ đạo phẳng $y(x)$ với vận tốc v có độ lớn không đổi. Hãy xác định gia tốc của hạt và bán kính cong của quỹ đạo tại điểm $x = 0$, nếu quỹ đạo có dạng:

- a. Một parabol $y = \alpha x^2$

$$\text{b. Một elip } \left(\frac{x}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{y}{\beta}\right)^2 = 1 \text{ trong đó } \alpha, \beta \text{ là những hằng số.}$$

$$\text{ĐS: a. } R = \frac{\alpha}{2}; a = 2\alpha v^2$$

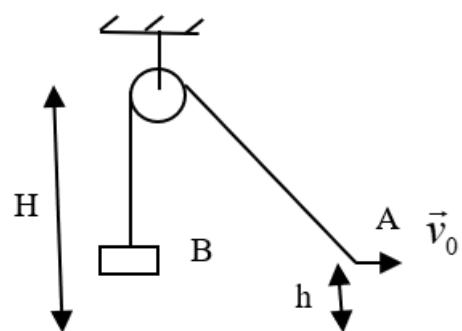
Bài 8. Một quả bóng bàn bắt đầu rơi tự do từ độ cao h so với mặt sàn. Sau khi va chạm với mặt sàn nó lại nảy lên nhưng mất đi một phần động năng. Tính thời gian chuyển động của quả bóng bàn nếu coi rằng tỉ số của độ lớn vận tốc của nó sau và trước mỗi lần va chạm với mặt sàn không đổi và bằng e ($e < 1$). Gia tốc rơi tự do bằng g .

$$\text{ĐS: } t = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (số va chạm } n \rightarrow \infty \text{)}$$

Bài 9. Một đầu dây không giãn vắt qua ròng rọc cố định treo vật nhỏ B, đầu dây kia là điểm A trong tay người đi trên mặt phẳng ngang theo một đường thẳng với vận tốc không đổi $v_0 = 1\text{m/s}$. A luôn cách mặt đất $h = 1\text{m}$. Khi người bắt đầu chuyển động, vật B ở mặt đất, dây ở hai bên ròng rọc đều căng và có phương thẳng đứng.

Độ cao của ròng rọc là $H = 10\text{m}$. Bán kính ròng rọc không đáng kể.

- a) Tìm quan hệ hàm số giữa độ cao của vật B và thời gian người chuyển động.
 b) Tìm vận tốc của vật B khi người đi được khoảng thời gian t .
 c) Để vật chạm tới ròng rọc thì người cần chuyển động trong khoảng thời gian tối thiểu bằng bao nhiêu?



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

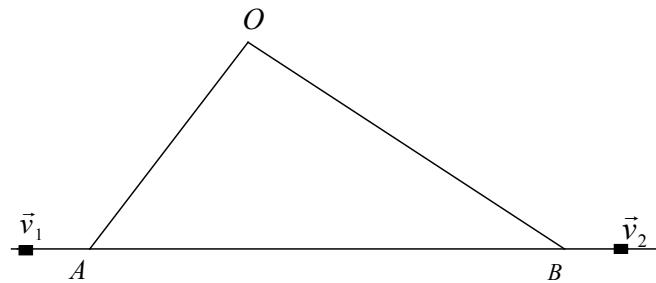
$$\text{ĐS: a. } y_B = \sqrt{t^2 + 81} - 9; \text{ b. } v = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 81}}; \text{ c. } t = 16,73\text{s.}$$

Bài 10. Hai thanh cứng bằng kim loại có chiều dài $OA = l_1$ và $OB = l_2$, liên kết với nhau bởi khớp nối O,

được đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang.

Người ta kéo hai đầu A, B của thanh theo

cùng phương AB nhưng ngược chiều nhau



với vận tốc không đổi lần lượt là v_1 và v_2 . Tìm gia tốc của khớp nối O lúc hai thanh vuông góc nhau?

$$a = \frac{(v_1 + v_2)^2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)}$$

ĐS: Độ lớn gia tốc khớp nối: $a = \frac{(v_1 + v_2)^2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)}$. Hướng của \vec{a} hợp với thanh OB một

$$\tan \alpha = \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2$$

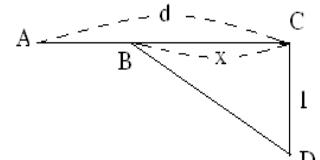
góc α :

Bài 11 Một chiếc ca nô xuất phát từ điểm A trên đường cái, ô tô này cần đến điểm D (trên đồng cỏ) trong thời

gian ngắn nhất. Biết $AC = d; CD = l$.

Vận tốc ô tô chạy trên đường cái (v_1) lớn hơn vận tốc ô tô trên đồng cỏ (v_2) n lần.

Hỏi ô tô phải rời đường cái tại một điểm B cách C một đoạn x là bao nhiêu?



$$\text{ĐS: } x = \frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}}, \text{ thời gian ngắn nhất } t_{\min} = \frac{d + l\sqrt{n^2 - 1}}{v_1}.$$

Bài 12. Một quả bóng được ném xuống một mặt sàn nằm ngang. Độ lớn thành phần vận tốc quả bóng theo phương ngang và phương thẳng đứng thay đổi sau mỗi va chạm theo quy luật: $v_{0xn+1} = \varepsilon_x \cdot v_{0xn}$ và $v_{0yn+1} = \varepsilon_y \cdot v_{0yn}$ (Trong đó: v_{0n} , v_{0n+1} tương ứng là vận tốc sau lần va chạm thứ n và thứ $n + 1$; ε_x , ε_y là hằng số và nhỏ hơn 1). Quãng đường theo phương ngang và thời gian từ va chạm đầu đến khi dừng lại là L và t_0 . Tìm góc hợp bởi vận tốc bóng theo phương ngang ngay sau va chạm đầu tiên theo L , t_0 , ε_x và ε_y . Cho biết số va chạm là rất lớn.

$$\text{ĐS: } \tan \alpha = \frac{v_{0x_1}}{v_{0y_1}} = \frac{g(1 - \varepsilon_x)^2 t_0^2}{2L(1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)}$$

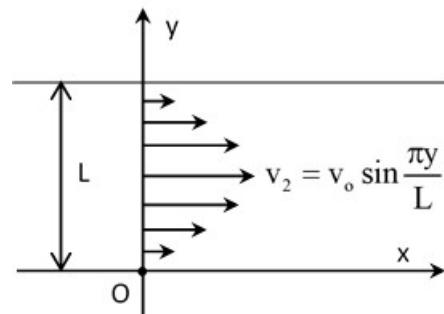
Bài 13. Một con thuyền bơi qua sông theo phương vuông góc với dòng chảy, với vận tốc không đổi là v_1 . Tại mọi nơi dòng chảy luôn luôn song song với hai bờ, nhưng giá trị vận tốc của nó phụ thuộc vào khoảng cách đến bờ, được biểu

diễn theo công thức: $v_2 = v_o \sin \frac{\pi y}{L}$ (L : chiều rộng con sông), v_o và L là hằng số (hình 1). Hãy tìm:

a) Giá trị vận tốc con thuyền tính trong hệ quy chiếu gắn với bờ sông.

b) Xác định khoảng cách từ điểm O đến điểm thuyền cập bến ở bờ bên kia theo phương Ox.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{v_1^2 + v_o^2 \sin^2 \frac{\pi y}{L}} ; \text{ b. } x = \frac{2v_o L}{\pi v_1}$$



Hình 1

Bài 14. Trên mặt phẳng nằm ngang có một cột trụ bán kính R thẳng đứng, người ta dùng một sợi dây chỉ mảnh không dãn, khối lượng không đáng kể để nối một vật nhỏ với một điểm trên vòng trụ, điểm này sát mặt phẳng ngang.

Ban đầu vật nhỏ nằm yên trên mặt phẳng và dây

ở tư thế căng, lúc này chiều dài dây là L. Truyền cho

vật vận tốc v_0 hướng vuông góc với dây và vật chuyển

động trên mặt phẳng ngang cuộn dây vào trụ.

Hỏi sau bao lâu dây cuộn hết trụ? Giả thiết trong khi chuyển động dây luôn nằm ngang.

Bỏ qua ma sát và bề dày của dây.

$$\text{ĐS: } t = \frac{L^2}{2v_0 R}$$

Bài 15. Một hạt chuyển động theo chiều dương của trục ox với vận tốc sao cho $v = a\sqrt{x}$ (a là hằng số dương). Biết lúc $t = 0$ hạt ở vị trí $x=0$.

Hãy xác định :

a. Vận tốc và gia tốc của hạt theo thời gian.

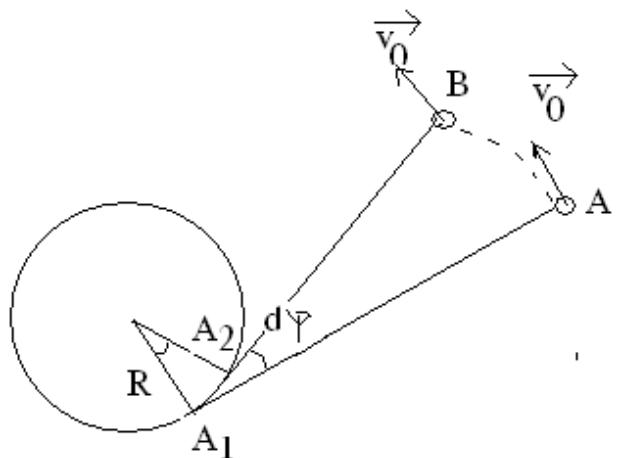
b. Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ vị trí $x = 0$ đến vị trí x .

$$\text{ĐS: a. Vận tốc } v = \frac{a^2}{2}t; \text{ gia tốc } w = \frac{a^2}{2}; \text{ b. } \bar{v} = \frac{a\sqrt{x}}{2}.$$

Bài 16. Một chất điểm chuyển động chậm dần trên một đường thẳng với một gia tốc mà độ lớn w phụ thuộc vận tốc theo định luật $w = a\sqrt{v}$ trong đó a là một hằng số dương. Tại thời điểm ban đầu vận tốc của hạt bằng v_0 .

Hỏi quãng đường mà hạt đi được cho đến khi dừng lại và thời gian đi quãng đường ấy ?

$$\text{ĐS :a. } S = \frac{2}{3a} \cdot v_0^{\frac{3}{2}}; \quad t = \frac{2}{a} \sqrt{v_0}$$



Bài 17. Một chất điểm chuyển động chạm dần trên bán kính R. sao cho tại mỗi điểm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến luôn có độ lớn bằng nhau. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, vận tốc của chất điểm đó là v_0 .

Hóy xóc định:

- a. Vận tốc của chất điểm theo thời gian và theo quãng đường đi được.
- b. Gia tốc toàn phần theo vận tốc và quãng đường đi được.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot e^{\frac{-s}{R}}; \text{ b. } a = \frac{v_0^2 \cdot e^{\frac{-2s}{R}}}{R} \sqrt{2}$$

Bài 18. Một con chó chạy với tốc độ không đổi v_1 đuổi theo con thỏ, con thỏ chạy dọc theo một đường thẳng với tốc độ v_2 . Con chó luôn hướng đến vị trí của con thỏ. Tại thời điểm ban đầu cả hai con vật cùng ở trên một đường thẳng vuông góc với hướng chạy của thỏ và cách nhau một khoảng a.

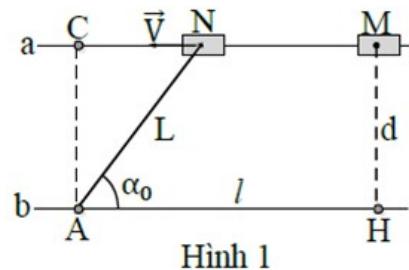
- a) Vận tốc của thỏ và chó phải thỏa mãn điều kiện nào thì chó đuổi kịp thỏ.
- b) Trong điều kiện chó đuổi kịp thỏ, tìm quãng đường mà mỗi con đi được cho đến khi gặp nhau.

$$\text{ĐS: a. } v_1 > v_2; \text{ b. Thỏ chạy } s_1 = \frac{av_1^2}{v_1^2 - v_2^2}; \text{ chó chạy } s_2 = \frac{av_1 v_2}{v_1^2 - v_2^2}$$

Bài 19.

“Running man” là câu chuyện về một cỗ động viên tên là Tiến chạy đuổi theo một chiếc xe buýt của đội bóng mà anh yêu thích.

Cho a và b là hai con đường thẳng song song và ngăn cách nhau bởi một thảm cỏ. Tiến ban đầu ở điểm A, bến xe buýt ở điểm M, các điểm C và H được chọn sao cho ACMH là hình chữ nhật có chiều rộng d và chiều dài $l = \sqrt{3}d$ (Hình 1).



1. Biết độ lớn vận tốc mà Tiến khi chạy trên các đường là v_1 còn khi chạy trên thảm cỏ là $v_2 = v_1/n$ với $n = 2$ và v_1 không đổi.

- a) Tiến cần phải chạy theo quỹ đạo có dạng gồm các đoạn thẳng như thế nào để thời gian đến bến M là ngắn nhất?

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b) Khi quan sát thấy xe buýt bắt đầu rời bến M hướng về C với vận tốc không đổi và có độ lớn $V = 2v_2$ thì Tiến quyết định chạy theo đường thẳng qua thảm cỏ để gặp xe buýt. Từ điểm A, Tiến cần chạy theo hướng nào để gặp được xe buýt?

2. Xe buýt chuyển động từ bến M hướng về C với vận tốc không đổi có độ lớn $V = 36 \text{ km/h}$. Tại thời điểm xe buýt đi qua điểm N với $\angle NAH = \alpha_0 = 60^\circ$ (xem hình vẽ) thì Tiến bắt đầu di chuyển từ điểm A với vận tốc ban đầu bằng không. Tiến chọn cách chạy sao cho véc-tơ vận tốc của mình luôn hướng về xe buýt, còn độ lớn vận tốc luôn tăng để đảm bảo mình luôn tiến lại gần xe buýt với tốc độ không đổi. Tiến có đuổi kịp xe buýt không? Vì sao?

$$AI = \frac{2d\sqrt{3}}{3}$$

ĐS: 1a. Chạy trên đường một đoạn sau đó chạy trên cỏ.

1b. Tiến chạy theo hướng vuông góc với AM

2. Quỹ đạo $r^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = L^2 \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const}$; Khi đuổi kịp xe bus, vận tốc của Tiến phải đạt 54 km/h . Tốc độ này không thể đạt được.

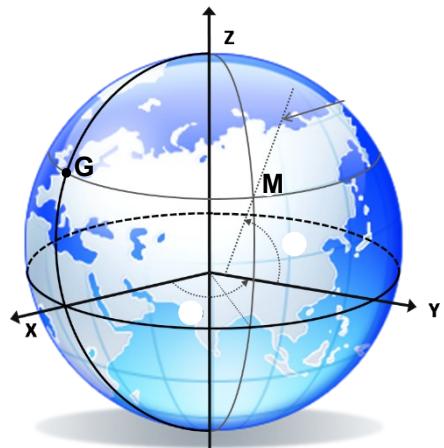
Bài 20. Một vật nhỏ, khối lượng m nằm trên mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt ngang. Hệ số ma sát giữa m với mặt nghiêng là $k = \tan \alpha$. Ở thời điểm $t = 0$, truyền cho vật vận tốc v_0 theo phương vừa song song với đáy mặt phẳng nghiêng vừa song song với mặt nghiêng. Cho gia tốc trọng trường là g . Chọn trục Ox nằm trên mặt phẳng nghiêng và vuông góc với véc tơ v_0 như hình.

Hãy xác định vận tốc V của vật khi nó tạo với trục Ox một góc φ .

$$v = \frac{v_0}{1 + \cos \varphi}$$

Bài 21. Con đường ngắn nhất

Trên một mặt cầu bán kính R, vòng tròn lớn (nghĩa là vòng tròn bán kính R) là con đường ngắn nhất giữa hai điểm. Gọi λ là vĩ độ và φ là kinh độ. Hãy xác định chiều dài của con đường ngắn nhất giữa Paris ($\lambda_1 = 48^\circ 52'$; $\varphi_1 = 2^\circ 20'$) và Tokyo ($\lambda_2 = 35^\circ 42'$; $\varphi_2 = 139^\circ 30'$). Giả thiết, Trái đất có hình cầu bán kính $R = 6370 \text{ km}$.



ĐS: 9709,5 km.

Bài 22. Ta thấy rằng khi quả pháo hoa trong không khí lên đến điểm cao nhất và nổ thì đường như tất cả các mảnh sáng đều nằm trên một mặt cầu có tâm rơi với vận tốc tăng dần. Bằng tính toán hãy khẳng định điều đó.

$$\vec{r} = \frac{\vec{v}_0}{k} (1 - e^{-kt}) + \left\{ \frac{g}{k^2} (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t \right\} \vec{j}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-kt} + \frac{g}{k} (e^{-kt} - 1) \vec{j}$$

ĐS:

Bài 23. Bốn con rùa đứng ở bốn đỉnh của hình vuông cạnh a, chúng bắt đầu chuyển động với vận tốc không đổi, độ lớn v sao cho mỗi con rùa luôn hướng về con bên cạnh theo chiều kim đồng hồ.

- a. Hỏi các con rùa gặp nhau ở đâu, sau bao lâu?
- b. Quỹ đạo chuyển động của mỗi con rùa có dạng như thế nào? Coi mỗi con rùa là một chất điểm.

ĐS: a. Bốn con rùa gặp nhau ở tâm sau thời gian: $t = \frac{a}{v}$.

b. Phương trình quỹ đạo của con rùa là đường xoắn logarit: $r_i = \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4} \varphi_i}$ với $i = 2, 3, 4$ là

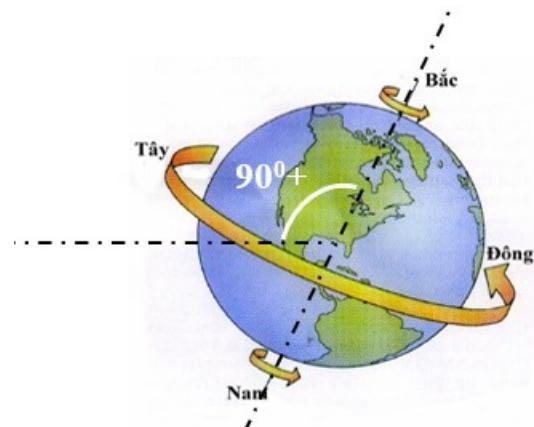
Bài 24 . Điểm chí

Trục các cực Bắc – cực Nam hợp với trục Mặt Trời – Trái Đất một góc $90^\circ + \alpha$.

Lúc đông chí, $\alpha = 23,44^\circ$.

Trong hệ tọa độ Descartes $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, gắn với Trái Đất được xác định như sau: O trùng với tâm Trái Đất; \vec{e}_z : trục nối các cực Bắc – cực Nam; Mặt Trời nằm trong mặt phẳng (xOz).

a) Hãy xác định tọa độ của các điểm trên Trái Đất lúc Mặt Trời mọc và lúc Mặt Trời lặn.



b) Tính thời gian giữa lúc Mặt Trời mọc và Mặt Trời lặn tại một điểm trên vĩ độ λ . Để đơn giản, có thể bỏ qua chuyển động quay hàng năm của Trái Đất chung quanh Mặt Trời.

Áp dụng: ở Lille (nước Pháp) có $\lambda = 50^{\circ}38'$.

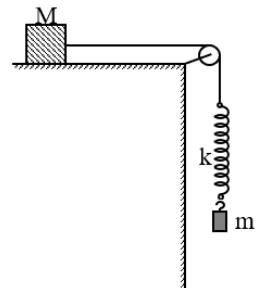
CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Bài 1. Một vật đang chuyển động trên đường ngang với tốc độ 20m/s thì trượt lên một cái dốc dài 100m , cao 10m .

Tìm giá tốc của vật khi lên dốc. Vật có lên được tới đỉnh dốc không? Nếu có, hãy tìm vận tốc của vật tại đỉnh dốc và thời gian lên dốc? Cho biết hệ số ma sát giữa vật và mặt dốc là $0,1$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

ĐS: $a = -1,995\text{m/s}^2$; tại đỉnh dốc, $v_1 = 1\text{m/s}$, $t = 9,52\text{s}$

Bài 2. Cho cơ hệ như hình vẽ. Vật M có hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng ma sát trượt bằng μ đối với mặt ngang, lò xo không khói lượng có độ cứng k , sợi dây mảnh không dãn, bỏ qua khói lượng và ma sát tại trực ròng rọc. Treo nhẹ nhàng vật m vào đầu dưới của lò xo.



1, Xác định lực ma sát tác dụng lên M khi gia tốc của m bằng 0

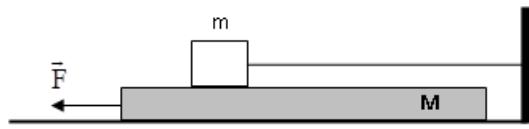
2, Xác định khối lượng cực tiểu m_0 của m để vật M bắt đầu dịch chuyển.

3, Với $m=2m_0$, xác định vận tốc và gia tốc của m khi M bắt đầu dịch chuyển.

ĐS: a. $F_{ms}=mg$; b. $m_0=0,5\mu M$; c. $v=\sqrt{2Mg^2(\mu-0,5)/k}$; $a=(1-\frac{\mu M}{m})g$

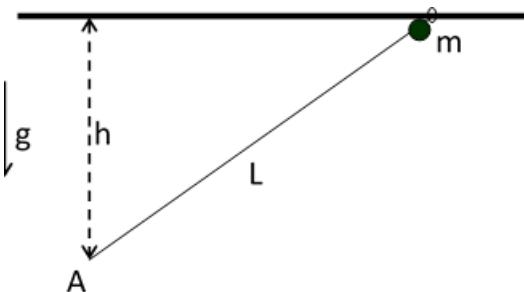
Bài 3.

Khối m = 1kg được đặt trên tấm ván M = 4kg, khối m được nối với tường cố định bằng một sợi dây không dãn như hình 1. Giữa m và M có hệ số ma sát $k = 0,25$, giữa tấm ván M và sàn không có ma sát. Tấm ván M được tác dụng bởi lực \vec{F} có phương nằm ngang, độ lớn không thay đổi trong suốt quá trình khảo sát và ban đầu ván đang chuyển động thẳng đều. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



- a) Tìm lực tác dụng \vec{F} và lực căng của dây nối.
 - b) Tấm ván M đang chuyển động với vận tốc 2m/s thì ta cắt dây nối giữa m và tường. Mô tả chuyển động của m và M sau đó.
 - c) Sau bao lâu kể từ lúc cắt dây lực ma sát giữa m và M thay đổi tính chất? Tìm quãng đường trượt của m trên ván M. Giả sử ván đủ dài để vật không rơi ra khỏi ván.
- ĐS: a. $F=T=2,5\text{N}$; b. Hệ chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu $v=2\text{m/s}$ và gia tốc $a=0,5\text{m/s}^2$; c. $0,8\text{s}; 0,8\text{m}$.

Bài 4. Một hạt cườm khối lượng m được xó qua một sợi dây nhẹ, không giãn chiều dài L. Một đầu dây buộc cố định tại điểm A, đầu kia buộc vào một cái vòng rất nhẹ, vòng lại có thể trượt không ma sát trên một thanh ngang. Tại thời điểm ban đầu, dây được giữ ở cạnh vòng và dây thẳng, không căng. Thả cho hạt cườm chuyển động. Tìm vận tốc của nó ở thời điểm dây bị đứt biết rằng dây chịu sức căng lớn nhất là T_0 . Khoảng cách từ A đến thanh là h. Bỏ qua mọi ma sát.



$$\text{ĐS: } v = \sqrt{2gL \left(1 - \frac{mg}{2T_0} \right)}$$

Bài 5. Một sợi dây dài tạo thành một đường xoắn ốc có đường kính $2R$ với bước xoắn là h . Trục của đường xoắn ốc đặt thẳng đứng. Theo đường xoắn ốc có một hạt cùm trượt xuống. Hệ số ma sát giữa hạt cùm với đường xoắn ốc là μ . Hãy tìm vận tốc chuyển động đều của hạt cùm.

$$\text{ĐS: } v_o^4 = \frac{R^2 g^2}{\mu^2} \left[\left(\frac{h}{2\pi R} \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(\frac{h}{2\pi R} \right)^2 + 1 \right]$$

Bài 6. Ba vật 1,2,3 có khối lượng m_1, m_2, m_3 xếp chồng lên nhau thành một khối (Hình 1). Mặt A (tiếp xúc giữa 1 và 2) có hệ số ma sát nghỉ là μ_A . Mặt B (tiếp xúc giữa 2 và 3) có hệ số ma sát nghỉ là μ_B .

a. Vật 3 được kéo sang phải sao cho vận tốc của nó tăng dần. Trên mặt nào sẽ xảy ra chuyển động tương đối giữa các vật trước.

b. Giải lại câu a trong trường hợp vật 3 được kéo sang trái.

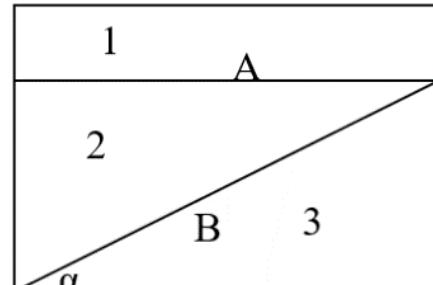
c. Nếu $\mu_A = 0,5; \mu_B = 0,8$ thì trị số góc α phải bằng

bao nhiêu để xảy ra trượt trên mặt B trước khi kéo vật 3 sang phải và để xảy ra trượt trên mặt A trước khi kéo vật 3 sang trái.

ĐS: a. Nếu $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$ thì chuyển động trên mặt A trước;

Nếu $\mu_A > \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$ thì chuyển động trên mặt B trước.

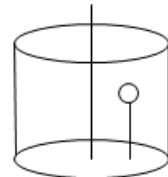
b. Nếu $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha - \cos \alpha} g$ thì trên mặt A có sự chuyển động trước.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

c. $\alpha_{\min} = 12,1^\circ$.

Bài 7. Một sợi chỉ nhẹ không co giãn dài $l=30\text{cm}$ có một đầu gắn với đáy một bình chứa nước hình trụ, đầu kia gắn một quả cầu gỗ nhẹ (hvẽ). Khoảng cách điểm gắn sợi chỉ với tâm đáy bình là $r=20\text{cm}$. Bình bắt đầu quay đều xung quanh trục thẳng đứng của nó. Hãy xác định vận tốc góc quay của bình nếu sợi chỉ bị lệch khỏi hướng thẳng đứng góc $\alpha=30^\circ$, lấy $g=9,8$.



$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{g \cdot g \tan \alpha}{r - l \sin \alpha}} \approx 10,6 \text{ (rad/s)}$$

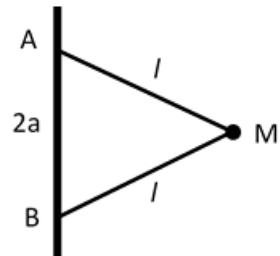
Bài 8 . Quả cầu M khối lượng m được nối với một trục thẳng đứng tại hai điểm A, B bằng hai thanh chiều dài l , khối lượng không đáng kể (khoảng cách AB = 2a). Các chỗ nối đều là các chốt nên hai thanh chỉ bị kéo hoặc nén. Cả hệ quay không ma sát quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω không đổi (xem hình vẽ).

Tính các lực T và T' mà vật m tác dụng lên các thanh AM và BM tương ứng. Các thanh bị kéo hay bị nén?

ĐS:

$$T_M = \frac{ml}{2} \left(\omega^2 + \frac{g}{a} \right)$$

$$T'_M = \frac{ml}{2} \left(\omega^2 - \frac{g}{a} \right)$$



$T_M > 0$, nên thanh AM luôn bị kéo.

Lực tác dụng lên thanh BM: $T'_M > 0$ nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$ (quay đủ nhanh), thanh BM bị kéo

$T'_M < 0$ nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{a}}$ thanh BM bị nén

$T'_M = 0$ nếu $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ thanh BM không chịu lực nào

Bài 9. Trên mặt ngang không ma sát, hai vật có khối lượng m_1 và m_2 nối với nhau bởi một sợi dây không dãn và có thể chịu được lực căng T_0 . Tác dụng lên vật các lực tỷ lệ thuận với

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



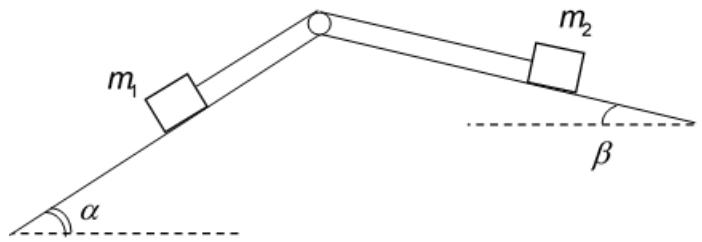
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

thời gian $F_1 = \alpha_1 t$, $F_2 = \alpha_2 t$, trong đó α_1 và α_2 là cộc hệ số hằng số củ thứ nguyên, t là thời gian tác dụng lực.

Xác định thời điểm dây bị đứt.

$$\text{ĐS: } t_d = \frac{(m_1 + m_2)T_0}{m_1\alpha_2 + m_2\alpha_1}$$

Bài 10. Vật $m_1 = 0,2 \text{ kg}$, $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ được nối với nhau bằng một sợi chỉ mảnh không khói lượng, không co giãn vắt qua ròng rọc. Các vật đó nằm trên các mặt phẳng nghiêng có một góc $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 6^\circ$ so với phương nằm ngang (hình vẽ). Trước khi chuyển động các khối lượng đó nằm trên cùng một độ cao.



Hãy xác định sự chênh lệch về độ cao h của các vật m_1 và m_2 sau thời gian $t = 3 \text{ giây}$ kể từ khi thả cho chúng chuyển động. Biết rằng hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng nghiêng và các khối lượng là $\mu = 0,1$. Bỏ qua khối lượng ròng rọc, ma sát ở trực ròng rọc.

$$\text{ĐS: } h = \frac{1}{2}at^2(\sin \alpha + \sin \beta) = 0,65 \text{ m}$$

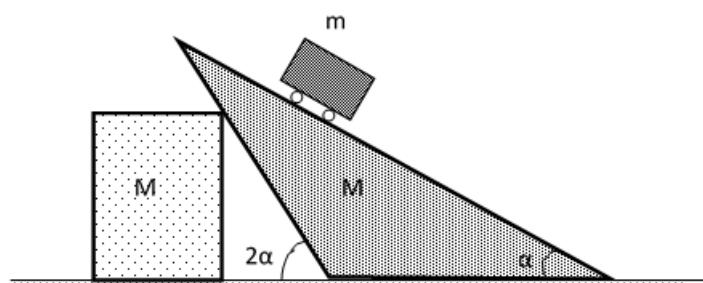
Bài 11. Một vật nhỏ được truyền cho vận tốc ban đầu bằng $v_0 = 4 \text{ m/s}$ để đi lên trên một mặt phẳng nghiêng, góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng với phương nằm ngang là $\alpha = 30^\circ$, v_0 hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng. Khi vật đi lên đến điểm cao nhất vật lại trượt xuống dọc theo mặt phẳng nghiêng. Cho hệ số ma sát giữa vật với mặt phẳng nghiêng là μ .

- a. Tìm biểu thức tính gia tốc của vật khi đi lên và khi đi xuống theo g , α và μ .
- b. Biết thời gian đi xuống bằng 1,2 lần thời gian đi lên. Tìm độ cao cực đại mà vật đi lên được.

ĐS: a. Khi đi lên $a_l = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$, khi đi xuống: $a_l = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

b. 0,98 m.

Bài 12. Một cái ném nhăn khối lượng M , góc đáy α , ban đầu đứng yên trên



một mặt bàn nằm ngang. Khối lập phương khối lượng M nằm tiếp xúc với nêm trên mặt bàn này (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt bàn là μ . Trên nêm người ta đặt một xe kéo khối lượng m , xe kéo có thể trượt không ma sát từ trên đỉnh mặt nêm. Thả xe kéo cho nó chuyển động không vận tốc ban đầu từ đỉnh nêm. Tìm vận tốc xe kéo khi nó đến chân nêm nếu độ cao đỉnh của nêm là h .

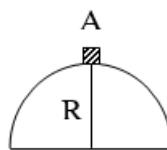
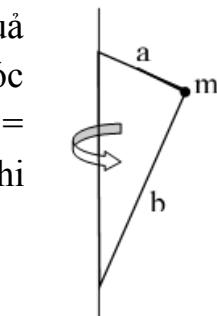
ĐS: $v_1 = \sqrt{2gh}$

Bài 13. Một quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 500\text{g}$ được buộc vào 2 sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể. Hai đầu còn lại buộc vào hai đầu một thanh thẳng đứng. Cho hệ quay xung quanh trục thẳng đứng qua thanh với tốc độ góc ω . Khi quả cầu quay trong mặt phẳng nằm ngang và các sợi dây tạo thành một góc 90° (hình bên). Chiều dài của dây trên là $a = 30\text{cm}$, của dây dưới là $b = 40\text{cm}$. Cho gia tốc rơi tự do $g = 10\text{m/s}^2$. Tính lực căng của các sợi dây khi hệ quay với $\omega = 8\text{rad/s}$.

Đơn vị tính: Lực(N).

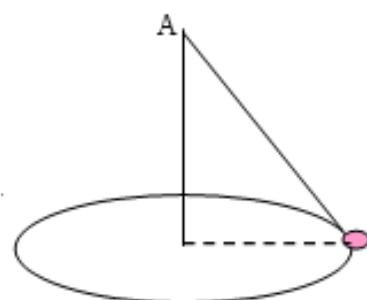
$$\text{ĐS: } T_a = mg \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{ab^2}{a^2 + b^2}; \quad T_b = -mg \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{a^2b}{a^2 + b^2}$$

Bài 14. Một vật nhỏ A bắt đầu trượt từ đỉnh của một bán cầu cố định, bán kính $R = 90\text{cm}$, xuống dưới (Hình 1). Tại vị trí vật bắt đầu tách khỏi mặt cầu thì vận tốc của vật tại vị trí đó là bao nhiêu? Cho gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua ma sát giữa vật và bán cầu.



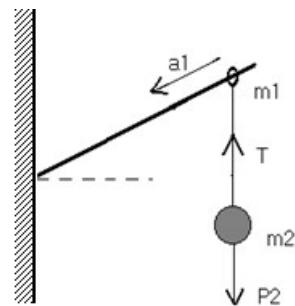
ĐS: $v = \sqrt{6} \text{ m/s}$

Câu 15. Một quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 100\text{g}$ được buộc vào đầu 1 sợi dây dài $l = 1\text{m}$ không co dãn và khối lượng không đáng kể. Đầu kia của dây được giữ cố định ở điểm A trên trụ quay (A) thẳng đứng (hình 4). Cho trục quay với vận tốc góc $\omega = 3,76 \text{ rad/s}$. Khi chuyển động đã ổn định hãy tính bán kính quỹ đạo tròn của vật. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



ĐS: $R = l \sin \alpha = 0,707 \text{ (m)}$

Bài 16. Một thanh nhẵn được cố định vào tường và làm với đường nằm ngang góc α . Xâu chiếc nhẫn khối lượng m_1 vào thanh. Sợi dây mảnh không giãn khối lượng không đáng kể được buộc một đầu vào nhẫn còn đầu kia buộc một quả cầu khối lượng m_2 . Giữ nhẫn cố định sao cho dây ở vị trí thẳng đứng. Tính lực căng dây ngay sau khi thả nhẫn ra.



$$T = \frac{1}{1 + (1 + \frac{m_2}{m_1}) \tan^2 \alpha} m_2 g$$

ĐS:

Bài 17. Một cái đĩa quay tròn quanh trục thẳng đứng và đi qua tâm của nó. Trên đĩa có một quả cầu nhỏ được nối với trục nhờ sợi dây mảnh dài l . Dây lập với trục một góc α (H.2). Phải quay hệ với chu kì bằng bao nhiêu để quả cầu không rời khỏi mặt đĩa?

$$T \geq 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$$

ĐS:

Bài 18. Một quả cầu nhỏ khối lượng m được treo bằng một sợi dây mảnh. Kéo quả cầu để sợi dây nằm theo phương ngang rồi thả ra. Hãy tìm lực căng của sợi dây khi nó lập với phương nằm ngang một góc bằng 30° .

$$\text{ĐS: } T = 3mg \sin \alpha = 3mg / 2.$$

Bài 19. Một cái đĩa có thể quay xung quanh trục thẳng đứng, vuông góc với đĩa và đi qua tâm của nó. Trên đĩa có một vật khối lượng M . Ở mặt trên của khối M có một vật nhỏ khối lượng m . Vật m được nối với trục nhờ một sợi dây mảnh (Hình 4). Quay đĩa (cùng vật M và m) nhanh dần lên, tức là vận tốc góc tăng dần. Ma sát giữa đĩa và khối M không đáng kể. Hỏi với vận tốc góc bằng bao nhiêu thì khối M bắt đầu trượt ra khỏi dưới vật m , biết hệ số ma sát trượt giữa vật m và khối M bằng k .

$$\omega = \sqrt{\frac{kmg}{MR}}$$

Bài 20. Một nhà du hành vũ trụ ngồi trên Hoả tinh đo chu kỳ quay của con lắc hình nón (một vật nhỏ treo vào sợi dây, chuyển động tròn trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc không đổi, khi đó dây treo quét thành một hình nón) nhận được kết quả $T=3s$. Độ dài của

dây $L=1\text{m}$. Góc tạo bởi sợi dây và phương thẳng đứng $\alpha = 30^\circ$. Hãy tìm gia tốc rơi tự do trên Hoả tinh.

$$\text{ĐS: } g' = \frac{2\pi L \cos \alpha}{T} \approx 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

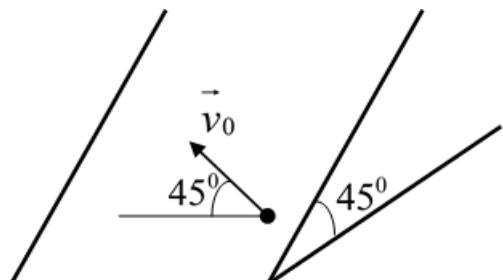
Bài 21. Một quả cầu được gắn cố định trên mặt bàn nằm ngang. Từ đỉnh A của quả cầu một vật nhỏ bắt đầu trượt không ma sát với vận tốc ban đầu bằng 0. Hỏi vật sẽ chạm vào mặt bàn dưới một góc β bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } \beta = \arccos \frac{\sqrt{6}}{9} \approx 74^\circ$$

Bài 22. Một vật nhỏ khối lượng m được phóng trên mặt nghiêng nhẵn của nêm có cùng khối lượng (trong quá trình chuyển động vật luôn tiếp xúc với mặt nghiêng của nêm).

Nêm đặt trên một mặt bàn nằm ngang không ma sát. Vận tốc ban đầu của vật bằng \vec{v}_0 và lập một góc 45° với cạnh của nêm. Biết góc nhị diện của nêm cũng bằng 45° (hình vẽ), gia tốc rơi tự do là g .

- a. Tìm phản lực do nêm tác dụng lên vật.
- b. Sau bao lâu vật quay trở lại độ cao ban đầu.
- c. Vận tốc của vật tại điểm cao nhất của quỹ đạo.
- d. Tính bán kính cong của quỹ đạo tại điểm cao nhất.



Giả thiết chuyển động tịnh tiến của nêm chỉ được phép theo hướng vuông góc với cạnh của nó.

$$\text{ĐS: a. } N = mg \frac{2 \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{2}mg}{3}; \text{ b. } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{a_1} = \frac{3v_0}{2g}; \text{ c. } v = \frac{3v_0}{4}; \text{ d. } R = \frac{81}{32\sqrt{11}} \frac{v_0^2}{g}.$$

Bài .23

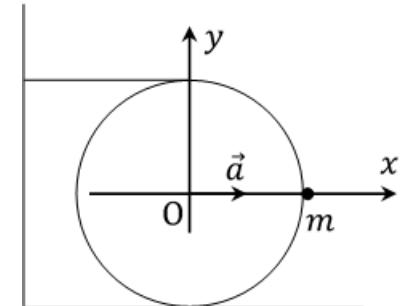
a. Tìm thời gian tối thiểu để một vận động viên lái mô tô vượt qua một khúc quanh có độ dài bằng $1/3$ đường tròn bán kính R . Cho hệ số ma sát nghỉ giữa bánh xe và mặt đường là μ , mặt đường được làm nghiêng một góc α so với mặt phẳng nằm ngang.

b. Tính công suất giới hạn của động cơ lúc ấy. Coi các bánh xe đều là bánh phát động.

$$\text{ĐS: a. } t_{\min} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{R(1-\mu g \alpha)}{g(\mu + \tan \alpha)}} ; \text{ b. } P_{\max} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \sqrt{\frac{gR(\mu + \tan \alpha)}{1 - \mu g \alpha}}$$

Bài 24 .

Người ta buộc một vật nhỏ khối lượng m vào một môt đầu của một sợi dây mảnh, nhẹ, mềm và không dãn rồi buộc đầu còn lại của sợi dây vào một điểm cố định cách mặt sàn nằm ngang một khoảng $2R$. Sau đó, người ta vắt sợi dây lên một hình trụ bán kính R sao cho sợi dây nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng Oxy và m ở độ cao R so với mặt sàn nằm ngang (hình 1). Biết rằng trục của hình trụ vuông góc với Oxy và đi qua O . Từ thời điểm $t=0$, người ta kéo trụ chuyển động tịnh tiến, không vận tốc ban đầu với gia tốc không đổi \vec{a} cùng chiều với chiều dương của Ox .



hình 1

1. Trong hệ quy chiếu gắn với sàn và trong khi m vẫn đang trượt trên bề mặt của trụ

a. Viết phương trình chuyển động của m .

b. Tìm các thành phần vận tốc và gia tốc của m tại thời điểm t .

2. Bỏ qua mọi ma sát, xác định áp lực mà trụ tác dụng lên m tại thời điểm t khi m đang trượt trên bề mặt hình trụ.

$$\text{ĐS: 1a. } \begin{cases} x_m = R \left(\frac{at^2}{2} + \cos \frac{at^2}{2R} \right) \\ y_m = R \sin \frac{at^2}{2R} \end{cases}$$

$$1b. \begin{cases} v_{mx} = at \left(1 - \sin \frac{at^2}{2R} \right); & a_{mx} = a \left(1 - \sin \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \cos \frac{at^2}{2R} \right) \\ v_{my} = at \cos \frac{at^2}{2R}; & a_{my} = a \left(\cos \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \sin \frac{at^2}{2R} \right) \end{cases}$$

$$2. N = m \left(g \sin \frac{at^2}{2R} + a \cos \frac{at^2}{2R} - \frac{a^2 t^2}{R} \right)$$

Bài 25. Một xe chở nước có chiều cao H. Mặt nước trong xe cách đáy một đoạn h đột nhiên xe chuyển động với gia tốc a không đổi. Xác định gia tốc a để khi xe chuyển động nước không trào ra ngoài.

$$\text{ĐS: } g \frac{2(H-h)}{\ell}$$

Bài 26. Một vòng dây xích nhỏ có chiều dài l, khối lượng m được đặt lên một mặt hình nón nhẵn tròn xoay có góc ở đỉnh bằng 2α . Cá hệ thống quay đều với vận tốc góc ω_0 chung quanh trục thẳng đứng trùng với trục đối xứng của hình nón. Mặt phẳng của vòng xích nằm ngang. Tìm sức căng của vòng xích ?

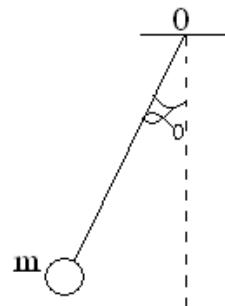
$$\text{ĐS: } T = \frac{m}{2\pi} \left(g \cot g\alpha + \frac{\omega^2 \cdot \ell}{2\pi} \right)$$

Bài 27. Một con lắc đơn chiều dài l khối lượng quả nặng là m. Treo con lắc trong một thang máy kéo lệch sợi dây con lắc một góc α_0 đối với

phương thẳng đứng và thả nhẹ khi mà con lắc vừa đi qua vị trí cân bằng thì thang máy rơi tự do.

- a. Hỏi quả nặng có lên đến điểm cao nhất không? vì sao?
- b. Tính lực căng của sợi dây ở vị trí vật có độ cao cực đại so với sàn thang máy? Nêu nhận xét.

$$\text{ĐS: a. có; b. } T = 2mg(1 - \cos \alpha_0)$$



Bài 28. Khối lăng trụ tam giác có khối lượng m_1 , với góc α như hình vẽ có thể trượt theo đường thẳng đứng và tựa lên khối lập phương khối lượng m_2 còn khối lập phương có thể trượt trên mặt phẳng ngang. Bỏ qua mọi ma sát.

- a. Tính gia tốc mỗi khối và áp lực giữa hai khối ?
- b. Xác định α sao cho a_2 là lớn nhất. Tính giá trị gia tốc của mỗi khối trong trường hợp đó ?

$$\text{ĐS: a. } a_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g; \quad a_2 = \frac{m_1 \tan \alpha}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g; \quad N = \frac{m_1 m_2 \tan \alpha}{(m_1 + m_2 \tan^2 \alpha) \cos \alpha}$$

b. $\alpha = \arctan \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$; $a_1 = \frac{g}{2}$; $a_{2\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot g$

Bài 29. Một vật nhỏ có khối lượng m đặt trên đỉnh một nêm tam giác nhăn, thả cho m chuyển động trên mặt nêm. Biết nêm có khối lượng M và chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang.

- Xác định giá tốc của M đối với mặt đất
- Cho chiều dài mặt nêm là L. Tính vận tốc của M ngay sau khi m trượt xuống chân M.

ĐS: a. $a_2 = \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g$; b. $v_2 = m \cos \alpha \sqrt{\frac{2gL \sin \alpha}{(M+m)(M+m \sin^2 \alpha)}}$

Bài 30. Một thanh đồng chất, tiết diện không đổi, chiều dài l chịu sự tác dụng của 2 lực kéo căng đặt ở 2 đầu thanh \vec{F}_1, \vec{F}_2 ($F_2 > F_1$). Tính lực căng của thanh xuất hiện cách đầu đặt \vec{F}_1 một đoạn x. Biết \vec{F}_1, \vec{F}_2 ngược chiều.

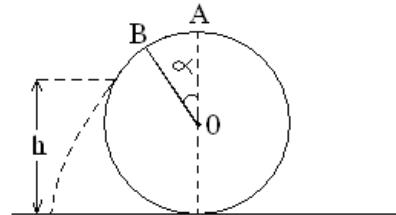
ĐS: $T = \frac{F_2 x}{l} + \frac{F_1(l-x)}{l}$.

Bài 31. Vật có khối lượng m trượt từ điểm cao nhất của một hình cầu bán kính R đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang.

- Tới độ cao h nào thì nó rời hình cầu ?
- Tính áp lực của nó tại điểm B, bán kính OB nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với OA.

Bỏ qua mọi ma sát, vận tốc ban đầu rất nhỏ.

ĐS: a. $h = \frac{5}{2}R$; b. $N_B = mg(3 \cos \alpha - 2)$.

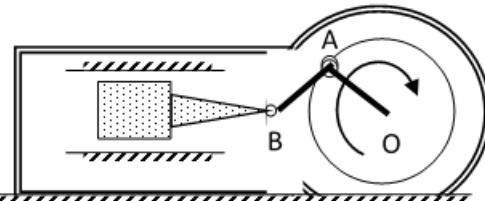


Bài 32. Tính giá tốc trọng trường ở độ sâu h so với mặt đất. Coi trái đất là hình cầu đồng chất bán kính R. Cho giá tốc ở mặt đất là g_0 .

$$\text{ĐS: } g' = g_0 \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

Bài 33. Một mô hình động cơ hơi nước đặt nằm ngang trên mặt sàn nhẵn. Tay quay OA có chiều dài r và quay đều với tốc độ góc ω , điểm B luôn chuyển động thẳng. Thanh truyền AB dài bằng tay quay. Coi khối lượng của các bộ phận chuyển động rút về thành 2 khối lượng m_1 và m_2 tập trung ở A và B, khối lượng của vỏ động cơ là m_3 .

1. Cho rằng vỏ động cơ chỉ chuyển động ngang và ban đầu pit-tông ở vị trí xa nhất về bên trái. Xác định phương trình chuyển động của vỏ động cơ.



2. Nếu động cơ được bắt vít xuống nền bằng bu-lông, tìm áp lực của động cơ lên nền và lực cắt ngang bu-lông. Bỏ qua lực căng ban đầu của bu-lông.

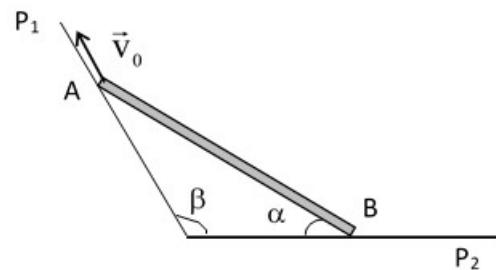
$$\frac{(2m_2 + m_1)r(\cos\omega t - 1)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\text{ĐS: 1. } x = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3}; \text{ 2. } T = (m_1 + 2m_2)\omega^2 r \cos\omega t.$$

Bài 34. Một thanh cứng AB có chiều dài L tựa trên hai mặt phẳng P_1 và P_2 (Hình 1).

Người ta kéo đầu A của thanh lên trên dọc theo mặt phẳng P_1 với vận tốc \vec{v}_0 không đổi.

Biết thanh AB và vectơ \vec{v}_0 luôn nằm trong mặt phẳng vuông góc với giao tuyến của P_1 và P_2 ; trong quá trình chuyển động các điểm A, B luôn tiếp xúc với hai mặt phẳng; góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng là $\beta = 120^\circ$. Hãy tính vận tốc, gia tốc của điểm B và vận tốc góc của thanh theo v_0 , L , α (α là góc hợp bởi thanh và mặt phẳng P_2).



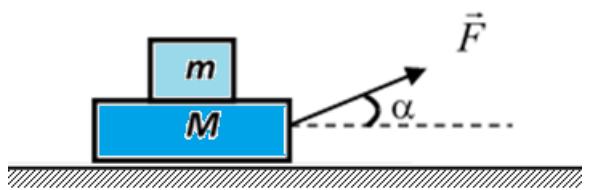
Hình 1

$$\text{ĐS: Gia tốc của B: } a = \frac{3v_0^2}{4L \cos^3 \alpha}; \omega = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2L \cos \alpha}.$$

II.2 LỰC MA SÁT

Bài 1. Cho cơ hệ như hình vẽ: Cho biết: Hệ số ma sát giữa M và sàn là k_2 ,

giữa M và m là k_1 . Tác dụng một lực \vec{F} lên M theo phương hợp với phương ngang một góc α . Hãy tìm F_{\min} để m thoát khỏi M và tính góc α tương ứng?

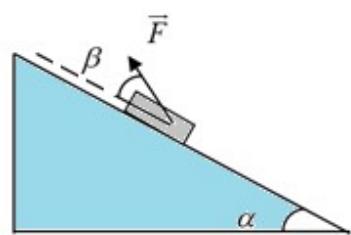


$$F_{\min} = \frac{(k_1 + k_2)Mg + (2k_1 + k_2)mg}{\sqrt{1+k_2^2}}, \quad \alpha = \arctan k_2$$

ĐS: Vậy

Bài 2. Một vật m được kéo trượt đều trên mặt phẳng nghiêng góc α , lực kéo \vec{F} hợp với phương song song với mặt phẳng nghiêng góc β . Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là μ . Tìm β để F nhỏ nhất.

ĐS: $\beta = \arctan \mu$



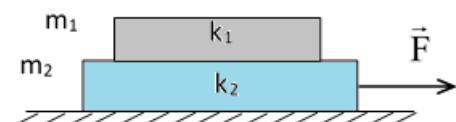
Bài 3. Cho hai miếng gỗ khối lượng m_1 và m_2 đặt chồng lên nhau trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α . Hệ số ma sát giữa chúng là k , giữa m_1 và mặt phẳng nghiêng là k_1 . Hỏi trong quá trình trượt, miếng gỗ này có thể trượt nhanh hơn miếng gỗ kia không? Tìm điều kiện để hai vật trượt như một vật trượt.

ĐS: Nếu $k_1 > k$ thì vật 2 trượt nhanh hơn vật 1. Nếu $k_1 \leq k$ thì hai vật cùng trượt như một vật.

Bài 4. Ở mép đĩa nằm ngang bán kính R có đặt một đồng tiền. Đĩa quay với vận tốc $\omega = \beta t$ (β là giá tốc góc không đổi). Tại thời điểm nào đồng tiền sẽ văng ra khỏi đĩa. Nếu hệ số ma sát trượt giữa đồng tiền và đĩa là μ .

$$\text{ĐS: } t = \sqrt{\frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1}} \quad (\text{điều kiện } \mu > \frac{\beta R}{g})$$

Bài 5. Trên mặt bàn nằm ngang có hai tấm ván khối lượng m_1 và m_2 . Một lực \vec{F} song song với mặt bàn đặt vào tấm ván dưới. Biết hệ số ma sát trượt giữa 2 tấm ván là k_1 , giữa ván dưới và bàn là k_2 (Hình 2). Tính các giá tốc a_1 và a_2 của hai tấm ván. Biện luận các kết quả trên theo F khi cho F tăng dần từ giá trị bằng không. Xác định các khoảng giá trị của F ứng với từng dạng chuyển động khác nhau của hệ.



áp dụng bằng số: $m_1 = 0,5\text{kg}$; $m_2 = 1\text{kg}$; $k_1 = 0,1$; $k_2 = 0,3$; $g = 10\text{m/s}^2$.

ĐS: $+F \leq 4,6\text{N} : a_1 = a_2 = 0$; hai vật đứng yên

$$+4,5N < F \leq 6N : \text{hai vật có cùng giá tốc: } a_1 = a_2 = \frac{F - 4,5}{1,5}$$

$$+F > 6N : \text{Vật 1 có } a_1 = 1m/s^2; \text{ vật 2 có } a_2 = (F - 5)$$

Bài 6. Một vật có khối lượng m có thể chuyển động với hệ số ma sát $k = \tan \beta$ dọc theo một thanh thẳng OA = 1, thanh OA nghiêng một góc α so với phương ngang.

- a) Thanh OA đứng yên. Tìm giá trị của α để cho vật đứng yên hoặc vật chuyển động.
 b) Cho thanh OA quay quanh trục thẳng đứng xx' đi qua O. Xác định các điều kiện để vật đứng yên. Lấy $g = 10m/s^2$.

ĐS: a. Vậy nếu $\alpha \leq \beta$ thì vật đứng yên, còn nếu $\alpha > \beta$ thì vật trượt xuống dưới.

$$\text{b.} + \text{ Nếu lực ma sát hướng xuống, vật cách trục } xx': r_1 = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha + \beta)$$

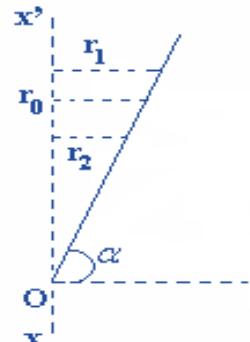
+ Nếu lực ma sát hướng lên vật cách trục xx'

$$r_2 = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha - \beta)$$

+ Khi $\alpha > \beta$ thì có hai vị trí cân bằng ứng với r_1 và r_2

+ Khi $\alpha < \beta$ thì có một vị trí cân bằng ứng với r_1

+ Khi $\alpha = \beta$ thì có một vị trí cân bằng r_1 (không kể O)



Bài 7. Trên một tấm ván nghiêng một góc α so với phương ngang.

Khi ván đứng yên thì vật cũng đứng yên. Cho ván chuyển động sang phải

với giá tốc \bar{a} song song với đường nằm ngang. Tính giá trị cực đại của a để vật vẫn đứng yên trên ván. Biết hệ số ma sát trượt là μ .

$$a \leq \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} g$$

ĐS:

Bài 8. Trên một mặt nón tròn xoay với góc nghiêng α có thể quay quanh trục thẳng đứng. Một vật có khối lượng m đặt trên mặt trong của nón cách trục quay một khoảng R . Mặt nón quay đều với vận tốc góc ω .

Tính giá trị nhỏ nhất của hệ số ma sát trượt (μ) giữa vật và mặt nón để vật vẫn đứng yên trên mặt nón.

$$\text{ĐS: } \mu_{\min} = \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha} \text{ với điều kiện } \omega < \sqrt{\frac{g}{R} \cot \alpha}$$

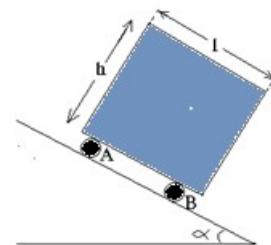
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 9. Một kiện hàng hình hộp đồng chất (có khối tâm ở tâm hình hộp) được thả trượt trên mặt phẳng nghiêng nhờ hai gối nhỏ A và B. Chiều cao của hình hộp gấp n lần chiều dài ($h = nl$). Mặt phẳng nghiêng một góc α , hệ số ma sát giữa gối A và B là μ .

- Hãy tính lực ma sát tại mỗi gối.
- Với giá trị nào của n để kiện hàng vẫn trượt mà không bị lật.

ĐS:a. $F_{m,A} = \frac{1}{2}\mu mg \cos \alpha(1 - \mu n); F_{m,B} = \frac{1}{2}\mu mg \cos \alpha(1 + \mu n)$

b. $n \leq \frac{1}{\mu}$



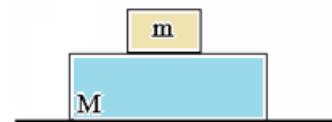
Bài 10. Cho cơ hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa M và m là μ_1 , giữa M và sàn là μ_2 .

Tìm độ lớn của lực F nằm ngang:

- Đặt lên m để m trượt trên M.
- Đặt lên M để M trượt khỏi m.

ĐS: a.
$$\begin{cases} F > (\mu_1 - \mu_2)(m+M) \frac{m}{M} g \\ F > \mu_1 mg \end{cases}$$

b. $F > (\mu_1 + \mu_2)(m+M)g$



Bài 11. Một người đi xe đạp lượn tròn trên một sân nằm ngang có bán kính R. Hệ số

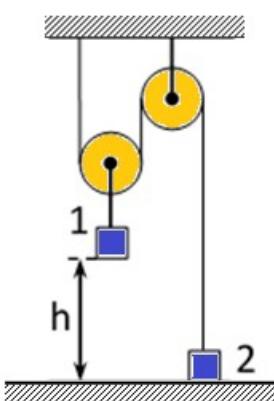
ma sát chỉ phụ thuộc vào khoảng cách r từ tâm của sân theo quy luật $\mu = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$. Với μ_0 là một hằng số (hệ số ma sát ở tâm của sân)

Xác định bán kính của đường tròn tâm 0 mà người đi xe đạp có thể lượn với vận tốc cực đại? Tính vận tốc đó?

ĐS: $r_{max} = \frac{R}{2}, v_{max} = \frac{\sqrt{\mu_0 g R}}{2}$

II.3 CHUYỂN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC

Bài 1. Trong hệ thống trên hình 1, khối lượng vật 1 bằng 6,0 lần khối lượng vật 2. Chiều cao $h = 20\text{cm}$. Khối lượng của ròng rọc và của dây cũng như các lực ma sát được bỏ qua. Lấy $g = 10\text{m}/\text{s}^2$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

s^2 . Ban đầu vật 2 được giữ đứng yên trên mặt đất, các sợi dây không dãn có phương thẳng đứng. Thả vật 2, hệ bắt đầu chuyển động. Xác định:

- gia tốc của các vật ngay sau khi vật 2 được thả ra;
- độ cao tối đa đối với mặt đất mà vật 2 đạt được.

ĐS: a. $a_2 = 8 \text{ m/s}^2$; $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$; b. $h_{\max} = 6h \frac{\eta}{\eta + 4} = 72 \text{ cm}$

Bài 2. Cho hệ vật được bố trí như hình vẽ:

Biết:

$$m^1 = 0,25 \text{ (kg)}, m^2 = m^3 = m^4 = 0,5 \text{ (kg)}.$$

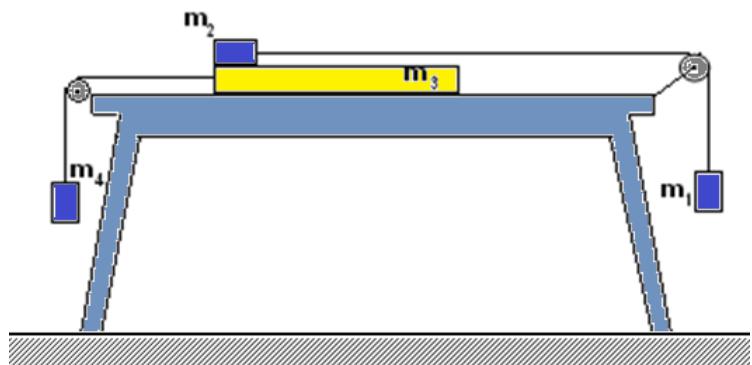
Hệ số ma sát ở mọi mặt tiếp xúc là 0,2.

Ma sát ở các ròng rọc được bỏ qua.

Thả tay khỏi m^1 và m^4 cùng một lúc.

Cho dây nối giữa các vật không giãn, khói lượng dây và ròng rọc không đáng kể.
Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tìm:

- Gia tốc của mỗi vật
- Thời gian để m^2 đi qua hết chiều dài của vật m^3 . Cho biết chiều dài của vật m^3 là 0,5 (m).



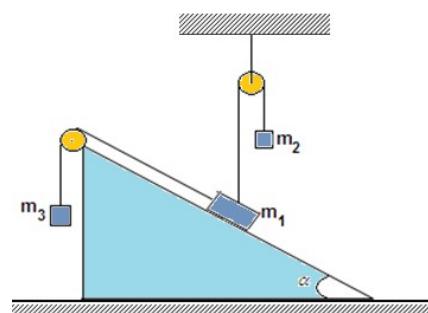
ĐS: a. $a^1 = a^2 = a = 2 \text{ m/s}^2$ và $a^3 = a^4 = a' = 2 \text{ m/s}^2$; b. $t = 0,5 \text{ s}$.

Bài 3. Cho hệ cơ học như hình vẽ:

$$m^1 = 3 \text{ kg}.$$

$$m^2 = 1 \text{ kg}.$$

$$\alpha = 30^\circ.$$



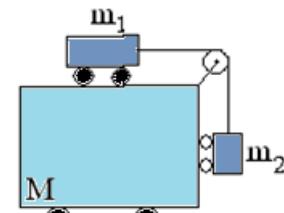
Tính m^3 và lực nén của m^1 lên mặt nghiêng khi cân bằng.

ĐS: $m^3 = 1 \text{ kg}$; $N^1 = 10\sqrt{3} \text{ (N)}$

Bài 4. Cho cơ hệ như hình vẽ. Hỏi phải truyền cho M một lực F là bao nhiêu và theo hướng nào để hệ thống đứng yên tương đối với nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

$$F = (M + m_1 + m_2) \frac{m_2}{m_1} g$$

ĐS:



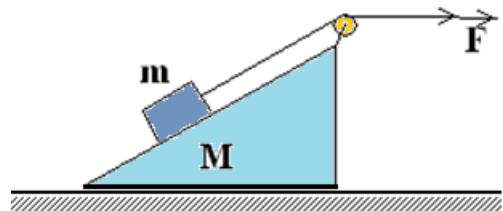
Bài 5. Cho cơ hệ như hình vẽ. Nêm có khối lượng M, góc giữa mặt nêm và phương ngang là α . Cần phải kéo dây theo phương ngang một lực \vec{F} là bao nhiêu để vật có

khối lượng m chuyển động lên trên theo mặt nêm ?
Tìm gia tốc của M đối với

mặt đất?

Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng dây nối

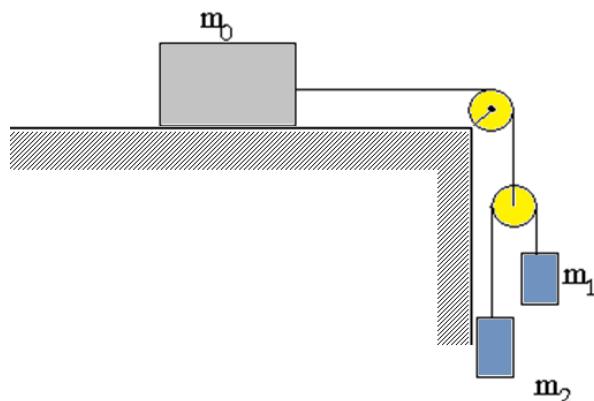
và ròng rọc.



$$\frac{mg(M+m)\sin\alpha}{M+m(1-\cos\alpha)} < F < \frac{Mg\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}; \quad a = \frac{F(1-\cos\alpha) + mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$$

ĐS:

Bài 6. Cho hệ vật như hình vẽ các vật có khối lượng m_0 ; m_1 ; m_2 . Vật m có thể chuyển động trên một mặt phẳng ngang. Dây không dãn, bỏ qua khối lượng của ròng rọc, của dây ma sát ở ròng rọc, ma sát giữa vật m với mặt phẳng ngang và sức cản của không khí, gia tốc trọng trường là g. Hãy tính gia tốc của vật m_1 ?



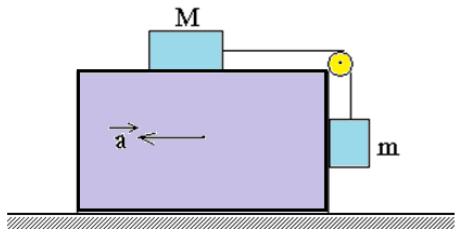
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } a_1 = \frac{4m_1m_2 + m_0(m_1 - m_2)}{4m_1m_2 + m_0(m_1 + m_2)} g$$

* Biện luận:

- Nếu $m_0 = 0$ thì $a_1 = g$, $a_2 = g$: m_1 và m_2 đều rơi tự do.
- Nếu $m_1 = 0$ thì $a_1 = -g$, vật m_2 rơi tự do, m_1 đi lên $|a_1| = g$.
- Nếu $m_2 = 0$ thì $a_1 = g$, vật m_1 rơi tự do.

Bài 7. Cho cơ hệ như hình vẽ. Lúc đầu hệ cân bằng, bàn nhận được gia tốc \vec{a} theo phương ngang như hình vẽ. Tính gia tốc



của M đối với mặt đất, biết hệ số ma sát trượt giữa M và sàn là μ .

$$\text{ĐS: } a_M = \frac{m\sqrt{a^2 + g^2} - \mu Mg - mg}{m + M}$$

Bài 8. Cho hệ vật được bố trí như hình vẽ :

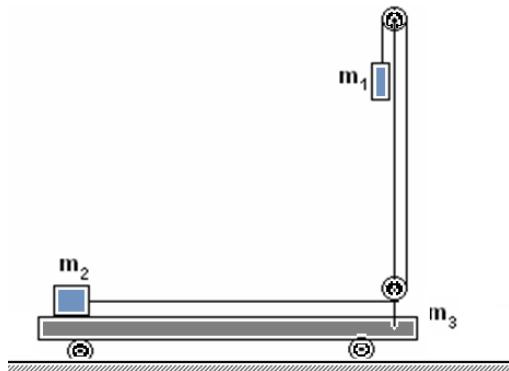
Các vật có khối lượng :

$$m^1 = 0,4 \text{ (kg)}; m^2 = 1 \text{ (kg)}; m^3 = 1 \text{ (kg)}$$

Hệ số ma sát giữa m^2 và m^3 là $\mu = 0,3$. Ma sát giữa m^3 và sàn, ma sát ở các ròng rọc được bỏ qua. Dây nối không giãn. Thả tay khỏi m^1 cho hệ chuyển động. Tìm gia tốc của mỗi vật. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2)$.

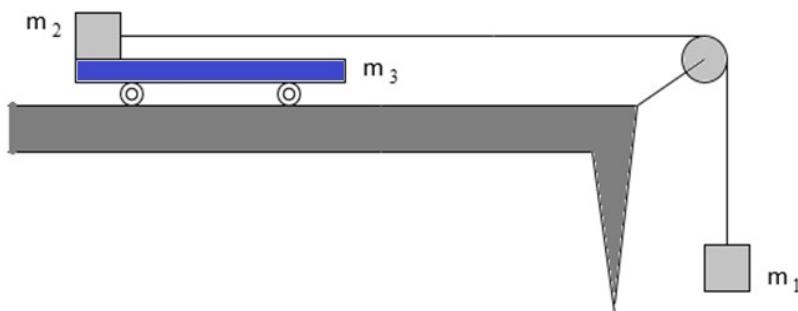
$$\text{ĐS: } a^1 = 2,87 \text{ (m/s}^2); a^2 = 0,84 \text{ (m/s}^2); a^3 = 3 \text{ m/s}^2$$

Bài 9. Hệ vật được bố trí như hình vẽ :



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Cho biết $m_1 = 0,25 \text{ kg}$, $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ và khối lượng của xe $m_3 = 0,5 \text{ kg}$. Hệ số ma sát giữa



m_2 và sàn xe là $\mu_1 = 0,2$. Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt sàn bàn là $\mu_2 = 0,02$. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Thả tay khỏi

m_1 cho hệ vật chuyển động. Tìm :

a). Gia tốc của mỗi vật (coi dây nối m_1 và m_2 không giãn).

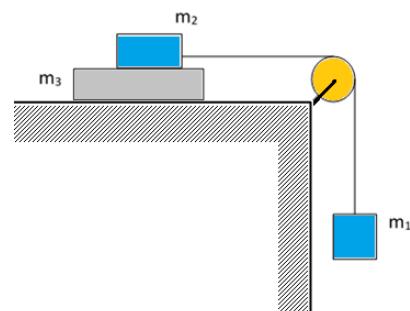
b). tìm vận tốc của m_2 so với xe ở thời điểm $0,1\text{s}$ sau khi thả tay.

ĐS: a. $a_1 = a_2 = 2\text{m/s}^2$; $a_3 = 1,6\text{m/s}^2$; b. $v_{23} = 0,04\text{m/s}$

Bài 10. Cho cơ hệ như hình vẽ. Ròng rọc có khối lượng không đáng kể, dây nối nhẹ và không giãn, $m_1=2\text{kg}$; $m_3=1\text{kg}$; hệ số ma sát trượt giữa m_3 và mặt bàn cố định là $k=0,2$; hệ số ma sát trượt giữa m_2 với m_3 là $k_o=0,4$; lấy $g=10\text{m/s}^2$. Hệ được thả cho chuyển động từ trạng thái nghỉ.

1. Hỏi m_2 bằng bao nhiêu để nó không trượt trên m_3 khi hệ chuyển động?

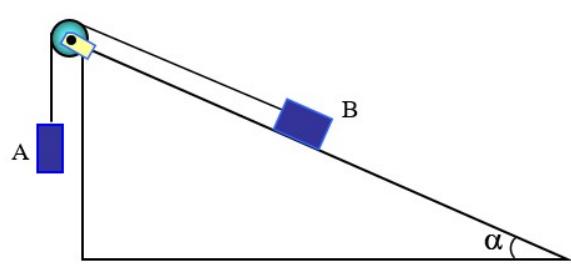
2. Tính m_2 để gia tốc của m_3 bằng một nửa gia tốc của m_2 . Khi đó gia tốc của m_2 bằng bao nhiêu?



ĐS: 2. $m_2 \approx 1,83 \text{ kg}$; $a_2 \approx 3,31 (\text{m/s}^2)$

Bài 11. Cho hệ cơ học như hình 1 gồm: hai vật A; B có khối lượng $m_A = 2 \text{ kg}$, $m_B = 3 \text{ kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ không giãn. Sợi dây được vắt qua một ròng rọc đặt trên đỉnh một mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương nằm ngang. Ròng rọc có bán kính

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



Hình 1

R = 10 cm, momen quán tính I = 0,05 kg.m². Thả cho hai vật chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0. Bỏ qua mọi ma sát, coi rằng sợi dây không trượt trên ròng rọc. Lấy g = 10 m/s².

- a. Tính gia tốc của vật A và lực căng dây.
- b. Tính áp lực của dây nối hai vật lên ròng rọc.

ĐS: a. a=0,5 m/s²; T_A = 19N; T_B = 16,5N; b. Q ≈ 30,769 (N)

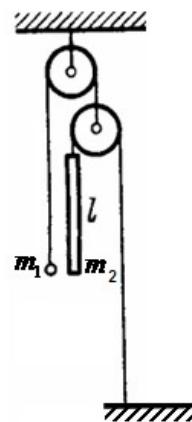
Bài 12. Cho cơ hệ như hình vẽ.

Viên bi 1 có khối lượng m₁, thanh 2 có chiều dài l = 1,25m và khối lượng m₂ = 2m₁.

BỎ qua mọi ma sát, dây không giãn, khối lượng dây và ròng rọc không đáng kể.

Cho gia tốc trọng trường g = 10m/s².

Người ta đặt viên bi ở vị trí ngang với đầu dưới của thanh rồi thả nhẹ cho hệ chuyển động.



a. Tìm gia tốc của viên bi và của thanh.

b. Sau thời gian bao lâu thì viên bi sẽ ở vị trí ngang với đầu trên của thanh?

ĐS: a. Gia tốc bi: $a_1 = \frac{1}{3}g = \frac{10}{3} m/s^2$ và thanh: $a_2 = -\frac{20}{3} m/s^2$; b. t=0,5s.

II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ

Bài 1. Một dây xích AB, dài l có một phần nằm trong một ống nằm ngang, nhẵn và một phần dài h nằm lơ lửng ở ngoài. Đầu B của dây xích nằm ngoài ống, chạm nhẹ vào mặt bàn. Đầu A của dây xích nằm trong ống. Người ta thả đầu A của xích. Tìm tốc độ của đầu A khi nó vừa rời khỏi ống.

ĐS: $v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$

Bài2 . Một viên đạn xuyên qua một tấm ván bằng gỗ chiều dày h có vận tốc giảm từ v_0 đến v . Biết rằng lực cản của tấm ván tỷ lệ với bình phương vận tốc của viên đạn $F = kv^2$, trong đó v là tốc độ của đạn trong gỗ.

- Viết biểu thức vận tốc đạn theo thời gian khi đạn có trong ván.
- Tìm thời gian chuyển động của viên đạn trong tấm ván ?

$$v = \frac{mv_0}{kv_0 t + m} ; b. t = \frac{h(v_0 - v)}{v_0 v \ln\left(\frac{v_0}{v}\right)}$$

Bài 3. Một vật nhỏ đang nằm yên trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn, lúc $t=0$ vật đó chịu tác dụng của một lực phụ thuộc thời gian $F = \beta t$ (β là hằng số). Lực hợp với mặt ngang góc không đổi α .

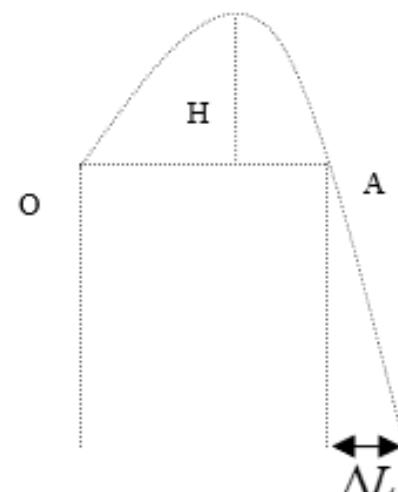
- Tính vận tốc của vật lúc rời mặt phẳng ngang.
- Quảng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó.

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg^2 \cdot \cos \alpha}{\beta \cdot \sin^2 \alpha} ; b. S = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 g^3}{\beta^2 \cdot \sin^3 \alpha} \cos \beta$$

Bài4 . Một vật được ném đi với một góc nghiêng với mặt phẳng ngang từ một dốc đứng cao (hv_0). Do sức cản của không khí nên thời gian vật đi từ O đến độ cao cực đại và thời gian vật rời từ độ cao cực đại xuống điểm A nằm trên đường ngang đi qua điểm O chênh nhau khoảng τ . Tại điểm A, thành phần vận tốc vật theo phương ngang là

v_{tan} , còn thành phần vận tốc thẳng đứng nhỏ hơn thành phần vận tốc thẳng đứng tại O là Δv . Hỏi độ cao lớn nhất H mà vật đạt được là bao nhiêu, nếu khoảng cách lớn nhất mà vật đạt được theo phương ngang so với điểm A là ΔL . Lực cản không khí lên vật tỉ lệ với vận tốc vật.

$$DS: H = \frac{\Delta L(g\tau + \Delta v)}{2v_{tan}}$$



Bài 5. Một dây AB có chiều dài ℓ , được treo thẳng đứng vào một điểm cố định A như hình 3. Khối lượng m của dây phân bố đều trên chiều dài và tạo ra lực căng.

a) Tính tốc độ truyền sóng ngang trên dây ở điểm M cách đầu dưới B của dây một khoảng là x.

b) Tính thời gian để chấn động từ đầu trên A của dây đi hết chiều dài dây.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{gx}; \text{ b. } t = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$



Bài 6. Một vật có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ có vận tốc đầu $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ và chịu lực cản $F = -kv$ (với $k = 1 \text{ kg/s}$).

- a. Chứng minh rằng vận tốc của vật giảm dần theo hàm số bậc nhất của đường đi.
- b. Tính quãng đường mà vật đi được cho tới lúc dừng.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot \frac{k}{m} \cdot S; \text{ b. } s = \frac{mv_0}{k}$$

Bài 7. Một ca nô chuyển động trên mặt hồ với vận tốc \vec{v}_0 lúc $t = 0$ thì tắt máy. Lực cản của nước tỷ lệ với vận tốc $F = -kv$, k là hằng số. Xác định:

- a. Thời gian chuyển động của ca nô kể từ lúc tắt máy.
- b. Vận tốc theo quãng đường đi được của canô kể từ lúc tắt máy và quãng đường tổng cộng cho đến lúc dừng lại.
- c. Tính vận tốc trung bình của canô trong khoảng thời gian mà vận tốc ban đầu giảm đi n lần.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot e^{-\frac{kt}{m}}, \text{ để vận tốc thuỷ bằng 0 thì: } t \rightarrow \infty.$$

$$\text{b. } S = \frac{mv_0}{k}; \text{ c. } \bar{v} = \frac{v_0(n-1)}{n \ln n}$$

Bài 8. Một vật có khối lượng 3kg chuyển động trong trường lực \vec{F} phụ thuộc thời gian trong hệ trục tọa độ oxyz:

$$\vec{F} = [15t\vec{i} + (3t - 12)\vec{j} + 6t^2\vec{k}] \quad \text{với } \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \text{ là các véc tơ đơn vị trên trục ox, oy, oz.}$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Giả sử điều kiện ban đầu: $\vec{r}_0 = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, (m) và $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + \vec{k}$ (m/s)

Tìm sự phụ thuộc của vị trí và vận tốc của vật theo thời gian ?

ĐS: $\vec{v} = \left(2 + \frac{5}{2}t^2 \right) \vec{i} + \left(\frac{t^2}{2} - 4t \right) \vec{j} + \left(\frac{2}{3}t^3 + 1 \right) \vec{k}$

$$\vec{r} = \left(5 + 2t + \frac{5}{6}t^3 \right) \vec{i} + \left(2 + \frac{t^3}{6} - 2t^2 \right) \vec{j} + \left(-3 + t + \frac{t^4}{6} \right) \vec{k}$$

Bài 9. Một sợi dây nhẹ 2 đầu buộc vào 1 vật nặng và 1 thùng cát rồi vắt qua 1 ròng rọc cố định. Khối lượng của cát bằng khối lượng của thùng và bằng 1 nửa khối lượng của vật nặng. Ban đầu các vật đều ở trạng thái đứng yên. Tại thời điểm $t = 0$, qua 1 lỗ nhỏ ở đáy thùng, cát bắt đầu chảy đều ra ngoài. Biết rằng toàn bộ cát chảy hết ra khỏi thùng sau thời gian t_0 . Xác định vận tốc của vật nặng ở thời điểm $2t_0$.

ĐS: $v = gt_0 \left(4 \ln \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right)$

Bài 10. Một hạt chuyển động chậm dần trên một đường thẳng. Độ lớn gia tốc của hạt liên hệ với vận tốc của vật theo phương trình $v = ka^2$ với k là một hằng số dương. Tại thời điểm ban đầu ($t=0$) hạt có vận tốc v_0 . Tìm quãng đường hạt đi được cho đến khi dừng lại và thời gian đi quãng đường đó.

ĐS: $t_1 = 2\sqrt{\frac{v_0^{3/2}}{k}}$; $S = \frac{2v_0^{3/2}\sqrt{k}}{3}$

Bài 11. (Trích Đề thi HSGQG 2016) Một hạt được xâu vào một vòng cứng hình tròn, bán kính R . Mặt phẳng của vòng nằm ngang. Tại thời điểm nào đó người ta truyền cho hạt vận tốc v_0 theo phương tiếp tuyến. Cho hệ số ma sát giữa hạt và vòng là μ . Tính quãng đường hạt đi được cho đến khi dừng lại.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$s = \frac{R}{2\mu} \ln \frac{v_o^2 + \sqrt{g^2 R^2 + v_o^4}}{gR}$$

ĐS:

Bài 12. Giả sử xuồng máy chuyển động dưới tác dụng của lực kéo F không đổi và lực ma sát trượt trên nước với hệ số ma sát trượt $f = a - bv$ với b là vận tốc của xuồng; a, b là các hằng số. Xác định khoảng thời gian cần thiết để xuồng máy tăng được tốc độ từ 0 đến giá trị v_1 và quãng đường xuồng đi được trong khoảng thời gian đó.

$$\text{ĐS: } T = \frac{1}{bg} \ln \left(1 + \frac{mbgv_1}{F - mga} \right); \quad s = \frac{v_1}{bg} - \frac{F - mga}{mb^2 g^2} \ln \left(1 + \frac{mbgv_1}{F - mga} \right)$$

Bài 13. Một vật khối lượng m rơi trong chất lỏng với vận tốc ban đầu bằng 0. Biết lực cản tỉ lệ với bình phương vận tốc rơi của vật với hệ số tỉ lệ là k . Xác định vận tốc và quãng đường vật rơi được sau khoảng thời gian t .

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \cdot \frac{e^{2at} - 1}{e^{2at} + 1} \quad \alpha = \sqrt{\frac{gk}{m}}; \quad s = \sqrt{\frac{mg}{k}} \left(t - \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2e^{2at}}{e^{2at} + 1} \right)$$

Bài 14. Một cầu thủ đá vào quả bóng có khối lượng m , truyền cho nó một vận tốc đầu v_1 và có hướng hợp với mặt phẳng ngang một góc α ngược chiều gió thổi dọc theo mặt sàn. Sau khi vẽ lên không trung một quỹ đạo nào đó quả bóng lại quay trở về vị trí xuất phát với vận tốc v_2 . Xem lực cản của không khí tỉ lệ thuận với vận tốc của bóng đối với không khí $\vec{F}_c = -k\vec{v}_{td}$, k là hệ số tỉ lệ. Hãy xác định:

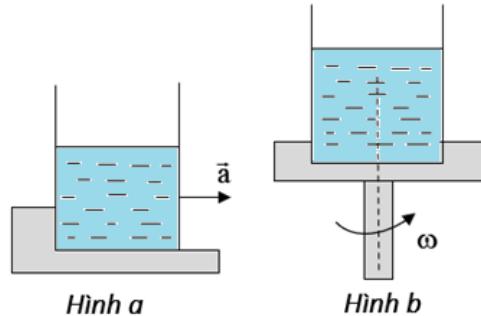
- a. Vận tốc u của gió
- b. Góc β mà vectơ vận tốc \vec{v}_2 hợp với mặt phẳng ngang.

$$u = \frac{mg}{k \tan \alpha}; b. \alpha = \beta$$

Bài 15. Một bình hình trụ chứa chất lỏng. Hãy

xác định phương trình của mặt thoảng của chất

lỏng khi:



- a. Bình chuyển động với tốc độ không đổi (hình a)
- b. Bình quay quanh trục của nó với tốc độ góc không đổi (hình b)

Bài 16. (Trích đề thi HSG QG 2013) Một thanh kim loại AB cứng, mảnh được uốn sao

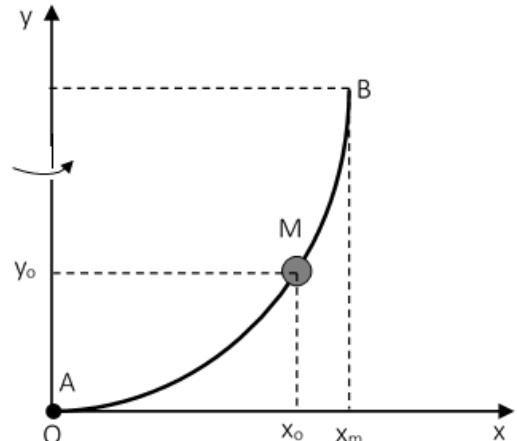
cho trùng với đồ thị hàm số $y = ax^n$ với n nguyên

dương; a là hằng số dương, $0 \leq x \leq x_m$ với x_m là hoành độ của đầu B của thanh. Một hạt nhỏ khối lượng M được lồng vào thanh, hạt có thể chuyển động tới mọi điểm trên thanh. Đầu A của thanh được chặn để hạt không rời ra khỏi thanh. Thanh được quay đều với tốc độ góc ω không đổi quanh trục Oy thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường $g =$

10 m/s^2 . Tìm tọa độ x_o của hạt để hạt cân bằng tại đó trong hai trường hợp:

- a. Bỏ qua ma sát giữa hạt và thanh kim loại.
- Biện luận các kết quả thu được theo n

- b. Xét trường hợp riêng: $n = 2$; $a = 5 \text{ m}^{-1}$, $x_m = 0,6 \text{ m}$; $\omega = 8 \text{ rad/s}$; giữa thanh và hạt có



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ma sát với hệ số ma sát $\mu = 0,05$.

$$x_o = \left(\frac{\omega^2}{nag} \right)^{\frac{1}{n-2}}$$

ĐS : a. Với $n \neq 2$ thì $x_o = 0$ hoặc

Với $n = 2$, thay vào phương trình (3) ta tìm được vị trí cân bằng của hạt :

- Nếu $\omega^2 \neq 2ag$ có duy nhất một vị trí cân bằng : $x_o = 0$
- Nếu $\omega^2 = 2ag$ thì hạt cân bằng ở mọi vị trí $0 \leq x_o \leq x_m$.

b. Thay số: $0 \leq x_o \leq 0,014m$

Bài 17. Một chất điểm khối lượng 100 (g) chuyển động trong mặt phẳng xOy với các tọa

độ phụ thuộc vào thời gian theo công thức $x = 5\sin(10t - \frac{\pi}{3})$; $y = 5\cos(\frac{\pi}{3} - 10t)$ (x, y tính theo cm; t tính theo s)

a, Xác định độ lớn vận tốc vật tại thời điểm t bất kỳ?

b, Xác định độ lớn hợp lực tác dụng lên vật?

ĐS: a. $v = 50 \text{ (cm/s)}$; $F = 0,5 \text{ (N)}$

Bài 18. Một quả bóng khối lượng m bắt đầu thả rơi từ độ cao h . Trong quá trình chuyển động quả bóng luôn chịu tác dụng của lực cản tỉ lệ với vận tốc $\vec{F}_c = -\alpha \vec{v}$, trong đó α là hệ số tỉ lệ (α là hằng số dương). Chọn trục Ox thẳng đứng hướng xuống, gốc O tại vị trí thả quả bóng.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

1. Chứng minh rằng phương trình động lực học (phương trình định luật II Newton)

trong chuyển động của quả bóng có thể đưa về dạng: $\frac{dx}{dv} = \frac{v}{g - \beta v}$. Tìm biểu thức, đơn vị của β và vận tốc lớn nhất mà quả bóng đạt được?

2. Phương trình chuyển động của quả bóng có dạng $x = \frac{g}{\beta} \left[t + \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right]$ Hãy xác định:

a. Vận tốc quả bóng theo thời gian.

b. Trong trường hợp lực cản là nhỏ và thời gian chuyển động không quá lớn

($at \ll 1$). Chứng minh rằng vận tốc và phương trình chuyển động quả bóng có

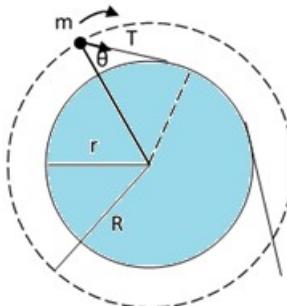
thể đưa về các phương trình của vật rơi tự do: $v = gt$; $x = \frac{1}{2}gt^2$.

Cho $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

ĐS: 1. $\beta = \frac{\alpha}{m}$; $v_{max} = \beta$; 2a. $v = \frac{g}{\beta} (1 - e^{-\beta t})$; b. Sử dụng công thức $e^{-\beta t} = 1 - \beta t + \frac{\beta^2 t^2}{2} + \dots$

Bài 18 bis. Vật có khối lượng m có thể chuyển động không ma sát trên mặt bàn nằm ngang. Trên bàn có một đĩa cố định bán kính r, vật m nối với sợi dây và dây được quấn qua đĩa. Ban đầu truyền cho vật m vận tốc v_0 tiếp tuyến với sợi dây điều chỉnh sao cho m di chuyển trên vòng tròn bán kính $R > r$. Tính vận tốc của m theo thời gian t.

$$v = \frac{v_0 R}{(R - v_0 \tan \theta) t}$$



Bài 19. Một vật nhỏ m đang nằm yên trên mặt phẳng ngang nhẵn. Khi $t=0$, vật chịu tác dụng của một lực phụ thuộc thời gian $F=at$, a là hằng số. Lực hợp với mặt phẳng ngang

một góc α không đổi. Xác định vận tốc của vật lúc rời mặt phẳng, quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó.

$$v = \frac{mg^2 \cos \alpha}{2a \sin^2 \alpha} ; \quad S = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 \cdot g^3 \cdot \cos \alpha}{a^2 \cdot \sin^3 \alpha}$$

Bài 20. Một tàu hoả khối lượng m chuyển động với công suất không đổi P . Tại một thời điểm t_0 nào đó vận tốc của tàu là v_0 . Đến thời điểm t_1 vận tốc của tàu là $2v_0$. Tính $\Delta t = t_1 - t_0$ và quãng đường mà tàu đi được trong thời gian đó. Cho lực cản của không khí $F_c = K.v$, bỏ qua mọi ma sát khác.

$$\Delta t = -\frac{m}{2k} \ln \frac{4v_0^2 - \frac{P}{K}}{v_0^2 - \frac{P}{K}} ; \quad \Delta S = \frac{m}{k} \left[v_0 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{K}} \right] \ln \left(\frac{\left(v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left(2v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right)}{\left(v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left(2v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right)} \right)$$

ĐS:

Bài 21. Xét chuyển động của một hạt khối lượng m dưới ảnh hưởng của lực $F = -K\vec{r}$, trong đó K là hằng số dương và \vec{r} là vec tơ vị trí của hạt.

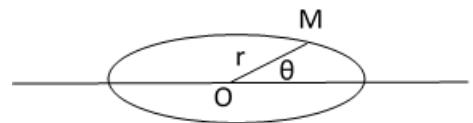
- a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.
- b. Chứng minh rằng quỹ đạo là elip và tính chu kỳ chuyển động của hạt. Biết tại thời điểm ban đầu $t=0$ thì $x=a; y=0; v_x=0; v_y=v$.
- c. Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Kepler về chuyển động của hành tinh?

Bài 22. Chất điểm khối lượng m chuyển động theo mặt trong của trụ tròn bán kính r . Giả thiết trụ nhẵn tuyệt đối, trục của trụ thẳng đứng và chú ý đến tác dụng của trọng lực, hãy xác định áp lực của chất điểm lên trụ và viết phương trình chuyển động của chất điểm. Biết rằng vận tốc ban đầu của chất điểm bằng v_0 và hợp với phương nằm ngang một góc α ; tại thời điểm ban đầu chất điểm nằm trên trục Ox.

$$N = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{r}$$

ĐS:

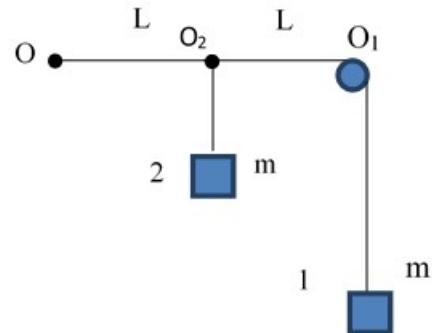
Bài 23. Một hạt khối lượng m chịu tác dụng của hai lực là lực hướng tâm $\vec{F}_1 = f(r) \frac{\vec{r}}{r}$ và lực cản $\vec{F}_2 = -\vec{v}$ (với $\vec{v} \neq 0$, \vec{v} là vecto vận tốc của hạt). Ban đầu hạt có mô men động lượng L_0 . Hãy tìm mô men động lượng L của hệ theo thời gian.



ĐS: $L = L_0 e^{-t/m}$

Bài 24. Cho một cơ hệ như hình vẽ. Một sợi dây dài, một đầu được giữ cố định ở điểm O , đầu kia vắt qua một ròng rọc nhỏ ở điểm O_1 và treo vật khối lượng m . Hai điểm O, O_1 ở cùng một độ cao. Một vòng nhỏ được luồn vào dây ở giữa đoạn OO_1 . Một vật khác có khối lượng cũng là m được treo vào vòng bằng một đoạn dây ngắn. Các dây không có khối lượng, không dãn. Bỏ qua ma sát. Ban đầu hệ được giữ như hình vẽ, rồi thả không vận tốc đầu. Tìm gia tốc của hai vật khi đi qua vị trí cân bằng tĩnh.

ĐS: $a_1 = a_2 = -\ddot{\theta}$, hướng lên)



Bài 25. Giả sử rằng một giọt mưa rơi qua một đám mây và tích lũy khối lượng với tốc độ kmv trong đó $k > 0$ là hằng số, m là khối lượng của hạt mưa, và v vận tốc của nó. Viết biểu thức tốc độ của hạt mưa (phần còn lại) theo thời gian? Xác định khối lượng của nó theo thời gian?

ĐS: $v = \sqrt{\frac{g}{k}} \tanh(\sqrt{kg}t)$; $m = m_0 \cosh \sqrt{kg}t$

Bài 26. Giọt mưa rơi qua một đám mây tích lũy khối lượng một tỷ lệ nhất định

Một giọt mưa rơi qua một đám mây trong khi tích lũy khối lượng với tốc độ λr^2 trong đó r là bán kính của nó (giả sử rằng hạt mưa vẫn là hình cầu) và $\lambda > 0$. Tìm vận tốc của nó tại thời điểm t nếu nó bắt đầu rơi với bán kính a .

$$\text{ĐS: } v(t) = \frac{g}{4\mu} [(a + \mu t) - a^4 (a + \mu t)^{-3}]$$

Bài 27. Giả sử một quả bóng có khối lượng không đổi M chứa một khối lượng cát m_0 chịu tác dụng một lực đẩy lên trên không đổi của C . Ban đầu nó ở trạng thái cân bằng, và sau đó cát được giải phóng với tốc độ không đổi sao cho nó được giải phóng trong thời gian t_0 . Tìm chiều cao của quả bóng và vận tốc của nó khi tất cả cát đã được giải phóng.

$$\text{ĐS: } v(t) = -\frac{(M+m_0)gt_0}{m_0} \ln \left(1 - \frac{m_0 t}{(M+m_0)t_0} \right)$$

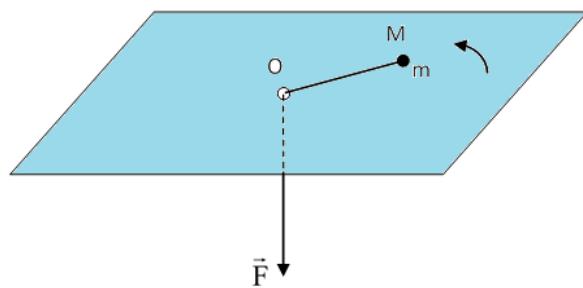
$$\text{Với } \alpha = \frac{m_0 t}{(M+m_0)t_0}; \quad x(t) = x(0) - \frac{1}{2} g t^2 + \frac{g}{\alpha^2} (1 - \alpha t) [\ln(1 - \alpha t) - 1]$$

Bài 28. Trên một mặt phẳng ngang nhẵn có một vật nhỏ khối lượng m được buộc vào đầu một sợi dây nhẹ, không dãn. Đầu kia của dây được kéo qua lỗ O với vận tốc kéo không đổi. Biết tại thời điểm $t = 0$ vật có vận tốc góc

(O) và cách lỗ O một đoạn r_0 . Hãy xác định lực

căng của sợi dây theo khoảng cách $r = OM$.

$$\text{ĐS: } F = \frac{m \omega_0^2 r_0^4}{r^3}$$



Bài 29. Chất điểm khối lượng m , chuyển động dọc theo trục Ox nằm ngang và chịu tác dụng của lực \vec{F}_x , biểu thức lực $\vec{F}_x = -\alpha v - \beta v^2$, trong đó $\alpha, \beta = \text{const}$ và v là vận tốc vật tại thời điểm bất kì. Biết rằng ban đầu vật có vận tốc \vec{v}_0 và \vec{v}_0, \vec{F}_x song song với trục Ox .

Sau khoảng thời gian T bằng bao nhiêu vận tốc của chất điểm giảm còn $\frac{v_0}{n}$. Tìm quãng đường trong khoảng thời gian đó.

Bài 30. (Chọn đội dự tuyển APHO năm 2011 ngày 2)

Xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản.

Xét chuyển động của tấm nhựa trên một mặt bàn nằm nhang, người ta thấy trong quá trình chuyển động tấm nhựa chịu tác dụng của lực ma sát trượt(hệ số ma sát trượt α) và chịu lực cản của môi trường tỷ lệ thuận với vận tốc($\vec{f}_c = -\beta \vec{v}, \beta$ là hệ số cản). Coi va chạm trong quá trình làm thí nghiệm (nếu có) là va chạm hoàn toàn đàn hồi.

Cho các dụng cụ sau:

- Vật nhỏ có khối lượng m đã biết.
- Thước đo có vạch chia đến milimét.
- Các sợi dây mềm, mảnh, nhẹ.
- Tấm nhựa phẳng hình chữ nhật.
- Bàn thí nghiệm, giá đỡ, giá treo cần thiết.

Yêu cầu:

Trình bày cơ sở lý thuyết và xây dựng các công thức cần thiết để xác định hệ số ma sát trượt α giữa tấm nhựa với mặt bàn và hệ số cản β của môi trường khi tấm nhựa chuyển động.

CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG. CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN. III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT.

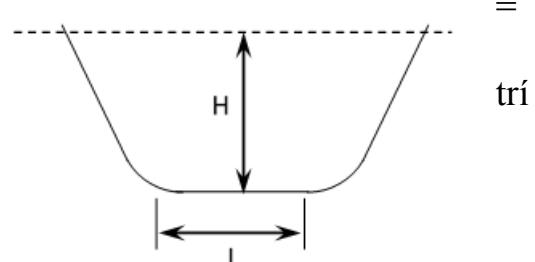
Bài 1. Nghiên cứu một tai nạn trên đường, cảnh sát giao thông đo được chiều dài vệt bánh xe trên mặt đường do phanh gấp xe có chiều dài $L = 60\text{m}$. Tìm vận tốc ban đầu của xe, nếu hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là $k = 0,5$?

ĐS: $24,5 \text{ m/s}$.

Bài 2. Vật chuyển động không vận tốc đầu xuống hố, thành hố nhẵn và thoái dần sang đáy hố nằm ngang (Hình vẽ). Chiều dài phần đáy 1 = 2m. Hệ số ma sát giữa vật và đáy hố là $k = 0,3$. Chiều sâu của hố là $H = 5\text{m}$. Tìm khoảng cách từ vị trí dừng lại tới điểm giữa của hố?

ĐS: 33cm

Bài 3. Tìm công cần thực hiện để đưa một chiếc xe trượt mang theo vật lên dốc có độ cao $H = 10\text{m}$? Khối lượng tổng cộng của xe và vật là m



= 30kg. Góc nghiêng của dốc $\alpha = 30^\circ$. Hệ số ma sát giữa xe trượt và mặt dốc giảm đều từ $k_1 = 0,5$ tại chân dốc đến $k_2 = 0,1$ tại đỉnh dốc.

$$A = mgH \left(1 + \frac{k_1 + k_2}{2} \cot \alpha\right) = 4500J$$

ĐS:

Bài 4. Làm việc với công suất không đổi, đầu máy xe lửa có thể kéo đoàn tàu lên dốc có góc nghiêng $\alpha_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ rad với vận tốc $v_1 = 50$ km/h. Với góc nghiêng $\alpha_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ rad thì cũng trong điều kiện đó đoàn tàu chuyển động với vận tốc $v_2 = 60$ km/h. Xác định hệ số ma sát, coi nó là như nhau trong cả hai trường hợp.

$$k \approx \frac{\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2}{v_2 - v_1} = 0,01$$

Bài 5. Một ô tô có khối lượng $m = 1000$ kg tắt động cơ khi xuống dốc có góc nghiêng với phương ngang $\alpha = 6^\circ$ thì tăng tốc đến vận tốc cực đại $v = 72$ km/h rồi sau đó thì chuyển động đều. Tìm công suất của ôtô để nó đi lên dốc này với vận tốc đó?

ĐS: $P = F \cdot v = 2mgv \sin \alpha = 40 \cdot 10^3 (W)$

Bài 6. Một chiếc xe con khối lượng $M = 1000$ kg chuyển động đều trên một quãng đường nghiêng, cứ mỗi kilômét thì lên cao thêm $h = 10$ m. Tìm lượng xăng cần tồn nhiều hơn so với khi chuyển động với cùng vận tốc trên đường nằm ngang? Lượng xăng được tính đổi với quãng đường dài $L = 100$ km. Cho năng suất tỏa nhiệt của xăng là $q = 4,6 \cdot 10^7$ J/kg. Hiệu suất động cơ $\eta = 10\%$.

$$\Delta m = \frac{mgH}{\eta q} \approx 2,2 \text{ kg}$$

ĐS:

Bài 7. Tính lực cản của nước lén tàu đang chuyển động, biết rằng khi nó chạy với vận tốc $v = 10$ km/h trong 3 ngày thì cần dùng hết $M = 6,5$ tấn than? Hiệu suất động cơ $\eta = 0,1$. Cho năng suất tỏa nhiệt của than là $q = 33,5 \cdot 10^6$ J/kg.

$$F_c = \frac{\eta M q}{S} \approx 3 \cdot 10^4 (N)$$

ĐS:

Bài 8. Khi đi trong các thành phố lớn, xe ô tô thường phải dừng lại tại các nơi có hệ thống đèn hiệu. Ví dụ, một chiếc taxi tại Matxcova trung bình cứ chạy 100 km phải dừng lại 100 lần. Giả sử, sau mỗi lần dừng xe lại tăng tốc tới vận tốc $v = 60$ km/h. Lực cản lái chuyển động của ôtô $F = 300$ N và ít phụ thuộc vào vận tốc. Lượng xăng mà xe đó dùng khi chạy trong thành phố tồn hơn khi chạy ở đường ngoại ô (nơi hầu như không phải

dừng lại) là bao nhiêu lần? Khối lượng của taxi $M = 1,5$ tấn. Hiệu suất động cơ không phụ thuộc vào vận tốc.

ĐS: Gấp gần 1,7 lần.

Bài 9. Đoàn tàu đi với vận tốc $v = 72$ km/h trên đường sắt nằm ngang. Đầu tàu cần tăng công suất thêm bao nhiêu để tàu giữ nguyên vận tốc đó khi có mưa lớn? Coi rằng, trong một đơn vị thời gian có một lượng nước mưa là $m_t = 100$ kg/s rơi xuống tàu rồi chảy từ thành toa tàu xuống đất. Bỏ qua sự thay đổi lực ma sát khi trời mưa.

ĐS: $\Delta N = m_t v^2 = 40\text{KW}$

Bài 10. Chiếc búa của máy đóng cọc nặng $m = 500$ kg được thả rơi tự do từ độ cao nào đó đập vào cọc và đóng nó sâu xuống đất $l = 1$ cm. Xác định lực cản của đất F (coi là không đổi), nếu ngay trước khi va chạm, búa có vận tốc là $v = 10$ m/s. Bỏ qua khối lượng của cọc.

$$F = m \left(\frac{v^2}{2l} + g \right) = 2,5 \cdot 10^6 \text{ (N)}$$

ĐS:

Bài 11. Chiếc xe trượt đang trượt trên mặt băng với vận tốc $v = 6\text{m/s}$ thì bắt đầu trượt vào phần đường nhựa. Chiều dài của ván trượt là $L = 2\text{m}$, ma sát giữa ván trượt với mặt đường nhựa là $k = 1$. Tìm quãng đường xe trượt đi được trên đường nhựa cho đến khi dừng lại hoàn toàn?

ĐS: $S = 2,84\text{m}$.

Bài 12. Tìm lực cản thiết để nhô một chiếc đinh dài $L = 80$ mm khỏi tấm băng, nếu nó được đóng bởi sáu nhát búa có khối lượng $m = 0,5$ kg và vận tốc búa trước khi va chạm $v = 2\text{m/s}$? Bỏ qua khối lượng đinh.

$$\text{ĐS: } F = \frac{6mv^2}{L}$$

Bài 13. Tìm công cản thực hiện, để quay một chiếc tấm ván nằm trên mặt đất quanh một đầu của nó đi một góc α ? Tấm ván có chiều dài L , khối lượng M , hệ số ma sát giữa nó và mặt đất là k .

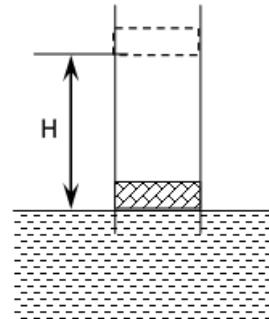
$$\text{ĐS: } A = \frac{kMg \alpha L}{2}$$

Bài 14. Thùng nước được kéo từ dưới giếng sâu $H=20$ m. Ban đầu thùng đầy nước. Do có một lỗ thủng nhỏ ở dưới đáy nên khi kéo lên nước bắt đầu chảy ra khỏi thùng. Coi rằng quá trình kéo thùng lên đều đặn, lưu lượng nước chảy khỏi thùng không đổi. Tìm công kéo thùng nước, nếu khi kéo thùng lên, trong thùng còn lại $2/3$ lượng nước ban đầu. Thùng rỗng có khối lượng $m=2\text{kg}$, thể tích thùng $V=15\text{l}$.

$$\text{ĐS: } A = \left(\frac{5\rho V}{3} + 2m \right) \frac{gH}{2} = 2,9\text{kJ}$$

Bài 15. Một xylanh đặt thẳng đứng, đầu dưới chìm trong nước. Trong xylanh có một pittông đặt nằm trên mặt nước. Kéo chậm pittông lên độ cao $H = 15\text{m}$ (Hình vẽ). Tìm công kéo pittông? Diện tích tiết diện của pittông là $S = 1\text{dm}^2$, áp suất khí quyển $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Bỏ qua khối lượng pittông.

$$\text{ĐS: } A = \frac{\rho g Sh^2}{2} + P_0 S(H - h) = 10^4 \text{ J}$$



Bài 16. Một con lắc toán học khối lượng m , chiều dài l được làm dao động bằng cách mỗi lần nó đi qua vị trí cân bằng thì lại tác động một lực F trong khoảng thời gian ngắn t theo phương song song với vận tốc. Sau bao nhiêu chu kỳ con lắc đạt tới góc 90° ?

$$\text{ĐS: } N = \frac{n}{2} = \frac{m\sqrt{2gl}}{2Ft}.$$

Bài 17. Hai tên lửa giống nhau, một cái đang chuyển động còn cái kia đứng yên, được cho động cơ hoạt động trong một thời gian ngắn. Trong thời gian đó, chúng phun ra khối lượng khí đốt như nhau (nhỏ so với khối lượng tên lửa) với vận tốc tương đối so với tên lửa như nhau. Động năng ban đầu của tên lửa chuyển động là K , sau khi động cơ hoạt động thì tăng thêm 4% . Tìm động năng của tên lửa còn lại?

$$\text{ĐS: } K_2 = 4 \cdot 10^{-4} K$$

Bài 18. Một vật có khối lượng m được nâng từ mặt đất bởi một lực \vec{F} phụ thuộc độ cao y theo quy luật $\vec{F} = 2(ay - 1)m\vec{g}$ với a là hằng số dương. Bỏ qua sức cản không khí. Tính công của lực đó trong nửa đoạn đường đầu tiên của quá trình đi lên.

$$\text{ĐS: } A_1 = \frac{3mg}{4a}.$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 19. Một vật nhỏ trên đỉnh một măt cầu nhẵn bán kính R. Người ta truyền cho quả cầu một gia tốc ngang không đổi a_0 và lập tức vật nhỏ trượt về phía dưới. Hãy xác định:

a. Vận tốc vật đối với quả cầu lúc nó rời khỏi quả cầu?

b. Góc α giữa đường thẳng đứng và bán kính vectơ từ tâm quả cầu đến vị trí vật rời măt cầu. Tính α khi $a_0 = g$?

$$\text{ĐS: b. } \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{14} - 3}{5}$$

Bài 20 . Tìm quãng đường xe trượt đi được trên mặt phẳng nằm ngang nếu nó trượt xuống theo dốc nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương nằm ngang từ độ cao $H = 15m$? Hệ số ma sát giữa xe trượt và đường là $k = 0,2$.

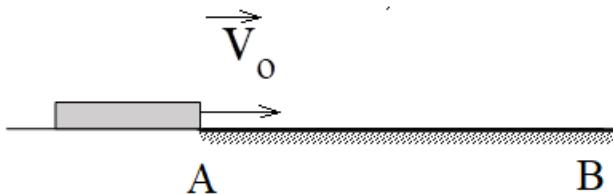
$$\text{ĐS: } L = H \left(\frac{1}{k} - \cot \alpha \right) = 49(m)$$

III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG.

Bài 1. Một vòng nhẵn nhỏ được luồn qua một sợi chỉ mảnh, trơn, không dãn, dài L. Hai đầu sợi chỉ được buộc vào hai điểm cố định A, B cách nhau $AB = l < L$ và AB tạo với phương ngang một góc α . Từ A thả cho vòng nhẵn bắt đầu trượt xuống dọc sợi chỉ. Cho gia tốc trọng trường là g. Tính tốc độ lớn nhất của vòng nhẵn.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{g\sqrt{L^2 - l^2 \cos^2 \alpha} - gl \sin \alpha}$$

Bài 2. Một thanh dẹt đồng chất khói lượng m đang chuyển động đều trên đường nằm ngang với vận tốc v_0 thì đi vào đoạn đường AB có hệ số ma sát μ . Thanh có chiều dài l



và đoạn đường AB có chiều dài 3l. Hỏi vận tốc v_o có giá trị tối thiểu bao nhiêu để thanh vượt qua được đoạn AB? Cho gia tốc trọng trường là g.

ĐS: $v_o \geq 2\sqrt{lg}$

Bài 3. Một thùng có khối lượng M chứa đầy nước có khối lượng m ban đầu đứng yên. Thùng được kéo lên từ giếng bằng một sợi dây thừng với một lực ổn định F. Nước bị rò rỉ ra ngoài với một tốc độ đều và thùng sẽ trống sau thời gian T. Tìm vận tốc của thùng tại thời điểm mà nó rò rỉ hết nước.

ĐS: $v = \frac{FT}{m} \ln \frac{M+m}{M} - gT$

Bài 4. Một con lắc đơn dao động với biên độ góc $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$, có mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng của vật nặng.

a) Tính tỉ số giữa thế năng và động năng của vật nặng tại vị trí mà lực căng dây treo có độ lớn bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng.

b) Gọi độ lớn vận tốc của vật nặng khi động năng bằng thế năng là v_1 , khi độ lớn của lực căng dây treo bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng là v_2 . Hãy so sánh v_1 và v_2 .

ĐS: a. $\frac{W_t}{W_d} = 2$; b. $v_1 > v_2$

Bài 5. Quả cầu nhỏ M có khối lượng $m = 100g$ được treo tại A bởi một dây chiều dài

$l = 81cm$. Tại O thấp hơn A khoảng $\frac{l}{2}$ có một chiếc đinh, AO có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu đến vị trí dây AM nằm ngang rồi buông tay.

a, Tính lực căng của dây ngay trước và sau khi vuông đinh.

b, Hỏi ở điểm nào trên quỹ đạo, lực căng của dây treo bằng không? Sau đó quả cầu chuyển động như thế nào, lên tới độ cao lớn nhất là bao nhiêu?

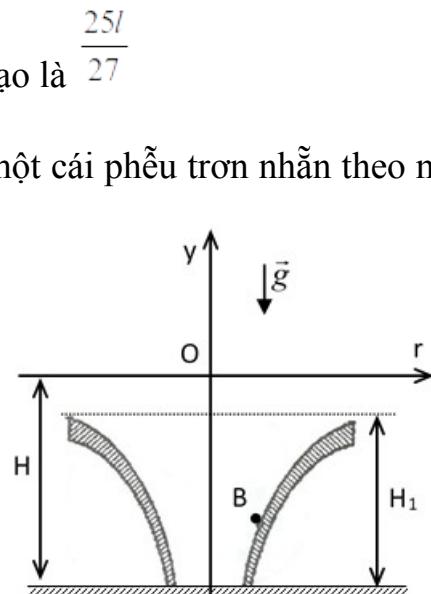
ĐS: a. 3N; 5N; b. Tại D có độ cao $h_D = \frac{5l}{6}$ và phương dây treo so phương thẳng đứng

$\alpha_D = 132^\circ$. Độ cao lớn nhất cách vị trí thấp nhất của quỹ đạo là $\frac{25l}{27}$

Bài 6. Một hạt B chuyển động trượt trên mặt trong của một cái phễu tròn nhẵn theo một quỹ đạo nằm trong mặt phẳng ngang. Do một cú hích nhẹ lên phía trên dọc theo mặt trong của phễu, hạt rời quỹ đạo và bay ra khỏi miệng phễu với vận tốc v. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ đến đáy phễu là $H = 100\text{cm}$, khoảng cách từ miệng phễu đến đáy phễu là $H_1 = 75\text{cm}$ (xem hình vẽ). Tính v. Biết rằng đối với các điểm nằm trên mặt trong của phễu tung độ y của chúng tỷ lệ nghịch với bình phương bán kính phễu tại

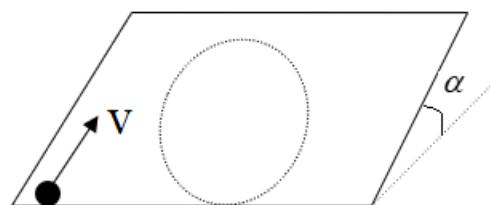
điểm đó: $y \sim \frac{1}{r^2}$

ĐS: $v = \sqrt{2g(H - H_1)}$



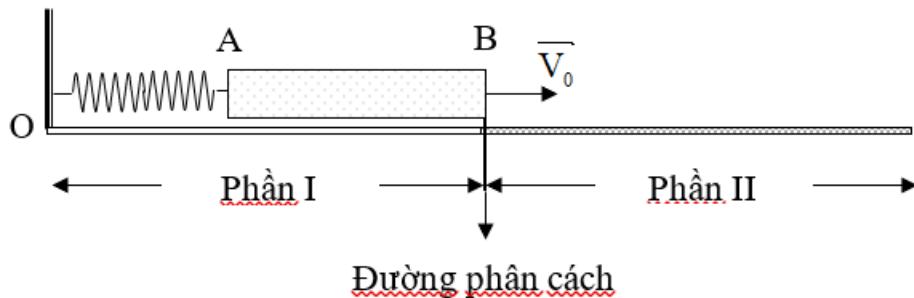
Hình câu 1

Bài 7. Trong mặt phẳng nghiêng nhẵn, nghiêng góc α so với phương ngang có vẽ một vòng tròn bán kính R. Hỏi phải truyền cho đồng xu nhỏ vận tốc tối thiểu là bao nhiêu để nó trượt trên mặt phẳng nghiêng mà quỹ đạo chỉ tiếp xúc tại đỉnh vòng tròn?



ĐS: $v_{\min} = \sqrt{5g_1 R}$, góc ném $\varphi = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$, vị trí ném cách tâm đường tròn theo phương ngang một đoạn $2R$

Bài 8. Một thanh thẳng AB đồng chất, tiết diện đều, chiều dài L, khối lượng m được đặt trên một mặt phẳng ngang. Mặt phẳng ngang có hai phần ngăn cách bởi một đường thẳng: một phần không có ma sát (phần I); phần còn lại có ma sát, hệ số ma sát giữa thanh và phần này là μ (phần II). Người ta bố trí một hệ cơ học gồm: Một lò xo nhẹ, độ cứng k, một đầu gắn cố định vào tường tại O, đầu còn lại nối với đầu A của thanh. Ban đầu trực của thanh và của lò xo nằm trên một đường thẳng vuông góc với đường thẳng phân cách; lò xo không bị biến dạng; thanh nằm hoàn toàn trong phần I và điểm B của thanh vừa chạm vào đường phân cách (hình vẽ). Tại một thời điểm bất kỳ, truyền cho thanh một vận tốc \vec{V}_0 có phương dọc theo thanh và có chiều hướng về phía phần II.



Tính:

- Công của lực ma sát khi thanh trượt vào phần II một đoạn x ($x \leq L$).
- Độ dãn cực đại của lò xo và điều kiện của V_0 để có độ dãn cực đại đó.

ĐS: a. $A_{ms} = -\frac{\mu mg}{2L}x^2$; b. Nếu độ dãn cực đại $A \leq L$ thì $V_0 \leq L \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$

Nếu $A > L$ thì $V_0 > L \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$

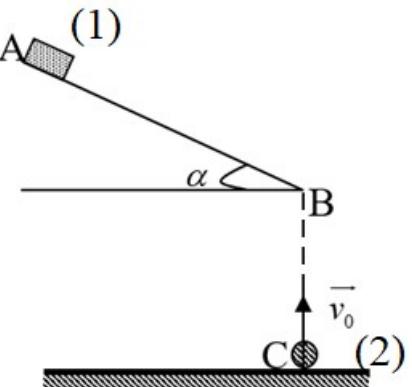
Bài 9. Một con lắc đơn có chiều dài $\ell = 1$ m, vật nặng khối lượng $m=1\text{kg}$ treo tại nơi có gia tốc trọng trường $g=10\text{m/s}^2$. Đưa vật nặng đến vị trí sao cho dây treo căng và hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 60^\circ$ rồi thả nhẹ. Biết cơ năng con lắc bảo toàn trong quá

trình dao động. Tính gia tốc của vật nặng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$.

ĐS: $a \approx 8,865 m/s^2$

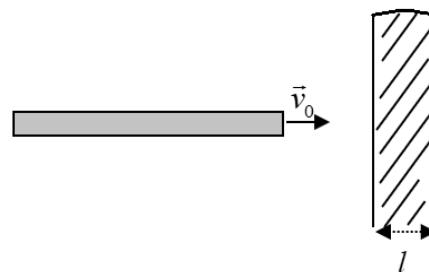
Bài 10. Một mái hiên tạo thành dốc AB dài 1,935 m, nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương nằm ngang. Điểm C là chân đường thẳng đứng hạ từ B xuống mặt đất. Từ A thả một vật có khối lượng $m_1 = 0,2 kg$ trượt trên AB, cùng lúc đó từ C bắn vật 2 có khối lượng $m_2 = 0,4 kg$ lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng hai vật sẽ va nhau ở B, vật 2 xuyên vào vật 1 rồi cả hai cùng bay theo phương nằm ngang ngay sau khi va chạm. Hệ số ma sát giữa vật 1 và mặt AB là $\mu = 0,1$. Lấy $g = 10 m/s^2$. Tìm độ cao của điểm B so với mặt đất và tính phần cơ năng đã tiêu hao khi vật 2 xuyên vào vật 1.

ĐS: $h_B \approx 5,6(m); 1,4J$



Bài 11. Một ván trượt dài $L = 4m$, khối lượng phân bố đều theo chiều dài, đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 5 m/s$ trên mặt băng nằm ngang thì gặp một dải đường nhám có chiều rộng $l = 2m$ vuông góc với phương chuyển động (hình vẽ). Sau khi vượt qua dải nhám ván có vận tốc $v = 3 m/s$. Lấy $g = 10 m/s^2$. Tính hệ số ma sát trượt giữa ván trượt với dải đường nhám.

$$\mu = \frac{v_0^2 - v^2}{2gl} = 0,4$$



Bài 12. Hai viên bi giống nhau, được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ, không giãn, dài $2l$, đặt trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn (hình vẽ). Người ta truyền cho một trong hai viên bi đó một vận tốc v_0 hướng theo phương thẳng đứng lên trên.

a) Giả sử trong quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không bị nhắc lên, hãy lập phương trình quỹ đạo của viên bi trên?

b) Tìm điều kiện của v_0 để thỏa mãn điều giả sử trên (tức là trong suốt quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không rời mặt phẳng ngang).

Bỏ qua lực cản của không khí, có thể thừa nhận rằng viên bi dưới sẽ dễ bị nhắc lên khỏi mặt phẳng ngang nhất khi dây ở vị trí thẳng đứng.

$$\text{ĐS: a. } \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{4l^2} = 1 \quad \sqrt{5gl} \leq v_0 \leq \sqrt{6gl}$$

; b.



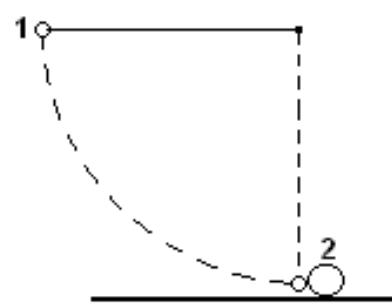
Bài 13. Quả cầu 1 có khối lượng $m^1 = 0,3$ (kg) được treo vào đầu một sợi dây không dẫn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài $\ell = 1$ (m). Kéo căng dây treo quả cầu theo phương nằm ngang rồi thả tay cho nó lao xuống. Khi xuống đến điểm thấp nhất, quả cầu 1 va chạm đàn hồi xuyên tâm với quả cầu 2, quả cầu 2 có khối lượng $m^2 = 0,2$ (kg) đặt ở mặt sàn nằm ngang. (Được mô tả như hình vẽ bên)

Sau va chạm, quả cầu 1 lên tới điểm cao nhất thì dây treo lệch góc α so với phương thẳng đứng. Quả cầu 2 sẽ lăn được đoạn đường có chiều dài S trên phương ngang.

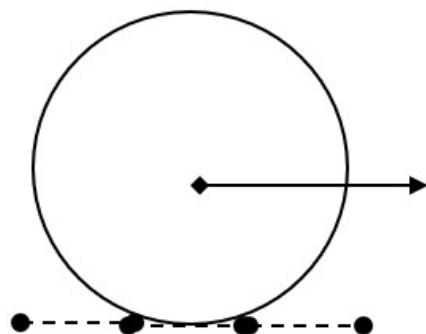
Biết hệ số ma sát giữa quả cầu 2 và mặt sàn nằm ngang là $0,02$ và trong sự tương tác giữa m^1 và m^2 thì lực ma sát tác dụng vào quả cầu 2 là không đáng kể so với tương tác giữa hai quả cầu. Lấy $g = 10(m/s^2)$.

Tính: α và S .

ĐS: $16,26^\circ$; 72m .



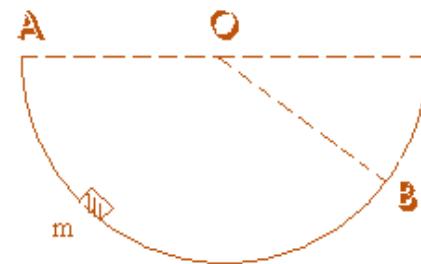
Bài 14. Người ta nối một sợi dây không giãn vào trục một bánh xe khối lượng m , bán kính r . Sợi dây đó căng theo phương ngang trong mặt phẳng bánh xe. Bánh xe được quay và không nẩy lên khi va chạm vào các chấn song song với trục của nó, đặt liên tiếp trong mặt phẳng nằm ngang, khoảng cách giữa chúng là $l \ll r$. Hãy xác định lực kéo trung bình cần có của sợi dây để vận tốc trung bình của bánh xe không đổi là v . Xem như khối lượng banh xe tập trung ở trục của nó.



$$T = \frac{mv^2 J}{4r.v^2} \left(1 + \frac{gl^2}{4r.v^2}\right) \approx \frac{mv^2 J}{2r^2}$$

Bài 15. Một vật nhỏ bắt đầu trượt không vận tốc đầu từ điểm A bên trong một bán trụ cố định có trục nằm ngang. Hỏi vật có thể trượt đến điểm B hay không nếu hệ số ma sát là $\mu = 0,5$; $\mu = 0,268$.

$$\text{Biết } AOB = \frac{5\pi}{6}$$



ĐS: Với $\mu = 0,5 > 0,268$ vật không trượt tới B;

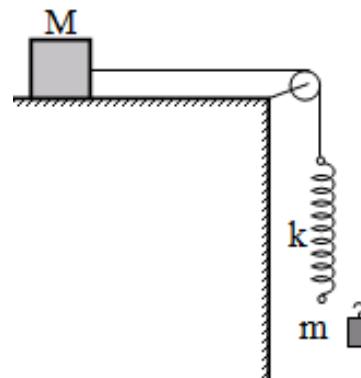
với $\mu = 0,268$ vật vừa đủ tới được B

Bài 16. Cho cơ hệ như hình vẽ. Vật M có hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng ma sát trượt bằng μ đối với mặt ngang, lò xo rất nhẹ có độ cứng k , sợi dây mảnh không dãn và đủ dài, bỏ qua khối lượng ròng rọc và ma sát tại trục ròng rọc. Khi hệ thống đang đứng yên, treo nhẹ nhàng vật m vào đầu dưới của lò xo.

1, Xác định khối lượng cực tiểu m_0 của m để vật M bắt đầu dịch chuyển.

2, Với $m=m_0$, xác định lực ma sát tác dụng lên M khi gia tốc của m bằng 0; và khi vận tốc của m bằng 0 lần thứ nhất (không tính trạng thái ban đầu).

3, Với $m=2m_0$, xác định vận tốc của m khi M bắt đầu dịch chuyển.

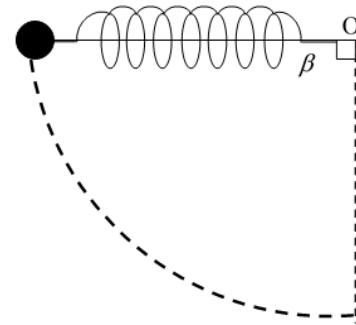


ĐS: 1. $m_0 = \frac{1}{2} \mu M$; 2. $F_{ms} = \frac{1}{2} \mu Mg$; $F_{ms} = \mu Mg$;

3. $v = g \sqrt{\frac{\mu M}{k}}$

Bài 17. Một quả cầu có khối lượng $m= 2\text{kg}$ treo ở một đầu một sợi dây có khối lượng không đáng kể và không co dãn. Bỏ qua ma sát và sức cản. Lấy $g= 10\text{m/s}^2$.

a) Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc α_m rồi thả ra (vận tốc ban đầu bằng không). Thiết lập biểu thức lực căng dây của dây treo khi quả cầu ở vị trí lệch một góc α so với vị trí cân bằng. Tìm vị trí của quả cầu trên quỹ đạo để lực căng đạt cực đại. Tính độ lớn của lực căng cực đại nếu góc $\alpha_m = 60^\circ$.



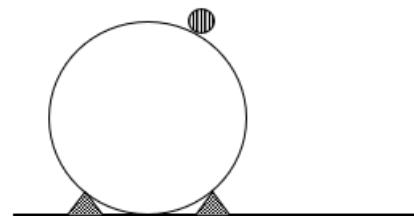
b) Phải kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc bằng bao nhiêu để khi thả cho dao động, lực căng cực đại gấp 3 lần trọng lượng của quả cầu.

c) Thay sợi dây treo quả cầu bằng một lò xo có trọng lượng không đáng kể. Độ cứng của lò xo là $k= 500\text{N/m}$, chiều dài ban đầu $l_0=0,6\text{m}$. Lò xo có thể dao động trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh điểm treo O. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc $\beta = 90^\circ$ rồi thả ra. Lúc bắt đầu thả, lò xo ở trạng thái không bị nén dãn. Xác định độ dãn của lò xo khi quả cầu đến vị trí cân bằng.

ĐS: a. $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$ $T_{max} = 40(N)$;

b. $\alpha_m = 90^\circ$; c. $\Delta l = 0,104(\text{m})$

Bài 18. Một vật nhỏ trượt không vận tốc đầu và không ma sát từ điểm cao nhất của một quả cầu có bán kính R bị giữ chặt trên bề mặt nằm ngang của một cái bàn (Hình vẽ). Khi vật rơi đến bàn thì hướng rơi tạo với bề mặt bàn một góc β bằng bao nhiêu?

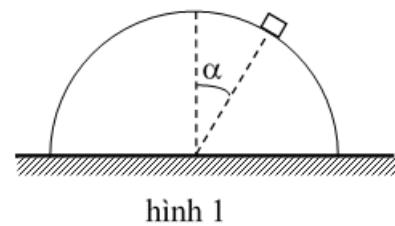


ĐS: $\beta = 74^\circ$

Bài 19. Một vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$ đặt trên một tấm gỗ rồi cả hai đặt lên mặt sàn nằm ngang. Vật được treo vào một điểm O bằng một sợi dây nhẹ đàn hồi, lúc đầu sợi dây có chiều dài tự nhiên $l_0 = 40\text{cm}$. Hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm gỗ là $\mu = 0,2$. kéo từ từ tấm gỗ cho đến khi vật bắt đầu trượt trên gỗ, khi ấy dây lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$. Tính công của lực ma sát trong hệ quy chiếu gắn với mặt sàn kể từ lúc đầu đến lúc vật bắt đầu trượt $g = 10\text{m/s}^2$.

ĐS: 92mJ .

Bài 20. Trên mặt sàn nằm ngang đặt một bán cầu khối lượng m bán kính R . Từ điểm cao nhất của bán cầu có một vật nhỏ cũng có khối lượng m được thả trượt không vận tốc đâu trượt xuống mặt bán cầu. Bỏ qua ma sát giữa vật và bán cầu. Gọi α là góc giữa phương thẳng đứng và phương bán kính nối tâm bán cầu với vật khi vật chưa rời bán cầu (hình 1). Hãy xác định độ lớn vận tốc vật và độ lớn áp lực của vật lên mặt bán cầu theo m, g, R và α khi vật chưa rời bán cầu. Từ đó tìm góc $\alpha = \alpha_m$ khi vật bắt đầu rời bán cầu.



hình 1

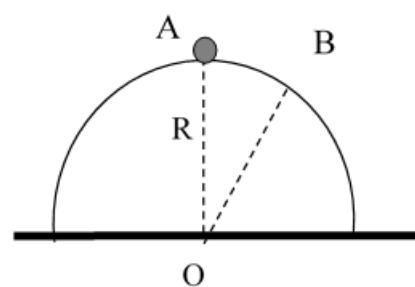
Hãy xét bài toán trong hai trường hợp:

1. Bán cầu được giữ cố định trên sàn.
2. Bán cầu được thả tự do cùng một lúc với vật. Bỏ qua ma sát giữa bán cầu và mặt sàn.

Cho rằng phương trình $x^3 - 6x + 4 = 0$ có nghiệm $x_1 = \sqrt{3} - 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = -(\sqrt{3} + 1)$

ĐS: 1. $\alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ$; 2. $\alpha = 42,9^\circ$

Bài 21. Một vật nhỏ khối lượng $m = 0,1\text{kg}$ trượt không vận tốc đâu, không ma sát từ điểm cao nhất A của một bán cầu có bán kính $R = 1\text{m}$, khối lượng $M = 1\text{kg}$, đặt trên mặt sàn nằm ngang như hình. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



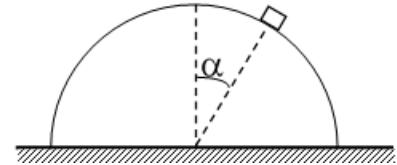
a) Bán cầu được giữ cố định trên mặt sàn. Xác định vị trí của vật lúc bắt đầu rời bán cầu.

b) Không giữ bán cầu cố định trên mặt sàn. Khi vật trượt tới điểm B với $A\hat{O}B = 10^\circ$ thì bán cầu bắt đầu trượt trên mặt sàn. Tìm hệ số ma sát giữa bán cầu và mặt sàn.

ĐS : a. Tại độ cao $h_C = R \cos \alpha = \frac{2}{3}R \approx 0,67\text{m}$ với $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

b. $\mu \approx 0,015$

Bài 22. Trên mặt phẳng ngang có một bán cầu khối lượng m. Từ điểm cao nhất của bán cầu có một vật nhỏ khối lượng m trượt không vận tốc đầu xuống. Ma sát giữa vật nhỏ và bán cầu có thể bỏ qua. Gọi α là góc giữa phương thẳng đứng và bán kính véc tơ nối tâm bán cầu với vật.



1. Giả sử bán cầu được giữ đứng yên.

a) Xác định vận tốc của vật, áp lực của vật lên mặt bán cầu khi vật chưa rời bán cầu, từ đó tìm góc $\alpha = \alpha_m$ khi vật bắt đầu rời bán cầu.

b) Xét vị trí có $\alpha < \alpha_m$. Viết các biểu thức thành phần gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của vật theo g và α . Viết biểu thức tính áp lực của bán cầu lên mặt phẳng ngang theo m, g và α khi đó.

2. Giả sử giữa bán cầu và mặt phẳng ngang có hệ số ma sát là μ . Tìm μ biết rằng khi $\alpha = 30^\circ$ thì bán cầu bắt đầu bị trượt trên mặt phẳng ngang.

3. Giả sử không có ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng ngang. Tìm góc α khi vật bắt đầu rời bán cầu.

ĐS: 1a. Suy ra:

$$v_\alpha = \sqrt{2gR(1-\cos\alpha)} ; \quad Q = (3\cos\alpha - 2) \cdot mg . \text{Vật rời bán cầu lúc đó:}$$

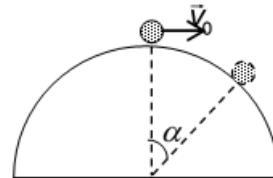
$$\cos\alpha = \cos\alpha_m = \frac{2}{3} \quad \text{hay} \quad \alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ .$$

$$1b. \text{Xét vị trí có } \alpha < \alpha_m: \quad a_n = \frac{v^2}{R} = 2g(1-\cos\alpha) ; \quad a_t = g \sin\alpha ; \quad N = mg(1 - 2\cos\alpha + 3\cos^2\alpha)$$

$$2. \quad \mu = \frac{(3\cos\alpha - 2)\sin\alpha}{1 - 2\cos\alpha + 3\cos^2\alpha} \approx 0,197 ; \quad 3. \quad \alpha = 42,9^\circ$$

Bài 23. Vật nhỏ nằm trên đỉnh của bán cầu nhẵn, cố định, bán kính R. Vật được truyền vận tốc đầu v_0 theo phương ngang.

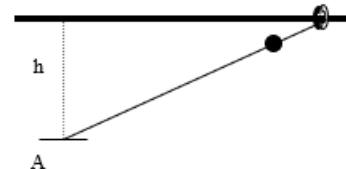
a) Xác định v_0 để vật không rời khỏi bán cầu ngay tại thời điểm ban đầu



b) Khi v_0 thỏa mãn điều kiện câu a), xác định vị trí α nơi vật rời khỏi bán cầu.

$$\text{ĐS: a. } v_0 \leq \sqrt{gR}; \text{ b. } \alpha = \arccos\left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}\right)$$

Bài 24. Một sợi dây không giãn có khối lượng bỏ qua, xuyên qua một hạt cườm nhỏ khối lượng m . Một đầu dây buộc chặt vào một điểm cố định A, đầu kia buộc vào một vòng nhỏ không khối lượng, vòng này có thể trượt tự do trên một thanh cứng nằm ngang (hình vẽ). Tại thời điểm đầu người ta giữ hạt cườm ở một đầu dây sao cho sợi dây thẳng và không có sức căng rồi tâ nhẹ. Hãy tìm vận tốc hạt cườm tại thời điểm sợi dây bị đứt, biết rằng lực căng cực đại mà sợi dây chịu được là $T_o > 0$. Cho biết sợi dây có chiều dài L , khoảng cách từ A đến thanh cứng là h . Bỏ qua mọi ma sát.



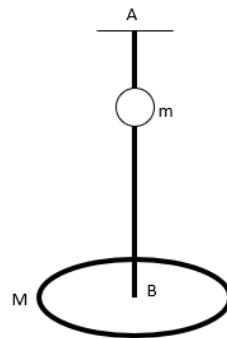
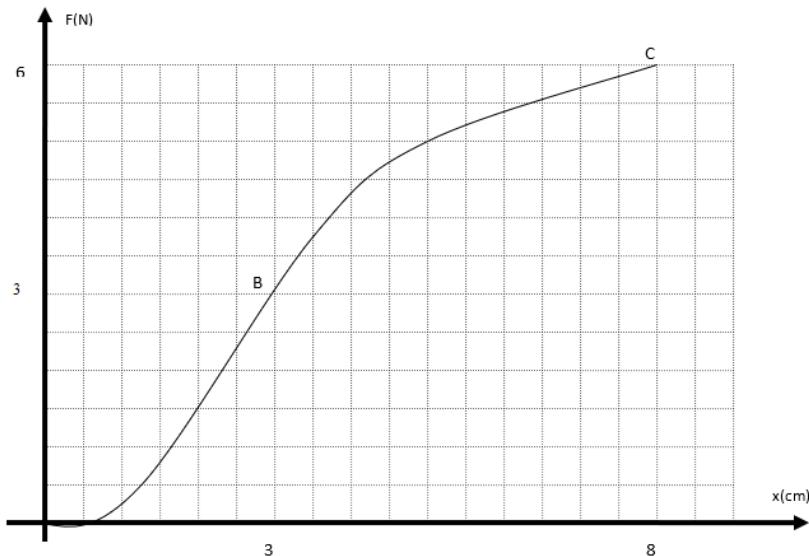
$$\text{ĐS: . Nếu: } \frac{mg}{2T_o} \geq 1 - \frac{h}{L} \quad \text{thì lúc dây đứt} \quad v = \sqrt{2gL(1 - \frac{mg}{2T_o})}$$

$$\text{. Nếu: } \frac{mg}{2T_o} > 2 \quad \text{thì dây đứt ngay lúc } t=0$$

$$\text{. Nếu: } \frac{mg}{2T_o} < 1 - \frac{h}{L} \quad \text{thì dây không đứt.}$$

Bài 25. Một đĩa phẳng được treo trên sợi dây chun AB như hình vẽ, sao cho đĩa nằm ngang, đĩa có khối lượng $M=300\text{g}$. Một vật nhỏ $m=100\text{g}$ xuyên qua sợi dây. Hệ đang ở trạng thái cân bằng thì người ta thả rơi vật m với vận tốc đầu $v_0=0$ từ độ cao h so với M (giữa vật và dây không có ma sát). Hãy tìm h_{\min} để sợi dây bị đứt. Biết rằng sợi dây chỉ có thể giãn nhiều nhất là 8cm và sự phụ thuộc của lực căng dây vào độ giãn của dây được thể hiện trên hình vẽ. Va chạm giữa m và M là mềm, $g=10\text{m/s}^2$.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-



ĐS: $h_{\min} = 20$

Bài 26. Một người khối lượng m đứng ở đầu xe trượt có khối lượng M chiều dài L . Người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào để đến đầu kia của xe trượt nếu:



- a) Xe trượt được giữ chặt
- b) Xe trượt được thả tự do trên mặt băng

ĐS: a. Vận tốc nhỏ nhất là \sqrt{gL} và với góc nhảy hợp với xe trượt góc $\alpha = 45^\circ$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gL}{2}} \sqrt{\frac{M^2}{(M+m)^2} + 1} ; \text{ góc nhảy } \alpha, \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{m+M}{M}$$

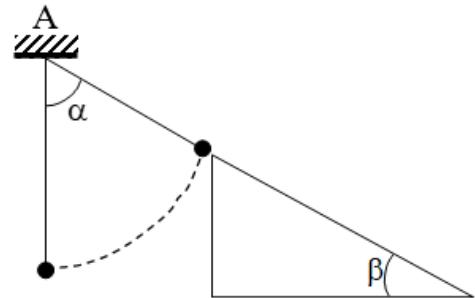
Bài 27. Một con lắc đơn, gồm vật nặng $m = 0,2\text{kg}$, dây treo nhẹ, không dãn có chiều dài $l = 1\text{m}$ được treo ở A cách mặt đất là $H = 4,9\text{m}$. Truyền cho m một vận tốc theo phương

ngang để nó có động năng W_d . Con lắc chuyển động đến vị trí dây treo lệch góc $\alpha = 60^\circ$ so với phương thẳng đứng thì dây treo bị đứt, khi đó vật m có vận tốc $v_0 = 4 \text{ m/s}$. Bỏ qua mọi lực cản và ma sát. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Xác định động năng W_d .

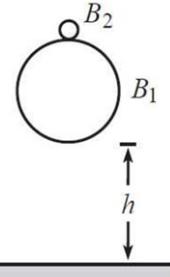
2. Bao lâu sau khi dây treo đứt, vật m sẽ rơi đến mặt đất.

3. Nếu từ vị trí của vật khi dây treo bị đứt có căng một sợi dây khác nghiêng với mặt đất một góc $\beta = 30^\circ$ trong mặt phẳng quỹ đạo của vật m (Hình 5), thì vật m chạm vào dây tại điểm cách mặt đất bao nhiêu.



ĐS: 1. 2,6J; 2. 1,34s; 3. 3,33m.

Bài 28. a. Một quả bóng tennis có khối lượng m_2 nhỏ nằm trên đỉnh một quả bóng rỗ có khối lượng m_1 lớn (Hình 1.17P1). Đáy của quả bóng rỗ nằm ở một độ cao h so với mặt đất, và đáy của quả bóng tennis nằm ở độ cao $h + d$ so với mặt đất. Hai quả bóng được thả rơi. Hỏi quả bóng tennis sẽ nảy lên một độ cao bằng bao nhiêu? Chú ý: giải bài toán trong trường hợp xấp xỉ khi m_1 lớn hơn m_2 rất nhiều, và giả sử rằng các quả bóng va chạm đàn hồi với nhau. Cũng giả sử, để cho bài toán trở nên gọn gàng và đẹp, rằng các quả bóng ban đầu cách nhau một khoảng cách nhỏ, và các quả bóng va chạm trong một khoảng thời gian tức thời.



Hình 1.17P1

b. Nay xét n quả bóng, B_1, \dots, B_n , có khối lượng m_1, m_2, \dots, m_n (với

$m_1 \gg m_2 \gg \dots \gg m_n$), được xếp đứng lên nhau thành một chồng thăng

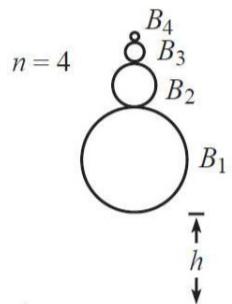
đứng (Hình 1.17P2). Đáy của quả bóng B_1 có độ cao là h so với mặt

đất, và đáy của quả bóng B_n có độ cao là $h + l$ so với mặt đất. Các quả

ball được thả rơi. Biểu diễn qua n, hỏi quả bóng trên cùng sẽ nảy lên

độ cao bao nhiêu? Chú ý: sử dụng các xấp xỉ và giả thiết tương tự như

trong phần a.



Hình 1.17P2

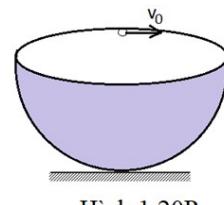
Nếu $h = 1\text{m}$, hỏi số lượng tối thiểu của các quả bóng cần thiết bằng bao nhiêu sao cho quả bóng trên cùng nảy lên một độ cao ít nhất là 1km ? Sao cho quả bóng đạt được vận tốc thoát? Giả sử rằng các quả bóng vẫn va chạm đàn hồi (mà giả thiết này hơi vô lý) và bỏ qua sức cản của gió, và giả sử rằng l là không đáng kể.

Đáp số.

a. $H = d + 9h$

b. ; $n = 23$ Kết quả này chỉ là ước tính.

Bài 29. Một bán cầu rỗng bán kính R , mặt trong nhẵn, phần đỉnh được giữ cố định trên. Một vật nhỏ ở điểm cao nhất của mặt trong bán cầu, được truyền một vận tốc đầu \vec{v}_0 theo phương nằm ngang (Hình 1.20P). Gia tốc trọng trường là g . Tìm vận tốc lớn nhất của vật nhỏ trong quá trình chuyển động.



Hình 1.20P

Đáp số.

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(v_0^2 + \sqrt{v_0^4 + 16g^2 R^2} \right)}$$

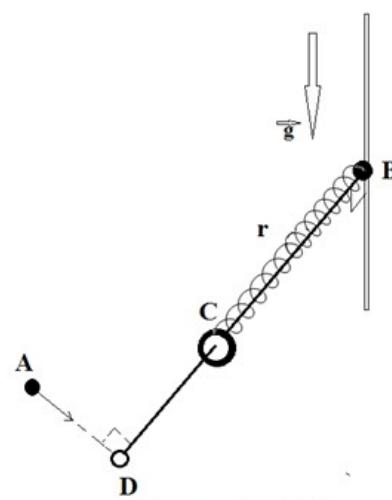
Bài 30. Một thanh cứng nhẹ có chiều dài $2l$ được đặt trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn. Hai đầu thanh được gắn với hai vật nhỏ, một đầu gắn với vật D có khối lượng m , đầu còn lại gắn với vật B có khối lượng αm (α là hằng số). Đầu có B được gắn vào một ống trực nhỏ có trực thẳng đứng đi qua để hệ thanh có thể quay không ma sát trên mặt bàn nằm ngang. Một vòng nhỏ C có khối lượng m được luồn qua thanh (C tiếp xúc sát với thanh) và có thể trượt không ma sát dọc theo thanh. Một lò xo chiều dài tự nhiên l , độ cứng k , hai đầu được gắn với vòng C và vật B. Một vật nhỏ A có khối lượng m chuyển động trên mặt bàn tới và chạm với vật D theo phương vuông góc với thanh. Va chạm là tuyệt đối đàn hồi và thời gian va chạm rất ngắn. Khi va chạm xảy ra, vòng C đang đứng yên ở khoảng cách r ($r > l$) so với B.

1. Vận tốc của A ngay trước va chạm là v_0 . Hãy tìm xung lực mà trực quay phải chịu trong quá trình va chạm.

2. Nếu sau va chạm tại D, vòng C và thanh sẽ quay đều thì vận tốc ban đầu v_0 của vật A trước va chạm phải thỏa mãn điều kiện gì?

Đáp số.

$$F_2 \Delta t = -\frac{r(2l - r)}{8l^2 + r^2} \cdot 2mv_0$$



Hình 1.21P

(ở đây ta bỏ qua xung lực của lò xo tác dụng lên vật B, vì coi thời gian va chạm rất ngắn)

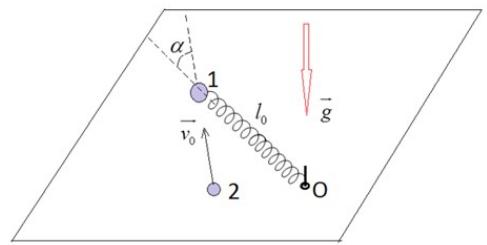
Ta thấy $\frac{F_2 \Delta t}{v_0} < 0$ điều này chứng tỏ xung lực do trực quay tác dụng lên thanh có chiều ngược lại với v_0

Bài 31 Một viên bi nhỏ có khối lượng m , nối với lò xo nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn. Lò xo có độ cứng k , chiều dài tự nhiên l_0 , khối lượng không đáng kể, một đầu lò xo nối với chốt thẳng đứng qua O và lò xo dễ dàng quay trên mặt phẳng quanh chốt O không ma sát. Ban đầu hệ bi và lò xo đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Sau đó một viên bi thứ 2 có khối lượng m chuyển động vận tốc \vec{v}_0 song song với

mặt phẳng ngang và tạo với trục lò xo một góc α , đến va chạm mềm với viên bi thứ nhất (Hình 1.25P), sau va chạm hai bi dính vào nhau cùng chuyển động.

$$\frac{mv_0^2}{kl_0^2} = 1$$

Biết rằng $\alpha = 30^\circ$ và $\frac{mv_0^2}{kl_0^2}$. Hãy tìm độ dài lò xo lớn nhất và nhỏ nhất sau va chạm. Từ đó suy ra tốc độ góc lớn nhất và nhỏ nhất của hai bi quay quanh O sau va chạm.



Hình 1.25P

Đáp số.

$$v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}} \approx 0,149 v_0$$

Vận tốc cực tiểu, vận tốc cực đại $v_{\max} \approx 0,414 v_0$

Bài 32 Một chất điểm m chịu tác dụng của một lực xuyên tâm mà thế năng mô tả bởi

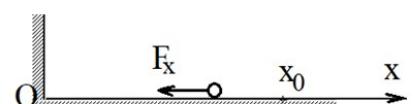
$$U = m \left(\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} \right) \quad (a, b \text{ là các hằng số})$$

công thức (a, b là các hằng số) ở thời điểm ban đầu chất điểm ở cách

góc O được xác định véc tơ bán kính $\vec{r} = \vec{r}_0$ và có vận tốc $\vec{v} = \vec{v}_0$. Tìm quan hệ

$\vec{r}_0, \vec{v}_0, a, b$ để quỹ đạo hạt bị hạn chế?

Bài 33 . Một hạt chuyển động trên đường thẳng nằm ngang, dọc theo bán trục dương Ox, chịu tác dụng lực $F_x = -10(N)$ ($F_y = 0, F_z = 0$), đồng thời chịu lực ma sát trượt có độ lớn $F_{ms} = 1(N)$. Ở gốc O có tường thẳng

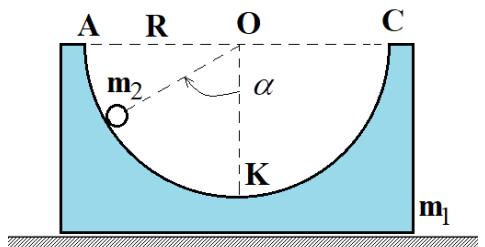


đứng, khi hạt va chạm với tường coi là va chạm hoàn toàn đàn hồi. Hạt xuất phát từ điểm có tọa độ $x_0 = 100\text{cm}$ với động năng $E_0 = 10\text{J}$ (Hình 4).

- Tính chiều dài tổng cộng đường đi của hạt tới lúc dừng hẳn.
- Vẽ phác họa đồ thị vận tốc v của hạt theo hoành độ x ít nhất sau ba lần va chạm với tường và có giải thích.

ĐS: a. $20m$.

Bài 34. Một máng trụ, mặt trong có thiết diện là nửa đường tròn (cung AKC) tâm O, bán kính R. Máng trụ có khối lượng $m_1 = m$, được đặt nằm yên trên mặt sàn phẳng, nằm ngang, khi đó AC song song với mặt sàn. Đặt vào mặt trong máng trụ một quả cầu rất nhỏ coi là chất điểm, khối lượng $m_2 = m$, được buông ra tại A không vận tốc đầu, quả cầu sau đó chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng chứa A, K, C và mặt phẳng này đi qua khối tâm máng trụ. Bỏ qua mọi ma sát. Gia tốc rơi tự do là g . Gọi α là góc tạo bởi phương bán kính nối tâm O với quả cầu và phương thẳng đứng KO (Hình 2).



Hình 2

a. Tìm vận tốc máng trụ v_1 và vận tốc quả cầu v_2 theo α , R và g.

b. Tìm vận tốc máng trụ v_1 và vận tốc quả cầu v_2 theo R và g khi quả cầu đi qua điểm K trên bán trụ.

c. Tìm gia tốc của quả cầu khi qua K.

d. Tìm biểu thức tính gia tốc máng trụ a_1 theo α , R và g.

ĐS: a. $v_1 = \sqrt{\frac{gR \cos \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha}}$; $v_2 = \sqrt{gR \left(\frac{1 + 4 \tan^2 \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha} \right) \cos \alpha}$; b. $v_1 = v_2 = \sqrt{gR}$; c. $a_1 = 0$; $a_2 = 4g$; d.

$$a_1 = -g \left[\frac{5 + \sin^2 \alpha}{(1 + \sin^2 \alpha)^2} \right] \cos \alpha \sin \alpha$$

III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

Bài 1. Một viên đạn có khối lượng m bay với vận tốc v_0 đến va chạm vào một bao cát có

khối lượng M rồi ở nguyên trong bao cát. Tìm tỷ số $\frac{m}{M}$ để sau va chạm có 40% động năng ban đầu của viên đạn chuyển hóa thành nhiệt.

ĐS: $\frac{m}{M} = 1.5$.

Bài 2. Hai quả cầu có khối lượng m_1 và m_2 chuyển động với vận tốc v_1 và v_2 tới va chạm trực diện với nhau. Giả sử rằng va chạm là tuyệt đối đàn hồi. Xác định vận tốc của hai quả cầu sau va chạm.

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}; \quad v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Bài 3. Một chiếc xe nhỏ có khối lượng M và chiều dài l đứng trên một mặt phẳng nằm ngang trơn nhẵn. Trên xe có hai người khối lượng là m_1 và m_2 ngồi ở hai đầu. Hỏi chiếc xe sẽ dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu, nếu như hai người này đổi chỗ cho nhau?

$$s_t = \frac{m_2l - m_1l}{m_1 + m_2 + M} = l \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}$$

Bài 4. Trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang có hai vật chuyển động nối với nhau bằng một sợi dây không giãn có chiều dài l . Tại một thời điểm nào đó, vật có khối lượng m_1 đứng yên và vật có khối lượng m_2 có vận tốc v hướng vuông góc với sợi dây (hình 4a). Tìm sức căng của dây tại thời điểm đó.

$$F = \frac{m_1m_2V^2}{(m_1 + m_2)l}$$

Bài 5. Một con lắc đơn có khối lượng m_1 và chiều dài dây l . Kéo lệch sợi dây đến vị trí nằm ngang rồi thả nhẹ. Khi đi qua điểm thấp nhất của quỹ đạo vật va chạm tuyệt đối đàn hồi với một vật m_2 đang đứng yên. Tìm góc lệch cực đại của dây sau va chạm.

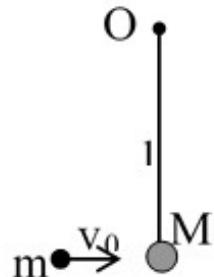
$$\text{ĐS: } \cos \alpha = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

Bài 6 . Vật m_1 chuyển động với vận tốc \vec{v}_1 tại A và đồng thời va chạm với vật m_2 đang

nằm yên tại đó. Sau va chạm, m_1 có vận tốc \vec{v}_1' . Hãy xác định tỉ số $\frac{v_1'}{v_1}$ của m_1 để góc lệch α giữa \vec{v}_1 và \vec{v}_1' là lớn nhất α_{\max} . Cho $m_1 > m_2$, va chạm là đòn hồi và hệ được xem là hệ kín.

$$\text{ĐS: Vậy khi } \frac{v_1'}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}} \text{ thì góc lệch giữa } \vec{v}_1 \text{ và } \vec{v}_1' \text{ cực đại, khi đó,}$$

Bài 7 . Một vật nhỏ khối lượng $M = 100\text{g}$ treo vào đầu sợi dây lí tưởng, chiều dài $l = 20\text{cm}$ như Hình 1. Dùng vật nhỏ $m = 50\text{g}$ có tốc độ v_0 bắn vào M . Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Coi va chạm là tuyệt đối đòn hồi.



a/ Xác định v_0 để M lên đến vị trí dây nằm ngang.

b/ Xác định v_0 tối thiểu để M chuyển động tròn xung quanh O.

$$c/ \text{Cho } v_0 = \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ m/s, xác định chuyển động của } M.$$

$$\text{ĐS: a. } v_0 = \frac{m+M}{m} \sqrt{\frac{gl}{2}} = 3\text{m/s}; \text{ b. } \Rightarrow v_0 = \frac{m+M}{2m} \sqrt{5gl} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ m/s.}$$

c. M bắt đầu rời quỹ đạo tròn tại D, có hướng chuyển động hợp với phương ngang góc 60° .

Bài 8. Viên đạn khối lượng $m = 0,8\text{kg}$ đang bay ngang với vận tốc $v_0 = 12,5\text{m/s}$ ở độ cao $H = 20\text{m}$ thì vỡ thành hai mảnh. Mảnh I có khối lượng $m_1 = 0,5\text{kg}$, ngay sau khi nổ bay thẳng đứng xuống và khi bắt đầu chạm đất có vận tốc $v_{1'} = 40\text{m/s}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

- a) Tìm độ lớn và hướng vận tốc của mảnh đạn II ngay sau khi vỡ. Bỏ qua sức cản của không khí.
- b) Mảnh II chạm đất sau mảnh I khoảng thời gian bao nhiêu?
- c) Vị trí chạm đất của hai mảnh cách nhau bao xa?

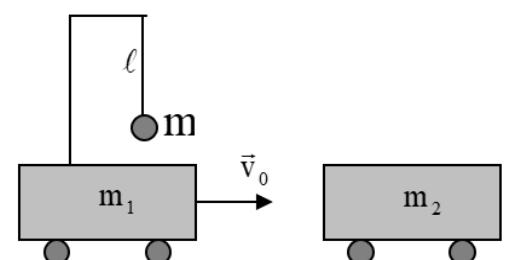
ĐS: a. $v_2 = \frac{200}{3}$; \vec{v}_2 hợp với \vec{v}_0 góc $\alpha = 60^\circ$; b. $\Delta t_{21} = 11,35\text{s}$; c. Hai mảnh sau khi chạm đất cách nhau: $L = 396,12\text{m}$

Bài 9. Hai quả cầu nhẵn A, B giống nhau, khối lượng mỗi quả cầu $m = 200\text{g}$, lúc đầu quả cầu A chuyển động với vận tốc $V_0 = 2\text{ m/s}$ đến va chạm vào quả cầu B đang đứng yên, va chạm đàn hồi không xuyên tâm. \vec{V}_0 hợp với đường nối tâm của hai quả cầu khi va chạm một góc $\alpha = 60^\circ$. Trong thời gian va chạm hai quả cầu biến dạng và một phần động năng của quả cầu A chuyển thành thế năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu và khi chúng nảy ra thì thế năng này chuyển thành động năng. Tính phần năng lượng cực đại của hai quả cầu được chuyển thành thế năng đàn hồi trong quá trình va chạm. Bỏ qua ma sát.

ĐS: $W_1 = 0,05\text{J}$

Bài 10. Trên mặt sàn nằm ngang, nhẵn có một xe lăn khối lượng $m_1 = 4\text{kg}$, trên xe có giá treo. Một sợi dây không dãn dài $\ell = 50\text{ cm}$ buộc cố định trên giá, đầu kia sợi dây buộc quả bóng nhỏ khối lượng m . Xe và bóng đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0 = 3\text{ m/s}$ thì đâm vào một xe khác có khối lượng $m_2 = 2\text{kg}$ đang đứng yên và dính vào nó. Biết rằng khối lượng bóng rất nhỏ, có thể bỏ qua so với khối lượng hai xe. Bỏ qua ma sát của hai xe với sàn, lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

- a) Tính góc lệch cực đại của dây treo quả bóng so với phương thẳng đứng sau khi va chạm.



- b) Tìm giá trị tối thiểu của vận tốc ban đầu v_0 để quả bóng có thể chạy theo hình tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh điểm treo.

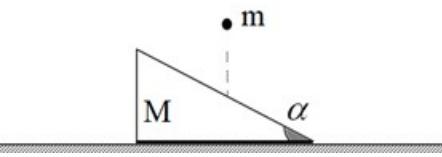
$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \sqrt{5g/l}$$

ĐS: a. $\alpha \approx 25,84^\circ$; b.

Bài 11. Một vật nhỏ có khối lượng m được thả không vận tốc đầu xuống mặt phẳng nghiêng của một chiếc ném có khối lượng M và góc nghiêng α . Giả thiết ném chỉ chuyển động tịnh tiến trên mặt phẳng ngang. Bỏ qua mọi ma sát. Biết vận tốc của vật ngay trước va chạm là v_0 .

a) Tìm vận tốc của vật và ném ngay sau va chạm.

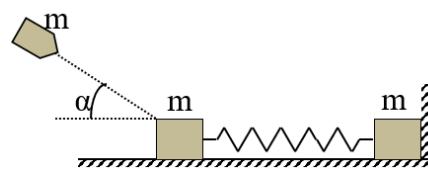
b) Xác định góc α để sau va chạm vận tốc của ném là lớn nhất.



$$V = \frac{m}{M} \frac{v_0}{\sqrt{1+K^2+\frac{m}{M}}} ; b. \cot \alpha = \sqrt{1+\frac{m}{M}}$$

ĐS: a.

Bài 12. Hai quả nặng có khối lượng $m_1=10\text{kg}$ và $m_2=20\text{kg}$ được mắc vào hai đầu của lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng của lò xo là $k=100\text{N/m}$. Quả nặng m_2 được đặt tựa vào tường thẳng đứng. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa mặt phẳng và vật là $\mu=0,1$. Ban đầu hệ ở trạng thái cân bằng, lò xo không biến dạng. Một viên đạn có khối lượng $m=1\text{kg}$ bay với vận tốc $v_0=10\text{m/s}$ hợp với phương ngang góc $\alpha=30^\circ$ đến cắm vào vật m_1 . Giả lực tương tác giữa m và m_1 rất lớn so với trọng lực của chúng.



a. Xác định vận tốc của vật m_1 ngay sau khi va chạm.

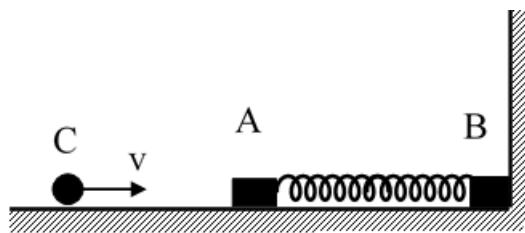
b. Xác định độ biến dạng cực đại của lò xo?

c. Trong quá trình hệ chuyển động vật m_2 có dịch chuyển không?

$$v_1 = \frac{mv_0(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{m + m_1} = 0,74\text{m/s}$$

ĐS: a. ; b. $x_{\max}=15,96\text{cm}$; c. m_2 vẫn đứng yên.

Bài 13. Hai vật nặng A và B có khối lượng $m_A = 900\text{g}$ và $m_B = 4\text{kg}$ mắc vào lò xo nhẹ có khối lượng không đáng kể, độ cứng của lò xo là $k = 100\text{N/m}$. Vật B có một đầu tựa vào tường thẳng đứng. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa mặt phẳng ngang với vật A và B lần lượt là $\mu_A = 0,1$; $\mu_B = 0,3$. Ban đầu 2 vật nằm yên và lò xo không biến dạng. Một vật C có khối lượng $m=100\text{g}$ đang bay theo phương ngang với vận tốc là v đến va chạm vào vật A (hình 2). Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



1) Cho $v = 10\text{m/s}$. Tìm độ co lớn nhất của lò xo trong 2 trường hợp:

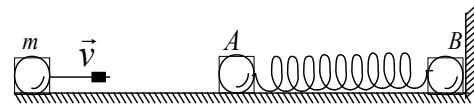
- a. Va chạm giữa vật C và A là hoàn toàn đòn hồi.
- b. Va chạm giữa vật C và A là mềm.

2) Nếu sau va chạm, vật C cắm vào vật A thì C phải có vận tốc tối thiểu là bao nhiêu để vật B có thể dịch sang trái?

ĐS: 1a. $x \approx 0,18(m)$; 1b. $x=0,09\text{m}$; 2. 15m/s .

Bài 14. Hai khối gỗ A và B có khối lượng $m_A=9\text{Kg}$ và $m_B=40\text{Kg}$ đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa khối gỗ và mặt phẳng nằm

ngang đều là $\mu=0,1$. Hai khối được nối với nhau bởi lò xo nhẹ có $k=150\text{N/m}$. Khối B tựa vào tường thẳng đứng, ban đầu hai khối nằm yên và lò xo không bị biến dạng. Một viên đạn có $m=1\text{kg}$ đang bay theo phương ngang với vận tốc là v đến cắm vào khối gỗ A (coi là va chạm hoàn toàn mềm). Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



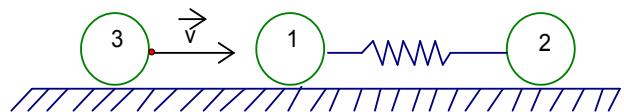
a) Cho $v = 10\text{m/s}$. Tìm độ co lớn nhất của lò xo?

b) Viên đạn phải có vận tốc tối thiểu là bao nhiêu thì khối B có thể dịch sang trái?

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a. 0,2m; b. $v = 8\sqrt{5}$ m/s.

Bài 15. Hai vật 1 và 2 đều có khối lượng bằng m gắn chặt vào lò xo có độ dài l , độ cứng k đứng yên trên mặt bàn nằm ngang tuyệt đối nhẵn. Vật thứ 3 cũng có khối lượng m chuyển động với vận tốc v đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật 1

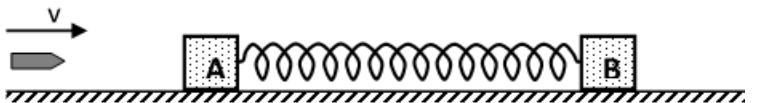


1. Chứng tỏ hai vật m_1 và m_2 luôn chuyển động về cùng một phía.
2. Tìm vận tốc của hai vật 1 và 2 và khoảng cách giữa chúng vào thời điểm lò xo biến dạng lớn nhất.

Bài 16. Trên một mặt phẳng ngang nhẵn có đặt hai khối gỗ A và B cùng khối lượng m , được nối với nhau bởi một lò xo như hình 1.

Khối lượng lò xo không đáng kể. Một viên đạn có khối lượng $m/4$ bay theo phương ngang với tốc độ v tới cắm vào khối gỗ.

1. Khi viên đạn vừa cắm vào khối gỗ, tìm vận tốc của A và



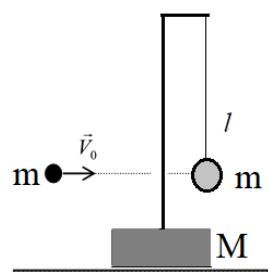
2. Trong quá trình chuyển động của hệ sau đó. Tìm động năng tối đa của B, động năng tối thiểu của A và thế năng đàn hồi tối đa của lò xo.

ĐS: a. $V_A = \frac{v}{5}; V_B = 0$ b. Động năng tối đa của B: $E_{dB} = \frac{2}{81}mv^2$

Động năng tối thiểu của vật A: $E_{dA} = \frac{1}{3240}mv^2$; Thế năng đàn hồi tối đa của hệ:

$$E_{dh} = \frac{1}{90}mv^2$$

Bài 17. Một giá nhẹ gắn trên một tấm gỗ khối lượng M đặt trên bàn nhẵn nằm ngang có treo một quả cầu khối lượng m bằng sợi dây dài l . Một viên đạn nhỏ khối lượng m bay ngang, xuyên vào quả cầu và vuông ket ở đó.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

a. Giá trị nhỏ nhất của vận tốc viên đạn bằng bao nhiêu để sợi dây quay đủ vòng nếu tâm gỗ được giữ chặt.

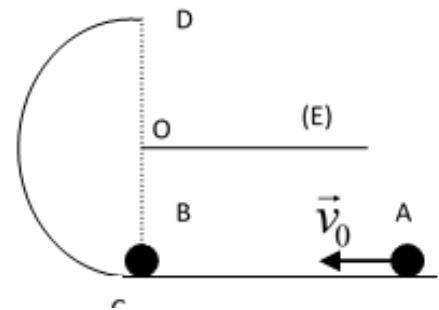
b. Vận tốc đó sẽ là bao nhiêu nếu tâm gỗ được thả tự do.

ĐS : a. $V_0 = 2\sqrt{5gl}$; b. $V_0 = 2\sqrt{gl(5 + \frac{8m}{M})}$

Bài 18. Một vật A chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật B đang đứng yên tại C. Sau va chạm vật B chuyển động trên máng tròn đường kính CD = 2R. Một tâm phẳng (E) đặt vuông góc với CD tại tâm O của máng tròn. Biết khối lượng của hai vật là bằng nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Xác định vận tốc của vật B tại M mà ở đó vật bắt đầu rời khỏi máng.

2. Biết $v_0 = \sqrt{3.5 Rg}$. Hỏi vật B có thể rơi vào tâm (E) không? Nếu có hãy xác định vị trí của vật trên tâm (E).



ĐS: 1. $v = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2Rg}{3}}$; 2. vật B không rơi vào tâm (E).

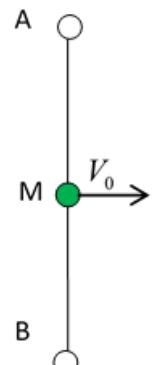
Bài 19. Tại một thời điểm nào đó một người quan sát ở trên Trái Đất thấy hai ngôi sao có khối lượng m_1 và m_2 cách nhau một khoảng l có vận tốc lần lượt là \vec{v}_1 và \vec{v}_2 . Biết rằng \vec{v}_1 hướng xuyên tâm từ m_1 đến m_2 và \vec{v}_2 vuông góc với đường nối tâm của m_1 và m_2 , hai ngôi sao này ở rất xa các ngôi sao khác.

1. Tìm cơ năng toàn phần và momen động lượng toàn phần của hai ngôi sao trong hệ quy chiếu gắn với khai tâm của chúng, coi thế năng tương tác hấp dẫn của hai vật ở rất xa nhau bằng 0.

Biết rằng khoảng cách cực đại giữa hai ngôi sao là $2l$.

2. Tìm khoảng cách cực tiểu giữa chúng.

ĐS: 1. $W = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2)}{2(m_1 + m_2)} - G \frac{m_1 m_2}{l}; L = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} l v_2; 2. r_{min} = \frac{v_2^2}{v_2^2 + 2v_1^2} l;$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài .20. Buộc vào hai đầu một sợi dây dài $2l$ hai quả cầu nhỏ A và B giống nhau có cùng khối lượng m , ở chính giữa sợi dây gắn một quả cầu nhỏ khác khối lượng M . Đặt ba quả cầu đứng yên trên mặt bàn nằm ngang nhẵn, dây được kéo căng.(Hình vẽ). Truyền tức thời cho vật M một vận tốc \vec{V}_0 theo phương vuông góc với dây. Tính lực căng của dây khi hai quả cầu A và B sắp đập vào nhau.

$$T = \frac{mM^2 V_0^2}{l(2m + M)^2}$$

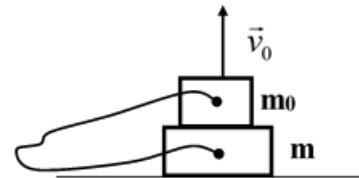
ĐS:

Bài 21. Hai vật khối lượng m_0 và m được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh, bền không dãn có chiều dài L . Tại thời điểm ban đầu vật m_0 được ném từ mặt phẳng ngang với vận tốc ban đầu v_0 thẳng đứng hướng lên. Hỏi độ cao cực đại mà m_0 có thể đạt tới.

$$\text{ĐS: } H_{\max} = L + \left(\frac{m_0}{m_0 + m} \right)^2 \times \left(\frac{v_0^2 - 2gh}{2g} \right)$$

Bài 22. Từ một điểm A trên cao, một vật nhỏ được ném thẳng đứng hướng lên với tốc độ v_0 . Bỏ qua lực cản của không khí, lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Với $v_0 = 10 \text{ m/s}$,

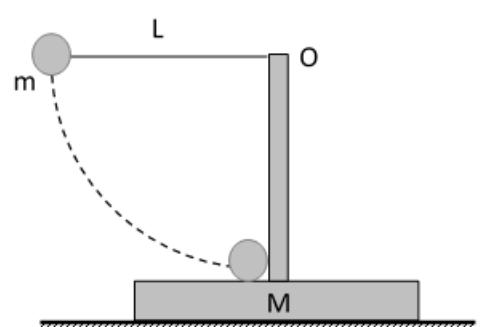


a. tính độ cao cực đại của vật nhỏ so với điểm A và tính quãng đường vật đi được sau thời gian 1,5 s kể từ khi ném.

b. Nếu tốc độ của vật nhỏ khi đi qua vị trí C bên dưới A một đoạn $h = 3 \text{ m}$ gấp đôi tốc độ của nó khi đi qua điểm B phía trên A một đoạn h thì độ cao cực đại của vật so với điểm A là bao nhiêu?

ĐS: a. $s = 6,25 \text{ m}$; $y_{\max} = 5 \text{ m}$; 2. $y_{\max} = 5 \text{ m}$.

Bài 23. Dùng sợi dây mảnh dài L , khối lượng không đáng kể, để treo quả cầu nhỏ vào đầu trụ gỗ có đế đặt trên mặt bàn ngang như hình vẽ. Khối lượng quả cầu là m , khối lượng của trụ và đế là $M = 4\text{m}$. Cầm quả cầu kéo căng sợi dây theo phương ngang và thả nó rơi không vận tốc ban đầu. Coi va chạm giữa quả cầu và trụ hoàn toàn không đàn hồi.



1. Trong quá trình quả cầu rơi, đế gỗ không dịch chuyển. Hệ số ma sát giữa bàn và đế là μ .

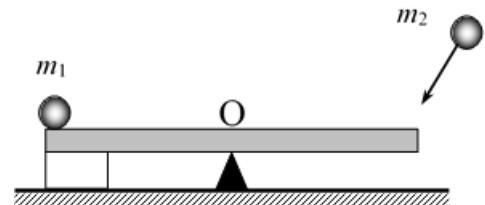
a. Tính vận tốc của hệ sau va chạm

b. Sau va chạm đế gỗ dịch chuyển được độ dài bao xa thì dừng lại?

2. Trong quá trình quả cầu rơi xuống đế gỗ không dịch chuyển thì hệ số ma sát nhỏ nhất là bao nhiêu? Hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa đế và mặt bàn xuất hiện lớn nhất ứng với góc treo sợi dây so với phuơng nằm ngang là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: 1a. } v' = \frac{m}{m+M} \sqrt{2gL}; 1b. \quad x = \frac{L}{25\mu}; 2. \quad \mu_{\min} = \frac{3m}{2\sqrt{M^2 + 3mM}} = 0,283; \theta = 37^\circ 05'$$

Bài 24. Một chiếc đòn bẩy rất nhẹ và cứng có hai cánh tay đòn bằng nhau có thể quay tự do quanh điểm tựa cố định O. Ở một đầu của đòn bẩy có đặt một hòn bi nhỏ khối lượng m_1 . Ban đầu đòn được giữ nằm ngang nhờ một giá đỡ. Một hòn bi nhỏ khác có khối lượng m_2 bay đến va chạm vào đầu còn lại của đòn. Tỷ số khối lượng các hòn bi cần bằng bao nhiêu để sau va chạm này, các hòn bi lại có thể va chạm với nhau trong không khí? Bỏ qua ma sát và sức cản không khí. Các va chạm đều là tuyệt đối đàn hồi.



$$\text{ĐS: } \frac{m_1}{m_2} = 3.$$

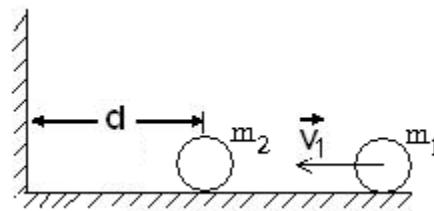
Bài 25. Quả cầu có khối lượng m_1 bay với vận tốc v_1 tới đập vào quả cầu thứ hai đứng yên có khối lượng m_2 ($m_2 < m_1$). Hỏi sau khi va chạm quả cầu thứ nhất sẽ bị lệch phuơng chuyển động một góc tối đa bằng bao nhiêu? Coi các quả cầu là nhẵn và va chạm là tuyệt đối đàn hồi.

Bài 26. Vật m_2 đang đứng yên trên mặt sàn nằm ngang nhẵn cách bờ tường một khoảng d . Vật m_1 chuyển động tới va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật m_2 ($m_1 > m_2$), vật m_2 lại va chạm đàn hồi

với bờ tường và gấp m_1 lần 2. Va chạm

lần 2 xảy ra cách bờ tường một khoảng

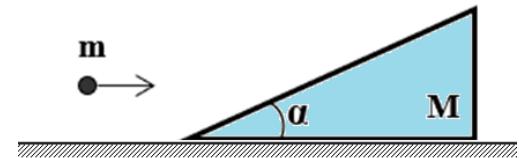
là bao nhiêu?



Tìm điều kiện để điểm va chạm lần 2 cách điểm va chạm lần 1 một khoảng là $d/2$?

ĐS : $m_1 = 3m_2$

Bài 27. Một chiếc ném khối lượng M , mặt ném nhẵn nằm trên mặt phẳng nhẵn, nằm ngang. Góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang của ném là α . Một viên bi khối lượng m bay với vận tốc v_0 theo phương ngang đến và chạm đàn hồi với ném. Xác định tỉ số m/M , biết rằng sau va chạm một thời gian nào đó viên bi rơi trở lại ném đúng vào điểm mà nó đã va chạm với ném trước đó.



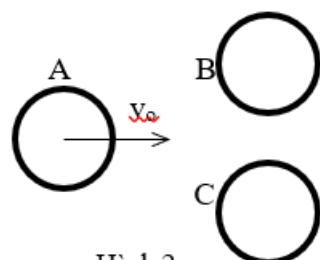
$$\frac{m}{M} = \cot^2 \alpha - 1$$

Bài 28. Ba vòng đệm nhỏ giống nhau A, B, C nằm yên trên một mặt phẳng ngang, nhẵn. Người ta truyền cho vòng A vận tốc v_0 và nó đến va chạm đồng thời với cả hai vòng B, C (Hình 2). Khoảng cách giữa hai tâm của các vòng B, C trước khi va chạm bằng N lần đường kính mỗi vòng. Các va chạm được coi là hoàn toàn đàn hồi. Xác định vận tốc của vòng A sau va chạm. Biện luận theo N để vòng A: bập ngược lại, dừng lại, tiếp tục tiến lên.

ĐS: * Để A bập ngược lại thì $N < \sqrt{2}$

* Để A đứng yên thì $N = \sqrt{2}$.

* Để A tiếp tục tiến lên thì $\sqrt{2} < N < 2$.



Bài 29 Con éch khối lượng $m_1 = 300\text{g}$ ngồi trên đầu một tấm

Hình 2

ván khối lượng $m_2 = 3\text{kg}$, chiều dài $\ell = 1,375\text{ m}$; tấm ván nổi trên mặt hồ. Éch nhảy lên theo phương hợp với phương ngang một góc $\alpha = 15^\circ$ dọc theo tấm ván. Tìm vận tốc ban đầu v_0 của con éch để nó nhảy trúng đầu kia của tấm ván. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

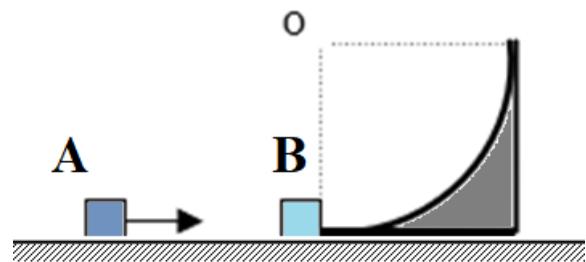
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$v_0 = \sqrt{\frac{\ell \cdot g}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sin 2\alpha}} = 5 \text{ m/s}$$

ĐS:

Bài 30. Một vật B có khối lượng $m_B=400\text{g}$ đứng yên ở chân một cái ném. Ném có dạng hình hộp tiết diện là hình vuông có cạnh $R=20\text{cm}$ và bị khoét đi một phần hình tròn bán kính R tâm O (hình vẽ), khối lượng của ném là $M=600\text{g}$.

Một vật A có khối lượng $m_A=200\text{g}$ chuyển động với vận tốc v_0 trên mặt phẳng ngang nhẵn đến va chạm vào B. Sau va chạm, vật A dừng lại còn B chuyển động lên ném và đến được một điểm cao nhất nào đó, có bán kính tạo với phương thẳng đứng góc $\alpha = 30^\circ$. Cho $g=10\text{m/s}^2$, hệ số ma sát giữa ném với các vật A, B là $\mu = 0,4$.



Sau đó người ta hoán vị A với B, tức là để A đứng yên ở chân ném còn B chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm vào A. Hỏi sau va chạm, vật A lên được đến vị trí cao nhất trên ném có bán kính tạo với phương thẳng đứng đứng góc β bằng bao nhiêu?

ĐS: $\beta \approx 50^\circ$

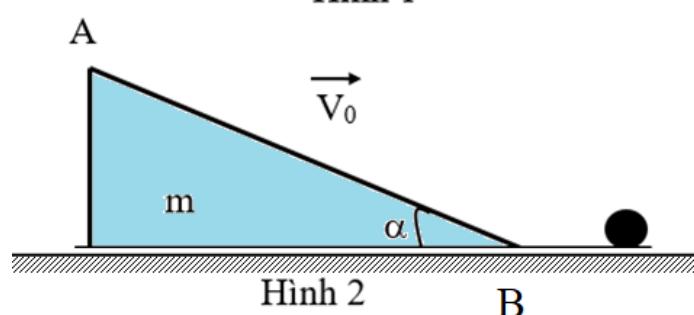
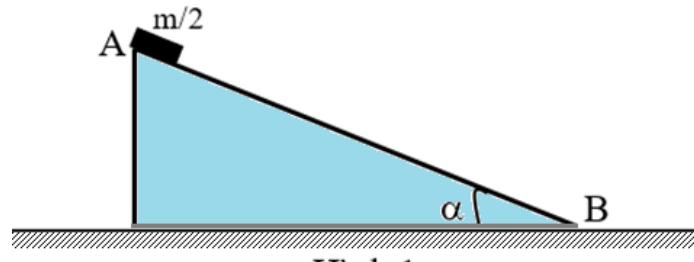
Bài 31. Một chiếc đĩa kim loại bán kính $r=10\text{cm}$ quay xung quanh trục thẳng đứng với tốc độ $n=60\text{v/ph}$. Từ độ cao $H=10\text{cm}$ so với đĩa, một mẩu nhựa khối lượng khá nhỏ so với đĩa, rơi xuống đĩa. Hệ số ma sát giữa đĩa với mẩu nhựa là $\mu=0,1$. Hỏi điểm rơi của mẩu nhựa cách trục quay của đĩa một khoảng bằng bao nhiêu thì đến lần rơi tiếp theo nó rơi ra ngoài đĩa. Coi rằng sau khi này lên mẩu nhựa lại đạt độ cao cũ.

ĐS: $x \geq \sqrt{R^2 - 64\mu^2 H^2}$ hay $x \geq 6 \text{ (cm)}$

Bài 32. Trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn có một chiếc ném khối lượng m , góc nghiêng của ném là α . Một vật nhỏ

khối lượng $\frac{m}{2}$ bắt đầu trượt không ma sát từ A.

Biết $AB = l$ (Hình 1).



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

1. Nêm được giữ cố định trên mặt phẳng ngang. Tìm tốc độ của vật nhỏ khi trượt đến B.
2. Nêm có thể trượt trên mặt phẳng ngang. Hãy xác định giá tốc của nêm và quãng đường mà nêm đã trượt theo phương ngang kể từ khi vật bắt đầu trượt từ A đến khi nó rời khỏi nêm tại B.

3. Giả sử nêm đang có vận tốc \vec{v}_0 đến va chạm hoàn toàn đàn hồi vào một quả cầu nhỏ có khối lượng 2m đang nằm yên (Hình 2). Sau va chạm nêm không nẩy lên. Để nêm tiếp tục chuyển động theo hướng ban đầu thì góc nghiêng của nêm α phải nhỏ hơn một góc giới hạn α_0 . Tìm α_0 .

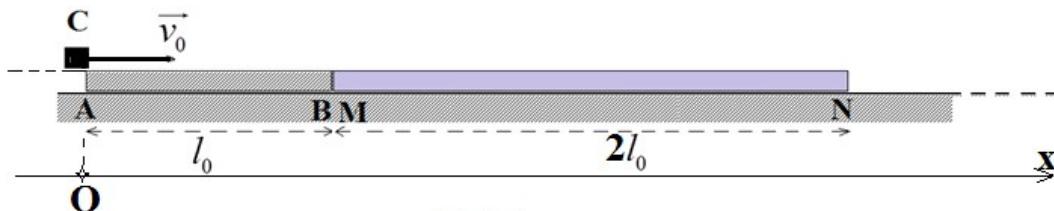
$$\text{ĐS: 1. } v_B = \sqrt{2gl \sin \alpha} ; 2. \quad a_0 = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{3 - \cos^2 \alpha} ; \quad S = \frac{l \cos \alpha}{3} \quad 3. \quad \alpha_0 = 45^\circ$$

Bài 33. Có hai cây thước AB và MN, cùng bề dày, có chiều dài lần lượt là l_0 và $2l_0$, đặt nằm yên trên cùng mặt sàn nằm ngang, dọc theo trục Ox, sao cho đầu B đặt sát với đầu M. Một vật nhỏ C coi là chất điểm, bay theo phương ngang dọc theo chiều dài hai cây thước. Khi C đang có vận tốc \vec{v}_0 thì bắt đầu trượt trên mặt trên cây thước AB tại đầu A (Hình 2).

Biết rằng hai cây thước và vật C có cùng khối lượng; hệ số ma sát trượt giữa vật C và hai cây

thước là μ ; coi sàn nhẵn; gia tốc rơi tự do là g.

Chọn gốc tọa độ O gắn cố định trên sàn tại đầu A khi thước AB còn nằm yên, chiều dương trục Ox cùng chiều \vec{v}_0 . Chọn gốc thời gian lúc vật C chạm vào đầu A.



Hình 2

a. Viết phương trình chuyển động của vật C và đầu A của thước AB khi vật C còn trượt trên thước

AB.

b. Tính vận tốc thước AB và vận tốc vật C khi vật C đang đi qua đầu B.

c. Tìm khoảng cách giữa hai đầu B và M của hai cây thước khi vật C vừa dừng tương đối trên thước MN.

d. Tìm điều kiện v_0 theo μ, g, l_0 để vật C vượt qua đầu N của thước MN và rơi xuống sàn.

$$\text{ĐS: a. } x_a = \frac{\mu g}{4} t^2; \quad x_c = v_0 t - \frac{\mu g}{2} t^2; \quad v_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3}; \quad v_2 = \frac{v_0 + 2\sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3}$$

Bài 34. Có ba quả cầu rắn, đặc, làm bằng chất liệu khác nhau, khối lượng phân bố đều theo thể tích, chúng xếp theo thứ tự từ dưới lên như hình 3.

Ba quả cầu xếp kế tiếp nhau, sao cho tâm quả cầu cùng nằm trên một đường thẳng đứng và giữa các mặt cầu có một khoảng hở rất nhỏ.

- + Quả cầu thứ nhất có tâm O_1 , khối lượng m_1 và bán kính $3R$.
- + Quả cầu thứ hai có tâm O_2 , khối lượng m_2 và bán kính $2R$.
- + Quả cầu thứ ba có tâm O_3 , khối lượng m_3 và bán kính R .

Ban đầu ba quả cầu được giữ đứng yên và khi đó tâm O_1 của quả cầu thứ nhất cao hơn sàn nằm ngang $12R$.

Sau đó thả đồng thời ba quả cầu rơi tự do cùng một lúc, khi quả cầu thứ nhất chạm sàn rồi bật lên, thì tiếp đó các quả cầu lần lượt va chạm với nhau.

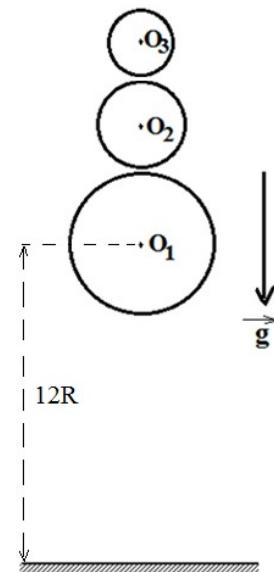
Coi các va chạm hoàn toàn đàn hồi và gia tốc rơi tự do g không đổi theo độ cao; bỏ qua thời gian va chạm.

Hãy tìm độ cao cực đại t_{max} của quả cầu thứ 3 so với sàn, sau khi quả cầu này va chạm lần thứ nhất với quả cầu thứ 2 trong hai trường hợp:

a. Trường hợp thứ nhất: $m_1=2m_2=4m_3$.

b. Trường hợp thứ hai: khối lượng m_1 rất lớn so với m_2 ($m_1 \gg m_2$) và m_2 rất lớn so với m_3 ($m_2 \gg m_3$).

$$\text{ĐS: a. } h_{3max} = \frac{628}{9} R; \quad b. \quad h'_{3max} = 452R.$$



Hình 3

Bài 35. Một vành tròn cứng, mảnh, khối lượng M , bán kính R đặt trên mặt sàn ngang nhẵn. Bên trong vành có một đồng xu nhỏ khối lượng m , bán kính r . Ban đầu tâm đồng xu cách tâm vành khoảng d . Truyền cho đồng xu vận tốc v theo hướng vuông góc với đường thẳng nối hai tâm như hình vẽ. Biết va chạm là tuyệt đối đàn hồi và bỏ qua mọi ma sát.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

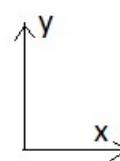
a. Xác định các thành phần vận tốc theo phương x và y của đồng xu và vành ngay sau va chạm lần đầu tiên và ngay sau va chạm lần thứ hai.

b. Xác định d để sau va chạm lần thứ n thì đồng xu có vận tốc giống ban đầu còn vành đứng yên.

ĐS: a.Lần đầu, đồng xu

$$v_{1x} = \frac{M \sin 2\theta}{m+M} \cdot v$$

$$v_{1y} = \frac{m - M \cos 2\theta}{m+M} \cdot v$$



Vành

$$v_{2y} = \frac{m(1 + \cos 2\theta)}{m+M} \cdot v; \quad v_{2x} = \frac{m \sin 2\theta}{m+M} \cdot v$$

Sau va chạm lần 2 : Đồng xu

$$v_{1y} = \frac{m + M \cos 4\theta}{m+M} \cdot v; \quad v_{1x} = \frac{-M \sin 4\theta}{m+M} \cdot v$$

Vành

$$v_{2y} = \frac{m(1 - \cos 4\theta)}{m+M} \cdot v; \quad v_{2x} = \frac{m \sin 4\theta}{m+M} \cdot v$$

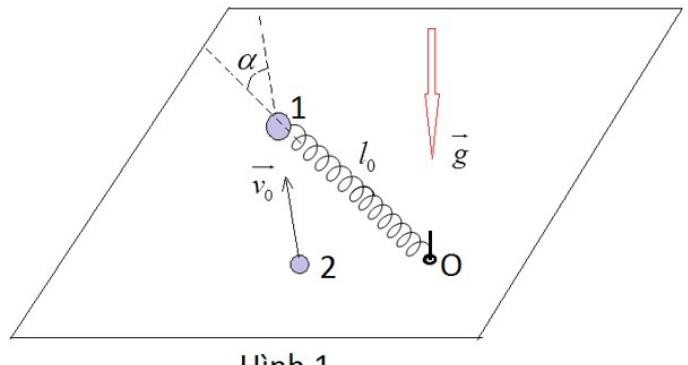
b.

$$d = (R - r) \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{n} \right) \right]; \quad k \in \mathbb{Z}$$

Bài 36. Một viên bi nhỏ có khối lượng m , nối với lò xo nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn. Lò xo có độ cứng k , chiều dài tự nhiên l_0 , khối lượng không đáng kể, một đầu lò xo nối với chốt thẳng đứng qua O và lò xo dễ dàng quay trên mặt phẳng quanh chốt O không ma sát. Ban đầu hệ bi và lò xo đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Sau đó một viên bi thứ 2 có khối

lượng m chuyển động vận tốc \vec{v}_0 song song với mặt phẳng ngang và tạo với trục lò xo một góc

α , đến va chạm mềm với viên bi thứ nhất (hình 1), sau va chạm hai bi dính vào nhau cùng chuyển động.



Biết rằng $\alpha = 30^\circ$ và $\frac{mv_0^2}{kl_0^2} = 1$. Hãy tìm độ dài lò xo lớn nhất và nhỏ nhất sau va chạm. Từ đó suy ra tốc độ góc lớn nhất và nhỏ nhất của hai bi quay quanh O sau va chạm.

Biết phương trình $2X^4 - 4X^3 + X^2 + \frac{1}{4} = 0$ có hai nghiệm $X_1 \approx 1,675; X_2 \approx 0,603$

ĐS: $l_{\max} = 1,675 l_0$ và $l_{\min} = 0,603 l_0$; $v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}}$; $v_{\max} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\min}}$

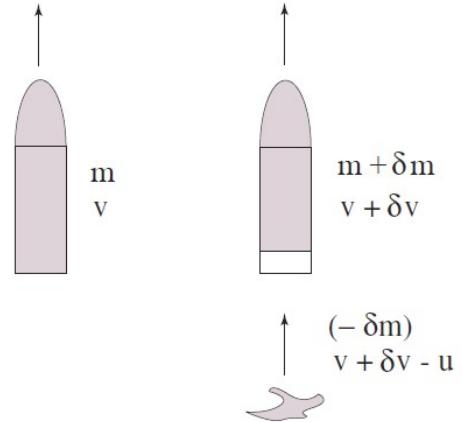
III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA

Chuyển động của tên lửa : Một tên lửa có khối lượng m phun nhiên liệu về phía sau với tốc độ u so với tên lửa với tốc độ không đổi k . Bỏ qua trọng lực và sức cản không khí tìm tốc độ v của nó tại thời điểm t nếu tại $t=0$ nó có tốc độ v_0 và khối lượng $M_0=M+m_0$, trong đó m_0 là lượng nhiên liệu được đốt cháy.

Tên lửa đốt nhiên liệu được đẩy ra với vận tốc u liên quan đến tên lửa.

Gọi m là khối lượng, \vec{v} là vận tốc của tên lửa ở thời điểm t nào đó, \vec{u} là vận tốc của khí phun ra phía sau so với tên lửa.

Sau thời gian dt khối lượng khí đã biến thiên một lượng dm , khối lượng khí là $m+dm$, trong đó khối lượng khí đã phun ra là $-dm$, vận tốc của tên lửa là $\vec{v}+d\vec{v}$, vận tốc của khí phun ra là $\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u}$



Động lượng của hệ ở thời điểm t : $m\vec{v}$

Động lượng của hệ ở thời điểm $t+dt$: $(m+dm)(\vec{v}+d\vec{v})+(-dm)(\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u})$

Độ biến thiên xung lượng của hệ:

$$d\vec{p} = \vec{v} dm + md\vec{v} - \vec{u} dm = md\vec{v} - (\vec{u} - \vec{v})dm$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Trong đó chúng ta đã bỏ qua số hạng vô cùng bé bậc 2 của $dmd\vec{v}$

Độ biến thiên động lượng: $d\vec{p}=md\vec{v}-\vec{u}dm$

Gọi tổng ngoại lực tác dụng lên hệ là \vec{F} , ta có:

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}-\vec{u}\frac{dm}{dt}\Rightarrow m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}+\vec{u}\frac{dm}{dt}$$

Đây là phương trình chuyển động của tên lửa, hay là phương trình chuyển động của chất điểm có khối lượng thay đổi (còn gọi là phương trình Mêsecski).

Ta thấy, $\vec{u}-\vec{v}$ là vận tốc tương đối của khí phun ra so với tên lửa.

Số hạng $\vec{u}\cdot\frac{dm}{dt}$ có thứ nguyên của lực, gọi là phản lực.

Như vậy vectơ gia tốc của tên lửa phụ thuộc tổng ngoại lực \vec{F} và cả phản lực.

Biến đổi phản lực về cả độ lớn và hướng có thể điều khiển cho tên lửa đi theo quỹ đạo mong muốn.

Xét trường hợp ngoại lực bằng 0 hoặc có thể bỏ qua, và vận tốc tương đối của khí phun ra $\vec{u}'=\vec{u}-\vec{v}$ không đổi, hướng về phía sau tên lửa.

$$M\cdot\frac{dv}{dt}=-u'\cdot\frac{dM}{dt}$$

$$\frac{dM}{M}=\frac{-dv}{u'}\Rightarrow \ln M=\frac{-v}{u'}+const$$

Lúc $t=0: v=0 \Rightarrow const = \ln M_0$

$$v=u'\cdot\ln\frac{M_0}{M}$$

Đó là công thức xác định vận tốc tên lửa theo vận tốc khí phun ra.

Bài 1 Một chiếc xích được giữ thẳng đứng, đầu dưới chạm nhẹ vào mặt bàn. Xích có khối lượng m , dài l . Người ta thả tay cho xích rơi xuống.

- a) Tính lực mà xích tác dụng lên bàn khi đầu trên rơi được một đoạn đường bằng x
- b) Lực này cực đại bằng bao nhiêu và khi nào cực đại?

$$\text{ĐS: a. } N = \frac{3mgx}{l}; \text{ b. } N_{\max} = 3mg.$$

Bài 2: Một dây xích AB, dài l có một phần nằm trong một ống nằm ngang, nhẵn và một phần dài h nằm lơ lửng ở ngoài. Đầu B của dây xích nằm ngoài ống, chạm nhẹ vào mặt bàn. Đầu A của dây xích nằm trong ống. Người ta thả đầu A của xích. Tìm tốc độ của đầu A khi nó vừa rời khỏi ống.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$$

Bài 3: Lúc $t = 0$, một cái xe đựng cát có khối lượng tổng cộng của xe và cát là m_0 đang đứng yên trên mặt phẳng ngang, nhẵn thì chịu tác dụng của một lực F không đổi theo phương ngang. Do có một lỗ thủng ở sàn xe nên cát chảy xuống với tốc độ không đổi μ kg/s. Xác định vận tốc và gia tốc của xe ở thời điểm t ?

$$\text{ĐS: } a = \frac{F}{m_0 - \mu t}; \quad v = \frac{F}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$$

Bài 4: Một tàu vũ trụ khối lượng M_0 đang chuyển động không ngoại lực tác dụng với vận tốc không đổi v_0 . Muốn thay đổi hướng chuyển động của con tàu người ta cho hoạt động một động cơ phản lực để phun một luồng khí có tốc độ u không đổi đối với con tàu, đồng thời luồng khí có hướng luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu. Khi kết thúc thời gian hoạt động của động cơ thì khối lượng tàu là M . Hỏi hướng chuyển động của con tàu lệch góc α bằng bao nhiêu so với hướng chuyển động ban đầu?

$$\text{ĐS: } \alpha = \frac{u}{v_0} \ln \frac{M_0}{M}$$

Bài 5: Một xe tải có khối lượng ban đầu m_0 và vận tốc ban đầu v_0 chuyển động trên đường nằm ngang. Mưa rơi thẳng đứng, nước đọng trong thùng xe với khối lượng không đổi μ trong mỗi giây. Tìm vận tốc của xe ở thời điểm t , nếu lực cản lên xe tỉ lệ với vận tốc theo công thức $F = b.v$, với b là hệ số tỉ lệ không đổi.

$$v = v_0 \left(\frac{m_0}{m_0 + \mu t} \right)^{1 + \frac{b}{\mu}}$$

ĐS:

Bài 6: Một máy bay phản lực đang bay ngang với tốc độ 180m/s. Trong mỗi giây động cơ của nó hút vào 68m^3 không khí có khối lượng 70kg. Khối lượng này dùng để đốt hết 2,9 kg nhiên liệu trong mỗi giây. Động cơ nén khí đốt và phun nó ra sau máy bay với tốc độ 490m/s so với máy bay. Hãy tính lực đẩy và công suất của động cơ.

ĐS: Lực đẩy $F = 23100\text{N}$; Công suất của động cơ: $P = 4,2 \cdot 10^6 \text{ W}$

Bài 7: Một tên lửa bay ra xa trái đất. Khi nó đạt độ cao 6400km thì động cơ của nó lại hoạt động để khí đốt phun ra với tốc độ 1200m/s (so với tên lửa). Biết rằng lúc đó tên lửa có khối lượng 25000kg và cần một gia tốc $1,7\text{m/s}^2$. Hãy xác định tốc độ tiêu thụ nhiên liệu. kính trái đất $R = 6400\text{km}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$. Bỏ qua sức cản của không khí.

ĐS: $\mu = 86,5\text{kg/s}$

Bài 8: Một tên lửa được phóng lên thẳng đứng từ mặt đất. Vận tốc khí phun ra đổi với tên lửa là 1000 m/s . Tại thời điểm phóng tên lửa có khối lượng 6 tấn. Tìm khối lượng khí phun ra trong 1s để:

- 1) Tên lửa lên rất chậm
- 2) Tên lửa lên nhanh với $a=2g=20 \text{ m/s}^2$

ĐS: a. 60 kg/s b. 180 kg/s

Bài 9 . Một tên lửa phóng lên thẳng đứng trong trường trọng lực, chịu tác dụng lực cản không khí kmv^2 và nhiên liệu được đốt cháy được cho bởi $m=m_0 e^{-bt}$ với b là hằng số ($b > \frac{g}{u}$). Coi gia tốc trọng trường g không đổi trong phạm vi tên lửa chuyển động.

- a. Viết biểu thức vận tốc tên lửa.
- b. Sau thời gian dài, tìm vận tốc giới hạn tên lửa đạt được.

ĐS: a. $v(t) = \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \tanh(\lambda \sqrt{k}t)$; b. $v = \sqrt{\frac{bu-g}{k}}$

Bài 10 . (Đề thi Olympic Vật lí vương quốc Anh): Một tên lửa không chịu tác dụng của các lực hấp dẫn trong vũ trụ, đang chuyển động nhanh dần theo một quỹ đạo thẳng. Khối lượng vỏ tên lửa cùng với các thiết bị gắn vào nó là M. Ở thời điểm t, khối lượng của nhiên liệu chứa trong tên lửa là $m = m_0 \cdot e^{-kt}$ (k là hằng số dương), vận tốc tương đối (so

với tên lửa) của lượng khí nhiên liệu phun ra là $u = u_0 \cdot e^{-kt}$. Giả sử $m_0 \ll M$, hãy chứng minh rằng vận tốc cuối của tên lửa lớn hơn vận tốc đầu một lượng xấp xỉ bằng

$$\frac{m_0 u_0}{2M}. \text{ Cho } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.

Bài 1. Xác định vị trí khối tâm G của các vật đồng chất sau:

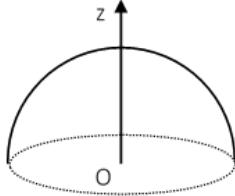
- a. Đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc ở tâm α
- b. Đoạn dây nửa đường tròn bán kính R.

$$\text{ĐS : a. } OG = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha}; \text{ b. } OG = \frac{2R}{\pi}$$

Bài 2. Xác định vị trí khối tâm G của bản bán nguyệt đồng chất bán kính R.

$$\text{ĐS: } OG = \frac{4R}{3\pi}$$

Bài 3. Xác định vị trí khối tâm của bán cầu đặc đồng chất bán kính R.

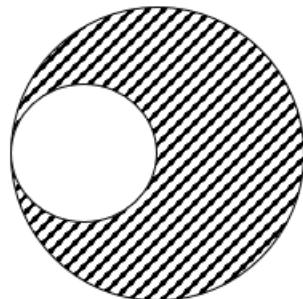


$$\text{ĐS: } OG = \frac{3R}{8}$$

Bài 4. Xác định vị trí khối tâm của vật đồng chất, dạng hình nón cùt đồng chất có chiều cao h, đỉnh O.

$$\text{ĐS: } OG = \frac{3h}{4}$$

Bài 5. Một đĩa tròn mỏng đồng nhất bán kính R, bị cắt mất một miếng hình tròn có bán kính nhỏ hơn 2 lần và tiếp xúc với vành đĩa (Hình 1.20). Khối tâm của phần còn lại nằm ở đâu?



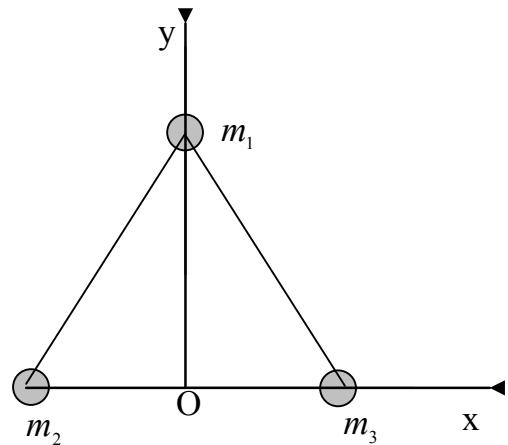
ĐS: Khối tâm G cách O một khoảng $\frac{R}{6}$.

Bài 6. Tìm trọng tâm các vật rắn đồng chất sau đây:

a. Có 3 quả cầu nhỏ khối lượng m_1, m_2, m_3 đặt sao cho chúng tạo thành 1 tam giác đều cạnh a (hình vẽ).

b. Vật rắn dạng cung tròn AB bán kính R, góc 2α rad).

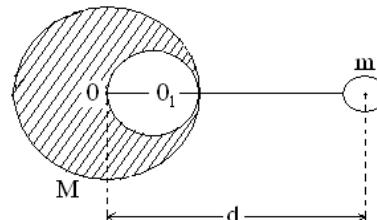
$$\text{ĐS: a. } G \left(\frac{a(m_3 - m_2)}{2(m_1 + m_2 + m_3)}, \frac{am_1\sqrt{3}}{2(m_1 + m_2 + m_3)} \right); \quad b. \quad OG = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$



Bài 7. Trong một quả cầu đồng chất khối lượng

M bán kính R. Người ta khoét một lỗ hõnh cầu bón kính $R/2$. Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một đoạn d như hình vẽ (xem m như một chất điểm).

$$\text{ĐS: } F_{hd} = \frac{GMm}{8d^2(d-R)^2} \left(\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2(d-R)^2} \right)$$



IV.2 CÂN BẰNG VẬT RĂN.

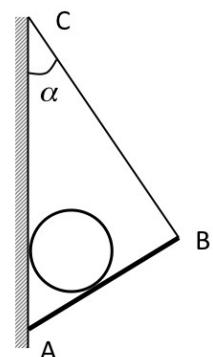
Bài 1. Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Thanh AB tiết diện đều đồng chất, khối lượng $m = 2$ kg, chiều dài $l = 40$ cm có thể quay quanh bản lề A. Sợi dây CB vuông góc với thanh và tạo với tường thẳng đứng góc $\alpha = 30^\circ$. Đĩa tròn hình trụ bán kính $R = 10$ cm, khối lượng $M = 8$ kg.

Tìm độ lớn các lực tác dụng vào đĩa và thanh AB. Bỏ qua mọi ma sát.

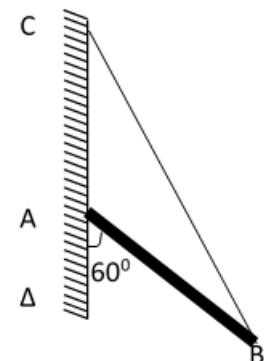
Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

ĐS: Đối với đĩa: $P_d = 20\text{ N}$; $N_2 \approx 92,4\text{ N}$; $N_1 \approx 46,19\text{ N}$

Đối với thanh AB: $T_B \approx 48,7\text{ N} \approx 48,7\text{ N}$; $N_A = 61,9\text{ N}$



Bài 2. Người ta muốn treo một thanh AB đồng chất, chiều dài l, khối lượng m (khối tâm G ở trung điểm) trong một mặt phẳng ABC đứng thẳng và vuông góc với một bức tường Δ. Đầu A của thanh tựa vào tường, đầu B được neo bằng dây vào một điểm C của tường trên đường thẳng AC. Thanh làm với Δ một góc 60° . Giả thiết thanh luôn nằm trong mặt phẳng ABC. Giữa đầu A và tường có ma sát với hệ số ma sát là k.



- Băng sơ đồ lực, nghiên cứu định tính xem nếu khoảng cách AC = x tăng thì lực căng T và nguy cơ đầu A bị trượt tăng hay giảm?
- Biết $k = 0,6$ và dây chịu được lực căng $T_{\max} = mg$, chứng minh rằng nếu $x = l$ thì thanh cân bằng.

Bài 3. Thanh OA nhẹ gắn vào tường nhờ bản lề O. Đầu A có treo vật nặng với trọng lượng P. Để giữ cho thanh nằm ngang cân bằng thì ta dùng dây treo điểm B của thanh lên. Biết $OB=2AB$

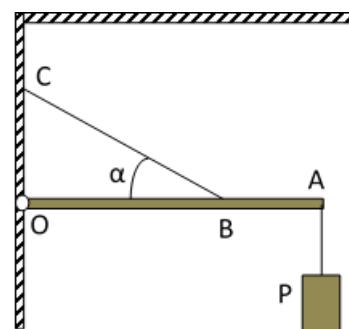
- Tính lực căng T của dây và phản lực Q của bản lề theo góc α . Xác định lực căng nhỏ nhất và phản lực nhỏ nhất mà ta có thể nhận được khi thay đổi vị trí điểm treo C.
- Vì dây treo chỉ chịu được lực căng tối đa là $4P$. Hãy xác định vị trí C của dây treo để dây không bị đứt. Dây đặt ở vị trí nào thì lực căng của dây nhỏ nhất?

ĐS: a. $Q = \frac{P}{2} \sqrt{9 \cot^2 \alpha + 1}$; $T = \frac{3P}{2 \sin \alpha}$; $T_{\min} = \frac{3P}{2}$; $Q_{\min} = \frac{P}{2}$

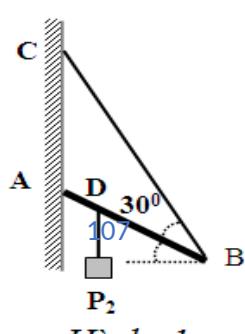
- Vậy để dây không bị đứt thì ta phải chọn điểm treo C sao cho góc treo α thoả mãn

$$22^\circ \leq \alpha \leq 158^\circ$$

Lực căng dây đạt giá trị nhỏ nhất khi C ở rất xa O.



Bài 4. Một thanh AB cứng, đồng chất, tiết diện đều có trọng lượng $P_1=1N$, đầu A tựa vào tường thẳng đứng, đầu B được giữ bởi một sợi dây BC nhẹ không dẫn gắn cố định trên tường tại C. Thanh AB hợp với phương ngang và phương sợi dây BC với cùng một góc 30° . Sợi dây và thanh



cùng nằm trong mặt phẳng thăng đứng. Treo lên thanh AB một vật nhỏ có trọng lượng P_2 tại điểm D, với $AD = x \cdot AB$ (Hình 1). Hệ số ma sát trượt giữa thanh và tường là $\mu = 0,6$.

a, Khi $x = 1/4$, $P_2 = 0,01N$ (Thanh vẫn nằm cân bằng ở vị trí như trên). Tính độ lớn của lực căng dây BC.

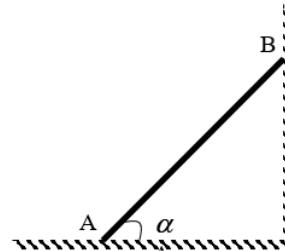
b, Xác định giá trị của x để P_2 dù lớn đến mấy đầu A cũng không trượt (giả thiết dây không đứt hoặc bật chốt ở C và B, thanh đủ cứng).

ĐS: a. $T = 0,87N$; b. $x > 0,495$.

Bài 5. Một thanh AB đồng chất khối lượng $m = 20kg$ dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng α . Hệ số ma sát giữa thang và sàn là $\mu = 0,6$

a) Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thanh khi $\alpha = 45^\circ$

b) Tìm các giá trị α để thang đứng yên không trượt trên sàn



c) Một người có khối lượng $m = 40kg$ leo lên thang khi $\alpha = 45^\circ$. Hỏi người này lên tới vị trí M nào trên thang thì thang sẽ bị trượt. Biết rằng thang dài $l = 2m$. Lấy $g = 10m/s^2$.

ĐS: a. $N_A = 200N$; $N_B = 100N$; b. $\alpha \geq 40^\circ$; c. $AM = 1,3$

Bài 6. Một chiếc thang AB= l , đầu A tựa trên sàn ngang, đầu B tựa vào tường thăng đứng. Khối tâm C của thang cách A một đoạn $\frac{l}{3}$. Thang hợp với sàn một góc α .

1) Chứng minh rằng thang không thể đứng cân bằng nếu không có ma sát.

2) Gọi hệ số ma sát giữa thang với sàn và tường đều là k . Biết góc $\alpha = 60^\circ$. Tính giá trị nhỏ nhất của k để thang đứng cân bằng.

3) Khi $k = k_{\min}$, thang có bị trượt không, nếu:

a) Một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại điểm C.

b) Người ấy đứng ở vị trí D cách A một đoạn $\frac{2l}{3}$

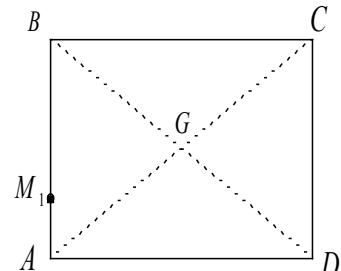
4) Chứng minh rằng α càng nhỏ thì để thang không trượt thì ma sát càng lớn. Tính k_{\min} khi $\alpha=45^\circ$. (không có người)

ĐS : 2. $k_{\min}=0,18$; 3a. Không trượt; 3b. Trượt; 4. Với $\alpha=45^\circ$ thì $k_{\min}=0,28$.

Bài 7. Ba người khiêng một khung sắt hình chữ nhật ABCD có khối tâm ở giao điểm của các đường chéo. Khung được giữ cho luôn nằm ngang,

cạnh AD không có người đỡ vì mới sơn (trừ hai đầu A và D). Một người đỡ khung ở M_1 cách A một khoảng $AM_1=d$. Tìm vị trí M_2 và M_3 của hai người kia để ba người cùng chịu lực bằng nhau. Biện luận kết quả tìm được?

ĐS: M_2 ở trung điểm cạnh BC

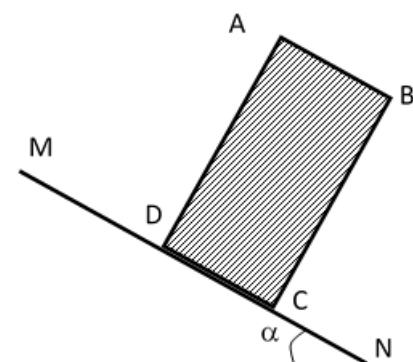


M_3 ở cách trung điểm cạnh CD một đoạn d về phía D

Bài 8. Khối hộp chữ nhật (H) có tiết diện thẳng ABCD, chiều cao của khối hộp là $AD=10\sqrt{3}\text{(cm)}$ và đáy $CD=10\text{(cm)}$. Đặt (H) trên mặt phẳng nghiêng MN. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

a) Tìm góc nghiêng cực đại α_0 của MN để (H) còn chưa bị lật. Khi góc nghiêng của MN là α_0 ; muốn cho (H) không trượt trên MN thì hệ số ma sát nghỉ cực đại μ giữa (H) và MN phải là bao nhiêu?

b) Trong trường hợp góc nghiêng của MN đã là α_0 , hệ số ma sát nghỉ cực đại (cũng là hệ số ma sát trượt) giữa (H) và MN là $\mu = 0,2$. Nếu kéo MN theo phương ngang,

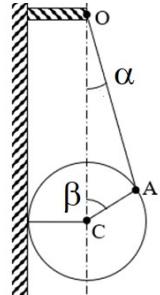


Hình câu 2

sang phải với giá tốc a , thì có thể làm cho (H) dừng lại không trượt trên MN và không bị lật được không?

ĐS : a. $\mu \leq 0,57$; $\alpha_0 = 30^\circ$

Bài 9. Một hình cầu được buộc vào một sợi dây và tựa vào tường như hình vẽ 1.9. Tâm hình cầu C nằm trên cùng đường thẳng đứng đi qua điểm treo O; góc giữa dây và phương thẳng đứng là α , giữa bán kính đi qua điểm nối với dây A và phương thẳng đứng là β . Tìm điều kiện của hệ số ma sát giữa quả cầu và tường để hệ có thể cân bằng? Biết: $\alpha + \beta = \pi/2$.



$$\text{ĐS: } k \geq \frac{1}{\sin \alpha}$$

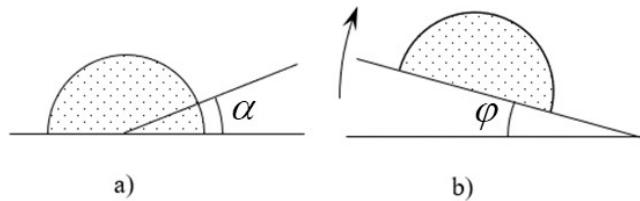
Bài 10. Một chiếc thang có khối lượng $m = 15\text{kg}$ và chiều dài $l = 3\text{m}$ được đặt tựa đầu trên (đã được mài tròn) vào tường, đầu dưới đặt trên sàn nhà. Góc nghiêng của thang so với phương nằm ngang là $\alpha = 60^\circ$. Trên thang có một người khối lượng $M = 60\text{ kg}$ đứng tại vị trí cách đầu trên của thang một khoảng $a = 1\text{m}$. Tìm độ lớn và phương của lực mà sàn tác dụng lên thang khi cân bằng?

$$\text{ĐS: } F = g \sqrt{\left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + (M+m)^2} = 800(\text{N})$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{3m+4M}{6M+6m} \operatorname{ctg} \alpha \right) \approx 20^\circ$$

Góc hợp bởi \vec{F} so với phương thẳng đứng :

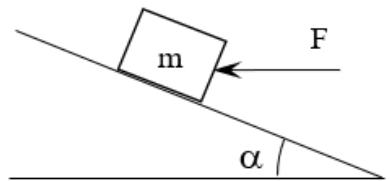
Bài 11. Ta phải kéo sợi dây thừng nhẹ dưới góc α như thế nào để kéo vật nặng chuyển động không gia tốc trên mặt phẳng nằm ngang (Hình a)? Biết rằng vật bắt đầu tự trượt khi đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng φ (Hình b).



ĐS: $\alpha = \varphi$

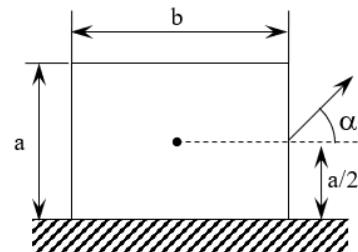
Bài 12. Tìm lực nhỏ nhất F tác dụng theo phương nằm ngang vào vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$, đang nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ để cho nó đứng yên (Hình vẽ)? Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $k = 0,2$.

$$F = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}$$



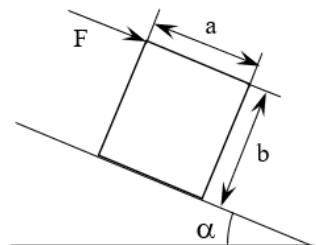
Bài 13. Một khối hình hộp chữ nhật có tiết diện thằng $a \times b$ (Hình 1.14) được kéo trượt đều trên mặt phẳng ngang bằng một chiếc dây thừng với góc kéo α có thể thay đổi được. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là k . Tìm góc α khi vật bắt đầu bị nhắc lên?

$$\text{ĐS: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} + \frac{1}{k}$$



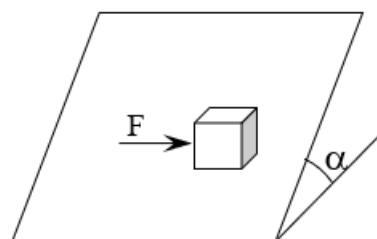
Bài 14. Vật khối lượng m có kích thước $a \times b$ (Hình vẽ) nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α . Bắt đầu tác dụng lực F lên mép trên của vật, song song với với đường dốc chính của mặt phẳng nghiêng. Với lực F như thế nào thì vật bị lật đổ? Biết rằng khi đó vật không bị trượt xuống mặt phẳng nghiêng.

$$\text{ĐS: } F \geq \frac{mg}{2} \left(\frac{a}{b} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \right)$$



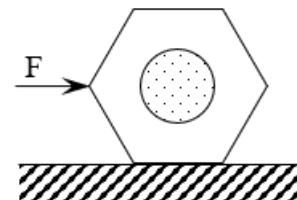
Bài 15. Một khối lập phương nhỏ khối lượng $m = 100\text{g}$ đặt trên mặt phẳng nhám nghiêng với phương nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$ (Hình 1.16). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt nhám là $k = 0,8$. Tìm lực nhỏ nhất F tác dụng vào khối lập phương theo phương ngang để cho nó bắt đầu chuyển động? Lực nằm trên mặt phẳng nghiêng.

$$\text{ĐS: } F_{\min} = 0,47 \text{ (N)}$$



Bài 16. Một chiếc bút chì có tiết diện hình lục giác bị đẩy dọc theo mặt phẳng ngang (Hình vẽ). Tìm hệ số ma sát giữa bút chì và mặt phẳng ngang để nó trượt trên mặt phẳng ngang mà không quay?

$$\text{ĐS: } k \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$



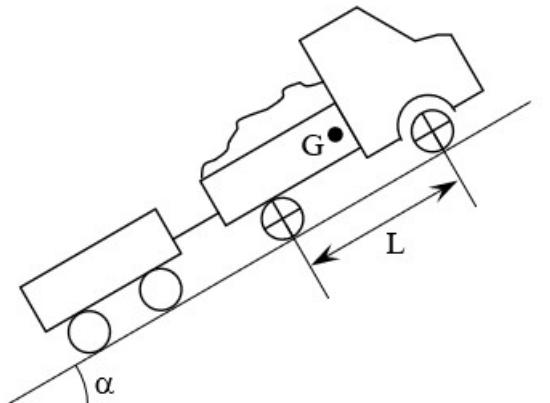
Bài 17. Một chiếc ôtô khối lượng $M = 1$ tấn chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 12^\circ$. Tìm hiệu các áp lực của bánh trước và bánh sau của xe xuống mặt đường? Biết rằng, khoảng cách giữa các trục là $L=2,5\text{m}$, khối tâm của xe ở cách đều các trục và nằm ở độ cao $H = 0,75\text{m}$ so với mặt đường.

$$\text{ĐS: } \Delta N = 1,2 \cdot 10^3 \text{ (N)}.$$

Bài 18. Tìm sự thay đổi áp lực lên bánh trước của một ô tô khối lượng $m = 1500 \text{ kg}$ đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang (có hệ số ma sát $k = 0,4$), khi hãm bánh sau một cách tối đa mà không làm xảy ra sự trượt? Khối tâm ô tô nằm cách đều các trục xe và nằm ở độ cao là $h = 60 \text{ cm}$ so với mặt đất; khoảng cách giữa trục trước và trục sau của xe là $d = 3,5 \text{ m}$.

$$\text{ĐS: } \Delta N = \frac{mg}{2} \frac{kh}{d + kh} = 480 \text{ (N)}$$

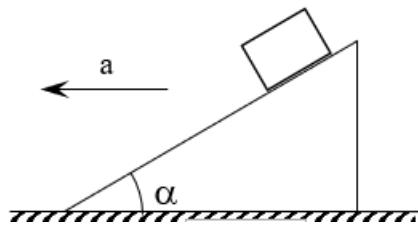
Bài 19. Xe tải có khối lượng $M = 8$ tấn đang vượt dốc (Hình 1.18). Xe tải kéo theo một moóc có khối lượng $m = 4$ tấn. Dây nối nằm ở độ cao $h = 1\text{m}$. Khối tâm G của xe tải nằm ở độ cao $H = 2\text{m}$; khoảng cách giữa các trục bánh xe là $L = 4\text{m}$. Khi đi trên đường nằm ngang thì các bánh sau ép lên mặt đường một lực bằng $3/4$ toàn bộ trọng lượng của xe. Với góc nghiêng của dốc như thế nào thì xe bị đổ về sau? Thực tế có nguy hiểm hay không, nếu công suất của động cơ chỉ đủ để vượt dốc có góc nghiêng không vượt quá 10° ?



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\tan \alpha \geq \frac{ML/4}{m.h+M.H}; \text{ không gây nguy hiểm.}$$

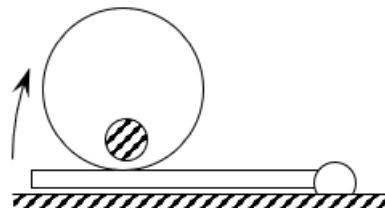
Bài 20. Một chiếc ném có góc nghiêng α chuyển động với gia tốc a trên mặt bàn nằm ngang phẳng (Hình 1.19). Với gia tốc a như thế nào thì vật nằm trên mặt ném bắt đầu trượt lên trên? Hệ số ma sát giữa vật và ném là k .



$$\text{ĐS: Vật bắt đầu trượt lên trên khi: } a = g \cdot \frac{k + \tan \alpha}{1 - k \tan \alpha}, \text{ với điều kiện } k \tan \alpha < 1.$$

Bài 21. Trên một hình trụ bán kính R , tại vị trí cách trục một khoảng $2R/3$, người ta khoan một lỗ hình trụ có bán kính $R/4$, trục của lỗ và của hình trụ song song với nhau (Hình 1.23).

Đổ vào trong lỗ đó một chất có khối lượng riêng lớn gấp 11 lần khối lượng riêng của chất làm hình trụ. Hình trụ được đặt nằm trên một tấm ván nhẹ. Nhắc chậm một đầu của tấm ván lên. Tìm góc nghiêng α cực đại của tấm ván với phương ngang để cho hình trụ còn nằm cân bằng? Hệ số ma sát giữa tấm ván và hình trụ là $k = 0,3$.

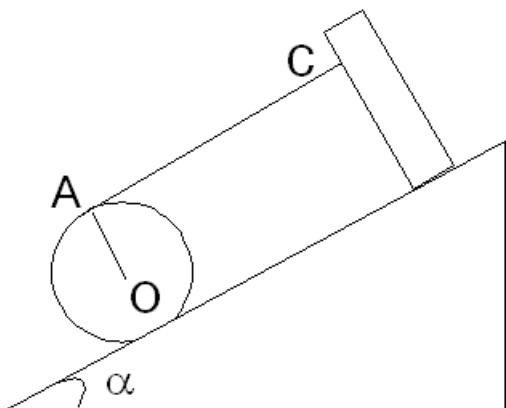


$$\alpha \leq \arcsin \left(\frac{10}{39} \right)$$

ĐS:

Bài 22. Một quả cầu bán kính R , khối lượng m đặt trên mặt phẳng không nhẵn nghiêng một góc α so với mặt phẳng ngang. Quả cầu được giữ cân bằng nhờ sợi dây AC song song với mặt phẳng nghiêng như hình vẽ. Biết quả cầu còn nằm cân bằng với góc α lớn nhất α_0 . Hãy tính:

- a. Hệ số ma sát giữa quả cầu với mặt phẳng nghiêng



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b. Lực căng T của dây AC khi đó.

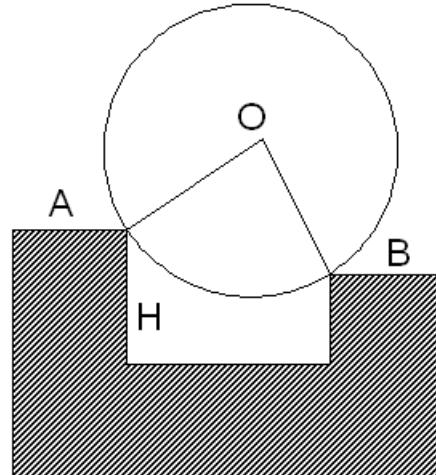
$$\text{ĐS: a. } k \geq \frac{\tan \alpha}{2}; \text{ b. } T = P \sin \alpha_0 - k P \cos \alpha_0.$$

Với $\alpha_0 = \arctan(2k)$

Bài 23. Một khối gỗ hình trụ đồng chất khối lượng $m = 10\text{kg}$, bán kính $R = 10\text{cm}$ được đặt trên một khối M như hình vẽ. Góc tạo bởi bán kính OA và OB với phương thẳng đứng lần lượt là 60° và 30°

Bỏ qua ma sát.

a. Tính áp lực đè lên M tại A và B khi M đứng yên và khi M chuyển động với gia tốc $a_0 = 2\text{m/s}^2$ trên phương nằm ngang hướng từ trái sang phải.



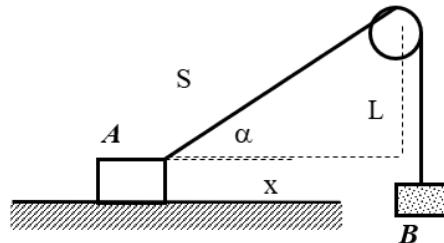
b. Nếu có ma sát tìm a_0 của M để khối gỗ lăn quanh A. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

$$\text{ĐS: a. } N_A = 50 \text{ (N)}; N_B = 76,6 \text{ N}; \text{ b. } a_0 > 10\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

Bài 24. Một thanh dài OA có trọng tâm ở giữa thanh và khối lượng $m = 1\text{kg}$. Đầu O của thanh liên kết với tường bằng bản lề, còn đầu A được treo vào tường bằng một sợi dây AB. Thanh được giữ nằm ngang và dây làm với thanh một góc $\alpha = 30^\circ$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Hãy xác định độ lớn lực căng dây và phản lực Q?

$$\text{ĐS: } T = Q = P/2 \sin \alpha.$$

Bài 25. Cho cơ hệ như hình vẽ: Vật A có khối lượng m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang và nối với vật B có khối lượng $M=2\text{m}$ bằng một dây không khối lượng, không giãn vắt qua ròng rọc cố định. Phương của dây nối hợp với phương ngang một góc α . Ban đầu hệ được giữ cố định rồi thả nhẹ cho hệ chuyển động. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc và ma sát giữa vật A với mặt phẳng ngang.

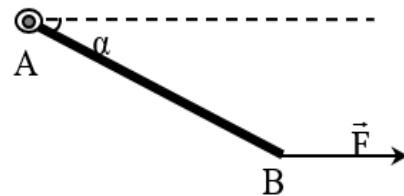


a. Trong trường hợp góc α nhỏ, vật A chỉ trượt. Hãy tính gia tốc của các vật A và lực căng của dây ngay sau khi thả vật B trong trường hợp này?

b. Tìm điều kiện của góc α để vật A không chuyển động trên mặt phẳng ngang?

$$\text{ĐS : a. } a_A = \frac{2g\cos\alpha}{1+2\cos^2\alpha}; T = \frac{2mg}{1+2\cos^2\alpha}; \alpha > \arcsin\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)$$

Bài 26. Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng $m=100\text{kg}$ có thể quay tự do quanh một trục đi qua đầu A và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ (hình 3). Thanh được giữ cân bằng theo phương hợp với phương ngang một góc $\alpha=30^\circ$ nhờ một lực \vec{F} đặt vào đầu B, phương của \vec{F} có thể thay đổi được. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



a. \vec{F} có phương nằm ngang. Tìm giá trị của các lực tác dụng lên thanh.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của lực F để có thể giữ thanh như đã mô tả.

$$\text{ĐS: a. } F = 866\text{N}, N = 1322,9\text{N}; b. F_{\min} = 433\text{N}$$

Bài 27. Đặt đặt lồi của một bán cầu khối lượng M, bán kính R trên một mặt phẳng ngang. Tại mép của bán cầu đặt một vật nhỏ khối lượng m làm cho mặt phẳng bán cầu nghiêng một góc α so với mặt phẳng ngang. Trọng tâm bán cầu nằm trên bán kính vuông góc với mặt bán cầu và cách tâm bán cầu một đoạn bằng $3/8$ bán kính. Tính góc lệch α .

$$\text{ĐS: } \alpha = \arctan\left(\frac{8}{3} \frac{m}{M}\right)$$

Bài 28. Trên mặt bàn nằm ngang có một khối bán trụ cố định có bán kính R. Trong mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với trục O của bán trụ (mặt phẳng hình vĩ) có một thanh đồng chất AB chiều dài bằng R tựa đầu A lên bán trụ, đầu B ở trên mặt bàn. Trọng lượng của thanh là P. Bỏ qua ma giãu bán trụ và thanh. Hệ số ma sát giữa

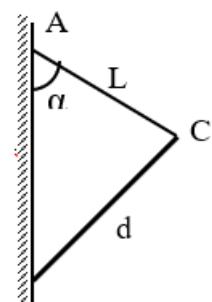
$$\text{thanh và mặt bàn là } k = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Góc α (góc hợp bởi thanh AB và mặt bàn) phải thỏa mãn điều kiện gì để thanh ở trạng thái cân bằng?

ĐS: $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$

Bài 29. Một thanh đồng chất BC tựa vào tường thẳng đứng tại B nhờ dây AC dài L hợp với tường một góc α như hình (H.4). Biết thanh BC có độ dài d. Hỏi hệ số ma sát giữa thanh và tường phải thỏa điều kiện nào để thanh cân bằng?

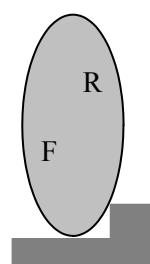
$$\text{ĐS: } k \geq \frac{2\sqrt{d^2 - L^2 \sin^2 \alpha}}{L \sin \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha}$$



ĐÁP ÁN

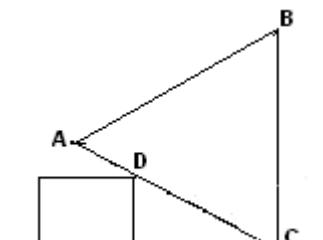
Bài 30. Để đẩy một con lăn nặng có trọng lượng P, bán kính R lên bậc thềm, người ta đặt

vào nó một lực F (hình bên). Hãy xác định tỉ số $\frac{F}{P}$ biết độ cao cực đại của bậc thềm là $h_m = 0,2R$.



$$\text{ĐS: } \frac{F}{P} = 0,75$$

Bài 31. Một lăng trụ có tiết diện thẳng là tam giác đều ABC, có trọng lượng P = 100 (N). Ké lăng trụ trên một giá đỡ, sao cho mặt đáy AC của lăng trụ nghiêng lớn nhất là 30° so



với phương ngang. Giá đỡ tiếp xúc với đáy AC của lăng trụ tại C, $DC = \frac{2}{3} AC$ (như hình vẽ). Xác định:

- Điều kiện hệ số ma sát giữa lăng trụ với giá đỡ và với sàn (Biết giá đỡ và sàn làm cùng bằng một vật liệu).
- Phản lực của giá đỡ và của sàn vào lăng trụ.

ĐS: $k = 0,227$.

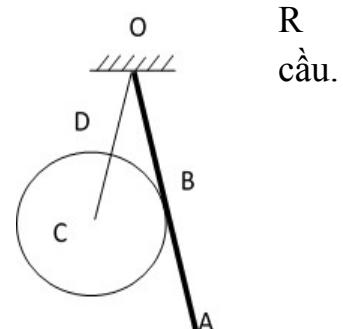
$$b. N = 57,6 \text{ (N)}$$

Bài 32. Trên mặt phẳng nằm ngang đặt một thanh AB đồng chất. Người ta nâng nó lên một cách từ từ bằng cách đặt vào đầu B của nó một lực F luôn có phương vuông góc với thanh. Hỏi hệ số ma sát giữa thanh và mặt phẳng có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu để dụng được thanh lên ở vị trí thẳng đứng mà đầu dưới của nó không bị trượt ?

$$\text{ĐS: } \mu \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Bài 33. Thanh đồng chất OA có trọng lượng P quay được quanh điểm O và tựa tại điểm giữa B của nó lên quả cầu đồng chất C có trọng lượng Q, bán kính R được treo vào trực O, nhờ dây OD dài bằng bán kính R của quả. Cho góc $\angle BOC = \alpha = 30^\circ$. Tính góc nghiêng φ của dây OD hợp với đường thẳng đứng khi hệ cân bằng.

$$\text{Biết: } \sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$



$$\text{ĐS: } \varphi = \arctan \left(\frac{P\sqrt{3}}{4Q + 3P} \right)$$

Bài 34. Thanh AB chiều dài l, khối lượng m, tiết diện đều đặt trên mặt phẳng ngang có hệ số ma sát k. Tác dụng vào đầu A một lực F theo phương ngang và vuông góc với AB, thanh có xu hướng quay.

- Xác định vị trí của điểm O với $OA = x$ mà khi thanh AB bắt đầu dịch chuyển quanh điểm này. Suy ra rằng vị trí này không phụ thuộc vào hệ số ma sát.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

2) Tính lực lớn nhất để thanh chưa dịch chuyển quay.

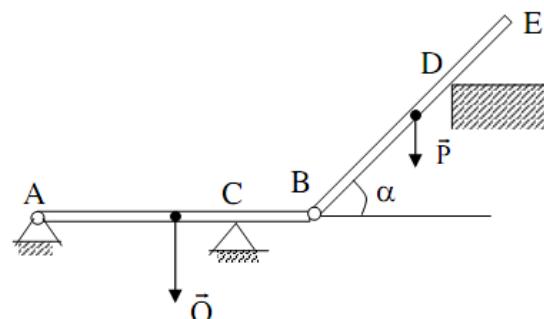
$$\text{ĐS:a. } x = \frac{1}{\sqrt{2}}; \text{ b. } F \leq kmg(\sqrt{2} - 1)$$

Bài 35. Cho hệ 2 thanh AB và BE nối bằng khớp quay B (có thể quay không ma sát).

Trọng tâm của mỗi thanh đặt tại trung điểm.

Khớp A cố định, tại D và C là các điểm tựa nhọn. Xác định phản lực tại A, C, D.

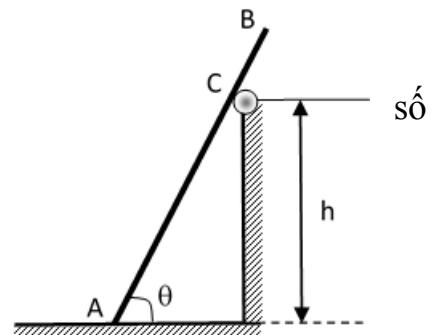
Cho $P = 40N$, $Q = 20N$, $CB = 1/3 AB$ và $DE = 1/3 BE$, $\alpha = 45^\circ$.



ĐS: $N_D = 21.2N$, $X_B = 15N$ và $Y_B = 25N$

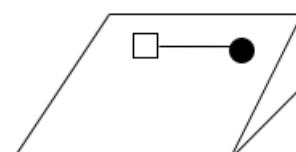
Bài 36. Thanh đồng chất AB tiết diện đều dài $l=2m$, trọng lượng P , đứng yên trên mặt sàn nằm ngang và tựa vào một con lăn nhỏ không ma sát C gắn vào đầu bức tường ở độ cao $h=1m$ (hình 3). Giảm dần góc θ thì thấy thanh bắt đầu trượt khi $\theta=70^\circ$. Hãy tính hệ số ma sát nghỉ giữa thanh và sàn khi đó.

ĐS: $\mu = 0,34$



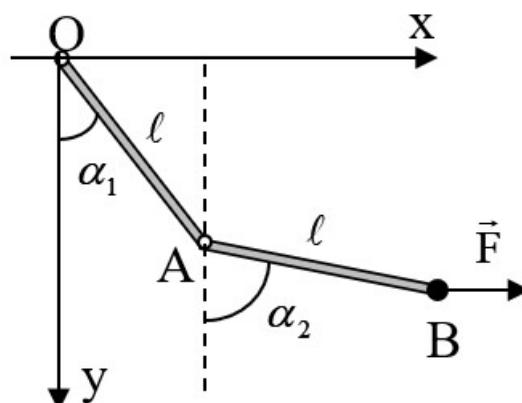
Bài 37. Trên một mặt phẳng nghiêng không nhẵn, góc nghiêng α , có một vật được buộc vào một sợi dây không giãn, đầu tự do của sợi dây thả tự do qua một lỗ nhỏ. Tại thời điểm đầu dây nằm ngang, người ta bắt đầu kéo rất chậm đầu tự do của sợi dây qua lỗ. Khi vật đến lỗ nó đã có một quỹ đạo nửa đường tròn. Tính hệ số ma sát μ giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

ĐS: $\mu = \operatorname{tg} \alpha$



Bài 38. Hai thanh cứng giống nhau dài ℓ , khối lượng m liên kết với nhau và liên kết với giá đỡ

bởi các bản lề. Tác dụng lực \vec{F} không đổi theo



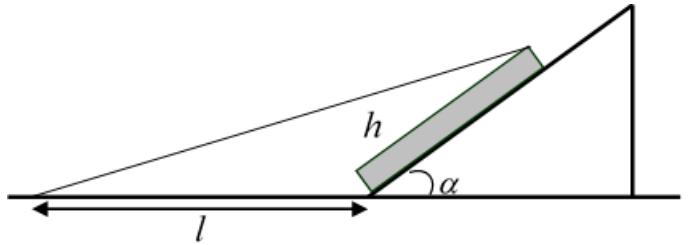
phương ngang vào đầu B của thanh. Tính $\alpha_1; \alpha_2$ và xác định độ lớn của phản lực do bản lề O tác dụng lên thanh OA tại O; độ lớn của phản lực do thanh OA tác dụng lên thanh AB tại bản lề A.

$$\text{ĐS: } \alpha_1 = \arctan \frac{2F}{3mg}; \quad \alpha_2 = \arctan \frac{2F}{mg}$$

$$N_0 = \sqrt{F^2 + 4P^2}; \quad N_A = \sqrt{F^2 + P^2}$$

Bài 39. Một thanh đồng chất chiều dài h nằm trên mặt phẳng nghiêng nhẵn có góc nghiêng α , đầu dưới của thanh tựa trên một mặt nhám. Đầu trên của thanh được nối với sàn nhờ sợi dây nhẹ không giãn. Biết l
2h.

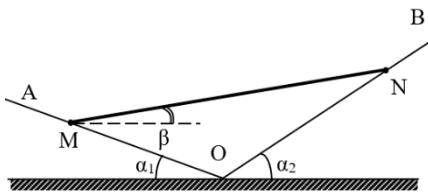
Tìm điều kiện hệ số ma sát ở đầu dưới
của thanh để nó cân bằng.



$$\mu \geq \frac{(2 + \cos \alpha) \cos \alpha}{(4 + \cos \alpha) \sin \alpha}$$

Bài 40. Hai máng OA và OB nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng và nghiêng góc α_1 và α_2 so với đường nằm ngang. Một thanh đồng chất

MN có trọng lượng P tì lên hai máng (hình 3). Bỏ qua ma sát giữa thanh và máng. Ở vị trí cân bằng thanh MN nghiêng góc β so với đường nằm ngang.



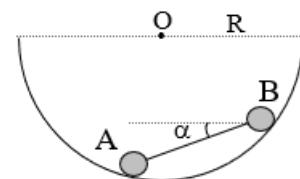
a) Tìm góc nghiêng β theo α_1 và α_2 .

b) Áp dụng bằng số: $\alpha_1 = 30^\circ; \alpha_2 = 45^\circ$.

$$\text{ĐS: a. } \tan \beta = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\tan \alpha_1} - \frac{1}{\tan \alpha_2} \right]; \text{ b. } \beta = 20^\circ$$

Bài 41. Một thanh nhẹ được gắn hai vật nhỏ A và B ở hai đầu có khối lượng là $m_A = 1\text{kg}$ và m_B . Thanh được đặt trong lòng máng tròn có bán kính R (Hình 3), biết $AB = R\sqrt{2}$. Hệ cân bằng khi thanh AB tạo với phương ngang một góc $\alpha=15^\circ$, bỏ qua ma sát, lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

a) Xác định khối lượng m_B ?

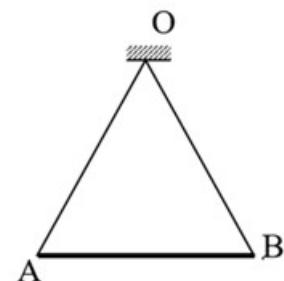


b) Tìm áp lực mà các vật A và B tác dụng lên máng khi thanh cân bằng.

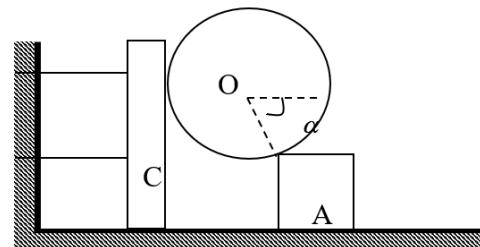
ĐS: a. $m_B=0,58\text{kg}$; b. $N_B = 7,9\text{N}$; $N_A=13,6\text{N}$.

Bài 42. Cho thanh AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng m, chiều dài L. Hai đầu thanh được treo bởi 2 sợi dây cũng có chiều dài L và gắn cố định tại điểm O (hình 4). Sau đó tại đầu B treo một trọng vật có khối lượng m. Tìm góc lệch của thanh so với phương ngang khi thanh cân bằng và tính lực căng T_A , T_B ở 2 đầu dây.

$$T_A = \frac{2mg}{\sqrt{13}}; T_B = \frac{6mg}{\sqrt{13}}$$



Bài 43. Một khối trụ đồng chất bán kính R, chiều dài là $L = R$, khối lượng $m_1 = 2\text{kg}$, đặt tựa lên một khối lập phương và vật cản C thẳng đứng. Khối lập phương đồng chất, khối lượng $m_2 = m_1$, cạnh a = L đặt vừa hết chiều dài của khối trụ. Gọi α là góc lệch của OA so với phương ngang với O là trọng tâm của khối trụ (hình vẽ trong mặt phẳng vuông góc với trực hình trụ). Chỉ có ma sát giữa sàn và khối lập phương, bỏ qua ma sát của khối trụ với khối lập phương và vật cản C. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



a. Điều chỉnh vật C để $\alpha = 60^\circ$ rồi giữ cố định C. Hệ cân bằng. Tính độ lớn của lực ma sát giữa sàn và khối lập phương.

b. Tịnh tiến vật C rất chậm sang trái. Tìm điều kiện về hệ số ma sát giữa sàn và khối lập phương để khối lập phương trượt trước khi lật.

ĐS: a. $F_{m_{SN}} = 11,547N$; b. $\mu < 0,75$

Bài 44. (Trích đề thi học sinh giỏi vật lý toàn quốc 1988 – 1989)

Một khung sắt hình tam giác ABC vuông góc, với góc nhọn $B = 30^\circ$ được đặt thẳng đứng, cạnh huyền nằm ngang. Hai hòn bi nối với nhau bằng thanh cứng, trọng lượng không đáng kể, có thể trượt không ma sát trên hai cạnh góc vuông. Bi I trên cạnh AB có trọng lượng P_1 , bi J trên cạnh AC trọng lượng P_2 .

1. Khi hệ thống đã cân bằng, tính góc $\alpha = \angle AIJ$.
2. Cân bằng là bền hay không bền .

Xét hai trường hợp:

a. $P_1 = P_2 = 100N$

b. $P_1 = 100N$; $P_2 = 3P_1$.

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}P_2}{P_1}$$

ĐS: a. ; Khi $P_1 = P_2 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$; Khi $P_2 = 3P_1 \Rightarrow \alpha \approx 79^\circ$.

b. Cả hai trường hợp đều cân bằng bền.

Bài 45. Thanh nặng đồng chất AB dài $2a$ tựa trên đường cong có dạng nửa đường tròn bán kính R. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Hãy xác định vị trí cân bằng của thanh.
2. Cân bằng là bền hay không bền.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS:1. } \cos \varphi_0 = \frac{a + \sqrt{a^2 + 32R^2}}{8R} \quad \text{với điều kiện } 2R > a > \sqrt{\frac{2}{3}}R;$$

2. Cân bằng bền.

Bài 46. Một thanh đồng chất OA có trọng lượng P, dài 2a, có thể quay tự do quanh một trục đi qua O. Sợi dây nhẹ dài 2l vắt qua ròng rọc nhỏ nằm trên đường thẳng đứng qua O và cách O về phía trên một khoảng 2a, một đầu nối với A, đầu kia nối với một vật trong lượng Q có thể trượt không ma sát trên một rãnh thuộc mặt phẳng hệ có dạng là một đường cong.

Hãy xác định dạng của đường cong và trọng lượng Q của vật để hệ nằm cân bằng phiếm định. Biết khi thanh nằm ngang, vật C nằm đường thẳng đứng OB.

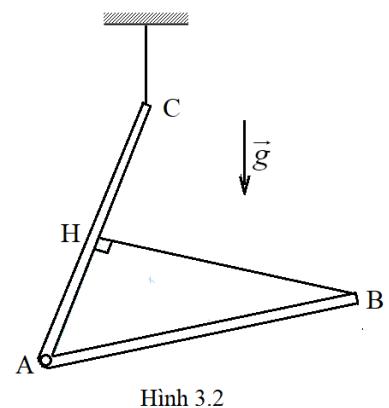
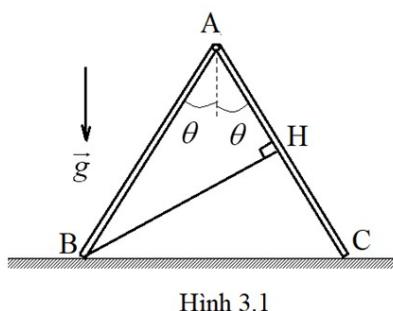
$$\text{ĐS: } x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} + 4\sqrt{2}ay + 8a^2 + l^2 - 4\sqrt{2}al = 0$$

Bài 47. Hai thanh nhỏ AB và AC giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, có cùng khối lượng m, được nối với nhau bởi một bản lề có chốt A rất nhỏ tại một đầu của mỗi thanh. Biết chốt A vuông góc với mặt phẳng chứa hai thanh và hai thanh có thể quay dễ dàng không ma sát quanh chốt A. Một sợi dây mảnh, có chiều dài không đổi, nối điểm cuối B của thanh thứ nhất và điểm H cố định trên thanh thứ hai. Biết rằng khi góc giữa hai thanh là 2θ thì dây căng và phương sợi dây (BH) vuông góc với thanh thứ hai. Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng bản lề, chốt A và dây.

1. Khi hệ hai thanh được đặt cân bằng trong mặt phẳng thẳng đứng, các

đầu B và C tựa trên mặt sàn nằm ngang nhẵn (Hình 3.1). Hãy tìm độ lớn:

a) lực căng đoạn dây.



b) lực do thanh thứ nhất (AB) tác dụng lên thanh thứ hai (AC) qua chốt A bằng bao nhiêu?

2. Khi hệ hai thanh trên treo trên giá bằng một sợi dây khác vào đầu C của thanh thứ hai. Khi hệ cân bằng, các thanh và các đoạn dây nằm trong cùng mặt phẳng thẳng đứng và không chạm sàn (Hình 3.2).

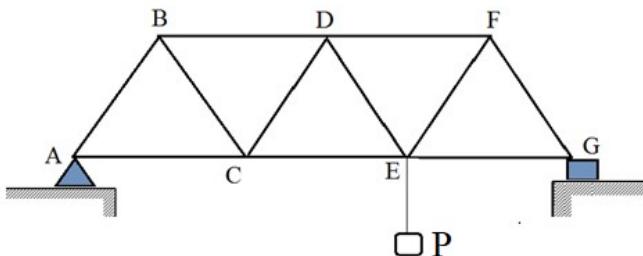
a. Xác định góc tạo bởi phương AC và phương thẳng đứng.

b. Hãy xác định độ lớn lực căng của đoạn dây BH.

$$\text{ĐS:} 1a. \quad T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta}; \quad 1b. \quad Q_2 = T_2 = T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta}; \quad 2a. \quad \beta = \arctan \left(\frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} \right); \quad 2b.$$

$$T_1 = \frac{3mg}{2 \cos 2\theta \sqrt{1 + \left(\frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \right)^2}}$$

Bài 48. Một cấu trúc được tạo thành từ các thanh có độ dài bằng nhau từ 1 đến 11 được chỉ ra như trong hình vẽ, được lắp bản lề ở các khớp nối ở các điểm A, B, ..., G. Điểm A được xem như là cố định, trong khi G chỉ được tựa thẳng đứng. Bỏ qua khối lượng của các thanh. Một vật nặng có khối lượng M được đặt ở E. Mỗi cầu kiện chỉ chịu sức căng T hoặc lực nén C. Tìm các lực tựa thẳng đứng ở A và G và tìm lực căng T hoặc lực nén C ở mỗi thanh.



Hình 2.4P

IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 1. Cho hệ dao động ở hình bên. Các lò xo có phuơng thăng đứng

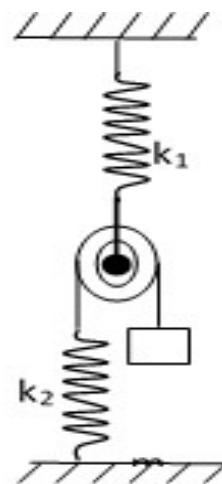
và có độ cứng k_1 và k_2 . Bỏ qua khói lượng ròng rọc và các lò xo. Bỏ qua ma sát.

Hệ 2 lò xo tác dụng lên m theo phuơng thăng đứng

tương đương như một lò xo có độ cứng k bằng bao nhiêu?

$$k = \frac{k_1 k_2}{4k_2 + k_1}$$

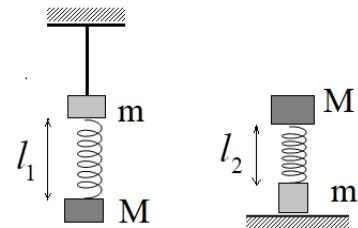
ĐS:



Bài 2. Hai vật có khói lượng là m và M được nối với nhau bằng một lò xo. Khi hệ được treo thì độ dài của lò xo là l_1 . Khi hệ được đặt trên giá đỡ thì độ dài của lò xo là l_2 . Tìm độ dài tự nhiên của lò xo?

$$l_0 = \frac{ml_1 + Ml_2}{M + m}$$

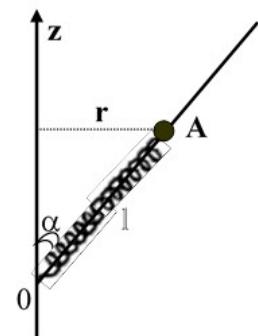
ĐS:



Bài 3. Một quả cầu nhỏ, khói lượng m , có thể trượt không ma sát trên vòng tròn cứng bán kính R . Chất điểm này được gắn cố định vào đầu mút của một lò xo đàn hồi không khói lượng, chiều dài tự nhiên $l_0 < 2R$, độ cứng k , còn đầu mút kia của lò xo được gắn với điểm A của vòng tròn. Toàn bộ được xếp thăng đứng (hình vẽ). Hãy xác định các vị trí cân bằng tự do của hệ và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

Bài 4. Thanh OA quay quanh một trục thăng đứng OZ với vận tốc góc ω . $\angle AOZ = \alpha$ không đổi. Một hòn bi nhỏ, khói lượng m , có thể trượt không ma sát trên thanh OA và được nối với điểm O bằng một lò xo có độ cứng k và có chiều dài tự nhiên l_0

1. Tìm vị trí cân bằng của viên bi và điều kiện để có cân bằng.

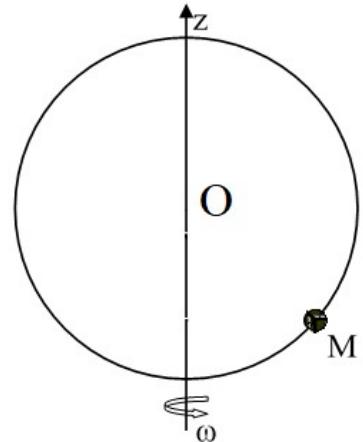


2. Cân bằng là bền hay không bền?

$$l = \frac{mg \cos \alpha - kl_0}{m\omega^2 \sin^2 \alpha - k}; \omega < \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ĐS: 1. Cân bằng bền.

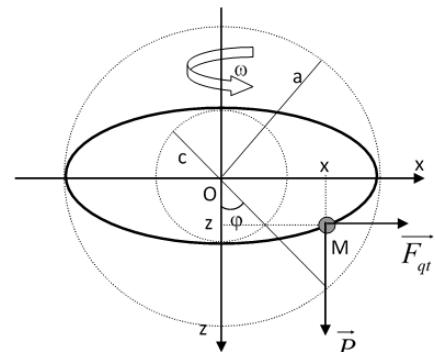
Bài 5. Một hạt cườm được xâu vào một vòng kim loại bán kính R , vòng này quay xung quanh một đường kính thẳng đứng với vận tốc góc không đổi ω . Chúng ta rằng với vận tốc đủ lớn, ta có thể quan sát thấy sự tồn tại của một vị trí cân bằng tương đối của hạt cườm ứng với một góc θ_c khác không với đường thẳng đứng; ở đây ta bỏ qua vai trò của ma sát.



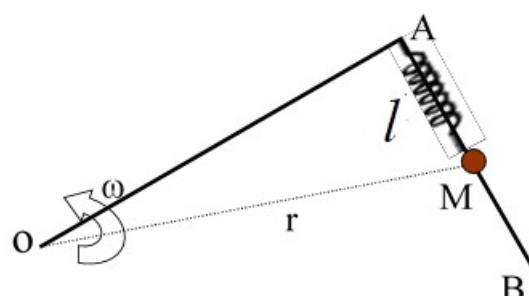
Bài 6. Viên bi nặng nằm trong nòng một ống nhẵn uốn cong theo Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, ống quay quanh trục thẳng đứng OZ với vận tốc góc không đổi ω . Hãy xác định các vị trí cân bằng tương đối của viên bi và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

$$\begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ \cos \varphi = \frac{cg}{\omega^2 a^2} \end{cases}$$

ĐS: Vị trí cân bằng



Bài 7. Thanh kim loại hình chữ L quay với vận tốc góc không đổi ω trong mặt phẳng nằm ngang quanh trục, xung quanh trục thẳng đứng (OZ). Một lò xo có độ cứng K , chiều dài tự nhiên l_0 được cố định tại A của thanh L và ở đầu của lò xo có gắn một vòng nhỏ khối lượng m , vòng này trượt không ma sát trên

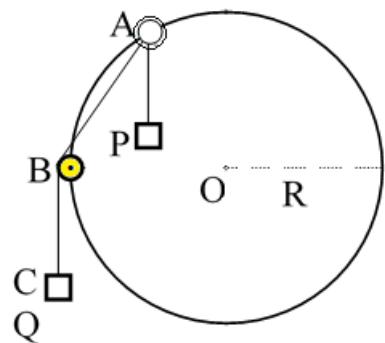


phần thẳng AB. Gọi l là chiều dài của lò xo. Hãy khảo sát định luật cho biết sự phụ thuộc của l vào ω . Có thể dùng dụng cụ làm tốc độ ké được không?

$$\frac{l_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

ĐS: $l = \frac{l_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$. Hệ thống chỉ dùng được khi $\omega < \omega_0$

Bài 8. Một vòng nhỏ A có thể trượt không ma sát theo một vòng tròn bằng kim loại bán kính R đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Một sợi dây treo tải trọng P vào vòng nhỏ, sợi dây khác một đầu buộc vào vòng nhỏ A, đầu kia C treo tải trọng Q, vắt qua một ròng rọc B nhỏ không đáng kể đặt tại đầu đường kính nằm ngang của vòng tròn lớn.



Hãy xác định các vị trí cân bằng của vòng A và xem vị trí nào ổn định, vị trí nào không?

ĐS: 1. Xét khi vòng A ở nửa trên vòng tròn $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$

$$\frac{\varphi_0}{\sin \frac{Q}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Khi $\varphi = \varphi_0$ với $\sin \frac{Q}{2} > 0$ thì cân bằng là không bền.

2. Xét khi vòng A ở nửa dưới của vòng tròn: $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ hoặc $-180^\circ \leq \varphi \leq 0$

$$+ \text{Nếu } \frac{Q}{P} > 1 : \text{Khi } \varphi = \varphi_0 \text{ với } \sin \frac{Q}{2} > 0 \text{ thì cân bằng là bền.}$$

+ Nếu $0 < \frac{Q}{P} < 1 \rightarrow$ có hai vị trí cân bằng của vòng A

$$\frac{\varphi_1}{\sin \frac{Q}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

$$\text{Hoặc } \frac{\varphi_2}{\sin 2} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Vị trí φ_1 là cân bằng bền. Vị trí φ_2 là cân bằng bền nếu vòng A nằm ở góc phần tư thứ IV; cân bằng là không bền nếu A nằm ở góc phần tư thứ III.

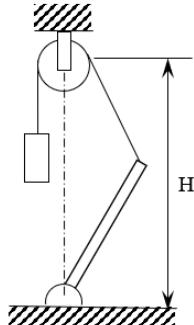
Bài 9. Một tấm vuông đồng chất có thể quay trong mặt phẳng thăng đứng quanh trục đi qua gốc O. Trọng lượng của tấm bằng P, độ dài các cạnh bằng a. Sợi dây dài l một đầu buộc vào gốc A. Đầu kia vắt qua ròng rọc nhỏ B đặt cách điểm O theo đường thăng đứng

một khoảng a và đeo tải trọng $Q = \sqrt{2} \frac{P}{2}$. Hãy xác định các vị trí cân bằng và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

ĐS: Các vị trí ứng các giá trị φ (góc tạo bởi phương OA và phương thăng đứng)

$$+\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ hoặc hay } \varphi_3 = -\frac{3\pi}{2} \text{ cho cân bằng bền}$$

$$+\varphi_2 = \frac{\pi}{6} \text{ cân bằng không bền.}$$



Bài 10. Một thanh có khối lượng m và chiều dài l được gắn đầu dưới vào một bản lề. Treo một ròng rọc nằm trên trục thăng đứng đi qua bản lề và cách bản lề một đoạn là H. Buộc đầu trên của thanh vào một sợi dây và vắt qua ròng rọc. Tìm khối lượng M nhỏ nhất cần buộc vào đầu kia của dây để cho thanh nằm cân bằng bền trong mặt phẳng thăng đứng?

$$\text{ĐS: } M \geq \frac{H - l}{2H} m$$

Bài 11. Hai đầu của một thanh nặng đồng chất có chiều dài l trượt không ma sát theo Parabol $y = ax^2$ (hình vẽ). Hãy xác định vị trí cân bằng của thanh. Cân bằng là bền hay không bền.

ĐS: $y_G \geq \frac{2al - 1}{4a}$

Bài 12. (Trích đề thi học sinh giỏi Quốc gia 1989 – 1990)

Một thanh đồng chất trọng lượng $Q = 2\sqrt{3} N$ có thể quay quanh chốt ở đầu O. Đầu A của thanh được nối bằng dây không dãn, vắt qua ròng rọc S với một vật có trọng lượng $P = 1N$. S ở cùng độ cao với O và $OS = OA$. Khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể.

- a. Tính góc $\alpha = \angle SOA$ ứng với cân bằng của hệ thống.
- b. Tìm phản lực ở chốt O.
- c. Cân bằng là bền hay không bền .

ĐS: ĐS: a. $\alpha = 60^\circ$; b. $N = 2,65N$, c. Cân bằng bền.

Bài 13. Chuyển động của hạt với nón không ma sát

Một hạt m chuyển động trên bì mặt bên trong không ma sát của một nón có bán kính là a

- a. Tìm điều kiện ban đầu sao cho hạt chuyển động vòng tròn xung quanh trực thăng đứng.
- b. Xác định quỹ đạo bền vững.

ĐS: a. $v_o' = gl_o \cos \theta$; b. $\Delta l'' + (3\varphi^2 \cdot \sin^2 \theta) \Delta l = 0$, hạt dao động điều hòa \rightarrow Quỹ đạo là bền.

l_o là khoảng cách từ vật đến đỉnh hình nón.

**CHƯƠNG V.
CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.
LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS
V.1 CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.
HÀNH TINH, VỆ TINH**

Bài 1. Một nhà du hành vũ trụ thích đùa đã đặt một quả bóng gỗ khối lượng $m = 7,2\text{kg}$ vào một quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao $h = 350\text{km}$. Hỏi:

- a) Động năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- b) Thế năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- c) Cơ năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } W_d = \frac{GMm}{2r} = 214(\text{MJ}); \text{ b. } W_i = -\frac{GMm}{r} = -428 (\text{MJ}) ; \text{ c. } W = -214 (\text{MJ}).$$

Bài 2. Hoàng tử Bé (nhân vật trong tiểu thuyết) sống trên tiểu hành tinh hình cầu có tên B-612. Khối lượng riêng hành tinh là 5200kg/m^3 . Hoàng tử nhận thấy rằng nếu ánh ta bước nhanh hơn thì cảm thấy mình nhẹ hơn. Khi đi với vận tốc 2 m/s thì thấy mình ở trạng thái không trọng lượng và bắt đầu quay xung quanh tiểu hành tinh đó như vệ tinh.

- a. Giả sử tiểu hành tinh đó không quay. Hãy xác định bán kính của nó.
- b. Xác định vận tốc vũ trụ cấp II đối với tiểu hành tinh đó.
- c. Giả sử tiểu hành tinh quay xung quanh trục của nó và một ngày có 12 giờ . Xác định vận tốc chạy tối thiểu của tiểu Hoàng tử bé để quay xung quanh tiểu hành tinh.

$$\text{ĐS: a. } R = \sqrt{\frac{3v_1^2}{4\pi G\rho}} \approx 1659\text{m}; \text{ b. } v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2,83\text{m/s}; \text{ c. } v_{\min} = 1,76\text{m/s}.$$

Bài 3. Một vệ tinh chuyển động quanh Trái đất theo quỹ đạo elip. Cho khoảng cách và vận tốc của vệ tinh tại cận điểm quỹ đạo là r_c và v_c . Tìm khoảng cách và vận tốc của vệ tinh đó tại viễn điểm quỹ đạo là r_v và v_v .

$$\text{ĐS: } r_v = 2\frac{Kr_c}{2K-v_c^2r_c} - r_c; v_v = \frac{2K-v_c^2r_c}{v_c-r_c}$$

Bài 4. Tính phần bỗ xung vận tốc tối thiểu để một vệ tinh đang ở trên quỹ đạo cách bề mặt Trái đất 230km đi tới cận điểm quỹ đạo của mặt trăng? Bỏ qua lực hấp dẫn của Mặt trăng.

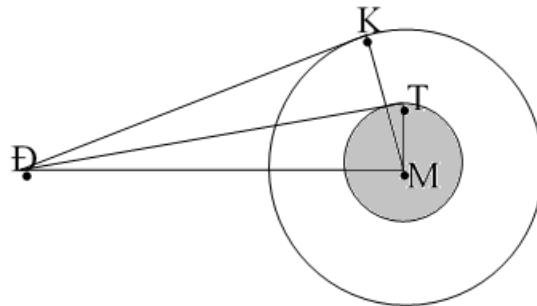
Biết bán trục lớn quỹ đạo Mặt trăng là 384000km và tâm sai quỹ đạo mặt trăng $e = \frac{1}{18}$.

ĐS: $10,3\text{ km/s}$

Bài 5. Dựa vào đặc điểm nhìn thấy của Thủy tinh và Kim tinh, tính khoảng cách từ chúng tới Mặt trời và chu kì chuyển động của chúng. biết khoảng cách từ Trái đất tới Mặt trời bằng một đơn vị thiên văn và chu kì chuyển động quanh mặt trời bằng một năm. Coi các hành tinh chuyển động quanh mặt trời theo quỹ đạo tròn.

ĐS: $R_K = 4756,1\text{ (km)}$; $T_K = 223,8$ (ngày)

$R_T = 3004,6$ (km); $T_T = 117,3$ (ngày)



Bài 6. Một vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái đất theo quỹ đạo elip có tâm sai e , bán trục lớn a và chu kỳ T .

a) Tìm vận tốc dài của vệ tinh ở cận điểm và viễn điểm. So sánh độ lớn hai vận tốc ấy.

b) Cho $e = 0,2$; $a = 10.000\text{km}$, $R_E = 6370\text{km}$. Tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ vệ tinh đến trái đất.

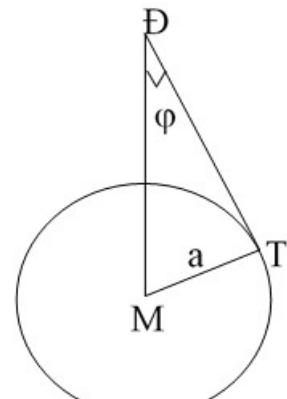
ĐS: a. $v_c = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$; $v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$; $\frac{v_c}{v_v} = \frac{1+e}{1-e} > 1$.

b. $1630(\text{km})$; $5630(\text{km})$.

Bài 7. Người ta phóng một trạm vũ trụ chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo tròn trong mặt phẳng Hoàng đạo. Các trạm quan sát từ Mặt đất thấy trạm này dao động quanh mặt trời với biên độ xác định bằng 45° (hình 3)

a) Tính bán kính quỹ đạo và chu kỳ chuyển động T_1 của trạm (coi trái đất chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo tròn với bán kính bằng một đơn vị thiên văn (đvtv) và chu kỳ 1 năm)

b) Giả sử tại điểm O trên quỹ đạo tròn của trạm (Hình 4) người ta tăng vận tốc cho trạm tức thời đến vận tốc parabol (trạm bắt đầu chuyển động theo quỹ đạo parabol nhận điểm O làm đỉnh) hãy tính thời gian trạm chuyển từ điểm O đến điểm T. Cho biết phương trình parabol trong hệ xOy là $y^2 = 2px$ trong đó p là



Hình

khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn. Chú ý định luật 2 Kepler cũng đúng với chuyển động parabol.

$$\text{ĐS; a. } T_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (năm); } a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (đvtv); b. } 0,19 \text{ (năm).}$$

Bài 8. Người ta chụp ảnh Mặt trăng đồng thời cùng một phía, từ Trái Đất và từ một vệ tinh của Mặt Trăng. Quỹ đạo của vệ tinh là đường tròn. Đường kính ảnh Mặt Trăng trên bức ảnh chụp từ Trái Đất là $a_1 = 4,5\text{mm}$, còn trên bức ảnh chụp từ vệ tinh là $a_2 = 250\text{mm}$. Hãy tìm chu kỳ quay của vệ tinh Mặt Trăng, biết hai bức ảnh đều chụp bằng các vật kính giống nhau có tiêu cự $f=50\text{cm}$ và gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất $n = 6$ lần, khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng là $L = 380.000\text{km}$.

$$\text{ĐS: } T = 4\pi \frac{b}{a_2} \sqrt{\frac{a_1 L b}{g_T a_2 f}} \approx 6,23 \cdot 10^4 \text{s.}$$

Bài 9. Một con tàu vũ trụ bay quanh Mặt Trăng theo quỹ đạo tròn bán kính $R = 3,4 \cdot 10^6 \text{m}$.

a) Hỏi từ con tàu phải ném một vật theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo với vận tốc bằng bao nhiêu để nó rơi lên mặt đối diện của Mặt Trăng.

b) Sau thời gian bao lâu nó sẽ rơi lên Mặt Trăng. Cho biết gia tốc rơi tự do của mọi vật ở gần bề mặt Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất 6 lần. Bán kính Mặt Trăng $R_T = 1,7 \cdot 10^6 \text{m}$.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{g_T R_T} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 88,2 \text{(m/s); b. } t = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} T_0 = 275,5 \text{ phút.}$$

Bài 10. Một vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn ở cách bề mặt Mặt Trăng một khoảng bằng bán kính R của Trái Đất. Tại một thời điểm nào đó, từ vệ tinh phóng ra một trạm đi tới một hành tinh khác, phần còn lại của vệ tinh chuyển động theo một quỹ đạo elip đi tới gần mặt Trái Đất ở điểm đối diện với điểm xuất phát của trạm. Hỏi khối lượng m của trạm có thể chiếm một phần cực đại bằng bao nhiêu khối lượng M vệ tinh.

$$\text{ĐS: } \frac{m}{M} \approx 0,8$$

Bài 11. Sao chổi Halley có chu kỳ 76 năm và năm 1986 đã có khoảng cách gần Mặt Trời nhất (gọi là khoảng cách cận nhật r_c) bằng $8,9 \cdot 10^{10}$ m.

a) Hỏi khoảng cách xa Mặt Trời nhất của sao chổi Halley (gọi là khoảng cách viễn nhật r_v) bằng bao nhiêu?

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi Halley là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } r_v = 5,3 \cdot 10^{12}(\text{m}); \text{ b. } e=0,96.$$

Bài 12. Các quan sát về ánh sáng phát từ một ngôi sao cho thấy rằng ánh sáng ấy được phát ra từ một hệ đôi (hai sao). Ngôi sao trông thấy có tốc độ trên quỹ đạo 270km/s, chu kỳ $T = 1,7$ ngày và khối lượng phỏng chừng $m_1 = 6M_T$, trong đó M_T là khối lượng Mặt Trời $M_T = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Giả sử rằng ngôi sao trông thấy và bạn đồng hành của nó (vì tối nên không trông thấy) đều ở trên quỹ đạo tròn. Hãy xác định khối lượng phỏng chừng m_2 của ngôi sao không trông thấy (vật tối).

$$\text{ĐS: } m_2 \approx 9M_T$$

Bài 13. Hai tàu vũ trụ nhỏ, mỗi tàu có khối lượng $m = 2000$ kg, bay theo quỹ đạo tròn trên Trái Đất (Hình 10), ở độ cao $h = 400$ km. Igor (người chỉ huy một trong những con tàu vũ trụ) bay tới một điểm cố định trên quỹ đạo 90s trước Sally (người chỉ huy tàu kia).

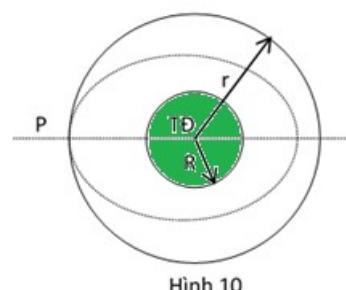
Hỏi:

a) Chu kỳ và tốc độ của hai con tàu trên quỹ đạo tròn là bao nhiêu?

b) Tại điểm cố định (giả sử điểm P trên Hình 10) Sally muốn vượt Igor bèn cho phút khí về phía trước để giảm tốc độ của cô 1%. Sau đó, Sally đi theo quỹ đạo elip (đường vẽ nét đứt). Tính tốc độ, động năng và thế năng con tàu của Cô

ngay sau khi phút khí?

c) Trên quỹ đạo mới hình elip, cơ năng toàn phần, bán trục lớn và tốc độ trên quỹ đạo của Sally là bao nhiêu?



ĐS: a. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 \text{ (s)}$; $v_0 = \sqrt{\frac{K}{r}} \approx 7680 \text{ (m/s)}$.

b. $v = 7600 \text{ (m/s)}$; $W_d = 5,87 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$; $W_t = -11,8 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$.

c. $W = -6,02 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$; $a = 6,63 \cdot 10^6 \text{ (m)}$.

Bài 14. Tâm Mặt trời ở tiêu điểm của quỹ đạo Trái Đất. Tiêu điểm kia ở cách tiêu điểm này bao nhiêu? Biểu diễn đáp số theo bán kính Mặt Trời $R_T = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$. Biết tâm sai quỹ đạo Trái Đất là $0,0167$ và bán kính trực lớn a có thể lấy bằng $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

ĐS: $\overline{F_1 F_2} = 7,2R_T = 5,01 \cdot 10^9 \text{ (m)}$

Bài 15. Khoảng cách trung bình giữa sao Hỏa và Mặt Trời là 5,2 lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời. Theo định luật 3 Kepler, hãy tính xem sao Hỏa cần bao nhiêu năm để quay được một vòng xung quanh Mặt Trời.

ĐS: $T_2 = 684,5$ (ngày)

Bài 16. Xác định khối lượng Trái Đất, theo chu kỳ T và bán kính r của quỹ đạo Mặt Trăng quanh Trái Đất: $T = 27,3$ (ngày) và $r = 3,82 \cdot 10^5 \text{ (km)}$. Giả sử rằng Mặt Trăng quay quanh tâm Trái Đất, chứ không phải quay quanh khối tâm của hệ Trái Đất - Mặt Trăng.

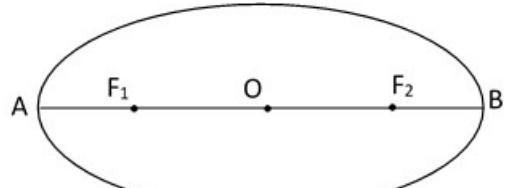
ĐS: $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 5,930 \cdot 10^{24} \text{ (kg)}$.

Bài 17. Một vệ tinh được đặt trên một quỹ đạo tròn có bán kính bằng nửa bán kính quỹ đạo của Mặt Trăng. Chu kỳ quay của nó (tính theo tháng Mặt Trăng) là bao nhiêu (Một tháng Mặt Trăng là chu kỳ quay của Mặt Trăng T_T).

ĐS: $T_v = 0,354 T_T$.

Bài 18. Ở vĩ độ φ lớn nhất (trên Trái Đất) bằng bao nhiêu còn có thể quan sát thấy vệ tinh địa tĩnh?

ĐS: $\varphi = 81^\circ 19' 43''$



Hình 11

Bài 19. Một hệ sao đôi gồm hai sao, mỗi sao có khối lượng bằng khối lượng Mặt Trời, quay quanh khói tâm của chúng. Khoảng cách giữa chúng bằng khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời. Chu kỳ quay của chúng là mấy năm?

ĐS: 0,71 năm.

Bài 20. Hãy xác định chu kỳ giao hội (tâm Mặt trời, Mặt Trăng, Trái đất theo thứ tự thẳng hàng)

ĐS: 29,53 ngày.

Bài 21. Một vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo elip có tâm sai e , bán trục lớn a và chu kỳ T . Cho biết diện tích của elip là: $S = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$

a. Tính vận tốc dài của vệ tinh ở cận điểm và viễn điểm. So sánh độ lớn hai vận tốc ấy.

b. Cho $e = 0,2$; $a = 10000\text{km}$; $R_d = 6370\text{km}$. Tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ vệ tinh đến mặt đất.

$$\text{ĐS: a. } v_c = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}; \quad v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}; \quad \frac{v_c}{v_v} = \frac{1+e}{1-e}$$

Bài 22. Người ta muốn phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau:

Từ mặt đất truyền cho vệ tinh vận tốc v_0 theo phương thẳng đứng. Tại độ cao h khi vệ tinh có vận tốc bằng không, người ta truyền cho nó vận tốc v_1 theo phương nằm ngang để nó chuyển động theo quỹ đạo elip có tâm sai e và thông số p cho trước.

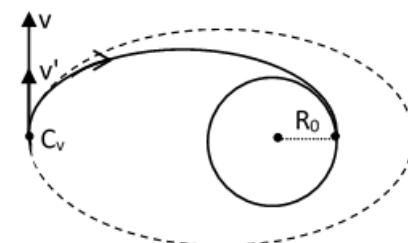
a. Tính vận tốc v_0

b. Tính vận tốc v_1 .

c. Khi vệ tinh quay đến viễn điểm thì người ta giảm vận tốc của nó để quỹ đạo mới có khoảng cách cận điểm bằng bán kính R_0 của Trái Đất (nghĩa là đưa vệ tinh trở về Trái Đất). Hãy tính độ giảm vận tốc đó.

$$\text{ĐS: a. } v_0 = \sqrt{2g_0 r_0 (1 - \frac{r_0}{r})} \text{ với } g_0 = \frac{GM}{r_0^2};$$

$$\text{b. } v_1 = r_0 (1 + e) \sqrt{\frac{g_0}{p}} \text{ hoặc } v_1 = r_0 (1 - e) \sqrt{\frac{g_0}{p}}$$



$$c. \Delta v = r_0(1-e)\sqrt{\frac{g_0}{p}} \left[1 - \frac{\sqrt{2r_0}}{p+r_0(1-e)} \right]$$

Bài 23. Người ta phóng một trạm vũ trụ theo quỹ đạo năng lượng cực tiểu từ Trái Đất lên Mặt Trăng. Cho biết khối lượng Trái Đất là: $M = 5,9 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; bán kính Trái Đất là: $r_0 = 6370 \text{ km}$; khoảng cách từ Trái Đất đến quỹ đạo Mặt Trăng là $60r_0$. Quỹ đạo năng lượng cực tiểu là quỹ đạo của một trạm vũ trụ được phóng từ Trái Đất theo phương trình năng

$$\text{lượng } v^2 = K\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \text{ hay } v^2 = g_0 r_0^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

a. Xác định vận tốc lúc phóng và vận tốc lúc trạm đến Mặt Trăng.

b. Xác định thời gian trạm bay từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

ĐS : a. Lúc phóng $v=11,13 \text{ km/s}$, lúc đến Mặt Trăng $v=0,185 \text{ km/s}$; b. $\Delta t = 4,3 \text{ ngày}$.

Bài 24. Biết rằng khoảng cách xa nhất của Mộc Tinh tới Mặt Trời là 5,2 đơn vị thiên văn (đvtv), và chu kỳ quay của nó quanh Mặt Trời là $T = 11,9 \text{ năm}$. Vệ tinh Ganimet của Mộc Tinh có quỹ đạo với bán trục lớn $a_1 = 7,14 \cdot 10^{-3} \text{ đvtv}$, chu kỳ vệ tinh quanh Mộc Tinh là $T_1 = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ năm}$. Tính gần đúng khối lượng của Mộc Tinh.

ĐS: $m = 1,015 \cdot 10^{-3} M_{\odot}$.

Bài 25. Một sao chổi di chuyển tới Mặt Trời với vận tốc ban đầu v_0 . Khối lượng Mặt Trời là M và bán kính R . Coi Mặt Trời là đứng yên và bỏ qua ảnh hưởng của các hành tinh. Tìm tiết diện toàn phần σ của sao chổi để xảy ra va chạm với Mặt Trời. Coi Mặt Trời đứng yên và bỏ qua ảnh hưởng của các hành tinh.

$$\sigma = \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM}{v_0^2 R}\right)$$

ĐS :

Bài 26. Một vệ tinh được phóng lên từ Trái Đất theo quỹ đạo xuyên tâm so với Mặt Trời để thoát khỏi Mặt Trời với vận tốc vừa đủ. Nó được tính toán sao cho sẽ tới quỹ đạo của Mộc Tinh tại điểm có khoảng cách b lần sau Mộc Tinh. Dưới ảnh hưởng trường hấp dẫn của Mộc Tinh vệ tinh sẽ bị lệch một góc 90° so với phương ban đầu (nghĩa là sau đó vệ tinh chuyển động theo phương tiếp tuyến với Mộc Tinh). Trong quá trình đó Mộc Tinh nhận được bao nhiêu năng lượng trên một đơn vị khối lượng? Bỏ qua ảnh hưởng

của Mặt Trời trong khoảng thời gian tương tác giữa vệ tinh và Mộc Tinh. Cho biết $m_s = 3,33 \cdot 10^5 m_e$ ($m_s; m_e$ là lần lượt là khối lượng của Mặt Trời và Trái Đất), $Gm_e = gR^2 = 4,01 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$ (R là bán kính Trái Đất) và khoảng cách từ Mộc Tinh tới Mặt Trời là $r = 7,78 \cdot 10^{11} m$.

ĐS: $468,6 \cdot 10^6 J/kg$

Bài 27. (Xác định đặc trưng của vệ tinh)

Vệ tinh nhân tạo đầu tiên của Trái Đất có viễn điểm ở độ cao $h_A = 327 km$ và cận điểm ở độ cao $h_P = 180 km$. Biết bán kính Trái đất là $R = 6370 km$.

1. Xác định các đặc trưng hình học của quỹ đạo vệ tinh.
2. Biết gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái đất là $g = 9,8 m/s^2$. Xác định chu kì quay của vệ tinh.

ĐS: 1. Bán trục lớn $a = 6623,5(km)$; Bán trục nhỏ $b = 6623(km)$; Tâm sai $e = 0,011$;

Thông số quỹ đạo $p = 6622,5(km)$.

$$2. T = \pi \sqrt{\frac{R(\frac{h}{R} + 1)^3}{2g}}$$

Bài 28. Một hành tinh chuyển động xung quanh Mặt trời khối lượng M theo quỹ đạo elip

với khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất đến tâm Mặt trời là R và r . Xác định chu kì quay T của hành tinh.

$$T = \pi \sqrt{\frac{(r + R)^3}{2GM}}$$

ĐS:

Bài 29. Xác định chu kì quay của các ngôi sao sau đây

1. Ngôi sao đôi gồm hai sao có khối lượng M_1 và M_2 cách nhau khoảng L .
2. Ngôi sao ba là hệ 3 ngôi sao có khối lượng $M_1 = M_2 = M_3 = M$ luôn tạo thành tam giác đều cạnh L .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(M_1 + M_2)}}; 2^T = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi L \sqrt{\frac{L}{GM}}$$

ĐS: 1.

Bài 30. Một hành tinh khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo elip xung quanh Mặt trời khối lượng M sao cho khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất đến tâm Mặt trời là r_{\max} và r_{\min} . Dùng các định luật bảo toàn tính

1. Năng lượng toàn phần E của hành tinh.
2. Mômen động lượng L của hành tinh so với tâm Mặt trời.
3. Thông số quỹ đạo p và tâm sai e của hành tinh

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: 1. } E = -\frac{GMm}{r_{\max} + r_{\min}} ; 2. \quad L = m\sqrt{\frac{2GMr_{\max}r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}} ; 3. \quad p = \frac{L^2}{GMm^2} ; \quad e = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}\right)^{1/2}$$

Bài 31. Người ta phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau. Bắt đầu từ mặt đất cấp vệ tinh vận tốc v_0 theo phương thẳng đứng. Vệ tinh bay đến độ cao h , vận tốc vệ tinh bằng không thì cung cấp vận tốc v theo phương ngang để nó chuyển động theo quỹ đạo elip với tâm sai e và thông số p . Hãy xác định v_0 và v theo h, p, e và R là bán kính Trái Đất và g_0 là gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái Đất.

$$\text{ĐS: } v_0 = \sqrt{2g_0 \frac{Rh}{R+h}} ; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{p}(1-e)^2}$$

Bài 32. Để chuyển một vệ tinh Trái Đất từ quỹ đạo tròn thấp bán kính R_1 sang quỹ đạo tròn cao bán kính R_2 người ta tiến hành như sau: Tại điểm A của quỹ đạo thấp nhờ tên lửa trong thời gian rất ngắn truyền một vận tốc phụ cho vệ tinh để nó vạch một nửa elip tiếp tuyến ở B với quỹ đạo cao. Khi tới B, vệ tinh lại được truyền vận tốc phụ cho phép nó chuyển động theo quỹ đạo tròn cao. Gọi g_0 là gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái Đất và R là bán kính Trái Đất.

1. Tìm v_1 ở quỹ đạo tròn thấp và v_1' là vận tốc mới tên lửa bắt đầu hoạt động. Biết vận tốc v_1 và v_1' là cùng hướng.

2. Vệ tinh đến B thì có vận tốc v_2' bằng bao nhiêu? Tính vận tốc v_2 trên quỹ đạo tròn cao.

$$\text{ĐS: 1. } v_1 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_1}} ; \quad v_1' = \sqrt{GM \frac{2R_2}{R_1(R_1 + R_2)}}$$

$$2. \quad v_2 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_2}} ; \quad v_2' = \sqrt{GM \frac{2R_1}{R_2(R_1 + R_2)}}$$

Bài 33. Mặt Trăng có khối lượng $M = 7,3 \cdot 10^{22}$ kg và bán kính $R = 1,74 \cdot 10^6$ m.

Xác định tốc độ vũ trụ cấp 1 và cấp 2 của Mặt Trăng.

ĐS: $v_I = 1,67 \cdot 10^3$ (m/s), $v_H = \sqrt{2}v_I$

Bài 34. Trong hệ quay chiêu gắn tâm Mặt trời khối lượng M_0 xét chuyển động Trái Đất và sao chổi.

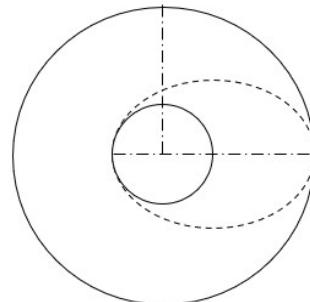
1. Coi quỹ đạo Trái Đất là hình tròn bán kính r_0 . Xác định vận tốc Trái Đất khi chuyển động xung quanh Mặt trời.

2. Quỹ đạo sao chổi đồng phẳng với quỹ đạo Trái Đất và điểm cực cận cách Mặt Trời là $r_0/2$ và vận tốc là $2v_0$. Xác định dạng quỹ đạo sao chổi và vận tốc v của sao chổi khi nó cách Mặt trời khoảng r .

ĐS: $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$; $v = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r}}$

Bài 35. Vệ tinh chuyển động xung quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn với bán kính $R = 3R_E$ với $R_E = 6400$ km là bán kính Trái Đất. Vệ tinh khởi động bộ phận hãm trong thời gian ngắn làm cho vận tốc của nó giảm và chuyển sang quỹ đạo elip tiếp tuyến với mặt đất. Hỏi sau đó bao lâu thì vệ tinh hạ cánh xuống mặt đất?

ĐS : $t \approx 2$ giờ.



đi

Bài 36. Tầng thứ ba của tên lửa bao gồm phần khoang mang nhiên liệu có khối lượng $M = 50$ kg và phần đầu bảo vệ hình nón có khối lượng $m = 10$ kg. Phần đầu có thể bật về phía trước nhờ một lò xo nén. Khi thử trên Trái Đất, khi tên lửa được giữ cố định thì lò xo đẩy phần đầu khỏi tên lửa với vận tốc $v_0 = 5,1$ m/s. Tìm vận tốc tương đối của phần đầu so với tên lửa khi nó rời ra trong khi bay trên quỹ đạo?

$$\text{ĐS: } V_{td} = v_0 \sqrt{1 + \frac{m_d}{m_t}} = 5,6 \text{ (m/s)}$$

Bài 37. Một hành tinh , khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo elip quang mặt trời.

Khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất từ mặt trời đến hành tinh lần lượt là r_1 và r_2 . Tìm mô men động lượng của hành tinh đối với tâm mặt trời.

$$\text{ĐS: } L = \sqrt{\frac{2GMr_1r_2}{(r_2 + r_1)}}$$

Bài 38. Sao chổi Ha-Lây có chu kỳ $T= 76$ năm và vào năm 1986 nó đến gần Mặt trời nhất , có $r_{\min} = 8,9 \cdot 10^{10}$ m. Biết khối lượng của Mặt trời $M = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Tìm:

a) Khoảng cách xa nhất r_{\max} từ sao chổi đến Mặt trời?

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi?

ĐS: a. $5,3 \cdot 10^{12}$ m ; b. $e = 0,967$

Bài 39. Một vật nhỏ bắt đầu rơi vào Mặt trời từ một khoảng cách bằng bán kính quỹ đạo của Trái đất . Vận tốc đầu của vật trong hệ quy chiếu nhật tâm bằng không. Hỏi thời gian rơi của vật?

ĐS : 64,5 ngày.

Bài 40. Một vệ tinh coi như chất điểm có khối lượng m, đang chuyển động trên một quỹ đạo tròn tâm o, bán kính R quanh Trái đất có khối lượng M.

a) Chứng minh rằng tốc độ v của nó không đổi và tính v theo G,M,R. Suy ra chu kỳ T của nó?

b) Người ta muốn chuyển vệ tinh này sang một quỹ đạo tròn khác có bán kính $R' > R$, nằm trong cùng mặt phẳng quỹ đạo trên. Muốn thế ở tại điểm A của quỹ đạo 1 người ta tăng tốc theo phương tiếp tuyến để nó vạch ra một quỹ đạo elip có trực径 AB (quỹ đạo 2), trong đó B là điểm nằm trên đường tròn bán kính R' . Hãy xác định các vận tốc v_1 và v_2 của vệ tinh tại các điểm A và B và năng lượng ΔW_i cần cung cấp cho vệ tinh tại A để chuyển quỹ đạo?

c) Sau khi vệ tinh đi qua B người ta lại tăng tốc một lần nữa theo phương tiếp tuyến để nó vạch ra một đường tròn bán kính R' . Tính tốc độ v' của vệ tinh trên quỹ đạo 3 và năng lượng ΔW_2 cần cung cấp cho vệ tinh để nó chuyển từ quỹ đạo 2 sang quỹ đạo 3?

$$\text{ĐS : a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} ; \text{ b. } v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R+R')}} ; v_2 = \sqrt{\frac{2GMR}{R'(R+R')}} ; \Delta W_1 = \frac{GMm(R' - R)}{2R(R+R')}$$

$$\text{c. } v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}} ; \Delta W_2 = \frac{GMm(R' - R)}{2R'(R+R')}$$

Bài 41. I-Go và Sa-Ly mỗi người điều khiển một con tàu vũ trụ nhỏ khối lượng $m=2000$ kg trên quỹ đạo tròn xung quanh trái đất ở độ cao $h=400$ km. I-Go đi trước Sa-Ly tại bất kỳ điểm nào của quỹ đạo. Cho biết khối lượng của Trái đất $M=5,98 \cdot 10^{24}$ Kg và bán kính $R=6370$ Km .

- a) Hỏi chu kỳ quay và tốc độ quay của mỗi con tàu.
- b) Sa-Ly muốn vượt I-Go nên tại một điểm P nào đó nó thực hiện một vụ đốt cháy nhiên liệu trong một khoảng thời gian rất ngắn . Khí đốt cháy phút về phía trước qua một ống phun khí làm giảm tốc độ đi 1% . Sau đó Sa-Ly bay theo quỹ đạo elip. Hỏi tốc độ, động năng và thế năng của con tàu Sa-Ly ngay sau khi phóng khí đốt.
- c) Trong quỹ đạo elip, năng lượng toàn phần , bán trực lớn và chu kỳ bằng bao nhiêu?
- d) Sa-Ly làm gì tiếp theo để vượt I-Go trên quỹ đạo ban đầu?

$$\text{ĐS: a. } T_0 = 5540s ; v_0 = 7680m/s ; \text{ b. } v = 7600 m/s; W_d = 5,78 \cdot 10^{10} J; W_t = -11,8 \cdot 10^{10} J;$$

$$\text{c. } W = -6,02 \cdot 10^{10} J; a = 6,63 \cdot 10^6 m; T = 5370s.$$

Bài 42. Muốn cho một con tàu vũ trụ đang chuyển động trên quỹ đạo Trái đất rơi vào Mặt trời, Người ta thực hiện một trong hai phương án sau:

- a) Phương án 1: Truyền cho con tàu một xung lượng của lực (bằng cách đốt cháy một động cơ tên lửa) theo hướng ngược lại với chuyển động của tàu vũ trụ làm cho tốc độ của tàu giảm đến không, để tàu rơi vào Mặt trời.
- b) Phương án 2: Thực hiện một quá trình gồm hai bước :

Giả sử quỹ đạo của Trái đất là một đường tròn bán kính r_1 có tâm là mặt trời

Bước 1: Dùng một tên lửa nhỏ hơn đốt cháy nhiên liệu trong một khoảng thời gian ngắn làm cho tốc độ của tàu tăng lên theo hướng chuyển động để con tàu chuyển động theo quỹ đạo elip mà điểm tên lửa cháy là cận điểm.

Bước 2: Đến viễn điểm người ta lại truyền cho một xung lượng của lực đủ để triệt tiêu tốc độ của tàu, để nó rơi vào Mặt trời (bỏ qua lực hấp dẫn của Trái đất).

Xung lượng toàn phần mà tên lửa phải cung cấp được đo bằng tổng các độ gia tăng vận tốc $|\Delta v|$. Hãy tính tổng này ở mỗi phương án và và so sánh chúng trong trường hợp $r_2 = 10r_1$. Phương án nào có lợi về mặt năng lượng?

ĐS: Phương án 1: $|\Delta v| = v$

Phương án 2: $|\Delta v| = 0,483v$. Phương án 2 lợi hơn.

Bài 43. Một vệ tinh nhân tạo có khối lượng $m=200\text{Kg}$, chuyển động theo quỹ đạo tròn ở lớp khí quyển ở trên cao nhất của Trái đất. Vệ tinh chịu lực cản của không khí là $F=7 \cdot 10^{-4} \text{ N}$. Hãy xác định xem tốc độ của vệ tinh sau khi chuyển động được một vòng biến thiên một lượng là bao nhiêu cho biết độ cao của vệ tinh so với mặt đất là nhỏ so với bán kính của Trái đất $R=6400\text{km}$. Lấy $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

ĐS: Tăng lên $0,018\text{m/s}$.

Bài 44. Hai vệ tinh của Trái đất cùng chuyển động trong cùng mặt phẳng theo các quỹ đạo tròn. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh 1 là $R=7000 \text{ Km}$, bán kính quỹ đạo của vệ tinh 2 nhỏ hơn một lượng là $\Delta R = 70 \text{ Km}$. Hỏi cứ sau một khoảng thời gian nhất định là bao nhiêu thì các vệ tinh tiến lại gần nhau nhất? cho bán kính và khối lượng của Trái đất lần lượt là $R=6370 \text{ Km}$, $M=5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$.

ĐS: Cùng chiều $t_1 = 4,43 \text{ ngày}$; ngược chiều $\Rightarrow t_2 \approx 3137 \text{ s} = 0,87 \text{ giờ}$.

Bài 45. Một nhà du hành vũ trụ thích đùa đã đặt một quả bóng gỗ khối lượng $m = 7,2\text{kg}$ vào một quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao $h = 350\text{km}$. Hỏi:

- Động năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- Thé năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

c) Cơ năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

ĐS: a. $W_d \approx 2,14 \cdot 10^8 (J) = 214 (MJ)$.

b. $W_t = -\frac{GMm}{r} = -2W_d = -428 (MJ)$.

c. $W = W_t + W_d = -214 (MJ)$.

Bài 46. Hai tàu vũ trụ nhỏ, mỗi tàu có khối lượng $m = 2000\text{kg}$, bay theo quỹ đạo tròn trên Trái Đất (Hình 10), ở độ cao $h = 400\text{km}$. Igor (người chỉ huy một trong những con tàu vũ trụ) bay tới một điểm cố định trên quỹ đạo 90s trước Sally (người chỉ huy tàu kia). Hỏi:

a) Chu kỳ và tốc độ của hai con tàu trên quỹ đạo tròn là bao nhiêu?

b) Tại điểm cố định (giả sử điểm P trên Hình 10) Sally muốn vượt Igor bèn cho phút khí về phía trước để giảm tốc độ của cô 1%. Sau đó, Sally đi theo quỹ đạo elip (đường vẽ nét đứt). Tính tốc độ, động năng và thế năng con tàu của cô ngay sau khi phút khí?

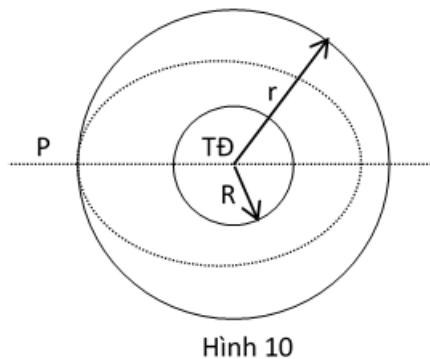
c) Trên quỹ đạo mới hình elip, cơ năng toàn phần, bán trục lớn và tốc độ trên quỹ đạo của Sally là bao nhiêu?

ĐS: a. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 (\text{s}) ; v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} \approx 7680 (\text{m/s})$.

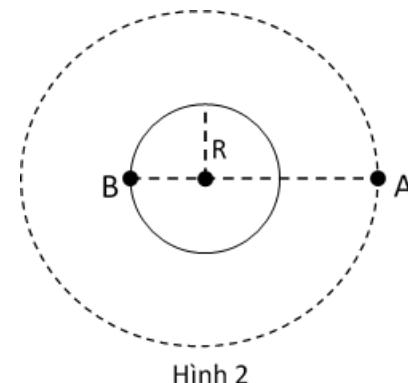
b. $v = 7600 (\text{m/s}) ; W_d = \frac{mv^2}{2} = 5,87 \cdot 10^{10} (\text{J}) ; W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8 \cdot 10^{10} (\text{J})$.

c. $W = -6,02 \cdot 10^{10} (\text{J}) ; a = 6,63 \cdot 10^6 \text{m}$.

Bài 47. Con tàu vũ trụ có khối lượng $M = 1,2$ tấn quay quanh Mặt Trăng theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 100\text{km}$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Để chuyển sang



Hình 10



Hình 2

quỹ đạo hạ cánh, động cơ hoạt động trong thời gian ngắn. Vận tốc khí phun ra khỏi ống khí của động cơ là $u = 10^4 \text{ m/s}$. Bán kính Mặt Trăng $R_t = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$, gia tốc trọng trường trên Mặt Trăng là $g_t = 1,7 \text{ m/s}^2$. Phải tốn bao nhiêu nhiên liệu để động cơ hoạt động ở điểm A làm con tàu đáp xuống Mặt Trăng tại điểm B (hình 2).

ĐS: $m = 28,73 \text{ kg}$

Bài 48. Chứng minh cơ năng toàn phần của hành tinh có khối lượng m chuyển động xung quanh Mặt Trời (có khối lượng M) theo đường elip có dạng $E = -GMm/(2a)$.

Bài 49. Một vật có khối lượng là một đơn vị khối lượng, chuyển động trong một trường thế có thể năng $U(r)$. Phương trình quỹ đạo của nó trong hệ tọa độ cực có dạng: $r = a \cdot e^{-b\theta}$, trong đó θ là góc phương vị đo trong mặt phẳng quỹ đạo. Tìm biểu thức thế năng $U(r)$

$$\text{ĐS: } U(r) = -\frac{h^2}{2} \frac{(b^2 + 1)}{r^2}, \text{ trong đó } h = r^2 \dot{\theta} \text{ là}$$

Bài 50. Xét một hạt chuyển động dưới tác dụng của một lực xuyên tâm $F(r)$ và trong hệ tọa độ cực có $r\theta = \text{hằng số}$. Xác định phương trình thế năng của hạt theo r

$$\text{ĐS: } U(r) = \frac{-mh^2}{2r^2}$$

Bài 51. Người ta muốn phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau:

- a) Từ mặt đất cung cấp cho vệ tinh vận tốc v_0 theo phương thẳng đứng.
- b) Khi vệ tinh lên đến độ cao h có vận tốc bằng 0, người ta cung cấp cho nó vận tốc v_1 theo phương ngang ($\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0$) để vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo elip có tâm sai e và thông số p được xác định trước. Bỏ qua sức cản của không khí.

Hãy tính các vận tốc v_0 và v_1 . Cho biết bán kính của Trái Đất là R_0 và gia tốc trọng trường là g_0 ($g_0 = GM/R_0^2$).

Hướng dẫn: Vì chuyển động trong trường trọng lực xuyên tâm, áp dụng định luật bảo toàn mômen xung lượng và cơ năng.

$$\text{ĐS: } v_0 = \sqrt{2g_0 R_0 \left(1 - \frac{R_0}{r} \right)}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1 + e)$$

Bài 52. Một trạm thăm dò vũ trụ P bay quanh hành tinh E theo quỹ đạo tròn có bán kính R. Khối lượng của hành tinh E là M.

1. Tìm vận tốc và chu kỳ quay quanh hành tinh E của trạm P.
2. Một sự kiện không may xảy ra: có một thiên thạch T bay đến hành tinh E theo

đường thẳng đi qua tâm của hành tinh với vận tốc $u = \sqrt{\frac{58GM}{R}}$. Thiên thạch va chạm rồi dính vào trạm P nói trên. Sau va chạm thì trạm vũ trụ cùng với thiên thạch chuyển sang quỹ đạo elip. Biết khối lượng của trạm P gấp 10 lần khối lượng của thiên thạch T. Hãy xác định:

- a) vận tốc của hệ (P và T) ngay sau va chạm.
- b) khoảng cách cực tiểu từ hệ đó đến tâm hành tinh E.

$$\text{ĐS: 1. } T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} R^{3/2}; \quad 2a. \quad v_2 = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{158GM}{R}}; \quad 2b. \quad r = \frac{R}{2}$$

Bài 53. Một vệ tinh khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r quanh Trái Đất có khối lượng M.

1. CMR cơ năng của vệ tinh là $E = - K$

2. Do có ma sát bán kính của quỹ đạo của vệ tinh giảm dần 0.1% trong một tuần. Giả sử quỹ đạo vệ tinh vẫn là quỹ đạo tròn. Tính độ biến thiên vận tốc của nó trong một tuần

3. Cho $r = 6,60 \cdot 10^6 \text{m}$ $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{kg}$ và $m = 2,00 \cdot 10^3 \text{kg}$. Tính độ biến thiên cơ năng của vệ tinh trong một tuần

4. Tính lực ma sát của khí quyển tác dụng lên vệ tinh

5. Thực tế, vệ tinh có mang một động cơ phụ có nhiệm vụ bù trừ lực ma sát của khí quyển. Biết rằng lực tác dụng của động cơ này bằng uz với z là tốc độ đốt nhiên liệu (tính đơn vị kg/s) và $u = 2,00 \cdot 10^3 \text{Ns/kg}$. Nếu vệ tinh mang theo 30kg nhiên liệu thì nó duy trì quỹ đạo của mình trong bao lâu.

$$\text{ĐS: } 2. \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta r}{r} = 0,05\% ; 3. \Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} \left(\frac{\Delta r}{r} \right) = -6,04 \cdot 10^7 \text{(J)} ; 4. F_{ms} \approx 0,013(N) ; 5.$$

$$\tau = \frac{m_0}{z} = 54(\text{ngày}).$$

Bài 54. Vệ tinh nhân tạo của Mặt trăng chuyển động theo quỹ đạo tròn có bán kính lớn hơn bán kính Mặt trăng n lần. Khi chuyển động vệ tinh chịu tác dụng của lực cản yếu của vũ trụ. Giả sử lực cản phụ thuộc vào vận tốc theo quy luật $F = -\alpha v^2$ với α là hằng số. Tính thời gian chuyển động của vệ tinh cho đến lúc nó rơi vào Mặt trăng.

$$\text{ĐS: } t = \frac{m}{\alpha \sqrt{GM}} \sqrt{R_0} (\sqrt{n} - 1)$$

Bài 55. Khi giải bài toán sử dụng các hằng số sau :

- Bán kính Trái Đất là $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{m}$
- Gia tốc trọng trường ở bề mặt Trái Đất là $g = 9,81 \text{m/s}^2$
- Độ dài của ngày thiêng văn là $T_0 = 24,0 \text{h}$

1.Một vệ tinh địa tĩnh có khối lượng m chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính r_0 . Vệ tinh này có thiết bị gọi là “động cơ ở điểm cực viễn” cung cấp các lực đẩy cần thiết để vệ tinh đạt các quỹ đạo cần thiết.

1.1 Tính giá trị bằng số r_0

1.2. Lập biểu thức xác định vận tốc v_0 của vệ tinh theo g , R_T và r_0 và tính giá trị

1.3 Lập biểu thức xác định mô men động lượng L_0 và cơ năng E_0 của vệ tinh theo v_0 , g , R_T và m

2. Khi vệ tinh địa tĩnh đang ở quỹ đạo tròn, do sai lầm động cơ điểm cực viễn bật lên. Mặc dù phản ứng nhanh để tắt động cơ đi nhưng vẫn xuất hiện lực đẩy hướng về tâm Trái Đất và một độ biến thiên vận tốc không mong muốn Δv truyền cho vệ tinh . Người ta gọi thông số boost $\beta = \Delta v / v_0$. Thời gian hoạt động của động cơ rất nhỏ có thể bỏ qua

2.1 . Xác định thông số p và tâm sai e của quỹ đạo mới theo r_0 và β . Biết thông số p và tâm sai e có thể xác định theo công thức

$$p = \frac{L^2}{GMm^2} \quad \text{và} \quad e = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3}\right)^{1/2}$$

2.2. Tính góc giữa bán trực lớn của quỹ đạo mới và bán kính véc tơ của điểm mà ở đó động cơ được bật lên.

2.3. Lập biểu thức tính khoảng cách từ các cực viễn và cực cận đến tâm Trái Đất theo r_0 và β . Tính các giá trị nếu $\beta = \frac{1}{4}$

2.4. Xác định chu kỳ T của quỹ đạo mới theo T_0 và β . Tính giá trị khi $\beta = \frac{1}{4}$

3. Giả sử khi động cơ ở điểm cực viễn hoạt động và vệ tinh thoát khỏi lực hút Trái Đất

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

3.1. Tính thông số boost β_{esc} tối thiểu.

3.2. Xác định khoảng cách r'_{\min} trong quỹ đạo mới theo r_0

4. Giả thiết $\beta > \beta_{\text{esc}}$. Xác định vận tốc ở vô cực theo β và v_0 .

$$v_o = R_T \sqrt{\frac{g}{\left(\frac{gR_T^2 T_o^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}} = 3,07 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

ĐS: 1.1. $r_o = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m/s}$; 1.2. ; 1.3. $L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0}$; $E_0 = -\frac{mv_0^2}{2}$;

$$2.1. p = r_0; e = \beta < 1; 2.2. 90^\circ; 2.3. r_{\max} = \frac{r_0}{1 - \beta} = 5,63 \cdot 10^7 \text{ (m)}; r_{\min} = \frac{r_0}{1 + \beta} = 3,38 \cdot 10^7 \text{ (m)}$$

$$2.4. T = T_0 (1 - e^2)^{-3/2} = 26,4 \text{ h}$$

$$3.1 \beta_{\text{esc}} = 1; 3.2. r'_{\min} = \frac{r_0}{2}; 4. v_\infty = v_0 (\beta^2 - 1)^{1/2}$$

Bài 56. Xét một hành tinh có khối lượng m quay quanh Mặt Trời có khối lượng M . Giả sử không gian xung quanh Mặt Trời có một lượng bụi phân bố đều mật độ ρ .

- a. Chỉ ra rằng lực tác động của bụi là cộng vào lực hút xuyên tâm $F' = -mk\mathbf{r}$, trong đó $k = \frac{4\pi\rho G}{3}$. Bỏ qua lực cản của bụi đối với hành tinh.
- b. Xét một chuyển động tròn của hành tinh tương ứng với mômen động lượng L . Tìm phương trình của bán kính chuyển động r_0 theo L, G, M, m và k .
- c. Giả sử F' là nhỏ so với lực hút của Mặt Trời và xét quỹ đạo chỉ lệch một chút so với quỹ đạo ở phần b. Bằng cách xét các tần số của chuyển động xuyên tâm và chuyển động quay hãy chứng minh rằng quỹ đạo là elip tué sai và tính tần số của chuyển động tué sai ω_p theo r_0, ρ, G và M .
- d. Trục của elip tiến động cùng chiều hay ngược chiều với tần số góc của chuyển động quỹ đạo?

$$\text{ĐS: b. } -G \frac{Mm}{r_0^2} - mkr + \frac{L^2}{mr_0^3} = 0; \text{ c. } \omega_{tue\ sat} = \frac{3mkr_0^2}{2L}$$

d. Trục elip chuyển động tuế sai ngược chiều so với vận tốc góc.

Bài 57. Xét chuyển động của một hạt khối lượng m dưới ảnh hưởng của lực $F = -Kr$, trong đó K là hằng số dương và \vec{r} là véc tơ vị trí của hạt.

- a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.
- b. Chứng minh rằng quỹ đạo là elip và tính chu kỳ chuyển động của hạt. Biết tại thời điểm ban đầu $t=0$ thì $x=a; y=0; v_x=0; v_y=v$.
- c. Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Kepler về chuyển động của hành tinh?

$$\text{ĐS: b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bài 58. Vào năm 2014, Nghị viện Châu Âu quyết định khởi động dự án đưa rác thải phóng xạ lên Mặt Trời để tránh ô nhiễm cho Trái Đất và không gian xung quanh. Trong tính toán có thể dùng các số liệu sau: Một năm có $T = 365,25$ ngày, vận tốc của Trái Đất trên quỹ đạo quanh Mặt Trời $v_0 = 29,8$ km/s, góc trống Mặt Trời từ Trái Đất $\alpha = 0,5^\circ$, bán kính Trái Đất $R = 6400$ km, gia tốc trọng trường tại bề mặt Trái Đất $g = 9,81$ m/s².

Theo dự án này, rác được đưa lên Mặt Trời bằng tàu vũ trụ đạn đạo: Động cơ chỉ hoạt động trong một thời gian ngắn, trong khoảng thời gian đó con tàu dịch chuyển được một đoạn ngắn hơn bán kính Trái Đất rất nhiều. Trong hệ quy chiếu của Trái Đất, con tàu có vận tốc ngược với vận tốc của Trái Đất trên quỹ đạo quanh Mặt Trời. Ngoài ra, con tàu chuyển động theo quỹ đạo đạn đạo cho đến khi nó gặp Mặt Trời. Quỹ đạo được chọn sao cho tốn ít nhiên liệu nhất.

1. Hãy lập luận và vẽ quỹ đạo của con tàu vũ trụ, trong tính toán hãy bỏ qua kích thước góc của Mặt Trời (lấy $\alpha \approx 0^\circ$). Sử dụng gần đúng này trong câu hỏi 2 và 3 tiếp theo.

2. Tìm thời gian con tàu chuyển động từ Trái Đất đến Mặt Trời?

3. Vận tốc của con tàu trong hệ quy chiếu Trái Đất bằng bao nhiêu khi khoảng cách từ nó tới Trái Đất lớn hơn rất nhiều bán kính Trái Đất nhưng vẫn nhỏ hơn nhiều so với khoảng cách tới Mặt Trời?

4. Giải lại câu hỏi 3 nhưng $\alpha = 0,5^\circ$.

5. Tìm vận tốc của con tàu trong hệ quy chiếu Trái Đất khi khoảng cách từ nó tới Trái Đất nhỏ hơn nhiều bán kính Trái Đất?

ĐS: 2. $t = 2^{-5/2}T \approx 64.5$ ngày; 3. $v_0 = 29.8$ km/s; 4. 27.0 km/s; 5. $u \approx 29.2$ km/s

Bài 59. Giả sử Mặt trăng có tâm O khối lượng M, bán kính R là đứng yên đối với một hệ quy chiếu quan tính nào đó. Một con tàu vũ trụ có khối lượng m tới từ Trái đất coi như ở rất xa. Con tàu chuyển động tới Mặt trăng theo quỹ đạo hyperbol với tiệm cận cách tâm O của Mặt trăng một khoảng b và tốc độ lúc đó là v_0 . Khoảng cách bé nhất từ con tàu đến tâm Mặt trăng là a. Giả thiết rằng con tàu chỉ chịu tác dụng lực hấp dẫn của Mặt trăng. Gia tốc rơi tự do ở bề mặt của Mặt trăng là g_0 .

1. Tìm mối liên hệ giữa v_0 , a, b.

$$v = R \sqrt{\frac{g_0}{a}}$$

2. Tàu phut khí chuyên sang quỹ đạo tròn với tốc độ Sau nhiều vòng tàu

quay quan sát thì tại một điểm A trên quỹ đạo, nó phóng ra một tên lửa có khối lượng

$m_T = \frac{2m}{3}$ để tàu có thể đỗ bộ xuống Mặt trăng. Tốc độ tên lửa khi rời con tàu đối với Mặt

trăng là $v_T = \frac{3}{2}v$ theo hướng bán kính OA. Hãy xác định:

a. Hướng, độ lớn vận tốc con tàu sau khi đã phóng tên lửa và năng lượng tiêu tốn để thực hiện điều đó.

b. Tỉ số $\lambda = \frac{a}{R}$ để sau khi phóng tên lửa thì tàu đỗ bộ xuống Mặt trăng.

ĐS: 1. $v_0^2 = \frac{2g_0R^2a}{b^2 - a^2}$; 2a. $v' = 3R \sqrt{2 \frac{g_0}{a}}$; Góc hợp bởi \vec{v}' và phương bán kính được

xác định: $\alpha = \frac{\pi}{4}$; Năng lượng cần tiêu tốn để thực hiện sự tách này:

$$\Delta E = \frac{13}{4}mg_0 \frac{R^2}{a}$$

2b. $\lambda \approx 1,45$. Nếu $\lambda \leq 1,45$ thì tàu rơi xuống Mặt trăng.

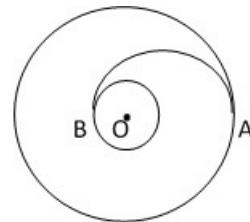
Bài 60. Một vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 200\text{km}$ quanh trái đất. Tại độ cao nói trên, mật độ khí quyển là $\rho = 3 \cdot 10^{-9} \text{kg/m}^3$. Biết tiết diện ngang của vệ tinh là $S = 1\text{m}^2$; khối lượng vệ tinh là $m = 10^3 \text{kg}$; bán kính trái đất là $R_0 = 6400\text{km}$; khối lượng trái đất là $M = 6 \cdot 10^{24}\text{kg}$; hằng số hấp dẫn $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$.

- Xác định lực cản tác dụng lên vệ tinh.
- Sau một vòng quay, vệ tinh ở độ cao bao nhiêu?

ĐS: a. **0,364 (N)**; b. **6578 km**

Bài 61. Một vệ tinh chuyển động tròn đều quanh Trái Đất ở độ cao $R = 3R_0$ so với tâm O của Trái Đất (Bán kính Trái Đất là $R_0 = 6400 \text{ km}$).

- Tính vận tốc V_0 và chu kỳ T_0 của vệ tinh.
- Giả sử vệ tinh bị nhiễu loạn nhẹ và tức thời theo phuong bán kính sao cho nó bị lệch khỏi quỹ đạo tròn bán kính R trên. Hãy tính chu kỳ dao động nhỏ của vệ tinh theo phuong bán kính và xung quanh quỹ đạo cũ.
- Vệ tinh đang chuyển động tròn bán kính R thì tại điểm A vận tốc đột ngột giảm xuống thành V_A nhưng giữ nguyên hướng, vệ tinh chuyển sang quỹ đạo elip và tiếp đất tại điểm B trên đường OA (O, A, B thẳng hàng). Tìm vận tốc vệ tinh tại A, B và thời gian để nó chuyển động từ A đến B.



(Hình 2)

Cho vận tốc vũ trụ cấp 1 là $V_1 = 7,9 \text{ km/s}$. Bỏ qua lực cản.

Có thể dùng phương trình chuyển động của một vệ tinh trên quỹ đạo:

$$m \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 r \right] = -G \frac{Mm}{r^2}$$

và định luật bảo toàn mômen động lượng: $mr^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{const}$.

ĐS: 1. $T_0 = 7,43\text{h}$; $v_0 = 4,56\text{m/s}$; 2. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9R_0^2}{GM}} = 21,2 \cdot 10^{-2}\text{s}$; 3. $v_A = 3,23\text{m/s}$, $v_B = 9,68\text{m/s}$; $t=2\text{h}$.

Bài 62. Một vệ tinh, có khối lượng m , quay quanh Trái Đất, khối lượng M , theo một quỹ đạo tròn, bán kính R_0 . Nếu vệ tinh bị nhiễu loạn nhẹ và tức thời theo phương bán kính, sao cho nó bị lệch khỏi quỹ đạo tròn ban đầu. Tính chu kỳ dao động T của r quanh khoảng cách trung bình R_0 .

ĐS: ..

Bài 63. Xét chuyển động của hạt khối lượng m dưới tác dụng của lực xuyên tâm có biểu thức $\vec{F} = -k\vec{r}$. Với k là hằng số dương còn \vec{r} là véc tơ xác định vị trí của vật

- a) Chứng minh rằng, chuyển động của hạt nằm trong một mặt phẳng
- b) Tìm vị trí của hạt theo thời gian. Cho rằng tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) có: $x = a$, $y = 0$, $v_x = 0$, $v_y = v$
- c) Chứng minh rằng quỹ đạo của hạt có dạng elip. Tìm chu kì chuyển động của hạt
- d) Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Keple về chuyển động của hành tinh.

ĐS: b. $x = a \sin(\omega t + \pi/2) = a \cos \omega t$; $y = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

c. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$; d. Không

Bài 64. Một hạt chuyển động trên một quỹ đạo tròn có bán kính r dưới tác dụng của một lực hút xuyên tâm. Chứng minh rằng, quỹ đạo của vật ổn định nếu :

$$f(r) > - \left(\frac{r}{3} \right) \left| \frac{\partial f}{\partial r} \right|_r$$

Trong đó $f(r)$ là độ lớn của lực tại khoảng cách r so với tâm

Bài 65. Trong không gian tồn tại một trường thế hấp dẫn xuyên tâm có tâm O cố định và thế hấp dẫn là $V = -G(r)$. Một hạt cỡ điển có khối lượng m , năng lượng E_0 và mô men động lượng L đối với tâm O chuyển động về phía trường hấp dẫn này. Hạt bị tán xạ bởi trường lực.

a. Xét trong hệ tọa độ cực có tâm cực là O, trục cực cùng hướng với hướng bay đến ban đầu của hạt. Lập phương trình vi phân xác định sự thay đổi của khoảng cách r từ hạt đến O theo góc tán xạ θ .

b. Tìm khoảng cách cực tiêu từ hạt đến tâm tán xạ O (r_{\min}).

$$\text{ĐS: a. } \frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{\frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^4 - r^2}; b. r = \frac{L}{\sqrt{2m(E_0 + G)}}.$$

Bài 66. Một hạt khối lượng m chuyển động dưới tác dụng của trường lực xuyên tâm. Tại $t=0$, hạt tại M_0 có $\vec{r}_0 = \overline{OM_0}$ và vận tốc \vec{v}_0 vuông góc với \vec{r}_0 . O là tâm trường.

a. Đặt $u = \frac{1}{r}$. Biểu thị vận tốc v và gia tốc a của hạt theo u và các đạo hàm của u đối với θ trong hệ tọa độ cực.

b. Xác định quy luật của lực để quỹ đạo của hạt là một đường xoắn ốc lôga $r = ae^\theta$.

c. Xác định quỹ đạo của hạt chuyển động trong trường lực hút xuyên tâm:

Trong đó $0 < k \leq m r_0^2 v_0^2$

$$\text{ĐS: a. } \vec{v} = r_0 v_0 \left(-\frac{du}{d\theta} \vec{e}_r + u \vec{e}_\theta \right); \vec{a} = -(r_0 v_0)^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u \right) \vec{e}_r.$$

$$\text{b. } f = -\frac{2 \cdot m \cdot r_0^2 v_0^2}{r^3}; \text{ c. } r = \frac{r_0}{\cos(\omega \cdot \theta)}, \text{ với } \omega = \sqrt{1 - \frac{k}{mr_0^2 v_0^2}}$$

Bài 67. Một hạt có khối lượng m chuyển động từ xa vô cực với vận tốc ban đầu v_0 , đường kéo dài của vectơ vận tốc có khoảng cách b (tham số ngắm) so với tâm cố định của một trường lực đẩy có độ lớn tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách $F = k/r^2$, với k là một

hằng số. Tìm khoảng cách gần nhất của hạt so với tâm trường lực và góc lệch θ của hạt so với phương chuyển động ban đầu (góc tán xạ).

$$\text{ĐS: } R_m = \frac{k}{mv_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{mv_0^2}\right)^2 + b^2} \quad \theta = 2\arctan\left(\frac{k}{mv_0^2 b}\right),$$

Bài 68 . HSG Quốc gia 2008

Một hạt mang điện - q ($q > 0$), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích σ trong vùng không gian dạng khối trụ, bán kính R, trục đối xứng là xx' và đủ dài.

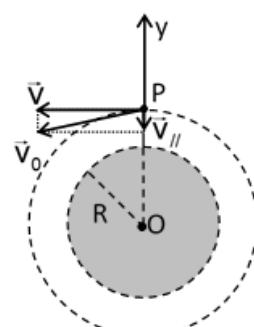
Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau:

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx':

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn $a < R$ và có vận tốc \vec{v}_0 hướng theo phương của trục. Giá trị v_0 phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với M so với trục xx' và cách trục một đoạn $a/2$?

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx':

Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng $b > R$, có vận tốc \vec{v}_0 nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn



bán kính b qua P và phân tích $\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_{\parallel}$, trong đó \vec{v} có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn \vec{v}_{\parallel} hướng dọc theo phương bán kính. Giả sử $\vec{v}_{\parallel} \ll \vec{v}$.

- Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt.
- Tìm độ lớn của v và chu kì T .

- Tính khoảng cách l từ P tới hạt sau khoảng thời gian $t = n \frac{T}{2}$ (n nguyên, dương).

$$DS: 1. v_0 = \frac{L}{T(k \pm \frac{1}{6})} = \frac{L}{2\pi(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$$

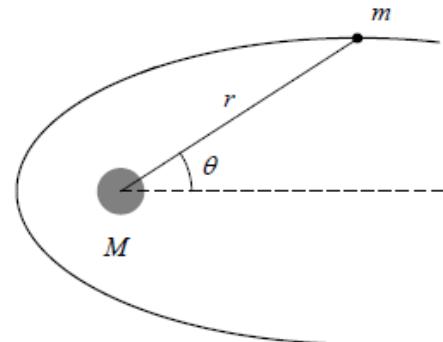
với $k=1,2,3,$

$$2b. T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2m\varepsilon_0}{q\rho}} = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{q\rho}}$$

$$c. l = 2b \left| \sin \frac{n\pi\sqrt{2}}{4} \right| \quad (n \text{ nguyên, dương}).$$

Bài 69. Một hạt cổ điện có năng lượng là E và mô men động lượng L đối với điểm M chuyển động tiến tới một vùng trong đó có một trường thế hấp dẫn xuyên tâm $v = -\frac{G}{r}$ (với tâm là điểm M). Hạt đó bị tán xạ bởi trường thế đó.

- Giả thiết năng lượng và mô men động lượng được bảo toàn, tìm phương trình vi phân $\frac{dr}{d\theta}$ theo E, L, r, m .
- Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hạt và tâm tán xạ (r_{min})



F-3

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a. $\frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{2 \left(E + \frac{G}{r} \right) \frac{mr^4}{L^2} - r^2}; b. r_{min} = -mG + \sqrt{66}$

Bài 70. Coi Trái Đất (T) chuyển động xung quanh Mặt Trời (S) theo một quỹ đạo tròn bán kính $R_T = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$ với chu kỳ T_0 và vận tốc v_T . Một sao chổi (C) chuyển động với quỹ đạo nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của Trái Đất, đi gần Mặt Trời nhất ở khoảng cách bằng kR_T với vận tốc ở điểm đó là v_1 . Bỏ qua tương tác của sao chổi với Trái Đất và các hành tinh khác trong hệ Mặt Trời.

- Xác định vận tốc v của sao chổi khi nó cắt quỹ đạo của Trái Đất theo k, v_T và v_1 . Cho biết $k = 0,42; v_T = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ và $v_1 = 65,08 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

- Chứng minh rằng quỹ đạo của sao chổi này là một elip. Hãy xác định bán trục lớn a dưới dạng $a = \lambda R_T$ và tâm sai e của elip này theo k, v_T và v_1 . Biểu diễn chu kỳ quay của sao chổi quanh Mặt Trời dưới dạng $T = n T_0$. Xác định trị số của λ, e và n .

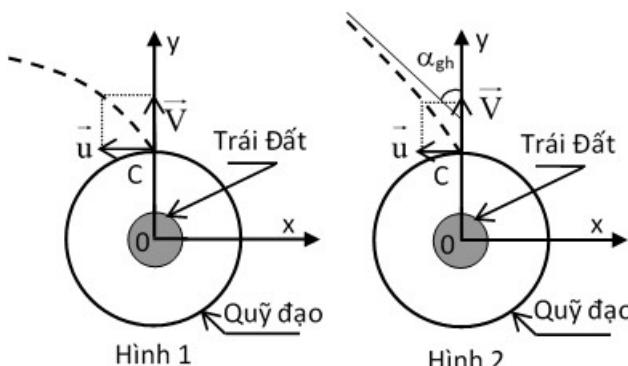
- Gọi τ là khoảng thời gian mà sao chổi còn ở bên trong quỹ đạo của Trái Đất, tức là $r = CS \leq R_T$. Giá trị của τ cho ta biết cỡ độ lớn của khoảng thời gian có thể quan sát được sao chổi này từ Trái Đất. Hãy biểu diễn τ dưới dạng một tích phân và hãy tính gần đúng tích phân đó.

ĐS: 1. $v = \sqrt{v_1^2 + 2v_T^2 \left(1 - \frac{1}{k} \right)} = 41,8 \text{ km/s}$; 2. $\lambda = \frac{1}{\frac{2}{k} - \frac{v_1^2}{v_T^2}} = 17,9$; $e = k \frac{v_1^2}{v_T^2} - 1 = 0,977$; $n = \lambda^{3/2} = 75,7$; 3. $\tau = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{(1+e \cos \theta)^2} \approx 77$ ngày.

Bài 71. HSG QG 2010.

Một trạm vũ trụ chuyển động với tốc độ u trên một quỹ đạo hình tròn bán kính R quanh Trái Đất. Khi đi qua

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG.



điểm C trên trục 0y của hệ trục tọa độ 0xy gắn cố định với Trái Đất, trạm vũ trụ phóng ra một máy thăm dò. Lúc phóng ra, máy thăm dò được truyền thêm vận tốc \vec{V} theo phương 0y, sau đó trạm vũ trụ vẫn chuyển động tròn đều với tốc độ u (Hình 1). Gọi góc hợp bởi tia 0y và tia nhìn từ tâm Trái Đất qua vật thể cần quan sát là góc nhìn.

1. Chứng minh rằng nếu góc nhìn máy thăm dò bằng góc nhìn trạm vũ trụ thì các vectơ vận tốc của chúng lại khác nhau một lượng là \vec{V} như lúc phóng.
2. Khi góc nhìn máy thăm dò là α thì máy thăm dò cách tâm Trái Đất là bao nhiêu?
3. Tốc độ V phải thỏa mãn điều kiện nào thì quỹ đạo của máy thăm dò sẽ là kín (quỹ đạo elip)?
4. Trong trường hợp quỹ đạo không kín, hãy tìm góc giới hạn α_{gh} hợp bởi vectơ vận tốc của máy thăm dò và tia 0y khi máy thăm dò ra xa vô cùng (Hình 2).
5. Trong trường hợp quỹ đạo kín (quỹ đạo elip), hãy tìm bán trục lớn và bán trục nhỏ của quỹ đạo máy thăm dò.

Hướng dẫn:

-Cần hiểu góc nhìn là góc nào (từ vật-O-y). Khi góc nhìn của máy thăm dò và trạm vũ trụ bằng nhau thì O-máy-trạm thẳng hàng.

-Câu a thực chất chứng minh $\vec{v}_\alpha - \vec{u}_\alpha = \vec{v}_0 - \vec{u}_0 = \vec{V}$. Vậy cần tìm vector vận tốc của máy và trạm tại thời điểm góc α hoặc biểu diễn $d\vec{v}$ theo $d\alpha$.

-Quỹ đạo máy thăm dò là đường nét đứt vòng cung, quỹ đạo trạm là đường tròn nét liền.

$$\text{DS: } 2. \quad \text{rm}(u - V \sin \alpha) = Rmu \rightarrow r(\alpha) = \frac{uR}{u - V \sin \alpha} = \frac{R}{1 - \frac{V}{u} \sin \alpha}; \quad ; 3. \text{ ra } V < u; \quad ; 4. \quad \alpha_{\text{gh}} = \arcsin \frac{u}{V}$$

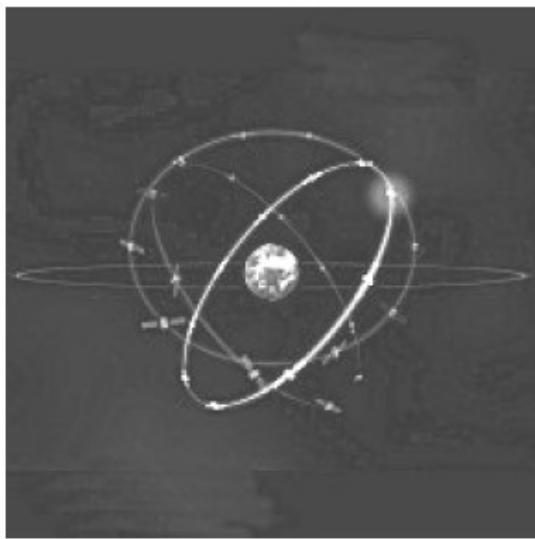
$$5. \quad a = \frac{Ru^2}{u^2 - V^2}; \quad b = \frac{Ru}{\sqrt{u^2 - V^2}}$$

BÀI 72. KẾT CỤC KHÔNG MONG MUỐN CỦA MỘT VỆ TINH

Chuyển động thường thấy của tàu không gian liên quan tới các thay đổi vận tốc dọc theo hướng bay, sự gia tốc để đạt được quỹ đạo lớn hơn hoặc hẫm lại để đi vào vùng khí quyển trái đất. Trong bài toán này, chúng ta sẽ nghiên cứu những thay đổi của quỹ đạo vệ tinh khi động cơ đẩy tác động theo phương bán kính.

Để rút ra giá trị bằng số ta sử dụng các dữ kiện sau: bán kính Trái đất $R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$, gia tốc trọng trường ở bề mặt Trái đất $g = 9,81 m/s^2$, và lấy độ dài một ngày thiên văn là $T_0 = 24,0 h$.

Ta xem xét một vệ tinh thông tin địa tĩnh (có chu kỳ T_0) có khối lượng m đang chuyển động trên một đường tròn xích đạo có bán kính r_0 . Vệ tinh có một động cơ cung cấp lực đẩy theo phương tiếp tuyến của quỹ đạo để đưa nó tới quỹ đạo cuối cùng.



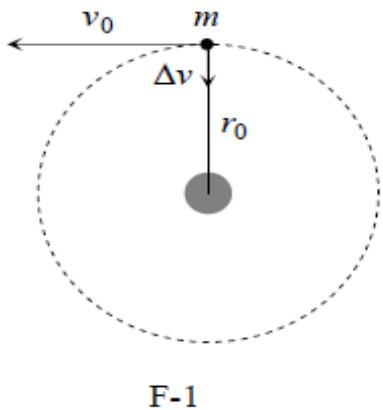
1

(1.1)[0,3 điểm] Tính giá trị bằng số của r_0 .

(1.2)[0,3+0,1 điểm] Viết biểu thức vận tốc v_0 của vệ tinh theo g , R_T và r_0 , và tính giá trị bằng số của đại lượng này.

(1.3)[0,4+0,4 điểm] Tính momen động lượng L_0 của vệ tinh và cơ năng E_0 của nó theo v_0 , m , g và R_T .

Khi vệ tinh đang hoạt động bình thường trên quỹ đạo thì một lỗi điều khiển được phát đi từ mặt đất khiến cho động cơ của nó hoạt động trở lại. Lực đẩy của động cơ hướng về phía Trái đất, và mặc dù trạm điều khiển ở Trái đất đã kịp phát hiện và tắt động cơ, một thay đổi Δv không mong muốn của vận tốc vệ tinh đã được thiết lập trên vệ tinh. Ta biểu diễn sự thay đổi này thông qua tỉ số $\beta = \Delta v / v_0$. Thời gian hoạt động của động cơ là nhỏ, có thể bỏ qua khi so với chu kì chuyển động của vệ tinh, và do đó, hoạt động của động cơ gần như tức thời.



2.

Giả sử $\beta < 1$

(2.1)[0,4+0,5 điểm] Xác định các thông số của quỹ đạo mới, thông số l và tâm sai ε theo r_0 và β .

(2.2)[1,0 điểm] Tính góc α tạo bởi trục lớn của quỹ đạo mới và véc-tơ vị trí của vệ tinh tại thời điểm xảy ra sự cố mở động cơ.

(2.3)[1,0+0,2 điểm] Viết biểu thức khoảng cách nhỏ nhất r_{min} và lớn nhất r_{max} của vệ tinh so với tâm Trái đất, theo r_0 và β , và tính giá trị bằng số các đại lượng này cho trường hợp $\beta = 1/4$.

(2.4)[0,5+0,2 điểm] Xác định chu kì chuyển động T trên quỹ đạo mới theo T_0 và β , và tính ra giá trị bằng số đối với $\beta = 1/4$.

3.

(3.1)[0,5 điểm] Tính thông số đẩy cực tiêu β_{esc} để vệ tinh thoát ra khỏi hấp dẫn của Trái đất.

(3.2)[1,0 điểm] Trong trường hợp này, hãy xác định khoảng cách gần nhất r'_{min} mà vệ tinh đạt được so với tâm Trái đất trên quỹ đạo mới theo r_0 .

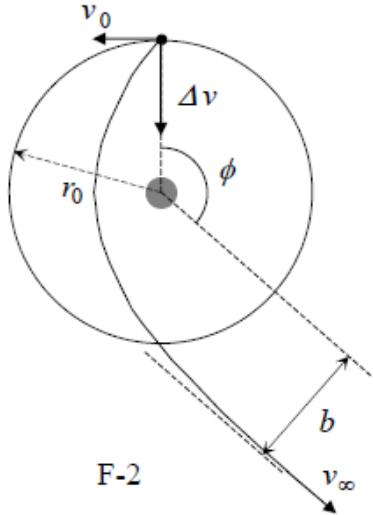
4.

Xét trường hợp $\beta > \beta_{esc}$.

(4.1)[1,0 điểm] Tính vận tốc v_∞ của vệ tinh đạt được ở rất xa, theo v_0 và β .

(4.2)[1,0 điểm] Rút ra ‘thông số va chạm’ b của tiệm cận của hướng thoát vô cùng của vệ tinh theo r_0 và β . (Xem hình F-2).

(4.3)[1,0+0,2 điểm] Xác định góc ϕ của đường tiệm cận của hướng thoát vô cùng của vệ tinh theo β . Tính ra số giá trị này cho $\beta = 1,5\beta_{esc}$.



ĐS: 1.1 $r_0 = \left(\frac{g R_T^2 T_0^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 4.22 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad 1.2 \quad v_0 = R_T \sqrt{\frac{g}{r_0}} = 3.07 \cdot 10^3 \text{ m/s};$

1.3. $L_0 = \frac{m g R_T^2}{v_0} ; \quad E_0 = -\frac{1}{2} m v_0^2$

2.1. $l = r_0 ; \quad \varepsilon = \beta < 1 ; \quad 2.2. \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$

2.3. $r_{\max} = \frac{r_0}{1-\beta} ; \quad r_{\min} = \frac{r_0}{1+\beta} . \text{ với } \beta = 1/4 , \text{ ta được: } r_{\max} = 5.63 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad r_{\min} = 3.38 \cdot 10^7 \text{ m}$

2.4. $T = T_0 (1-\beta^2)^{-3/2} , \text{ với } \beta = 1/4 \text{ ta có } T = T_0 \left(\frac{15}{16} \right)^{-3/2} = 26.4 \text{ h}$

3.1. $\beta_{esc} = 1 ; \quad 3.2. \quad r'_{\min} = \frac{r_0}{2}$

4.1. $v_\infty = v_0 (\beta^2 - 1)^{1/2} ; \quad 4.2. \quad b = r_0 (\beta^2 - 1)^{-1/2}$

4.3. $\varphi = \frac{\pi}{2} + \arccos \left(\frac{1}{\beta} \right) , \text{ với } \beta = \frac{3}{2} \beta_{esc} = \frac{3}{2} , \text{ ta được } \varphi = 138^\circ = 2.41 \text{ rad}$

Bài 73. Xác định quỹ đạo chuyển động của chất điểm dưới tác dụng của lực xuyên tâm có

$$\text{dạng } \vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{e}_r.$$

ĐS: Phương trình trên cho ta quỹ đạo của một đường conic: $r = \frac{p}{1 + R \cos \theta}$, trong đó $p =$

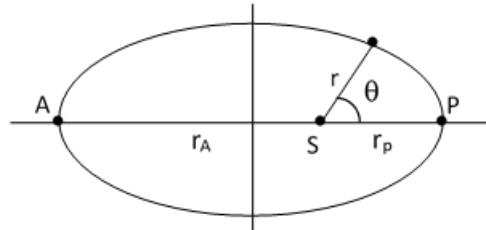
$\frac{L^2}{km}$ được gọi là thông số của đường conic, và $e = R$ là tâm sai. Vì góc θ được tính so với vector Runge-Lenz nên vector này xác định phương của trục tiêu của quỹ đạo conic (bán trục lớn đối với quỹ đạo elip).

Bài 74. Chọn HSG dự thi Quốc tế 2011

1. Xét một hành tinh (khối lượng m) chuyển động quanh Mặt Trời (khối lượng M). Ta định nghĩa vectơ \vec{Z} như sau:

$$\vec{Z} = \frac{1}{\alpha} \vec{v} \times \vec{L} - \vec{e}_r$$

trong đó $\alpha = \frac{1}{GMm}$ (G là hằng số hấp dẫn), \vec{v} và \vec{L} lần lượt là vận tốc và momen động lượng của hành tinh. Trong bài toán này, ta chọn hệ toạ độ cực có gốc là Mặt Trời (S), \vec{e}_r và \vec{e}_θ là vectơ đơn vị ứng với hai toạ độ r, θ .



a) Chứng minh rằng nếu hành tinh chỉ chịu tác dụng bởi lực hấp dẫn của Mặt Trời thì \vec{Z} là một vectơ không đổi, hướng từ S về phía điểm cận nhật P (xem hình vẽ).

b) Dùng vectơ \vec{Z} , hãy chứng tỏ phương trình quỹ đạo trong toạ độ cực của hành tinh là: $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$

Biểu diễn các đại lượng p và e ở trên qua r_A và r_p trong đó A là điểm viễn nhật, P là điểm cận nhật của hành tinh.

2. Như vậy theo 1., nếu chỉ có lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh thì quỹ đạo của hành tinh là cố định, đặc biệt là điểm cận nhật P cũng cố định. Trong thực tế, những quan sát thiên văn cho thấy P dịch chuyển chậm và thể hiện rõ nhất đối với Thuỷ tinh, hành tinh ở gần Mặt Trời nhất. Sở dĩ như vậy là vì theo thuyết tương đối rộng, chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời (cả hai đều được giả thiết là các

quả cầu đồng chất) cần phải được mô tả bởi thế hấp dẫn Niuton $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ cộng với một thế nhiễu loạn

$$U_p = \frac{GM}{c^2} \frac{L^2}{m r^3} = -\frac{\epsilon}{3r^3}$$

trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không, $\epsilon = -\frac{3GM}{c^2} \frac{L^2}{m}$.

a) Chứng minh rằng U_p thoả mãn điều kiện là một thế nhiễu loạn, tức $|U_p| \ll |U|$.

b) Do có nhiễu loạn, quỹ đạo của Thuỷ tinh thay đổi, nhưng nhiễu loạn là rất nhỏ nên trong phép gần đúng bậc nhất vẫn có thể coi quỹ đạo hành tinh là elip. Viết biểu thức của vectơ \vec{Z} khi có tính đến thế nhiễu loạn. Tính $\frac{d\vec{Z}}{dt}$ và biểu diễn nó như một hàm số của ϵ , $\frac{d\theta}{dt}$

G, M, $\frac{dt}{d\theta}$, e và p của elip (đã tìm được ở 1.). Từ đó suy ra độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ trong một chu kì T của Thuỷ tinh quay trên quỹ đạo elip và đi đến kết luận rằng thế nhiễu loạn có nguồn gốc tương đối tính U_p đã làm biến đổi quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của trục dài elip quỹ đạo xung quanh gốc S (tức Mặt Trời).

c) Tính góc quay $\Delta\varphi$ của quỹ đạo Thuỷ tinh theo một chu kì như là một hàm số của G, M, c và các khoảng cách cực đại và cực tiểu r_A và r_p .

d) Từ những kết quả trên suy ra “độ dịch thế kỉ” đối với Thuỷ tinh là góc $\delta\Omega$ mà trực lớn quỹ đạo quay được trong một thế kỉ. Tính $\delta\Omega$ ra giây (góc). Thực nghiệm đo được góc này là $\delta\Omega = 42,6'' \pm 0,9''$. Hãy so sánh kết quả này và kết quả bạn vừa tìm được dựa trên thuyết tương đối.

Các số liệu cần thiết: Hằng số hấp dẫn vũ trụ: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, khối lượng Mặt Trời: $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. Đối với Thuỷ tinh: Chu kì quay quanh Mặt Trời $T = 88$ ngày, $r_A = 7,0 \cdot 10^{10} \text{ m}$ và $r_p = 4,6 \cdot 10^{10} \text{ m}$.

Cho biết trong hệ toạ độ cực $(r; \theta)$ có các hệ thức sau:

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\vec{e}_r; \quad \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta; \quad \vec{v} = r\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

ĐS: 1b. $e = \frac{r_A - r_p}{r_A + r_p}$ và $p = \frac{2r_A r_p}{r_A + r_p};$ 2b. $\vec{Z} = \left(\frac{L v_p}{GMm} - 1 \right) \vec{e}_{r_p};$

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2} (-\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y) \frac{d\theta}{dt}$$

$\Delta\vec{Z} = \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{Z}}{dt} dt = -\frac{2\pi\epsilon e}{GMmp^2} \vec{e}_y$. Độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ của \vec{Z} vuông góc với \vec{Z} và có độ lớn rất nhỏ so với Z .

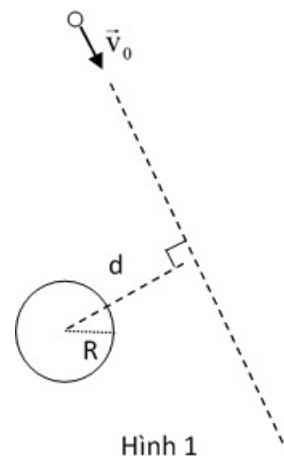
2c. $\Delta\varphi = \frac{3\pi GM}{c^2} \cdot \frac{r_A + r_p}{r_A \cdot r_p} = 5,03 \cdot 10^{-7}$ (rad); 2d. $\delta\Omega = 100 \cdot \frac{365,25}{T} \cdot \Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 43,1''$

Bài 75 . Chọn HSG dự thi Ipho 2012

Một con tàu vũ trụ lúc đầu có vận tốc \vec{v}_0 so với một hành tinh

và

đang ở rất xa hành tinh, không mở động cơ và bay đến gần hành tinh này với khoảng nhắm d như Hình 1 theo quỹ đạo hyperbol. Biết hành tinh có khối lượng M , bán kính R và không có khí quyển, khối lượng m của tàu rất nhỏ so với khối lượng của hành tinh và trong quá trình chuyển động tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Coi hệ gồm con tàu và hành tinh là hệ cô lập.



Hình 1

1. Hãy xác định:

- a) Góc lệch θ giữa phương chuyển động của tàu khi tàu đã bay qua, ra xa hành tinh và phương ban đầu.

b) Điều kiện để tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Trong trường hợp thỏa mãn điều kiện đó, với con tàu có tốc độ ban đầu v_0 cho trước, hãy xác định góc lệch θ cực đại và độ biến thiên động lượng cực đại của tàu sau khi đã bay qua và ra xa hành tinh.

2. Giả thiết khi bay tới điểm cực cận (điểm cách hành tinh một khoảng ngắn nhất) thì con tàu cách tâm hành tinh một khoảng $2R$ và phương chuyển động của tàu bị lệch đi một góc 45° so với khi ở xa vô cùng.

a) Xác định tốc độ ban đầu v_0 và khoảng nhầm d của tàu theo R, M .

b) Để tàu hạ cánh xuống bề mặt hành tinh tại điểm đối diện qua tâm hành tinh, người ta mở động cơ tàu trong thời gian ngắn để khí phut ra theo phương chuyển động của tàu với tốc độ u so với tàu. Hỏi khói lượng nhiên liệu phải đốt cháy chiếm bao nhiêu phần khói lượng của tàu lúc đầu ?

ĐS:

1a.

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{GM}{dv_0^2} \right); 1b.$$

$$\theta_{\max} = 2 \arctan \left(\frac{GM}{Rv_0^2 \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}}} \right)$$

$$\Delta p_{\max} = \frac{2mv_0}{\sqrt{1 + \frac{R^2v_0^4 + 2GMv_0^2}{G^2M^2}}}; 2a. \quad d = \frac{R}{\sqrt{2} - 1}; \quad v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}(\sqrt{2} - 1)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R(\sqrt{2} - 1)}} \quad 2b. \quad \frac{\Delta m}{m} = 1 - e^{-\frac{1}{u} \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right]}$$

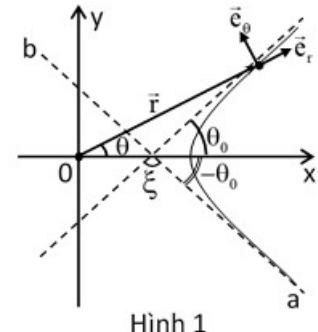
Tại cực cận của hyperbol:

Bài 76. Chọn HSG dự thi APhO 2017

Cho một hạt nhân nguyên tử nằm cố định ở điểm 0. Một hạt α khối lượng M (lúc đầu

ở rất xa hạt nhân), chuyển động với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 hướng theo đường thẳng ab về phía hạt nhân. Biết giữa hạt α và hạt nhân có thể

tương tác Coulomb $U(r) = \frac{\gamma}{r}$, ở đây r là khoảng cách giữa hạt nhân và hạt α , γ là hằng số dương phụ thuộc vào độ lớn các điện tích và cách chọn hệ đơn vị. Do lực đẩy, hạt α sẽ chuyển động theo một nhánh của hyperbol mà ab là một trong hai tiệm cận và góc 0 là một trong hai tiêu điểm. Góc ξ giữa hai đường tiệm cận chính là góc lệch quỹ đạo của hạt (góc tán xạ). Chọn hệ trục tọa độ 0xy nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của hạt như hình 1. Gọi θ là góc giữa bán kính vectơ \vec{r} của hạt và chiều dương trục 0x, vị trí của hạt có thể được biểu diễn trong hệ tọa độ cực (r, θ) .



1. Vận tốc của hạt tại vị trí bất kì trên quỹ đạo có thể biểu diễn dưới dạng $\vec{v} = \vec{h} - q\vec{e}_\theta$,

trong đó \vec{e}_θ là vectơ đơn vị vuông góc với bán kính vectơ \vec{r}

a) Biểu diễn q theo mômen động lượng L và γ

b) Xác định hướng của vectơ \vec{h} và biểu diễn h theo L, v_0, γ

2. Trong hệ tọa độ mà ta lấy các thành phần vận tốc v_x, v_y làm trục tọa độ, đầu mút của vectơ \vec{v} sẽ vẽ nên một quỹ đạo gọi là tốc đồ. Hãy vẽ tốc đồ của hạt α và biểu diễn góc tán xạ ξ qua L, v_0, γ

3. Ngoài lực Coulomb, hạt α còn chịu thêm tác dụng của một lực nhiễu loạn xuyên tâm

$\vec{g}(r) = \frac{\beta}{r^3} \vec{e}_r$, \vec{e}_r là véctơ đơn vị hướng dọc theo bán kính véctơ \vec{r} , β là hằng số dương

sao cho với mọi điểm trên quỹ đạo $\frac{\beta}{r^3} \ll \frac{\gamma}{r^2}$. Khi chưa nhiễu loạn, quỹ đạo của hạt là một

hypebol có phương trình trong hệ tọa độ cực $r = \frac{p}{\epsilon \cos \theta - 1}$, trong đó $p = L^2 / M\gamma$, và $\epsilon = Lh / \gamma$. Tìm độ thay đổi góc tán xạ $\delta\xi$ theo $M, L, h, \gamma, \beta, \theta_0$.

$$q = \frac{\gamma}{L} \quad 1b. \quad \vec{h} = \vec{v} + \frac{\gamma}{L} \vec{e}_\theta = \overrightarrow{\text{const.}} \quad \cot \frac{\xi}{2} = \frac{Lv_0}{\gamma}.$$

ĐS: 1a. ;2.

$$3. \quad \delta\xi = \frac{\delta h}{h} = \frac{\beta}{hpL} (\epsilon\theta_0 - \sin\theta_0) = \frac{M\beta}{L^2} (\theta_0 - \frac{\gamma}{hL} \sin\theta_0).$$

V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

Bài 1. Gọi K là hệ trục có tâm đặt tại tâm G của Trái đất, với trục z hướng về phía cực Bắc là một hệ quy chiếu quán tính. Gọi K' là hệ đặt tương tự nhưng quay cùng với trái đất.

a. Viết phương trình phi tương đối tính cho thấy phép biến đổi đạo hàm theo thời gian của một vecto bất kỳ từ K' sang K. Dùng nó để tìm biểu thức cho lực Coriolis cho một vật chuyển động trong K'. Định nghĩa tất cả các kí hiệu: Trong HQCQT K: vị trí xác định \vec{R} , vận tốc \vec{v} , gia tốc \vec{a} , hợp lực \vec{F} ; trong HQCKQT K': vị trí xác định \vec{r}' , vận tốc \vec{v}' , gia tốc \vec{a}' , hợp lực \vec{F}'

b. Trong bán cầu bắc, tìm chiêu lực Coriolis tác dụng lên một vật chuyển động về phía Đông và một vật chuyển động thẳng đứng lên trên.

c. Xét một vật rơi từ một độ cao 10foot tại vĩ độ 30° Bắc. Tìm gần đúng độ lệch ngang do lực Coriolis khi nó rơi đến mặt đất. Bỏ qua lực cản không khí.

(1foot=12inch; 1inch=25,4mm.)

Đáp số.

b. (1) Khi vật dịch về phía đông thì $\vec{F}_c = 2m\omega v$ nghiêng về hướng nam, nghiêng so với

$$\alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \Rightarrow \alpha = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

mặt đất 1 góc

b (2) Khi vật dịch chuyển thẳng đứng lên thì $\vec{F}_c = -2m\omega v \cos \varphi \vec{i}$, lực hướng về phía tây

$$x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi \left(\sqrt{\frac{8h^3}{g}} \right) = 1,01 \cdot 10^{-4} m$$

c. Lệch về phía đông mmot đoạn:

Bài 2. Một vật bắt đầu rơi từ độ cao h so với bờ biển trái đất tại vĩ độ $\varphi = 40^\circ$ Bắc. Với h = 100m, tính độ dịch chuyển ngang của điểm va chạm gây bởi lực Coriolis.

$$y = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8h^3}{g}} \omega \cos 40^\circ = 0,017 m$$

Đáp số:

Bài 3.

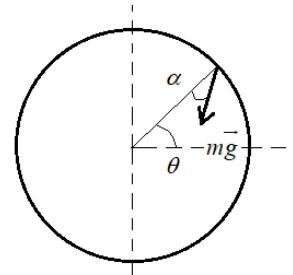
a. Độ lớn và chiều lệch của quả dọi treo từ đỉnh tới đáy(chiều cao tháp là L) của tháp Sather (Companile) do sự quay của trái đất là bao nhiêu?

b. Điểm va chạm của một vật rơi từ đỉnh tháp xuống là thế nào? Giả thiết vị trí tháp ở θ° vĩ độ bắc và tháp có độ cao là L. Dưa ra các giá trị số cho (a) và (b) dựa theo các ước lượng L, g và θ .

Đáp số:

$$a. \sin \alpha = \frac{R\omega^2 \sin 2\theta}{2g} ; L\alpha = L \arcsin \left(\frac{R\omega^2 \sin 2\theta}{2g} \right)$$

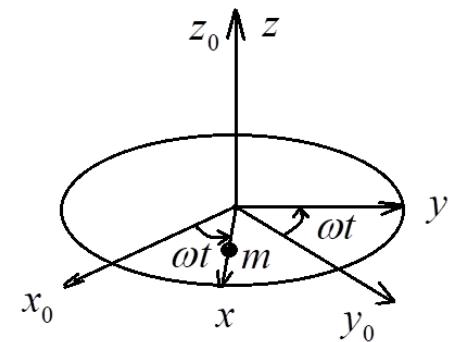
$$b. \delta = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8L^3}{g}} \omega \cos \theta$$



Bài 4. Dưới điều kiện đặc biệt thuận lợi, một dòng biển tuần hoàn ngược chiều kim đồng hồ khi được nhìn trực tiếp từ trên cao đã được phát hiện trong một lớp rất biệt lập phía dưới bờ biển. Chu kỳ quay là 14h. Tại vĩ độ nào trên bán cầu nào dòng đó được phát hiện?

Đáp số: $\theta = 59^\circ$

Bài 5. Một vòng quay ngựa gỗ (vòng quay) có sơn hai trục (x, y) vuông góc và quay trên trái đất (giả thiết là một hệ quy chiếu quán tính x_0, y_0, z_0) với vận tốc góc không đổi ω quanh trục thẳng đứng. Một con bọ có khối lượng m đang bò mà không bị trượt hướng ra ngoài dọc theo trục x với vận tốc không đổi v_0 (hình vẽ). Tổng lực F_b do vòng quay tác động lên con bọ là bao nhiêu? Chỉ ra tất cả các thành phần của F_b trong hệ quy chiếu trái đất x_0, y_0, z_0 của con bọ.

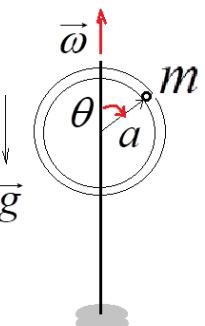


Đáp số: $\vec{F}_b = -mv_0\omega[2\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t)]\vec{i} + mv_0\omega[2\cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t)]\vec{j} + mg\vec{k}$

Bài 6. Xét một số các hạt cơ bản tích điện có cùng tỷ số điện tích/ khối lượng (e/m), tương tác với nhau qua các lực xuyên tâm được bảo toàn. Chứng minh rằng chuyển động của các hạt này trong một từ trường nhỏ B giống với khi không có từ trường khi được xem xét trong một hệ tọa độ quay với một vận tốc góc ω được chọn một cách thích hợp (định lý Lamor). Giá trị thích hợp của ω là bao nhiêu, và như thế nào được coi là nhỏ?

Đáp số: $\omega = \frac{eB}{2m}$; $\omega \ll \frac{2v}{r}$ hay $B \ll \frac{4mv}{er}$ là giới hạn độ lớn từ trường

Bài 7. Một hạt khối lượng m có thể trượt không ma sát ở bên trong của một ống nhỏ cong thành dạng hình tròn bán kính a. Ống quay quanh một đường kính thẳng đứng với tốc độ ω rad/s không đổi như trên hình 1.79. Lập phương trình vi phân chuyển động của hạt. Nếu hạt bị nhiễu loạn nhỏ so với vị trí cân bằng không ổn định tại vị trí $\theta = 0$, tìm vị trí có động năng cực đại.



Đáp số:

Phương trình chuyển động

$$\theta'' = \left(\frac{g}{a} + \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta$$

Vị Trí động năng cực đại:

$$+ \text{Vị trí thứ nhất } \theta_1 = \pi \text{ khi } \omega^2 < \frac{g}{2a}$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{-g}{2a\omega^2}\right) \quad \text{khi} \quad \omega^2 > \frac{g}{2a}$$

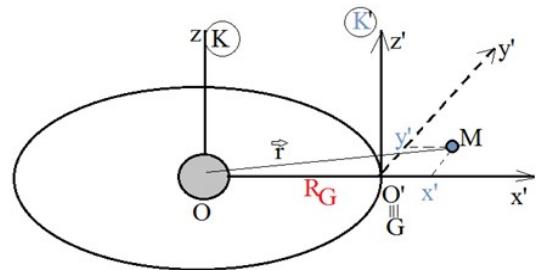
+ Vị trí thứ hai

Bài 6.8. Một vệ tinh chuyển động với quỹ đạo tròn quanh trái đất với vận tốc góc ω . Bên trong nó, một phi hành gia cầm một vật nhỏ và hạ thấp nó xuống một khoảng Δr so với khối tâm của vệ tinh về phía trái đất. Nếu vật được thả ra khỏi trạng thái nghỉ (được nhìn bởi phi hành gia), mô tả chuyển động tiếp theo được nhìn bởi phi hành gia trong hệ quy chiếu gắn với vệ tinh.

Đáp số.

$$x' = \Delta r \left(3 \cos \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t - 4 \right)$$

$$\rightarrow y' = 6\Delta r \left(\sqrt{\frac{GM}{R^3}} t - \sin \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t \right)$$



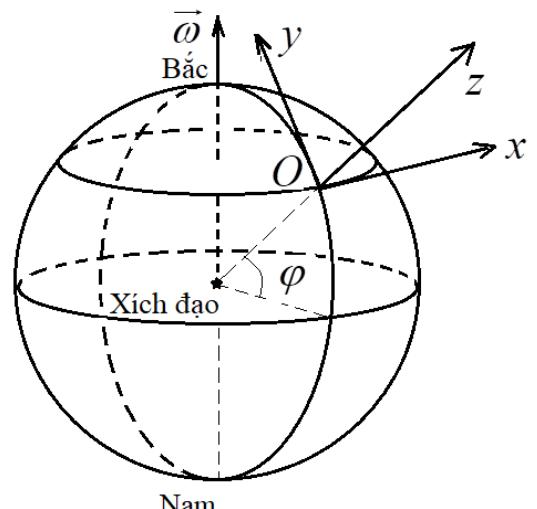
Hình 1.15S

Bài 9. Vào giữa thế kỷ XIX, nhà khoa học Fu-Cô khảo sát chuyển động của một con lắc có cấu tạo tượng tự như con lắc đơn. Căn cứ vào chuyển động của mặt phẳng dao động con lắc, ông đã chứng tỏ rằng Trái Đất tự quay xung quanh trục của nó.

Con lắc đó gọi là con lắc Fu-Cô. Trong bài này ta khảo sát chuyển động của con lắc Fu-cô dưới dạng chuyển động của một con lắc đơn trong hệ quy chiếu quay, được đặc trưng bởi lực quán tính Cô-ri-ô-lít và dưới tác dụng của trọng lực. tại một nơi có vĩ độ φ trên bán cầu Bắc của Trái Đất, người ta treo một con lắc đơn có khối lượng M , chiều dài dây treo l .

O là vị trí cân bằng của vật M khi con lắc đứng yên. Chọn hệ tọa độ Oxyz gắn cố định với trái đất, mặt phẳng Oxy nằm ngang song song với bờ biển Trái Đất, trục Ox theo hướng Đông và tiếp tuyến với đường vĩ tuyến đi qua điểm O; trục Oy theo hướng Bắc và tiếp tuyến với kinh tuyến đi qua điểm O; trục Oz đi qua tâm Trái Đất và vuông góc với bờ biển đất (Hình 1.16P).

Do Trái Đất tự quay quanh trục của nó với vận tốc góc $\bar{\omega}$ (có phương trùng với trục quay của Trái Đất, chiều từ địa cực Nam đến địa cực Bắc), nên hệ tọa độ đã chọn cũng quay với vận tốc góc $\bar{\omega}$. Khi vật M chuyển động với vận tốc \vec{v} sẽ chịu tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít theo công thức $\vec{F}_c = -2M(\bar{\omega} \wedge \vec{v})$.



Hình 1.16P

Trong đó $(\vec{\omega} \wedge \vec{v})$ là kí hiệu tích có hướng của hai véc tơ $\vec{\omega}$ và \vec{v} . Lực \vec{F}_c có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{\omega}$ và \vec{v} và có các thành phần: $F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y)$; $F_y = -2M(\omega_z v_x - \omega_x v_z)$; $F_z = -2M(\omega_x v_y - \omega_y v_x)$

Giả thiết vật M chỉ chịu tác dụng của trọng lực (coi gần đúng theo phương Oz), lực Cô-ri-ô-lít và lực căng dây treo. Dọi mặt phẳng chứa trực Oz và dây treo của con lắc là mặt phẳng dao động. Coi biên độ góc của con lắc là nhỏ, vật M chỉ chuyển động trong mặt phẳng Oxy và độ lớn của thành phần lực Cô-ri-ô-lít theo phương Oz là rất nhỏ so với trọng lực.

1. Bỏ qua sự thay đổi tần số dao động của con lắc gây bởi tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít. Mô tả chuyển động của mặt phẳng dao động và vẽ phác họa dạng quỹ đạo của vật M trên mặt phẳng Oxy trong khóa thời gian bằng 1 chu kì. Biết tại thời điểm $t=0$ vật ở điểm O và có vận tốc ban đầu hướng theo chiều dương trực Oy.

2. Hai thành phần của lực Cô-ri-ô-lít theo phương Ox và Oy có thể viết dưới dạng $F_x = Mbv_y$ và $F_y = -Mb^2$, trong đó b được gọi là thông số Cô-ri-ô-lít (cho vĩ độ φ). Tìm b.

3. Do tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít, mặt phẳng dao động và tần số dao động của con lắc đều thay đổi. Viết phương trình định luật II Newton cho vật M trên mặt phẳng Oxy và tìm tần số góc Ω đặc trưng cho dao động của con lắc.

Biết rằng hệ phương trình chuyển động của vật M có nghiệm dạng $x = A \sin(\Omega t)$ và $y = B \cos(\Omega t)$, trong đó A, B là các hệ số không đổi.

Trích đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2016

Đáp số.

1. Khoảng cách từ M đến O được xác định bằng hệ thức:

$$r \approx |y| = \frac{v_0}{\omega_0} |\sin(\omega_0 t)| = r_0 \left| \sin \left(\frac{\omega_0}{2\omega \sin \varphi} \theta \right) \right|$$

Từ đó ta có quỹ đạo của M có dạng (Hình 1.16S).

2. $b = 2M\omega \sin \varphi$

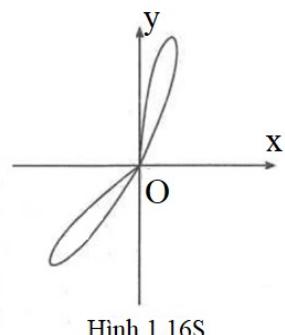
$$\begin{cases} x = A \sin(\Omega t) \\ y = B \cos(\Omega t) \end{cases}$$

3. Phương trình chuyển động của M có dạng:

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right)^2} \pm 2 \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right)^2}$$

$$\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \ll 1$$

Vì: $\sqrt{\frac{g}{l}}$ nên nếu bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất, ta có:



$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}} \left(1 \pm \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right) = \sqrt{\frac{g}{l}} \pm \omega \sin \varphi$$

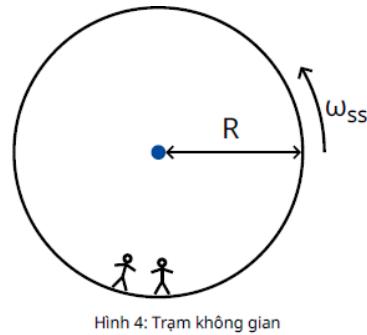
Bài 10. IPHO 2016

Trạm không gian quay

Alice là một phi hành gia sống trên trạm không gian. Trạm không gian là một bánh xe khổng lồ có bán kính R quay quanh trục của nó, do vậy nó tạo ra một trọng lực nhân tạo lên các phi hành gia. Các phi hành gia sống ở phía bên trong của vành bánh xe. Trọng lực của trạm không gian và độ cong của sàn có thể bỏ qua.

B.1. Trạm không gian cần quay với tần số góc ω_{ss} nào để các phi hành gia cảm thấy gia tốc trọng trường g_E như ở trên bề mặt trái đất?

Alice và người bạn phi hành gia của mình là Bob có một cuộc tranh cãi. Bob không tin rằng họ đang sống trong một trạm không gian mà tuyên bố rằng họ đang ở trên trái đất. Alice muốn chứng minh một cách vật lý cho Bob thấy rằng họ đang sống trên trạm không gian quay. Cô đã gắn một vật có khối lượng m vào một lò xo có độ cứng k và cho nó dao động. Vật chỉ dao động theo phương thẳng đứng và không thể di chuyển theo phương ngang.



Hình 4: Trạm không gian

B.2. Coi rằng lực hấp dẫn của trái đất là không đổi với gia tốc là g_E thì tần số góc ω_E của dao động mà người ở trên trái đất đo được là bao nhiêu?

B.3. Tần số góc ω của dao động mà Alice đo được trong trạm không gian là bao nhiêu?

Alice tin rằng thí nghiệm của cô ấy chứng minh rằng họ đang ở trên một trạm không gian quay. Bob vẫn còn hoài nghi. Anh tuyên bố rằng khi tính đến sự thay đổi lực hấp dẫn ở bên trên bề mặt của trái đất, người ta cũng sẽ thấy một hiệu ứng tương tự. Trong nhiệm vụ sau đây, ta sẽ tìm hiểu xem Bob có đúng hay không.

B.4. Hãy tìm biểu thức của gia tốc trọng trường $g_E(h)$ tại độ cao h nhỏ trên bề mặt trái đất và tính tần số góc $\tilde{\omega}_E$ của vật dao động (chỉ cần dùng phép gần đúng tuyến tính là được). Gọi bán kính trái đất là R_E , bỏ qua sự quay của trái đất.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Thật vậy, đối với trạm không gian này, Alice thật sự thấy rằng con lắc lò xo dao động với tần số mà Bob dự đoán.

B.5. Với giá trị nào của bán kính R của trạm không gian thì tần số dao động ω trùng với tần số dao động $\tilde{\omega}_E$ trên bề mặt Trái đất? Hãy biểu thị kết quả theo R_E .

Bực tức với sự bướng bỉnh của Bob. Alice nảy ra ý tưởng làm một thí nghiệm để chứng minh quan điểm của mình. Để thực hiện, cô trèo lên trên một tháp có độ cao H so với sàn của trạm không gian và thả một vật. Thí nghiệm này có thể được hiểu trong hệ quy chiếu quay cũng như hệ quy chiếu quán tính.

Trong một hệ quy chiếu quay đều, phi hành gia cảm thấy một lực ảo \vec{F}_c gọi là lực Coriolis, lực \vec{F}_c tác dụng lên một vật có khối lượng m chuyển động với vận tốc \vec{v} trong hệ quy chiếu quay với tần số góc không đổi $\tilde{\omega}_{ss}$ được cho bởi:

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v} \times \tilde{\omega}_{ss}, \quad (2)$$

Khi tính các giá trị vô hướng, ta có thể dùng công thức:

$$F_c = 2mv\omega_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

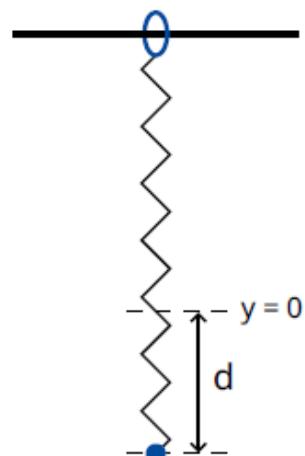
Trong đó, ϕ là góc giữa vận tốc và trục quay. Lực này vuông góc với cả vận tốc v và trục quay. Dấu của lực có thể được xác định theo quy tắc bàn tay phải, nhưng sau đây, em có thể chọn một cách tùy ý.

B.6. Hãy tính vận tốc ngang v_x và độ dời ngang d_x (so với chân của tháp theo phương vuông góc với tháp) của vật khi nó chạm vào sàn. Em có thể giả thiết rằng độ cao H của tháp là nhỏ, sao cho vận tốc mà phi hành gia đo được là không đổi trong suốt quá trình rơi. Em cũng có thể giả thiết rằng $d_x \ll H$.

Để thu được kết quả tốt, Alice quyết định thực hiện thí nghiệm này ở một tòa tháp cao hơn nhiều so với trước. Thật bất ngờ, vật rơi chạm đất ở ngay chân tháp, tức là $d_x = 0$.

B.7. Hãy tìm giới hạn dưới cho độ cao của tháp để có thể xảy ra tình huống $d_x = 0$.

Alice sẵn sàng thực hiện một nỗ lực cuối cùng trong việc thuyết phục Bob. Cô muốn dùng dao động của lò xo để chứng tỏ tác dụng của lực Coriolis. Để thực hiện, thí nghiệm được thay đổi: Alice gắn lò xo vào một cái vòng nhỏ, vòng này có thể trượt tự do không ma sát trên một thanh ngang theo phương x . Bản thân lò xo dao động theo phương y . Thanh ngang được đặt song song với sàn và vuông



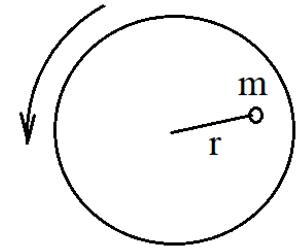
góc với trục quay của trạm không gian. Như vậy, mặt phẳng xy là mặt phẳng vuông góc với trục quay, với phương y hướng về tâm quay của trạm.

B.8. Alice kéo vật xuống dưới một khoảng d so với điểm cân bằng $x = 0, y = 0$, và thả tay ra (xem hình 5).

- Hãy tìm biểu thức đại số cho $x(t)$ và $y(t)$. Em có thể coi rằng $\omega_{ss}d$ là rất nhỏ và bỏ qua lực Coriolis cho chuyển động dọc theo trục y .
- Vẽ phác quỹ đạo $(x(t), y(t))$, đánh dấu tất cả các đặc trưng quan trọng, ví dụ như biên độ.

Alice và Bob tiếp tục tranh cãi.

Bài 11. Một vòng quay ngựa gỗ (thứ thường thấy trong công viên) bắt đầu quay từ lúc nghỉ với gia tốc góc không đổi là $0,02 \text{ vòng/}\text{s}^2$. Một người ngồi trên ghế cách trục quay $r = 6\text{m}$ cầm một quả bóng nặng $m = 2\text{kg}$ (xem hình). Tính độ lớn và chiều của lực người đó cần dùng để giữ quả bóng 5s sau khi vòng quay bắt đầu quay. Chỉ rõ chiều so với bán kính của ghế mà người đó ngồi.

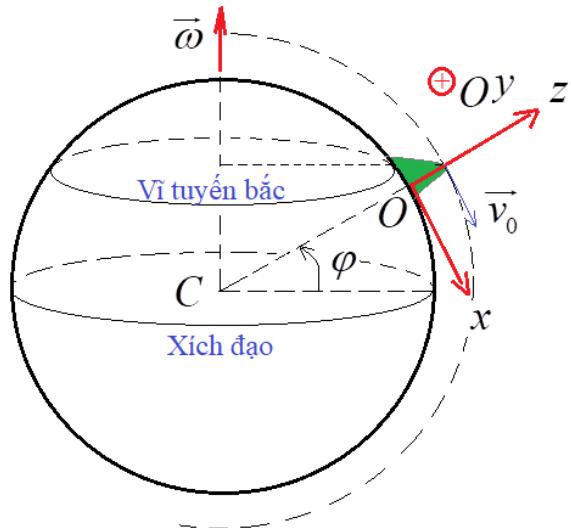


Đáp số. Lực do tay giữ: $\vec{f} = -4,7\vec{i} + 1,51\vec{j} + 19,6\vec{k} \rightarrow f = 20,2N$

Bài 12 Tại đỉnh núi độ cao $h=900\text{m}$ so với mặt nước biển, ở vĩ độ $\varphi = 60^\circ$ thuộc bán cầu bắc, một viên đạn được bắn ra từ đỉnh núi với vận tốc đầu \vec{v}_0 : $v_0 = 600\text{m/s}$ theo phương nằm ngang, hướng thẳng về phía nam. Bỏ qua tác dụng lực cản. Coi gia tốc trọng trường không đổi dọc quỹ đạo đạn và luôn bằng $g = 10\text{m/s}^2$; tốc độ góc của Trái đất $\omega \ll 1$, nên ta bỏ qua thành phần ω^2 . Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, gốc O gắn tại mặt đất, Oz thẳng đứng hướng lên, Ox nằm ngang hướng về phía nam và Oy nằm ngang hướng về phía đông.

a. Hỏi lực quán tính Coriolis tác dụng lên viên đạn theo hướng nào khi vừa mới bắn?

b. Tìm tọa độ đạn chạm mặt đất. Coi mặt đất ngang mặt nước biển.



$$\begin{cases} x = 6000m \\ y \approx -3,6557m \\ z = 0 \end{cases}$$

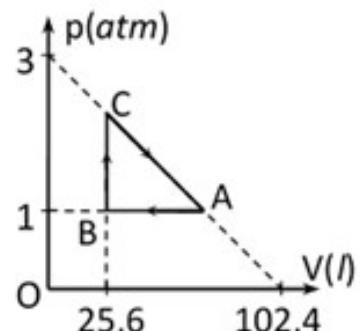
Đáp số lệch về phía tây

CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THỨC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

Bài 1. Một mol chất khí lý tưởng thực hiện chu trình ABCA trên giản đồ p-V gồm các quá trình đẳng áp AB, đẳng tích BC và quá trình CA có áp suất p biến đổi theo hàm bậc nhất của thể tích V

- a. Với số liệu cho trên giản đồ, hãy xác định nhiệt độ của các trạng thái A, B, C;
- b. Biểu diễn chu trình ABCA trên giản đồ V-T.

ĐS: $T_B = 312K$; $T_C = 702K$; $T_A = 832K$.



Bài 2. Ở chính giữa một ống thủy tinh nằm ngang, tiết diện nhỏ, chiều dài $L = 100cm$, hai đầu bịt kín có một cột thủy ngân dài $h = 20cm$. Trong ống có không khí. Khi đặt ống thẳng đứng cột thủy ngân **đi chuyển xuống dưới một đoạn l = 10cm**. Tìm áp suất của không khí trong ống khi ống nằm ngang ra cmHg và Pa.

Coi nhiệt độ không khí trong ống không đổi và khối lượng riêng thủy ngân là $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$,

ĐS: $p_1 = 37.5 \text{ cmHg}$

$$= 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Bài 3. Một chai chứa không khí được nút kín bằng một nút có trọng lượng không đáng kể, tiết diện 2.5 cm^2 . Hỏi phải đun nóng không khí trong chai lên tới nhiệt độ tối thiêu bằng bao nhiêu để nút bật ra? Biết lực ma sát giữa nút và chai có độ lớn là 12 N , áp suất ban đầu của không khí trong chai bằng áp suất khí quyển và bằng $9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, nhiệt độ ban đầu của không khí trong chai là -3°C .

ĐS : 129°C .

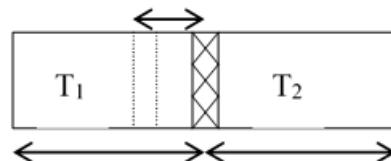
Bài 4. Người ta bơm khí oxi ở điều kiện chuẩn vào một bình có thể tích 5000 l , sau nửa giờ bình chứa đầy khí ở nhiệt độ 24°C và áp suất 765 mmHg . Xác định khối lượng khí bơm vào sau mỗi giây. Coi quá trình bơm diễn ra một cách điều đặn.

ĐS: 3.3 g/s .

Bài 5. Một phòng có kích thước $8 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 4 \text{ m}$. Ban đầu không khí trong phòng ở điều kiện chuẩn, sau đó nhiệt độ của không khí tăng lên tới 10°C , trong khi áp suất là 78 cmHg . Tính thể tích của lượng khí đã ra khỏi phòng và khối lượng không khí còn lại trong phòng.

ĐS : 1.58 m^3 ; 204.84 kg

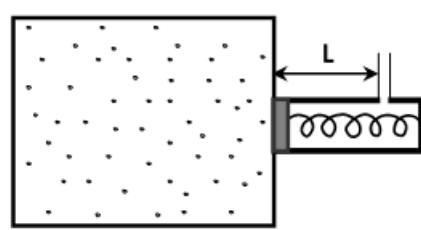
Bài 6. Một xi lanh có pittong cách nhiệt và nằm ngang. Pittong ở vị trí chia xi lanh thành hai phần bằng nhau, chiều dài của mỗi phần là 30 cm . Mỗi phần chứa một lượng khí như nhau ở nhiệt độ 17°C và áp suất 2 atm . Muốn pittong dịch chuyển 2 cm thì phải đun nóng khí ở một phần lên thêm bao nhiêu? Áp suất của khí pittong đã dịch chuyển là bao nhiêu.



ĐS: $p_2 \approx 2.14 \text{ atm}$

Bài 6. Một bình có thể tích V chứa một mol khí lí tưởng và có một cái van bảo hiểm là một xilanh (có kích thước rất nhỏ so với bình) trong đó có một pít tông diện tích S , giữ bằng lò xo có độ cứng k (hình 2). Khi nhiệt độ của khí là T_1 thì pít tông ở cách lỗ thoát khí một đoạn là L . Nhiệt độ của khí tăng tới giá trị T_2 thì khí thoát ra ngoài. Tính T_2 ?

$$T_2 = T_1 + \frac{kLV}{RS}$$



Hình 2

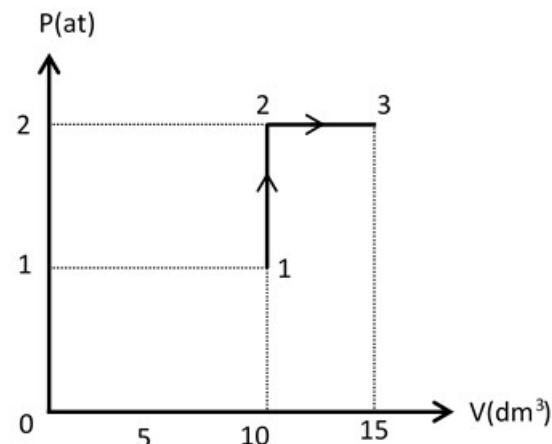
Bài 7. Hình 1 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi trạng thái của một lượng khí lí tưởng trong hệ toạ độ P – V. Hãy:

1/ Mô tả các quá trình biến đổi trạng thái của lượng khí đó?

2/ Tính nhiệt độ cuối T_3 của lượng khí đó. Cho biết ở trạng thái 1 có $t_1 = 27^\circ\text{C}$.

3/ Vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình trên trong các hệ toạ độ V – T và P – T.

ĐS: 2. 900K



Hình 1

Bài 8. Trong một xi-lanh cao, cách nhiệt đặt thẳng đứng, ở dưới pit-tông mảnh và nặng có một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử. Ở bên trên pit-tông tại độ cao nào đó, người ta giữ vật nặng có khối lượng bằng khối lượng pit-tông. Sau đó, người ta thả nhẹ vật nặng và nó rơi xuống pit-tông. Sau va chạm tuyệt đối không đàn hồi của vật và pit-tông một thời gian, hệ chuyển về trạng thái cân bằng, tại đó pit-tông có cùng độ cao như lúc ban đầu. **Hỏi độ cao ban đầu của vật tính từ đáy xi-lanh bằng bao nhiêu lần độ cao của pit-tông?** Biết bên trên pit-tông không có khí. Bỏ qua mọi ma sát và trao đổi nhiệt.

ĐS: Độ cao của vật bằng 4 lần độ cao của pit-tông.

Bài 9. Một bình chứa 360 gam khí Helium. Do bình hở sau một thời gian khí Helium thoát ra một phần, nhiệt độ tuyệt đối của khí giảm 20%, áp suất giảm 30%. Tính khối lượng khí Helium thoát ra khỏi bình và số nguyên tử đã thoát ra khỏi bình.

ĐS: 45 g, $67,76 \cdot 10^{23}$ nguyên tử

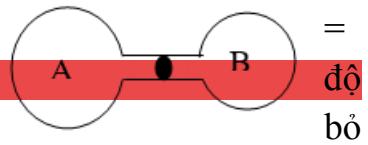
Bài 10. Một căn phòng có kích thước $8\text{m} \times 5\text{m} \times 4\text{m}$. Ban đầu không khí trong phòng ở

điều kiện chuẩn ($p_0 = 76 \text{ cmHg}$; $T_0 = 273^\circ\text{K}$; $\rho_0 = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), sau đó nhiệt độ của không khí tăng lên tới 10°C , áp suất của khí là 78 cmHg . Tính khối lượng khí còn lại trong phòng lúc này.

Đơn vị tính: Khối lượng (kg).

ĐS: $m = 204,3463 \text{ kg}$.

Bài 11. Hai bình cầu A, B có thể tích là 400cm^3 và 200cm^3 được nối với nhau bằng ống dài $l = 30\text{cm}$ nằm ngang, tiết diện $S = 0,2\text{cm}^2$. Ở 0°C giọt thủy ngân nằm giữa ống. Hỏi nếu nhiệt độ bình A là $t_1 = 1^\circ\text{C}$ và bình B là $t_2 = -3^\circ\text{C}$ thì giọt thủy ngân dịch chuyển đi bao nhiêu? Cho rằng với biến thiên nhiệt độ nhỏ, thể tích bình và ống coi như không đổi, bỏ qua thể tích giọt thủy ngân.



ĐS: $9,9\text{cm}$

Bài 12. Cho ba bình thể tích $V_1 = V$, $V_2 = 2V$, $V_3 = 3V$ thông nhau, cách nhiệt đối với nhau. Ban đầu các bình chứa khí ở cùng nhiệt độ T_0 và áp suất $p_0 = 987\text{N/m}^2$. Sau đó,

người ta hạ nhiệt độ bình 1 xuống $T_1 = \frac{T_0}{2}$, nâng nhiệt độ bình 2 lên $T_2 = 1,5T_0$, nâng nhiệt độ bình 3 lên $T_3 = 2T_0$. Tính áp suất khí trong các bình.

Đơn vị tính: Áp suất (N/m^2).

ĐS: $p = 1225,2414\text{N/m}^2$

Bài 13.

Một bình chứa khí oxy (O_2) nén ở áp suất $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ và nhiệt độ $t_1 = 37^\circ\text{C}$, có khối lượng (cả bình) là $M_1 = 50\text{kg}$. Sau một thời gian sử dụng khí, áp kế đo áp suất khí trong bình chỉ $p_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ và nhiệt độ $t_2 = 7^\circ\text{C}$. Khối lượng bình và khí lúc này là $M_2 = 49\text{kg}$. Tính khối lượng khí còn lại trong bình lúc này và tính thể tích của bình. Cho $R =$

$$\frac{J}{8,31 \text{ mol.K}}. \text{ĐS: } 0,585 \text{ (kg); } 8,5 \text{ (lít)}$$

Bài 14.

Một ống thuỷ tinh nhỏ, tiết diện đều, một đầu kín, một đầu hở, chứa một khối khí lí tưởng được ngăn cách với không khí bên ngoài bằng cột thuỷ ngân có chiều cao $h=119\text{mm}$. Khi ống thẳng đứng miệng ống ở dưới, cột không khí có chiều dài $l_1=163\text{mm}$. Khi ống thẳng đứng miệng ống ở trên, cột không khí có chiều dài $l_2=118\text{mm}$. Coi nhiệt độ khí không đổi. Tính áp suất P_o của khí quyển và độ dài l_o của cột không khí trong ống khi ống nằm ngang.

ĐS: $P_o = 743\text{mmHg}$, $l_o = 137\text{mm}$

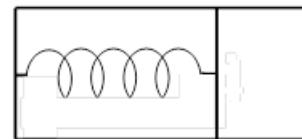
Bài 15. Một lượng khí lý tưởng ở 27°C được biến đổi qua 2 giai đoạn: Nén đẳng nhiệt đến áp suất gấp đôi, sau đó cho giãn nở đẳng áp về thể tích ban đầu.

1. Biểu diễn quá trình trong hệ toạ độ p-V và V-T.

2. Tìm nhiệt độ cuối cùng của khí.

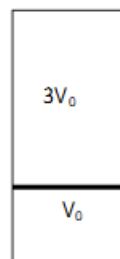
ĐS: 600K.

Bài 16. Một pít tông bịt kín bình khí được giữ bằng một lò xo rất nhỏ, trong bình có một lượng khí nhất định (hình 4.1). Khi nhiệt độ là 27°C thì độ dài của lò xo là 30cm, lúc đó áp suất trong bình bằng 1,2 lần áp suất khí quyển ngoài bình. Khi nhiệt độ tăng lên 123°C thì độ dài của lò xo là 36cm. Tính độ dài tự nhiên của lò xo.



ĐS : 20cm.

Bài 17. Một pít tông có trọng lượng đáng kể ở vị trí cân bằng trong một bình hình trụ kín (hình 6). Phía trên và dưới pít tông có cùng một loại khí, khối lượng và nhiệt độ của khí ở trên và dưới pít tông như nhau. Ở nhiệt độ T thể tích khí ở trên gấp 3 lần thể tích khí ở phần dưới. Nếu tăng nhiệt độ lên $2T$ thì tỉ số 2 thể tích ấy là bao nhiêu ?



$$\frac{V_1}{V_2} \approx 1,87$$

ĐS:

Bài 18. Một khối lượng khí lý tưởng được giam trong 1 xi-lanh kín 2 đầu, dùng 1 pít tông chia khối khí trong xi-lanh thành 2 phần có thể tích và nhiệt độ đều bằng nhau.



Bình khí và pít tông không dẫn nhiệt, giữa chúng không có ma sát. Đót nóng khối khí trong ngăn bên phải bằng một dây điện trở, sau một thời gian hệ thống lại trở về trạng thái cân bằng, khi đó thể tích

3
ngăn bên trái bằng $\frac{3}{4}$ thể tích ban đầu và nhiệt độ là $T_1 = 300\text{K}$. Tính nhiệt độ khí trong ngăn bên phải.

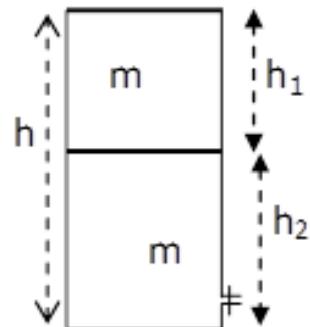
ĐS : 500K

Bài 19. Một xi-lanh kín **hình trụ** chiều cao h , **tiết diện** $S = 100\text{cm}^2$ **đặt thẳng đứng**. Xi-lanh được **chia làm 2 phần** nhờ một pít tông cách nhiệt, mỏng, khói lượng $m = 500\text{g}$. Khí trong 2 phần là cùng loại, ở cùng nhiệt độ 27°C và có khói lượng m_1, m_2 với $m_2 = 2m_1$, **pít tông cân bằng** khi cách đáy dưới một đoạn $h_2 = 0,6h$

a. Tính áp suất khí trong 2 phần của xi-lanh ?

b. Sau đó người ta mở van để khí trong phần 2 của xi-lanh thoát ra bớt một lượng Δm_2 rồi khóa lại. **Nung nóng phần 2** của xi-lanh tới nhiệt độ 37°C (phần còn lại giữ ở nhiệt độ không đổi) thì pít tông cách đều 2 đáy xi-lanh.

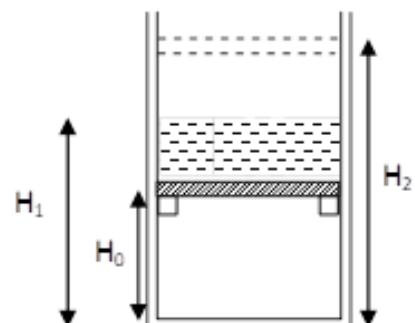
Xác định Δm_2 theo m_1 . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$.



ĐS : a. $p_2 = 2000\text{Pa}$, $p_1 = 1500\text{Pa}$; b. $\Delta m_2 = \frac{39}{62}m_1$

Bài 20. Một bình hình trụ một đầu kín, đầu còn lại được đậy bằng một pít tông chưa rõ khói lượng. Trong bình có chứa một lượng khí lý tưởng xác định. Trên pít tông có một lượng cát, ban đầu pít tông được tựa trên vòng đõ cố định bên trong bình

Độ cao cột không khí là H_0 , áp suất khí quyển là p_0 . Tăng dần nhiệt độ (tăng chậm) của khí trong bình



đến khi tăng được $\Delta T = 60K$ thì pít tông bắt đầu được nâng lên khỏi vòng đõ. Tiếp tục tăng nhiệt độ đến khi độ cao cột khí đạt $H_1 = 1,5H_0$ thì dừng lại. Sau đó duy trì nhiệt độ không đổi, lấy dần cát ra, đến khi lấy hết cát thì cột khí có độ cao $H_2 = 1,8H_0$. Hồi lúc đó nhiệt độ khí trong bình là bao nhiêu ? (Bỏ qua ma sát giữa pít tông và thành bình).

ĐS: 540K

Bài 21. Một buồng Wilson có thể tích $V_1=11$ chứa không khí và hơi nước bão hòa với nhiệt độ ban đầu $t_1=20^{\circ}C$. Kéo pitông để thể tích buồng tăng lên 1,25 lần. Coi sự dẫn khí

là đoạn nhiệt với hệ số Poisson là $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$. Cho biết áp suất hơi nước trước lúc dẫn là $p_1=17,5\text{mmHg}$.

- a) Tính lượng hơi nước trong buồng trước lúc dẫn?
- b) Nhiệt độ của hơi nước sau khi dẫn (Bỏ qua biến đổi nhiệt độ do nước ngưng tụ)?
- c) Lượng hơi nước ngưng tụ sau khi dẫn?

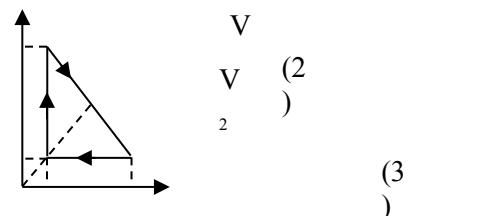
ĐS: a. $1,73 \cdot 10^{-5}$ (kg); b. $-5^{\circ}C$; c. 13,24 (mg)

Bài 22. Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên.

Biết :

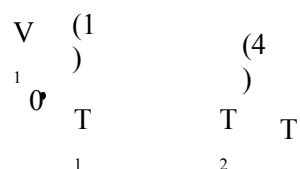
$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$

$$T_1 = 100\text{K} \text{ và } T_4 = 300\text{K}.$$



$$\text{Tính } V_3 = ?$$

$$\text{ĐS: } V_3 = 2,2\text{m}^3$$



Bài 23. Xác định tỉ số khối lượng riêng của không

khí âm có độ ẩm tối đa 90% và của không khí khô ở áp suất $p_o=100\text{kpa}$ và nhiệt độ $27^{\circ}C$.

Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ này là $\rho_0=0,027 \text{ kg/m}^3$. Khối lượng 1mol của không khí khô $u_1 = 0,029 \text{ kg/mol}$ và của nước là $u_2=0,018 \text{ kg/mol}$.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 0,987$$

Bài 24. Một thùng kín chiều cao $H=4m$ đựng đầy nước, ở đáy thùng có hai bọt khí nhỏ kích thước bằng nhau. áp suất ở đáy thùng là $p_0=0,15\text{Mpa}$.

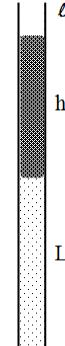
- a. Tính áp suất ở đáy thùng nếu hai bọt khí đi lên sát nắp thùng?
- b. Tính áp suất ở đáy thùng nếu một bọt khí đi lên sát nắp thùng và bọt kia vẫn ở đáy. Coi nhiệt độ không đổi.

ĐS: a. $p_1 = 0,19 \text{ (Mpa)}$; b. : $p_2 = 0,173 \text{ (Mpa)}$

Bài 25. Một bình kín hình trụ thể tích 50l , ở giữa có một vách ngăn di động được, chia nó làm hai phần A, B. Phần A chứa 45g nước, phần B chứa 32g O_2 . Bình được nung nóng đến 100°C . Tính thể tích của mỗi phần và áp suất trong bình khi đó? Nếu vách ngăn bị thủng thì áp suất trong bình bằng bao nhiêu? Biết áp suất hơi nước bão hòa ở 100°C là 10^5 (pa)

ĐS: $161992,6 \text{ (pa)}$

Bài 26 . Một ống thuỷ tinh hình trụ thẳng đứng tiết diện ngang S nhỏ, đầu trên hở, đầu dưới kín. Ống chứa một khối khí (coi là khí lí tưởng) ở trạng thái (1) có chiều cao $L=90\text{cm}$ được ngăn cách với bên ngoài bởi một cột thuỷ ngân có độ cao $h=75\text{cm}$, mép trên cột thuỷ ngân cách miệng trên của ống một đoạn $l=10\text{cm}$. Nhiệt độ của khí trong ống là $t_0=-3^\circ\text{C}$, áp suất khí quyển là $p_0=75\text{cmHg}$. (Hình)



1, Cần phải đưa nhiệt độ của khí trong ống đến trạng thái 2 với nhiệt độ t_2 bằng bao nhiêu để mực trên của thuỷ ngân vừa chạm miệng ống phía trên?

2, Tính nhiệt độ cần thiết cấp cho khối khí để đưa khối khí trong ống từ trạng thái 2 đến trạng thái 3 mà thuỷ ngân trong ống tràn hết ra ngoài

3, Tính công khí đã thực hiện từ trạng thái 1 đến trạng thái 3. Các quá trình được xem là diễn biến chậm. Biết khối thuỷ ngân có khối lượng $m=100\text{g}$. Lấy $g=10\text{m/s}^2$

ĐS: a. 27°C ; b. $39,5^\circ\text{C}$; c. $0,475\text{J}$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 27. Một xi lanh kín được chia làm hai phần bằng nhau bởi một pít tông cách nhiệt.

Mỗi phần có chiều dài $l_0 = 30\text{cm}$, chứa một lượng khí giống nhau ở 27°C . Nung nóng một phần thêm 10° và làm lạnh phần kia đi 10° . Hỏi pít tông dịch chuyển một đoạn bao nhiêu?

ĐS: 1cm

Bài 28. Có 0,4g khí Hiđrô ở nhiệt độ 27°C , áp suất 10^5Pa , được biến đổi trạng thái qua 2 giai đoạn: nén đẳng nhiệt đến áp suất tăng gấp đôi, sau đó cho dãn nở đẳng áp trở về thể tích ban đầu.

- Xác định các thông số (P, V, T) chưa biết của từng trạng thái .
- Vẽ đồ thị mô tả quá trình biến đổi của khối khí trên trong hệ OPV.

ĐS: $V_1 = 4,986l; V_2 = 2,493l; T_3 = 600K$

Bài 29 . Có 20g khí hêli chứa trong xi lanh đầy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1) → (2) theo đồ thị mô tả ở hình bên. Cho $V_1=30\text{lít}$; $p_1=5\text{atm}$; $V_2=10\text{lít}$; $p_2=15\text{atm}$. Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi. Biết khối lượng mol của hêli là 4g/mol và $R=0,082\text{atm.l/mol.độ}$.

ĐS: $T_{\max} = 487,8K$

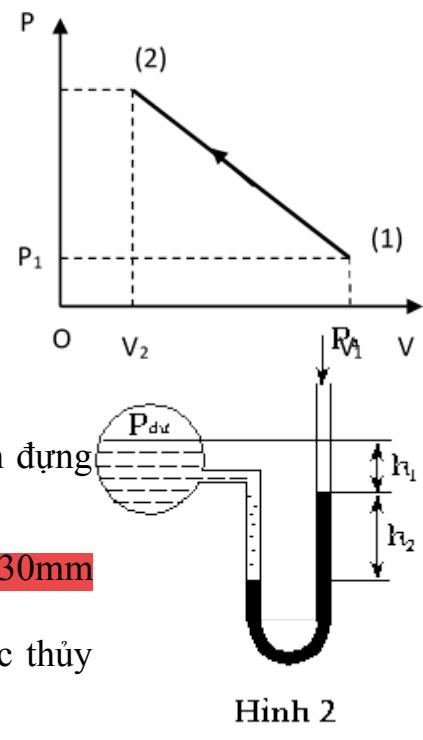
Bài 30. Một áp kế đo chênh thủy ngân, nối với một bình đựng nước.

a) Xác định độ chênh mực nước thủy ngân, nếu $h_1 = 130\text{mm}$ và áp suất dư trên mặt nước trong bình 40000 N/m^2 .

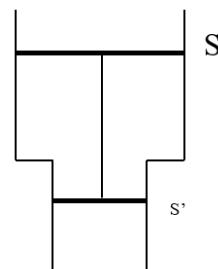
b) Áp suất trong bình sẽ thay đổi như thế nào nếu mực thủy ngân trong hai nhánh bằng nhau.

ĐS: a. $0,334\text{ (m)}$; b. $P_{ck} \approx 0,0297\text{ (at)}$

Bài 31. Trong một ống hình trụ thẳng đứng với hai tiết diện khác nhau có hai pít tông nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ không dãn. Giữa hai pít tông có 1 mol khí lí tưởng. Pít tông trên có diện tích tiết diện lớn hơn pít tông dưới là $\Delta S = 10\text{cm}^2$. Áp suất khí quyển



Hình 2



bên ngoài là $p_0 = 1 \text{ atm}$. Biết khối lượng tổng cộng của hai pít tông là 5 kg, khí không bị lọt ra ngoài. (Bỏ qua ma sát giữa các pít tông và thành ống).

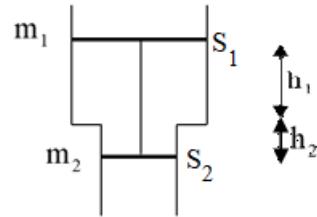
a) Tính áp suất p của khí giữa hai pít tông

b) Phải làm nóng khí đó lên bao nhiêu độ

để pít tông dịch chuyển lên trên một đoạn $l = 5\text{cm}$?

$$\text{ĐS: a, } p = \frac{mg}{\Delta S} + p_0 \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \text{ b. } \Delta T = p \frac{\Delta Sl}{R} \approx 0,9 \text{ K}$$

Bài 32. Một xilanh đặt thẳng đứng có tiết diện thay đổi như hình vẽ. Giữa hai pít tông có n mol không khí. Khối lượng và diện tích tiết diện các pít tông lần lượt là m_1, m_2, S_1, S_2 . Các pít tông được nối với nhau bằng một thanh nhẹ có chiều dài không đổi và trùng với trục của xilanh. Cho áp suất khí quyển là p_0 và bỏ qua khối lượng khí trong xilanh so với khối lượng pít tông. Bỏ qua ma sát giữa xilanh và pít tông. Khi tăng nhiệt độ khí trong xilanh thêm ΔT thì các pít tông dịch chuyển một đoạn x .



a) Chứng tỏ rằng, khi trạng thái cân bằng của hệ được thiết lập lại thì áp suất của không khí không thay đổi so với ban đầu.

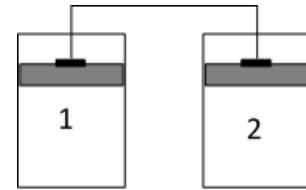
b) Tìm x .

$$\text{ĐS: } x = \frac{nR\Delta T}{p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g}$$

Bài 33. Người ta nối hai pít-tông của hai xilanh giống nhau bằng một thanh cứng sao cho thể tích dưới hai pít-tông bằng nhau (hình 13). Dưới hai pít-tông có hai lượng khí lý tưởng như nhau ở nhiệt độ $t_0 = 27^\circ\text{C}$, áp suất p_0 . Dun nóng xilanh (1) lên tới nhiệt độ $t_1 = 77^\circ\text{C}$ đồng thời làm lạnh xilanh (2) xuống nhiệt độ $t_2 = 0^\circ\text{C}$. Bỏ qua trọng lượng của pít-tông và thanh nối, coi ma sát không đáng kể, áp suất của khí quyển $p_a = 10^5 \text{ Pa}$.

a. Tính áp suất khí trong hai xilanh?

b. Xác định sự thay đổi thể tích tương đối của khí trong mỗi



xilanh?

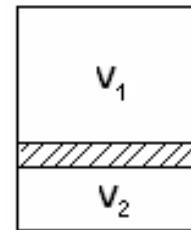
$$\text{ĐS: a. } p_1 = 1,1236 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; p_2 = 0,8764 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \text{ b. } x = \frac{\Delta V}{V_0} = 0,03833$$

Bài 34. Một pittông nặng có thể chuyển động không ma sát trong một xi lanh kín đứng thẳng (như hình vẽ). Phía trên pittông có 1 mol khí, phía dưới cùng có 1 mol khí của cùng một chất khí lý tưởng. Ở nhiệt độ tuyệt đối T chung cho cả xi lanh; tỉ số các thể tích khí

là $\frac{V_1}{V_2} = n >$ Tính tỉ số $x = \frac{V_1}{V_2}$ khi nhiệt độ có giá trị $T' > T$. Dãn nở của xi lanh không đáng kể. Áp dụng bằng số $n = 2$, $T' = 2T$, tính x .

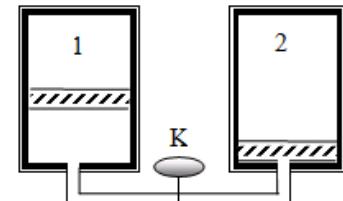
ĐS: $x=1,44$.

Bài 35. Một bình kín hình trụ đặt thẳng đứng được chia thành hai phần bằng một pittông cách nhiệt, ngăn trên và ngăn dưới chứa cùng một lượng khí như nhau của một chất khí. Nếu nhiệt độ hai ngăn đều bằng $T_1 = 400 \text{ K}$ thì áp suất ngăn dưới P_2 gấp đôi áp suất ngăn trên P_1 . Nếu nhiệt độ ngăn trên không đổi T_1 , thì nhiệt độ T_2 của ngăn dưới bằng bao nhiêu để thể tích hai ngăn bằng nhau?



ĐS: $T_2 = 700 \text{ K}$

Bài 36. Hai xi lanh cách nhiệt giống hệt nhau được nối với nhau bằng một ống cách nhiệt có kích thước nhỏ, trên ống nối có lắp một van K. Lúc đầu K đóng. Trong xi lanh 1, dưới pit-tông khối lượng M, chứa một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử có khối lượng mol μ , nhiệt độ T_0 . Trong xi lanh 2 có pit-tông khối lượng $m = M/2$ và không chứa khí. Phần trên của pit-tông trong hai xi lanh là chân không. Sau đó van K được mở để khí từ xi lanh 1 tràn qua xi lanh 2. Xác định nhiệt độ của khí sau khi khí đã cân bằng, biết rằng khi đó phần trên của pit-tông trong xi lanh 2 vẫn còn khoảng trống. Cho $v\mu/M = 0,1$, với v là số mol khí; ma sát giữa pit-tông và xi lanh là rất nhỏ.

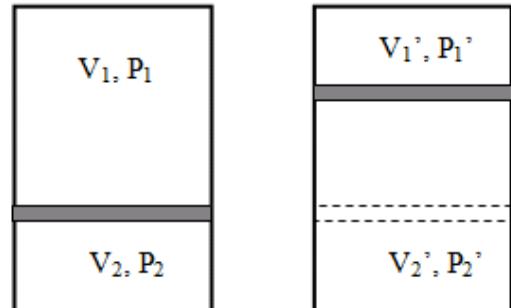


ĐS: $T = 0,98T_0$

Bài 37. Một xylanh đặt thẳng đứng, bịt kín hai đầu, được chia làm hai phần bởi một pittông nặng cách nhiệt. Cá hai bên pittông đều chứa cùng một lượng khí lý tưởng. Ban đầu khi nhiệt độ khí của hai phần như nhau thì thể tích phần khí ở trên pittông gấp $n = 2$ lần thể tích khí ở phần dưới pittông. Hỏi nếu nhiệt độ của khí ở phần trên pittông được giữ không đổi thì cần phải tăng nhiệt độ khí ở phần dưới pittông lên bao nhiêu lần để thể tích khí ở phần dưới pittông sẽ gấp $n = 2$ lần thể tích khí ở phần trên pittông ? Bỏ qua ma sát giữa pittông và xylanh.

$$\frac{T_2}{T_1} = 3$$

ĐS:

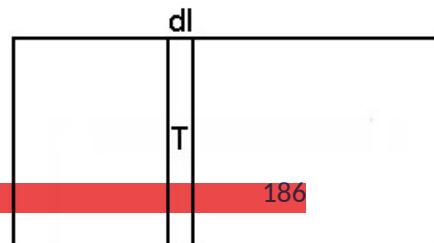


Bài 38. Một xilanh chiều dài $2l$, bên trong có một pittông có tiết diện S . Xilanh có thể trượt có ma sát trên mặt phẳng ngang với hệ số ma sát μ (hình vẽ). Bên trong xilanh, phía bên trái có một khối khí ở nhiệt độ T_0 và áp suất bằng áp suất khí quyển bên ngoài P_0 , pittông cách đáy khoảng l . Giữa bức tường thẳng đứng và pittông có một lò xo nhẹ độ cứng K . Cần phải tăng nhiệt độ của khối khí trong xilanh lên một lượng ΔT bằng bao nhiêu để thể tích của nó tăng lên gấp đôi, nếu ma sát giữa xilanh và pittông có thể bỏ qua. Khối lượng tổng cộng của xilanh và pittông bằng m .

$$\Delta T = T_0 \left(1 + \frac{2\mu mg}{SP_0} \right)$$

ĐS:

Bài 39. Một bình hình trụ nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng. Khoảng cách giữa hai đáy bình là l . Ban đầu nhiệt độ của khí là đồng đều, áp suất là T . Sau đó người ta đưa nhiệt độ của một đáy lên thành



$T_0 + \Delta T$ (ΔT rất nhỏ so với T) còn nhiệt độ của đáy kia vẫn giữ nguyên là T_0 . Nhiệt độ của khí biến đổi tuyến tính theo khoảng cách tới đáy bình. Tính áp suất P của khí.

ĐS:

$$P = P_0 \left(1 + \frac{\Delta T}{2T_0} \right)$$

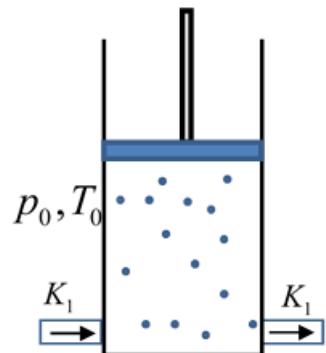
Bài 40. Một bình hình trụ kín, thẳng đứng, được chia làm hai ngăn bằng một vách ngăn có trọng lượng đáng kể và có thể trượt không ma sát bên trong hình trụ. Nhiệt độ của cả hệ là T_0 , vách ngăn ở vị trí cân bằng, khí ở ngăn trên (ký hiệu là ngăn A) có áp suất 10 kPa và có thể tích gấp 3 lần thể tích của khí ở ngăn dưới (ký hiệu là ngăn B), áp suất khí ở ngăn dưới là 20 kPa.

a) Lật ngược bình hình trụ, để cho bình thẳng đứng, ngăn B ở trên còn ngăn A ở dưới. Sau khi nhiệt độ trở về T_0 và cân bằng được thiết lập. Tính áp suất khí trong ngăn A và tỉ số thể tích khí giữa ngăn A và B khi đó.

b) Sau khi lật ngược bình như câu a thì phải làm cho nhiệt độ của cả hệ biến đổi như thế nào, để thể tích của ngăn A và ngăn B bằng nhau?

ĐS: a. 0,69; b. $T=2T_0$.

Bài 41. Dưới pittông của một xi lanh hình trụ chứa một lượng không khí. Ở thành của xi lanh có hai van: van hút khí K_1 và van thoát khí K_2 . Van hút khí K_1 mở khi độ chênh lệch áp suất của không khí ở ngoài so với trong xi lanh vượt quá $\Delta_1 = 0,2p_0$ (p_0 là áp suất khí quyển). Van thoát khí K_2 mở khi độ chênh lệch áp suất của không khí bên trong so với bên ngoài xi lanh vượt quá $\Delta_2 = 0,4p_0$. Pittông thực hiện nhiều lần chuyển động lên xuống rất chậm, sao cho thể tích không khí trong xi lanh thay đổi trong phạm vi V_0 đến $2V_0$. Nhiệt độ của hệ không đổi và bằng T_0 . Sau nhiều lần cho pittông chuyển động lên xuống ổn định. Hãy:



a. Xác định giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của lượng không khí trong xi lanh (tính theo P_0, V_0, T_0).

b. Biểu diễn quá trình diễn ra của không khí trong xi lanh ở sơ đồ p-V.

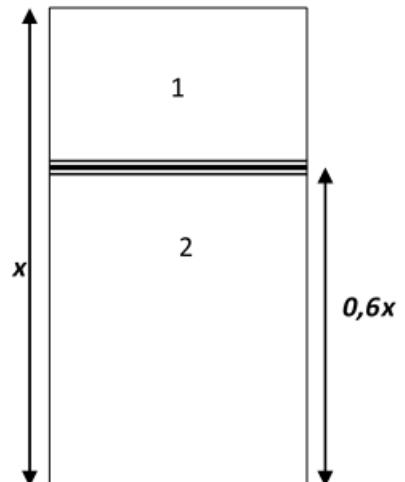
c. Trả lời hai câu hỏi của bài toán nếu $\Delta_1=0,4p_0$ còn $\Delta_2=0,2p_0$.

$$v_{\max} = \frac{1,6 P_0 V_0}{R T_0} \quad v = \frac{1,2 P_0 V_0}{R T_0}$$

ĐS: a. ; c. Lượng khí không đổi

Bài 42. Một bình kín hình trụ, đặt thẳng đứng có chiều dài x được chia thành hai phần nhờ pít tông cách nhiệt có khối lượng $m = 500\text{g}$; phần 1 chứa khí He, phần 2 chứa khí H₂ có cùng khối lượng m_0 và ở cùng nhiệt độ là 27°C. Pít tông cân bằng và cách đáy dưới một đoạn $0,6x$. Tiết diện bình là $S=1\text{dm}^2$; $g = 10\text{m/s}^2$.

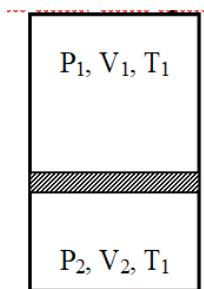
- a) Tính áp suất khí trong mỗi bình?
 b) Giữ nhiệt độ ở bình 2 không đổi, nung nóng bình 1 đến nhiệt độ 475K thì pít tông cách đáy dưới bao nhiêu?



ĐS: a. $P_1 = 1500\text{N/m}^2; P_2 = 2000\text{N/m}^2$

b. $h=0,5x$

Bài 43. Một xi lanh thẳng đứng kín hai đầu, trong xi lanh có một pittông khói lượng m (có thể trượt không ma sát). Ở trên và dưới pittông có hai lượng khí như nhau. Ban đầu ở nhiệt độ 27°C thì tỉ số thể tích phần trên và phần dưới $\frac{V_1}{V_2} = n = 4$. Hỏi nếu nhiệt độ tăng lên đến 327°C thì tỉ số thể tích phần trên và phần dưới $\frac{V'_1}{V'_2}$ là bao nhiêu?

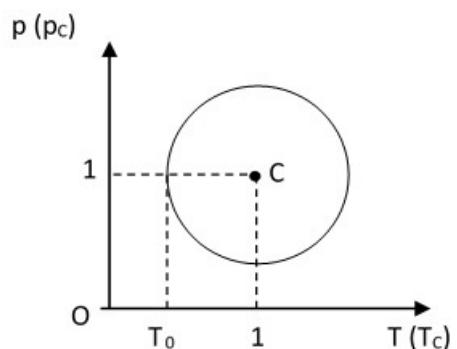


-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } \frac{V'_1}{V'_2} = 2,3$$

Bài 44. Một lượng khí lý tưởng thực hiện chu trình được biểu diễn trong hệ tọa độ p - T có dạng là một đường tròn như hình 3. Đơn vị của các trục được chọn là p_c và T_c . Nhiệt độ thấp nhất trong chu trình là T_0 .

Tìm tỷ số giữa khối lượng riêng nhỏ nhất ρ_1 và khối



Hình 3

lượng riêng lớn nhất ρ_2 của lượng khí đó khi thay đổi trạng thái theo chu trình trên.

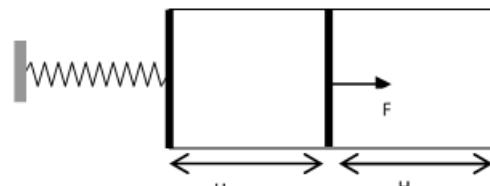
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 - \left(\frac{T_0}{T_C}\right)}{1 + \frac{T_0}{T_C}} \sqrt{1 + 2\frac{T_0}{T_C} - \left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2}$$

ĐS:

Bài 45. Cho một ống tiết diện S nằm ngang được ngăn với bên ngoài bằng 2 pittông **Pittông thứ nhất** **được nối với lò xo** như hình vẽ. **Ban đầu lò xo không biến dạng, áp suất khí giữa 2 pittông bằng áp suất bên ngoài p_0 .** Khoảng cách giữa hai pittông

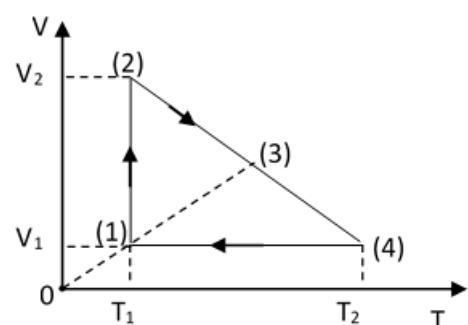
là H và bằng $\frac{1}{2}$ chiều dài hình trụ. Tác dụng lên pittông thứ 2 một lực F để nó chuyển động từ từ sang bên phải. Tính F khi pittông thứ 2 dừng lại ở biên phải của ống trụ.

$$\text{ĐS: } F = \frac{p_0 S}{2} + kH \pm \sqrt{\frac{p_0^2 S^2}{4} + k^2 H^2}$$



Bài 46. Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên. Biết :

$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$



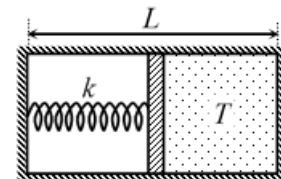
$T_1 = 100\text{K}$ và $T_4 = 300\text{K}$.

Tính $V_3 = ?$

ĐS: $V_3 = 2,2\text{m}^3$

Bài 47. Một xi lanh kín, dài L được chia làm hai phần nhờ một pistô có thể di chuyển tự do. Pistô được nối với đáy bên trái của xi lanh bằng một lò xo có độ cứng k như hình 1. Phần bên trái của xi lanh là chân không, phần bên phải chứa 1 mol khí lí tưởng. Khi nung nóng khí đến nhiệt độ T thì pistô chia xi lanh thành hai phần bằng nhau. Hãy xác định độ dài của lò xo khi không biến dạng. Bỏ qua độ dày của pistô.

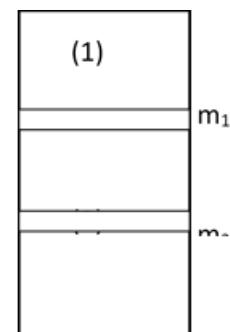
$$\text{ĐS: } l = \frac{L}{2} + \frac{2RT}{kL}.$$



Hình 1

Đáp án

Bài 48. Trong một xi lanh kín đặt thẳng đứng có hai pit tông nặng chia xi lanh thành 3 ngăn (H. 2), mỗi ngăn chứa 1 lượng khí lí tưởng như nhau và cùng loại. Khi nhiệt độ trong các ngăn là T_1 thì tỉ số thể tích các phần là $V_1 : V_2 : V_3 = 4 : 3 : 1$. Khi nhiệt độ trong các ngăn là T_2 thì tỉ số thể tích các phần là $V'_1 : V'_2 : V'_3 = x : 2 : 1$. Bỏ qua ma sát giữa các pit tông và xi lanh.



H. 2

1. Tìm x .

$$\frac{T_2}{T_1}$$

2. Tìm tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$.

$$\text{ĐS: 1. } x = \frac{16}{7}; 2. \frac{T_2}{T_1} = \frac{224}{111}$$

Bài 49. Bơm pittông ở mỗi lần bơm chiếm một thể tích khí xác định. Khi hút khí ra khỏi bình nó thực hiện 4 lần bơm. Áp suất ban đầu trong bình bằng áp suất khí quyển P_0 . Sau đó, cũng bơm này bắt đầu bơm khí từ khí quyển vào bình và cũng thực hiện 4 lần bơm. Khi đó, áp suất trong bình lớn gấp đôi áp suất khí quyển. Tìm hệ thức giữa thể tích làm việc của bơm và thể tích bình.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } \frac{V_0}{V} = 0,44$$

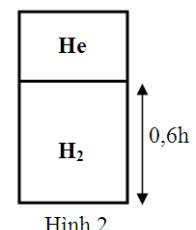
Bài 50. Một mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái theo chu trình ABC như hình 2. Nhiệt độ của khí ở trạng thái A là $T_0 = 300\text{K}$. Hai điểm B, C cùng nằm trên một đường đẳng nhiệt, đường thẳng AC đi qua gốc tọa độ O.

a, Xác định nhiệt độ của khí ở trạng thái C.

b, Xác định nhiệt độ cực đại mà khí đạt được khi biến đổi theo chu trình trên.

$$\text{ĐS: a. } T_c = 2700\text{K}; \text{ b. } T_{\max} = 3600\text{K}$$

Bài 51. Một bình kín hình trụ chiều cao h, đặt thẳng đứng và được chia làm hai phần nhô một pittông cách nhiệt như hình 2. Pittông có khối lượng $M=500\text{g}$ và có thể chuyển động không ma sát trong xi lanh. Phần trên của bình chứa khí Hêli, phần dưới của bình chứa khí Hiđrô. Biết hai khối khí có cùng khối lượng m và ban đầu ở cùng nhiệt độ $t_0=27^\circ\text{C}$, lúc này pittông nằm cân bằng ở vị trí cách đáy dưới một đoạn $0,6h$. Biết tiết diện bình là $S=1\text{dm}^2$.



Hình 2

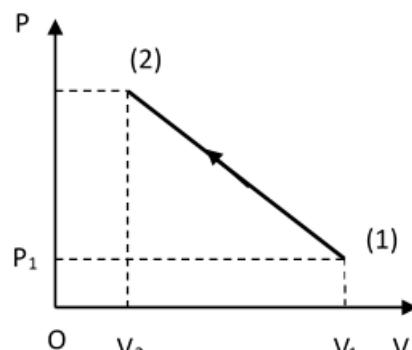
a) Tính áp suất khí trong mỗi phần bình.

b) Giữ nhiệt độ không đổi ở một phần bình, cần nung nóng phần còn lại đến nhiệt độ bằng bao nhiêu để pittông cách đều hai đáy bình.

$$\text{ĐS: a. } p_1=1500\text{Pa}; \quad p_2=2000\text{Pa}; \quad T=475\text{K}$$

Bài 52. Một bình hình trụ kín đặt thẳng đứng, có một pittông nặng cách nhiệt chia bình thành hai phần. Phần trên chứa 1mol và phần dưới chứa 2mol của cùng một chất khí. Khi nhiệt độ hai phần là $T_0 = 300\text{K}$ thì áp suất của khí ở phần dưới bằng ba lần áp suất khí ở phần trên. Tìm nhiệt độ T của khí ở phần dưới để pítông nằm ngay chính giữa bình khi nhiệt độ phần trên không đổi

$$\text{ĐS: } T=400\text{K}$$

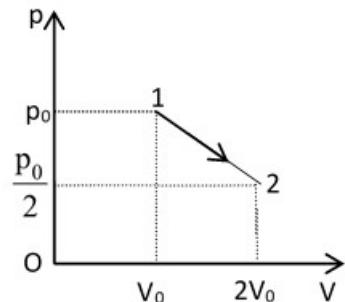


-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 53. Có **20g khí hêli** chứa trong xilanh đậy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1) → (2) theo đồ thị mô tả ở hình bên. Cho $V_1=30\text{lit}$; $p_1=5\text{atm}$; $V_2=10\text{lit}$; $p_2=15\text{atm}$. Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi. Biết khối lượng mol của hêli là 4g/mol và $R=0,082\text{atm.l/mol.deg}$.

$$\text{ĐS: } T_{\max} = 487,8\text{K}$$

Bài 54. Một mol khí lí tưởng thực hiện quá trình giãn nở từ trạng thái 1 (P_0, V_0) đến trạng thái 2 ($P_0/2, 2V_0$) có đồ thị trên hệ toạ độ P-V (hình vẽ 2).



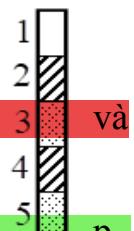
1. xác định nhiệt độ cực đại của khối khí trong quá trình đó.

2. Biểu diễn quá trình ấy trên hệ toạ độ P-T và

$$\frac{9V_0 P_0}{8R}$$

$$\text{ĐS: } T_{\max} = \frac{9V_0 P_0}{8R}$$

Bài 55. Một ống thủy tinh đặt thẳng đứng, được hàn kín ở hai đầu. Bên trong ống có chứa không khí, thủy ngân và chân không phân bố thành các phần đơn xen nhau sau: phần 3 và phần 5 chứa không khí (xem như khí lý tưởng); phần 2 và phần 4 chứa thủy ngân; phần 1 là chân không.

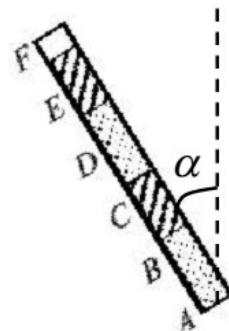


Ban đầu các phần có chiều dài bằng nhau. Áp suất khí trong phần 5 là p_0 . Người ta nghiêng ống một góc α so với phương thẳng đứng thật chậm sao cho nhiệt độ các phần khí trong ống không thay đổi. Bỏ qua mọi ma sát.

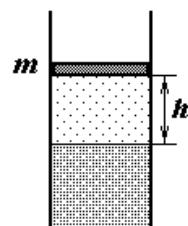
a. Khi góc $\alpha = \alpha_0$, cột thủy ngân ở phần 2 bắt đầu chạm vào đầu trên của ống. Tính α_0 .

b. Khi $\alpha = 60^\circ$. Tính áp suất tác dụng lên đầu trên của ống.

$$\text{ĐS: a. } \alpha_0 = 48,19^\circ; \text{ b. } P_F = \frac{1}{8} \left(\sqrt{\frac{11}{3}} - 1 \right) P_0$$



Bài 56. Một xi lanh dài đặt thẳng đứng được đóng kín bằng một pistôn. Trong xi lanh có chứa khí cacbon điôxit và dung dịch của khí này trong nước. Pistôn tiếp xúc khít với thành xi lanh và có thể chuyển động không ma sát dọc theo thành xi lanh. Khi khối lượng của pistôn là m_0 thì nó nằm cân bằng cách mặt nước một khoảng h_0 . Khi tăng khối lượng của pistôn lên đến m_1 thì nó hạ xuống đến độ cao



h₁ so với mặt nước. Khối lượng của pistôん cần bằng bao nhiêu để nó có thể chạm được mặt nước? Toàn bộ quá trình được coi là đẳng nhiệt. Có thể bỏ qua sự thay đổi thể tích của chất lỏng do khí tan vào, bỏ qua sự bay hơi của nước và áp suất khí quyển.

Chú thích: Độ hòa tan của khí tỷ lệ với áp suất riêng phần của khí này trên mặt chất lỏng (định luật Henry).

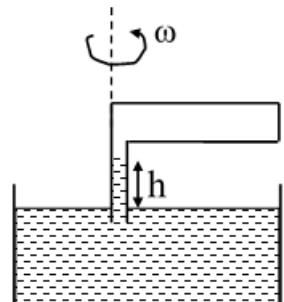
$$m = \frac{m_1 m_0 (h_0 - h_1)}{m_0 h_0 - m_1 h_1}$$

ĐS:

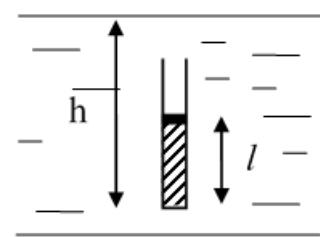
Bài 57. Một thiết bị gồm một ống mảnh thẳng đứng và một ống rộng nằm ngang nối với nhau như hình vẽ, phần thẳng đứng nhúng vào chất lỏng có khối lượng riêng ρ_1 , đầu phần ống nằm ngang bịt kín và có tiết diện lớn hơn nhiều so với tiết diện phần ống thẳng đứng. Chiều dài phần ống nằm ngang là L . Khối lượng riêng và áp suất khí quyển bên ngoài (được xem là khí lí tưởng) là ρ_a và p_a . Ban đầu áp suất và khối lượng riêng của khí bên trong ống và bên ngoài là như nhau. Cho thiết bị quay quanh một trục thẳng đứng với tốc độ góc ω . Bỏ qua sự thay đổi áp suất và khối lượng riêng không khí theo độ cao, bỏ qua hiện tượng mao dẫn và ma sát bề mặt, nhiệt độ không thay đổi trong cả quá trình. Tìm chiều cao h mà chất lỏng dâng lên trong ống thẳng đứng, lấy đến bậc 2 của ω .

$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \frac{\rho_a}{\rho_1}$$

ĐS:



Bài 58. Một ống nghiệm chứa khí hyđrô có nút đậy là một pittông khối lượng không đáng kể, dịch chuyển không ma sát trong ống. Lúc đầu ống ở ngoài không khí có áp suất P_0 . Chiều dài phần ống chứa và L . Người ta đặt ống vào một chậu thuỷ ngân có khối lượng riêng d , ống đứng thẳng, đáy ống cách mặt thoảng Hg một khoảng $h > L$ (hình vẽ).



1. Tính chiều dài mới l của phần ống chứa ? (Nhiệt độ ống giữ không đổi).

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

2. Cân bằng của nút khí ống ở trong Hg có bền hay không ?

ĐS: 1.
$$l = \frac{1}{2dg} \left[(P_0 + dgh) - \sqrt{(P_0 + dgh)^2 - 4dgP_0L} \right]$$

Bài 59. Một khinh khí cầu nằm trên mặt đất, gồm khoang chứa hàng có khối lượng là $M = 300$ kg và phần khí cầu hình cầu chứa $V = 3000$ m³ không khí. Trên khì cầu có một lỗ thông hơi nên áp suất khí bên trong khì cầu luôn cân bằng với áp suất khí quyển. Coi thể tích phần khì cầu luôn không đổi và không khì là khì lí tưởng, lưỡng nguyên tử, có khối lượng mol $\mu = 29$ g/mol. Biết ở sát mặt đất áp suất khì quyển và khối lượng riêng của không khì lần lượt là $P_0 = 1,03 \cdot 10^5$ Pa; $\rho_0 = 1,23$ kg/m³. Hằng số khì là $R = 8,31$ J/mol.K, gia tốc trọng trường được coi là không đổi theo độ cao và có giá trị $g = 9,8$ m/s². Bỏ qua khối lượng của vỏ khì cầu và thể tích của thùng hàng

1. Tính nhiệt độ T_0 của không khì ở sát mặt đất và trọng lượng P của khinh khí cầu.
2. Khi không khì bên trong khì cầu bị làm nóng, một phần không khì trong khì cầu bị thoát ra ngoài qua lỗ thông hơi. Nhiệt độ phần không khì trong khì cầu tối thiểu bằng bao nhiêu để khinh khí cầu rời khỏi mặt đất?
3. Xét trong mô hình khì quyển mà áp suất p và mật độ ρ của không khì ở cùng một độ cao tuân theo phương trình $p = A \cdot \rho^{7/5}$, trong đó A là hằng số.
 - a) Chứng tỏ rằng nhiệt độ của không khì khì quyển giảm tuyến tính theo độ cao. Tìm độ cao cực đại và độ cao khì tâm của một cột không khì khì quyển hình trụ.
 - b) Bộ phận làm nóng khì cầu được điều chỉnh thích hợp để nhiệt độ không khì bên trong khì cầu luôn lớn hơn nhiệt độ khì quyển bên ngoài một lượng không đổi. Tính độ chênh nhiệt độ tối thiểu cần thiết để khinh khí cầu có thể đạt tới độ cao của trọng tâm cột không khì khì quyển.

ĐS: 1. $T_0 = 292,22\text{K}$, $P_{KC} \approx 39102\text{N}$; 2. $T_{KC} \geq 318,1\text{K}$; 3a. $h_{max} \approx 29,907\text{km}$, $h_G \approx 6,646\text{km}$

3b. $\Delta T \approx 40,6\text{K}$

Bài 60. Một xilanh và pittonh cách nhiệt bên trong có một vách ngăn dẫn nhiệt AB (hình vẽ ; bỏ qua nhiệt dung vách ngăn). Ở trạng thái ban đầu vách ngăn chia phần trong xilanh



thành 2 ngăn. Ngăn trái chứa 1 mol khí hidro, ngăn phải chứa 1 mol khí heli. hai khí ở trạng thái cân bằng và có nhiệt độ $T_1 = 293K$.

- a) Pittong CD chuyển động chậm làm cho thể tích ngăn phải tăng lên gấp đôi. Tính nhiệt độ T của khí. Áp suất khí trong từng ngăn biến đổi như thế nào?
- b) giải lại câu a với giả thiết rằng vách ngăn có thể di động tự do?
- c) giải lại câu b với giả thiết rằng vách ngăn cách nhiệt?

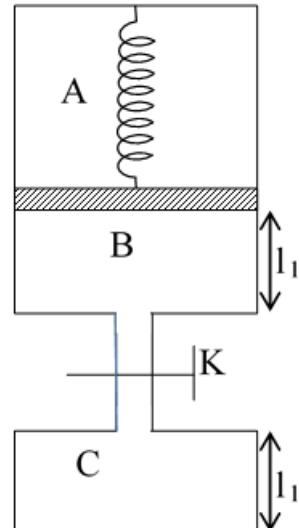
ĐS: a. $\frac{P_1}{T_1} = 0,42$, $\frac{P_2}{T_2} = 246K$, áp suất cả 2 ngăn đều giảm, nhưng trong ngăn bên phải giảm mạnh hơn trong ngăn bên trái.

b. $\frac{P_1}{T_1} = 0,35$, $\frac{P_2}{T_2} = 207K$.

Bài 61. Có một xi lanh như hình vẽ, trong xi lanh có một pitong có thể chuyển động không ma sát đồng thời chia xi lanh thành hai phần A và B. Phía dưới xi lanh nối với phần C thông qua một ống nhỏ có khóa K điều khiển. Pitong được nối với thành trên của xi lanh bằng một lò xo, khi pitong nằm sát thành dưới của xi lanh thì lò xo không biến dạng.

Lúc đầu khóa K đóng, trong B có chứa một lượng khí nhất định, trong A và C là chân không, bề cao của phần B là $l_1 = 0,1m$. Thể tích của B và C bằng nhau và lực của lò xo tác dụng lên pitong bằng trọng lượng của pitong. Sau đó mở khóa K đồng thời lật ngược hệ lại. Tính chiều cao l_2 của phần B khi pitong cân bằng.

ĐS : $l_2 = 0,17m$.



Bài 62. Một bình kín hình trụ nằm ngang chứa đầy khí lý tưởng. Khoảng cách giữa hai đáy bình là l. Ban đầu nhiệt độ của khí là đồng đều ở T_0 . áp suất của khí là p_0 . Sau đó người ta đưa nhiệt độ của một đáy lên $T_0 + \Delta T$. ($\Delta T \ll T$) còn nhiệt độ của đáy kia vẫn giữ ở T_0 . Nhiệt độ của khí biến đổi tuyến tính theo khoảng cách tới đáy bình.

- a, Tính áp suất p của khí.

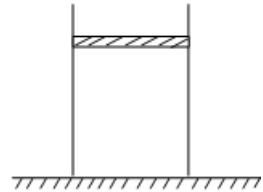
b, Tính độ dời khối tâm của lượng khí trong bình cho biết :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots \quad (x < 1)$$

ĐS:a. $P \approx P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} \right)$; b. $x_G = \frac{l}{12} \frac{\Delta T}{T_0}$

Bài 63. Một xi lanh như hình vẽ, chứa khí lý tưởng, được đóng kín bằng một pittông khối lượng M, tiết diện S, có thể chuyển động trong xilanh. Lúc đầu giữ pittông ở vị trí sao cho áp suất trong bình bằng áp suất khí quyển bên ngoài.

Thành xilanh và pittông đều cách nhiệt.



Buông pittông, pittông chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí cuối cùng có độ cao h so với đáy xilanh. Tuy nhiên, trước khi đạt đến vị trí cân bằng này, pittông đã thực hiện những dao động nhỏ. Giả sử trong giai đoạn pittông dao động nhỏ, quá trình biến đổi của khí là thuận nghịch, hãy tính tần số góc dao động nhỏ đó.

ĐS: $\omega = \sqrt{\frac{\gamma(Mg + p_0 S)}{Mh}}$

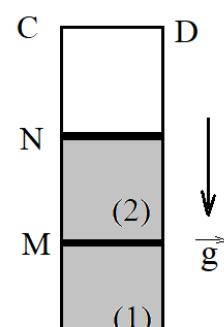
Bài 64. Một xi lanh hình trụ đứng, hai mặt đáy AB và CD được hàn kín, bên trong có hai piston M và N mỏng, cùng khối lượng, có thể dịch chuyển không ma sát theo thành xi lanh.

Ban đầu xi lanh đặt thẳng đứng, đáy AB ở dưới thì hai piston M,N chia xi lanh thành ba phần, có hai phần (1) và (2) chứa cùng loại khí lí tưởng, phần còn lại tiếp xúc đáy CD là chân không (Hình 5), khi đó phần khí (1) có áp suất là p_0 , thể tích V_0 .

Sau đó ta lật ngược xi lanh lại, sao cho đáy AB ở trên và đáy CD ở dưới. Biết khí bên trong xi lanh biến đổi đẳng nhiệt. *Coi khối lượng khí rất nhỏ so với khối lượng piston*. Hãy tìm:

a) áp suất mặt trong đáy CD lúc sau theo p_0 .

b) thể tích mỗi phần khí lúc sau V_0 .



Hình 5

ĐS: a. $P = (1 + \frac{1}{\sqrt{6}})P_0$; b. $V_1 = V_0 \sqrt{6} = \sqrt{6} l$, $V_2 = (3 - \sqrt{6})V_0$

CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU

VII.1 CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG

Bài 1. Một đồng hồ nước được sử dụng phổ biến ở thời Hy lạp cổ đại, được thiết kế dưới dạng bình chứa nước với lỗ nhỏ O (hình vẽ). Thời gian được xác định theo mực nước trong bình. Hãy xác định hình dạng của bình để các vạch chia thời gian là đồng đều (các vạch cách nhau cùng độ cao chỉ các khoảng thời gian bằng nhau). Nút A, B để thông khí.



ĐS: Hình dạng của bình tỉ lệ với x^4 , với x,y là tọa độ thành bình.

Bài 2. Dùng một ống nhỏ có bán kính $a = 1\text{mm}$ để thổi bong bóng xà phòng. Khi bong bóng có bán kính R thì ngừng thổi và để hở ống. Bong bóng sẽ nhỏ lại. Hãy tính thời gian từ khi bong bóng có bán kính $R = 3\text{cm}$ đến khi bong bóng thu lại có bán

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

kính bằng a? Coi không khí trong bóng ở quá trình thu nhỏ là đồng nhiệt. Cho suất căng mặt ngoài của nước xà phòng là $\sigma = 0,03 \text{ N/m}$ và khối lượng riêng của không khí ở trong khí quyển trái đất là $\rho = 1,3 \text{ g/l}$.

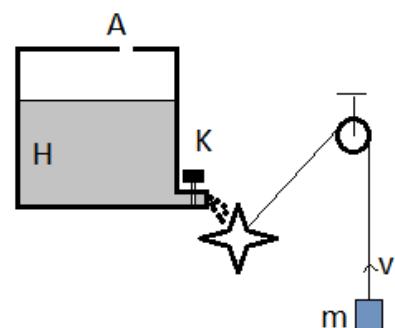
$$\text{ĐS: } t = \frac{2}{7} \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}} \cdot \frac{R^{7/2}}{a^2} \approx 12,4(s)$$

Bài 3. Một học sinh tự lắp ráp mô hình tuabin nước như sau: Nước từ thùng lớn chảy ra qua lỗ nhỏ diện tích $S=1\text{cm}^2$ ở sát đáy thùng đập vào cánh của tuabin. Trục quay của tuabin có sợi dây mảnh nhẹ quấn quanh và vắt qua ròng rọc, đầu còn lại buộc vào vật nhỏ m. Thiết bị này có thể nâng vật $m=100\text{g}$ với vận tốc nào đó như hình vẽ.

a. Xác định hiệu suất của mô hình nói trên, lấy độ cao nước trong thùng là $H=0,2\text{m}$ và vận tốc nâng vật nặng là $v_1=2\text{cm/s}$

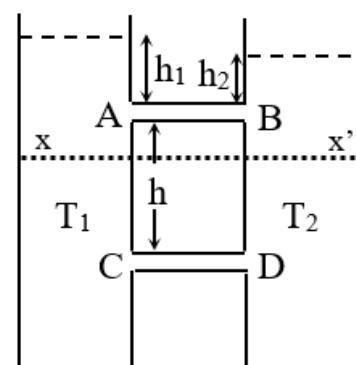
b. Sau khi làm song thí nghiệm thứ nhất, đóng khóa K và nút kín lỗ A ở nắp thùng rồi đem phơi nắng để thùng nóng lên đáng kể. Bây giờ mở khóa K thì thấy mô hình hoạt động mạnh hẳn lên, cụ thể vật nặng được nâng lên với vận tốc $v_2=5\text{cm/s}$. Vẫn coi mức nước trong thùng là $H=0,2\text{m}$, hiệu suất mô hình vẫn như trước. Hãy xác định áp suất trong thùng thay đổi bao nhiêu. Cho khối lượng riêng của nước là 1000kg/m^3 , $g=10\text{m/s}^2$.

$$\text{ĐS: a. } \eta = \frac{2mg.v_1}{\rho S(\sqrt{2gH})^3} = 5\% ; \text{ b. } \Delta p \approx 1684(\text{Pa}).$$



Bài 4 (trích đề thi HSGQG). Hai bình cao chứa nước, được nối với nhau bằng hai ống AB và CD tiết diện ngang nhỏ giống nhau, nằm ngang, song song và cách nhau độ cao h (hình vẽ). Nước ở hai bình được giữ ở nhiệt độ T_1 và T_2 ($T_1 > T_2$). Để giữ cho nhiệt độ hai bình không đổi thì phải truyền một nhiệt lượng với công suất nhiệt P nào đó từ nguồn nhiệt vào bình nóng hơn và lấy ra từng ấy từ bình lạnh hơn. Bỏ qua hiện tượng dính ướt, bỏ qua sự trao đổi nhiệt với bên ngoài và sự dẫn nhiệt của ống.

a. Xác định khoảng cách từ mức nước AB đến mức nước xx' mà áp suất ở mức đó trong hai bình bằng nhau. Tính hiệu áp suất ở hai đầu các ống AB và CD.



b. Tính công suất nhiệt đưa vào các bình nóng (hoặc lấy đi khỏi bình lạnh).

Biết rằng:

+ Khối lượng riêng ρ của nước phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối T theo định luật

$$\rho = \rho_0 - \alpha(T - T_0),$$

trong đó ρ_0, T_0, α là các hằng số.

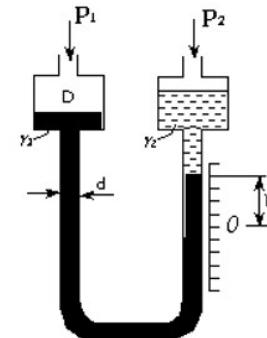
+ Trong một đơn vị thời gian, qua một điểm bất kì của ống có một lượng nước

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = k\Delta p$ chảy qua (trong đó Δp là hiệu áp suất ở hai đầu ống; k là hệ số xác định).

+ Mặt thoáng của chất lỏng trong bình nóng cao hơn ống AB đoạn h_1 , mặt thoáng của chất lỏng trong bình lạnh cao hơn ống AB đoạn h_2 . Cho nhiệt dung riêng của nước là C .

$$\text{ĐS : a. } x = h/2; \Delta p = p_A - p_B = \frac{\alpha hg(T_1 - T_2)}{2}; \text{ b. Công suất nhiệt: } P = \frac{\alpha khgC(T_1 - T_2)^2}{2}$$

Bài 5. Một áp kế vi sai gồm một ống chữ U đường kính $d = 5\text{mm}$ nối hai bình có đường kính $D = 50\text{mm}$ với nhau. Máy đựng đầy hai chất lỏng không trộn lẫn với nhau, có trọng lượng riêng gần bằng nhau: dung dịch rượu êtylic trong nước ($\gamma_1 = 8535 \text{ N/m}^3$) và dầu hỏa ($\gamma_2 = 8142 \text{ N/m}^3$). Lập quan hệ giữa độ chênh lệch áp suất $\Delta p = p_1 - p_2$ của khí áp kế phải đo với độ dịch chuyển của mặt phân cách các chất lỏng (h) tính từ vị trí ban đầu của nó (khi $\Delta p = 0$). Xác định Δp khi $h = 250\text{mm}$.



$$\text{ĐS: } \Delta p = h \left[(\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2} \cdot (\gamma_1 + \gamma_2) \right] = 140 \text{ N/m}^2$$

Bài 6. Một bình hở có đường kính $d = 500 \text{ mm}$, đựng nước quay quanh một trục thẳng đứng với số vòng quay không đổi $n = 90 \text{ vòng/phút}$.

- Viết pt mặt đẳng áp và mặt tự do, nếu mực nước trên trục bình cách đáy $Z_0 = 500\text{mm}$.

- Xác định áp suất tại điểm ở trên thành bình cách đáy là $a = 100\text{mm}$.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

- Thể tích nước trong bình là bao nhiêu, nếu chiều cao bình là $H = 900\text{mm}$.

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

ĐS: a. Phương trình mặt đẳng áp là :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + z_0$$

Phương trình mặt tự do:

$$b. p_d = \gamma h + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} = 6697 \text{ N/m}^2$$

Bài 7. (Đề thi chọn dự tuyển APHO 2015): Một giọt mưa được hình thành và rơi xuyên qua đám mây chứa các hạt nước nhỏ li ti, phân bố đều và nằm lơ lửng trong không trung. Trong khi rơi, giọt mưa tích dần nước bằng việc nhập tất cả những hạt nước nhỏ trên đường mà nó quét qua đám mây. Ta giả thiết một cách lí tưởng hóa bài toán này: Không khí không làm ảnh hưởng đến chuyển động của giọt mưa, kích thước ban đầu của giọt mưa nhỏ không đáng kể và giọt mưa luôn có dạng hình cầu. Khối lượng riêng của giọt mưa và của đám mây hơi nước tương ứng là ρ , ρ_o và được coi là các hằng số.

a. Bán kính giọt mưa r phụ thuộc vào thời gian t theo một hàm số $r(t)$ nào đó. Lập phương trình vi phân của hàm này.

$$r(t) = A \left(\frac{\rho_o}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^\gamma$$

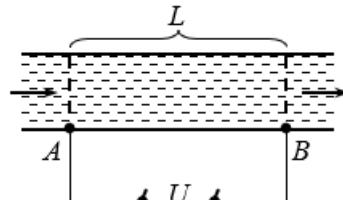
b. Giả thiết $r(t)$ có dạng: , trong đó A , α , β , γ là các hệ số không thứ nguyên và A là một số không phụ thuộc vào tham số nào; g là gia tốc trọng trường. Xác định các giá trị của các hệ số A , α , β , γ

c. Tìm gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây.

$$\text{ĐS: a. } \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{1}{4} \frac{\rho_o}{\rho} g = 0 ; b. \alpha = \beta = 1, \gamma = 2, A = \frac{1}{56} ; c. a = \frac{g}{7}$$

Bài 8. Một chất lỏng dẫn điện chảy theo một cái ống với tốc độ không đổi V . Điện trở suất của chất lỏng là d , khối lượng riêng của nó là ρ . Người ta đặt ngang vào lòng ống hai cái lưới dẫn điện A và B (có điện trở không đáng kể)

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



để cho chất lỏng chảy qua như hình 2. Khoảng cách giữa hai lưới bằng L . Các lưới được nối với điện áp U . Hãy xác định nhiệt độ ổn định của chất lỏng trong lòng ống ở các vị trí phụ thuộc vào khoảng cách tới lưới A.

Chất lỏng không biến đổi về mặt hóa học sau khi chảy qua ống và có nhiệt dung riêng C . Tốc độ truyền nhiệt trong chất lỏng coi không đáng kể so với V . Bỏ qua sự mất mát nhiệt, chất lỏng chảy vào ống có nhiệt độ T_0 .

ĐS:

* Phía bên trái lưới A (tức là $x < 0$): Nhiệt độ chất lỏng bằng nhiệt độ ban đầu $T = T_0$

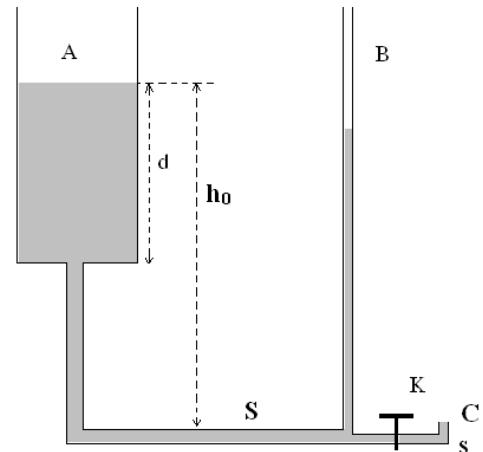
$$T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL^2}x.$$

* Khoảng giữa hai lưới ($0 < x < L$):

* Phía bên phải lưới B nhiệt độ không tăng thêm mà bằng nhiệt độ tại lưới B (khi $x=L$):

$$T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL}.$$

Bài 9. Trong hình vẽ, A là bể chứa nước có thể tích rất lớn (nên hiểu $S_A \gg S$). Ống cái nằm ngang có tiết diện S , nối với vòi có tiết diện s . B là một ống nhỏ thẳng đứng, K là khóa. Độ cao mặt nước trong bể là h_0 , cao hơn đáy bể khoảng d .



1) Khóa K mở

a. Nước từ vòi C phun ra lên đến độ cao nào (bỏ qua sức cản của không khí).

b. Tính vận tốc nước trong ống cái.

c. Tính độ biến thiên áp suất tĩnh ở đầu ống cái.

d. Trong ống B nước dâng lên đến độ cao nào?

2. Nước đang chảy thì ta đóng khóa K trong thời gian Δt rất ngắn. Người ta thấy nước trong ống B vọt lên cao lớn hơn h_0 . Hãy giải thích hiện tượng này biết rằng khi đóng khóa thì có một phần nước trong ống cái bị chặn đột ngột; phần này dài $l = u \Delta t$, u là vận tốc của âm trong nước bằng 1500m/s.

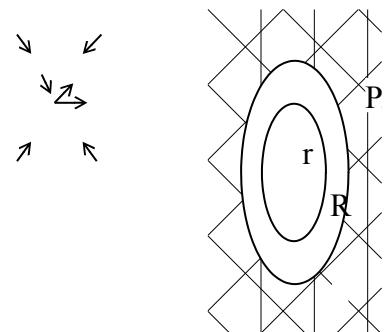
$$_0; b. v_0 = \frac{S}{S} \sqrt{2gh_0}; c. \Delta P_M = \frac{\rho}{2} v_M^2; d. h_1 = h_0 \left[1 - \left(\frac{S}{S} \right)^2 \right] < h_0$$

Đáp số: 1.a. $h = h$

Bài 10. Trong chất lỏng khói lượng riêng ρ hình thành một khoảng trống hình cầu bán kính R . Áp suất trong chất lỏng là P . Hãy xác định vận tốc biên của khoảng trống tại thời điểm khi bán kính của nó đạt giá trị r .

$$v = \sqrt{\frac{2P}{3\rho} \left(\frac{R^3}{r^3} - 1 \right)}$$

Đáp số:



Bài 11. Nêu phương án thí nghiệm.

Nước được đổ lung chừng trong một cái bình kim loại mỏng, miệng rất nhỏ. Trong bình có một vật hình trụ, đặt thẳng đứng, chìm hoàn toàn và nằm ở đáy bình. Một sợi chỉ được buộc vào tâm mặt trên của vật và đầu tự do của sợi chỉ được luồn qua miệng bình ra ngoài.

Cho các dụng cụ: một lực kế, một tờ giấy kẻ ô tới mm và một cái thước, hãy nêu cách làm thí nghiệm để xác định khói lượng riêng ρ của vật trong bình, chiều cao l của vật, chiều cao mực nước h trong bình khi vật còn chìm trong đó, chiều cao mực nước h_0 trong bình khi đã đưa vật ra khỏi nước. Khối lượng riêng ρ_0 của nước đã biết.

VII.2 CHẤT LƯU THỰC

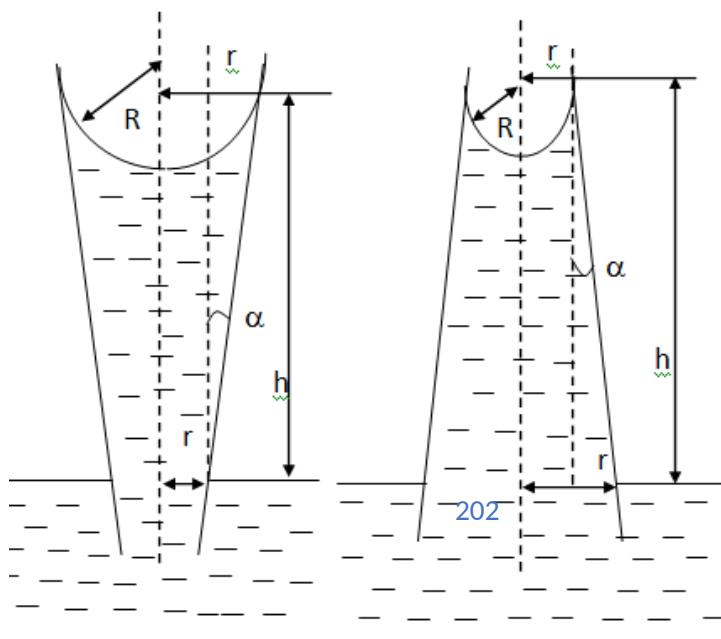
Bài 1. Một đĩa mỏng nằm ngang có bán kính $R = 10\text{cm}$, được đặt trong một hốc hình trụ có dầu, hệ số nhớt của dầu là $\eta = 8 \cdot 10^{-3}$, vận tốc góc 60rad/s , bề dày $h=1\text{mm}$. Bỏ qua các hiệu ứng bờ. Tính công suất quay đĩa.

$$\text{ĐS: } P = \pi \eta \frac{\omega^2}{h} r^4$$

Thay số: $P =$

$$\pi \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{60^2}{10^{-3}} \cdot 0,1^4 = 9,05 \text{W}$$

Bài 2. Giọt nước rơi đều trong không khí. Bán kính độ cong R_1 của bờ mặt giọt nước tại điểm trên mặt khác với bán kính độ cong R_2



tại điểm dưới của mặt như thế nào? nếu khoảng cách giữa hai điểm này bằng $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{m}$? Hệ số sức căng bề mặt của nước bằng $\sigma = 7 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$.

$$\frac{Dgd^3}{8\sigma} \approx 0,14 \text{ mm}$$

ĐS: $R_1 - R_2 =$

Bài 3. Hãy tìm độ cao cột chất lỏng dâng lên trong hai ống mao dẫn rộng dần và hẹp dần. Góc ở đỉnh hình nón do ống mao quản tạo thành bằng 2α rất bé. Hệ số sức căng bề mặt của chất lỏng σ . Cho biết sự dính ướt xảy ra toàn phần.

$$h = \frac{-r_0 + \sqrt{r_0^2 + 8\delta \sin \alpha / \sigma g}}{2 \tan \alpha}$$

ĐS: $h =$

Trong trường hợp ống rộng dần ta có $k = 1$
và ống hẹp dần $k = -1$.

Bài 4 Hai bong bóng xà phòng bán kính R_1 và R_2 hợp thành một bong bóng bán kính R_3 . Tìm áp suất khí quyển nếu hệ số sức căng bề mặt của xà phòng bằng σ .

$$P_a = \frac{2\sigma(R_1^2 + R_2^2 - R_3^2)}{(R_3^3 - R_2^3 - R_1^3)}$$

Đáp số.

Bài 5. Không gian giữa hai hình trụ đồng trục độ cao $L = 20 \text{ cm}$ chứa đầy khí Hydro. Bán kính hình trụ bên trong là $R_1 = 4 \text{ cm}$ bên ngoài là $R_2 = 4,1 \text{ cm}$. Hình trụ bên ngoài quay với vận tốc góc $n = 5 \text{ vòng/s}$. Để cho hình trụ bên trong không quay người ta phải giữ nó bằng mômen lực $M = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ N.m}$

Hãy tìm vận tốc các lớp khí trong khoảng không gian giữa các hình trụ như hàm của khoảng cách tới trục của nó $v = v(r)$ và xác định hệ số ma sát nội của khí Hydro. Bỏ qua các hiệu ứng biên.

$$v(r) = \frac{Mr}{4\pi L\eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2} \right); \quad \eta = \frac{M}{8\pi^2 L n} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)$$

Đáp số:

Đặt các giá trị số vào ta được :

$$\eta = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \text{ or } = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ N.s/m}^2$$

Bài 6. Một ống trụ thẳng đứng có độ cao h , bán kính R được bịt kín đáy dưới chứa đầy nước. Đầu hở phía trên của ống được nối với một bình chứa nước rất lớn. Đầu bịt kín phía dưới được mở ra tại thời điểm $t=0$.

a. Bỏ qua hiện tượng nhót hãy chứng minh rằng biểu thức cho vận tốc dòng nước trong ống ở thời điểm t và chỉ ra rằng sau một khoảng thời gian dài vận tốc đó tiến tới giá trị $\sqrt{2gh}$

b. Nếu như hiện tượng nhót của nước được tính đến thì vận tốc của dòng nước ở trung tâm ống sau một thời gian dài tiến tới giá trị

$$v_o = \sqrt{4gh + k^2} - k \quad \text{với} \quad k = \frac{8\eta h}{\rho R^2}$$

Biết lực ma sát nhót giữa hai lớp chất lỏng là $F_{ms} = \eta S \frac{dv}{dr}$; η là hệ số nhót, S là diện tích mặt tiếp xúc hai lớp chất lỏng, $\frac{dv}{dr}$ là gradien của vận tốc, r tính từ tâm dòng chảy

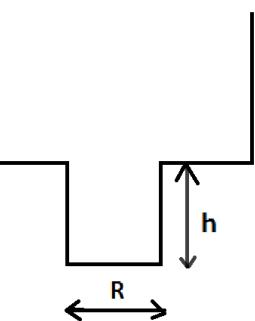
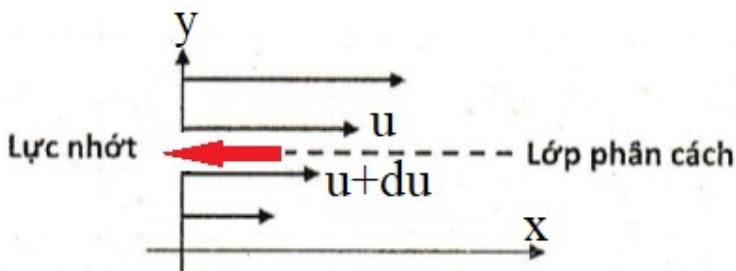
Bài 7. Khí có lực tác dụng lên bề mặt biên của một chất lưu, thì tốc độ dòng chảy tại các vị trí khác nhau sẽ khác nhau. Với chất lưu nhót, lực nhót xuất hiện khi hai lớp chất lưu kề nhau chảy với tốc độ khác nhau. Như biểu diễn hình vẽ, độ nhót của chất lưu được định nghĩa bởi biểu thức:

$$F = -\mu \frac{du}{dy} \Delta A$$

Trong đó F là lực nhót tác dụng lên chất lưu tại lớp phân cách có diện tích tiếp xúc ΔA

$$\frac{du}{dy}$$

theo phưương x , u là thành phần vận tốc theo trục x , còn $\frac{du}{dy}$ là gradient của vận tốc. Trong bài này, ta sử dụng thuyết động học khí để phân tích độ nhót.



Gọi τ là khoảng thời gian trung bình giữa hai va chạm liên tiếp của một phân tử khí với các phân tử khí khác. Phân tử thứ I chuyển động với vận tốc v_i theo hướng bất kì, vận tốc trung bình theo phương x ở độ cao y là $u(y)$.

a. Xét lớp không khí ở độ cao y. Lập biểu thức động lượng trung bình theo phương x của phân tử ở độ cao $y + \Delta y$.

b. Một phân tử tới lớp độ cao y, thành phần vận tốc của nó theo phương y là v_y . Xác định Δy chênh lệch độ cao với lớp đang xét của điểm mà phân tử va chạm lần cuối cùng trước đó.

c. Xác định độ chênh lệch giữa động lượng trung bình theo phương x của các phân tử tới có v_y khi đến độ cao y với động lượng trung bình theo phương x của các phân tử ở lớp đó.

d. Khối khí chứa n phân tử trong 1 đơn vị thể tích. Xác định tốc độ truyền động lượng theo phương x qua diện tích ΔA . Từ đó tìm biểu thức gần đúng cho độ nhớt của chất lưu dựa theo thuyết động học chất khí. Nếu xét đến sự phụ thuộc của τ vào nhiệt độ T, hãy chứng minh rằng μ tỷ lệ thuận với \sqrt{T}

Đáp số.

$$a. m(u + \frac{du}{dy} \Delta y); b. \Delta y = -v_y \tau; c. -\tau m v_y \frac{du}{dy}$$

Bài 8. (Trích đề thi HSGQG 2010)

Xác định đường kính phân tử khí

Trong ống hình trụ có đường kính nhỏ, chất khí chảy ổn định theo các đường dòng song song với trục ống. Tốc độ các dòng chảy giảm dần từ trục ống ra thành ống do lực nội ma sát giữa các dòng chảy (ống dòng). Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở trục ống và bằng không

ở sát thành ống. Lực nội ma sát giữa hai lớp chất khí sát nhau $f_{ms} = \eta A \frac{dv}{dr}$ với A là diện

tích tiếp xúc giữa hai lớp chất khí, $\frac{dv}{dr}$ là độ biến thiên tốc độ trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với dòng chảy, η là độ nhớt ma giá trị của nó phụ thuộc vào

đường kính phân tử d và nhiệt độ T của chất khí theo công thức sau $\eta = \frac{2}{3d^2} \left(\frac{mk_B T}{\pi^3} \right)^{\frac{1}{2}}$ với m là khối lượng phân tử khí, k_B là hằng số Boltzmann.

Cho các dụng cụ sau:

- Bình chứa khí nitơ có áp suất khí đầu ra không đổi;
- 01 van dùng để thay đổi lưu lượng chất khí;
- 01 ống mao quản hình trụ có chiều dài L , bán kính ống R
- 01 thiết bị đo lưu lượng khí;
- 01 áp kế nước chữ U;
- Nhiệt kế đo nhiệt độ phòng và các ống dẫn, khớp nối cần thiết.

Hãy:

- Thiết lập công thức tính lưu lượng khí chảy qua ống theo kích thước ống, độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống và độ nhớt của chất khí.
- Đề xuất phương án thí nghiệm: vẽ sơ đồ thí nghiệm và nêu các bước tiến hành thí nghiệm để xác định đường kính phân tử khí nitơ.

CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ

Bài 1. Biết khối lượng của 1 mol nước $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ kg và 1mol có $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ phân tử. Xác định số phân tử có trong 200 cm^3 nước. Khối lượng riêng của nước là $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

ĐS: $6,7 \cdot 10^{24}$ phân tử.

Bài 1bis. Tìm khối lượng của tất cả các phân tử bay ra từ 1cm^2 của mặt nước ở 100°C vào hơi bão hòa. Biết rằng có $\eta = 3,6\%$ phân tử đi từ hơi vào nước bị giữ lại.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: $0,35 \text{ g/s.cm}^2$

Bài 2. Một lượng khí khói lượng 15kg chứa $5,64 \cdot 10^{26}$ phân tử. Phân tử khí này gồm các nguyên tử hidro và cacbon. Hãy xác định khối lượng của nguyên tử cacbon và hidro trong khí này. Biết một mol khí có $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ phân tử.

ĐS: $m_{H_2} \approx 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m_C \approx 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

Bài 3. Một chất khí lý tưởng ở trạng thái ban đầu áp suất P_0 , được dãn đẳng nhiệt tới thể tích $V_2 = 3V_1$. Sau đó khí được nén đoạn nhiệt trở về thể tích ban đầu, áp suất sau khi nén là $P_3 = 3^{1/3}P_0$. Hãy

- Tìm áp suất sau khi dãn P_2 và xác định khí là đơn nguyên tử hay lưỡng nguyên tử, đa nguyên tử?
- Động năng trung bình của một phân tử khí ở trạng thái cuối so với trạng thái đầu thay đổi như thế nào?

$$\frac{\overline{W}_3}{\overline{W}_1} = 1,44$$

ĐS: a. i=6; b.

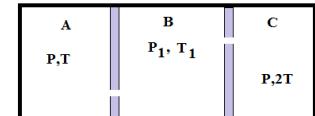
Bài 4. Một bóng đèn có thể tích $V = 1$ lít ở nhiệt độ 20°C . chứa khí H_2 ở áp suất $p = 10^{-4}\text{mmHg}$. Ở thời điểm $t = 0$, dây tóc có diện tích mặt ngoài $0,2\text{cm}^2$ được đốt nóng đỏ, ở điều kiện đó, phân tử H_2 đập vào dây tóc bị phân li thành các nguyên tử H và dính vào thành ống thủy tinh của bóng đèn sau va chạm.

- Tìm quãng đường tự do của phân tử H_2 -
- Tìm áp suất khí H_2 trong đèn ở thời điểm t.
- Sau bao lâu áp suất khí trong đèn bóng bằng 10^{-7}mmHg

Bỏ qua sự thay đổi nhiệt độ khí do bị đốt nóng. Đường kính hiệu dụng của nguyên tử H là $d = 2,3 \cdot 10^{-8}\text{cm}$

$$\text{ĐS. b. } P = P_0 \exp\left(-\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} t\right); \text{ c. } t = 1,084 \text{ (s)}$$

Bài 5. Một buồng B cách nhiệt được thông bằng 2 lỗ nhỏ giống nhau với 2 buồng A và C (chứa cùng 1 chất khí lí tưởng). Người ta giữ áp suất ở 2 buồng đó



không đổi và bằng P; giữ nhiệt độ ở buồng A bằng T và nhiệt độ buồng C bằng 2T . Tính áp suất P_1 và nhiệt độ T_1 ở buồng B khi đã có trạng thái dừng trong buồng ấy.

$$T_1 = T\sqrt{2}; P_1 = P \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}$$

ĐS:

Bài 6. Một bình hình trụ kín bán kính $r = 10\text{cm}$ đặt nằm ngang, chứa nước tới một nửa (hình 3), có hệ thống đưa không khí vào và ra khỏi bình. Bơm không khí vào bình với tốc độ nhỏ và không đổi. Nhiệt độ của không khí và nước bằng 20°C . Độ ẩm của không khí thổi vào bình là $f = 60\%$. Biết rằng ở nhiệt độ đã cho có $\eta = 4\%$ phân tử hơi nước đập vào mặt nước và được chuyển sang thể lỏng. Xác định thời gian để toàn bộ nước trong bình bị bay hơi hết. Cho biết áp suất hơi nước bão hòa ở 20°C là $P_0 = 2,3\text{kPa}$. Bỏ qua sự ngưng tụ của nước ở thành bình, xem hơi nước là khí lí tưởng. Biết hằng số chất khí $R = 8,31(\text{J/mol.K})$, khối lượng riêng của nước $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, khối lượng mol của nước là $\mu = 18\text{gam}$.

ĐS: 41phút45 giây

Bài 7. Tính gần đúng khối lượng hơi nước bay hơi trong 1s từ 1m^2 của mặt hồ ở nhiệt độ $T=300\text{K}$. Sự bay hơi này tạo thành một lớp hơi bão hòa có áp suất $P=3,5\text{kPa}$. Giả thiết

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad \text{với } \mu = 0,018\text{kg/mol}$$

các phân tử hơi nước có vận tốc trung bình

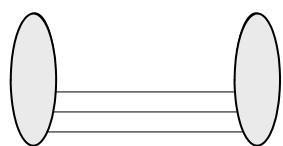
$$M = p \sqrt{\frac{\mu}{12RT}} \approx 2,7\text{kg/sm}^2$$

ĐS: Khối lượng hơi nước trong 1s từ 1m^2 :

Bài 8. Một bình cách nhiệt có một lỗ thong với bên ngoài . Bên ngoài là chất khí ở nhiệt độ T và áp suất P đủ thấp để các phân tử khí bay qua lỗ không va chạm vào nhau. Người ta giữa nhiệt độ khí trong bình là $4T$. Tính áp suất P_1 trong bình khi đã có trạng thái dừng(không đổi với thời gian) trong bình.

ĐS: $P_1=2P$

Bài 9 Cho một bình chứa khí lý tưởng ở áp suất p (lớn hơn áp suất bên ngoài) và nhiệt độ T. Trên thành bình có một lỗ nhỏ đến mức trung bình không có dòng đáng kể trong bình khi khí thoát ra ngoài qua lỗ. Coi p và T là không đổi trong quá trình khoảng thời gian



quan sát. Bỏ qua ma sát và coi quá trình là đoạn nhiệt, tìm vận tốc của dòng khí (khi đã đạt tới trạng thái dừng) ở điểm có nhiệt độ T_1

$$\text{ĐS. } v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_p (T - T_1)}$$

Bài 10 Một chất khí thoát đoạn nhiệt từ một bình chứa khí theo một ống nằm ngang tiết diện S nhỏ. Áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 trong bình được giữ không đổi và khối lượng riêng ρ_0 ; khối lượng mol là n . Áp suất bên ngoài là p . Giả sử rằng khí là lý tưởng và tiết diện của ống nhỏ đến nỗi có thể bỏ qua vận tốc dòng của khí trong bình. Tìm vận tốc v của khí và lượng khí q thoát ra trong đơn vị thời gian.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}, \quad q = S \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \rho_0 p_0 \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

Bài 11. Một hỗn hợp khí giãn nở vào chân không qua một ống có tiết diện bé. Xác định vận tốc chảy đoạn nhiệt của hỗn hợp hai khí lưỡng nguyên tử và khối lượng mol là μ_1 và μ_2 . Số phân tử khí thứ nhất gấp k lần số phân tử khí thứ hai. Nhiệt độ hỗn hợp là T .

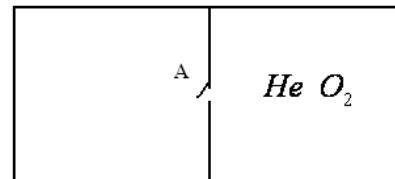
$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{2(k+1)}{k\mu_1 + \mu_2} \frac{7}{2} R T}$$

Bài 12. Các nhà thực nghiệm cần một chùm nguyên tử Xenon có vận tốc 1 km/s. Khối lượng nguyên tử Xenon là 131u

- a. Khí Xe ở nhiệt độ nào để khi giãn nở vào chân không sẽ cho vận tốc này.
- b. Hỗn hợp khí hydro với một lượng nhỏ Xe ở nhiệt độ trong phòng thoát vào chân không cho nguyên tử Xe có vận tốc là bao nhiêu?

ĐS: a. $T=3150K$; b. $v=3000m/s$

Bài 13. Trong ngăn bên phải của một bình chứa hỗn hợp hai khí Heli và Ôxy với áp suất riêng phần bằng nhau. Ngăn bên trái là chân không. Mở lỗ thông A trong một thời gian ngắn rồi đóng lại. Tính tỉ số áp suất riêng phần của Heli và Ôxy trong ngăn bên trái?



$$\frac{p_{He}}{p_{O_2}} = 2\sqrt{2}$$

ĐS:

Bài 14. Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.

Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.

Bình Dewar là một cái bình có hai thành tráng bạc ở mặt đối diện (để giảm bức xạ), giữa hai thành là khí kém (để giảm dẫn nhiệt). Áp suất của khí giữa hai thành bình nhỏ đến mức quang đường tự do trung bình của phân tử lớn hơn kích thước của bình nhiều lần. Phích nước là một kiểu bình Dewar.

a. Thiết lập công thức cho sự phụ thuộc của mật độ dòng NHIỆT truyền qua thành bình vào nhiệt độ ở hai thành bình và vào mật độ phân tử ở khoảng giữa hai thành bình. Khí giữa hai thành bình là đơn nguyên tử (*Mật độ dòng nhiệt bằng nhiệt lượng truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền nhiệt trong một đơn vị thời gian*)

b. Hai bình Dewar giống hệt nhau đặt trong không khí ở 300K. Một bình chứa đầy Nitơ lỏng (sôi ở 77,3K dưới áp suất khí quyển), bình kia chứa đầy Hyđro lỏng (sôi ở 20,4K dưới áp suất khí quyển). Tính tỉ số khối lượng M_1 nitơ bay hơi chia cho khối lượng M_2 hyđro bay hơi trong cùng thời gian.

Bỏ qua sự dẫn nhiệt qua miệng bình.

Biết ẩn nhiệt hóa hơi của nitơ là $L_1 = 2,0 \cdot 10^5$ J/kg, của hyđro là $L_2 = 4,5 \cdot 10^5$ J/kg.

ĐS. Xem bài 2.12- tập 4- Vũ Thành Khiết. *Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.*

Bài 15. Tính gần đúng bán kính cực tiểu của hành tinh để nó có thể giữ được khí quyển chủ yếu bao gồm oxy và nitơ nếu nhiệt độ bề mặt của hành tinh $T = 300K$. Cho biết mật độ vật chất trung bình của hành tinh bằng $\rho = 4 \cdot 10^3 kg/m^3$.

$$r_{min} = \sqrt{\frac{9RT}{8\gamma\Pi\delta\mu_2}} = 3 \cdot 10^5 m = 300 km$$

ĐS: r_{min}

Bài 16. Biết rằng tần số bức xạ của nguyên tử bay với vận tốc v theo hướng người quan sát thay đổi một lượng $\Delta f = \frac{v}{c} f_0$, với c là vận tốc ánh sáng, f_0 là tần số bức xạ của nguyên tử đứng yên. (Hiện tượng này gọi là hiệu ứng Doppler). Vì thế, do chuyển động nhiệt của nguyên tử mà các đường phô của nguyên tử rộng ra. Xác định nhiệt độ của nguyên tử Ne nếu biết rằng trong phô bức xạ của nó phát hiện được một vạch đỏ có tần số $f_0 = 4,8 \cdot 10^{14} Hz$, độ rộng của nó $\Delta f = 1,6 \cdot 10^9 Hz$.

$$\text{ĐS: } T = \frac{Mc^2}{4R} \left(\frac{Hf}{nf_0} \right)^2 = 700^0 K$$

Bài 17. OLYMPIC SINH VIÊN 2012

Xét chất khí lý tưởng lưỡng nguyên tử trong một xi lanh có piston chuyển động với tốc độ rất nhỏ so với tốc độ trung bình của các phân tử. Dùng thuyết động học phân tử của chất khí, hãy chứng minh hệ thức giữa áp suất và thể tích $PV^{\frac{7}{5}} = \text{const}$

Giả thiết rằng thành xi lanh và piston cách nhiệt. Xét nhiệt độ khí không quá cao.

Bài 18: EuPhO2017

Đĩa trong hệ khí

Xét một đĩa mỏng có khối lượng M và diện tích bề mặt S có nhiệt độ T_1 ban đầu đang đứng yên ở trạng thái không trọng lượng trong một hệ khí có khối lượng riêng ρ đang ở nhiệt độ $T_1 = 1000 T_0$. Một mặt đĩa được phủ bởi lớp cách nhiệt, mặt còn lại dẫn nhiệt tốt: phân tử khí có khối lượng m sẽ truyền nhiệt cho đĩa thông qua va chạm với mặt đĩa dẫn nhiệt.

Ước lượng gia tốc ban đầu a_0 và vận tốc cực đại v_{max} mà đĩa đạt được trong chuyển động sau đó.

Cho rằng nhiệt dung của đĩa cùng bậc độ lớn với Nk_B , với N là số nguyên tử tạo thành đĩa và k_B là hằng số Boltzmann, khối lượng mol của khí và của vật liệu làm đĩa cùng bậc với nhau. Quãng đường tự do trung bình của các phân tử khí lớn hơn rất nhiều so với kích thước của đĩa. Bỏ qua các hiệu ứng bờ.

Bài 19. a) Một bình có hai ngăn thể tích bằng nhau và bằng V , một ngăn chứa khí ở áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 bằng nhiệt độ môi trường xung quanh, ngăn kia là chân không. Mở lỗ hổng A cho khí tràn sang ngăn chân không. Hỏi sau khi cân bằng, nhiệt độ và áp suất của khí trong mỗi ngăn là bao nhiêu? Thành bình là cách nhiệt.



b) Một bình thể tích V đóng kín bởi một cái van, thành bình và van cách nhiệt, trong bình là chân không. Bình đặt trong không khí ở áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 . Mở van ra, không khí tràn vào bình nhanh chóng sau một thời gian, khi cân bằng áp suất được thực hiện, đóng van lại. Khí trong bình đạt được trạng thái cân bằng ở nhiệt độ T .

Tính nhiệt độ T và biến thiên nội năng ΔU trong bình

Biết $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $V = 5l$, $T_0 = 293\text{K}$, $\gamma = 1,4$

c) Đổi chiều hai mục a), b) và giải thích rõ hiện tượng giãn khí vào chân không.

$$\text{ĐS: a. } T = T_0, p = \frac{1}{2} p_0.$$

$$\text{b. } \Delta U = n \frac{R}{\gamma - 1} (T - T_0); T = \gamma T_0 = 1,4 \cdot 293 = 410\text{K}$$

Bài 20. Nhiệt độ của một chất khí được biến đổi theo độ cao h , theo quy luật $T = T_0(1 - \beta h)$, trong đó β là một hằng số. Tìm quy luật biến đổi theo độ cao của áp suất p và khối lượng riêng ρ của khí. Khi $h = 0$, áp suất khí là p_0 . Phân tử lượng của khí là M .

$$\text{ĐS: } \rho = \frac{p_0 M}{k_B T_0} (1 - \beta h)^{\frac{Mg}{\beta k_B T_0} - 1}$$

VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

Bài 1. Ở nhiệt độ 17°C , có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có vận tốc sai khác không quá $0,5\text{m/s}$, các vận tốc sau đây? Lấy $\mu = 0,029\text{kg/mol}$

a. $v = v_{xs}$; b. $v = 0.1v_{xs}$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a. $\eta = 0,2\%$; b. $5,5 \cdot 10^{-3}\%$

Bài 2. Tìm số phân tử heli trong $1cm^3$, có vận tốc nằm trong khoảng từ $2,39km/s$ đến $2,41km/s$. Nhiệt độ của heli là 690^0C , khối lượng riêng là $2,16 \times 10^{-4} kg/m^3$.

$$\Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(- \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2 \Delta v \approx 2,5 \cdot 10^{14}$$

ĐS:

Bài 3. Một bình có thể tích $0,5l$ đựng hydro. Ở nhiệt độ 0^0C , áp suất của hydro là $100kPa$. Tìm số phân tử hydro có vận tốc nằm trong khoảng từ $1,19km/s$ đến $1,21km/s$.
Ở:

- a. 0^0C ; b. $3000K$

$$\Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(- \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2 \Delta v$$

ĐS:

Thay số ta được a. $\Delta N = 2,8 \cdot 10^{21}$; b. $\Delta N = 1,4 \cdot 10^{20}$

Bài 4. Tìm tỷ số tỷ đối các phân tử khí có các vận tốc sai khác không quá $0,5\%$.

- a. Vận tốc có xác suất lớn nhất
b. Vận tốc trung bình
c. Vận tốc quân phương.

$$\eta = \frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(- \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2$$

ĐS:

Thay số ta được

- a. $\eta = 0,83\%$;
- b. $\eta = 0,90\%$;
- c. $\eta = 0,93\%$.

Bài 5. Tìm tỷ số giữa số phân tử khí có các vận tốc nằm trong khoảng từ v đến $v + dv$ ở nhiệt độ T_1 với số phân tử có vận tốc nằm trong khoảng đó ở nhiệt độ $T_2 = 2T_1$. Khảo sát các trường hợp:

$$\text{a. } v = \frac{1}{2}v_{xs1}; \text{ b. } v = v_{xs1}; \text{ c. } v = 2v_{xs2}$$

Trong đó, v_{xs1} và v_{xs2} là các vận tốc có xác suất lớn nhất của các phân tử ứng với các nhiệt độ T_1 và T_2 (giả sử rằng trong mọi trường hợp $\Delta v \ll v$)

ĐS:

- a. $\kappa = 2,5$;
- b. $\kappa = 1,72$;
- c. $\kappa = 0,052$.

Bài 6. Với giá trị nào của vận tốc v những đường cong phân bố Maxwell ứng với nhiệt độ T_1 và $T_2 = 2T_1$ cắt nhau?

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{1,5 \ln 2} \sqrt{\frac{2k_B T_2}{M}} \quad \text{Hay } v = \sqrt{1,5 \ln 2} v_{xs2}$$

Bài 7. Có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có động năng chuyển động tịnh tiến khác với động năng trung bình chuyển động tịnh tiến của các phân tử không quá 1%.

$$\text{ĐS: } \alpha = \frac{\Delta N}{N} = 0,93\%$$

Bài 8. Tính số vận tốc chạm v của các phân tử khí lên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian. Số phân tử khí trong một đơn vị thể tích là n , nhiệt độ của không khí là T , khối lượng của phân tử là m . Chất khí tuân theo sự phân bố Maxwell.

Hướng dẫn: số phân tử có các thành phần vận tốc nằm trong khoảng từ V_x đến $V_x + dV_x$ (khi hai thành phần khác V_y và V_z có giá trị tùy ý:

$$dn = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} n \exp \left(- \frac{mV_x^2}{2k_B T} \right) dV_x$$

$$\text{ĐS: } v = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8k_B T}{m\tau}}$$

Bài 9. Ở độ cao h bằng bao nhiêu trên mặt nước biển, khối lượng riêng của không khí sẽ giảm đi:

- a. Hai lần ; b. e lần

Nhiệt độ của không khí là $0^\circ C$. Giả sử rằng nhiệt độ T của không khí, phân tử lượng M và gia tốc của trọng lực g không phụ thuộc vào h.

ĐS: a. h=5,5 km; b. h=8,0 km

Bài 10. Tại độ cao h bằng bao nhiêu, khối lượng riêng của oxy sẽ giảm đi 1%. Nhiệt độ của oxy là $27^\circ C$.

$$h \approx \frac{k_B T}{Mg} \eta = 78m$$

ĐS:

Bài 11. Xác định khối m của khí chứa trong một bình hình trụ đứng. Diện tích đáy là S, chiều cao là h. Áp suất ở đáy dưới của bình trụ là p_0 , nhiệt độ của khí là T. Phân tử lượng của khí là M. Giả sử rằng T và g không phụ thuộc vào h.

$$m = \frac{p_0 S}{g} \left[1 - \exp \left(- \frac{Mgh}{k_B T} \right) \right]$$

ĐS: Nếu h nhỏ ta có thể tính gần đúng $m = \frac{p_0 ShM}{k_B T} = \frac{Mp_0 V}{k_B T}$ đây chính là công thức Claperon-Mendeleev

Bài 12. Chứng minh rằng trọng tâm của một cột không khí hình trụ đứng có độ cao là $\frac{h}{e}$. Tại đó, khối lượng riêng của khí giảm e lần. Giả sử rằng nhiệt độ T của không khí, Phân tử lượng của khí là M và gia tốc trọng trường g không phụ thuộc vào h.

Bài 13. Tính nhiệt dung của không khí chứa trong một cột hình trụ đứng. Diện tích đáy của bình trụ là S, áp suất tại đáy dưới là p_0 . Giả sử rằng nhiệt độ của không khí, phân tử

lượng, gia tốc trọng trường không phụ thuộc vào độ cao và hệ số đoạn nhiệt của không khí là γ .

$$C = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0 S k_B}{Mg} \left[1 - \exp \left(- \frac{Mgh}{k_B T} \right) \right]$$

ĐS:

$$C = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0 S k_B}{Mg}$$

Nếu chiều cao h là vô hạn, ta có

Bài 14. Một hình trụ nằm ngang một đầu kín, quay với vận tốc góc ω xung quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu hở của hình trụ. Chiều dài của hình trụ là l , diện tích đáy của nó là S , áp suất không khí ở bên ngoài ống là P_0 , nhiệt độ không khí là T , khối lượng của một phân tử không khí là m . Tìm:

- Quy luật biến đổi số phân tử không khí n trong một đơn vị thể tích bên trong hình trụ theo khoảng cách r tính từ trục quay.
- Lực f của áp suất phụ của không khí đặt lên đáy hình trụ

$$p_p = p - P_0 \left(\exp \left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right) - 1 \right)$$

Áp suất phụ của không khí đặt lên đáy hình trụ:

$$p = nk_B T = P_0 \exp \left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right)$$

Khi hệ thống cân bằng, áp suất tại đáy bình sẽ là:

$$n = \frac{P_0}{k_B T} \exp \left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right)$$

ĐS: a.

$$f = P_0 S \left[\exp \left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right) - 1 \right]$$

b. Lực f do áp suất phụ đặt lên đáy hình trụ

Bài 15. Tính số phần trăm phân tử khí nằm trong trọng trường của Trái Đất, có thể năng ε_p , lớn hơn động năng trung bình chuyển động tịnh tiến của chúng. Giả sử rằng nhiệt độ của khí và gia tốc của trọng lực không phụ thuộc vào độ cao.

$$\eta = \exp \left(- \frac{3}{2} \right) \approx 22,3\%$$

ĐS:

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 16. Có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có động năng đủ để vượt được trọng trường của Trái Đất, nếu nhiệt độ của khí là 300K? Thực hiện phép tính đối với các phân tử:

- a. Hydro; b. Nito

ĐS: a. $\eta \approx 10^{-19}\%$; b. $\eta \approx 10^{-292}\%$

CHƯƠNG IX.

CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

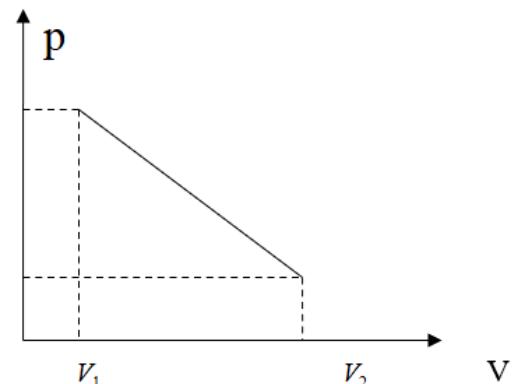
Bài 1. Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện quá trình từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) mô

$$P_1 = 3P_2 = P_0 \\ V_1 = 0,4 = V_2 = V_0$$

tả như hình vẽ. Biết:

Tính theo P_0, V_0 nhiệt lượng cung cấp cho khí và nhiệt do khí tỏa ra ở quá trình trên.

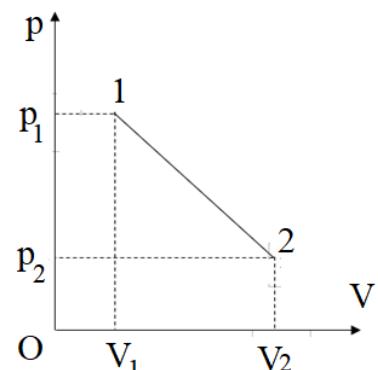
ĐS: $0,945P_0V_0; 0,75P_0V_0$



Bài 2. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình biến đổi từ trạng thái 1 có áp suất $p_1 = 2\text{ atm}$, thể tích $V_1 = 1 \text{ lít}$ sang trạng thái 2 có áp suất $p_2 = 1\text{ atm}$, thể tích $V_2 = 3 \text{ lít}$. Đường biểu diễn sự thay đổi của áp suất theo thể tích trong hệ tọa độ (p, V) là một đoạn thẳng. Tính công của khí trong quá trình 1 – 2 và chứng tỏ rằng trong quá trình này khí luôn nhận nhiệt.

Biết $1\text{ atm} \sim 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

ĐS: $A_1 \approx 303,9 J$



Bài 3 . Một khí lí tưởng có nhiệt dung mol C_V đã biết. Hãy tìm nhiệt dung mol của khí này phụ thuộc vào thể tích V trong các trường hợp sau.

a. Trường hợp 1: nếu khí thực hiện quá trình có nhiệt độ T phụ thuộc vào thể tích V là $T = T_0 e^{\alpha V}$

b. Trường hợp 2: nếu khí thực hiện quá trình có áp suất P phụ thuộc vào thể tích V là $P = P_0 e^{\alpha V}$

Biết rằng T_0, P_0, α là những hằng số.

$$\text{ĐS: a. } C = \frac{R}{\alpha V} + C_r; \text{ b. } C = \frac{R}{(1+\alpha V)} + C_r$$

Bài 4. Một xi-lanh thẳng đứng có tiết diện ngang S chứa 1 mol khí lỏng đơn nguyên tử phía dưới một pit-tông nặng có khối lượng M. Có một máy truyền nhiệt được đặt ở phía dưới pit-tông, có thể truyền cho khí một nhiệt lượng q trong mỗi giây. Tại thời điểm ban đầu máy được bật lên.

Hãy xác định vận tốc ổn định của pit-tông trong điều kiện áp suất của khí bên dưới pit-tông không đổi và áp suất khí quyển bên ngoài bằng p_0 và khí cách nhiệt hoàn toàn với môi trường bên ngoài.

$$\text{ĐS: } v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg}$$

Bài 5. Một ống hình trụ thẳng đứng có thể tích V. Ở phía dưới pit tông khối lượng m, diện tích S, có một lượng khí lỏng đơn nguyên tử ở nhiệt độ T_0 . Pit tông ở vị trí cân bằng chia ống thành hai nửa bằng nhau. Người ta đun nóng khí từ từ đến khi nhiệt độ khí là $4T_0$. Ở phía trên có làm hai váu để pit tông không bật ra khỏi ống. Hỏi khí trong ống đã nhận được một nhiệt lượng là bao nhiêu? Bỏ qua bề dày pit tông và ma sát giữa pit tông và thành ống. Cho áp suất khí quyển bên ngoài là P_0 và nội năng của một mol khí lỏng

$$\text{tưởng đương nguyên tử được tính theo công thức } U = \frac{3}{2} RT$$

$$\text{ĐS: } Q = \frac{11}{4} \left(P_0 + \frac{mg}{s} \right) V$$

Bài 6. Một xi-lanh đặt theo phương thẳng đứng, bên trong có một pít-tông nặng khối lượng M diện tích S có thể trượt không ma sát. Pittong và đáy xi-lanh được nối với nhau bởi một lò xo có độ cứng k. Trong xi-lanh có chứa khối khí có khối lượng m với phân tử gam μ .

- a. Hệ thống đặt trong không khí. Ở nhiệt độ T_1 , lò xo giãn ra, pittông cách đáy một khoảng h_1 . Hỏi ở nhiệt độ bao nhiêu pittông cách đáy một khoảng h_2 ($h_2 > h_1$)?
- b. Hệ thống đặt trong chân không. Trong xilanh lúc này chứa 2mol khí lí tưởng đơn nguyên tử ở thể tích V_0 , nhiệt độ $t_0 = 37^\circ\text{C}$. Ban đầu, lò xo ở trạng thái không co giãn.

Sau đó truyền cho khí một nhiệt lượng Q , thể tích khí lúc này bằng $\frac{4}{3}V_0$, nhiệt độ 147°C . Biết rằng thành xi lanh cách nhiệt, $R = 8,31\text{J/mol.K}$. Tìm nhiệt lượng đã truyền cho khối khí?

$$\text{ĐS: a. } T_2 = \frac{T_1 h_2}{h_1} + \frac{k \mu h_2}{mR} (h_2 - h_1); \text{ b. } Q = 4695,15\text{J.}$$

Bài 7. Để Xác định bằng thực nghiệm tỷ số giữa nhiệt dung riêng đẳng áp và nhiệt dung riêng đẳng tích $\gamma = C_p/C_v$, người ta lấy một lượng khí m nào đó, có thể tích và áp suất ban đầu là V và p . Nung nóng khí lên hai lần nhờ một dây mayso có dòng điện chạy qua trong cùng thời gian như nhau. Lần đầu giữ cho thể tích V không đổi, áp suất tăng lên đến p_1 . Sau đó, từ trạng thái ban đầu, cho khí giãn nở đẳng áp đến thể tích V_2 . Hãy xác định γ theo số liệu nhận được. Chất khí trong thí nghiệm được coi là lý tưởng.

$$\text{ĐS: } \gamma = \frac{p_1 / p - 1}{V_2 / V - 1}$$

Bài 8. Một gam hỗn hợp khí He và H_2 ở trạng thái ban đầu có nhiệt độ là $t_0 = 27^\circ\text{C}$ và thể tích là V_0 . Người ta nén đoạn nhiệt khói khí này đến các thể tích V khác nhau và đo nhiệt độ ngay sau mỗi lần nén. Kết quả thu được, được ghi trên bảng sau:

V_0 / V	1,5	2,0	3,0	4,0
$t^\circ\text{C}$	95	151	247	327

Cho biết $\text{He} = 4$; $\text{H} = 1$. Hãy xác định:

1. Khối lượng của He và H_2 trong hỗn hợp ấy.

2. Công dùng để nén đoạn nhiệt khói khí ấy đến thể tích $\frac{V_0}{V} = 4$.

ĐS: 1. Trong 1 g hỗn hợp có $\frac{1}{3}$ g khí H_2 và $\frac{2}{3}$ g khí He.

$$2. \Delta A = 1662 \text{ (J)}$$

Bài 9. Một mol khí lí tưởng nhận nhiệt lượng Q và giãn nở theo qui luật $V = b p$, trong đó b là một hằng số chưa biết, p là áp suất của khói khí. Trong quá trình đó áp suất của khí tăng từ giá trị p_1 đến p_2 . Biết nhiệt dung mol đẳng tích của khí là C_V , hằng số chất khí là R . Tính b theo R, Q, p_1, p_2, C_V .

$$b = \frac{2RQ}{(2C_V + R)(p_2^2 - p_1^2)}$$

ĐS:

Bài 10. Trong một quá trình biến đổi thuận nghịch: $p^V^\alpha = \text{const}$, một lượng khí lượng khí lưỡng nguyên tử nhận nhiệt lượng 10KJ và tăng thể tích lên 10 lần và áp suất giảm đi 8 lần. Tính:

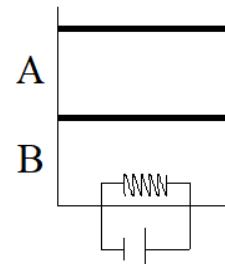
- a) α ?
- b) Nhiệt dung của lượng khí?
- c) Độ tăng nội năng của lượng khí?

$$\text{ĐS: a. } \alpha = \frac{\ln 8}{\ln 10} = 0,9; \text{ b. } C = 12,5R; \text{ c. } \Delta U = 2 \text{ (KJ)}$$

Bài 11. Một xi lanh làm bằng chất cách nhiệt được nối với một nguồn điện ở phía dưới đáy. Xi lanh đó giam một lượng khí khô bằng một pitông B nhẹ, linh động và cũng làm bằng chất cách nhiệt.

Nắp đậy A phía trên của xi lanh có thể đóng mở và dẫn nhiệt tốt. Khí quyển bên ngoài có áp suất $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ và độ ẩm tương đối $f = 50\%$. Toàn bộ thể tích của xi lanh là $V_0 = 2 \text{ dm}^3$. Mở nắp A cho không khí lùa vào và sau khi ổn định, đóng nắp A, thì thấy các thể tích và nhiệt độ của các khói khí khô và ẩm là giống nhau.

Dùng dòng điện để đun nóng từ từ khói khí phía dưới. Hỏi năng lượng nhỏ nhất cần cung cấp là bao nhiêu để xảy ra ngưng tụ của nước?



ĐS: $Q = 569 \text{ (J)}$

Bài 12. Trong quá trình **nén khí chậm** của một mol khí Heli, **sự thay đổi nhiệt độ thấp hơn hai lần so với thay đổi nhiệt độ** trong trường hợp nén khí đoạn nhiệt.

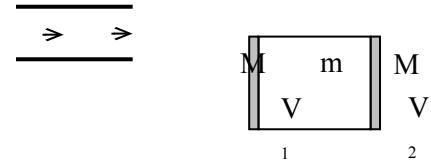
- Trong thời gian xảy ra quá trình trên, khí **Heli tỏa nhiệt hay thu nhiệt?** Tại sao?
- Xem Heli là khí lý tưởng và nhiệt độ ban đầu bằng T_0 , hãy tính lượng nhiệt trao đổi với môi trường bên ngoài nếu sau khi nén khí xong nhiệt độ của khí là $T_1 = T_0$ (với $\gamma > 1$).

$$Q = -\frac{RT_0}{2(\gamma - 1)} \ln(2\alpha - 1)$$

ĐS: 1. Tỏa nhiệt; 2.

Bài 13. Trong một **xilanh cách nhiệt** khá dài nằm ngang có nhốt 1 mol khí

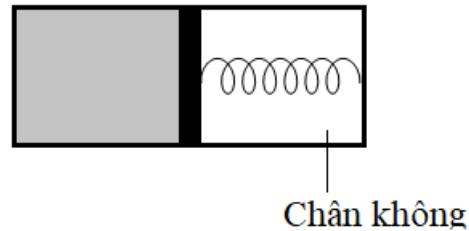
lí tưởng đơn nguyên tử có khối lượng m nhờ hai pittông cách nhiệt có khối lượng bằng nhau và bằng M có thể chuyển động không ma sát trong **xilanh** (Hình 4). **Lúc đầu** hai pittông đứng yên, nhiệt độ của khí trong xilanh là T_0 . **Truyền** cho hai pittông các vận tốc v_1, v_2 cùng chiều ($v_1 = 3v_0, v_2 = v_0$). **Tìm** nhiệt độ cực đại mà khí trong xilanh đạt được, biết bên ngoài là **chân không**.



$$T_{\max} = T_0 + \frac{2}{3R} \frac{Mv_0^2(2M + 5m)}{2M + m}$$

ĐS:

Bài 14. Một **phân tử gam Heli** được giữ trong một bình bởi một pitông nhẹ. Pitông nối với đáy xi lanh bởi một lò xo như hình vẽ. Lực đàn hồi của lò xo phụ thuộc chiều dài x của nó theo qui luật: $F = kx^\alpha$. K và α là những hằng số. Xác định giá trị của α nếu biết nhiệt dung phân tử gam của hêli trong điều kiện này là: $1,9R$



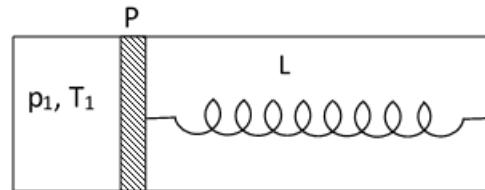
ĐS: $\alpha = 1,5$.

Bài 15. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử được giữ trong một xilanh cách nhiệt nằm ngang và một pít-tông P cũng cách nhiệt như hình 8. Pít-tông P gắn vào đầu một lò xo L , lò xo L nằm dọc theo trục của xilanh, đầu kia của lò xo L gắn vào cuối của xilanh.

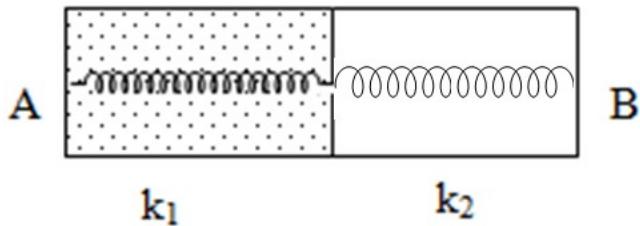
Trong xilanh ngoài phần chứa khí là chân không. Ban đầu giữ cho pít-tông P ở vị trí lò xo không bị biến dạng, khi đó khí trong xilanh có áp suất $p_1 = 7 \text{ kPa}$ và nhiệt độ $T_1 = 308\text{K}$.

Thả cho pít-tông chuyển động thì thấy khí giãn ra, đến trạng thái cân bằng cuối cùng thì thể tích của khí gấp đôi thể tích ban đầu. Tìm nhiệt độ T_2 và áp suất khí p_2 khi đó.

$$\text{ĐS: } T_2 = 264\text{K}; \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \text{ kPa}$$



Bài 16. Một xi lanh đặt nằm ngang, bên trong có một pittông ngăn xi lanh thành hai phần: phần bên trái chứa khí lý tưởng đơn nguyên tử, phần bên phải là chân không. Hai lò xo k_1 và k_2 gắn vào pittông và xylanh như hình vẽ. Pittông được giữ ở vị trí mà cả hai lò xo đều chưa bị biến dạng, trạng thái khí lúc đó là (p_1, V_1, T_1) . Giải phóng pittông thì khi pittông ở trạng thái cân bằng, trạng thái khí là (p_2, V_2, T_2) với $V_2 = 3V_1$. Bỏ qua các lực ma sát. Xylanh, pittông và các lò xo đều cách nhiệt. Tính tỉ số $\frac{p_2}{p_1}$ và $\frac{T_2}{T_1}$

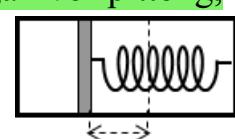


qua các lực ma sát. Xylanh, pittông và các lò xo đều cách nhiệt. Tính tỉ số $\frac{p_2}{p_1}$ và $\frac{T_2}{T_1}$

$$\text{ĐS: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{11}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{9}{11}$$

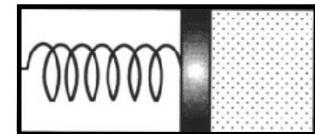
Bài 17. (Trích đề thi HSG các trường Duyên Hải Bắc Bộ năm 2009)

Một xylanh cách nhiệt kín hai đầu đặt nằm ngang, bên trong có pittông. Bên trái pittông chứa một mol khí hyđrô, bên phải là chân không, lò xo một đầu gắn với pittông, đầu kia gắn vào thành của xylanh như (hình vẽ 12). Lúc đầu giữ pítông để lò xo không biến dạng, khí hyđrô có thể tích V_1 , áp suất p_1 , nhiệt độ T_1 . Thả pítông nó chuyển động tự do và sau đó dừng lại, lúc này thể tích của hyđrô là $V_2 = 2V_1$. Xác định T_2 và p_2 lúc này. Bỏ qua nhiệt dung riêng của xylanh và pittông.



$$\text{ĐS: } P_2 = \frac{5}{11} P_1; T_2 = \frac{10}{11} T_1$$

Bài 18. Một bình cách nhiệt được ngăn thành hai phần bằng một pit-tông cách nhiệt, có thể chuyển động không ma sát trong bình. Phần bên trái của bình có chứa một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử còn phần bên phải trống rỗng. Pit-tông được nối với thành bên phải của bình qua một lò xo, chiều dài tự nhiên của lò xo bằng chiều dài của bình.



Hãy xác định nhiệt dung của hệ thống. Bỏ qua nhiệt dung của bình, của pit-tông và của lò xo.

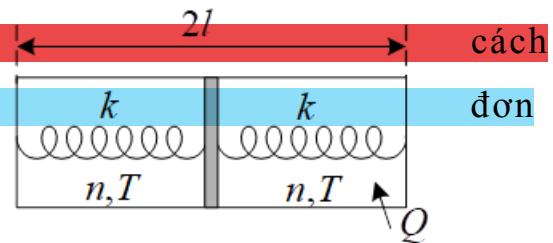
ĐS: $2R$

Bài 19. Một xi lanh cách nhiệt nằm ngang được chia thành hai phần nhờ một pit-tông mỏng dẫn nhiệt. Pit-tông được nối với một thành ở đầu xi lanh bằng một lò xo nhẹ. Ở hai bên của pit-tông đều có v mol khí lí tưởng đơn nguyên tử. Xi lanh có chiều dài $2l$, chiều dài của lò xo lúc chưa dãn là $\ell/2$. Ở trạng thái ban đầu lò xo bị dãn một đoạn là X và nhiệt độ của khí trong hai phần của xi lanh là T . Sau đó, người ta đục một lỗ nhỏ qua thành của pit-tông. Xác định độ biến thiên nhiệt độ của khí trong xi lanh ΔT sau khi khí trong xi lanh đã cân bằng. Bỏ qua nhiệt lượng hấp thụ bởi xilanh, pit-tông, lò xo và ma sát giữa pit-tông và xi lanh.

$$\text{ĐS: } \Delta T = \frac{2x}{3} \frac{l - 2x}{(l + 2x)(3l - 2x)} T$$



Bài 20. Một bình kín hình trụ nằm ngang có chiều dài $2l$ được chia thành hai phần bằng nhau bởi một pit - tông mỏng, cách nhiệt. Mỗi phần có chứa n mol khí lí tưởng đơn nguyên tử ở nhiệt độ T .



Pit - tông được nối với các mặt đáy bình bằng các lò xo có độ cứng k và ban đầu chưa biến dạng. (Xem hình 2). Khi

nhiệt lượng Q được truyền cho khí ở ngăn phải thì pit-tông dịch chuyển

một đoạn $x = \frac{l}{2}$. Hãy xác định nhiệt lượng Q' do khí ở ngăn trái tỏa ra ở nhiệt độ T cho một nguồn điều nhiệt gắn vào ngăn trái trong suốt quá trình.

ĐS:
$$Q' = Q - 3nRT - \frac{5}{2}kl^2$$

Bài 20 bis. Một xi-lanh thẳng đứng có tiết diện ngang S chứa 1 mol khí lỏng đơn nguyên tử phía dưới một pit-tông nặng có khối lượng M . Có một máy truyền nhiệt được đặt ở phía dưới pit-tông, có thể truyền cho khí một nhiệt lượng q trong mỗi giây. Tại thời điểm ban đầu máy được bật lên.

Hãy xác định vận tốc ổn định của pit-tông trong điều kiện áp suất của khí bên dưới pit-tông không đổi và bằng p_0 và khí cách nhiệt hoàn toàn với môi trường bên ngoài.

ĐS:
$$v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg}$$

Bài 21. Một pít tông có khối lượng m giam một mol khí lý tưởng trong xy-lanh. Pít tông và xy-lanh không giãn nở vì nhiệt. Pít tông được treo bằng sợi dây mảnh ban đầu cách đáy một khoảng h . Khí trong xy-lanh ban đầu có áp suất bằng áp suất khí quyển p_0 , nhiệt độ T_0 . Phải cung cấp cho khí một nhiệt lượng bao nhiêu để nâng pít tông lên vị trí cách đáy một khoảng $2h$. Biết nội năng của một mol khí là $U = CT$, C là hằng số, cho gia tốc trọng trường là g . Bỏ qua ma sát.

ĐS :
$$Q = (C + R)T_0 + mgh\left(1 + \frac{2C}{R}\right)$$

Bài 22. Một xi lanh đặt thẳng đứng có chứa n mol khí lý tưởng đơn nguyên tử nhờ một píttông có khối lượng M đậm kín. Ban đầu, píttông được giữ đứng yên, khí trong xi lanh có thể tích V_0 , ở nhiệt độ T_0 ; sau đó thả cho píttông dao động nhỏ rồi đứng yên. Bỏ qua mọi ma sát, nhiệt dung của xi lanh và píttông. Toàn bộ hệ được cách nhiệt, áp suất khí quyển là p_0 . Tìm nhiệt độ và thể tích của khí trong xi lanh khi píttông đứng cân bằng.

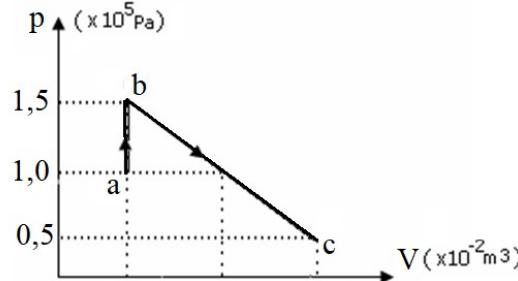
$$T = \frac{3T_0}{5} + \frac{2\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)V_0}{5nR}; V = \frac{2V_0}{5} + \frac{3nRT}{5\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)}$$

ĐS:

Bài 23.

Một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình cân bằng được biểu diễn trên hình vẽ, trong đó ab , bc là các đoạn thẳng như hình vẽ. Áp suất và thể tích của các trạng thái a , b và c lần lượt là

$$\begin{aligned} P_a &= 10^5 \text{ Pa}, V_a = 10^{-2} \text{ m}^3, P_b = \frac{3}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_b = \\ &1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ và } P_c = \frac{1}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ V_c &= 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

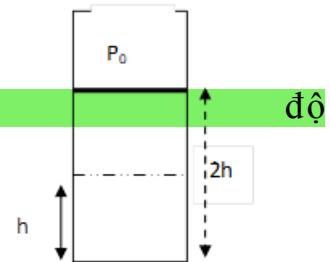


- a). Trong hai quá trình ab , bc khí nhận tỏa nhiệt lượng bằng bao nhiêu?
- b). Xác định áp suất và thể tích khí để nhiệt độ của khí đạt cực đại.
- c). Từ khi đạt T_{\max} đến trạng thái c chất khí thu hay tỏa nhiệt?

ĐS: a. $Q_{ab} = \Delta U_{ab} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$, $Q_{bc} = A_{bc} = 2 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$.

b. Lúc đó $V_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; c. Tỏa nhiệt.

Bài 24. Một bình hình trụ đặt thẳng đứng có một pít tông khối lượng m , diện tích S . Bên dưới pít tông có một khí lý tưởng đơn nguyên tử, bên ngoài là không khí. Lúc đầu pít tông có cao $2h$ so với đáy. Khí được làm lạnh chậm cho đến khi pít tông xuống một đoạn h .



Sau đó người ta nung nóng chậm khí để pít tông trở về độ cao ban đầu. Biết rằng giữa pít tông và thành bình có lực ma sát trượt khô bằng F . Áp suất khí quyển bằng p_0 (hình 13.1). Tính nhiệt dung của khí trong quá trình nung nóng

$$DS : \quad C = \frac{5(p_0S + mg) + 11F}{(p_0S + mg + 3F)} R$$

Bài 25. Hai bình cách nhiệt giống nhau được nối với nhau bởi một ống nhỏ, ngắn, cách nhiệt có van K. Ban đầu van K đóng, trong bình 1, bên dưới pitông khối lượng M có khí ga ở nhiệt độ T_0 , khối lượng phân tử gam của khí này là μ . Trong bình 2 không có khí và

pitông có khối lượng $\frac{M}{2}$ nằm ở đáy bình. Không gian xung quanh hai bình là chân không. Mở van, khí dồn hết sang bình 2, hãy tính nhiệt độ của khí ga sau khi trạng thái cân bằng được thiết lập. Cho $\frac{\mu}{M} = 0,1$; với n là số phân tử gam của khí ga; $i = 3$; Bỏ qua mọi ma sát.

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} + \frac{n\mu}{2M} \\ & \frac{5}{2} + \frac{n\mu}{M} \end{aligned}$$

ĐS: $T = \frac{5}{2} \cdot \frac{n\mu}{M} \cdot T_0 = 0,98T_0$

Bài 26 Một piston linh động dễ dàng chuyển động không ma sát, khối lượng không đáng kể, chia một cái bình hình trụ thành hai phần. Thành bình được đặt nằm ngang và bình được cô lập với môi trường ngoài (coi bình cách nhiệt). Một phần của bình chứa khí hyđrô có khối lượng $m_1 = 3,00$ g ở nhiệt độ $T_{01} = 300$ K, phần kia của bình chứa khí ôxy có khối lượng $m_2 = 16,00$ g ở nhiệt độ $T_{02} = 400$ K. Khối lượng mol của hyđrô và ôxy

tương ứng là $\mu_1 = 2,00 \text{ g/mol}$ và $\mu_2 = 32,00 \text{ g/mol}$ và hằng số khí lí tưởng $R = 8,31 \text{ J/(K.mol)}$. Biết rằng piston dẫn nhiệt kém, và kết quả cuối cùng hệ cân bằng ở cùng một nhiệt độ T . Tất cả các quá trình được coi là chuẩn dừng (diễn ra thật chậm), nghĩa là piston dịch chuyển rất chậm cho đến khi cân bằng.

1. Nhiệt độ cuối cùng của hệ là T bằng bao nhiêu?
2. Tỷ số giữa áp suất cuối cùng P_f và áp suất ban đầu P_i bằng bao nhiêu cho mỗi phần khí?
3. Tổng nhiệt lượng Q được truyền từ ôxy sang hyđrô bằng bao nhiêu?

Lưu ý, độ biến thiên của một tích hai biến x, y : $\Delta(xy) = y\Delta x + x\Delta y$

ĐS: 1. $T = 325 \text{ K}$; 2. $P_f / P_i = 1$; 3. $Q = 1090,6875 \text{ J}$

Bài 27. Một pit-tông cách nhiệt đặt trong một xilanh nằm ngang. Pit-tông ở vị trí chia xilanh thành hai phần bằng nhau, chiều dài mỗi phần là 32 cm (Hình 4). Ở nhiệt độ môi trường là 27°C , mỗi phần chứa một lượng khí lí tưởng như nhau và có áp suất bằng $0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Muốn pit-tông dịch chuyển, người ta đun nóng từ từ một phần, phần còn lại luôn duy trì theo nhiệt độ của môi trường. Bỏ qua ma sát giữa pit-tông và xilanh.

1. Khi pit-tông dịch chuyển được 2,0 cm thì nhiệt độ của phần nung nóng đã tăng thêm bao nhiêu $^\circ\text{C}$?



2. Cho tiết diện của xilanh là 40 cm^2 . Ứng với dịch chuyển của pit-tông ở ý 1 trên đây, tính công mà phần khí bị nung nóng đã thực hiện.

Gợi ý: Nếu một vật chuyển động trên trục Ox với vận tốc v biến đổi theo thời gian t bằng hệ thức $v = v_0 t_0 / t$ (v_0, t_0 không đổi) thì trong khoảng thời gian từ $t = t_1$ đến $t = t_2$ vật thực hiện được độ dời $x_{12} = v_0 t_0 \ln(t_2/t_1)$.

ĐS: 1. tăng 40°C ; 2. $4,13 \text{ J}$

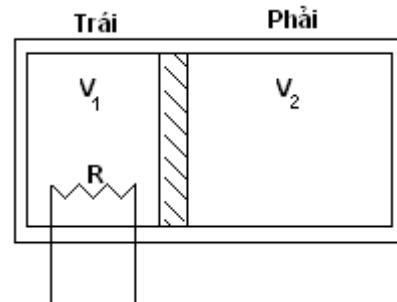
Bài 28. Một xi lanh cách nhiệt nằm ngang, thể tích $V_1 + V_2 = V_0 = 60 \text{ (lít)}$, được chia làm hai phần không thông với nhau bởi một pittông cách nhiệt (như hình vẽ).

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Pítông có thể chuyển động không ma sát. Mỗi phần của xi lanh chứa 1 (mol) khí lý tưởng đơn nguyên tử.

Ban đầu pítông đứng yên, nhiệt độ hai phần khác nhau. Cho dòng điện chạy qua điện trở R để truyền cho khí ở bên trái nhiệt lượng $Q = 90$ (J).

- Nhiệt độ ở phần bên phải cũng tăng, tại sao ?
- Khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu bao nhiêu ?



Biết nội năng của 1 mol khí lý tưởng được xác định bằng công thức $U = 3RT/2$.

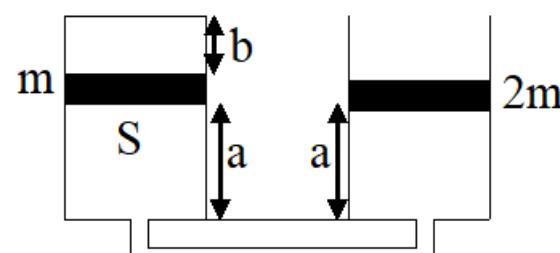
ĐS: b. 1000 (N/m^2).

Bài 29. Một xylanh đặt thẳng đứng, bịt kín hai đầu, được chia làm hai phần bởi một pítông nặng cách nhiệt. Cả hai bên pítông đều chứa cùng một lượng khí lý tưởng. Ban đầu khi nhiệt độ khí của hai phần như nhau thì thể tích phần khí ở trên pítông gấp 2 lần thể tích khí ở phần dưới pítông. Bỏ qua ma sát giữa pítông và xylanh.

- Hỏi nếu nhiệt độ của khí ở phần trên pítông được giữ không đổi thì cần phải tăng nhiệt độ khí ở phần dưới pítông lên bao nhiêu lần để thể tích khí ở phần dưới pítông sẽ gấp 2 lần thể tích khí ở phần trên pítông.
- Tìm nhiệt lượng mà khí ở ngăn dưới đã nhận được, coi khí là đơn nguyên tử. **Tính kết quả theo P_1 và V_1 là áp suất và thể tích ban đầu của khí ở ngăn trên.**

$$\frac{T_2}{T_1} = 3 \quad ; \quad b. Q = \left(\frac{7}{2} + \ln 2 \right) P_1 V_1$$

Bài 30. Trong 2 xi lanh thẳng đứng nối với nhau có các pitông khối lượng $2m$ và m . Dưới hai pitông là 1 mol khí ga, trên 2 pitông là chân không. Lúc đầu pitông $2m$ được giữ chặt, pitông m để tự do (hujące). Người ta thả pitông $2m$ ra, cả hai pitông bắt đầu di chuyển không ma sát với xi lanh, va chạm giữa pitông m với nắp bình là tuyệt đối đàn hồi. Gọi T là nhiệt độ cân bằng cuối cùng của

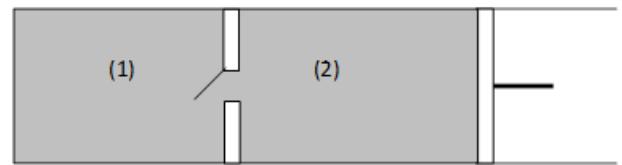


khí, T_0 là nhiệt độ ban đầu. Biết rằng không có trao đổi nhiệt giữa thành bình và các pitông với khí ga.

Hãy xác định tỉ số lớn nhất $\frac{T}{T_0}$ có thể đạt được trong khi khoảng cách b thay đổi.

$$\text{ĐS: } \frac{T}{T_0} = \frac{17}{12}$$

Bài 31. Xì lanh hình trụ, pittông và vách ngăn (hình vẽ) được chế tạo từ các vật liệu cách nhiệt. Van tại vách ngăn được mở khi áp suất bên phải lớn hơn áp suất bên trái. Khi van đã được mở thì nó không đóng lại nữa. Trong trạng thái đầu của



phần bên trái của hình trụ dài $l = 11,2\text{dm}$ có $m_1 = 12\text{g}$ Heli; trong phần bên phải cùng độ dài có $m_2 = 2\text{g}$ Heli. Từ hai phía nhiệt độ bằng 0°C . Áp suất ngoài $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Nhiệt dung riêng của Heli khi thể tích không đổi là $C_V = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{độ}$, còn khi áp suất không đổi là $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{độ}$. Pittông được dịch lại chậm theo hướng tới vách ngăn (có sự nghỉ nhỏ khi van được mở ra) và được dịch sát tới vách ngăn. Cho diện tích pittông $S = 10^{-2} \text{ m}^2$. Tính công mà pittông đã thực hiện.

$$\text{ĐS: } A_1 \approx 3674\text{J}$$

Bài 32. Thành xilanh, pittong, vách ngăn bên trong (có diện tích 1 (dm)^2) được chế tạo từ những vật liệu cách nhiệt như hình vẽ. Xupap trong vách ngăn được mở ra trong trường hợp áp lực ở phần bên phải lớn hơn áp lực phần bên trái.

Ở trạng thái ban đầu, phần bên trái của xilanh chiều dài $L=11,2(\text{dm})$ có chứa $m_1=12(g)$ heli; ở phần bên phải xilanh cũng dài như phần bên trái và chứa $m_2=2(g)$ heli. Nhiệt độ ở cả 2 phần đều bằng $t_0=0^\circ\text{C}$; áp suất bên ngoài $P_0=10^5(N/m)^2$.

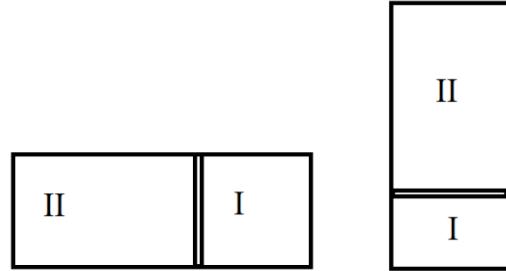
Nhiệt dung riêng của heli khi đắp tích là $C_V = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/Kg.K}^\circ$; nhiệt dung riêng đắp áp có giá trị là $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ J/Kg.K}$. Pittong dịch chuyển chậm dần theo hướng mở của xupap (có dừng một chút ở thời điểm xupap mở) và được đẩy từ từ tới vách ngắn. Hồi lúc này công đã được thực hiện là bao nhiêu ? biết diện tích pittong là $S = 10^{-2} \text{ m}^2$.

ĐS: $A_1 = C_V (m_1 + m_2)(T - T_0) - P_0 S L$

Bài 33. Trong một bình hình trụ bịt kín, **tiết diện ngang là S**, có một pít tông khói lượng M ngăn bình thành 2 khoang I và II. Khoang I chứa hơi nước bão hòa, khoang II chứa khí ni tơ khói lượng m.

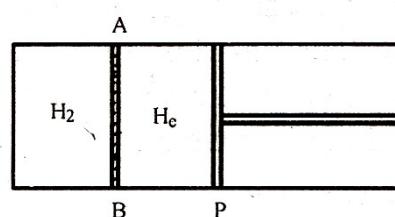
Pít tông có thể chuyển động không ma sát trong bình. Ban đầu bình nằm ngang và pít tông ở trạng thái cân bằng (hình 10.a), nhiệt độ hai khoang đều là $T_0 = 273\text{K}$, áp suất là p_0 . Bây giờ dựng đứng bình lên như hình 10.b, **nhiệt độ 2 khoang vẫn là T_0 , đồng thời có một lượng nhỏ hơi biến thành nước**. Biết nhiệt hóa hơi của nước là L , khói lượng mol của nước và ni tơ lần lượt là μ_1 và μ_2 . Hãy tính nhiệt lượng trao đổi của bình với bên ngoài.

$$\text{ĐS: } Q = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{Mg}{p_0 S - Mg} mL$$



Bài 34. (Trích Tuyển tập Olympic 30-4 lần thứ XVI năm 2010)

Một xilanh cách nhiệt chứa 1 mol khí H_2 và 1 mol khí He ngăn cách với nhau bằng một vách ngăn AB. Một pit-tông P cách nhiệt và di động làm thay đổi thể tích của khí chứa trong xilanh. (như hình 9)



Vách ngăn di động, dẫn nhiệt lí tưởng, có nhiệt dung không đáng kể. Thể tích ban đầu của khí H₂ và khí He bằng nhau và bằng V₀. Nhiệt độ ban đầu của hai khí cũng bằng nhau và bằng T₀. Nén pít-tông rất chậm để thực hiện quá trình thuận nghịch giảm thể tích khí trong xilanh từ 2V₀ đến V₀.

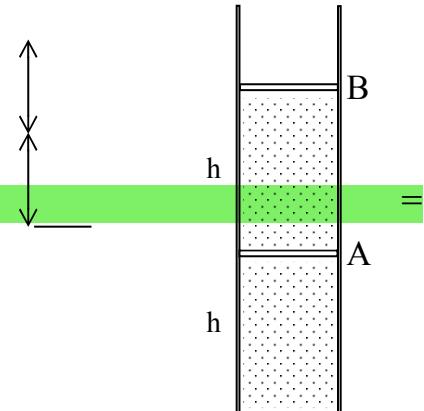
1) Áp suất của khí biến đổi như thế nào?

2) Tính công nén khí?

$$p_0 = \frac{2RT_0}{V_0}$$

ĐS: 1. Áp suất biến đổi từ p_0 đến $2,83p_0$; 2. A' = 1,66RT₀

Bài 35. Trong một xi-lanh thẳng đứng, thành cách nhiệt có hai pít-tông: Pit-tông A nhẹ (trọng lượng không có chiều cao là h = 0,5m và chứa 2 mol khí lý tưởng đơn nguyên tử. Ban đầu hệ thống ở trạng thái cân bằng nhiệt với nhiệt độ bằng 300K. Truyền cho khí ở ngăn dưới một nhiệt lượng Q 1kJ làm cho nó nóng lên thật chậm. Pit-tông A có ma sát với thành bình và không chuyển động, pit-tông B chuyển động không ma sát với thành bình. Khi cân bằng mới được thiết lập, hãy tính:



a) Nhiệt độ của hệ.

b) Lực ma sát tác dụng lên pit-tông A.

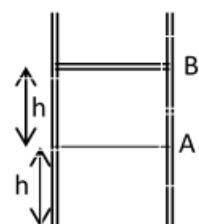
Cho biết: Nội năng của 1 mol khí lý tưởng ở nhiệt độ T được tính theo công thức:

$$U_{\mu} = \frac{i}{2}RT$$

- Trong đó: i là số bậc tự do (với khí đơn nguyên tử thì i = 3; khí lưỡng nguyên tử thì i = 5); R = 8,31J/mol.K là hằng số của chất khí.

ĐS: a. $T \approx 315K$; b. $F_{ms} \approx 500N$

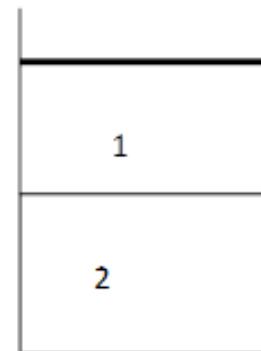
Bài 36. Trong một xy lanh thẳng đứng, thành cách nhiệt có hai pít-tông: pít-tông A nhẹ (trọng lượng có thể bỏ qua) và dẫn nhiệt, pít-tông B nặng và cách nhiệt (hình 10). Hai pít-tông và đáy xylanh tạo thành hai ngăn, mỗi ngăn chứa 1 mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử và có chiều cao h = 0,5m. Ban đầu hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt. Làm cho khí nóng lên thật chậm



bằng cách cho khí (qua đáy dưới) một nhiệt lượng $Q = 100\text{J}$. Pit-tông A có ma sát với thành bình và không chuyển động, pit-tông B chuyển động không ma sát với thành bình. Tính lực ma sát tác dụng lên pit-tông A.

ĐS: $F_{ms} = 33,3(\text{N})$

Bài 37. Một xi-lanh cách nhiệt được chia làm 2 phần bởi một vách ngăn cố định và dẫn nhiệt (hình 9.1). Phần trên của vách ngăn chứa 1mol khí He ở nhiệt độ $T_1 = 420\text{K}$, dưới vách ngăn chứa 1,5mol khí He ở nhiệt độ $T_2 = 400\text{K}$. Pit tông cách nhiệt có khối lượng $M = 100\text{kg}$ và có thể chuyển động không ma sát dọc theo xi-lanh.

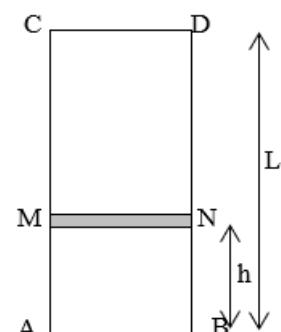


Ban đầu pít tông đứng yên nhưng sau đó khi 2 ngăn trao đổi nhiệt thì pít tông dịch chuyển cho tới khi có cân bằng nhiệt trong xi-lanh. Hỏi nhiệt độ khi có cân bằng nhiệt là bao nhiêu và khi đó pít tông đã dịch chuyển theo chiều nào, một khoảng bằng bao nhiêu? Bỏ qua áp suất khí quyển.

ĐS: $T = 410,5\text{K}$. Piston đi xuống 8cm.

Bài 38. Cho một bình hình trụ kín, trong bình có một pittông mỏng và nhẹ MN có thể dịch chuyển không ma sát. Biết pittông, các thành bên và nắp trên CD của bình làm bằng loại vật liệu không dẫn nhiệt còn đáy AB dẫn nhiệt được. Phía trên và phía dưới pittông đều chứa một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử như hình 2. Có thể cung cấp nhiệt lượng hay lấy bỏ nhiệt lượng của khí dưới pittông qua đáy bình AB. Biết chiều cao của bình là L . Hãy tìm biểu thức nhiệt dung C_1 của khí dưới pittông theo khoảng cách h từ pitong đến đáy bình và nhiệt dung C_2 của khí trên pittông. Cho hằng số khí là R và nhiệt dung của vỏ bình không đáng kể.

$$\text{ĐS: } C_1 = \frac{15}{2} \frac{L}{(h + 3L)} R ; C_2 = 0$$



Bài 39. (Trích Đề thi HSG trường THPT Hậu Lộc 3 – Thanh Hóa năm học 2008 – 2009)

Một xi lanh nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng được ngăn đôi bằng một pit tông có thể chuyển động qua lại không ma sát. Khi cân bằng pit tông ở chính giữa xi lanh. Dưa pit tông dịch ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ. Coi quá trình là đằng nhiệt

1. Chứng minh pittông dao động điều hoà.

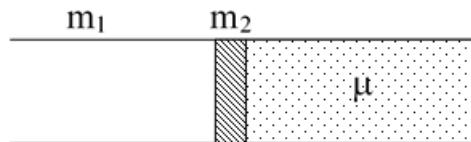
2. Lập biểu thức tính chu kì dao động theo các thông số khác nhau khi tiến hành thí nghiệm.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{2PS^2}}$$

Bài 40. Một ống nghiệm có khối lượng m_1 đặt trong chân không. Trong ống nghiệm có n mol KLT đơn nguyên tử khối lượng mol là μ .

Khối khí được giữ bởi nút nhỏ có khối lượng m_2 (chiều dày không đáng kể) ở vị trí chia ống thành hai phần thể tích bằng nhau. Ống nghiệm



được đặt nằm ngang trên mặt phẳng bóng loáng. nút được giải phóng khỏi ống nghiệm. Tìm vận tốc của ống nghiệm ở thời điểm nút vừa thoát khỏi ống ? bỏ qua sự trao đổi nhiệt, ma sát giữa nút và ống nghiệm, động lượng của nút trước khi thoát khỏi ống.

$$\text{ĐS: } v_1 = \left[3 \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}} \right) \cdot \frac{m_2}{(m_1+n)(m_1+n+m_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

Bài 41. Cho một mol khí lí tưởng có hệ số $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$. Biết nhiệt dung mol của khí này phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối T theo công thức $C = a + bT$, trong đó a, b là các hằng số.

1. Tính nhiệt lượng cần truyền cho mol khí này để nó tăng nhiệt độ từ T_1 lên T_2 .

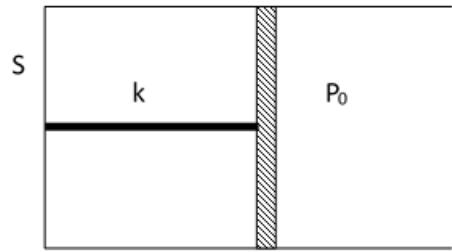
2. Tìm biểu thức thể hiện sự phụ thuộc của thể tích V vào nhiệt độ tuyệt đối T của mol khí này.

$$\text{ĐS: 1. } Q = a(T_2 - T_1) + \frac{b(T_2^2 - T_1^2)}{2}; 2. V = AT^{\left(\frac{a}{R} - \frac{1}{\gamma - 1}\right)} e^{\frac{bT}{R}}, A = \text{hằng số.}$$

Bài 42. Một pitong nặng có diện tích S khi thả xuống tự do đáy khí từ một bình hình trụ thể tích V qua một lỗ nhỏ ở đáy vào một bình có cùng thể tích, các thông số trạng thái của khí ban đầu ở cả hai bình đều như nhau và đều bằng các giá trị ở điều kiện tiêu chuẩn. Hỏi pitong có khối lượng cực tiểu bằng bao nhiêu để nó có thể đáy hết khí ra khỏi bình thứ nhất. Xác định M_{\min} nếu khí trong bình là khí lưỡng nguyên tử. Các bình và pitong cách nhiệt tốt.

$$\text{ĐS: } M \geq \frac{7}{3} \cdot \frac{p_0 S}{g}$$

Bài 43. Một lượng khí được giữ trong xi lanh bởi một pittong nhẹ tiết diện S có thể chuyển động không ma sát. Pitong nối với đáy xi lanh bằng một dây cao su. Ban đầu khí trong xi lanh có áp suất p_0 . Pitong cách đáy một khoảng l_0 .



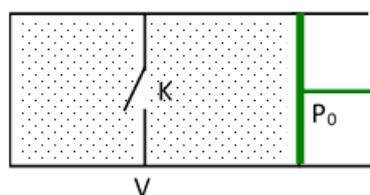
Truyền nhiệt lượng cho khí trong xi lanh với tốc độ không đổi thì nhiệt độ của khí tăng đều theo thời gian. Tìm độ cứng k của dây cao su.

$$\text{ĐS: } k = p_0 S / l_0$$

Bài 44. Một bình hình trụ cách nhiệt được phân làm hai ngăn bởi một pitong nhẹ. Pitong này có khả năng truyền nhiệt yếu và có thể trượt không ma sát dọc theo thành bình. Biết rằng một ngăn của bình có chứa 10gam hêli ở nhiệt độ 500K, còn ngăn kia có chứa 3gam khí Hidro ở nhiệt độ 400K. Hỏi nhiệt độ trung bình khi hệ cân bằng là bao nhiêu và áp suất thay đổi bao nhiêu lần? Xác định nhiệt dung của mỗi khí lúc đầu của quá trình cân bằng nhiệt độ. Bỏ qua nhiệt dung của pitong và bình.

$$\text{ĐS: } C_i = \frac{825}{148} R$$

Bài 45. Xi lanh có tiết diện $S = 100\text{cm}^2$ cùng với pittông p và vách ngăn V làm bằng chất cách nhiệt. Nắp K của vách mở khi áp suất bên phải lớn hơn áp suất bên trái. Ban đầu phần bên trái của xi lanh có chiều dài $l = 1,12\text{m}$ chứa $m_1 = 12\text{g}$ khí Hêli, phần bên phải cũng có chiều dài $l = 1,12\text{m}$ chứa $m_2 = 2\text{g}$ khí Hêli và nhiệt độ cả hai bên đều bằng $T_0 = 273\text{K}$. Án từ từ pittông sang trái, ngừng một chút khi nắp mở và đáy pittông tới sát vách V . Tìm công đã thực hiện



biết áp suất không khí bên ngoài $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ nhiệt dung riêng đằng tích và đằng áp của Hêli bằng: $C_v = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/(kg. độ)}$; $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ (J/kg.độ)}$.

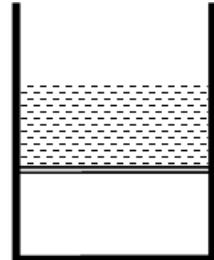
$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma}$$

ĐS: $A = C_v(m_1 + m_2) \left(\left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} - 1 \right) T_0$

Bài 46. Trong một xilanh đặt thẳng đứng có một pittông mỏng, nhẹ, linh động và cách nhiệt. Bên dưới pittông là một mol khí Heli (coi là khí lý tưởng) ở nhiệt độ $t_o = 27^\circ \text{C}$. Bên trên pittông là một chất lỏng, phía trên chất lỏng là không khí (Hình vẽ). Ban đầu thể tích khí Heli, chất lỏng và không khí trong xilanh bằng nhau và bằng $V_o = 1 \text{ lit}$, áp suất do cột chất lỏng trong xilanh gây ra bằng p_o . Áp suất khí quyển là $p_{\infty} = 10^5 \text{ N/m}^2$. Hỏi phải nung nóng khí (qua đáy xilanh) bằng một nhiệt lượng tối thiểu bao nhiêu để khí dãn nở, pittông đi lên đều và đẩy hết chất lỏng ra khỏi xilanh?

ĐS: $Q_{\min} = 4562,75 \text{ (J)}$

Bài 47. Một bình kín hình trụ đặt thẳng đứng được chia thành hai phần bằng một pittông cách nhiệt, ngăn trên và ngăn dưới chứa cùng một lượng khí như nhau của một chất khí. Nếu nhiệt độ hai ngăn đều bằng $T_1 = 400 \text{ K}$ thì áp suất ngăn dưới P_2 gấp đôi áp suất ngăn trên P_1 . Nếu nhiệt độ ngăn trên không đổi T_1 , thì nhiệt độ T_2 của ngăn dưới bao nhiêu để thể tích hai ngăn bằng nhau?



ĐS: $T_2 = 700 \text{ K}$

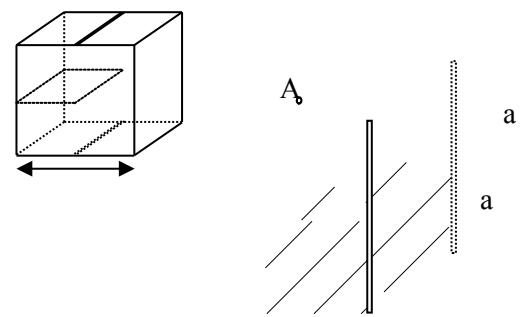
Bài 48. Một lượng khí lý tưởng lưỡng nguyên tử ở áp suất p_1 , thể tích V_1 và nhiệt độ T_1 . Cho khí giãn nở đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích V_2 . Sau đó được làm nóng đằng tích đến nhiệt độ ban đầu T_1 rồi lại giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích V_3 .

1. Biểu diễn định tính các quá trình biến đổi trạng thái khí bằng đồ thị trong hệ p-V.
2. Tính công A mà khí sinh ra trong 3 quá trình trên theo P_1, V_1, V_2, V_3 .
3. Nếu V_1 và V_3 cho trước, với giá trị nào của V_2 thì công A cực đại.

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[2 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]; \quad 3. \quad V_2 = \sqrt{V_1 V_3}$$

ĐS: 2. Công công:

Bài 49. Một hình hộp có chiều dài $l = 0,4$ m tiết diện ngang là hình vuông cạnh $a = 0,1$ m, đặt nằm ngang. Một vách ngăn có bề dày và khối lượng không đáng kể chia hình hộp thành hai phần, vách ngăn có thể chuyển động tịnh tiến dọc theo chiều dài hộp. Thành hộp và vách ngăn đều cách nhiệt. Khi hệ ở trạng thái cân bằng thì vách ngăn nằm chính giữa hộp, thuỷ ngân chứa một nửa thể tích phần bên trái và phía trên cùng có một lỗ nhỏ A thông với khí quyển. Phần bên phải chứa một khối khí lưỡng nguyên tử ở nhiệt độ $T_0 = 300^{\circ}\text{K}$ (hình 2).



(H2)

1. Tính áp suất khối khí ngăn bên phải khi vách ngăn ở vị trí cân bằng.

2. Nhờ một dây đốt nóng được đưa vào bên phải hộp người ta nung nóng dần khối khí để vách dịch chuyển sang trái cho đến lúc nó chạm vào thành hộp.

a. Tính nhiệt độ khối khí ở trạng thái cuối.

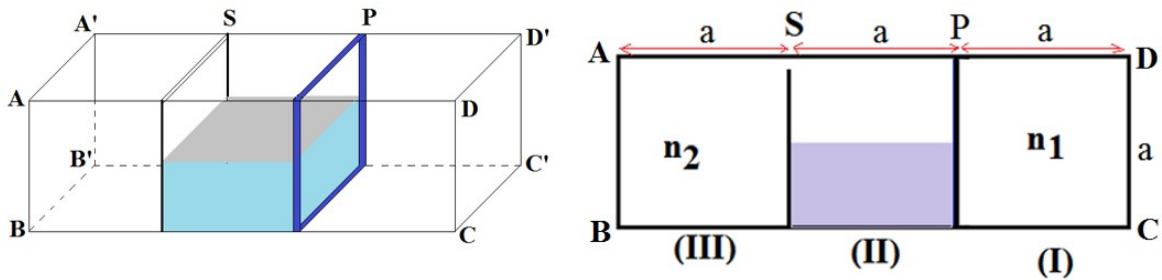
b. Tìm công mà khối khí đã thực hiện và nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí. Bỏ qua động năng của thuỷ ngân.

Cho khối lượng riêng của thuỷ ngân $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, áp suất khí quyển $p_k = 1,012 \cdot 10^5 \text{ pa}$, gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua sự thay đổi thể tích theo nhiệt độ.

ĐS: 1. $P_0 = 1,029 \cdot 10^5 \text{ pa}$; 2a. $640,31 \text{ K}$; 2b. $A = 425,2 \text{ (J)}$, $Q = 990,7 \text{ (J)}$

Bài 50. Một vật dạng hình hộp chữ nhật kín ABCDA'B'C'D' có tiết diện là hình vuông, kích thước $a \times a \times 3a$, đặt nằm ngang, mặt thành trong nhẵn. Hộp có 5 mặt làm bằng chất liệu cách nhiệt, riêng mặt đáy ABB'A' làm bằng chất liệu dẫn nhiệt tốt. Ban đầu hộp được ngăn làm 3 phần bằng nhau bởi hai vách ngăn mỏng P và S

- Vách ngăn P làm bằng chất liệu cách nhiệt, có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo thành hộp (không quay), có tác dụng ngăn khí giữa ngăn (I) và (II) không đan trộn vào nhau.



Hình 3

- Vách ngăn S làm bằng chất liệu dẫn nhiệt tốt, được gắn cố định với thành hộp, phía trên cùng sát thành trên hộp có khe hẹp để cho khí hai ngăn (II) và (III) thông nhau.
- Khí trong ngăn (I), (III) và phần trên ngăn (II) cùng loại, đều là khí lí tưởng đơn nguyên tử.
- Phần dưới ngăn (II) có chứa một lượng chất lỏng.

Ban đầu hệ ở trạng thái ban đầu thì các vách ngăn P, S chia hộp làm 3 phần có độ dài bằng nhau; áp suất khí trong ngăn (I) là P_0 , khí ngăn (II) và (III) là P_{02} ; nhiệt độ trong các ngăn bằng nhau và bằng nhiệt độ bên ngoài T_0 ; chất lỏng trong ngăn (II) có chiều cao $\frac{a}{2}$ (hình 3).

Gọi g là gia tốc trọng trường, ρ là khối lượng riêng của chất lỏng.

Trong bài toán này, ta coi các giá trị T_0 , P_0 , a , g , ρ đã biết; $P_0 = \frac{\rho g a}{4}$.

1. Xét hệ ở trạng thái ban đầu.

- Tính P_{02} theo P_0 .
- Gọi n_1 là số mol khí ở ngăn (I), n_2 là tổng số mol khí ở ngăn (III) và một phần của ngăn (II). Tính tỉ số $\frac{n_2}{n_1}$.

Sau đó nung nóng khói khí ngăn (I) bằng cách cung cấp một nhiệt lượng (nhờ một dây điện trở nhỏ được đưa trước vào ngăn (I) chẳng hạn), làm cho nhiệt độ T_1 của ngăn (I) tăng lên, vách ngăn P bắt đầu dịch chuyển sang bên trái. Bỏ qua sự bay hơi của chất lỏng. Gọi x là độ dịch chuyển của vách ngăn P.

2. Xét hệ trong điều kiện $x \leq \frac{a}{2}$.

- a. Lập các biểu thức áp suất P_1 theo độ dịch chuyển x .
- b. Lập biểu thức T_1 biến đổi theo x .
- c. Với T_1 bằng bao nhiêu thì chất lỏng bắt đầu tràn qua ngăn (III)?

d. Tính công A_I của khí ngăn (I) khi x tăng từ 0 đến $x = \frac{a}{2}$

e. Tính nhiệt lượng Q_1 đã cung cấp cho khí ngăn (I) cho đến khi $x = \frac{a}{2}$

$$\text{ĐS: 1a. } P_{02} = \frac{P_0}{2}; 1b. \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{4}; 2a. P_1 = \frac{P_0}{2} \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a - x)} + \frac{a^2}{(a - x)^2} \right];$$

$$2b. T_1 = \frac{T_0}{2} (a + x) \left[\frac{3}{2} \frac{1}{(1,5a - x)} + \frac{a}{(a - x)^2} \right]; 2c. T_1 = \frac{33}{8} T_0;$$

$$2d. A_I = \frac{P_0}{2} a^2 \left[\frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a \right] = \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right];$$

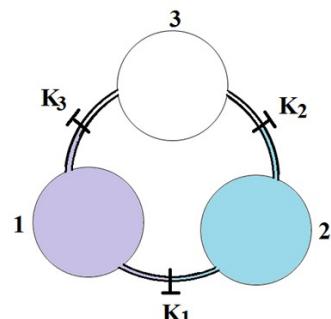
$$2e. Q_1 = \frac{75}{16} P_0 a^3 + \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] = \frac{P_0 a^3}{2} \left[\frac{75}{8} + \frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right]$$

Bài 51. Có ba bình 1, 2, 3 giống hệt nhau, cùng dung tích. Mỗi bình nối với hai bình còn lại bằng các ống nhỏ và ngăn cách nhau bằng các van đang đóng K_1 , K_2 và K_3 như hình 4. Ban đầu, bình 3 là bình chân không, còn hai bình 1, 2 chứa khí lí tưởng với các thông số vĩ mô như sau:

+ Bình 1 chứa một loại khí đơn nguyên tử, ở áp suất P_0 và nhiệt độ tuyệt đối T_0 .

+ Bình 2 chứa một loại khí lưỡng nguyên tử, ở áp suất $2P_0$ và nhiệt độ tuyệt đối $2T_0$.

Sau đó người ta mở van K_1 cho khí hai bình 1 và 2 thông nhau. Sau một thời gian, nhiệt độ và áp suất hệ hai khí đạt đến một giá trị ổn định T_{12} và P_{12} .



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Biết rằng hai khí không xảy ra phản ứng hóa học với nhau. Coi vỏ các bình, các đoạn ống và van đều làm bằng chất cách nhiệt; bỏ qua thể tích các đoạn ống.

a. Hãy tìm T_{12} theo T_0 và P_{12} theo P_0 .

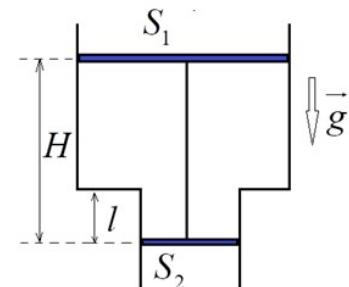
b. Sau đó người ta tiếp tục mở hai van K_2 và K_3 để khí thông với bình 3. Khi hệ đạt đến trạng thái cân bằng, nhiệt độ và áp suất hệ đạt đến giá trị lần lượt T và P . Tìm T theo T_0 và P theo P_0 .

$$\eta = \frac{\Delta(\frac{mv^2}{2})}{mv^2}$$

c. Gọi η là phần trăm phần động năng trung bình mỗi loại phân tử khí đã nhận hoặc nhường khi các van đều mở. Hãy tính phần trăm động năng trung bình đã nhận hoặc nhường η_1, η_2 của khí 1 và 2.

Bài 52. Hệ hai piston lớn và nhỏ nối với nhau bằng một thanh cứng, đặt trong một xi lanh đặt thẳng đứng có hai phần tiết diện khác nhau: piston lớn nằm phía trên, diện tích bề mặt piston là $S_1=2S$; piston nhỏ phía dưới, diện tích bề mặt là $S_2=S$; thanh cứng mảnh và chiều dài H ; tổng khối lượng hệ hai piston và thanh cứng là M . Xi lanh có mặt thành trong nhẵn, bên trong xi lanh có chứa n mol khí lí tưởng ở nhiệt độ T . Áp suất không khí bên ngoài xi lanh là P_0 .

Khi hệ cân bằng, mặt trên piston nhỏ nằm cách mặt đáy xi lanh lớn một đoạn l (Hình 6). Biết hằng số khí lí tưởng là R , gia tốc trọng trường là g .



Hình 6

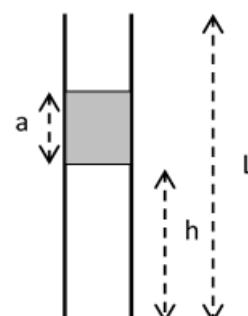
Từ vì trí cân bằng, ấn hệ hai piston xuống một đoạn bé rồi buông tay, coi khí trong xi lanh biến đổi đẳng nhiệt. Tìm chu kì dao động bé của hai piston theo M, g, P_0, S, n, R, T .

$$\tau = 2\pi \frac{\sqrt{nRTM}}{(Mg + P_0S)}$$

ĐS:

Bài 53 . (Trích đề học sinh giỏi lớp 12 vòng 2 năm học 2010 – 2011 – Tỉnh Đồng Nai)

Một ống hình trụ, thành cách nhiệt, miệng hở, chiều cao L được đặt thẳng đứng. Trong ống có một cột thuỷ ngân chiều cao a . Dưới cột thuỷ ngân có chứa n mol khí lí tưởng đơn nguyên tử,



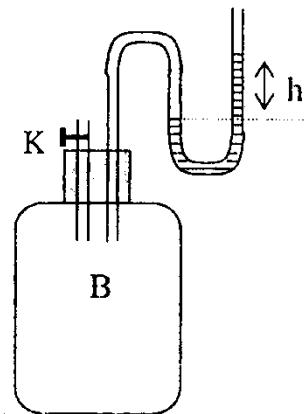
chiều cao h , ở nhiệt độ T_0 (hình vẽ). Áp suất khí quyển là P_0 mmHg. Người ta truyền nhiệt cho khí sao cho cột thuỷ ngân chuyển động rất chậm và cuối cùng chảy hoàn toàn ra khỏi ống. Bỏ qua ma sát giữa thuỷ ngân và thành ống và xem sự trao đổi nhiệt giữa khí và thuỷ ngân là không đáng kể.

a) Ở nhiệt độ nào thì thuỷ ngân bắt đầu trào ra khỏi ống? Tính nhiệt lượng đã cung cấp cho khí đến lúc này

b) Hãy cho biết sự biến thiên nhiệt độ của khối khí trong quá trình thuỷ ngân tràn ra khỏi ống.

$$\text{ĐS: a. } T_1 = T_0 \frac{L - a}{h}; Q_1 = \frac{5nR(L - a - h)T_0}{2h}; b. T = T_0 \frac{(L - x)(H + x)}{h(H + a)}$$

Bài 54. Trong bình kín B có chứa hỗn hợp khí ôxi và hêli. Khí trong bình có thể thông với môi trường bên ngoài bằng một ống có khoá K và một ống hình chữ U hai đầu để hở, trong đó có chứa thuỷ ngân (áp kế thuỷ ngân như hình vẽ). Thể tích của khí trong ống chữ U nhỏ không đáng kể so với thể tích của bình. Khối khí trong bình cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài nhưng áp suất thì cao hơn nên sự chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh chữ U là $h = 6,2$ cm. Người ta mở khoá K cho khí trong bình thông với bên ngoài rồi đóng lại ngay. Sau một thời gian đủ dài để hệ cân bằng nhiệt trở lại với môi trường bên ngoài thì thấy độ chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh là $h' = 2,2$ cm. Cho O = 16; He = 4.



1. Hãy xác định tỷ số khối lượng của ôxi và hêli có trong bình.

2. Tính nhiệt lượng mà khí trong bình nhận được trong quá trình nói trên. Biết số mol khí còn lại trong bình sau khi mở khoá K là $n = 1$; áp suất và nhiệt độ của môi trường lần lượt là $p_0 = 10^5 N/m^2$; $T_0 = 300 K$, khối lượng riêng của thuỷ ngân là $\rho = 13,6 g/cm^3$; gia tốc trọng trường $g = 10 m/s^2$.

$$\text{ĐS: 1. } \frac{m_H}{m_{He}} \approx 3,8; 2. Q = \frac{nR\rho gh_2 T_0}{(\gamma - 1)p_0} \approx 135,6 J$$

Bài 55. Một quả bóng cao su chứa hêli được thả bay lên bầu trời. Áp suất và nhiệt độ của khí quyển thay đổi theo độ cao. Giả thiết rằng nhiệt độ của hêli trong quả bóng bằng

nhiệt độ của không khí xung quanh, hêli và không khí đều được coi là khí lý tưởng. Hằng số tổng hợp của chất khí là $R=8,31\text{J/mol.K}$, khối lượng mol của hêli và của không khí tương ứng là $M_H=4,00 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$ và $M_A=28,9 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$. Gia tốc rơi tự do là $g=9,8\text{m/s}^2$.

Phân A:

a) Giả sử không khí xung quanh có áp suất p và nhiệt độ T . Áp suất trong quả bóng cao hơn bên ngoài do tính đàn hồi của vỏ bóng. Giả sử trong quả bóng được giữ n mol hêli với áp suất $p+\Delta p$. Hãy xác định lực đẩy tác dụng lên quả bóng như một hàm số của p và Δp .

b) Vào một ngày nào đó, nhiệt độ T của không khí ở độ cao z so với mặt biển cho bởi hệ thức $T(z)=T_0(1-z/z_0)$ trong phạm vi $0 < z < 15\text{km}$, và $T_0=303\text{K}$. Áp suất và khối lượng riêng của không khí ở mặt biển bằng $p_0=1\text{atm}=1,01 \cdot 10^5\text{Pa}$ và $\rho_0=1,16\text{kg/m}^3$. Trong phạm vi độ cao đó, áp suất biển đổi theo độ cao với quy luật:

$$p(z)=p_0(1-z/z_0)^\eta \quad (1)$$

Hãy biểu diễn hằng số η qua các đại lượng z_0 , ρ_0 , p_0 và g ; hãy xác định giá trị của nó chính xác đến hai chữ số có nghĩa. Coi gia tốc rơi tự do là không đổi và không phụ thuộc theo độ cao.

Phân B:

Khi quả bóng cao su (với bán kính r_0 ở trạng thái không biến dạng) căng lên đến bán kính r ($\geq r_0$) thì vỏ của nó thu được một năng lượng đàn hồi do bị căng ra. Khi đó năng lượng đàn hồi U của vỏ hình cầu căng ra ở nhiệt độ không đổi T được mô tả theo phương trình:

$$U=4\pi r_0^2 kRT \left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3\right) \quad (2)$$

Trong đó $\lambda \equiv r/r_0 (\geq 1)$ là hệ số căng (theo bán kính), còn k là một hằng số nào đó, được tính theo đơn vị mol/m^2 .

c) Hãy biểu diễn Δp qua các thông số có mặt trong biểu thức (2) và biểu diễn bằng đồ thị sự phụ thuộc của Δp vào λ .

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

d) Độ lớn của hằng số k có thể được xác định qua số mol hêli cần thiết để làm căng quả cầu. Khi $T_0=303K$ và $p_0=1,0\text{atm}$ và quả bóng không bị căng (khi $r=r_0$), chưa được $n_0=12,5\text{mol}$ hêli. Để làm căng quả bóng ứng với $\lambda=1,5$ ở nhiệt độ không đổi T_0 và áp suất bên ngoài p_0 thì trong đó phải chứa $n=3,6n_0$ mol = 45mol hêli. Hãy xác định thông

số $a=\frac{k}{k_0}$ của vỏ bóng (trong đó $k_0 \equiv r_0 p_0 / 4RT_0$) qua n , n_0 và λ . Tính giá trị của nó với độ chính xác đến hai chữ số có nghĩa.

Phần C:

Quả bóng được bơm ở mực nước biển tại câu d) (hệ số căng theo bán kính $\lambda=1,5$, số mol hêli bên trong là $n_0=12,5\text{mol}$ ở nhiệt độ $T_0=303K$ và áp suất $p_0=1\text{atm}=1,01 \cdot 10^5 \text{Pa}$). Khối lượng tổng cộng của bóng là $M_t=1,12\text{kg}$. Khi đó quả bóng sẽ bắt đầu nâng lên khỏi mặt biển.

e) Giả sử rằng quả bóng được nâng lên độ cao z_f mà ở đó lực dây cân bằng với trọng lực. Hãy xác định z_f và hệ số căng λ_f ở độ cao đó. Tính giá trị của nó đến độ chính xác với hai chữ số có nghĩa. Bỏ qua sự thoát khí ra ngoài và sự dịch chuyển của bóng do gió.

$$\text{ĐS: a. } F = \frac{p}{p + \Delta p} n M_{\text{t}} g; \text{ b. } \eta = \frac{M_{\text{t}} g z_0}{R T_0}; \text{ c. } \Delta p = \frac{4 k R T}{r_0} (\lambda^{-1} - \lambda^{-7}).$$

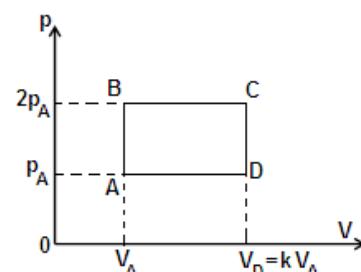
Lưu ý: Δp có cực đại khi $\lambda = \sqrt[5]{7} \approx 1,38$. Khi $\lambda \rightarrow 1 \rightarrow \Delta p = 0$. Khi $\lambda \gg 1 \rightarrow \Delta p \sim 1/\lambda$.

$$\text{d. } a = \frac{n/(n_0 \lambda^3) - 1}{\lambda^{-1} - \lambda^{-7}} \approx 0,11; \text{ e. } z_f \approx 11 \text{ km}, \lambda_f \approx \sqrt{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\lambda}\right) \left(1 - \frac{M_t}{n M_{\text{t}}} \right) \lambda^3} \approx 2,14.$$

IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TƯỞNG

Bài 1. Một khí lí tưởng đơn nguyên tử hoạt động với chu trình ABCDA theo chiều kim đồng hồ (có đồ thị như hình vẽ)

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



Hãy xác định tỉ số $k = \frac{V_D}{V_A}$ khi hiệu suất của chu trình là 12%.

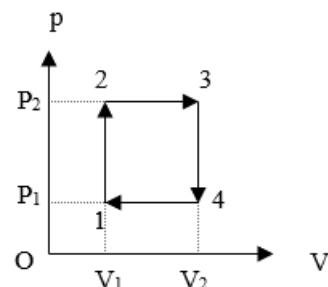
ĐS: $k = 1,45$.

Bài 2. Một mol khí lỏng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình như hình vẽ. 1-2 và 3-4 là quá trình đẳng tích; 2-3 và 4-1 là quá trình đẳng áp. 2 và 4 cùng nằm trên một đường đẳng nhiệt. Biết nhiệt độ tại 1 và 3 tương ứng là $T_1 = 300\text{K}$, $T_3 = 600\text{K}$.

a) Tính nhiệt độ của khí ở trạng thái 2.

b) Tính công mà khí thực hiện trong chu trình. Tính hiệu suất của chu trình.

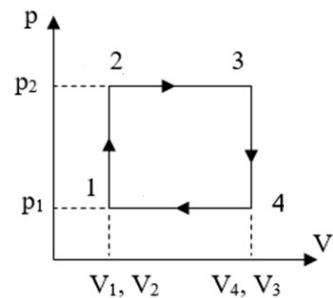
ĐS: a. $T=424,26\text{K}$; b. $A=427,73\text{J}$; $H=8,23\%$



Bài 3. Một khí lỏng với chỉ số đoạn nhiệt γ , nhiệt độ thấp nhất T_1 , thực hiện một chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và đẳng áp. Nhiệt độ tuyệt đối tăng n lần cả trong quá trình đốt nóng đẳng tích và dẫn nở đẳng áp.

a. Quá trình nào hệ nhận nhiệt, nhả nhiệt? Tính nhiệt lượng nhận và nhả đó.

b. Tính hiệu suất của chu trình.



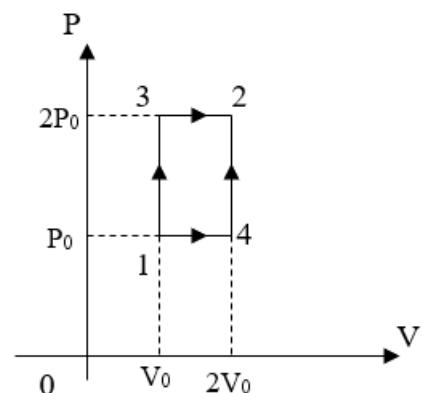
$$\eta = 1 - \frac{n + \gamma}{1 + n\gamma}$$

ĐS:

Bài 4. Một mol khí lỏng đơn nguyên tử ở điều kiện bình thường chuyên từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) theo hai quá trình: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ và $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ (như đồ thị bên). Tính tỷ số của nhiệt lượng cần thiết truyền cho chất khí trong hai quá trình này.

$$\frac{Q_{132}}{Q_{142}} = \frac{13}{11}$$

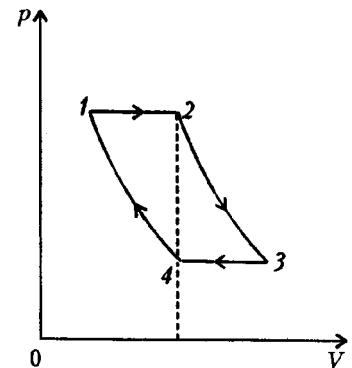
ĐS:



Bài 5. Trên giản đồ pV đối với một khối lượng khí lý tưởng nào đó, gồm hai quá trình đằng nhiệt cắt hai quá trình đằng áp tại các điểm 1, 2, 3, 4 (xem hình vẽ). Hãy xác định tỷ số nhiệt độ T_3/T_1 của chất khí tại các trạng thái 3 và 1, nếu biết tỷ số thể tích $V_3/V_1 = \alpha$. Cho thể tích khí tại các trạng thái 2 và 4 bằng nhau.

$$\frac{T_3}{T_1} = \sqrt{\alpha}$$

ĐS:



Bài 6. 1mol chất khí lí tưởng thực hiện chu trình biến đổi sau đây: từ trạng thái 1 với áp suất $P_1 = 10^5 Pa$, nhiệt độ $T_1 = 600 K$, dãn nở đằng nhiệt đến trạng thái 2 có $P_2 = 2,5 \cdot 10^4 Pa$, rồi bị nén đằng áp đến trạng thái 3 có $T_3 = 300 K$, rồi bị nén đằng nhiệt đến trạng thái 4 và trở lại trạng thái 1 bằng quá trình đằng tích.

a. Tính các thể tích V_1, V_2, V_3 và áp suất P_4 . Vẽ đồ thị chu kì trong tọa độ $P-V$?

b. Chất khí nhận hay sinh bao nhiêu công, nhận hay tỏa bao nhiêu nhiệt lượng trong mỗi quá trình và trong cả chu trình?

Cho biết: $R = 8,31 J/molK$, nhiệt dung mol đằng tích $C_V = \frac{5R}{2}$, công 1 mol khí sinh ra trong quá trình dãn nở đằng nhiệt từ thể tích V_1 đến thể tích V_2 là:

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

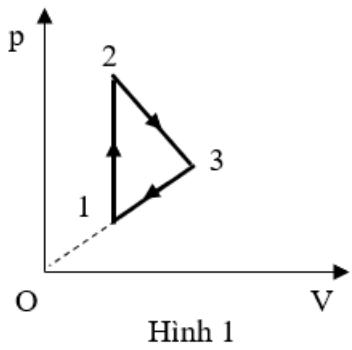
ĐS: a. $V_1 \approx 0,05 m^3; V_2 = 0,2 m^3; V_3 = 0,1 m^3; P_4 = 5 \cdot 10^4 Pa$

b. Vậy trong cả quá trình thì hí nhận nhiệt: $Q = 2648 J$, sinh công: $A = 2648 J$

Bài 7. Chu trình thực hiện biến đổi 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử như hình 1.

-Có hai quá trình biến đổi trạng thái khí, trong đó áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích. Một quá trình biến đổi trạng thái khí đằng tích.

-Trong quá trình đằng tích 1 – 2 khí nhận nhiệt lượng $Q = 4487,4 J$ và nhiệt độ của nó tăng lên 4 lần.



Hình 1

-Nhiệt độ tại các trạng thái 2 và 3 bằng nhau.

Biết nhiệt dung mol đẳng tích $C_v = \frac{3R}{2}$, $R = 8,31 \text{ J/K.mol}$.

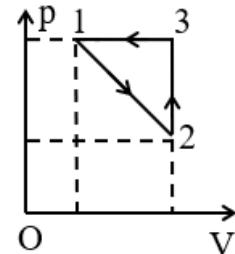
- Hãy xác định nhiệt độ T_1 của khí.
- Tính công mà khí thực hiện được trong một chu trình.
- Tính nhiệt độ cực đại của chu trình.
- Tính hiệu suất chu trình.

ĐS: a. $T_1 = 120\text{K}$; b. $A = 1495,8\text{J}$; c. $T_{max} = 4,5T_1 = 540\text{K}$; d. $H = \frac{24}{121}$

Bài 8. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử, biến đổi trạng thái theo một chu trình như hình 4. Biết $T_1 = T_2 = 300\text{K}$; $V_3 = 2,5V_1$; hằng số khí $R = 8,31\text{J/mol.K}$. Tìm nhiệt lượng truyền cho khí chỉ trong các giai đoạn mà nhiệt độ khí tăng.

ĐS: Tổng nhiệt lượng truyền cho khí trong một chu trình ứng với

$$\text{nhiệt độ khì tăng: } Q = \frac{129}{40}RT_1 \approx 8 \text{ KJ}$$



Bài 9. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện 1 chu trình kín mà đường biểu diễn trên đồ thị P, V như hình vẽ.

1-2 : qt đẳng áp

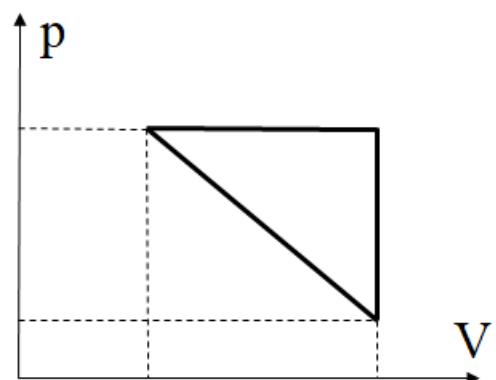
2-3 : qt đẳng tích

3-1 : áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích (đoạn thẳng)

$$T_1 = T_3 = 300\text{K}, \frac{V_3}{V_1} = \frac{5}{2}$$

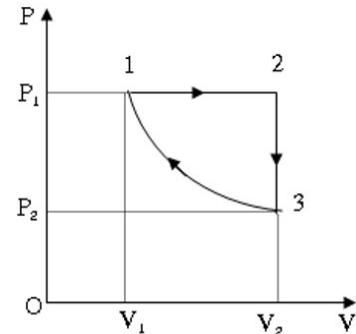
Tìm nhiệt lượng mà khì nhận được trong từng phần của chu trình mà nhiệt độ tăng. tính hiệu suất chu trình ?

ĐS: $\eta = 12\%$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 10. Một mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện chu trình thuận nghịch 1-2-3-1 được biểu diễn trên hình 3. Biết công mà khí thực hiện trong quá trình đẳng áp 1-2 gấp n lần công mà ngoại lực thực hiện để nén khí trong quá trình đoạn nhiệt 3-1.



a) Tìm hệ thức giữa n và hiệu suất H của chu trình.

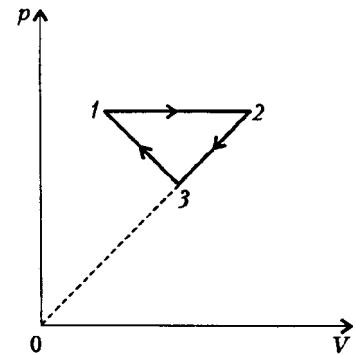
b) Cho biết hiệu suất $H = 25\%$. Hãy tính n.

c) Giả sử khối khí trên thực hiện một quá trình thuận nghịch nào đó được biểu diễn trong mặt phẳng p-V bằng một đoạn thẳng có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ. Tính nhiệt dung của khối khí trong quá trình đó.

$$H = \frac{2(n-1)}{7n}$$

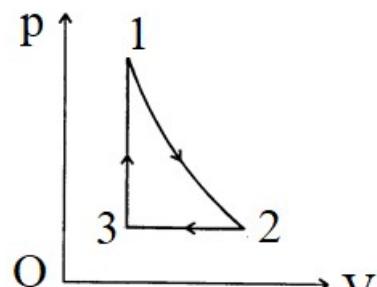
ĐS: a. ; b. $n = 8$; c. $C=3R$.

Bài 11. Trên hình vẽ cho chu trình thực hiện bởi n mol khí lý tưởng, gồm một quá trình đẳng áp và hai quá trình có áp suất p phụ thuộc tuyến tính vào thể tích V. Trong quá trình đẳng áp 1-2, khí thực hiện một công A và nhiệt độ của nó tăng 4 lần. Nhiệt độ tại 1 và 3 bằng nhau. Các điểm 2 và 3 nằm trên đường thẳng đi qua gốc toạ độ. Hãy xác định nhiệt độ khí tại điểm 1 và công mà khối khí thực hiện trong chu trình trên



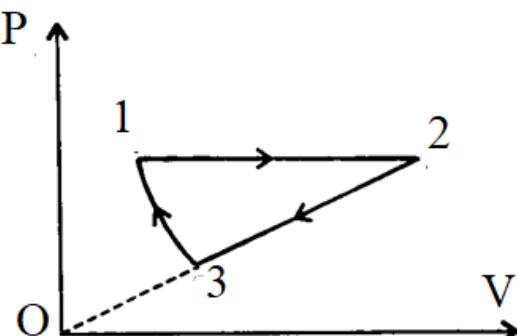
$$\text{ĐS: } T_1 = \frac{A}{3nR}; \quad A_1 = \frac{A}{4}$$

Bài 12. Một mol khí héli thực hiện một chu trình như hình vẽ gồm các quá trình: đoạn nhiệt 1-2, đẳng áp 2-3 và đẳng tích 3-1. Trong quá trình đoạn nhiệt hiệu nhiệt độ cực đại và cực tiểu của khí là ΔT . Biết rằng trong quá trình đẳng áp, khí toả ra một nhiệt lượng bằng Q. Hãy xác định công A do khối khí thực hiện trong chu trình trên.



$$\text{ĐS: } A = \frac{3}{2}R\Delta T - \frac{2}{5}Q$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



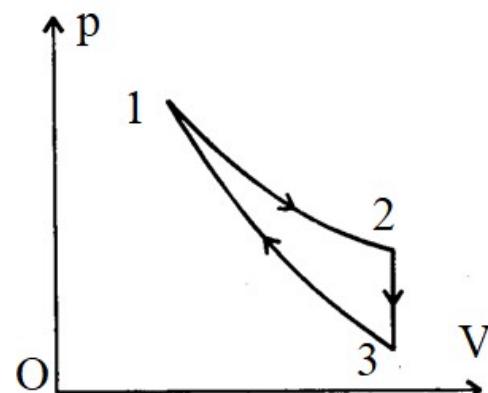
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 13. Một khối khí hêli ở trong một xilanh có pittông di chuyển được. Người ta đốt nóng khối khí này trong điều kiện áp suất không đổi, đưa khí từ trạng thái 1 tới trạng thái 2. Công mà khí thực hiện trong quá trình này là A_{1-2} . Sau đó, khí bị nén theo quá trình 2-3, trong đó áp suất p tỷ lệ thuận với thể tích V . Đồng thời khối khí nhận một công là A_{2-3} ($A_{2-3} > 0$). Cuối cùng khi được nén đoạn nhiệt về trạng thái ban đầu. Hãy xác định công A_{31} mà khí thực hiện trong quá trình này.

$$\text{ĐS: } A_{31} = \frac{3}{2} nR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2} (2A_{2-3} - A_{1-2}).$$

Bài 14 Cho một máy nhiệt hoạt động theo chu trình gồm các quá trình: đằng nhiệt 1-2, đằng tích 2-3 và đoạn nhiệt 3-1 (xem hình vẽ). Hiệu suất của máy nhiệt này là η và hiệu nhiệt độ cực đại và cực tiểu của khí trong chu trình bằng ΔT . Biết rằng chất công tác trong máy nhiệt này là n mol khí lý tưởng đơn nguyên tử. Hãy xác định công mà khối khí đó thực hiện trong quá trình đằng nhiệt.

$$\text{ĐS: } A = \frac{3nR\Delta T}{2(1 - \eta)}.$$

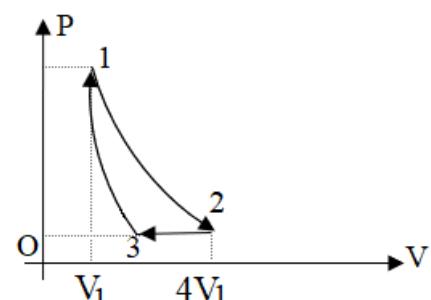


Bài 15. Một khối khí lưỡng nguyên tử ở trạng thái 1 có các thông số: p_1, V_1, T_1 . Khối khí biến đổi theo chu trình như hình vẽ.

- a) Xác định các thông số trạng thái ở trạng thái 2 và 3?
- b) Tính hiệu suất của chu trình?

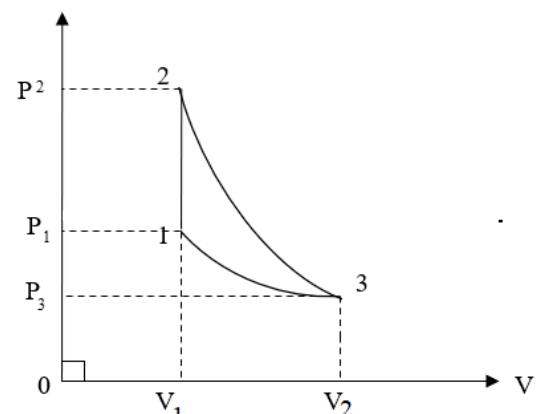
Biết 1-2 là quá trình đằng nhiệt; 3-1 là quá trình đoạn nhiệt

ĐS: b. $H = 17,5\%$



Bài 16. Người ta làm nóng đằng tích 1 mol khí Nitơ ở nhiệt độ -43°C và áp suất khí quyển cho tới khi áp suất tăng gấp đôi, sau đó cho khí giãn đoạn nhiệt trở về nhiệt độ ban đầu, tiếp theo lại nén đằng nhiệt cho đến khi thể tích bằng thể tích ban đầu.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

1. Tính áp suất và thể tích chất khí sau khi giãn đoạn nhiệt.
2. Tính công khí sinh ra trong chu trình. Coi giãn đoạn nhiệt là quá trình thuận nghịch.

ĐS: 1. $V_3 = 0,107m^3$, $p_3 = 0,177atm = 17900 Pa$; 2. $A = 1470J$

Bài 17 Một khối khí lý tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện một chu trình được diễn tả bằng đồ thị trong hệ toạ độ (p, V) như hình vẽ.

- a. Tính hiệu suất của chu trình này.
- b. So sánh hiệu suất của chu trình với hiệu suất lý thuyết cực đại của chu trình, mà ở đó nhiệt độ đốt nóng và nhiệt độ làm lạnh tương ứng với nhiệt độ cực đại và nhiệt độ cực tiểu của chu trình đang khảo sát.

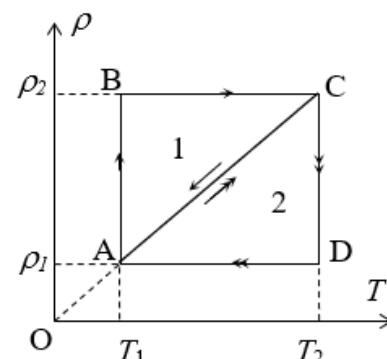
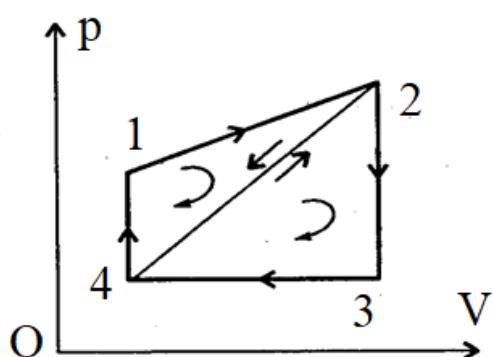
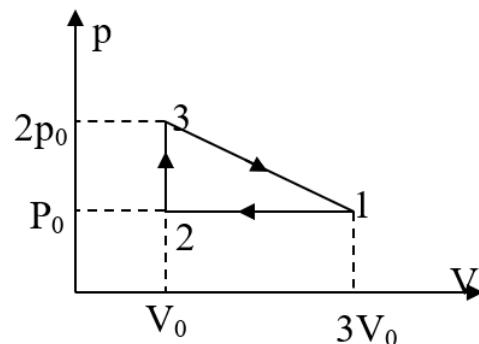
ĐS: a. $H = 12,5\%$; b. $H = 18,38\%H_{lt}$

Bài 18. Cho hiệu suất của chu trình 1-2-4-1 bằng η_1 và của chu trình 2-3-4-2 bằng η_2 (xem hình vẽ).

Hãy xác định hiệu suất của chu trình 1-2-3-4-1, biết rằng các quá trình 4-1, 2-3 là đẳng tích, quá trình 3-4 là đẳng áp, còn trong các quá trình 1-2; 2-4 áp suất p phụ thuộc tuyến tính vào thể tích V . Các quá trình nói trên đều được thực hiện theo chiều kim đồng hồ. Biết rằng chất công tác ở đây là khí lý tưởng.

ĐS: $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$.

Bài 19. Một chất khí lý tưởng đơn nguyên tử, ban đầu hoạt động theo chu trình 1(ABCA), rồi sau đó hoạt động theo chu trình 2(ACDA). Đồ thị của hai chu trình biểu diễn sự phụ khói lượng riêng ρ của khí theo nhiệt độ T như hình 4.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Gọi hiệu suất chu trình 1 và hiệu suất chu trình 2 lần lượt là η_1 và η_2 . Biết hiệu suất của hai chu trình thỏa mãn hệ thức $(3 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 1$.

1. Cho biết khối lượng khí là m, khối lượng mol khí là μ . Hãy tính công mà khí sinh ra trong mỗi chu trình theo m, μ , T_1 và T_2 .

2. Hãy xác định tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$.

$$A_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

ĐS: 1. Chu trình 1 là: $A_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$, chu trình 2 là:

$$A_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1); 2. \frac{T_2}{T_1} = 20,08$$

Bài 20. Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên. Biết :

$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$

$$T_1 = 100\text{K} \text{ và } T_4 = 300\text{K}.$$

Tính $V_3 = ?$

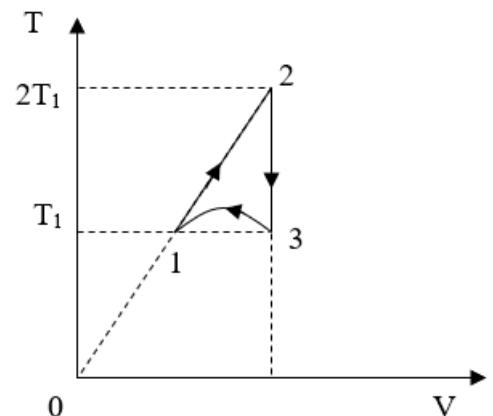
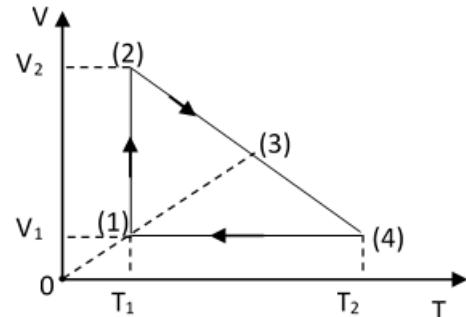
$$\text{ĐS: } V_3 = 2,2\text{m}^3$$

Bài 21. Cho n mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái được biểu diễn như hình vẽ. Các quá trình $1 \rightarrow 2$ và $2 \rightarrow 3$ biểu thị bằng các đoạn thẳng. Quá trình $3 \rightarrow 1$ biểu thị bằng công thức:

$$T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV$$

Trong đó $T_1 = 77^\circ\text{C}$, b là hằng số chưa biết. Tìm công của khối khí thực hiện trong một chu trình

$$\text{ĐS: } A = -\frac{1}{4}nRT_1$$

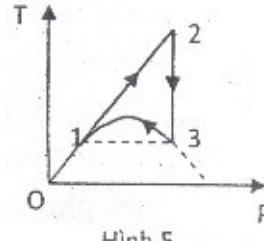


Bài 22. Một mol khí lý tưởng thực hiện chu trình 1231 mà đường biểu diễn trên đồ thị P như hình 5. Trong đó: 12 là đường thẳng kéo dài qua gốc O; 23 là đường thẳng song song với trục OT ; 31 là cung parabol có đường kéo dài qua gốc O- Biết $T_1 = T_3 = 300K$; $T_2 = 400K$.

a. Hãy biểu diễn chu trình trên trong hệ trực (P, V).

b. Tính công sinh ra bởi mol khí trong chu trình trên.

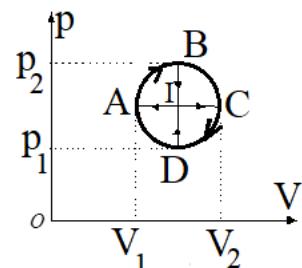
ĐS: $A = -104 \text{ (J)}$



Hình 5

Bài 23. Trong một máy nhiệt, tác nhân là khí lý tưởng đơn nguyên tử. Chu trình của của máy được biểu diễn trong hệ trực tọa độ $P-V$ là đường vòng qua góc phần tư thứ hai và thứ tư của vòng tròn (đường ABICDIA) như hình vẽ.

Cho trước các giá trị biên P_1 ; P_2 ; V_1 ; $V_2 = 2V_1$; Tính hiệu suất của máy nhiệt đó?



ĐS: $H = \frac{2\tau}{\tau + 90} \approx 6,33\%$

Bài 24. Biết một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử khi tăng nhiệt độ lên 1 độ thì nội năng

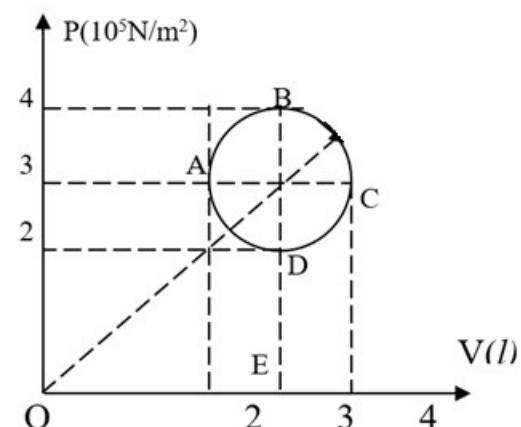
tăng thêm $1,5R$. Có $\frac{2,014}{8,31} \text{ mol}$ khí lý tưởng đơn

nguyên tử thực hiện một vòng tuần hoàn như hình.

- Tính nhiệt độ cao nhất của chu trình
- Quá trình từ C đến D là quá trình chất

khí thu hay tỏa nhiệt và nhiệt lượng trao đổi đó là bao nhiêu bao nhiêu?

ĐS: a. $682,4K$; b. Khí hấp thụ nhiệt lượng $7697,5J$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 25. Một khối khí lỏng đơn nguyên tử biến đổi trạng thái theo chu trình 1-2-3-1. Quá trình 1-2 là quá trình đẳng tích, 2-3 là quá trình đẳng áp, 3-1 là quá trình mà áp suất p biến thiên theo hàm số bậc nhất đối với thể tích V. Biết áp suất và thể tích của khối khí tại các trạng thái 1, 2, 3 tương ứng lần lượt là $p_1 = p_0$; $V_2 = V_0$; $V_3 = 2V_0$.

a) Hãy vẽ hình biểu diễn chu trình nêu trên trong hệ tọa độ p-V.

b) Tính hiệu suất của chu trình.

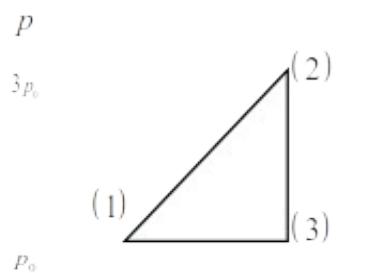
ĐS: $H=7,7\%$

Bài 26. Một lượng khí lỏng đơn nguyên tử thực hiện chu trình như hình vẽ. Trạng thái A, B cố định, C có thể thay đổi, nhưng quá trình AC là đẳng áp.

a) Tính công lớn nhất của chu trình nếu nhiệt độ giảm trong suốt quá trình BC?

b) Tính hiệu suất của chu trình trong trường hợp này?

ĐS: a. $A_{\max} = 9P_0V_0$; b. $H = 30\%$



Bài 27. Một khối khí có áp suất p, nhiệt độ tuyệt đối T và thể tích V liên hệ với nhau theo phương trình trạng thái $\left(p + \frac{a}{V^2} \right)V = RT$. Khối khí có nội năng $U = \frac{3}{2}RT - \frac{a}{V}$; (hằng số $a = 64p_0V_0^2$). Khối khí này thực hiện chu trình như đồ thị.

O V_0 $3V_0$ V

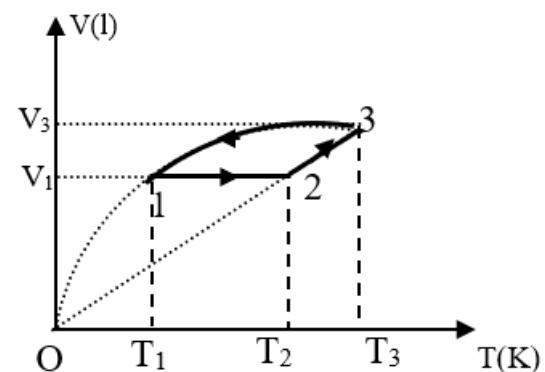
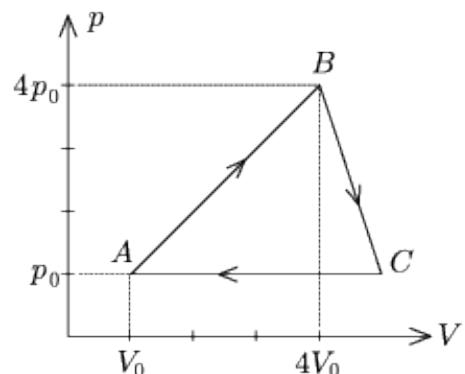
Hãy tính hiệu suất của chu trình nói trên.

ĐS: $H = \frac{6}{63}$

Bài 28. Một mol khí lỏng thực hiện chu trình

1-2-3-1 như hình vẽ. Biết $T_1 = 300K$; $T_3 = 675K$; $V_3 = 5lít$; $R = 8,31J/mol.K$; các điểm 1 và 3 cùng nằm trên một Parabol có đỉnh là tọa độ.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



Tính công sinh ra trong cả chu trình.

ĐS: $A \approx 312(J)$

Bài 29. Một mol khí lý tưởng trong xi-lanh kín biến đổi trạng thái từ (A) đến (B) theo đồ thị có dạng một phần tư đường tròn tâm I(V_B, p_A), bán kính $r = V_A - V_B$ như hình
Tính công mà khí nhận trong quá trình biến đổi trạng thái (A) đến (B) theo p_A và r .

$$A = r(P_A + \frac{r}{4})$$

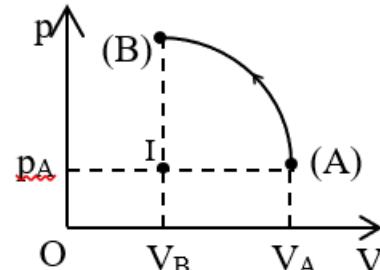
ĐS:

Bài 30. Một mol khí lí tưởng thực hiện chu trình 1 - 2 - 4 - 3 - 1 như hình vẽ. Cho biết: $T_1 = T_2 = 360K$; $T_3 = T_4 = 180K$; $V_1 = 36dm^3$; $V_3 = 9dm^3$.

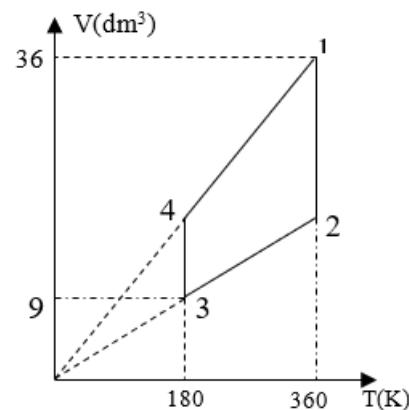
Cho hằng số khí lý tưởng $R = 8,31 J/mol.K$

- 1) Tìm áp suất p ở các trạng thái 1, 2, 3, và 4.
- 2) Vẽ đồ thị $p-V$ của chu trình.

ĐS: $p_1 = p_4 = 0,83 \cdot 10^5 pa; p_2 = p_3 = 1,662 \cdot 10^5 pa$



2.
từ

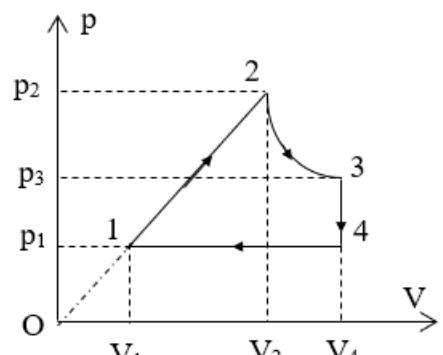


3
=

Bài 31. Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình 3; trong đó đoạn thẳng 1- 2 có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ và quá trình 2 - 3 là đoạn nhiệt. Biết: $T_1 = 300K$; $p_2 = 3p_1$; $V_4 = 4V_1$.

1. Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4 .
2. Tính hiệu suất của chu trình.
3. Chứng minh rằng trong quá trình 1-2 nhiệt dung của khí là hằng số.

ĐS : 1. $T_2 = 2700K, T_3 = 2229^0K, T_4 = 1200^0K$

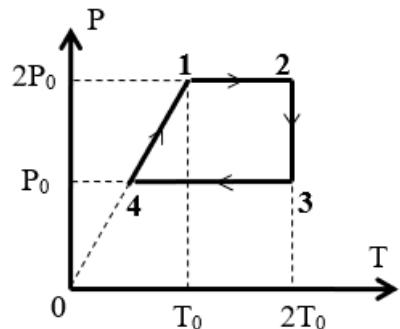


$$2. \eta = 20,97\%$$

Bài 32. Có 1 g khí Heli (coi là khí lý tưởng đơn nguyên tử) thực hiện một chu trình 1 – 2 – 3 – 4 – 1 được biểu diễn trên giản đồ P-T như hình 1. Cho $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$; $T_0 = 300 \text{ K}$.

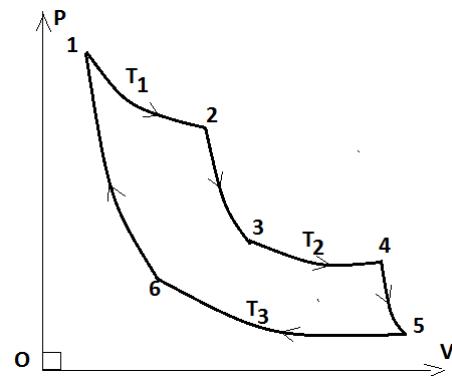
- 1) Tìm thể tích của khí ở trạng thái 4.
- 2) Hãy nói rõ chu trình này gồm các đằng quá trình nào. Vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V và trên giản đồ V-T (cần ghi rõ giá trị bằng số và chiều biến đổi của chu trình).
- 3) Tính công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn của chu trình.

ĐS: 1. $V_4 = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; 3. $A_{12} = 6,24 \cdot 10^2 \text{ J}$, $A_{23} = 8,65 \cdot 10^2 \text{ J}$, $A_{34} = -9,36 \cdot 10^2 \text{ J}$, $A_{41} = 0$



Bài 33. Một mol khí lý tưởng thực hiện một chu trình gồm ba quá trình đằng nhiệt xen kẽ với ba quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch được biểu diễn trên giản đồ (P,V) như hình vẽ. Các nhiệt độ của các quá trình đằng nhiệt 1-2; 3-4; 5-6 lần lượt là T_1, T_2 và T_3 .

Gọi V_1, V_2, \dots, V_6 lần lượt là thể tích tại các điểm 1, 2, ..., 6 trên giản đồ.



Biết rằng hai quá trình dẫn nở đằng nhiệt 1-2 và 3-4 thể tích tăng lên cùng n lần (nghĩa là $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3} = n$).

a. Hãy tìm tỉ số $\frac{V_5}{V_6}$ theo n.

b. Tìm hiệu suất của chu trình trên.

ĐS: a. $\frac{V_5}{V_6} = n^2$; b. $H = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$

IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT

Bài 1. Một máy hơi nước có công suất 150 kW . Xi kanh có thể tích $0,2 \text{ m}^3$. Hơi nước ở nhiệt độ 165°C được nạp trong $4/10$ khoảng chạy của pit tông, dẫn nở rồi ngưng tụ trong buồng ngưng có nhiệt độ 45°C . Nước từ buồng ngưng chuyển sang lò hơi để nấu thành hơi. Cứ mỗi vòng quay của bánh đà, hơi nước nạp lần lượt vào 2 mặt của pit tông. Tính:

- a) Khối lượng nước tiêu thụ (biến đổi thành hơi) mỗi giờ.
- b) Hiệu suất thực? Hiệu suất lí tưởng.

Biết bình đã quay một phút 70 vòng. KLR của hơi nước ở 165°C là $3,66 \text{ kg/m}^3$. Nhiệt dung riêng của nước là $4,19 \text{ kJ/kg.K}$. Nhiệt hóa hơi của nước ở 165°C là $2,05 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$.

ĐS: a. 2460 kg ; b. $H = 8,6\%$, $H_{lt} = 27,4\%$

Bài 2. Nhiệt lượng tỏa ra khi làm lạnh 1 mol nước từ 25°C xuống 0°C và sau đó là đông đặc bên trong một máy làm lạnh (có hiệu suất tối đa theo lý thuyết) được truyền cho 1 mol nước khác ở 25°C để nó nóng lên đến 100°C

- a) Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi ở 100°C ?
- b) Máy làm lạnh thực hiện một công bằng bao nhiêu?

Nhiệt nóng chảy và nhiệt hóa hơi của nước tương ứng ở 0°C và 100°C lần lượt là $q = 6,02 \text{ kJ/mol}$ và $L = 40,68 \text{ kJ/mol}$

ĐS: a. $n = 0,13 \text{ mol}$; b. $A = 2,9 \text{ kJ}$

Bài 3. Một máy lạnh coi là lí tưởng duy trì trong buồng lạnh một nhiệt độ không đổi là -10°C . Khi nhiệt độ phòng là 15°C , role của máy điều khiển cứ cho động cơ làm việc trong thời gian $t_1=2\text{phút}$ lại cho nghỉ trong thời gian $t_2=4\text{phút}$.

- 1) Nếu nhiệt độ phòng là 25°C thì thời gian mỗi lần nghỉ và đóng của động cơ phải như thế nào để duy trì nhiệt độ buồng lạnh như trên?

2) Với nhiệt độ trong phòng cao nhất là bao nhiêu thì máy vẫn có thể duy trì nhiệt độ trong buồng lạnh như vậy?

ĐS: 1. Nếu nghỉ 4' thì phải làm việc $7,55'$; 2. $t_{1\max} = 33^\circ\text{C}$

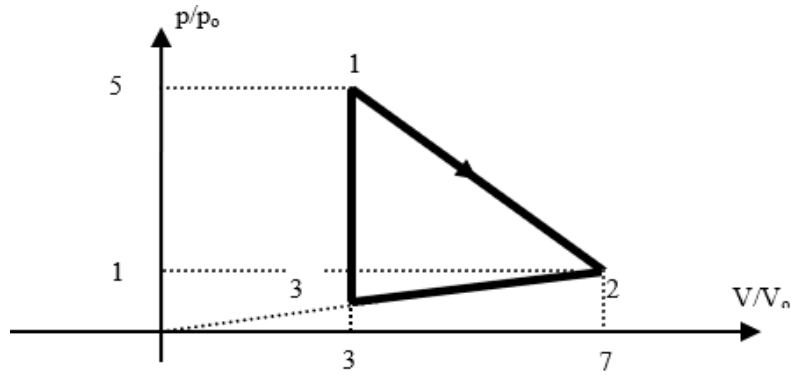
Bài 4. Một máy nhiệt lí tưởng hoạt động theo các chu trình tuần hoàn với nguồn nóng là khối nước có khối lượng $m_1 = 10\text{kg}$ ở nhiệt độ ban đầu $t_1 = 100^\circ\text{C}$, nguồn lạnh là một khối nước có khối lượng $m_2 = 5\text{kg}$ và ban đầu là nước đá ở nhiệt độ $t_2 = 0^\circ\text{C}$. Giả sử trong mỗi chu trình nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh thay đổi không đáng kể. Các chu trình đều cho hiệu suất cực đại. Bỏ qua tương tác nhiệt với môi trường bên ngoài. Biết nhiệt nồng chảy của nước đá $\lambda = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ và nhiệt dung riêng của nước là $c = 4180 \text{ J/kg.K}$.

- a. Xác định nhiệt độ của nguồn nóng khi khối nước đá đã tan được một nửa.
- b. Xác định công lớn nhất có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng của nguồn nóng

ĐS: a. $t_3 = 49,22^\circ\text{C}$; b. $T_c = 304,9\text{K}$, $A_{\max} = 510\text{kJ}$

Bài 5. Trong một động cơ nhiệt có n mol khí (với $i=3$) thực hiện một chu trình kín như hình vẽ. Các đại lượng p_0 ; V_0 đã biết. Hãy tìm.

1. Nhiệt độ và áp suất khí tại điểm 3
2. Công do chất khí thực hiện trong cả chu trình?
3. Hiệu suất của máy nhiệt?



ĐS: 1. $p_3 = \frac{3p_0}{7}$, $T_3 = \frac{9p_0V_0}{nR}$.

$$2.A = \frac{\frac{64p_0V_0}{7}}{; 3. H=32\%}$$

Bài 6. Trong một động cơ nhiệt, tác nhân sinh công làm việc theo chu trình Carnot. Đó là $m=1,00\text{kg}$ nước chuyển pha thành hơi và ngược lại. Chu trình được biểu diễn trên hình. Trong đó đường chấm chấm là giới hạn miền các trạng thái hai pha. Quá trình đằng nhiệt 1-2 xảy ra ở nhiệt độ $T_1=484\text{K}$; quá trình nén đằng nhiệt ở nhiệt $T_2=373\text{K}$. Nhiệt lượng

riêng toàn phần của sự hóa hơi ở 373K là $\lambda = 2,68 \text{ kJ/g}$. Hãy tìm công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình.

D/S: A = 0,797 MJ

Bài 7.

1. Một động cơ nhiệt, có tác nhân là một mol khí lí tưởng biến đổi theo chu trình Carnô, với nguồn nóng có nhiệt độ T_1 và nguồn lạnh có nhiệt độ T_2 (có mô hình như Hình 2).

a. Hãy thành lập biểu thức tính hiệu suất chu trình Carnô theo T_1 và T_2 .

b. Trong chu trình Carnô rất nhỏ, tác nhân nhận nhiệt từ nguồn nóng dQ_1 và nhận nhiệt từ nguồn lạnh dQ_2 ($dQ_2 < 0$). Hãy tìm mối liên hệ giữa dQ_1 và dQ_2 theo T_1 và T_2 .

2. Có hai vật: vật thứ nhất có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu T_{01} và nhiệt dung C_1 , vật thứ 2 có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu T_{02} ($T_{02} < T_{01}$), và nhiệt dung C_2 . Giả thiết nhiệt dung C_1 và C_2 của các vật không phụ thuộc vào nhiệt độ. Ta sử dụng hai vật này với vai trò nguồn nóng và nguồn lạnh trong động cơ nhiệt chạy theo chu trình Carno. Hãy tìm:

a. nhiệt độ cuối cùng T của hai vật khi trạng thái cân bằng nhiệt giữa chúng được thiết lập.

b. công lớn nhất có thể nhận được từ một hệ chỉ gồm hai vật trên

$$\text{ĐS: 1a. } H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \text{ 1b. } \frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0; \text{ 2a. } T = T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}};$$

$$2b. A = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$$

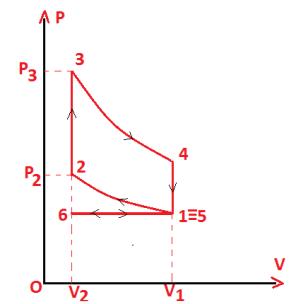


Hình 2

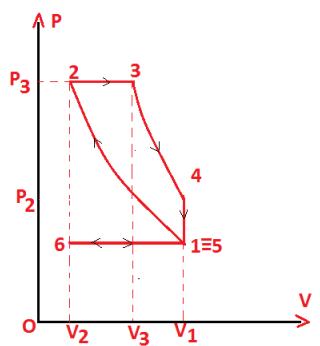
ĐỘNG CƠ DIESEL VÀ ĐỘNG CƠ OTTO

Bài 8. Để chế tạo động cơ đốt trong có xi lanh và pit-tông người ta dùng loại vật liệu chịu được áp suất đến 60 atm (1atm = 10^5 Pa). Hỗn hợp nhiên liệu và không khí sau khi cháy thì dùng hết lượng oxy trong đó và tỏa ra nhiệt lượng bằng 164 kJ ứng với 5 mol oxy. Sau khi nhiên liệu cháy hết ta xem tổng số mol của hỗn hợp vẫn như cũ và chính là số mol không khí trong hỗn hợp. (không xem như một khí lưỡng nguyên tử với $C_v = 21 \text{ J/mol.K}$ và $\gamma = 1,40$)

- a. Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Otto (hình vẽ 4.6; 1-2 nén và 3-4 dẫn là đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu? Lấy nhiệt độ môi trường $T_1=300K$



- b. Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Diesel (hình vẽ 4.7: 1-2 nén và 3-4 dẫn đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu?



- c. Nếu hai động cơ ấy không được cấp đủ nhiên liệu (để sử dụng hết oxy trong hỗn hợp nhiên liệu – không khí) nhưng vẫn chạy được thì hiệu suất và công suất của chúng thay đổi như thế nào?

Cho biết: - Hỗn hợp khí nhiên liệu đưa vào xi lanh ở nhiệt độ 300K và áp suất 1 atm.

- Không khí là hỗn hợp theo tỉ lệ **4 mol nitơ và 1 mol oxy**. Chất khí thực hiện chu trình trong bài này xem như chỉ là không khí (không để ý đến nhiên liệu).

$$\text{ĐS: a. } \eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{j-1}} = 0,565 ; \text{ b. } H = 1 - \frac{\rho^r - 1}{j\varepsilon^{j-1}(\rho - 1)} = 0,63$$

c. *-Đối với chu trình Otto*, hiệu suất không thay đổi.

-Đối với chu trình Diesel: hiệu suất sẽ tăng.

Bài 9. Động cơ nhiệt (Belarus)

Tất cả các động cơ đốt trong hiện tại được chia làm hai loại chính: 1) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình $V = \text{const}$ (chu trình Otto); 2) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình $p = \text{const}$ (chu trình Diesel)

Nghiên cứu động cơ piston là việc rất khó, cả về mặt lý thuyết và thực nghiệm.

Do vậy, ở đây ta sẽ nghiên cứu mô hình đơn giản hóa. Ta giả thiết các quá trình xảy ra với khí trong động cơ đốt trong đều là các quá trình thuận nghịch lý tưởng, tác nhân là khí lý tưởng có nhiệt dung là hằng số; khối lượng khí là hằng số, tác nhân nhận nhiệt từ một nguồn bên ngoài (thay cho nhận nhiệt từ việc đốt cháy nguyên liệu). Tương tự như vậy, nó truyền nhiệt cho một nguồn bên ngoài (thay vì thải toàn bộ khí đã sử dụng ra ngoài và nạp khí mới).

1. Phương trình đoạn nhiệt

Phương trình đoạn nhiệt có dạng $p^{V^k} = \text{const}$, trong đó: $k = \frac{C_p}{C_v}$ là chỉ số đoạn nhiệt, C_p, C_v là nhiệt dung đẳng áp và đẳng tích của khí. Hãy biểu diễn phương trình đoạn nhiệt với cặp thông số p, T và V, T .

2. Chu trình Otto

Xét chu trình nhiệt động lực học lý tưởng trong động cơ đốt trong mà nhiệt nhận vào được thực hiện trong điều kiện thể tích không đổi. Chu trình được biểu diễn trên giản đồ $p - V$ như hình 2.18a. Khí lý tưởng từ trạng thái ban đầu (p_1, V_1, T_1) được nén đoạn nhiệt theo đường 1-2.

Trong quá trình đẳng tích 2-3 tác nhân nhận được từ nguồn ngoài một lượng nhiệt q_1 . Trong quá trình đoạn nhiệt 3-4, tác nhân giãn đến thể tích ban đầu $V_4 = V_1$.

Trong quá trình đẳng tích 4-1, tác nhân tỏa ra nhiệt lượng q_2 cho một nguồn nhiệt bên ngoài và trở về trạng thái ban đầu. Các đặc trưng của

chu trình này là $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ - tỷ số nén; $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$ - hệ số tăng áp.

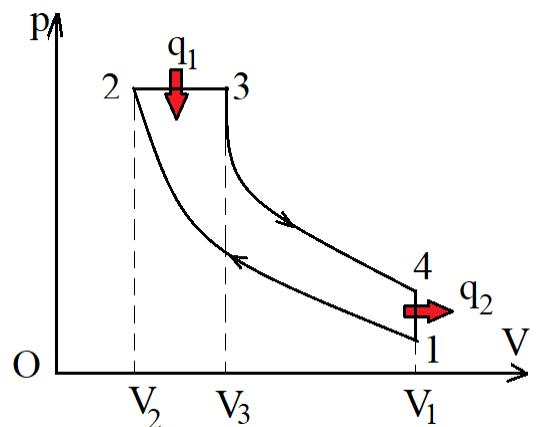
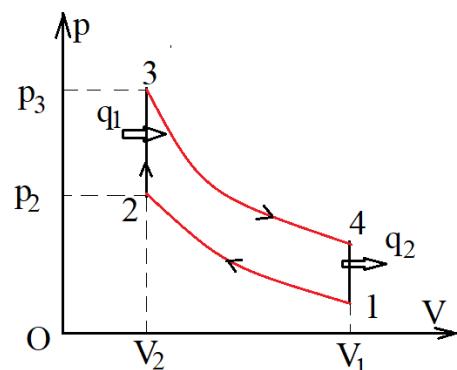
Hãy xác định:

1a. Các thông số trạng thái (p, V, T) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số p_1, V_1, T_1 và ε, λ, k .

1b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số ε, λ, k .

2. Chu trình diesel

Trong các động cơ sử dụng chu trình này, nguyên liệu cháy từ từ, ngoài ra nén khí và nén nguyên liệu được thực hiện riêng biệt. Không khí được nén trong xi lanh, còn nguyên liệu lỏng được phun vào ở dạng sương nhờ một máy nén. Do đó, ở động cơ này tỷ số nén có thể đạt được giá trị cao hơn. Không khí bị nén ở áp suất cao sẽ có nhiệt độ cao đủ để làm bén lửa nguyên liệu phun vào xi lanh mà không cần đến thiết bị hỗ trợ nào. Nén riêng biệt cho phép đưa tỷ số nén đến $\varepsilon = 20$ mà không sợ nguyên liệu cháy sớm.



Áp suất được giữ không đổi trong quá trình cháy nhờ một bộ điều chỉnh phun. Chính Diesel là người đầu tiên chế tạo ra đầu phun như vậy.

Xét một chu trình của khí lý tưởng mà trong đó nhiệt nhận vào khi thực hiện giãn nở áp. Trên giản đồ $p - V$ (hình 1.18b), chu trình này bao gồm: tác nhân khí từ trạng thái ban đầu 1(p_1, V_1, T_1) nén đoạn nhiệt theo đường 1-2, trong quá trình nở áp 2-3 tác nhân nhận nhiệt lượng q_1 , quá trình giãn đoạn nhiệt 3-4 đưa khí trở về thể tích ban đầu, trong quá trình nở tích 4-1 khí quay trở lại trạng thái ban đầu và tỏa ra nhiệt lượng q_2 .

Các đặc trưng của chu trình này là $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ - tỷ số nén; $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ - tỷ số giãn sơ cấp (giãn nở áp).

Hãy xác định:

- 2a. Các thông số trạng thái (p, V, T) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số p_1, V_1, T_1 và ε, λ, k .
- 2b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số ε, λ, k .

3. So sánh các chu trình Otto và Diesel

Hãy so sánh các chu trình Otto và Diesel có cùng giá trị của áp suất cực đại, cực tiểu, nhiệt độ cao nhất và thấp nhất, cùng thể tích toàn phần của xi lanh V_1 . Hãy thực hiện so sánh với một động cơ cụ thể. Thể tích xi lanh $V_1 = 30 V_0$, áp suất cực tiểu $p_{\min} = p_0$, áp suất cực đại $p_{\max} = 30 p_0$, trong đó V_0, p_0 là các thể tích và áp suất được chọn làm đơn vị đo. Chỉ số đoạn nhiệt $k = 1,67$. Tỷ số nén của chu trình Otto $\varepsilon_v = 5$.

3a. Vẽ các chu trình trên giản đồ mà trục tung là $\frac{p}{p_0}$, còn trục hoành là $\frac{V}{V_0}$.

3b. Sử dụng các công thức nhận được từ phần 1b và 2b, hãy tính hiệu suất của các chu trình trên.

$$\text{ĐS: 1a. Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda, T_3 = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_1 \lambda, T_4 = T_1 \lambda$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$1b. n_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

$$2a. \text{Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k, T_3 = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_1 \rho^k, T_4 = T_1 \rho^k$$

$$2b. \eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}$$

$$\eta_p = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 66\%$$

3b. Hiệu suất của chu trình Otto:

$$\eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon_p^{k-1} (\rho - 1)} = \dots = 70,2\%$$

Hiệu suất của chu trình Diesel,

Bài 10. OLYMPIC SINH VIÊN 2011. Trên hình là giản đồ hoạt động lý thuyết của động cơ bốn kỳ. Động cơ hoạt động như sau: hỗn hợp khí và nhiên liệu được đốt nóng lên nhiệt độ cao bởi quá trình nén đoạn nhiệt (1-2), dẫn nở trong thời gian rất ngắn khi bị đốt cháy đằng áp (2-3), sau đó khí tiếp tục dẫn nở đoạn nhiệt (3-4), cuối cùng thoát ra ngoài không gian làm việc và được thay bằng hỗn hợp nhiên liệu mới.

Giai đoạn cuối của chu trình làm việc tương đương với quá trình đằng tích (4-1). Thương số $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ được gọi là hệ số nén, còn thương số $\varphi = \frac{V_3}{V_2}$ là hệ số lấp đầy của động cơ

Giả thiết có thể xem không khí và các sản phẩm cháy là khí lí tưởng luồng nguyên tử.

Nhiệt dung riêng đằng tích của khí này là $c_v = 2,5 \frac{R}{M}$, trong đó R là hằng số khí, còn M là khối lượng mol của chất khí. Đối với quá trình đoạn nhiệt ta có định luật Poisson $pV^\gamma = const$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ là hằng số Poisson.

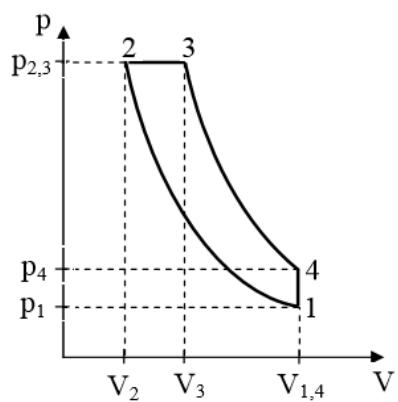
a.Xác định các đại lượng p,T ở các điểm 2, 3 và 4 trên giản đồ hoạt động nếu cho biết các giá trị p_1 , T_1 tại điểm 1 và hệ số nén ε , hệ số lấp đầy φ của động cơ.

b.Xác định nhiệt lượng nhận và tỏa ra bởi tác nhân trong một chu trình và hiệu suất lý thuyết tương ứng của động cơ.

c.Chứng minh rằng đối với hiệu suất lý thuyết ta có hệ

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\gamma - 1}{\varphi - 1}$$

thúc



Trước hết, hãy giải câu hỏi a và b một cách tổng quát, sau đó tính số với các số liệu $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$; $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; $T_1 = 300 \text{ K}$; $\gamma = 1,4$; $\varepsilon = 20$; $\varphi = 1,8$

ĐS: a.

Kết quả tính số: (chú ý số chữ số có nghĩa trong kết quả)

$$T_1 = 300 \text{ K}, T_2 = 994 \text{ K}, T_3 = 1790 \text{ K}, T_4 = 683 \text{ K}.$$

$$p_1 = 0,10 \text{ MPa}, p_2 = 6,63 \text{ MPa}, p_3 = 6,63 \text{ MPa}, p_4 = 0,23 \text{ MPa}$$

b.

Kết quả tính số: $Q_1 = 1857 \text{ J} \approx 1860 \text{ J}$, $Q_2 = 638 \text{ J}$, $\eta = 0,66 = 66\%$

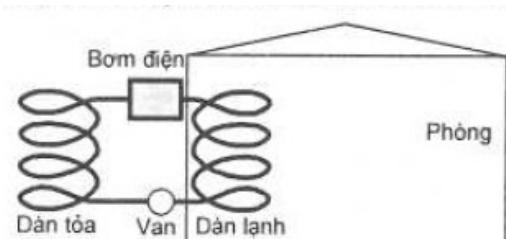
MÁY LẠNH- MÁY ĐIỀU HÒA

Bài 11 Máy điều hòa nhiệt độ (Mỹ)

Một chiếc điều hòa nhiệt độ có thể coi như một máy nhiệt chạy theo chu trình ngược: một lượng nhiệt Q_L được hấp thụ ở nhiệt độ phòng T_L bởi các thanh có chứa khí làm lạnh bên trong; khối khí này bị nén đoạn nhiệt đến nhiệt độ T_H ; khí tiếp tục được nén đẳng nhiệt ở dàn tản nhiệt nằm bên ngoài tòa nhà và tỏa ra môi trường nhiệt lượng Q_H ; khí giãn đoạn nhiệt đến nhiệt độ phòng T_L , và chu trình lặp lại từ đầu. Công W cần thiết cho mỗi chu trình được cung cấp bởi một máy bơm điện. Mô hình này mô tả máy lạnh với hiệu suất cao nhất có thể.

Giả sử nhiệt độ ngoài trời là T_H , trong phòng là T_L . Máy điều hòa tiêu thụ công suất điện P . Giả thiết

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



Hình 2.15

không khí đủ khô để không có ngưng tụ xảy ra bên trong dàn lạnh của máy điều hòa. Nhiệt độ sôi và đóng băng của nước lần lượt là 373K và 273K ở điều kiện tiêu chuẩn.

1.Thiết lập công suất tỏa nhiệt từ phòng như một hàm của các nhiệt độ T_H , T_L và công suất tiêu thụ điện P. Thiết lập công thức phải tính toán sự thay đổi entropi trong chu trình Carnot thì mới được điểm trọn vẹn.

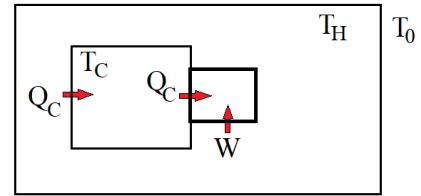
2.Mặc dù phòng được cách nhiệt nhưng nhiệt vẫn truyền vào được bên trong với công suất $R = k\Delta T$, trong đó ΔT là độ chênh lệch nhiệt độ bên trong và bên ngoài phòng, k là một hằng số. Hãy tìm nhiệt độ lạnh nhất có thể của phòng theo T_H , k và P.

3.Một phòng bình thường có $k = 173W/\text{}^{\circ}\text{C}$. Nếu nhiệt độ ngoài trời là $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, công suất điều hòa tối thiểu để làm lạnh đến $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: 1. } \frac{Q_L}{t} = P \left(\frac{T_L}{T_H - T_L} \right) ; 2. \quad T_L = T_H - \frac{x}{2} \sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} ; 3. \quad P_{\min} = k \frac{(\Delta T)^2}{T_{L\min}} = 130W$$

Bài 12 Tủ lạnh (Án Độ)

Một điều ai cũng biết là nhiệt độ của một phòng kín sẽ tăng khi trong phòng có tủ lạnh hoạt động. Bên trong một trại ván ở huyện Leh, một tủ lạnh có nhiệt độ ngăn lạnh được đặt ở giá trị T_c . Khí quyển bên ngoài trại ván có nhiệt độ T_o . Các bức tường của trại và của ngăn lạnh đều dẫn nhiệt. Nhiệt độ của ngăn lạnh luôn được giữ ở T_c nhờ vào một máy nén. Nguyên lý làm việc của máy lạnh có thể được biểu diễn bằng sơ đồ hình vẽ.



Hình vuông lớn tô màu là ngăn lạnh có nhiệt lượng trong một đơn vị thời gian Q_c thẩm từ phòng vào. Cũng một lượng nhiệt Q_c như thế được bơm ra nhờ một máy nén (còn gọi là máy nén, được biểu diễn bởi hình vuông nhỏ có cạnh dày hơn). Động cơ cung cấp một công W và thải nhiệt lượng Q_H ra phòng. Độ dẫn nhiệt (đo bằng Watt/Kelvin) của vách ngăn lạnh và của trại ván là K_c và K_H . Sau một thời gian dài nhiệt độ của phòng là T_H . Máy nén làm việc như một động cơ Carnot nghịch và không tham gia vào quá trình truyền nhiệt.

1.Viết định luật truyền nhiệt của vách ngăn lạnh và tường của trại ván.

$$k = \frac{K_H}{K_c}, h = \frac{T_H}{T_o}, c = \frac{T_c}{T_o}$$

2.Ta đặt các đại lượng không thứ nguyên: k , h , c , W . Biểu diễn h qua các đại lượng c và k.

3.Tính T_H nếu biết $T_0 = 280K$, $T_c = 252K$ và $k = 0,9$.

4. Nay giờ người ta đặt thêm một máy lạnh thứ hai giống hệt cái trước vào phòng. T_c và T_o không đổi, còn nhiệt độ của phòng T_H thì thay đổi thành T'_H . Hãy viết phương trình truyền nhiệt cho phòng và một trong hai ngăn lạnh.

$$\frac{T'_H}{T_o}$$

5. Giả sử các đại lượng không thay đổi nguyên k và c không thay đổi. Đặt $h' = \frac{T'_H}{T_o}$. Tìm biểu thức của h' .

ĐS: 1. $Q_H - Q_C = K_H (T_H - T_o)$; $Q_C = K_c (T_H - T_c)$;

$$2. h = c \frac{(2+k) \pm \sqrt{(2+k)^2 - 4(1+\frac{k}{c})}}{2}; 3. T_H = 284,7\text{K}.$$

Bài 13. (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 1)

Một máy điều hòa nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Cácnô thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_p (bên trong phòng) và nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_n (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục máy tiêu thụ công suất P từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một máy lạnh. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một bơm nhiệt lượng. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình $Q = A(T_n - T_p)t$ với A là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi, t là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hòa nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở-tắt thông thường. Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước. Với bơm nhiệt lượng thì việc mở-tắt là ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt độ môi trường bên ngoài là 37°C , nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là 17°C . Để máy lạnh chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là 27°C , tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

3. Một gia đình có hai căn phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hòa nhiệt độ hai chiều giống hệt nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ bên ngoài đang là 25°C , phòng một dùng máy để làm mát và đặt nhiệt độ ở 24°C , phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở 26°C . Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ tạm ngừng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

ĐS: 1. $19,4^{\circ}\text{C}$; 2. Nhiệt độ bên ngoài là $6,7^{\circ}\text{C}$, nhiệt độ cần đặt là $19,4^{\circ}\text{C}$.

CHƯƠNG X. CHUYỂN PHA. ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ X.1 ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ

Bài 1.

Không gian trong xilanh ở bên dưới pittông có thể tích là $V_0=5$ lít chứa hơi nước bão hòa ở nhiệt độ $t=100^{\circ}\text{C}$. Nén hơi đẳng nhiệt đến thể tích $V=1,6$ lít. Tìm khối lượng nước ngưng tụ (Có thể áp dụng phương trình Clapérôn-Mendéléeef). Biết rằng ở 100°C thì áp suất hơi nước bão hòa là $p_b = 760 \text{ mmHg}$.

ĐS: 2g

Bài 2. Một bình kín hình trụ có thể tích 20l có vách ngăn di động được, chia nó thành hai phần A và B. Phần A chứa 18g nước, phần B chứa 14g Nitơ. Bình được nung nóng đến 1000C .

a) Xác định thể tích của các phần A, B và áp suất trong bình.

b) Nếu vách ngăn bị thủng, áp suất trong bình là bao nhiêu?

Cho biết áp suất hơi bão hòa ở 1000C là 105 Pa.

$$V_A = 4,5(\text{lit}), V_B = 15,5(\text{lit}); b. 177490 \text{ pa}$$

ĐS: a.

Bài 3. Để xác định nhiệt hoá hơi của nước, người ta làm thí nghiệm sau. Dưa 10 g hơi nước ở nhiệt độ 100°C vào một nhiệt lượng kế chứa 290 g nước ở 20°C . Nhiệt độ cuối của hệ là 40°C . Hãy tính nhiệt hoá hơi của nước, cho biết nhiệt dung của nhiệt lượng kế là 46 J/độ, nhiệt dung riêng của nước là 4,18 J/g.độ.

ĐS: $L=2,26 \cdot 10^3 \text{ J/g}$

Bài 4. Nhiệt độ của không khí là 30°C . Độ ẩm tỉ đối là 64%. Hãy xác định độ ẩm tuyệt đối và điểm sương. Ghi chú: Tính các độ ẩm theo áp suất riêng phần.

ĐS: $a=20,3\text{g/m}^3$.

Bài 5. Nhiệt độ của không khí là 30°C . Độ ẩm tỉ đối là 64%. Hãy xác định độ ẩm tuyệt đối và điểm sương. Ghi chú: Tính các độ ẩm theo áp suất riêng phần.

ĐS : $a=20,3\text{g/m}^3$; $T_n = 19,2^{\circ}\text{C}$

Bài 6. Không khí trong một bình thể tích $V_1 = 10$ lít có độ ẩm tương đối là $f_1 = 40\%$ (hay $f_1 = 0,4$), còn trong bình thứ hai thể tích $V_2 = 10$ lít ở cùng nhiệt độ thì có độ ẩm tương đối là $f_2 = 60\%$ (hay $f_2 = 0,6$). Nối hai bình bằng một ống mảnh có khóa. Hỏi độ ẩm tương đối sẽ ổn định là bao nhiêu sau khi mở khóa?

$$f = \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{V_1 + V_2} = 50\%$$

ĐS:

Bài 7. Cần phải làm cho không khí trong phòng có thể tích $V = 49,8 \text{ m}^3$ bay hơi thêm một lượng hơi nước bằng bao nhiêu để ở $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$ nâng độ ẩm từ $f_1 = 25\%$ đến $f_2 = 50\%$? Biết áp suất hơi bão hòa của nước ở 27°C bằng $p_{bh} = 3,6 \text{ kPa}$.

$$\Delta m = \frac{(f_2 - f_1) p_{bh} V \mu}{RT} = 324 \text{ g}$$

ĐS:

Bài 8. Một bình kín ở nhiệt độ 100% chứa không khí ẩm với độ ẩm tương đối $f = 40\%$ dưới áp suất $p_1 = 2 \text{ at}$. Người ta giảm thể tích khí 3 lần theo một quá trình đẳng nhiệt. Xác định áp suất cuối cùng. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS: 580 kPa.

Bài 9. Máy điều hòa không khí (kiểu một cục) mỗi giây hút 401 không khí từ khí quyển có nhiệt độ $t_1 = 37^{\circ}\text{C}$ và có độ ẩm 7°C và đưa vào phòng. Sau khi máy chạy một thời gian, tất cả không khí trong phòng đều do máy đưa vào và nhiệt độ không khí trong cả phòng là $t_3 = 25^{\circ}\text{C}$. Áp suất hơi bão hòa ở các nhiệt độ t_1, t_2, t_3 lần lượt là $p_{bh1} = 6200 \text{ Pa}$, $p_{bh2} = 1000 \text{ Pa}$, $p_{bh3} = 3190 \text{ Pa}$. Tính:

- Lượng hơi nước ngưng tụ ở máy trong mỗi giây.
- Độ ẩm tương đối trong phòng (theo nghĩa khí tượng học). Coi hơi nước như khí lí tưởng.

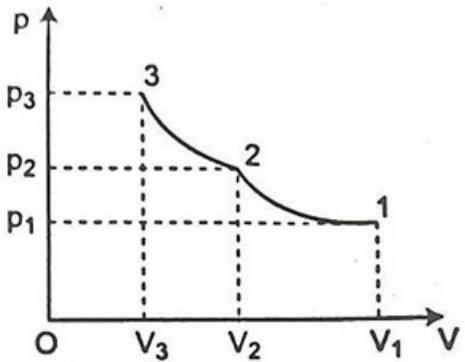
ĐS: a. 1,1g; b. $f = 31\%$

Bài 10. Trên hình vẽ đường đẳng nhiệt của không khí âm: 1-2 và 2-3 là hai cung của hyperbol khác nhau, ở điểm 2 đường đẳng nhiệt có hai tiếp tuyến ở phía phải và phía trái khác nhau.

Xác định độ ẩm tương đối của không khí ở các điểm 1, 2, 3 theo các áp suất p_t , p_2 , p_3 ở những điểm này.

$$f = \frac{p_1}{p_2}$$

ĐS: Ở điểm 1: $\frac{p_2}{p_1}$; tại các điểm 2 và 3 đều có độ ẩm tương đối của không khí là 100%.



Bài 11. Hơi nước bão hòa ở nhiệt độ $t=100^\circ\text{C}$ trong một bình hình trụ dưới một pitong không trọng lượng. Khi dịch chuyển chậm một phần nhỏ hơi có khối lượng $\Delta m = 0,70\text{g}$ bị ngưng tụ, tính công thực hiện lên hơi? Coi hơi là khí lý tưởng, bỏ qua thể tích chất lỏng ngưng tụ.

ĐS: $A=120,5\text{J}$

Bài 12. Không gian trong xy lanh dưới pitong có thể tích $V_0=51$ đựng hơi nước bão hòa, ở nhiệt độ $t=100^\circ\text{C}$. Hãy tìm khối lượng của pha lỏng được tạo thành do sự giảm đẳng nhiệt thể tích dưới pitton đến $V=1,6$ lít. Coi hơi bão hòa là khí lý tưởng.

ĐS: $m_{\text{lỏng}}=2,0\text{g}$

Bài 13. Ở nhiệt độ $t_1 = 22^\circ\text{C}$ độ ẩm tương đối của không khí là 60%. Nhiệt độ hạ xuống $t_2 = 10^\circ\text{C}$, tính khối lượng nước ngưng tụ trong 1 m^3 không khí. Áp suất hơi nước bão hòa ở 22°C là $p_1 = 2,6 \cdot 10^3\text{ Pa}$, ở 10°C là $p_2 = 1,2 \cdot 10^3\text{ Pa}$.

ĐS: $2,25\text{g/m}^3$

Bài 14. Tìm tỉ số khối lượng riêng của hơi nước bão hòa trên khối lượng riêng của nước ở $t = 100^\circ\text{C}$. Áp suất hơi bão hòa của nước ở nhiệt độ này là $p_{bh}=10^5\text{ N/m}^2$.

ĐS: $\rho_{H_2O}=10^3\text{kg/m}^3$

Bài 15. Trong bình bơm có thể tích $V=5.10^{-3} m^3$ chứa $m_n=10^{-3} kg$ nước. Xác định áp suất hơi trong bình ở nhiệt độ $t_1=200^\circ C$. áp suất này trở thành bao nhiêu nếu

a) tăng nhiệt độ tới $t_2 = 100^\circ C$.

b) nối bình với một bình bơm khác có cũng thể tích và nhiệt độ, áp suất hơi nước bão hòa bằng $2,3 \cdot 10^3 N/m^2$ ở $20^\circ C$ và $10^5 N/m^2$ ở $100^\circ C$.

ĐS: a. $3,4 \cdot 10^4 (N/m^2)$; b. $2,3 \cdot 10^3 N/m^3$.

Bài 16. Ở độ ẩm tương đối cực đại f_0 của không khí trong phòng là bao nhiêu thì chai sữa lấy ra từ tủ lạnh sẽ không bị "đổ mồ hôi"? Nhiệt độ trong tủ lạnh là $t_1 = 5^\circ C$, còn nhiệt độ trong phòng là $t_2 = 25^\circ C$. Áp suất hơi nước bão hòa là $p_1 = 866 N/m^2$ ở $5^\circ C$ và $p_2 = 3192 N/m^2$ ở $25^\circ C$.

ĐS: 30%.

Bài 17. Về mùa hè, trước khi có giông, khối lượng riêng của không khí ẩm (khối lượng của cả hơi nước và không khí trong $1cm^3$) bằng $\rho = 1140 g/m^3$, ở áp suất $p=100 kPa$ và nhiệt độ $t = 30^\circ C$. Hãy tìm tỉ số giữa áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí và áp suất riêng phần của không khí khô. Cho khối lượng một mol không khí là $M_k = 29 g/mol$ và của hơi nước là $18 g/mol$. Hằng số khí lý tưởng $R=8,31 J/(mol.K)$.

$$\frac{p_h}{p_k} \approx \frac{1}{37}$$

ĐS:

Bài 18. Trong một buồng tắm hơi, ở nhiệt độ $t_1 = 100^\circ C$ độ ẩm tương đối của không khí là $a_1 = 50\%$. Sau khi nhiệt độ không khí giảm đến $t_2 = 97^\circ C$ và hơi đã ngưng tụ thì độ ẩm tương đối của không khí là $a_2 = 45\%$. Hỏi một lượng nước bằng bao nhiêu đã tách ra khỏi không khí ẩm nếu thể tích của buồng hơi $V = 30 m^3$? Biết rằng áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ t_2 nhỏ hơn ở nhiệt độ t_1 là $80 mmHg$.

ĐS: 1,6kg

Giải: áp suất hơi bão hòa ở $t_1 = 100^\circ C$ là $p_{1h} = 10^5 Pa = 760 mmHg$, còn ở $t_2 = 97^\circ C$ là $p_{2h} = 680 mmHg$. Từ phương trình trạng thái suy ra khối lượng hơi nước trong buồng hơi ở hai nhiệt độ t_1 và t_2 tương ứng bằng:

$$m_1 = \frac{a_1 p_{1h} V M_h}{R T_1 100\%} \quad \text{và} \quad m_2 = \frac{a_2 p_{2h} V M_h}{R T_2 100\%}$$

ở đây $M_h = 18 g/mol$. Như vậy lượng nước tạo thành do hơi nước ngưng tụ là:

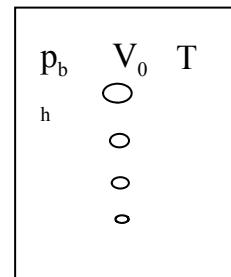
$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{VM_h}{R \cdot 100\%} \left(\frac{a_1 p_{1h}}{T_1} - \frac{a_2 p_{2h}}{T_2} \right) \approx 1,6 \text{kg}$$

Bài 19. Xét thí nghiệm sau. Trong một xilanh có một ít nước và hơi được giữ ở phía dưới pittông gắn với một lò xo. Khối lượng của nước bằng $M = 1\text{g}$. Nhiệt độ trong xilanh được duy trì không đổi và bằng 100°C . Khi cho một phần hơi khối lượng $m = 7\text{g}$ thoát ra khỏi xilanh thì pittông bắt đầu chuyển động. Sau khi trạng thái cân bằng đã được xác lập thì thể tích dưới pittông bằng một nửa lúc đầu. Hỏi lúc bắt đầu thí nghiệm thì khối lượng và thể tích của hơi nước trong xilanh bằng bao nhiêu? Biết pittông sẽ nằm cân bằng ở đáy của xilanh khi lò xo không bị biến dạng.

$$\text{ĐS: } m_h = \frac{4}{3}(m - M) = 8\text{g}; \quad V = \frac{m_h RT}{M_h p_{1h}} = 13,8 \text{ lít}$$

Bài 20. Xét một bình kín có đựng nước và phần trên là không khí lúc đầu ở nhiệt độ T_0 và áp suất khí là p_0 . Người ta đun nóng bình từ từ, hơi nước sẽ sôi ở nhiệt độ T bằng bao nhiêu. Bỏ qua phần thể tích nước lỏng đã bị hóa hơi.

1. Tìm biểu thức áp suất hơi bão hòa theo nhiệt độ.
2. Tại sao ở nắp vung xoong nồi thường có 1 lỗ nhỏ? Lỗ đấy có tác dụng gì?



$$\text{ĐS: 1. } p_{bh} = e^{-\frac{L}{nR} \cdot \frac{1}{T} + C}$$

Bài 21. Máy điều hòa nhiệt độ cho qua phòng một khối không khí có thể tích $V = 3\text{m}^3$ trong mỗi giây. Không khí được lấy từ đường phố ở nhiệt độ $t_1 = 40^\circ\text{C}$ và độ ẩm tương đối $f_1 = 80\%$, sau đó được làm lạnh trong máy điều hòa đến nhiệt độ $t_2 = 5^\circ\text{C}$ và trong phòng được nung nóng tới nhiệt độ $t_3 = 25^\circ\text{C}$. Khối lượng nước m ngưng tụ trong mỗi giây trong máy điều hòa ở chế độ làm việc như thế của nó là bao nhiêu? Độ ẩm tương đối f của không khí được thiết lập trong phòng là bao nhiêu? áp suất hơi nước bão hòa là $p_1 = 7,4 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ ở 40°C , $p_2 = 866 \text{ N/m}^2$ ở 5°C và $p_3 = 3192 \text{ N/m}^2$ ở 25°C .

ĐS: $f = 30\%$.

Bài 22. Trong phòng có thể tích $V = 50\text{m}^3$, độ ẩm (tương đối) của không khí là $f = 60\%$ ở nhiệt độ $t = 20^\circ\text{C}$ và áp suất $p = 10^5 \text{ N/m}^2$. Khối lượng m của không khí ẩm trong phòng bằng bao nhiêu? Khối lượng này thay đổi như thế nào khi tăng độ ẩm lên $\Delta f = 10\%$ ở nhiệt

độ và áp suất không đổi? Khi đó, tổng số phần tử của không khí ẩm trong phòng có thay đổi không? áp suất hơi bão hòa ở $t = 20^\circ\text{C}$ là $p_{bh} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$.

ĐS: 58kg; 0,05kg; khối lượng không khí ẩm giảm.

Bài 23. Một quả cầu có thể tích V không đổi đặt trong không khí gần sát mặt đất, nơi có áp suất p_0 , nhiệt độ T_0 . Coi gia tốc trọng trường là g không đổi và không khí là khí lý tưởng.

1. Cho khối lượng mol của không khí là μ .

a) Tính lực đẩy Acsimét của không khí tác dụng lên quả cầu.

b) Khi đưa quả cầu lên cao, tìm quy luật biến đổi của lực đẩy nói trên theo độ cao z so với mặt đất nếu nhiệt độ khí quyển ở độ cao z là $T = T_0 - az$ với a là một hằng số dương.

2. Giữ quả cầu ở một vị trí cố định. Nếu độ ẩm của không khí tăng thêm 10%, áp suất và nhiệt độ của không khí ẩm trong vùng đặt quả cầu không đổi thì lực đẩy Acsimét tác dụng lên quả cầu tăng hay giảm một lượng bằng bao nhiêu? Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ đã cho là A , khối lượng mol của không khí khô là $\mu_{kk} = 29 \text{ g/mol}$ và của hơi nước là $\mu_{hn} = 18 \text{ g/mol}$.

$$F = \frac{p_0 V \mu g}{R T_0} ; 1b. F = \frac{p_0 \mu}{R T_0} V g \left(1 - \frac{az}{T_0} \right)^{\frac{\mu g}{R a} - 1} ; 2. \text{Lực nâng giảm } \Delta F \approx -0,061 A g V.$$

Bài 24. (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 2)

Một xi lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xi lanh là $p_1 = 100 \text{ kPa}$ và thể tích $V_1 = 50,0 \text{ lít}$. Thực hiện quá trình nén pit-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2 = 200 \text{ kPa}$ và thể tích $V_2 = 24,7 \text{ lít}$. Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là $\mu_{kk} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$; của nước là $\mu_n = 18 \text{ g.mol}^{-1}$; hằng số khí $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{.K}^{-1}$; lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước $L = 2250 \text{ J/g}$. Hãy:

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi lanh.

2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông.

3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

t (°C)	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p (kPa)	3,1 7	3,36	3,57	3,78	4,0 1	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

ĐS: 1. 100%;; $m_{kk} \approx 55,97\text{g}$; 2. $A = -3,51\text{ kJ}$; 3. $Q = -1,003\text{kJ}$

Bài 25. Một nhà tắm hơi, độ ẩm tương đối của không khí là $\varphi_1=50\%$ ở nhiệt độ $t_1=100^\circ\text{C}$. Sau đó nhiệt độ giảm xuống đến $t_2=97^\circ\text{C}$ và hơi “lắng xuống” nên độ ẩm của không khí là $\varphi_2=45\%$. Một khối lượng nước bằng bao nhiêu đã được tách ra từ hơi ẩm không khí lúc đầu nếu như thể tích của nó $V=30\text{ m}^3$? Biết rằng ở nhiệt độ 97°C , áp suất hơi bão hòa nhỏ hơn 80 mmHg so với ở nhiệt độ 100°C .

ĐS: $\Delta m=4,8\text{kg}$.

Bài 26. Trong một bình thể tích $V_1=20\text{ lít}$ có một ít nước, hơi bão hòa và không khí. Tăng chậm dần thể tích của mình ở nhiệt độ không đổi đến thể tích $V_2=40\text{ lít}$, khi đó áp suất trong bình giảm từ $p_1=3\text{atm}$ đến $p_2=2\text{ atm}$. Hãy xác định khối lượng nước trong bình đầu, cuối thí nghiệm nếu như khối lượng tổng cộng của nước và hơi là $m=36\text{g}$. Bỏ qua thể tích của nước trong cả quá trình thí nghiệm.

ĐS: 12g

Bài 27. Một xi lanh, ở dưới pit tông có một ít chất lỏng và hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ nào đó. Khi nung đằng áp chậm nhiệt độ của hệ tăng lên đến 100°C , còn thể tích tăng thêm 54%. Nhiệt độ trong xi lanh đã tăng lên bao nhiêu nếu lúc đầu khối lượng của hơi bằng $2/3$ khối lượng của toàn bộ hỗn hợp? Bỏ qua thể tích ban đầu của chất lỏng so với thể tích của hệ.

ĐS: $T_1=363\text{ K}$.

Bài 28. Trong một bình có chứa chất lỏng và hơi bão hòa của nó. Trong quá trình giãn nở đằng nhiệt thể tích của hơi chiếm tăng lên $\beta=3$ lần, còn áp suất của hơi giảm đi $\alpha=2$ lần. Hãy tìm tỉ số giữa khối lượng của chất lỏng m_l và khối lượng hơi của nó m_h lúc đầu trong bình. Bỏ qua thể tích chất lỏng.

Bài 29. Sau một cơn mưa mùa hè, độ ẩm tương đối của không khí đạt 100%. Khi đó khối lượng riêng của không khí ẩm (khối lượng của hơi nước và không khí trong một cm^3) là

$\rho = 1171 \text{ g/m}^3$, áp suất của nó là $p = 100 \text{ kPa}$ và nhiệt độ $t = 22^\circ\text{C}$. Hãy tìm áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ $t = 22^\circ\text{C}$. Cho biết khối lượng một mol không khí là $M_k = 29 \text{ g/mol}$ và của hơi nước $M_h = 18 \text{ g/mol}$, hằng số khí lí tưởng $R = 8,31 \text{ J/(mol/K)}$.

ĐS: $2,7 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

Bài 30. Một hỗn hợp nước và hơi bão hoà có thể tích nào đó ở nhiệt độ 90°C . Nếu nung nóng đẳng tích hỗn hợp thì toàn bộ nước sẽ bay hơi khi nhiệt độ tăng thêm 10°C . Áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ 90°C bằng bao nhiêu nếu lúc đầu khối lượng của nước chiếm 29% khối lượng của toàn bộ hỗn hợp? Cho biết thể tích của nước nhỏ không đáng kể so với toàn thể tích toàn bộ hỗn hợp.

$$\text{ĐS: } p_{bh1} = \frac{71}{100} \frac{T_1}{T_2} p_h$$

Bài 31. Cần phải làm cho không khí trong phòng có thể tích $V = 49,8 \text{ m}^3$ bay hơi thêm một khối lượng nước bằng bao nhiêu để ở $t_1 = 27^\circ\text{C}$ nâng độ ẩm tương đối từ 25% đến 50%. Biết áp suất hơi bão hoà của nước ở 27°C bằng $3,6 \text{ kPa}$.

ĐS: $\Delta m = 0,988 \text{ g}$.

Bài 32. Một bình kính ở nhiệt độ 100°C chứa không khí ẩm với độ ẩm tương đối là 40% dưới áp suất là 2 at. Người ta giảm thể tích khí 3 lần theo một quá trình đẳng nhiệt. Xác định áp suất cuối cùng. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS: $5,8 \text{ atm}$.

Bài 33. Một bình kính nhiệt độ 100°C chứa không khí ẩm dưới áp suất 2 at. Sau đó thể tích bình giảm đẳng nhiệt 5 lần, áp suất tăng 4 lần. Tính độ ẩm tương đối ban đầu. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS: $\varphi_1 = 60\%$.

Bài 34. Trong một xilanh, ở dưới pittông có một ít chất lỏng và hơi bão hoà của nó ở nhiệt độ nào đó. Khi nung đẳng áp chậm nhiệt độ của hệ tăng lên đến 100°C còn thể tích tăng thêm 54%. Nhiệt độ trong xilanh đã tăng lên bao nhiêu độ nếu lúc đầu khối lượng của hơi bằng $2/3$ khối lượng toàn bộ của hỗn hợp? Bỏ qua thể tích ban đầu của chất lỏng so với thể tích của hệ.

$$\Delta T = T_c \frac{\beta\alpha - 1}{\beta\alpha} \approx 10K$$

ĐS:

Bài 35. Một máy điều hoà, mỗi giây hút 3 m^3 không khí từ khí quyển có nhiệt độ $t_1 = 40^\circ\text{C}$ và độ ẩm 80%. Máy làm không khí lạnh xuống $t_2 = 5^\circ\text{C}$ và đưa vào buồng. Sau một thời

gian máy lạnh hoạt động, nhiệt độ trong buồng là $t_3=25^{\circ}\text{C}$. Tính lượng nước ngưng tụ mỗi giây ở máy và độ ẩm trong phòng. áp suất hơi nước bão hòa ở nhiệt độ t_1, t_2, t_3 tương ứng là $p_1=7400\text{pa}$; $p_2=870\text{pa}$; $p_3=3190\text{pa}$.

ĐS: 29 %

Bài 36. Không khí ngoài trời rất ẩm, có áp suất 1atm và nhiệt độ 30°C . Người ta cho một lượng không khí đó vào trong một xi lanh và ngăn cách với bên ngoài bằng một pitông (hình vẽ). Tiếp đó thực hiện việc dịch chuyển pitông một cách từ từ sao cho nhiệt độ không đổi. Nhận thấy những vị trí mà pitông có thể nằm cân bằng khi ta thổi không tác dụng lực lên nó là những vị trí mà thể tích khí trong xi lanh thoả mãn $aV_0 < V < bV_0$ (V_0 là thể tích ban đầu ứng với khí ở 30°C , áp suất 1atm; $a=0,8$ và $b=1,32$). Ở một số vị trí của pitông trong khoảng đó, xi lanh bị mờ đi. Cho áp suất hơi nước bão hòa ở 30°C là $p_b=4,23\text{ kpa}$. Hãy xác định độ ẩm của không khí?



ĐS: 94,5 %

Bài 37. Một xilanh có piston đậy kín và được giữ ở nhiệt độ không đổi 40°C . Ban đầu thể tích trong xilanh là 10lít và chứa hai chất lỏng dễ bay hơi, số mol mỗi chất là $n_1 = n_2 = 0,05\text{mol}$. Cho biết: ở nhiệt độ 40°C áp suất hơi bão hòa của chất thứ nhất là $p_1 = 7\text{kPa}$, của chất lỏng thứ hai là $p_2 = 17\text{kPa}$. Khối lượng mol của hai chất lỏng lần lượt là $\mu_1 = 1,8 \cdot 10^{-2}\text{kg/mol}$ và $\mu_2 = 4,6 \cdot 10^{-2}\text{kg/mol}$.

a. Xác định khối lượng chất lỏng trong xilanh sau khi thực hiện nén đẳng nhiệt làm cho thể tích trong xilanh giảm đi 3 lần. Bỏ qua phần thể tích của chất lỏng .

b. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình trên trong hệ tọa độ $p - V$.

ĐS: a. $2,03 \cdot 10^{-3}\text{kg}$

Bài 38. Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí được chứa trong xy lanh có pittông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pittông vô cùng chậm để thực hiện quá trình giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên

3 lần, còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xy lanh giảm 2 lần so với ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lý tưởng.

1. Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô
2. Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi bão hòa chứa trong xy lanh lúc đầu.

$$\frac{m_{\text{nước}}}{m_{\text{hỗn}}} = 1$$

ĐS: 2.

Bài 39. Nước và hơi bão hòa đựng trong bình thể tích $V=6,0$ Lít ở nhiệt độ 250°C và áp suất 40atm . ($a=0,554\text{Pa.m}^6/\text{mol}^2$; $b=30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$)

1. Thể tích riêng của hơi ở các điều kiện trên là $V_h' = 50 \text{ lit / kg}$. Khối lượng của hệ (nước và hơi) $m=5,0\text{Kg}$.

2. Hãy tìm khối lượng và thể tích của hơi.

ĐS: 1, $V_1' = 1 \text{ lit / Kg}$ 2, $V = 1 \text{ lít}$

Bài 40. Một bình chứa chất lỏng và hơi bão hòa của nó. Khi tăng đẳng nhiệt thể tích lên đến 4 lần, người ta thấy áp suất giảm 3 lần. Hãy tính tỷ số khối lượng chất lỏng và khối lượng hơi ở trạng thái ban đầu.

ĐS: 3 lần.

Bài 41. Xác định tỉ số khối lượng riêng của không khí ẩm có độ ẩm tì đối 90% và của không khí khô ở áp suất $p_o=100\text{kpa}$ và nhiệt độ 27°C . Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ này là $\rho_0=0,027 \text{ kg/m}^3$. Khối lượng 1mol của không khí khô $\mu_1 = 0,029 \text{ kg/mol}$ và của nước là $\mu_2=0,018 \text{ kg/mol}$.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\mu_1 - \mu_2) \cdot \rho_0 \cdot fRT}{\mu_1 \mu_2 p_o} \approx 1,0216$$

ĐS: : $\rho_1 = 1 + \frac{(\mu_1 - \mu_2) \cdot \rho_0 \cdot fRT}{\mu_1 \mu_2 p_o} \approx 1,0216$

Bài 42. Một hỗn hợp khí chứa một khối lượng $m_1 = 100\text{g}$ nitơ và một khối lượng m_2 ôxi. Nén đẳng nhiệt hỗn hợp ấy ở nhiệt độ sôi của nitơ lỏng ($74,4\text{K}$) ta được đường đẳng

nhiệt trên đồ thị p-V vẽ ở hình 6.11 (1-2 và 2-3 là hai cung của hai hyperbol khác nhau, điểm 2 có hai tiếp tuyến khác nhau ở hai phía).

a) Hãy xác định áp suất hơi bão hòa của ôxi ở 74,4K

b) Khối lượng m_2 của ôxi.

Biết rằng ôxi sôi ở nhiệt độ cao hơn 74,4K.

$$\text{ĐS: a. } \frac{1}{6} \text{ atm; b. } 38\text{g.}$$

Bài 43. Nén đẳng nhiệt hơi bão hòa tới khi thể tích giảm n lần.

a. Hãy tìm tỉ phần thể tích mà chất lỏng chiếm nếu thể tích riêng của pha hơi bão hòa và pha lỏng khác nhau N lần ($N > n$).

b. Cũng câu hỏi như trên nhưng trong điều kiện mà thể tích cuối ứng với tâm của phần nằm ngang của đường đẳng nhiệt Van der Waals trên giản đồ p,V.

$$\text{ĐS: a. } \eta = \frac{n-1}{N-1}; \text{ b. } \eta = \frac{1}{N+1}$$

Bài 44. Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí chứa trong một xilanh có pít-tông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pít-tông vô cùng chậm để thực hiện quá trình dẫn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

a. Chứng minh hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.

b. Tìm tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hòa chứa trong xi lanh tại thời điểm ban đầu.

c. Tìm tỉ lệ giữa áp suất lên thành bình của hỗn hợp tại thời điểm ban đầu và tại thời điểm nước vừa hoá hơi hết.

$$\text{ĐS: a. } \frac{m_2}{m_1} = 1; \text{ b. } \frac{p_c}{p_1} = \frac{3}{4}$$

Bài 45. Một xilanh đóng kín bằng pittông và đặt trong buồng điều nhiệt có nhiệt độ 27°C chứa hỗn hợp hai chất khí không tương tác hóa học với nhau . Lượng chất 1 là $n_1 = 0,5$ mol , lượng chất 2 là $n_2 = 0,4$ mol . Người ta nén từ thể tích ban đầu $V_0 = 200 \text{ dm}^3$ xuống thể tích cuối $V_c = 30 \text{ dm}^3$.

a) Tính áp suất ban đầu của hỗn hợp .

b) Trạng thái hai chất biến đổi thế nào trong quá trình nén ? Tính thể tích và áp suất của từng chất và của cả hỗn hợp ứng với các điểm đặc biệt của đồ thị P_V và vẽ đồ thị này (gồm 3 đường cong) .

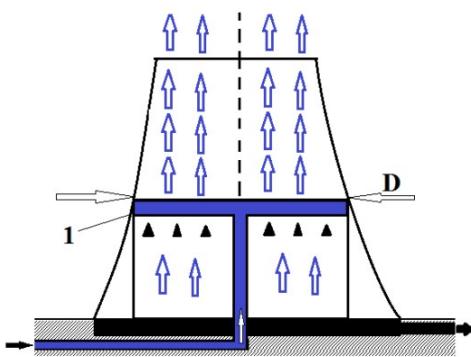
c) Tính khối lượng các chất long có trong xilanh ở cuối quá trình .

Chất 1 có khối lượng mol $\mu_1 = 0,02 \text{ kg/mol}$ và áp suất hơi bão hòa ở 27°C bằng $P_{b1} = 0,83 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Chất 2 có $\mu_2 = 0,04 \text{ kg/mol}$ và $P_{b2} = 1,66 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Giả thiết hơi bão hòa cũng tuân theo phương trình của các khí lí tưởng . Lấy $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$.

ĐS: a. $11218,5 \text{ Pa}$; b. Khi chất 1 bắt đầu ngưng tụ :thể tích hỗn hợp 150 dm^3 , áp suất hỗn hợp 14948 Pa . Khi chất 2 ngưng tụ :thể tích hỗn hợp 60 dm^3 , áp suất hỗn hợp 24900 Pa

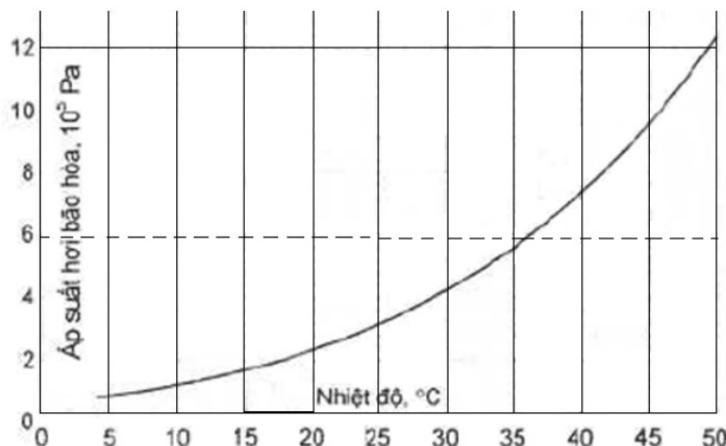
c. Chất lỏng 1: $0,008\text{kg}$; $0,016 \text{ kg}$

Bài 46. Trong các cơ sở công nghiệp, để làm mát nước với lượng lớn, người ta sử dụng nhà làm lạnh (hình vẽ).



Ta xét một nhà làm lạnh được mô hình hóa như một ống trụ rỗng có đường kính $D = 15\text{m}$, ở độ cao H cách đáy có một hệ thống vòi phun đặc biệt (1) phun nước nóng ở nhiệt độ $t_1 = 50^\circ\text{C}$. Khi rơi xuống, nước nguội dần đến $t_2 = 28^\circ\text{C}$. Người ta dùng quạt thổi khí ở nhiệt độ $t_0 = 29^\circ\text{C}$ bay ngược với dòng nước với vận tốc $u = 2,0\text{m/s}$. Giả sử nhiệt độ của không khí là không đổi trong khi nó ở trong nhà làm lạnh, nhưng độ ẩm của nó thay đổi từ $\varphi = 40\%$ ở đầu vào đến $\varphi_1 = 100\%$ khi ra khỏi nhà làm lạnh. Hỏi trong một giờ, có bao nhiêu tấn nước được làm lạnh?

Cho các thông số của nước: nhiệt dung riêng $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$; nhiệt hóa hơi $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, sự phụ thuộc của áp suất bão hòa vào nhiệt độ được cho ở đồ thị, hình vẽ (trục áp suất là trục tung đơn vị 10^5 Pa ; trục nhiệt độ là trục hoành đơn vị $^\circ\text{C}$).



ĐS: $q = \frac{L \Delta m_1}{c \Delta t} \approx 150 \text{ kg/s} = 540 \text{ tan/h}$

Bài 47. HSG QG 2000

Không khí có độ ẩm tương đối $f=72\%$ được nén đẳng nhiệt đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khi đó thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích ban đầu.

- Vẽ đường đẳng nhiệt và giải thích.
- Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

Coi không khí và hơi nước chưa bão hòa tuân theo định luật Bôilo – Mariôt và thể tích riêng của nước lỏng có thể bỏ qua so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ. Độ ẩm tương đối của không khí được xác định bằng tỉ số của áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí và áp suất của hơi nước bão hòa ở cùng nhiệt độ.

ĐS: $\frac{p_{bh}}{p_{bh} + 4p_{k_1}} = 0,18$.

Bài 48. (Trích đề thi HSG QG 2014)

Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí được chứa trong một xilanh có pittông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pittông vô cùng chậm để thực hiện quá trình giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

- Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.
- Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hòa chứa trong xilanh lúc đầu.
- Vẽ đồ thị áp suất của hơi nước và không khí lên thành xilanh theo thể tích khi hệ biến đổi từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối.

ĐS: b. $\frac{m_2}{m_1} = 1$

Bài 49.

1. Khí quyển có nhiệt độ giảm theo độ cao z theo biểu thức: $T=T_0(1-az)$ (1) với $T_0=300K$ là nhiệt độ tại mặt đất, a là hằng số dương.

- Ở độ cao nào thì nhiệt độ khí quyển giảm 1° ?
- Chứng tỏ rằng áp suất giảm theo độ cao theo quy luật: $p(z)=p_0(1-az)^{\alpha}$. Hay xác định giá trị của α

c. Chứng tỏ rằng mật độ không khí giảm theo độ cao theo quy luật: $\rho(z)=\rho_0(1-az)^\beta$. Hay xác định giá trị của β .

2. Do bị ánh sáng mặt trời chiếu, phần khí ở sát mặt đất nóng lên có nhiệt độ T_0 (còn phần không khí phía trên không hấp thụ nhiệt từ ánh sáng mặt trời), bắt đầu dâng lên cao. Phần khí nóng lên nay coi là giãn nở đoạn nhiệt và sự cân bằng áp suất với phần khí xung quanh diễn ra rất nhanh. Cho hệ số đoạn nhiệt của không khí là $\gamma=1,4$.

a. Chứng tỏ rằng với áp suất giảm theo độ cao theo quy luật ở phần 1b, thì nhiệt độ không khí dâng lên giảm theo quy luật: $T=T_0(1-az)^\delta$. Hãy xác định giá trị tham số δ .

b. Chứng tỏ rằng mật độ không khí dâng lên giảm theo độ cao theo quy luật: $\rho(z)=\rho_0(1-az)^\varepsilon$. Hay xác định giá trị của ε .

c. Với giá trị nào của a thì không khí bắt đầu dâng lên sẽ dâng lên ngày càng cao. Tính trị số của a . Cũng tính xem với hiệu độ cao Δz bằng bao nhiêu thì nhiệt độ giảm đi 1° .

3. Giả sử độ ẩm của không khí là $\varphi=70\%$. Áp suất hơi bão hòa liên hệ nhiệt độ theo hệ thức:

$$\ln \frac{p_{bh}(T)}{p_{bh}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

Với $q=2,2 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ (nhiệt hóa hơi của nước), $M_1=18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$: khối lượng một mol nước, $R=8,3 \text{ J/mol.K}$ (hằng số khí lí tưởng).

Hãy tính xem hơi nước trong khối không khí dâng lên đến độ cao nào thì bắt đầu ngưng tụ (hình thành mây).

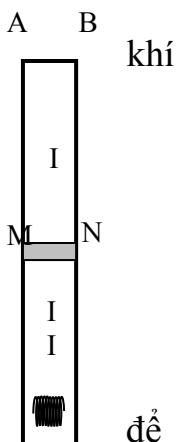
Trong bài toán này coi không khí là khí lí tưởng, khối lượng mol trung bình là $M=29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$; lấy $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

ĐS: 1a. $z = \frac{1}{300a}$; 1b. $\alpha = \frac{Mg}{RT_0a}$; 1c. $\beta = \frac{Mg}{RT_0a} - 1$

2a. $\delta = \frac{\gamma-1}{\gamma} \alpha$; 2b. $\varepsilon = \frac{Mg}{RT_0a\gamma}$; 2c. $a \geq \frac{Mg}{RT_0} \frac{\gamma-1}{\gamma} \approx 3,3 \cdot 10^{-5} (\text{m}^{-1})$; 3. $z = \frac{RT_0}{a\delta qM_1} \ln \varphi \approx 690 \text{ m}$

Bài 50. Một xi lanh làm bằng chất cách nhiệt, đặt thẳng đứng được chia làm hai phần bởi một pittông nhẹ MN linh động và cũng làm bằng chất cách nhiệt. Phần trên (phần I) chứa không khí có độ ẩm tỉ đối f ($f < 100\%$). Nắp AB của pittông dẫn nhiệt tốt nên có thể coi không khí ở phần trên luôn có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường. Phần dưới (phần II) chứa không khí khô và có thể được truyền nhiệt nhờ có dây nung nối với một nguồn điện.

Lúc đầu mỗi phần đều có thể tích V_0 và áp suất là p_0 , có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường. Dùng dòng điện để nung nóng khói phía dưới thật chậm (xem hình vẽ). Coi khí là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử.



a) Xác định áp suất và thể tích của không khí ở phần trên ở thời điểm hơi nước bắt đầu ngưng tụ.

b) Xác định nhiệt lượng nhỏ nhất cần cung cấp cho khí ở phần II để xảy ra sự ngưng tụ của hơi nước ở phần I.

c) Nếu tiếp tục cung cấp nhiệt cho khí ở phần dưới cho đến khi không khí ở phần trên có thể tích bằng $V_0/4$ thì áp suất trong phần này là $3,7p_0$ và có 50% số phần tử hơi nước trong phần này đã bị ngưng tụ. Tìm áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí ẩm ở phần I của xilanh lúc đầu. Áp dụng với $f=40\%$.

ĐS:

a) $V_1=fV_0, p_1=p_0/f$

b) $Q=5nRT_0 \left(\frac{1-f}{f} \right) - nRT_0 \ln f$

c) $p_{hn}=0,2p_0$

Bài 51. Không khí có độ ẩm tương đối (theo khí tượng học) $h=80\%$ được nén $\ddot{\text{ang}}$ nhiệt đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khí đó thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích ban đầu.

a) Vẽ đường $\ddot{\text{ang}}$ nhiệt và giải thích.

b) Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

c) Tính công nén khí nếu quá trình nén là $\ddot{\text{ang}}$ nhiệt.

d) Tính nhiệt lượng tỏa ra.

Biết thể tích ban đầu $V_1=4m^3$ và ẩn nhiệt hóa hơi của nước là $L=2280\text{kJ/Kg}$. Nhiệt độ là 65°C .

$$\frac{p_b}{p_b + 4p_{kl}} = 0,15$$

D/S: b, $p_b + 4p_{kl}$; c, A=272kJ ; d, Q'=1020kJ

Bài 52. (Olympic Vật lý quốc tế 1987)

Không khí ẩm vượt qua một ngọn núi (**hình 14**); quá trình coi là đoạn nhiệt.

Ở các trạm khí tượng M_0 và M_3 ở chân núi, áp suất khí quyển là 100kPa; ở trạm M_2 trên đỉnh núi áp suất là 70kPa. Nhiệt độ ở M_0 là 20°C.

Khi không khí lên cao, mây bắt đầu được tạo thành ở áp suất 84,5kPa. Xét một lượng không khí ẩm với khối lượng 2000kg trên mỗi mét vuông mặt đất, đi tới đỉnh núi (trạm M_2) sau 1500 giây. Trong quá trình đi lên này cứ mỗi kg không khí có 2,45g nước mưa rơi xuống.

1. Tính nhiệt độ T_1 ở M_1 , nơi mây bắt đầu tạo thành.
2. Tính độ cao so với M_0 của M_1 , giả thiết áp suất khí quyển giảm tuyến tính theo chiều cao.
3. Tính nhiệt độ T_2 tại đỉnh núi.
4. Nếu nước mưa trong 3 giờ trải đều trên mặt đất thì bề dày lớp nước (cột nước mưa) là bao nhiêu.
5. Tính nhiệt độ T_3 ở trạm M_3 . So sánh thời tiết ở M_3 và M_0 .

Gợi ý và dữ kiện:



Coi khí quyển là chất khí lý tưởng. Bỏ qua ảnh hưởng của hơi nước lên nhiệt dung và khối lượng riêng của không khí, bỏ qua sự phụ thuộc của ẩn nhiệt hóa hơi của nước vào nhiệt độ.

Tính các nhiệt độ với chính xác 1K, độ cao của M1 với độ chính xác 10m, cột nước mưa với độ chính xác 1mm.

Nhiệt dung riêng của không khí (trong phạm vi nhiệt độ của bài)

$$c_p = 1005 \text{ J/kg.K}$$

Khối lượng riêng của không khí ở áp suất po và nhiệt độ To của trạm Mo

$$\rho_o = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

Ân nhiệt hóa hơi của nước trong đám mây

$$L = 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma = 1,4; g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

ĐS: 1. $T_1 = 279,4 \text{ K}$; 2. $h_1 = 1408 \text{ m}$; 3. $T_2 = 270,9 \text{ K}$; 4. $35,3 \text{ mm}$; 5. $T_3 = 300 \text{ K}$

Bài 53. Không khí có độ ẩm tương đối (theo khí tượng học) $f = 80\%$ được nén $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$ nhiệt

đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khí đó thè tích

bằng $\frac{1}{4}$ thè tích ban đầu.

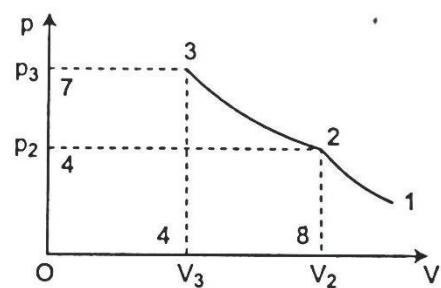
a. Vẽ đường $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$ nhiệt và giải thích.

b. Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

c. Tính công nén khí nếu quá trình nén là $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$ nhiệt.

d. Tính nhiệt lượng tỏa ra.

Biết thè tích ban đầu $V_1 = 4 \text{ m}^3$ và ân nhiệt hóa hơi của nước $L = 2280 \text{ kJ/kg}$. Nhiệt độ là 65°C .



$$\frac{p_b}{p_b + 4p_{kl}} = 0,15$$

ĐS: b. $p_b = 270 \text{ kJ}$; c. 270 kJ ; d. 1020 kJ

Bài 54. Bầu khí quyển của một hành tinh như Trái đất có cấu trúc khá phức tạp về sự đa dạng của các quá trình và hiện tượng liên quan đến sự hình thành của nó. Trong bài toán này, chúng ta sẽ xét mô hình đơn giản của tầng thấp hơn của khí quyển, được gọi là tầng đối lưu, có độ cao $10\text{km} - 15\text{ km}$ so với bề mặt Trái đất. Để hiểu được tính chất vật lý của một số hiện tượng, xem bầu khí quyển của Trái đất bao gồm một loại khí lưỡng nguyên tử với khối lượng mol $\mu_{air} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ và biến đổi đoạn nhiệt.

Coi nhiệt độ và áp suất không khí trên bề mặt Trái đất lần lượt là $T_0 = 293 \text{ K}$ và $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Gia tốc của trọng lực $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ vẫn không phụ thuộc vào độ cao so với bề mặt Trái đất.

1. Tính nhiệt độ và áp suất không khí ở độ cao $H = 1500 \text{ m}$ so với bề mặt Trái đất.

Trong mô hình được xây dựng, chiều cao của tầng đối lưu của Trái đất được xác định bằng cách đạt đến một nhiệt độ tới hạn nhất định, tại đó các quá trình vật lý khác bắt đầu đóng một vai trò quan trọng.

2. Ước tính chênh lệch độ cao tầng đối lưu của Trái đất vào ban ngày và ban đêm nếu nhiệt độ bề mặt thay đổi trong khoảng thời gian này bằng $\Delta T_{dn} = 20 \text{ K}$.

Một người leo núi bắt đầu leo lên một ngọn núi khá cao, dưới chân nhiệt độ và áp suất không khí bằng $T_0 = 293 \text{ K}$ và $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Ở độ cao $H = 1500 \text{ m}$, anh ta quyết định thực hiện dừng lại để đun một ít nước và phát hiện ra rằng nó sôi nhanh hơn bình thường. Anh ta mở cuốn sổ tay về vật lý có sẵn tại thời điểm này và thấy rằng ở nhiệt độ $T_1 = 373 \text{ K}$, áp suất hơi nước bão hòa là $p_1 = p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, và ở nhiệt độ $T_2 = 365 \text{ K}$ nó bằng $p_2 = 0,757 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

3. Tìm và tính nhiệt độ sôi của nước ở độ cao $H = 1500 \text{ m}$.

Sau khi tiếp tục leo núi, người leo núi phát hiện ra rằng tuyết xuất hiện ở một độ cao nhất định và cần có thiết bị đặc biệt để tiến xa hơn.

4. Tính độ cao h_0 , tại đó người leo núi nhận thấy sự xuất hiện của một lớp tuyết phủ trên núi.

Người leo núi nhớ lại cuộc trò chuyện với người dân địa phương ngay trước khi leo lên, trong đó anh ta được thông báo rằng lớp tuyết phủ hoàn toàn biến mất khỏi ngọn núi ở nhiệt độ $T > 310$ K dưới chân núi.

5. Tính chiều cao H_0 của ngọn núi mà người leo núi leo lên.

Khi leo lên độ cao H' , người leo núi nhận thấy sự xuất hiện của sương mù. Nhìn xung quanh, anh nhận ra rằng không có mây và không có gió. Người leo núi biết rằng khối lượng mol của nước là $\mu_{H_2O} = 18,0 \cdot 10^{-3}$ kg/mol, và theo dự báo thời tiết, độ ẩm tương đối dưới chân núi bằng $\varphi = 0,15$. Trong cuốn cẩm nang về vật lý, ông tìm thấy một công thức cho áp suất của hơi nước bão hòa trong khoảng nhiệt độ $T \in (250, 300)$ K, có dạng sau

$$\ln \frac{P_{vap}}{P_{vap0}} = a + b \ln \frac{T}{T_0}$$

Trong đó p_{vap} biểu thị áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ T , p_{vap0} là viết tắt của áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ T_0 , $a = 3,63 \cdot 10^{-2}$, $b = 18,2$ là các hằng số. Coi hơi nước luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt động với không khí xung quanh.

6. Tính độ cao H' .

7. Tính toán độ ẩm không khí tối thiểu dưới chân núi φ_{\min} sao cho sương mù vẫn còn trên núi.

ĐS:

$$1. T(H) = 278K, p(H) = 84.6 \times 10^3 Pa; 2. \Delta H_{\text{abs}} = \frac{\gamma R \Delta T_{dn}}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 2.05 \times 10^3 m$$

$$3. T_{bot} = 368K; 4. h_0 = \frac{\gamma R (T_0 - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 2.05 \times 10^3 m; 5. H_0 = \frac{\gamma R (T - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 3.78 \times 10^3 m$$

$$6. H' = 2.25 \times 10^3 m; 7. f_{\min} = 11,9\%$$

X.2 NHIỆT LUỢNG CHUYỂN PHA

Bài 1. Người ta rót vào khối nước đá khối lượng $m_1 = 2 \text{ kg}$ một lượng nước $m_2 = 1 \text{ kg}$ ở nhiệt độ 10°C . Khi có cân bằng nhiệt, lượng nước đá tăng thêm

$m' = 50 \text{ g}$. Cho biết nhiệt dung riêng của nước đá và của nước lần lượt $C_1 = 2000 \text{ J/kg.K}$, $C_2 = 4200 \text{ J/kg.K}$, nhiệt nóng chảy của nước đá $\Delta H_f = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Bỏ qua sự trao đổi nhiệt với đồ dùng thí nghiệm.

a. Xác định nhiệt độ ban đầu của nước đá.

b. Sau đó, người ta cho hơi nước sôi vào bình trong một thời gian và sau khi thiết lập cân bằng nhiệt, nhiệt độ của nước là 50°C . Tìm lượng hơi nước đã dẫn vào? Cho nhiệt hóa hơi của nước $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: a. $-14,75^\circ\text{C}$; b. $0,528 \text{ kg}$.

Bài 2. Ân nhiệt hóa hơi của nước ở 100°C là $L = 2250 \text{ kJ/kg}$.

- Hãy cho biết ý nghĩa của giá trị ân nhiệt hóa hơi này?
- Hãy tính xem bao nhiêu phần trăm của nhiệt lượng ấy để tăng nội năng, bao nhiêu phần trăm để sinh công thăng ngoại lực?
- Tính năng lượng liên kết u_0 của phân tử nước lỏng ở 100°C .

Coi gần đúng hơi nước như khí lí tưởng.

ĐS: b. 172 kJ ; c. $u_0 \approx 6,6 \cdot 10^{-23}$

Bài 3. Một hỗn hợp nước và hơi nước ở nhiệt độ $t = 110^\circ\text{C}$ chứa trong xilanh nhờ một pittông, trong đó nước chiếm $0,1\%$ thể tích xi lanh. Khi giãn chậm đằng nhiệt thể tích thì nước bắt đầu bay hơi. Đến thời điểm khi mà nước bay hơi hết thì hơi đã thực hiện được công $A = 177 \text{ J}$, còn thể tích nó chiếm tăng lên thêm $\Delta V = 1,25 \text{ lít}$. Hãy tính áp suất mà thí nghiệm đã được tiến hành. Ở trạng thái ban đầu, trong xi lanh có bao nhiêu nước và hơi nước? Khối lượng riêng của nước là $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

ĐS: $p_b = 1,416 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $m_n = 1 \text{ g}$, $m_h = 0,8 \text{ g}$

Bài 4. 200 kg chì lỏng ở nhiệt độ nóng chảy 327°C được đổ vào một hỗn hợp gồm 20 kg nước ở 0°C và 1 kg nước đá ở 0°C . Tìm nhiệt độ và thành phần cuối của hệ, bỏ qua các mất mát vì nhiệt tỏa ra ngoài. Cho biết:

- Nhiệt nóng chảy của chì: 21 kJ/kg
- Nhiệt dung riêng của chì: $0,125 \text{ kJ/kg.K}$
- Nhiệt dung riêng của nước: $4,19 \text{ kJ/kg.K}$
- Nhiệt hóa hơi của nước: 2260 kJ/kg
- Nhiệt nóng chảy của nước đá: 330 kJ/kg

ĐS: $t = 100^{\circ}\text{C}$ và hệ gồm chì đặc, nước sôi và hơi nước; cho nước hóa hơi

$$m_{\text{hơi}} = \frac{745}{2260} \approx 0,33 \text{ kg}$$

Bài 5 Một lượng hơi nước có khối lượng $m = 18 \text{ g}$ chứa trong một xilanh có pit-tông đóng kín. Áp suất của hơi nước trong xilanh là $p = 178 \text{ mmHg}$ và nhiệt độ là $t = 80^{\circ}\text{C}$. Biết $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$, khối lượng mol của nước là $\mu = 18 \text{ g/mol}$, $1 \text{ mmHg} = 133 \text{ Pa}$. Coi hơi nước là khí lí tưởng. Nhiệt độ xilanh được giữ không đổi.

- a. Tính thể tích V_0 của hơi nước lúc đầu.
- b. Đẩy pit-tông cho đến khi trong xilanh bắt đầu xuất hiện những hạt sương thì dừng lại. Tính thể tích V_1 của hơi nước lúc này. Biết áp suất của hơi nước bảo hòa ở 80°C là 356 mmHg .
- c. Tiếp tục đẩy pit-tông dịch chuyển đến khi thể tích hơi nước còn lại $V_2 = \frac{V_1}{2}$. Tính nhiệt lượng đã thoát qua xilanh và độ biến thiên nội năng của nước (cả thể lỏng và hơi) trong quá trình này. Cho nhiệt hóa hơi riêng của nước là $L = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: a. 124 lít; b. 62 lít; c. $Q = 20340 \text{ J}$; $\Delta U = -18872,212 \text{ J}$

Bài 6. Hơi nước có khối lượng 1g nằm trong một hộp cách nhiệt có thể tích $V=391$ ở nhiệt độ $T=300^{\circ}\text{K}$. Trong hộp có một ít nước có khối lượng nhỏ hơn khối lượng hơi nước. Trong quá trình nén đoạn nhiệt, nhiệt độ hơi nước tăng lên $\Delta T=1^{\circ}\text{K}$ và có một phần nước hoá hơi. Khối lượng hơi nước tăng lên bao nhiêu? Cho nhiệt hoá hơi của nước $\lambda = 2,37 \cdot 10^6 \text{J/kg}$, nhiệt dung phân tử gam của hơi nước $C_v = 3R = 25 \text{J/mol}^{\circ}\text{K}$. Không tính nhiệt dung của nước.

Biết rằng khi nhiệt độ thay đổi ít thì áp suất hơi bão hòa thay đổi $\Delta p = k \cdot \Delta T$ ($k = 2 \cdot 10^2 \text{pa/K}$).

ĐS: $3 \cdot 10^{-3}$ (g)

Bài 7. Xác định phần trăm nhiệt hóa hơi riêng của nước dẫn đến sự tăng nội năng của hệ khi $T=373\text{K}, L=2 \cdot 3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: 90%

Bài 8. Trong bình trụ dài với pittoong có trọng lượng không đáng kể và diện tích tiết diện $S = 0.01 \text{ m}^2$ có $m = 0.01 \text{ kg}$ nước ở nhiệt độ $T_0 = 273 \text{ K}$. Pittoong di chuyển không ma sát trên thành bình. Lúc đầu, pittoong ở vị trí bê mặt nước (Hình 16.4a). Nung nóng bình hàng một bộ nung có công suất không đổi là 1 kW. Bỏ qua sự mất mát nhiệt qua thành hình và pittoong. Vẽ đồ thị sự phụ thuộc của độ cao nâng lên h của pittoong theo thời gian t , áp suất khí quyển $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$.

$$\text{ĐS: } h = \frac{V}{S} = \frac{RT_1N}{p_0\mu LS}(t-t_1) \quad (4 \text{ s} < t < 27 \text{ s})$$

Bài 9. Trong một xilanh, ở dưới pittông có một hỗn hợp chứa q_l mol chất lỏng và q_h mol hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ T . Trong một quá trình đẳng áp chậm hỗn hợp trong xilanh được cung cấp một nhiệt lượng Q và nhiệt độ tăng lên ΔT . Hãy tìm sự biến đổi nội năng của hỗn hợp trong xilanh. Bỏ qua thể tích của chất lỏng.

$$\Delta U = Q - q_l RT - (q_l + q_h) R \Delta T$$

Bài 10. Trong một xilanh, dưới pittông có một mol hơi chưa bão hòa ở nhiệt độ T . Nén đẳng nhiệt hơi sao cho đến trạng thái cuối cùng thì một nửa khối lượng của nó đã ngưng tụ thành chất lỏng còn thể tích hơi giảm đi $k = 4$ lần. Hãy tìm nhiệt ngưng tụ phân tử (nhiệt lượng toả ra khi một mol hơi ngưng tụ hoàn toàn thành chất lỏng), nếu như trong quá trình trên hệ đã toả ra một nhiệt lượng Q ($Q > 0$). Coi hơi nước là khí lý tưởng.

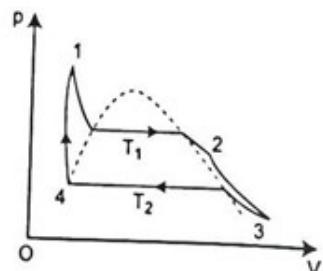
ĐS: $\Lambda = 2Q - 2RT \ln 2$.

Bài 11. m=20g nước ở nhiệt độ 0°C trong một xylanh cô lập nhiệt được đậy bằng pittong không trọng lượng có diện tích $S=410\text{cm}^2$. Áp suất bên ngoài bằng áp suất bình thường của khí quyển. Hỏi pittong được nâng lên bao nhiêu nếu truyền cho nước một lượng nhiệt $Q=20,0\text{kJ}$.

ĐS: $h=21,4\text{cm}$.

Bài 12. Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Carnot với tác nhân là nước, nước này hóa hơi và ngưng tụ. Chu trình vẽ ở hình 1, quá trình đẳng nhiệt 1-2 diễn ra ở nhiệt độ $T_1 = 484\text{K}$, 3-4 ở $T_2 = 373\text{K}$. Tính công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình. Tổng nhiệt lượng mà hơi nước nhả ra trong quá trình ngưng tụ 3-4 là 2680kJ.

ĐS : $A = 800\text{kJ}$



Bài 13. Nhiệt lượng toả ra khi làm lạnh một mol nước từ 25°C xuống 0°C và sau đó là động đặc bên trong một máy làm lạnh (có hiệu suất tối đa theo lí thuyết) được truyền cho một mol nước khác ở 25°C để nó nóng lên đến 100°C.

a. Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi ở 100°C.

b. Máy làm lạnh thực hiện một công bằng bao nhiêu?

$$n = \frac{T_1}{T_2} \frac{[\lambda + C(T_3 - T_1) - C(T_2 - T_3)]}{L} ; \quad A = \frac{[\lambda + C(T_3 - T_1)](T_2 - T_1)}{T_1}$$

Bài 14. Cần một thời gian tối thiểu là bao nhiêu để làm đóng băng 2 kg nước ở 0°C nếu ta dùng một động cơ 50 W và không khí bên ngoài (nguồn nóng) có nhiệt độ 27°C. Cho ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là $\lambda = 336000 \text{ J/kg}$.

ĐS: $\tau = 1,3 \cdot 10^3 \text{ s}$

Bài 15. Lấy 1 kg nước ở 100°C và một khối nước đá rất lớn ở 0°C. Một động cơ nhiệt thuận nghịch hấp thụ nhiệt từ nước và truyền cho nước đá cho tới khi không thể nhận được công từ hệ. Khi quá trình được hoàn thành:

a. Nhiệt độ nước là bao nhiêu?

b. Lượng nước đá tan là bao nhiêu?

c. Công thực hiện của động cơ là bao nhiêu?

Nhiệt nóng chảy của nước đá là 336 J/g . Nhiệt dung riêng của nước lỏng là $4,2 \text{ J/g}$.

ĐS: a. 273K ; b. $1,6\text{kg}$; 62 kJ

Bài 16. Biết rằng trong bình kín gồm nước đá, nước và hơi nước có thể cùng tồn tại cân bằng động trong một điều kiện nào đó (trong bình không chứa một vật nào khác). Trạng thái này gọi là điểm ba pha của nước (gọi tắt là điểm ba). Với nước có nhiệt độ và áp suất của điểm ba là $0,01^\circ\text{C}$; $4,58 \text{ mmHg}$. Trong bình có nước đá, nước và hơi nước mỗi thứ 1 g ở điểm ba, giữ cho thể tích bình không đổi và từ từ cung cấp cho hệ thống này một nhiệt lượng $Q=2,25 \cdot 10^5 \text{ J}$. Hãy ước tính khối lượng nước đá, nước và hơi nước sau khi hệ trở lại trạng thái cân bằng. Biết khối lượng riêng của nước và nước đá lần lượt là $\rho_{nc} = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ và $\rho_{da} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Nhiệt hóa hơi của nước đá ở điểm ba là $L_{da-hoi} = 2,83 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, của nước là $L_{nc-hoi} = 2,49 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: $0,25 \text{ g}$; $1,75 \text{ g}$; 1 g .

Bài 17. Hãy tính bán kính của giọt nước lớn nhất có thể có để giọt nước có thể tự hoá hơi mà không cần thu nhiệt lượng từ bên ngoài. Biết nước có khối lượng riêng $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$, nhiệt hoá hơi riêng của nước $L = 2260 \text{ J/g}$ và suất căng màng ngoài $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2$.

ĐS: $r_{max} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

Bài 18. Một bình hình trụ chứa không khí và nước được đóng kín bằng pittông di động. Nhiệt độ của khí và bình không đổi. Thể tích ban đầu là $V_1 = 22,4 \text{ lít}$, áp suất ban đầu $p_1 = 3 \text{ atm}$. Pittông chuyển động chậm để hơi trong bình luôn bão hòa. Khi thể tích trong bình tăng gấp đôi thì nước lỏng không còn và áp suất trong bình là $p_2 = 2 \text{ atm}$. Tính

- Áp suất của hơi nước bão hòa
- Khối lượng không khí trong bình
- Khối lượng toàn phần (hơi + nước lỏng) trong bình

- d. Công mà khí tác dụng lên pittông
- e. Nhiệt lượng cần cung cấp cho không khí và nước để giữ nhiệt độ không đổi

Biết ẩn nhiệt hóa hơi của nước ở nhiệt độ của khí là $L = 2250\text{J/g}$.

ĐS: a. $p_{bh} = 1\text{atm}$; b. $42,5\text{g}$; c. $26,4\text{g}$; d. 5414J ; e. 32845 (J) .

Bài 19. $m=1,00\text{Kg}$ nước bay hơi toàn bộ thành hơi bão hòa ở áp suất khí quyển bình thường. Hãy tìm độ tăng của entropi và nội năng của hệ này; coi hơi bão hòa là khí lý tưởng

ĐS: $\Delta S = 6,032 \cdot 10^3 \text{J/K}$; $\Delta U = 2,078 \cdot 10^6 \text{J}$

Bài 20. Trong một xylanh cách nhiệt được đậy bằng một pittong không trọng lượng có 1 gam hơi nước bão hòa. Áp suất xung quanh là 1atm . Đưa vào trong xylanh $m=1,0\text{kg}$ nước ở nhiệt độ $t_0=22^\circ\text{C}$. Bỏ qua ma sát và nhiệt dung của xy lanh, hãy tìm công mà áp lực của không khí thực hiện khi thả pittong ra.

ĐS: $A = 24,95\text{J}$

Bài 21. Trong một xilanh, ở dưới pittông có một hỗn hợp n_1 mol chất lỏng và n_2 mol hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ T . Trong một quá trình đẳng áp chậm hỗn hợp trong xilanh được cung cấp một nhiệt lượng Q và nhiệt độ tăng lên ΔT . Hãy khảo sát sự biến đổi nội năng của hỗn hợp trong xilanh. Bỏ qua thể tích của chất lỏng.

Bài 22. (Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2002)

Một m^3 không khí ở nhiệt độ 100°C , áp suất 1atm và có độ ẩm tương đối 50% được nén đẳng nhiệt thuận nghịch tới thể tích $0,2\text{ m}^3$.

- a. Tính áp suất của không khí sau khi nén.
- b. Tính công của lực nén.
- c. Tính nhiệt lượng toả ra.

ĐS: a. $2,5\text{ atm}$; b. 147 kJ ; c. $513,8\text{ kJ}$

Bài 23. (Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO 2006)

Một bình hình trụ miệng hở, diện tích tiết diện ngang $S = 50 \text{ cm}^2$ đựng 500 g nước đặt thẳng đứng. Thành bình mỏng và có nhiệt dung không đáng kể. Nhiệt độ của nước là 18°C .

1. Ước tính khối lượng nước bay vào không khí trong một giây khi đặt bình ở trong không khí có nhiệt độ 18°C , độ ẩm 80% nếu giả thiết có gió thổi sao cho trên mặt nước không còn hơi bão hòa.

2. Đặt bình nói trên châm không, trên một giá cách nhiệt. Nhiệt độ của nước lúc đầu cũng là 18°C . Mô tả hiện tượng xảy ra kể từ lúc bắt đầu đặt bình vào châm không. Ở thời điểm khối lượng của nước trong bình còn khoảng bao nhiêu thì tốc độ nước bay vào châm không (khối lượng nước bay khỏi bình trong mỗi giây) thay đổi rõ rệt?

Khi giải có thể dùng các số liệu sau:

Áp suất của hơi bão hòa ở nhiệt độ 18°C là $p_{bh} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$; nước có nhiệt dung riêng $C = 4200 \text{ J/kg}$; nhiệt nóng chảy $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$; nhiệt hoá hơi $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: 1. $dm/dt \approx 2,5 \text{ g/s}$; 2. 424 gam

X.3 CHUYÊN PHA.

Bài 1. Vận dụng phương trình **Clau-di-út - Cla-pê-rôn** cho quá trình sôi của nước, với áp suất $p = 1 \text{ atm}$ thì nhiệt độ sôi là $T = 373\text{K}$ và ẩn nhiệt hóa hơi riêng của nước $L = 2250\text{J/g}$. hơi dưới áp suất $0,95 \text{ atm}$ thì nước sôi ở nhiệt độ nào?

Gợi ý: Coi hơi nước là khí lí tưởng.

ĐS: $98,57^\circ\text{C}$.

Bài 2. Một bình hình trụ miệng hở, diện tích tiết diện ngang $S = 50 \text{ cm}^2$ đựng 500 g nước đặt thẳng đứng. Thành bình mỏng và có nhiệt dung không đáng kể. Nhiệt độ của nước là 18°C . Ước tính khối lượng nước bay vào không khí trong một giây khi đặt bình ở trong không khí có nhiệt độ 18°C , độ ẩm 80% nếu giả thiết có gió thổi sao cho trên mặt nước không còn hơi bão hòa.

ĐS: $\frac{dm}{dt} \approx 2,5 \text{ g/s}$

Bài 3. Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong $r = 10$ cm và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là $t_1 = 90^\circ\text{C}$ và áp suất bên trong bán cầu là $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Biết rằng dưới áp suất p_0 nước sẽ sôi ở nhiệt độ $t_0 = 100^\circ\text{C}$.

1. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt? Tại sao?
2. Chứng minh rằng áp suất hơi bão hòa p phụ thuộc vào nhiệt độ T theo phương trình **Claperon-Clausius:**

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_l}{L} \approx \frac{V_h}{L},$$

trong đó V_h, V_l lần lượt là thể tích riêng của chất ở thể hơi, thể lỏng và $V_h \gg V_l$; L là nhiệt hóa hơi riêng.

3. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chẳng hạn), sao cho trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ t_0 . Cho nước có khối lượng mol là $\mu = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$, nhiệt hóa hơi riêng ở áp suất p_0 là $L = 2260 \text{ J.g}^{-1}$ và có thể coi nhiệt hóa hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Có thể coi gần đúng hơi nước bão hòa là khí lý tưởng.

- a) Nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ t bằng bao nhiêu?
- b) Tính nhiệt lượng mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định.

ĐS: 3a. $t = 108^\circ\text{C}$; 3b. $2,16 \text{ MW}$

Bài 4. Chứng minh rằng áp suất hơi nước bão hòa p phụ thuộc vào nhiệt độ T theo công thức

$$\ln p = \frac{-L}{nRT} + C$$

Trong đó: n là số mol hơi nước

L: ẩn nhiệt hóa hơi

C: hằng số

Bài 5. Xét một chất lỏng hóa hơi ở nhiệt độ $T + dT$ và áp suất $p + dp$; hơi này giãn nở đoạn nhiệt tới nhiệt độ T , áp suất p sau đó ngưng tụ tại nhiệt độ T , áp suất p và cuối cùng đoạn nhiệt trở về trạng thái ban đầu.

a) Chứng minh rằng chất lỏng có áp suất hơi bão hòa p , ẩn nhiệt hóa hơi L thì

$$\frac{d(\ln p)}{dT} = \frac{L}{R \cdot T^2}$$

b) Giả sử chất lỏng có năng lượng bề mặt u và sức căng bề mặt α thì hãy chứng minh

$$u = \alpha - T \frac{d\alpha}{dT}$$

rằng:

Bài 6. Cho hai nhiệt kế thuỷ ngân và các vật liệu thông thường (vải bông, nước ...). Hãy trình bày một phương án thí nghiệm xác định gần đúng độ ẩm tỉ đối của không khí. Cho biết áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức **Clau-di-út - Cla-pê**

rõn:
$$\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$$
, trong đó dP_{bh} là độ biến thiên áp suất hơi bão hòa khi nhiệt độ biến thiên từ T đến $T+dT$, L là nhiệt hoá hơi, V_h ; V_n lần lượt là thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và ở thể lỏng ứng với nhiệt độ T . Hãy giải thích cách làm.

Bài 7. Nếu áp suất phụ của hơi bão hòa Δp trên mặt cầu lồi của một chất lỏng nhỏ hơn

rất nhiều so với áp suất hơi ở mặt phẳng thì $\Delta p = \frac{\rho_h}{\rho_l} \cdot \frac{2\alpha}{r}$, trong đó ρ_h và ρ_l , là khối lượng riêng của hơi và của chất lỏng. α là suất căng bè mặt của chất lỏng, r là bán kính cong của bề mặt. Từ công thức đó hãy tìm đường kính của giọt nước mà áp suất hơi bão hòa lớn hơn áp suất của hơi trên mặt phẳng ở $t=27^\circ\text{C}$ là $\eta = 1,0\%$. Coi hơi là khí lý tưởng.

Đ/S: $d = 0,211\mu\text{m}$

Bài 8. Một lượng hơi nước sôi ở áp suất khí quyển được hơ nóng đằng áp đến nhiệt độ 150°C , sau đó dãn nở đoạn nhiệt đến thể tích gấp 1,5 lần. Chứng tỏ trong quá trình đó không có lượng hơi nước nào ngưng đọng thành nước lỏng.

Lưu ý:

Coi hơi nước chưa bão hòa như khí lý tưởng có $\gamma = 1,33$

Bỏ qua thể tích riêng của nước lỏng so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Ân nhiệt hóa hơi của nước ở lân cận 100°C là 2250kJ/kg (là nhiệt lượng cần cung cấp cho 1 đơn vị khối lượng để nó chuyển sang trạng thái hơi ở cùng nhiệt độ).

Các biến thiên nhiệt độ nhỏ hơn 10°C xem là các biến thiên nhỏ, khi làm bài có thể vận dụng phép tính gần đúng.; $1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5\text{Pa}$

Bài 9. Một xi lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng pitong di động. Nhiệt độ của hệ được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xi lanh là $p_1 = 100\text{kPa}$ và thể tích $V_1 = 50(\text{lít})$. Thực hiện quá trình nén pitong vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2 = 200\text{kPa}$ và thể tích $V_2 = 24,7\text{ lít}$. Giả thiết thể tích nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là 29g/mol ; của nước là

18g/mol; hằng số chất khí là $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$; lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước là $L = 2250\text{J/g}$

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi lanh
2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pittong
3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

$t^{\circ}\text{C}$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p(kPa)	3,17	3,36	3,57	3,78	4,01	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

ĐS: 1. 100%; 2. $A' = -3511,2 \text{ (J)}$; 3. $931,8 \text{ (J)}$

Ở sát bề mặt Trái Đất, không khí có áp suất p_0 và nước sôi ở nhiệt độ T_s .

Bài 10.

Cho biết phương trình **Clau-đi-út Cla-pê-rôô mô** tả mối quan hệ giữa nhiệt độ T và áp

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_h - V_l)T}$$

suất bão hòa p_{bh} xảy ra trong quá trình bay hơi là

Trong đó L là ẩn nhiệt hóa hơi của nước và được coi là không đổi, V_h và V_l tương ứng là

thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và thể lỏng ($V_h \gg V_l$). Hơi nước và

không khí được coi là khí lí tưởng với hằng số R. Cho khói lượng mol của nước và không

khí tương ứng là μ và μ_k . Gia tốc trọng trường g được coi là không thay đổi theo độ cao.

1. Tìm áp suất hơi nước bão hòa p_{bh} ở nhiệt độ T theo các đại lượng μ , p_0 , R, T, T_0 , L.
Tính giá trị độ ẩm cực đại của không khí ở nhiệt độ $T = T_s/2$

2. Coi nhiệt độ không khí T_0 không đổi. Biết áp suất không khí phụ thuộc vào độ cao h

$$\text{theo công thức } p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu_k gh}{RT_0}}$$

Với p_0 là áp suất không khí ở sát mặt đất ($h=0$). Tìm độ cao h mà ở đó nước sôi ở nhiệt
độ $T = TS/2$.

$$\text{hi } T = T_s/2 \text{ thì } p_{bh} = p_0 \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}} ; \text{Độ ẩm cực đại: } A = \frac{2\mu p_0}{RT_s} \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}} ; 2.$$

ĐS: 1.K

Bài 11. Cho hệ là 1 kg nước lỏng ở trạng thái ban đầu a, có thể tích V_L , nhiệt độ 100^0C và
áp suất khí quyển. Người ta cho nó thực hiện chu trình sau:

- Giảm nở căng áp cho tới trạng thái b có thể tích V_H để chất lỏng bay hơi hết.
- Giảm nở đoạn nhiệt tới trạng thái c có nhiệt độ $T - \Delta T$.
- Nén căng áp tới trạng thái d sao cho khi tiếp tục nén đoạn nhiệt nó trở lại trạng thái
ban đầu a.

a. Vẽ chu trình mà hệ thực hiện trên giản đồ p-V và mô tả trạng thái hê c và d. Tính hiệu suất chu trình đó và chứng minh **rằng khi ΔT đủ nhỏ, ta có phương trình Claudio-Clapayron:**

$$\frac{\Delta p_{bh}}{\Delta T} = \frac{L}{T(V_h - V_L)}$$

b. Lấy $L = 2500 \text{ kJ/kg}$ và không đổi theo nhiệt độ, $V_h \gg V_L$ và cho rằng hơi nước tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng, hãy tìm sự phụ thuộc của p_{bh} theo nhiệt độ. Ước tính nhiệt độ tối đa của một nồi áp suất biết rằng van an toàn của nồi là một quả nặng 50 g đậu trên một lỗ tròn nằm ngang, bán kính 1 mm, ở vung nồi.

Khi tính lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, khối lượng riêng của nước là $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, khối lượng mol của nước là $\mu = 18 \text{ g/mol}$.

$$\eta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{A}{L}$$

$$b. p = p_0 e^{\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}, T = 125,6^\circ\text{C}$$

Bài 12. Biết rằng cứ lên cao 100 m, nhiệt độ giảm đi $0,6^\circ\text{C}$

a. Tìm biểu thức sự phụ thuộc của nhiệt độ vào độ cao. Biết ở mặt nước biển, không khí có nhiệt độ $T_{0kk} = 300 \text{ K}$.

b. Tìm sự phụ thuộc của áp suất khí quyển theo độ cao. Biết tại mặt nước biển, áp suất khí quyển là $p_0 = 1 \text{ atm}$.

c. Ở mặt nước biển, áp suất khí quyển là 1 atm, nước sôi ở $T_{s0} = 100^\circ\text{C}$. Hỏi ở độ cao 4 km so với mực nước biển thì nước sôi ở nhiệt độ bao nhiêu?

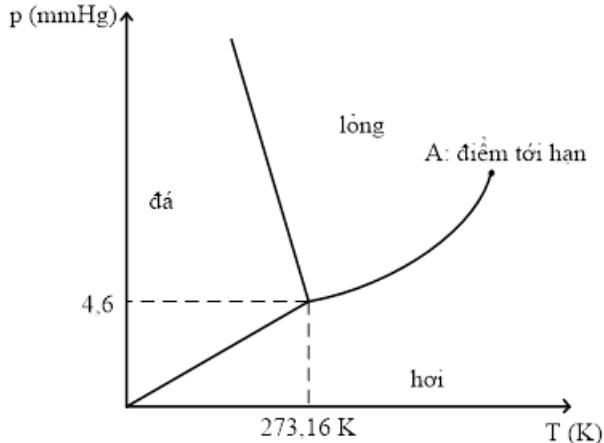
Cho không khí có khối lượng mol $\mu_{kk} = 29 \text{ g/mol}$, nước có khối lượng mol $\mu_n = 18 \text{ g/mol}$. Lấy $L = 2500 \text{ kJ/kg}$ và không đổi theo nhiệt độ. Cho rằng hơi nước tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

$$\text{ĐS: a. } T_{kk} = 300(1 - 2 \cdot 10^{-5}z); \text{ b. } p_{kk}(z) = p_{0kk} (1 - az)^{\frac{\mu_{kk}g}{RT_{0kk}a}}; \text{ c. } T_s = 87^\circ\text{C}$$

Bài 13. Những số liệu sau đây áp dụng cho điểm ba của nước.

Nhiệt độ $0,01^{\circ}\text{C}$; áp suất: $4,6 \text{ mmHg}$. Thể tích riêng của chất rắn: $1,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$. Thể tích riêng của chất lỏng: $10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$. Nhiệt nóng chảy: 336 kJ/kg . Nhiệt hoá hơi 2520 kJ/kg . Biết $0^{\circ}\text{C} = 273,15 \text{ K}$

Áp suất bên trong một bình chứa nước (giữ ở nhiệt độ $T = -1,0^{\circ}\text{C}$) giảm chậm từ giá trị ban đầu 10^5 mmHg . Mô tả điều gì xảy ra và tính áp suất tại lúc diễn ra sự chuyển pha. Giả sử pha hơi được xem như lí tưởng. Khối lượng mol của nước là $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Cho giàn đồ pha của nước như hình vẽ.



$$\text{ĐS: } p = p_0 e^{-\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} = 4,27 \text{ mmHg}$$

Bài 14. Một xi-lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pít-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất xi-lanh là $p_1 = 100 \text{ kPa}$ và thể tích $V_1 = 50,0 \text{ lít}$. Thực hiện quá trình nén pít-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2 = 200 \text{ kPa}$ và thể tích $V_2 = 24,7 \text{ lít}$. Giả thiết nước ở dạng lỏng có thể tích không đáng kể, trạng thái của hơi nước và nước tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là $\mu_{kk} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$; của nước là $\mu_n = 18 \text{ g.mol}^{-1}$; hằng số khí $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$; lấy nhiệt hoá hơi của nước $L = 2250 \text{ J/g}$. Hãy:

- a. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi-lanh.
- b. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pít-tông.
- c. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

t($^{\circ}\text{C}$)	25	261	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p	3,17	3,3	3,57	3,78	4,01	4,2	4,49	4,7	5,03	5,32	5,62

(kPa)		6				4		5			
-------	--	---	--	--	--	---	--	---	--	--	--

ĐS: a. 100%, 56g; b. $A = -3,51 \text{ kJ}$; c. $Q' = -149 \text{ J}$

Bài 15. Dưới áp suất khí quyển 1 atm, nước đá nóng chảy ở 0°C . Hỏi phải tăng áp suất lên bao nhiêu thì nhiệt độ nóng chảy của nước đá giảm đi 1°C (tức là bằng -1°C)? Ân nhiệt nóng chảy riêng của nước đá là 330 kJ/kg . Coi gần đúng khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m^3 và của nước đá là 920 kg/m^3 .

ĐS: $13,9 \text{ MPa}$

Bài 16. Vận dụng phương trình **Clau-di-út - Cla-pê-rôô** cho quá trình sôi của nước, với áp suất $p = 1 \text{ atm}$ thì nhiệt độ sôi là $T = 373 \text{ K}$ và ân nhiệt hóa hơi riêng của nước $L = 2250 \text{ J/g}$. Hỏi dưới áp suất $0,95 \text{ atm}$ thì nước sôi ở nhiệt độ nào?

Gợi ý: Coi hơi nước là khí lí tưởng.

ĐS: $98,57^\circ\text{C}$

Bài 17 .

1. Coi ân nhiệt hóa hơi L là hằng số, chứng tỏ rằng áp suất hơi bão hòa biến đổi theo hàm mũ của nhiệt độ

2. Áp dụng: Dưới áp suất nào thì nước sôi ở 95°C ? Ân nhiệt hóa hơi của nước là 539 cal/g .

$$\text{ĐS: 1. } p = C \cdot e^{-\frac{L}{RT}}; 2. \quad p_2 \approx 0,84 \text{ atm}$$

Bài 18. Cho hai nhiệt kế thuỷ ngân và các vật liệu thông thường (vải bông, nước ...). **Hãy trình bày một phương án thí nghiệm** xác định gần đúng độ ẩm tì đối của không khí.

$$\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$$

Cho biết áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức: $\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$, trong đó dP_{bh} là độ biến thiên áp suất hơi bão hòa khi nhiệt độ biến thiên từ T đến $T+dT$, L là nhiệt hoá hơi, V_h ; V_n lần lượt là thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và ở thể lỏng ứng với nhiệt độ T . Hãy giải thích cách làm.

Bài 19. (Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO 2007, ngày thi thứ hai)

Đo độ ẩm tì đối của không khí

a. Cho hai nhiệt kế giống nhau, có độ chia đến $0,1^{\circ}\text{C}$. Hãy đề xuất một phương án thí nghiệm chỉ dùng hai nhiệt kế ấy và một số vật liệu thông thường khác để có thể nhận biết được sự thay đổi độ ẩm tỉ đối của không khí trong phòng. Nhiệt độ không khí coi như không đổi.

b. Biết rằng áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức Clapeyron-Clausius:

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(v_h - v_L)}$$

trong đó $L \approx 2240\text{J/g}$ là nhiệt hoá hơi của nước; v_h và v_L lần lượt là thể tích của 1g hơi nước bão hòa và 1g nước ở nhiệt độ T . Hãy lập biểu thức tính độ ẩm tỉ đối của không khí theo các thông số đo được bằng các dụng cụ nói trên (coi áp suất và thể tích của hơi nước bão hòa tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng). Lập bảng cho phép suy ra độ ẩm tỉ đối của không khí (trong khoảng từ 80% đến 100%) theo các số đo mà các dụng cụ trên đo được. Cho nhiệt độ phòng là 27°C .

c. Nêu nguyên nhân sai sót của phép đo và hướng khắc phục.

Bài 20. (Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2002)

1. Một m^3 không khí ở nhiệt độ 100°C , áp suất 1 atmopthe vật lí (1atm) và có độ ẩm tương đối 50% được nén đẳng nhiệt thuận nghịch tới thể tích $0,2\text{ m}^3$.

- Tính áp suất của không khí sau khi nén.
- Tính công của lực nén.
- Tính nhiệt lượng toả ra.

2. Một lượng hơi nước sôi ở áp suất khí quyển được hơ nóng đẳng áp đến nhiệt độ 150°C , sau đó được giãn nở đoạn nhiệt đến thể tích lớn gấp 1,5 lần. Chứng tỏ trong quá trình đó không có lượng hơi nước nào ngưng đọng thành nước lỏng.

Khi làm bài:

Coi hơi nước chưa bão hòa như khí lí tưởng với $C_p/C_v = \gamma = 1,33$.

Bỏ qua thể tích riêng của nước lỏng so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Độ nhiệt hóa hơi của nước ở lân cận 100°C là 2250kJ/kg (độ nhiệt hóa hơi là nhiệt lượng cần cung cấp cho một đơn vị khối lượng để nó chuyển sang trạng thái hơi ở cùng nhiệt độ).

Các biến thiên nhiệt độ nhỏ hơn 10°C xem là các biến thiên nhỏ, khi làm bài có thể vận dụng các phép tính gần đúng thích hợp.

1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa.

ĐS: 1a. 3,5atm; b. 147kJ; c. 514kJ; 2.

Bài 21. (Chọn HSG QG ngày thứ hai năm 2015)

Một xilanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xilanh là $p_1=100$ kPa và thể tích $V_1=50,0$ lít. Thực hiện quá trình nén pit tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2=200$ kPa và thể tích $V_2=24,7$ lít. Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lý tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là $\mu_{kk} = 29\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; của nước là $\mu_n = 18\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; hằng số khí $R=8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; Lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước $L=2250\text{J/g}$. Hãy:

- 1.Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xilanh.
- 2.Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit tông.
- 3.Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Đ/S: 1, a' = 100%; 1,13g 2, A ≈ -3,51kJ 3, Q = -Q' = 149J

Bài 22. Ở gần điểm ba, áp suất p của hơi bão hòa của CO₂ phụ thuộc vào nhiệt độ T là

$$\ln p = a - \frac{b}{T}$$

trong đó a và b là các hằng số. Nếu p tính ra atm thì đổi với quá trình thăng hoa a=9,05 và b=1800K, còn đổi với quá trình bay hơi a=6,78 và b=1310K. Hãy tìm:

- a. Nhiệt độ và áp suất tại điểm ba.
- b. Các giá trị của nhiệt thăng hoa riêng, nhiệt nóng chảy riêng và nhiệt bay hơi riêng tại điểm ba

ĐS: a, $p_3 = 5,14\text{at}$ b, $q_{12} = 783\text{J/g}$, $q'_{12} = 570\text{J/g}$, $q_{23} = 213\text{J/g}$.

Bài 23. Ân nhiệt hóa hơi của nước ở 100°C là $L=2250\text{kJ/Kg}$. Điều đó có nghĩa là 1kg nước ở 100°C nhận nhiệt lượng 2250kJ và chuyển thành hơi nước ở cùng nhiệt độ. (Coi gần đúng hơi nước như khí lý tưởng)

1. Hãy tính xem bao nhiêu phần trăm của nhiệt lượng ấy để tăng nội năng, bao nhiêu phần trăm để sinh công thắng ngoại lực.

2. Tính năng lượng liên kết u_o của phân tử nước lỏng ở 100°C .

$$\text{ĐS: } 1, \frac{A}{L} = 7,6\%; \frac{\Delta U}{L} = 92,4\% \quad 2, u_o \approx 6,6 \cdot 10^{-26} \text{J}$$

Bài 24. Trong một sân trượt băng, mặt sàn trở nên khó chịu (tức là luôn bị trượt ngã) khi nhiệt độ xuống quá thấp khiến cho nước đá quá cứng. Hãy ước tính nhiệt độ thấp nhất của nước đá để mặt băng trượt là tốt đối với một người trọng lượng bình thường. Cho ân nhiệt của nước đá là 80 cal/g .

ĐS: $-0,06^{\circ}\text{C}$

Bài 25. Một cột hình trụ dài thẳng đứng làm bằng một chất ở nhiệt độ T trong trường hấp dẫn g . Dưới một điểm nào đó dọc theo cột là chất rắn và trên điểm đó là chất lỏng. Khi nhiệt độ giảm ΔT thì vị trí của mặt phân cách rắn - lỏng chuyển dịch lên phía trên một khoảng l . Bỏ qua sự giãn nở nhiệt của chất rắn. Hãy tìm một biểu thức đối với khối lượng riêng ρ_1 của chất lỏng theo khối lượng riêng ρ_s của chất rắn, ân nhiệt L của chuyển pha

rắn - lỏng, g và nhiệt độ tuyệt đối T và ΔT . Giả thiết $\frac{\Delta T}{T} \ll 1$.

$$\text{ĐS: } \rho_1 = \rho_s \frac{1}{1 + \frac{\Delta T}{T} \frac{L}{lg}}$$

Bài 26. Thả một quả cầu bằng thép có khối lượng $m_1 = 2 \text{ kg}$ được nung nóng tới nhiệt độ 600°C vào một hỗn hợp nước và nước đá ở 0°C . Hỗn hợp có khối lượng tổng cộng là $m_2 = 2 \text{ kg}$.

a. Tính khối lượng nước đá có trong hỗn hợp. Biết nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp là 50°C . Cho biết nhiệt dung riêng của thép, nước là $C_1 = 460 \text{ J/kg.K}$;

$C_2 = 4200 \text{ J/kg.K}$; nhiệt nóng chảy của nước đá là $3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$.

b. Thực ra trong quá trình trên có một lớp nước tiếp xúc trực tiếp với quả cầu bị hóa hơi nên nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp chỉ là 48°C . Tính lượng nước đã hóa thành hơi. Cho nhiệt hóa hơi của nước là $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

ĐS: a. $0,253 \text{ kg}$; b. $6,67 \text{ g}$

Bài 27. Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong $r = 10 \text{ cm}$ và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là $t_1 = 90^\circ\text{C}$ và áp suất bên trong bán cầu là $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Biết rằng dưới áp suất p_0 nước sẽ sôi ở nhiệt độ $t_0 = 100^\circ\text{C}$.

a. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt? Tại sao?

b. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chừng hạn), sao cho trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ t_0 . Cho nước có khối lượng mol là $\mu = 18 \text{ g/mol}$, nhiệt hóa hơi riêng ở áp suất p_0 là $L = 2260 \text{ J.g}^{-1}$ và có thể coi nhiệt hóa hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$. Có thể coi gần đúng hơi nước

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

bão hòa là khí lí tưởng. Hơi nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ t bằng bao nhiêu?

ĐS: b. 108°C .

Bài 28. Ở 0°C , áp suất của hơi nước bão hòa trên nước đá là $p = 4,58 \text{ mmHg}$. Nhiệt nóng chảy của nước đá ở 0°C là $q_1 = 80 \text{ kcal/kg}$. Nhiệt hóa hơi của nước ở 0°C là $q_2 = 596 \text{ kcal/kg}$. Tìm áp suất của hơi nước bão hòa trên nước đá ở nhiệt độ $t = -1^{\circ}\text{C}$.

ĐS: $4,20 \text{ mmHg}$.

Bài 29. Đóng đặc và sôi (Bangladesh)

Nhiệt lượng tỏa ra khi làm lạnh một mol nước từ 25°C xuống 0°C và sau đó là đóng đặc bên trong một máy lạnh (có hiệu suất tối đa theo lý thuyết) được truyền cho một mol nước khác ở 25°C để nó nóng lên đến 100°C .

1. Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi nước ở 100°C .
2. Máy làm lạnh thực hiện công bằng bao nhiêu?

Biết nhiệt nóng chảy và nhiệt hóa hơi nước tương ứng ở 0°C và 100°C lần lượt là $q=6,02 \text{ kJ/mol}$ và $L=40,68 \text{ kJ/mol}$

Đ/S: 1, $n=0,13\text{mol}$ 2, $A=2,9\text{kJ}$

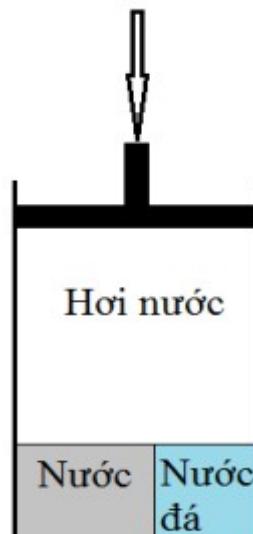
Bài 30. Điểm ba của nước (Kazakhstan)

Trong một bình hình trụ cách nhiệt ở phía dưới pitong có chứa 10g đá, 3g nước và 2g hơi nước ở điều kiện cân bằng. Dịch chuyển pitong cho thể tích của bình giảm đi một nửa.

1. Xác định thành phần cân bằng mới của hỗn hợp.
2. Biểu diễn định tính sự phụ thuộc khối lượng từng thành phần hỗn hợp theo thời gian trong hai trường hợp: pitong chuyển động chậm, pitong chuyển động nhanh.

Nhiệt dung riêng của đá $c_1=2,09 \text{ kJ/(kg.K)}$.

Nhiệt dung riêng của nước $C_2=4,19 \text{ kJ/(kg.K)}$.



Nhiệt nong chảy riêng của đá $\lambda = 335 \text{ kJ/kg}$.

Nhiệt hóa hơi riêng của nước ($\text{ở } t=0^\circ\text{C}$) là $r=2.49 \text{ MJ/kg}$.

Đ/S: 1, 1g hơi nước, 2,2 nước đá, 11,8g nước.

Bài 31. (Olympic Vật lý quốc tế 1969)

Một nhiệt lượng kế bằng đồng, có khối lượng m_1 , chứa một khối lượng nước m_2 , có nhiệt độ chung là t_2 . Người ta bỏ vào nhiệt lượng kế đó một cục nước đá có khối lượng m_3 và nhiệt độ $t_3 < 0^\circ\text{C}$.

- a. Hãy xác định khối lượng riêng của nước, của nước đá và nhiệt độ của chúng khi có sự cân bằng nhiệt theo các giá trị tổng quát nhất của các đại lượng m_1 , m_2 , m_3 , t_3 . Viết các phương trình đối với tất cả các quá trình có thể xảy ra.
- b. Hãy xác định khối lượng cuối cùng của nước và nước đá, biết rằng $m_1=1,00\text{kg}$; $m_2=1,00\text{kg}$; $m_3=2,00\text{kg}$; $t_2=10^\circ\text{C}$; $t_3=-20^\circ\text{C}$.

Chú ý: Bỏ qua sự mất mát năng lượng. Nhiệt dung riêng của đồng là $c_1=0,492\text{kcal/kg.độ}$; nhiệt dung riêng của nước đá là $c_3=0,492\text{kcal/kg.độ}$; Nhiệt nóng

chảy của nước đá là $\lambda = 79,9 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$

Đ/S: b, $m'_2 \approx 0,11\text{kg}$; $M_3 = 2,11\text{kg}$; $M_2 = 0,89\text{kg}$

Bài 32. Olympic Vật lý quốc tế 1976)

Trên bàn có: đồng hồ đo thời gian, nhiệt kế, nguồn điện 12V để nung nóng, hai ống nghiệm, một đựng một chất lỏng với nhiệt dung riêng đã biết $c_o=0,5 \text{ cal/g.độ}$ và một đựng chất kết tinh X với các tính chất nhiệt chưa biết. Cho biết khối lượng của chất lỏng và chất kết tinh. Chất X này không hòa tan trong chất lỏng.

Hãy nghiên cứu các tính chất nhiệt của chất X trong khoảng từ nhiệt độ phòng đến 80°C và xác định các hằng số nhiệt của nó. Trình bày kết quả đo lường dưới bảng và đồ thị.

Bài 33. (Olympic Vật lý quốc tế 1989)

Xét hai chất lỏng A và B không hòa tan vào nhau. Áp suất bão hòa p_i của mỗi chất tuân theo khá đúng công thức:

$$\ln \frac{p_i}{p_0} = \frac{a_i}{T} + b_i \quad (i=A \text{ hoặc } B)$$

Trong đó p_0 là áp suất tiêu chuẩn, T là nhiệt độ tuyệt đối, a_i và b_i là các hằng số cho mỗi chất.

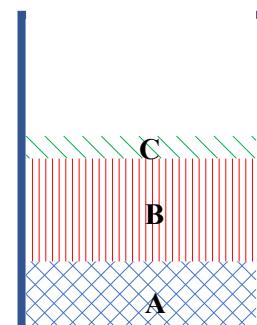
Các giá trị của trị số $\frac{p_i}{p_0}$ ở các nhiệt độ 40°C và 90°C được cho trong bảng sau đây:

t	$\frac{p_i}{p_0}$	
	i=A	i=B
40°C	0,284	0,07278
90°C	1,476	0,6918

Sai số về các giá trị đó không đáng kể.

1. Tính chất nhiệt sôi của các chất lỏng A và B dưới áp suất p_0

2. Các chất lỏng A và B được đổ vào một bình. Mặt trên của chất lỏng B được phủ một lớp mỏng chất C không bay hơi, không hòa tan trong A và B hay ngược lại. Lớp này ngăn không cho chất lỏng B bay hơi từ mặt trên (**hình 15**)



Tỉ số các khối lượng phân tử của các chất A và B (ở trạng thái khí) là $\frac{\mu_A}{\mu_B} = 8$

Ban đầu khối lượng các chất lỏng A và B đều là $m=100g$. Bề dày các lớp chất lỏng trong bình và khối lượng riêng của chúng đều nhỏ nên ta có thể cho rằng áp suất ở một điểm bất kì trong bình thực tế là bằng áp suất khí quyển chuẩn p_0 .

Bình được nung nóng chậm và liên tục. Người ta thấy rằng nhiệt độ t của các chất lỏng biến thiên theo thời gian như đồ thị.

Xác định nhiệt độ t_1 và t_2 ứng với các phần nằm ngang của đồ thị.

Tính khối lượng của các chất lỏng A và B ở thời điểm θ_1 .

Chú ý: Coi hơi của các chất lỏng như các khí lý tưởng (cho đến khi áp suất hơi bão hòa) tuân theo định luật Danton về hỗn hợp khí.

ĐS: 1. Chất A: $t_{sA}=77^\circ C$, chất B: $t_{sB} \approx 99,74^\circ C$.

2. $t_1 \approx 67^\circ C$, $t_2=100^\circ C$; 95,5g chất lỏng B và không còn chất lỏng A.

u
n
s

Hình 1

Th
i
O



CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC- ENTROPY XI.1 KHÍ THỰC.

Bài 1. Nếu loại bỏ được lực hút giữa các phân tử nước thì áp suất của nước lên thành bình sẽ tăng lên bao nhiêu.

Đ/S: $p_i = 1,71 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Bài 2. Hãy tìm nội áp p_i của một chất lỏng nếu biết khối lượng riêng ρ và nhiệt lượng riêng của sự bay hơi là q . Coi nhiệt lượng q bằng công chống lại các lực của nội áp và chảy lỏng tuân theo phương trình Vandec Van.

Đ/S: $p_i = 2,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Bài 3. Có 10g khí He chiếm thể tích 100cm³ ở áp suất 108N/m². Tìm nhiệt độ của khí trong hai trường hợp

Coi khí He là lý tưởng

Coi khí He là khí thực.

Đ/S: a. 481K; b. 205K

Bài 4. Một bình kín có thể tích $V = 0,5 \text{ cm}^3$ chứa 0,6 kmol khí CO₂ ở áp suất 3.106 N/m². Hỏi khi áp suất của khối khí tăng lên gấp 2 lần thì nhiệt độ khối khí tăng lên bao nhiêu lần nếu:

Xem CO₂ là khí thực. Cho: $a = 3,64 \cdot 10^5 \text{ J.m}^3/\text{kmol}^2$.

Xem CO₂ là khí lý tưởng.

Đ/S: a. 1,85; b. 2

Bài 5. Nhiệt độ tối hạn của khí CO₂ bằng 31oC, áp suất tối hạn là 73atm. Xác định thể tích tối hạn V_k của một mol CO₂.

Đ/S: $V_k = 128 \text{ cm}^3$

Bài 6. Trong một bình thể tích 10 lít chứa 0,25 kg khí nitơ ở nhiệt độ 27oC.

a. Tìm tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình

b. Tìm tỉ số giữa công tích và thể tích của bình.

ĐS: a. $\frac{p'}{p} \approx 4,9\% ; \frac{V'}{V} = 3,5\%$

Bài 7. Tìm áp suất của khí cacbonic ở 30°C nếu biết khối lượng riêng của nó ở nhiệt độ đó là 550kg/m³.

Biết rằng đối với khói CO₂: a = 0,141 Jm³/mol².

ĐS: $p \approx 1,4 \cdot 10^8 Pa$

Bài 8. Tính khối lượng nước cần cho vào một cái bình thể tích 30cm³ để khi đun nóng tới trạng thái tới hạn nó chiếm toàn bộ thể tích của bình.

ĐS: 5,9g

Bài 9. Xác định khối lượng riêng của hơi nước ở điểm tới hạn theo giá trị cộng tích b = 0,03 m³/kmol.

ĐS: $\rho_k = 200(kg / m^3)$

Bài 10. Đối với khí cacbonic : a = 3,64.105 Jm³/kmol², b = 0,043 m³/kmol. Hỏi:

1g cacbonic lỏng có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

áp suất hơi bão hòa lớn nhất là bao nhiêu?

CO₂ lỏng có nhiệt độ cao nhất là bao nhiêu?

Cần phải nén khói CO₂ với áp suất bằng bao nhiêu để thành CO₂ lỏng ở nhiệt độ 310C và 500C.

ĐS: a. $V_k \approx 2,93 \cdot 10^{-3} m^3 / kg$; b. $p_k \approx 7,4 \cdot 10^6 Pa$; c. $T_k \approx 304K$; d. $p_k = 7,4 \cdot 10^6 (Pa)$

Bài 11. Thể tích của 4g khói oxy tăng từ 1 đến 5 dm³. Xem khói oxy là thực. Tìm công của nội lực trong quá trình giãn nở đó. Biết rằng đối với khói O₂: a = 0,138 Jm³/mol².

ĐS: $A' \approx 1,7J$

Bài 12. Tính nội áp của khói cacbonic lúc khối lượng riêng của nó là 550 kg/m³. Cho biết đối với khói cacbonic có: Tk = 304 K và pk = 7,4.106 N/m².

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: $p' \approx 6,8 \cdot 10^6 \text{ (pa)}$

Bài 13. Hãy tính các hằng số Vandec Van đối với khí CO₂ nếu nhiệt độ tới hạn của nó T₁=304K và áp suất tới hạn là p_t=73atm.

Đ/S: $b = 4,27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{mol}$; $a = 0,364 \text{ N.m}$

Bài 14. Một mol khí N₂ có thể tích V=1,00 lít. Hãy tìm:

a.Nhiệt độ của khí N₂ mà tại đó áp suất được xác định bằng phương trình trạng thái khí lý tưởng so với áp suất của khí Vandec Van sai khác nhau là n=10%.

b.Áp suất của khí ở nhiệt độ đó.

Đ/S: a, T=117 b, p_o=9,62atm; p=8,656atm.

Bài 15. Một mol của một chất khí nào đó được đựng trong một bình có thể tích V=0,250 lít. Ở nhiệt độ T₁=300K, áp suất khí là p₁=90atm, còn ở T₂=350K, thì áp suất là p₂=110atm. Hãy tìm các hằng số Vandec Van đối với chất khí này.

Đ/S: $a = 0,19 \text{ Pa.m}^6 / \text{mol}^2$; $b = 44,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{mol}$.

Bài 16. Hai bình cách nhiệt nối với nhau bằng một ống có khóa. Một bình có thể tích V₁=10 lít, chứa n=2,5 mol khí CO₂; bình thứ hai có thể tích V₂=100 lít, được hút chân không cao. Mở khóa và khí được dẫn nở. Coi khí là khí thực. Hãy tìm độ biến thiên của nhiệt độ.

Đ/S: $\Delta T = -3,31 \text{ K}$

Bài 17. Đề thi bài tập Olympic vật lý sinh viên toàn quốc 2009

Đối với một mol khí thực tuân theo phương trình Vandec Van

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

Hãy thiết lập:

1.Phương trình đường cong đoạn nhiệt theo các thông số trạng thái T và V.

2.Hiệu nhiệt dung mol Cp-Cv như một hàm số của T và V.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Biết nội năng của một mol khí Vandec Van được cho bởi công thức $U = C_v T - \frac{a}{V}$

$$\text{Đ/S: } 1, \frac{T(V-b)^{\frac{R}{C_v}}}{2} = \text{const } 2, \quad C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{TRV^3}}$$

Bài 18. Tính các thông số tới hạn pK, VK, TK của một khí thực theo các thông số đặc trưng a và b của chúng.

$$\text{ĐS: } V_K = 3b, p_K = \frac{a}{27b^2}, T_K = \frac{8a}{27Rb}$$

Bài giải.

$$\text{Phương trình đẳng nhiệt của khí trong hệ tọa độ p-V: } p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Các thông số tới hạn phải thỏa mãn các điều kiện để cho điểm K là điểm uốn của đồ thị, hay thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ -\frac{RT_K}{(V_K - b)^2} + \frac{2a}{V_K^3} = 0 \\ \frac{2RT_K}{(V_K - b)^3} - \frac{6a}{V_K^4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_K = 3b \\ p_K = \frac{a}{27b^2} \\ T_K = \frac{8a}{27Rb} \end{cases}$$

Bài 19. Tìm sự biến thiên nhiệt độ khi giãn nở khí Van der Waals có nhiệt dung không đổi vào chân không từ thể tích V1 đến thể tích V2.

$$\text{ĐS: } T_2 - T_1 = \frac{na}{C_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Bài 20. Cho n kmol khí vanderwaal ở nhiệt độ T, giãn đẳng nhiệt từ thể tích V1 đến thể tích V2. Tính công mà khí thực hiện và nhiệt lượng mà khí nhận vào trong quá trình này.

$$\text{ĐS: } A = nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} + n^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right), Q = nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb}$$

Bài 21. Một mol khí tuân theo phương trình trạng thái Vanderwaals. Nếu nội năng một mol của nó cho bởi $u = cT \frac{-a}{V}$ (trong đó V là thể tích mol, a là một trong những hằng số trong phương trình trạng thái và c là một hằng số). Hãy tính nhiệt dung mol CV và Cp .

$$\text{ĐS: } Cp = c + \frac{\frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RT^3}}}{}$$

Bài 22. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức $p(V - b) = RT$, với b là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp Cp và đẳng tích Cv .

$$\text{ĐS: } Cp - \cancel{b} Cv = R$$

Bài 24. Tính áp suất của khối khí CO_2 ở nhiệt độ $T = 300\text{K}$ khối lượng riêng của nó là $\rho = 500\text{g/l}$ nếu coi CO_2 là

a) Khí lí tưởng.

Khí Van de Walls.

$$\text{ĐS: a. } p = 2,834 \cdot 10^7 \text{Pa} = 280 \text{atm. b. } p = 8,035 \cdot 10^6 \text{Pa} = 79,3 \text{atm}$$

Bài 25. Xác định nhiệt độ của 2gam nitơ chiếm thể tích 820cm^3 , ở áp suất 2atm. cho biết với nitơ:

$$a = 1.36 \cdot 10^5 \text{Nm}^4/\text{kmol.}$$

$$b = 3,85 \cdot 10^{-2} \text{m}^3/\text{kmol}$$

Xét trường hợp

a) Nitơ là khí lí tưởng.

Nitơ là khí Van de Walls.

$$\text{ĐS: a. } Tklt = 279,88543\text{K; b. } Tlt = 208,0362\text{K}$$

Bài 26. Một moll khí nitơ có thể tích $V = 1,00\text{ l}$. Hãy tìm:

- a) Nhiệt độ của khí ni tơ mà tại đó áp suất được xác định bằng phương trình trạng thái của khí lí tưởng so với áp suất khí Van de Walls sai khác nhau là $n = 10\%$.
- b) Áp suất của khí ở nhiệt độ đó.

$$T = \frac{a(V-b)}{RT(n(V-b)+b)} = 117\text{ K}$$

ĐS: a. ; b. 8,656atm

Bài 27. Trạng thái tới hạn

Để chứng minh trạng thái tới hạn, người ta dùng dụng cụ của nhà Vật lí học người Nga tên là Anenariuyt. Đó là một cái hộp kín trong đó có một ống ête hàn kín. Người ta hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

- a) Ête lỏng ở nhiệt độ 200°C phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống để khi tới nhiệt độ tới hạn ống chứa đầy ête ở nhiệt độ tới hạn? Khối lượng kmol của ête là 74kg. Nhiệt độ tới hạn là 1930°C và áp suất tới hạn là $36,0 \cdot 105\text{ N/m}^2$. Khối lượng riêng của ête ở nhiệt độ 200°C là $7,14 \cdot 102\text{ kg/m}^3$.
- b) Nếu thể tích ống lớn hơn hay nhỏ hơn thể tích ête giới hạn thì sẽ xảy ra thế nào khi nhiệt độ tăng lên?

$$\frac{V}{V_k} = \frac{8\mu p_k}{3\rho RT} = 0,26$$

ĐS:

Bài 28 Xác định phương trình trạng thái của một chất lưu có các hệ số nởձang áp $\alpha = \frac{1}{T}$ và hệ số tăng ápձang tích là $\beta = \frac{1}{T}$.

ĐS: $pV = KT$. Khi $K = R$ thì ta thu được phương trình khí lí tưởng.

Bài 29. Hãy tìm thể tích riêng của benzen (C_6H_6) ở trạng thái tới hạn nếu nhiệt độ tới hạn của nó là $T_k = 562\text{ K}$ và áp suất tới hạn là $p_t = 47\text{ atm}$.

Đ/S: $V'_k = 4,72 \cdot 10^{-3} \text{ lit/g}$

Bài 30. Một mol khí được đựng trong một bình có thể tích $V = 0,25 \text{ l}$. Ở nhiệt độ $T_1 = 300 \text{ K}$, áp suất khí là $p_1 = 90 \text{ atm}$, còn ở $T_2 = 350 \text{ K}$ thì áp suất là $p_2 = 110 \text{ atm}$. Hãy tìm các hằng số Van-đo-Van đối với chất khí này.

$$DS: a = \frac{(p_2 T_1 - p_1 T_2) V^2}{T_2 - T_1} = 0,19 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6 / \text{mol}^2$$

Bài 31. Hãy thiết lập phương trình đoạn nhiệt theo các biến số T, V của một khí Van-đo-Van nếu nhiệt dung mol của nó khi thể tích không đổi là CV . Biết nội năng của khí Van der Waal có dạng: $U = nCVT - n2a/V$.

$$DS: T(V - b)^{R/C_V} = \text{conts}$$

Bài 32. Hãy tính nhiệt lượng cần truyền cho 2 mol khí CO₂ để khí giãn trong chân không từ thể tích $V_1 = 5 \text{ lít}$ tới $V_2 = 10 \text{ lít}$ ở nhiệt độ không đổi. Coi khí là khí Van-đo-Van.

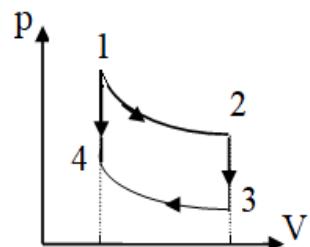
$$DS: Q = 330J$$

Bài 33. Một chất khí đi qua một vách ngăn châm lỗ đặt trong một ống cách nhiệt có kèm theo sự dẫn nở và biến đổi nhiệt độ của khí. Nếu trước khi giãn khí được coi là khí Van-đo-Van, sau khi giãn khí được coi là khí lí tưởng thì số gia tương ứng của nhiệt độ là

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right)$$

Hãy thiết lập công thức trên bằng cách vận dụng nguyên lý 1 của nhiệt động lực học cho một mol khí đi qua vách ngăn. Coi quá trình là đoạn nhiệt

Bài 34. Hai bình thể tích V_1 và V_2 được nối với nhau bằng một ống có van. Khi van khóa trong mỗi bình có chứa một mol của cùng một loại khí tuân theo phương trình Van-đo-Van. Trước khi mở van nhiệt độ của hai bình là như nhau và bằng T . Hỏi sau khi mở van thì khí sẽ nóng lên hay lạnh đi? Xác định áp suất khí sau khi mở van. Coi các thành bình và ống nối là cách nhiệt với bên ngoài, còn nhiệt dung CV không phụ thuộc vào nhiệt độ.



$$T' < T, p' = \frac{2RT'}{V_1 + V_2 - 2b} - \frac{4a}{(V_1 + V_2)^2}$$

ĐS : Khí lạnh đi ;

Bài 35. Xác định hiệu suất của chu trình gồm hai quá trình đẳng tích V1 và V2 và hai quá trình đoạn nhiệt. Tác nhân là khí Van - đơ - Van , các hằng số a, b cho trước, còn nhiệt dung CV không phụ thuộc vào nhiệt độ.

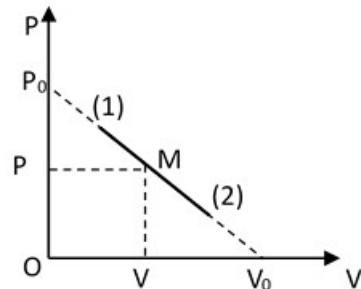
$$H = 1 - \left(\frac{V_1 - b}{V_2 - b} \right)^{C_V/R}$$

ĐS:

Bài 36. 1. Cho một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình từ (1) đến (2) trên đồ thi PV như hình bên

- a. Tìm nhiệt độ cực đại mà vật đạt được trong quá trình trên
- b. Tìm vị trí mà tại đó khối khí chuyển từ thu nhiệt sang tỏa nhiệt

2. Khi xây dựng lý thuyết động học của chất khí, Clausius đã đưa vào phương trình trạng thái của 1 mol khí lý tưởng một số hạng bỗ chính b có ý nghĩa là thể tích riêng của các phân tử khí: $p(V-b) = RT$. Quá trình 1-2 được thực hiện với 1 mol khí thực Clausius. Hãy tìm hiệu ΔT_{max} của nhiệt độ cực đại của khí thực và khí lý tưởng được thực hiện theo quá trình trên, đồng thời chỉ rõ nhiệt độ cực đại của khí nào lớn hơn ? Giải thích



Cho $P_0 = 1,51 \cdot 10^6$ Pa; $b = 44 \text{ cm}^3/\text{mol}$ và $b \ll V_0$; $R = 8,31$ (J/mol.K).

ĐS: 1a. $T_{1\max} = \frac{P_0 V_0}{4R}$; 1b. $V = \frac{5}{8} V_0$; 2. $\Delta T \approx T_{1\max} - T_{2\max} = \frac{P_0 b}{2R} \approx 4K$

Bài 37. Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình trạng thái $p = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2 a}{V^2}$ thực hiện quá trình dẫn nở từ trạng thái 1 (p_0, V_0) đến trạng thái 2 ($p_0/2, 2V_0$) biểu diễn trên giản đồ pV như hình vẽ. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận

nghịch khí tuân theo phương trình $TV^{R/C_v} = const$, giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích $C_v = 5R/2$. Cho $p_0 = 0,2 \text{ MPa}$, $V_0 = 25l$, $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$, $a = 1 \text{ J m}^3/\text{mol}^2$, $n = 1 \text{ mol}$.

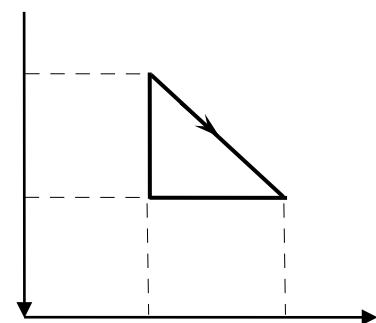
a. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1-2.

b. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình $U = nC_V T - \frac{n^2 \alpha}{V}$ trong đó α là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm α .

c. Từ trạng thái 2 thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ($p_0/2, V_0$), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 (p_0, V_0). Tính hiệu suất của chu trình.

d. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ($a=0$) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu?

ĐS: a. $T_{max} \approx 680 \text{ K}$; b. $\alpha = a$; c. $H \approx 12,0\%$; d. $H \approx 11,9\%$



Bài 38. Để nghiên cứu trạng thái tới hạn nhà vật lý học người Nga A. Venariuyt dùng một cái hộp trong đó có đựng một ống chứa ete chưa được hàn kín. Hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

a. Ở 20°C , ete nước phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống khi đến nhiệt độ tới hạn, ống chứa đầy ete ở nhiệt độ tới hạn? biết rằng khối lượng 1kmol ete là 74kg/kmol , khối lượng riêng của ete ở 20°C bằng 714kg/m^3 . Đổi với ete $T_k = 193^\circ\text{C}$, $p_k = 35,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

b. Nếu thể tích của ống lớn hay nhỏ hơn thể tích ete tới hạn thì sẽ xảy ra hiện tượng gì khi nhiệt độ nâng lên?

$$\frac{V}{V_k} \approx 25,6\%$$

Đ/S: a,

Bài 39. Viết phương trình Vandec Van với các đại lượng quy chuẩn

$$\tau = \frac{T}{T_k}; \pi = \frac{p}{p_k}; \varphi = \frac{V}{V_k}$$

1. Khi lấy đơn vị là nhiệt độ tới hạn, áp suất tới hạn và thể tích tới hạn của khí.
2. Dùng phương trình thu được để tìm nhiệt độ của khí lớn hơn nhiệt độ tới hạn bao nhiêu lần nếu áp suất của khí lớn gấp 12 lần áp suất tới hạn còn thể tích nhỏ bằng nửa thể tích tới hạn.

Đ/S: 1, $\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) (3\varphi - 1) = 8\tau$; 2, $T = 1,5T_k$

Bài 40. Một bình kín có thể tích $V = 0,5\text{cm}^3$ chứa $0,6\text{kmol}$ khí CO₂ ở áp suất 3.106N/m^2 . Hỏi khi áp suất của khối khí tăng lên gấp 2 lần thì nhiệt độ khối khí tăng lên bao nhiêu lần nếu:

- a. Xem CO₂ là khí thực. Cho: $a = 3,64 \cdot 105 \text{ J.m}^3/\text{kmol}^2$.
- b. Xem CO₂ là khí lý tưởng.

ĐS: a. $\frac{T_2}{T_1} = 1,85$; b. $\frac{T_2}{T_1} = 2$

Bài 41. (Đề chọn học sinh giỏi Quốc gia năm 2013)

1. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức $p(V - b) = RT$, với b là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_v .

2. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ T , thể tích của mol khí trên là V . Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí: $E_T = -\alpha\rho$ với α là hằng số; ρ là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_v của khí trên ở nhiệt độ T .

ĐS: a. $C_p - C_v = R$; b. $C_p - C_v = \frac{R^2 TV}{RTV + 2\alpha N_A}$

Bài 42. (Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia năm 2014)

Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình

trạng thái $P = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2a}{V^2}$ thực hiện quá trình dẫn nở từ trạng thái 1 (P_0, V_0) đến trạng thái 2 ($P_0/2, 2V_0$) biểu diễn trên đồ thị PV như hình 2. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch khí tuân theo phương trình $TV^{R/C_v} = \text{const}$,

giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích $C_v = \frac{5}{2}R$. Cho $P_0 = 0,2\text{MPa}$, $V_0 = 25\text{lít}$, $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol.K})$, $a = 1 \text{ J m}^3/\text{mol}^2$, $n = 1\text{mol}$.

1. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1-2.

2. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình $U = nC_v T - \frac{n^2\alpha}{V}$ trong đó α là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm α .

3. Từ trạng thái 2 ($P_0/2, 2V_0$) thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ($P_0/2, V_0$), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 (P_0, V_0). Tính hiệu suất của chu trình.

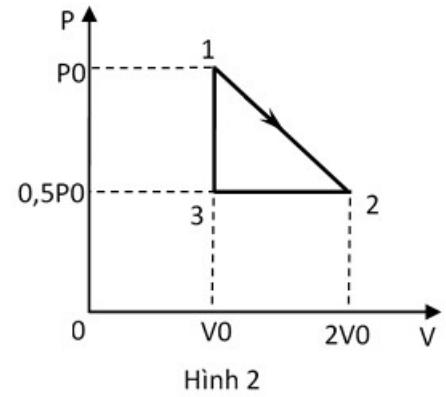
4. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ($a = 0$) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu?

ĐS: 1. $T_{\max} \approx 680,108\text{K}$; 2. $\alpha = a$; 3. $H = 11,9692\%$; 4. $H \approx 11,9403\%$.

Bài 43. Thể năng của các phân tử khí trong trường đối xứng xuyên tâm tại điểm cách tâm khoảng r là $U_r = \alpha r^2$, với α là hằng số dương. Khi nhiệt độ khí là T thì nồng độ phân tử khí tại tâm là N_0 .

1. Xác định nồng độ phân tử khí cách tâm r .

2. Tính tỉ phần phân tử khí nằm giữa hai lớp cầu bán kính r và $r+dr$



Hình 2

$$\text{ĐS:1. } n = n_0 e^{-\frac{ar^2}{kT}}$$

Bài 44. Đối với khí thực, một trong những phương trình gần đúng hơn phương trình Clapeyron – Men-de-lé-ép là phương trình Van-đo-Van:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT$$

Trong đó: a và b là hai hằng số phụ thuộc vào từng loại khí.

Gọi VK, pK và TK lần lượt là thể tích, áp suất và nhiệt độ tuyệt đối của một mol khí thực ở trạng thái tới hạn.

Hãy tìm biểu thức của pK theo các hằng số a và b. Từ đó suy ra giá trị của tỉ số $\frac{RT_K}{p_K V_K}$.

$$\text{ĐS: } p_K = \frac{a}{27b^2}; \quad \frac{RT_K}{p_K V_K} = \frac{8}{3}$$

Bài 45. Một chất khí đi qua một vách ngăn châm lỗ đặt trong một ống cách nhiệt có kèm theo sự dãn nở và biến đổi nhiệt độ của khí (hiệu ứng Joule-Thomson). Nếu trước khi dãn, khí được coi là khí Van-đo-Van, sau khi dãn khí được coi là khí lí tưởng thì số gia

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right)$$

tương ứng của nhiệt độ là

Hãy thiết lập công thức trên bằng cách vận dụng nguyên lí I của nhiệt động lực học cho 1 mol khí đi qua vách ngăn. Coi quá trình là đoạn nhiệt.

Bài 46. Một chất khí Van der Waals có phương trình trạng thái:

$$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$$

Chất khí giãn nở đẳng nhiệt từ thể tích V1 đến V2. Tính độ biến thiên năng lượng tự do Helmholtz

Tính độ biến thiên nội năng.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\Delta F = -kT \ln\left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) + a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$$

ĐS: a. $\Delta U = a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$; b.

Bài 47. Một kmol khí CO₂ đựng trong bình kín có thể tích 0,53 m³ có áp suất 5,07 MPa. Tìm độ chênh lệch nhiệt độ khí khi coi khí là khí lí tưởng và khi coi khí là khí thực. Biết CO₂ có các hằng số $a = 0,365 \text{ Jm}^3\text{mol}^{-2}$; $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3\text{mol}^{-1}$.

ĐS: 50K

Bài 48 . Tìm thể tích của một mol khí Propan, biết ở nhiệt độ 660 K thể tích của khí là 91 atm.

a. Xem khí là khí lí tưởng

b. Xem khí là khí thực. Cho $a = 9,39 \text{ l}^2\text{atm.mol}^{-2}$, $b = 0,905 \text{ l/mol}$.

ĐS: a. $V_m = 0,595 \text{ (l/mol)}$; b. $V_m = 0,522 \text{ l/mol}$

Bài 49. Một mol khí thực có áp suất p , thể tích V , nhiệt độ tuyệt đối T tuân theo phương trình trạng thái Van der Waals là:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

trong đó a và b là các hằng số, R là hằng số khí. Hãy thiết lập:

a. Phương trình đường cong đoạn nhiệt theo các thông số trạng thái T và V .

b. Hiệu nhiệt dung mol $C_p - C_v$ như một hàm số của T và V .

c. Tính hiệu suất của động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Carnot với tác nhân là khí thực này và từ đó so sánh với hiệu suất của động cơ nhiệt cũng làm việc theo chu trình Carnot nhưng tác nhân là khí lí tưởng.

$$C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V - b)^2}{RTV^3}}$$

ĐS: a. $T(V - b)^{\frac{R}{C_v}} = \text{const}$; b. $H = 1 - \frac{T_2}{T_1}$; c.

Bài 50. a. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức $p(V - b) = RT$, với b là các hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung đanding áp C_p và C_V

b. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ T , thể tích mol khí trên là V . Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí: $E_T = -\alpha\rho$ với α là hằng số; ρ là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đanding C_p và đanding tích C_V của khí trên ở nhiệt độ T .

$$C_p - C_V = \frac{R}{1 - \frac{2a(V - b)^2}{RTV^3}} = R$$

ĐS: a. ;b. $C_p - C_V = \frac{R^2 TV}{RTV - 2aN_A V}$

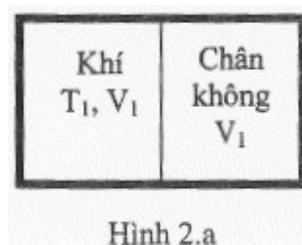
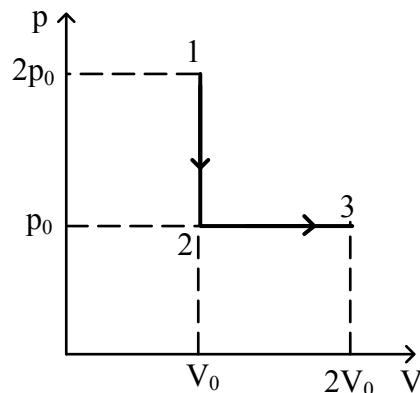
Bài 51.

Cho một mol khí CO₂ có áp suất ban đầu p_0 và thể tích ban đầu V_0 , thực hiện chu trình như đồ thị hình vẽ. Xem CO₂ là khí thực tuân theo phương trình Van der Waals với hằng số $a = 36p_0V_0^2$ và $b = 0$. Hãy lập tỉ số công do khí thực hiện và nhiệt lượng mà khí trao đổi với môi trường xung quanh.

$$\frac{A}{Q} = -\frac{1}{29}$$

ĐS:

Bài 52. (HSGQG 2017). Trong một xilanh kín hình trụ có một vách ngăn cứng, mỏng, có thể di chuyển được trong xilanh và chia xilanh thành hai phần. Ban đầu vách ngăn được giữ ở vị trí chính giữa của xilanh, phần bên trái của xilanh chứa một mol khí ở nhiệt độ T_1 và thể tích V_1 . Phần bên trái được hút chân không (hình 2.a). Cho nhiệt dung mol đanding tích của khí $C_V = \frac{5}{2}R$, R là hằng số khí. Xilanh và vách ngăn cách nhiệt tốt.



1. Vách ngăn kín, khí là khí lý tưởng. Vách ngăn được di chuyển chậm sang bên phải để khí giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến trạng thái khí chiếm toàn bộ thể tích trong xilanh. Xác định độ biến thiên nội năng của khí và công mà khí đã thực hiện.

2. Vách ngăn được giữ cố định ở giữa xilanh. Tạo một lỗ thủng nhỏ trên vách ngăn làm cho khí bên ngăn trái tràn sang ngăn bên phải và chiếm toàn thể tích trong xilanh (hình 2.b). Hãy xác định áp suất và nhiệt độ của khí ở trạng thái cuối, độ biến thiên nội năng của khí và công mà khí đã thực hiện trong các trường hợp sau:

Khí trong xilanh là khí lý tưởng.

Khí trong xilanh là khí thực có phương trình trạng thái $\left(P + \frac{a}{V^2} \right) V = RT$ và nội năng

$U = C_V T - \frac{a}{V}$, trong đó a là thông số khí thực đã biết.

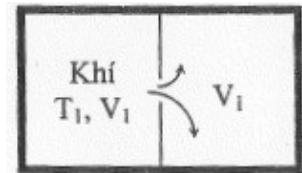
3. Để đưa khí ở ý 2.a khi ở trạng thái cuối cùng về trạng thái ban đầu (V_1, T_1), người ta nén bằng nhiệt khí bằng cách sử dụng một pit-tong dẫn nhiệt (hình 2.c). Hệ được bố trí sao cho ở đầu quá trình nén thể tích của hệ là $2V_1$. Quá trình nén diễn ra rất chậm và hệ luôn ở trạng thái cân bằng. Tính nhiệt lượng mà môi trường xung quanh hệ đã nhận được trong quá trình nén trên, biết nhiệt độ môi trường xung quanh luôn là T_1 .

$$\text{ĐS: } 1. \Delta U = \frac{5}{2} R T_1 (2^{1-\gamma} - 1); A = -\Delta U = \frac{-5}{2} R T_1 (2^{1-\gamma} - 1).$$

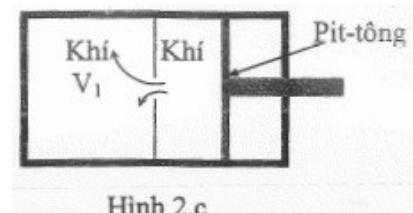
$$2a. \text{Khí lý tưởng } T_2 = T_1, p_2 = \frac{RT_1}{2V_1}, A = 0, \Delta U = 0$$

$$2b. \text{Khí thực: } T_2 = T_1 - \frac{a}{5RV_1}; P_2 = \frac{RT_1}{2V_1} - \frac{7a}{20V_1^2}.$$

$$3. Q' = -A = -RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = RT_1 \ln 2.$$



Hình 2.b



Hình 2.c

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Bài 53. Chứng minh rằng hệ số nở đẳng áp α :

$$\chi_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad \alpha = \frac{1}{T}; \chi_T = \frac{1}{p}$$

của khí lí tưởng có giá trị như sau:

Bài 54 . a. Tính nhiệt độ tới hạn TK, áp suất tới hạn pK và thể tích tới hạn VK của 1 mol khí thực tuân theo phương trình Van der Waals. Các giá trị này được tính theo các hệ số

$$s = \frac{RT_K}{p_K V_K}$$

a, b. Tính hệ số tới hạn

$$DS: a. \quad T_K = \frac{8a}{27Rb}; \quad b. \quad s = \frac{8}{3}$$

Bài 55. Tính nhiệt độ tới hạn TK, áp suất tới hạn pK và thể tích tới hạn VK của 1 mol khí thực tuân theo phương trình Dieterici. Các giá trị này được tính theo các hệ số a, b. Tính

$$hệ số tới hạn \quad s = \frac{RT_K}{p_K V_K}$$

$$DS: \quad s = \frac{e^2}{2}$$

XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TUỔNG.

Bài 1 Tính độ tăng entropi ΔS khi đốt nóng một kmol khí lý tưởng tam nguyên tử từ $0^\circ C$ đến $500^\circ C$, nếu quá trình đốt nóng xảy ra: (coi các phân tử khí là rắn)

- a. Ở thể tích không đổi
- b. Ở áp suất không đổi.

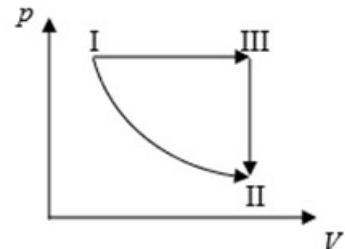
Bài 2. Tìm độ tăng entropi ΔS khi dân 0,20gram hydro từ thể tích 1,50l đến thể tích 4.50l nếu quá trình dân xảy ra:

- a. Ở thể tích không đổi
- b. Ở áp suất không đổi.

Đáp số.

a. $\Delta S_p = n \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \ln \frac{V_2}{V_1} \approx 3,1(J/K)$; $b. \Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 0,91(J/K)$

Bài 3. Trên hình vẽ biểu diễn hai quá trình biến đổi khí lý tưởng từ trạng thái I sang trạng thái II. Chứng minh bằng tính toán rằng độ tăng entropi ΔS trong cả hai trường hợp là như nhau.



Bài 4. Hai kilogram (02kg) Oxy ở áp suất 100kPa chiếm một thể tích $1.50m^3$. Sau khi dãn thể tích khí tăng lên 2,5 lần còn áp suất giảm 3 lần. Tìm độ tăng nội năng ΔU và entropi ΔS của khí.

Đáp số $\Delta U = \frac{m}{\mu(\gamma - 1)} RT_1 \left(\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} - 1 \right) \approx -62,4kJ; \Delta S = \frac{nR}{\mu(\gamma - 1)} \left(\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} + \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$

Bài 5. Một kmol khí lý tưởng thực hiện một quá trình politropic, thêm vào đó nhiệt độ của nó biến đổi từ T_1 đến T_2 chỉ số politropic bằng n. Tìm độ tăng entropi ΔS của khí.

Đáp số. $\Delta S = Z \frac{n - \gamma}{(n - 1)(\gamma - 1)} R \ln \frac{T_2}{T_1}$

Bài 6. Một khí lí tưởng nào đó dãn nở sao cho quá trình được biểu diễn trên giản đồ p-V là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ. Biết rằng: thể tích ban đầu của khí là V_0 , áp suất

ban đầu p_0 và tỉ số $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Do dãn nở, thể tích khí tăng lên ba lần. Tìm
a. Chỉ số politropic n.

- b. Độ tăng nội năng ΔU của khí.
c. Công A mà khí thực hiện.
d. Nhiệt dung phân tử C của khí trong quá trình này.

e. Nếu quá trình trên xảy ra đối với 1 kmol khí kí tưởng đơn nguyên tử. Tìm độ tăng entropi ΔS khi tăng thể tích khí gấp đôi.

Đáp số.

$$a. n = -1; b. \Delta U = \frac{8}{\gamma - 1} p_0 V_0; c. A = 4p_0 V_0; d. C = R \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}; e. \Delta S = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma + 1}{(\gamma - 1)} R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

Bài 7. Một bình kín có thể tích 2,51 chứa hydro ở nhiệt độ $17^{\circ}C$ và áp suất 15,0kPa.

Người ta làm lạnh hydro đến nhiệt độ $0^{\circ}C$. Tính

- a. Lượng nhiệt Q' mà chất khí nhả ra.
- b. Độ tăng nội năng ΔU của hydro.
- c. Tìm độ tăng entropi ΔS .

Đáp số.

$$a. Q' = -\frac{5}{2} \frac{p_0 V}{T_1} R(T_1 - T_2) = 5,4J; b. \Delta U = -5,4J; c. \Delta S = \frac{nR}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_2}{T_1} = -18mJ / K$$

Bài 8. Một kmol khí ở nhiệt độ $T_1 = 300K$ được làm lạnh đến nhiệt độ $T_2 = 200K$ với $p_2 = 2p_1$. Sau đó khí được dẫn đến áp suất ban đầu. Vẽ quá trình trên giản đồ $p - V$. Tính:

- a. Nhiệt lượng Q mà khí đã hấp thụ.
- b. Công A mà khí đã thực hiện
- c. Độ tăng nội năng ΔU của khí
- d. Tìm độ tăng entropi ΔS .

Đáp số.

$$a. Q = \frac{1}{2} nRT_1; b. A = \frac{1}{2} nRT_1; c. \Delta U = 0$$

$$d. \Delta S = nR \ln \frac{p_1}{p_2} = 5,7(kJ / K)$$

Bài 9. 14 gram nito đã được dãn đoạn nhiệt sao cho áp suất giảm đi năm lần và sau đó được nén đẳng nhiệt tới áp suất ban đầu. Nhiệt độ ban đầu của nito là $T_1 = 420K$. Biểu diễn quá trình trên giản đồ $p - V$. Tìm:

- a. Nhiệt độ T_2 của khí ở cuối quá trình
- b. Nhiệt lượng Q' mà khí đã nhả ra
- c. Độ tăng nội năng ΔU của khí
- d. Công A mà khí đã thực hiện
- e. Tìm độ tăng entropi ΔS .

Đáp số

$$a. T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}; b. Q' = nRT \ln \frac{p_1}{p_2} \approx 1.76kJ; c. \Delta U = \frac{5}{2} nRT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right] \approx -1,62kJ$$

$$d. A = -0,14kJ; e. \Delta S = nRT_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \ln \frac{p_2}{p_1} = -6,7(J/K)$$

Bài 10. Tìm hiệu suất của các chu trình sau, giả sử rằng tác nhân sinh công là khí lý

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

tưởng có giá trị γ đã biết.

a. Chu trình gồm hai quá trình đẳng áp và hai quá trình đoạn nhiệt. Cho biết tỷ số áp suất

$$b = \frac{p_{max}}{p_{min}}$$

cực đại và cực tiểu của chu trình là

b. Chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và và hai quá trình đẳng nhiệt. Cho biết các quá trình đẳng nhiệt xảy ra ở các nhiệt độ T_1 và T_2 ($T_1 < T_2$) và tỷ số thể tích cực đại và cực

$$a = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

tiểu trong chu trình là

c. Chu trình gồm các quá trình đằng nhiệt, đoạn nhiệt và đằng áp. Quá trình đằng nhiệt xảy ra ở nhiệt độ cực tiểu của chu trình. Cho biết tỷ số áp suất cực đại và cực tiểu của

$$b = \frac{p_{\max}}{p_{\min}}$$

chu trình là

d. Tại các phần nào của chu trình đã được khảo sát trên(phần a, b, c), nội năng và entropi tăng? Biểu diễn các chu trình này trên giản đồ $S - \ln T$.

Đáp số

$$a.\eta = 1 - \frac{1}{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}; b.\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + \frac{T_2 - T_1}{(\gamma-1)\ln a}}; c.\eta = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln b}{(b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}$$

$$d. \Delta S_r = nR \ln \frac{p_1}{p_2}; \Delta S_p = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta S_v = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta S_Q = 0$$

XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC

Bài 1. Hãy tìm độ biến thiên entropy của 1 mol khí Vander-Waals trong sự biến đổi đằng nhiệt mà thể tích biến đổi từ V_1 đến V_2 .

$$\Delta S = R \ln \left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right)$$

ĐS:

Bài 2. Trong một nhiệt lượng kế đựng một lượng lớn nước đá ở $t_1=0^\circ\text{C}$ người ta cho vào $m=50\text{g}$ chì nóng chảy ở nhiệt độ nóng chảy $t_2=327^\circ\text{C}$. Hãy tìm độ biến thiên entropi của hệ chì và nước đá lúc cân bằng nhiệt. Nhiệt nóng chảy riêng của chì là $q=22,5\text{J/g}$; Nhiệt dung riêng của chì là $c=0,124\text{J/g.K}$.

D/S: $\Delta S = 0,481\text{J / K}$

Bài 3. Một mol khí Van-đơ -Van có thể tích V_1 và nhiệt độ T_1 biến đổi sang trạng thái

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = ?$$

với thể tích V_2 nhiệt độ T_2 . Hãy tìm số giá tương ứng của entropi (). Coi nhiệt dung mol đẳng tích C_V của khí đã biết.

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right)$$

Bài 4. Xét một khối khí **không** lí tưởng có nội năng U được xác định theo biểu thức $U = 3PV$, trong đó P và V tương ứng là áp suất và thể tích của khí.

1. Tìm mối liên hệ giữa áp suất và thể tích của khí trong quá trình đoạn nhiệt.
2. Thực nghiệm cho thấy nhiệt độ tuyệt đối T của khí này chỉ phụ thuộc vào áp suất P mà không phụ thuộc vào thể tích của nó. Để đơn giản chọn đơn vị sao cho khi $T = 1$ thì $P = 1$. Biết khối khí thực hiện một chu trình Carnot gồm hai quá trình đẳng nhiệt xen kẽ hai quá trình đoạn nhiệt như sau:

$$(P_1, V_1) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_1, V_2) \xrightarrow{\text{đoạn nhiệt}} (P_2, V_3) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_2, V_4) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_1, V_1)$$

trong đó $P_1, P_2, V_1, V_2, V_3, V_4$ coi như đã biết.

- a. Tính nhiệt lượng Q_1, Q_2 mà khí đã trao đổi lần lượt trong quá trình đẳng nhiệt đầu tiên và trong quá trình đẳng nhiệt thứ hai theo các thông số đã cho.

$$\frac{T_1}{T_2} = -\frac{Q_1}{Q_2}$$

- b. Nhiệt độ tuyệt đối T của khí này có thể được định nghĩa từ hệ thức:

Tìm mối liên hệ giữa nhiệt độ T của khí theo áp suất P .

- c. Tìm nhiệt dung đẳng tích của khí theo T và V .

- d. Tìm biến thiên entropy S của khí theo P và V . Biết khi $T = 0$ thì $S = 0$.

ĐS: 1. $PV^{4/3} = \text{const}$; 2a. $Q_1 = 4P_1(V_2 - V_1)$, $Q_2 = 4P_2(V_4 - V_3)$; 2b. $T = AP^{1/4}$, với A là một hằng số; 2c. $C_v = 12T^3V$; 2d. $S = 4P^{3/4}V$

Bài 5. Tìm phương trình trạng thái (T và S) của quá trình biến đổi một chất khí bất kì, biết rằng trong quá trình đó nhiệt dung biến đổi theo quy luật $C = \alpha\sqrt{T}$, trong đó α là hằng số. Tìm phương trình của khí Vander – Waals như một trường hợp riêng của phương trình trên. Giả thiết đã biết a, b và nhiệt dung đẳng tích C_v không phụ thuộc vào nhiệt độ.

$$DS: S - 2\alpha\sqrt{T} = \text{const}; T^{\frac{C_v}{R}}(V - b)\exp\left(-\frac{2\alpha\sqrt{T}}{R}\right) = \text{const}$$

Bài 6. Tìm độ biến thiên entropi của một mol khí có các hằng số Vander – Waals đã biết trong quá trình đẳng nhiệt. Biết sau quá trình này, nội năng của khí tăng một lượng ΔU . Thể tích ban đầu là V_0 .

$$DS: \Delta S = R \ln \frac{aV_0 - ab + bV_0\Delta U}{(V_0 - b)(a - V_0\Delta U)}$$

LƯU Ý. Theo vật lý thống kê:

- **Quá trình truyền nhiệt** qua một môi trường chất khí đặc trưng bằng hệ số truyền

nhiệt: $\chi = \frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \rho c_v$; Trong đó ρ là khối lượng riêng, $c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{C_v}{N_A m}$ là hệ số nhiệt dung đẳng tích, C_v là nhiệt dung mol đẳng tích; μ là khối lượng mol; λ là quang đường

tự do trung bình; $\langle v \rangle = \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ vận tốc căn quân phương

- Tốc độ truyền nhiệt qua một vật (cường độ dòng nhiệt):

$$\frac{dQ}{dt} = \chi \frac{-dT}{dl} = \chi \frac{-SdT}{dl} \quad (\text{W})$$

Định luật Fourier

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{-dT}{\frac{1}{\chi} \frac{dl}{S}} = \frac{-dT}{R} \quad (\text{W})$$

Hay với $\frac{1}{\chi} \frac{dl}{S} = R$ gọi là nhiệt trở

$$q = \frac{dQ}{dtdS} = \chi \frac{-dT}{dl} \quad (\text{W/m}^2)$$

Định nghĩa: Mật độ thông lượng nhiệt

$q = \frac{dQ}{dtdS} = \frac{Q}{tS}$ (W/m^2) là nhiệt lượng truyền qua một đơn vị diện tích vuông góc phương truyền trong một đơn vị thời gian. (Giống mật độ dòng điện J)

-Khuếch tán: $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$; D có đơn vị (m^2/s)

Với $\langle v \rangle = \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ là vận tốc trung bình.

CHƯƠNG XII.

TRUYỀN NHIỆT- KHUẾCH TÁN

XII.1 TRUYỀN NHIỆT.

Bài 1. Không gian giữa hai bản lớn song song chứa đầy heli. Khoảng cách giữa các bản là $l=50\text{mm}$. Một bản được giữ ở nhiệt độ $t_1=20^\circ\text{C}$, bản kia ở nhiệt độ $t_2=40^\circ\text{C}$. **Tính mật độ thông lượng nhiệt q .** Thực hiện phép tính với các trường hợp khi áp suất trong chất khí là:

- a) $p=100\text{kPa}$
- b) $p=10\text{mPa}$.

ĐS: a. $q \approx 20\text{W/m}^2$; b. $q \approx 0,21\text{W/m}^2$

Bài 2.

Một thanh được bọc một vỏ cách nhiệt và một đầu của nó tiếp xúc nhiệt với một bình điều nhiệt có nhiệt độ T_1 , còn đầu thứ hai tiếp xúc với một bình điều nhiệt có nhiệt

độ T_2 ($T_1 > T_2$). Thanh gồm hai phần có các chiều dài là l_1 và l_2 và các hệ số dẫn nhiệt χ_1

và χ_2 . **Tìm mật độ thông lượng nhiệt q và gradient nhiệt độ $\frac{dT}{dx}$** trong mỗi phần của thanh.

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\chi_1} + \frac{l_2}{\chi_2}}, \quad \left(\frac{dT}{dx} \right)_1 = \frac{q\chi_2}{l_1\chi_2 + l_2\chi_1}, \quad \left(\frac{dT}{dx} \right)_2 = \frac{q\chi_1}{l_1\chi_2 + l_2\chi_1}$$

ĐS:

Bài 3. Trong không gian giữa hai bán lớn đặt song song với nhau chứa một môi trường có

hệ số dẫn nhiệt biến đổi với nhiệt độ theo quy luật $\chi = \frac{\chi_0}{T}$, trong đó χ_0 là hằng số đổi với môi trường đã cho. Các nhiệt độ T_1 và T_2 của các bán được giữ không đổi ($T_1 > T_2$).

Khoảng cách giữa các bán là ℓ . **Tìm mật độ thông lượng nhiệt q và nhiệt độ T** trong môi trường theo x, trong đó x là khoảng cách được tính từ bán có nhiệt độ T_1 .

$$q = \frac{\chi_0}{\ell} \ln \frac{T_1}{T_2}, \quad T = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{x}{\ell}}$$

ĐS:

Bài 4. Không gian giữa hai mặt cầu đồng tâm chứa một chất đồng tính và đặng hướng.

Các bán kính của các quả cầu bằng r_1 và r_2 ($r_1 < r_2$). Mặt của quả cầu trong được giữ ở nhiệt độ T_1 , mặt của quả cầu ngoài ở nhiệt độ T_2 . Người ta **biết thông lượng nhiệt qua** các mặt cầu bằng q. **Tìm hệ số dẫn nhiệt χ của chất nằm giữa hai mặt cầu, gradient nhiệt**

độ $\frac{dT}{dr}$ và nhiệt độ T trong khoảng giữa các mặt cầu theo r. Giả thử rằng χ không phụ thuộc vào nhiệt độ.

$$\chi = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi r_1 r_2 (T_2 - T_1)} \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{r^2 (r_2 - r_1)} \quad T = T_1 - \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right)$$

ĐS:

Bài 5. Một khí lý tưởng đơn nguyên tử chiếm khoảng không gian giữa hai hình trụ rất dài và đồng trục. Đường kính hiệu dụng của các phân tử khí là d, khối lượng của phân tử là

m. Các bán kính của các hình trụ là r_1 và r_2 ($r_1 < r_2$). Hình trụ trong được giữ ở nhiệt độ T_1 , hình trụ ngoài ở nhiệt độ T_2 . Tìm thông lượng nhiệt q chuyển qua một đơn vị chiều dài của các hình trụ. Giả thử rằng không có sự đổi lưu của chất khí và quãng đường tự do của các phân tử khí nhỏ hơn khoảng cách giữa các hình trụ nhiều.

$$q = \frac{4 k_B}{3 d^2} \sqrt{\frac{k_B}{\pi m}} \frac{(T_2 \sqrt{T_2} - T_1 \sqrt{T_1})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

ĐS:

Bài 6. Một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử dẫn đoạn nhiệt đến một thể tích lớn gấp đôi lúc đầu. Xác định xem hệ số truyền nhiệt χ và hệ số khuếch tán D của khí biến đổi như thế nào? Biết rằng các phân tử là rắn và đường kính hiệu dụng của các phân tử không đổi.

ĐS: Hệ số truyền nhiệt χ giảm $\sqrt[5]{2}$ lần, hệ số khuếch tán D tăng $\sqrt[5]{2^4}$.

Bài 7. Áp suất của một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử sau khi bị nén tăng gấp 10 lần. Xác định sự biến đổi của quãng đường tự do λ của các phân tử và hệ số nhót η của khí. Khảo sát các trường hợp nén:

a) Đăng nhiệt

b) Đoạn nhiệt.

ĐS: a. λ giảm 10 lần, η không đổi; b. λ giảm $\sqrt[7]{10^5}$, η tăng $\sqrt[7]{10}$.

Bài 8.

Một lớp nước đá dày 1cm đóng băng trên mặt ao. Mặt trên của đá có nhiệt độ -20°C .

a. Xác định tốc độ tăng độ dày của lớp băng.

b. Sau bao lâu bề dày của lớp băng tăng gấp đôi.

ĐS: a. $v = \chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \frac{1}{\rho \cdot L}$; b. $t = \frac{\rho L}{\chi \Delta T} \cdot \frac{1}{2} (z_2^2 - z_1^2) = 20\text{ phút}$

Bài 9. Một đầu thanh được bọc bằng vỏ cách nhiệt, được giữ ở nhiệt độ T_1 còn đầu kia ở nhiệt độ T_2 . Thanh gồm hai phần có độ dài ℓ_1, ℓ_2 và có độ dẫn điện χ_1 và χ_2 . Hãy xác định nhiệt độ tiếp xúc giữa phần đó của thanh.

$$T = \frac{\chi_1 \frac{T_1}{\ell_1} + \chi_2 \frac{T_2}{\ell_2}}{\frac{\chi_1}{\ell_1} + \frac{\chi_2}{\ell_2}}$$

ĐS:

Bài 10. Hai thanh có chiều dài lần lượt là ℓ_1, ℓ_2 và có độ dẫn điện χ_1 và χ_2 được gắn với nhau ở một đầu. Hãy tìm độ dẫn điện của thanh đồng tính có chiều dài $\ell_1 + \ell_2$ để nó dẫn nhiệt giống hệt hai thanh trên. Mặt bên các thanh được bọc cách nhiệt.

$$\chi = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{\ell_1}{x_1} + \frac{\ell_2}{x_2}}$$

ĐS: $x_1 \quad x_2$

Bài 11. Một máy lạnh bên trong là một hệ có nhiệt dung C và nhiệt độ T_2 ít biến đổi. Sự cách nhiệt là không lí tưởng, nó trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài có nhiệt độ T_1 một công suất nhiệt tỉ lệ với chênh lệch nhiệt độ $P_1 = k(T_1 - T_2)$. Động cơ làm cho máy hoạt động cung cấp một công suất cơ học P_m . Giả thiết rằng hiệu suất làm lạnh của máy là bằng với máy lạnh thuận nghịch làm việc giữa hai nguồn nhiệt T_1 và T_2 nhân với η .

1. Thiết lập phương trình vi phân cho $T_2(t)$.
2. Xác định T_2 sau một thời gian khá dài.
3. Biểu diễn dưới dạng tích phân thời gian cần để đạt nhiệt độ T_2 .

$$C \frac{dT_2}{dt} = -\eta T_2 \frac{P_m}{T_1 - T_2} + k(T_1 - T_2); \quad T_2 = \frac{2T_1 + \eta P_m + \sqrt{4k^2 T_1^2 + (2T_1 + \eta P_m)^2}}{2k}$$

ĐS: 1.

$$t = \int_1^2 \frac{dx}{\frac{k}{C}(1-x) - \frac{\eta P_m}{T_1 C(1-x)} x}$$

3.

Bài 12. Một quả cầu đồng tính bán kính R và độ dẫn nhiệt χ , tỏa nhiệt đều trong thể tích quả cầu với một công suất có mật độ thể tích ω . Hãy tìm sự phân bố nhiệt độ $T(r)$ trong quả cầu theo bán kính r nếu nhiệt độ của bề mặt quả cầu là T_0 .

$$\frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$$

ĐS: $T = T_0 + \frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$

Bài 13. Một dòng điện không đổi đi qua một dây dẫn đồng tính có bán kính tiết diện R và độ dẫn nhiệt χ . Trong một đơn vị thể tích của dây dẫn tỏa ra một công suất nhiệt ω . Hãy tìm sự phân bố nhiệt độ trong dây dẫn theo bán kính r nếu nhiệt độ mặt ngoài của dây là T_0 .

$$\text{ĐS: } T = T_0 + \frac{\omega}{4\chi} (R^2 - r^2)$$

Bài 14. Một xi lanh kín có thể tích V được ngăn thành hai phần bởi một pit tông nhẹ. Hai phần trong xi lanh chứa cùng một loại khí có số mol lần lượt là n_1, n_2 , ở nhiệt độ T_1, T_2 tương ứng ($T_1 > T_2$).

a. Tìm thể tích V_1, V_2 tương ứng khi hệ cân bằng.

b. Giả sử pit tông dẫn nhiệt với hệ số truyền nhiệt k . Tìm hiệu số biến thiên nhiệt độ của hai phần theo thời gian, tìm thể tích V_1, V_2 là hàm của thời gian. Bỏ qua ma sát và sự trao đổi nhiệt của xi lanh và môi trường.

$$\text{ĐS: a. } V_1 = \frac{n_1 T_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V ; V_2 = \frac{n_2 T_2}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V$$

$$\text{b. } \Delta T = \Delta T_0 \exp \left(-\frac{2(n_1 + n_2)}{5n_1 n_2 R} kt \right); V_1(t) = \left(1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_1} \right) V_1$$

$$V_2(t) = \left(1 - \frac{n_1}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_2} \right) V_2$$

Bài. 15. Một già đinh sử dụng điện dùng dây đồng bán kính R và lớp vỏ bọc bằng nhựa bề dày là d. Biết hệ số dẫn nhiệt của nhựa là λ và hệ số dẫn nhiệt của đồng lớn hơn rất

nhiều so với của nhựa. Hiệu điện thế của nguồn vào là U , công suất tiêu thụ là P , nhiệt độ môi trường là T . Cho điện trở suất của đồng là ρ .

a. Tìm nhiệt độ $T(r)$ của lớp vỏ có bán kính r thỏa mãn $R < r < R+d$.

b. Biết nhiệt độ tối đa vỏ nhựa chịu được là T_1 , hỏi dây dẫn này truyền được công suất cực đại bằng bao nhiêu? Biết hiệu điện thế vẫn là U .

$$\text{ĐS: a. } T(r) = T + \frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \ln\left(\frac{R+d}{r}\right); \text{ b. } P_{\max} = \pi U R \sqrt{\frac{2(T_1 - T)\lambda}{\rho \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}}$$

Bài 16. Học sinh giỏi quốc gia 2010

Người ta đưa một quả cầu bằng nước đát ở nhiệt độ $t_0 = 0^\circ C$ vào sâu và giữ đứng yên trong lòng một hồ nước rộng có nhiệt độ đồng đều $t_1 = 20^\circ C$. Do trao đổi nhiệt, quả cầu bị tan dần. Giả thiết rằng sự trao đổi nhiệt giữa nước hồ và quả cầu nước đá chỉ do sự dẫn

nhiệt. Biết hệ số dẫn nhiệt của nước là $k = 0,6 \frac{J}{smK}$; nhiệt nóng chảy của nước đá $\lambda = 334 \cdot 10^3 \frac{J}{kg}$; khối lượng riêng của nước đá $\rho = 920 \frac{kg}{m^3}$; nhiệt lượng truyền qua diện

tích S vuông góc với phương truyền nhiệt trong thời gian dt là $dQ = -kS \frac{dT}{dx} dt$ với $\frac{dT}{dx}$ là độ biến thiên nhiệt độ trên một đơn vị chiều dài theo phương truyền nhiệt. Từ thời điểm quả cầu nước đá có bán kính $R_0 = 1,5\text{cm}$, hãy tìm:

a. Thời gian để quả cầu tan hết.

b. Thời gian để để bán kính quả cầu còn lại một nửa.

ĐS: a. 48 phút; b. 36 phút.

Bài 17. Người ta quan sát thấy, nhiệt độ của ấm điện được đổ đầy nước tới một mức cố định nào đó, sau khi ngắt điện sẽ thay đổi theo thời gian theo công thức:

$$T(t) = (T_p - T_o)e^{-\alpha t} + T_o$$

trong đó, T_p là nhiệt của ám khi vừa ngắt điện tại $t = 0$, T_o là nhiệt độ môi trường xung quanh, α là hằng số, còn e là cơ số của logarithm tự nhiên ($e \approx 2,718$).

Trong khi đun nước, cần điện năng E_1 để đun nước tới nhiệt độ T_k từ nhiệt độ ban đầu, bằng nhiệt độ môi trường T_o . Công suất điện trong trường hợp này là P_1 .

Do điện áp cấp sụt giảm, kết quả là công suất điện chỉ còn lại là P_2 . Trong trường hợp này cần bao nhiêu điện năng để đun nước đến nhiệt độ T_k , cũng bắt đầu từ nhiệt độ T_o ?

Hãy tính số cho $T_o = 20^{\circ}C$, $T_k = 100^{\circ}C$, $P_1 = 500W$, $E_1 = 250.00J$, $\alpha = 0,001 s^{-1}$, thực hiện tính toán cho hai trường hợp của P_2 :

$$1. P_2 = 300W$$

$$2. P_2 = 200W$$

Giả định rằng, nhiệt dung của ám điện, tức lượng nhiệt cần thiết để thay đổi nhiệt độ của nó một độ là không đổi, và tại mọi thời điểm, ám đun và nước có cùng nhiệt độ. Thanh đun được bố trí trong ám sao cho toàn bộ nhiệt tỏa ra từ nó được truyền cho ám đun nước. Lượng nước trong bình là như nhau trong tất cả các tình huống xem xét.

Lưu ý: khi x là đại lượng nhỏ, ta có công thức gần đúng: $e^x \approx 1 + x$.

ĐS: 1. $E_2 \approx 3,2 \cdot 10^5 J$, với $P_2 = 300W$; 2. $E_2 \approx 8,2 \cdot 10^5 J$, với $P_2 = 200W$

Bài 18. Thực nghiệm cho thấy, một số điện trở phi tuyến có các tính chất như sau: khi nhiệt độ tăng, tại giá trị $T_1 = 100^{\circ}C$, điện trở thay đổi đột ngột từ $R_1 = 50\Omega$ lên $R_2 = 100\Omega$, còn bước nhảy ngược lại xảy ra ở nhiệt độ thấp hơn $T_2 = 90^{\circ}C$. Nhiệt dung của điện trở được đo riêng và có giá trị $C = 4J/K$.

Ở thời điểm ban đầu $t = 0$, nhiệt độ của điện trở $T_o = 20^{\circ}C$ và nó được nối vào nguồn điện có hiệu điện thế $U = 10V$. Để điện trở không quá nóng và không nóng chảy, người ta thổi quạt vào nó, sao cho công suất nhiệt mang đi là hằng số $P_Q = 4J/s$. Quạt có cảm biến nhiệt độ và đồng hồ hẹn giờ hoạt động theo các nguyên lý sau: ngay khi nhiệt độ của điện trở đạt giá trị $T_c = 110^{\circ}C$ thì cảm biến nhiệt bật lên và quạt được hoạt động trong thời gian $t = 1,5$ phút.

- 1.Xác định thời điểm t_1 , khi xảy ra bước nhảy của điện trở lần đầu tiên.
- 2.Xác định thời điểm t_2 , khi quạt được bật lên lần đầu tiên.
- 3.Sau một khoảng thời gian, hệ sẽ thiết lập một sự biến thiên nhiệt độ tuần hoàn theo thời gian. Tìm nhiệt độ nhỏ nhất T_{\min} của điện trở trong giao động đó?
- 4.Chu kỳ giao động τ_0 của nhiệt độ bằng bao nhiêu?
- 5.Tìm nhiệt lượng Q tỏa ra từ điện trở trong một chu kỳ?
- 6.Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của nhiệt độ T của điện trở theo thời gian t kể từ thời điểm t = 0 cho đến khi kết thúc chu kỳ dao động thứ hai.

ĐS: 1. 160s; 2.200s; 3.58,3K; 4.213,3 s; 5. 360J

Bài 19. Maria là một người uống trà sành điệu. Cô ấy pha chế một loại trà mới bằng nước sôi trong một chiếc cốc hình trụ có bán kính trong $r = 4\text{cm}$ và chiều cao $h = 10\text{cm}$. Cốc của cô ấy có nắp đậy để giữ nhiệt tốt hơn.

Trong khoảng thời gian ngắn Δt lượng nhiệt mà trà tỏa ra môi trường cho bởi công thức:

$$\Delta Q = \frac{\kappa S(T_{\text{tea}} - T_{\text{room}})}{d} \Delta t$$

trong đó, S là diện tích mặt trong của cốc và $d = 5\text{mm}$ là chiều dày của thành cốc. Khi nhiệt bị mất đi, nhiệt độ của trà thay đổi một lượng ΔT cho bởi:

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

trong đó, m là khối lượng của nước và các số liệu như sau: Nhiệt độ sôi của nước $T_{\text{boil}} = 100^{\circ}\text{C}$; độ dẫn nhiệt của cốc $\kappa = 1,0\text{W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$; nhiệt độ phòng $T_{\text{room}} = 25^{\circ}\text{C}$; Khối lượng riêng của nước $\rho = 1.000\text{kg/m}^3$; Nhiệt dung riêng của nước $c = 4.180\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

- 1.Maria rót trà đầy cốc và ngay lập tức đậy kín nắp.
 - 1a. Tìm nhiệt độ T_{tea} của cốc trà sau 30 giây và điền hàng đầu tiên của bảng 2.23.
 - 1b. Hoàn thành bảng 2.23 cho thời gian tính từ 0s cho tới 5 phút. Gợi ý: sử dụng câu trả lời từ dòng trước để điền tiếp dòng sau.
 - 1c. Vẽ đồ thị T_{tea} theo thời gian từ 0s cho tới 5 phút.

2.Tìm thời gian để trà nguội đến $55^{\circ}C$.

3.Maria quyết định hâm nóng lại trà từ $55^{\circ}C$ đến $70^{\circ}C$ bằng một bếp điện có công suất 1kW. Cần bao nhiêu thời gian để trà nóng lại tới $70^{\circ}C$? Bỏ qua sự mất nhiệt của trà cho môi trường.

4.Đánh giá kích cỡ sai số trong câu 3 gây ra bởi sự mất nhiệt của trà. Sử dụng kết quả đánh giá để kết luận. Liệu cách tính gần đúng ở câu 3 có thỏa đáng không?

Thời gian sau khi rót	Nhiệt độ ban đầu T_{tea}	Thay đổi nhiệt độ sau 30s ($0^{\circ}C$)	Nhiệt độ cuối ($0^{\circ}C$)
0 s			
30 s			
1 phút			
.....			

Bảng 2.23

ĐS: 2. 4 phút 20 giây; 3. 28,7s.

Bài 20. Một tấm kim loại mỏng có chiều dày t treo lơ lửng trong không khí ở nhiệt độ 300K. Ánh nắng mặt trời chiếu trực tiếp vào tấm khiến nhiệt độ mặt trên của nó đạt 360K, nhiệt độ mặt dưới là 340K. Nhiệt độ không khí được duy trì không đổi, năng lượng mất cho không khí từ một đơn vị diện tích bề mặt tấm kim loại trong một đơn vị thời gian tỷ lệ thuận với hiệu nhiệt độ giữa chúng, bỏ qua sự ma sát năng lượng ở mặt bên của tấm kim loại. Nếu độ dày của tấm kim loại tăng lên gấp đôi, nhiệt độ các mặt của tấm kim loại sẽ bằng bao nhiêu?

Bài 21 Trong những ngày đầu tiên của hệ Mặt Trời của chúng ta, khi mà các hành tinh chưa được tạo ra, Mặt Trời được bao quanh bởi một quả bóng khổng lồ chứa khí ở trạng thái nghỉ. Khối lượng Mặt Trời là M_S . Một giả thiết đơn giản là chất khí là khí lí tưởng và được tạo bởi chỉ một loại phân tử có khối lượng phân tử là m và tổng khối lượng phân tử

khí nhỏ hơn rất nhiều so với M_S , bạn hãy tìm phân bố của chất khí tại một điểm cách Mặt trời một khoảng r (r lớn hơn rất nhiều đường kính Mặt trời).

1.Giả sử rằng chất khí đều cùng ở nhiệt độ T_0 . Sự phân bố mật độ khối lượng của chất khí có thể được biểu diễn bởi công thức $\rho = \rho_0 e^{\frac{\alpha}{r}}$. Tìm α .

2.Có một lỗ hổng (sự thiếu chính xác) lớn trong công thức diễn tả sự phân bố mật độ khối lượng của chất khí ở ý 1). Hãy chỉ ra lỗ hổng đó.

3.Trong sự cải thiện mô hình đó, giả sử Mặt trời phát ra tổng nhiệt lượng J_0 (công suất phát xạ nhiệt) trong mỗi giây, và không có sự mất mát năng lượng khi nhiệt lượng chảy từ Mặt Trời ra chất khí thông qua sự dẫn nhiệt, tìm mật độ dòng năng lượng $I(r)$ (năng lượng thông qua một đơn vị diện tích trong mỗi giây) tại điểm cách tâm Mặt trời một khoảng r .

4.Mật độ dòng năng lượng $I(r)$ trong ý 3) là tỉ lệ với gradient của nhiệt độ: $I(r) = -\sigma \frac{dT}{dr}$, σ là một hằng số dương được gọi là độ dẫn nhiệt. Dấu “-” xuất phát thực tế là nhiệt lượng luôn chảy từ miền có nhiệt độ cao sang miền có nhiệt độ thấp. Tìm nhiệt độ tại điểm cách Mặt trời một khoảng r .

5.Áp suất bây giờ có thể được diễn tả là $p = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\beta}$. Tìm β và sự phân bố mật độ khối lượng.

6.Từ ý (4) người ta có thể thấy rằng ngoài khoảng cách r_0 nhất định tính từ Mặt Trời, nhiệt độ khí thấp hơn 0°C (nước đóng băng). Ước tính r_0 theo bán kính quỹ đạo hành tinh của hệ Mặt Trời hiện nay.

$$\text{ĐS: } 1. \quad \alpha = \frac{GM_S m}{k_B T_0}; \quad 3. \quad I(r) = \frac{J_0}{4\pi r^2}; \quad 4. \quad T(r) = \frac{J_0}{4\pi\sigma} \frac{1}{r}; \quad 5. \quad \beta = \frac{4\pi\sigma\mu GM_S}{R J_0};$$

$$\rho = \frac{\mu 4\pi\sigma}{R J_0} p_0 r \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_S}{R J_0}}$$

Bài 22. Một bình hình trụ có vỏ dẫn nhiệt, chiều dài L chứa một lượng khí lý tưởng lưỡng nguyên tử có khối lượng mol μ . Bình được đặt thẳng đứng trong trọng trường có

gia tốc g không đổi. Giữ cố định nhiệt độ đáy dưới của bình ở T_0 . Khi trạng thái dừng được thiết lập (không có đổi lưu) nhiệt độ đáy trên của bình là T_L .

1. Tìm T_L theo T_0 , μ , g và L .
2. Xác định vị trí khói tâm của lượng khí trong bình.
3. Tìm nhiệt dung mol đẳng tích của khí trong bình.

ĐS: 1. $T_L = T_0 - bL$; 2. $h_G = \frac{1}{3b} (T_0 + bL - \sqrt{T_0(T_0 - bL)})$;

3. $C_v = \left(\frac{11}{6} + \frac{2T_0 - bL}{3\sqrt{T_0(T_0 - bL)}} \right) R$

XII. 2 KHUẾCH TÁN

Bài 1. Hệ số nhớt η của khí carbonic ở những điều kiện tiêu chuẩn đã được biết. Tính quãng đường tự do λ của các phân tử CO_2 và hệ số khuếch tán D ở những điều kiện chuẩn.

Đáp số $\lambda = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi k_B T}{8\mu}}$; $D = \frac{\eta k_B T}{p\mu}$

Bài 2. Tính quãng đường tự do trung bình λ và hệ số khuếch tán D của các ion trong plasma hydro. Nhiệt độ của plasma là $10^7 K$, số ion trong $1cm^3$ plasma bằng 10^{15} . Ở nhiệt độ trên, tiết diện hiệu dụng của một ion hydro coi như bằng $4 \times 10^{-20} cm^2$.

Đáp số. $D = \frac{2}{3\sigma n} \sqrt{\frac{k_B T}{\pi\mu}}$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Bài 3. Tính hệ số khuếch tán D của khí Hydrô ở nhiệt độ 27°C và áp suất 2.10^5 N/m^2 . Cho biết nhiệt độ tới hạn và áp suất tới hạn của khí Hydrô là $T_k = 33 \text{ K}$ và $p_k = 1,3.10^6 \text{ N/m}^2$.

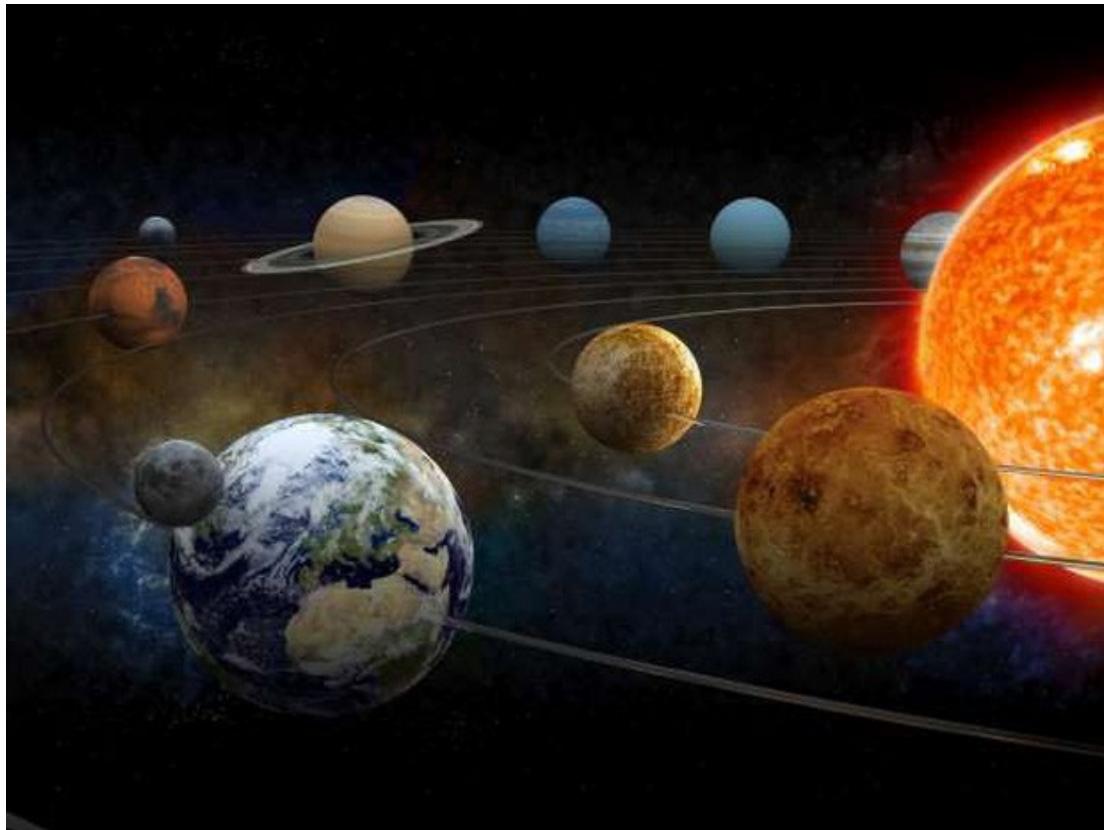
Đáp số: $D \approx 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Bài 4. Một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử dẫn đoạn nhiệt đến một thể tích lớn gấp đôi lúc đầu. Xác định xem hệ số truyền nhiệt χ và hệ số khuếch tán D của khí biến đổi như thế nào? Biết rằng các phân tử là rắn và đường kính hiệu dụng của các phân tử không đổi.

ĐS: Hệ số truyền nhiệt χ giảm $\sqrt[5]{2}$ lần. Hệ số khuếch tán D tăng giảm $\sqrt[5]{2^4}$ lần.

-----LUU HÀNH NỘI BỘ-----

**KHO VẬT LÝ SƠ CẤP
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**



TẬP 1S

- CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM
- NHIỆT HỌC PHÂN TỬ

TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020

--LUU HÀNH NỘI BỘ--

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

I.1 ĐỘNG HỌC	Trang 3
I.2. CHUYÊN ĐỘNG NÉM.....	22
I.3. TÍNH TƯỞNG ĐỐI CHUYÊN ĐỘNG	53
I.4. ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ.....	62

CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM.....	87
II.2 LỰC MA SÁT.....	117
II.3 CHUYÊN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC.....	126
II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ.....	142

CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG.CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN.

III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT.....	175
III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG.....	184
III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG.....	222
III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỎI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA	257

CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.....	263
IV.2 CÂN BẰNG VẬT RẮN.....	267
IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG.....	308

CHƯƠNG V. CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.

LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

V.1 CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. HÀNH TINH, VỆ TINH.....	324
V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS.....	403

CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THÚC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

.....	440
-------	-----

CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU

VII.1 CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG.....	494
VII.2 CHẤT LƯU THỰC.....	506

CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ.

PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

BỔ SUNG LÝ THUYẾT.....	521
VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ.....	526
VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN.....	548

CHƯƠNG IX. CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG.

CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG.....	559
IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TƯỞNG.....	619
IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT.....	663

CHƯƠNG X. CHUYÊN PHA. ĐỘ ÂM KHÔNG KHÍ

X.1 ĐỘ ÂM KHÔNG KHÍ.....	672
X.2 NHIỆT LƯỢNG CHUYÊN PHA.....	714
X.3 CHUYÊN PHA.....	730

CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC. ENTROPY

XI.1 KHÍ THỰC.....	769
XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TƯỞNG.....	809
XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC.....	820

CHƯƠNG XII. TRUYỀN NHIỆT- KHUÉCH TÁN

XII.1 TRUYỀN NHIỆT.....	825
XII. 2 KHUÉCH TÁN.....	851

---LƯU HÀNH NỘI BỘ---

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT
CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM
I.1 ĐỘNG HỌC

Bài 1. Xét tại thời điểm t : Vật A ở A'

Vật B ở B'

Khoảng cách $d = A'B'$

$$\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{AO - vt}{\sin \beta} = \frac{BO - vt}{\sin \gamma}$$

Ta có:

$$\Rightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{BO - AO}{\sin \gamma - \sin \beta} = \frac{10}{\sin \gamma - \sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{10}{2 \cos \frac{\beta + \gamma}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \gamma}{2}} \text{ với } \beta + \gamma = 120^\circ$$

$$\Rightarrow d = \frac{10 \sin 60^\circ}{2 \cos 60^\circ \cdot \sin \frac{\gamma - \beta}{2}} \Rightarrow d = \frac{5\sqrt{3}}{\sin \frac{\gamma - \beta}{2}}$$

Nhận xét: $d_{\min} \Leftrightarrow (\sin \frac{\gamma - \beta}{2}) = 1$ $\Rightarrow d_{\min} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Bài 2

Gọi C là vị trí gặp nhau

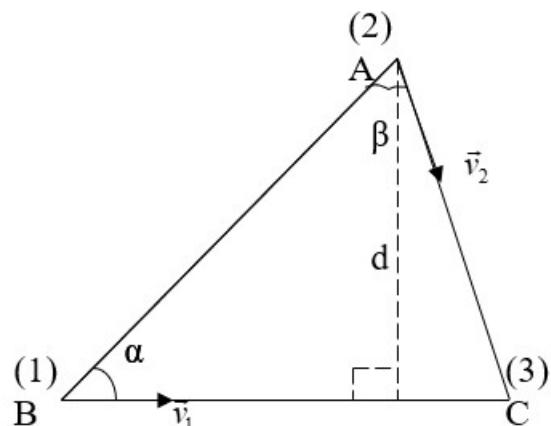
$$AC = v_2 \Delta t; BC = v_1 \Delta t$$

Áp dụng định lí hàm số sin

cho tam giác ABC

Ta có

$$\frac{v_2 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \beta} \Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot v_1$$



Suy ra : v_2 có giá trị min khi $(\sin \beta)_{\max} = 1$ vậy $\beta = 90^\circ$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\sin \alpha \cdot v_1 = \frac{d}{a} v_1 = 10,8 \text{ km}$$

Do đó $(v_2)_{\min} =$

Bài 3. Xét chuyển động tương đối của vật 1 so với vật 2 ta có

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2) = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

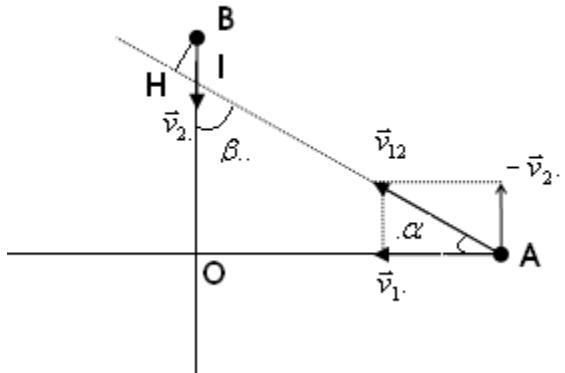
Đoạn BH vuông góc với đường thẳng chứa véc tơ

vận tốc \vec{v}_{12} chính là khoảng cách ngắn nhất giữa
hai xe. $\rightarrow d_{\min} = BH$

$$\tan \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{5} \rightarrow \alpha = 59^\circ, \beta = 31^\circ$$

$$d_{\min} = BH = BI \sin \beta$$

$$= (B0 - OI) \sin \beta = (B0 - OA \cdot \tan \alpha) \cdot \sin \beta = 1,166 \text{ km}$$



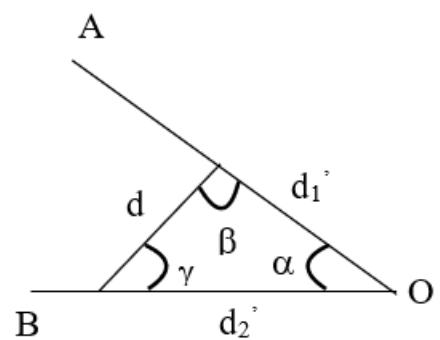
Bài 4. Gọi d_1, d_2 là khoảng cách từ vật một và vật hai đến O lúc đầu ta xét ($t = 0$).

Áp dụng định lý hàm sin ta có:

$$\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d_1}{\sin \gamma} = \frac{d_2}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{d_2 - v_2 t}{\sin \beta}$$

Vì $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ nên ta có:

$$\frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta}$$



Áp dụng tính chất của phân thức ta có:

$$\frac{d_1 - v_1 t}{\sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - v_1 t}{\sqrt{3} \sin \beta} = \frac{(\sqrt{3}d_2 - v_1 t) - (d_1 - v_1 t)}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \sin \beta - \sin \gamma}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Mặt khác, tacó:

$$\sin \beta = \sin(180^\circ - \beta) = \sin(\alpha + \gamma) = \sin(30^\circ + \gamma) \Rightarrow \sqrt{3} \sin \beta = \sqrt{3} \sin(30^\circ + \gamma) = \sqrt{3}(\sin 30^\circ \cos \gamma + \cos 30^\circ \sin \gamma)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{3}{2} \sin \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{d}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{1}{2} \sin \gamma - \frac{1}{2} \sin \gamma} \Rightarrow d = \frac{(\sqrt{3}d_2 - d_1) \sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \gamma + \frac{1}{2} \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma}$$

$$d = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma} = \frac{\sqrt{3}d_2 - d_1}{y}$$

Khoảng cách giữa hai vật $d_{\min} \Leftrightarrow y_{\max}$ với $y = \sqrt{(\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma)^2}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia Copski:

$$\sqrt{(\sqrt{3} \cos \gamma + \sin \gamma)^2} \leq \sqrt{((\sqrt{3})^2 + 1^2) \cdot (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma)} = 2$$

$$\Rightarrow y_{\max} = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} \Rightarrow \cot \gamma = \sqrt{3} \Rightarrow \gamma = 30^\circ \text{ và } \beta = 120^\circ$$

$$\text{Lúc đó: } \frac{d_1'}{\sin 30^\circ} = \frac{d_2'}{\sin 120^\circ} \Rightarrow d_2' = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} d_1' = \sqrt{3} d_1' = 90(m)$$

Vậy, khoảng cách từ vật hai đến O lúc này là: $d_2' = 90(m)$

Bài 5 .

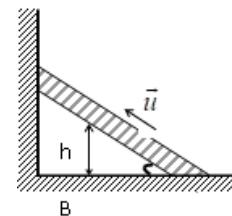
Khi B di chuyển một đoạn $s = v.t$ thì con kiến đi

được một đoạn $l = u.t$.

Độ cao mà con kiến đạt được:

$$h = l \sin \alpha = u t \sin \alpha \text{ với } \sin \alpha = \frac{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}}{L}$$

$$\Rightarrow h = \frac{u}{L} \sqrt{L^2 t^2 - v^2 t^2} = \frac{u}{L} \sqrt{y}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Với $y = L^2 t^2 - v^2 t^4$ Đặt $X = t^2 \Rightarrow y = -v^2 X^2 + L \cdot X$

Nhận xét: $h_{\max} \Leftrightarrow y_{\max}$. y là tam thức bậc hai có $a = -v^2 < 0 \Rightarrow y_{\max}$ tại đỉnh Parabol

$$\Rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta^2}{4a} \Rightarrow y_{\max} = -\frac{L^4}{4(-v^2)} = \frac{L^4}{4v^2}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{L^4}{4v^2} \text{ tại } X = -\frac{b}{2a} = \frac{L^2}{2v^2}$$

$$Vậy độ cao mà con kiến đạt được là : h_{\max} = \frac{u}{L} \sqrt{y_{\max}} = \frac{u \cdot L}{2v}$$

Bài 6. Chọn hệ trục tọa độ không vuông góc như hình vẽ

Giả sử tàu A chuyển động trên Oy về O, tàu B chuyển động trên Ox về O

Phương trình chuyển động của chúng lần lượt là

$$y = 60 - vt \quad (1)$$

$$x = 40 - vt \quad (2)$$

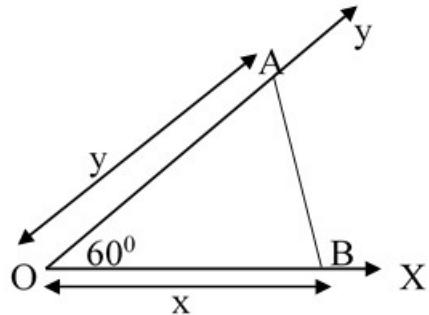
Tại thời điểm t khoảng cách giữa hai tàu là

$$d^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos 60^\circ$$

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ$$

$$d^2 = x^2 + y^2 - xy \quad (3)$$

Thay (1),(2) vào (3) ta được



$$d^2 = v^2 t^2 - 100vt + 2800 \quad (4)$$

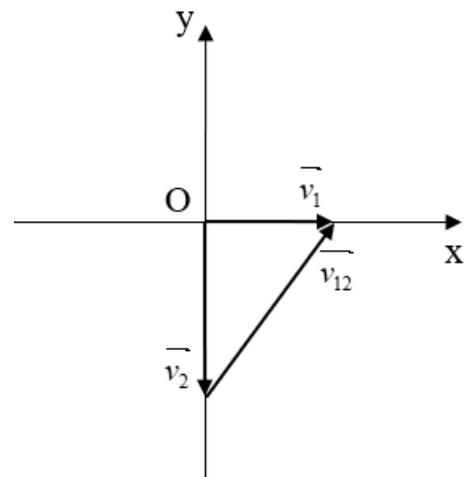
Vẽ phải là một tam thức bậc hai có giá trị nhỏ nhất là

$$-\frac{\Delta}{4a} = 300 \Rightarrow d_{\min} = 17,32 \text{ km}$$

Bài 7. Chọn mốc thời gian lúc 2 vật qua O

- Phương trình vận tốc của vật thứ nhất trên trục Ox:

$$v_1 = v_{01} + a_1 t = 6 + t$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Phùròng trình vận tốc của vật thứ hai trên trục Oy:

$$v_2 = v_{02} + a_2 t = -8 + 2t$$

- Khoảng thời gian vật thứ hai dừng lại: $v_2 = 0 \Rightarrow t = 4s$

- Vận tốc của vật thứ nhất đối với vật thứ hai là:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 . \text{ Do } \vec{v}_1 \text{ vuông góc với } \vec{v}_2 .$$

$$\Rightarrow v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(6+t)^2 + (-8+2t)^2}$$

$$\Rightarrow v_{12} = \sqrt{5t^2 - 20t + 100} .$$

Về phái là một tam thức bậc hai có giá trị nhỏ nhất là

$$t = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(-20)}{2.5} = 2 \text{ (s)} < 4 \text{ (s)}.$$

Vậy v_{12} có giá trị nhỏ nhất khi $t = 2s$.

$$\Rightarrow (v_{12})_{\min} = \sqrt{5.2^2 - 20.2 + 100} \approx 8,94 \text{ (m/s)}$$

Khi đó $v_1 = 8 \text{ m/s}$, $(\vec{v}_1, \vec{v}_{12}) = \alpha$. với $\cos \alpha = v_1/v_{12} = 8/8,94 \approx 0,895$

$$\Rightarrow \alpha = 26,5^\circ$$

- Vậy v_{12} đạt giá trị nhỏ nhất là $8,94 \text{ m/s}$ tại thời điểm $t = 2 \text{ s}$ và hợp với Ox góc $26,5^\circ$

Bài 8. Gọi s_1, s_2 là quãng đường xe đi trong hai giai đoạn ứng với giá tốc a_1, a_2

t_1, t_2 là thời gian xe đi trong hai giai đoạn ứng với giá tốc s_1, s_2

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2s_2}{a_2}}$$

ta có ;

tổng giờ gian xe đi

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} + \sqrt{\frac{2s_2}{a_2}} .$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có

$$\sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} + \sqrt{\frac{2s_2}{a_2}} \geq 2\sqrt{\frac{2s_1 s_2}{a_1 a_2}}$$

Để thời gian xe đi là ngắn nhất thì

$$\frac{s_1}{a_1} = \frac{s_2}{a_2} \Rightarrow \frac{s_1}{s_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Mặt khác $s_1 + s_2 = 200$ (2) suy ra $s_1 = 66,67m, s_2 = 33,33m$

Vậy $t = 15,63s$

Bài 9. Chọn trục toạ độ thẳng đứng chiều dương trên xuống

Phương trình chuyển động của khí cầu và vật

$$x_1 = 2t$$

Phương trình chuyển động của vật

$$x_2 = -18t + 5t^2$$

Phương trình vận tốc của khí cầu 1: $v_1 = 2m/s$ (đ/k t $\rightarrow 7,5s$)

Phương trình vận tốc của vật 2: $v_2 = -18 + 10t$ (đ/k t $\rightarrow 3s$)

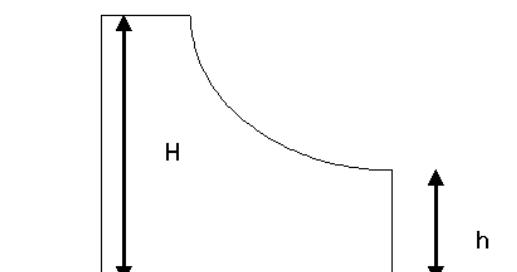
Khi vật đang đi lên thì khoảng cách giữa vật và khí cầu ngày càng tăng, khi vật lên đến điểm cao nhất nó đổi chiều chuyển động nhanh dần đều đi xuống, khoảng cách giữa vật và khí cầu vẫn tiếp tục tăng cho đến khi vận tốc của vật đạt giá trị bằng vận tốc khí cầu 2m/s. Ta có

$$v_2 = -18 + 10t = 2 \Rightarrow t = 2s$$

Khoảng cách: $d_{max} = x_1 - x_2 = 2t - (-18t + 5t^2) = 20m$

Bài 10 Do khối lượng của ném rất lớn so với khối lượng của vật nên ta có thể coi ném đứng yên. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta tính được vận tốc của vật khi rời ném là: $v =$

$$\sqrt{2g(H-h)}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vật văng ra xa theo phương nằm ngang, khoảng cách từ vật đến chân ném khi vật chạm sàn là l

$$= v \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4h(H - h)}$$

Vật rơi xuống mặt bàn ở xa ném nhất khi $l = l_{\max}$. Áp dụng bất đẳng thức cosi ta có $l = l_{\max}$ khi và chỉ khi:

$$h = H - h \quad \text{hay}$$

$$h = \frac{H}{2} \quad \text{từ đó ta có } l_{\max} = H$$

Bài 11. Vận tốc trung bình của ô tô 1 trong $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu và cuối: $v' = \frac{v+0}{2}$

$$\text{thời gian chạy của ô tô 1: } t_1 = \frac{AB/3}{v/2} + \frac{AB/3}{v} + \frac{AB/3}{v/2} = \frac{5AB}{3v}$$

* Tương tự vận tốc trung bình của ô tô 2 trong $\frac{1}{3}$ thời gian đầu và cuối cũng là $v/2$.

$$\text{Và: } AB = \frac{v}{2} \cdot \frac{t_2}{3} + \frac{v \cdot t_2}{3} + \frac{v}{2} \cdot \frac{t_2}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{3AB}{2v}$$

$$\text{* Mà } t_1 - t_2 = 2 \text{ phút} = \frac{1}{30} \text{ h} \Rightarrow \frac{5AB}{3.70} - \frac{3AB}{2.70} = \frac{1}{30}$$

$$\Rightarrow AB = 14 \text{ km}$$

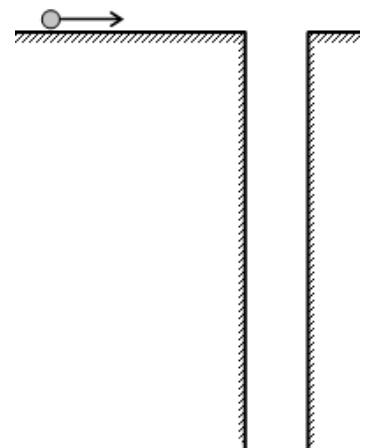
$$\text{Bài 12. Thời gian bị rơi đến đáy hố: } t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

+ Thời gian giữa hai lần va chạm: $t_2 = \frac{d}{v}$, do vận tốc theo phương ngang không đổi nên t_2 không đổi.

$$\text{Do đó số lần va chạm: } n = \frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

2. Quá trình va chạm diễn ra nhanh coi như không mất thời gian va chạm, mặt khác do va chạm hoàn toàn đàn hồi nên hướng của vận tốc trước và sau va chạm cùng hợp với phương ngang góc giống nhau.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Như vậy va chạm làm cho quỹ đạo parabol của viên bi cắt thành những đoạn nhỏ và đảo chiều. Tuy nhiên khi đảo chiều và ghép lại sẽ có được parabol như không va chạm. Từ đó chiều dài quỹ đạo được xác định:

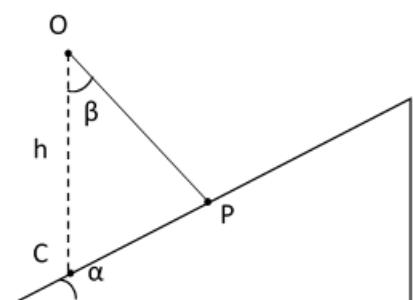
$$S = \int_0^{t_1} \sqrt{v^2 + (gt)^2} dt =$$

Bài 13. Chọn trục tọa độ Ox trùng với OP, chiều dương từ O đến P. Khi chất điểm trượt trên máng không ma sát thì gia tốc của nó là: $a = g \cos \beta > 0$

Chất điểm trượt theo máng là chuyển động nhanh dần đều nên thời gian đi từ O đến P là:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \overline{OP}}{g \cos \beta}} \quad (1)$$

Từ hình vẽ, xét $\triangle OPC$ ta có:



$$\frac{\overline{OP}}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{\overline{OC}}{\sin(90^\circ + \alpha - \beta)}$$

$$\text{hay } \overline{OP} = \frac{\overline{OC} \cos \alpha}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{h \cos \alpha}{\cos(\alpha - \beta)} \quad (2).$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$t = \sqrt{\frac{2h \cos \alpha}{g \cos \beta \cos(\alpha - \beta)}} = \sqrt{\frac{4h \cos \alpha}{[\cos \alpha + \cos(\alpha - 2\beta)]g}} \quad (3)$$

Để thời gian vật trượt là nhỏ nhất thì (3) có mẫu số lớn nhất. Vì góc α có giá trị xác định nên (3)

nhỏ nhất khi $\cos(\alpha - 2\beta) = 1$, hay $\beta = \frac{\alpha}{2}$.

Thay số ta được $\beta = 15^\circ$. Thay $\beta = 15^\circ$ và $\alpha = 30^\circ$ vào (3) ta được :

$$t = \sqrt{\frac{4h \cos 30^\circ}{(\cos 30^\circ + 1)g}} = \sqrt{\frac{\frac{2\sqrt{3}h}{\sqrt{3}+1}}{g}} \approx \sqrt{\frac{1,80h}{g}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Như vậy để thời gian vật trượt là nhỏ nhất thì $\beta = 15^\circ$ và thời gian vật trượt từ O đến P là

$$t_{\min} \approx \sqrt{\frac{1,86h}{g}}$$

Bài 14. a. Gia tốc của các vật trên mặt phẳng nghiêng:

$$a_1 = gsina, a_2 = gcosa$$

$$AB = (gsina)t^2/2 \text{ và } AC = (gcosa)t^2/2$$

$$t_2 = 2t_1 \rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\tan \alpha} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \tan \alpha = \frac{AC}{AB} \quad (2) \rightarrow \tan \alpha = 2 \rightarrow \alpha = 63,4^\circ.$$

b. Để $t_1 = t_2$ thì ném phải chuyển động về phía bên trái nhanh nhanh dần đều

Trong hệ quy chiếu gắn với ném: $a_{1n} = gsina - a_0 \cos \alpha$

$$a_{2n} = gcosa + a_0 \sin \alpha$$

$$\text{Vì } t_1 = t_2 \rightarrow \tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{a_{2n}}{a_{1n}} = \frac{g \cos \alpha + a_0 \sin \alpha}{g \sin \alpha - a_0 \cos \alpha} = 2$$

Thay số ta được $a_0 = \frac{3}{4}g = 7,5 \text{ m/s}^2$.

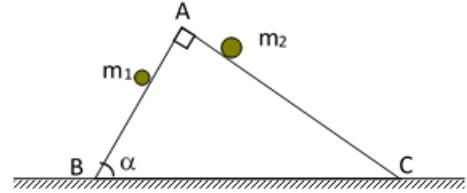
Bài 15. Theo phương ngang, hình chiếu đường đi quả cầu được biểu diễn như hình 1

+ Vì va chạm đàn hồi nên vận tốc theo phương ngang không đổi và do đó khoảng thời gian giữa

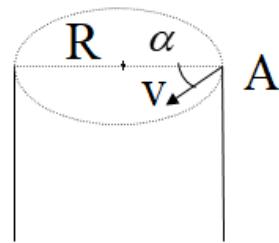
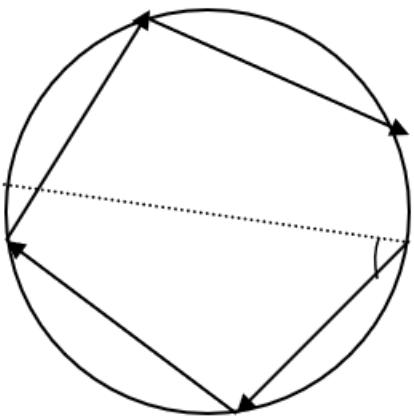
$$\text{hai lần va chạm liên tiếp với thành ống cũng không đổi: } t_x = \frac{2R \cos \alpha}{v}$$

* Theo phương thẳng đứng.

+ Tại mép ống: $v_{oy} = 0$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT



+ Va chạm đàn hồi nên vận tốc theo phương thẳng đứng đứng ngay trước và sau va chạm là không đổi. Thời gian quả cầu đi từ miệng đến đáy bằng thời gian đi từ đáy lên miệng và bằng:

$$t_y = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

* Giả sử sau n lần va chạm với thành (lần thứ n va chạm ở mép) và k lần va chạm với đáy thì

$$\text{quả cầu lăn tới mép ống và lọt ra khỏi ống. Ta có: } nt_x = 2kt_y \Rightarrow nR\cos\alpha = kv\sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (*)$$

Bài 16. Gọi s_1 và s_2 là cỏc quóng đường mỗi tàu đi được cho đến khi tàu 1 đuổi kịp tàu 2, ta có:

$$s_1 = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1) ; \quad s_2 = v_2 t \quad (2) ; \quad s_2 + L = s_1 \quad (3)$$

$$\text{Hay: } t^2 - 38t + 280 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Gọi } v \text{ là vận tốc của tàu 1 khi đuổi kịp tàu 2, thõ: } t = \frac{v - v_1}{a} = v_1 - v = 25 - v \quad (5)$$

$$\text{Thay (5) vào (4) ta được: } (25 - v)^2 - 38(25 - v) + 380 = 0 \quad (6)$$

Phương trình (6) có 2 nghiệm: $v = -3m/s$ (bị loại) và $v = 15m/s$.

Trong khi đó muốn không va chạm thõ vận tốc tàu 1 phải kịp giảm xuống $21,6km/h = 6m/s$. Do đó không thể tránh va chạm.

Bài 17. Thời gian mỗi lần xe chuyển động là: $t_1 = 15p = 1/4h$

Thời gian mỗi lần xe nghỉ: $\Delta t_1 = 5p = 1/12(h)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Trong khoảng thời gian đầu xe đi được quãng đường $s_1 = v_0 t_1 = \frac{v_0}{4}$ (km)

Các quãng đường xe đi được trong các khoảng thời gian kế tiếp sau đó là:

$$s_2 = \frac{2v_0}{4}; s_3 = \frac{3v_0}{4}; s_4 = \frac{4v_0}{4}; \dots; s_n = \frac{nv_0}{4} \text{ (km)}$$

Gọi S là tổng quãng đường mà xe đi được trong n lần:

$$S = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \frac{v_0}{4}(1+2+\dots+n) = \frac{v_0}{4} \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{16}{4} \frac{n(n+1)}{2} = 2n(n+1) \text{ km} \quad (\text{n nguyên})$$

a. Khi $S = 84$ km, ta có: $S = 2n(n+1) = 84$

Giải ra ta được $n = 6$ ($n > 0$ thỏa mãn)

$$t = 6t_1 + 5\Delta t_1 = \frac{23}{12} h$$

Nên tổng thời gian xe đi từ A đến B là :

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = 43,8 \text{ (km/h)}$$

b. Khi $S = 91 = 84 + 7$ km

Như vậy, sau 6 lần đi và dừng, xe còn đi tiếp quãng đường 7 km còn lại, với vận tốc

$v_7 = 7v_0 = 112$ km/h. Thời gian đi trên quãng đường này là :

$$t_7 = \frac{7}{v_7} = \frac{1}{16} h < \Delta t$$

$$t = 6(t_1 + \Delta t_1) + t_7 = \frac{33}{16} h$$

Thời gian tổng cộng xe đi từ A đến B là:

$$v_{tb} = \frac{S}{t} = 44,1 \text{ (km/h)}$$

Bài 18. Theo gt: tại điểm cao nhất B vận tốc máy bay $v_B = v_0/2$, nên bán kính quỹ đạo r

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{v_o^2}{4} = v_o^2 - 2a \cdot 2r \quad .(1)$$

+ Tại điểm C nơi vận tốc của máy bay
hướng thẳng đứng từ trên xuống, gia tốc của
máy bay là sự tổng hợp của hai gia tốc:

$$- \text{gia tốc hướng tâm: } a_n = \frac{v_c^2}{r} = \frac{v_o^2 - 2ar}{r} \quad (2)$$

-gia tốc tiếp tuyến a_t

$$\Rightarrow a_c = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \quad (3)$$

+ Để tính a_t , ta xét sự dịch chuyển nhỏ của máy bay từ C đến C', khi đó:

$v_{c'}^2 = v_o^2 - 2a(r + \Delta h) \Rightarrow v_{c'}^2 - v_c^2 = -2a\Delta h$, gọi Δt là thời gian máy bay đi từ C đến C' ta có:

$$\frac{v_{c'}^2 - v_c^2}{\Delta t} = -\frac{2a\Delta h}{\Delta t}, \text{ khi } \Delta t \rightarrow 0 \text{ thì } C' \rightarrow C \text{ suy ra:}$$

$$2 \cdot v_c \cdot a_t = -2a \cdot v_c \Rightarrow a_t = -a$$

$$\Rightarrow a_c = \sqrt{a^2 + \left(\frac{v_c^2}{r}\right)^2} = a\sqrt{109}/3$$

Bài 19. 1.Gia tốc của hai vật trên mặt phẳng nghiêng có cùng giá trị bằng:

$$a_1 = a_2 = g \cdot \sin \alpha = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Tốc độ của hai vật khi đến chân mặt phẳng nghiêng:

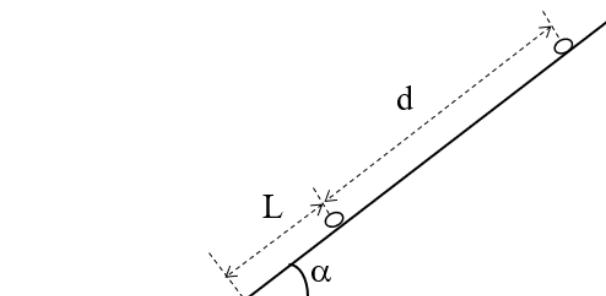
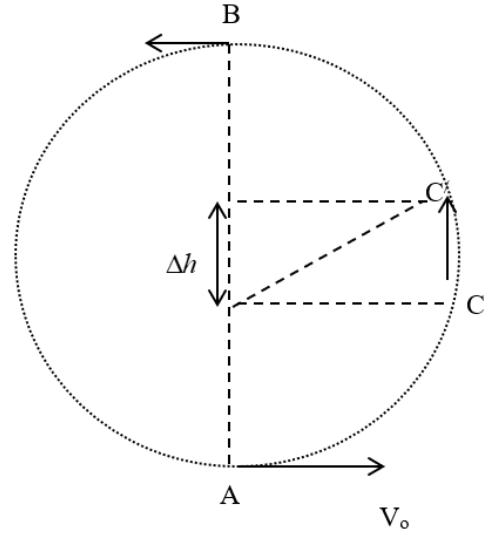
$$v_1 = \sqrt{2a_1 s_1} = \sqrt{2a_1 L} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 0,9} = 3 \text{ (m/s)}$$

$$v_2 = \sqrt{2a_2 s_2} = \sqrt{2a_2 (L+d)} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 2,5} = 5 \text{ (m/s)}$$

Thời gian chuyển động trên mặt phẳng
nghiêng của hai vật:

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ (s)}$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$t_2 = \frac{v_2}{a_2} = \frac{5}{5} = 1 \text{ (s)}$$

2. Khoảng cách giữa hai vật khi cùng chuyển động trên mặt phẳng ngang:

Lúc vật 2 đến chân mặt phẳng nghiêng thì vật 1 cách vật 2 một đoạn:

$$d_1 = v_1(t_2 - t_1) = 3(1 - 0,6) = 1,2 \text{ (m)}$$

Kể từ khi vật 2 xuống đến mặt ngang thì khoảng cách giữa hai vật giảm dần theo thời gian theo biểu thức:

$$d(t) = d_1 - (v_2 - v_1)t = 1,2 - 2t$$

⇒ Đến thời điểm $t = 0,6$ s sau (kể từ khi vật 2 đến chân mặt nghiêng) thì vật 2 bắt kịp vật 1. Vì trí hai vật gặp nhau cách chân mặt phẳng nghiêng một đoạn bằng:

$$l = v_2 t = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ (m)}$$

Bài 20.

$$x_1 = x_0 + v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} \quad (1)$$

$$x_2 = x_0 + v_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2} \quad (2)$$

$$x_3 = x_0 + v_0 t_3 + \frac{at_3^2}{2} \quad (3)$$

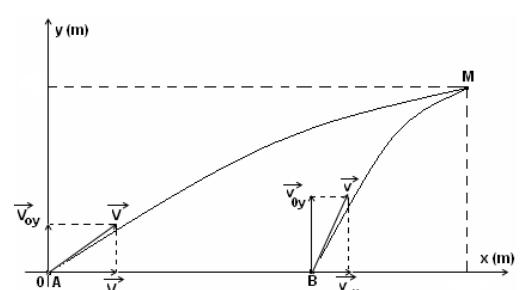
$$(2) - (1) \Leftrightarrow x_2 - x_1 = v_0(t_2 - t_1) + \frac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2} = v_0 t + \frac{a}{2} t(t_2 + t_1) \quad (4)$$

$$(3) - (2) \Leftrightarrow x_3 - x_2 = v_0 t + \frac{a}{2} t(t_3 + t_2) \quad (5)$$

$$(5) - (4) \Leftrightarrow x_3 - 2x_2 + x_1 = \frac{a}{2} t[(t_3 - t_2) + (t_2 - t_1)] = \frac{a}{2} t \cdot 2t = at^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{x_3 - 2x_2 + x_1}{t^2}$$

Nếu $x_2 < \frac{x_3 + x_1}{2} \rightarrow$ vật chuyển động nhanh dần.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Nếu $x_2 > \frac{x_3 + x_1}{2} \rightarrow$ vật chuyển động chậm dần

Bài 21 . 1. Khi khoảng cách giữa hai cầu thủ là 30m, tam giác ATB vuông tại T

Vì khoảng cách giữa trọng tài và các cầu thủ là không đổi nên :

- vận tốc của trọng tài T và cầu thủ A trên phương Tx bằng nhau;
- vận tốc của trọng tài và cầu thủ B trên phương Ty bằng nhau.

$$V_x = -v \cdot \frac{18}{30} = -3 \text{ m/s}, V_y = -v \cdot \frac{24}{30} = -4 \text{ m/s}$$

Vậy tốc độ của trọng tài là $V_T = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 5 \text{ m/s}$

2.Xét chuyển động của trọng tài trong hệ quy chiếu quán tính gắn với cầu thủ A :

- cầu thủ B chuyển động với tốc độ : $5 + 5 = 10 \text{ m/s}$.
- trọng tài chuyển động trên đường tròn bán kính AT – theo phương By

$$V_{T/A} = V_y = 10 \cdot \frac{24}{30} = 8 \text{ m/s}$$

Gia tốc hướng tâm của trọng tài – gia tốc của trọng tài trên phương Tx :

$$a_x = \frac{V_{T/A}^2}{AT} = \frac{32}{9} \text{ m/s}^2$$

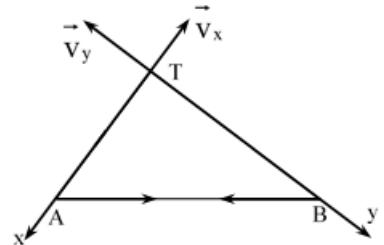
Tương tự: xét trong hệ quy chiếu gắn với cầu thủ B: $a_y = \frac{V_{T/B(x)}^2}{BT} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$

Vậy gia tốc của trọng tài là: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \approx 3,86 \text{ m/s}^2$

Bài 22. Toa thứ nhất vượt qua người ấy sau thời gian t_1 :

$$s = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

n toa đầu tiên vượt qua người ấy mất thời gian t_n :



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$ns = \frac{at_n^2}{2} \Rightarrow t_n = \sqrt{\frac{2ns}{a}};$$

$n - 1$ toa đầu tiên vượt qua người ấy mất thời gian t_{n-1} :

$$(n - 1)s = \frac{at_{n-1}^2}{2} \Rightarrow t_{n-1} = \sqrt{\frac{2(n - 1)s}{a}}$$

Toa thứ n vượt qua người ấy trong thời gian Δt :

$$\Delta t = t_n - t_{n-1} = \sqrt{\frac{2s}{a}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

$$\Delta t = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t_1$$

Bài 23. Chọn gốc thời gian $t = 0$ lây 2 vòng tròn bắt đầu tiếp xúc ngoài.

Tại một thời điểm nào đó sau gốc thời gian thì ta có phương trình chuyển động của điểm C :

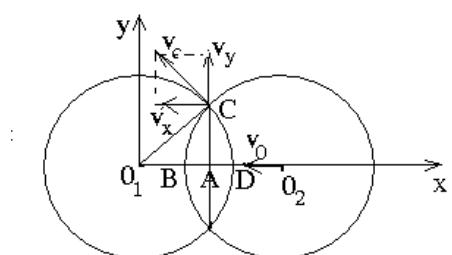
$$\begin{cases} x = O_1D - AD = R - \frac{v_0 t}{2} = \frac{d}{2} \\ y = AC = R \sin \alpha = R \sqrt{1 - \cos \alpha^2} = R \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2R}\right)^2} \end{cases}$$

Ta có: $d' = v_0 t$

Ta suy ra:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = \frac{d}{2} \\ y = \sqrt{\frac{4R^2 - d^2}{4}} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} v_{Cx} = \frac{1}{2} d' = \frac{v_0}{2} \\ v_{Cy} = \frac{-2dd'}{2\sqrt{4R^2 - d^2}} = \frac{d \cdot v_0}{2\sqrt{4R^2 - d^2}} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2} = \sqrt{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{d \cdot v_0}{2\sqrt{4R^2 - d^2}}\right)^2}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow v = \frac{v_0 R}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$$

$$x_1 = x_{01} + \frac{1}{2} a_1 t^2 = -15 + 1,5t^2$$

Bài 24. Phương trình chuyển động của xe đi từ A:

$$x_2 = x_{02} + \frac{1}{2} a_2 t^2 = -30 + 2t^2$$

Fương trình chuyển động của xe đi từ B:

$$d^2 = x_1^2 + x_2^2 = (1,5t^2 - 15)^2 + (2t^2 - 30)^2 = \frac{25}{4}t^4 - 165t^2 + 1125 = \frac{25}{4}(t^2 - 13,2)^2 + 36$$

Sau 5s, khoảng cách giữa chúng: $d = 30,1$ m

$$d^2 \geq 36 \Rightarrow d_{\min} = 6$$

$$d_{\min} = 6 \Leftrightarrow t = \sqrt{13,2} = 3,63s$$

Bài 25.

Ở đây

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v_t' \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

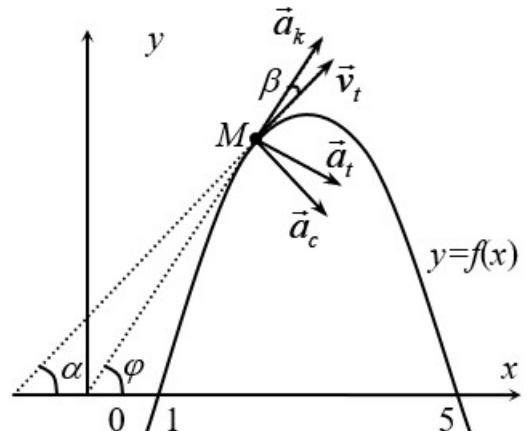
Và

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v_t' \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

là vận tốc và gia tốc tương đối của M

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v_t' \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

là gia tốc coriolis và



GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

là gia tốc ly tâm

Từ hình vẽ ta có

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

Với r là bán kính cong

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

với

hướng theo

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

Bình phương biểu thức ta được

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

với

$$\vec{a}_t \cdot \vec{a}_k = \omega^2 \cdot OM \cdot v'_t \cdot \cos \beta - \omega^2 \cdot OM \cdot \frac{v_t^2}{r} \cdot \sin \beta \quad (8)$$

$$\vec{a}_k \cdot \vec{a}_c = -2\omega \cdot v_t \cdot \omega^2 \cdot OM \cdot \sin \beta \quad (9)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{v}_t \cdot [\vec{\omega}, \overrightarrow{OM}] = v_t \cdot \omega \cdot OM \cdot \sin \beta O (10)$$

$$r = \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{-1} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} [1 + (-2x+6)^2]^{\frac{3}{2}}$$

$$\textcolor{red}{\cancel{r = \frac{1}{2} \sqrt{(4x^2 - 24x + 37)^2} O O (11)}}$$

(là góc giữa tiếp tuyến của đường cong và trục Ox)

Thay (3), (4), (5), (7), (8), (9) và (10) vào (6) ta nhận được:

Kết quả:

Từ (4):

Bài 26. 1a. Xét chuyển động của bi 1:

Bi 1 chuyển động trên AB với gia tốc a_1 , đến B hết thời gian t_B và đạt tốc độ v_B :

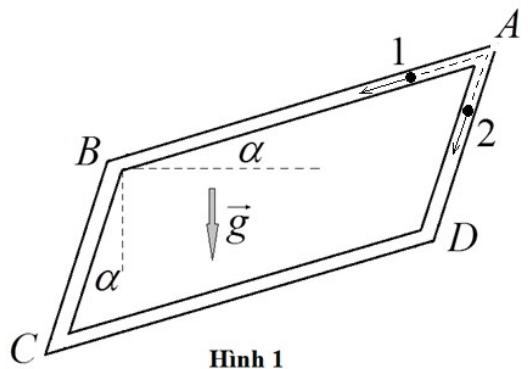
$$+ a_1 = g \sin \alpha \quad + a_1 = a_1 \frac{t_B^2}{2} \rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2a}{g \sin \alpha}} \quad (2)$$

$$+ v_B = \sqrt{2a_1 a} = \sqrt{2ga \sin \alpha} \quad (3)$$

Bi 1 chuyển động trên BC với gia tốc a_2 , đến C hết tổng thời gian t_{1C} :

$$+ a_2 = g \cos \alpha \quad (4)$$

$$b = v_B (t_{1C} - t_B) + a_2 \frac{(t_{1C} - t_B)^2}{2}$$



Hình 1

Thay (2), (3) và (4) vào ta được:

$$t_{1C} = \frac{\sqrt{2g(a \sin \alpha + b \cos \alpha)} - \sqrt{2ga \sin \alpha}}{g \cos \alpha} + \sqrt{\frac{2a}{g \sin \alpha}} \quad (5)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Xét chuyển động của bi 2:

Bi 2 chuyển động trên AD với gia tốc a_2 đến D hết thời gian t_D và đạt tốc độ v_D :

$$+ b = a_2 \frac{t_D^2}{2} \rightarrow t_D = \sqrt{\frac{2b}{g \cos \alpha}} \quad (6)$$

$$+ v_D = a_2 t_D = \sqrt{2gb \cos \alpha} \quad (7)$$

Bi 2 chuyển động trên DC với gia tốc a_1 , đến D hết tổng thời gian t_{DC} :

$$+ a = v_D (t_{DC} - t_D) + a_1 \frac{(t_{DC} - t_D)^2}{2}$$

Thay (1), (6), (7) vào ta được

$$t_{DC} = \frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gbcos\alpha}}{g \sin \alpha} + \sqrt{\frac{2b}{g \cos \alpha}} \quad (8)$$

1b. Tốc độ bi 1 đến C là v_{1C} và bi 2 đến C là v_{2C} :

$$v_{1C} = v_B + a_2 (t_{1C} - t_B) = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} \quad (9)$$

$$v_{2C} = v_D + a_1 (t_{2C} - t_D) = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} \quad (10)$$

Tốc độ hai bi đến C bằng nhau.

1c. Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta t = t_{2C} - t_{1C} &= \left(\frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gbcos\alpha}}{g \sin \alpha} + \sqrt{\frac{2b}{g \cos \alpha}} \right) - \\ &\quad \left(\frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gasin\alpha}}{g \cos \alpha} + \sqrt{\frac{2a}{g \sin \alpha}} \right) = \dots \\ &= \left(\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{g \cos \alpha \sin \alpha} \right) \left[\sqrt{2gasin\alpha} + \sqrt{2gbcos\alpha} - \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} \right] \end{aligned}$$

Lưu ý với $x, y > 0$ thì $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 > (\sqrt{x+y})^2 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x+y} > 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Do vậy $\left[\sqrt{2gasin\alpha} + \sqrt{2gbcos\alpha} - \sqrt{2g(asina + bcosa)} \right] > 0 \quad (12)$

Vậy dấu của Δt phụ thuộc vào hiệu $(sin\alpha - cos\alpha)$ hay việc các bi đến C trước hoặc sau phụ thuộc vào α .

Để $t_{2c} < t_{1c}$ (bi 2 đến C trước bi 1), khi đó $sin\alpha < cos\alpha \Rightarrow \alpha < 45^\circ$

Kết hợp với điều kiện bài toán $0 < \alpha < 45^\circ$

I.2. CHUYỂN ĐỘNG NÉM.

Bài 1. Theo định luật bảo toàn cơ năng thì vận tốc cuối là

$$v = v_0$$



Kết hợp với hình vẽ bên ta suy ra: $(\vec{v}, \vec{v}_0) = 2\alpha$. áp dụng công

$$L = \frac{\|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}\|}{g} \Leftrightarrow L = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

thúc: $L_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$ khi $\sin 2\alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$

Bài 2. Gọi thời gian phải tìm là t, khi đó vận tốc của vật tại thời điểm t là:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

Ta có: $\vec{v} \perp \vec{v}_0 \Leftrightarrow \vec{v} \cdot \vec{v}_0 = 0 \Leftrightarrow (\vec{v}_0 + \vec{g}t) \cdot \vec{v}_0 = 0 \Leftrightarrow v_0^2 + \vec{v}_0 \cdot \vec{g} \cdot t = 0$

$$\Leftrightarrow v_0^2 - v_0 \cdot gt \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

Kết quả này chỉ có ý nghĩa khi $t \leq t_0$ với t_0 là thời gian rơi của vật. Ví dụ như vật được ném từ

mặt đất thì thời gian rơi là: $t_0 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \alpha \geq 45^\circ$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Tức là nếu vật được ném từ mặt đất thì để tồn tại thời gian thoả mãn điều kiện đầu bài thì góc α phải lớn hơn hoặc bằng 45° .

Bài 3.1. Viết phương trình chuyển động của các vật:

Chọn trục Ox hướng lên, gốc tại mặt đất, $t = 0$ khi ném vật A ta có;

$$x_1 = 300 + 20t - 5t^2; \quad x_2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2; \rightarrow t \geq 1$$

2. Vật A chạm đất khi $x_1 = 0 \rightarrow 300 + 20t - 5t^2 = 0$

Giải pt ta có: $t_{11} = 10s; t_{12} = -6s < 0$ (loại)

$$x_2 = 0 \rightarrow 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2 = 0$$

Vật B chạm đất khi $\rightarrow t_{21} = 11s; t_{22} = -4s < 0$ (loại)

Thời gian chuyển động của B là: $\Delta t = t_{21} - 1 = 10s$

3. Hai vật cùng độ cao khi: $x_1 = x_2 \rightarrow 300 + 20t - 5t^2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2$

$$\rightarrow t = 5,3s$$

Vận tốc của A khi đó: $v_A = 20 - gt = -33m/s$

Vận tốc của B khi đó: $v_B = 25 - 10(t-1) = 18m/s$

Bài 4. Sau thời gian t , vectơ vận tốc hai vật là

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{gt} \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{gt} \end{cases}$$

Theo đề, vectơ vận tốc của hai vật có phương vuông góc với nhau nên

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{v}_{01} + \vec{gt}) \cdot (\vec{v}_{02} + \vec{gt}) = 0 \Leftrightarrow \vec{v}_{01} \cdot \vec{v}_{02} + (\vec{v}_{01} + \vec{v}_{02}) \vec{gt} + (\vec{gt})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow g^2 t^2 - v_{01} v_{02} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{v_{01} v_{02}}}{g} \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Mặt khác: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

$$h = \frac{v_{01}v_{02}}{2g} = 60(m)$$

Từ (1) và (2), suy ra:

Bài 5. Sau thời gian t, vectơ vận tốc hai vật là

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{gt} \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{gt} \end{cases}$$

Theo đề, vectơ vận tốc của hai hạt có phương vuông góc với nhau nên

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0 \Leftrightarrow (\vec{v}_{01} + \vec{gt}) \cdot (\vec{v}_{02} + \vec{gt}) = 0$$

$$\Leftrightarrow g^2 t^2 - v_{01}v_{02} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}$$

(1)

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_{0(12)} + \vec{v}_{0(12)}t + \frac{1}{2}\vec{a}_{12}t^2$$

Mặt khác:

$$\text{Vì } \vec{a}_{12} = 0 \text{ và } \vec{r}_{0(12)} = 0 \text{ nên } \vec{r}_{12} = \vec{v}_{0(12)}t$$

$$\text{Suy ra: } |\vec{r}_{12}| = |\vec{v}_{0(12)}|t$$

$$\text{Mà } \vec{v}_{0(12)} = \vec{v}_{02} - \vec{v}_{01} \Rightarrow v_{012} = v_{02} - v_{01} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } L = |\vec{r}_{12}| = |\vec{v}_{0(12)}|t = \frac{(v_{01} + v_{02})\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}$$

Vậy khoảng cách giữa hai hạt tại thời điểm các vectơ vận tốc của chúng có phương vuông góc

$$\text{với nhau là } L = \frac{(v_{01} + v_{02})\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}.$$

Bài 6. Hạt chuyển động ném với gia tốc trọng trường \vec{g} .

Vận tốc hạt tại thời điểm t là $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{gt}$ (1)

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

và độ dời là $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$ (2) ($\vec{r}_0 = 0$ ở thời điểm $t = 0$)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Ta có: $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}}{t} = \vec{v}_0 + \frac{1}{2} \vec{g}t$ (3)

Xét cả quá trình ném xiên thì

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = (\vec{v}_0 + \vec{g}t) \cdot (\vec{v}_0 + \vec{g}t) = v_0^2 + 2(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})t + g^2 t^2$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})t + g^2 t^2$$

Vì $v = v_0$ ở $t = 0$ và toàn thời gian chuyển động là T nên

$$v^2 = v_0^2 + 2(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})T + g^2 T^2$$

$$T = \frac{-2(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})}{g^2}$$

Mà $T \neq 0$ suy ra (4)

Vectơ vận tốc trung bình $\langle \vec{v} \rangle$ trong thời gian τ giây đầu tiên là $\langle \vec{v} \rangle = \vec{v}_0 - \frac{(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})}{g^2} \vec{g}$

Bài 7. Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$

Do đó: $[\vec{v}_0 \wedge \vec{v}] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{v}_0] + [\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t]$

Hay $[\vec{v}_0 \wedge \vec{v}] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t] = v_0 \cos \alpha \cdot g \cdot t$

Vì tầm bay xa của vật là $L = v_0 \cos \alpha \cdot t$

Suy ra: $L = \frac{[\vec{v}_0 \wedge \vec{v}]}{g} = \frac{v_0 \cdot v \cdot \sin(\vec{v}_0, \vec{v})}{g}$

Vậy L đạt giá trị lớn nhất khi \vec{v} và \vec{v}_0 vuông góc với nhau.

Bài 8. Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$

Do đó: $[\vec{v}_0 \wedge \vec{v}] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{v}_0] + [\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t]$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$[\vec{v}_0 \wedge \vec{v}] = [\vec{v}_0 \wedge \vec{gt}]$$

Hay $\Leftrightarrow v_0 \cdot v \cdot \sin \varphi = v_0 \cdot g \cdot t \cos \alpha$

$$\Rightarrow t = \frac{v \cdot \sin \varphi}{g \cdot \cos \alpha}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{gt} \\ \vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{gt} \end{cases}$$

Bài 9. Sau khoảng thời gian t, vec tơ vận tốc hai vật lần lượt là:

$$\vec{v}_1 \uparrow \uparrow \vec{v}_2$$

Theo đề bài :

$$\text{Nên } [\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2] = 0 \Leftrightarrow [(\vec{v}_{01} + \vec{gt}) \wedge (\vec{v}_{02} + \vec{gt})] = 0$$

$$\Leftrightarrow [\vec{v}_{01} \wedge \vec{v}_{02}] + [\vec{v}_{01} \wedge \vec{gt}] + [\vec{gt} \wedge \vec{v}_{02}] = 0$$

$$\Rightarrow v_{01} v_{02} \sin(\alpha_2 - \alpha_1) - v_{01} g t \cos \alpha_1 + v_{02} g t \cos \alpha_2 = 0$$

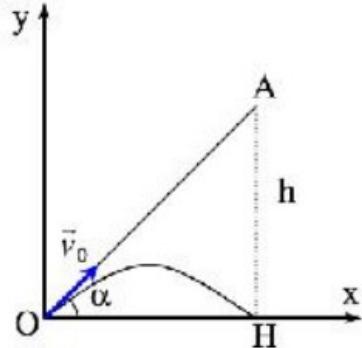
$$\Rightarrow t = \frac{v_{01} v_{02} \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{g(v_{01} \cos \alpha_1 - v_{02} \cos \alpha_2)}$$

Bài 10. Cách 1: Sử dụng phương pháp tọa độ

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Gọi α là góc ném.

Các phương trình chuyển động của hòn đá là

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$



Khi $t=1s$ thì:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha = OH = L \\ y = v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} = L \\ y = v_0 \frac{h}{\sqrt{L^2 + h^2}} - \frac{g}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow h = \frac{g}{2} = 5m$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

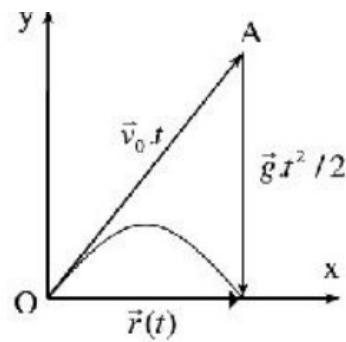
Cách 2: Sử dụng phương pháp véc tơ

Véc tơ vị trí của hòn đá:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

$$h = \frac{gt^2}{2} = 5(m)$$

Từ hình vẽ ta suy ra:



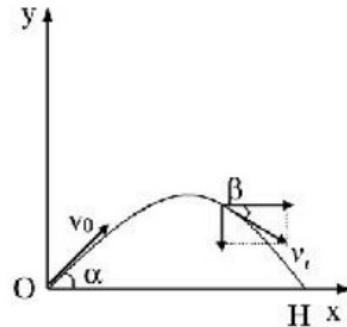
Bài 11. Cách 1: Sử dụng phương pháp tọa độ

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Gọi α là góc ném.

Các phương trình chuyển động của hòn đá là

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Sau khi vật chuyển động 1 giây:



$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha = OH = L \\ y = v_0 \sin \alpha - \frac{g}{2} = 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - gt = v_0 \sin \alpha - g \end{cases}$$

Gọi khoảng cách OB là S. Ta có:

$$S^2 = x^2 + y^2 = v_0^2 + \frac{g^2}{4} - v_0 g \sin \alpha \quad (1)$$

Gọi vận tốc của hòn bi tại B là \vec{v}

Gọi $\beta = (\vec{v}, \vec{Ox})$.

Do vận tốc tại B vuông góc với vận tốc ban đầu nên:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\tan \beta = \cot g \alpha \Leftrightarrow \frac{g - v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{v_0}{g} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta thu được: $S = \frac{g}{2} = 5m$

Cách 2: Sử dụng phương pháp véc tơ

Véc tơ độ dời: $\vec{s}(t) = \vec{r}(t) - \vec{r}_0(t) = \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{g}}{2} t^2 = \frac{\vec{v}_0 \cdot t + \vec{v}_t \cdot t}{2}$

Do đó: $|\vec{s}(t)| = \frac{|\vec{v}_0 + \vec{v}_t|}{2} t$

Từ hình vẽ ta thấy: $|\vec{v}_0 + \vec{v}_t| = gt$. Vậy $|\vec{s}(t)| = \frac{|\vec{v}_0 + \vec{v}_t|}{2} t = \frac{gt^2}{2} = 5m$

Bài 12. Phương pháp toạ độ

Chọn hệ trục xOy như hình vẽ. Gọi α là góc bắn của viên sỏi.

Các phương trình chuyển động của sỏi là:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 \cos \alpha \cdot t \\ y_1 = v_1 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

Các phương trình chuyển động của Tom là:

$$\begin{cases} x_2 = L - v_2 \cdot t = \frac{H}{\tan \phi} - v_2 t \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

Khi viên sỏi đập vào Tom ở trung điểm đoạn AB thì:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = v_1 \cos \alpha \cdot t = x_2 = \frac{H}{2 \tan \phi} \quad \text{iii} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 \cos \alpha \cdot t = x_2 = \frac{H}{2 \tan \phi} & (1) \\ \text{iii} \end{cases} \end{array} \right.$$

Bình phương hai vế của (1) và (2) rồi cộng với nhau, ta được:

$$v_1^2 \cdot t^2 = \frac{H^2}{4 \tan^2 \phi} + H^2 \quad (3)$$

Rút t từ phương trình (2) rồi thế vào (3) ta được:

$$H = \frac{v_1^2 4 \tan^2 \phi}{g(1+4 \tan^2 \phi)} = 2,8 \text{ m}$$

* Phương pháp vecto:

Vectơ vị trí của viên sỏi và Tom khi gặp nhau:

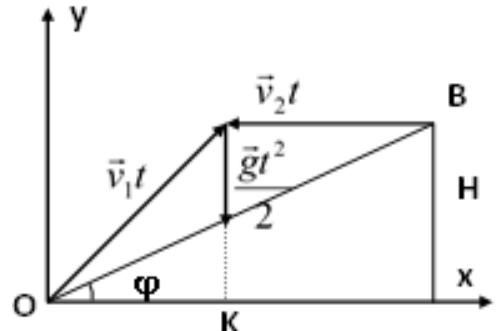
$$\vec{r}_1 = \vec{v}_1 t + \frac{\vec{g} t^2}{2} = \vec{AB} + \vec{v}_2 t + \frac{\vec{g} t^2}{2} = \frac{\vec{AB}}{2}$$

Từ hình vẽ ta thấy: $H = gt^2$ (4)

$$\begin{aligned} (\vec{v}_1 t)^2 &= H^2 + (OK)^2 = H^2 + \left(\frac{AB}{2} \cos \phi\right)^2 \\ &= H^2 + \frac{H^2}{4 \tan^2 \phi} \quad (5) \end{aligned}$$

$$H = \frac{v_1^2 4 \tan^2 \phi}{g(1+4 \tan^2 \phi)} = 2,8 \text{ m}$$

Rút t từ (4) và thay vào (5) suy ra:

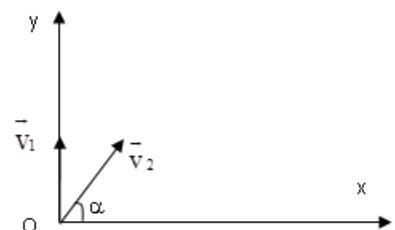


Bài 13. Chọn hệ trục toạ độ Oxy: gốc O ở vị trí ném hai vật, gốc thời gian lúc ném hai vật

Vật 1: $x_1 = 0$; $y_1 = v_0 t - 0,5gt^2$

Vật 2: $x_2 = v_0 \cos \alpha \cdot t$; $y_2 = v_0 \sin \alpha \cdot t - 0,5gt^2$

Khoảng cách giữa hai vật



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(v_0 \cos \alpha \cdot t)^2 + (v_0 \sin \alpha \cdot t - v_0 \cdot t)^2}$$

$$\Rightarrow d = v_0 \cdot t \sqrt{\cos^2 \alpha + (\sin \alpha - 1)^2}$$

Bài 14. a. $x = v_0 \cos 45^\circ t$

$$y = H + v_0 \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos 45^\circ}$$

$$y = H + \tan 45^\circ \cdot x - \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 45^\circ}$$

b. Chạm đất $y = H + \tan 45^\circ x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 45^\circ} = 0$

$$v_0 = \frac{x \cdot \sqrt{\frac{g}{2}}}{\cos 45^\circ \sqrt{\tan 45^\circ \cdot x + H}} = 14\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

Bài 15. Chọn hệ trục tọa độ 0x, 0y, gốc tọa độ 0 trùng với điểm A.

Chọn gốc thời gian ($t = 0$) lúc bắt đầu vật 1 đi.

Theo phương 0x:

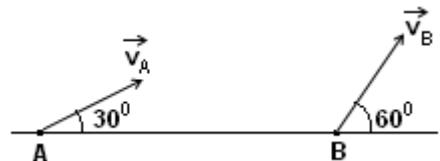
Vận tốc vật 1 là: $v_x = V \cos 30^\circ$

$$= 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

Vận tốc vật 2 là: $v_x = v \cos 60^\circ$

$$= 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ (m/s)}$$

Theo phương 0y:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vận tốc ban đầu của vật 1 là: $V_{0y} = V \cdot \sin 30^\circ = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ (m/s)}$

Vận tốc ban đầu của vật 2 là: $v_{0y} = v \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \text{ (m/s)}$

Theo phương 0x:

Phương trình chuyển động của vật 1: $X = V_x \cdot t = 20\sqrt{3} \cdot t$

Phương trình chuyển động của vật 2: $x = v_x(t - \tau) + 10$
 $= 20(t - \tau) + 10$

Theo phương 0y:

Phương trình chuyển động của vật 1: $H = 20t - \frac{1}{2}gt^2$
 $= 20t - 5t^2$

Phương trình chuyển động của vật 2: $h = 20\sqrt{3}(t - \tau) - \frac{1}{2}g(t - \tau)^2$
 $= 20\sqrt{3}(t - \tau) - 5(t - \tau)^2$

Khi hai vật gặp nhau thì tọa độ của chúng giống nhau:

$$X = x \Leftrightarrow 20\sqrt{3} \cdot t = 20(t - \tau) + 10 \quad (1)$$

$$H = h \Leftrightarrow 20t - 5t^2 = 20\sqrt{3}(t - \tau) - 5(t - \tau)^2 \quad (2)$$

Biến đổi phương trình (1) ta được: $20\sqrt{3} \cdot t = 20t - 20\tau + 10$

$$t = \frac{10 - 20\tau}{20\sqrt{3} - 20} = \frac{1 - 2\tau}{2\sqrt{3} - 2} \quad (3)$$

Thay (3) vào phương trình (2) ta được:

$$\frac{1 - 2\tau}{20(\frac{1 - 2\tau}{2\sqrt{3} - 2})} - 5(\frac{1 - 2\tau}{2\sqrt{3} - 2})^2 = 20\sqrt{3}(\frac{1 - 2\tau}{2\sqrt{3} - 2} - \tau) - 5(\frac{1 - 2\tau}{2\sqrt{3} - 2} - \tau)^2$$

Ta có phương trình bậc hai theo τ như sau :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$(10 + 10\sqrt{3})\tau^2 + 70\tau - (20\sqrt{3} - 20) = 0$$

Giải phương trình ta được hai nghiệm như sau :

$$\tau \approx 0,2 \text{ (s)} \text{ và } \tau \approx -2,75 \text{ (s)} \text{ (Loại)}$$

$$\frac{1 - 2(0,2)}{2\sqrt{3} - 2}$$

$$\text{Với } \tau \approx 0,2 \text{ (s)} \text{ thế vào (3) ta được : } t = \frac{1 - 2(0,2)}{2\sqrt{3} - 2} = 0,4 \text{ (s)}$$

Tọa độ giao điểm M là :

$$H = 20t - 5t^2 = 20 \cdot 0,4 - 5 \cdot (0,4)^2 = 7,2 \text{ (m)}$$

$$X = 20\sqrt{3} \cdot t = 20\sqrt{3} \cdot 0,4 = 13,8 \text{ (m)}$$

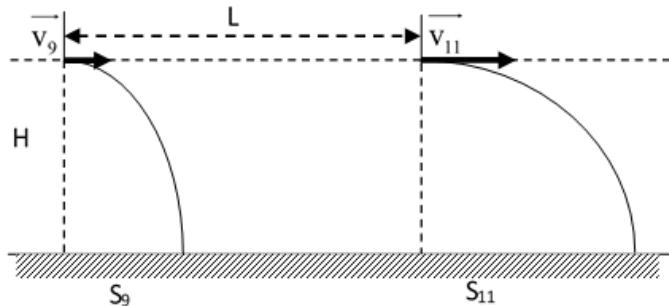
Bài 16. Xác định được $\Delta S = L + S_{11} - S_9$ (1)

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Tính được thời gian chuyển động của bom

- Viết được công thức vận tốc của các quả bom:

$$v_9 = v_0 + 8at; v_{11} = v_0 + 10at$$



Tính được tầm xa các quả bom kể từ vị trí ném

$$S_9 = v_9 T = (v_0 + 8at) \sqrt{\frac{2H}{g}}; S_{11} = v_{11} T = (v_0 + 10at) \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2)$$

- Gọi $t' = 2t$ là khoảng thời gian kể từ lúc thả quả bom thứ 9 đến khi thả quả bom thứ 11. Khi đó khoảng cách giữa hai vị trí thả quả bom thứ 9 và thứ 11 là :

$$L = v_9 t' + \frac{1}{2} a t'^2 = 2v_0 t + 18at^2 \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Kết hợp (1), (2), (3) thu được

$$\Delta S = 2v_0 t + 18at^2 + 2at\sqrt{\frac{2H}{g}} = 129m$$

Bài 17. Chọn hệ trục tọa độ: gốc O trùng với nút đặt pháo, Oy theo phương thẳng đứng hướng lên, Ox theo phương nằm ngang. Góc thời gian là $t =$ là lúc viên đạn được bắn ra với vận tốc v.

Phương trình chuyển động của đạn theo các trục tọa độ là:

$$x_1 = (v \cos 60^\circ) \cdot t = 0,5vt \quad (1)$$

$$\text{và } y_1 = (v \sin 60^\circ) \cdot t - 5t^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot v \cdot t - 5t^2 \quad (2)$$

Phương trình chuyển động của ôtô theo các trục tọa độ là:

$$x_2 = 500 \cos 30^\circ + (2,5 \cos 30^\circ) \cdot t = 250\sqrt{3} + 1,25\sqrt{3} \cdot t \quad (3)$$

$$y_2 = 500 \sin 30^\circ + (2,5 \sin 30^\circ) \cdot t = 250 + 1,25 \cdot t \quad (4)$$

Khi đạn bắn trúng ôtô thì: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$$\text{Suy ra: } 5t^2 - 2,5t - 500 = 0 \quad (5)$$

Giải phương trình (5) ta được: $t_1 = 10,25312451$

hoặc $t_2 = -9,753124512 < 0$ loại

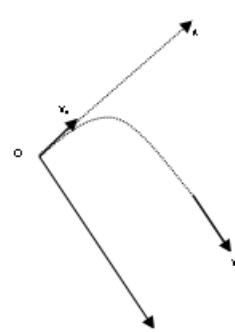
Vậy vận tốc của đạn pháo là: từ $x_1 = x_2$

$$\text{Suy ra: } 0,5vt_1 = 250\sqrt{3} + 1,25\sqrt{3} \cdot t_1 \text{ ta được } v = 88,9747 \text{ m/s.}$$

Bài 18. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, trục Ox trùng vectơ vận tốc ban đầu \vec{v}_o

+ Trong thời gian rơi vận tốc theo phương Ox giảm dần, khi vật chạm đất vận tốc theo phương Ox bằng 0.

+ Tại điểm chạm đất:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$x_d = v_o t + \frac{1}{2} g_x t^2 \quad (1)$$

$$y_d = \frac{1}{2} g_y t^2 \quad (2)$$

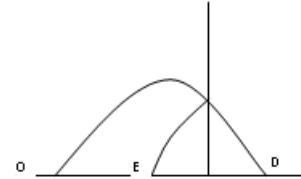
$$v_{dx} = v_o + g_x t = 0 \Rightarrow v_o = -g_x t \quad (3)$$

$$+ Thay (3) vào (1) được: x_d = -\frac{1}{2} g_x t^2$$

$$+ Khoảng cách từ O đến điểm chạm đất là: OD = \sqrt{x_d^2 + y_d^2} = \frac{1}{2} g t^2 = 4,9 \text{ (m)}$$

Bài 19. 1. Tấm thép không làm đổi thành phần thẳng đứng của vận tốc, còn thành phần theo phương ngang đổi chiều ngược lại. Vì vậy quỹ đạo nảy ra từ tấm thép (CE) đối xứng với phần quỹ đạo kéo dài nếu có tấm thép (CD). Do đó điểm rơi E cách tấm thép đoạn:

$$x = L_{\max} - L = \frac{v_o^3 \sin 2\alpha}{g} - L$$



2. Bởi vì thời gian chuyển động trong trọng trường trái đất (không có lực cản) chỉ phụ thuộc vào thành phần thẳng đứng của vận tốc, mà va chạm lại chỉ làm ảnh hưởng đến thành phần nằm ngang của vận tốc nên thời gian chuyển động của vật khi có tấm thép đang chuyển động đúng bằng thời gian chuyển động của vật khi không có tấm thép:

$$t_o = \frac{2v_o \sin \alpha}{g} \quad (1)$$

+ Xét quá trình va chạm:

- . Thành phần vận tốc vật theo phương ngang ngay trước va chạm là: $v_x = v_o \cos \alpha$
- . Ngay sau va chạm: Trong HQC gắn với tấm thép, vật lao vào và bắn ra với vận tốc: $v_o \cos \alpha + u$

\Rightarrow Trong HQC gắn với đất, vật lao ra với vận tốc: $v_o \cos \alpha + 2u$

+ Gọi thời gian từ lúc ném đến lúc va chạm là t

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Trong HQC gắn với đất, quãng đường theo phương ngang của vật trước và sau va chạm là bằng nhau:

$$v_0 \cos \alpha \cdot t = (v_0 \cos \alpha + 2u)(t_0 - t) \quad (2)$$

$$+ \text{Thay (1) vào (2) ta tìm được: } t = \frac{\frac{v_0 \sin \alpha \cdot (v_0 \cos \alpha + 2u)}{(v_0 \cos \alpha + u)g}}{}$$

Bài 20. Chọn Oxy như hình vẽ

$$+ v_{ox} = v_0 \cos \alpha; v_{oy} = v_0 \sin \alpha; g_x = -g \sin \alpha; g_y = g \cos \alpha$$

+ Do va chạm với thành thùng là đòn hồi nén thành phần vận tốc theo phương Ox là không đổi. Do đó phương trình

chuyển động theo phương Ox là không bị thay đổi do va chạm. $x = v_0 \cos \alpha \cdot t + \frac{1}{2} g_x t^2$ và $v_x = v_0 \cos \alpha - g \sin \alpha \cdot t$.

* Nếu v_x triệt tiêu trước khi $x=L$: quả cầu không va chạm với đáy thùng mà quay trở lại.

$$+ \frac{\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{\leq L} \Rightarrow v_0 \cos \alpha \leq \sqrt{2gL \sin \alpha}$$

+ Thời gian chuyển động trong thùng bằng 2 lần thời gian để v_x triệt tiêu:

$$t = \frac{\frac{2v_0 \cos \alpha}{|g_x|}}{= \frac{2v_0}{g} \cdot \cot \alpha}$$

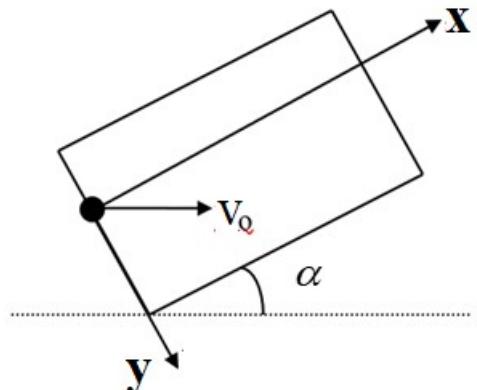
$$* \text{Nếu } \frac{\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{> L} \Rightarrow v_0 \cos \alpha > \sqrt{2gL \sin \alpha} \text{ khi đó quả cầu va chạm với đáy thùng:}$$

+ Trường hợp quả cầu chỉ va chạm với đáy thùng một lần rồi ra khỏi thùng thì thời gian chuyển động trong thùng bằng hai lần thời gian từ khi bay vào thùng đến khi chạm đáy thùng.

$$\text{Từ phương trình: } x = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \sin \alpha \cdot t^2 = L \Rightarrow t_l = \frac{v_0}{g} \cot \alpha \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2gL \sin \alpha}{v_0^2 \cos^2 \alpha}} \right)$$

Bài 21. Gọi vận tốc ban đầu là \vec{v}_0 và vận tốc ngay trước khi chạm đất là \vec{v} .

Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} t$ (t là thời gian rơi của vật).



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Ta có: $|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}| = |\vec{v}_0 \wedge (\vec{v}_0 + \vec{g}t)| = |\vec{v}_0 \wedge \vec{v}_0| + |\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t|$.

Vì $|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}_0| = 0$ theo (3), suy ra

$$\|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}\| = \|\vec{v}_0 \wedge \vec{g}t\| = v_0 \cos \alpha \cdot t \cdot g$$

Vì tầm bay của vật là $L = v_x t = v_0 \cos \alpha \cdot t \Leftrightarrow \|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}\| = gL$

$$\Leftrightarrow L = \frac{\|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}\|}{g} = \frac{v_0 \cdot v \sin(\vec{v}_0 \cdot \vec{v})}{g}$$

Vậy L lớn nhất khi $\sin(\vec{v}_0, \vec{v}) = 1$ hay hai vận tốc \vec{v}_0 và \vec{v} vuông góc với nhau.

$$L = \frac{\|\vec{v}_0 \wedge \vec{v}\|}{g}$$

- **Nhận xét:** Trong ví dụ này ta đã đưa ra một công thức tổng quát là:

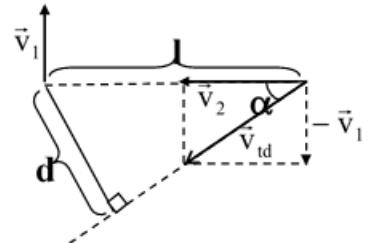
Công thức này có thể áp dụng cho nhiều bài toán và cho ta cách giải mới khá đẹp như trong ví dụ quen thuộc sau đây.

Bài 22. chọn H.Q.C. gắn với hòn đá thứ nhất. Khi đó chuyển động của hòn đá thứ hai sẽ là thẳng đều ($\vec{a}_2 = \vec{a}_{12} - \vec{a}_1 = \vec{g} - \vec{g} = 0$) với vận tốc:

$$\vec{v}_{td} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai hòn đá dễ dàng tìm được từ hình 3:

$$d = l \sin \alpha = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$



Chú ý: Hai hòn đá đạt tới khoảng cách ngắn nhất này sau thời gian:

$$t = \frac{l \cos \alpha}{v_{td}} = \frac{l \cos \alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{lv_1}{v_1^2 + v_2^2}$$

Để kết quả trên có nghĩa cần phải đảm bảo cho tới thời điểm đó hòn đá thứ nhất phải chưa rơi xuống đất, tức là phải thoả mãn điều kiện:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

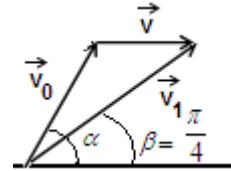
$$\frac{lv_2}{v_1^2 + v_2^2} \leq \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Bài 23. Gọi:

+ \vec{v}_0 là vận tốc cực đại của bàn tay tại thời điểm ném.

+ \vec{v} là vận tốc của người chạy khi ném.

+ \vec{v}_1 là vận tốc của hòn đá.



Để đạt được khoảng cách xa nhất thì việc ném phải được thực hiện sao cho $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{v}$

của hòn đá hợp với phương nằm ngang một góc $\beta = \frac{\pi}{4}$.

Điều đó có nghĩa là các thành phần thẳng đứng và nằm ngang của \vec{v}_1 phải bằng nhau: $v^0 \cos \alpha + v = v^0 \sin \alpha$

$$\text{hay } v^0 \cos \alpha + v = v^0 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

bình phương 2 vế ta được:

$$v^0 \cos^2 \alpha + 2 v^0 v \cos \alpha + v^2 = v^0 - v^0 \cos^2 \alpha$$

$$2 v^0 \cos^2 \alpha + 2 v^0 v \cos \alpha + v^2 - v^0 = 0 \quad (*)$$

giải phương trình theo $\cos \alpha$ ta được:

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \left[-\frac{v}{v^0} + \sqrt{2 - \left(\frac{v}{v^0} \right)^2} \right] \quad (1)$$

Bình phương của hợp vận tốc \vec{v}_1 thỏa mãn hệ thức:

$$v^1 = v^0 + v^2 + 2v^0 v \cos \alpha \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có:

$$v^1 = v^0 + v \sqrt{2v_0^2 - v^2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{v_0^2}{g}$$

Khoảng ném xa nhất khi người đó đứng tại chỗ là: $x^0 = \frac{v_0^2}{g}$.

$$\frac{v_1^2}{g}$$

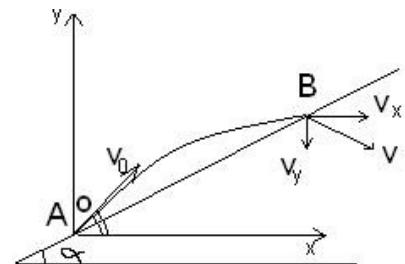
Khi ném với vận tốc v^1 là: $x = \frac{v^1}{g}$.

Vậy khi chạy ném xa hơn được một khoảng: $\Delta x = x - x^0$

$$\Delta x = \frac{v}{g} \sqrt{2v_0^2 - v^2}$$

Bài 24. a. Chọn hệ trục oxy gắn o vào điểm A và trục ox song song với phương ngang Trong quá trình chuyển động lực tác dụng duy nhất là trọng lực \vec{P} .

Theo định luật II Newton:



$$\vec{P} = m\vec{a}$$

Chiếu lên:

$$0x: 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$$

$$0y: -P = ma_y \Rightarrow a_y = -g$$

Phương trình chuyển động của vật theo hai trục ox và oy:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \beta \cdot t & (1) \\ y = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha & (3) \\ y = l \sin \alpha & (4) \end{cases}$$

Khi viên đá rơi xuống mặt phẳng nghiêng:

T hé (3) vào (1) ta rút ra t thê vào (2) và đồng thời thê (4) vào (2) ta rút ra :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$l = \frac{-2v_0^2 \cos \beta (\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha)}{g \cos^2 \alpha}$$

$$l = \frac{-2v_0^2 \cos \beta \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow l = \frac{2v_0^2}{3g}$$

b.Tại B vận tốc của vật theo phương ox là:

$$v_x = v_0 \cos \beta = \frac{v_0}{2}$$

Khi vật chạm mặt phẳng nghiêng :

$$x = l \cos \alpha = \frac{2v_0^2}{3g} \cos \alpha$$

$$v_0 \cos \beta \cdot t = \frac{2v_0^2}{3g} \cos \alpha$$

hay ;

Suy ra thời gian chuyển động trên không của viên đá:

$$t = \frac{2v_0 \cos \alpha}{3g \cos \beta} = \frac{2v_0}{g \sqrt{3}}$$

Vận tốc theo phương oy tại B:

$$v_y = v_0 \sin \beta - gt$$

$$v_y = v_0 \sin \beta - \frac{2v_0}{\sqrt{3}} = -\frac{v_0}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{|v_y|}{|v_x|} = \frac{\left| -\frac{v_0}{2\sqrt{3}} \right|}{\left| \frac{v_0}{2} \right|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-\frac{v_0}{2\sqrt{3}}}{\frac{v_0}{2}} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$

do $v_y = -\frac{V_0}{2\sqrt{3}} < 0$ nên lúc chạm mặt phẳng nghiêng \vec{v} hướng xuống.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

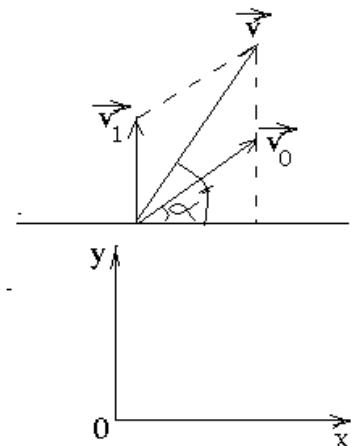
Lực hướng tâm tại B:

$$F_{ht} = mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{v^2}{g \cos \varphi}$$

$$Với: v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \frac{v^2}{4} + \frac{v^2}{12} = \frac{v_0^2}{3}$$

$$\Rightarrow R = \frac{2v_0^2}{3\sqrt{3} \cdot g}$$



Bài 25. Sau 4s độ cao của người đứng trên mặt côngtenơ là:

$$H + \frac{a \cdot t^2}{2} = 6 + \frac{5 \cdot 4^2}{2} = 10(m)$$

Vận tốc của người lúc đó:

$$v_1 = a \cdot t = 0,5 \cdot 4 = 2 \frac{m}{s}$$

Gọi $\overset{\rightarrow}{v_0}$ là vận tốc của viên đá đối với người thì vận tốc viên đá đối với đất :

$$\vec{v} = \overset{\rightarrow}{v_0} + \overset{\rightarrow}{v_1}$$

Chiếu lên:

$$0x: v_x = v_0 \cos \alpha = 5,4 \cdot 0,86 \approx 4,7(m/s)$$

$$0y: v_y = v_1 + v_0 \sin \alpha = 2 + \frac{5,4}{2} = 4,7(m/s)$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{v_y}{v_x} \approx 1$$

$$\text{vậy } \beta = 45^\circ$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Chọn trục oxy như hình vẽ gắn vào mặt đất. Phương trình chuyển động của viên đá theo

phương oy:

$$y = 10 + v \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

với $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 6,65(m/s)$

vậy: $y = 10 + 4,7 \cdot t - 5t^2$

Lúc đá rơi xuống đất: $y = 0 \Rightarrow 10 + 4,7 \cdot t - 5t^2 = 0$

$$\Rightarrow t \approx 2s$$

a. Khoảng cách từ nơi đá rơi đến vị trí ban đầu của côngteno:

$$L = v_x t = 4,7 \cdot 2 = 9,4m.$$

Bài 26. Phương trình vận tốc của vật theo phương ox :

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

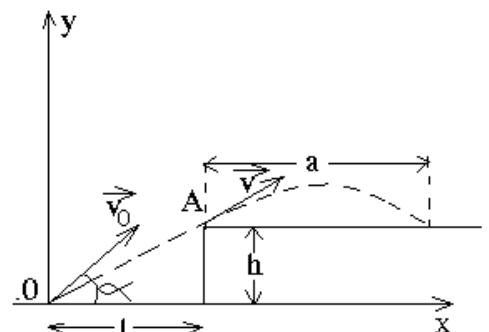
Phương trình vận tốc của vật theo phương oy:

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

Phương trình chuyển động:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t ;$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$



Phương trình vận tốc:

$$v_x = v_0 \cos \alpha ;$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

Để tầm xa x là lớn nhất thì tại A vận tốc của vật phải hợp với mặt ngang một góc 45° có nghĩa là tại A:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_x = v_y \Rightarrow t = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{g} \cdot v_0 \quad (1)$$

Hơn nữa ta phải có sau thời gian này:

$$\begin{cases} x = l \\ y = h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 \cos \alpha \cdot t = l \\ v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h \end{cases} \quad (2) \quad (3)$$

$$\Rightarrow t = \frac{l}{v_0 \cos \alpha} \quad (3) \text{ kết hợp với (1)} \quad \Rightarrow l = \frac{v_0^2}{g} \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha) \quad (4)$$

Thay t từ (1) vào (3) ta được:

$$\sin^2 \alpha = \frac{gh}{v_0^2} + \frac{1}{2}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}$$

Thay vào (4):

$$l = \frac{v_0^2}{g} (\sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$l = \frac{v_0^2}{g} \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{g^2 h^2}{v_0^4}} - \frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right)$$

Từ (1) :

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}} - \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}}{g} \cdot v_0 \Rightarrow v_y = v_0 \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}} - \left(\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}} - \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \right)$$

$$v_y = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \Rightarrow v_A = \sqrt{v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2} \right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2} \right) \cdot (v_0^2 + 1)}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = \frac{v_A^2}{g} = \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2} \right) (v_0^2 + 1)}{g}$$

Vậy phải đặt súng cách vách hầm một khoảng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$l = \frac{v_0^2}{g} \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{g^2 h^2}{v_0^4}} - \frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right)$$
 thì tầm xa của đạn trên mặt đất là lớn nhất và

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2} \right) \left(v_0^2 + 1 \right)$$

tầm xa này bằng $\frac{g}{v_0^2}$.

Bài 27.

Phương trình chuyển động của vật theo trục Ox và Oy:

$$\begin{cases} x = V_{0x} \cdot t \\ y = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} + \text{Điều kiện của } l: \text{Sao cho viên đạn vượt khỏi miệng hầm}$$

$x = l ; y = h \Rightarrow$ Ta có phương trình

$$V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = h \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{V_{0y} - \sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g} \\ t_2 = \frac{V_{0y} + \sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g} \end{cases}$$

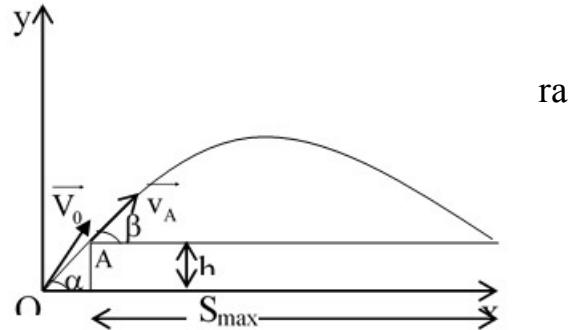
$$* \text{ Ứng với } t_1: x = l ; y = h \Rightarrow l = V_{0x} \cdot \frac{V_{0x} - \sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g}$$

$$* \text{ Ứng với } t_2: x = l + S, y = h \Rightarrow S = V_{0x} \cdot \frac{2\sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g} * \text{ Ứng với } t_1: x = l ; y = h \Rightarrow$$

$$l = V_{0x} \cdot \frac{V_{0x} - \sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g}$$

$$* \text{ Ứng với } t_2: x = l + S, y = h \Rightarrow S = V_{0x} \cdot \frac{2\sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g}$$

Để tầm xa trên mặt đất max thì $\beta = 45^\circ$ nên $v_{0x} = v_{0y} = v_A$ $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} v_A \rightarrow v_A = \sqrt{2} v_{0x} = \sqrt{2} v_0 \cos \alpha$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

*ĐLBTNL có: $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 \leftrightarrow v_0^2 = 2gh + 2v_0^2\cos^2\alpha \rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}$

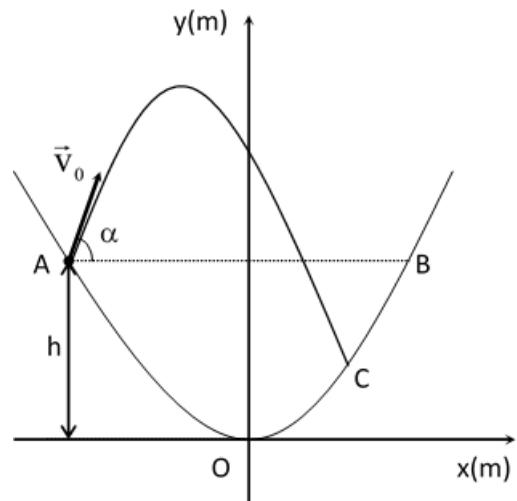
*Khoảng cách $l = V_{ox} \cdot \frac{V_{oy} - \sqrt{V_{oy}^2 - 2gh}}{g} = \frac{v_0}{g} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2}} \cdot \sqrt{v_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right) - 2gh}$

Tâm xa: $S = V_{ox} \cdot \frac{2\sqrt{V_{oy}^2 - 2gh}}{g} = \frac{2v_0^2 \cos\alpha}{g} \cdot \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh} = \frac{2v_0^2}{g} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \cdot \sqrt{v_0^2 (1 - \cos^2\alpha) - 2gh}$

Rút gọn có: $S = \frac{2v_0^2}{g} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \cdot \sqrt{v_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right) - 2gh}$

Bài 28. Chọn hệ tọa độ xOy đặt trong mặt phẳng quỹ đạo của vật, gắn với đất, gốc O tại đáy vực, Ox nằm ngang cùng chiều chuyển động của vật, Oy thẳng đứng hướng lên. Gốc thời gian là lúc ném vật.

Hình cắt của bờ vực được xem như một phần parabol (P1) $y = ax^2$ đi qua điểm A có tọa độ ($x = -\frac{l}{2}; y = h$)



Suy ra $20 = a(-25)^2 \Rightarrow a = \frac{4}{125}$

Phương trình của (P1): $y = \frac{4}{125}x^2$

Phương trình chuyển động của vật:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t - \frac{l}{2} = 10t - 25 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + h = -5t^2 + 10\sqrt{3}t + 20 \end{cases}$$

Khử t đi ta được phương trình quỹ đạo (P2):

$$y = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{2\sqrt{3} - 5}{2}x + \frac{5}{4}(20\sqrt{3} - 9)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Điểm rơi C của vật có tọa độ là nghiệm của phương trình:

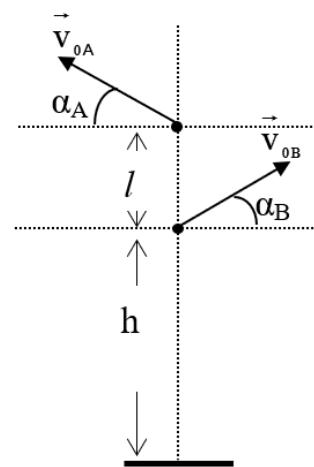
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2000}x^2 \\ y = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{2\sqrt{3} - 5}{2}x + \frac{5}{4}(20\sqrt{3} - 9) \end{cases} \text{ với } x \neq -25m, y \neq 20m$$

Suy ra tọa độ điểm rơi: $x_C = 15,63m$ và $y_C = 7,82m$.

Khoảng cách giữa điểm rơi C và điểm ném A là $AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_B)^2} = 42,37m$

Bài 29. Sau khi được ném, chuyển động của hai vật là chuyển động của vật được ném xiên. Trong chuyển động này vật tham gia đồng thời hai chuyển động là chuyển động thẳng đều theo phương nằm ngang (do bỏ qua lực cản không khí) và chuyển động với giá tốc g theo phương thẳng đứng. Chọn hệ quy chiếu gồm hệ trục tọa độ Oxy (Oy có hướng thẳng đứng lên trên; Ox nằm ngang hướng theo chiều chuyển động của vật) chọn gốc thời gian là thời điểm khi ném vật

Khảo sát chuyển động của các vật theo hai phương Ox và Oy.



Vật A: $\begin{cases} v_{Ax} = v_{0A} \cos \alpha_{0A} \\ v_{Ay} = v_{0A} \sin \alpha_{0A} - gt \end{cases}$

Vật B: $\begin{cases} v_{Bx} = v_{0B} \cos \alpha_{0B} \\ v_{By} = v_{0B} \sin \alpha_{0B} - gt \end{cases}$

Gọi α_A và α_B lần lượt là góc hợp bởi véc tơ vận tốc toàn phần của vật A và vật B so với phương nằm ngang.

Ta có:
$$\begin{cases} \tan \alpha_A = \frac{v_{Ay}}{v_{Ax}} = \frac{v_{0A} \sin \alpha_{0A} - gt}{v_{0A} \cos \alpha_{0A}} \\ \tan \alpha_B = \frac{v_{By}}{v_{Bx}} = \frac{v_{0B} \sin \alpha_{0B} - gt}{v_{0B} \cos \alpha_{0B}} \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Điều kiện để vận tốc toàn phần của hai vật vuông góc với nhau là: $\alpha + \beta = 90^\circ$

Khi đó ta có:

$$\tan \alpha_A \tan \alpha_B = 1 \leftrightarrow \frac{v_{0A} \sin \alpha_{0A} - gt}{v_{0A} \cos \alpha_{0A}} \cdot \frac{v_{0B} \sin \alpha_{0B} - gt}{v_{0B} \cos \alpha_{0B}} = 1 \leftrightarrow \\ \leftrightarrow g^2 t^2 - (v_{0A} \sin \alpha_{0A} + v_{0B} \sin \alpha_{0B})gt - v_{0A} v_{0B} \cos(\alpha_{0A} + \alpha_{0B}) = 0$$

$$t = 0,2569\text{s}$$

$$t = -0,2015\text{s} < 0 (\text{lỗi})$$

Thay số ta thu được nghiệm của phương trình trên là:

Trong khoảng thời gian từ khi ném hai vật tới khi vectơ vận tốc toàn phần của hai vật vuông góc với nhau thì khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox và Oy là:

Phương Ox: $x_{AB} = (v_{Ax} + v_{Bx})t = 1,7982\text{m}$

Phương Oy: $y_{AB} = |h + (v_{By} - v_{Ay})t| = 2,0183\text{m}$

Suy ra khoảng cách giữa hai vật tại thời điểm đó là:

$$r = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2} = 2,7032\text{m}$$

Bài 30. a.Chọn trục toa độ Axy như hình vẽ.

Chuyển động thành phần theo trục Ax:

$$v_x = v_0 \cos \beta;$$

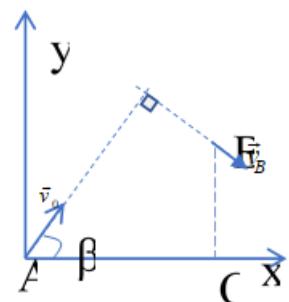
$$x = v_0 \cos \beta \cdot t$$

Chuyển động thành phần theo trục Ay:

$$v_y = v_0 \sin \beta - gt;$$

$$y = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Vì $\vec{v}_0 \perp \vec{v}_B$ nên $\vec{v}_0 \cdot \vec{v}_B = 0 \Rightarrow v_{0x} \cdot v_x + v_{0y} \cdot v_y = 0$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow (v_0 \cos \beta)^2 = v_0 \sin \beta (v_0 \sin \beta - gt) \quad (1)$$

$$AB^2 = x^2 + y^2 = (v_0 \cos \beta \cdot t)^2 + (v_0 \sin \beta \cdot t - gt^2/2)^2 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) và $t = 1s$, ta được:

$$AB^2 = -v_0 \sin \beta (v_0 \sin \beta - g) + (v_0 \sin \beta - g/2)^2 = 5m.$$

b. Quả bóng do cậu bé B ném quay trở lại.

Chuyển động thành phần theo trục Ax:

$$v_x = -v_0 \cos \beta;$$

$$x = AC - v_0 \cos \beta \cdot t$$

Chuyển động thành phần theo trục Ay:

$$v_y = v_0 \sin \beta - gt;$$

$$y = BC + v_0 \sin \beta \cdot t - gt^2/2.$$

Phương trình quỹ đạo của quả bóng:

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{(AC - x)^2}{v_0^2 \cos^2 \beta} + v_0 \sin \beta \frac{AC - x}{v_0 \cos \beta} + BC$$

Khi quả bóng rơi trúng chân cậu bé A: $x = 0$ và $y = 0$

$$\Rightarrow \frac{g \cdot AC^2}{2v_0^2} \tan^2 \beta - AC \cdot \tan \beta + \frac{g \cdot AC^2}{2v_0^2} - BC = 0 \quad (*)$$

(*) là phương trình bậc hai với $\tan \beta$.

$$\Delta = AC^2 - \frac{2g \cdot AC^2}{2v_0^2} \left(\frac{g \cdot AC^2}{2v_0^2} - BC \right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{g^2 \cdot AC^2}{v_0^4} - \frac{2g \cdot BC}{v_0^2} - 1 \leq 0$$

Vì AC và BC đã xác định, vậy tốc độ v_0 có giá trị nhỏ nhất thỏa mãn:

$$\frac{g^2 \cdot AC^2}{v_0^4} - \frac{2g \cdot BC}{v_0^2} - 1 = 0 \Leftrightarrow v_0^4 + 2g \cdot BC \cdot v_{0\min}^2 - g^2 \cdot AC^2 = 0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Giải rat a được: $v_{0\min} = \sqrt{g(\sqrt{BC^2 + AC^2} - BC)}$

Thay số: $v_{0\min} = 2\sqrt{5}$ m/s.

Bài 31. Ban đầu quả cầu xoay quanh trục quay tức thời A. Lúc bắt đầu rời khỏi bàn vận tốc của nó là v, phản lực N bằng 0, lực làm cho quả cầu quay tròn quanh A là trọng lực $p \cos \alpha$:

$$p \cos \alpha = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = 9R \cos \alpha \quad (1)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$mgR = mgR \cos \alpha + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Thay $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ vào phương trình (1) ta được vận tốc của vật lúc đó:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

Giai đoạn tiếp theo vật như một vật bị ném xiên với góc α và với vận tốc ban đầu:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

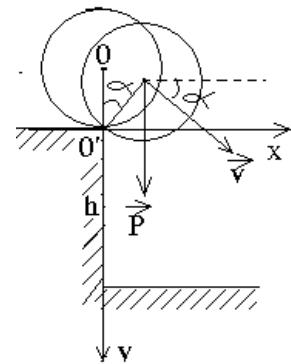
Theo đề bài $R \ll h$ do vậy ban đầu ta xem $0 \equiv A$.

Chọn trục $0'xy$ như hình vẽ $0' \equiv A$.

$$\begin{cases} x = v \cos \alpha \cdot t \\ y = v \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Khi chạm đất $y = h$, nên:

$$v \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2}gt^2 = h$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Thay $\begin{cases} v = \sqrt{\frac{2}{3}}gR \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$ vào phương trình trên ta tìm được:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}.g} \\ t_2 = \frac{-\sqrt{10gR} - \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}.g} < 0 \quad (loai) \end{cases}$$

Vậy sau $t = \frac{-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}.g}$ thì vật sẽ rơi xuống đất.

Tầm bay xa của vật:

$$S = x = v \cos \alpha \cdot t = \sqrt{\frac{2}{3}}gR \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}.g}$$

$$S = \frac{2}{27} \sqrt{\frac{2R}{g}} (-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh})$$

Bài 32. Xét trường hợp góc ném $\alpha \leq \varphi$: Quãng đường bóng vật đi được chính là tầm xa vật đạt được.

$$S_1 = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

+ Nếu $\varphi < 45^\circ \Rightarrow \alpha < 45^\circ$:

Ta thấy: S_1 sẽ càng lớn nếu α càng tăng, suy ra ném dưới góc $\alpha = \varphi$ thì $S_{1\max} = \frac{v_o^2 \sin 2\varphi}{g}$

+ Nếu $\varphi \geq 45^\circ$:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow S_{1\max} \text{ khi } \alpha \text{ bằng } 45^\circ, \text{ khi đó } S_{1\max} = \frac{v_o^2}{g}$$

* Xét trường hợp góc ném $\alpha > \varphi$: Quãng đường bόng vật đi được là S_2 , gọi tầm xa là L

$$+ \quad S_2 = 2 \cdot OA + L = 2 \cdot OA + \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

+ Tính OA:

. Phương trình quỹ đạo của vật:

$$y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad (1)$$

. Xét tại điểm M quỹ đạo tiếp tuyến với tia sáng mặt trời thì hệ số góc của tiếp tuyến tại M đúng bằng φ và do đó:

$$\tan \varphi = y'(x) = \tan \alpha - \frac{g}{v_o^2 \cos^2 \alpha} \cdot x_M \quad (2)$$

. Rút x_M từ (2) thay vào (1) được

$$y_M = \frac{1}{2g} \left(\tan^2 \alpha - \tan^2 \varphi \right) \cdot v_o^2 \cos^2 \alpha$$

$$OA = \frac{y_M}{\tan \varphi} - x_M = \dots = \frac{1}{2g \cdot \tan \varphi} (\tan \alpha - \tan \varphi)^2 \cdot v_o^2 \cos^2 \alpha$$

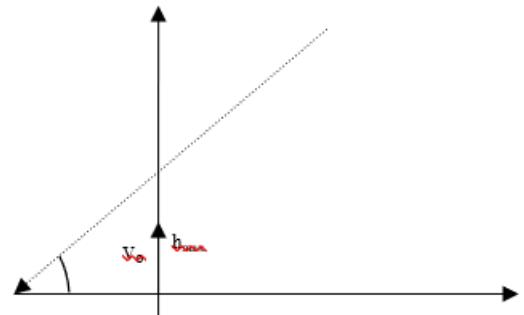
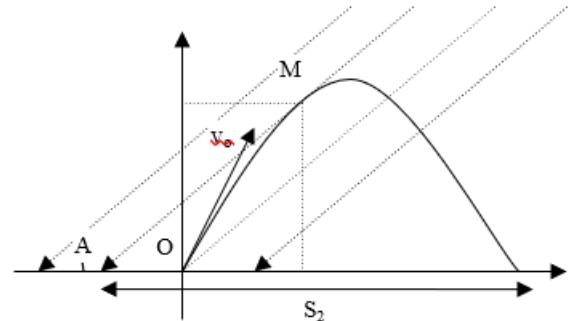
$$+ \text{Vậy: } S_2 = \frac{\frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}}{1 + \frac{g \cdot \tan \varphi}{v_o^2 \cos^2 \alpha}} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g + g \cdot \tan \varphi \cdot \frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{v_o^2 \cos^2 \alpha}} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g + g \cdot \tan \varphi} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g \cdot (1 + \tan \varphi)}$$

+ Tìm $S_{2\max}$ ta dùng PP đạo hàm:

$$S_2'(\alpha) = \frac{2v_o^2 \cos 2\alpha}{g} + \frac{1}{g \cdot (1 + \tan \varphi)} v_o^2 (\sin 2\alpha - 2\tan \varphi \cdot \cos 2\alpha - \tan^2 \varphi \cdot \sin 2\alpha) = (1 - \tan^2 \varphi) \cdot \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow S_2' = 0 \text{ khi } \alpha = 90^\circ \text{ (trường hợp } \alpha = 0 \text{ không xảy ra)}$$

$$\text{Khi đó: } S_{2\max} = 2h_{\max} \cot \varphi.$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{S_{1\max}}{S_{2\max}} = \dots = 2\sin^2\varphi$$

* Kết luận:

+ Khi $\varphi=45^\circ$: $2\sin^2\varphi = 1 \Rightarrow S_{1\max} = S_{2\max}$ Vậy ta cần ném vật thăng đứng hoặc góc 45°

+ Khi $\varphi < 45^\circ$: $2\sin^2\varphi < 1 \Rightarrow S_{1\max} < S_{2\max}$ Vậy ta cần ném vật thăng đứng

+ Khi $\varphi > 45^\circ$: $2\sin^2\varphi > 1 \Rightarrow S_{1\max} > S_{2\max}$ Vậy ta cần ném vật dưới góc 45°

Bài 33. Gọi v_1 là vận tốc bóng lúc bắt đầu vào rổ và β là góc của \vec{v}_1 với mặt phẳng ngang. α là góc ném.

+ Theo phương ngang vận tốc bóng không đổi nén:

$$v_x = v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \beta$$

+ Theo bảo toàn cơ năng thì: $v_1^2 = v_0^2 - 2g(H-h)$

$\Rightarrow v_1$ không phụ thuộc góc α và do đó nếu β nhỏ nhất thì α cũng nhỏ nhất.

+ Nhận thấy trong những quỹ đạo bóng bay qua rổ thì quỹ đạo mà bóng xượt qua 2 mép trước và sau của vòng rổ sẽ có góc β nhỏ nhất.

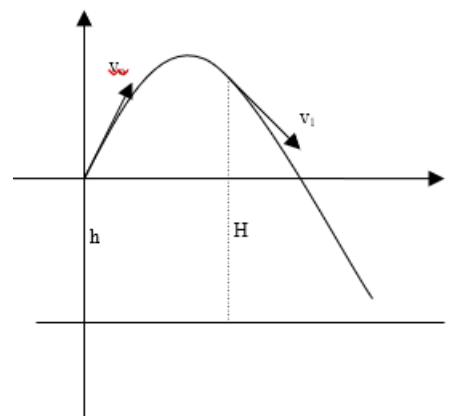
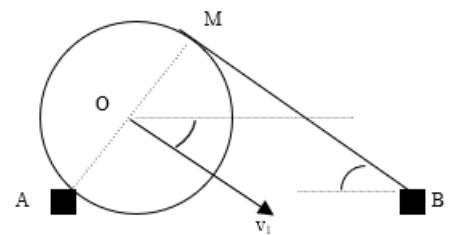
+ Từ hình vẽ ta có: $AM \perp MB \Rightarrow \sin \beta = \frac{2r}{2R} \Rightarrow \beta = 30^\circ$

+ Chọn gốc thời gian là lúc ném bóng, t là thời điểm bóng xượt qua rổ:

$$x = l = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

$$y = H-h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

$$v_0 \sin \alpha - gt = -v_1 \sin \beta \quad (3)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \beta \quad (4)$$

$$+ \text{Từ (1); (2); (3); và (4)} \Rightarrow \tan \alpha = \tan \beta + \frac{2(H-h)}{l}.$$

Thay số được: $\alpha \approx 44^\circ$

Bài 34. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

$$g_x = g \sin \alpha ; \quad g_y = g \cos \alpha$$

+ Xét quỹ đạo ngược với quỹ đạo từ A đến B.

+ Do va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên vận tốc tại B của quỹ đạo B2A và quỹ đạo ngược A1B là đối xứng nhau qua Oy.

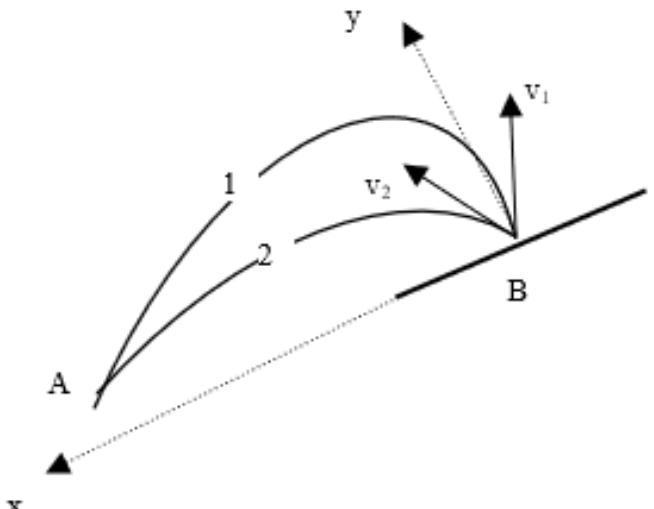
$$\begin{cases} v_{1y} = v_{2y} \\ v_{1x} = -v_{2x} \end{cases}$$

$$+ x_A = -v_x t_1 + \frac{g_x}{2} t_1^2 = v_x t_2 + \frac{g_x}{2} t_2^2$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{g_x}{2} (t_1 - t_2) \quad (1)$$

$$+ y_A = v_y t_1 + \frac{g_y}{2} t_1^2 = v_y t_2 + \frac{g_y}{2} t_2^2$$

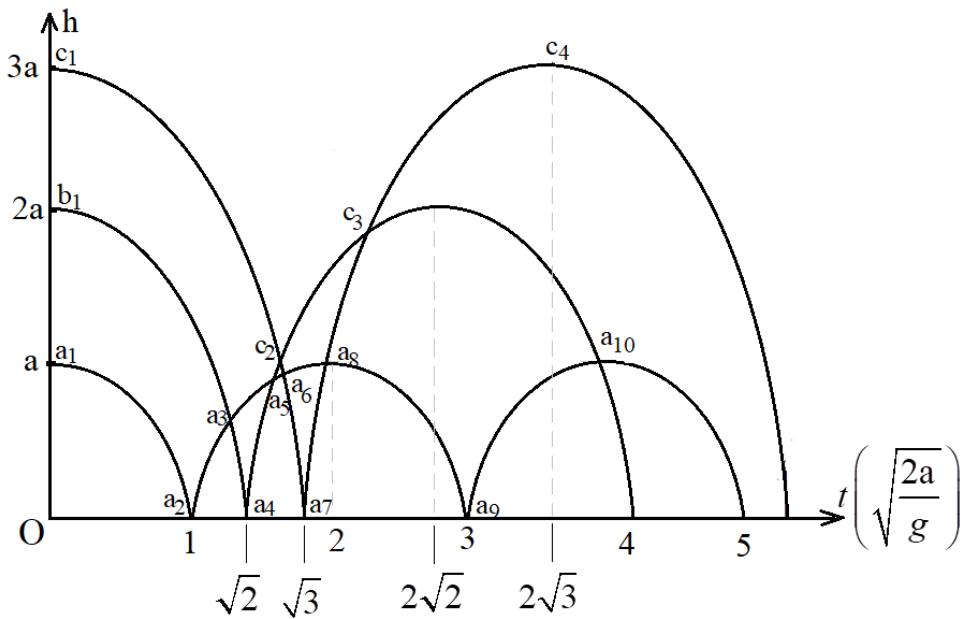
$$\Rightarrow v_y = \frac{-g_y}{2} (t_1 + t_2) \quad (2)$$



+ Thay (1) và (2) vào các phương trình x và y ta được:

$$x_A = \frac{g_x}{2} t_1 t_2; \quad y_A = \frac{-g_y}{2} t_1 t_2 \Rightarrow AB = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \frac{g}{2} t_1 t_2 = 6 \text{ (m)}$$

Bài .35 a. Phác họa đồ thị tọa độ- thời gian chuyển động của các bi



Mô tả:

-Đồ thị chuyển động của bi 1 $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} \dots$

-Đồ thị chuyển động của bi 2 là $b_1 a_3 a_5 c_2 a_6 a_8 c_3 a_{10} \dots$

-Đồ thị chuyển động của bi 3 là $c_1 c_2 c_3 c_4 \dots$

$$b. \text{ Thời gian bi 1 rơi tự do từ độ cao } a \text{ là } T_1: a = \frac{g T_1^2}{2} \rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{2a}{g}} \quad (1)$$

$$\Delta t_2 = \sqrt{\frac{2(2a)}{g}} = \sqrt{\frac{4a}{g}} = \sqrt{2} T_1$$

$$Vậy bi 2 đạt độ cao tối đa gần nhất lúc \quad T_2 = 4 \sqrt{\frac{a}{g}} = 2\sqrt{2} T_1 \quad (2)$$

$$\Delta t_3 = \sqrt{\frac{2(3a)}{g}} = \sqrt{\frac{6a}{g}} = \sqrt{3} T_1$$

Vậy bi 3 đạt độ cao tối đa ở thời điểm gần nhất:

$$T_3 = 2 \Delta t_3 = 2 \sqrt{\frac{6a}{g}} = 2\sqrt{3} T_1 \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

a. lượt là h_1, h_2 và h_3 :

$$h_{1\max} = a$$

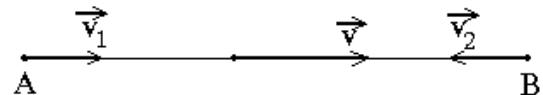
$$h_{2\max} = 2a$$

$$h_{3\max} = 3a$$

I.3. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CHUYỂN ĐỘNG.

Bài 1. Vận tốc của vật (1) đối với mốc vật (2) là:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$



$$\Rightarrow v_{12} = v_1 + v_2 = 10 \text{ (m/s).}$$

$$t = \frac{AB}{v_{12}} = \frac{100}{10} = 10 \text{ (s)}$$

Thời gian từ ban đầu đến lúc vật (1) và vật (2) gặp nhau là:

Quãng đường vật nhỏ đi được tổng cộng cho đến lúc vật (1) và vật (2) gặp nhau là:

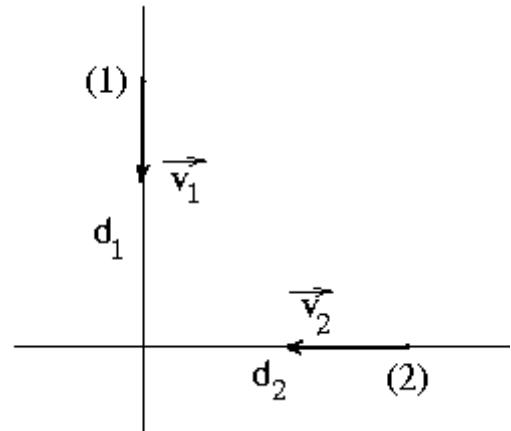
$$s = v \cdot t = 30 \cdot 10 = 300 \text{ (m).}$$

Bài 2. Gọi khoảng cách trên đầu của vật (1) và (2) tới vị trí giao nhau của hai quỹ đạo là d_1 và d_2 . Sau thời gian t chuyển động khoảng cách giữa chúng là:

$$d = \sqrt{(d_1 - v_1 t)^2 + (d_2 - v_2 t)^2}$$

$$= \sqrt{(v_1^2 + v_2^2)t^2 - 2(v_1 d_1 + v_2 d_2)t + d_1^2 + d_2^2}$$

$$d = d_{\min} \Rightarrow t = \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1^2 + v_2^2}$$



Khi đạt được khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật thì :

$$S_1 = d_1 - v_1 \cdot \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1^2 + v_2^2} = \frac{v_2(v_2 d_1 - v_1 d_2)}{v_1^2 + v_2^2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Lúc đó:

$$S_2 = d_2 + v_2 t$$

$$S_2 = d_2 + \frac{v_2}{v_2} \cdot \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1^2 + v_2^2} = \frac{v_1(v_1 d_2 - v_2 d_1)}{v_1^2 + v_2^2}$$

$$S_2 = \frac{v_1 \cdot S_1}{v_2} = \frac{30 \cdot 500}{20} = 750(m)$$

Vậy lúc hai vật có khoảng cách ngắn nhất thì vật thứ hai cách giao điểm trên một đoạn $S_2 = 750m$

Bài 3. Lần lượt gọi các vật 1 : ô tô; 2 : gió; 3: mưa; 4 : mặt đất

- Theo đề $v_{14} = 15 \text{ m/s}$; $v_{24} = 3 \text{ m/s}$; \vec{v}_{31} hợp với phương thẳng đứng góc 45° .
- Biểu diễn các vec tơ như hình vẽ

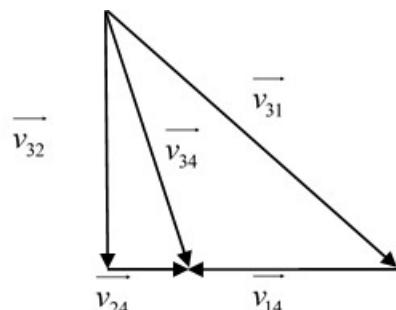
Nếu không có gió thì mưa rơi thẳng đứng nên \vec{v}_{32} hướng thẳng đứng xuống dưới

a, Theo công thức cộng vận tốc, vận tốc ô tô đối với gió là $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{14} + \vec{v}_{42}$

Vì $\vec{v}_{14} \uparrow \downarrow \vec{v}_{24}$ nên $\vec{v}_{14} \uparrow \uparrow \vec{v}_{42}$

Do đó $v_{12} = v_{14} + v_{24} = 15 + 3 = 18 \text{ m/s}$

b. Vận tốc mưa đối với đất $\vec{v}_{34} = \vec{v}_{32} + \vec{v}_{24}$

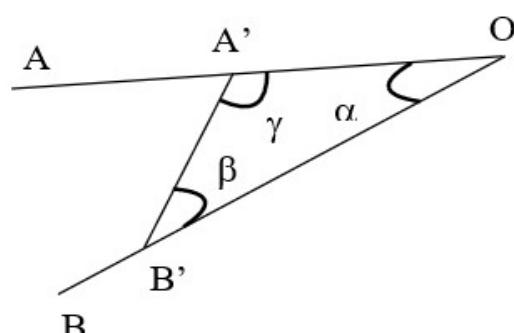


Từ hình vẽ ta có $v_{32} = v_{12} = 18 \text{ m/s}$ (tam giác vuông cân)

Và $\vec{v}_{32} \perp \vec{v}_{24}$ nên $v_{34} = \sqrt{v_{32}^2 + v_{24}^2} = \sqrt{18^2 + 3^2} = 18,25 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Bài 4. 1. Vận tốc hai vật bằng nhau:

$$\Leftrightarrow 1 - \sin 2t = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2t \right)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Leftrightarrow 1 - \sin 2t = \cos 2t - \sin 2t$$

$$\Rightarrow \cos 2t = 1 \rightarrow t = k\pi (k \in N^*)$$

2. Vận tốc tương đối:

$$v_{12} = v_1 - v_2 \Leftrightarrow 1 - \sin 2t = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2t\right)$$

$$\Leftrightarrow v_{12} = 1 - \cos 2t$$

- Độ lớn vận tốc lớn nhất $v_{12} = 2(m/s) \Leftrightarrow \cos 2t = -1$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in N)$$

- Vận tốc nhỏ nhất $v_{12} = 0 \Leftrightarrow \cos 2t = 1 \Rightarrow t = k\pi (k \in N^*)$

Bài 5. Để thấy rằng, ở đây ta xét hai H.Q.C. là hợp lý. Yêu cầu đảm bảo cho thuyền bị trôi theo dòng nước ít nhất có liên quan tới H.Q.C. gắn với bờ sông, cụ thể là góc tạo bởi vận tốc \vec{v} của thuyền (đối với bờ) lập với đường vuông góc với bờ là bé nhất. Trong H.Q.C. gắn liền với dòng nước, người ta đã cho độ lớn vận tốc \vec{v}_{td} của thuyền và đòi hỏi tìm hướng của vận tốc này, chẳng hạn như góc α tạo bởi vận tốc này và đường vuông góc với bờ. Do trong điều kiện của bài toán không nói gì về tương quan giữa u và \vec{v}_{td} , nên ta phải xét hai khả năng:

a) $\vec{v}_{td} > u$. Trong trường hợp này ta có thể đảm bảo chèo cho thuyền

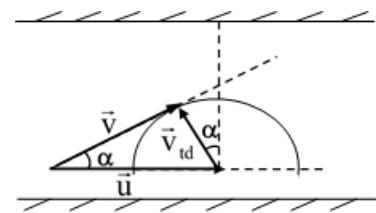
đi theo hướng vuông góc với bờ (tức là thuyền không bị trôi theo dòng). Theo quy tắc cộng vận tốc:

$$\vec{v} = \vec{v}_{td} + \vec{u}$$

Từ hình 1 biểu diễn phương trình trên, ta nhận được:

$$\sin \alpha = u / v_{td}$$

b) $\vec{v}_{td} < u$. Phương trình biểu diễn quy tắc cộng vận tốc, bây giờ được biểu diễn trên hình 2. Khi thay đổi hướng chèo ngắn của vecto \vec{v}_{td} vẽ nên một nửa vòng tròn. Góc cực tiểu giữa vecto \vec{v} và



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

đường vuông góc với bờ tương đương với điều kiện vectơ này tiếp xúc với vòng tròn đó. Từ đây suy ra:

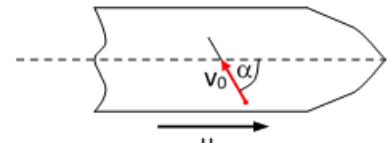
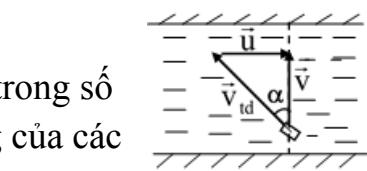
$$\sin \alpha = v_{td} / u$$

Như vậy, khi $v_{td} > u$ thì $\sin \alpha = u / v_{td}$, còn khi $v_{td} < u$ thì $\sin \alpha = v_{td} / u$. Trường hợp $v_{td} = u$ xin dành cho bạn đọc như một bài tập nhỏ.

Khi xét sự rơi tự do của một số vật, việc chọn H.Q.C. gắn với một trong số các vật đó cũng tỏ ra rất thuận tiện. Trong H.Q.C. này chuyển động của các vật sẽ là thẳng đều đối với nhau (tất nhiên ở đây bỏ qua sức cản của không khí). Cách làm này thường được gọi là "phương pháp bá tước Munhausen" (bạn có hiểu tại sao không?). Ta sẽ sử dụng phương pháp này trong bài toán sau:

Bài 6. Chúng ta lấy bờ sông làm hệ quy chiếu đứng yên và tàu thủy làm hệ quy chiếu chuyển động. Khi đó \vec{v}_0 là vận tốc tương đối, \vec{u} là vận tốc kéo theo. Vận tốc của hành khách đối với bờ \vec{v} sẽ là vận tốc tuyệt đối. Theo công thức công vận tốc:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$$

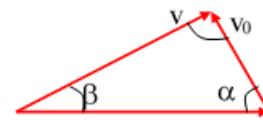


Hình 1.

Sử dụng định lý cosin chúng ta tìm được độ lớn vận tốc v của hành khách đối với bờ và góc

β giữa vận tốc này và trực tàu:

$$v = \sqrt{u^2 + v_0^2 - 2uv_0 \cos \alpha} = \frac{u\sqrt{7}}{3} \approx 13 \text{ km/h.}$$



Hình 2.

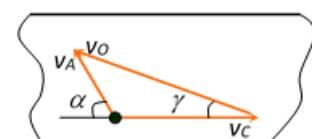
$$\sin \beta = \frac{v_0}{v} \sin \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{7}} \approx 0,33; \beta \approx 19^\circ.$$

Bài 7

1.Chọn hệ quy chiếu đứng yên gắn liền với bàn, còn hệ quy chiếu chuyển động gắn liền băng chuyền. Khi đó vận tốc của băng chính là vận tốc kéo theo $v_c = v$. Lúc bắt đầu chuyển động trên băng thì vận tốc tuyệt đối của hộp băng vận tốc của hộp đối với bàn trước khi đi vào

băng, vì vậy $v_A = \frac{v}{2}$. Vận tốc tương đối của hộp đối với băng lúc bắt

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



Hình 11.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

đầu chuyển động trên băng là \vec{v}_o . Theo quy tắc cộng vận tốc (H.11): $\vec{v}_A = \vec{v}_o + \vec{v}_c$. Sử dụng định lý cosin đối với tam giác ta được:

$$v_o^2 = v_c^2 + v_A^2 - 2v_c v_A \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\rightarrow v_0 = \frac{7v}{6}$$

Để trả lời câu hỏi thứ hai nên chuyển sang hệ quy chiếu quán tính gắn liền với băng. Đối với băng, hộp có vận tốc ban đầu \vec{v}_o theo hướng lập với mép băng một góc γ nào đó và chuyển động thẳng, chậm dần đều với giá tốc μg . Yêu cầu độ rộng của băng nhỏ nhất mà hộp không đi ra khỏi băng dẫn tới hộp phải dừng lại ở mép băng đối diện. Khi đó hộp đi được đoạn đường

$$s = \frac{d}{\sin \gamma} \quad \text{Đối với chuyển động chậm dần đều của hộp trên băng chuyển có thể viết: } v_o^2 = 2\mu gs.$$

Từ hai biểu thức cuối suy ra:

$$d = \frac{49}{72} \frac{v^2 \sin \gamma}{\mu g}.$$

Dựa vào định lý sin đối với tam giác ta có:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{v_A}{v_o}; \text{ ở đây: } \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{4\sqrt{5}}{9}. \text{ Từ đó chú ý đến biểu thức}$$

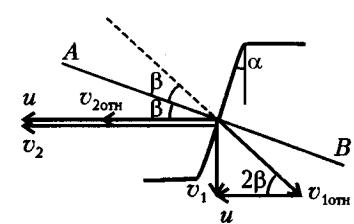
của v_A và v_o qua v ta được:

$$\sin \gamma = \frac{4\sqrt{5}}{21}. \text{ Thay vào biểu thức của d ta nhận được độ rộng cực tiểu của băng chuyển để hộp}$$

$$d = \frac{7\sqrt{5}}{54} \frac{v^2}{\mu g}.$$

không đi ra khỏi băng

Bài 8. Chúng ta chọn đường làm hệ quy chiếu đứng yên và ô tô làm hệ quy chiếu chuyển động. Chúng ta sẽ tìm vận tốc \vec{v}_1 và \vec{v}_2 của hạt mưa đá đối với đường trước và sau va chạm, tức là các vận tốc tuyệt đối của hạt mưa. Theo đề ra thì \vec{v}_1 hướng thẳng đứng xuống dưới, còn \vec{v}_2 hướng nằm ngang (H.9).



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Ngay sau khi va chạm vận tốc tuyệt đối \vec{v}_2 , vận tốc tương đối \vec{v}_{2o} và vận tốc kéo theo của hạt mưa \vec{u} (cũng là vận tốc của ô tô) liên hệ nhau bởi hệ thức:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{2o} + \vec{u}$$

Vì \vec{v}_2 và \vec{u} hướng theo phương ngang nên \vec{v}_{2o} cũng hướng nằm ngang, do đó:

$$v_2 = v_{2o} + u$$

Vận tốc tương đối \vec{v}_{2o} lập với pháp tuyến AB của mặt kính một góc β nào đó chính là góc phản xạ. Từ phần động lực học chúng ta đã biết trong va chạm đàn hồi của một vật với bề mặt của một vật nặng, đứng yên thì góc tới bằng góc phản xạ, còn độ lớn vận tốc tới và vận tốc phản xạ bằng nhau. Vì vậy vận tốc \vec{v}_{1o} của hạt mưa đá đối với ô tô ngay trước khi va chạm cũng lập với pháp tuyến AB của mặt kính một góc β và về độ lớn: $v_{1o} = v_{2o}$.

Trước khi va chạm hệ thức giữa vận tốc tuyệt đối \vec{v}_1 , vận tốc tương đối \vec{v}_{1o} và vận tốc kéo theo \vec{u} là:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1o} + \vec{u}$$

Từ H.9 dễ dàng chứng minh được $\beta = \alpha$ và vận tốc tương đối \vec{v}_{1o} lập với phương ngang một góc 2β . Sử dụng hình 9 chúng ta cũng tìm được vận tốc của hạt mưa đá trước và sau va chạm:

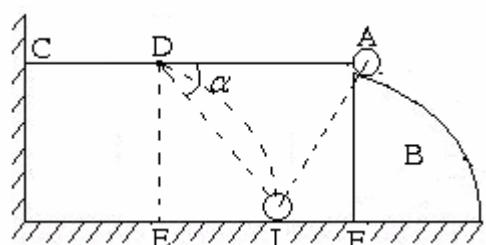
$$v_1 = u \cdot \tan(2\alpha) = u \cdot \tan(2\beta) = u\sqrt{3} \approx 43 \text{ km/h}$$

$$v_2 = v_{2o} + u = v_{1o} + u = \frac{u}{\cos(2\beta)} + u = u \left(\frac{1}{\cos(2\alpha)} + 1 \right) = 3u = 75 \text{ km/h.}$$

Bài 9. Khi A đi từ sàn lên đến điểm cao nhất của trụ thì độ dài của nó sẽ là $|\vec{IA}|$:

$$|\vec{IA}| = IA = \sqrt{AD^2 + DI^2 - 2AD \cdot DI \cdot \cos \alpha} \quad (\alpha = \frac{\pi}{4})$$

$$|\vec{IA}| = IA = \sqrt{\left(R \frac{\pi}{2}\right)^2 + (R\sqrt{2})^2 - 2 \cdot R \frac{\pi}{2} \cdot R\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$IA = \frac{R}{2} \sqrt{\pi^2 - 4\pi + 8}$$

Ta có thời gian để trụ dịch chuyển từ E đến F là:

$$EF = \frac{1}{2}at^2$$

Thời gian để trụ đi từ E đến F cũng chính là thời gian chuyển dời của vật nhỏ khi đi từ I đến A
:

Suy ra:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot EF}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot AD}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{\pi}{2} R}{a}} = \sqrt{\frac{\pi R}{a}}$$

$$\bar{v} = \frac{|IA|}{t}$$

Vận tốc trung bình của vật nhỏ A:

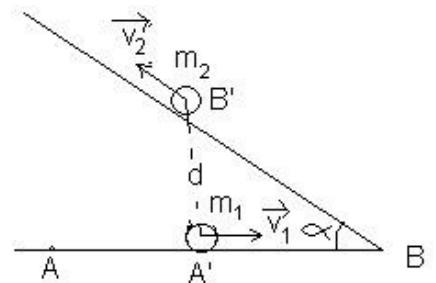
$$\bar{v} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\pi^2 - 4\pi + 8)aR}{\pi}}$$

Bài 10. Giả sử sau thời gian t khoảng cách giữa hai vật là ngắn nhất. Khoảng cách đó sẽ là:

$$d = \sqrt{A'B^2 + BB'^2 - 2A'B \cdot BB' \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(l - v_1 t)^2 + (v_2 t)^2 - 2(l - v_1 t)v_2 t \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(v_1^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha + v_2^2)t^2 - 2l(v_1 + v_2 \cos \alpha)t + l^2}$$



Ta xem biểu thức trong căn là một tam thức bậc hai ẩn số t , với $\Delta = -4l^2 v_2^2 \sin^2 \alpha$, d sẽ đạt giá trị nhỏ nhất khi tam thức đó nhận giá trị nhỏ nhất,

$$\text{hay } d = d_{\min} \Leftrightarrow t = \frac{l(v_1 + v_2 \cos \alpha)}{v_1^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha + v_2^2}$$

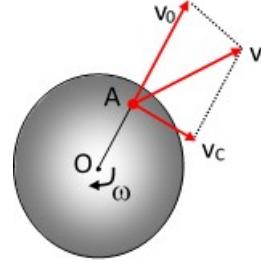
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Và khoảng cách bé nhất giữa chúng lúc đó sẽ là:

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{lv_2 \sin \alpha}{\sqrt{v_1^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha + v_2^2}}$$

Bài 11. Tất nhiên là nên chọn phòng làm hệ quy chiếu đứng yên, còn đĩa là hệ quy chiếu chuyển động. Khi đó \vec{v}_0 là vận tốc tương đối. Vận tốc kéo theo \vec{v}_c là vận tốc của điểm A đối với phòng. Vận tốc kéo theo \vec{v}_c hướng vuông góc với phương bán kính OA và có độ lớn bằng: $v_c = R\omega$. Vận tốc của con bọ dừa \vec{v} đối với phòng là vận tốc tuyệt đối. Theo quy tắc cộng vận tốc: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_c$. Độ lớn vận tốc của con bọ dừa đối với phòng bằng :

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_c^2} = \sqrt{v_0^2 + \omega^2 R^2}$$



Bài 12. Chọn hệ quy chiếu đứng yên là hệ mà vận tốc \vec{v}_1 và \vec{v}_2 được cho trong đó. Lấy hành tinh làm hệ chuyển động. Vận tốc tuyệt đối của vệ tinh đã cho và bằng \vec{v}_2 . Chúng ta cần tìm vận tốc của vệ tinh đối với hành tinh tức là vận tốc tương đối \vec{v}_o . Giả sử vào thời điểm nào đó vệ tinh đi qua điểm M gắn liền với hành tinh bằng một thanh tưởng tượng OM (H.5). Vận tốc của điểm M trong hệ quy chiếu đứng yên chính là vận tốc kéo theo \vec{v}_c . Chúng ta hãy tìm nó.

Vận tốc góc quay của hành tinh bằng $\omega = \frac{v_1}{r}$, còn vận tốc kéo theo $v_c = \omega R = \frac{v_1 R}{r}$. Theo quy tắc cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_2 = \vec{v}_o + \vec{v}_c$. Ta nhận thấy rằng vận tốc tương đối của vệ tinh cùng hướng với vận tốc tuyệt đối \vec{v}_2 và có độ lớn bằng:

$$v_o = v_2 - v_c = v_2 - v_1 \frac{R}{r} = 1,1 \text{ km/s.}$$

Bài 13. Gọi v_0 là vận tốc của tâm O của đĩa. Tại các điểm tiếp xúc C và D của dây và đĩa vận tốc là:

$$\begin{aligned} \vec{v}_C &= \vec{v}_0 + \vec{v}_{C0} \\ \vec{v}_D &= \vec{v}_0 + \vec{v}_{D0} \end{aligned} \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

trong đó v_{D0} và v_{C0} là các vận tốc của C và D trong chuyển động quay quanh O:

$$v_{C0} = v_{D0} = \omega R$$

Do dây không giãn nên hình chiếu của \vec{v}_C và \vec{v}_D lên phương của các dây tương ứng phải bằng không. Chọn hệ quy chiếu gắn với tâm O của đĩa và hai trục song song với hai dây, như vậy góc giữa hai trục này bằng α .

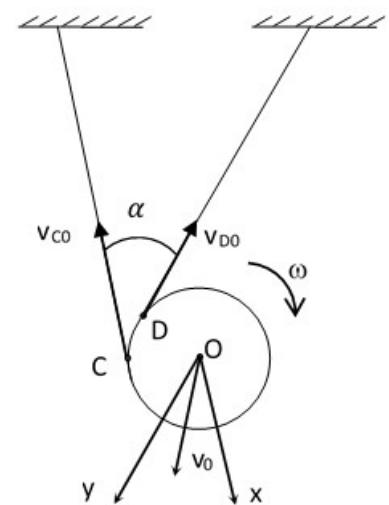
Chiếu \vec{v}_C và \vec{v}_D cho bởi hệ các phương trình (1) lên hai trục ta được:

$$v_{Cx} = v_{0x} - \omega R = 0 \quad (v_{0x} \text{ Là hình chiếu của vận tốc O trên ox})$$

$$v_{Dy} = v_{0y} - \omega R = 0 \quad (v_{0y} \text{ Là hình chiếu của vận tốc O trên oy})$$

Có nghĩa là \vec{v}_0 hướng theo phân giác của góc giữa hai dây, và có

$$\text{độ lớn là: } v = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}$$



Bài 14. Chọn đường làm hệ quy chiếu đứng yên. Vận tốc của ô tô A_2 trong hệ quy chiếu này là vận tốc tuyệt đối. Ký hiệu \vec{v}_C và \vec{v}_D là vận tốc tuyệt đối của A_2 khi đi qua các điểm C và D (H.7). Theo đề ra:

$$v_C = v_D = v_2 = 2v.$$

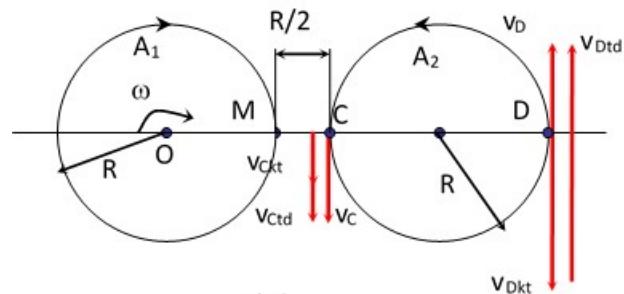
Chúng ta gắn hệ quy chiếu chuyển động với ô tô A_1 . Rõ ràng hệ này quay xung quanh trục O với vận tốc góc

$$\omega = \frac{v}{R}.$$

Ký hiệu vận tốc kéo theo khi ô tô A_2 đi qua các

điểm C và D là \vec{v}_{Ckt} và \vec{v}_{Dkt} . Độ lớn các vận tốc này bằng:

$$v_{Ckt} = \omega \cdot OC = \frac{v}{R} \left(R + \frac{R}{2} \right) = \frac{3}{2} v,$$



Hình 7.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$v_{Dkt} = \omega \cdot OD = \frac{v}{R} \left(R + \frac{R}{2} + 2R \right) = \frac{7}{2} v$$

Chúng ta cần phải tìm các vận tốc tương đối \vec{v}_{Cid} và \vec{v}_{Did}

của ô tô A_2 khi nó đi qua các điểm C và D.

Theo quy tắc cộng vận tốc (xem H.7):

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{Cid} + \vec{v}_{Ckt}; \quad \vec{v}_D = \vec{v}_{Did} + \vec{v}_{Dkt}$$

Vận tốc của A_2 đối với A_1 ở các điểm C và D trùng hướng với các vận tốc của A_2 đối với đường tại các điểm này và bằng:

$$v_{Cid} = v_C - v_{Ckt} = 2v - \frac{3}{2}v = 10 \text{ km/h.}$$

$$v_{Did} = v_D + v_{Dkt} = 2v + \frac{7}{2}v = 110 \text{ km/h.}$$

I.4 ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ.

Bài 1.

Từ hình 1 ta có phương trình chuyển động của

chất điểm dạng tọa độ cực $r = r(t)$; $\varphi = \varphi(t)$.

$$\overrightarrow{OA} = \vec{r}_o; \quad \begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

Từ (1):

$$\begin{aligned} dx &= \cos \varphi dr - r \sin \varphi d\varphi; \\ dy &= \sin \varphi dr + r \cos \varphi d\varphi \end{aligned}$$

Và $dy = \tan \alpha dx$, ta có:

$$\int_{r_o}^r \frac{dr}{r} = \ln \frac{r}{r_o} = \int_0^\varphi \left[\frac{d\varphi}{\cot \varphi - \cot \alpha} + \frac{d\varphi}{\tan \alpha - \tan \varphi} \right] =$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$= -\varphi \cos 2\alpha + \frac{2}{1 + \cot^2 \alpha} \ln(\sin \varphi - \cos \varphi \cot \alpha)$$

$$r = r_o^{-\varphi \cos 2\alpha} \left[\sin \varphi - \cos \varphi \cot \alpha \right] \frac{2}{1 + \cot^2 \alpha}$$

Bài 2. Ta gắn hệ trục $0xy$ trùng với mặt phẳng nước và trục $0x$ cùng phương chiều với chuyển động của tàu B, còn tàu A nằm trên phần dương của trục $0y$ ở vị trí ban đầu có toạ độ là $(0, a)$.

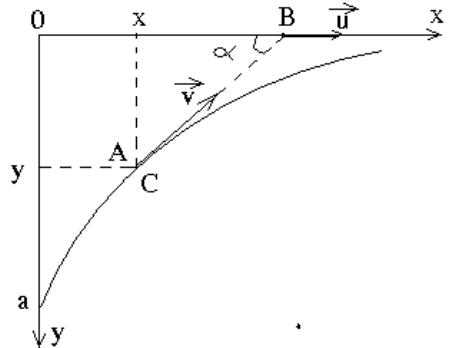
Tàu A chuyển động với vận tốc v luôn hướng về phía tàu B với vận tốc gồm hai thành phần:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -v \sin \alpha \end{cases}$$

Lấy vế chia vế hai phương trình trên và ta rút ra:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\tan \alpha} \frac{dy}{dt} = -\cot \alpha \frac{dy}{dt} \quad (1)$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{ut - x} \Rightarrow ut - x = y \cot \alpha \quad (2)$$



Đạo hàm 2 vế của (2) ta được:

$$u - \frac{dx}{dt} = \cot \alpha \frac{dy}{dt} - \frac{y}{\sin^2 \alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (3)$$

Thay (1) vào (3) ta suy ra:

$$u = -\frac{y}{\sin^2 \alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{dy}{dt} = -v \sin \alpha \Rightarrow dt = -\frac{dy}{v \sin \alpha} \quad (5)$$

$$u = v \frac{y}{dy \sin \alpha} \frac{d\alpha}{dt}$$

Thay dt từ (5) vào (4):

$$\frac{u}{v} \frac{dy}{y} = \frac{d\alpha}{\sin \alpha}$$

hay

Lấy tích phân 2 vế:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{u}{v} \int_a^y \frac{dy}{y} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{u}{v} \ln \frac{y}{a} = \ln \left(\tan \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{u}{v}}$$

Suy ra

Mặt khác ta lại có:

$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\left(\tan \frac{\alpha}{2} \right)^{-1} + \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\left(\frac{y}{a} \right)^{-\frac{u}{v}} + \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{u}{v}}}$$

và $dt = - \frac{dy}{v \sin \alpha}$

nên $dt = - \frac{a}{2v} \left[\left(\frac{y}{a} \right)^{-\frac{u}{v}} + \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{u}{v}} \right] d\left(\frac{y}{a} \right)$ (*)

Lấy tích phân 2 vế phương trình (*):

$$\begin{aligned} \int_0^t dt &= - \frac{a}{2v} \int_a^0 \left[\left(\frac{y}{a} \right)^{-\frac{u}{v}} + \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{u}{v}} \right] d\left(\frac{y}{a} \right) \\ \Leftrightarrow t &= \frac{a}{2v} \left(\frac{1}{1 - \frac{u}{v}} + \frac{1}{1 + \frac{u}{v}} \right) \end{aligned}$$

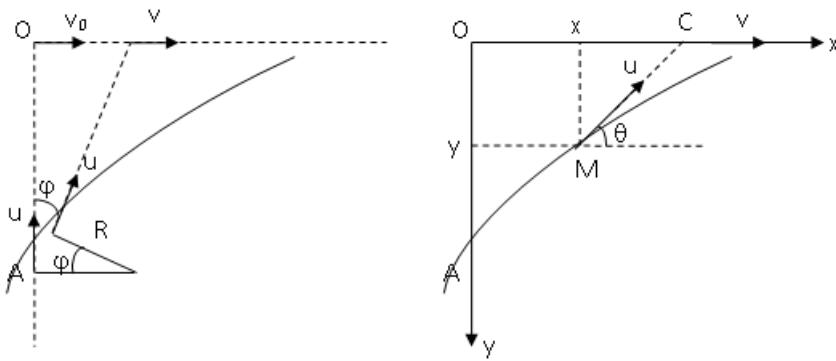
hay $t = \frac{av}{v^2 - u^2}$

Vậy sau thời gian $\frac{av}{v^2 - u^2}$ tàu A sẽ đuổi kịp tàu B.

Bài toán đuổi bắt có nhiều dạng khác nhau, phương pháp đa năng để giải các loại bài toán này chính là phương pháp “**vิพัณ**”. Tuy nhiên còn có những phương pháp đặc biệt để giải chúng,

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

các bạn có thể tham khảo cuốn “Lặng mạn toán học” của giáo sư Hoàng Quý có nêu ra một trong những phương pháp đặc biệt đó để giải bài toán sau:



Bài 3.

Chọn hệ tọa độ cực ứng với $CM = r$; góc θ như hình vẽ.

- Ta có: $x' = u \cos \theta; y' = u \sin \theta$ suy ra $x = vt - r \cos \theta; y = -r \sin \theta$.
- $r' = v \cos \theta - u; r\theta' = -v \sin \theta$

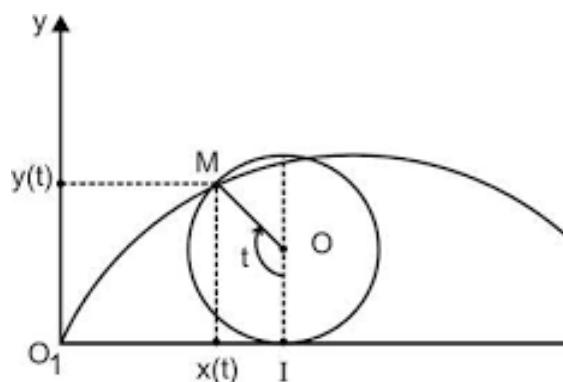
$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{v}{L} \frac{\sin^2 \theta}{\left(\tan \frac{\theta}{2}\right)^{\frac{u}{v}}}$$

- Suy ra:

- Áp dụng kết quả tích phân đề bài cho, ta tính được thời gian đuổi kịp là:

$$t_0 = \frac{Lu}{\left(\frac{u}{v}\right)^2 - 1}$$

Bài 4. a. Lập phương trình chuyển động



Khảo sát chuyển động của điểm M trên đường tròn, có rất nhiều lần điểm M chạm với trục Ox. Ta chọn điểm như thế là gốc O và khảo sát từ điểm ấy.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Gọi $\varphi(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IP})$. Ta tìm sự liên hệ:

$$x = x(\varphi), y = y(\varphi), \varphi = \varphi(t)$$

Trong đó x,y là tọa độ của điểm M. Ta có $x_M = \overline{OP} - \overline{HP}$

Nhưng vì đường tròn lăn không trượt nên $OP = PM = R$.

Vậy:

$$x_M = R(\varphi - \sin \varphi)$$

$$y_M = R(1 - \cos \varphi)$$

Vì đường tròn lăn không trượt nên:

$$OP = \int_0^t V(t) dt$$

mà $OP = R$.

$$\varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V(t) dt$$

Hay :

Do đó phương trình của M được viết lại như sau:

$$x_M = R(\varphi - \sin \varphi)$$

$$y_M = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V(t) dt$$

Quỹ đạo của M gồm những đường cong xycoit tuần hoàn với chu kì 2π .

b. Biểu thức vận tốc và gia tốc

Vận tốc:

$$v_x = x = R\dot{\varphi}(1 - \cos \varphi)$$

$$v_y = y = R\dot{\varphi}\sin \varphi$$

Gia tốc:

$$a_x = R(\dot{\varphi})^2 \sin \varphi + R\ddot{\varphi}(1 - \cos \varphi)$$

$$a_y = R(\dot{\varphi})^2 \cos \varphi + R\ddot{\varphi}\sin \varphi$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

M ở vị trí chạm với đường thẳng $\varphi=0$ hoặc $\varphi=2\pi$. Lúc đó $\sin\varphi=0$ và $\cos\varphi=1$. Thay vào phương trình vận tốc và gia tốc ta được:

Vận tốc : $v_x = 0$ và $v_y = 0$

Gia tốc: $a_x = 0$ và $a_y = \frac{R\varphi''}{R}$. Như vậy gia tốc khác 0 và hướng vuông góc với đường thẳng tựa của đường tròn. Do đó ở những điểm M như thế thì dừng lại tức thời và khởi động lại tức thời.

c. Trường hợp $V=V_0=\text{const}$

$$\varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V_0 dt = \frac{1}{R} V_0 t \quad \text{vậy} \quad \dot{\varphi} = \frac{V_0}{R}; \ddot{\varphi} = 0$$

Do đó:

$$a_x = \frac{V_0^2}{R} \sin \varphi$$

$$v_x = V_0(1 - \cos \varphi)$$

$$\text{Vận tốc: } v_y = V_0 \sin \varphi \quad \text{Gia tốc: } a_y = \frac{V_0^2}{R} \cos \varphi$$

$$\text{Xét tích vô hướng: } a.v = \frac{V_0^2}{R} \sin \varphi$$

Vậy: Nếu $0 < \varphi < \pi$ là chuyển động nhanh dần

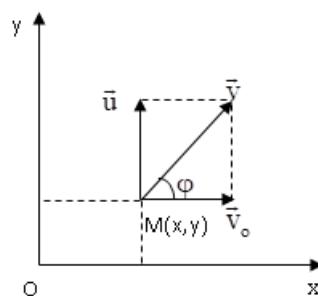
Nếu $\pi < \varphi < 2\pi$ là chuyển động chậm dần.

Bài 5. 1.a. Ta có:

$$\tan \varphi = \frac{u}{v_0} = \frac{dy}{dx} \Rightarrow dy = \frac{u}{v_0} dx$$

$$* \text{ Khi } 0 \leq x < \frac{b}{2} \text{ thì } u = \left(1 + \frac{x}{5b}\right) u_0$$

$$\Rightarrow dy = \left(1 + \frac{x}{5b}\right) \frac{u_0}{v_0} dx \Rightarrow y = \frac{u_0}{v_0} x + \frac{u_0}{10v_0 b} x^2 + C_1$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Điều kiện ban đầu: $y(0) = 0$ nên $C_1 = 0$

$$\frac{b}{2} \leq x \leq b \quad \text{thì } u = \left(\frac{6}{5} - \frac{x}{5b} \right) u_o$$

* Khi

$$\Rightarrow dy = \left(\frac{6}{5} - \frac{x}{5b} \right) \frac{u_o}{v_o} dx \Rightarrow y = \frac{6u_o}{5v_o} x - \frac{u_o}{10v_o b} x^2 + C_2$$

Do điều kiện liên tục tại $x = b/2$ nên:

$$\frac{u_o}{v_o} \cdot \frac{b}{2} + \frac{u_o}{10v_o b} \frac{b^2}{4} = \frac{6u_o}{5v_o} \cdot \frac{b}{2} - \frac{u_o}{10v_o b} \frac{b^2}{4} + C_2 \Rightarrow C_2 = -\frac{u_o b}{20v_o}$$

$$\Rightarrow y = \frac{6u_o}{5v_o} x - \frac{u_o}{10v_o b} x^2 - \frac{u_o b}{20v_o}$$

Sử dụng hàm Heaviside, hàm $y = f(x)$ trong cả đoạn $0 \leq x \leq b$ là:

$$y = \frac{u_o}{v_o} x + \frac{u_o}{10v_o b} x^2 - \left[\frac{u_o x^2}{5bv_o} - \frac{u_o x}{5v_o} + \frac{u_o b}{20v_o} \right] h(x - \frac{b}{2})$$

Quỹ đạo của ca nô là 2 nửa parabol

b.Khi cập bờ bên kia, ca nô cách bến B một đoạn :

$$s = y(b) = \frac{21u_o b}{20v_o}$$

c.Gia tốc của ca nô

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2}$$

Với $x' = v_0$ nên $x'' = 0$

$$y = f(x) \Rightarrow y' = f'(x)x' \Rightarrow y'' = f''(x)(x')^2 = f''(x)v_0^2 = a$$

$$0 \leq x < \frac{b}{2} \text{ thì : } y = \frac{u_0 x}{v_0} + \frac{u_0 x^2}{10v_0 b} \Rightarrow y' = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_0 x}{5v_0 b} \Rightarrow y'' = \frac{u_0}{5v_0 b} \Rightarrow a = \frac{u_0}{5v_0 b} > 0$$

* Khi

* Khi $\frac{b}{2} \leq x \leq b$ thì :

$$y = \frac{6u_0 x}{5v_0} - \frac{u_0}{10v_0 b} x^2 - \frac{u_0 b}{20v_0} \Rightarrow y' = \frac{6u_0}{5v_0} - \frac{u_0}{5v_0 b} x \Rightarrow y'' = -\frac{u_0}{5v_0 b} \Rightarrow a = -\frac{u_0}{5v_0 b} < 0$$

Như vậy giá tốc a của canô luôn phụ thuộc bậc nhất vào v_0 . Nửa dòng sông đầu giá tốc có giá

trị dương, còn nửa dòng sông sau giá tốc có giá trị âm.

Gia tốc của canô so với bờ chính là giá tốc mà canô bị dòng nước kéo theo khi chuyển động

ngang dòng nước. Vì vận tốc của dòng nước so với bờ thay đổi bậc nhất theo tọa độ x, ở nửa

dòng sông đầu theo chiều x tăng thì vận tốc u tăng nên giá tốc có giá trị dương. Ở nửa dòng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

sông sau, theo chiều tăng của x, vận tốc u giảm, do đó gia tốc có giá trị âm. Do hàm số $u = u(x)$ không liên tục tại điểm $x = b/2$, do vậy giá trị của a không thay đổi liên tục tại $x = b/2$ mà thay đổi đột ngột tại đó.

2.Ta có:

$$\tan \varphi = \frac{u}{v} = \frac{c}{b} \Rightarrow v = \frac{bu}{c} \Rightarrow v = \frac{u_0 b}{c} \left[\left(1 + \frac{x}{5b} \right) - \left(\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5} \right) h(x - \frac{b}{2}) \right]$$

Bài 6. Ta có: $v_x = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos \omega t$; $v_y = \frac{dy}{dt} = \omega A \sin \omega t$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \omega A$$

- Quãng đường đi được sau thời gian τ

$$s = \int_0^\tau v dt = \omega A \int_0^\tau dt = \omega A \tau$$

a. Gia tốc : $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\omega^2 A \sin \omega t$; $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \omega^2 A \cos \omega t$

Xét tích vô hướng:

Do: $v_x a_x + v_y a_y = -\omega^3 A^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \omega^3 A^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t = 0$

Nên: $v_a \cos(\vec{v}, \vec{a}) = 0 \Rightarrow \cos(\vec{v}, \vec{a}) = 0 \Rightarrow (\vec{v}, \vec{a}) = \frac{\pi}{2}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 7. Parabol $y = \alpha x^2$

- Tính bán kính cong

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M :

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = 2\alpha x \quad (1)$$

Khi điểm M rất gần điểm O thì M gần như trùng với H

$$\tan \varphi \approx \varphi = \frac{OM}{OI} = \frac{OH}{OI} = \frac{x}{R} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $R = \frac{\alpha}{2}$ Tính gia tốc

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$. Do vận tốc có độ lớn không đổi
0

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = 2\alpha v^2$$

Do đó:

$$\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2 = 1$$

- Quỹ đạo là elip

- Tính bán kính cong

Lấy vi phân 2 vế của phương trình quỹ đạo ta được

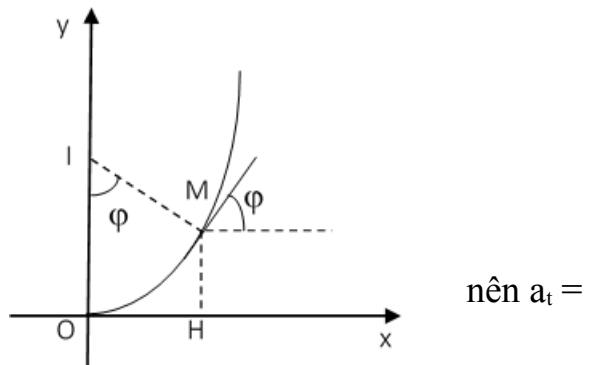
$$\frac{2x dx}{\alpha^2} + \frac{2y dy}{\beta^2} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{x}{y} \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{x}{y} \quad (3)$$

Khi M rất gần M_o (có tọa độ x = 0) thì:

$$\tan \varphi \approx \varphi = \frac{M_o M}{M_o I} = \frac{OH}{M_o I} = \frac{x}{R} \quad (4)$$

$$R = \frac{\alpha^2 y}{\beta^2}$$

Từ (3) và (4) suy ra:



nên $a_t =$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

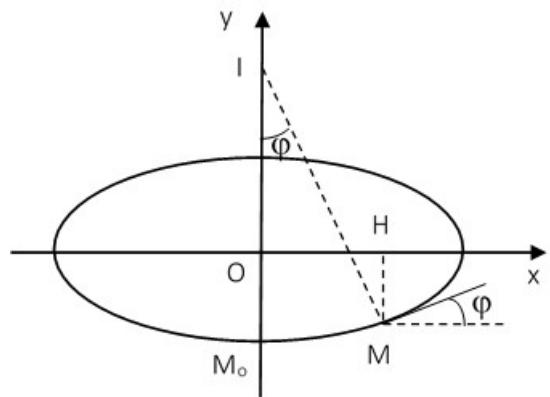
$$\Rightarrow y = -\beta \Rightarrow R = \frac{\alpha^2}{\beta}$$

Tại điểm M_0 thì $x = 0$

- Tính gia tốc

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2 \beta}{\alpha^2}$$

Tương tự ý a ta có:



$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Bài 8. Quả bóng rơi tự do nên thời gian từ lúc rơi đến lúc chạm sàn lần đầu tiên là

Gọi vận tốc trước và sau lần va chạm đầu tiên là v và v_1 . Ta có: $v^2 = 2gh$ và $\frac{v_1}{v} = e$

Sau khi va chạm lần 1 quả bóng này lên tới độ cao h_1 rồi lại rơi xuống: $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{e^2 v^2}{2g} = e^2 h$ Do lực cản của không khí bỏ qua nên độ lớn vận tốc của bóng trước va chạm thứ 2 là v_1 và thời

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2e\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Tương tự thời gian ngắn nhất giữa va chạm thứ nhất và thứ 2 là: $t_2 = 2e^2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ và thời gian ngắn

$$t_n = 2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Vậy thời gian từ lúc rơi đến va chạm thứ ($n+1$) là:

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 + \dots + t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e\sqrt{\frac{2h}{g}} + 2e^2\sqrt{\frac{2h}{g}} + \dots + 2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}} \\ &= \sqrt{\frac{2h}{g}}(2(1 + e + e^2 + \dots + e^n) - 1) \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$t_{n \rightarrow \infty} = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Thời gian chuyển động của quả bóng từ lúc bắt đầu rơi tới khi dừng hẳn :

Bài 9. a) Chọn $t = 0$ là lúc người bắt đầu chuyển động.

Chọn hệ trục tọa độ xoy như hình vẽ, gốc O là vị trí của vật B lúc $t = 0$.

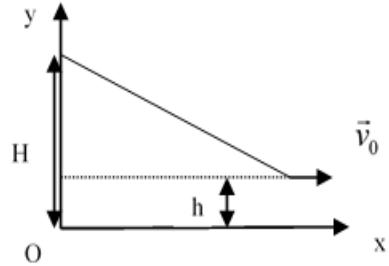
Tại thời điểm $t = 0$: vật B ở gốc O, đầu dây A nằm trên trục oy, cách O một đoạn h. Như vậy chiều dài của dây là $l = 2H - h$

(1)

Tại thời điểm t : vật B có độ cao y, đầu A ở tọa độ $x = v_0 t$

(2)

$$\text{Chiều dài dây là: } l = H - y + \sqrt{(H-h)^2 + x^2} \quad (3)$$



Thay (1), (2) vào 3, đồng thời thay $H = 10m$, $h = 1m$, $v_0 = 1m/s$ ta tìm được quan hệ hàm số giữa độ cao của vật B và thời gian người chuyển động $y = \sqrt{t^2 + 81} - 9$

b) Vận tốc tức thời của vật B tại thời điểm t là:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} (t^2 + 81)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2t = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 81}}$$

c) Khi vật vừa chạm ròng rọc thì $y = 10m$.

$$\text{Giải phương trình } 10 = \sqrt{t^2 + 81} - 9 \quad \text{ta được } t = 16,73s$$

Bài 10. Gọi v_B là vận tốc của B so với A, ta có

$$\vec{v}_B = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \Rightarrow v_B = v_1 + v_2$$

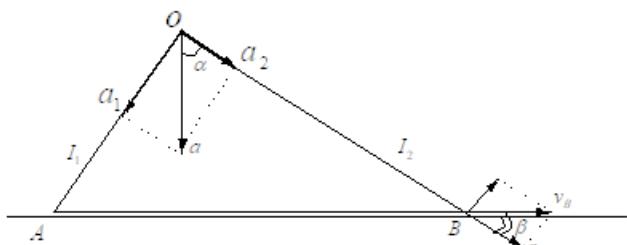
- Gọi a_1 và a_2 là gia tốc thành phần của khớp nối theo OA và OB. Gia tốc toàn phần:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 \Rightarrow a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Vì xét hệ quy chiếu gắn với A nên ở thời điểm này vectơ vận tốc \vec{v} của khớp nối O hướng về B.

Vì thanh cứng nên hình chiếu của \vec{v}_B lên OB là

\vec{v} :



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v = v_B \cos \beta = (v_1 + v_2) \frac{l_2}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2}}$$

Ta có:

$$a_1 = \frac{v^2}{l_1} = \frac{(v_1 + v_2)^2 l_2^2}{(l_1^2 + l_2^2) l_1}$$

- Độ lớn gia tốc a_1 là gia tốc hướng tâm A, ta có:

- Lý luận tương tự như trên, chọn hệ quy chiếu gắn với B, ta có:

$$a_2 = \frac{v^2}{l_2} = \frac{(v_1 + v_2)^2 l_1^2}{(l_1^2 + l_2^2) l_2}$$

$$a = \frac{(v_1 + v_2)^2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)}$$

Vậy độ lớn gia tốc khớp nối:

$$\tan \alpha = \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{l_2}{l_1} \right)^2$$

Hướng của \vec{a} hợp với thanh OB một góc α :

$$t_1 = \frac{d - x}{v_1}$$

Bài 11. Thời gian ô tô chạy trên đường cái từ A đến B:

$$t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + l^2}}{v_2}$$

Thời gian ô tô chạy trên đồng cỏ từ B đến D:

$$\frac{d - x}{v_1} + \frac{\sqrt{x^2 + l^2}}{v_2}$$

Tổng thời gian chạy từ A đến D của ô tô :

$$= \frac{d - x}{v_1} + n \cdot \frac{\sqrt{x^2 + l^2}}{v_1}$$

$$f(x) = \frac{d - x + n\sqrt{x^2 + l^2}}{v_1}$$

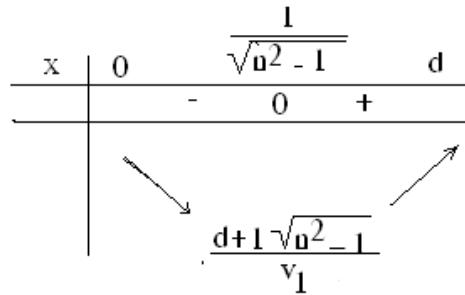
Đặt:

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{v_1} + \frac{nx}{v_1 \sqrt{x^2 + l^2}} = \frac{nx - \sqrt{x^2 + l^2}}{v_1 \sqrt{x^2 + l^2}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

Bảng biến thiên:



Vậy ô tô phải rời đường cái tại B cách C một đoạn $x = \frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}}$, lúc đó thời gian ngắn nhất cần

$$t_{\min} = \frac{d + l\sqrt{n^2 - 1}}{v_1}$$

Bài 12.

* Theo đề bài ta có:

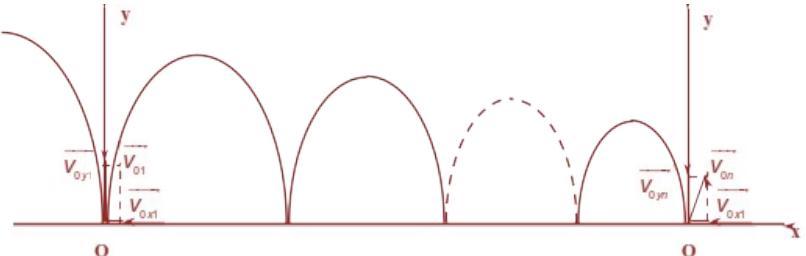
$$V_{0x_n} = \varepsilon_x \cdot V_{0x_{n-1}} = \varepsilon_x^{n-1} \cdot V_{0x_1}$$

$$V_{0y_n} = \varepsilon_y \cdot V_{0y_{n-1}} = \varepsilon_y^{n-1} \cdot V_{0y_1}$$

* Gọi thời gian bay và quãng đường bóng đi được giữa va chạm thứ n và n+1 là t_n và L_n thì:

$$t_n = \frac{2V_{0y_n}}{g} = \frac{2V_{0y_1} \cdot \varepsilon_y^{n-1}}{g}$$

$$L_n = V_{0x_n} \cdot t_n = \frac{2V_{0x_1} \cdot \varepsilon_x^{n-1} \cdot V_{0y_1} \cdot \varepsilon_y^{n-1}}{g}$$



* Khi đó, tổng thời gian bay là:

$$t_0 = \sum_{i=1}^n t_i = \frac{2V_{0y_1}}{g} (1 + \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \dots + \varepsilon_y^{n-1}) \Rightarrow t_0 = \frac{2V_{0y_1}}{g} \cdot \frac{1 - \varepsilon_y^n}{1 - \varepsilon_y}$$

$$\text{Do } \varepsilon_y < 1 \text{ nên khi } n \rightarrow \infty \text{ thì: } t_0 = \frac{2V_{0y_1}}{g(1 - \varepsilon_y)} \Rightarrow V_{0y_1} = \frac{g(1 - \varepsilon_y)}{2} t_0 \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$* \text{Tổng quãng đường đi được là: } L = \sum_{i=1}^n L_i = \frac{2v_{0x_i} \cdot v_{0y_i}}{g} (1 + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x^2 \varepsilon_y^2 + \dots + \varepsilon_x^{n-1} \varepsilon_y^{n-1}) \Rightarrow L = \frac{2v_{0x_1} v_{0y_1}}{g} \cdot \frac{1 - \varepsilon_x^n \varepsilon_y^n}{1 - \varepsilon_x \varepsilon_y}$$

$$L = \frac{2v_{0x_1} \cdot v_{0y_1}}{g(1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)}$$

Do $\varepsilon_x, \varepsilon_y < 1$ nên khi $n \rightarrow \infty$ thì:

$$v_{0x_1} = \frac{1 - \varepsilon_x \varepsilon_y}{(1 - \varepsilon_y) t_0} L$$

Thay (1) vào, ta được: (2)

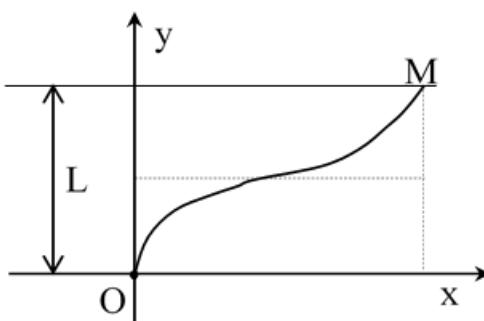
* Từ (1) và (2) suy ra góc tạo bởi vận tốc bóng và phương ngang ngay sau va chạm đầu là:

$$\tan \alpha = \frac{v_{0y_1}}{v_{0x_1}} = \frac{g(1 - \varepsilon_y)^2 t_0^2}{2L(1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)}$$

Bài 13.

a) Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

Với $v_1 = v_y; v_2 = v_x = v_o \sin \frac{\pi y}{L} \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_o^2 \sin^2 \frac{\pi y}{L}}$



b) Xác định khoảng cách từ điểm O đến điểm thuyền cập bến ở bờ bên kia theo phương Ox.

$$y = y_o + v_y \cdot t = v_1 \cdot t \Rightarrow t = \frac{y}{v_1} \quad (1)$$

+ Theo Oy:

$$dx = v_x \cdot dt = v_2 \cdot dt = v_o \sin \frac{\pi y}{L} \cdot dt$$

+ Theo Ox:

$$\Rightarrow x = \int v_o \sin \frac{\pi y}{L} \cdot dt = \int v_o \sin \frac{\pi v_1 t}{L} \cdot dt = -\frac{v_o L}{\pi v_1} \cos \frac{\pi v_1}{L} \cdot t + C$$

$$0 = -\frac{v_o L}{\pi v_1} + C \Rightarrow C = \frac{v_o L}{\pi v_1}$$

Điều kiện ban đầu: $x(0) = 0 \Rightarrow$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vậy: $x = \frac{v_0 L}{\pi v_1} \left(1 - \cos \frac{\pi v_1}{L} \cdot t \right) = \frac{2v_0 L}{\pi v_1} \cdot \sin^2 \frac{\pi v_1}{2L} \cdot t$

$$x = \frac{2v_0 L}{\pi v_1} \cdot \sin^2 \frac{\pi y}{2L}$$

Phương trình quỹ đạo:

$$x = \frac{2v_0 L}{\pi v_1}$$

Khi sang đến bờ bên kia (Tại M), ta có: $y = L \Rightarrow \frac{2v_0 L}{\pi v_1}$ là khoảng cách từ điểm xuất phát đến điểm cập bến theo Ox.

Bài 14. Ta nhận thấy ngay không có lực nào tác dụng vào vật sinh công, do vậy động năng của vật được bảo toàn do vậy nó có vận tốc không đổi v_0 .

Tại một thời điểm nào đó dây có chiều dài l , xét một thời gian vô cùng bé dt vật đi được cung AB:

$$\widehat{AB} = ld = v_0 dt$$

Do $dl = R d\varphi \Rightarrow d\varphi = \frac{dl}{R}$ thế vào phương trình trên ta được:

$$l \frac{dl}{R} = v_0 dt$$

Lấy tích phân hai vế: $\int_0^L \frac{dl}{R} = \int_0^t v_0 dt \Leftrightarrow \frac{1}{R} \cdot \frac{l^2}{2} \Big|_0^L = v_0 t \Big|_0^t$

$$\Leftrightarrow \frac{L^2}{2R} = v_0 t \Leftrightarrow t = \frac{L^2}{2v_0 R}$$

$$t = \frac{L^2}{2v_0 R}$$

Vậy thời gian để dây cuốn hết trụ sẽ là:

$$v = a\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{dx}{dt} = a\sqrt{x}$$

Bài 15. Theo đề bài :

hay $\frac{dx}{\sqrt{x}} = adt$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Nguyên hàm hai vế : $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int a dt \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = at + c$

Do $t=0$ thì $x=0 \Rightarrow c=0$

$$2\sqrt{x} = at \Rightarrow x = \frac{a^2}{4}t^2$$

Do vậy

$$\text{Vận tốc của vật} \quad v = \frac{dx}{dt} = x'$$

$$v = \frac{a^2}{2}t$$

Gia tốc của vật :

$$w = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$$

$$w = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{b. Vận tốc trung bình} \quad \bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{a^2}{4}t$$

$$\bar{v} = \frac{a\sqrt{x}}{2}$$

Bài 16. Vẽ độ lớn: $w = a\sqrt{v}$

a. Vẽ dấu ta có:

$$\begin{aligned} w = -a\sqrt{v} &\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -a\sqrt{v} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -adt \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{v} = -at + C \end{aligned}$$

$$\text{Lúc } t=0, v=0 \Rightarrow C=2\sqrt{v_0} \Rightarrow 2\sqrt{v} = -at + 2\sqrt{v_0}$$

$$\Rightarrow v = v_0 - a\sqrt{v_0}t + \frac{a^2}{4} \cdot t^2$$

Khi chất điểm dừng lại thì $v=0$:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow t = \frac{2}{a} \sqrt{v_0} \quad (*)$$

Quảng đường vật đi được cho đến lúc dừng lại:

$$S = \int_0^{\frac{2}{a}\sqrt{v_0}} v dt = \int_0^{\frac{2}{a}\sqrt{v_0}} (v_0 - a\sqrt{v_0}t + \frac{a^2}{4}t^2) dt$$

$$\Rightarrow S = \frac{2}{3a} \cdot v_0^{\frac{3}{2}}$$

b. Từ (*) ta có thời gian đi quảng đường ấy: $t = \frac{2}{a} \sqrt{v_0}$.

Bài 17. Theo đề bài ta có:

$$a_i = a_n \Rightarrow -\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{R}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{dv}{v^2} = \frac{dt}{R} \quad (1)$$

Lấy tích phân 2 vế ta có:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{dt}{R} \Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = \frac{t}{R}$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0}{R}t}$$

$$\text{từ (1)} \Rightarrow -\frac{dv}{v} = \frac{ds}{R} \quad (2) \quad (\text{ds} = vdt)$$

Lấy tích phân 2 vế phương trình (2):

$$-\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^s \frac{ds}{R} \Leftrightarrow -\ln \frac{v}{v_0} = \frac{s}{R}$$

$$\Rightarrow v = v_0 \cdot e^{-\frac{s}{R}}$$

a. Gia tốc toàn phần:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_t \sqrt{2} = a_n \sqrt{2}$$

Gia tốc toàn phần theo vận tốc:

$$a = \frac{v^2}{R} \sqrt{2}$$

Gia tốc toàn phần theo quãng đường đi được:

$$a = \frac{v_0^2 e^{-\frac{2s}{R}}}{R} \sqrt{2}$$

Bài 18. Xét chuyển động của con chó:

$$\tan \alpha = -y'(x) = \frac{v_2 t - y}{x} \Rightarrow xy'(x) = y - v_2 t \quad (1)$$

$$ds = v_1 dt = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = dx \sqrt{1 + y'(x)^2} \quad (2)$$

- Đạo hàm theo x hai vế (1) ta có:

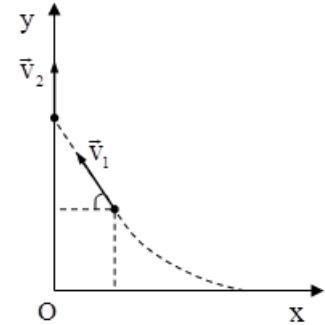
$$y'(x) + x.y''(x) = y'(x) - v_2 \frac{dt}{dx} \Rightarrow v_2 \frac{dt}{dx} = -x.y''(x) \quad (3)$$

- Từ (2) và (3) ta có:

$$\frac{v_1}{v_2} x.y''(x) = \sqrt{1 + y'(x)^2} \Rightarrow \frac{dy'(x)}{\sqrt{1 + y'(x)^2}} = \frac{v_2}{v_1} \frac{dx}{x}$$

- Tại $t = 0$ thì $y'(x) = 0$ và $x = a$, lấy tích phân hai vế phương trình trên ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^{y(x)} \frac{dy'(x)}{\sqrt{1 + y'(x)^2}} &= \frac{v_2}{v_1} \int_a^x \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln(y'(x) + \sqrt{1 + y'(x)^2}) = \frac{v_2}{v_1} (\ln x - \ln a) = \ln \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{v_2}{v_1}} \\ \Rightarrow y'(x) + \sqrt{1 + y'(x)^2} &= \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{v_2}{v_1}} \quad \Rightarrow 1 + y'(x)^2 = \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{2v_2}{v_1}} - 2 \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{v_2}{v_1}} y'(x) + y'(x)^2 \end{aligned}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow y'(x) = \frac{(x/a)^{\frac{2v_2}{v_1}} - 1}{2(x/a)^{\frac{v_2}{v_1}}} = \frac{1}{2} \left((x/a)^{\frac{v_2}{v_1}} - (x/a)^{-\frac{v_2}{v_1}} \right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \int_a^x \left((x/a)^{\frac{v_2}{v_1}} - (x/a)^{-\frac{v_2}{v_1}} \right) dx = -\frac{1}{2a^{\frac{v_2}{v_1}}} \frac{v_1}{v_1 + v_2} \left[x^{\frac{v_2}{v_1} + 1} - a^{\frac{v_2}{v_1} + 1} \right] - \frac{1}{2} a^{\frac{v_2}{v_1}} \frac{v_1}{v_1 - v_2} \left[x^{1 + \frac{v_2}{v_1}} - a^{1 + \frac{v_2}{v_1}} \right]$$

Chó sẽ đuối kịp thỏ nếu khi cho $x \rightarrow 0$ thì y phải có giá trị hữu hạn. Điều này chỉ xảy ra nếu $\left(1 - \frac{v_2}{v_1} \right) > 0 \Rightarrow v_1 > v_2$.

$$s_2 = y_{x=0} = \frac{av_1 v_2}{v_1^2 - v_2^2}$$

Quãng đường thỏ chạy:

$$s_1 = v_1 \frac{s_2}{v_2} = \frac{av_1^2}{v_1^2 - v_2^2}$$

Quãng đường thỏ chạy:

Bài 19.1a. Quỹ đạo cần tìm chính là đường đi của tia sáng khi truyền từ A đến M trong hai môi trường mà vận tốc của nó lần lượt là v_1 và v_2 ; trong đó góc tới của tia sáng là 90° .

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin r = \frac{v_2}{v_1} \sin i = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$

Áp dụng định luật khúc xạ ta có:

$$HI = d \cdot \tan 30^\circ = d \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AI = AH - HI = \frac{2d\sqrt{3}}{3}$$

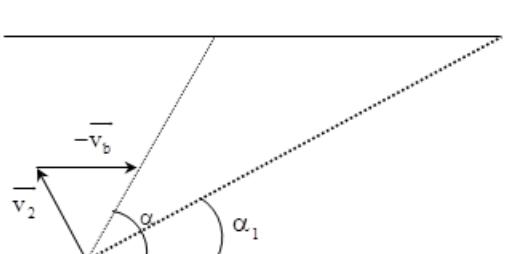
1b. Gắn hệ qui chiếu vào xe buýt. Vận tốc của Tiên được xác định bởi: $\overrightarrow{v_{Tb}} = \overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_b}$

Để Tiên đón được xe thì giao điểm K của phuơng $\overrightarrow{v_{Tb}}$ và

đường b phải nằm bên trái của điểm M.

Nghĩa là $\alpha \geq \alpha_1 \Rightarrow \sin \alpha \geq \sin \alpha_1$

$$\text{Trong đó: } \tan \alpha_1 = \frac{MH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{1}{2}$$

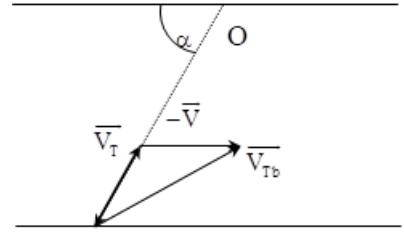


KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định lí hàm sin ta có: $\frac{V_b}{\sin \beta} = \frac{V_2}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{V_2}{V_b} \sin \beta \geq \sin \alpha_1 \Rightarrow \sin \beta \geq \frac{V_b}{V_2} \sin \alpha_1 = 1$

Vậy Tiên chỉ gặp được xe khi chạy theo hướng vuông góc với AM.

2. Gắn hệ qui chiếu vào xe bus và gọi r là khoảng cách giữa Tiên và xe.



Vận tốc của Tiên được tính bởi: $\overrightarrow{V_{Tb}} = \overrightarrow{V_T} - \overrightarrow{V}$

Chiếu lên phương vuông góc với $\vec{r} = \vec{OT}$ ta suy ra tốc độ góc của Tiên trong chuyển động quay

$$\text{tương đối quanh điểm gốc là xe bus} \Rightarrow \alpha' = \frac{V \cdot \sin \alpha}{r} \quad (1)$$

Theo giả thiết, tốc độ lại gần xe bus của Tiên là không đổi và được tính bởi:

$$-\frac{dr}{dt} = V_T + V \cdot \cos \alpha = V \cdot \cos \alpha_0 = \frac{1}{2} V \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = -2 \frac{dr}{r}$$

Lấy tích phân hai vế ta được: $\ln [\tan(\alpha/2)] = -\ln(r^2) + C$

$$\text{Hay: } (r^2 \tan(\alpha/2)) = \text{const} = L^2 \cdot \tan(\alpha_0/2) = L^2 \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

Nếu Tiên đuổi kịp xe ta có $r \rightarrow 0 \Rightarrow \tan(\alpha/2) \rightarrow \infty \Rightarrow \alpha \rightarrow 180^\circ$

$$\text{Hoặc từ (3) ta có: } \cos^2(\alpha/2) = \frac{3r^4}{L^4 + 3r^4}. \text{ Khi } r=0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \pi$$

Từ (2) ta có tốc độ của Tiên khi đuổi kịp xe bus là: $V_T = \frac{3}{2} V = 54 \text{ km/h}$

Vượt quá khả năng của con người cho đến lúc này. Vậy Tiên không thể đuổi kịp xe.

Nếu không có điều kiện Tiên đi lại gần xe với tốc độ không đổi thì từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{V_T + V \cdot \cos \alpha}{V \cdot \sin \alpha} d\alpha = -\frac{dr}{r} \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{a+b \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(a-b) \operatorname{tg}^2(\alpha/2) + (a+b)}{(1+\operatorname{tg}^2(\alpha/2)) \operatorname{tg}(\alpha/2)} \times \frac{1}{2 \cos^2(\alpha/2)}$$

Ta có:

$$J = \int \frac{a+b \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} d\alpha = \int \frac{(a-b) u^2 + (a+b)}{u(1+u^2)} du = (a-b) \int \frac{du}{u} + 2b \int \frac{du}{u(1+u^2)}$$

Suy ra tích phân:

Trong đó $u = \operatorname{tg}(\alpha/2)$

$$\text{Đặt: } z = 1+u^2 \Rightarrow dz = 2u \cdot du \Rightarrow \int \frac{du}{u(1+u^2)} = \frac{1}{2} \int \frac{dz}{z(z-1)} = \frac{1}{2} \int_{z=1}^z \frac{dz}{z-1} - \frac{1}{2} \int_z^{\infty} \frac{dz}{z} = \ln \sqrt{\frac{z-1}{z}} = \ln \sqrt{\frac{u^2}{u^2+1}}$$

Do đó: $J = (a-b) \cdot \ln [\operatorname{tg}(\alpha/2)] + 2b \cdot \ln [\sin(\alpha/2)] + C$

Dựa vào kết quả tích phân nói trên từ (3) ta suy ra: $r [\operatorname{tg}(\alpha/2)]^{VT-V} [\sin(\alpha/2)]^{2V} = \text{const}$

Vậy khi Tiết đuối kịp xe ($r \rightarrow 0$) thì $\cos(\alpha/2) \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \rightarrow \pi$

Bài 20. Trong khoảng thời gian dt, vận tốc của vật biến thiên một lượng dv

$$\Rightarrow \text{Gia tốc của vật: } a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{- ĐLIIIN cho vật: } \vec{m}g + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{m}a$$

Chiều theo phương \vec{v} :

$$\Rightarrow Ma = mgsin\alpha \cos\varphi - kmg \cos\alpha = mgsin\alpha \cos\varphi - mg \cos\alpha \cdot \tan\alpha = mgsin\alpha \cos\varphi - mgsin\alpha$$

$$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = mg \sin \alpha \cdot (\cos \phi - 1) \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \sin \alpha \cdot (\cos \phi - 1) \quad (1)$$

Chiều theo phương vuông góc với \vec{v}

$$\Rightarrow ma_{ht} = mgsin \alpha \sin \varphi \Rightarrow m \frac{v^2}{R} = mg \sin \alpha \sin \phi$$

Mặt khác: $v \cdot dt = R \cdot d\varphi$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow R \frac{v \cdot dt}{-d\phi} \Rightarrow \frac{mv^2}{-d\phi} = mg \sin \alpha \sin \varphi$$

$$\Rightarrow \frac{-v \cdot d\phi}{dt} = mg \sin \alpha \sin \varphi \Rightarrow g \sin \alpha = \frac{-v \cdot d\phi}{\sin \phi \cdot dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-d\phi}{\sin \phi \cdot dt} \cdot (\cos \phi - 1)$$

Thay vào (1):

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{d\phi}{\sin \phi} \cdot (1 - \cos \phi) = \frac{d\phi \left(1 - \cos^2 \frac{\phi}{2} + \sin^2 \frac{\phi}{2}\right)}{2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}} = \frac{d\phi \cdot 2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}{2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = d\phi \cdot \tan \frac{\phi}{2}$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_{\pi/2}^{\phi} d\phi \cdot \tan \frac{\phi}{2}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{v}{v_0} = -2 \ln \cos \frac{\phi}{2} \Big|_{\pi/2}^{\phi} = -2 \left[\ln \cos \frac{\phi}{2} - \ln \cos \frac{\pi}{4} \right] = -2 \ln \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{\sqrt{2}/2}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{v}{v_0} = \ln \left(\sqrt{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} \right) \Rightarrow v = \frac{v_0}{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} = \frac{v_0}{1 + \cos \phi}$$

Bài 21. Ta có: $d = R\alpha$; với $\cos \alpha = \vec{e}_{r_1} \cdot \vec{e}_{r_2}$

- Trong hệ tọa độ cầu: $\cos \alpha = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \cos \theta_1 \cos \theta_2$

với $\theta_1 = 90^\circ - \lambda_1$ và $\theta_2 = 90^\circ - \lambda_2$

do đó, ta tính được $\alpha = 87^\circ 20'$

Suy ra chiều dài con đường ngắn nhất: $d = R \cdot \alpha = 9709,5$ km.

Bài 22 . Chọn gốc là điểm nổ. Đúng lúc nổ vận tốc pháo hoa bằng không. Nếu cho rằng khi nổ các mảnh pháo hoa được bắn đi mọi phía với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 có độ lớn như nhau thì phương trình động lực học cho một mảnh pháo hoa có khối lượng m bấy kỉ là

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -mg\vec{j} - mk \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1)$$

Trong đó \vec{j} là véc tơ đơn vị và lực cản tỉ lệ với vận tốc.

$$\text{Phương trình (1) có thể được viết lại: } \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + k \frac{d\vec{r}}{dt} = -g\vec{j}$$

$$\text{Hay } \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} e^{kt} \right) = -ge^{kt} \vec{j}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} e^{kt} = -\frac{ge^{kt} \vec{j}}{k} + C$$

Sau khi lấy tích phân theo t, ta thu được:

$$\text{Hằng số } C \text{ được chọn từ điều kiện ban đầu: } \left. \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \right|_{t=0} = \vec{v}_0$$

$$\text{Từ đó } C = \vec{v}_0 + \frac{g\vec{j}}{k}$$

$$\text{Vậy } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{g}{k} \vec{j} + \left(\vec{v}_0 + \frac{g}{k} \vec{j} \right) e^{-kt}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 e^{-kt} + \frac{g}{k} (e^{-kt} - 1) \vec{j} \quad (2)$$

$$\text{Suy ra } \vec{r} = \vec{v}_0 \frac{e^{-kt}}{k} - \frac{g}{k} \left(\frac{e^{-kt}}{k} + t \right) \vec{j} + C_1 \quad (3)$$

$$\text{Khi } t = 0 \text{ thì } \vec{r} = 0 \text{ nên } C_1 = \frac{\vec{v}_0}{k} + \frac{g}{k^2} \vec{j}$$

Thay vào (3) ta được

$$\vec{r} = \vec{v}_0 \frac{e^{-kt}}{k} - \frac{g}{k} \left(\frac{e^{-kt}}{k} + t \right) \vec{j} + \frac{\vec{v}_0}{k} + \frac{g}{k^2} \vec{j}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{r} = \frac{\vec{v}_0}{k} (1 - e^{-kt}) + \left\{ \frac{g}{k^2} (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t \right\} \vec{j} \quad (4)$$

Đặt $\begin{cases} \alpha(t) \vec{j} = \left[t - \frac{1}{k} (1 - e^{-kt}) \right] \frac{g}{k} \vec{j} \\ \beta(t) \vec{v}_0 = \frac{1}{k} (1 - e^{-kt}) \vec{v}_0 \end{cases}$

Thay vào (4) ta được $|\vec{r} + \alpha(t) \vec{j}| = \beta(t) v_0$

Như vậy tại mọi thời điểm t , mọi mảnh pháo hoa đều cách điểm A một khoảng không đổi $\beta(t) v_0$. Tức là các mảnh nằm trên mặt cầu bán kính $\beta(t) v_0$ tâm A.

Vận tốc của A được xác định bởi công thức (2)

$$\begin{aligned} \vec{v}_A &= -\frac{g}{k} (1 - e^{-kt}) \vec{j} \text{ ngược chiều } \vec{j} \text{ và đạt đến giá trị } \frac{g}{k} \text{ khi } t \rightarrow \infty \\ &\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 e^{-kt} + \frac{g}{k} (e^{-kt} - 1) \vec{j} \end{aligned}$$

Bài 23. Phần a:

Xét 1 con rùa trong hệ tọa độ cực tại thời điểm t nó ở vị trí \vec{r}, φ , vận tốc \vec{v}_1 . (\vec{r} đi qua tâm hình vuông). Vì vị trí các con rùa luôn tạo thành 4 đỉnh của hình vuông nên \vec{r}, \vec{v}_1 luôn tạo với nhau góc 45° . Chọn chiều dương của góc φ là chiều kim đồng hồ, ta có

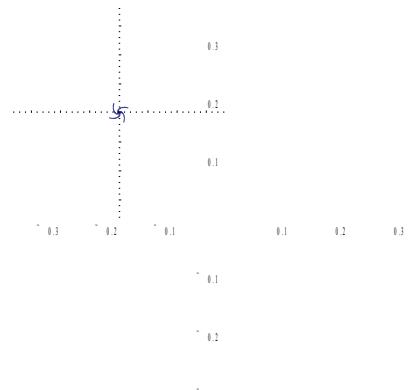
$$\vec{v}_1 = v_r \vec{e}_r + v_\varphi \vec{e}_\varphi$$

(\vec{e}_r hướng ra xa tâm)

$$v_r = -v \cos 45^\circ = -v \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad v_\varphi = v \cdot \sin 45^\circ = v \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ban đầu mỗi con rùa cách tâm là $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Bốn con rùa gặp nhau ở tâm sau thời gian:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$t = \frac{a}{\sqrt{2} |v_r|} = \frac{a}{v}$$

Phần b:

Xác định phương trình quỹ đạo $r(\varphi)$ của con rùa 1

Từ

$$v_r = \frac{dr}{dt} = -\frac{v}{\sqrt{2}}$$

$$v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ta có } \frac{dr}{dt} = -r \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \frac{dr}{r} = -d\varphi \Rightarrow \ln \frac{r}{c} = -\varphi \quad (1)$$

Tại $t=0$ thì $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$ nên từ (1) suy ra $c = \frac{a}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}}$. (Việc chọn pha ban đầu tùy ta chọn.)

Vậy $r = c \cdot e^{-\varphi} = \frac{a}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}-\varphi}$. Đây là phương trình quỹ đạo của con rùa 1.

Con rùa 1 ở vị trí góc φ thì con rùa 2,3,4 lần lượt ở vị trí

$\varphi_2 = \varphi + \frac{\pi}{2}$, $\varphi_3 = \varphi + \pi$, $\varphi_4 = \varphi + \frac{3\pi}{2}$. (Vì chúng hướng về nhau theo chiều kim đồng hồ, và đã chọn chiều dương của góc cực cùng chiều kim đồng hồ.)

Phương trình quỹ đạo của con rùa i, $i = 2,3,4$ là $r_i = \frac{a}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}-\varphi_i}$.

Quỹ đạo của các con rùa là đường xoắn logarit dạng như hình bên.

Bài 24 . Lúc mọc: $\varphi = \varphi_1$, với $\cos \varphi_1 = \frac{\tan \alpha}{\tan \theta}$; lúc lặn: $\varphi_c = -\varphi_1$

- $\theta < \alpha$: vùng Bắc cực, Mặt Trời không mọc; $\theta > 180^\circ - \alpha$: vùng Nam cực, Mặt trời không lặn.

Lưu ý rằng: $\theta = 90^\circ - \lambda$ và ngày dài: $t = 24 \frac{2\varphi}{\pi}$ (giờ)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng: Ở Lille có $t = 7$ giờ 41 phút.

$$\vec{r} = \frac{\vec{v}_0}{k} (1 - e^{-kt}) + \left\{ \frac{g}{k^2} (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t \right\} \vec{j}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-kt} + \frac{g}{k} (e^{-kt} - 1) \vec{j}$$

CHƯƠNG II.

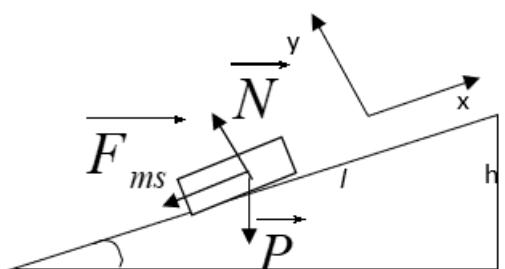
ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Bài 1. Các lực tác dụng lên vật khi lênh dốc là: Trọng lực \vec{P} , phản lực vuông góc \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} .

- áp dụng định luật II Niu-ton, ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a}. \quad (1)$$



- Chiếu phương trình (1) lên trục Ox (dọc theo mặt dốc hướng lên) và trục Oy (vuông góc với mặt dốc hướng lên):

$$- P \cos \alpha + N = 0 \quad (2)$$

$$- P \sin \alpha - F_{ms} = m a \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Trong đó: $\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{10}{100} = 0,1$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 0,995$$

Từ (2) và (3) suy ra: $F_{ms} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$

$$a = \frac{-P \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

và

$$a = -1,995 \text{ m/s}^2.$$

Gọi s là chiều dài tối đa vật có thể đi lên trên mặt dốc (cho đến lúc vận tốc bằng 0) ta có:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad (4), \text{ với } v = 0 \text{ m/s}, v_0 = 20 \text{ m/s}$$

Suy ra $s = 100,25 \text{ m} > l = 100 \text{ m}$. Như vậy, vật lên tới được đỉnh dốc.

Khi lên đến đỉnh dốc, vận tốc v_1 của vật tính theo công thức $v_1^2 - v_0^2 = 2as$, với $s = l = 100 \text{ m} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2al + v_0^2} = 1 \text{ m/s}$.

Thời gian lên dốc: $t = \frac{v_1 - v_0}{a} = 9,52 \text{ s}$

Bài 2.

1, + Khi $a_m=0$ thì $P_m=F_{dh}=T=F_{ms}=mg$

2, Có: $F_{dh}=T=F_{ms} \geq \mu Mg \Rightarrow M \text{ bắt đầu trượt khi } F_{dh}=\mu Mg \text{ hay } k\Delta l=\mu Mg$

Vậy: $\Delta l=\mu Mg/k$ (1)

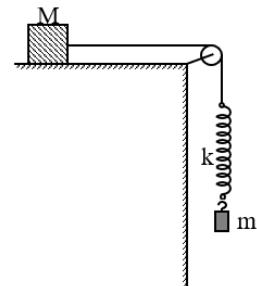
+ Bảo toàn cơ năng cho m: $mg\Delta l=0,5k\Delta l^2+0,5mv^2$ (2)

+ m nhỏ nhất bằng m_0 khi $v=0$ Hay: $mg\Delta l=0,5k\Delta l^2$ (3)

+ Kết hợp (1) và (3) có: $m_0=0,5\mu M$ (4)

3, Thay (1) vào (2) có: $mg(\mu Mg/k)=0,5k(\mu Mg/k)^2+0,5mv^2$

+ Với $m=2m_0=\mu M \Rightarrow v^2=2g^2M(\mu-0,5)/k$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Hay $v = \sqrt{2Mg^2(\mu - 0,5)/k}$

$$Gia tốc của m: a = \frac{mg - k\Delta l}{m} = \frac{mg - \mu Mg}{m} = (1 - \frac{\mu M}{m})g$$

Bài 3. Ván M chịu tác dụng của lực ma sát trượt \vec{F}_{mst} với m, lực kéo \vec{F} và chuyển động thẳng đều nên: $F_{mst} = F = kN = 2,5N$

Khỏi m ở trạng thái cân bằng dưới tác dụng của lực ma sát trượt \vec{F}_{mst} với M và lực căng dây \vec{T} nên: $F_{mst} = F = T = 2,5N$

b.Khi dây nối đứt, lực căng dây triệt tiêu, \vec{F}_{mst} cung cấp gia tốc cho m, m chuyển động nhanh dần trên M với gia tốc a_m

$$a_m = \frac{F_{mst}}{m} = 2,5m/s^2$$

Khi tốc độ của m đạt tới bằng tốc độ chuyển động đều đang có của M ($v=2m/s$) thì m dừng lại trên M, lực ma sát giữa chúng trở thành lực ma sát nghỉ. Lúc này m và M trở thành một hệ vật

chịu tác dụng của ngoại lực F nên chúng thu cùng một gia tốc: $a = \frac{F}{m+M} = 0,5m/s^2$

Như vậy sau cùng hai vật gắn liền nhau và chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v=2m/s$ và gia tốc $a=0,5m/s^2$.

Thời điểm lực ma sát giữa m và M thay đổi tính chất từ ma sát trượt sang ma sát nghỉ là

lúc m đạt tốc độ $v=2m/s$ bằng với tốc độ chuyển động đều của M: $t = \frac{v - v_0}{a_m} = 0,8s$

c.Gia tốc của m đối với M khi trượt:

$$a_{m/M} = a_m - a_M = a_m = 2,5m/s^2 (vì lúc này M chuyển động đều)$$

Quãng đường trượt của m trên M trong thời gian này:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$S_{m/M} = \frac{a_{m/M} t^2}{2} = 0,8m$$

Bài 4. Trước tiên ta cần xác định quỹ đạo chuyển động. Vì vật chỉ chuyển động trong mặt phẳng nên chỉ cần hai tọa độ (x, y) là đủ để xác định vị trí của vật.

Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ. Theo định lý Pitago:

$$\begin{aligned} AN^2 &= QN^2 + QA^2 \\ \Rightarrow (L - y)^2 &= x^2 + (h - y)^2 \\ \Rightarrow y &= \frac{L + h}{2} - \frac{x^2}{2(L - h)} \end{aligned}$$

Như vậy quỹ đạo là parabol.

Phương trình định luật II Newton viết theo phương pháp tuyế̄n:

$$m \frac{v^2}{R} = 2T \cdot \cos \alpha - mg \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$\text{với } v = \sqrt{2g \cdot y} \quad (2)$$

còn R là bán kính chính khúc tại N .

Để tìm R ta so sánh quỹ đạo hạt cùrm với quỹ đạo một vật ném xiên góc. Chọn các thông số của quỹ đạo để nó đối xứng với quỹ đạo hạt cùrm. Như vậy:

$$u_x = \frac{\frac{OV}{t}}{\sqrt{\frac{2H}{g}}} \text{ với } H = \frac{H+L}{2}$$

$$\rightarrow u_x = \sqrt{g(L - h)}$$

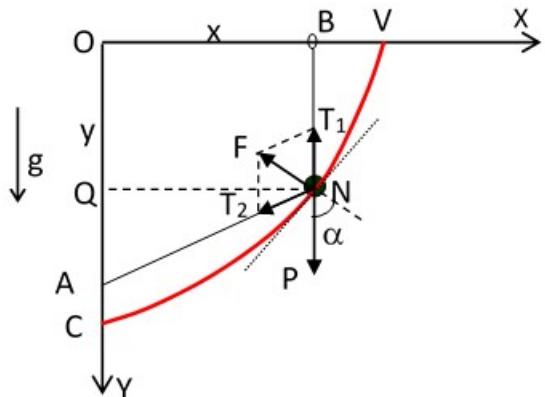
$$\text{còn: } v_y = \sqrt{2g(H - y)}$$

Gia tốc pháp tuyế̄n tại N là:

$$a_n = g \cdot \cos \alpha = \frac{u^2}{R} = \frac{u_x^2 + u_y^2}{R} = \frac{2g(L - y)}{R}$$

$$\frac{2(L - y)}{\cos \alpha}$$

$$\text{Vậy: } R = \frac{2(L - y)}{\cos \alpha}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{mgL}{2(L-y)}$$

Giải các phương trình (1) – (3) được:

$$L \left(1 - \frac{mg}{2T_0} \right)$$

Lúc $T = T_0$ thì $y = \sqrt{2gL \left(1 - \frac{mg}{2T_0} \right)}$

$$1 - \frac{h}{L} \leq \frac{mg}{T_0} \leq 2$$

Chú ý là: $0 \leq y \leq (L+h)/2 \Leftrightarrow$

$$Khi đó v = \sqrt{2gL \left(1 - \frac{mg}{2T_0} \right)}$$

Biện luận:

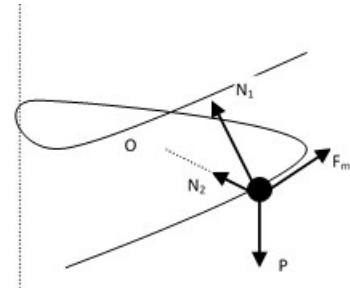
$$\frac{mg}{T_0} > 2$$

• Khi $\frac{mg}{T_0} > 2$ thì dây đứt ngay ở thời điểm vừa thả ra.

$$\frac{mg}{T_0} < 1 - \frac{h}{L}$$

• Khi $\frac{mg}{T_0} < 1 - \frac{h}{L}$: dây không bị đứt trong suốt quá trình chuyển động.

Bài 5. Khi hạt cùm chuyển động đều với vận tốc v_0 , gia tốc hạt cùm là gia tốc hướng tâm



hướng vuông góc với trục đường xoắn ốc.

+ Tại mỗi điểm, tiếp tuyến với đường xoắn ốc tạo với mặt phẳng ngang góc thoả mãn: $\tan \alpha = \frac{h}{2\pi R}$ (1)

(Hãy hình dung: ta duỗi thẳng đường xoắn ốc ra, ta được mặt phẳng nghiêng dài $2\pi R$ và cao h)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Những lực tác dụng lên hạt cùm gồm:

. Phản lực N_1 vuông góc với dây và nằm trong mp thẳng đứng, do trọng lực P tạo ra:
 $N_1 = P \cos \alpha$

. Vật có xu hướng văng khỏi quỹ đạo nên ép vào quỹ đạo tạo phản lực nằm trong mp ngang, hướng vào tâm: N_2

. Lực ma sát và trọng lực P

+ Theo phương tiếp tuyến quỹ đạo ta có:

$$F_{ms} = P \sin \alpha = \mu N = \mu \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$$

$$\Rightarrow N_2^2 = \frac{(mg \sin \alpha)^2}{\mu} - N_1^2 = \frac{(mg \sin \alpha)^2}{\mu} - (mg \cos \alpha)^2 \quad (2)$$

+ Theo phương bán kính quỹ đạo, chiều (+) hướng tâm ta có:

$$N_2 = m a_{ht} = m \frac{\frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{R}}{\mu} \quad (3)$$

$$+ Từ (1); (2) và (3): v_o^4 = \frac{R^2 g^2}{\mu^2} \left(\frac{\tan^2 \alpha - \mu^2}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$Với \cos^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow v_o^4 = \frac{R^2 g^2}{\mu^2} \left[\left(\frac{h}{2\pi R} \right)^2 - \mu^2 \right] \cdot \left[\left(\frac{h}{2\pi R} \right)^2 + 1 \right] \quad (*)$$

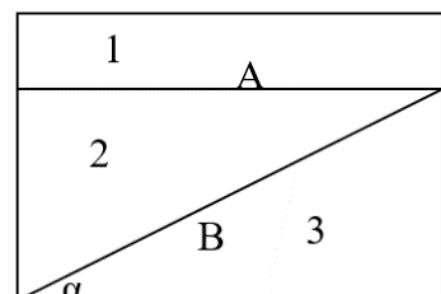
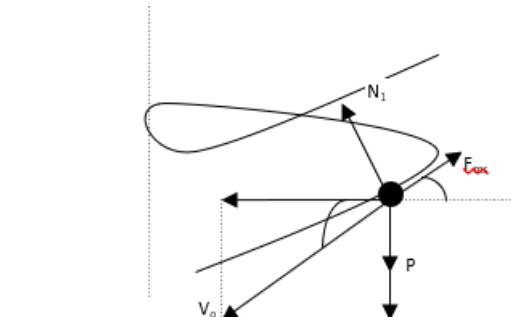
KL:

+ Với $\frac{h}{2\pi R} > \mu$ thì v_o thoả mãn (*)

+ Với $\frac{h}{2\pi R} < \mu$ thì không có lúc nào hạt cùm chuyển động đều được

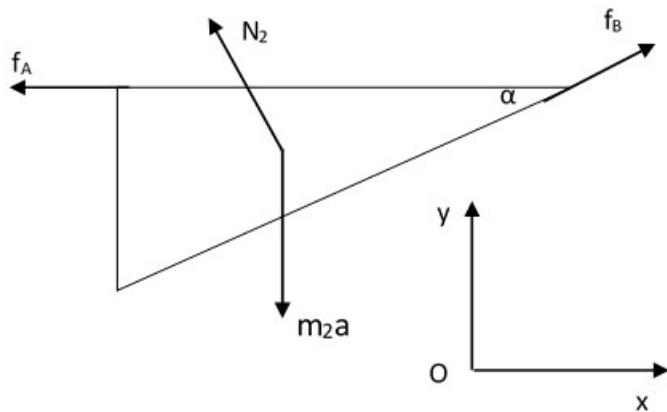
Bài 6. a. Xét 3 vật đứng yên tương đối với nhau, có cùng
gia tốc a hướng sang phải. Đầu tiên có thể tính được ma
sát tĩnh trên A là $f_A = m_A a$.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Đối với vật 2 phân tích lực như HV.



Theo định luật II Niu – ton ta có:

Theo phương Ox:

$$f_B \cos \alpha - f_A - N_2 \sin \alpha = m_2 a$$

Theo phương Oy:

$$f_B \sin \alpha + N_2 \cos \alpha = (m_1 + m_2)g$$

Từ đó ta được :

$$f_B = (m_1 + m_2)(a \cos \alpha + g \sin \alpha)$$

$$N_2 = (m_1 + m_2)(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

$$f_{B\max} = \mu_B N_2 = \mu_B (m_1 + m_2)(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

Do đó:

$$\frac{f_A}{f_{A\max}} = \frac{m_1 a}{\mu_A m_1 g} = \frac{a}{\mu_A g}; \frac{f_B}{f_{B\max}} = \frac{a \cos \alpha + g \sin \alpha}{\mu_B (g \cos \alpha - a \sin \alpha)}$$

Đối với vật 1, giá tốc tối đa là $a_{1\max}$ do đó:

$$f_{1\max} = \mu_A m_1 g = m_1 a \rightarrow a_{1\max} = \mu_A g$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vì khi $a > a_{1\max}$ trên mặt A phát sinh chuyển động tương đối.

Đối với vật 2: $f_B = \mu_B N_2$ thay vào các công thức trên ta có:

$$(\mu_B N_2 \sin \alpha + N_2 \cos \alpha) = (m_1 + m_2) g$$

$$\mu_B N_2 \cos \alpha - m_1 a_{2\max} - N_2 \sin \alpha = m_2 a_{2\max} \text{ ta có: } a_{2\max} = \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$$

Do đó với $a_{2\max} \geq \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$ thì trên B sẽ có sự chuyển động tương đối

Nếu $a_{1\max} < a_{2\max}$ tức là $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$ thì chuyển động trên mặt A trước;

Nếu $a_{1\max} > a_{2\max}$ tức là $\mu_A > \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$ thì chuyển động trên mặt B trước.

b.Thay góc $\alpha = -\alpha$ thì $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha - \cos \alpha} g$ thì trên mặt A có sự chuyển động trước.

c.Nếu $\mu_A = 0,5$ và Nếu $\mu_B = 0,8$ thì thay vào trên

$$\text{có: } 0,5 < \frac{0,8 \cos \alpha - \sin \alpha}{0,8 \sin \alpha + \cos \alpha} g$$

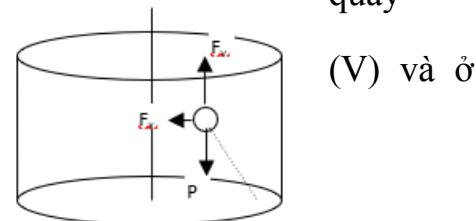
Do đó ta có $\alpha_{\min} = 12,1^\circ$ (góc nghiêng này không lớn hơn góc ma sát)

Bài 7. + Do khối lượng riêng của quả cầu nhỏ hơn khối lượng riêng của nước nên khi hình trụ quay thì quả cầu lệch về phía trực quay của hình trụ

(Xét một “quả cầu nước” ở vị trí của quả cầu gỗ và sợi dây thẳng đứng khi hình trụ nước quay. Khi đó nó chịu tác dụng của lực li tâm và lực do các phần tử nước khác đẩy nó. Hai lực này cân bằng nhau. Nếu thay vào đó là quả cầu gỗ thì lực quán tính li tâm nhỏ đi còn lực đẩy của nước thì vẫn không đổi, do đó quả cầu bị đẩy vào phía trực quay)

+ Giả sử chưa buộc quả cầu vào sợi chỉ và hình trụ nước đang

. Xét một phần tử nước có thể tích đúng bằng thể tích quả cầu đúng vị trí quả cầu nếu có nó.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

. Những lực tác dụng vào phần tử nước này gồm: $P = D_n g V$, lực F do các phần tử nước xung quanh tác dụng: lực này gồm hai thành phần: F_y cân bằng với P và F_x hướng tâm.

$$F_y = D_n g V; \quad F_x = m \omega^2 R = D_n V \omega^2 (r - l \sin \alpha) \quad (*)$$

* Nay giờ nghiên cứu trường hợp có quả cầu gỗ trong hình trụ nước đang quay.

+ Quả cầu chịu tác dụng của các phần tử nước còn lại chính là F_x và F_y ; trọng lực $P' = D_g V g$ và lực căng dây T

+ Xét theo phương thẳng đứng: $F_y - D_g V g - T \cos \alpha = 0 \quad (1)$

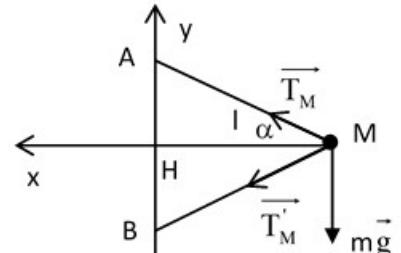
+ Xét theo phương ngang: $F_x - T \sin \alpha = m \cdot \omega^2 R = D_g V \omega^2 (\omega^2 (r - l \sin \alpha)) \quad (2)$

$$+ Từ (*) ; (1) và (2): \quad \omega = \sqrt{\frac{g \cdot \tan \alpha}{r - l \sin \alpha}} \approx 10,6 \text{ (rad/s)}$$

Bài 8 . Gọi T_M , T'_M là các lực do các thanh tác dụng lên vật M.

Vật M chịu các lực: mg , T_M , T'_M và lực quán tính li tâm:

$$F = m \omega^2 R = m \omega^2 \sqrt{l^2 - a^2}$$



Giả thiết T_M và T'_M có chiều như hình vẽ. Gọi góc

$$\angle AMH = \angle BMH = \alpha;$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{l}; \cos \alpha = R/l. Chiều xuôi H_X và H_Y có:$$

$$(T_M + T'_M) \cos \alpha = m \omega^2 R$$

$$(T_M - T'_M) \sin \alpha = mg$$

Suy ra:

$$T_M = \frac{ml}{2} \left(\omega^2 + \frac{g}{a} \right)$$

$$T'_M = \frac{ml}{2} \left(\omega^2 - \frac{g}{a} \right)$$

$T_M > 0$, chiều giả thiết là đúng. T_M là chiều do thanh tác dụng lên M. Ngược lại, M tác dụng lên thanh lực trực đối T. Vậy thanh AM bị kéo.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$T_M' > 0$ nếu $\omega \sqrt{\frac{g}{a}} > \sqrt{\frac{g}{a}}$ (quay đủ nhanh), thanh BM bị kéo

$T_M' < 0$ nếu $\omega \sqrt{\frac{g}{a}} < \sqrt{\frac{g}{a}}$ thanh BM bị nén

$T_M' = 0$ nếu $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ thanh BM không chịu lực nào

Bài 9. Gọi lực căng của dây khi chưa đứt là T . Chọn chiều (+) từ trái sang phải.

Độ lớn của gia tốc như nhau cho cả hai vật, nòn :

$$a = \frac{F_1 - T}{m_1} = \frac{T - F_2}{m_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_1 - T}{m_1} = \frac{T - \alpha_2}{m_2}$$

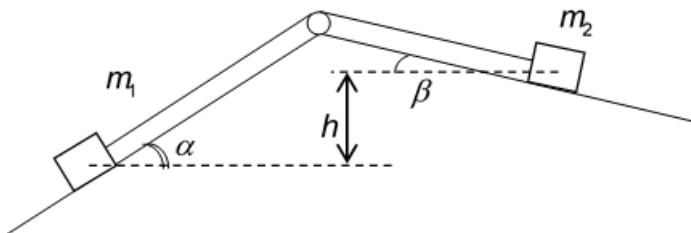
$$\Rightarrow T = \frac{(m_1\alpha_2 + m_2\alpha_1)t}{m_1 + m_2} \quad (*)$$



Phương trình (*) cho thấy lực căng T tăng theo thời gian. Vậy thời gian để dây đứt là :

$$t_d = \frac{(m_1 + m_2)T_0}{m_1\alpha_2 + m_2\alpha_1}$$

Bài 10. Biểu diễn đúng các lực tác dụng lên mỗi vật, nhận thấy $m_1 g \sin \alpha > m_2 g \sin \beta$ nên m_1 có xu hướng đi xuống, m_2 đi lên



Phương trình mô tả chuyển động của vật m_1, m_2

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms1} = m_1 \vec{a}_1$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2 \vec{a}_2$$

Chiều lên các hướng chuyển động ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$m_1 g \sin \alpha - T_1 - F_{ms1} = m_1 a_1$$

$$- m_2 g \sin \beta + T_2 - F_{ms2} = m_2 a_2$$

Với $F_{ms1} = \mu \cdot m_1 g \cos \alpha$, $F_{ms2} = \mu \cdot m_2 g \cos \beta$

Do sợi chỉ không co giãn; sợi chỉ và ròng rọc không khói lượng, bỏ qua ma sát ở trục ròng rọc nên: $a_1 = a_2 = a$; $T_1 = T_2 = T$

Từ các phương trình trên ta tính được gia tốc chuyển động của các vật:

$$a = \frac{m_1 g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 g (\sin \beta + \mu \cos \beta)}{m_1 + m_2}$$

Thay số ta được $a = 0,40 \text{ m/s}^2$

Sau thời gian t : m_1 hạ thấp độ cao hơn so với m_2 đoạn là:

$$h = s_1 \sin \alpha + s_2 \sin \beta = \frac{1}{2} a t^2 (\sin \alpha + \sin \beta)$$

Thay số: $a = 0,40 \text{ m/s}^2$; $t = 3\text{s}$; $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 6^\circ$ ta tìm được $h = 0,65 \text{ m}$

Bài 11. a. Khi vật đi lên:

- Tác dụng lên vật có trọng lực P , phản lực N và lực ma sát F_{ms} .

$$\vec{a} = \frac{\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_{ms}}{m}$$

- Định luật II Newton:

$$\begin{cases} -mg \sin \alpha - F_{ms} = ma_1 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Thay $F_{ms} = \mu \cdot N \rightarrow a_1 = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$

Tương tự khi đi xuống: $a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

b. Quãng đường mà vật đi được khi đi lên:

$$S_l = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

Mặt khác khi lên đến điểm cao nhất thì vận tốc của vật bằng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v = v_0 + a_l t_l = 0 \rightarrow v_0 = - a_l t_l.$$

$$- \frac{1}{2} a_l t_l^2$$

Thay vào phương trình trên ta được: $S_l = - \frac{1}{2} a_l t_l^2$

Khi đi xuống quãng đường vật đi được là:

$$S_x = \frac{1}{2} a_x t_x^2$$

$$\frac{a_l}{a_x} = - \left(\frac{t_x}{t_l} \right)^2 = 1,44$$

Mà: $S_l = S_x \rightarrow$

Thay các biểu thức của gia tốc của cầu a vào ta được:

$$\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} = 1,44 \rightarrow \mu \approx 0,1.$$

Thay vào biểu thức của gia tốc khi đi lên ta được: $a_l = - 4,1 \text{ m/s}^2$.

$$S_l = - \frac{V_0^2}{2a_l} \approx 1,95 \text{ m.}$$

\rightarrow Độ cao lớn nhất mà vật đạt được: $h_{\max} = S_l \sin \alpha = 0,98 \text{ m}$.

Bài 12. Nếu hai vật M chuyển động thì chúng sẽ có cùng gia tốc a, gọi gia tốc giữa m với nêm là a_{12} . Chọn hệ quy chiếu gắn với hai vật M ta có:

- Phương trình định luật 2 Newton cho m:

$$mg \sin \alpha + m.a \cos \alpha = m.a_{12} \quad (1)$$

$$N_{12} = mg \cos \alpha - m.a \sin \alpha \quad (2)$$

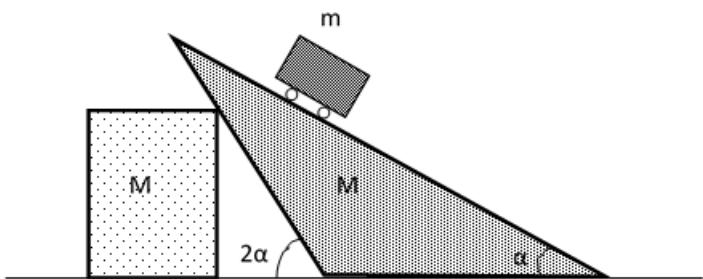
- Phương trình cân bằng cho nêm.

$$N_{12} \sin \alpha = N \sin 2\alpha + M.a \quad (3)$$

(N là phản lực của M tác dụng lên nêm)

Cho khối M:

$$N \sin 2\alpha = M.a + F_{ms.}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$N' = M.g + N.\cos 2\alpha.$$

$$\Rightarrow N.\sin 2\alpha = M.a + (M.g + N.\cos 2\alpha) \mu. \quad (4).$$

$$Giải (2)(3)(4) ta được: a = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha \left(1 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right) - Mg\mu}{M \left(2 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right) + m \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right)}$$

$$Và từ (1): a_{12} = g \sin \alpha + a \cos \alpha$$

$$* Điều kiện để M chuyển động là a \geq 0 \Rightarrow \mu \leq \frac{m \sin 2\alpha}{2M + m \cos 2\alpha} = \mu_0.$$

* Biện luận:

+ Nếu $\mu \leq \mu_0$ thì ném và khối lập phương cùng chuyển động với các tốc độ trên.

Khi vật tới chân ném:

- vận tốc của m đối với ném :

$$v_{12} = \sqrt{2a_{12}s} = \sqrt{\frac{2h}{\sin \alpha} (g \sin \alpha + a \cos \alpha)}$$

$$- vận tốc của ném là v với: \frac{v}{v_{12}} = \frac{a}{a_{12}} \rightarrow v = \frac{v_{12} \cdot a}{a_{12}}$$

$$- vận tốc của m đối với đất: v_1 = \sqrt{v_{12}^2 + v^2 + 2v \cdot v_{12} \cos \alpha}$$

+ Nếu $\mu > \mu_0$ thì ném và khối lập phương không chuyển động. Khi đó vật m trượt trên ném với tốc độ $a = g \sin \alpha \rightarrow$ vận tốc của m khi đến chân ném là: $v_1 = \sqrt{2gh}$

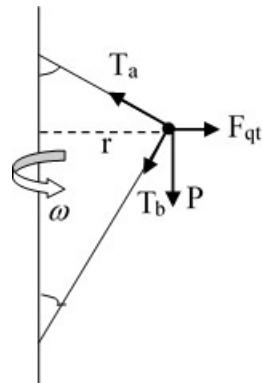
Bài 13 . Xét trong hệ quy chiếu quay. Điều kiện cân bằng của vật :

$$\vec{P} + \vec{T}_a + \vec{T}_b + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

Chiếu lên phương các sợi dây:

$$- mg \cos \alpha + T_a - F_{qt} \cdot \cos \beta = 0 \quad (1)$$

$$+ mg \cos \beta + T_b - F_{qt} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Với : $F_{qt} = mr\omega^2 = m\omega^2 \cdot \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\cos \alpha = \frac{r}{b} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} ; \quad \cos \beta = \frac{r}{a} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Thay vào (1) và (2) ta được:

$$T_a = mg \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{ab^2}{a^2 + b^2} ; \quad T_b = -mg \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{a^2b}{a^2 + b^2}$$

Bài 14.

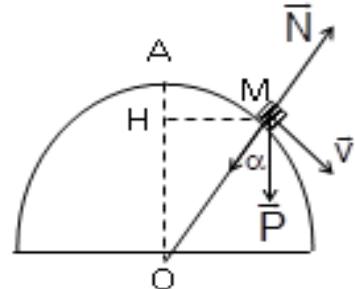
Áp dụng định lí động năng \rightarrow Vận tốc tại M:

$$v^2 = 2gAH = 2gR(1 - \cos \alpha) \quad (1)$$

$$\bar{F}_{hl} = \bar{P} + \bar{N} \quad \text{chiều lên phương OM} \quad P \cos \alpha - N = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) được: $N = mg(3\cos \alpha - 2)$

Vật bắt đầu tách khỏi mặt cầu khi $N = 0 \rightarrow \cos \alpha = 2/3$, hay bởi độ



$$v^2 = \frac{2gR}{3} = 6 \rightarrow v = \sqrt{6} \text{ m/s}$$

Cao OH = $R \cos \alpha = 60 \text{ cm}$. Vận tốc v của vật tại vị trí đó:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g}$$

Câu 15. Hợp lực tác dụng vào quả cầu sẽ là lực hướng tâm:

$$\tan \alpha = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 l} = \frac{10}{3,76^2 \cdot 1} = 0,707 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$R = l \sin \alpha = 0,707 \text{ (m)}$$

Bài 16. Ngay sau khi thả nhún ra ta có thể khẳng định rằng vận tốc của m_1 hướng theo thanh còn vận tốc của m_2 hướng theo phương đứng. áp dụng định luật hai Newton cho vật 1, ta có

$$(T + m_1 g) \cdot \sin \alpha = m_1 a_1 \quad (4)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Do dây không dãn nên quả m_2 chuyển động tròn trong hệ quy chiếu gắn với vòng nhẫn. Ta lại áp dụng điều kiện ngay sau khi đốt dây: vận tốc của m_2 bằng không.

Trong hệ quy chiếu gắn với vòng nhẫn quả cầu chịu lực quán tính:

$$f_{qt} = m_2 a_1$$

áp dụng định luật hai Newton cho quả cầu 2 theo phương dây:

$$m_2 g - T - f_{qt} \sin \alpha = m_2 a_{ht}$$

Do vận tốc quả 2 bằng không nên $a_{ht} = 0$

$$\begin{aligned} \text{Từ } & \Rightarrow m_2 g - T - m_2 a_1 \sin \alpha = 0 & (5) \\ & (4) \text{ và (5) ta dễ dàng thu} \\ & \text{được:} \end{aligned}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \tan^2 \alpha} m_2 g$$

Kết quả trên cũng phù hợp với xem xét định tính khi ta xét với những giá trị đặc biệt của α . Ngoài ra trong lời giải ở trên ta có thể dùng mối quan hệ giữa gia tốc của m_1 và m_2 chứ không thật cần thiết phải đổi hệ quy chiếu. Bài viết muốn cho các bạn thấy được sự hiệu quả của việc sử dụng điều kiện vận tốc ban đầu bằng không với những bài toán giả cân bằng trong giới hạn chất điểm.

Sử dụng điều kiện vận tốc ban đầu "bằng không" tỏ ra hiệu quả trong các bài toán giả cân bằng liên quan đến chất điểm. Nhưng sẽ là không thực tiễn nếu ta sử dụng cách đó đối với các cơ hệ vật rắn. Tuy thế việc sử dụng các mối liên hệ giữa các gia tốc lại tỏ ra hiệu quả hơn. Để minh họa ta hãy xét ví dụ 3 dưới đây.

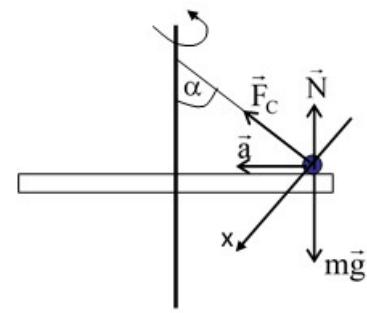
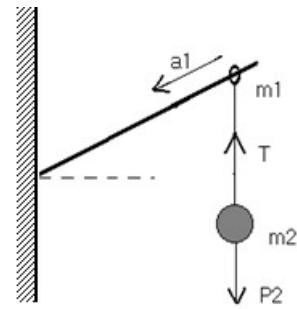
Bài 17. Quả cầu chuyển động tròn đều trên đường tròn bán kính bằng $l \sin \alpha$ với vận tốc góc $2\pi/T$ và với gia tốc $a = (2\pi/T)^2 l \sin \alpha$, ở đây T là chu kì quay. Quả cầu chịu tác dụng của trọng lực $m\vec{g}$, lực căng của dây \vec{F}_c và phản lực \vec{N} của đĩa. Phương trình định luật II Niuton:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_c = m\vec{a}$$

Chiều phương trình vectơ này lên trực x vuông góc với sợi dây, ta có:

$$mg \sin \alpha - N \sin \alpha = ma \cos \alpha.$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



Hình 2.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Từ đó: $N = m(g - a/\tan \alpha)$. Quả cầu không rời khỏi mặt đĩa nếu phản lực $N \geq 0$, tức là: $a \leq g \cdot \tan \alpha$.
Thay gia tốc a qua chu kì T theo biểu thức ở trên ta được:

$$T \geq 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}$$

Dấu bằng trong biểu thức này ứng với trường hợp quả cầu nằm ở giới hạn của sự rời khỏi mặt đĩa, tức là có thể coi là tiếp xúc mà cũng có thể coi là không còn tiếp xúc với đĩa nữa (trên thực tế trường hợp này không có ý nghĩa gì quan trọng), vì vậy có thể coi câu trả lời hợp lý là ứng với dấu lớn hơn.

Bài 18. Đây là bài toán về chuyển động tròn, không đều. Quả cầu chịu tác dụng của trọng lực $m\vec{g}$ và lực căng \vec{F}_c của sợi dây (H.3). Hai lực này gây ra gia tốc \vec{a} của quả cầu, không hướng vào tâm O. Theo định luật II Newton:

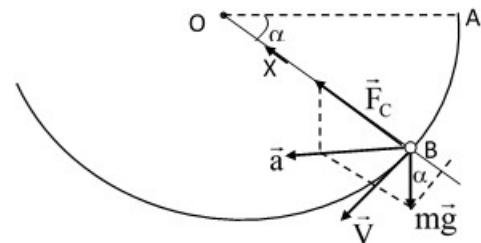
$$\vec{F}_c + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Chiếu phương trình vectơ này lên trục X ta được:

$$F_c - mg \sin \alpha = ma_n,$$

trong đó $a_n = V^2/R$, với V là vận tốc của quả cầu, R là chiều dài sợi dây. Từ định luật bảo toàn cơ năng suy ra:

$$mgR \sin \alpha = mV^2/2.$$



Hình 3.

Từ 3 phương trình trên tính được lực căng của sợi dây:

$$F_c = 3mg \sin \alpha = 3mg/2.$$

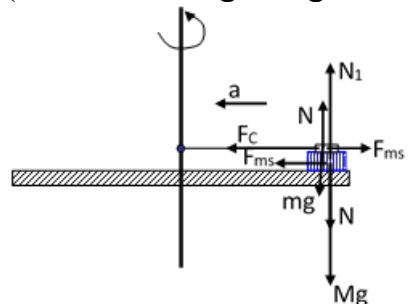
Bài 19. Trước hết ta hãy tìm vận tốc góc ω mà khối M chưa trượt ra phía dưới vật m, tức là m và M cùng quay với nhau. Trong trường hợp này chúng chuyển động theo đường tròn, bán kính R và với gia tốc hướng tâm $a = \omega^2 R$.

Trong hệ có nhiều vật và nhiều lực tác dụng. Để không làm cho hình vẽ quá rối, trên hình các vec tơ lực được ký hiệu như là các độ lớn của chúng. Vật m chịu tác dụng của trọng lực $m\vec{g}$, phản lực \vec{N} của khối M, lực căng \vec{F}_c của sợi dây và lực ma sát nghỉ \vec{F}_{ms} (do M tác dụng). Theo định luật II Newton tổng hợp các lực này phải hướng vào trục quay. Từ đó suy ra lực ma sát phải hướng song song sợi dây. Theo định luật III Newton vật m cũng tác dụng lên khối M một lực ma sát có cùng độ lớn nhưng ngược chiều.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Khối M chịu tác dụng của trọng lực $M\vec{g}$, áp lực \vec{N} của vật m (có độ lớn bằng trọng lượng mg của nó) và lực ma sát nghỉ \vec{F}_{ms} của vật m, phản lực \vec{N}_1 của đĩa. Phương trình chuyển động của khối M chiếu lên trục song song với sợi dây có dạng: $F_{ms} = M\omega^2 R$. Khối M sẽ không trượt ra khỏi vật m nếu độ lớn của lực ma sát nghỉ nhỏ hơn giá trị cực đại của nó (bằng lực ma sát trượt), tức là :

$$F_{ms} < kmg, \rightarrow M\omega^2 R < kmg$$



Hình 4.

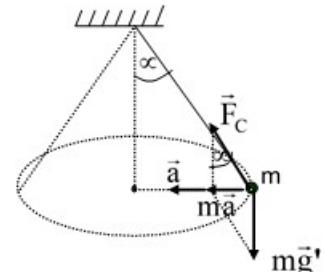
Từ đó suy ra rằng khối M bắt đầu trượt ra khỏi phia dưới vật m khi vận tốc góc đạt giá trị:

$$\omega = \sqrt{\frac{kmg}{MR}}$$

Bài 20. Vật chuyển động theo đường tròn bán kính $L \sin \alpha$ với vận tốc góc $2\pi/T$ và gia tốc $a = (2\pi/T)^2 L \sin \alpha$. Vật m chịu tác dụng của lực căng \vec{F}_c của dây treo, trọng lực $m\vec{g}'$, ở đây g' là gia tốc rơi tự do trên Hoả tinh. Phương trình chuyển động của vật có dạng:

$$\vec{F}_c + m\vec{g}' = m\vec{a}$$

Từ hình 5 rõ ràng $\frac{ma}{(mg')} = \tan \alpha$. Thé biểu thức của a ở trên vào sẽ tìm được gia tốc rơi tự do trên Hoả tinh:



Hình 5.

$$g' = \frac{2\pi L \cos \alpha}{T} \approx 3,8 \frac{m}{s^2}$$

Bài 21. Giả sử bán kính quả cầu bằng R (H.6). Chuyển động của vật trên mặt quả cầu cho đến khi rời khỏi nó là chuyển động tròn không đều với bán kính quỹ đạo bằng R . Trước hết chúng ta tìm góc α và vận tốc V của vật khi rời khỏi mặt quả cầu. Vật chịu tác dụng của trọng lực $M\vec{g}$ và phản lực pháp tuyến \vec{N} của quả cầu. Phương trình chuyển động của vật chiếu lên trục X có dạng:

$$mg \cos \alpha - N = ma_n,$$

ở đây $a_n = \frac{V^2}{R}$ là gia tốc pháp tuyến. Vào thời điểm vật rời khỏi mặt quả cầu thì $N=0$, vì vậy ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$V^2 = gR \cos \alpha$$

Để tìm V và α cần có thêm một phương trình nữa. Sử dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{mV^2}{2} = mg(R - R \cos \alpha) \Rightarrow V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Giải hệ hai phương trình với các ẩn là V và α ta tìm được :

$$\cos \alpha = 2/3; V = \sqrt{2gR/3}$$

Bây giờ chúng ta tìm vận tốc \vec{V}_1 của vật khi chạm vào mặt bàn.

Dùng định luật bảo toàn cơ năng: cơ năng của vật tại đỉnh hình cầu bằng cơ năng khi vật chạm bàn.

$$2mgR = \frac{mV_1^2}{2},$$

từ đó tính được $V_1 = 2\sqrt{gR}$. Trong khoảng thời gian từ lúc rời mặt quả cầu đến khi chạm mặt bàn thành phần vận tốc theo phương ngang của vật không thay đổi. Vì vậy nếu gọi góc rời của vật khi chạm bàn là β thì ta có:

$$V \cos \alpha = V_1 \cos \beta$$

Thay các biểu thức của V , V_1 và $\cos \alpha$ đã tìm được ở trên vào sẽ tính được:

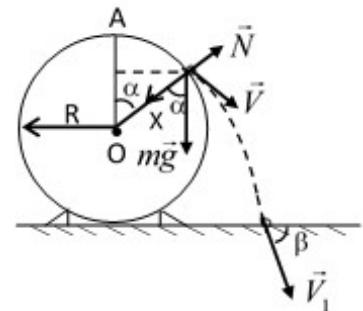
$$\beta = \arccos \frac{\sqrt{6}}{9} \approx 74^\circ$$

Bài 22. a. Kí hiệu N, N' là lực tương tác giữa vật và nêm, \vec{a}_1 và \vec{a}_2 lần lượt là gia tốc của vật so với nêm và gia tốc của nêm.

- Xét nêm:

$$N \sin \alpha = ma_2 \quad (1)$$

- Xét vật: theo phương vuông góc với cạnh của nêm và vuông góc với mặt nêm ta có:



Hình 6.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$mg \sin \alpha + ma_2 \cos \alpha = ma_1 \quad (2)$$

$$N = mg \cos \alpha - ma_2 \sin \alpha \quad (3)$$

Giải hệ các phương trình trên ta được:

$$a_2 = g \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{g}{3}$$

$$a_1 = g \frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{2\sqrt{2}g}{3}$$

$$N = mg \frac{2 \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{2}mg}{3}$$

)

b. Phản lực N không phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của vật. Trong hệ quy chiếu gắn với ném,

vật chuyển động như vật bị ném xiên trong trọng trường hiệu dụng $\frac{g'}{g} = a_1$. Do vậy, thời gian vật trở lại độ cao ban đầu:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{a_1} = \frac{3v_0}{2g}$$

c. Tại điểm cao nhất vận tốc của vật so với ném có phương ngang và song song với cạnh của ném

$$v_1 = v_0 \cos \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

Còn so với mặt đất, vận tốc của vật tại điểm cao nhất:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (a_2 t')^2} = \frac{3v_0}{4}, \text{ với } \left(t' = \frac{t}{2} = \frac{3v_0}{4g} \right)$$

d. Phân tích $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1x} + \vec{a}_{1y}$. Vậy gia tốc của vật $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = (\vec{a}_{1x} + \vec{a}_2) + \vec{a}_{1y}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Nhận thấy rằng \vec{a}_{1y} đã vuông góc với \vec{v} , thành phần còn lại vuông góc với \vec{v} là $(a_2 - a_{1x})\sin\phi$. Hai thành phần này lại vuông góc với nhau nên gia tốc hướng tâm của vật là:

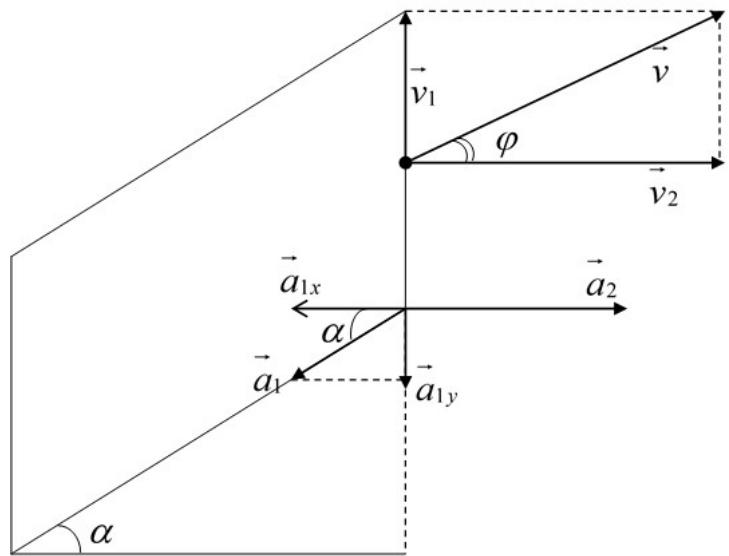
$$a_n = \sqrt{a_{1y}^2 + [(a_2 - a_{1x})\sin\phi]^2},$$

$$\begin{aligned} a_{1x} &= a_1 \cos\alpha = \frac{2g}{3} \\ a_{1y} &= a_1 \sin\alpha = \frac{2g}{3} \\ \sin\phi &= \frac{v_1}{v_2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

với

Thay vào ta có

$$a_n = \frac{2\sqrt{11}}{9} g$$



Vậy, bán kính quỹ đạo của vật tại điểm cao nhất là:

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{81}{32\sqrt{11}} \frac{v_0^2}{g}.$$

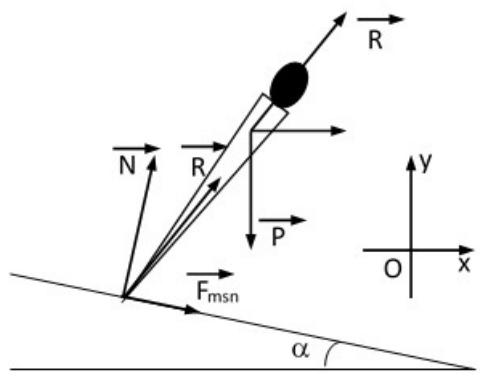
Bài 23. a. $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{msn}$ (1)

Chiếu lên Oy: $0 = -mg - F_{msn} \sin\alpha + N \cos\alpha$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -mg + N \cos\alpha &= F_{msn} \sin\alpha \leq \mu N \sin\alpha \\ \Rightarrow N &\leq \frac{mg}{\cos\alpha - \mu \sin\alpha} \end{aligned} \quad (2)$$

Chiếu lên Ox:

$$\frac{mV_{\max}^2}{R} = F_{msn} \cos\alpha + N \sin\alpha \leq \mu N \cos\alpha + N \sin\alpha \quad (3)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow |V| \leq \sqrt{\frac{gR(\mu + \tan \alpha)}{1 - \mu \tan \alpha}} \Rightarrow |V_{\max}| = \sqrt{\frac{gR(\mu + \tan \alpha)}{1 - \mu \tan \alpha}}$$

Từ (2) và (3)

Vậy vận động viên chạy đều với tốc độ tối đa, ta có t_{\min} là:

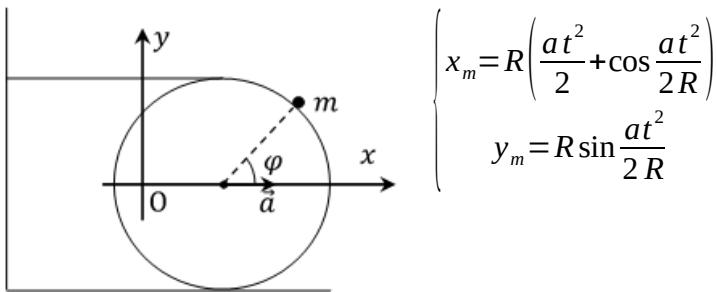
$$t_{\min} = \frac{s}{V_{\max}} = \frac{2\pi R}{\frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{1 - \mu \tan \alpha}{gR(\mu + \tan \alpha)}}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{R(1 - \mu \tan \alpha)}{g(\mu + \tan \alpha)}}$$

b. Ta có: $P = F \cdot V$

P_{\max} khi :

$$\begin{cases} F = F_{m_{\max}} = \mu N \\ V = V_{\max} \end{cases} \Rightarrow P_{\max} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \sqrt{\frac{gR(\mu + \tan \alpha)}{1 - \mu \tan \alpha}}$$

Bài 24.1a. $\begin{cases} x_m = R(\varphi + \cos \varphi) ; \varphi = \frac{at^2}{2R} \\ y_m = R \sin \varphi \end{cases}$

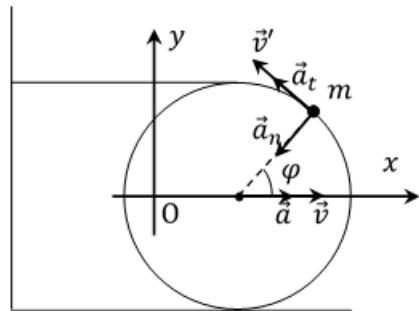


1b.

$$\begin{cases} \vec{v}_m = \vec{v} + \vec{v}' ; v' = v = at ; a_t = a ; a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{a^2 t^2}{R} \\ \vec{a}_m = \vec{a} + \vec{a}_t + \vec{a}_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{mx} = v(1 - \sin \varphi) = at \left(1 - \sin \frac{at^2}{2R}\right) \\ v_{my} = v \cos \varphi = at \cos \frac{at^2}{2R} \end{cases}$$

$$v_m = \sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2} = 2at \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{at^2}{4R}\right)$$

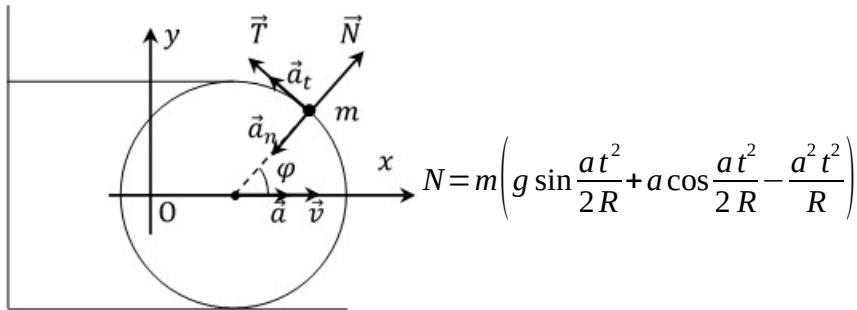


KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} a_{mx} = a - a \sin \varphi - \frac{v^2}{R} \cos \varphi \\ a_{my} = a \cos \varphi - \frac{v^2}{R} \sin \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{mx} = a \left(1 - \sin \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \cos \frac{at^2}{2R} \right) \\ a_{my} = a \left(\cos \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \sin \frac{at^2}{2R} \right) \end{cases}$$

$$2. \vec{T} + m\vec{g} + \vec{N} = m(\vec{a} + \vec{a}_t + \vec{a}_n) \Rightarrow -mg \sin \varphi + N = ma \left(\cos \varphi - \frac{at^2}{R} \right)$$



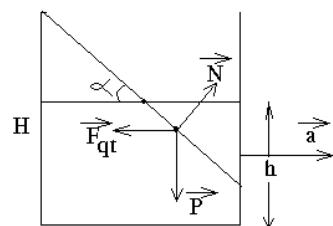
Bài 25. Xét một phần tử chất lỏng có khối lượng m nằm trên mặt thoáng. Khi hình dạng chất lỏng ở giới hạn như hình vẽ thì chất lỏng không bị trào ra ngoài.

Hình chiếu của các lực $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{qt}$ cân bằng nhau đối với hệ quy chiếu gắn vào bình.

Trên mặt thoáng:

$$F_{qt} \cos \alpha = p \sin \alpha \Leftrightarrow ma = mg \tan \alpha$$

$$\Rightarrow a = g \tan \alpha = g \cdot \frac{H - h}{\frac{\ell}{2}}$$



Vậy với giá trị lớn nhất của a là $g \frac{2(H-h)}{\ell}$ thì nước không bị trào ra ngoài.

Bài 26. Chọn trục 0xy cố định như hình vẽ.

Xét 1 đoạn rất nhỏ Δl của vòng xích, nó có khối lượng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$m_1 = \frac{m\Delta l}{\ell}$$

Phương trình định luật II Newton đối với trọng vật m_1 :

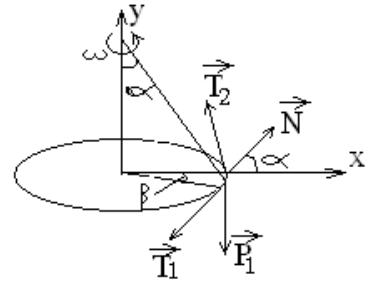
$$\vec{p}_1 + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m_1 \vec{a} \quad (T_1 = T_2 = T)$$

Chiếu lên Ox:

$$- 2T \sin \beta + N \cos \alpha = - m_1 \omega^2 r \quad (1)$$

Ta có:

$$\begin{cases} \sin \beta = \frac{\Delta l}{2r} = \pi \frac{\Delta l}{\ell} \\ N = \frac{p_1}{\sin \alpha}; m_1 = \frac{m\Delta l}{\ell} \end{cases} \quad (2)$$



Thay (2) vào (1):

$$\begin{aligned} - 2T \pi \frac{\Delta l}{\ell} + \frac{m\Delta l}{\ell} \cdot g \cot \alpha &= - m \frac{\Delta l}{\ell} \cdot \omega^2 \cdot r \\ \Rightarrow T &= \frac{m}{2\pi} (g \cot \alpha + \omega^2 r) \\ T &= \frac{m}{2\pi} \left(g \cot \alpha + \frac{\omega^2 \cdot \ell}{2\pi} \right) \end{aligned}$$

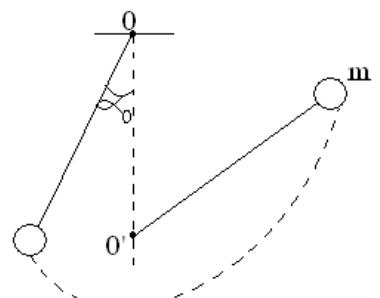
Bài 27. Xét vật trong hệ quy chiếu gắn với thang máy. Vật chịu tác dụng của trọng lực \vec{p} , lực quán tính \vec{F}_{qt} và lực căng \vec{T} của sợi dây.

- Theo định luật II Newton :

$$\vec{p} + \vec{F}_{qt} + \vec{T} = m\vec{a}$$

- Thang máy rơi tự do:

$$\vec{p} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = m\vec{a} \quad (1)$$



Lực căng \vec{T} luôn có phương vuông góc với vận tốc, nó không thực hiện công, do vậy vật sẽ chuyển động có vận tốc không đổi $\Delta_{vd} = 0$. Hay nói cách khác đối với hệ quy chiếu gắn với thang máy vật sẽ chuyển động tròn đều với vận tốc:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

Sở dĩ ta có lập luận như thế là vì T luôn dương. Thật vậy khi thang máy rơi tự do thì đồng thời lúc đó theo phương thẳng đứng vật cũng rơi tự do và đều với vận tốc ban đầu là $v_{0y} = 0$. Đối với hệ quy chiếu gắn vào thang máy trọng lực và lực quán tính có độ lớn bằng nhau nhưng ngược chiều, lực cẳng vuông góc với \vec{v} , không có lực nào sinh công nên động năng được bảo toàn. Do vậy vật sẽ chuyển động tròn đều đối với thang máy nên nó sẽ lên đến điểm cao nhất.

a. Chiều (1) lên chiều hướng tâm :

$$T = ma = \frac{mv^2}{\ell} = \frac{m}{\ell} \cdot 2gl(1 - \cos \alpha_0)$$

$$T = 2mg(1 - \cos \alpha_0)$$

Nhận xét:

Đối với thang máy vật sẽ chuyển động tròn đều bất kể $0 < \alpha_0 \leq \frac{\pi}{2}$ và không phụ thuộc vào chiều dài sợi dây và vị trí của vật.

Bài 28. a. Vật 1:

Các lực tác dụng vào m_1 : \vec{P}_1 , phản lực \vec{N}_1 do bờ tường tác dụng lên m_1 , phản lực do m_2 tác dụng \vec{N} .

Theo định luật II Newton:

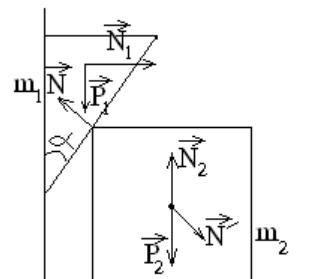
$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N} = m_1 \vec{a}_1$$

Chiều lên ox:

$$- N \cos \alpha + N_1 = 0$$

Chiều lên oy:

$$P_1 - N \sin \alpha = m_1 a_1 \quad (1)$$



Vật 2: Có 3 lực tác dụng lên m_2 : \vec{P}_2 , phản lực \vec{N}_2 do sàn tác dụng lên khối lập phương, phản lực \vec{N} do m_1 tác dụng lên khối lập phương.

Theo định luật II Newton:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}' = m_2 \vec{a}_2$$

chiều lên ox:

$$N \cos \alpha = m_2 a_2 \quad (\text{do } N' = N) \quad (2)$$

Mặt khác khi m_2 dời được một đoạn x thì m_1 dời được một đoạn y và ta luôn có:

$$x = y \tan \alpha$$

Hay: $a_2 = a_1 \tan \alpha$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\begin{cases} N \sin \alpha = m_1 g - m_1 a_1 \\ N \cos \alpha = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{m_1(g - a_1)}{m_2 a_2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g \\ a_2 = \frac{m_1 \tan \alpha}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g \end{cases}$$

Thay $a_2 = a_1 \tan \alpha$ vào (3) ta suy ra:

áp lực giữa m_1 và m_2 :

$$N = \frac{m_2 a_2}{\cos \alpha} = \frac{m_1 m_2 \tan \alpha}{(m_1 + m_2 \tan^2 \alpha) \cos \alpha}$$

b. Ta có :

$$a_2 = \frac{m_1 \tan \alpha}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g = \frac{m_1}{\frac{m_1}{\tan \alpha} + m_2 \tan \alpha} g$$

$$\text{Do } \frac{m_1}{\tan \alpha} + m_2 \tan \alpha \geq 2\sqrt{m_1 m_2}$$

$$\Rightarrow a_{2\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot g$$

$$\frac{m_1}{\tan \alpha} = m_2 \tan \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{m_1}{m_2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Lúc đó :

$$a_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$a_1 = \frac{g}{2}$$

Bài 29. Chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất như hình vẽ.

Gọi giá tốc của m và M lần lượt là \vec{a}_1 và \vec{a}_2

Phương trình chuyển động của m:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m \vec{a}_1$$

Chiếu lên 0x: $N_1 \sin \alpha = ma_{1x}$ (1)

0y: $P_1 - N_1 \cos \alpha = ma_{1y}$ (2)

Phương trình chuyển động của M:

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{N}_1' = M \vec{a}_2$$

Chiếu lên ox: $-N_1 \sin \alpha = -Ma_2$ (3)

Mặt khác theo công thức cộng giá tốc: $\vec{a}_1 = \vec{a}_{12} + \vec{a}_2$ (4) (\vec{a}_{12} là giá tốc của m đối với M).

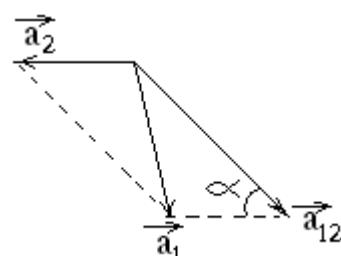
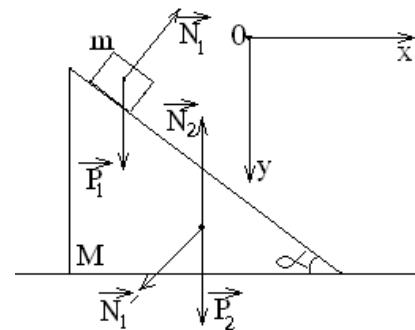
Chiếu (4) lên ox và oy ta có:

$$a_{1x} = a_{12} \cos \alpha + a_2$$

$$a_{1y} = a_{12} \sin \alpha$$

Từ đó suy ra:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a_{1y} = (a_{1x} + a_2) \tan \alpha \quad (5)$$

Giải hệ (1), (2), (3) và (5) ta được:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{mM \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g \\ a_{1x} = \frac{M \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g \\ a_{1y} = \frac{(m+M) \sin^2 \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g \\ a_2 = \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g \end{cases} \quad (*)$$

Gia tốc của m đối với M:

$$a_{12} = \frac{a_{1y}}{\sin \alpha} = \frac{(M+m) \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g$$

Gia tốc của m đối với mặt đất:

$$a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2}$$

(Với a_{1x} và a_{1y} được tính ở *))

Gia tốc của M đối với đất sẽ là:

$$a_2 = \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g$$

b. Thời gian cần để m chuyển động trên mặt nêm M là:

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a_{12}}} = \sqrt{\frac{2L(M + m \sin^2 \alpha)}{(M+m)g \sin \alpha}}$$

Vận tốc của M lúc đó:

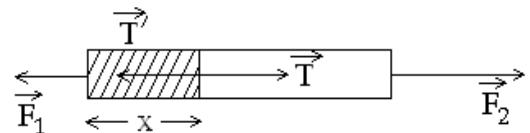
$$v_2 = a_2 t = \frac{m \cos \alpha}{(M+m)(M+m \sin^2 \alpha)} \sqrt{\frac{2gL \sin \alpha}{(M+m)(M+m \sin^2 \alpha)}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 30. Gọi khối lượng cả thanh là m . Do thanh đồng chất khối lượng phần trái : $m_1 = \frac{x}{\ell} \cdot m$.

Phần phải là : $\frac{\ell - x}{\ell} \cdot m$

Phương trình định luật II Newton đối với phần:



Bên trái :

$$T - F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{(T - F_1)\ell}{m x}$$

Bên phải :

$$F - T' = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{(F - T')\ell}{m(\ell - x)}$$

Do hai phần có gia tốc chung $a_1 = a_2$ và chú ý $T = T'$ ta suy

$$\frac{(T - F_1)\ell}{m \cdot x} = \frac{(F - T)\ell}{m(\ell - x)}$$

$$\Rightarrow T = \frac{F_2 x}{\ell} + \frac{F_1(\ell - x)}{\ell}$$

Bài 31. Khi vật trượt theo mặt cầu xuống đến điểm C. Theo định luật bảo toàn cơ năng:

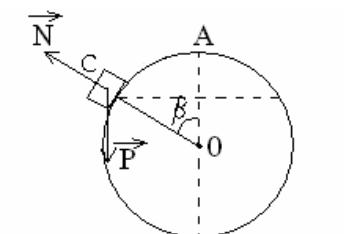
$$mgR(1 - \cos\beta) = \frac{1}{2}m \cdot v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 2gR(1 - \cos\beta) \quad (1)$$

Tại C:

$$\vec{P} + \vec{N} = m \vec{a}_{ht}$$

Chiều lên chiều hướng tâm :

$$P \cos \beta - N = m \frac{v_C^2}{R}$$



Vật rời hình cầu khi $N = 0$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow v_c^2 = gR \cos \beta \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{3}$

Vật rời mặt cầu lúc:

$$h = R + R \cos \beta = \frac{5}{2}R \quad h = R + R \cos \beta = \frac{5}{2}R$$

a. Tại B:

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} > \cos \beta \quad \text{Do vậy tại B vật chưa rời mặt cầu.}$$

Định luật bảo toàn cơ năng :

$$mgR(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Tại B :

$$P_{cos\alpha} - N_B = \frac{mv_B^2}{R} \Rightarrow N_B = mg_{cos\alpha} - \frac{mv_B^2}{R}$$

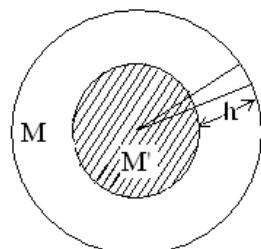
$$\Rightarrow N_B = m \left[\frac{gR_{cos\alpha} - 2gR(1 - \cos \alpha)}{R} \right]$$

$$\Rightarrow N_B = mg(3\cos \alpha - 2)$$

Bài 32. Gọi M, m lần lượt là khối lượng của trái đất và vật. Khi vật đạt ở mặt đất thì gia tốc trọng trường của nó là:

$$g_0 = \frac{F_{hd}}{m} = \frac{GM}{R^2}$$

Khi vật ở độ sâu h lực hấp dẫn của trái đất chỉ còn lại là lực hấp dẫn của quả cầu (M') sau khi bóc lớp vỏ có bề dày h đi (vì lớp vỏ sẽ gây ra những lực cân bằng nhau đối với các vật đặt ở trong lòng nó) nên lực hấp dẫn của trái đất lúc này sẽ là:



$$F'_{hd} = \frac{GM'}{(R - h)^2}$$

Ta tính M' :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Ta có:

$$\frac{M'}{M} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho} = \left(\frac{R - h}{R}\right)^3$$

(do trái đất đồng tính).

R' là bán kính của phần cầu còn lại của trái đất.

$$\Rightarrow M' = \left(\frac{R + h}{R} \right)^3 \cdot M$$

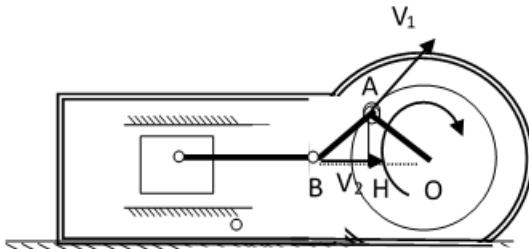
Vậy lực hấp dẫn mà vật phải chịu:

$$F_{hd} = \frac{G \frac{(R - h)^3}{R^3} \cdot M \cdot m}{(R - h)^2} = \frac{GMm(R - h)}{R^2 \cdot R}$$

Vậy gia tốc trọng trường ở độ sâu h sẽ là:

$$g' = \frac{F_{hd}}{m} = \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R + h}{R} = g_0 \left(1 + \frac{h}{R} \right)$$

Bài 33. 1. Xét tại thời điểm t góc quay của vật BOA = $\varphi = \omega t$ (hình 2a). Các bộ phận có khối lượng m_1, m_2 có vận tốc lần lượt là \vec{v}_1 và \vec{v}_2 trong hệ quy chiếu gắn với vỏ. Vỏ có vận tốc \vec{v}_3 đối



với sàn.

Theo phương ngang hẽ không chịu tác dụng của ngoại lực nên bảo toàn động lượng:

$$m_3v_3 + m_2(v_2 + v_3) + m_1(v_1 \sin \omega t + v_3) = 0$$

$$\Rightarrow v_3 = - \frac{m_2 v_2 + m_1 v_1 \sin \omega t}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (1) \text{ với } v_1 = \omega r,$$

$$v_2 = -\frac{dOB}{dt} = -2 \frac{dOH}{dt} = 2 \frac{d(r \cos \omega t)}{dt} = 2\omega r \sin \omega t \quad (2) \text{ thay (2) vào (1) ta có:}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_3 = - \frac{(2m_2 + m_1)\omega r \sin \omega t}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (3).$$

Lấy nguyên hàm của (3) $x = \frac{(2m_2 + m_1)r \cos \omega t}{m_1 + m_2 + m_3} + C$

Chọn $x = 0$ tại $t = 0$ ta có $C = \frac{(2m_2 + m_1)r}{m_1 + m_2 + m_3}$

$$v_3 = \frac{(2m_2 + m_1)r(\cos \omega t - 1)}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

2. Xét cả hệ chỉ có \vec{v}_1 có thành phần vận tốc theo phương thẳng đứng:

$v_y = v_1 \cos \omega t = \omega r \cos \omega t$, do đó áp lực của hệ lên sàn theo phương thẳng đứng là $N =$

$$\frac{d(m_1 y)}{dt} \\ (m_1 + m_2 + m_3)g +$$

$$N = (m_1 + m_2 + m_3)g - m_1 \omega^2 r \cdot \sin \omega t.$$

Động lượng của hệ theo phương ngang khi vỏ được giữ đứng yên là

$$p = m_2 v_2 + m_1 v_1 \sin \omega t = (m_1 + 2m_2) \omega r \sin \omega t.$$

Do đó lực cắt ngang bulong là

$$T = \frac{dp}{dt} = (m_1 + 2m_2) \omega^2 r \cos \omega t.$$

Bài 34.

Các thành phần vận tốc của A và B dọc theo thanh bằng nhau nên:

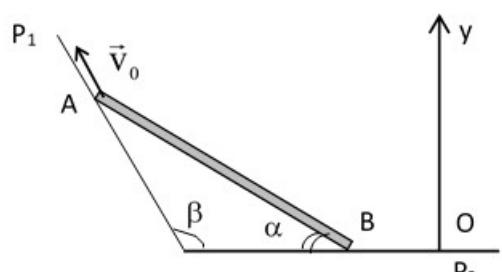
$$v_B = v_A \cos(60^\circ - \alpha) / \cos \alpha = v_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha \right)$$

Chọn trục Oy như hình vẽ, A có tọa độ:

$$y = L \sin \alpha \Rightarrow y' = L \cos \alpha. \alpha' = v_0 \cos 30^\circ.$$

Vận tốc góc của thanh:

$$\omega = \alpha' = \frac{v_0 \cos 30^\circ}{L \cos \alpha} = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2L \cos \alpha}.$$



Hình 1

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{dv_B}{dt} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2\cos^2 \alpha} a' = \frac{3v_0^2}{4L \cos^3 \alpha}$$

Gia tốc của B: $a = \frac{dv_B}{dt} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2\cos^2 \alpha} a' = \frac{3v_0^2}{4L \cos^3 \alpha}$

II.2 LỰC MA SÁT

Bài 1. + Xét vật m: $\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms21} = m\vec{a}_1$ (1).

$$\text{Chiều lên OX: } F_{ms21} = ma \Rightarrow a_1 = \frac{F_{ms21}}{m}$$

$$\text{Chiều lên OY: } N_1 - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1$$

$$\Rightarrow F_{ms21} = k_1 N_1 = k_1 mg$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{k_1 mg}{m} = k_1 g. \text{ Khi vật bắt đầu trượt thì } a_1 = k_1 g.$$

+ Xét vật M: $\vec{F} + \vec{P}_2 + \vec{P}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms12} + \vec{F}_{ms} = (M+m)\vec{a}_2$

$$\text{Chiều lên trục OX: } F \cos \alpha - F_{ms12} - F_{ms} = (M+m)a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F \cos \alpha - F_{ms12} - F_{ms}}{M+m}$$

$$\text{Chiều lên OY: } F \sin \alpha - (P_1 + P_2) + N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = P_1 + P_2 - F \sin \alpha$$

Ta có: $F_{ms12} = k_2 N_2 = k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{F \cos \alpha - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)}{M+m}$$

$$\text{Khi vật trượt } a_1 \leq a_2 \Rightarrow k_1 g \leq \frac{F \cos \alpha - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2 - F \sin \alpha)}{M+m}$$

$$\Leftrightarrow k_1 g (M+m) \leq F(\cos \alpha + k_2 \sin \alpha) - k_1 mg - k_2 (P_1 + P_2)$$

$$\Rightarrow F \geq \frac{(k_1 + k_2) Mg + (2k_1 + k_2) mg}{\cos \alpha + k_2 \sin \alpha} = \frac{(k_1 + k_2) Mg + (2k_1 + k_2) mg}{y}$$

Nhận xét: $F_{min} \Leftrightarrow y_{max}$. Theo bất đẳng thức Bunhia Copski:

$$y = \sqrt{(\cos \alpha + k_2 \sin \alpha)^2} \leq \sqrt{(1^2 + k_2^2)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = \sqrt{1 + k_2^2}$$

$$\Rightarrow y_{max} = \sqrt{1 + k_2^2}.$$

$$\Rightarrow F_{min} = \frac{(k_1 + k_2) Mg + (2k_1 + k_2) mg}{\sqrt{1 + k_2^2}}$$

Vậy

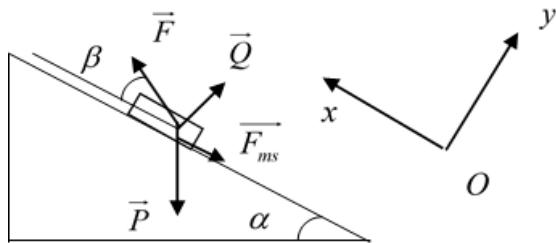
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{k_2}{1} \Rightarrow \tan \alpha = k_2$$

Lúc đó:

Bài 2

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Các lực tác dụng lên vật gồm: Trọng lực \vec{P} , phản lực của mặt phẳng nghiêng \vec{Q} , lực kéo \vec{F} và lực ma sát \vec{F}_{ms}
 Để vật trượt đều thì: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1)



Chiếu (1) lên trục Ox hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng:

$$-P \sin \alpha + F \cos \beta - F_{ms} = 0 \quad (2)$$

Chiếu (1) lên trục Oy hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng:

$$-P \cos \alpha + Q + F \sin \beta = 0 \quad (3)$$

Từ (3) suy ra: $Q = P \cos \alpha - F \sin \beta$
 $\Rightarrow F_{ms} = \mu N = \mu Q = \mu(P \cos \alpha - F \sin \beta) \quad (4)$

Thay (4) vào (2) ta được:

$$\begin{aligned} & -P \sin \alpha + F \cos \beta - \mu(P \cos \alpha - F \sin \beta) = 0 \\ & \Rightarrow F = P \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \beta + \mu \sin \beta} = P \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{M(\beta)} \end{aligned} \quad (5)$$

Vì $P = mg$, μ và α xác định nên $F = F_{min}$ khi mẫu số $M = \cos \beta + \mu \sin \beta$ cực đại, với
 $\mu = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$$\Rightarrow M = \cos \beta + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \sin \beta = \frac{\cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha}$$

CÁCH 2.

Chọn hệ trục như hình vẽ.

Các lực tác dụng vào vật:

$$\vec{F}_{ms}, \vec{p}, \vec{N}, \vec{F}$$

Theo định luật II Newton:

$$\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{p} + \vec{N} = \vec{0}$$

Chiếu lên 0x:

$$F \cos \beta - F_{ms} - mg \sin \alpha = 0$$

Chiếu lên 0y: $F \sin \beta - mg \cos \alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha - F \sin \beta$

$$F_{ms} = \mu N = \mu(mg \cos \alpha - F \sin \beta)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow F \cos \beta - \mu(mg \cos \alpha - F \sin \beta) - mg \sin \alpha = 0 \\ \Rightarrow F = \frac{mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\mu \sin \beta + \cos \beta}.$$

Để lực F nhỏ nhất thì $\mu \sin \beta + \cos \beta$ lớn nhất.

Đặt:

$$\begin{aligned} \mu \sin \beta + \cos \beta &= m \\ \Rightarrow \mu \sin \beta + \cos \beta - m &= 0 \end{aligned}$$

Đây là phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$. Điều kiện có nghiệm của phương trình:

$$\mu^2 + 1 \geq m^2 \Rightarrow m \leq \sqrt{\mu^2 + 1}$$

Vậy:

$$F_{\min} = \frac{mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$$

Để tìm β ta giải phương trình:

$$\mu \sin \beta + \cos \beta = \sqrt{\mu^2 + 1}$$

$$\sin(\beta + \varphi) = 1 \Rightarrow \beta + \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \varphi \quad \text{với} \quad \cos \varphi = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + 1}}, \quad \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$$

Ta có:

$$\tan \beta = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \cot \varphi = \mu$$

Vậy:

$$\beta = \arctan \mu$$

Bài 3. Gọi a_1, a_2 là giá tốc của các vật 1 và 2

* Giả sử vật 1 trượt nhanh hơn vật 2, các lực tác dụng lên các vật có chiều như hình vẽ.

- Phương trình chuyển động của hai vật là:

$$\text{- Vật 1: } \vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{N}_1 + \vec{F}'_{ms} + \vec{F}_{ms1} = m_1 \vec{a}_1$$

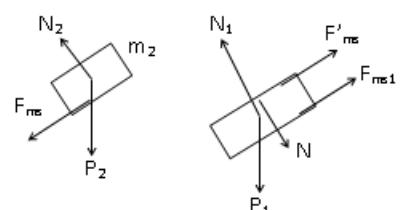
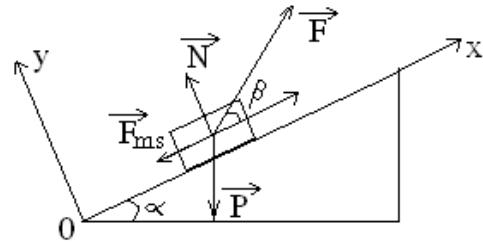
$$\text{- Vật 2: } \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = m_2 \vec{a}_2$$

- Chiều hai phương trình trên xuống mặt phẳng nghiêng ta có:

$$P_1 \sin \alpha - F'_{ms} - F_{ms1} = m_1 a_1 \rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms1} + F'_{ms}}{m_1}$$

$$P_2 \sin \alpha + F_{ms} = m_2 a_2 \rightarrow a_2 = g \sin \alpha + \frac{F_{ms}}{m_2}$$

- Ta thấy $a_2 > a_1$, vậy miếng gỗ dưới không thể trượt nhanh hơn miếng gỗ trên.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

* Giả sử vật 2 trượt nhanh hơn vật 1, các lực F_{ms} và F'_{ms} có chiều ngược lại. Tương tự trên ta

$$a_1 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms1} + F'_{ms}}{m_1}, a_2 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms}}{m_2}$$

có:

Để $a_2 > a_1$ thì $k_1 > k$. (Chú ý: $F_{ms1} = k_1(m_1+m_2)g \cos \alpha$, $F_{ms} = k m_2 g \cos \alpha$)

Tóm lại: Nếu $k_1 > k$ thì vật 2 trượt nhanh hơn vật 1. Nếu $k_1 \leq k$ thì hai vật cùng trượt như một vật.

Bài 4. Tại thời điểm t gia tốc pháp tuyến của vật:

$$a_n = \omega^2 R = \beta^2 t^2 R$$

Gia tốc tiếp tuyến:

$$a_r = \frac{dv}{dt} = \frac{R \beta dt}{dt} = \beta R$$

Gia tốc toàn phần:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_r^2} = \sqrt{\beta^4 R^2 t^4 + \beta^2 R^2}$$

Lực làm đồng tiền chuyển động tròn chính là lực ma sát nghỉ.

Ta có:

$$F_{msn} = ma = m \sqrt{\beta^4 R^2 t^4 + \beta^2 R^2} = m \beta R \sqrt{\beta^2 t^4 + 1}$$

Vật có thể nằm trên đĩa nếu lực ma sát nghỉ tối đa bằng lực ma sát trượt:

$$F_{msn} \leq F_{ms1}$$

$$\text{hay } m \beta R \sqrt{\beta^2 t^4 + 1} \leq \mu m g$$

$$\Rightarrow t^4 \leq \frac{1}{\beta^2} \cdot \left(\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1 \right) \quad (1)$$

Lúc vật bắt đầu văng ra thì: $F_{msn} = F_{ms1}$

hay:

$$t^4 = \frac{1}{\beta^2} \cdot \left(\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1}}$$

$$\text{Vì } t > 0 \text{ nên } \frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1 > 0 \Leftrightarrow \mu > \frac{\beta R}{g}$$

Vậy sau $\sqrt{\frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1}}$ (với $\mu > \frac{\beta R}{g}$) vật sẽ văng ra khỏi đĩa.

Bài 5. Các lực ma sát nghỉ có độ lớn cực đại là:

$$F_{1\max} = k_1 m_1 g ; F_{2\max} = k_2 (m_1 + m_2) g$$

1/ $F \leq F_{2\max}$ thì $a_1 = a_2 = 0$

2/ $F > F_{2\max}$ thì ván 2 chuyển động và chịu tác dụng của các lực :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$F, F_{2\max}$ và lực ma sát F_1 giữa hai ván. Có hai khả năng :

- a) $F_1 \leq F_{1\max}$, ván 1 gắn với ván 2. Hai ván cùng chuyển động với gia tốc:

$$a = \frac{F - F_{2\max}}{m_1 + m_2} . \text{ Lực truyền gia tốc } a \text{ cho } m_1 \text{ là } F_1: F_1 = m_1 \frac{F - F_{2\max}}{m_1 + m_2} \leq k_1 m_1 g \\ \Rightarrow F \leq (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$$

Điều kiện để hai tấm ván cùng chuyển động với gia tốc a là:

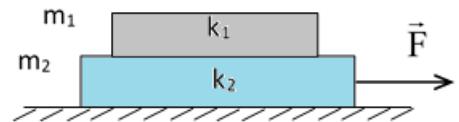
$$k_2(m_1 + m_2)g < F \leq (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g. \text{ Thay số: } 4,5N < F \leq 6N$$

- b) $F = F_{1\max}$. Ván 1 trượt trên ván 2 và vẫn đi sang phải với gia tốc a_1

$$a_1 < a_2; F_{1\max} = k_1 m_1 g = m_1 a_1; a_1 = k_1 g$$

Ván 2 chịu $F, F_{1\max}, F_{2\max}$ và có gia tốc a_2 :

$$a_2 = \frac{F - k_1 m_1 g - k_2(m_1 + m_2)g}{m_2}$$



Điều kiện để $a_2 - a_1 = \frac{1}{m_2} \{F - (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g\} > 0$

$$F > (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$$

Thay số: $F \leq 4,6N : a_1 = a_2 = 0$; hai vật đứng yên

$$4,5N < F \leq 6N : \text{hai vật có cùng gia tốc: } a_1 = a_2 = \frac{F - 4,5}{1,5}$$

$$F > 6N : \text{Vật 1 có } a_1 = 1m/s^2; \text{ vật 2 có } a_2 = (F - 5)$$

Bài 6. a) Thanh OA đứng yên. Tìm giá trị của α để cho vật đứng yên hoặc chuyển động.

Vật đứng yên khi $\vec{P} + \vec{Q} = 0$

\vec{Q} : Là phản lực của thanh tác dụng lên vật, gồm phản lực vuông góc \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms}
Suy ra: $N = P \cos \alpha$

$$F_{ms} = P \sin \alpha, \text{ với } F_{ms} \leq kN \Rightarrow P \sin \alpha \leq kP \cos \alpha$$

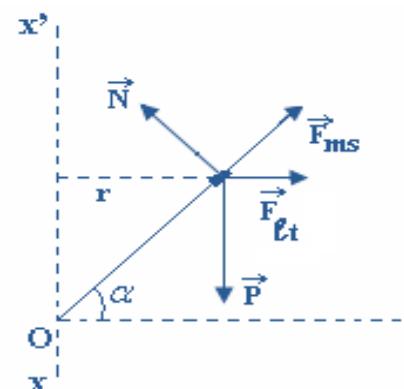
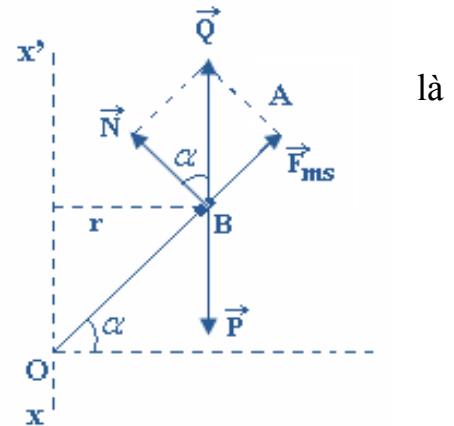
$$\text{Từ đó: } \tan \alpha \leq k \Rightarrow \tan \alpha \leq \tan \beta \Rightarrow \alpha \leq \beta$$

Vậy nếu $\alpha \leq \beta$ thì vật đứng yên, còn nếu $\alpha > \beta$ thì vật trượt xuống dưới

b) Cho thanh OA quay quanh trục thẳng đứng xx' đi qua O. Xác định các điều kiện để vật đứng yên. Lấy $g = 10m/s^2$

Khi thanh quay, trong hệ quy chiếu gắn với thanh, vật chịu thêm lực quán tính li tâm $f = m\omega^2 r$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{MS} + \vec{F}_{LT} = 0 \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Chiếu (1) lên ox và oy, ta có:

$$\begin{aligned} mgsin \alpha &\pm kN - m \omega^2 r \cos \alpha = 0 \\ -mgcos \alpha + N - m \omega^2 r \sin \alpha &= 0 \end{aligned}$$

+ Nếu lực ma sát hướng xuống:

$$r_1 = \frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{(\sin \alpha + k \cos \alpha)}{\cos \alpha - k \sin \alpha} = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha + \beta)$$

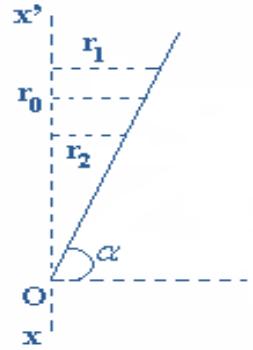
+ Nếu lực ma sát hướng xuống:

$$r_2 = \frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{\cos \alpha - k \sin \alpha} = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha - \beta)$$

+ Khi $\alpha > \beta$ thì có hai vị trí cân bằng ứng với r_1 và r_2

+ Khi $\alpha < \beta$ thì có một vị trí cân bằng ứng với r_1

+ Khi $\alpha = \beta$ thì có một vị trí cân bằng (không kể O)



Bài 7. Xét vật trong hệ quy chiếu 0xy gắn với tấm ván:

Các lực tác dụng vào vật: $\vec{P}; \vec{F}_{qt}; \vec{N}; \vec{F}_{ms}$. Theo định luật II Newton ta có:

$$\vec{P} + \vec{F}_{qt} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

Chiếu lên 0x:

$$P \sin \alpha + ma \cos \alpha - F_{ms} = 0 \quad (1)$$

Chiếu lên 0y:

$$- P \cos \alpha + ma \sin \alpha + N = 0 \quad (2)$$

Từ (2) suy ra:

$$N = m(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

Thế vào (1):

$$\begin{aligned} mgsin \alpha + macos \alpha - F_{ms} &= 0 \\ \Rightarrow F_{ms} &= mgsin \alpha + macos \alpha \end{aligned}$$

Vật vẫn nằm yên trên ván khi: $F_{ms} \leq \mu N$

Hay:

$$\begin{aligned} mgsin \alpha + macos \alpha &\leq \mu m(g \cos \alpha - a \sin \alpha) \\ \Rightarrow a &\leq \frac{\mu cos \alpha - sin \alpha}{\mu sin \alpha + cos \alpha} g \end{aligned} \quad (3)$$

Mặt khác còn điều kiện vật phải luôn áp vào ván có nghĩa là $N > 0$. Điều này cho ta:

$$\begin{aligned} m(g \cos \alpha - a \sin \alpha) &> 0 \\ \Leftrightarrow a &< g \cot \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta rút ra đáp số của bài toán: $a \leq \frac{\mu cos \alpha - sin \alpha}{\mu sin \alpha + cos \alpha} g$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 8. Chọn hệ quy chiếu oxy gắn vào hình nón và quay đều cùng mặt nón như hình vẽ.

Trong hệ quy chiếu này các lực tác dụng vào vật: $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, \vec{F}_{qt}$.
Vật đứng yên, do vậy:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

Chiếu lên 0x:

$$- P \sin \alpha + F_{ms} - F_{qt} \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

Chiếu lên 0y:

$$- P \cos \alpha + N + F_{qt} \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

Từ (2) ta suy ra:

$$- mg \cos \alpha + N + m\omega^2 R \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N = m(g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha)$$

Từ (1) ta có:

$$F_{ms} = m(g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha)$$

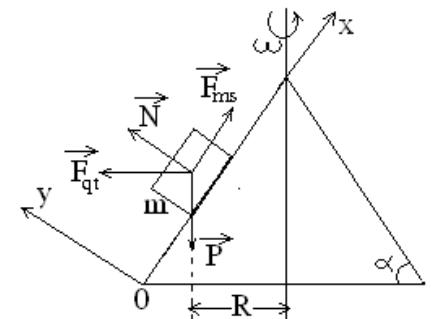
Điều kiện để m đứng yên trên mặt nón:

$$\begin{cases} N > 0 \\ F_{ms} \leq \mu N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega < \sqrt{\frac{g}{R} \cot \alpha} \\ m(g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha) \leq \mu m(g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha) \\ \mu \geq \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha} \end{cases}$$

Từ hệ trên ta suy ra:

Vậy giá trị nhỏ nhất của hệ số ma sát trượt sẽ cần là:

$$\mu_{min} = \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha} \quad \text{với điều kiện } \omega < \sqrt{\frac{g}{R} \cot \alpha}$$



Bài 9.

a. Xét các lực tác dụng vào kiện hàng: $\vec{P}, \vec{N}_A, \vec{N}_B, \vec{F}_{msA}, \vec{F}_{msB}$.

Theo định luật II Newton:

$$\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{F}_{msA} + \vec{F}_{msB} = m\vec{a}$$

Chiếu lên oy:

$$P \cos \alpha - (N_A + N_B) = 0 \Rightarrow N_A + N_B = mg \cos \alpha \quad (1)$$

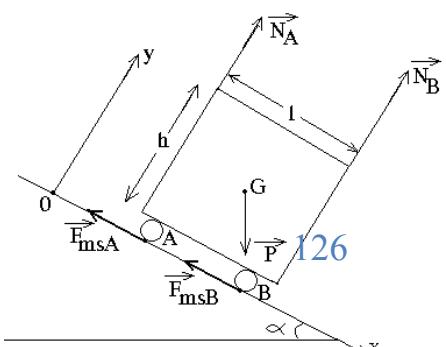
Chọn khói tâm G của kiện hàng làm tâm quay, vật chuyển động tịnh tiến không quay nên từ đó ta có:

$$\begin{aligned} N_B \frac{l}{2} &= N_A \frac{l}{2} + F_{msA} \frac{h}{2} + F_{msB} \frac{h}{2} \\ \Rightarrow N_B - N_A &= \frac{F_{msA} + F_{msB}}{l} \cdot h = \frac{\mu h}{l} (N_A + N_B) \end{aligned}$$

Cuối cùng:

$$N_B - N_A = \frac{\mu mgh \cos \alpha}{l} = \mu m g \cos \alpha \quad (2)$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được:

$$N_A = \frac{1}{2}mg \cos \alpha (1 - \mu n)$$

$$N_B = \frac{1}{2}mg \cos \alpha (1 + \mu n)$$

Lực ma sát tại mỗi góii:

$$\begin{cases} F_{msA} = \mu N_A = \frac{1}{2}\mu mg \cos \alpha (1 - \mu n) \\ F_{msB} = \mu N_B = \frac{1}{2}\mu mg \cos \alpha (1 + \mu n) \end{cases}$$

b. Kiện hàng vẫn trượt mà không bị lật khi: $N_A \geq 0$

Hay:

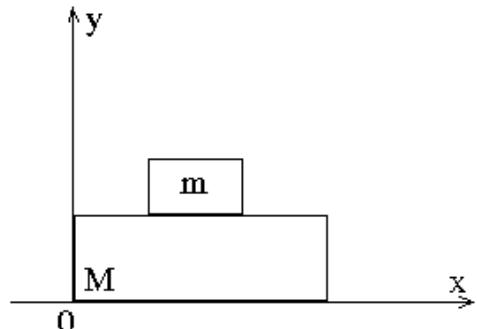
$$1 - \mu n \geq 0 \Rightarrow n \leq \frac{1}{\mu}$$

Bài 10. a. Khi tác dụng lực \vec{F} lên m.

Phương trình chuyển động của m trượt trên M:

$$\begin{cases} F - F_{ms1} = ma_1 \\ N_1 = N_1 + N_2 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{F - F_{ms1}}{m}$$

Phương trình chuyển động của M:



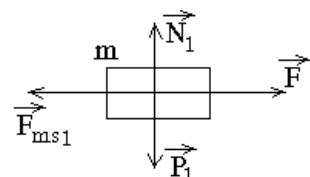
$$\begin{cases} F'_{ms1} - F'_{ms2} = Ma_2 \\ N = N_1 + N_2 = P_1 + P_2 = (m+M)g \end{cases} \Rightarrow a_2 = \frac{F'_{ms1} - F'_{ms2}}{M}$$

Để m trượt trên M thì:

$$a_1 > a_2; F'_{ms1} = F_{ms1} = \mu_1 mg; F'_{ms2} = \mu_2 (m+M)g.$$

hay:

$$\begin{aligned} \frac{F - \mu_1 mg}{m} &> \frac{\mu_1 mg - \mu_2 (m+M)g}{M} \\ \Rightarrow F &> (\mu_1 - \mu_2)(m+M) \frac{m}{M} g \end{aligned}$$



Với điều kiện: $a_1 > 0 \Leftrightarrow F > \mu_1 mg$.

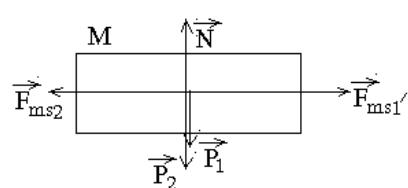
Vậy đáp số của bài toán này:

$$\begin{cases} F > (\mu_1 - \mu_2)(m+M) \frac{m}{M} g \\ F > \mu_1 mg \end{cases}$$

b. Khi tác dụng lực \vec{F} lên M :

Phương trình chuyển động của m:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} F_{ms_1} = ma_1 \\ N_1 = P_1 = mg \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{F_{ms_1}}{m} = \frac{\mu_1 N_1}{m} = \mu_1 g$$

Phương trình chuyển động của vật M:

$$\begin{cases} F - F_{ms_1} - F_{ms_2} = Ma_2 \\ N = N_1 + N_2 = P_1 + P_2 = (m+M)g \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{F - F_{ms_1} - F_{ms_2}}{M}$$

$$\begin{cases} F_{ms_1} = F_{ms_1'} = \mu_1 mg \\ F_{ms_2} = \mu_2 (M+m)g \end{cases}$$

Để M trượt khỏi m thì: $a_2 > a_1$ (chú ý: $\mu_2 (M+m)g > \mu_1 mg$)

$$\frac{F - \mu_1 mg - \mu_2 (M+m)g}{M} > \mu_1 g$$

hay

$$\Leftrightarrow \frac{F - \mu_1 mg - \mu_2 (M+m)g}{M} > \mu_1 g$$

Cuối cùng: $F > (\mu_1 + \mu_2)(m+M)g$ (1)

Điều kiện $a_2 > 0$

hay $F > \mu_1 mg + \mu_2 (m+M)g$ (2)

Điều kiện (2) bao hàm trong điều kiện (1).

Do vậy kết quả bài toán :

$$F > (\mu_1 + \mu_2)(m+M)g$$

Bài 11. Giả sử người đó đang đi trên quỹ đạo tròn với bán kính r với vận tốc v . Ta phải xác định v_{max} và giá trị này đạt được khi r bằng bao nhiêu.

Đối với hệ quy chiếu cố định gắn ở tâm 0 lực tác dụng lên vật là lực ma sát đóng vai trò lực hướng tâm và từ đó ta có:

$$\mu N = ma_{ht}$$

$$\mu_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right) mg = m \frac{v^2}{r}$$

hay

$$v^2 = \mu_0 gr - \frac{\mu_0 g}{R} r^2$$

Suy ra

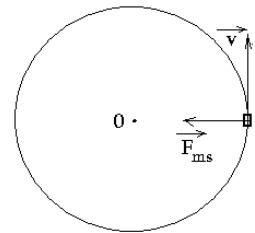
Đây là một tam thức bậc hai ẩn r với hệ số $a = -\frac{\mu_0 g}{R} < 0$. Giá trị của v^2 đạt lớn nhất khi:

$$r = -\frac{\mu_0 g}{2 \left(-\frac{\mu_0 g}{R} \right)} = \frac{R}{2}$$

$$v_{max}^2 = v^2 = \mu_0 g \frac{R}{2} - \frac{\mu_0 g}{R} \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{\mu_0 g R}{4}$$

Lúc đó:

Vậy:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_{\max} = \frac{\sqrt{\mu_0 g R}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{\mu_0 g R}}{2}$$

Vậy người đi xe đạp có thể đi với vận tốc lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{\mu_0 g R}}{2}$ trên quỹ đạo có bán kính lớn nhất bằng $\frac{R}{2}$.

II.3 CHUYỂN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC

Bài 1.

1a. Gọi T là lực căng dây

$$\text{Gia tốc vật 2: } a_2 = \frac{T - P_2}{m_2}$$

$$\text{Gia tốc vật 1: } a_1 = \frac{P_1 - 2T}{m_1} = \frac{\eta \cdot P_2 - 2T}{\eta \cdot m_2}$$

Với ròng rọc động: $a_2 = 2 \cdot a_1$

$$\text{Kết quả: } a_2 = 2 \cdot a_1 = \frac{2\eta - 4}{\eta + 4} g$$

Thay số: $a_2 = 8 \text{ m/s}^2$; $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$

1b. Vật chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a_2 từ mặt đất đến độ cao $2h$ và đạt vận tốc cực đại ở độ cao này: $v_{\max}^2 = 2 \cdot a_2 \cdot 2h$ (1)

Sau đó, vật chuyển động chậm dần với gia tốc g từ độ cao $2h$ đến h_{\max} :

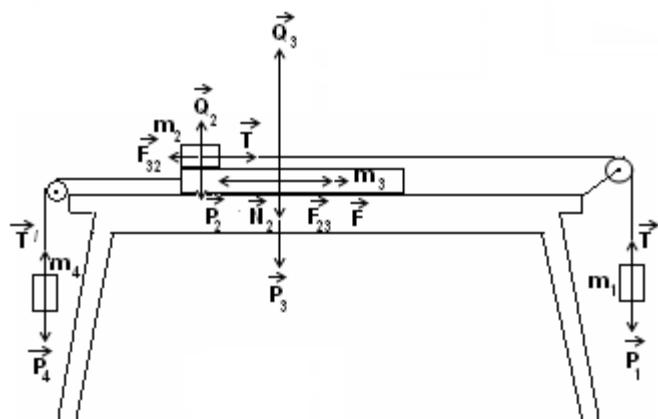
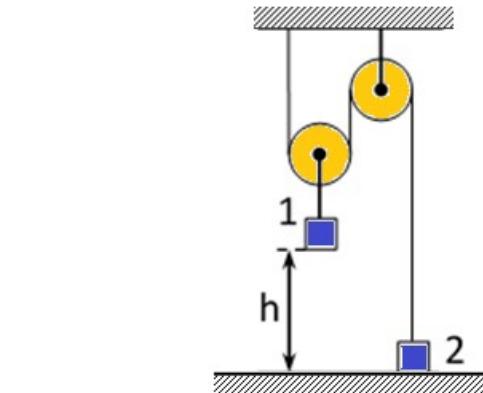
$$v_{\max}^2 = 2g(h_{\max} - 2h) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $h_{\max} = 6h \frac{\eta}{\eta + 4}$, Thay số:

$$h_{\max} = 72 \text{ cm}$$

Bài 2. a. Gia tốc của mỗi vật:

- Vật m_2 chịu tác dụng của 4 lực:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Trọng lực \vec{P}_2 , Phản lực \vec{Q}_2 của m^3 , Lực ma sát với m^3 \vec{F}_{32} , Lực căng dây \vec{T} .

- Vật m^1 chịu tác dụng của hai lực:

Trọng lực \vec{P}_1 và lực căng dây \vec{T} .

* Theo phương thẳng đứng, các lực tác dụng vào m^2 là cân bằng $P_2 = Q_2$.

* Theo phương nằm ngang, phương trình động lực học viết cho m^2 là:

$$T - F^{32} = m^2 a^2$$

$$T - 0,2 \cdot 0,5 \cdot 10 = 0,5 \cdot a^2$$

$$T - 1 = 0,5 \cdot a^2 \quad (1)$$

* Theo phương nằm ngang m^1 không di chuyển.

* Theo phương thẳng đứng, phương trình động lực học viết cho m^1 là:

$$P_1 - T = m^1 a^1$$

$$0,25 \cdot 10 - T = 0,25 a^1$$

$$2,5 - T = 0,25 a^1 \quad (2)$$

Vì dây nối các vật không giãn nén: $a^1 = a^2 = a$ và $a^3 = a^4 = a'$

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được $a = 2 \text{ m/s}^2$

- Vật m^3 chịu tác dụng của 6 lực:

Trọng lực \vec{P}_3 , Lực ma sát với bàn \vec{F} , Lực ma sát do m^2 tác dụng \vec{F}_{23} , Áp lực từ m^2 \vec{N}_2 (có giá trị bằng P_2), Lực căng dây \vec{T}' , Phản lực của mặt bàn \vec{Q}_3 .

- Vật m^4 chịu tác dụng của 2 lực:

Trọng lực \vec{P}_4 , Lực căng dây \vec{T}' .

* Theo phương thẳng đứng, các lực tác dụng vào m^3 là cân bằng: $Q^3 = P^3 + P^2$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

* Phương trình động lực học viết cho m^3 là:

$$T' - F - F^{32} = m^3 a'$$

$$T' - 0,2(0,5 + 0,5).10 - 0,2.0,5.10 = 0,5a'$$

$$T' - 3 = 0,5a' \quad (3)$$

* Phương trình động lực học viết cho m^4 là:

$$P^4 - T' = m^4 a'$$

$$0,5.10 - T' = 0,5 a'$$

$$5 - T' = 0,5 a' \quad (4)$$

Giải hệ phương trình (3) và (4) ta được $a' = 2 \text{ m/s}^2$.

**** Trong đó a và a' ngược hướng với nhau.**

b. Thời gian để m^2 đi qua m^3 .

Lưu ý: Các giá tốc đã tính trên đều là giá tốc đối với bàn. Nếu chọn chiều dương của giá tốc là chiều chuyển động của m^2 thì ta có: $a^{2,b} = 2 \text{ m/s}^2$; $a^{3,b} = -2 \text{ m/s}^2$.

Gia tốc của m^2 so với m^3 là: $a^{2,3} = a^{2,b} - a^{3,b} = 4 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2}a_{2,3}t^2 \Rightarrow t = 0,5 \text{ s.}$$

Bài 3. Khối m^1 đứng cân bằng dưới tác dụng của các lực:

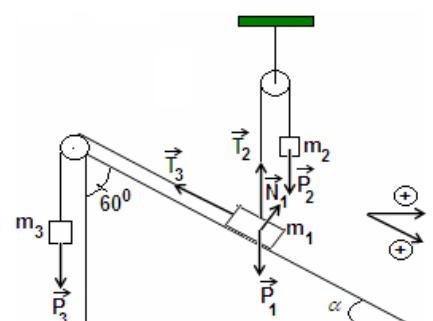
- Trọng lực \vec{P}_1

- Phản lực \vec{N}_1 của mặt phẳng nghiêng

- Lực căng \vec{T}_2 ($T^2 = P^2$)

- Lực căng \vec{T}_3 ($T^3 = P^3$)

Ta có:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0 \quad (1)$$

Lần lượt chiếu hệ thức véc tơ (1) lên phương song song với mặt nghiêng và phương nằm ngang, ta có:

- Chiếu lên phương song song với mặt phẳng nghiêng (chiếu (+) đã chọn như hình vẽ):

$$P_1 \cos 60^\circ - T_2 \cos 60^\circ - T_3 = 0 \quad (2)$$

- Chiếu lên phương nằm ngang (chiếu (+) đã chọn như hình vẽ):

$$N_1 \cos 60^\circ - T_3 \cos 30^\circ = 0 \quad (3)$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow T_3 = \frac{P_1 - P_2}{2}.$$

Với $T_3 = P_3$, $T_2 = P_2$ ta có:

$$m_3 = \frac{m_1 - m_2}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1 \text{ kg.}$$

vật m_3 có khối lượng 1 kg.

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow N_1 = \frac{m_3 g \cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{3} \text{ (N)}$$

Bài 4. Xét hệ thống trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất:

Giả sử tìm được giá tốc F thoả mãn bài toán.

- Xét vật m_2 :

$$\vec{P}_2 + \vec{T}' + \vec{N}_2 = m_2 \vec{a}$$

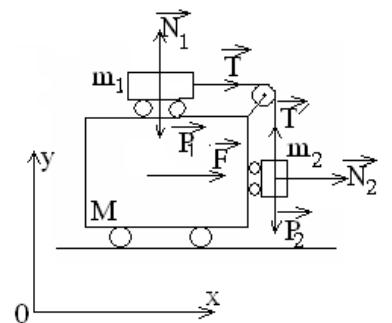
chiếu lên oy:

$$P_2 - T' = 0 \Rightarrow T' = T = m_2 g.$$

- Xét vật m_1 :

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T} = m_1 \vec{a}$$

chiếu lên ox:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$T = m_1 a \Rightarrow a = \frac{T}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} g$$

Ba vật đứng yên tương đối với nhau ta có thể xem chúng như một vật duy nhất có khối lượng $(M+m_1+m_2)$ chuyển động với gia tốc a . Do vậy lực F cần phải đặt vào M sẽ là :

$$F = (M + m_1 + m_2)a = (M + m_1 + m_2) \frac{m_2}{m_1} g$$

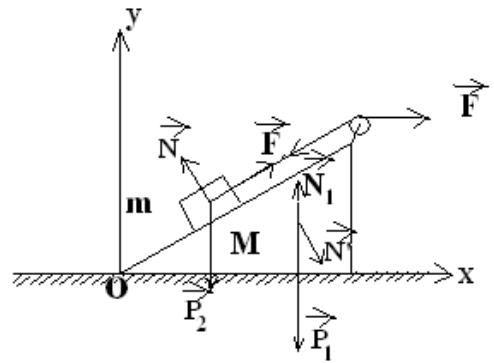
Bài 5. Gọi gia tốc của nêm và vật đối với mặt đất lần lượt là \vec{a}_1 và \vec{a}_2 .

Phương trình động lực học cho m :

$$\vec{F} + \vec{P}_2 + \vec{N} = m\vec{a}_2$$

chiếu lên ox :

$$F \cos \alpha - N \sin \alpha = m a_{2x} \quad (1)$$



chiếu lên oy :

$$F \sin \alpha + N \sin \alpha - mg = m a_{2y} \quad (2)$$

Nêm chịu tác dụng của \vec{P}_1, \vec{N}_1 , hai lực \vec{F} và \vec{F}' đè lên ròng rọc và lực nén \vec{N}' có độ lớn bằng N .

Phương trình chuyển động của M :

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}' + \vec{F} + \vec{F}' = M\vec{a}_1$$

Chiếu lên ox :

$$N \sin \alpha + F - F \cos \alpha = M a_1 \quad (3)$$

Gọi \vec{a}_{21} là gia tốc của m đối với nêm M .

Theo công thức cộng gia tốc:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_1 \quad (4)$$

Chiếu (4) lên $0x$: $a_{2x} = a_1 - a_{21} \cos \alpha$

0y: $a_{2y} = a_{21} \sin \alpha$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Từ đó suy ra:

$$a_{2y} = (a_{2x} - a_1) \tan \alpha \quad (5)$$

Từ (1), (2), (3) và (5) suy ra:

$$a_1 = \frac{F(1 - \cos \alpha) + mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

$$a_{2x} = \frac{F(m \sin^2 \alpha + M \cos \alpha) - Mmg \sin \alpha \cos \alpha}{m(M + m \sin^2 \alpha)}$$

$$a_{2y} = \frac{F \cos \alpha [M + m(1 - \cos \alpha)] - mg(M + m) \sin \alpha \cos \alpha \tan \alpha}{m(M + m \sin^2 \alpha)}$$

Để m dịch chuyển lên trên ném thì:

$$\begin{cases} a_{2y} > 0 & (I) \\ N > 0 & (II) \end{cases}$$

- Giải (I):

$$\begin{aligned} a_{2y} > 0 &\Leftrightarrow F \cos \alpha [M + m(1 - \cos \alpha)] - mg(M + m) \sin \alpha \cos \alpha > 0 \\ &\Leftrightarrow F > \frac{mg(M + m) \sin \alpha}{M + m(1 - \cos \alpha)} \end{aligned} \quad (7)$$

- Giải (II):

Thay (6) vào (3) rút ra N và từ điều kiện N > 0 ta suy ra:

$$F < \frac{Mg \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha} \quad (8)$$

Từ (7) và (8) ta suy ra để m leo lên được mặt ném M thì lực F phải thoả mãn điều kiện

$$\frac{mg(M + m) \sin \alpha}{M + m(1 - \cos \alpha)} < F < \frac{Mg \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha}$$

Lúc đó gia tốc của ném đối với mặt đất là a_1 ở (6). Gia tốc của vật đối với mặt đất sẽ là :

$$a_2 = \sqrt{a_{2x}^2 + a_{2y}^2}$$

Bài 6. Chọn chiều dương như hình vẽ.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Phương trình định luật II Newton cho vật:

$$m_0 : \vec{T} + \vec{P}_0 + \vec{N} = m_0 \vec{a}_0$$

$$m_1 : \vec{T}_1 + \vec{P}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

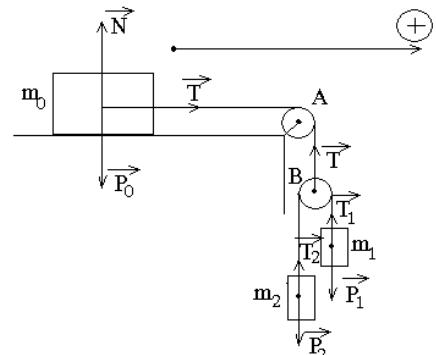
$$m_2 : \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

Chiếu các phương trình đó lên chiều dương ta được:

$$T = m_0 a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{T}{m_0} \quad (1)$$

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{P_1 - T_1}{m_1} \quad (2)$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{P_2 - T_2}{m_2} \quad (3)$$



Giả sử ròng rọc quay ngược chiều kim đồng hồ.

Gọi S_0, S_1, S_2 là độ dời của m_0, m_1, m_2 so với ròng rọc A.

S' là độ dời của m_1, m_2 so với ròng rọc B.

$$\begin{cases} S_1 = S_0 - S' \\ S_2 = S_0 + S' \end{cases} \Rightarrow S_1 + S_2 = 2S_0 \Rightarrow a_1 + a_2 = 2a_0 \quad (*)$$

Ta có:

Thế (1), (2) và (3) vào (*) và chú ý $T = 2T_1 = 2T_2$

Rút ra:

$$T = \frac{2}{\frac{2}{m_0} + \frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2}} \cdot g$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{m_1 g - T_1}{m_1} = \frac{m_1 g - \frac{T}{2}}{m_1} = g - \frac{T}{2m_1}$$

Hay :

$$a_1 = g - \frac{2g}{m_1 \left(\frac{4}{m_0} + \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a_1 = \left[1 - \frac{2}{m_1 \left(\frac{4}{m_0} + \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \right] \cdot g = \frac{4m_1 m_2 + m_0 (m_1 - m_2)}{4m_1 m_2 + m_0 (m_1 + m_2)} g$$

* Biện luận:

- Nếu $m_0 = 0$ thì $a_1 = g$, $a_2 = g$: m_1 và m_2 đều rơi tự do.
- Nếu $m_1 = 0$ thì $a_1 = -g$, vật m_2 rơi tự do, m_1 đi lên $|a_1| = g$.
- Nếu $m_2 = 0$ thì $a_1 = g$, vật m_1 rơi tự do.

Bài 7.

Chọn hệ quy chiếu oxy gắn vào bàn như hình vẽ. Trong hệ quy chiếu oxy:

- Phương trình chuyển động của vật M

$$T + F_{qt} - F_{ms} = Ma_0$$

Hay:

$$T + Ma - \mu N_1 = Ma_0 \quad (1),$$

trong đó:

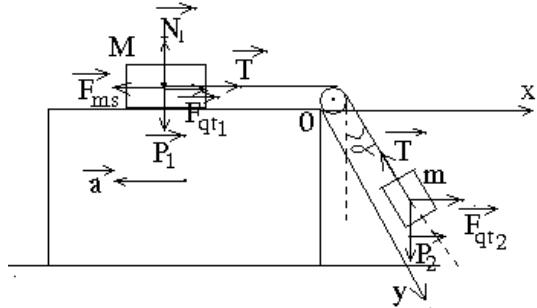
a_0 là gia tốc của M đối với bàn

a là gia tốc của bàn đối với đất.

- Phương trình chuyển động của vật m:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{F_{qt2}}{P_2} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} \\ F_{qt2} \sin \alpha + mg \cos \alpha - T = ma_0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$F_{qt2} \sin \alpha + mg \cos \alpha - T = ma_0 \quad (3)$$



Từ (3) suy ra:

$$ma \sin \alpha + mg \cos \alpha - T = ma_0 \quad (4)$$

Từ (1) và (4) suy ra:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a_0 = \frac{Ma - \mu N_1 + ma \sin \alpha + mg \cos \alpha}{m + M} \quad (5)$$

Từ (2) suy ra:

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} = \frac{\frac{a}{g}}{\sqrt{\frac{a^2}{g^2} + 1}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + g^2}} \quad (6)$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{g^2} + 1}} = \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}} \quad (7)$$

$$\text{Và } N_1 = Mg \quad (8)$$

Thay (6), (7), (8) vào (5) ta rút ra:

$$a_0 = \frac{Ma - \mu Mg + m\sqrt{a^2 + g^2}}{m + M}$$

Gia tốc của M đối với đất:

$$\begin{aligned} \vec{a}_M &= \vec{a}_0 + \vec{a} \\ \Rightarrow a_M &= a_0 + a = \frac{Ma - \mu Mg + m\sqrt{a^2 + g^2}}{m + M} + a \\ a_M &= \frac{m\sqrt{a^2 + g^2} - \mu Mg - mg}{m + M} \end{aligned}$$

Bài 8. Gắn hệ vật với hệ trục tọa độ Ox, Oy như hình vẽ.

Gốc tọa độ O gắn với sàn.

Vật m^1 chịu tác dụng của 2 lực : Trọng lực \vec{P}_1 và lực căng \vec{T} của dây.

Khi hệ vật chuyển động, m^1 vừa bị tụt xuống vừa bị kéo theo phương nằm ngang, vì thế dây treo bị lệch về phía sau một góc α .

Phương trình động lực học viết cho vật m^1 :

$$T \cdot \sin \alpha = m^1 \cdot a^{1x}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$T \cdot \sin \alpha = 0,4 \cdot a^1 x \quad (1)$$

$$T \cdot \cos \alpha - P_1 = - m^1 \cdot a^1 y$$

$$T \cdot \cos \alpha = 4 - 0,4 \cdot a^1 y \quad (2)$$

Vật m^2 chịu tác dụng của bốn

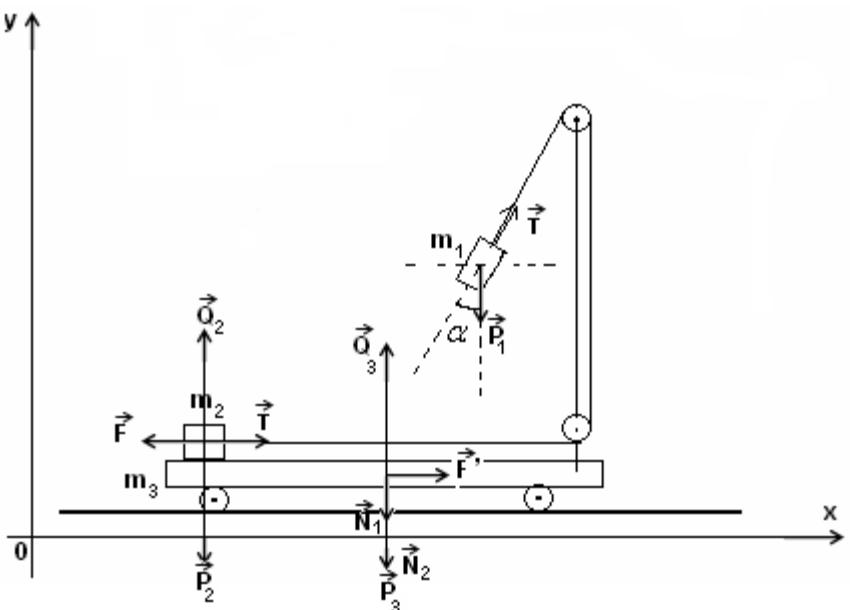
lực : Lực căng \vec{T} của dây, Lực ma sát

\vec{F} với m^3 , Trọng lực \vec{P}_2 , Phản lực \vec{Q}_2

của m^3 .

Theo phương Oy các lực \vec{P}_2 và \vec{Q}_2 cân bằng nhau.

Theo phương Ox, phương trình động lực học viết cho vật m^2 .



$$T - F = m^2 \cdot a^2$$

$$T - \mu \cdot m^2 \cdot g = m^2 \cdot a^2$$

$$T = \mu \cdot m^2 \cdot g + m^2 \cdot a^2 = 0,3 \cdot 1 \cdot 10 + 1 \cdot a^2$$

$$T = 3 + a^2 \quad (3)$$

Vật m^3 chịu tác dụng của năm lực : Trọng lực \vec{P}_3 , Lực tương tác \vec{F}' do m^2 tác dụng khi m^2 trượt trên m^3 . ($F = F'$), Áp lực \vec{N}_2 do m^2 tác dụng, Áp lực \vec{N}_1 do giá treo ròng rọc tác dụng, Phản lực \vec{Q}_3 của sàn.

Theo phương Oy, các lực tác dụng vào m^3 cân bằng nhau:

$$Q^3 = P^3 + N^1 + N^2$$

Theo phương Ox, phương trình động lực học viết cho vật m^3 :

$$F' = m^3 \cdot a^3$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\mu \cdot m^2 \cdot g = m^3 \cdot a^3$$

$$0,3 \cdot 1 \cdot 10 = 1 \cdot a^3 \Rightarrow a^3 = 3 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Xét giản đồ véctơ gia tốc vẽ chom vật m^1 :

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 + \vec{a}_3$$

$$a^{1x} = a^3 - a^2 \cdot \sin \alpha$$

$$a^{1x} = 3 - a^2 \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

$$a^{1y} = a^2 \cdot \cos \alpha \quad (5)$$

Thay (3), (4), (5) vào các phương trình (1), (2) ta
được :

Phương trình (1)

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (3 + a^2) \cdot \sin \alpha &= 0,4 \cdot (3 - a^2 \cdot \sin \alpha) \\ \Leftrightarrow 3 \cdot \sin \alpha + a^2 \cdot \sin \alpha &= 1,2 - 0,4a^2 \cdot \sin \alpha \\ \Leftrightarrow 1,4a^2 \cdot \sin \alpha &= 1,2 - 3 \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow (3 + a^2) \cdot \cos \alpha = 4 - 0,4a^2 \cdot \cos \alpha$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 3 \cdot \cos \alpha + a^2 \cdot \cos \alpha &= 4 - 0,4a^2 \cdot \cos \alpha \\ \Leftrightarrow 1,4a^2 \cdot \cos \alpha &= 4 - 3 \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (7)$$

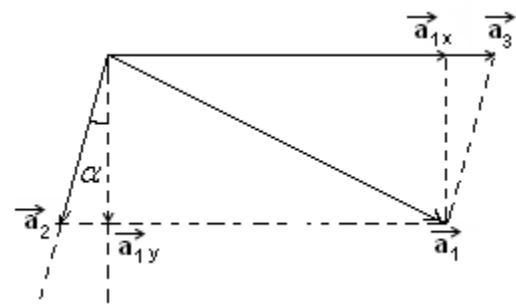
Chia từng vế phương trình (6) cho (7):

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1,2 - 3 \cdot \sin \alpha}{4 - 3 \cdot \cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha = 0,3 \Rightarrow \alpha = 16^0 42'$$

Trong khi chuyên động dây treo vật m^1 bị lệch về phía sau một góc $\alpha = 16^0 42'$.

Thay α vào (6), ta được : $a^2 = 0,84 \text{ (m/s}^2\text{)}$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Thay α và a^2 vào (4) và (5) ta được :

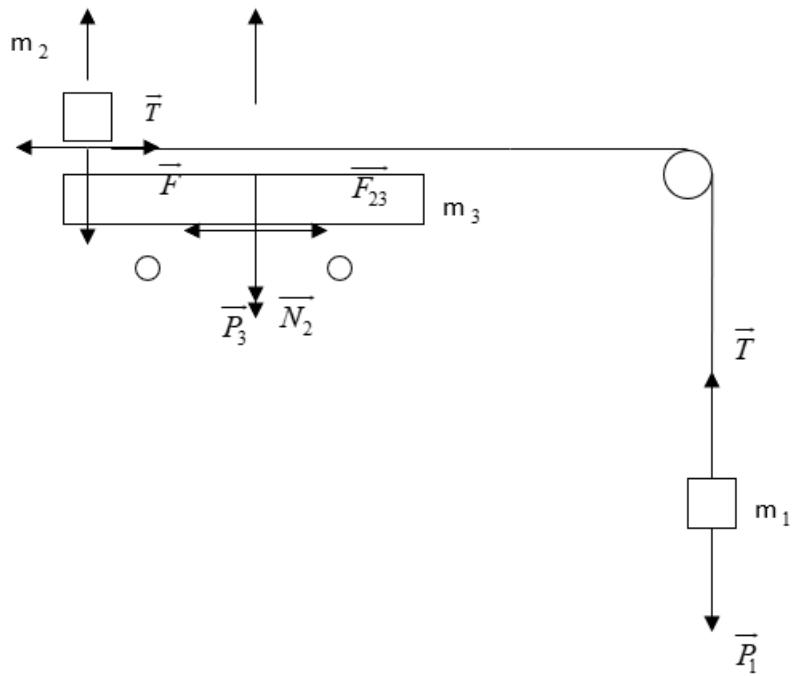
$$a^{1x} = 2,76 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a^{1y} = 0,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Gia tốc của vật m^1 :

$$a^1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \sqrt{2,76^2 + 0,8^2} = 2,87 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Bài 9.



Xe m^3 chịu tác dụng của 5 lực : Trọng lực P^3 , lực ma sát trượt do m^2 tác dụng F^{23} : áp lực do m^2 tác dụng N^2 , lực ma sát giữa xe và mặt đường F , phản lực của mặt đường Q^3 . Theo phương thẳng đứng xe m^3 không dịch chuyển , phản lực của mặt đường cân bằng với hợp lực $P_3 + N_2$: $Q_3 = P_3 + N_2$. Vì thế áp lực của xe xuống mặt đường là $N_3 = P_3 + N_2 \Rightarrow N_3 = 0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 10 = 10 \text{ N}$ ($N_2 = P_2$)

Phương trình động lực học viết cho xe m^3 :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$F_{23} - F = m_3 a_3$ (với m_3 lực phát động là F_{23} , lực cản là lực ma sát do mặt đường tác dụng)

$$0,2 \cdot 0,5 \cdot 10 - 0,02 \cdot 10 = 0,5 a_3$$

Vậy gia tốc của xe là $a_3 = 1,6 \text{ m/s}^2$ (a_3 cùng hướng với hướng vận tốc của m_2)

Xét m_2 , nó chịu tác dụng của 4 lực : trọng lực P_2 , lực căng dây nối T , lực ma sát với sàn xe F_{32} , phản lực của sàn xe Q_2 . Theo phương thẳng đứng, m_2 không dịch chuyển, Q_2 cân bằng với P_2 . Phương trình động lực học viết cho m_2 :

$$T - \mu_1 N_2 = m_2 a_2 (N_2 = Q_2)$$

$$T = 0,2 \cdot 0,5 \cdot 10 = 0,5 a_2 \quad (1)$$

Vật m_1 chịu tác dụng của 2 lực : Trọng lực P_1 và 2 lực căng dây T . Theo phương nằm ngang vật m_1 không chịu tác dụng của lực nào nó không dịch chuyển theo phương này.

Phương trình động lực học viết cho m_1 :

$$P_1 - T = m_1 a_1 (a_1 = a_2 = a \text{ vì dây nối không dãn})$$

$$0,25 \cdot 10 - T = 0,25 a_2 \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) ta được $a_1 = a_2 = 2 \text{ m/s}^2$

Các gia tốc vừa tính trên là gia tốc của các vật so với bàn

$$a_{2b} = 2 \text{ m/s}^2, a_{3b} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

Gia tốc của m_2 so với xe m_3 được tính theo ;

$$\overrightarrow{a_{23}} = \overrightarrow{a_{2b}} + \overrightarrow{a_{3b}}$$

$$(a_{23} = -1,6 \text{ m/s}^2)$$

$$a_{23} = 2 - 1,6 = 0,4 \text{ m/s}^2$$

Sau khi thả tay 0,1 s, vận tốc của m_2 so với xe m_3 là

$$V = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ m/s}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 10. 1. Giả sử m_2 đứng yên trên m_3 và cả hệ chuyển động với vận tốc là a . chiều (+) như hình vẽ.

+ Áp dụng định luật II Newton cho cả hệ ta có:

$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot a = P_1 - k(P_2 + P_3)$$

Thay số được:

$$a = \frac{20 - 0,2(10m_2 + 10)}{3 + m_2} = \frac{18 - 2m_2}{3 + m_2} \quad (1)$$

+ Áp dụng định luật II Niuton cho m_1 được:

$$T = m_1 g - m_1 a = 20 - 2a \quad (2)$$

+ Áp dụng định luật II Newton cho m_2 được:

$$m_2a = T - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = T - m_2a \quad (3)$$

+ Do m_2 không trượt trên m_3 nên:

$$F_{ms} \quad i \quad k_0 m_2 g \Rightarrow F_{ms} \quad i \quad 4m_2 \quad (4)$$

Thay (1); (2); (3) vào (4) rồi biến đổi ta có bất phương trình: $m_2^2 + 3m_2 - 12 \geq 0$ \Rightarrow

$$\left\{ m_2 \leq \frac{-3 - \sqrt{57}}{2} \text{ (kg)} \text{ (Loai) } \textcolor{red}{\text{tictic}} \right.$$

Giả sử m_2 đứng yên trên m_3 và cả hệ chuyển động với gia tốc là a . chiều (+) như hình vẽ.

+ Áp dụng định luật II Newton cho cả hệ ta có:

$$(m_1+m_2+m_3).a = P_1 - k(P_2 + P_3)$$

Thay số được:

$$a = \frac{\frac{20 - 0,2(10m_2 + 10)}{3+m_2}}{\frac{18 - 2m_2}{3+m_2}} \quad (1)$$

+ Áp dụng định luật II Niuton cho m_1 được:

$$T = m_1 g - m_1 a = 20 - 2a \quad (2)$$

+ Áp dụng định luật II Niuton cho m_2 được:

$$m_2a = T - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = T - m_2a \quad (3)$$

+ Do m_2 không trượt trên m_3 nên:

$$F_{ms} \quad i \quad k_0 m_2 g \Rightarrow F_{ms} \quad i \quad 4m_2 \quad (4)$$

Thay (1); (2); (3) vào (4) rồi biến đổi ta có bất phương trình: $m_2^2 + 3m_2 - 12 \leq 0$ ⇒

$$\left\{ m_2 \leq \frac{-3 - \sqrt{57}}{2} \text{ (kg)} \text{ (Loai) } \textcolor{red}{\text{t i t t}} \right.$$

Giả sử m_2 đứng yên trên m_3 và cả hệ chuyển động với gia tốc là a . chiều (+) như hình vẽ.

+ Áp dụng định luật II Newton cho cả hệ ta có:

$$(m_1+m_2+m_3).a = P_1 - k(P_2 + P_3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Thay số được:

$$a = \frac{20 - 0,2(10m_2 + 10)}{3+m_2} = \frac{18 - 2m_2}{3+m_2} \quad (1)$$

+ Áp dụng định luật II Newton cho m_1 được:

$$T = m_1g - m_1a = 20 - 2a \quad (2)$$

+ Áp dụng định luật II Newton cho m_2 được:

$$m_2a = T - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = T - m_2a \quad (3)$$

+ Do m_2 không trượt trên m_3 nên:

$$F_{ms} \geq k_0 \cdot m_2g \Rightarrow F_{ms} \geq 4m_2 \quad (4)$$

Thay (1); (2); (3) vào (4) rồi biến đổi ta có bất phương trình:

$$m_2^2 + 3m_2 - 12 \geq 0$$

$$\Rightarrow m_2 \leq \frac{-3 - \sqrt{57}}{2} \quad (kg) \quad (\text{Loại})$$

2. Gọi tốc độ của m_1 và m_2 là $2a$ thì tốc độ của m_3 là a .

Gọi lực ma sát giữa m_3 với sàn là F_{ms} . Các lực tác động vào các vật như hình vẽ bên.

Áp dụng định luật II Newton cho mỗi vật ta có các pt sau:

$$m_1g - T = m_1 \cdot 2a \quad (5)$$

$$T - F_{ms} = m_2 \cdot 2a \quad (6)$$

$$F_{ms} - F_{ms}' = m_3 \cdot a \quad (7)$$

Với: $F_{ms} = k_0 m_2 g$ và $F_{ms}' = k N_3 = k(m_2 + m_3) \cdot g$ (8)

Thay (8) vào (6) và (7), rồi thay số ta giải được:

$$m_2^2 + 2m_2 - 7 = 0$$

$$m_2 = 1,83 \text{ kg}$$

$$a_2 = 2a = 3,31 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Bài 11. a. Vì $M_{P_A} > M_{P_B \sin \alpha}$ nên A chuyển động đi xuống

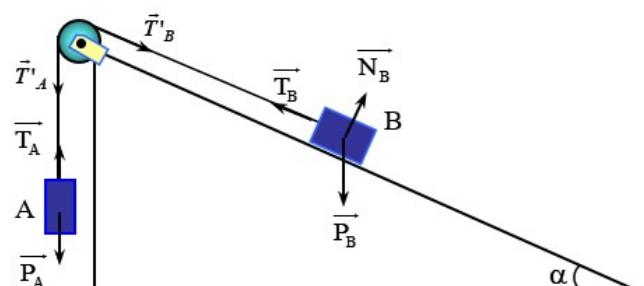
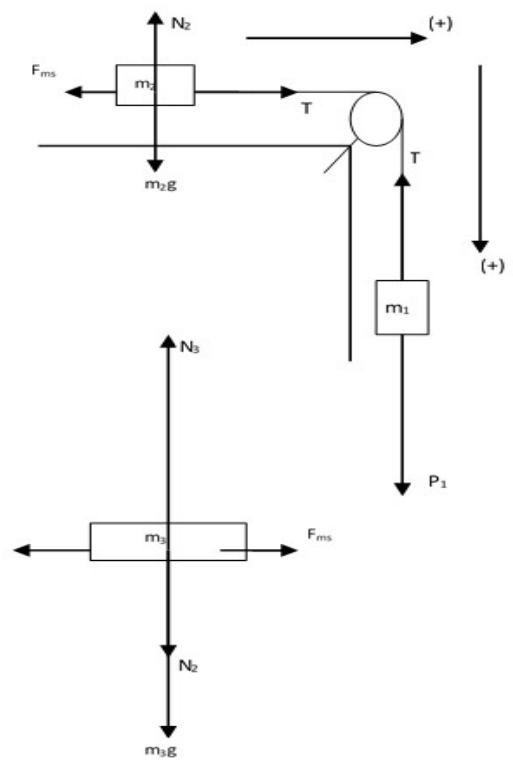
Phương trình động lực học cho A; B và ròng rọc

$$\begin{cases} P_A - T_A = m_A a & (1) \\ T_B - P_B \sin \alpha = m_B a & (2) \\ (T_A - T_B)R = I\gamma = \frac{Ia}{R} & (3) \end{cases}$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow a = 0,5 \text{ m/s}^2$;

$$T_A = 19N; T_B = 16,5N$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

b. Áp lực lên ròng rọc: $\vec{Q} = \vec{T}_A' + \vec{T}_B'$ với $(\vec{T}_A'; \{\vec{T}_A'; \vec{T}_B'\}) = 60^\circ$ và $T_A' = T_A, T_B' = T_B$

Suy ra $Q = \sqrt{T_A^2 + T_B^2 + 2T_A T_B \cos 60^\circ} \approx 30,769(N)$

Bài 12. a. Các vật chịu tác dụng của các lực như hình vẽ.

Do dây nhẹ và bỏ qua ma sát ở ròng rọc nên ta có:

$$T_{1a} = T_{1b}, T_{2a} = T_{2b} = T_{2c} = T.$$

Do ròng rọc động có khối lượng không đáng kể nên:

$$T_{1a} = T_{2a} + T_{2b} = T]$$

Chọn chiều dương như hình vẽ. Theo định luật II Newton:

$$\begin{cases} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ T - m_2 g = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2T - mg = ma_1 \\ T - 2mg = 2ma_2 \end{cases} \quad (1)$$

Do các đoạn dây có chiều dài không thay đổi nên ta có:

$$\begin{cases} (y_{o1} - y_1) + (y_{o1} - y_{o2}) = const \\ (y_{o2} - y_2) + (y_{o2} - y_A) = const \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{o2} = -a_1 \\ a_2 = 2a_{o2} \end{cases} \Rightarrow a_2 = -2a_1$$

(2)

Chú ý: $y_{o1} = const; y_A = const$

$$T \Rightarrow \frac{T}{2} - mg = -4T + 2mg \Rightarrow T = \frac{2}{3}mg$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}g = \frac{10}{3}m/s^2$

Thay vào (1) ta tìm được giá tốc của các vật:

$$a_1 = \frac{1}{3}g = \frac{10}{3}m/s^2$$

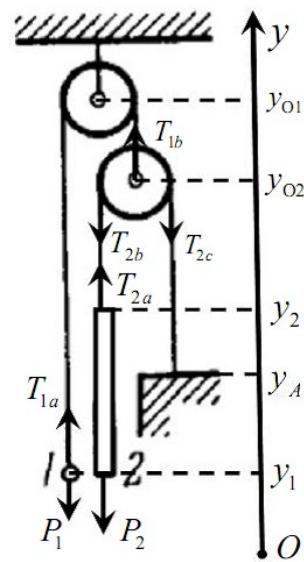
$$a_2 = -2a_1 = -\frac{2}{3}g = -\frac{20}{3}m/s^2$$

b. Giá tốc tương đối của vật 1 so với vật 2:

$$\vec{a}_{12} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 \Rightarrow a_{12} = a_1 - a_2 = g = 10m/s^2$$

Trong HQC gắn với thanh 2, viên bi 1 chuyển động thẳng nhanh dần đều với vận tốc ban đầu bằng 0, suy ra thời gian viên bi 1 đi hết chiều dài thanh 2 là:

$$s = l = \frac{1}{2}a_{12}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a_{12}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{10}} \Rightarrow t = 0,5s$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT
II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ

Bài 1. Chọn $t = 0$ là lúc bắt đầu thả đầu A.

Xét đoạn xích đang chuyển động, đây là một hệ có khối lượng giảm dần, vì cứ sau khoảng thời gian dt lại có một mảnh xích dài dx rời khỏi hệ và nằm yên trên bàn.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động, tại thời điểm t , khi đầu A đi được một đoạn đường x

và có vận tốc v thì khối lượng đoạn xích đang chuyển động là $m_t = \frac{m}{l}(l - x)$;

$$u = 0; \sum F = \frac{m}{l}gh$$

$$\text{Theo phương trình } m_t \vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ngfuc}} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

$$\text{Ta có: } \frac{m}{l}(l - x) \frac{dv}{dt} = \frac{m}{l}gh \rightarrow (l - x)dv = ghdt \rightarrow dv = \frac{gh}{l - x} \frac{dx}{v}$$

$$\text{Tích phân 2 vế: } \int_0^v dv = \int_0^{l-h} gh \frac{dx}{l-x} \text{ ta được } \frac{v^2}{2} = gh \ln \frac{l}{h}$$

$$\text{Vậy: } v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$$

Bài 2 . Ta có:

Phương trình chuyển động của viên đạn trong tâm ván có thể viết như sau:

$$m \frac{dv}{dt} = -kv^2$$

(k là hệ số tỷ lệ, dấu trừ có nghĩa là lực cản ngược chiều với hướng chuyển động)

Phương trình vi phân trên có thể viết trong hai dạng khác nhau:

$$\frac{m}{dt} = -\frac{m}{k} \frac{dv}{v^2} \quad \text{hoặc } ds = \frac{m}{k} \frac{dv}{v}$$

Trong đó: ds là vi phân của quãng đường đi $\left(\frac{ds}{dt} = v \right)$

Lấy tích phân của hai phương trình trên ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$t = \frac{m}{k} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right) \rightarrow v = \frac{mv_0}{kv_0 t + m} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & -kvds = mdv \quad (2) \\ & \frac{k}{m} dt = \frac{dv}{v^2} \quad (3) \end{aligned}$$

b. Ta có

Lấy tích phân (2):

$$-\frac{k}{m} \int_0^h ds = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \Rightarrow h = -\frac{m}{k} \ln \frac{v}{v_0} \quad (4)$$

Lấy tích phân (3):

$$-\frac{k}{m} \int_0^t dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \Rightarrow -\frac{k}{m} t = \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) ta suy ra:

$$t = \frac{h \left(\frac{1}{v_0} - \frac{1}{v} \right)}{\ln \frac{v}{v_0}}$$

$$\text{Với } h = \frac{m}{k} \cdot \ln \frac{v_0}{v}$$

$$\text{Loại trừ hệ số } \frac{m}{k} \text{ ta được: } t = \frac{h(v_0 - v)}{v_0 v \ln \left(\frac{v_0}{v} \right)}$$

Bài 3. a.Xét các lực tác dụng vào vật:

$$\vec{F} + \vec{p} + \vec{N} = m\vec{a}$$

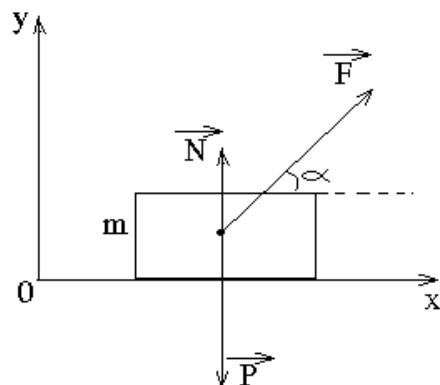
Chiếu lên 0x:

$$F \cos \alpha = ma \quad (1)$$

Chiếu lên 0y:

$$N + F \sin \alpha - p = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow N = p - F \sin \alpha = mg - \beta t \sin \alpha$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vật rời khỏi mặt ngang khi : $N = 0$

Hay

$$mg - \beta t \cdot \sin \alpha = 0$$

$$t_0 = \frac{mg}{\beta \sin \alpha}$$

Thời gian để nó rời khỏi mặt phẳng ngang:

Từ (1): $F \cos \alpha = ma$

$$\beta t \cdot \cos \alpha = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

Hay:

$$\Rightarrow dv = \frac{\beta \cdot \cos \alpha}{m} \cdot t \cdot dt$$

$$\int_0^v dv = \int_0^{t_0} \frac{\beta \cos \alpha}{m} \cdot t \cdot dt \Leftrightarrow v = \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta \cdot t_0^2 \cdot \cos \alpha}{m}$$

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg^2 \cdot \cos \alpha}{\beta \cdot \sin^2 \alpha}$$

a. Phương trình vận tốc :

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta \cos \alpha}{m} \cdot t^2$$

Quảng đường vật đi được từ $0 \rightarrow t_0$:

$$S = \int ds = \int_0^{t_0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta \cos \alpha}{m} \cdot t^2 dt = \frac{1}{6} \cdot \frac{\beta t_0^3 \cdot \cos \beta}{m}$$

$$S = \frac{1}{6} \cdot \frac{\beta \left(\frac{m A}{\beta \sin \alpha} \right)}{m} \cdot \cos \beta$$

$$S = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 g^3}{\beta^2 \cdot \sin^3 \alpha} \cdot \cos \beta$$

Bài 4 . Khảo sát chuyển động của vật theo phương thẳng đứng:

+ Trong khoảng thời gian vật đi lên: Chọn chiều (+) hướng lên

. Lực cản trở chuyển động của vật là: $F_c = -kv_y$ và $P = mg$

. Tại thời điểm t , theo định lí biến thiên động lượng: $mdv_y = -mgdt - kv_y dt = -mgdt - kdH$

. Khi vật đến điểm cao nhất: $-mv_{yo} = -mgt_1 - kH$ (1)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

+ Tương tự, trong khoảng thời gian t_2 vật đi từ độ cao H đến điểm A: ta chọn chiều (+) hướng xuống.

$$mv_{yA} = mgt_2 - kH \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow m(v_{yA} - v_{yO}) = mg(t_2 - t_1) - 2kH \Rightarrow -m\Delta v = mg\tau - 2kH$

$$\Rightarrow H = \frac{m(g\tau + \Delta v)}{2k} \quad (*)$$

* Khảo sát chuyển động của vật theo phương ngang:

+ $mdv_x = -kv_x dt = -kdL$

+ Khi vật đến A ta có: $m(v_{xA} - v_{xO}) = -kL_A \quad (3)$

+ Nếu tại điểm B nào đó khoảng cách L_B là lớn nhất, khi đó thành phần vận tốc theo phương ngang bằng 0 và theo (3) ta có: $mv_{xO} = kL_{max} \quad (4)$

+ Từ (3) và (4): $mv_{xA} = k(L_{max} - L_A) = k\Delta L \quad (5)$

$$\frac{\Delta L(g\tau + \Delta v)}{2v_{xA}}$$

+ Rút k từ (5) thay vào (*) được: $H = \frac{\Delta L(g\tau + \Delta v)}{2v_{xA}}$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Bài 5. a. Ta có

$$v = \sqrt{gx} \quad (\text{Lực căng là trọng lượng của phần MB, } F = \frac{mgx}{\ell})$$

b. Chấn động đi một khoảng dx mất thời gian:

$$dt = \frac{dx}{v} = \frac{dx}{\sqrt{gx}} = \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}} \Rightarrow \int dt = \int \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}} \Rightarrow t = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$



Bài 6. a. Vật chịu tác dụng của lực cản $F = -kv$. Theo định luật II Newton ta có:

$$-kv = ma$$

$$\Rightarrow -kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\text{hay } \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} dt$$

$$\text{Nguyên hàm hai vế: } \int \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} \int dt + C \Leftrightarrow \ln v = -\frac{k}{m} dt + C$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Lúc $t = 0$ thì $v = v_0 \Rightarrow C = \ln v_0$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{k}{m}t \Rightarrow v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

Từ đó suy ra: Quảng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $0 \rightarrow t$:

$$\begin{aligned} S &= \int ds = \int_0^t v dt \\ S &= v_0 \int_0^t e^{-\frac{k}{m}t} dt = \frac{mv_0}{k} - \frac{mv_0}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \\ S &= \frac{mv_0}{k} - \frac{mv}{k} \\ \Rightarrow v &= v_0 - \frac{k}{m}S \quad (*) \end{aligned}$$

b. Quảng đường vật đi được cho tới lúc dừng:

$$S = \int ds$$

Từ (*) vi phân hai vế ta có:

$$dS = -\frac{m}{k}dv \quad \text{nên} \quad S = -\frac{m}{k} \int_{v_0}^0 dv$$

$$\Rightarrow S = \frac{mv_0}{k}$$

Xét các lực tác dụng vào thuyền:

$$\vec{F}_c + \vec{p} + \vec{N} = m\vec{a} \Rightarrow -kv = ma \Rightarrow -kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} dt$$

Hay:

$$\Rightarrow \int \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} \int dt \Rightarrow \ln v = -\frac{k}{m}t + C$$

Lúc $t = 0$, $v = 0 \Rightarrow C = \ln v_0$

$$\ln v = -\frac{k}{m}t + \ln v_0 \Rightarrow v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- a. Để vận tốc thuyền bằng 0 thì : $t \rightarrow \infty$
 b. Quảng đường Ca nô đi được:

$$S = \int dS = \int v \cdot dt$$

$$S = \int_0^t v_0 \cdot e^{-\frac{k}{m}t} dt = \frac{mv_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

$$S = \frac{mv_0}{v} - \frac{m}{k} v_0 \cdot e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{mv_0}{k} - \frac{m}{k} \cdot v$$

$$v = v_0 - \frac{k}{m} S$$

Quảng đường tổng cộng cho tới lúc dừng:

$$S_0 = \int dS$$

$$S_0 = - \frac{m}{k} \int_{v_0}^0 dv = \frac{mv_0}{k}$$

- c. Thời gian từ ban đầu đến lúc vận tốc giảm n lần:

$$v = v_0 \cdot e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{v_0}{n} \Rightarrow -\frac{k}{m}t = -\ln n \Rightarrow t = \frac{m \ln n}{k}$$

Quảng đường đi được từ ban đầu đến lúc vận tốc giảm n lần:

$$S = - \frac{m}{k} \int_{v_0}^{v_0/n} dv = \frac{mv_0}{k} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{mv_0(n-1)}{k \cdot n}$$

Vận tốc trung bình:

$$\bar{v} = \frac{S}{t} = \frac{v_0(n-1)}{n \ln n}$$

Bài 8. Gia tốc của hạt là:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Từ đó ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a_x = \frac{F_x}{m} = 5t$$

$$a_y = \frac{F_y}{m} = t - 4 \quad (m/s^2)$$

$$a_z = \frac{F_z}{m} = 2t^2 \quad (m/s^2)$$

Vận tốc của vật:

$$v_x = \int_0^t a_x dt = \int_0^t 5t dt = \frac{5}{2}t^2 + c_1$$

$$v_y = \int_0^t a_y dt = \int_0^t (t - 4) dt = \frac{t^2}{2} - 4t + c_2$$

$$v_z = \int_0^t a_z dt = \int_0^t 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3 + c_3$$

Thời điểm ban đầu ta có:

$$\begin{cases} v_{0x} = 2 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2 \\ c_2 = 0 \\ c_3 = 1 \end{cases}$$

Vận tốc của vật theo thời gian:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(2 + \frac{5}{2}t^2\right)^2 + \left(\frac{t^2}{2} - 4t\right)^2 + \left(\frac{2}{3}t^3 + 1\right)^2}$$

Hay:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$\vec{v} = \left(2 + \frac{5}{2}t^2\right) \vec{i} + \left(\frac{t^2}{2} - 4t\right) \vec{j} + \left(\frac{2}{3}t^3 + 1\right) \vec{k}$$

Vị trí của vật:

$$\begin{cases} x = x_0 + \int_0^t v_x dt = 5 + \int_0^t \left(2 + \frac{5}{2}t^2\right) dt = 5 + 2t + \frac{5}{6}t^3 \\ y = y_0 + \int_0^t v_y dt = 2 + \int_0^t \left(\frac{t^2}{2} - 4t\right) dt = 2 + \frac{t^3}{6} - 2t^2 \\ z = z_0 + \int_0^t v_z dt = -3 + \int_0^t \left(1 + \frac{2}{3}t^3\right) dt = -3 + t + \frac{t^4}{6} \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vậy vị trí của vật phụ thuộc vào thời gian như sau:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \left(5 + 2t + \frac{5}{6}t^3 \right) \vec{i} + \left(2 + \frac{t^3}{6} - 2t^2 \right) \vec{j} + \left(-3 + t + \frac{t^4}{6} \right) \vec{k}$$

Bài 9. Do cát chảy đều và sau thời gian t_0 cát sẽ chảy ra được khối lượng m . Nên sau sau thời gian $t < t_0$, cát sẽ chảy được khối lượng $\frac{m}{t_0}t$

Giả sử sau thời gian t_0 , vật có vận tốc v_1 . Xét hệ tại thời điểm $0 \leq t \leq t_0$

Áp dụng định luật II Newton cho hệ :

$$2mg - \left(2m - \frac{m}{t_0}t \right)g = \left(2m + 2m - \frac{m}{t_0}t \right) \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = \frac{gdt}{4t_0 - t} = \frac{g(t - 4t_0 + 4t_0)}{4t_0 - t} dt = -gdt - 4gt_0 \frac{d(4t_0 - t)}{4t_0 - t}$$

$$\Rightarrow \int_0^{v_1} dv = - \int_0^{t_0} gdt - \int_0^{t_0} 4gt_0 \frac{d(4t_0 - t)}{4t_0 - t} \Rightarrow v_1 = -gt_0 - 4gt_0 \ln \frac{3}{4}$$

$$a = \frac{(2m - m)g}{3m} = \frac{g}{3}$$

Sau khi cát chảy hết ra ngoài, gia tốc của vật

$$\text{Vận tốc của vật sau thời gian } 2t_0: \quad v_2 = v_1 + at_0 = -gt_0 - 4gt_0 \ln \frac{3}{4} + \frac{gt_0}{3}$$

$$\text{Vận tốc phải tìm có giá trị} \quad v = gt_0 \left(4 \ln \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right)$$

$$v = ka^2 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{k}} = -\frac{dv}{dt}$$

Bài 10. Từ phương trình

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{k}} \Rightarrow \frac{dv}{\sqrt{v}} = -\alpha dt \Rightarrow \int_{v_0}^v \frac{1}{\sqrt{v}} dv = -\alpha \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow 2v^{\frac{1}{2}} \Big|_{v_0}^v = -\alpha t$$

$$\Rightarrow \sqrt{v} - \sqrt{v_0} = -\frac{\alpha t}{2} \Rightarrow v = (\sqrt{v_0} - \frac{\alpha t}{2})^2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2\sqrt{v_o}}{\alpha} = 2\sqrt{k v_o}$$

Khi hạt dừng lại thì $v = 0$

Quãng đường hạt đi được cho đến khi dừng lại:

$$S = \int ds = \int_0^{t_1} v dt = \int_0^{t_1} (\sqrt{v_o} - \frac{\alpha t}{2})^2 dt = \int_0^{t_1} (v_o - \sqrt{v_o} \alpha t + \frac{\alpha^2}{4} t^2) dt$$

$$= v_o t_1 - \frac{\alpha \sqrt{v_o} t_1^2}{2} + \frac{\alpha^2}{12} t_1^3$$

$$= \frac{2v_o^{3/2} \sqrt{k}}{3}$$

Bài 11. Các lực tác dụng lên hạt:

+ trọng lực P

+ phản lực của vành lên hạt gồm: N_1 , N_2 và F_{ms}

Theo phương vuông góc với mặt phẳng của vành ta có:

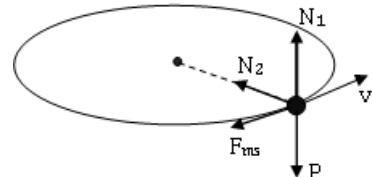
$$N_1 = P = mg$$

$$N_2 = ma_{ht} = \frac{mv^2}{R}$$

Theo phương bán kính:

$$F_{ms} = \mu \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \mu \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2}$$

Lực ma sát tác dụng lên hạt:



Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Gia tốc tiếp tuyến của hạt là:

$$a_t = -\frac{F_{ms}}{m} = -\mu \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}} = \frac{dv}{dt}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$ds = v dt = v \cdot \frac{dv}{a_t} = - \frac{v dv}{\mu \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}}} = - \frac{R}{2\mu} \frac{d(v^2)}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4}}$$

-Ta có:

Lấy tích phân 2 vế: $s = - \frac{R}{2\mu} \int_{v_0}^0 \frac{d(v^2)}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4}} \quad (1)$

Xét nguyên hàm: $I = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

$$x = a \tan t; \text{ với } t \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$$

Đặt

$$\Rightarrow a^2 + x^2 = \frac{a^2}{\cos^2 t}; dx = \frac{adt}{\cos^2 t}$$

$$\Rightarrow I = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \int \frac{adt}{\frac{a}{\cos^2 t} \cdot \cos^2 t} = \int \frac{dt}{\cos^2 t}$$

$$= \int \frac{\cos dt}{\cos^2 t} = \int \frac{d(\sin t)}{1 - \sin^2 t} = \frac{1}{2} \left(\int \frac{d(\sin t)}{1 - \sin t} + \int \frac{d(\sin t)}{1 + \sin t} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} + C_0$$

$$\sin t = \frac{\tan t}{\sqrt{\tan^2 t + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

mà

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{a^2 + x^2} + x}{\sqrt{a^2 + x^2} - x} + C_0 = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng vào (1) ta được:

$$s = -\frac{R}{2\mu} \int_{v_0}^0 \frac{d(v^2)}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4}} = -\frac{R}{2\mu} \ln(v^2 + \sqrt{g^2 R^2 + v^4}) \Big|_{v_0}^0 = \frac{R}{2\mu} \ln \frac{v_0^2 + \sqrt{g^2 R^2 + v_0^4}}{gR}$$

Bài 12. Chọn chiều dương cùng hướng với lực kéo.

Phương trình chuyển động của xuồng:

$$F - fP = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow F - (a - bv)mg = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{dv}{\frac{F}{m} - ag + bgv} = \frac{dv}{bg(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b} + v)}$$

Thời gian T cần thiết để xuồng đạt được vận tốc v_1 là:

$$T = \int_0^{v_1} \frac{dv}{bg(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b} + v)} = \frac{1}{bg} \ln\left(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b} + v\right) \Big|_0^{v_1} = \frac{1}{bg} \ln\left(1 + \frac{mbgv_1}{F - mga}\right)$$

$$\int_0^v \frac{dv}{bg(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b} + v)} = \int_0^t dt$$

Vận tốc của xuồng:

$$\Rightarrow \frac{1}{bg} \ln\left(1 + \frac{v}{\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b}}\right) = t \Rightarrow v = \left(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b}\right)(e^{bgt} - 1)$$

Quãng đường xuồng đi được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$s = \int_0^T v dt = \int_0^T \left(\frac{F}{mbg} - \frac{a}{b} \right) (e^{bgt} - 1) dt = \frac{v_1}{bg} - \frac{F - mga}{mb^2 g^2} \ln(1 + \frac{mbgv_1}{F - mga})$$

Bài 13. Chọn chiều dương cùng chiều chuyển động

Phương trình chuyển động của vật:

$$\begin{aligned} mg - kv^2 &= m \frac{dv}{dt} \\ \Rightarrow \frac{dv}{\frac{mg}{k} - v^2} &= \frac{k}{m} dt \\ \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\frac{mg}{k}}} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{mg}{k}} + v} + \frac{1}{\sqrt{\frac{mg}{k}} - v} \right) dv &= \frac{k}{m} dt \\ \int_0^v \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{mg}{k}} + v} + \frac{1}{\sqrt{\frac{mg}{k}} - v} \right) dv &= 2 \frac{k}{m} \sqrt{\frac{mg}{k}} \int_0^t dt = 2 \sqrt{\frac{gk}{m}} t \end{aligned}$$

Lấy tích phân 2 vế:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \ln \frac{\sqrt{\frac{mg}{k}} + v}{\sqrt{\frac{mg}{k}} - v} \Big|_0^v &= 2 \sqrt{\frac{gk}{m}} t \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{mg}{k}} \cdot \frac{e^{2\alpha t} - 1}{e^{2\alpha t} + 1} \quad \alpha = \sqrt{\frac{gk}{m}} \end{aligned}$$

Quãng đường vật rơi được:

$$s = \int_0^t v dt = \sqrt{\frac{mg}{k}} \int_0^t \frac{e^{2\alpha t} - 1}{e^{2\alpha t} + 1} dt = \sqrt{\frac{mg}{k}} \int_0^t \left(1 - \frac{2}{e^{2\alpha t} + 1} \right) dt = \sqrt{\frac{mg}{k}} \left(t - \int_0^t \frac{2}{e^{2\alpha t} + 1} dt \right)$$

$$\begin{aligned} u &= e^{2\alpha t} \Rightarrow du = 2\alpha e^{2\alpha t} dt \Rightarrow dt = \frac{du}{2\alpha u} \\ \text{Đặt} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \int_0^t \frac{2dt}{e^{2\alpha t} + 1} = \frac{1}{\alpha} \int_1^{e^{2\alpha t}} \frac{du}{u(u+1)} = \frac{1}{\alpha} \int_1^{e^{2\alpha t}} \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u+1} \right) du = \frac{1}{\alpha} \ln \left| \frac{u}{u+1} \right| \Big|_1^{e^{2\alpha t}} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2e^{2\alpha t}}{e^{2\alpha t} + 1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Do đó: $s = \sqrt{\frac{mg}{k}} \left(t - \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2e^{2at}}{e^{2at} + 1} \right)$

Bài 14. a. Chọn hệ tọa độ xOy có gốc O là vị trí ban đầu của quả bóng

Phương trình chuyển động

$$m\vec{a} = \vec{P} - k(\vec{v} - \vec{u})$$

- Xét chuyển động theo trục Ox

$$m \frac{dv_x}{dt} = -k(v_x + u)$$

$$\Rightarrow \frac{dv_x}{v_x + u} = -\frac{k}{m} dt$$

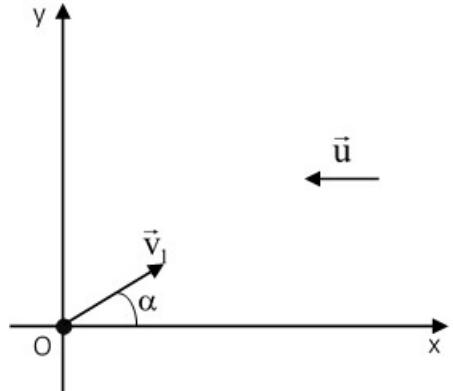
$$\Rightarrow \int_{v_1 \cos \alpha}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x + u} = -\frac{k}{m} \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \ln \frac{u + v_x}{u + v_1 \cos \alpha} = -\frac{k}{m} t \Rightarrow v_x = (u + v_1 \cos \alpha) e^{-\frac{k}{m} t} - u \quad (1)$$

Tọa độ của vật theo trục Ox:

$$x = \int_0^t v_x dt = \int_0^t (u + v_1 \cos \alpha) e^{-\frac{k}{m} t} dt - u \int_0^t dt$$

$$= -\frac{m}{k} (u + v_1 \cos \alpha) e^{-\frac{k}{m} t} \Big|_0^t - ut = -\frac{m}{k} (u + v_1 \cos \alpha) (e^{-\frac{k}{m} t} - 1) - ut$$



Sau thời gian bay t_0 bóng lại quay về vị trí xuất phát nên $x = 0$

$$\Rightarrow -\frac{m}{k} (u + v_1 \cos \alpha) (e^{-\frac{k}{m} t_0} - 1) = ut_0 \quad (2)$$

- Xét chuyển động theo trục Oy

$$m \frac{dv_y}{dt} = -mg - kv_y \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m} v_y$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \int_{v_1 \sin \alpha}^{v_y} \frac{dv_y}{g + \frac{k}{m} v_y} = - \int_0^t dt \Rightarrow \frac{m}{k} \ln(g + \frac{k}{m} v_y) \Big|_{v_1 \sin \alpha}^{v_y} = - t$$

$$\Rightarrow (g + \frac{k}{m} v_y) = (g + \frac{k}{m} v_1 \sin \alpha) e^{-\frac{k}{m} t} \Rightarrow v_y = (v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t} - \frac{mg}{k} \quad (3)$$

Tọa độ:

$$y = \int_0^t v_y dt = \int_0^t (v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t} dt - \frac{mg}{k} \int_0^t dt$$

$$= -\frac{m}{k} (v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) (e^{-\frac{k}{m} t} - 1) - \frac{mg}{k} t$$

Khi vật trở lại vị trí xuất phát: $y = 0$

$$\Rightarrow -\frac{m}{k} (v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) (e^{-\frac{k}{m} t} - 1) = \frac{mg}{k} t \quad (4)$$

a. Vận tốc u của gió

$$\frac{u + v_1 \cos \alpha}{\frac{mg}{k} + v_1 \sin \alpha} = \frac{u}{\frac{mg}{k}}$$

Từ (2) và (4) suy ra:

$$\Rightarrow \frac{mg}{k} u + \frac{mg}{k} v_1 \cos \alpha = \frac{mg}{k} u + u v_1 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow u = \frac{mg \cos \alpha}{k \sin \alpha} = \frac{mg}{k \tan \alpha}$$

b. Tính góc β

Từ (1) (2) ta có vận tốc của bóng tại thời điểm to

$$v_{2x} = v_2 \cos \beta = (u + v_1 \cos \alpha) e^{-\frac{k}{m} t_0} - u \quad (5)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_{2y} = v_2 \sin \beta = (v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t_0} - \frac{mg}{k} \quad (6)$$

$$\tan \beta = \frac{(v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t_0} - \frac{mg}{k}}{(u + v_1 \cos \alpha) e^{-\frac{k}{m} t_0} - u} \quad (7)$$

Từ (5) và (6)

Thay $u = \frac{mg}{k \tan \alpha}$ vào (7) ta được :

$$\tan \beta = \frac{(v_1 \sin \alpha + \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t_0} - \frac{mg}{k}}{\left(\frac{mg}{k \tan \alpha} + v_1 \cos \alpha\right) e^{-\frac{k}{m} t_0} - \frac{mg}{k \tan \alpha}} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta$$

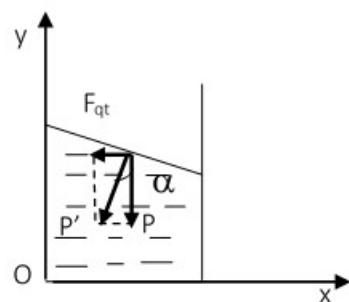
Bài 15.

Bình chuyển động với gia tốc không đổi

Chọn hệ quy chiếu gắn với bình

Xét phần tử nước ở mặt thoảng có tọa độ (x,y)

Phần tử này chịu thêm lực quán tính F_{qt} ngược chiều
gia tốc



Phần tử này nằm cân bằng khi hợp lực $\vec{P}' = \vec{F}_{qt} + \vec{P}$

vôong góc với mặt thoảng.

$$\tan \alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{a}{g} \quad (1)$$

Ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Mặt khác : α là góc tạo bởi tiếp tuyến với mặt thoáng tại điểm ta xét và trục Ox, do đó :

$$\tan \alpha = -\frac{dy}{dx} \quad (\text{do } dy < 0) \quad (2)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a}{g} \Rightarrow y = -\frac{a}{g}x + C$$

Từ (1) và (2) ta được :

Vậy mặt thoáng chất lỏng là một mặt phẳng nghiêng

a. Bình quay với tốc độ góc ω

Chọn hệ quy chiếu gắn với bình (HQC quay), gốc tọa độ O nằm trên trục quay, đồng thời nằm trên mặt thoáng, mỗi phần tử nước chịu thêm lực quán tính li tâm. Phần tử nước nằm cân bằng khi hợp lực của trọng lực và lực quán tính li tâm vuông góc với mặt thoáng

Xét phần tử chất lỏng ở mặt thoáng chất lỏng có tọa độ (x, y)

$$\tan \alpha = \frac{F_{lt}}{P} = \frac{a}{g} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

Ta có :

$$\tan \alpha = \frac{dy}{dx} \quad (4)$$

Mặt khác :

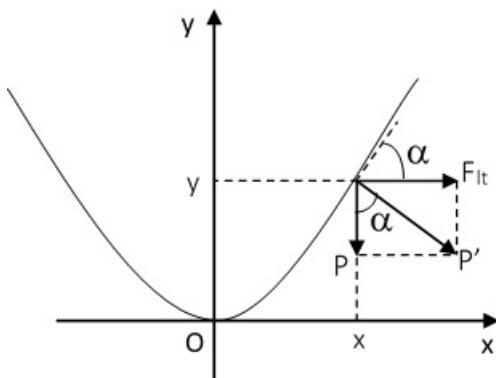
Từ (3) và (4) suy ra :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g} \Rightarrow \int dy = \int \frac{\omega^2 x}{g} dx \Rightarrow y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C$$

Tại gốc tọa độ : $x = 0, y = 0$ nên $C = 0$

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

Do đó :



Vậy mặt thoáng chất lỏng là một mặt paraboloid tròn xoay có trục là trục quay và có đỉnh là O, mặt cắt là parabol có phương trình (5)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 16. Chọn hệ quy chiếu gắn với thanh kim loại

a. Các lực tác dụng lên vật M ở vị trí cân bằng

(x_o, y_o) như hình vẽ .

$$\tan \alpha = \frac{F_{qt}}{P} = \frac{\omega^2 x_o}{g}$$

Ta có : (1)

Mặt khác : $\tan \alpha$ cũng là hệ số góc của tiếp tuyến

với thanh tại điểm (x_o, y_o) nên :

$$\tan \alpha = y'_{(x_o)} = nax_o^{n-1}$$

(2)

Từ (1) và (2) ta được :

$$\frac{\omega^2 x_o}{g} - nax_o^{n-1} = 0$$

(3)

$$x_o = \left(\frac{\omega^2}{nag} \right)^{\frac{1}{n-2}}$$

Với $n \neq 2$ thì $x_o = 0$ hoặc

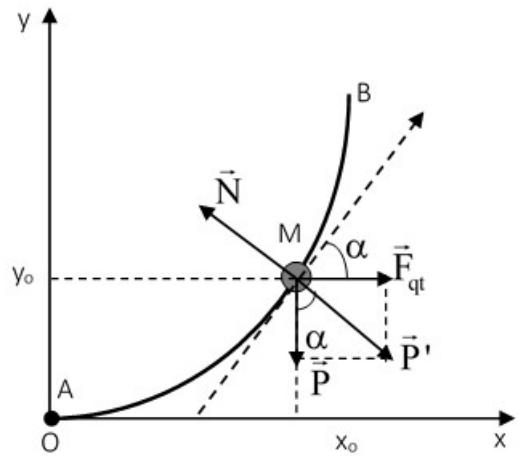
Với $n = 2$, thay vào phương trình (3) ta tìm được vị trí cân bằng của hạt :

- Nếu $\omega^2 \neq 2ag$ có duy nhất một vị trí cân bằng : $x_o = 0$

- Nếu $\omega^2 = 2ag$ thì hạt cân bằng ở mọi vị trí $0 \leq x_o \leq x_m$

b. Có ma sát giữa thanh và vật.

Tại vị trí cân bằng của vật: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{ms} = 0$ (4)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Để xác định chiều của lực ma sát nghỉ ta cần so sánh thành phần của lực \vec{F}_{qt} và \vec{P} theo phương tiếp tuyến tại vị trí cân bằng.

$$F_{qt} \cos \alpha > Mg \sin \alpha \Leftrightarrow \omega^2 x_0 \cos \alpha > Mg \sin \alpha \Leftrightarrow \omega^2 > \frac{g \tan \alpha}{x_0} = 2ag$$

- Nếu :

thì lực ma sát hướng xuống

$$F_{qt} \cos \alpha < Mg \sin \alpha \Leftrightarrow \omega^2 x_0 \cos \alpha < Mg \sin \alpha \Leftrightarrow \omega^2 < \frac{g \tan \alpha}{x_0} = 2ag$$

- Nếu :

thì lực ma sát hướng lên

Với $a = 5 \text{ m}^{-1}$; $\omega = 8 \text{ rad/s}$ ta thấy $\omega^2 < 2ag$ nên lực ma sát hướng lên.

Chiều phương trình (4) lên phương tiếp tuyến ta có:

$$F_{ms} = Mg \sin \alpha - F_{qt} \cos \alpha = M(g \sin \alpha - \omega^2 x_0 \cos \alpha)$$

Chiều (4) lên phương vuông góc với

tiếp tuyến ta có:

$$N = Mg \cos \alpha + F_{qt} \sin \alpha = M(\omega^2 x_0 \sin \alpha + g \cos \alpha)$$

Điều kiện cân bằng: $0 \leq F_{ms} \leq \mu N$

$$\Rightarrow g \sin \alpha - \omega^2 x_0 \cos \alpha \leq \mu(g \cos \alpha + \omega^2 x_0 \sin \alpha)$$

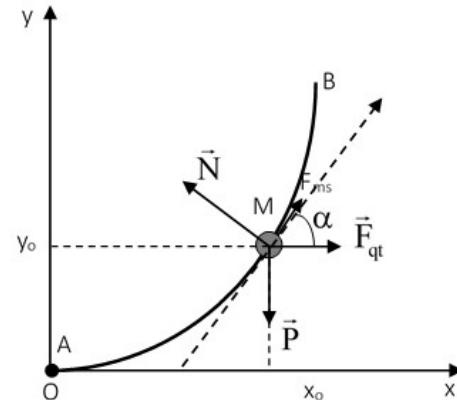
$$\Rightarrow g \tan \alpha - \omega^2 x_0 \leq \mu g + \mu \omega^2 x_0 \tan \alpha$$

$$\Rightarrow 2agx_0 - \omega^2 x_0 \leq \mu g + 2\mu a \omega^2 x_0^2$$

$$\Rightarrow 2\mu a \omega^2 x_0^2 - (2ag - \omega^2)x_0 + \mu g \geq 0$$

$$32x_0^2 - 36x_0 + 0,5 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x_0 \leq 0,014 \text{ m}$$

Thay số:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 17.

a. Nhận thấy $x = 5\sin(10t - \frac{\pi}{3})$; $y = 5\cos(\frac{\pi}{3} - 10t) = 5\cos(10t - \frac{\pi}{3})$

$$v_x = x' = 50\cos(10t - \frac{\pi}{3})$$

$$v_y = y' = -50\sin(10t - \frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 50(\text{cm/s})$$

b. $a_x = v_x' = -500\sin(10t - \frac{\pi}{3})$

$$a_y = v_y' = -500\cos(10t - \frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 500(\text{cm.s}^{-2}) = 5(\text{m.s}^{-2})$$

$$\Rightarrow F = m.a = 0,15 = 0,5(N)$$

$$ma = mg - \alpha v \Rightarrow a = g - \frac{\alpha}{m}v$$

Bài 18. 1. Phương trình động lực học:

Cách 1: $\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow v = \frac{dx}{dv} \cdot a \Leftrightarrow \frac{dx}{dv} = \frac{v}{a} = \frac{v}{g - \beta v}$ với $\beta = \frac{\alpha}{m}$

Cách 2: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \Leftrightarrow \frac{dx}{dv} = \frac{v}{a} = \frac{v}{g - \beta v}$ với $\beta = \frac{\alpha}{m}$

Đơn vị của α là $\frac{N.s}{m} = \frac{kg}{s}$

Đơn vị của β là $1/\text{s}$

Vận tốc lớn nhất quả bóng đạt được:

Cách 1: Khi $F_c = mg$ vật chuyển động đều với $v = v_{\max}$ nên

$$v_{\max} = \frac{m}{\alpha}g = \frac{g}{\beta}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Cách 2: $v_{\max} \Leftrightarrow \frac{dv}{dx} = 0 \Leftrightarrow g - \beta v = 0 \Leftrightarrow v = \frac{g}{\beta}$

2. a. Vận tốc quả bóng theo thời gian:

$$x = \frac{g}{\beta} t - \frac{g}{\beta^2} + \frac{g}{\beta^2} e^{-\beta t}$$

$$\Rightarrow v = x'(t) = \frac{g}{\beta} + \frac{g}{\beta^2} (-\beta) e^{-\beta t}$$

$$\Rightarrow v = \frac{g}{\beta} (1 - e^{-\beta t})$$

. Khi $\alpha t \ll 1 \Rightarrow \beta t \ll 1$

Có $e^{-\beta t} = 1 - \beta t + \frac{\beta^2 t^2}{2} + \dots$

Với v lấy gần đúng bậc nhất ta có $v = \frac{g}{\beta} (1 - 1 + \beta t) = gt$

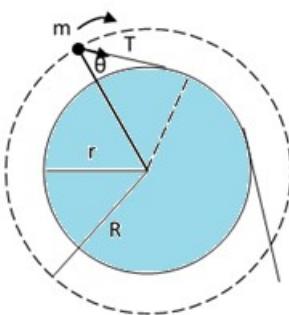
$$\begin{aligned} x &= \frac{g}{\beta} \left[t - \frac{1}{\beta} (1 - 1 + \beta t - \frac{\beta^2 t^2}{2}) \right] \\ &\Rightarrow x = \frac{g}{\beta} \left[t - \frac{1}{\beta} (\beta t - \frac{\beta^2 t^2}{2}) \right] \end{aligned}$$

Với x lấy gần đúng bậc 2 ta có $\Rightarrow x = \frac{1}{2} g t^2$

Bài 18. Sợi dây nối với m luôn là tiếp tuyến với vành đai nên θ không đổi: $\sin \theta = \frac{r}{R}$

Theo định luật II Newton

$$\left. \begin{aligned} T \cos \theta &= m a_n = \frac{m v^2}{R} \\ T \sin \theta &= m a_t = \frac{d v}{d t} \cdot m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \theta = \frac{d v \cdot R}{v^2 \cdot d t}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \frac{dv}{v^2} = \frac{\tan \theta}{R} dt$$

$$\Rightarrow \int_{v_o}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{\tan \theta}{R} dt$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{v} \Big|_{v_o}^v = \frac{\tan \theta}{R} t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_o} - \frac{1}{v} = \frac{\tan \theta}{R} t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{v_o} - \frac{\tan \theta \cdot t}{R} \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{R - v_o \tan \theta \cdot t}{v_o R} \quad \left(\sin \theta = \frac{r}{R} \right)$$

$$v = \frac{v_o R}{(R - v_o \tan \theta \cdot t)}$$

Bài 19. Theo định luật II Niuton:

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} \text{ với } F = a \cdot t$$

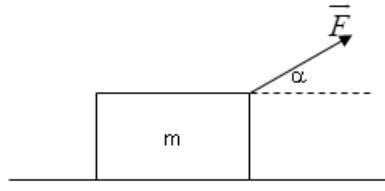
$$\Rightarrow \begin{cases} m \cdot a_x = F \cdot \cos \alpha = a \cdot t \cdot \cos \alpha & (1) \\ m \cdot a_y = N - mg + a \cdot \sin \alpha \cdot t & (2) \end{cases}$$

Khi vật rời mặt phẳng: $N=0$ và $a_y=0$

$$t = \frac{mg}{a \cdot \sin \alpha} \quad (3)$$

Từ (2) ta có

$$a_x = \frac{a \cdot t \cdot \cos \alpha}{m}$$



Vận tốc của vật khi rời mặt phẳng:

$$v = \int a_x dt = \int \frac{a \cdot t \cdot \cos \alpha}{m} dt$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \cos \alpha}{m} \cdot t^2 \quad (4)$$

Thay (3) vào (4) ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \cos \alpha}{m} \cdot \left(\frac{mg}{a \cdot \sin \alpha} \right)^2 \\ = \frac{mg^2 \cdot \cos \alpha}{2a \sin^2 \alpha}$$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là

$$s = \int v \cdot dt = \int \frac{a \cdot \cos \alpha}{2m} \cdot t^2 \cdot dt \\ = \frac{1}{6} \cdot \frac{a \cdot \cos \alpha}{m} \cdot t^3 \\ = \frac{1}{6} \cdot \frac{a \cdot \cos \alpha}{m} \cdot \left(\frac{mg}{a \cdot \sin \alpha} \right)^3 = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 \cdot g^3 \cdot \cos \alpha}{a^2 \cdot \sin^3 \alpha}$$

Bài 20. Có $P = F \cdot v$ $\Rightarrow F = \frac{P}{v}$ $\Rightarrow F - F_c = ma$ $\Rightarrow \frac{P}{v} - Kv^2 = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$$P - Kv^2 = mv \cdot \frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow \frac{vdv}{P - kv^2} = \frac{1}{m} dt$$

$$I = \int_{v_0}^{2v_0} \frac{vdv}{P - kv^2} - \frac{1}{m} \cdot \int_{t_0}^{t_1} dt = \frac{1}{m} \cdot \Delta t$$

Phân tích 2 vế

$$\text{Do } vdv = \frac{dv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad I = \int_{v_0}^{2v_0} \frac{dv^2}{2k \cdot (\frac{P}{K}v^2)} = -\frac{1}{2k} \cdot \int_{v_0}^{2v_0} \frac{dv^2}{v^2 - \frac{P}{K}} = -\frac{1}{2k} \cdot \int_{v_0}^{2v_0} \frac{d(v^2 - \frac{P}{K})}{v^2 - \frac{P}{K}}$$

$$= -\frac{1}{2k} \cdot \ln(v^2 - \frac{P}{K}) \Big|_{v_0}^{2v_0} = -\frac{1}{2k} \cdot \ln \frac{4v_0^2 - \frac{P}{K}}{v_0^2 - \frac{P}{K}} \Rightarrow \Delta t = -\frac{m}{2k} \ln \frac{4v_0^2 - \frac{P}{K}}{v_0^2 - \frac{P}{K}}$$

* Tính quãng đường:

$$\text{Từ } F - F_c = ma = m \cdot \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dv} = m \cdot \frac{dv}{dx} \cdot v \Rightarrow \frac{P}{v} = mv \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\Rightarrow P - kv^2 - mv^2 \cdot \frac{dv}{dx} \quad \Leftrightarrow dx = \frac{mv^2 dv}{P - kv^2} \quad \text{tích phân 2 vế}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\int_{x_0}^{x_1} dx = \int_{v_0}^{2v_0} \frac{mv^2 dx}{P - kv^2} \Rightarrow \Delta x = s = \int_{v_0}^{2v_0} \frac{mv^2 dx}{P - kv^2} = \int_{v_0}^{2v_0} \frac{m \cdot v^2 dx}{-k \cdot (v^2 - \frac{P}{K})}$$

$$= -\frac{m}{k} \int \frac{v^2 dx}{(v + \sqrt{\frac{P}{K}})(v - \sqrt{\frac{P}{K}})} = \frac{m}{k} \left[-v_0 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{K}} \right] \ln \left(\frac{\left(v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left(2v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right)}{\left(v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left(2v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right)} \right)$$

Bài 21. a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.

Mômen động lượng của vật là:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

$$\rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}$$

Khi vật chuyển động dưới tác dụng của lực hướng tâm:

$$\vec{F} = -k\vec{r} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge (-k\vec{r}) = \vec{0}$$

Suy ra $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$ → véc tơ \vec{r} xác định vị trí của vật nằm trong mặt phẳng vuông góc với véc tơ mômen động lượng \vec{L} không đổi. Chứng tỏ chuyển động của hạt nằm trong một mặt phẳng.

b. Phương trình động lực học của vật là:

$$F = m\ddot{r} \Leftrightarrow -kr = m\ddot{r} \Leftrightarrow \ddot{r} + \frac{k}{m}r = 0 \Leftrightarrow \ddot{r} + \omega^2 r = 0 \quad (\text{với } \omega^2 = \frac{k}{m})$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Trong hệ toạ độ Descartes ta có:

Trạng thái ban đầu ($t = 0$) có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} x = a \text{ và } v_x = 0 \rightarrow A_1 = a \text{ và } \varphi_1 = 0 \rightarrow x = a \cos \omega t \\ y = 0 \text{ và } v_y = V \rightarrow A_2 = \frac{V}{\omega} \text{ và } \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{V}{\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\frac{V}{\omega} \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(\frac{V}{\omega})^2} = 1$$

Ta có: suy ra quỹ đạo chuyển động của vật là một đường elip với hai bán trục

$$\text{là } a \text{ và } \frac{V}{\omega}.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Chu kỳ chuyển động của vật là:

c. Để khảo sát xem chuyển động của vật có tuân theo định luật III Kepler không ta lập tỉ số giữa bình phương chu kỳ chuyển động với lập phương bán trực lớn.

+ Trường hợp $a > V/\omega \rightarrow$ bán trực lớn của quỹ đạo là a

$$\text{Ta có tỉ số: } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 m}{k a^3} \quad (1)$$

+ Trường hợp $a < V/\omega \rightarrow$ bán trực lớn của quỹ đạo là V/ω

$$\text{Ta có tỉ số: } \frac{T^2}{(\frac{V}{\omega})^3} = \frac{4\pi^2 \omega^3 m}{k V^3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta thấy tỉ số giữa bình phương chu kỳ chuyển động với lập phương bán trực lớn không phải là hằng số do đó định luật III Kepler không được tuân thủ trong chuyển động của vật.

Bài 22. Áp dụng

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z(\vec{F}); \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}, \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Ta có $\vec{F} = \vec{N} + \vec{P}$, nên $M_z = 0$, suy ra $K_z = \text{const}$; $x\dot{y} - y\dot{x} = c = \text{const}$.

Mặt khác: $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$

Ta được $x\dot{y} - y\dot{x} = r^2 \dot{\varphi} = c = \text{const} \Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{c}{r^2}; \varphi = \frac{c}{r^2} t + c_1$.

Từ điều kiện ban đầu $t=0$, $\varphi=0, \dot{\varphi} = \frac{v_0 \cos \alpha}{r} \equiv \omega_0$.

Suy ra: $\varphi = \frac{v_0 \cos \alpha}{r} t \equiv \omega_0 t$.

$$\begin{cases} x(t) = r \cos \omega_0 t \\ y(t) = r \sin \omega_0 t \end{cases}$$

Để xác định qui luật của $z(t)$ ta áp dụng:

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}, \Rightarrow \frac{d}{dt}(m\vec{z}) = mg$$

Với điều kiện ban đầu $z(0)=0$ ta có:

$$z(t) = \frac{gt^2}{2} + v_0 \sin \alpha \cdot t$$

Vậy phương trình chuyển động của chất điểm là:

$$\begin{cases} x(t) = r \cos \omega_0 t \\ y(t) = r \sin \omega_0 t \\ z(t) = \frac{gt^2}{2} + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

Xác định N : Chiều phương trình (2) lên Ox, Oy ta có;

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(m \dot{x} \right) = N_x \\ \frac{d}{dt} \left(m \dot{y} \right) = N_y \end{cases} \Rightarrow N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{r}$$

Bài 23. Ta xét bài toán trong hệ tọa độ cực

$$\begin{cases} ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = f(r) - \dot{r}(1) \\ ma_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = -r\dot{\theta}(2) \end{cases}$$

Ta có $\vec{F}_2 = -\vec{v} = -(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta)$

Từ (2) suy ra $\frac{1}{r} \frac{d(mr^2\dot{\theta})}{dt} = -r\dot{\theta}$

Đặt $L = mr^2\dot{\theta}$

Suy ra $\frac{dL}{dt} = -r^2\ddot{\theta} = \frac{-L}{m}$

Hay $\frac{dL}{L} = \frac{-\square}{m} dt$

Lấy tích phân hai vế ta được $L = L_0 e^{-t/m}$.

Bài 24.

-Sau khi thả hệ vật với vận tốc ban đầu bằng 0, vật 2 sẽ đi xuống, vật 1 đi lên (do $OO_2 < OO_1$, 2 vật cùng khối lượng).

Chọn chiều dương hướng xuống.

-Tại góc α :

Các lực tác dụng lên vật 1: $m\vec{g}, \vec{T}$

Các lực tác dụng lên vật 2: $m\vec{g}, \vec{T}'$

-Do O_2 ở chính giữa O, O_1 nên lực căng tác dụng lên vật 2 có tính chất đối xứng. Hợp lực tác dụng lên mỗi vật có phương thẳng đứng, do đó 2 vật chuyển động theo phương thẳng đứng.

1* Xác định vị trí cân bằng tĩnh: $\alpha = ?$

Tại vị trí cân bằng, tổng hợp lực tác dụng lên vật bằng 0.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Vật 1: $mg - T = 0$

Vật 2: $mg - 2T \sin \alpha = 0$

Suy ra $\alpha = 30^\circ$

2^o Gọi \vec{v}_1, \vec{a}_1 , \vec{v}_2, \vec{a}_2 là vận tốc và gia tốc của mỗi

(+)

vật. Tìm liên hệ v_1, v_2 và từ đó tìm liên hệ a_1, a_2 ?

- Hệ tọa độ cực gốc O, trục cùng hướng OO₁

Từ công thức vận tốc trong hệ tọa độ cực

$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ ta có: $\vec{v}_2 \cdot \vec{e}_r = \dot{r}$, mặt khác từ tích vô hướng của 2 vectơ $\vec{v}_2 \cdot \vec{e}_r = v_2 \cos \widehat{ON}O_2 = v_2 \sin \alpha$ suy ra $\dot{r} = v_2 \sin \alpha$ (1)

(Có thể rút ra công thức (1) từ điều kiện vận tốc theo phương sợi dây là const).

- Mặt khác **ON+NO₁+O₁M=const** (M là điểm gắn với vật 1)

$$\frac{d}{dt}(ON+NO_1+O_1M)=0 \Rightarrow 2\dot{r}+v_1=0$$

Sử dụng (1) suy ra $v_1 = -2v_2 \sin \alpha$. Đạo hàm 2 về biểu thức này và thay $\dot{v}_1 = a_1, \dot{v}_2 = a_2$ ta được

$$a_1 = -2a_2 \sin \alpha - 2v_2 \cos \alpha \dot{\alpha} \quad (\text{chú ý } d(\sin x)/dx = \cos x)$$

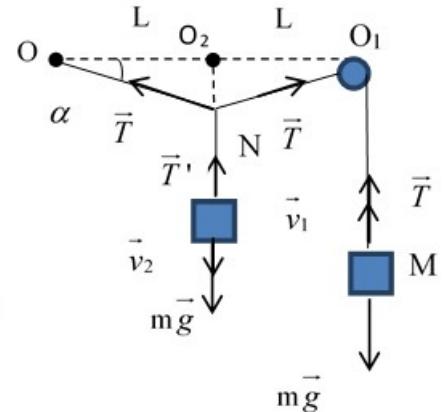
- Biểu diễn $\dot{\alpha}$?

$$\text{Xét tam giác } OO_2N \text{ có } r = \frac{L}{\cos \alpha} \text{ suy ra } \dot{r} = \frac{L \sin \alpha \dot{\alpha}}{\cos^2 \alpha}, \text{ (dùng công thức } \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \text{)}$$

$$\text{Kết hợp } \dot{r} = v_2 \sin \alpha, \text{ suy ra } v_2 = \frac{L \dot{\alpha}}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \dot{\alpha} = \frac{v_2 \cos^2 \alpha}{L}$$

Tại VTCB ($\alpha = 30^\circ$)

$$v_1 = -2v_2 \sin \alpha \Rightarrow v_1 = -v_2$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$a_1 = -a_2 - v_2 \sqrt{3} \dot{\alpha} = -a_2 - \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{v_2^2}{L}$$

-Định luật II Newton:

Tại góc α bất kỳ:

Vật 1: $ma_1 = mg - T$

Vật 2: $ma_2 = mg - 2T \sin \alpha$

Tại VTCB ($\alpha = 30^\circ$): $a_1 = a_2$ vậy $a_1 = a_2 = -\ddot{L}$

Tìm v_2

Định lý động năng:

$$\frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2) = mg[O_2N - (ON + NO_1 - OO_1)]$$

$$\cancel{mg} \cancel{L} \frac{2L}{(\cos \alpha)} - 2L \cancel{L}$$

$$\text{Tại VTCB } (\alpha = 30^\circ) : v_1^2 = v_2^2 = g \left[\frac{L}{\sqrt{3}} - \left(\frac{2L}{\sqrt{3}/2} - 2L \right) \right] = (2 - \sqrt{3})gL$$

-Thay v_2 vào $a_1 = a_2 = -\ddot{L}$, hướng lên)

Vật 1 chuyển động nhanh chậm dần qua VTCB, vật 2 chuyển động chậm dần qua VTCB.

Bài 25. Giọt mưa rơi

Gọi x là độ dịch chuyển của hạt mưa và $v = \dot{x}$. Ngoại lực tác dụng là trọng lực $\vec{p} = m\vec{v}$. Ta có

$$mg = \frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt} = m \frac{dv}{dt} + kmv^2$$

Mặt khác

$$\frac{dm}{dt} = kmv$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Do đó $\frac{dv}{dt} = g - kv^2$ hay $\frac{dv}{g - kv^2} = dt$

Tích phân 2 vế, đặt $V^2 = g/k$

Do đó $t = \frac{1}{2kV} \ln \frac{V+v}{V-v}$

$$V+v = (V-v)e^{2kVt}$$

$$v = \frac{V(e^{2kVt} - 1)}{e^{2kVt+1}} = V \tanh(Vkt) = \sqrt{\frac{g}{k}} \tanh(Vkt)$$

Do đó $\frac{dm}{dt} = m\sqrt{kg} \tanh \sqrt{kg} t$

Tích phân hai vế ta có $\int_{m_0}^m \frac{dm}{m} = \int_0^t \sqrt{kg} \tanh \sqrt{kg} t dt$

$$\ln \frac{m}{m_0} = \cosh \sqrt{kg} t \Rightarrow m = m_0 \cosh \sqrt{kg} t$$

Bài 26. Ta có $\frac{dm}{dt} = \lambda r^2$

Mặt khác $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda}{4\rho\pi} = \mu$$

Do đó $r = \mu t + C$

Với C là hằng số

Ban đầu $t=0, r=a \Rightarrow C=a$ với đó $r = \mu t + a$

Ta có $\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = \frac{3}{4\rho\pi r^3} \cdot \lambda r^2 = \frac{3\lambda}{4\rho\pi r} = \frac{3\mu}{\mu t + a}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Do đó $\frac{dv}{dt} + \frac{3\mu}{\mu t + a} v = g$

Đặt $I = \exp \int \frac{3\mu}{\mu t + a} dt$

Ta có $\frac{d}{dt} [v(a + \mu t)^3] = g(a + \mu t)^3$

Tích phân 2 vế $v(t) = \frac{g}{4\mu} [(a + \mu t) - a^4 (a + \mu t)^{-3}]$

Bài 27. Vì tốc độ của cát khi rời khỏi quả bóng so với mặt đất bằng với tốc độ của bóng. Do đó tốc độ của cát so với bóng bằng 0.

Ta có $(M+m) \frac{dv}{dt} = C - (M+m)g$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{C}{M+m} - g$$

Gọi tốc độ thay đổi khối lượng của cát là λ . Ta có $m(t) = m_0 - \lambda t$

Ở thời điểm t_0 thì $m(t_0) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{m_0}{t_0}$

Do đó $\frac{dv}{dt} = \frac{C}{M - m_0 - \lambda t} - g$

Tích phân hai vế $v(t) - v(0) = -\frac{C}{\lambda} \ln \frac{M + m_0 - \lambda t}{M + m_0}$

Nếu ban đầu quả bóng nằm cân bằng $C = (M + m_0)g$

Thay $v(0) = 0; \lambda = \frac{m_0}{t_0}$ vào phương trình trên ta có

$$v(t) = -\frac{(M + m_0)gt_0}{m_0} \ln \left(1 - \frac{m_0 t}{(M + m_0)t_0} \right)$$

Để tìm độ cao cực đại, trước hết ta đặt $\alpha = \frac{m_0 t}{(M + m_0)t_0}$. Ta có

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\frac{dx}{dt} = v = -\dot{r} - \frac{g}{\alpha} \ln(1 - \alpha t)$$

$$x = \frac{-1}{2} g t^2 - \frac{g}{\alpha} \int [1 - \alpha t] dt + K$$

$$\dot{r} = -\frac{1}{2} g t^2 + \frac{g}{\alpha^2} (1 - \alpha t) [\ln(1 - \alpha t) - 1] + K'$$

Trong đó hằng số K' được tìm thông qua điều kiện đầu

$$x(t) = x(0) - \frac{1}{2} g t^2 + \frac{g}{\alpha^2} (1 - \alpha t) [\ln(1 - \alpha t) - 1]$$

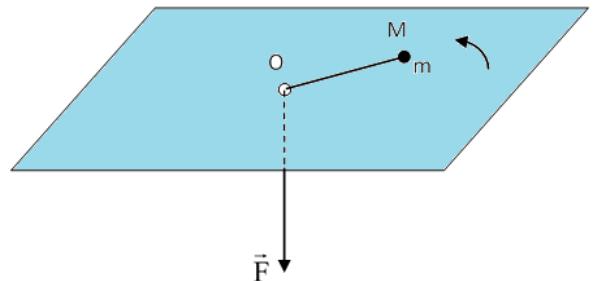
Bài 28.

Tại thời điểm $OM = r$ thì vật có vận tốc góc ω và vận tốc dài là $v = r\omega$

Lực kéo F chính là lực căng dây và đóng vai trò lực hướng tâm: $F = m\omega^2 r$ Động năng của vật m :

$$W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mr^2 \omega^2$$

Khi bán kính quỹ đạo thay đổi một lượng dr



+ Độ biến thiên động năng của vật

$$dW_d = \frac{1}{2} md(r^2 \omega^2) = m\omega^2 r dr + mr^2 \omega d\omega = m\omega r(\omega dr + rd\omega)$$

+ Công do lực F thực hiện: $dA = -F dr = -m\omega^2 r dr$ (lấy dấu $(-)$ do $dr < 0$)

Áp dụng định lí biến thiên động năng:

$$dW_d = dA \Rightarrow m\omega r(\omega dr + rd\omega) = -m\omega^2 r dr$$

$$\Rightarrow \omega dr + rd\omega = -\omega dr$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow 2 \frac{dr}{r} = - \frac{d\omega}{\omega}$$

$$2 \int_{r_o}^r \frac{dr}{r} = - \int_{\omega_o}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega}$$

Lấy tích phân 2 vế:

$$\Rightarrow 2 \ln \frac{r}{r_o} = - \ln \frac{\omega}{\omega_o} \Rightarrow \ln \frac{r^2 \omega}{r_o^2 \omega_o} = 0 \Rightarrow r^2 \omega = r_o^2 \omega_o$$

$$\Rightarrow r^2 \omega = r_o^2 \omega_o \Rightarrow \omega = \frac{r_o^2 \omega_o}{r^2}$$

$$F = \frac{m \omega_o^2 r_o^4}{r^3}$$

Thay vào biểu thức của F ta được:

Bài 29. Phương trình chuyển động của chất điểm: $mx'' = -\alpha v - \beta v^2$

$$\rightarrow m \frac{dv}{dt} = -\alpha v - \beta v^2 \quad (2.1)$$

$$\rightarrow m \frac{dv}{-\alpha v - \beta v^2} = dt$$

$$\rightarrow \frac{1}{v} \frac{dv}{\alpha + \beta v} = - \frac{1}{m} dt \rightarrow - \frac{1}{m} dt = \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{\alpha + \beta v} \right) dv$$

$$- \frac{\alpha}{m} dt = \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{\alpha + \beta v} \right) dv \rightarrow - \frac{\alpha}{m} \int_0^t dt = \int_{v_0}^v \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{\alpha + \beta v} \right) dv$$

$$\rightarrow - \frac{\alpha t}{m} = \ln \frac{v}{v_0} - \ln \frac{\alpha + \beta v}{\alpha + \beta v_0} \Rightarrow t = \frac{m}{\alpha} \left(\ln \frac{\alpha + \beta v}{\alpha + \beta v_0} - \ln \frac{v}{v_0} \right) \quad (2.2)$$

$$Vậy T = \frac{m}{\alpha} \left(\ln \frac{\alpha + \beta \frac{v_0}{n}}{\alpha + \beta v_0} - \ln \frac{1}{n} \right) = \frac{m}{\alpha} \ln \left(\frac{n \alpha + \beta v_0}{\alpha + \beta v_0} \right) \quad (2.3)$$

Tính quãng đường:

$$\rightarrow m \frac{dv}{-\alpha v - \beta v^2} = dt$$

Từ (2.1)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\rightarrow m \frac{dv}{-\alpha - \beta v} = v dt \rightarrow -m \frac{dv}{\alpha + \beta v} = dx \rightarrow -m \int_{v_0}^{\frac{v_0}{n}} \frac{dv}{\alpha + \beta v} = x$$

Ta nhân hai vế cho v:

$$\Delta x = -m \int_{v_0}^{\frac{v_0}{n}} \frac{dv}{\alpha + \beta v} = -m \frac{\alpha + \beta \frac{v_0}{n}}{\beta} \ln \frac{\alpha + \beta v_0}{\alpha + \beta \frac{v_0}{n}}$$

Bài 30. + Cân tạo được vận tốc của tám và xác định được khối lượng M của tám nhựa.

Tạo vận tốc cho vật m bằng chuyển động trong trường trọng lực rồi cho va chạm vào M.

Độ cao ban đầu của m so với vị trí va chạm là h thì vận tốc của nó ngay trước lúc va chạm là:

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Va chạm đàn hồi giữa m và M sẽ cho ta vận tốc M ngay sau va chạm:

$$v_2 = \frac{2m}{M+m} v_1$$

Phương trình chuyển động của vật M với vận tốc đầu v_2 và chịu lực cản ma sát trượt và lực cản môi trường.

$$Ma = -\alpha Mg - \beta v \Rightarrow Mdv/dt = -\alpha Mg - \beta v$$

Đổi biến $u = \alpha Mg + \beta v$, giải phương trình vi phân ta có: $\int_{u_0}^u \frac{du}{dt} = \int_{t_0}^t \frac{1}{\beta} dt$ với $u_0 = u = \alpha Mg + \beta v_2$

$$v_2, \text{ta được } v = \left(\frac{\alpha Mg}{\beta} + v_2 \right) e^{\frac{-\beta t}{M}} - \frac{\alpha Mg}{\beta} \quad (3)$$

$$\text{Thời gian tám ván chuyển động đến lúc } v = 0 \text{ là: } t_1 = \frac{M}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta v_2}{\alpha Mg} \right) \quad (4)$$

Quãng đường tám ván trượt được là:

$$s = \int_0^{t_1} v dt = \int_0^{t_1} \left[\left(\frac{\alpha Mg}{\beta} + v_2 \right) e^{\frac{-\beta t}{M}} - \frac{\alpha Mg}{\beta} \right] dt = \frac{Mv_2}{\beta} \left[1 - \frac{\alpha Mg}{\beta v_2} \ln \left(1 + \frac{\beta v_2}{\alpha Mg} \right) \right] \quad (5)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Khai triển: $\ln(1 + \frac{\beta v_2}{\alpha Mg})$ thành đa thức: $\ln(1 - x) \approx x - \frac{x}{2} + \frac{x^3}{3}$

$$Ta \text{ được } s = \frac{v_2^2}{2ag} - \frac{\beta v_2^3}{3\alpha^2 Mg^2}$$

Như vậy việc đo khoảng cách dịch chuyển của tâm ván theo chiều cao của vật m lúc đầu ta có thể xác định được α và β

CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG. CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN. I. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

Bài 1. Gọi vận tốc ban đầu của xe là v.

Vệt bánh xe trên mặt đường là $L = 60\text{m}$ nên quãng đường xe trượt là 60m .

Áp dụng định lý động năng cho quá trình phanh ta có:

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -kmgL$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{2gL} = 24,5(\text{m/s})$$

Bài 2. Tổng chiều dài trên đường ngang của đáy hố mà vật đi được là S:

$$kmgS = mgH$$

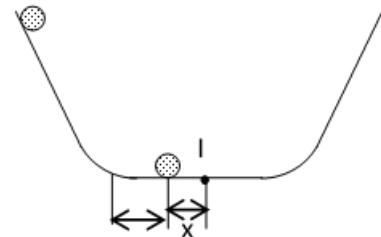
$$\Rightarrow S = \frac{H}{k} = \frac{5}{0,3} = 16,67\text{m} = 16\text{m} + 67\text{cm}$$

Vì chiều dài của phần đáy hố là $l = 2\text{m}$ nên chiều dài mà vật đi được trên đáy hố:

$$S = 8 \text{ lần qua đáy} + 67\text{cm}$$

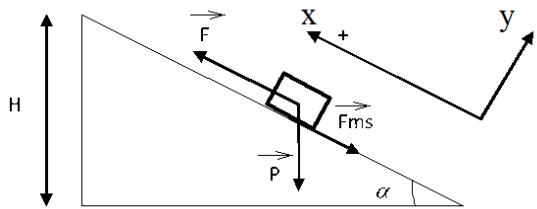
=> Khoảng cách từ vị trí vật dừng lại tới điểm giữa của hố là:

$$x = \frac{l}{2} - 67 = 33\text{cm}$$



Bài 3.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT



$$\frac{k_1 + k_2}{2}$$

Hệ số ma sát trung bình giữa xe trượt và mặt phẳng nghiêng là : $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$

Trong trường hợp này, trọng lực và lực ma sát sinh công cản, vì vậy công cần thực hiện phải là công dương bằng độ lớn của công của trọng lực và lực ma sát.

$$A = mgH + kmg \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$A = mgH \left(1 + \frac{k_1 + k_2}{2} \cot \alpha\right) = 4,5 \cdot 10^3 (J)$$

Bài 4. Do công suất không đổi $\square Fv = \text{const}$ $\Rightarrow F_1 v_1 = F_2 v_2$

Mà do xe chuyển động đều nên:

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 + kmg \cos \alpha_1$$

$$F_2 = mg \sin \alpha_2 + kmg \cos \alpha_2$$

$$\square mgv_1(\sin \alpha_1 + k \cos \alpha_1) = mgv_2(\sin \alpha_2 + k \cos \alpha_2)$$

$$\Leftrightarrow v_1(\sin \alpha_1 + k \cos \alpha_1) = v_2(\sin \alpha_2 + k \cos \alpha_2)$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{\frac{v_1 \sin \alpha_1 - v_2 \sin \alpha_2}{v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1}}{\frac{v_1 \sin \alpha_1 - v_2 \sin \alpha_2}{v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1}} \approx 0,01$$

$$k \approx \frac{\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2}{v_2 - v_1} = 0,01$$

$\alpha_1; \alpha_2$ là những góc nhỏ nên

Bài 5. Theo đề bài, xe tắt động cơ rồi xuống dốc với $v = 72 \text{ km/h} = \text{const}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Lực ma sát trên dốc

$$F_{ms} = kmg \cos \alpha \text{ cân bằng với thành}$$

$$\text{phản lực kéo } F_k = mg \sin \alpha \Rightarrow$$

$$kmg \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

+ Khi lên dốc thì lực kéo của động cơ

$$F = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha = 2mg \sin \alpha$$

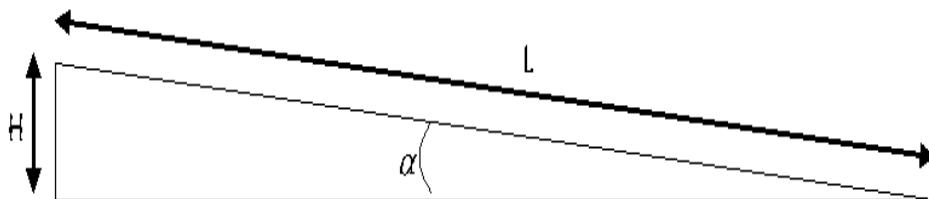
\Rightarrow Công suất của ô tô để nó lên dốc với vận tốc $v = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$ là:

$$P = F \cdot v = 2mgv \sin \alpha = 40 \cdot 10^3 (W)$$

Bài 6. Gọi m_1 là khối lượng xăng cần đi trong trường hợp có tăng độ cao, m_2 là khối lượng xăng cần dùng trong trường hợp không tăng độ cao. k là hệ số ma sát trong mọi trường hợp.

Ta có: $L = 100\text{km} = 10^5 \text{ m}$, $H = h \cdot L = 10^3 \text{ m}$

TH1: Xe chạy trên đường nghiêng.



Do chuyển động đều nên công cần thực hiện để xe chuyển động trên quãng đường L_1 là:

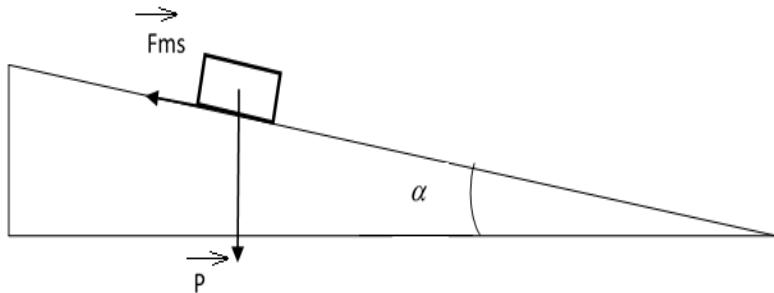
$$A_1 = A_{ms} + A_p = Lkmg \cos \alpha + mgH$$

$$\text{Do } \sin \alpha = \frac{H}{L} = 0,01 \Rightarrow \alpha \text{ rất nhỏ} \Rightarrow \cos \alpha \approx 1$$

$$\Rightarrow A_1 = kmgL + mgH$$

$$\text{Ta có: } \frac{A_1}{Q_1} = \eta \Leftrightarrow \frac{mgkL + mgH}{m_1 q} = \eta$$

$$\Leftrightarrow m_1 = \frac{mgkL + mgH}{\eta q}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

TH2: Xe chạy trên đường thăng

Do chuyển động đều nên công cần thực hiện chính bằng công của lực ma sát:

$$A_2 = A_{ms^2} = kmgL$$

$$\frac{A_2}{Q_2} = \eta \Leftrightarrow \frac{mgkL}{m_2q} = \eta$$

$$\Leftrightarrow m_2 = \frac{mgkL_2}{\eta q}$$

$$\Rightarrow \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{mgkL + mgH - mgkL}{\eta q} = \frac{mgH}{\eta q} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 4,6 \cdot 10^7} \approx 2,2(kg)$$

Bài 7. Gọi lực cản của nước lên tàu là F_c .

Quãng đường tàu đi trong 3 ngày là : $S = 10 \cdot 3 \cdot 24 = 720 \text{ km} = 720000 \text{ m}$

Do tàu chuyển động đều nên $F_{\text{kéo}} = F_c$

$$A_i = F_c \cdot S$$

Mà: $Q = Mq$

$$\text{Ta có: } \eta = \frac{A_i}{Q} = \frac{F_c S}{Mq} \Rightarrow F_c = \frac{\eta Mq}{S} \approx 3 \cdot 10^4(N)$$

Bài 8. Ký hiệu:

H là hiệu suất của động cơ ; $v = 50/3 \text{ (m/s)}$

M_1 là khối lượng xăng chạy trong tp

M_2 là khối lượng xăng chạy ngoài ô

Ai_1 là công có ích trong TH chạy trong tp

Ai_2 là công có ích trong TH chạy trong tp

$L = 100 \text{ km} = 100000 \text{ m}$, $V = 60 \text{ km/h} = 50/3 \text{ m/s}$, $M = 1500 \text{ kg}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Ta có:

$$A_{i1} = A_c + nAt \text{ tăng tốc} = F_c \cdot L + Mv^2/2. \quad (n = 100)$$

$$A_{tp1} = m_1 \cdot q; \quad A_{i2} = A_c = F_c \cdot L; \quad A_{tp2} = m_2 \cdot q$$

$$H = \frac{A_{i1}}{A_{tp1}} = \frac{A_{i2}}{A_{tp2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F_c \cdot L + \frac{nMv^2}{2}}{m_1 q} = \frac{F_c \cdot L}{m_2 q}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2F_c \cdot L + nMv^2}{2F_c \cdot L} = 1 + \frac{100 \cdot 1500 \left(\frac{50}{3} \right)^2}{2 \cdot 300 \cdot 100000} \approx 1,7$$

Bài 9. Đôi: $v = 20\text{m/s}$

$$\text{Ta có: } P_t = Mv; P_s = (M+m)v$$

Áp dụng định lí biến thiên động lượng:

$$F_{nl} \cdot \Delta t = P_s - P_t = (M+m)v - Mv = mv$$

$$\text{Lấy } \Delta t = 1\text{s}$$

\Rightarrow Lực mà đầu tàu cần tăng lên / đơn vị thời gian là $F = mv/\Delta t$, và $m = m_t = 100\text{kg}$

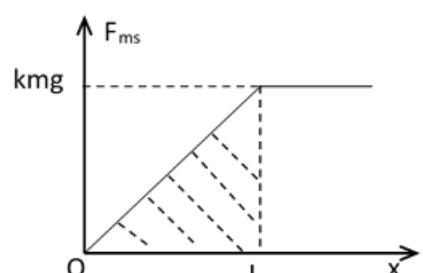
$$\Rightarrow \text{Cần tăng công suất lên } \Delta N = Fv = m_t v^2 = 40(\text{kW})$$

Bài 10. Từ định lí về động năng \Rightarrow

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = mg\ell - F\ell$$

$$\Rightarrow F = m \left(\frac{v^2}{2\ell} + g \right) = 2,5 \cdot 10^6 (\text{N})$$

Bài 11. Động năng ban đầu: $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = 18\text{m}$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$0 < x \leq L : \quad F_{ms} = kmg \frac{x}{L}$$

Giả sử xe trượt đi được quãng đường vào đường nhựa thì công của lực ma sát có độ lớn:

$$A_{ms1} = dt \text{ tam giác} = (1/2)kmgL = 9,8m$$

$A_{ms1} < W_d \Rightarrow$ toàn bộ chiều dài xe trượt vào được đường nhựa, sau đó xe còn trượt thêm quãng đường có chiều dài d nữa thì phần động năng còn lại mới tiêu hoàn toàn.

$$W_d = A_{ms1} + kmgd \Rightarrow 18m - 9,8m = 9,8md \Rightarrow d = 0,84(m)$$

Tổng quãng đường xe trượt được trên đường nhựa:

$$\ell = L + d = 2,84(m)$$

Bài 12. Công để rút chiếc đinh lên khỏi mặt bảng bằng động năng của 6 nhát búa.

$$\Rightarrow \frac{6mv^2}{2} = F_{tb} \cdot L \quad \Leftrightarrow F_{tb} = \frac{3mv^2}{L}$$

Ta có: $F_{tb} = \frac{F_{\max}}{2}$ (vì lực để rút đinh giảm tuyến tính từ F_{\max} đến 0)

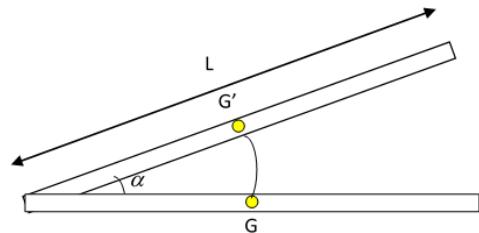
$$\text{Lực cần thiết là lực lớn nhất.} \Rightarrow F_{\max} = 2 F_{tb} = \frac{6mv^2}{L}$$

$$\text{Vậy lực cần thiết để nhổ chiếc đinh là: } F = \frac{6mv^2}{L}$$

Bài 13. Công cần thực hiện có độ lớn bằng công của lực ma sát thực hiện trên cung GG' .

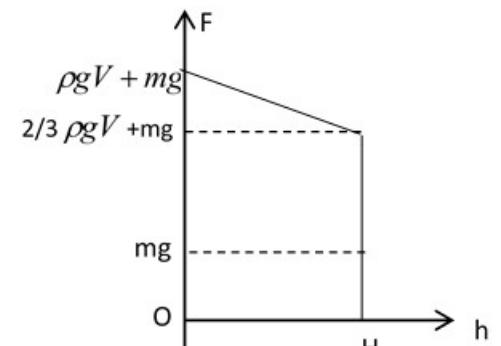
$$\text{Độ dài cung } GG' \text{ là: } x = \alpha R = \alpha \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{kMg\alpha L}{2}$$



Bài 14. Vì quá trình kéo thùng nước lên đều đặn nên lực cần kéo thùng nước bằng trọng lượng của thùng cộng trọng lượng của nước.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vì lượng nước trong thùng giảm đều từ thể tích V xuống $\frac{2}{3}V$ nên lực kéo thùng nước cũng

$$\text{giảm từ } F_0 = mg + \rho g V \text{ đến } F = mg + \frac{2}{3} \rho g V$$

Công cần thực hiện để kéo thùng nước chính bằng diện tích của hình thang.

$$A = \frac{1}{2}H \left[\left(\frac{2}{3} \rho g V + mg \right) + \left(\rho g V + mg \right) \right]$$

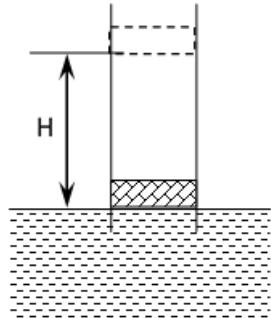
$$\Leftrightarrow A = \left(\frac{5\rho V}{3} + 2m \right) \frac{gH}{2}$$

Thay số $A = 2,9\text{kJ}$

Bài 15. Khi kéo pittông lên, nước trong pittông dâng lên theo. Đến khi áp suất cột nước bằng áp suất khí quyển thì cột nước không dâng lên nữa. Khi đó trong xi lanh tồn tại môi trường chân không.

+ Nếu tiếp tục kéo pittông lên thì cần phải tác dụng vào pittông 1 lực để thăng được áp lực của khí quyển tác dụng lên pittông.

+ Chiều cao tối đa của cột nước có thể dâng lên trong xilanh:



$$\rho gh = p_0$$

$$\Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = 10\text{m} < H$$

Vậy công cần thực hiện được tính bằng thế năng của cột nước có chiều cao h và công để kéo pittông từ độ cao h đến độ cao $(H - h)$

$$A = \frac{\rho g Sh^2}{2} + p_0 S(H - h)$$

Thay số ta có: $A = 10^4\text{J}$

Bài 16. Độ biến thiên động lượng của con lắc sau mỗi lần đi qua vị trí cân bằng là: $\Delta p = Ft$

Sau n lần qua vị trí cân bằng: $nFt = \sum \Delta p = mv$

Để con lắc đạt đến góc 90° thì vận tốc cần có (ở vị trí cân bằng) của con lắc là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{mv^2}{2} = mgl \Rightarrow v = \sqrt{2gl}$$

Số lần con lắc cần phải đi qua vị trí cân bằng là:

$$n = \frac{mv}{Ft} = \frac{m\sqrt{2gl}}{Ft}$$

Số chu kì cần tìm:

$$N = \frac{n}{2} = \frac{m\sqrt{2gl}}{2Ft}$$

Bài 17. Ta có: $K = \frac{Mv^2}{2} \Rightarrow \Delta K = Mv\Delta v \Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2 \frac{Mv\Delta v}{Mv^2} = 2 \frac{\Delta v}{v}$

+ Đối với tên lửa đang chuyển động: $\frac{\Delta K}{K} = 0,04 \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = 0,02$

Gọi v , v_1 , u lần lượt là vận tốc của tên lửa trước khi phun khí, vận tốc của tên lửa sau khi phun khí, vận tốc của khí so với tên lửa.

M và m lần lượt là khối lượng của tên lửa và khí.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $m(v - u) + Mv_1 = (M + m)v$

$$\Rightarrow \Delta v = v_1 - v = \frac{m}{M}u \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{m}{M} \frac{u}{v} = 0,02$$

+ Đối với tên lửa đang đứng yên:

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $mu = Mv_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m}{M}u$

Ta có: $K_2 = \frac{Mv^2}{2} = \frac{M}{2} \frac{m^2}{M^2} u^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2}{M} u^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K} = \frac{m^2}{M^2} \frac{u^2}{v^2} = \left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2 = 4 \cdot 10^{-4}$

$$\Rightarrow K_2 = 4 \cdot 10^{-4} K$$

Bài 18. Chọn gốc thế năng trọng trường tại mặt đất.

Gọi h là độ cao vật đạt được.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Xét vật chuyển động đi lên từ điểm O (vị trí vật bắt đầu được nâng lên) đến điểm M (vị trí lên cao nhất), thì trong quá trình chuyển động này độ biến thiên động năng bằng không. Theo định lí động năng, công của các lực thực hiện khi vật chuyển động từ O đến M bằng 0.

$$\text{Ta có: } A = \int_0^h (\vec{F} + m\vec{g}) \cdot d\vec{r} = \int_0^h (2ay - 1) \cdot m\vec{g} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\text{hay } A = \int_0^h mg(1 - 2ay) dy = mg(y - ay^2) \Big|_0^h = mgh(1 - ah) = 0$$

$$\text{Suy ra: } h = \frac{1}{a} \cdot (1)$$

Công của lực \vec{F} trong nửa đoạn đường đầu tiên của quá trình đi lên là

$$A_1 = \int_0^{h/2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^{h/2} 2(ay - 1)mg \cdot d\vec{r} = \int_0^{h/2} 2mg(1 - ay) dy = 2mg\left(y - \frac{ay^2}{2}\right) \Big|_0^{h/2} = 2mg \frac{h}{2} \left[1 - \frac{ah}{2}\right] \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } A_1 = \frac{3mg}{4a} \text{ (J).}$$

Bài 19. Chọn hệ qui chiếu gắn với quả cầu.

+ Tại vị trí M bất kì:

$$mg\cos\alpha - N - F_{qt}\sin\alpha = ma_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

+ Theo định lí biến thiên động năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 = A(P) + A(N) + A(F_{qt}) \quad (2)$$

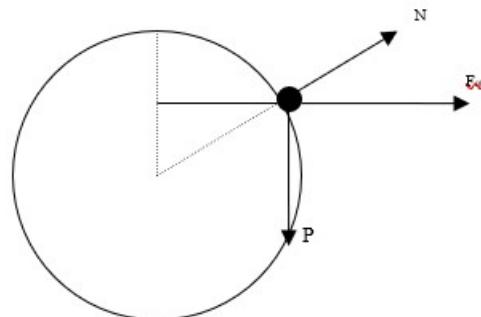
$$\cdot A(P) = P(R - R\cos\alpha)$$

$$\cdot A(F_{qt}) = ma_o \cdot R \sin\alpha$$

+ Rút v^2 từ (2) rồi thay vào (1) được:

$$N = 3mg\cos\alpha - 3ma_o \sin\alpha - 2mg$$

$$+ \text{Đặt } \tan \frac{\alpha}{2} = t \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}; \cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Thay vào trên được pt: $5gt^2 + 6a_0t - g = 0 \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\sqrt{5g}} = \frac{-3a_0 + \sqrt{9a_0^2 + 5g^2}}{5g}$ (loại nghiệm âm)

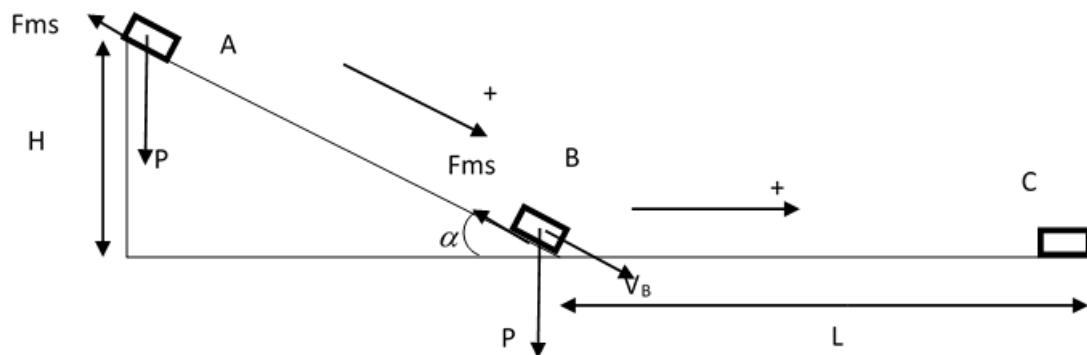
$$* \text{ Đặc biệt nếu } a_0 = g \Rightarrow \frac{\alpha}{\sqrt{5g}} = \frac{\sqrt{14} - 3}{5}$$

Bài 20 . Sự biến thiên cơ năng của 2 điểm A và B:

$$W_B - W_A = A_{ms}$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_B^2}{2} - mgH = -kmg \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$\Leftrightarrow v_B^2 = 2gH(1 - k \cot \alpha)$$



Sự biến thiên cơ năng của 2 điểm B và C:

$$W_C - W_B = A_{ms}$$

$$\Leftrightarrow 0 - \frac{mv_B^2}{2} = -kmgL$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{v_B^2}{2kg} \quad \Leftrightarrow L = H \left(\frac{1}{k} - \cot \alpha \right) = 49(m)$$

III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Bài 1. Do cấu tạo của hệ nên tồn tại một vị trí thấp nhất O và là vị trí cân bằng bền của vòng nhẫn.

Khi vòng nhẫn cân bằng tại O ta có

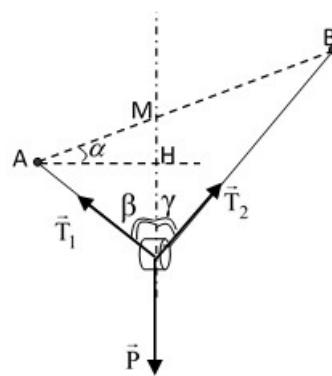
$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \text{ với } T_1 = T_2 = T$$

Chiều lên phương ngang ta được

$$T_1 \sin \beta = T_2 \sin \gamma \Rightarrow \beta = \gamma$$

\Rightarrow OM là phân giác của góc AOB

$$\Rightarrow \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{AH \cdot AM}{AO \cdot AH} = \frac{AM}{AO} = \frac{l}{L} \Rightarrow \sin \beta = \frac{l}{L} \cos \alpha \quad (*)$$



$$h = OH = OB \cos \beta - l \sin \alpha = (L - OA) \cos \beta - l \sin \alpha = L \cos \beta - OH - l \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 2h = L \cos \beta - l \sin \alpha$$

$$\text{Và } \Rightarrow h = \frac{L \cos \beta - l \sin \alpha}{2} = \frac{L \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - l \sin \alpha}{2} \quad (**)$$

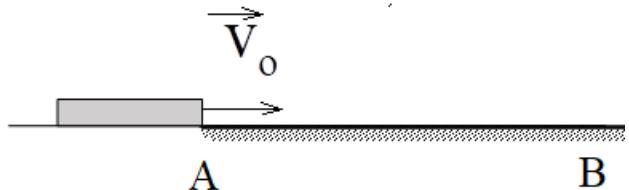
Thay (*) vào (**) ta được

$$h = \frac{L}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{l}{L} \cos \alpha \right)^2} - \frac{l \sin \alpha}{2} = \frac{\sqrt{L^2 - l^2 \cos^2 \alpha} - l \sin \alpha}{2}$$

Mặt khác, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta tính được vận tốc của nhẫn tại O là

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{g \sqrt{L^2 - l^2 \cos^2 \alpha} - g l \sin \alpha}$$

Bài 2. Chọn gốc tọa độ tại A, chiều dương là
chiều chuyển động, gốc thời gian là lúc thanh bắt
đầu đi vào đoạn đường AB



Khi đầu bên phải của thanh có tọa độ x thì lực ma sát tác dụng lên thanh là:

$$F_{ms} = \mu m_x g = \frac{\mu mgx}{1}$$

Thanh chuyển động qua đoạn AB với 3 giai
đoạn:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Giai đoạn 1: Lực ma sát tăng dần. Đến khi thanh nằm hoàn toàn trong đoạn AB thì lực ma sát đạt giá trị cực đại: $F_{ms\ max} = \mu mg$

Độ lớn công của lực ma sát trong giai đoạn này là :

$$A_1 = \int_0^l F_{ms} dx = \int_0^l \frac{\mu mg}{l} x dx = \frac{1}{2} \mu mgl$$

Giai đoạn 2: Lực ma sát tác dụng lên thanh không đổi và bằng $F_{ms\ max}$ cho đến khi thanh bắt đầu ra khỏi vùng có ma sát

Độ lớn công của lực ma sát trong giai đoạn 2:

$$A_2 = F_{ms\ max} \cdot l = \mu mgl$$

Giai đoạn 3: Lực ma sát giảm dần đến giá trị bằng 0. Công của lực ma sát trong giai đoạn 3 giống như giai đoạn 1

$$A_3 = A_1 = \frac{1}{2} \mu mgl$$

Tổng độ lớn công của lực ma sát khi thanh hoàn toàn ra khỏi vùng AB:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2\mu mgl$$

Điều kiện để thanh ra khỏi được vùng AB là:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv_o^2 &\geq A \Rightarrow \frac{1}{2} mv_o^2 \geq 2\mu mgl \\ \Rightarrow v_o &\geq 2\sqrt{\mu gl} \end{aligned}$$

$$M' = M + m - \frac{m}{T} t$$

Bài 3. Xét tại thời điểm t , khối lượng của cả thùng và nước là:

Phương trình chuyển động của thùng và nước là:

$$M' \ddot{a} = M' \vec{g} + \vec{F} + \frac{dm}{dt} \vec{u} \quad (1)$$

Trong đó \vec{u} là vận tốc tương đối của nước đối với thùng, ở đây $u = 0$.

Chiều (1) lên chiều dương là chiều hướng lên ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$M' \frac{dv}{dt} = F - M'g$$

$$\Rightarrow dv = \left(\frac{F}{M'} - g \right) dt = \left(\frac{F}{M + m - \frac{m}{T}t} - g \right) dt$$

Vận tốc của thùng ở thời điểm rò hết nước là:

$$v = \int_0^T \left(\frac{F}{M + m - \frac{m}{T}t} - g \right) dt = \frac{FT}{m} \ln \frac{M+m}{M} - gT$$

Bài 4.

$$a.T = mg \Leftrightarrow mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = mg \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1+2\cos\alpha_0}{3}$$

$$W_t = mg\ell(1 - \cos\alpha) = \frac{2mg\ell}{3}(1 - \cos\alpha_0)$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{mg\ell}{3}(1 - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow \frac{W_t}{W_d} = 2$$

$$b. Khi động năng bằng thế năng: \cos\alpha = \frac{1+\cos\alpha}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{g\ell(1 - \cos\alpha_0)}$$

+ Khi lực căng của dây bằng trọng lực tác dụng lên vật:

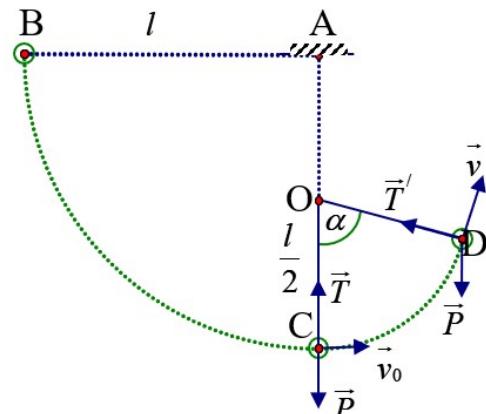
$$v_2 = \sqrt{\frac{2g\ell(1 - \cos\alpha_0)}{3}}$$

Vậy $v_1 > v_2$

Bài 5. a. Tính lực căng của dây ngay trước và sau khi vuông định.

=+ Chọn gốc thế năng trọng trường tại vị trí cân bằng

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

+ Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hai điểm B, C

$$W_B = W_C \Leftrightarrow mgl = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{l} = 2g \quad (1)$$

$$T_t = mg + \frac{mv_0^2}{l} \quad (2)$$

b Lực căng dây ngay trước khi vướng định: $\Rightarrow T_t = mg + m \cdot 2g = 3mg = 3 \cdot 0,1 \cdot 10 = 3(N)$

+ Lực căng dây treo ngay sau khi vướng định.

$$T_s = mg + \frac{mv_0^2}{\frac{l}{2}} = 2m \frac{v_0^2}{l} \quad (3)$$

$$\Rightarrow T_s = mg + 2m \cdot 2g = 5mg = 5 \cdot 0,1 \cdot 10 = 5(N)$$

Vậy lực căng của dây treo ngay trước khi vướng định là 3N và sau khi vướng định là 5N.

b. Sau khi vướng định, vật chuyển động như con lắc đơn có chiều dài $\frac{l}{2}$ quanh điểm treo O. Chuyển động này có hai giai đoạn:

- Giai đoạn I: Chuyển động tròn từ vị trí cân bằng C đến vị trí D, tại D lực căng dây treo bằng 0.

- Giai đoạn II: Vật chuyển động như một vật bị ném xiên từ vị trí D trở về sau.

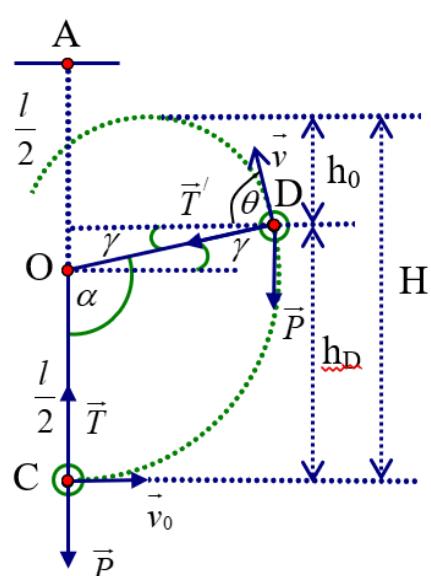
* Tìm vị trí tại đó lực căng của dây treo bằng không.

+ Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$W_B = W_D \Leftrightarrow mgl = \frac{mv^2}{2} + mg \frac{l}{2}(1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{gl(1 + \cos \alpha)} \quad (4)$$

+ Lực căng dây treo tại D



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$T' = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{\frac{l}{2}} = mg \cos \alpha + 2m \frac{v^2}{l} \quad (5)$$

+ Thay (4) vào (5), ta được:

$$T' = mg(3 \cos \alpha + 2) \quad (6)$$

$$\Rightarrow T' = 0 \Leftrightarrow mg(3 \cos \alpha + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 132^\circ$$

Vì $\cos \alpha = -\frac{2}{3} < 0$ mà $\alpha > 0$

nên $\alpha > 90^\circ$ (hình vẽ)

+ Độ cao của D tính từ vị trí cân bằng C là:

$$\begin{aligned} h_D &= \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \sin \gamma = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}(-\cos \alpha) \\ &= \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5l}{6} \end{aligned}$$

Vậy vị trí D mà lực căng dây treo bằng 0 cách vị trí cân bằng C một đoạn $h_D = \frac{5l}{6}$ (hay cách điểm treo A theo phương thẳng đứng một đoạn $h'_D = l - \frac{5l}{6} = \frac{l}{6}$)

+ Vận tốc của vật tại D. Thay $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ vào (4), ta được:

$$v = \sqrt{10 \cdot 0,81 \left(1 - \frac{2}{3}\right)} = \sqrt{\frac{10l}{3}} = \sqrt{2,7} = 1,64(m/s)$$

* Quỹ đạo chuyển động của vật kể từ D.

+ Kể từ D, vật chuyển như bị ném xiên góc θ với vận tốc đầu là

$v = \sqrt{\frac{10l}{3}}$. Suy ra quỹ đạo của vật là đường parabol quay bẹ lõm xuống dưới.

+ Theo kết quả bài toán vật bị ném xiên thì độ cao cực đại vật lên được tính từ điểm ném D là:

$$h_0 = \frac{v^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g} \quad \text{với}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\sin^2 \theta = \cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow h_0 = \frac{\frac{10l}{3} \cdot \frac{5}{9}}{2.10} = \frac{5l}{54}$$

* Độ cao cực đại vật lēn được so với vị trí cân băng là:

$$H = h_D + h_0 = \frac{5l}{6} + \frac{5l}{54} = \frac{25l}{27} = \frac{25.81}{27} = 75\text{cm}$$

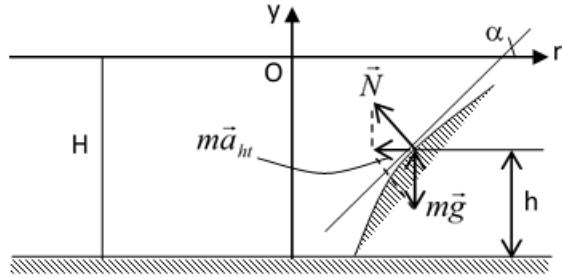
Vậy: sau khi lēn đến điểm D (lực căng dây treo băng 0), quả cầu tiếp tục chuyển động theo quỹ

đạo parabol có bè lõm quay xuông và lēn tới độ cao lớn nhất cách vị trí cân băng C là $\frac{25l}{27}$ hay cách điểm treo A theo đường thẳng đứng là $(l - \frac{25l}{27}) = \frac{2l}{27}$.

Bài 6. Giả sử khối lượng của hạt là m và quy theo quỹ đạo tròn bán kính R với vận tốc v_0 ở độ cao h. Xét hạt ở thời điểm nằm trong mặt phẳng hình vẽ. Gọi giao tuyến của mặt trong của phễu với mặt phẳng hình vẽ là đường cong (C). Dựng tiếp tuyến của (C) tại vị trí của hạt, và gọi góc nghiêng của tiếp tuyến này với trục hoành là α . Để dàng thấy rằng:

$$\frac{mv_0^2}{R} = F_{ht} = mg \tan \alpha \rightarrow \\ v_0^2 = gR \tan \alpha$$

Theo đe ra, phương trình của đường cong (C) có



dạng: $y = -\frac{k}{r^2}$ ($k > 0$)

Suy ra $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{2k}{r^3} = -\frac{2y}{r}$. Khi đó: $\tan \alpha = y'|_{r=R} = -2y/R = \frac{2(H-h)}{R}$

Theo định luật bảo toàn năng lượng (viết cho chuyển động trên quỹ đạo tròn và ở miệng phễu), ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{mv^2}{2} + mgH_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mgh \quad (*)$$

Thay biểu thức: $v_0^2 = gR \tan \alpha = gR \frac{2(H - h)}{R} = 2g(H - h)$

vào biểu thức (*), ta được: $\frac{mv^2}{2} + mgH_1 = \frac{mv_0^2}{2}(H - h) + mgh$

Rút gọn, ta được: $v = \sqrt{2g(H - h)}$

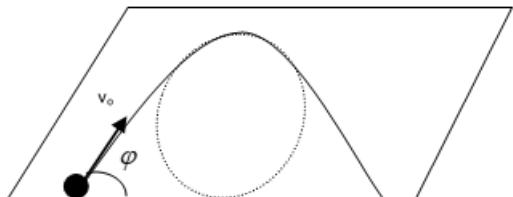
Bài 7. Trên mặt phẳng nghiêng, giá tốc của vật: $g_1 = g \sin \alpha$

+ Gọi góc ném vật là φ .

* Điều kiện để đỉnh Parabol trùng đỉnh đường tròn là:

. Tại đỉnh hình tròn: $h_{\max} = 2R$; $v_C = v_0 \cos \varphi$

. Đlbt cơ năng: $\frac{mv_0^2}{2} = 2mgR + \frac{mv_0^2 \cos^2 \varphi}{2}$ (1)



* Xét tại đỉnh Parabol thoả mãn điều kiện trên, bán kính chính khúc của Parabol là R_{ck} tm:

$$g_1 = \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi}{R_{ck}} \Rightarrow R_{ck} = \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi}{g_1} \quad (2)$$

* Để Parabol chỉ tiếp xúc với đường tròn tại đỉnh mà không cắt đường tròn tại những điểm khác thì:

$$R_{ck} \geq R \quad (3)$$

+ Từ (2) và (3): $v_0^2 \cos^2 \varphi \geq R g_1 \quad (4)$

+ Thay (4) vào (1) được: $v_{\min} = \sqrt{5g_1 R}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Với v_{omin} như vậy thì góc ném và vị trí ném thỏa mãn:

$$g_1 = \frac{v_o^2 \cos^2 \varphi}{R} = g \sin \alpha \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Vị trí ném cách tâm đường tròn theo phương ngang một đoạn: } \frac{L}{2} = \frac{v_{omin}^2 \sin 2\varphi}{2g_1} = 2R$$

Bài 8.a) Công nguyên tố của lực ma sát khi thanh dịch chuyển một khoảng rất nhỏ dx:

$$dA_{ms} = -F_{ms} dx = -\frac{\mu mg}{L} x dx$$

$$\Rightarrow A_{ms} = - \int_0^x dA_{ms} = - \int_0^x \frac{\mu mg}{L} x dx = - \frac{\mu mg}{2L} x^2$$

b) Ban đầu lò xo không biến dạng nên độ dãn của lò xo bằng với độ dịch chuyển của thanh. Tùy vào giá trị của V_0 mà độ dãn cực đại của lò xo $A \leq L$ hoặc $A > L \Rightarrow$ Có hai trường hợp:

- Trường hợp $A \leq L$:

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$A_{ms} = W_2 - W_1 \Leftrightarrow \frac{\mu mg}{2L} A^2 = \frac{kA^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\Rightarrow A = V_0 \sqrt{\frac{m}{k + \frac{\mu mg}{L}}}$$

$$V_0 \sqrt{\frac{m}{k + \frac{\mu mg}{L}}} \leq L \Rightarrow V_0 \leq L \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$$

Điều kiện: $A \leq L \Leftrightarrow$

Công của lực ma sát lúc này:

$$A_{ms} = - \left[\frac{\mu mg}{2L} L^2 + \mu mg(A - L) \right] = - \frac{\mu mg}{2} L - \mu mg(A - L)$$

Định luật bảo toàn cơ năng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$A_{ms} = W_2 - W_1 \Leftrightarrow -\frac{\mu mg}{2}L - \mu mg(A - L) = \frac{kA^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow kA^2 + 2\mu mgA - (mV_0^2 + \mu mgL) = 0$$

Giải phương trình (bỏ nghiệm âm), ta có:

$$A = \sqrt{\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 + \frac{m(V_0^2 + \mu gL)}{k}} - \frac{\mu mg}{k}$$

$$\text{Điều kiện: } A > L \Leftrightarrow -\frac{\mu mg}{2}L - \mu mg(A - L) > L$$

$$\Rightarrow V_0 > L\sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$$

Bài 9. Tính được vận tốc của vật khi dây lệch góc α :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Rightarrow v = \sqrt{2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

Tính gia tốc tiếp tuyến $a_t = g\sin\alpha$

$$\text{Tính gia tốc pháp tuyến } a_{ht} = \frac{mv^2}{\ell} = 2mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

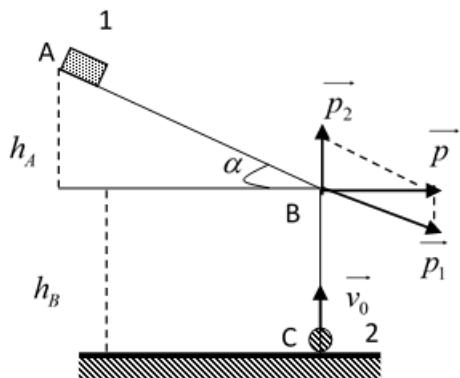
Gia tốc toàn phần của vật $a = \sqrt{a_t^2 + a_{ht}^2}$. Thay số được $a \approx 8,865 m/s^2$

Bài 10.

Chọn gốc thê năng ở B

Phân thê năng vật 1 giảm khi trượt trên mái hiên đã chuyên hóa thành động năng của vật 1 ở B và công thăng lực ma sát khi nó trượt trên AB.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT



Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$m_1 \cdot g \cdot AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 30^\circ \cdot AB$$

$$\Rightarrow v_1 = 4(m/s)$$

Vận tốc vật 1 khi đến B là 4m/s

Gia tốc vật 1 khi trượt dốc

$$2a_1 \cdot AB = v_1^2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{v_1^2}{2 \cdot AB} = \frac{4^2}{2 \cdot 1,935} = 4,134 m/s^2$$

Thời gian vật 1 trượt trên AB:

$$t = \frac{v_1}{a_1} = \frac{4}{4,134} = 0,967 s$$

Tại B trước khi va chạm động lượng của vật 1 là:

$p_1 = m_1 v_1 = 0,2 \cdot 4 = 0,8(kg.m/s)$ Trước khi va chạm, động lượng của vật 2 là:

Xét giản đồ, vec tơ động lượng ta có:

$$p_2 = p_1 \sin \alpha = 0,8 \cdot \sin 30^\circ = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4(kg.m/s) \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Từ (1) và (2) ta có $v_2 = 1(m/s)$

Xét chuyển động bắn lên của vật 2 ta nhận thấy rằng, thời gian vật 2 lên tới b cũng bằng vật 1 trượt hết dốc.

Ta có $v_2 = v_0 - gt \Rightarrow v_0 = v_2 + gt = 1 + 10.0,967 = 10,67 \text{ (m/s)}$

Độ cao của điểm B: $h_B = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 10,67 \cdot 0,967 - 0,5 \cdot 10 \cdot (0,967)^2 \approx 5,6(m)$

Tổng động lượng của hai vật trước khi va chạm: $p = p_1 \cos \alpha = 0,8\sqrt{3}/2 = 0,4\sqrt{3}(\text{kg.m/s})$

Động lượng của hệ ngay sau va chạm:

$$p_s = (m_1 + m_2)v = (0,2 + 0,4)v = 0,6v$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$0,6v = 0,4\sqrt{3} \Rightarrow v = \frac{0,4\sqrt{3}}{0,6} \approx 1,15(m/s)$$

Độ tiêu hao năng lượng khi vật 2 xuyên vào vật 1 là

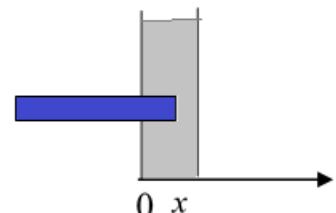
$$\Delta W = \left(\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \right) - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = 1,4J$$

Bài 11 Chọn hệ tọa độ 0x như hình

- Khi đầu tấm ván có tọa độ: $0 \leq x \leq l$, lực ma sát

tác dụng lên xe có độ lớn: $F_{ms1} = \frac{\mu mg}{L}x$

$$\Rightarrow \bar{F}_{ms1} = \frac{\mu mg}{2L}l$$



- Khi $l \leq x \leq L$: lực ma sát không đổi và có độ lớn $F_{ms2} = \frac{\mu mg}{L}l$

- Khi đuôi của ván có tọa độ: $0 \leq x \leq l$: $\bar{F}_{ms3} = \frac{\mu mg}{2L}l$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- áp dụng định lý động năng, ta có : $\frac{m}{2}(v_0^2 - v^2) = \frac{\mu mgl^2}{L} + \frac{\mu mgl}{L}(L - l)$

$$\Rightarrow \mu = \frac{v_0^2 - v^2}{2gl} = 0,4$$

Bài 12 .

a) Lập phương trình quỹ đạo của viên bi trên:

Vì bỏ qua ma sát nên khối tâm của hệ (trung điểm của sợi dây) chỉ chuyển động theo phương thẳng đứng.

+ Phương trình chuyển động của viên bi 2 (viên bi trên)

$$x = l \sin \alpha$$

$$y = 2l \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{4l^2} = 1 \quad (1)$$

⇒ Quỹ đạo của viên bi trên là (nửa) elip.

b) Điều kiện của v_0 để thỏa mãn điều giả sử trên (tức là trong suốt quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không rời mặt phẳng ngang).

Khi viên bi 2 chuyển động lên trên thì vận tốc v giảm dần, thành phần của trọng lực làm giảm lực căng tăng dần ⇒ lực căng dây giảm dần

+ Tại vị trí cao nhất của m_2 :

$$T_c = \frac{mv_c^2}{R_c} - mg \quad (2)$$

+ Tìm vận tốc của m_2 tại vị trí cao nhất:

Tại vị trí cao nhất, về độ lớn: $v_1 = v_2 = v_c$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2 \cdot \frac{mv_c^2}{2} + mg2l$$

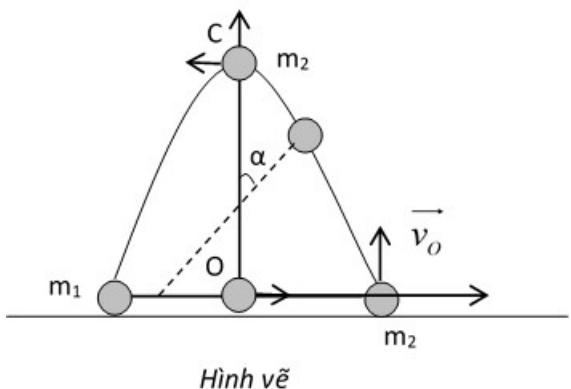
Từ định luật bảo toàn cơ năng:

$$\Rightarrow v_c^2 = \frac{v_0^2}{2} - 2gl \quad (3)$$

+ Tìm bán kính chính khúc R_c của m_2 tại vị trí cao nhất

Đạo hàm 2 về biểu thức (1)

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{2v_x x}{l^2} + \frac{2v_y y}{4l^2} = 0 \Leftrightarrow 4v_x x + v_y y = 0 \quad (1')$$

Đạo hàm hai vế biểu thức (1')

$$4a_x x + 4v_x^2 + a_y y + v_y^2 = 0$$

Tại vị trí C: $x = 0; y = 2l; v_x = v_C; v_y = 0; a_x = 0; a_y = -v_c^2/R_C$

$$\Rightarrow 4v_c^2 - 2l \cdot \frac{v_c^2}{R_C} = 0 \Rightarrow R_C = l/2 \quad (4)$$

+ Thay (3) và (4) vào (2) ta được:

$$T_C = \frac{m(\frac{v_o^2}{2} - 2gl)}{\frac{l}{2}} - mg = \frac{mv_o^2}{l} - 5mg$$

+ Điều kiện để dây luôn căng: $T_C \geq 0 \Rightarrow v_o \geq \sqrt{5gl}$

+ Điều kiện để m_1 luôn chuyển động trên mặt phẳng ngang:

$$T_C \leq mg \Rightarrow v_o \leq \sqrt{6gl}$$

Kết luận: $\sqrt{5gl} \leq v_o \leq \sqrt{6gl}$

Bài 13. Gọi A là vị trí buông vật m^1

B là vị trí thấp nhất (nơi m^1, m^2 va chạm)

C là vị trí cao nhất vật 1 lên được sau va chạm

Chọn gốc thê năng bằng không là ở sàn

So sánh cơ năng của quả cầu 1 ở A và ở B.

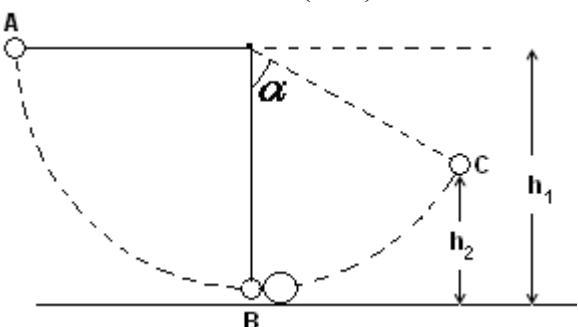
$$m^1 g h^1 = \frac{1}{2} m^1 v^1$$

Vận tốc quả cầu m^1 ngay trước khi va chạm có độ lớn: $v^1 = \sqrt{2gh_1} = 2\sqrt{5}$ (m/s)

Gọi v^1' là vận tốc của m^1 ngay sau khi va chạm.

So sánh cơ năng của quả cầu 1 ở B và ở C.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{1}{2} m^1 v^1'^2 = m^1 g h^2$$

$$\Rightarrow v^1' = \sqrt{2gh_2}$$

Động năng của quả cầu 1 trước va chạm chuyển hóa thành thế năng của nó ở C và công thực hiện để thăng ma sát của quả cầu 2 khi lăn.

$$\frac{1}{2} m^1 v^1'^2 = m^1 g h^2 + A$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 20 = 0,3 \cdot 10 \cdot h^2 + 0,02 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot S$$

$$\Leftrightarrow 3 = 3 h^2 + 0,04S \quad (1)$$

Đối với hai quả cầu, thì lực ma sát giữa quả cầu 2 và sàn là ngoại lực. Lực ma sát tác dụng vào quả cầu 2 có làm cho động lượng của hệ hai quả cầu giảm đi. Thời gian va chạm giữa hai quả cầu rất ngắn nên xung lực của lực ma sát làm động lượng của quả cầu 2 giảm đi không đáng kể. Như vậy có thể coi thời gian va chạm giữa hai quả cầu thì tổng động lượng của chúng được bảo toàn:

$$m^1 v^1 = m^1 v^1' + m^2 v^2'$$

$$\Leftrightarrow 0,3 \cdot 2\sqrt{5} = 0,3 \cdot \sqrt{2gh_2} + 0,2 \cdot v^2'$$

$$\Leftrightarrow 0,6 \cdot \sqrt{5} = 0,3 \cdot \sqrt{20h_2} + 0,2 \cdot v^2' \quad (2)$$

Áp dụng định lý động năng cho quả cầu 2 ta được:

$$0 - \frac{1}{2} m^2 v^2'^2 = - \mu m^2 g S$$

$$\Leftrightarrow 0,5 \cdot v^2'^2 = 0,2 \cdot S$$

$$\Rightarrow S = \frac{\frac{v^2'^2}{2}}{0,4} \quad (3)$$

Thay (3) vào (1) ta được:

$$3 = 3 h^2 + 0,04 \cdot \frac{v^2'^2}{0,4}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Leftrightarrow 3 = 3 h^2 + 0,1 \cdot v^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 = \frac{3 - 0,1 \cdot v_2^2}{3} \quad (4)$$

Thay (4) vào (2) ta được:

$$0,6 \cdot \sqrt{5} = 0,3 \cdot \sqrt{20 \left(\frac{3 - 0,1 \cdot v_2^2}{3} \right)} + 0,2 \cdot v^2 \quad (5)$$

Giải phương trình (5) ta được: $v^2 = 0$ (loại); $v^2 = 2,4 \cdot \sqrt{5}$ (m/s)

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow S = \frac{v_2^2}{0,4} = 72 \text{ (m)}$$

$$\text{Từ (4)} \Rightarrow h^2 = \frac{3 - 0,1 \cdot v_2^2}{3} = 0,04 \text{ (m)}$$

Mặt khác ta có: $h^2 = l - l \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{l - h^2}{l} = \frac{1 - 0,04}{1} = 0,96$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 16,26^\circ$$

Bài 14.

+Xét vị trí thứ nhất là vị trí mà trực của nó nằm ngay

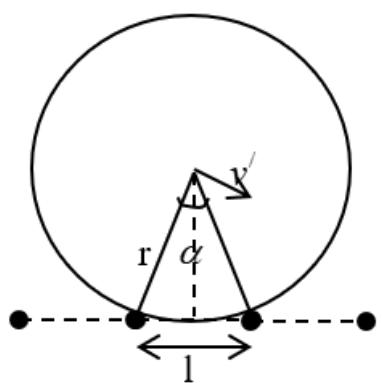
phía trên một thanh ray và nó có vận tốc bằng v .

+Vị trí thứ hai là vị trí va chạm tiếp theo nó có vận tốc v' vuông góc với thanh trước đó.

theo đl bảo toàn cơ năng:

$$mgh + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} \text{ với } h = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}} = \frac{l^2}{8r}$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{1 + gl^2 / 4rv^2}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Theo đk của bài ra bánh xe không nẩy lên khi va chạm, nghĩa là va đập của bánh xe lên thanh là tuyệt đối không đòn hồi, điều này cho thấy rằng khi va đập xung lực tác dụng lên bánh xe làm động năng của bánh xe do thành phần vận tốc hướng theo phương nối thanh bị triệt tiêu

$$\Delta W = \frac{m(v \cdot \sin \alpha)^2}{2} \approx \frac{mv^2 \cdot l^2}{2r^2}$$

+ Để vận tốc trung bình của bánh xe không đổi cần một công do lực kéo T của sợi dây trên quãng đường để bù vào sự hao hụt này là:

$$T \cdot l = \frac{mv^2}{2} \left(1 + \frac{gl^2}{4r \cdot v^2}\right) \cdot \frac{l^2}{r^2} \Rightarrow T = \frac{mv^2 \cdot l}{4r \cdot v^2} \left(1 + \frac{gl^2}{4r \cdot v^2}\right) \approx \frac{mv^2 \cdot l}{2r^2}$$

Bài 15. Chọn góc thế năng tại điểm thấp nhất của bán trụ.

Cơ năng tại A: $W_A = mgR$

$$W_B = mg \frac{R}{2} + m \frac{v^2}{2}$$

Cơ năng tại B: Xét thời điểm bất kỳ trên cung AB, Lực ma sát

tác dụng vào vật là $F_{ms} = \mu N = \mu mg \cdot \sin \theta$

suy ra công của lực ma sát:

$$A_{ms} = - \int_A^B F_{ms} \cdot dx = - \int_0^{5\pi} \mu mg R m \theta d\theta$$

$$A_{ms} = - \mu mg R \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng :

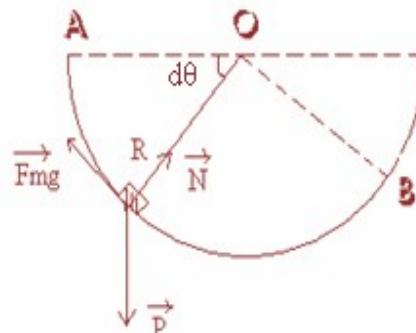
$$W_B - W_A = A_{ms}$$

$$\left(\frac{mgR}{2} + m \frac{v^2}{2} \right) - mgR = -\mu \mu mg \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

giải ra tìm được :

$$v = \sqrt{gR \left[1 - \mu (\sqrt{3} + 2) \right]}$$

Điều kiện để vật tới được B là : $1 - \mu (\sqrt{3} + 2) \geq 0$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{hay } \mu \leq \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \approx 0,268$$

Vậy với $\mu = 0,5 > 0,268$ vật không trượt tới B

với $\mu = 0,268$ vật vừa đủ tới được B

Bài 16.

1, Có: $F_{dh} = T = F_{ms} \geq \mu Mg \Rightarrow M$ bắt đầu trượt khi $F_{dh} = \mu Mg$ hay $k\Delta l = \mu Mg$

$$\text{Vậy: } \Delta l = \frac{\mu Mg}{k} \quad (1)$$

$$+ \text{ Bảo toàn cơ năng cho m: } mg\Delta l = \frac{1}{2}k\Delta l^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

$$+ m \text{ nhỏ nhất bằng } m_0 \text{ khi } v=0 \text{ Hay: } mg\Delta l = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \quad (3)$$

$$+ \text{ Kết hợp (1) và (3) có: } m_0 = \frac{1}{2}\mu M \quad (4)$$

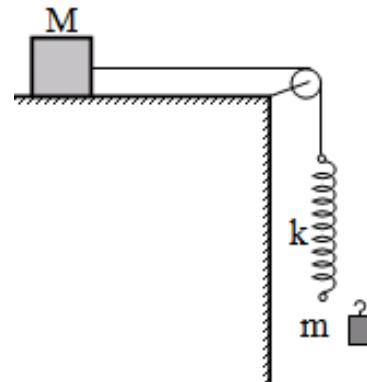
2,

+ Khi $a_m = 0$ thì $P_m = F_{dh} = T = F_{ms} = m_0g$.

$$\text{Lúc này lực ma sát là ma sát nghỉ } F_{ms} = F_{dh} = m_0g = m_0 = \frac{1}{2}\mu Mg$$

+ Khi $v_m = 0$ lần đầu là lúc M bắt đầu trượt nên lực ma sát lúc này là ma sát trượt

Do đó có: $F_{ms} = \mu N = \mu Mg$



3, Thay (1) vào (2) có:

$$mg \left(\frac{\mu Mg}{k} \right) = \frac{1}{2}k \left(\frac{\mu Mg}{k} \right)^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$+ \text{ Với } m = 2m_0 = \mu M \Rightarrow \mu Mg \left(\frac{\mu Mg}{k} \right) = \frac{1}{2}k \left(\frac{\mu Mg}{k} \right)^2 + \frac{1}{2}\mu Mv^2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\mu M}{k} \right) g^2 = \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow v = g \sqrt{\frac{\mu M}{k}}$$

Bài 17.

a. $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$

$T_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_m) = 40(N)$

b. $T_{\max} = 3mg$. Từ hệ thức trên suy ra: $3 - 2\cos\alpha_m = 3$

$\alpha_m = 90^\circ$

c. Chọn mốc thê năng tại VT thấp nhất.

Cơ năng tại A(ngang): $E_A = mg(l_0 + \Delta l)$ (1)

Cơ năng tại B(thấp nhất): $E_B = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$ (2)

$$F = k\Delta l = mg + m \frac{v^2}{l_0 + \Delta l} \quad (3)$$

Lực đàn hồi tại VT B:

Từ (1),(2) $\Rightarrow mv^2 = 2mg(l_0 + \Delta l) - k\Delta l^2$

Thay vào (3): $k(l_0 + \Delta l) = mg(l_0 + \Delta l) + 2mg(l_0 + \Delta l) - k\Delta l^2$

$\Delta l^2 + 0,24\Delta l - 0,036 = 0$

Giải ra: $\Delta l = 0,104(m)$

Bài 18. - Trước khi rời khỏi quả cầu thì chuyển động của vật là chuyển động tròn không đều, trước hết ta tìm góc α và vận tốc v của vật ở thời điểm nó rời quả cầu.

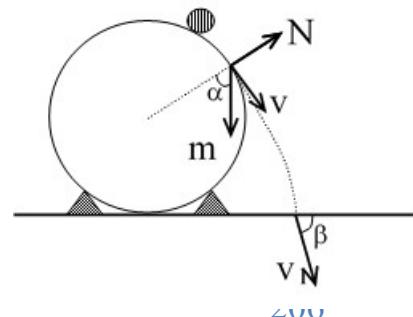
- Phương trình động lực học cho phương xuyên tâm:

$$mg\cos\alpha - N = ma_n = mv^2/R$$

ở thời điểm vật rời quả cầu thì $N = 0$ nên:

$$v^2 = gR\cos\alpha \quad (1)$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: $mv^2/2 = mgR(1-\cos\alpha)$ (2)

$$- \text{Từ (1) và (2) ta có: } \cos\alpha = 2/3, \quad v = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$$

- Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có, vận tốc của vật khi chạm bàn là v_1 thoả mãn:

$$\frac{mv_1^2}{2} = 2mgR \rightarrow v_1 = 2\sqrt{gR}$$

- Sau khi rời quả cầu, vật tham gia chuyển động ném xiên xuống nên thành phần vận tốc theo

$$\rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{6}}{9} \rightarrow \beta = 74^\circ$$

phương ngang là không đổi. Do đó: $v\cos\alpha = v_1\cos\beta$

Bài 19. Các lực tác dụng vào vật $\vec{N} + \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$

Chiều lên 0y: $N - p + T \cos\alpha = 0$

$$\Rightarrow N = mg - T \cos\alpha$$

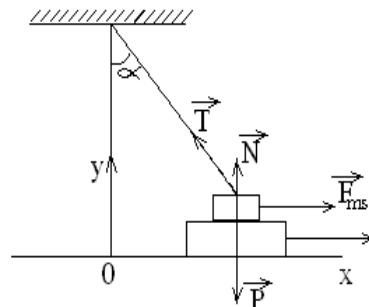
Chiều lên 0x: $- T \sin\alpha + F_{msn} = 0$ (1)

Lúc vật bắt đầu trượt lực ma sát nghĩ bằng ma sát trượt:

$$F_{msn} = F_{ms} = \mu \cdot N = \mu(mg - T \cos\alpha) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$T = \frac{\mu mg}{\sin\alpha + \mu \cos\alpha} = \frac{0,2 \cdot 1 \cdot 10}{\frac{1}{2} + 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 3(N)$$



Gọi k là hệ số đàn hồi của dây:

$$T = k \cdot \Delta l = 3(N)$$

Độ dãn của lò xo khi vật bắt đầu trượt:

$$\Delta l = l - l_0 = \frac{l_0}{\cos\alpha} - l_0 = 40 \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} - 1 \right) = 6,2(cm)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Công của lực ma sát trong quá trình trên sẽ biến hoàn toàn thành thế năng đàn hồi của sợi dây.

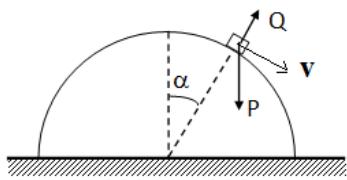
$$A_{ms} = w_t = \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2} T \cdot \Delta l = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6,2 \cdot 10^{-2}$$

Vậy:

$$A_{ms} = 0,092(J) = \boxed{92(mJ)}$$

Bài 20. 1.Bán cầu được giữ cố định trên sàn. Gọi v là vận tốc vật chưa rời bán cầu.

- Quá trình chuyển động, cơ năng vật luôn sự bảo toàn.



$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gR(1 - \cos\alpha)} \quad (1)$$

- Khi vật trượt trên mặt cầu vật chịu tác dụng của trọng lực P và phản lực Q của mặt cầu. Áp dụng định luật II Newton trên phương bán kính:

$$F_{ht} = P \cdot \cos\alpha - Q = \frac{mv^2}{R}$$

$$\text{Suy ra: } Q = (3\cos\alpha - 2)mg \quad (2)$$

Áp lực do vật tác dụng lên mặt bán cầu là $Q' = Q = (3\cos\alpha - 2)mg$

- Vật rời bán cầu khi bắt đầu xảy ra $Q = 0$

$$\text{Thay vào (2) ta được } \cos\alpha = \cos\alpha_m = \frac{2}{3} \text{ hay } \alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ.$$

2. Bán cầu tự do. Bỏ qua ma sát.

Khi vật đến vị trí có góc α vật có vận tốc \vec{u} so với bán cầu, bán cầu có vận tốc \vec{V} theo phương ngang. Vận tốc của vật so với mặt đất là \vec{v} . Theo định lý cộng vận tốc

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{V}$$

$$\text{Chiều hệ thức vectơ này lên phương ngang ta được: } v_x = u \cos\alpha - V \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Và trên phương thẳng đứng ta được $v_y = u \sin \alpha$ (4)

Động lượng hệ bảo toàn trên phương ngang: $m.V = m.v_x$

$$\Rightarrow v_x = V = \frac{u \cos \alpha}{2} \quad (5)$$

Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m.V^2 = mgR(1 - \cos \alpha)$$

$$u^2 + V^2 - 2uV \cos \alpha + V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{4gR(1 - \cos \alpha)}{1 + \sin^2 \alpha}} \quad (6)$$

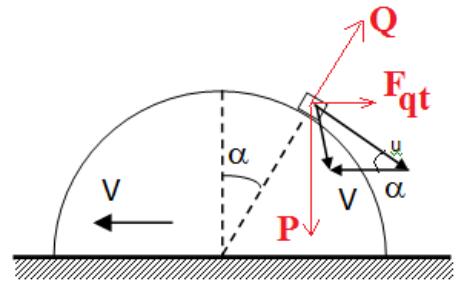
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{u \cos \alpha}{2}\right)^2 + (u \sin \alpha)^2 \Rightarrow v = \sqrt{gR(1 - \cos \alpha) \left(\frac{1 + 3\sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}\right)}$$

Độ lớn vận tốc v của vật

Ta xét trong HQC phi quán tính gắn với bán cầu:

$$\text{Gia tốc của bán cầu là } a_c: a_c = \frac{Q' \sin \alpha}{m}$$

Trong HQC gắn với bán cầu, vật sẽ chuyển động tròn và chịu tác dụng của 3 lực $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{F}_{qt}$ (hình vẽ). Theo định luật II Newton ta có



$$P \cos \alpha - Q - F_{qt} \sin \alpha = m \frac{u^2}{R} \Rightarrow mg \cos \alpha - Q - Q \sin^2 \alpha = m \frac{u^2}{R}$$

$$Q = \frac{-\cos^3 \alpha + 6\cos \alpha - 4}{(1 + \sin^2 \alpha)^2} mg$$

Vật rời bán cầu khi $Q = 0 \Leftrightarrow -\cos^3 \alpha + 6\cos \alpha - 4 = 0$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{3} - 1 \text{ hay } \alpha = 42,9^\circ$$

Bài 21.

a) Bán cầu được giữ cố định trên mặt sàn.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Chọn mốc thê năng tại mặt sàn.
- Phương trình chuyển động của vật m

trên mặt bán cầu: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$ (1)

- Giả sử tại C vật bắt đầu rời bán cầu.

- Chiếu (1) lên hướng CO ta có:

$$P \cos \alpha - N = m \frac{v_C^2}{R} \Rightarrow N = m(g \cos \alpha - \frac{v_C^2}{R}) \quad (2)$$

- Vật rời bán cầu khi $N = 0 \Leftrightarrow g \cos \alpha - \frac{v_C^2}{R} = 0 \Rightarrow v_C^2 = gR \cos \alpha$ (3)

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$W_A = W_C \Leftrightarrow mgR = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR \cos \alpha \Rightarrow v_C^2 = 2gR(1 - \cos \alpha) \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \quad (5)$$

- Vậy vật rời bán cầu tại độ cao h_C so với mặt sàn là: $h_C = R \cos \alpha = \frac{2}{3}R \approx 0,67m$ (6)

b) Không giữ bán cầu cố định trên mặt sàn.

- Chọn mốc thê năng tại mặt sàn.
- Xét vật m tại vị trí G trên cung AB

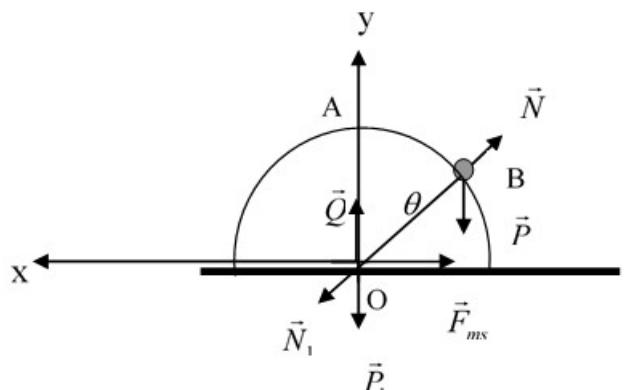
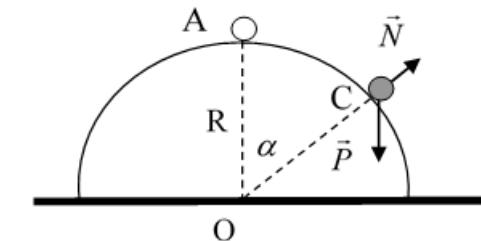
(khi bán cầu chưa trượt trên sàn) với $\hat{AO}G = \beta$.

- Phương trình chuyển động của vật m

trên mặt bán cầu: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

- Chiếu lên hướng GO ta có:

$$P \cos \beta - N = m \frac{v_G^2}{R}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{Q}^N = m(g \cos \beta - \frac{v_G^2}{R}) \quad (7)$$

- Mặt khác áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$W_A = W_G \quad \vec{Q}^mgR = \frac{1}{2}mv_G^2 + mgR\cos\beta \Rightarrow v_G^2 = 2gR(1 - \cos\beta) \quad (8)$$

- Từ (7) và (8) ta có: $N = mg(3\cos\beta - 2)$ (9)

- Phương trình động lực học của bán cầu M khi đứng yên:

$$\vec{P}_1 + \vec{Q} + \vec{F}_{ms} + \vec{N}_1 = \vec{0}$$

- Chiếu phương trình lên hệ xOy: $\begin{cases} F_{ms} = N_1 \sin \beta = N \sin \beta \\ Q = Mg + N_1 \cos \beta = Mg + N \cos \beta \end{cases}$ (10)

- Khi bán cầu bắt đầu trượt thì: $\beta = \theta = 10^\circ$ và $F_{ms} = \mu Q$ (11)

- Từ (10) và (11) ta có: $\mu(Mg + N \cos \theta) = N \sin \theta$

$$\Rightarrow \mu = \frac{N \sin \theta}{Mg + N \cos \theta} = \frac{m(3\cos\theta - 2)\sin\theta}{M + m(3\cos\theta - 2)\cos\theta} \approx 0,015$$

Bài 22. Khi vật trượt trên mặt cầu vật chịu tác dụng của trọng lực P và phản lực Q của mặt cầu có tổng hợp tạo ra gia tốc với hai thành phần tiếp tuyến và hướng tâm. Quá trình chuyển động tuân theo sự bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv_a^2 = mgR(1 - \cos\alpha)$$

$$F_{ht} = P \cdot \cos\alpha - Q = \frac{mv_a^2}{R}$$

1a. Suy ra $v_a = \sqrt{2gR(1 - \cos\alpha)}$

$$Q = (3\cos\alpha - 2) \cdot mg$$

Vật rời bán cầu khi bắt đầu xảy ra $Q = 0$. Lúc đó:

$$\cos\alpha = \cos\alpha_m = \frac{2}{3}; \quad \text{suy ra:} \quad \alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

1b. Xét vị trí có $\alpha < \alpha_m$:

$$\text{Các thành phần gia tốc: } a_n = \frac{v_\alpha^2}{R} = 2g(1 - \cos \alpha)$$

$$a_t = g \sin \alpha$$

Lực mà bán cầu tác dụng lên sàn bao gồm hai thành phần: áp lực N và lực đẩy ngang F_{ngang} :

$$N = P_{c\zeta u} + Q \cdot \cos \alpha = mg(1 - 2 \cos \alpha + 3 \cos^2 \alpha)$$

2. Bán cầu bắt đầu trượt trên sàn khi $\alpha = 30^\circ$, lúc đó vật chưa rời khỏi mặt cầu. Thành phần nằm ngang của lực do vật đẩy bán cầu là:

$$F_{ngang} = Q \sin \alpha = (3 \cos \alpha - 2)mg \cdot \sin \alpha$$

Ta có: $F_{ms} = F_{ngang} = \mu \cdot N$

$$\rightarrow \mu = \frac{F_{ngang}}{N} = \frac{(3 \cos \alpha - 2)mg \cdot \sin \alpha}{mg(1 - 2 \cos \alpha + 3 \cos^2 \alpha)} = \frac{(3 \cos \alpha - 2) \sin \alpha}{1 - 2 \cos \alpha + 3 \cos^2 \alpha}$$

Thay số: $\mu \approx 0,197 \approx 0,2$

3. Giả sử bỏ qua được mọi ma sát.

Khi vật đến vị trí có góc α vật có tốc độ v_r so với bán cầu, còn bán cầu có tốc độ V theo phương ngang.

Vận tốc của vật so với mặt đất là: $\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{V}$

Tốc độ theo phương ngang của vật: $v_x = v_r \cos \alpha - V$

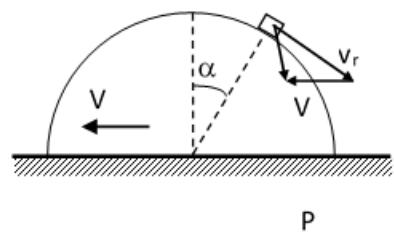
Hệ bảo toàn động lượng theo phương ngang:

$$mV = m \cdot v_x \Rightarrow V = v_r \cos \alpha \Rightarrow 2V = v_r \cos \alpha$$

Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mV^2 = mgR(1 - \cos \alpha)$$

$$v_r^2 + V^2 - 2v_rV \cos \alpha + V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow v_r = \sqrt{\frac{4gR(1 - \cos\alpha)}{1 + \sin^2\alpha}}$$

Tìm áp lực của vật lên mặt bán cầu. Để làm điều này ta xét trong HQC phi quan tính gắn với bán cầu.

Gia tốc của bán cầu: $a_c = \frac{Q \sin \alpha}{m}$

Trong HQC gắn với bán cầu, vật sẽ chuyển động tròn và chịu tác dụng của 3 lực (hình vẽ).

Theo định luật II Newton ta có:

$$P \cos \alpha - Q - F_g \sin \alpha = m \frac{v_r^2}{R}$$

$$mg \cos \alpha - Q - Q \sin^2 \alpha = m \frac{v_r^2}{R}$$

$$Q = \frac{mg \cos \alpha - mv_r^2 / R}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{mg \cos \alpha - \frac{4mg(1 - \cos \alpha)}{1 + \sin^2 \alpha}}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{6 \cos \alpha - \cos^3 \alpha - 4}{(1 + \sin^2 \alpha)^2} mg$$

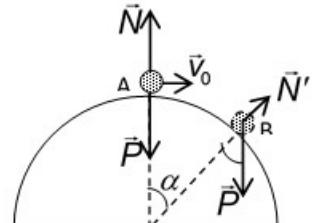
Vật rời bán cầu khi $Q = 0$

$$\Leftrightarrow 6 \cos \alpha - \cos^3 \alpha - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{3} - 1 \text{ hay } \alpha = 42,9^\circ.$$

Bài 23.

a) Theo định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$ (1)



Chiếu (1) theo phương hướng tâm

$$P - N = ma_{ht} = m \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow N = P - m \frac{v_0^2}{R}$$

Điều kiện để vật không rời ngay tại đỉnh A là:

$$N \geq 0 \Leftrightarrow P - m \frac{v_0^2}{R} \geq 0 \Leftrightarrow v_0 \leq \sqrt{gR}$$

b) Giả sử tại điểm B vật rời bán cầu, tại đó $N = 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$P\cos\alpha - N = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N = P\cos\alpha - m \frac{v_B^2}{R} = 0 \Rightarrow v_B^2 = gR\cos\alpha \quad (1)$$

$$W_A = W_C \Leftrightarrow mgR(1 - \cos\alpha) + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$\Rightarrow v_B^2 = v_0^2 + 2gR(1 - \cos\alpha) \quad (2)$$

$$gR\cos\alpha = v_0^2 + 2gR(1 - \cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}$$

Từ (1) và (2) ta được:

Bài 24.

* Vì vòng có khối lượng $m=0$ nên các lực tác dụng cân bằng nhau:

$$\vec{N}_v + \vec{T}_v = 0$$

\Rightarrow sợi dây từ vật đến vòng luôn thẳng đứng.

* Xét tại thời điểm t: hạt cùm ở vị trí M

$$+ AM^2 = AP^2 + PM^2$$

$$\Rightarrow (L-y)^2 = (h-y)^2 + x^2 \Rightarrow y = \frac{L+h}{2} - \frac{x^2}{2(L-h)}$$

Vậy quỹ đạo hạt cùm là một parabol (A là tiêu điểm, C là đỉnh)

* Theo bảo toàn cơ năng ta lại có:

$$+ \frac{1}{2}mv^2 = mgy \Rightarrow v^2 = 2gy. \quad (1)$$

+ Lực ma sát bằng 0 nên lực căng dây hai bên hạt cùm bằng nhau đặt bằng T

+ Định luật II Newton cho:

$$2T\cos\alpha - mg\cos\alpha = ma_n = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{2} + \frac{m}{2\cos\alpha} \cdot \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

* **Tính bán kính chính khúc r:**

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Xét một vật ném ngang từ C'. Tại điểm M' đối xứng với M qua Ox ta có:

$$v_x = \frac{OK}{t} ; v_y = \sqrt{2g(H-y)} ; t = \sqrt{\frac{2H}{g}} ; OK =$$

$$\sqrt{L^2 - h^2} ; H = \frac{L+h}{2} .$$

$$a_n = g \cos \alpha = \frac{v^2}{r} = \frac{v_x^2 + v_y^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{v_x^2 + v_y^2}{g \cos \alpha} = \dots = \frac{2(L-y)}{\cos \alpha}$$

* Trở lại bài toán và thay r vào (2) ta được:

$$T = \frac{mgL}{2(L-y)}$$

$$+ Dây đứt khi T=T_o \Rightarrow y = L(1 - \frac{mg}{2T_o})$$

* Biện luận kết quả:

$$0 \leq y \leq \frac{L+h}{2} \Rightarrow 0 \leq L(1 - \frac{mg}{2T_o}) \leq \frac{L+h}{2}$$

. Nếu: $\frac{mg}{2T_o} \geq 1 - \frac{h}{L}$ thì lúc dây đứt $v = \sqrt{2gL(1 - \frac{mg}{2T_o})}$

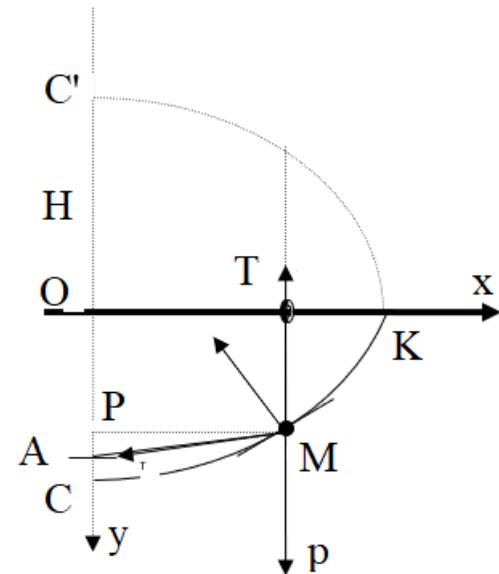
. Nếu: $\frac{mg}{2T_o} > 2$ thì dây đứt ngay lúc $t=0$

. Nếu: $\frac{mg}{2T_o} < 1 - \frac{h}{L}$: Dây không bao giờ đứt và chuyển động của hạt cườm luôn được tiến hành.

+ Khi hệ ở TTGB: $F_o = Mg = 3N \Rightarrow$ trên đồ thị độ giãn dây là: $\Delta l_0 = 3$ (cm)

+ Khi thả m:

Vận tốc m ngay trước va chạm $v = \sqrt{2gh}$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{m\sqrt{2gh}}{M+m}$$

Vận tốc hai vật ngay sau va chạm là: $u = \frac{m\sqrt{2gh}}{M+m}$

+ Gọi độ giãn cực đại của lò xo sau va chạm giữa m với M là Δl_{\max} thì theo bảo toàn năng lượng với gốc thê năng ở VTCB:

$$\frac{1}{2}(M+m)u^2 + E_o = E_m - (M+m)(\Delta l_{\max} - \Delta l_0)g \quad (1)$$

Với: $E_{\max} - E_o = A(F_{dh})$

+ Để dây đứt thì phải thả vật ở độ cao nhỏ nhất h_{\min} sao cho $A(F_{dh})_{\min}$ bằng diện tích hình 3BC8. Đếm trên hình vẽ được:

$$A_{\min} \approx 100 \hat{o} = 100 \cdot 0,25 \text{ (N.cm)} = 0,25 \text{ (J)}$$

$$\frac{2(0,25 - 0,2)}{0,4}$$

+ Thay vào (1) ta có: $u_{\min}^2 = 0,25 \Rightarrow h_{\min} = 0,2 \text{ (m)} = 20 \text{ (cm)}$

Bài 26.

a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ tại vị trí ban đầu của người nhảy

Phương trình chuyển động của người theo các trục tọa độ là:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t; \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$Khi y = 0 \Rightarrow t_1 = 0; \quad t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Để người đó nhảy đến cuối xe trượt thì:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t_2 = L \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}$$

$$Hay: v_0 = v_{\min} = \sqrt{gL} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Vậy người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất là \sqrt{gL} và với góc nhảy hợp với xe trượt góc $\alpha = 45^\circ$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v_{0x} = v_{\min} \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

$$v_{0y} = v_{\min} \sin 45^\circ = \sqrt{\frac{gL}{2}} \quad (1)$$

b) Động lượng của hệ theo phương ngang được bảo toàn khi xe trượt được thả tự do, vì vậy vận tốc theo phương ngang của người là v_1 , của xe v_2 phải thỏa mãn:

$$mv_1 + Mv_2 = 0 \Leftrightarrow v_2 = -\frac{m}{M}v_1$$

Trong hệ quy chiếu gắn với xe, vận tốc của người theo phương ngang của người là:

$$v_x = v_1 - v_2 \text{ hay } v_x = \frac{m+M}{M}v_1 \quad (2)$$

Trong hệ quy chiếu này, các hình chiếu vận tốc của người thoả mãn điều kiện (1) như câu a.

$$v_1 = \frac{M}{M+m} \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

Thay (1) vào (2):

Vậy vận tốc cực tiểu của người đối với hệ quy chiếu gắn với đất:

$$v_{\min} = \sqrt{v_1^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{gL}{2}} \sqrt{\frac{M^2}{(M+m)^2} + 1}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_1} = \frac{m+M}{M}$$

Góc nhảy α của người thoả mãn:

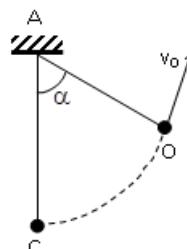
Bài 27.

1, Chọn gốc thê năng tại C, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$W_c = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2}mv_0^2 = 2,6J$$

2, Chọn hqc xOy như hình vẽ. Chuyển động của vật theo hai trục là

$$x = (v_0 \cos \alpha)t \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

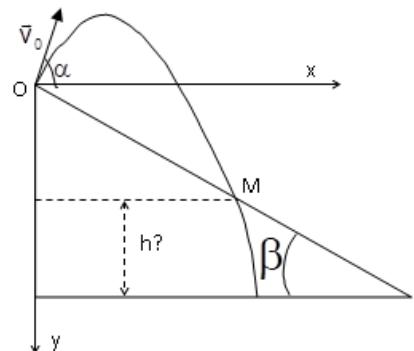
$$y = \frac{1}{2}gt^2 - (v_0 \sin \alpha)t \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow y = 5t^2 - 2\sqrt{3}t \quad (3)$$

Khi chạm đất $y = 4,4m \Rightarrow t = 1,34s$.

$$3, (1) \rightarrow t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{4}x^2 - \sqrt{3}x \quad (4)$$

Mặt khác dây là một đoạn thẳng có PT: $y = (\tan \beta)x \rightarrow x = \sqrt{3}y$



$$\frac{15}{4}y^2 - 4y = 0 \rightarrow y = \frac{16}{15}m \Rightarrow y = 16/15 \text{ m và điểm đó cách mặt đất } 3,33 \text{ m}$$

Bài 28.

a. Ngay trước khi quả bóng rổ chạm đất, cả hai quả bóng đạt tốc độ v_0 :

$$v_0 = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

-Ngay sau khi vừa chạm đất (coi quả tennis chưa chạm quả bóng rổ) quả bóng rổ bật lên với tốc độ v_0 , khí đó tốc độ tương đối của quả bóng tennis đối với quả bóng rổ trước và sau vừa va chạm với quả bóng rổ là $2v_0$. Nên sau khi vừa va chạm với quả bóng rổ, bóng tennis đi lên với tốc độ $3v_0$.

$$H = d + \frac{(3v_0)^2}{2g}$$

Độ cao cực đại quả bóng tennis đạt được sau va chạm so với đất

$$\text{Hay } H = d + 9h \quad (2)$$

b. Tương tự như câu a. Xét tốc độ sau va chạm mỗi quả cầu

Khi quả bóng B_1 bật lên tốc độ $v_1 = v_0$ thì quả cầu B_2 bật lên tốc độ

$$v_2 = v_0 + 2v_1 = 3v_0 \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Khi quả bóng B_2 bật lên tốc độ v_2 thì quả cầu B_3 bật lên tốc độ
 $v_3 = v_0 + 2v_2 = v_0 + 2(v_0 + 2v_1) = 3v_0 + 2^2 v_1 = 7v_0$ (4)

Khi quả bóng B_3 bật lên tốc độ v_3 thì quả cầu B_4 bật lên tốc độ
 $v_4 = v_0 + 2v_3 = v_0 + 2(3v_0 + 2^2 v_1) = 7v_0 + 2^3 v_1 = 15v_0$ (5)

Hay $v_{i+1} = v_0 + 2v_i$, do đó tổng quát hơn cho tốc độ bật lên hạt thứ n sau va chạm lần thứ nhất
 của hạt này $v_n = (2^n - 1)v_0$ (6)

Độ cao của hạt thứ n sau va chạm lần 1:

$$h_n = l + \frac{v_n^2}{2g} = l + \frac{(2^n - 1)^2 v_0^2}{2g} \quad (7)$$

Thay (1) vào (7) ta được $h_n = l + (2^n - 1)^2 h$ (8)

-Nếu $h=1m$ và quả bóng B_n đạt độ cao $H=1000m$ thì $h_n = l + (2^n - 1)^2 h \geq H$

Nếu coi $l \ll H$ thì $(2^n - 1) \geq \sqrt{1000} \rightarrow n \geq \log_2(\sqrt{1000} + 1)$

Vì n nguyên dương, ta chọn $n=6$

-Nếu thỏa sức hấp dẫn của trái đất: $v_n \geq v_{II} \rightarrow (2^n - 1)\sqrt{2gh} \geq \sqrt{2gR}$, với
 $v_{II} = \sqrt{2gR} = 11,2km/s$ tốc độ vũ trụ cấp II, $R = 6400Km$ là bán kính trái đất

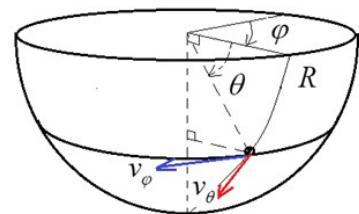
$$\rightarrow n \geq \log_2\left(\sqrt{\frac{R}{h}} + 1\right) \text{ hay } n = 23$$

Kết quả này chỉ là ước tính.

Bài 29. Viết biểu thức định luật bảo toàn momen động lượng trên trực Oz thăng đứng đối xứng (đọc vĩ tuyế̄n). $v_\varphi = \frac{v_0}{\cos\theta}$ (1)

-Viết biểu thức định luật bảo toàn cơ năng (vì không ma sát).

$$m \frac{v_0^2}{2} + mgR \sin\theta_{max} = m \frac{v_\varphi^2}{2} (v_\theta = 0) \quad (2)$$



Hình 1.20S

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Giải (1) và (2) ta tìm được

$$\sin \theta_{\max} = \frac{v_0^2}{4gR} \left(\sqrt{1 + 16 \frac{g^2 R^2}{v_0^4}} - 1 \right)$$

Do đó thay vào (1) ta được

$$v_{\max} = v_{\varphi} \Big|_{\theta_{\max}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(v_0^2 + \sqrt{v_0^4 + 16g^2 R^2} \right)}$$

Bài 30.

1. Sau va chạm vận tốc các quả cầu A, C, D lần lượt là v_A, v_C, v_D

- Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng: $mv_D \cdot 2l + mv_C r + mv_A \cdot 2l = mv_0 \cdot 2l$ (1)

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: $\frac{m}{2} v_D^2 + \frac{m}{2} v_C^2 + \frac{m}{2} v_A^2 = \frac{m}{2} v_0^2$
(2)

- Phương trình liên kết: $\frac{v_D}{2l} = \frac{v_C}{r}$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta tìm được:

$$v_C = \frac{4lr}{8l^2 + r^2} v_0; v_D = \frac{8l^2}{8l^2 + r^2} v_0; v_A = \frac{-r^2}{8l^2 + r^2} v_0 \quad (4)$$

2. Vật A tác dụng lên hệ thanh và các vật còn lại một xung lực $\vec{F}_1 \Delta t \nearrow \nearrow \vec{v}_0$

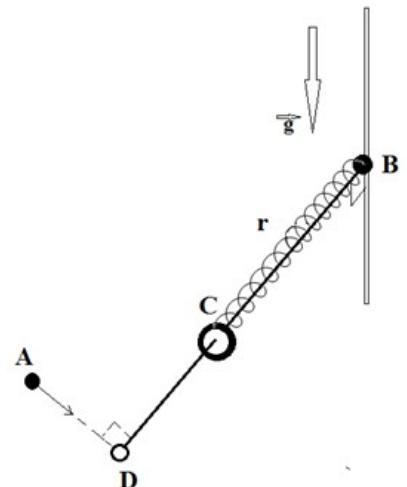
Ta có $-\vec{F}_1 \Delta t = m_A \vec{v}_A - m_A \vec{v}_0$ Hay $F_1 \Delta t = m_A v_A - m_A v_0 = \frac{4l^2 + r^2}{8l^2 + r^2} \cdot 2m v_0$ (5)

Tọa độ khối tâm ba vật B, C, D là $x_G = \frac{mr + m \cdot 2l}{(\alpha + 2)m} = \frac{2l + r}{\alpha + 2}$ (6)

Vận tốc khối tam G sau va chạm là $\frac{v_G}{x_G} = \frac{v_D}{2l} \Rightarrow v_G = \frac{2l + r}{2l(\alpha + 2)} \cdot \frac{8l^2}{8l^2 + r^2} v_0$ (7)

Gọi $F_2 \Delta t$ là xung lực do trực tác dụng lên thanh cứng. Áp dụng định lý biến thiên động lượng cho khối tâm:

$$F_2 \Delta t + F_1 \Delta t = (m_D + m_C + m_B) v_G$$



Hình 1.21P

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$F_2 \Delta t = -\frac{r(2l - r)}{8l^2 + r^2} \cdot 2mv_0$$

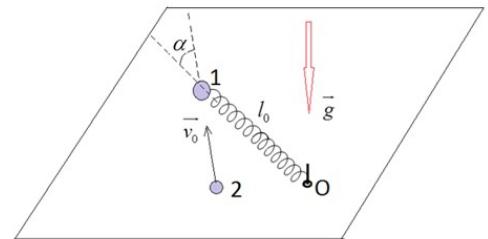
(ở đây ta bỏ qua xung lực của lò xo tác dụng lên vật B, vì coi thời gian va chạm rất ngắn)

Ta thấy $F_2 \Delta t < 0$ điều này chứng tỏ xung lực do trực quay tác dụng lên thanh có chiều ngược lại với \vec{v}_0

Bài 31. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng khi va chạm mềm, vận tốc hệ hai vật sau vừa va chạm là: $\frac{v_0}{2}$

Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng

$$2ml_0 \frac{v_0}{2} \sin \alpha = 2ml_{ct} v \rightarrow v = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{ct}} \quad (1)$$



Hình 1.25P

Khi đạt chiều dài cực đại thì vận tốc $v_r=0$ nên $\vec{v} = \overset{\longrightarrow}{v_\theta}$, theo định luật II (vì tốc độ dài các vòng lò xo giảm dần khi tiến về O, do đó O là tâm quay cố định)

Mặt khác áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$2m \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2}k(l_{ct} - l_0)^2 = 2m \frac{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$\Rightarrow 2\left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^4 - 4\left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^3 + \left(2 - \frac{mv_0^2}{kl_0^2}\right)\left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{kl_0^2} \sin^2 \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Thay } \frac{mv_0^2}{kl_0^2} = 1 \quad &\Rightarrow 2\left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^4 - 4\left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^3 + \left(\frac{l_{ct}}{l_0}\right)^2 + \frac{1}{4} = 0 \\ \text{và } \alpha = 30^\circ \text{ ta được} \quad & \end{aligned} \quad (3)$$

Giải (3) tìm được l_{\max}

$$\text{Ta nên chọn dấu cộng: } l_{\max} \approx 1,675l_0 \quad (4)$$

$$\text{và giá trị dấu trừ là } l_{\min} \approx 0,604l_0 \quad (5)$$

$$\text{Thay (4) vào (1) ta được vận tốc cực tiểu } v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}} \approx 0,149v_0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Thay (5) vào (1) ta được vận tốc cực đại $v_{\max} \approx 0,414v_0$

Bài 32. Ta hãy nghiên cứu chuyển động của hạt trong hệ trục cực được xác định bởi các toạ độ (\vec{r}, θ)

Vì chất điểm chịu tác dụng của trường lực xuyên tâm \Rightarrow mô men động lượng được bảo toàn. Ta có :

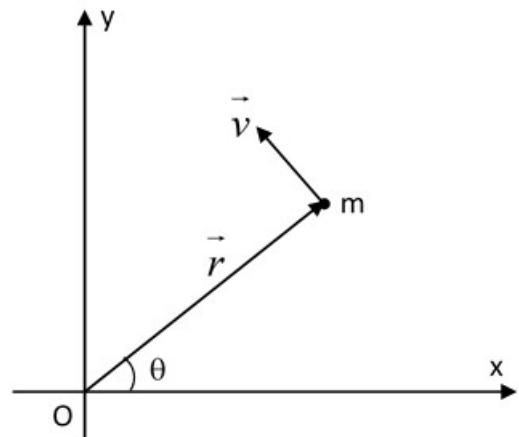
$$mr r' \theta' = \text{const} \quad \text{hay} \quad r^2 \theta' = c.$$

áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(r) = \frac{1}{2}mv_0^2 + U(r_0)$$

$$Với \quad v^2 = r'^2 + r^2 \theta'^2 = r'^2 + \frac{c^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mr'^2 + \left(\frac{mc^2}{2r^2} + U(r) \right) = \frac{1}{2}mv_0^2 + U(r_0) = E_0 \quad (1)$$



Phương trình (1) có thể xem như chất điểm m chuyển động dưới tác dụng của thế năng hiệu dụng :

$$U_1(r) = U(r) + \frac{mc^2}{2r^2} = m \left[\frac{a}{r} + \left(b + \frac{c^2}{2} \right) \frac{1}{r^2} \right]$$

Để làm rõ đặc trưng của chuyển động ta chỉ cần vẽ đồ thị $U_1(r)$. Vị trí cân bằng phải có $U_1(r) = E_0$.

$$+ Trường hợp 1: \quad b + \frac{c^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_1(r) = m \frac{a}{r} \quad m \frac{a}{r_m} = E_0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Đồ thị $U_1(r)$ khi $a > 0$ như hình vẽ.

$$b + \frac{c^2}{2} \neq 0$$

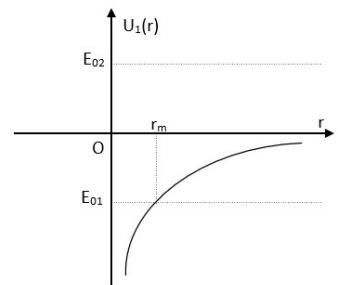
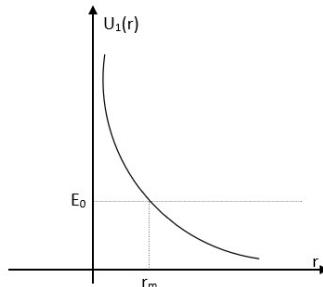
+ Trường hợp 2 :

Xét hàm thế năng:

$$U(r) = m \left[\frac{a}{r} + \left(b + \frac{c^2}{2} \right) \frac{1}{r^2} \right]$$

Ta có :

$$\begin{aligned} U'(r) &= -\frac{a}{r^2} - \frac{2b+c^2}{r^3} = 0 \\ \Leftrightarrow & -\frac{1}{r^2} \left[a + \frac{2b+c^2}{r} \right] = 0 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} r = \infty \\ r = -\frac{2b+c^2}{a} \end{cases}$$

$$r = -\frac{2b+c^2}{a}$$

Như vậy vị trí cân bằng chỉ xảy ra khi

$$\begin{cases} 2b+c^2 > 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

Nếu đồ thị thế năng như hình vẽ

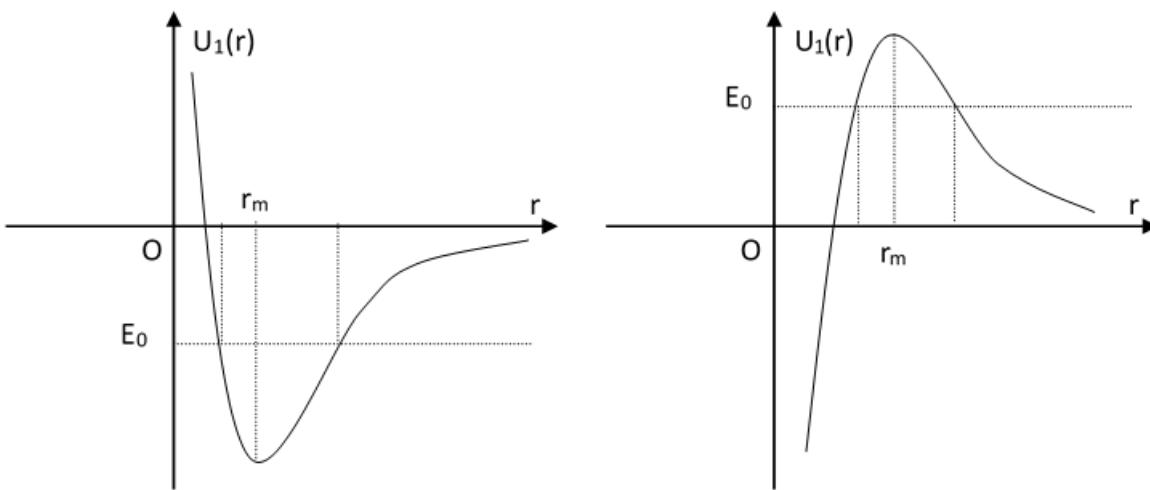
Vật chuyển động bị giam trong giếng thế. Vật có vị trí cân bằng bền.

$$\begin{cases} 2b+c^2 < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

Nếu

Đồ thị như hình (2), chuyển động không có vị trí cân bằng bền.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT



Bài 33 . a. Ta thấy $|F_x| > F_{ms}$, nên vật dừng lại sát tường sau
nhiều lần va chạm.

Áp dụng định lý động năng: $0 - E_0 = F_x(0 - x_0) + (-F_{ms} \cdot S)$
(1)

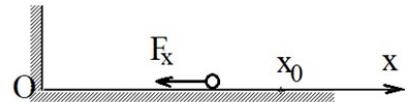
$$F_x x_0 - E_0 = -F_{ms} \cdot S \rightarrow S = \frac{F_x x_0 - E_0}{-F_{ms}} = \frac{-10 \cdot 1 - 10}{-1} = 20m \quad (2)$$

b. Gọi m là khối lượng vật, a là giá tốc vật

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \rightarrow v^2 - \frac{2E_0}{m} = 2 \frac{F_x \pm F_{ms}}{m} (x - x_0) \\ \frac{m}{2(F_x \pm F_{ms})} \left(v^2 - \frac{2E_0}{m} \right) &= (x - x_0) \rightarrow x = x_0 + \frac{m}{2(F_x \pm F_{ms})} \left(v^2 - \frac{2E_0}{m} \right) \\ \rightarrow x &= x_0 + \left(v^2 \frac{m}{2(F_x \pm F_{ms})} - \frac{2E_0}{m} \frac{m}{2(F_x \pm F_{ms})} \right) \\ \rightarrow x &= \frac{m}{2(F_x \pm F_{ms})} v^2 + \left(x_0 - \frac{E_0}{(F_x \pm F_{ms})} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

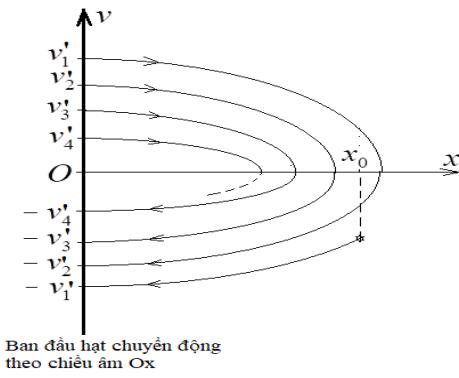
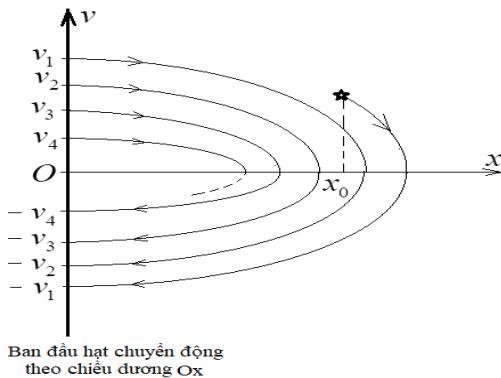
Trong biểu thức (3), dấu '+' khi hạt đi về phía tường, dấu '-' khi hạt đi ra xa tường.

(3) có dạng là một phần parabol, có trục đối xứng là trục hoành Ox.



Hình 4

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT



Bài 34. a. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$m_1 v_1 + m_2 v_{2x} = 0 \rightarrow v_{2x} = -v_1 \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g R \cos \alpha$

$$v_1^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = 2gR \cos \alpha \quad (2)$$

Theo định lý cộng vận tốc $\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1$

Chiều lên phương ngang ta được

$$v_{2x} = v_{21} \cos \alpha + v_1 \rightarrow -v_1 = v_{21} \cos \alpha + v_1$$

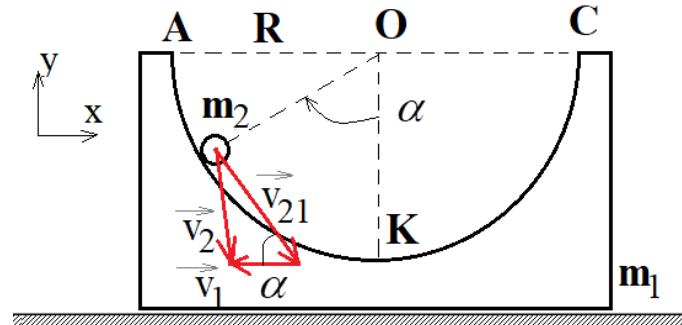
$$v_{21} = \frac{-2v_1}{\cos \alpha} \quad (3)$$

Chiều lên phương thẳng đứng ta được

$$v_{2y} = -v_{21} \sin \alpha \rightarrow v_{2y} = \frac{2v_1}{\cos \alpha} \sin \alpha \rightarrow v_{2y} = 2v_1 \tan \alpha \quad (4)$$

Thay (1), (4) vào (2) ta được $v_1^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = 2gR \cos \alpha$

$$\rightarrow v_1^2 + 2v_1^2 \tan^2 \alpha = gR \cos \alpha \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{gR \cos \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha}} \quad (5)$$



Hình 2Sa

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Khi đó $v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{v_1^2 + (2v_1 \tan \alpha)^2} = v_1 \sqrt{1 + (2 \tan \alpha)^2}$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gR \cos \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha}} \sqrt{1 + (2 \tan \alpha)^2} = \sqrt{gR \left(\frac{1 + 4 \tan^2 \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha} \right) \cos \alpha}$$

b. Khi quả cầu đến K thì $\alpha = 0$, thay vào (5) và (6) ta được

$$v_1 = -v_2 = -\sqrt{gR} \quad (7)$$

c. Tại K, gia tốc của máng trụ \vec{a}_1 và của quả cầu \vec{a}_2 :

$$\text{Ta có } \vec{a}_2 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_1 = \vec{a}_{21x} + \vec{a}_{21y} + \vec{a}_1 \quad (8)$$

$$a_1 = \frac{F_{1x}}{m_1} = \frac{0}{m} = 0$$

Trên phương ngang, khi quả cầu qua K, (9)

$$\text{Và } a_{2x} = \frac{F_{2x}}{m_2} = \frac{0}{m} = 0 \quad (10)$$

$$\text{Và ta lại có } v_{21} = v_2 + (-v_1) = 2v_2 = 2\sqrt{gR} \quad (11)$$

Trên phương thẳng đứng: $a_{2y} = a_{21y} + a_{1y} = a_{21y}$

$$a_{2y} = a_{21y} = \frac{v_{21}^2}{R} = \frac{(2\sqrt{gR})^2}{R} = 4g \quad (12)$$

Thay (9), (10), (12) vào (8) ta được $a_2 = a_{2y} = 4g$

$$\text{d. Ta có } \vec{a}_2 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_1 = \vec{a}_{21n} + \vec{a}_{21t} + \vec{a}_1 \quad (13)$$

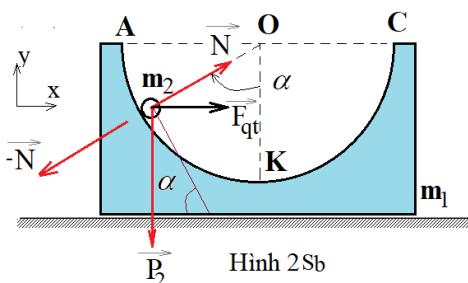
Xét trong hệ quy chiếu không quán tính gắn với máng trụ:

$$a_{21n} = \frac{N + F_{qt} \sin \alpha - P_2 \cos \alpha}{m_2} \rightarrow \frac{v_{21}^2}{R} = \frac{N + m|a_1| \sin \alpha - P_2 \cos \alpha}{m}$$

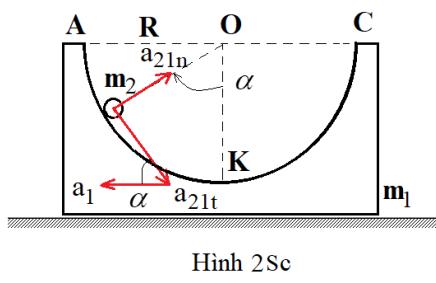
Trên phương bán kính

$$\rightarrow \frac{\left(\frac{2v_1}{\cos \alpha} \right)^2}{R} = \frac{N}{m} + |a_1| \sin \alpha - g \cos \alpha \quad (14)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP - BỒI DƯỠNG HSG THPT



Hình 2Sb



Hình 2Sc

$$Xét riêng máng trụ \quad |a_1| = \frac{N \sin \alpha}{m_1} \rightarrow \frac{N}{m} = \frac{|a_1|}{\sin \alpha} \quad (15)$$

III.3 VA CHẠM. BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

Bài 1. Bảo toàn động lượng: $m v_0 = (m + M) V \rightarrow V = \frac{mv_0}{m+M}$

$$\rightarrow \text{Nhiệt lượng tỏa ra: } Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}\frac{m^2v_0^2}{m+M} = \frac{M}{m+M}\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\text{Theo giả thiết: } \frac{Q}{W_d} = 0,4 \rightarrow \frac{M}{m+M} = 0,4 \rightarrow \frac{m}{M} = 1.5.$$

Bài 2.: Như đã nói ở trên, trong H.Q.C gắn với khói tâm của hệ, động lượng toàn phần của hệ bằng không, cả trước cũng như sau va chạm. Dễ dàng đoán ra rằng cả hai định luật bảo toàn động năng và động lượng sẽ được thoả mãn nếu ta chỉ cần đổi hướng hai vận tốc thành ngược lại. Ta hãy viết các công thức tương ứng:

Vận tốc ban đầu của hai quả cầu trong H.Q.C khói tâm bằng:

$$u_1 = v_1 - V = v_1 - \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{m_1(v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

Tương tự:

Vận tốc cuối cùng của hai quả cầu trong H.Q.C khói tâm bằng:

$$u'_1 = -u_1; \quad u'_2 = -u_2$$

Suy ra vận tốc cuối cùng của hai quả cầu đối với mặt đất là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v'_1 = u'_1 + V = -\frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Tương tự:

Bài 3. Một mặt chúng ta quan tâm tới sự dịch chuyển của chiếc xe đối với mặt đất; mặt khác, chúng ta lại biết sự dịch chuyển cuối cùng của hai người không phải đối với đất mà là đối với xe. Vậy thì làm thế nào đây?

Ta sẽ xem rằng chuyển động của tất cả các vật - hai người và xe- là đều và chuyển sang H.Q.C. có vận tốc bằng vận tốc v_t của xe, ở một thời điểm nào đó. Đối với H.Q.C. này vận tốc ban đầu của ba vật đều bằng $-v_t$. Đối với hệ kín "xe + 2 người" ta có thể viết định luật bảo toàn động lượng:

$$-v_t(m_1 + m_2 + M) = v_{1td}m_1 + v_{2td}m_2$$

Nhân hai vế phương trình này với Δt , ta sẽ tìm được mối liên hệ giữa các độ dịch chuyển tương ứng:

$$s_t(m_1 + m_2 + M) = -s_{1td}m_1 - s_{2td}m_2$$

Rõ ràng mối liên hệ như vậy cũng đúng đối với độ dịch chuyển toàn phần sau toàn bộ thời gian chuyển động. Chú ý rằng $s_{1td} = l$ và $s_{2td} = -l$, ta được:

$$s_t = \frac{m_2 l - m_1 l}{m_1 + m_2 + M} = l \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}$$

Bài toán trên cũng dễ dàng giải được trong H.Q.C. gắn với khối tâm của hệ (xin dành cho bạn như một bài tập).

Ta nhớ lại rằng toạ độ và vận tốc của khối tâm được tính theo công thức:

$$x_{kt} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$\vec{v}_{kt} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Từ đẳng thức thứ hai ta thấy rằng nếu hệ vật là kín, thì vận tốc khối tâm sẽ là không đổi (vì tử số chính là động lượng toàn phần của hệ, mà đối với hệ kín động lượng được bảo toàn). Bởi

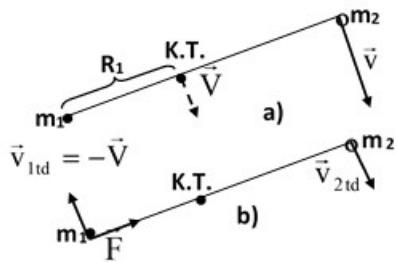
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

vậy, H.Q.C. gắn với khối tâm của một hệ kín là một H.Q.C. quán tính. Cũng dễ dàng thấy rằng động lượng toàn phần của hệ vật trong H.Q.C tâm quán tính bằng không.

Bài 4. Khối tâm của hệ nằm trên sợi dây và cách vật thứ nhất một khoảng $R_1 = m_2 l / (m_1 + m_2)$ và chuyển động đối với mặt phẳng nằm ngang với vận tốc:

$$V = \frac{m_2 v}{m_1 + m_2}$$

Bây giờ ta chọn H.Q.C. trong đó khối tâm của hệ là đứng yên. Trong H.Q.C. này hai vật chuyển động tròn đều xung quanh khối tâm đứng yên (hình 4b) và vận tốc của vật thứ nhất có độ lớn đúng bằng V .



Theo định luật II Newton, lực căng của dây tác dụng lên vật thứ nhất bằng:

$$F = \frac{m_1 V^2}{R_1}$$

Thay biểu thức của R_1 và V vào, cuối cùng ta tìm được:

$$F = \frac{m_1 m_2 V^2}{(m_1 + m_2) l}$$

Trong nhiều trường hợp khi chuyển sang H.Q.C. gắn liền với khối tâm, việc giải bài toán trở nên đơn giản đi nhiều tới mức ban đầu người ta thường chuyển tất cả các dữ liệu của bài toán sang H.Q.C. này, sau khi nhận được kết quả lại chuyển về H.Q.C. xuất phát. Để thấy rõ điều đó ta hãy xét hai bài toán sau về va chạm đòn hồi tuyệt đối của hai quả cầu.

Bài 5. Vận tốc của m_1 ngay trước va chạm: $v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos 90^\circ)} = \sqrt{2gl}$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

Ngay sau va chạm m_1 có vận tốc:

Gọi α là góc lệch cực đại của dây sau va chạm ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{v}_1' = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \sqrt{2gl} \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

Bài 6. Động lượng của hệ trước va chạm:

$$\vec{P}_T = \vec{P}_1 = m_1 \vec{v}_1$$

* Động lượng của hệ sau va chạm :

$$\vec{P}_S = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Vì hệ là kín nên động lượng được bảo toàn :

$$\vec{P}_S = \vec{P}_T = \vec{P}_1$$

Gọi $\alpha = (\vec{v}_1, \vec{v}_1') = (\vec{P}_1, \vec{P}_S)$.

Ta có: $P_2'^2 = P_1'^2 + P_1^2 - 2P_1 P_2 \cos\alpha$ (1).

Mặt khác, vì va chạm là đòn hồi nên động năng bảo toàn:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Leftrightarrow \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_1} = \frac{m_1^2 v_1'^2}{2m_1} + \frac{m_2^2 v_2'^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2}$$

$$\frac{P_1^2 - P_1'^2}{2m_1} = \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow P_1^2 - P_1'^2 = \frac{m_1}{m_2} P_2'^2.$$

$$\Leftrightarrow P_2'^2 = \frac{m_2(P_1^2 - P_1'^2)}{m_1} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$(1 - \frac{m_2}{m_1}) \frac{P_1}{P_1'} + (1 + \frac{m_2}{m_1}) \frac{P_1'}{P_1} = 2 \cos\alpha \Leftrightarrow (1 + \frac{m_2}{m_1}) \cdot \frac{v_1'}{v_1} + (1 - \frac{m_2}{m_1}) \cdot \frac{v_1}{v_1'} = 2 \cos\alpha$$

$$\text{Đặt } x = \frac{v_1'}{v_1} > 0 \Rightarrow (1 + \frac{m_2}{m_1})x + (1 - \frac{m_2}{m_1}) \cdot \frac{1}{x} = 2 \cos\alpha$$

Để α_{\max} thì $(\cos\alpha)_{\min}$

$$(\cos\alpha)_{\min} \Leftrightarrow \left[(1 + \frac{m_2}{m_1})x + (1 - \frac{m_2}{m_1}) \cdot \frac{1}{x} \right]_{\min}$$

Theo bất đẳng thức Côsi

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Tích hai số không đổi, tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot x = \left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$$

Vậy khi $\frac{v_1'}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$ thì góc lệch giữa \vec{v}_1 và \vec{v}_1' cực đại.

$$\cos \alpha_{\max} = \sqrt{\frac{m_1^2 - m_2^2}{m_1^2}}$$

Khi đó,

Bài 7 a/ Va chạm đàn hồi:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{2m}{m+M} v_0$$

$$\frac{Mv_2^2}{2} = Mgl \Rightarrow v_0 = \frac{m+M}{m} \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

Khi dây nằm ngang:

Thay số: $v_0 = 3m/s$.

b/ Để M chuyển động hết vòng tròn, tại điểm cao nhất E: $v_E = \sqrt{gl}$

$$\Rightarrow \frac{Mv_2^2}{2} = Mgl + \frac{Mv_E^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{m+M}{2m} \sqrt{5gl}$$

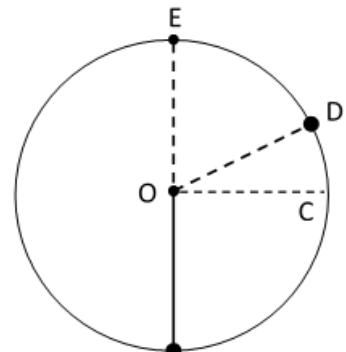
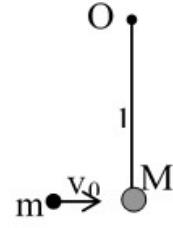
Thay số: $v_0 = \frac{3\sqrt{10}}{2} m/s$.

c/ Khi $v_0 = \frac{3\sqrt{7}}{2} m/s < \frac{3\sqrt{10}}{2}$ $\Rightarrow M$ không lên tới điểm cao nhất của quỹ đạo tròn.

Lực căng của dây: $T = mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{l}$. Khi $T = 0 \Rightarrow M$ bắt đầu rời quỹ đạo tròn tại D với vận tốc v_D , có hướng hợp với phương ngang góc 60° .

Từ D vật M chuyển động như vật ném xiên. Để dàng tính được góc COD = 30° .

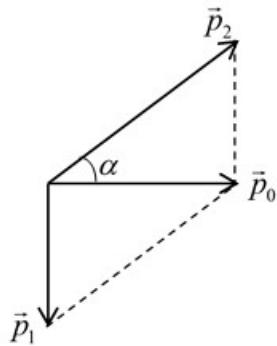
Bài 8 . a.Động lượng của hệ bảo toàn:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad (1)$$

Trong đó, \vec{v}_1 và \vec{v}_2 là vận tốc các mảnh đạn ngay sau khi vỡ, \vec{v}_1 có chiều thẳng đứng hướng xuống.



Ta có: $v_1'^2 - v_1^2 = 2gH \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_1'^2 - 2gH} = 20\sqrt{3} \text{ m/s}$

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{p}_1 \perp \vec{p}_0 \text{ nên: } p_2^2 = p_1^2 + p_0^2 \Rightarrow m_2 v_2 = \sqrt{(m_0 v_0)^2 + (m_1 v_1)^2} = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{200}{3} \approx 66,7 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 \text{ hợp với } \vec{v}_0 \text{ góc } \alpha, \tan \alpha = \frac{p_1}{p_0} = \frac{m_1 v_1}{m v_0} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

b.

Kết từ lúc đạn nổ, thời gian mảnh I chạm đất là nghiệm của phương trình:

$$H = v_1 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 \Leftrightarrow 20 = 20\sqrt{3} t_1 + 5t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = 0,53 \text{ s} \quad (>0 \text{ thỏa mãn})$$

Thời gian mảnh II chạm đất là nghiệm của phương trình:

$$-H = y_2 = (v_2 \sin \alpha) t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \Leftrightarrow -20 = \frac{200}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 - 5t_2^2 \Leftrightarrow t_2 = 11,88 \text{ s}$$

Vậy mảnh II chạm đất sau mảnh I thời gian là:

$$\Delta t_{21} = t_2 - t_1 = 11,88 - 0,53 = 11,35 \text{ s}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

2c) Hai mảnh sau khi chạm đất cách nhau: $L = L_2 = (v_2 \cos \alpha) \cdot t_2 = 396,12 \text{ m}$

Bài 9. V_0 : Vận tốc của quả cầu A trước va chạm.

V_1, V_2 : Vận tốc của quả cầu A, B khi chúng biến dạng tối đa.

W_1 : Giá trị cực đại của thê năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

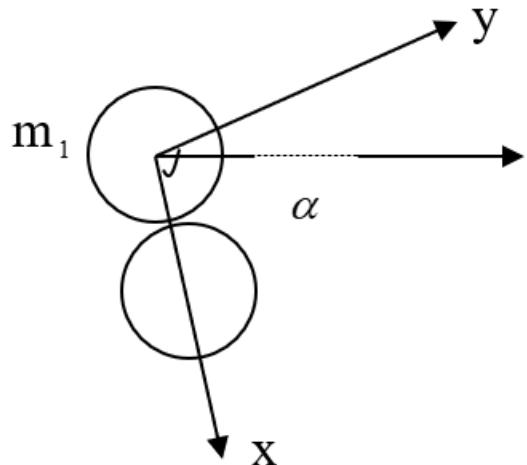
$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2 + W_1 \quad (1)$$

Chọn hệ tọa độ 0₁xy như hình vẽ.

Khi quả cầu biến dạng cực đại, động lượng của hệ;

$$mV'_0 = mV'_1 + mV'_2 \Rightarrow V'_0 = V'_1 + V'_2 \quad (2)$$

Chiều 1 và 2 lên trực 0x và 0y



$$0x: V_0 \cos \alpha = V_{1x} + V_{2x} \Rightarrow V_{1x} = V_{2x} = \frac{1}{2}V_0 \cos \alpha$$

$$0y: V_0 \sin \alpha = V_{1y}; V_{2y} = 0$$

Thay vào (1)

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}m(V_{1x}^2 + V_{1y}^2) + \frac{1}{2}m(V_{2x}^2 + V_{2y}^2) + W_1$$

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{4}mV_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2}mV_0^2 \sin^2 \alpha + W_1$$

$$W_1 = 0,05 \text{ J}$$

Bài 10. a. Vì vận tốc của bóng rất nhỏ nên áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Ngay sau va chạm, vận tốc của hai xe là 2 m/s, nhưng vận tốc của quả bóng vẫn là 3 m/s. Như vậy vận tốc bóng đổi với xe sau va chạm là $v_b = 1$ m/s

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng trong hệ quy chiếu gắn với xe (hệ quán tính):

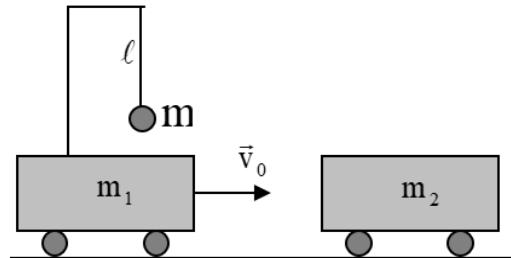


b.Gọi v_b' là vận tốc bóng đổi với xe ở điểm cao nhất.

- Điều kiện bài toán là $T \geq 0$. Khi v_0 có giá trị tối thiểu thì ở điểm cao nhất $T = 0$.



Khi đó:

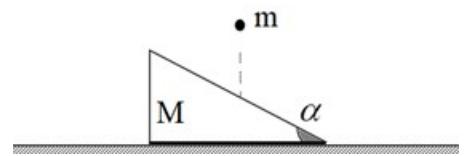


Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng trong hệ quy chiếu gắn với xe:

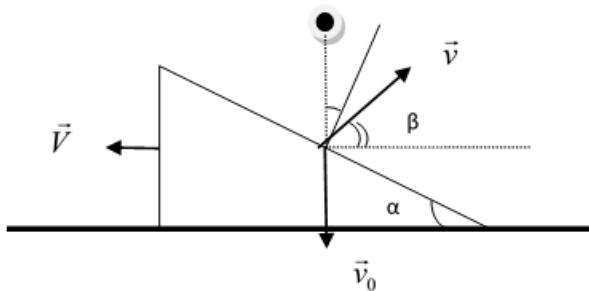


Mặt khác:

- Bài 11.** a) Gọi \vec{V} và \vec{v} lần lượt là vận tốc của ném M và vật m ngay sau va chạm. Theo định luật bảo toàn cơ năng:



$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \rightarrow V^2 = \frac{m}{M}(v_0^2 - v^2) \quad (1)$$



Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang: $MV - mv\cos\beta = 0$

$$(\beta \text{ là góc hợp giữa } \vec{v} \text{ và phương ngang}) \rightarrow V = \frac{m}{M}v\cos\beta \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{m}{M} \cos^2 \beta}} \quad (3)$$

Từ (1) và (2) suy ra

Do không có ma sát, khi va chạm m chịu tác dụng của phản lực vuông góc với mặt nghiêng, theo phương của mặt nêm vận tốc của vật m bảo toàn nên

$$v_0 \sin \alpha = v \cos(\alpha + \beta) \quad v_0 = v(\cot \alpha \cos \beta - \sin \beta)$$

$$v_0^2 = v^2 (\cot^2 \alpha \cos^2 \beta - 2 \cot \alpha \sin \beta \cos \beta + \sin^2 \beta) \quad (4)$$

$$\cos^2 \beta \left(\cot^2 \alpha - 1 - \frac{m}{M} \right) = 2 \cot \alpha \sin \beta \cos \beta$$

$$\rightarrow \tan \beta = \frac{1}{2} \left[\cot \alpha - \frac{1}{\cot \alpha} \left(1 + \frac{m}{M} \right) \right] = K$$

Từ (3) và (4) đồng thời thay $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta$ suy ra:

$$\rightarrow \cos^2 \beta = \frac{1}{1 + K^2}$$

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{m}{M(1 + K^2)}}}$$

Thay $\cos^2 \beta$ vào (3) ta có vận tốc của vật m ngay sau va chạm là:

$$V = \frac{m}{M} \frac{v_0}{\sqrt{1 + K^2 + \frac{m}{M}}}$$

Thay v vào (1) ta được vận tốc của nêm ngay sau va chạm là:

b) Để ngay sau va chạm vận tốc nêm là lớn nhất thì K^2 phải đạt giá trị nhỏ nhất, tức là bằng 0.

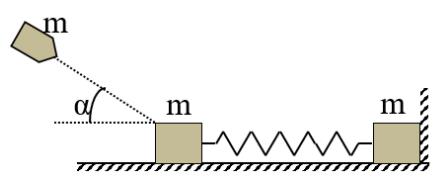
$$\text{Khi đó } \cot \alpha = \sqrt{1 + \frac{m}{M}}$$

Vậy với góc α thỏa mãn biểu thức $\cot \alpha = \sqrt{1 + \frac{m}{M}}$ thì vận tốc của nêm ngay sau va chạm đạt giá trị cực đại.

Bài 12. a. Xét động lượng của hệ hai vật m và m_l .

Trước va chạm: $p_x = mv_0 \cos \alpha; p_y = mv_0 \sin \alpha$

Sau va chạm: $p'_x = (m + m_l)v_l; p'_y = 0$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Như vậy trong quá trình va chạm động lượng của hệ theo phương Oy biến thiên một lượng:

$$\Delta p_y = p'_y - p_y = -mv_0 \sin \alpha$$

Sự biến thiên này tạo ra phản lực F_y tác dụng lên hệ:

$$F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = -\frac{mv_0 \sin \alpha}{\Delta t}$$

Do có ma sát giữa các vật với mặt phẳng nằm ngang nên độ biến thiên động lượng theo phương Ox trong quá trình va chạm là: $\Delta p_x = F_{ms} \Delta t$

Với: $\Delta p_x = (m + m_1)v_1 - mv_0 \cos \alpha$; $F_{ms} = \mu [(m + m_1)g + F_y]$

Theo giả thiết lực tương tác F_y rất lớn so với trọng lực suy ra:

$$F_{ms} = \mu [(m + m_1)g + F_y] \approx \mu F_y$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= F_{ms} \Delta t \leftrightarrow (m + m_1)v_1 - mv_0 \cos \alpha = -\mu mv_0 \sin \alpha \\ \leftrightarrow v_1 &= \frac{mv_0(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{m + m_1} \Rightarrow v_1 = 0,74 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b. Sau khi tương tác hệ vật chuyển động chịu tác dụng của lực ma sát nên cơ năng của hệ giảm dần vì vậy độ biến dạng cực đại của lò xo chính là độ nén cực đại của lò xo ngay sau thời điểm va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(m + m_1)v_1^2 &= \frac{1}{2}kx^2 + \mu(m + m_1)gx \leftrightarrow \\ \leftrightarrow 50x^2 + 11x - 3,03 &= 0 \leftrightarrow \begin{cases} x = 15,96 \text{ cm} \\ x = -37,96 \text{ cm} (\text{lỗi}) \end{cases} \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Vậy độ biến dạng (nén) cực đại của lò xo trong quá trình hệ dao động là:

$$x_{\max} = 15,96 \text{ cm}$$

c. Giả sử sau khi lò xo bị nén cực đại, vật m và m₁ dịch chuyển sang trái tới vị trí lò xo biến dạng một đoạn x thì dừng lại. Trong quá trình này ta giả sử vật m₂ vận động yên. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}kx_{\max}^2 &= \frac{1}{2}kx^2 + \mu(m + m_1)(x_{\max} + x) \leftrightarrow \\ \leftrightarrow 50x^2 + 1,1x - 1,098 &= 0 \leftrightarrow \begin{cases} x = 13,76 \text{ cm} \\ x = -15,96 \text{ cm (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy lò xo bị dãn một đoạn 13,76cm thì vật m và m₁ dừng lại. Tại vị trí này lực đàn hồi của lò xo là: F_{dh} = kx = 6,88N

Mặt khác để vật m₂ dịch chuyển sang trái thì điều kiện là:

$$F_{dh} \geq F_{m_2 \text{ max}} = \mu m_2 g = 20 \text{ N} > 6,88 \text{ N}$$

Suy ra trong suốt quá trình chuyển động của m và m₁ thì m₂ vẫn đứng yên.

Bài 13. 1 Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật C.

a. Xét va chạm giữa C và A là va chạm hoàn toàn đàn hồi:

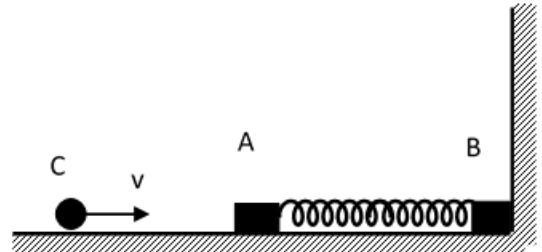
Gọi vận tốc của C và A sau va chạm lần lượt là v₁ và v₂.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ A và C trong thời gian va chạm ta được:

$$mv = mv_1 + m_A v_2 \quad (1)$$

Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên động năng của hệ bảo toàn:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}m_A v_2^2 \quad (2)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Từ (1) và (2) ta có

$$v_2 = \frac{2mv}{m + m_A} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10}{0,1 + 0,9} = 2(m/s) > 0$$

Khi lò xo có độ nén cực đại là x thì vận tốc của A bằng 0. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho vật A ta được:

$$\frac{m_A v_2^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \mu_A m_A g x \rightarrow 50x^2 + 0,9x - 1,8 = 0 \quad (3)$$

Giải phương trình (3) ta được $x \approx 0,18(m)$.

b. Xét va chạm giữa C và A là va chạm mềm thì sau va chạm 2 vật C và A sẽ cùng chuyển động với vận tốc v_0 . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $mv = (m + m_A)v_0 \rightarrow v_0 = 1m/s$

Gọi x là độ co lớn nhất lò xo

Áp dụng ĐLBT năng lượng:

$$\frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu_A(m_A + m)g \cdot x \rightarrow 50x^2 + x - 0,5 = 0$$

Giải phương trình trên ta được $x = 0,09(m)$.

2.2 Để B có thể dịch chuyển sang trái thì lò xo phải dãn ít nhất một đoạn x_0 sao cho:

$$F_{dh} = F_{m/s B} \leftrightarrow kx_0 = \mu_B m_B g \rightarrow x_0 = \frac{\mu_B m_B g}{k} = \frac{0,3 \cdot 4 \cdot 10}{100} = 0,12(m)$$

Như vậy vận tốc v_0 mà $(m + m_A)$ có được sau va chạm phải làm cho lò xo co tối đa là x sao cho khi dãn ra thì lò xo có độ dãn tối thiểu là x_0 . Áp dụng ĐLBT năng lượng cho hệ trong quá trình này:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \mu_A(m_A + m)g(x + x_0) + \frac{1}{2}kx_0^2 \rightarrow 50x^2 - x - 0,84 = 0 \rightarrow x = 0,14m$$

(loại nghiệm âm).

Áp dụng ĐLBT năng lượng cho hệ trong quá trình lò xo bị nén, ta có

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu(m_A + m)gx \Rightarrow v_0 = \frac{2\sqrt{14}}{5} m/s$$

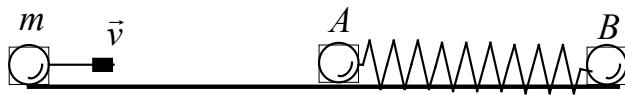
mà $mv = (m_A + m).v_0 \rightarrow v = 4\sqrt{14} \text{ m/s} \approx 15 \text{ m/s.}$

Như vậy, để m_B có thể dịch sang trái thì C phải có vận tốc ít nhất là 15m/s.

Bài 14.

a/ Định luật bảo toàn động lượng:

$$mv = (m + m_A)v_0 \rightarrow v_0 = 1 \text{ m/s}$$



Gọi x là độ cao lớn nhất lò xo $\frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu(m_A + m)gx \rightarrow 15x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow x =$

Áp dụng ĐLBT năng lượng:

$$0,2 \text{ m}$$

b/ Để B có thể dịch chuyển sang trái thì lò xo phải dãn ít nhất một đoạn x_0 sao cho: $F_{dh} = F_{m/s}$

$$B \leftrightarrow kx_0 = \mu m_B g \rightarrow x_0 = \frac{4}{15} m$$

Như vậy vận tốc v_0 mà $(m + m_A)$ có được sau va chạm phải làm cho lò xo co tối đa là x sao cho khi dãn ra thì lò xo có độ dãn tối thiểu là x_0

$$\frac{1}{2}kx^2 = \mu(m_A + m)g(x + x_0) + \frac{1}{2}kx_0^2 \rightarrow x = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2}(m_A + m)v_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \mu(m_A + m)gx \Rightarrow v_0 = \frac{4\sqrt{5}}{5} m/s$$

mà $mv = (m_A + m).v_0 \rightarrow v = 8\sqrt{5} \text{ m/s}$

Bài.15.

Ngay sau lúc va chạm vật 1 có vận tốc v (lò xo chưa biến dạng, vận tốc vật 2 bằng không). Gọi v_1, v_2 là vận tốc vật 1, vật 2 vào thời điểm sau va chạm của vật 3 vào 1 là v_1, v_2 . Độ biến dạng là k_0 là x.

+ Định luật bảo toàn động lượng: $mv = mv_1 + mv_2 \Rightarrow v = v_1 + v_2 \quad (1)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$+ \text{Định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \frac{kx^2}{m} = v^2 - (v_1 + v_2)^2 \quad (2). \text{ Từ (1) và}$$

(2): $\frac{kx^2}{2m} = v_1v_2 \quad (3)$ vì $\frac{kx^2}{2m} > 0 \Rightarrow v_1v_2 > 0$: tức là v_1 và v_2 cùng dấu nghĩa là sau khi va chạm hai vật 1 và 2 luôn chuyển động về cùng một phía.

2) $v_1 + v_2 = v = \text{const.}$ Suy ra tích v_1v_2 cực đại khi $v_1 = v_2 = \frac{v}{2}$ nghĩa là $\frac{kx^2}{2m}$ cực đại

lúc đó: $\frac{v^2}{4} = \frac{kx_{\max}^2}{2m} \Rightarrow x_{\max} = v\sqrt{\frac{m}{2k}}$ lò xo biến dạng lớn nhất khi $v_1 = v_2 = \frac{v}{2}$ lúc này

khoảng cách giữa vật 1 và vật 2 là: $l_{12} = l \pm x_{\max} = l \pm v\sqrt{\frac{m}{2k}}$

Bài 16. a/. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng: $\frac{m}{4}v = \left(1 + \frac{1}{4}\right)mV \rightarrow V = \frac{v}{5}$.

V là vận tốc của A ngay sau va chạm, lúc đó vận tốc của B bằng không.

b/. Sau va chạm, khối tâm G của hệ có chuyển động tịnh tiến, gọi V_G là vận tốc của khối tâm hệ trong chuyển động tịnh tiến.

Trong hệ quy chiếu là khối tâm, hai khối A và B có dao động điều hòa. Khi A và B có cùng vận tốc (bằng V_G), tức là vận tốc trong chuyển động tương đối bằng không thì lò xo có độ biến dạng tối đa.

$$\frac{m}{4}v = \left(\frac{5}{4} + 1\right)V_G \rightarrow V_G = \frac{v}{9} \Rightarrow v_{AB} = V_G = \frac{v}{9}$$

Thể năng đàn hồi tối đa của hệ: $E_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}mv^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} + 1\right)mv_{AB}^2 = \frac{1}{90}mv^2$

Gọi v_A và v_B lần lượt là vận tốc của A và B khi lò xo có lại độ dài như ban đầu, ta có:

$$\frac{m}{4}v = \frac{5}{4}mv_A + mv_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Tính được $v_A = \frac{1}{45}v$; $v_B = \frac{2}{9}v$

Động năng tối đa của B là: $E_{dB} = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{2}{81}mv^2$

Động năng tối thiểu của vật A là: $E_{dA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}mv_A^2 = \frac{1}{3240}mv^2$

Bài 17. a. Vận tốc của quả cầu và đạn sau khi va chạm là $\frac{V_0}{2}$ (với V_0 là vận tốc là vận tốc của đạn trước va chạm)

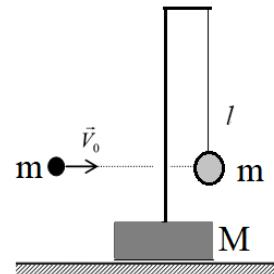
* Để dây quay đủ một vòng, tại điểm cao nhất vận tốc của quả cầu là V phải thoả mãn :

$$T + mg = \frac{mV^2}{l} \quad (\text{T là lực căng của dây}) \text{ Do đó } V = V_{\min} \text{ khi } T = 0$$

$$\Rightarrow V_{\min} = \sqrt{gl}$$

* Theo định luật bảo toàn cơ năng, vận tốc nhỏ nhất V_0 của đạn phải thoả mãn :

$$\frac{2mV_0^2}{8} = 4mgl + \frac{2mV_{\min}^2}{2} \Rightarrow V_0 = 2\sqrt{5gl}$$



b. Vận tốc nhỏ nhất của quả cầu tại điểm cao nhất (đối với điểm treo) là : $u_{\min} = \sqrt{gl}$

* Xét trong HQC gắn với trái đất : $V_i = u - u_{\min}$ (u là vận tốc của vật M)

Ta có : $mV_0' = M.u + 2m(u - \sqrt{gl})(1)$

Mặt khác theo định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{2m(V_0')^2}{8} = 4mgl + \frac{M.u^2}{2} + \frac{2m(u - \sqrt{gl})^2}{2} \quad (2) \quad * \text{ Từ (1) và (2) ta có : } V_0' = 2\sqrt{gl(5 + \frac{8m}{M})}$$

Bài 18 . 1. Vì va chạm đàn hồi, khối lượng hai vật bằng nhau nên sau va chạm vật B c/d với vận tốc v_0 còn vật A đứng yên.

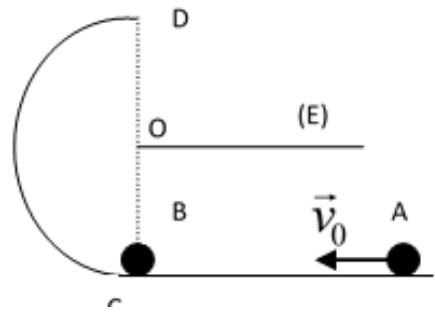
* Định luật bảo toàn cơ năng (chọn gốc ...)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgR(1 + \sin \alpha) \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2gR(1 + \sin \alpha) \quad (1)$$

* Định luật II N: $mg \sin \alpha + N = \frac{mv^2}{R}$

* Khi vật rời máng thì $N = 0$ $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{v_0^2 - 2Rg}{3Rg} \quad (2)$

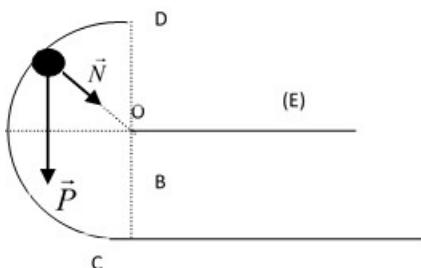


* Vận tốc của vật B khi bắt đầu rời máng: Thay (2) vào (1)

$$v = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2Rg}{3}}$$

2. Khi $v_0 = \sqrt{3.5Rg}$ từ (2) \Rightarrow vị trí vật rời máng có

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \quad \text{Vận tốc của vật lúc đó: } v^2 = \frac{Rg}{2}$$



Hình vẽ 1

* Khi rời máng vật c/d giống như vật bị ném xiên với vận tốc ban đầu là v.

Chọn trục toạ độ ...

* phương trình c/d của vật :

$$x = (v \sin \alpha)t - R \cos \alpha \quad y = R \sin \alpha + (v \cos \alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$* \text{Để vật rơi vào vào tâm (E) thì: } x \geq 0 \text{ và } y = 0. \text{ Với } x \geq 0 \Rightarrow t \geq \sqrt{\frac{6R}{g}} \quad (*)$$

Với $y = 0$ giải phương trình được $t_1 < 0$ (***) So sánh (*) và (***) thấy vật B không rơi vào tâm (E)

Bài 19. Cơ năng: $W = \frac{m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_C)^2}{2} + \frac{m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_C)^2}{2} - G \frac{m_1 m_2}{l}$

$$\vec{L} = m_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_C) \times (\vec{v}_1 - \vec{v}_C) + m_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_C) \times (\vec{v}_2 - \vec{v}_C)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}; \vec{v}_c = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$W = \frac{m_1 m_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} - G \frac{m_1 m_2}{l} = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2)}{2(m_1 + m_2)} - G \frac{m_1 m_2}{l}$$

Gọi \vec{l} là vector có gốc ở m_1 và ngọn ở $m_2 \Rightarrow \vec{l} \times \vec{v}_1 = 0, |\vec{l} \times \vec{v}_2| = l v_2$

$$\Rightarrow \vec{L} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{l} \times \vec{v}_2 \Rightarrow L = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} l v_2$$

2. Ở khoảng cách cực trị (cực đại và cực tiểu) vận tốc các ngôi sao trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm vuông góc với đường nối tâm của chúng

ngôi sao khi đó là \vec{v} , vector có gốc ở m_1 và ngọn ở m_2 là \vec{r} , ta có

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_c) - (\vec{v}_1 - \vec{v}_c) = \vec{v}'_2 - \vec{v}'_1 = \vec{v}$$

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_c) - (\vec{r}_1 - \vec{r}_c) = \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 = \vec{r}$$

Gọi vận tốc của m_2 so với m_1 trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm hai

$$W = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)} - G \frac{m_1 m_2}{r} \Rightarrow \vec{L} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{r} \times \vec{v} \Rightarrow L = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r v$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} - 2 \frac{G m_1^2 m_2^2}{(m_1 + m_2) L^2} \frac{1}{r} - 2 \frac{m_1 m_2 W}{(m_1 + m_2) L^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{r^2} - 2 \frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l^2} \frac{1}{r} - \frac{v_1^2 + v_2^2}{v_2^2 l^2} + 2 \frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l^3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{l} \left(\frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} \pm \sqrt{\left(\frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} - 1 \right)^2 + \frac{v_1^2}{v_2^2}} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} - \sqrt{\left(\frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} - 1 \right)^2 + \frac{v_1^2}{v_2^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} = \frac{3}{4} + \frac{v_1^2}{v_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_{min}} = \frac{1}{l} \left(\frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} + \frac{G (m_1 + m_2)}{v_2^2 l} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{l} \left(1 + 2 \frac{v_1^2}{v_2^2} \right)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow r_{min} = \frac{v_2^2}{v_2^2 + 2v_1^2} l$$

Bài 20. Hệ kín động lượng bảo toàn

$$MV_0 = mv_1 + mv_2 + Mv$$

$$\begin{aligned} MV_0 &= mv_{1y} + mv_{2y} + Mv_M \\ \rightarrow 0 &= mv_{1x} + mv_{2x} \end{aligned}$$

Ta luôn có: $v_{1y} = v_{2y}; v_{1x} = -v_{2x}$

Khi hai quả cầu sắp đập vào nhau:

$$v_{1y} = v_{2y} = v_M = v_y$$

$$\rightarrow v_y = \frac{MV_0}{2m+M}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}MV_0^2 = 2\frac{1}{2}mv_y^2 + 2\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}Mv_y^2 \quad (\text{v}_x \text{ độ lớn vận tốc của hai quả cầu A,B lúc chúng sắp đập vào nhau})$$

$$\rightarrow mv_x^2 = \frac{mMV_0^2}{2m+M} \quad \text{Gia tốc của quả cầu M: } a = \frac{2T}{M}$$

Trong hệ quy chiếu gắn với M hai quả cầu m chuyển động tròn áp dụng định luật 2 Niuoton, chiết xuông phương Oy:

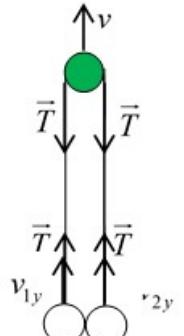
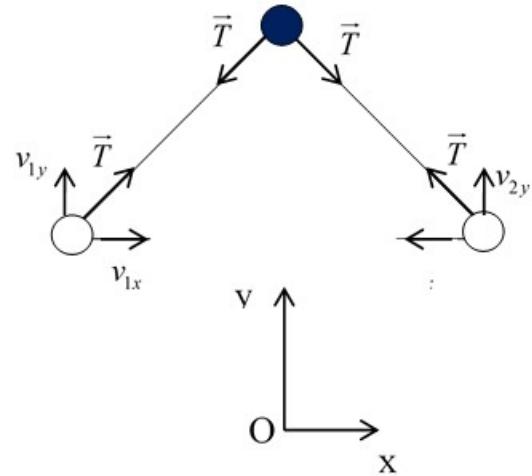
$$T + F_q = m\frac{v_x^2}{l} \rightarrow T + m\frac{2T}{M} = \frac{mMV_0^2}{l(2m+M)} \quad \text{Lực căng của dây khi đó: } T = \frac{mM^2V_0^2}{l(2m+M)^2}$$

Bài 21. Trường hợp 1: Nếu $v_0^2 \leq 2gL$ thì dây cáp không bị căng và độ cao cực đại

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \leq L$$

Trường hợp 2:

+ Nếu $v_0^2 \geq 2gL$ thì ngay trước lúc dây căng, vận tốc của m_0 là $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gL}$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

+ Sau đó m_0 và m có cùng vận tốc v

$$\Rightarrow v = \frac{m_0 v_1}{m + m_0}$$

+ Định luật bảo toàn động lượng: $m_0 v_1 = (m + m_0) v$

+ Độ cao hệ vật lên được kể từ lúc dây căng:

$$\Delta h = \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{m_0}{m_0 + m} \right)^2 \times \left(\frac{v_0^2 - 2gh}{2g} \right)$$

$$\left(\frac{m_0}{m_0 + m} \right)^2 \times \left(\frac{v_0^2 - 2gh}{2g} \right)$$

+ Vậy $H_{\max} = L + \Delta h = L +$

Bài 22. a. Chọn trục tọa độ Oy thẳng đứng hướng lên, gốc O tại A, gốc thời gian là lúc ném vật nhô.

Chọn mốc thê năng tại A

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại A và tại độ cao cực đại y_{\max}

$$\Rightarrow y_{\max} =$$

- Phương trình chuyển động của vật

$$y =$$

Khi $t = 1,5$ s

$$y = y_1 = -5.(1,5)^2 + 10.1,5 = 3,75 \text{ m}$$

Quãng đường vật đi dc

$$s = y_{\max} + (y_{\max} - y_1) = 5 + (5 - 3,75) = 6,25 \text{ m}$$

b. Giả sử tốc độ tại B là v thì tốc độ tại C là $2v$, ta có

$$v^2 - v_0^2 = -2gh$$

$$(2v)^2 - v_0^2 = -2g(-h)$$

$$\Rightarrow v_0^2 =$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại A và tại độ cao cực đại y_{\max}

$$\Rightarrow y_{\max} = 5 \text{ m}$$

Bài 23. 1, Gọi vận tốc quả cầu trước và sau va chạm là v và v' : $v' = \sqrt{2gL}$

$$mv = (m+M)v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m+M}\sqrt{2gL}$$

Sau va chạm dưới tác dụng của lực ma sát

để gỗ chuyển động chậm dần đến khi dừng lại

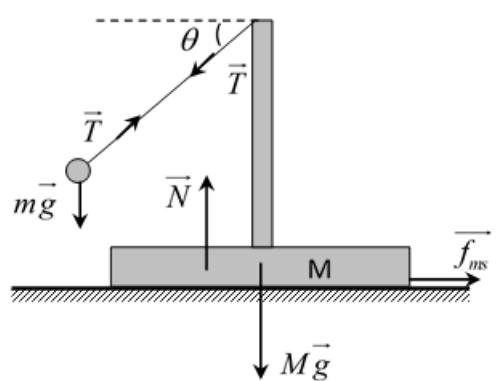
Quãng đường để gỗ dịch chuyển được là x:

$$f_{ms}x = 0 - (m+M)\frac{v'^2}{2} \quad (1)$$

$$\text{Với } f_{ms} = \mu(m+M)g \quad (2)$$

$$x = \frac{m^2L}{\mu(m+M)^2} = \frac{L}{25\mu}$$

Từ (1) và (2) cho:



$$\theta: mgL \sin \theta = \frac{mv^2}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ sơ đồ chịu lực: } T - mg \sin \theta = \frac{mv^2}{L} \quad (4)$$

$$f - T \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$N - T \sin \theta - Mg = 0 \quad (6)$$

$$\text{khi để gỗ không dịch chuyển } f \leq \mu N \quad (7)$$

$$\text{Từ (3) tới (7): } \mu_{\min} = f(\theta) \text{ và } A = \frac{2M}{3m} = \frac{8}{3}$$

$$f(\theta) = \frac{\sin 2\theta}{A + 2 \sin^2 \theta}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$f(\theta) \cdot f' = 0 \Rightarrow \frac{2\cos 2\theta (A + 2\sin^2 \theta) - \sin 2\theta \cdot 4\sin \theta \cdot \cos \theta}{(A + 2\sin^2 \theta)^2} = 0$$

Tìm cực đại hàm số

Thay $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$ ta có:

$$\sin^2 \theta = \frac{A}{2(A+1)}$$

$$\sin 2\theta = 2\sqrt{\frac{A}{A(A+1)}} \sqrt{1 - \frac{A}{2(A+1)}} = \frac{\sqrt{A(A+2)}}{A+1}$$

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{A(A+2)}} \quad \text{Với } A = \frac{2M}{3m} = \frac{8}{3}$$

$$\mu_{\min} = f_{\max}(\theta) = \frac{3m}{2\sqrt{M^2 + 3mM}} = 0,283$$

$$\sin^2 \theta = \frac{8}{22} \Rightarrow \sin \theta = 0,6030 \Rightarrow \theta = 37^{\circ}05'$$

Bài 24. Vì đòn bẩy cứng, nhẹ và hai cánh tay đòn bằng nhau nên trong thời gian Δt , đòn tác dụng lên m_2 và m_1 một lực \vec{F} .

Độ biến thiên động lượng của các hòn bi là:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{F} \Delta t; \quad \Delta \vec{p}_2 = \vec{F} \Delta t.$$

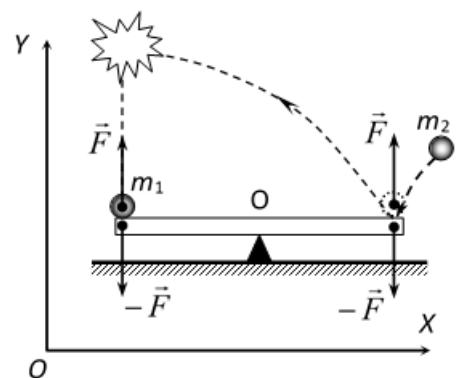
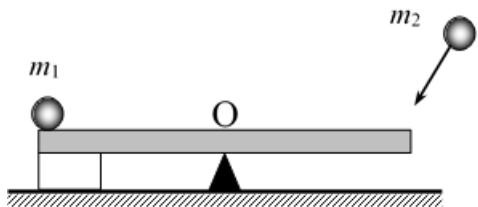
Như vậy sự biến thiên động lượng của hai hòn bi là bằng nhau theo phương OY:

$$\Delta p_{1y} = \Delta p_{2y} \quad \text{hay: } m_1 \Delta V_{1y} = m_2 \Delta V_{2y}.$$

Trong đó $\Delta V_{1y} = V_{1y} - V_{1y0}$ và $\Delta V_{2y} = V_{2y} - V_{2y0}$ là độ biến vận tốc theo phương đứng của các hòn bi; V_{1y}, V_{2y} là vận tốc các hòn bi ngay sau va chạm với đòn; còn V_{1y0}, V_{2y0} là vận tốc các hòn bi ngay trước đó ($V_{1y0}=0$). Với hòn bi thứ hai sẽ có $\Delta V_{2y} = V_{2y} + V_{2y0}$ (vì hình chiếu vận tốc trước va chạm <0).

Như vậy:

$$m_1 V_{1y} = m_2 (V_{2y} + V_{2y0}) \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Hình chiếu vectơ động lên phương trực OX không thay đổi nén:

$$m_1 \Delta V_{1x} = m_2 \Delta V_{2x} = 0.$$

Nghĩa là với hòn bi thứ nhất hình chiếu vận tốc theo phương ngang luôn bằng không ($V_{1x} = 0$), còn hòn bi thứ hai có vận tốc theo phương ngang không đổi:

$$V_{2x} = V_{2x0}.$$

Khi các hòn bi va chạm vào nhau thì chúng có cùng độ cao.

$$h = V_y t - \frac{gt^2}{2}$$

Sau va chạm với đòn bẩy thì độ cao của chúng bằng nhau $(V_y t - \frac{gt^2}{2})$, trong đó V_y là hình chiếu theo phương đứng. Điều kiện bằng nhau của độ cao các hòn bi là:

$$V_{1y} t - \frac{gt^2}{2} = V_{2y} t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow (V_{1y} - V_{2y}) = 0.$$

Từ đó suy ra điều kiện để các hòn bi va chạm vào nhau là:

$$V_{1y} = V_{2y}. \quad (2)$$

Vậy để chúng va chạm thì hòn bi thứ hai phải tiến tới được hòn bi thứ nhất theo phương ngang.

Do va chạm là đòn hồi nén cơ năng bảo toàn:

$$W_{d0} + W_{t0} = W_d + W_t.$$

Trong đó W_{d0} và W_{t0} là động năng và thế năng của các hòn bi ngay trước va chạm; W_d và W_t là ngay sau va chạm.

Áp dụng định lý Pitago cho hình chiếu các vận tốc:

$$\frac{m_2 V_{2x0}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2y0}^2}{2} = \frac{m_1 V_{1x}^2}{2} + \frac{m_1 V_{1y}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2x}^2}{2} + \frac{m_2 V_{2y}^2}{2}.$$

Do ($V_{1x} = V_{1x0} = 0$) và ($V_{2x} = V_{2x0}$) nên:

$$m_2 V_{2y0}^2 = m_1 V_{1y}^2 + m_2 V_{2y}^2$$

Chú ý đến điều kiện va chạm (2) thì:

$$m_2 V_{2y0}^2 = (m_1 + m_2) V_{2y}^2 \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Viết lại biểu thức (1) và chú ý đến điều kiện va chạm thì:

$$(m_1 - m_2)V_{2y} = (m_1 + m_2)V_{2y0}. \quad (4)$$

Từ đó suy ra:

$$V_{2y0} = \frac{(m_1 - m_2)V_{2y}}{m_1 + m_2}.$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 3.$$

Thay vào (1) thì tính được: $\frac{m_1}{m_2}$

Bài 25. Trong H.Q.C gắn với khối tâm của hệ, hai quả cầu tiến lại gần nhau với vận tốc:

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{V} = \vec{v}_1 - \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{u}_2 = -\frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

Đồng thời, $m_1 \vec{u}_1 = -m_2 \vec{u}_2$.

Do kết quả của va chạm không xuyên tâm, vận tốc các quả cầu vẫn giữ nguyên độ lớn như cũ và vẫn hướng ngược nhau:

$$u'_1 = u_1, \quad u'_2 = u_2; \quad m_1 \vec{u}'_1 = -m_2 \vec{u}'_2$$



Tuy nhiên, vectơ vận tốc cuối \vec{u}'_1 của quả cầu thứ nhất quay một góc α đối với vectơ vận tốc ban đầu của nó. Tuỳ thuộc vào vị trí tương đối của hai quả cầu ở thời điểm va chạm mà góc này có thể thay đổi từ 0 (hai quả cầu chỉ hơi tiếp xúc với nhau) đến 180 độ (va chạm trực diện). Các vị trí khả dĩ của ngọn vectơ \vec{u}'_1 nằm trên vòng tròn bán kính u_1 (hình 60). Vận tốc cuối cùng của quả cầu thứ nhất đối với mặt đất bằng: $\vec{v}'_1 = \vec{u}'_1 + \vec{V}$. Góc tạo bởi các vectơ \vec{v}'_1 và \vec{V} đạt cực đại khi vectơ \vec{v}'_1 là tiếp tuyến với vòng tròn. Từ đây ta tính được góc θ_{\max} cần tìm:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\sin \theta_{\max} = \frac{u_1}{V} = \frac{m_2 v_1}{m_1 + m_2} : \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$$

hay

Bài 26. Chọn trục toạ độ như hình vẽ.

Gọi v_1, v_1' lần lượt là vận tốc của vật 1 trước và sau khi va chạm.

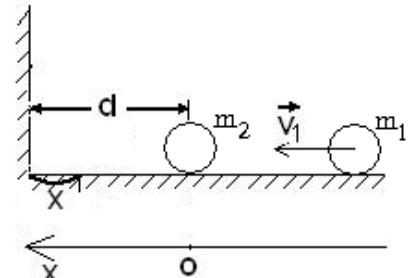
Gọi v_2 và v_2' là vận tốc của vật 2 trước và sau khi va chạm (các vận tốc v_1, v_2, v_1', v_2' mang giá trị đại số).

Sau va chạm :

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

(do $v_2 = 0$)



Nhận thấy v_1', v_2' đều dương, chứng tỏ sau va chạm chúng chuyển động cùng chiều ox.

Gọi điểm va chạm lần 2 cách tường một đoạn x , thời gian giữa 2 lần va chạm là :

$$\Delta t = \frac{d - x}{v_1'} = \frac{d + x}{v_2'} \quad (1)$$

(do sau va chạm vào tường của m_2 thì nó vẫn có vận tốc như cũ nhưng đã đổi hướng) $v_2'' = -v_1'$.

Thế v_1' và v_2' từ trên vào (1) ta suy ra :

$$x = \boxed{\frac{m_1 + m_2}{3m_1 - m_2} d}$$

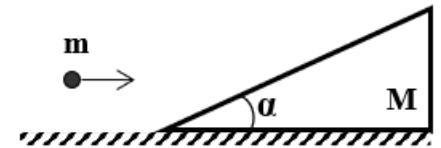
Để va chạm lần 2 cách lần 1 một đoạn $\frac{d}{2}$ thì: $x = d - \frac{d}{2} = \frac{d}{2}$

$$\text{hay } \frac{m_1 + m_2}{3m_1 - m_2} d = \frac{d}{2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow m_1 = 3m_2$$

Bài 27. Gọi v_x và v_y là thành phần nằm ngang và thành phần thẳng đứng của vận tốc của bi sau va chạm. Xét hệ bi – nêm, do ngoại lực triệt tiêu theo phương ngang nên động lượng của hệ bảo toàn theo phương này. Mặt khác, vì sau va chạm, bi rơi trở lại vị trí nó đã va chạm với nêm trước đó nên:



$$m v_0 = (m + M) v_x \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m+M}{2} v_x^2 + \frac{m}{2} v_y^2 \quad (2)$$

Gọi F là lực tương tác giữa bi và nêm khi va chạm lần thứ nhất và thời gian va chạm là Δt . Vì không có ma sát nên lực này có phương vuông góc với mặt nêm.

Áp dụng định luật 2 Niu-ton có:

$$m v_y = F \cdot \Delta t \cos \alpha$$

$$M v_x = F \cdot \Delta t \sin \alpha$$

$$\text{Hay: } \frac{mv_y}{Mv_x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) có:

$$m^2 v_0^2 = \frac{m^2 \sin^2 \alpha + mM \sin^2 \alpha + M^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} v_x^2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4) có } \frac{m}{M} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \cot^2 \alpha - 1$$

Bài 28. Vì hệ có tính đối xứng nên A chỉ chuyển động trên đường thẳng cố định, B và C có quỹ đạo đối xứng nhau qua quỹ đạo của A. Gọi v' và v_o là vận tốc của A và B (C) sau va chạm (B và C có cùng độ lớn vận tốc là v_o)

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $mv = mv' + 2mv_o \cos \alpha$ (1)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

(Với α là góc giữa phương chuyển động của A với phương chuyển động của B (C))

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{(2R)^2 - (NR)^2}}{2R} = \frac{\sqrt{4 - N^2}}{2} \quad (2)$$

- Do hệ có tính đối xứng nên ta có:

- Thay (2) vào (1) ta có: $v = v' + v_o \sqrt{4 - N^2}$ (3)

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + 2 \frac{mv_o^2}{2}$$

- Do va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên ta có: (4)

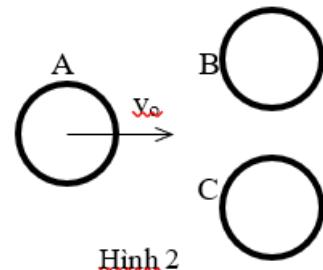
$$v' = \frac{N^2 - 2}{6 - N^2} v$$

- Nếu $v' = v$ thì $v_o = 0 \rightarrow$ loại.

* Để A bật ngược lại thì $v' < 0 \rightarrow N < \sqrt{2}$ (do để A va chạm đồng thời vào B, C thì $N < 2$ nên $6 - N^2 > 0$).

* Để A đứng yên thì $v' = 0 \rightarrow N = \sqrt{2}$.

* Để A tiếp tục tiến lên thì $v' > 0 \rightarrow \sqrt{2} < N < 2$.



Hình 2

Bài 29. Bỏ qua mọi ma sát, theo phương ngang động lượng của hệ éch và ván được bảo toàn.

$m_1 v_0 \cos \alpha + m_2 v_2 = 0$. (với v_2 là vận tốc của tấm ván.), suy ra độ lớn vận tốc của ván: $v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha$.

- Gọi quãng đường éch nhảy tới là s_1 ; quãng đường tấm ván chuyển động lui là s_2 .

- Thời gian éch nhảy quãng đường s_1 , cũng là thời gian tấm ván di chuyển quãng đường s_2 . Thời gian đó là:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Để éch nhảy trúng ván thì ta có: $s_1 + s_2 = \ell$

Với $s_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t$ và $s_2 = v_2 \cdot t$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \ell$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{\ell \cdot g}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sin 2\alpha}}$$

thay số $\Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$

Bài 30. Xét trường hợp A đến va chạm vào B

Gọi v_B là vận tốc B ngay sau va chạm. Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m_A v_o = m_B v_B \Rightarrow v_B = \frac{1}{2} v_o$$

áp dụng đ.luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng cho “B+M” sau va chạm:

$$m_B v_B = (m_B + M) v \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} (m_B + M) v^2 = m_B g R (1 - \cos 30^\circ) + \mu m_B g R \sin 30^\circ \quad (2)$$

$$\Rightarrow v_o^2 = \quad (3)$$

*** Trường hợp B chuyển động đập vào A.**

+ Xét trong HQC gắn với vật C chuyển động thẳng đều với vận tốc \vec{v}_o thì A lao đến B với vận tốc $(-\vec{v}_o)$ do đó tương tự như trên thì trong HQC này, sau va chạm A sẽ đứng yên, hay đổi với đất thì A có vận tốc $\vec{v}_A = \vec{v}_o$

+ áp dụng đ.luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng cho “A+M” sau va chạm:

$$m_A v_A = (m_A + M) v' \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} (m_A + M) v'^2 = m_A g R (1 - \cos \beta) + \mu m_A g R \sin \beta \quad (5)$$

+ Thay số và giải được: $\beta \approx 50^\circ$

Bài 31. * Giả sử tại lần rơi đầu tiên mẩu nhựa chạm đĩa tại điểm A cách tâm đĩa khoảng x

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

+ Trong thời gian va chạm có hai lực của đĩa tác dụng lên mẫu nhựa: Phản lực N và lực ma sát F_{ms}

+ Giả sử trong thời gian va chạm mẫu nhựa trượt đối với đĩa: $F_{ms} = \mu N \Rightarrow$ xung lượng đĩa truyền cho mẫu nhựa theo phương ngang và theo phương thẳng đứng liên hệ với nhau bởi: $p_n = \mu p_d$ (1)

+ Gọi vận tốc vật theo phương thẳng đứng sau va chạm là v_o ; theo phương ngang là v ta có:

$$p_n = mv; p_d = 2mv_o \quad (2)$$

+ Theo bài, sau va chạm, mẫu nhựa lại nảy lên độ cao cũ nên: $v_o = \sqrt{2gH}$ (3)

+ Từ (1); (2) và (3) suy ra: $v = 2\mu \sqrt{2gH}$ (4)

+ Trong khoảng thời gian từ lần va chạm đầu đến lần va chạm tiếp theo có thì mẫu nhựa đã

đi đoạn đường theo phương ngang là: $l = v \cdot 2t = v \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (5)

+ Thay (4) vào (5) được: $l = 8\mu H$

+ Để lần tiếp theo mẫu nhựa rơi ra ngoài, ta cần có điều kiện:

$$l \geq \sqrt{R^2 - x^2} \Rightarrow x \geq \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{R^2 - 64\mu^2 H^2} = 6 \text{ (cm)}$$

Kiểm tra thấy: $v = 2\mu \sqrt{2gH} \approx 28 \text{ (m/s)}$ và $v_A = 38 \text{ (m/s)} > v$

Bài 32.

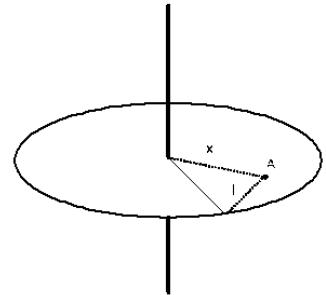
1. Chọn mốc thê năng tại mặt sàn.

Cơ năng của vật nhỏ tại A: $W_0 = \frac{m}{2} gl \sin \alpha$

Cơ năng của vật nhỏ tại B : $W = \frac{mv_B^2}{4}$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta được: $v_B = \sqrt{2gl \sin \alpha}$

2. Xét hệ qui chiếu gắn với ném.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

a : gia tốc của vật đối với nêm ; a₀: gia tốc nêm đối với sàn

Gia tốc của vật đối với sàn: $\vec{a}_m = \vec{a} + \vec{a}_0$ (1)

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \frac{m}{2} \vec{a} \quad (2)$$

Điều kiện II Newton:

$$\text{Chiều lên phuơng AB: } \frac{m}{2} g \cdot \sin \alpha + \frac{m}{2} a_0 \cdot \cos \alpha = \frac{m}{2} a \Rightarrow a = g \sin \alpha + a_0 \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

$$\text{Chiều (1) phuơng ngang: } a_m' = a \cos \alpha - a_0 \quad (4)$$

Vì không có ngoại lực theo phuơng ngang: động lượng bảo toàn.

$$\frac{m}{2} V_m - m V_N = 0 \Rightarrow m a_m' - 2 m a_0 = 0 \Rightarrow a_m' = 2 a_0 \quad (5)$$

$$\text{Thay (4) vào (5) suy ra: } a \cos \alpha - a_0 = 2 a_0 \Rightarrow a = \frac{3 a_0}{\cos \alpha} \quad (6)$$

Thay (3) vào (6) suy ra:

$$g \cdot \sin \alpha + a_0 \cos \alpha = \frac{3 a_0}{\cos \alpha} \Rightarrow a_0 = \frac{g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{3 - \cos^2 \alpha}$$

* Quãng đường mà nêm trượt theo phuơng ngang.

Gọi S là quãng đường mà nêm trượt, s là quãng đường dịch chuyển theo phuơng ngang của vật so với nêm. Từ định luật bảo toàn động lượng:

$$\frac{m}{2} (s - S) = m S \Rightarrow s = 3 S \Rightarrow S = \frac{s}{3} = \frac{l \cos \alpha}{3}$$

3. Nay khi nêm va chạm vào quả cầu phản lực F truyền cho quả cầu vận tốc V₂. Xung lực F có phuơng vuông góc với mặt nêm, nên V₂ có phuơng hợp với phuơng thẳng đứng 1 góc α.

Xét theo phuơng ngang:

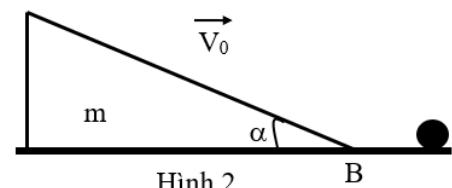
$$\text{Theo ĐLBTĐL: } m V_0 = m V_1 + 2 m V_2 \sin \alpha \Rightarrow V_0 = V_1 + 2 V_2 \sin \alpha \quad (1)$$

Va chạm hoàn toàn đàn hồi nên :

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} 2 m V_2^2 \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + 2 V_2^2 \quad (2)$$



Hình 1



Hình 2

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Từ (1) và (2) ta có $V_2 = \frac{2V_0 \sin \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 1}$ (3)

$$V_1 = \frac{V_0(1 - 2 \sin^2 \alpha)}{1 + 2 \sin^2 \alpha} \quad (4)$$

Để ném tiếp tục chuyển động theo hướng cũ thì $V_1 > 0$

$$\frac{1}{\alpha < \sqrt{2}} = \sin 45^\circ \Rightarrow \alpha < \alpha_0 = 45^\circ$$

sin

Bài 33. a. Khi vật C còn nằm trên thước AB, thì hai cây thước có cùng gia tốc a_1 , vật C có gia tốc a_C :

$$a_1 = \frac{\mu mg}{2m} = \frac{\mu g}{2} \quad (1)$$

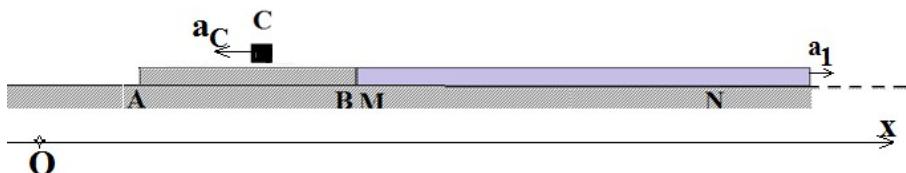
Phương trình chuyển động đầu A của thước AB:

$$x_A = a_1 \frac{t^2}{2} = \frac{\mu g}{4} t^2 \quad (2)$$

$$Và \text{gia}\ \text{tốc}\ \text{vật}\ C \quad a_C = \frac{-\mu mg}{m} = -\mu g \quad (3)$$

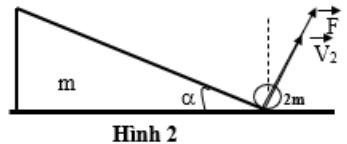
Phương trình chuyển động của vật C:

$$x_C = v_0 t + a_C \frac{t^2}{2} = v_0 t - \frac{\mu g}{2} t^2 \quad (4)$$



$$b. Khi vật C đi qua đầu B thì: x_C - x_A = l_0 \quad (5)$$

$$Thay (2), (4) vào (5) ta được: v_0 t - \frac{\mu g}{2} t^2 - \frac{\mu g}{4} t^2 = l_0$$



Hình 2

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Leftrightarrow \frac{3\mu g}{4}t^2 - v_0 t + l_0 = 0 \quad (6)$$

$$t = \frac{2}{3} \left(\frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{\mu g} \right)$$

Nghiệm của phương trình (6) cho ta: $t = \frac{2}{3} \left(\frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{\mu g} \right)$ (7)

$$\text{Để (7) có nghĩa thì điều kiện } v_0 \geq \sqrt{3\mu gl_0} \quad (8)$$

Vì (7) đúng cho cả $l_0 = 0$, nên ta chọn:

$$t = t_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{\mu g} \right) \quad (9)$$

Vậy thước AB khi đó có vận tốc v_1 :

$$v_1 = a_1 t_1 = \frac{\mu g}{2} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{\mu g} \right) = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3} \quad (10)$$

Vật C có vận tốc v_2

$$\begin{aligned} v_2 &= v_c(t_1) = v_0 + a_c t_1 = v_0 - \mu g \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{\mu g} \right) \\ v_2 &= v_0 - \frac{2}{3} \left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0} \right) = \frac{v_0 + 2\sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3} \end{aligned} \quad (11)$$

c. Khi vật C trượt trên thước MN, thì thước AB chuyển động thẳng đều với vận tốc v_1 , thước MN tiếp tục chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a_2 :

$$a_2 = \frac{\mu mg}{m} = \mu g \quad (12)$$

Phương trình chuyển động đầu M khi đó

$$x_M = x_1 + v_1(t - t_1) + \mu g \frac{(t - t_1)^2}{2} \quad (t > t_1) \quad (13)$$

(x_1 là tọa độ đầu B khi vật C qua B)

Phương trình chuyển động của đầu B:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$x_B = x_1 + v_1(t - t_1) \quad (14)$$

Khi đó C vẫn chuyển động với vận tốc a_C và khi vật C dừng tương đối trên MN thì vận tốc vật C và thước MN bằng nhau:

$$\begin{aligned} v_M(t_2) &= v_c(t_2) \Leftrightarrow v_1 + \mu g(t_2 - t_1) = v_2 - \mu g(t_2 - t_1) \\ \rightarrow (t_2 - t_1) &= \frac{v_2 - v_1}{2\mu g} = \frac{\sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{2\mu g} \end{aligned} \quad (15)$$

$$BM = x_M(t_2) - x_B(t_2) = \mu g \frac{(t_2 - t_1)^2}{2}$$

Khoảng cách BM khi đó:

Thay (15) vào ta được:

$$BM = \frac{\mu g}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{2\mu g} \right)^2 = \left(\frac{v_0^2 - 3\mu gl_0}{8\mu g} \right) \quad (16)$$

d. Xét trường hợp giới hạn vật C dừng tương đối trên thước MN tại N. Khi đó :
 $x_C'(t_2) - x_M(t_2) = 2l_0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \left[x_1 + v_2(t_2 - t_1) - \mu g \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \right] - \left[x_1 + v_1(t_2 - t_1) + \mu g \frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \right] &= 2l_0 \\ \Leftrightarrow (v_2 - v_1)(t_2 - t_1) - \mu g(t_2 - t_1)^2 &= 2l_0 \end{aligned}$$

$$\text{Thay (10), (11) và (15) vào ta được } v_0 = \sqrt{11\mu gl_0} \quad (17)$$

Vậy điều kiện để vật C vượt qua đầu N và rơi xuống sàn là

$$v_0 > \sqrt{11\mu gl_0} \quad (18)$$

Bài 34. a. Chọn chiều dương là chiều thẳng đứng từ dưới lên. Trước khi sắp va chạm với nhau, vận tốc 3 quả cầu đều là v_0 :

$$v_0 = -\sqrt{2gh} = -\sqrt{2g \cdot 9R} = -3\sqrt{2gR} \quad (1)$$

-Sau khi quả cầu thứ nhất va chạm sàn thì bật lên với vận tốc

$$v_1 = -v_0 = 3\sqrt{2gR} \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Khi quả cầu thứ 2 sắp chạm quả cầu thứ nhất cũng có vận tốc v_0 , sau va chạm lần 1 với quả cầu thứ nhất thì bật lên với vận tốc v_2 :

$$v_2 = \frac{2m_1 v_1 + v_0(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} = \frac{-2m_1 v_0 + v_0(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} = \frac{-5v_0}{3}$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{-5(-3\sqrt{2gR})}{3} = 5\sqrt{2gR} \quad (3)$$

Khi quả cầu thứ 3 sắp va chạm quả cầu thứ hai thì cũng có vận tốc v_0 , sau va chạm lần 1 với quả cầu thứ 2 thì bật lên với vận tốc v_3 :

$$v_3 = \frac{2m_2 v_2 + v_0(m_3 - m_2)}{(m_2 + m_3)} = \frac{4v_2 - v_0}{3}$$

$$\rightarrow v_3 = \frac{4.5\sqrt{2gR} + 3\sqrt{2gR}}{3} = \frac{23}{3}\sqrt{2gR} \quad (4)$$

Độ cao cực đại tâm O_3 so với sàn của quả thứ 3

$$h_{3\max} = 11R + \frac{v_3^2}{2g} = 11R + \left(\frac{23}{3}\right)^2 \frac{2gR}{2g} = \frac{628}{9}R \approx 69,778R \quad (5)$$

b. Sau khi quả cầu thứ nhất va chạm sàn thì bật lên với vận tốc $v_1 = -v_0 = 3\sqrt{2gR}$

- Khi quả cầu thứ nhất bật lên, khi quả cầu thứ hai sắp va chạm với quả cầu thứ 1 có vận tốc so với quả cầu thứ nhất là

$$v_{21} = 2v_0 = -6\sqrt{2gR} \quad (6)$$

- Vì $m_2 \ll m_1$, nên sau vừa va chạm với quả cầu 1, thì quả cầu 2 có vận tốc so với quả cầu 1 là $v'_{21} = -v_{21} = -2v_0 = 6\sqrt{2gR}$ (7)....0,25đ

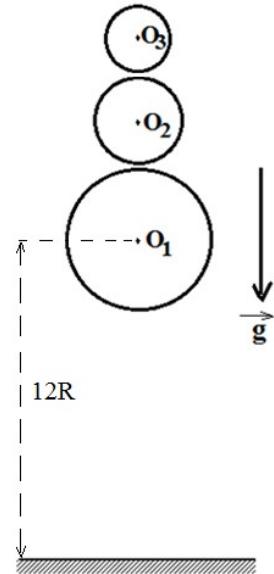
Do đó quả cầu 2 có vận tốc so với đất sau khi va chạm với quả cầu thứ nhất và trước khi va chạm với quả cầu 3 là v_2 :

$$v_2 = -3v_0 = 9\sqrt{2gR}$$

(8)

- Trước khi va chạm với quả cầu 2, quả cầu 3 có vận tốc so với quả cầu 2 là

$$v_{32} = 4v_0 \quad (9)$$



Hình 3

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

- Vì $m_3 \ll m_2$, nên sau va chạm với quả cầu thứ nhất, quả cầu 3 có vận tốc so với quả cầu 2 là
 $v'_{32} = -v_{32} = -4v_0 = 12\sqrt{2gR}$ (10)

Do đó quả cầu 3 có vận tốc so với đất sau va chạm với quả cầu 2 là $v_3 = -7v_0 = 21\sqrt{2gR}$
(11)

- Độ cao tâm O_3 đạt cực đại sau va chạm với quả cầu 2 là:

$$h'_{3max} = 11R + \frac{v_3^2}{2g} = 11R + 441R = 452R \quad (12)$$

Bài 35.

a. Vận tốc khói tâm của hệ không đổi trong hệ quy chiếu gắn với sàn:

$$v_G = \frac{mv}{m+M} \dots\dots$$

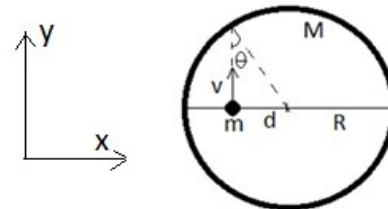
Xét trong hệ quy chiếu khói tâm:

- Vận tốc của đồng xu (Vật 1) và của vành (Vật 2) lần lượt là:

$$v_{1G} = v - v_G = \frac{Mv}{m+M} \dots\dots$$

$$v_{2G} = \frac{mv}{m+M} \dots\dots$$

- Động lượng của hệ bằng 0 nên các vật luôn có động



lượng bằng nhau nhưng ngược chiều

- Mặt khác do bỏ qua ma sát, va chạm là đòn hồi nên sau mỗi va chạm vận tốc mỗi vật không đổi và động năng của hệ không đổi.

- Sau mỗi va chạm m bị bật ra như phản xạ gương vận tốc quay một góc:

$$\pi - 2\theta \dots\dots$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Chuyển sang hệ quy chiếu gắn với sàn, thành phần vận tốc của mỗi vật:

$$v_{1y} = v_G - v_{1G} \cos 2\theta = \frac{m - M \cos 2\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{1x} = \frac{M \sin 2\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{2y} = \frac{m(1 + \cos 2\theta)}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{2x} = \frac{m \sin 2\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

Tương tự sau va chạm lần 2 :

$$v_{1y} = \frac{m + M \cos 4\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{1x} = \frac{-M \sin 4\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{2y} = \frac{m(1 - \cos 4\theta)}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

$$v_{2x} = \frac{m \sin 4\theta}{m + M} \cdot v \dots \dots \dots$$

b. Để sau n lần va chạm đồng xu có vận tốc như ban đầu, vành đứng yên:

$$n(\pi - 2\theta) = k2\pi \rightarrow \theta = \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{k}{n}\right); k \in Z \dots \dots \dots$$

$$d = (R - r) \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{n} \right) \right] \dots \dots \dots$$

Suy ra:

Bài 36.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng khi va chạm mềm, vận tốc hệ hai vật sau va chạm là: $\frac{v_0}{2}$

Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$2ml_0 \frac{v_0}{2} \sin \alpha = 2ml_{\max} v \rightarrow v = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}} \quad (1)$$

Khi đạt chiều dài cực đại thì vận tốc $v_r=0$ nên $\vec{v} = \vec{v}_\theta$, theo định luật II (vì tốc độ dài các vòng lò xo giảm dần khi tiến về O, do đó O là tâm quay cố định)

Mặt khác áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$2m \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2}k(l_{\max} - l_0)^2 = 2m \frac{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$\Rightarrow 2\left(\frac{l_{\max}}{l_0}\right)^4 - 4\left(\frac{l_{\max}}{l_0}\right)^3 + \left(2 - \frac{mv_0^2}{kl_0^2}\right)\left(\frac{l_{\max}}{l_0}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{kl_0^2} \sin^2 \alpha = 0$$

$$\Rightarrow 2X^4 - 4X^3 + X^2 + \frac{1}{4} = 0$$

Hay (3)

Giải (3) tìm được $l_{\max} = 1,675l_0$

Và $l_{\min} = 0,603l_0$

Ta nên chọn dấu cộng: $l_{\max} =$ (4)

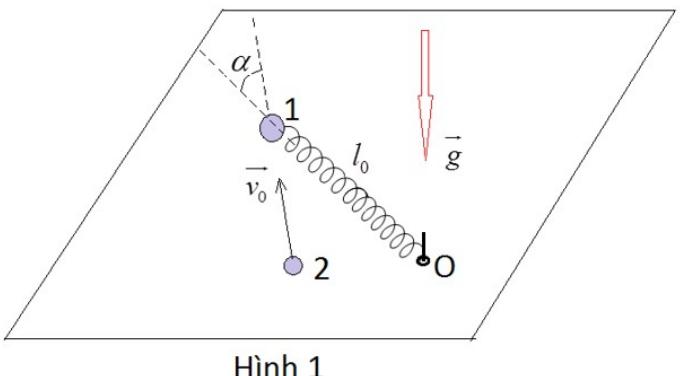
và giá trị dấu trừ là $l_{\min} =$ (5)

$$v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}}$$

Thay (4) vào (1) ta được vận tốc cực tiểu

$$v_{\max} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\min}}$$

Thay (5) vào (1) ta được vận tốc cực đại



Hình 1

III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA

Bài 1

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Chọn $t = 0$ là lúc thả xích.

Xét phần xích đã nằm trên mặt bàn. Phần xích này là một hệ có khối lượng tăng dần, giá tốc $a = 0$, ngoại lực tác dụng gồm P,N.

Ở thời điểm t , đầu trên của sợi xích đi được quãng đường $x = gt^2/2$, mỗi phần tử xích đang chuyển động có vận tốc $v = gt$. Chiều dài phần xích đang nằm trên mặt bàn là $x = gt^2/2$



Khối lượng phần xích nằm trên bàn tăng dần theo thời gian: $m_t = \frac{m}{l}x = \frac{mgt^2}{2l}$

Áp dụng phương trình định luật 2 Niu-ton cho vật có khối lượng biến thiên: $m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ngluc} + \vec{u} \frac{dm_t}{dt}$

chọn chiều dương hướng xuống: $u = v = gt$

$$0 = m_t g - N + gt \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{mgt^2}{2l} \right)$$

$$0 = \frac{mg^2 t^2}{2l} - N + \frac{mg^2 t^2}{l}$$

$$N = \frac{3}{2} \frac{mg^2 t^2}{l} = \frac{3mgx}{l}$$

N cực đại khi mắt xích cuối cùng đập vào bàn: $x = l$; $N_{max} = 3mg$.

Bài 2:

Chọn $t = 0$ là lúc bắt đầu thả đầu A.

Xét đoạn xích đang chuyển động, đây là một hệ có khối lượng giảm dần, vì cứ sau khoảng thời gian dt lại có một mắt xích dài dx rời khỏi hệ và nằm yên trên bàn.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động, tại thời điểm t , khi đầu A đi được một đoạn đường x

và có vận tốc v thì khối lượng đoạn xích đang chuyển động là $m_t = \frac{m}{l}(l - x)$;

$$u = 0; \sum F = \frac{m}{l}gh$$

Theo phương trình $m_t \vec{a} = \sum \vec{F}_{ngluc} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Ta có: } \frac{m}{l}(l-x)\frac{dv}{dt} = \frac{m}{l}gh \rightarrow (l-x)dv = ghd\tau \rightarrow dv = \frac{gh}{l-x}\frac{dx}{v}$$

Tích phân 2 vế: $\int_0^v dv = \int_0^{l-h} gh \frac{dx}{l-x}$ ta được $\frac{v^2}{2} = gh \ln \frac{l}{h}$

Vậy: $v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$

Bài 3. Xe đựng cát có khối lượng giảm dần do cát chảy ra khỏi xe. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe. Khi cát rời khỏi xe thì tốc độ của cát so với xe $u = 0$.

Khối lượng của xe ở thời điểm t là $m = m_0 - \mu t$, theo công thức $m_i \vec{a} = \sum \vec{F}_{ngluc} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$

do đó gia tốc của xe là $a = \frac{F}{m_0 - \mu t}$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m_0 - \mu t} \rightarrow dv = \frac{F}{m_0 - \mu t} dt$$

Tích phân 2 vế: $\int_0^v dv = \frac{F}{\mu} \int_0^t \frac{dt}{m_0 - \mu t}$

$$v = \frac{F}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$$

Bài 4. Do luồng khí phut có hướng luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu nên tốc độ của tàu không đổi bằng v_0 , nhưng hướng vận tốc thay đổi.

Trong thời gian nhỏ dt thì phương của vận tốc biến đổi da

dv

$$dv = v_0 d\alpha$$

Theo phương trình $m_i \vec{a} = \sum \vec{F}_{ngluc} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$

$$v_0 \quad da \\ v'_0$$

u

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Do không có ngoại lực nên $\sum F = 0$, ta có:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt} \rightarrow d\vec{v} = \vec{u} \frac{dm}{m} \quad (*)$$

Chiếu (*) lên chiều của $d\vec{v}$ ta được $dv = -u \frac{dm}{m}$

Thay $dv = v_0 d\alpha$:

$$d\alpha = -\frac{u}{v_0} \frac{dm}{m} \quad \text{Tích phân 2 vế: } \int_0^\alpha d\alpha = -\frac{u}{v_0} \int_{M_0}^M \frac{dm}{m}$$

$$\alpha = \frac{u}{v_0} \ln \frac{M_0}{M}$$

Bài 5. Khối lượng của xe ở thời điểm t là $m_t = m_0 + \mu t$; $u = \frac{dm}{dt}$

$$m_t \vec{a} = \sum \vec{F}_{ngluc} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

Theo phương trình

Chọn chiều dương là chiều chuyên động của xe:

$$(m_0 + \mu t) \frac{dv}{dt} = -bv - \mu v = -(b + \mu)v \Rightarrow \frac{dv}{v} = -(b + \mu) \frac{dt}{(m_0 + \mu t)}$$

Tích phân hai vế:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -(b + \mu) \int_0^t \frac{dt}{m_0 + \mu t} \Rightarrow \ln \frac{v}{v_0} = -\frac{(b + \mu)}{\mu} \ln \frac{m_0 + \mu t}{m_0} = \ln \left(\frac{m_0}{m_0 + \mu t} \right)^{\frac{b+\mu}{\mu}}$$

$$v = v_0 \left(\frac{m_0}{m_0 + \mu t} \right)^{\left(\frac{b+\mu}{\mu} \right)}$$

Bài 6. Chọn chiều dương là chiều chuyên động của máy bay.

- Phương trình:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{F}_d = -(\mu_{kk} + \mu_{nh,l})\vec{u}_{ra}; F_d = 35700N$$

$$\vec{F}_{can} = \vec{u}_{vao} \mu_{kk}; F_{cân} = -12600N$$

Lực dây thực: $F = F_d - F_c = 23100N$.

Công suất của động cơ: $P = F.v = 4,2.10^6 W$

Bài 7. Phương trình: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_c - \vec{u}\mu$

Chiều lên chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa: $ma = -mg' + u\mu = -\frac{mg}{4} + u\mu$

$$g' = \frac{GM}{(R+R)^2} = \frac{g}{4}$$

$$\mu = 86,5 \text{ kg/s}$$

Bài 8. - Phương trình chuyển động của tên lửa: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_c - \vec{u}\mu$

- Chiều lên chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa:

$$ma = -mg + u\mu = -m.g + u\mu$$

a) Tên lửa lên rất chậm: $a = 0$

$$\mu = 60 \text{ kg/s}$$

b) Tên lửa lên nhanh với $a = 2g = 20 \text{ m/s}^2$

$$\mu = 180 \text{ kg/s}$$

Bài 9. Ta có ngoại lực tác dụng $F = -mg - kmv^2$. Thay vào phương trình

$$F = m \frac{dv}{dt} + u \frac{dm}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + u \frac{dm}{dt} = -mg - kmv^2 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{u}{m} \frac{dm}{dt} = -g - kv^2$$

Ta có $m = m_0 e^{-bt}$, do đó $\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = -b$. Do đó

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{dv}{dt} - bu = -g - kv^2 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \lambda^2 - kv^2 \text{ trong đó } \lambda^2 = bu - g > 0$$

$$\Rightarrow v = \int (\lambda^2 - kv^2) dt = \int \left(\frac{1}{\lambda - \sqrt{k}v} + \frac{1}{\lambda + \sqrt{k}v} \right) dt = 2\lambda t + C$$

$$\text{Vì } \ln \frac{\lambda + \sqrt{k}v}{\lambda - \sqrt{k}v} = 2\lambda \sqrt{k}t + C'$$

Sử dụng điều kiện đầu $v(0) = 0$ ta có $C' = 0$

Vậy

$$v(t) = \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \tanh(\lambda \sqrt{k}t)$$

Khi $t \rightarrow \infty$ ta có

$$v = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \tanh(\lambda \sqrt{k}t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \frac{(1 - e^{-2\lambda \sqrt{k}t})}{1 + e^{-2\lambda \sqrt{k}t}} = \frac{\lambda}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{bu - g}{k}}$$

Bài 10. Phương trình chuyển động của tên lửa:

$$(M+m) \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{u} \quad (\text{do không có ngoại lực tác dụng lên tên lửa})$$

Chiều lên chiều dương cùng chiều chuyển động của tên lửa:

$$(M+m) \frac{dv}{dt} = - \frac{dm}{dt} u$$

$$\Rightarrow (M+m_0 \cdot e^{-kt}) \frac{dv}{dt} = km_0 u_0 e^{-2kt}$$

$$\text{Đặt } x = e^{-kt} \Rightarrow dx = -ke^{-kt} dt = -kx dt$$

Thời điểm ban đầu: $t=0 \Rightarrow x=1$

Thời điểm hết nhiên liệu: $t=+\infty \Rightarrow x=0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -kx \frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{dv}{dx} = -\frac{1}{kx} \frac{km_o u_o x^2}{M + m_o x} = \frac{-m_o u_o x}{M + m_o x} = -u_o \left(1 - \frac{M}{M + m_o x}\right)$$

Ta có:

Lấy tích phân 2 vế:

$$\int_{v_o}^v dv = -u_o \int_1^0 \left(1 - \frac{M}{M + m_o x}\right) dx$$

$$v - v_o = -u_o \left(-1 - \frac{M}{m_o} \ln \frac{M}{M + m_o}\right) = u_o \cdot \frac{Mu_o}{m_o} \ln \left(1 + \frac{m_o}{M}\right)$$

$$= u_o \cdot \frac{Mu_o}{m_o} \left(\frac{m_o}{M} - \frac{\left(\frac{m_o}{M}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{m_o}{M}\right)^3}{3} + \dots\right)$$

Vì $m_o \ll M$ nên bỏ qua các số hạng từ bậc ba trở lên.

$$v - v_o \approx u_o \cdot \frac{Mu_o}{m_o} \left(\frac{m_o}{M} - \frac{\left(\frac{m_o}{M}\right)^2}{2}\right) = \frac{m_o u_o}{2M}$$

Do đó

CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.

Bài 1. Đoạn dây hình cung tròn

Nhận xét: do tính đối xứng nên khối tâm G của đoạn dây sẽ nằm

trên trục đối xứng Oz của đoạn dây

Chia đoạn dây thành rất nhiều đoạn nhỏ sao cho
mỗi đoạn nhỏ được coi là chất điểm.

Xét một đoạn dây nhỏ có chiều dài $dl = R d\varphi$,

khối lượng dm , tọa độ $z = R \cos \varphi$

Do khối lượng phân bố đều theo chiều dài nên:

$$dm = \frac{m}{\alpha R} \cdot dl = \frac{m}{\alpha R} \cdot R d\varphi = \frac{m}{\alpha} d\varphi$$

Tọa độ khối tâm của đoạn dây:

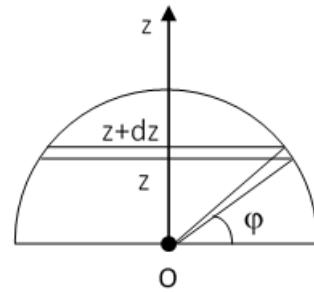
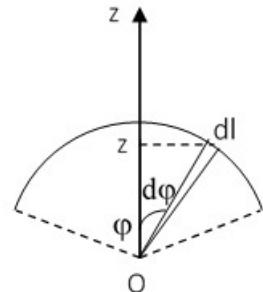
$$OG = z_G = \int \frac{z dm}{m} = \frac{R}{\alpha} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi d\varphi = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

$$\alpha = \pi \Rightarrow OG = \frac{2R}{\pi}$$

b. Áp dụng kết quả ở câu a với

Bài 2. Do tính đối xứng nên khối tâm của bán nắp trên trục Oz

Chia bán thành rất nhiều thanh mỏng vuông góc với trục Oz



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Xét 1 thanh mỏng có tọa độ z và z+dz, chiều dài 2r, khối lượng dm (hình vẽ)

Ta có: $r = R \cos \varphi$

$$z = R \sin \varphi \Rightarrow dz = R \cos \varphi d\varphi$$

Khối lượng của bán phần bố đều theo diện tích nên:

$$dm = \frac{m}{\frac{\pi}{2} R^2} dS = \frac{2m}{\pi R^2} \cdot 2r \cdot dz = \frac{4m}{\pi} \cos^2 \varphi d\varphi$$

Tọa độ khối tâm của bán:

$$OG = z_G = \int \frac{z dm}{m} = \frac{4R}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi OG = - \frac{4R}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d(\cos \varphi) = - \frac{4R}{3\pi} \cos^3 \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4R}{3\pi}$$

Bài 3.

Do tính đối xứng nên khối tâm của bán nằm trên

trục đối xứng Oz.

Chia bán cầu thành rất nhiều lớp mỏng vuông góc với trục Oz

Xét một lớp mỏng có tọa độ z và z + dz, khối lượng dm,

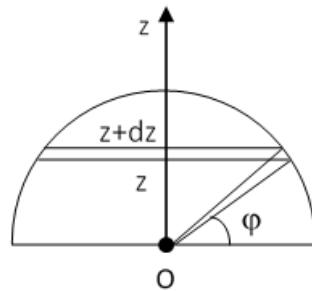
bán kính r

Ta có: $r = R \cos \varphi$

$$z = R \sin \varphi \Rightarrow dz = R \cos \varphi d\varphi$$

Khối lượng của bán phần bố đều theo thể tích nên:

$$dm = \frac{m}{\frac{2}{3} \pi R^3} dV = \frac{3m}{2\pi R^3} \pi r^2 \cdot dz = \frac{3m}{2R^3} R^3 \cos^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{3m}{2} \cos^3 \varphi d\varphi$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Tọa độ của khối tâm của bán cầu:

$$OG = z_G = \int \frac{z dm}{m} = \frac{3R^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos^3 \varphi d\varphi$$

$$= -\frac{3R^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \varphi d(\cos \varphi) = -\frac{3R}{8} \cos^4 \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3R}{8}$$

Bài 4. Do tính đối xứng nên khối tâm của hình nón nằm trên trục đối xứng Oz (hình vẽ)

Chia hình nón thành các lớp đĩa mỏng vuông góc với

trục Oz.

Xét một lớp mỏng có tọa độ z và z + dz, bán kính r, khối lượng

Ta có: $\frac{r}{R} = \frac{z}{h} \Rightarrow r = R \frac{z}{h}$ với R là bán kính đáy

$$dm = \frac{m}{V} dV = \frac{m}{\frac{1}{3}\pi R^2 h} \pi r^2 dz = \frac{3m}{h^3} z^2 dz$$

Tọa độ khối tâm của hình nón:

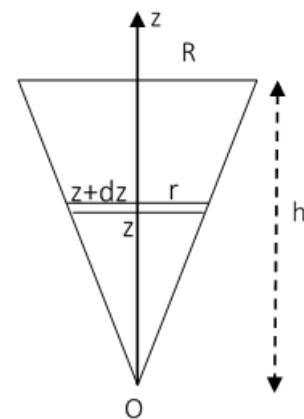
$$OG = z_G = \int \frac{z dm}{m} = \frac{3}{h^3} \int_0^h z^3 dz = \frac{3h}{4}$$

Bài 5. Chọn tâm O làm gốc tọa độ, ta có:

$$x_0 = 0, x_1 = -\frac{R}{2}$$

Khối tâm G ở trên trục Ox:

$$x_G = \frac{m x_0 - m_1 x_1}{m - m_1} = \frac{m_1}{m - m_1} \cdot \frac{R}{2} \quad (1)$$



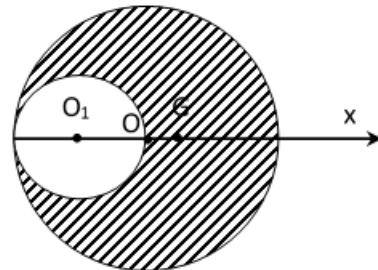
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Mặt khác } \frac{m_1}{m} = \frac{S_1}{S} = \frac{r_1^2}{R^2} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $x_G = \frac{R}{6}$

Vậy, khối tâm G ở ngoài OO_1 về phía O, cách O một

khoảng $\frac{R}{6}$.



Bài 6. a. Đáp số: $G\left(\frac{a(m_3 - m_2)}{2(m_1 + m_2 + m_3)}, \frac{am_1\sqrt{3}}{2(m_1 + m_2 + m_3)}\right)$

b. Đề thấy $y_G = 0$ do Ox là trục đối xứng.

Chia vật ra thành n phần nhỏ, có độ dài $\Delta l_k l_k$, tọa độ

$x_k = R \cos \varphi_k$, Ta có:

$$x_G = \frac{\sum_{k=1}^n \Delta l_k x_k}{L} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n \Delta l_k R \cos \varphi_k \quad \text{Mặt khác } \Delta l_k R \cos \varphi_k =$$

$$\Delta Y_k \Rightarrow x_G = \frac{1}{L} R \cdot AB \Rightarrow x_G = \frac{1}{R \cdot 2\alpha} R \cdot 2R \cdot \sin \alpha = R \frac{\sin \alpha}{\alpha};$$

Như vậy ta có 1 làm được bài toán này mà không cần đến tích phân.

$$\text{ĐS: } OG = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Bài 7. Xét lực hấp dẫn của quả cầu tâm o khi chưa khoét và vật m:

$$F_{hd} = \frac{GMm}{d^2}$$

Khối lượng phần bị khoét :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$m' = \frac{M}{8}$$

Lực hấp dẫn do phần bị khoét và vật m sẽ là:

$$F_{hd2} = \frac{Gmm'}{(d - R)^2} = \frac{GMm}{8(d - R)^2}$$

Nếu khoét m ta coi như vật m không chịu tác dụng của phần này. Do đó lực hấp dẫn do phần cầu 0 khi đó khoét cầu 0 và vật m sẽ là:

$$F_{hd} = F_{hd1} - F_{hd2} = GMm \left[\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8(d - \frac{R}{2})^2} \right]$$

$$F_{hd} = GMm \left(\frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2(d - R)^2} \right)$$

IV.2 CÂN BẰNG VẬT RĂN

Bài 1. Đối với đĩa: $P_d = Mg = 80 \text{ N}$, $P_t = mg = 20 \text{ N}$

$$N_2 \cos 30^\circ = Mg \rightarrow N_2 = \frac{2Mg}{\sqrt{3}} = \frac{160}{\sqrt{3}} \text{ N} \approx 92,4 \text{ N}$$

$$N_1 = N_2 \sin 30^\circ \rightarrow N_1 = \frac{80}{\sqrt{3}} \text{ N} \approx 46,19 \text{ N}$$

Đối với thanh AB: $AH = R \tan 60^\circ = R\sqrt{3} \text{ cm.}$

Áp dụng quy tắc mô men đối với trực quay ở A

$$mg \frac{l}{2} \cos 30^\circ + N_3 R \sqrt{3} = T \cdot l$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg \frac{l}{2} \cos 30^\circ + N_3 R \sqrt{3}}{l} \approx 48,7 \text{ N} \approx 48,7 \text{ N}$$

Phản lực ở trực quay A:

$$N_x + N_3 \sin 30^\circ = T \sin 30^\circ \rightarrow N_x \approx -21,9 \text{ N}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$N_y + T \cos 30^\circ = mg + N_3 \cos 30^\circ \rightarrow N_y \approx 57,9 \text{ N}$$

Phản lực ở trục quay: $N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = 61,9 \text{ N}$

Bài 2.

Coi \vec{R} là phản lực của tường. Từ điều kiện cân bằng suy ra giá của các lực \vec{R} , \vec{T} , $m\vec{g}$ phải đồng quy và tam giác lực \vec{R} , \vec{T} , $m\vec{g}$ khép kín (Hình vẽ)

a) Khi x tăng thì góc α giảm, góc β (hợp bởi phản lực \vec{R} và pháp tuyến ở A) tăng. Biến đổi của tam giác lực cho thấy lực căng \vec{T} giảm, phản lực \vec{R} cũng giảm về độ lớn nhưng nghiêng nhiều hơn, nguy cơ đầu A trượt (\vec{R} ra ngoài nón ma sát) tăng.

b) $x = 1$ thì tam giác ABC cân, góc $\alpha = 30^\circ$; đường trung tuyến AD cũng là đường cao nên vuông góc với BC (Hình vẽ).

$$\text{Do đó, ta có : } T = mg \cos 30^\circ = mg \frac{\sqrt{3}}{2} < T_{\max}$$

$R = \frac{mg}{2}$, \vec{R} làm với pháp tuyến góc $\beta = 30^\circ$. Nón ma sát ở A có nửa góc ở đỉnh :

$$\beta_{\max} = \arctan 0,6 = 31^\circ. \text{ Vậy thanh không trượt.}$$

Bài 3.

a. Chọn hệ toạ độ Oxy nhu hình vẽ.

+ Điều kiện cân bằng mômen của vật với trục quay qua O là:

$$\vec{M}_T + \vec{M}_P = \vec{0} \leftrightarrow T \cdot OB \cdot \sin \alpha = P \cdot OA \leftrightarrow T = \frac{3P}{2 \sin \alpha}$$

+ Điều kiện cân bằng lực của thanh là: $\vec{Q} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$Q_x - T \cos \alpha = 0 \leftrightarrow Q_x = \frac{3P}{2 \sin \alpha} \cos \alpha$$

Theo phương Ox:

$$Q_y + P = T \sin \alpha \leftrightarrow Q_y + P = \frac{3P}{2} \leftrightarrow Q_y = \frac{P}{2} \notin \alpha$$

Theo phương Oy:

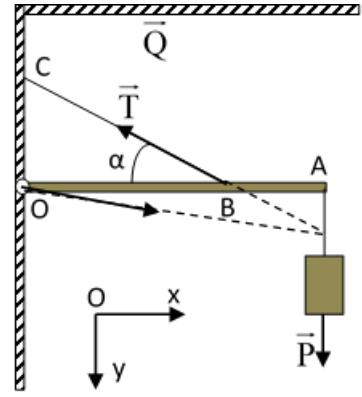
+ Phản lực Q của bản lề tác dụng lên thanh là:

$$Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} = \sqrt{\frac{9P^2}{4} \cotan^2 \alpha + \frac{P^2}{4}} = \frac{P}{2} \sqrt{9 \cotan^2 \alpha + 1}$$

$$T = \frac{3P}{2 \sin \alpha}$$

+ Từ biểu thức lực căng ta thấy T_{\min} khi $\alpha = 90^\circ$ (dây

treo thẳng đứng) khi đó lực căng $T = \frac{3P}{2}$. Cũng tại vị trí này thì $\cotan^2 \alpha = 0 \rightarrow Q = Q_{\min} = \frac{P}{2}$



b. Theo giả thiết ta có:

$$T_{\max} = 4P \rightarrow \frac{3P}{2 \sin \alpha} \leq 4P \leftrightarrow \sin \alpha \geq \frac{3}{8} \leftrightarrow 22^\circ \leq \alpha \leq 158^\circ$$

Vậy để dây không bị đứt thì ta phải chọn điểm treo C sao cho góc treo α thỏa mãn

$$22^\circ \leq \alpha \leq 158^\circ$$

+ Vì T luôn dương, nên T min khi $\sin \alpha$ max, khi đó $\alpha = 90^\circ$.

Vậy dây đặt vuông góc với thanh OA tại B thì lực căng dây đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. a. Quy tắc mômen đối với trực quay qua A:

$$T \cos 60^\circ \cdot AB = P_1 \cdot f(AB, 2 \cos 30^\circ) + P_2 x \cdot AB \cdot \cos 30^\circ$$

$$\text{hay } T = \frac{f(AB, 2 \cos 30^\circ)}{AB} + P_2 x \quad (1)$$

Thay $x = 1/4$, $P_2 = 0,01$ ta được $T = 0,87N$

b.. Điều kiện cân bằng tổng quát:

$$N = T \cos 60^\circ = \sqrt{T^2 + P_2^2} \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$F_{ms} + T \sin 60^\circ = P_1 + P_2 \Rightarrow F_{ms} = 1 + P_2 - \sqrt{f(T, 2)} \quad (3)$$

$$\Rightarrow F_{ms} = 1 + P_2 - 0,75 - 1,5xP_2 \text{ Và } \mu N = 0,15 + 0,3xP_2$$

Điều kiện để đầu A không trượt là $F_{ms} < \mu N$

$$\Rightarrow 1 + P_2 - 0,75 - 1,5xP_2 < 0,15 + 0,3xP_2$$

$$\Leftrightarrow P_2(1 - 1,5x - 0,3x) < 0,15 - 0,25 \quad (4)$$

Thanh không trượt với mọi P_2 khi đúng với mọi P_2

hay $1 - 1,5x - 0,3x < 0$.

$$\Rightarrow x > \sqrt{f(1)} = 0,495.$$

Bài 5. a) Thang cân bằng: $\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{msn} = \vec{0}$

$$\begin{cases} F_{msn} = N_2 \\ N_1 = P = 200N \end{cases}$$

Chiếu lên Ox, Oy (hình vẽ):

Mặt khác:

$$M_{\vec{P}/A} = M_{\vec{N}_2/A}$$

$$\Leftrightarrow mg \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

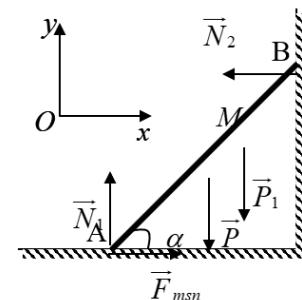
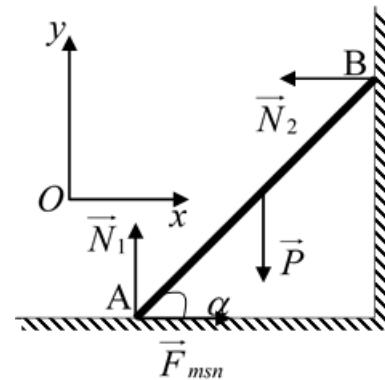
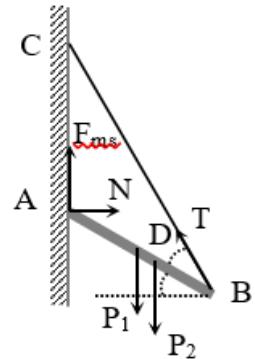
$$\Rightarrow N_2 = 100N = F_{msn}$$

b) Tính α để thang không trượt trên sàn:

$$\text{Ta có: } P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha \Rightarrow N_2 = \frac{P}{2 \tan \alpha}$$

$$\text{Vì } N_2 = F_{msn} \Rightarrow F_{msn} = \frac{P}{2 \tan \alpha}$$

Mặt khác: $F_{msn} \leq \mu N_1 = \mu P$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{P}{P_2 \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu} = \frac{1}{1,2}$$

$$\Rightarrow \alpha \geq 40^\circ$$

c) Đặt $AM = x$

Ta có: $\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{msn} = \vec{0}$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} F_{msn} = N_2 \\ N_1 = P + P_1 \end{array} \right. \\ \text{Chiếu lên Ox, Oy (hình vẽ): } & \end{aligned}$$

Mặt khác: $M_{\vec{P}/A} + M_{\vec{P}_1/A} = M_{\vec{N}_2/A}$

$$\Leftrightarrow mg \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha + P_1 x \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{P}{2} + \frac{P_1 x}{AB} = F_{msn} \quad (1)$$

Thang bắt đầu trượt khi: $F_{msn} = \mu N_1 = \mu(P_1 + P) \quad (2)$

Từ (1) và (2): $x = 1,3m$

Bài 6. 1) Không có ma sát thang không cân bằng

Điều kiện cân bằng là: Tổng hợp lực tác dụng lên thanh:

$\vec{R} = \vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$ Ba vectơ lực này có tổng không thể bằng không do không đồng quy vì vậy thanh không cân bằng.

2) Tính k_{min} .

Xét trạng thái giới hạn thì lực ma sát nghỉ cực đại là

$$F_{ms1} = k \cdot N_1 ; F_{ms2} = k \cdot N_2$$

Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

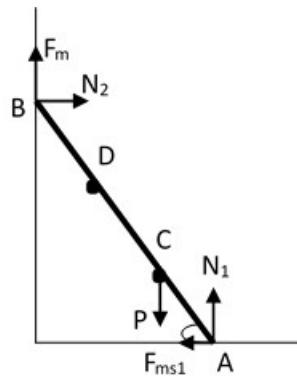
Chiếu lên các phương nằm ngang và thẳng đứng ta có:

$$N_2 = F_1 = k \cdot N_1 \quad (1)$$

$$P = N_1 + F_{ms2} = N_1 + k \cdot N_2 \quad (2)$$

$$Chọn\ trục\ quay\ tại\ A.\quad P \cdot \frac{l}{3} \cos \alpha - N_2 \cdot l \sin \alpha - F_{ms2} \cdot l \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \frac{P}{3} = N_2 \cdot \tan \alpha + k \cdot N_2 \quad (3)$$



$$Từ\ (1)\ và\ (2)\Rightarrow P = \frac{N_2}{k} + k \cdot N_2 \quad (4)$$

$$Từ\ (3)\ và\ (4)\ ta\ có:\ 2 \cdot k^2 + (3 \cdot \tan \alpha) \cdot k - 1 = 0 \quad (5)$$

Thay góc $\alpha=60^0$ giải nghiệm $k_{min}=0,18$

3) a) Thang có trượt không?

K_{min} và thỏa mãn công thức (5) và không phụ thuộc vào trọng lực P nên khi người đứng tại khói tâm C (tức P tăng) thì thang không bị trượt.

b) Người đứng tại D.

Khi khói tâm của hệ người và thang là trung điểm I của AB. Điều kiện cân bằng lúc này là:

$$N_2 = F_1 = k \cdot N_1 \quad (6)$$

$$2P = N_1 + F_{ms2} = N_1 + k \cdot N_2 \quad (7)$$

Phương trình momen là:

$$2P \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha - N_2 \cdot l \sin \alpha - F_{ms2} \cdot l \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow P = N_2 \cdot \tan \alpha + k \cdot N_2 \quad (8)$$

$$Giải\ phương\ trình\ (6)\ (7)\ (8)\ ta\ có:\ k^2 + 2 \cdot \tan \alpha \cdot k - 1 = 0 \Rightarrow k = 0,27$$

Ta thấy $k > k_{min}$ nên khi đó thang sẽ bị trượt.

4) Tính k_{min} khi $\alpha=45^0$.

$$Trở\ lại\ phương\ trình\ (5):\ 2 \cdot k^2 + (3 \cdot \tan \alpha) \cdot k - 1 = 0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Giải $k_{\min} = \frac{\sqrt{9 \cdot \tan^2 \alpha + 8} - 3 \tan \alpha}{4}$ đặt $x = \tan \alpha$ và $y = 4 \cdot k_{\min}$ ta có hàm số

$y = \sqrt{9x^2 + 8} - 3x$ sau đó đạo hàm được $y' < 0$ nên hàm y là nghịch biến theo x , nghĩa là α giảm thì k_{\min} tăng.

Với $\alpha = 45^\circ$ thì giải $k_{\min} = 0,28$.

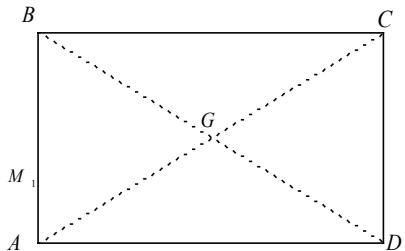
Bài 7. Chọn hệ trục tọa độ gắn với khối tâm xGy như hình vẽ:

Gọi: $AB = CD = a$

$AD = BC = b$

$$X_G = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = 0 \quad (1)$$

$$Y_G = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3} = 0$$



$$F_1 = F_2 = F_3 = \frac{P}{3}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2} + x_2 + \frac{b}{2} = 0 \\ -\left(\frac{a}{2} - d\right) + \frac{a}{2} + y_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_3 = -d \end{cases}$$

Vậy:

M_2 ở trung điểm cạnh BC

M_3 ở cách trung điểm cạnh CD một đoạn d về phía D

Biện luận:

+ $M_1 \equiv A \Rightarrow M_3 \equiv$ trung điểm cạnh CD

+ $M_1 \rightarrow$ trung điểm $AB \Rightarrow M_3 \rightarrow D$

$d \leq \frac{a}{2}$ do M_3 không thể vượt qua D

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Bài 8. a) Khi đường thẳng đứng qua trọng tâm còn nằm trong mặt chân đế, khối hộp H còn đứng vững: $\alpha_0 = \beta$

$$\tan \beta = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta = 30^\circ \Rightarrow \alpha_0 = 30^\circ$$

Mà: (1)

Khối hộp không trượt khi: $F_{ms} = P \cdot \sin \alpha$ (với $F_{ms} = \mu \cdot P \cdot \cos \alpha$)

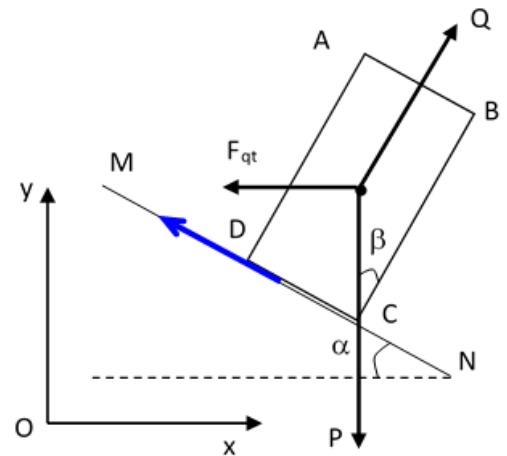
$$\Rightarrow \mu = \tan \alpha \leq \tan \alpha_0 \Rightarrow \mu \leq 0,57$$

(2)

- Nếu góc nghiêng của MN là $\alpha_0 = 30^\circ$; hệ số ma sát $\mu = 0,2$

và MN đứng yên thì H sẽ bị trượt.

b) Khi MN chuyển động sang phải với gia tốc \vec{a} , xét



trong hqc gắn với mp nghiêng MN, hộp H chịu thêm lực quán tính.

- Hình vẽ:

* Muốn hộp H không trượt trên mp nghiêng MN, hộp lực đặt vào khối hộp H: (xét điều kiện cân bằng tới hạn, nghĩa là: $F_{ms} = F_{mst} = \mu \cdot Q$)

$$\vec{F}_{hl} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

$$\text{Chiều lên Ox: } Q \cdot \sin 30^\circ - \mu \cdot Q \cdot \cos 30^\circ - m \cdot a = 0 \Rightarrow Q = \frac{ma}{\sin 30^\circ - \mu \cos 30^\circ} = \frac{2ma}{1 - \mu \sqrt{3}}$$
(3)

$$\text{Chiều lên Oy: } Q \cdot \cos 30^\circ + \mu \cdot Q \cdot \sin 30^\circ - m \cdot g = 0 \Rightarrow Q = \frac{mg}{\cos 30^\circ + \mu \sin 30^\circ} = \frac{2mg}{\sqrt{3} + \mu}$$
(4)

$$\text{So sánh (3) và (4) ta được: } a = g \cdot \frac{1 - \mu \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \mu} = 10 \cdot \frac{1 - 0,2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 0,2} = 3,38(m/s^2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vậy muôn khối H không trượt trên MN, cần $a \geq 3,38(m/s^2)$ (5)

* Muốn hộp không bị lật:

$$Q \leq P_2 \Rightarrow \frac{2ma}{1 - \mu\sqrt{3}} \leq mg \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow a \leq \frac{10(1 - 0,2\sqrt{3})}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,83(m/s^2) \quad (6)$$

* Từ (5) và (6) ta nhận thấy: với $\alpha_0 = 30^\circ$ và $\mu = 0,2$

- Nếu MN đứng yên thì H sẽ trượt trên MN.

- Nếu kéo MN theo phương nằm ngang sang phải thì với gia tốc a tăng dần từ $0 \leq a \leq 2,8(m/s^2)$, H sẽ trượt xuống, dọc theo MN, trong khi MN chuyển động.

- Khi $a = 2,8(m/s^2)$ thì H sẽ lật trên MN, quanh C.

Như vậy H sẽ bị lật trước khi MN đạt tới gia tốc $3,4(m/s^2)$ đủ để giữ cho H dừng lại trên MN.

Bài 9.

- Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

- Phân tích lực: \vec{P} ; \vec{N} ; \vec{T} ; \vec{F}_{ms} .

* Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$

- Chiều lên 0xy :

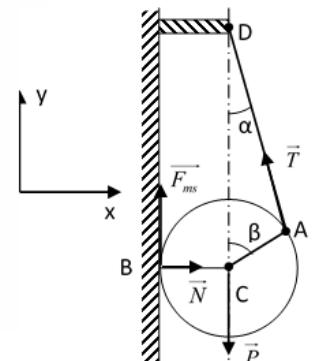
$$N = T \sin \alpha \quad (1)$$

$$F_{ms} = P - T \cos \alpha \leq k \cdot N \quad (2)$$

* Điều kiện cân bằng mômen với trục quay B :

$$T \cdot R (1 + \cos \alpha) = P \cdot R$$

$$\text{Suy ra: } T = \frac{P}{1 + \cos \alpha} \Rightarrow N = \frac{P \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (3)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$k \geq \frac{1}{\sin \alpha}$$

Thay (3) vào (2) rút ra :

Bài 10. Các lực tác dụng vào thang được phân tích như hình vẽ.

* Điều kiện cân bằng mômen với trục quay A :

$$N_2 \cdot l \sin \alpha = P_1 \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha + P_2 (l - a) \cos \alpha$$

trong đó $a = l/3$; $P_1 = mg$; $P_2 = Mg$.

$$\text{suy ra : } N_2 = \left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right) g \cdot c \tan \alpha \quad (1)$$

* Điều kiện cân bằng lực :

$$N_1 = (M + m)g \quad (2)$$

$$N_2 = F_{ms} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (3) : } F_{ms} = \left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right) g \cdot c \tan \alpha \quad (4)$$

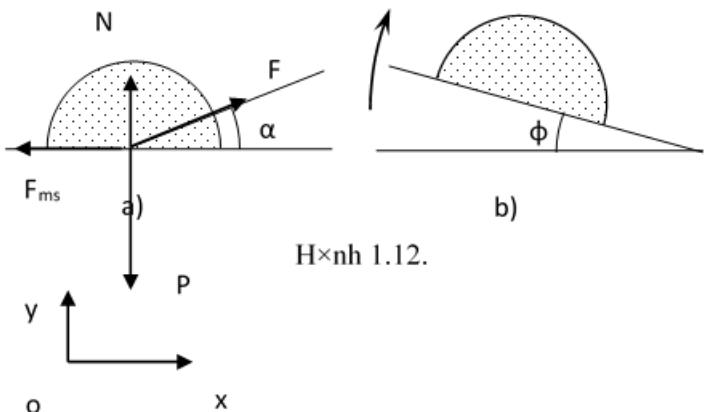
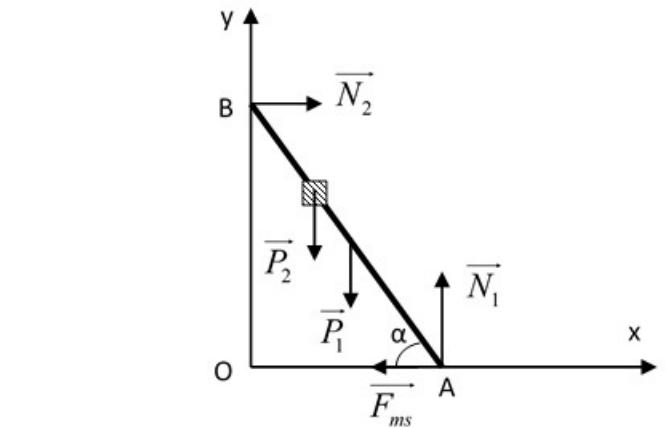
Vậy lực mà sàn tác dụng lên thang là :

$$F = \sqrt{N_1^2 + F_{ms}^2} = g \sqrt{\left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + (M + m)^2} = 800(N)$$

$$\text{Góc hợp bởi } \vec{F} \text{ so với phương thẳng đứng : } \tan \beta = \frac{F_{ms}}{N_1} = \frac{3m + 4M}{6(M + m)} \cdot c \tan \alpha$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{3m + 4M}{6M + 6m} \operatorname{ctg} \alpha \right) \approx 20^\circ$$

Bài 11. Xét hình 1.12 a lực tác dụng lên vật nặng gồm



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

- Trọng lực \vec{P} , lực kéo \vec{F} , phản lực \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} .

- Vì vật chuyển động không gia tốc nên ta có

$$\text{phương trình sau: } \vec{P} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (1)$$

Chọn hệ trục oxy như hình vẽ.

+ Chiếu phương trình (1) lên hai trục ox và oy ta được:

+ Trục ox: $F \cos \alpha - F_{ms} = 0 \quad (2)$

+ Trục oy: $F \sin \alpha + N - P = 0 \quad (3) \Rightarrow N = P - F \sin \alpha$ thay vào phương trình (2) ta được:

$$\Rightarrow F \cos \alpha - \mu (P - F \sin \alpha) = 0 \Leftrightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \quad (4)$$

+ Biết rằng vật bắt đầu trượt khi đặt vật trên mặt phẳng nghiêng có nghiêng φ nên

Ta có: $\tan \varphi = \mu$ thay vào phương trình (4)

$$\Rightarrow F = \frac{mg \cdot \tan \varphi}{\cos \alpha + \tan \varphi \cdot \sin \alpha} \text{ do } mg \cdot \tan \varphi = \text{cost} \text{ nên đặt } f_{(\alpha)} = \cos \alpha + \tan \varphi \cdot \sin \alpha$$

$\Rightarrow f'_{(\alpha)} = -\sin \alpha + \tan \varphi \cdot \cos \alpha$ vậy $f_{(\alpha)}$ đạt giá trị cực trị khi

$$f'_{(\alpha)} = 0 \Leftrightarrow -\sin \alpha + \tan \varphi \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow \tan \alpha = \tan \varphi \Leftrightarrow \alpha = \varphi$$

Vậy ta phải kéo vật dưới góc $\alpha = \varphi$ thì vật trượt không gia tốc.

Bài 12. + Vật tác dụng lên m gồm có: Trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{N} , lực ma sát \vec{F}_{ms} và lực \vec{F} . Vật đứng cân bằng lên lực ma sát ở đây là lực ma sát nghỉ.

+ Xét trường hợp thứ nhất: vật có xu hướng đi xuống

Phương chiểu các lực tác dụng lên m như hình vẽ:

$$\text{Ta có phương trình: } \vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (1)$$

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

+ Trục ox: $P \sin \alpha - F \cos \alpha - F_{ms} = 0 \quad (2)$

+ Trục oy: $N - P \cos \alpha - F \sin \alpha = 0 \quad (3)$

$$\Rightarrow N = P \cos \alpha + F \sin \alpha$$

Thay vào phương trình (2)

$$\Rightarrow P \sin \alpha - F \cos \alpha - k(P \cos \alpha + F \sin \alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{mg(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{\cos \alpha + k \sin \alpha} = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}$$

+ Xét trường hợp thứ nhất: vật có xu hướng đi lên

Phương chiều các lực tác dụng lên m như hình vẽ:

Ta có phương trình: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (4)$

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được:

+ Trục ox: $P \sin \alpha - F \cos \alpha + F_{ms} = 0 \quad (5)$

+ Trục oy: $N - P \cos \alpha - F \sin \alpha = 0 \quad (6) \Rightarrow N = P \cos \alpha + F \sin \alpha$

Thay vào phương trình (5)

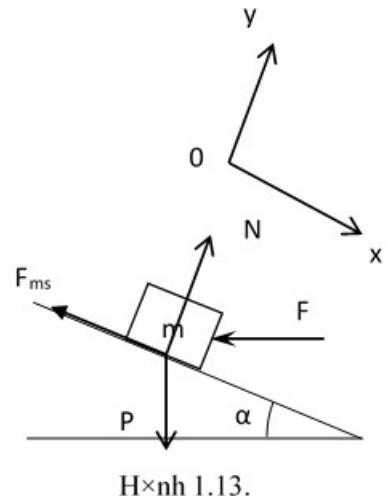
$$\Rightarrow P \sin \alpha - F \cos \alpha + k(P \cos \alpha + F \sin \alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{mg(\sin \alpha + k \cos \alpha)}{\cos \alpha - k \sin \alpha} = \frac{mg(\tan \alpha + k)}{1 - k \cdot \tan \alpha} = 8,8 > 3,3$$

Vậy lực nhỏ nhất tác dụng vào vật m để nó đứng yên là: $F = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}$.

Bài 13. + Dễ dàng có được điều kiện để vật chuyển động thẳng đều là: $F \cos \alpha = k(P - F \sin \alpha)$

$$\Rightarrow F = \frac{kP}{\cos \alpha + k \sin \alpha} \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

+ Điều kiện để vật bị nâng lên: Momen của F đối với trục quay qua J phải lớn hơn hoặc bằng momen của P

$$\text{Ta có: } P \cdot \frac{b}{2} = F(b \sin \alpha - \frac{a}{2} \cdot \cos \alpha) \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có: $b \cdot \cos \alpha + kb \cdot \sin \alpha = 2kb \cdot \sin \alpha - k \cdot a \cdot \cos \alpha$

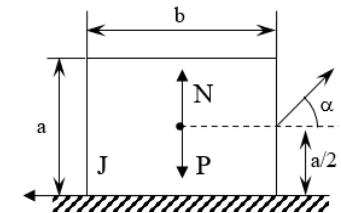
$$\text{Biến đổi ta thu được kết quả: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} + \frac{1}{k} \quad (3)$$

Vậy để nâng được vật lên ta cần tác dụng vào vật một lực F với góc tối thiểu là α thỏa mãn (3)

Bài 14.

Để có thể lật được khói hộp thì momen tối thiểu của lực F phải lớn hơn momen cản lại của P .

$$F \cdot b \geq P \cdot \cos \alpha \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2} \cdot \tan \alpha \right) \text{ hay } F \geq \frac{mg}{2} \left(\frac{a}{b} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \right)$$



Bài 15. Chon hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

- Phân tích lực: $\vec{P}; \vec{N}; \vec{F}; \vec{F}_{ms}$.

- Khi vật bắt đầu chuyển động trên sàn thì lực ma sát tác dụng lên vật là lực ma sát trượt, ta có: $F_{mst} = k \cdot N$

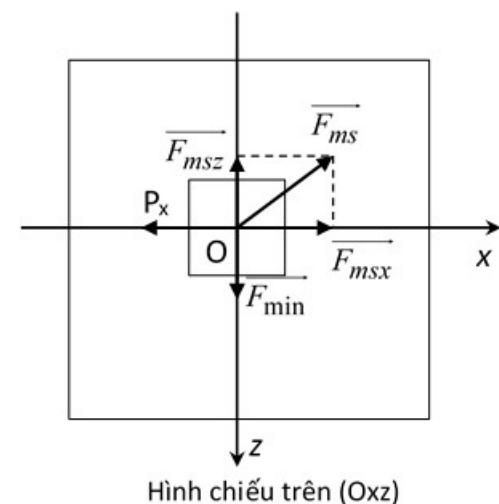
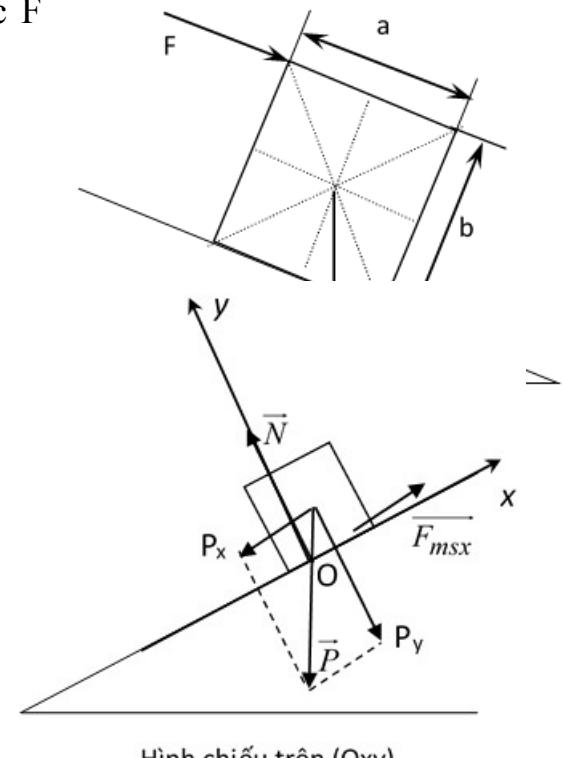
(1)

- Khi tác dụng lực nhỏ nhất vào vật để làm vật bắt đầu chuyển động, thì vật chuyển động đều, ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (2)$$

Chiếu (2) lên các trục tọa độ ta được:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Trên Ox: $F_{msx} = P_x = mg \cdot \sin\alpha$ (3)

+ Trên Oy: $N = P_y = mg \cdot \cos\alpha$ (4)

+ Trên Oz: $F_{min} = F_{msz} = \sqrt{F_{ms}^2 - F_{msx}^2}$ (5)

Thay (1, 3, 4) vào (5) ta được:

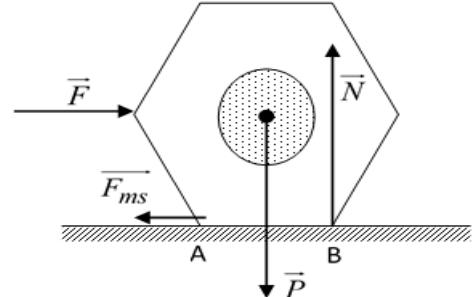
$$F_{min} = mg \cdot \sqrt{(k \cdot \cos\alpha)^2 - \sin^2\alpha} \quad (6)$$

Thay số: $m = 100g = 0,1kg$; $g = 9,8m/s^2$; $k = 0,8$; $\alpha = 30^\circ$ vào (6) ta được: $F_{min} = 0,47$ (N)

Bài 16.

- Phân tích lực: $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}, \vec{F}_{ms}$

(trong đó: giá của phản lực \vec{N} có phương thẳng đứng cắt mặt chân đế của chiếc bút chì)



- Khi chiếc bút chì bắt đầu bị quay thì phản lực \vec{N} có giá đi qua điểm tựa B, khi đó:

$$M_{\vec{N}/B} = 0; M_{\vec{F}_{ms}/B} = 0, \text{ ta có:}$$

$$M_{\vec{F}/B} = M_{\vec{P}/B}$$

$$\Rightarrow F \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow F = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Để chiếc bút chì không bị quay quanh điểm B thì: } F \leq \frac{mg}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

- Để chiếc bút chì bị trượt thì theo phương ngang:

$$F \geq (F_{msn})_{max} \Rightarrow F \geq k \cdot N = k \cdot mg \quad (2)$$

$$k \cdot mg \leq \frac{mg}{\sqrt{3}} \Rightarrow k \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,58$$

- Từ (1, 2) ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 17. Phân tích lực: $\vec{P}; \vec{N}_1; \vec{N}_2; \vec{F}_{msn1}; \vec{F}_{msn2}$

(Xe chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng nên các lực ma sát tác dụng lên các bánh xe là ma sát nghỉ, đóng vai trò lực phát động trong chuyển động của xe)

- Vì xe chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng (không lật), áp dụng quy tắc mômen:

+ Đối với trục quay qua A:

$$M_{\vec{N}_1/A} = 0; M_{\vec{F}_{msn1}/A} = 0; M_{\vec{F}_{msn2}/A} = 0, \text{ ta có:}$$

$$M_{\vec{P}/A} = M_{\vec{N}_2/A}$$

$$\Rightarrow Mg \cdot \cos \alpha \cdot \frac{L}{2} - Mg \cdot \sin \alpha \cdot H = N_2 \cdot L$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{1}{2} Mg \cdot \cos \alpha - Mg \cdot \frac{H}{L} \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

+ Đối với trục quay qua B: $M_{\vec{N}_2/B} = 0; M_{\vec{F}_{msn2}/B} = 0; M_{\vec{F}_{msn1}/B} = 0$, ta có:

$$M_{\vec{P}/B} = M_{\vec{N}_1/B}$$

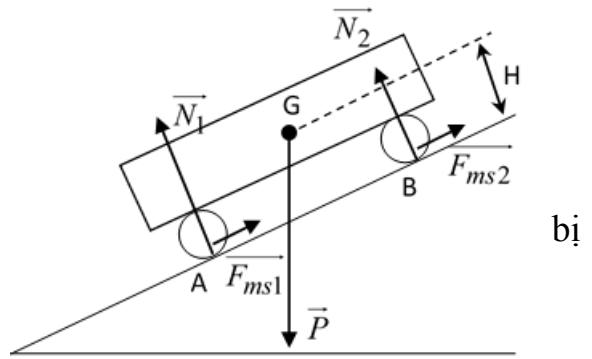
$$\Rightarrow Mg \cdot \cos \alpha \cdot \frac{L}{2} + Mg \cdot \sin \alpha \cdot H = N_1 \cdot L$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{1}{2} Mg \cdot \cos \alpha + Mg \cdot \frac{H}{L} \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

$$\Delta N = N_1 - N_2 = 2Mg \cdot \frac{H}{L} \cdot \sin \alpha$$

- Từ (1, 2) ta có:
Thay số: $M = 1$ tấn = 1000kg; $g = 9,8m/s^2$; $H = 0,75m$; $L = 2,5m$; $\alpha = 12^\circ$ ta có:
 $\Delta N = 1,2 \cdot 10^3$ (N)

Bài 18. Khi chưa phanh áp lực tác dụng lên bánh trước là $N_{20} = \frac{mg}{2}$

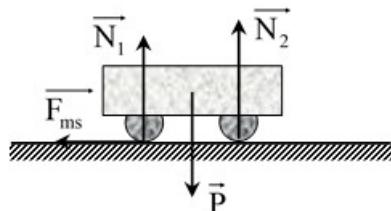


KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Khi phanh bánh sau, bánh sau chịu tác dụng lực ma sát $F_{ms} = kN_1$, ta có phương trình cân bằng momen quanh khói tâm của xe:

$$N_2 \frac{d}{2} = N_1 \frac{d}{2} + F_{ms} h \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } N_1 + N_2 - mg = 0 \quad (2)$$



$$\text{Từ (1) và (2), suy ra: } N_2 = \frac{mg}{2} \frac{d + 2kh}{d + kh}$$

Độ biến thiên áp lực lên bánh xe trước:

$$\Delta N = N_2 - N_{20} = \frac{mg}{2} \frac{kh}{d + kh} = 480 \text{ (N)}$$

$$\text{ĐS: } \Delta N = \frac{mg}{2} \frac{kh}{d + kh} = 480 \text{ (N)}$$

Bài 19. Phân tích lực như hình vẽ:

+ Xe tải: $\vec{P}; \vec{T}; \vec{N}; \vec{F}_{ms}$ (phản lực của xe có thể phân bố trên cả bánh trước và bánh sau)

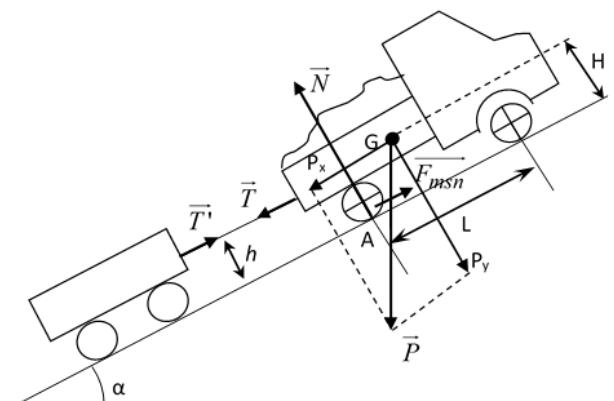
+ Xe mooc: $\vec{P}'; \vec{T}'; \vec{N}'; \vec{F}'_{ms}$

- Khi xe bắt đầu bị đổ về phía sau thì:

+ toàn bộ trọng lực của xe dồn hết cho bánh sau, khi đó phản lực \vec{N}' có giá đi qua A, nghĩa là: $M_{\vec{N}'/A} = 0$;

+ Đối với trực quay qua A, ta có: $M_{\vec{T}'/A} \geq M_{\vec{P}'/A}$

$$(1)$$



- Xe mooc đang được kéo lên dốc, nên: $T \geq mg \sin \alpha$

$$\Rightarrow M_{\vec{T}'/A} \geq mg \sin \alpha \cdot h \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

- Đối với xe tải khi đi trên mặt đường nằm ngang, $\frac{3}{4}$ trọng lượng của xe ép lên các bánh sau nên trọng tâm G của xe bị lệch về phía bánh sau và cách trục bánh sau theo phương song song với mặt dốc một đoạn $L/4$, ta có:

$$M_{\vec{P}/A} = M_{P_y/A} - M_{P_x/A}$$

$$\Rightarrow M_{\vec{P}/A} = Mg \cdot \cos \alpha \cdot \frac{L}{4} - Mg \cdot \sin \alpha \cdot H \quad (3)$$

- Thay (2, 3) vào (1) ta có:

$$\begin{aligned} mg \cdot \sin \alpha \cdot h &\geq Mg \cdot \cos \alpha \cdot \frac{L}{4} - Mg \cdot \sin \alpha \cdot H \\ \Rightarrow (m \cdot h + M \cdot H) \cdot \sin \alpha &\geq \frac{ML}{4} \cdot \cos \alpha \\ \Rightarrow \tan \alpha &\geq \frac{ML/4}{m \cdot h + M \cdot H} \end{aligned} \quad (4)$$

Thay số: $M = 8$ tấn, $m = 4$ tấn, $L = 4m$, $H = 2m$, $h = 1m$, ta có: $\tan \alpha \geq 0,4$.

Công suất của động cơ chỉ ảnh hưởng đến sự chuyển động tịnh tiến của xe tải, do đó không gây nguy hiểm gì khi xe tải lên dốc.

Bài 20. Phương trình chuyển động của vật m: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

$$\rightarrow \begin{cases} mg - N \cos \alpha - F_{ms} \sin \alpha = 0 \\ N \sin \alpha - F_{ms} \cos \alpha = ma \end{cases}$$

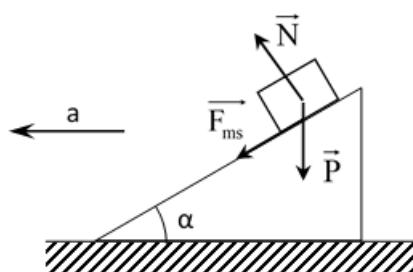
Suy ra:

$$\begin{cases} N = m(g \cos \alpha + a \sin \alpha) \\ F_{ms} = m(g \sin \alpha - a \cos \alpha) \end{cases}$$

Biết: $F_{ms} \leq kN$

Nên: $|g \sin \alpha - a \cos \alpha| \leq k(g \cos \alpha + a \sin \alpha)$

Vật bắt đầu trượt lên trên khi: $a = g \cdot \frac{k + \tan \alpha}{1 - k \tan \alpha}$, với điều kiện $k \tan \alpha < 1$.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Bài 21. Gọi: m là khối lượng của hình trụ đồng chất không bị khoét, m_1 là khối lượng dư của vật đem đặt vào lỗ trống.

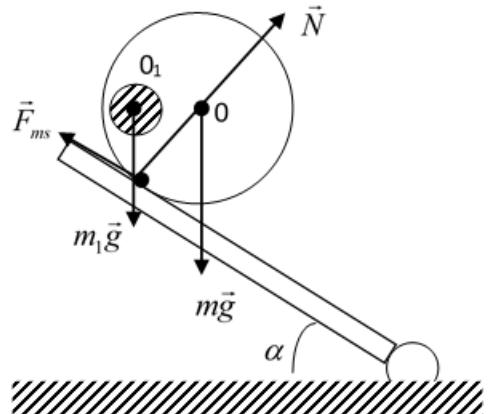
$$\text{Ta có: } m_1 = \frac{\pi \left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} \cdot 10m = \frac{5m}{8}$$

* Khi góc α tăng thì hình trụ có thể trượt hoặc lăn.

- Gọi α_1 là góc mà kẽ từ đó hình trụ bắt đầu trượt, ta có phương trình chuyển động tịnh tiến của hình trụ:

$$(m + m_1)g \sin \alpha_1 = k(m + m_1)g \cos \alpha_1$$

$$\Rightarrow \tan \alpha_1 = k = 0,3$$



Hình 1.23G.

- Gọi α_2 là góc mà kẽ từ đó hình trụ bắt đầu lăn không trượt:

Muốn vậy:

+ Vì hình trụ không trượt do đó mà lực ma sát phải nhỏ hơn giá trị lớn nhất của nó và bằng $(m + m_1)g \sin \alpha_2$.

+ Để hình trụ không quay thì momen của lực ma sát đối với trục quay đi qua 0 không vượt quá giá trị lớn nhất có thể của momen trọng lực m_1g , tương ứng với trường hợp đường thẳng $0O_1$ song song với phương ngang.

Vì vậy với $\alpha = \alpha_2$ ta có phương trình cân bằng momen đối với trục quay đi qua 0:

$$R(m + m_1)g \sin \alpha_2 = \frac{2R}{3}m_1g$$

$$\text{Thay } m_1 = \frac{5m}{8} \text{ vào phương trình trên ta tìm được } \sin \alpha_2 = \frac{10}{39}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

* Ta thấy $\tan \alpha_2 = 0,26 < \tan \alpha_1$ vì vậy khi ta tăng góc α thì sự cân bằng momen quay bị phá vỡ trước sự cân bằng trượt.

Vậy góc nghiêng α cực đại của tâm ván với phương ngang để cho hình trụ vẫn nằm cân bằng

$$\text{là } \sin \alpha = \frac{10}{39}.$$

Bài 22.

a. Tìm hệ số ma sát: Điều kiện cân bằng của quả cầu:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (1); M_{P/A} = M_{F_{ms}/A} \quad (2)$$

Chiếu (1) lên Ox, Oy: $P\sin\alpha + T + F_{ms} = 0 \quad (3')$. $P\cos\alpha + N = 0 \quad (3)$

Từ (2) ta có: $PR\sin\alpha = F_{ms}.2R \Rightarrow F_{ms} = P/2 \sin\alpha \quad (4)$.

$$\text{Vì quả cầu không trượt } F_{ms} \leq kN \Rightarrow k \geq \frac{F_{ms}}{N} \quad (5)$$

$$\text{Thay (3), (4) vào (5): } k \geq \frac{P\sin\alpha}{2P\cos\alpha} = \frac{\tan\alpha}{2}$$

b. Lực căng dây ứng với $\alpha = \alpha_0$. Từ (3') $T = P\sin\alpha - F_{ms} = P\sin\alpha - kN$;

$$T = P\sin\alpha_0 - kP\cos\alpha_0.$$

Bài 23. a. Khi hệ đứng yên.

Vật chịu tác dụng của ba lực. Trọng lực P, phản lực N_A , phản lực \vec{N}_B như hình vẽ:

Áp dụng quy tắc momen lực đối với trực quay qua B: $N_A R = P.R.\sin\beta$

$$\text{Hay } N_A = mg\sin 60^\circ = 10.20.0,5 = 50 \text{ (N)}$$

b. Khi m nằm yên trên M mà M chuyển động

Xét trong hệ quy chiếu gắn với M. Vật chịu tác dụng thêm bởi lực quán tính f_{qt} .

Áp dụng quy tắc mômen đối với trực quay đi qua B. $N_A R = P.R\sin\beta + ma_0\cos\beta$; $= mg\sin\beta + ma_0\cos\beta$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$N_A = 10 \cdot 10 \cdot 0,5 + 10 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 + 10\sqrt{3} = 67,3 N$$

Áp dụng quy tắc mômen đối với trục quay đi qua A: $N_B R + f_{qt} R \sin \beta = P R \cos \beta$.

$$N_B = mg \cos \beta - ma_0 \sin \beta = 10 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \cdot 2 \cdot 0,5 = 50\sqrt{3} - 10 = 76,6 N$$

b. Khi m lăn qua A

Để m lăn qua A thì phải có: $F_{qt} \cdot R \sin \beta > P \cdot R \cos \beta$

$$\Rightarrow a_0 > \frac{g \cos \beta}{\sin \beta} = 10\sqrt{3} \approx 17,3 m/s^2$$

Bài 24. Các lực tác dụng lên thanh gồm:

+ Trọng lực \vec{P} .

+ Phản lực của bản lề \vec{Q}

+ Lực căng dây \vec{T}

- Điều kiện cân bằng của thanh OA là:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = \vec{0} \quad (*)$$

Các lực $\vec{P}, \vec{T}, \vec{Q}$ có giá đồng quy nên giá của \vec{Q} không

vuông góc với tường mà đi qua điểm I (giao điểm của giá các lực \vec{P}, \vec{T}).

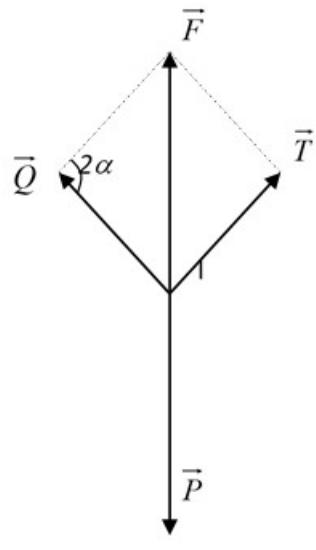
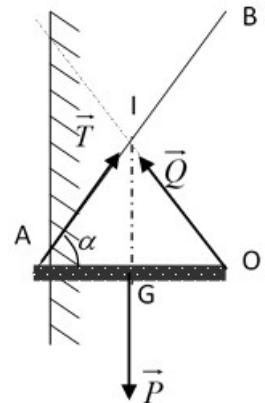
Di chuyển các lực $\vec{P}, \vec{T}, \vec{Q}$ về điểm đồng quy I, như hình vẽ:

Đặt $\vec{F} = \vec{Q} + \vec{T}$, công thức (*) có thể viết thành $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

Theo hình vẽ ta có: $F^2 = Q^2 + T^2 - 2Q \cdot T \cdot \cos 2\alpha$

vì tam giác AIO cân nên $Q = T$, ta có:

$$F^2 = Q^2 + T^2 - 2Q \cdot T \cdot \cos 2\alpha = 2T^2(1 - \cos 2\alpha) = 2T^2(2\sin^2\alpha)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow T = F/2\sin\alpha = P/2\sin\alpha = Q$$

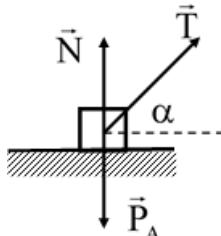
Bài 25. a. Xét với vật A:

Theo định luật II Niuton: $\vec{T} + \vec{P} + \vec{N} = m_A \vec{a}_A$

$$\Rightarrow \begin{cases} T\cos\alpha = m_A a_A \\ T\sin\alpha + N = P \end{cases} \quad (1)$$

+ Xét với vật B:

Theo định luật II Niuton:

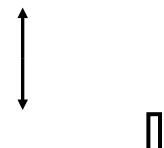


$$\vec{T} + \vec{P}_B = m_B \vec{a}_B = M \vec{a}_B = 2m \vec{a}_B$$

$$\Rightarrow P_B - T = 2m a_B \quad (2)$$

Ta có : Theo phương程式 của vận tốc của vật A và B phải như nhau

$$\Rightarrow v_A \cos\alpha = v_B$$



Lấy đạo hàm hai vế: $(v_B)' = a_B = (v_A)' \cos\alpha + v_A (\cos\alpha)'$

Vì góc α cũng thay đổi theo thời gian nên đạo hàm của nó khác 0

$$\Rightarrow a_B = a_A \cos\alpha - v_A \sin\alpha \cdot \alpha'$$

$$\text{Mặt khác: } \cot\alpha = \frac{x}{L} \Rightarrow x = L \cot\alpha$$

$$\text{Lấy đạo hàm hai vế: } (x)' = v_A = -L \frac{\alpha'}{\sin^2\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha' = -\frac{v_A \sin^2\alpha}{L}$$

$$\Rightarrow a_B = a_A \cos\alpha - v_A \sin\alpha \cdot \alpha' = a_A \cos\alpha + \frac{v_A^2 \sin^3\alpha}{L}$$

+ Tại thời điểm thả vật thì: $v_A = 0 \Rightarrow a_B = a_A \cos\alpha$ thay vào (1) và (2) ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} T \cos \alpha = m a_A \\ P_B - T = 2 m a_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \cos \alpha = m a_A \\ 2 m g \cos \alpha - T \cos \alpha = 2 m a_B \cos^2 \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 m g \cos \alpha = m a_A (1 + 2 \cos^2 \alpha) \Rightarrow a_A = \frac{2 g \cos \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2 m g}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

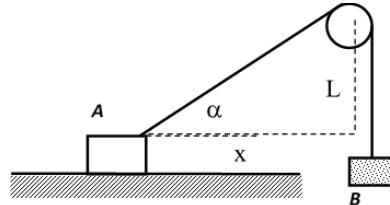
b. Khi đó $T \sin \alpha > m g \rightarrow \frac{2 m g \sin \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} > m g$

$$\rightarrow 2 \sin \alpha > 1 + 2 \cos^2 \alpha \rightarrow 2 \sin \alpha > 1 + 2(1 - \sin^2 \alpha)$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 3 > 0$$

Với $\rightarrow 2 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 3 = 0 \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{7} - 1}{2}$

Vậy $\alpha > \arcsin\left(\frac{\sqrt{7} - 1}{2}\right)$



Bài 26.

1. Các lực tác dụng lên thanh AB:

Trọng lực \vec{P} , Lực \vec{F} và lực liên kết của bản lề \vec{N}

Đối với trục quay đi qua A, điều kiện cân bằng của thanh là:

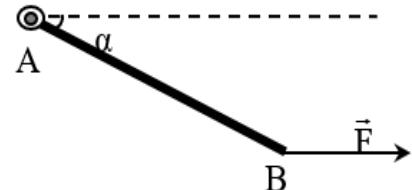
$$P \frac{1}{2} \cos \alpha = F l \sin \alpha \Rightarrow F = \frac{P}{2} \cot \alpha = 866N$$

Ngoài ra, hợp lực tác dụng lên vật bằng không:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$$

Chiều lên phương ngang và phương thẳng đứng ta có:

$$\begin{aligned} N_x &= T \\ N_y &= P \Rightarrow N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = 1322,9N \end{aligned}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

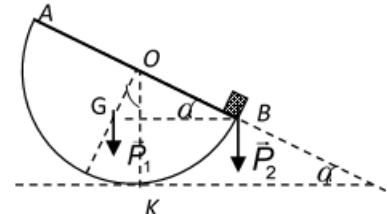
2. Để \vec{F} có giá trị nhỏ nhất thì \vec{F} vuông góc với AB. Khi đó:

$$P \frac{1}{2} \cos \alpha = F_{\min} l \Rightarrow F_{\min} = \frac{P}{2} \cos \alpha = 433N$$

Bài 27. ĐKCB của bán cầu với trục quay tại K là: $M_{\bar{P}_1}^{(K)} = M_{\bar{P}_2}^{(K)}$

$$\text{Trong đó: } M_{\bar{P}_1}^{(K)} = P_1 \cdot OG \cdot \sin \alpha = P_1 \cdot \frac{3}{8} R \sin \alpha$$

$$M_{\bar{P}_2}^{(K)} = P_2 \cdot OB \cdot \cos \alpha = P_2 \cdot R \cos \alpha$$



$$M_{\bar{P}_1}^{(K)} = M_{\bar{P}_2}^{(K)} \Leftrightarrow P_1 \cdot \frac{3}{8} R \sin \alpha = P_2 \cdot R \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{8 P_2}{3 P_1} = \frac{8 m}{3 M}$$

Bài 28. Thanh chịu trọng lượng P, phản lực N của bán trực ở A vuông góc với mặt trụ (đi qua 0). Phản lực toàn phần Q của mặt bàn xiên góc với phương ngang vì có ma sát, trong

$\vec{Q} = \vec{F} + \vec{Q}_n$; trong đó \vec{F} là lực ma sát

Ba lực $\vec{Q}, \vec{N}, \vec{P}$ cân bằng, vậy giao điểm của \vec{N}, \vec{Q} phải ở trên giá của \vec{P} .

$$\text{Ta có: } \vec{P} + \vec{Q} + \vec{N} = 0 \quad (1)$$

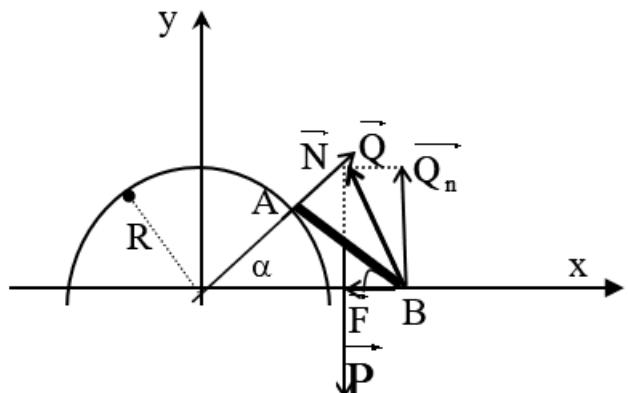
$$\text{Chiếu (1) xuống ox ta có: } N \cos \alpha = F; \quad (2)$$

$$\text{Chiếu (1) xuống oy : } N \sin \alpha + Q_n = P; \quad (3)$$

Tam giác OAB là cân nên $\angle BAN = 2\alpha$

$$\text{Lấy mo men đối với B : } P \frac{\frac{R \cos \alpha}{2}}{2} = NR \sin 2\alpha; \quad (4)$$

$$\text{Mặt khác : } F \leq \frac{\sqrt{3}}{3} Q_n; \quad (5)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Ta có 4 phương trình cho 4 ẩn N; Q_N; F và α. Từ (4) có:

$$N = \frac{P \cos \alpha}{2 \sin 2\alpha} = \frac{P}{4 \sin \alpha} . \quad \text{Thay vào (2) nhận được:}$$

$$F = \frac{P \cot \alpha}{4} ; \quad (6)$$

$$\text{Thay vào (3) thu được: } Q_N = P - N \sin \alpha = \frac{3P}{4} \quad (7)$$

Thay (6) và (7) vào (5) có:

$$\frac{P}{4 \tan \alpha} \leq \frac{\sqrt{3}}{4} P . \quad \text{Suy ra: } \tan \alpha \geq \frac{1}{\sqrt{3}} ; \quad \text{hay } \alpha \geq 30^\circ$$

Mặt khác, dễ thấy rằng vị trí của thanh khi đầu A của thanh là tiếp điểm với bán trụ đỡ thanh tạo với mặt ngang với một góc giới hạn $\alpha = 45^\circ$. Vậy trạng thái cân bằng của thanh ứng với góc α thỏa mãn điều kiện:

$$30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$$

Bài 29. Phản lực của tường được phân tích: $Q = N + f_{ms}$ (1)

Đặt AB=h và ABC = β; trọng lượng của thanh BC : P = mg; Hệ quy chiếu Bxy. Khi hệ cân bằng ta có:

$$P + T + N + f_{ms} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Bx: } N = T \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

$$\text{By: } f_{ms} = mg - T \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

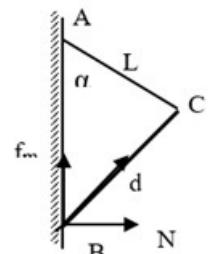
Cân bằng momen đối với trục quay B:

$$P \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin \beta = T \cdot h \cdot \sin \alpha \Rightarrow T = mg \cdot \frac{d \cdot \sin \beta}{2h \cdot \sin \alpha} \quad (5)$$

Áp dụng định lý hàm sin trong tam giác ABC:

$$\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{L}{\sin \beta} = \frac{h}{\sin(\alpha + \beta)} \Rightarrow h = \frac{d \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5), (6) và (3): } T = \frac{mg \cdot d \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \Rightarrow N = \frac{mg \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \quad (7)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$f_{ms} = mg \left(1 - \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \right) \quad (8)$$

Từ (4) :

Để có cân bằng phải có ma sát nghỉ và $f_{ms} \leq k \cdot N$; với k là hệ số ma sát

$$mg \left(1 - \frac{mg \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \right) \leq k \cdot \frac{mg \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \quad (9)$$

Từ (4) :

$$\text{Hay : } k \geq \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} = \left(\frac{2}{\tan \beta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right) \quad (10)$$

$$\text{Từ (4): } \sin \beta = \frac{L \cdot \sin \alpha}{d} \Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{d^2 - L^2 \cdot \sin^2 \alpha}}{d} \quad (11)$$

$$\text{Từ (10) : } k \geq \frac{2\sqrt{d^2 - L^2 \cdot \sin^2 \alpha}}{L \cdot \sin \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \quad (12)$$

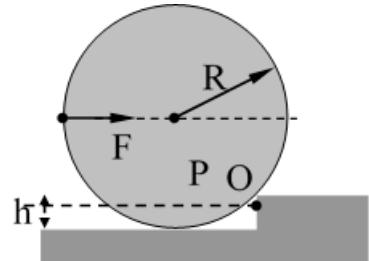
Bài 30. Chọn điểm tiếp xúc O giữa con lăn và đỉnh của bậc thềm làm trục quay. Con lăn sẽ vượt qua được bậc thềm khi $M_F \geq M_P$.

Gọi h là độ cao của bậc thềm thì $0 < h < 0$.

$$\text{Ta có: } F(R - h) \geq P \sqrt{R^2 - (R - h)^2}$$

$$\Rightarrow F(R - h_m) = P \sqrt{R^2 - (R - h_m)^2}$$

$$\frac{F}{P} = \frac{\sqrt{R^2 - (R - h_m)^2}}{R - h_m} \quad \text{Thay } h_m = 0,2R \Rightarrow \frac{F}{P} = 0,75$$



Bài 31.

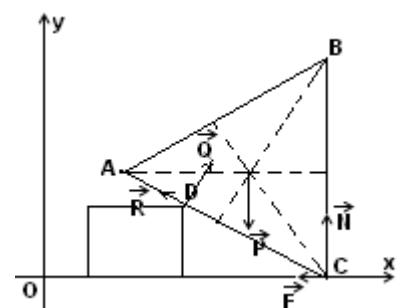
a. Hệ số ma sát giữa lăng trụ với giá đỡ và với sàn.

+ Gắn lăng trụ với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Lăng trụ chịu tác dụng của 5 lực:

- Trọng lực \vec{P}

- Phản lực \vec{N} của sàn

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Lực ma sát \vec{F} với sàn

- Phản lực \vec{Q} của giá đỡ

- Lực ma sát \vec{R} với giá đỡ.

+ Chiều các lực tác dụng vào lăng trụ lên các trục tọa độ. Lăng trụ đứng yên, các lực thành phần chiều trên mỗi trục tọa độ sẽ cân bằng nhau.

- Trên trục Oy:

$$N + Q\cos 30^\circ + R\sin 30^\circ = P$$

$$N + Q \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + k \cdot Q \cdot 0,5 = 100 \quad (1)$$

- Trên trục Ox:

$$Q\sin 30^\circ = R\cos 30^\circ + F$$

$$Q \cdot 0,5 = k \cdot Q \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + k \cdot N \quad (2)$$

+ Nếu không có giá đỡ thì lăng trụ sẽ bị lật quanh một trục đi qua C. Thay giá đỡ bằng 2 lực liên kết R và Q, lúc này lăng trụ có trục quay đi qua C. Điều kiện cân bằng của lăng trụ đối với trục quay C là:

$$Q \cdot \frac{2}{3}a = P \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow Q = 25\sqrt{3} \text{ (N)}.$$

Thay $Q = 25\sqrt{3}$ (N) vào (1) và (2) ta có:

$$N + 25\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + k \cdot 25\sqrt{3} \cdot 0,5 = 100$$

$$N + 37,5 + 12,5\sqrt{3} \cdot k = 100 \quad (1')$$

$$25\sqrt{3} \cdot 0,5 = k \cdot 25\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + k \cdot N$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$12,5\sqrt{3} = 37,5.k + k.N \quad (2')$$

Từ (1') $\Rightarrow N = 100 - 37,5 - 12,5\sqrt{3}.k$ thế vào (2')

$$(2') \Leftrightarrow 12,5\sqrt{3} = 37,5.k + k(100 - 37,5 - 12,5\sqrt{3}.k)$$

$$\Leftrightarrow 12,5\sqrt{3}k^2 - 100k + 12,5\sqrt{3} = 0$$

Giải phương trình trên ta có $k = 4,39$ và $k = 0,227$

Vì $k < 1$ nên: nhận giá trị $k = 0,227$.

$$\Rightarrow N = 100 - 37,5 - 12,5\sqrt{3}.0,227 = 57,6 \text{ (N)}$$

Bài 32. Ký hiệu chiều dài và khối lượng của thanh lần lượt là l và m. Do nâng thanh từ từ do vậy có thể coi rằng thanh luôn cân bằng ở mọi vị trí.

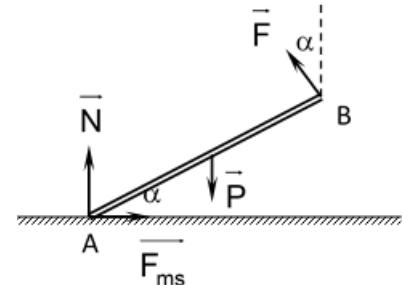
Xét khi thanh hợp với phương ngang một góc α . Các lực tác dụng lên thanh như hình vẽ ta có:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} = \vec{O} \quad (1)$$

Chiếu phương trình (1) lên phương ngang và phương thẳng đứng ta được:

$$F \cdot \sin \alpha = F_{ms} \quad (2)$$

$$\text{và } mg = N + F \cdot \cos \alpha \quad (3)$$



$$\text{Chọn trục quay A, ta có: } F.l = mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Từ (2), (3) và (4) rút ra:

$$F_{ms} = \frac{mg}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha ; N = \frac{mg}{2} (1 + \sin^2 \alpha)$$

Để thanh không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N$

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} &= \frac{\tan \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{2}{\tan \alpha} + \tan \alpha} \geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \mu &\geq \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Vậy để nâng thanh đến vị trí thẳng đứng mà đầu dưới không bị trượt thì:

$$\mu \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Bài 33. Đối với quả cầu C:

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q \cdot CH &= N \cdot OB \Rightarrow Q \cdot 2R \sin \varphi = N \cdot 2R \cos \alpha \\ \Rightarrow N &= \frac{Q \sin \varphi}{\cos \alpha} = \frac{2Q \sin \varphi}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (1)$$

- Đối với thanh OA:

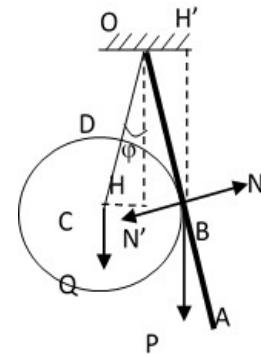
$$M_{\vec{N}'/O} = M_{\vec{P}/O} \Rightarrow N' \cdot OB = P \cdot OH'$$

Mà $N' = N$

$$\Rightarrow N \cdot OB = P \cdot OB \sin(30^\circ - \varphi) \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2Q}{\sqrt{3}} \sin \varphi &= P \sin(30^\circ - \varphi) \\ \Rightarrow P \cdot \sin 30^\circ \cos \varphi - P \cos 30^\circ \sin \varphi &= \frac{P}{2} \cos \varphi - \frac{P\sqrt{3}}{s} \sin \varphi \\ \Rightarrow (4Q + 3P) \sin \varphi &= P\sqrt{3} \cos \varphi \\ \Rightarrow \tan \varphi &= \frac{P\sqrt{3}}{(4Q + 3P)} \end{aligned}$$



Bài 34. Gọi f_1 và f_2 là lực ma sát tác dụng về hai phía lên thanh. Ta có :

$$\begin{aligned} f_1 &= k \cdot N_1 = k \cdot \frac{xm}{l} g \\ (1) \end{aligned}$$

$$f_2 = k \cdot N_2 = k \cdot \frac{(l-x)m}{l} g = k \cdot mg - k \cdot \frac{xm}{l} g = k \cdot mg - f_1 \quad (2)$$

Để thanh AB không trượt mà chỉ quay quanh điểm O cách A một đoạn x. Từ điều kiện cân bằng chuyển động tịnh tiến và quay ta có :

$$F - f_1 + f_2 = 0 \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$F \cdot x = f_1 \cdot \frac{x}{2} + f_2 \cdot \frac{1-x}{2}$$

(4)

Kết hợp (3), (4) và thay (1) và (2) vào ta được :

$$(f_1 - f_2) \cdot x = f_1 \cdot \frac{x}{2} + f_2 \cdot \frac{1-x}{2} \quad (5)$$

hay: $(k \frac{xm}{1} g - kmg + k \frac{xm}{1} g) \cdot x = k \frac{xm}{1} g \cdot \frac{x}{2} + (kmg - k \frac{xm}{1} g) \cdot \frac{1-x}{2}$ (6)

Suy ra : $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **không phụ thuộc vào hệ số ma sát k** (7)

Do đó lực F lớn nhất để thanh AB không trượt, suy từ (3) :

$$F \leq f_1 - f_2 \quad (8)$$

hay: $F \leq k \frac{xm}{1} g - kmg + k \frac{xm}{1} g \Rightarrow F \leq kmg(2 \frac{x}{1} - 1)$ (9)

$$F \leq kmg(\sqrt{2} - 1) \quad (10)$$

Bài 35.

- Tách vật thành hai vật riêng AB và BE.

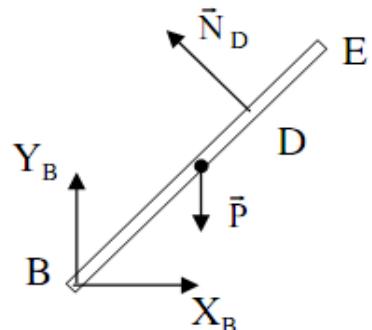
- Với thanh BE, sau khi giải phóng liên kết ta có:

Sử dụng phương pháp 2 phương trình chiếu 1 phương trình momen (ở đây chọn gốc là B), ta có hệ phương trình sau:

$$X_B - N_D \sin \alpha = 0;$$

$$Y_B - P + N_D \cos \alpha = 0;$$

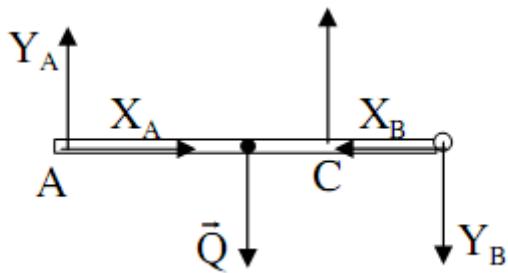
$$N_D \frac{2}{3} BE - P \frac{BE}{2} \cos \alpha = 0; \quad ;$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Giải ra được $N_D = 21.2N$, $X_B = 15N$ và $Y_B = 25N$.

Tương tự với thanh AB.



Bài 36. Phương trình cân bằng mômen với trục quay A:

$$P \cdot \frac{AB}{2} \cos\theta = N_2 \cdot AC = N_2 \cdot \frac{h}{\sin\theta} \rightarrow N_2 = \frac{Pl \cos\theta \sin\theta}{2h}$$

Điều kiện cân bằng tịnh tiến theo phương đứng có:

$$P = N_1 + N_2 \cos\theta \rightarrow N_1 = P - \frac{Pl \cos^2\theta \sin\theta}{2h}$$

Điều kiện cân bằng tịnh tiến theo phương ngang có:

$$F_{ms} = N_2 \sin\theta = \frac{Pl \cos\theta \sin^2\theta}{2h}$$

Vì thanh không trượt nên ma sát là ma sát nghỉ, do vậy:

$$F_{ms} = \mu N_1 \rightarrow \mu = \frac{l \cos\theta \sin^2\theta}{2h - l \cos^2\theta \sin\theta}$$

Với $\theta = 70^\circ \rightarrow \mu = 0,34$

Bài 37.

+ Đầu dây được kéo rất chậm nên v rất nhỏ và vật chuyển động đều

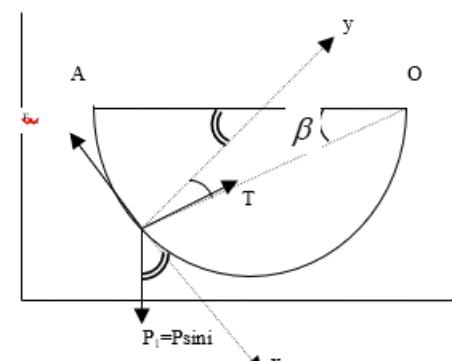
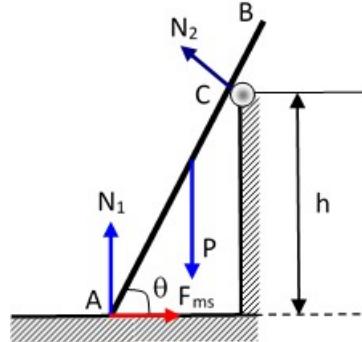
+ Trên mặt phẳng nghiêng các lực tác dụng gồm: T; $P \sin\alpha$; F_{ms}

+ Tại thời điểm dây tạo với phương ban đầu góc β thì

\vec{P}_1 tạo với phương tiếp tuyến quỹ đạo một góc bằng 2β .

Chọn hệ trục Ixy như hình vẽ.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Theo phương Ix ta có: $T \sin \beta + P_1 \cos 2\beta - F_{ms} = 0 \quad (1)$

+ Theo phương Iy ta có: $T \cos \beta - P_1 \sin 2\beta = m \frac{v^2}{R} \approx 0 \quad (2)$

+ Từ (2) suy ra: $T = 2P \sin \alpha \cdot \sin \beta$

+ Thay vào (1) được: $2P \sin \alpha \cdot \sin^2 \beta + P \sin \alpha \cdot \cos 2\beta = F_{ms}$

$$\Rightarrow F_{ms} = P \sin \alpha \Rightarrow \mu = \tan \alpha$$

Bài 38.

Gọi \vec{N}_{12} và \vec{N}_{21} là lực tương tác của thanh AO lên thanh AB và ngược lại.

Theo Định luật III Niu-ton $N_{12} = N_{21} = N$.

Gọi \vec{N}_o là phản lực do bản lề O tác dụng

lên thanh OA tại O.

* Xét thanh AB:

+ Do thanh AB cân bằng nên: $\vec{P}_2 + \vec{N}_{12} + \vec{F} = \vec{0}$

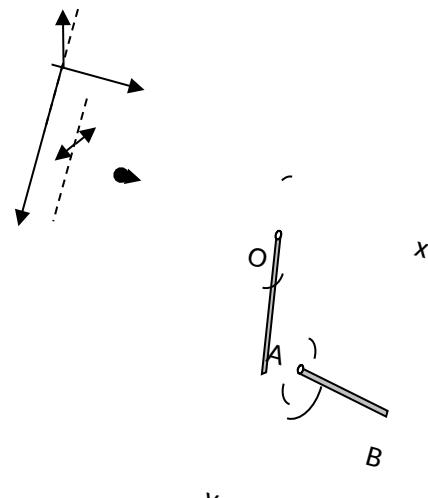
Chiếu lên các trục ta có:

$$\begin{cases} N_{12} \cos \varphi + P_2 = 0 \\ -N_{12} \sin \varphi + F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{12} = \sqrt{F^2 + P_2^2} = \sqrt{F^2 + P^2} \\ \tan \varphi = -\frac{F}{P} \end{cases}$$

+ Do thanh AB cân bằng nên:

$$M_{F/A} = M_{P_2/A} \Leftrightarrow F \cdot L \cos \alpha_2 = P_2 \frac{L}{2} \sin \alpha_2 \Rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{2F}{P_2} = \frac{2F}{mg}$$

* Xét thanh OA:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Do thanh AO cân bằng nên: $\vec{P}_1 + \vec{N}_{21} + \vec{N}_o = \vec{0}$

Chiếu lên các trục ta có:

$$\begin{cases} N_o \cos \theta + N_{21} \cos \varphi = P_1 \\ N_o \sin \theta = N_{21} \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_o = \sqrt{F^2 + (P_1 + P_2)^2} = \sqrt{F^2 + 4P^2} \\ \tan \theta = \frac{F}{2P} \end{cases}$$

+ Do thanh AO cân bằng nên: $M_{P_1/A} = M_{N_o/A} \Rightarrow P_1 \frac{L}{2} \sin \alpha_1 = N_o \cdot L \sin(\alpha_1 - \theta)$

$$\Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{2F}{2P_2 + P_1} = \frac{2F}{3mg}$$

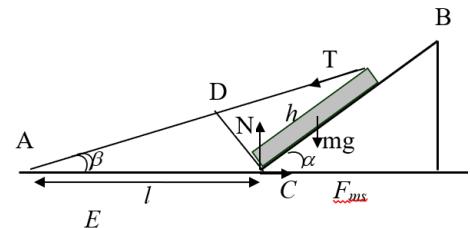
Bài 39. Các lực tác dụng lên thanh như HV:

Theo phương ngang và phương thẳng đứng ta có:

$$F_{ms} = T \cos \beta \quad (1)$$

$$N = mg + T \sin \beta \quad (2)$$

Với điều kiện: $F_{ms} \leq \mu N \Rightarrow T \cos \beta \leq \mu(mg + T \sin \beta) \quad (3)$



$$T = \frac{mg \cos \alpha}{4 \sin \beta} \quad (4)$$

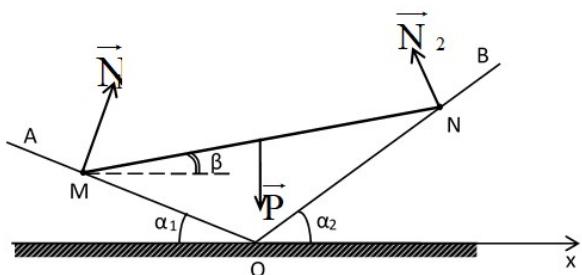
Chọn trục quay tại B ta được

$$\mu \geq \frac{\cos \alpha}{\tan \beta(4 + \cos \alpha)} \quad (5)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $\tan \beta = \frac{h \sin \alpha}{l + h \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2 + \cos \alpha}$

$$\mu \geq \frac{(2 + \cos \alpha) \cos \alpha}{(4 + \cos \alpha) \sin \alpha}$$

Thay vào (5) ta được:



Bài 40. a. Thanh cân bằng với trục quay qua M:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$M_{P/M} = M_{N2/M}$$

$$\frac{P}{2} \cos \alpha \quad (1)$$

Thanh cân bằng với trực quay qua N:

$$M_{P/N} = M_{N1/N}$$

$$\frac{P}{2} \cos \alpha \quad (2)$$

$$\frac{N \cos \alpha}{N \cos \beta} \quad (3)$$

Thanh cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{Y} = \vec{0}$ (4)

Chiếu (4) lên trực Ox ta được: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \alpha \quad (5)$

$$\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \beta \cos \beta}$$

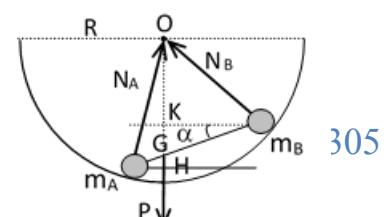
Từ (3) (5) ta có:

$$\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \beta \cos \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{1}{2} \tan \alpha \quad (6)$$

b. Thay $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 45^\circ$ vào (6) tìm được $\beta = 20^\circ$

Bài 41. a) Gọi G là khối tâm của hệ hai vật, theo điều kiện cân bằng thì các lực N_A , N_B , P phải đồng quy tại O nên G nằm trên đường thẳng đứng OH



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

- Tam giác AOB vuông cân nên góc OAB = góc OBA=45°, góc AOH=90-(45+15)=30°.

$$\rightarrow AH=R/2, AG=AH/\cos 15^\circ=0,52R$$

$$\rightarrow BG=(1,41-0,52)R=0,89R.$$

- Vì G là khối tâm nên $AG \cdot m_A = BG \cdot m_B \rightarrow m_B = 0,58kg$.

b) Xét điều kiện cân bằng đối với trục quay đi qua A: $M_{P/A} = M_{N_B/A}$

$$\leftrightarrow (m_A + m_B)g \cdot AH = N_B R \rightarrow N_B = (m_A + m_B)g / 2 = 7,9N$$

Xét điều kiện cân bằng đối với trục quay qua B ta có: $M_{P/B} = M_{N_A/B}$

$$\leftrightarrow (m_A + m_B)g \cdot BK = N_A R, \text{ với } BK = GB \cdot \cos 15^\circ = 0,86R \rightarrow N_A = 13,6N.$$

Bài 42. Chọn hệ trục Axy như hình vẽ, điều kiện cân bằng của thanh AB là: $\vec{T}_A + \vec{T}_B + 2\vec{P} = \vec{0}$

Chiếu phương trình trên xuống Ax :

$$T_A \cdot \cos(60^\circ - \alpha) - T_B \sin(30^\circ - \alpha) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Chiếu phương trình trên xuống Ay: } T_A \cdot \sin(60^\circ - \alpha) + T_B \cos(30^\circ - \alpha) - 2mg = 0 \quad (2)$$

Tổng mô men của các lực tác dụng lên thanh đối với trục quay đi qua B là:

$$\frac{L}{2} mg \cos \alpha - T_A L \sin 60^\circ = 0 \quad (3)$$

Nhân 2 vế của (2) với $\cos(30^\circ - \alpha)$ ta được:

$$T_A \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cos(30^\circ - \alpha) - T_B \sin(30^\circ - \alpha) \cos(30^\circ - \alpha) = 0 \quad (4)$$

Nhân 2 vế của (2) với $\sin(30^\circ - \alpha)$ ta được:

$$T_A \cdot \sin(60^\circ - \alpha) \sin(30^\circ - \alpha) + T_B \cos(30^\circ - \alpha) \sin(30^\circ - \alpha) - 2mg \sin(30^\circ - \alpha) = 0 \quad (5)$$

Cộng 2 vế của (4) và (5) ta được: $T_A \cos 30^\circ = 2mg \sin(30^\circ - \alpha) \quad (6)$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Từ (3) ta được:

$$T_A \cos 30^\circ = \frac{1}{2} mg \cos \alpha \quad (7)$$

Lấy (6) chia cho (7) ta có: $4 \sin(30^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

$$\rightarrow \sin 30^\circ \cos \alpha - \cos 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{4} \cos \alpha \rightarrow \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \tan \alpha =$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}} \rightarrow \alpha \approx 16,1^\circ.$$

Như vậy thanh lệch góc $\alpha \approx 16,1^\circ$ so với phương ngang khi thanh cân bằng.

Vì $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ nên $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$; $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{13}}$.

$$T_A = \frac{2mg}{\sqrt{13}}; T_B = \frac{6mg}{\sqrt{13}}$$

Thay vào (7) và (1) rồi biến đổi ta được

Bài 43. a. Xét khối trục:

Ta có: $\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{0}$

$$\Rightarrow N_1 = m_1 g / \sin \alpha$$

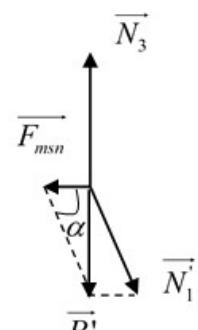
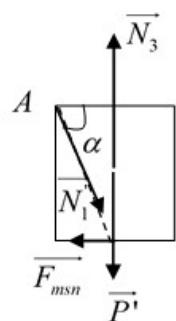
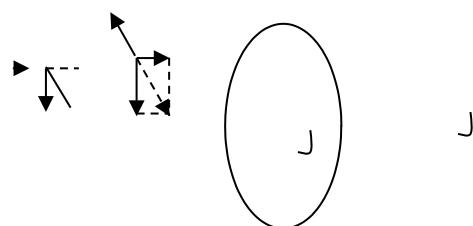
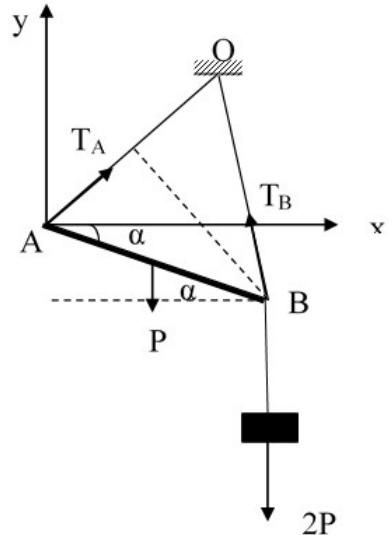
$$N_2 = m_1 g / \tan \alpha$$

Xét khối lập phương: Ta có: $\vec{P}' + \vec{N}_1 + \vec{N}_3 + \vec{F}_{msn} = \vec{0}$

$$\Rightarrow F_{msn} = N_1' \cos \alpha = N_1 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_{msn} = m_1 g / \tan \alpha = 11,547 N$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

b.Xét khối lập phương:

Để vật không lật (tâm quay là B):

$$\begin{aligned} M_{P/B} > M_{N_1/B} \Rightarrow m_2 g \cdot \frac{r}{2} &> m_1 g \cdot R / \tan \alpha - m_1 g \cdot R \\ \Rightarrow \tan \alpha &> \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Để vật trượt:

$$N_2 > \mu(m_1 + m_2)g \Rightarrow \frac{m_1 g}{\tan \alpha} > 2\mu m_1 g \Rightarrow \frac{1}{2\mu} > \tan \alpha$$

$$\frac{1}{2\mu} > \frac{2}{3} \Rightarrow \mu < 0,75$$

Để vật trượt trước khi lật thì:

Bài 44. Chọn mốc tính thế năng tại A.

Đặt IJ = 1. Thế năng của hệ :

$$U = - P_1 l \cos \alpha \sin 30^\circ - P_2 l \cos \alpha \sin 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow U = - \frac{P_1 l}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3} P_2 l}{2} \sin \alpha \quad (1)$$

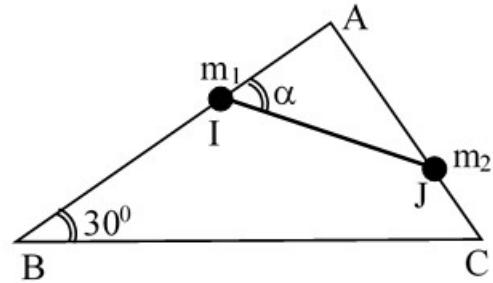
- áp dụng bất đẳng thức Bunhia-côpxki có :

$$P_1 \cos \alpha + \sqrt{3} P_2 \sin \alpha \leq \sqrt{P_1^2 + 3P_2^2} \quad (2)$$

(Cần chú ý là $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0 ; \cos \alpha > 0$)

Từ (1) và (2) ta được :

$$U \geq - \frac{1}{2} \sqrt{P_1^2 + 3P_2^2} \Rightarrow U_{\min} = - \frac{1}{2} \sqrt{P_1^2 + 3P_2^2}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯƠNG HSG THPT

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}P_2}{P_1}$$

Xảy ra khi :

$$\text{Hay } \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}P_2}{P_1} \quad (3)$$

* Khi $P_1 = P_2 = 100\text{N}$, thay vào (3) :

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Vì $U(\alpha)_{\min}$ nên cân bằng là bùn

* Khi $P_2 = 3P_1$, thay vào (3) :

$$\tan \alpha = 3\sqrt{3} \Rightarrow \alpha \approx 79^\circ.$$

Vì $U(\alpha)_{\min} \Rightarrow$ cân bằng là bùn .

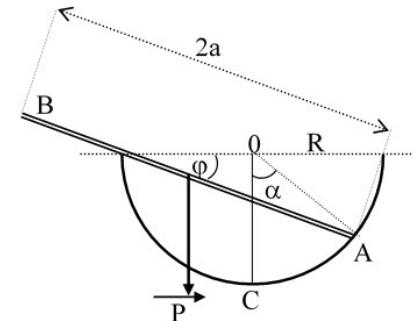
Bài 45. 1. Đặt $\angle AOC = \alpha$; $\angle AOD = \varphi$

Từ hình vẽ: $\alpha = 90^\circ - 2\varphi \Rightarrow \sin \alpha = \cos 2\varphi$

Chọn mốc tính thế năng tại vị trí thấp nhất B.

Thế năng của thanh:

$$U = P [R(1 - \sin 2\varphi) + a \sin \varphi] \quad (1)$$



$$\frac{dU}{d\varphi} = 0$$

Thanh nằm cân bằng khi $U(\varphi)$ đạt cực trị $\Rightarrow \frac{dU}{d\varphi} = 0$

$$\Leftrightarrow P [-2R\cos 2\varphi + a \cos \varphi] = 0$$

Thay $\cos 2\varphi = 2\cos^2 \varphi - 1$ ta được: $4R\cos^2 \varphi - a\cos \varphi - 2R = 0$

$$\Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{a + \sqrt{a^2 + 32R^2}}{8R} \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

b. Ta có :

$$\frac{d^2U}{d^2\varphi} = P(4R \sin 2\varphi - a \sin \varphi) \quad (3)$$

Khi $\varphi = \varphi_0$ thì $\frac{d^2U}{d^2\varphi} = P\sqrt{a^2 + 32R^2} \sin \varphi_0$

Vì $\sin \varphi_0 > 0 \Rightarrow \frac{d^2U}{d\varphi^2} > 0 \rightarrow$ Cân bằng là bền.

* Cuối cùng ta hãy tìm điều kiện để thỏa mãn phương trình (2)

+ Từ điều kiện $\cos \varphi_0 \leq 1$ ta được:

$$(8R - a)^2 > a^2 + 32R^2 \Rightarrow a < 2R \quad (4)$$

+ Muốn cho thanh tựa lên rìa thì $a > R \cos \varphi_0$

$$\Leftrightarrow a > \frac{a + \sqrt{a^2 + 32R^2}}{8} \Rightarrow a > \sqrt{\frac{2}{3}R} \quad (5)$$

Vậy $2R > a > \sqrt{\frac{2}{3}R}$

Bài 46. Ở vị trí cân bằng khi thanh nằm

ngang ta được $T = Q$

Chọn trục quay qua O :

$$M_0(P) = M_0(T) \Leftrightarrow T \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{2}}{a} = Pa$$

$$\Rightarrow Q = T = \frac{P\sqrt{2}}{a} \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

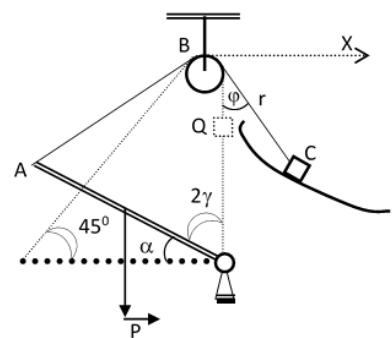
- Chọn mốc tính thế năng tại 0.

Hệ ở trạng thái cân bằng phiếm định khi hàm thế năng

$$U = \text{const} = U_0 \quad (2)$$

Trong đó U_0 : thế năng của hệ khi thanh nằm ngang.

$$U_0 = Q[2a - (1 - 2\sqrt{2})] = Q [2(\sqrt{2} + 1) - 1] \quad (3)$$



- Xét tại một vị trí bất kỳ khi BC hợp với phương thẳng đứng góc φ

đặt $BC = r$. Ta có

$$U = P \sin \varphi + q(2a - r \cos \varphi) \quad (4)$$

$$\text{Từ hình vẽ: } \sin \gamma = \frac{l - r}{2.2a} = \frac{l - r}{4}$$

$$\text{Mặt khác } \alpha = 90^\circ - 2\gamma \Rightarrow \sin \alpha = \cos 2\gamma = 1 - 2\sin^2 \gamma \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{(l - r)^2}{8a^2} \quad (5)$$

Từ (1), (2), (3), (4), (5) ta có :

$$\begin{aligned} Pa \left[1 - \frac{(l - r)^2}{8a^2} \right] + P \frac{\sqrt{2}}{2} [2a - r \cos \varphi] &= P \frac{\sqrt{2}}{2} [2(\sqrt{2} + 1)a - 1] \\ \Leftrightarrow \frac{(l - r)^2}{8a} + a + \frac{r\sqrt{2}}{2} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} l &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Chọn hệ trục XOY như hình vẽ :

$$\text{Ta có: } x = r \sin \varphi ; y = r \cos \varphi ; r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Thay vào (6) biến đổi ta được :

$$x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} + 4\sqrt{2}ay + 8a^2 + l^2 - 4\sqrt{2}al = 0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

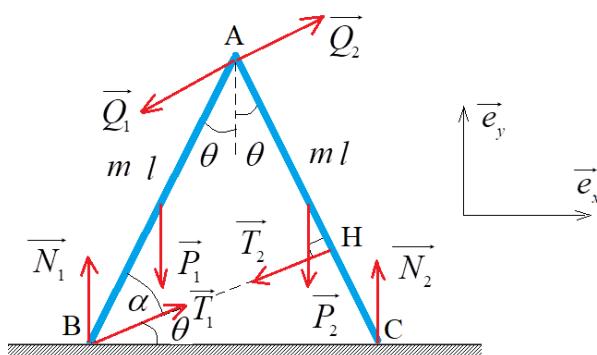
Bài 47. 1.a. Ta có $N_1 = N_2 = mg$ (1)

Và $\alpha = \frac{\pi}{2} - 2\theta$ (2)

Xét trực quay đi qua chốt A: $T_1 AH + P_1 \frac{l \sin \theta}{2} = N_1 l \sin \theta$

$$T_1 l \sin \alpha + P_1 \frac{l}{2} \sin \theta = N_1 l \sin \theta$$

$$\rightarrow T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta} \quad (3)$$



1b. Xét thanh AC cân bằng, ta có

Cách 1: $\vec{Q}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0}$ (4)

Mà $\vec{P}_2 + \vec{N}_2 = \vec{0}$ (5)

Thay (5) vào (4) ta được $\vec{Q}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

$$\rightarrow Q_2 = T_2 = T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta}$$

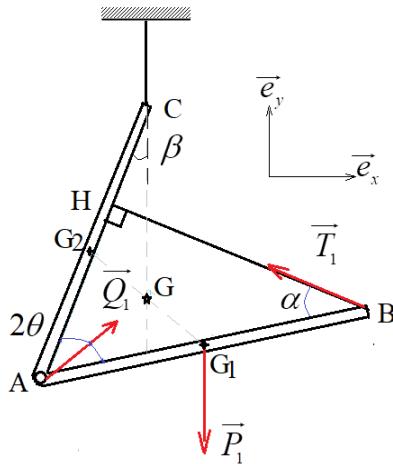
2a. Gọi G_1, G_2, G lần lượt là trọng tâm thanh thứ nhất, thứ hai và hệ hai thanh.

Đặt $\beta = \widehat{ACG}$, $\frac{AG}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \widehat{AGC}} \rightarrow \frac{\frac{l}{2} \cos \theta}{\sin \beta} = \frac{l}{\sin(\pi - \theta - \beta)}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cos \theta \sin(\theta + \beta) = \sin \beta \rightarrow \frac{1}{2} \cos \theta (\sin \theta \cos \beta + \cos \theta \sin \beta) = \sin \beta$$

$$\rightarrow \tan \beta = \frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} \rightarrow \beta = \text{arctan} \left(\frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} \right) \quad (6)$$



$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot g^2 \beta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \right)^2}}$$

2b. Ta có

$$\rightarrow \sin \beta = \frac{\cos \theta \sin \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta \sin^2 \theta + (1 + \sin^2 \theta)^2}} \quad (7)$$

Thanh AB cân bằng không quay đổi với chốt A:

$$P_1 \cdot 3 \frac{l}{2} \cdot \sin \beta = T_1 l \cos 2\theta$$

$$mg \frac{3}{2} \sin \beta = T_1 \cos 2\theta \rightarrow T_1 = mg \frac{3}{2} \frac{\sin \beta}{\cos 2\theta}$$

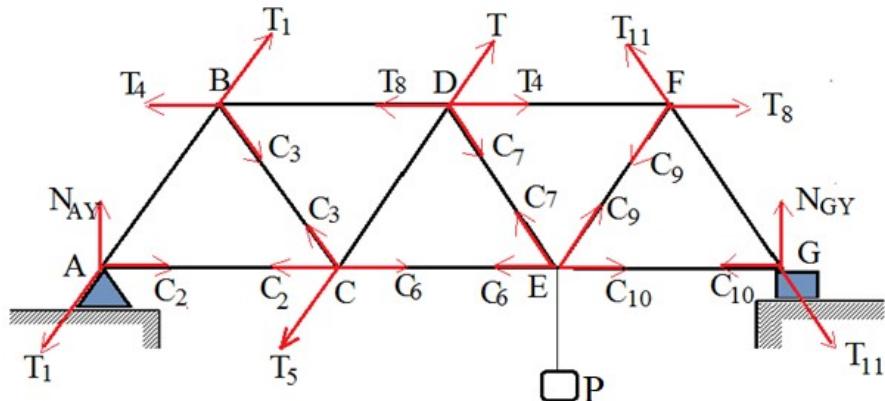
$$\rightarrow T_1 = \frac{3mg}{2\cos 2\theta \sqrt{1 + \left(\frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \right)^2}} \quad (8)$$

Bài 48. Bí quyết:

1. Vì các thanh không khói lượng, nên lực nén và căng luôn nằm dọc theo các thanh.
 2. Xét sự cân bằng của hệ, ta suy nhanh $N_{AX}, N_{AY}; N_{GX}, N_{GY}$.
 3. Xét C và E có xu hướng đi xuống, nên các thanh AC,CE,EG sẽ bị căng nên lực trên các thanh này là lực căng, từ đó suy ra các thanh BC,DE,FE bị căng theo

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

4.Xét sự cân bằng điểm A, ta suy ra các lực tại A.



Hình 2.4S

Xét cấu trúc như một khối thống nhất: Ngoại lực tác dụng lên hệ trên phương Ox bằng không, nên $N_{AX}=0$. (1)

Trên phương Oy chúng cân bằng nên

$$\begin{cases} N_{AY} + N_{GY} = Mg \\ Mg \cdot AE = AGN_{GY} \end{cases} \Rightarrow N_{AY} = \frac{Mg}{3}; N_{GY} = \frac{2Mg}{3} \quad (2)$$

Xem các lực căng T và lực nén C.

$$+ \text{Điều kiện cân bằng cho chốt tại A: } N_{AY} = T_1 \sin 60^\circ \rightarrow T_1 = \frac{2\sqrt{3}}{9} Mg \quad (3)$$

$$\text{Và } C_2 = T_1 \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{9} Mg$$

Xét sự cân bằng của các lực thẳng đứng ở B,C,D,G,F. chúng ta cũng nhận được

$$C_3 = T_1 = \frac{2\sqrt{3}}{9} Mg; T_5 = C_3 = \frac{2\sqrt{3}}{9} Mg; C_7 = T_5 = \frac{2\sqrt{3}}{9} Mg$$

$$C_9 = T_{11} = \frac{4\sqrt{3}}{9} Mg$$

Xét sự cân bằng của các lực nằm ngang tại B,C,E,F:

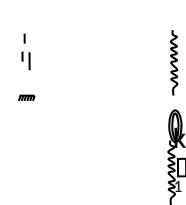
$$\begin{cases} T_4 - (T_1 + C_3) \cos 60^\circ = 0 \\ C_6 - (C_3 + T_5) \cos 60^\circ - C_2 = 0 \\ C_{10} - (C_9 - C_7) \cos 60^\circ - C_6 = 0 \\ T_8 - (T_{11} + C_9) \cos 60^\circ = 0 \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Từ đó suy ra $C_6 = \frac{\sqrt{3}}{3} Mg; C_{10} = \frac{2\sqrt{3}}{9} Mg; T_8 = \frac{4\sqrt{3}}{9} Mg$

IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

Bài 1. Lực kéo về là lực căng F của dây treo m . Ta có $F = F_2 = \frac{F_1}{2}$ (1)



+ Khi lò xo k_1 giãn một đoạn Δl_1 và lò xo k_2 giãn một đoạn Δl_2 thì
hệ lò xo giãn một đoạn $\Delta l = \Delta l_2 + 2\Delta l_1$ (2)

+ Ngoài ra, từ (1) có: $\Delta l = \frac{F}{k}$; $\Delta l_1 = \frac{2F}{k_1}$; $\Delta l_2 = \frac{F}{k_2}$ (3)

+ Thay (3) vào (2) được: $\frac{F}{k} = \frac{F}{k_2} + 4 \frac{F}{k_1} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{4k_2 + k_1}$

Bài 2.

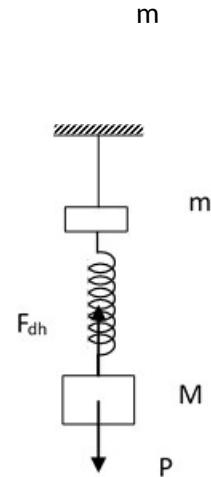
+ Xét hình 1.11 a: lực tác dụng lên vật M gồm hai lực

- Trọng lực \vec{P} , lực đàn hồi \vec{F}_{dh}

- M ở trạng thái cân bằng: $\vec{P} + \vec{F}_{dh} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{F}_{dh}$

- Trọng lực hướng xuống \Rightarrow lò xo bị dãn

$$\Rightarrow P = F_{dh} \Leftrightarrow Mg = k(l_1 - l_0) \quad (1)$$



+ Xét hình 21.a: lực tác dụng lên vật m gồm hai lực

- Trọng lực \vec{p} , lực đàn hồi \vec{f}_{dh}

- m ở trạng thái cân bằng: $\vec{p} + \vec{f}_{dh} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = -\vec{f}_{dh}$

- Trọng lực hướng xuống \Rightarrow lò xo bị nén



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT
 $\Rightarrow p = f_{dh} \Leftrightarrow mg = k(l_0 - l_2) \quad (2)$

$$\frac{Mg}{mg} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_0 - l_2)} \Rightarrow l_0 = \frac{ml_1 + Ml_2}{M + m}$$

+ Từ (1) và (2) \Rightarrow

Bài 3. Chọn mốc tính thế năng trọng lực ở vị trí A.

Thế năng của hệ :

$$U = -mgAM\cos\alpha + \frac{1}{2}k(AM - l_0)^2$$

Thay $AM = 2R\cos\alpha$ ta được :

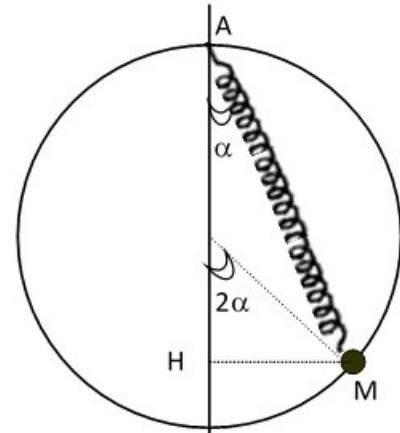
$$U = -mgAM\cos\alpha + \frac{1}{2}k(2R\cos\alpha - l_0)^2$$

Đặt $\frac{l_0}{2R} = a$; $\frac{mg}{kR} = b$

$$\Rightarrow U - 2kR^2\sin\alpha [(a - \cos\alpha)^2 - b\cos^2\alpha] = 0$$

Hệ có cân bằng khi : $\frac{dU}{d\alpha} = 4kR^2\sin\alpha [a - (1 - b)\cos\alpha] = 0$

Và $\frac{d^2U}{d\alpha^2} = 4kR^2[a\cos\alpha - (1 - b)\cos\alpha]$



Các cực trị đối với α trong khoảng nghiệm đúng khi $\sin\alpha = 0$ và $\cos\alpha = \frac{a}{(1 - b)}$

+ Nếu $b < 1$ ($mg > kR$) thì $\alpha = 0$ là vị trí cân bằng duy nhất có thể có và

$$\frac{d^2U}{d\alpha^2} > 0$$

\Rightarrow cân bằng là bền.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Nếu $b < 1$ và nếu $\frac{a}{(1-b)} > 1$ thì $a + b > 1$ và chỉ còn tồn tại một vị trí cân bằng ứng với $\alpha = 0$.

+ Nếu $b < 1$ và nếu $\frac{a}{(1-b)} < 1$ thì $a + b < 1$ và chỉ còn tồn tại hai vị trí cân bằng ứng với

$$\alpha_1 = 0 \text{ và } \alpha_2 = \arccos \frac{a}{(1-b)}$$

* Với $\alpha_1 = 0$ thì $\frac{d^2U}{d\alpha^2(0)} < 0$ \Rightarrow cân bằng là không bền.

* Với $\alpha_2 = \arccos \frac{a}{(1-b)}$ thì $\frac{d^2U}{d\alpha^2(0)} > 0$ \Rightarrow cân bằng là bền.

Bài 4. Xét chuyển động của hệ trong hệ quy chiếu quay với vận tốc ω

Hàm thế năng của hệ :

$$U = mg\cos\alpha + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 - \frac{1}{2}m\omega^2(l\sin\alpha)^2$$

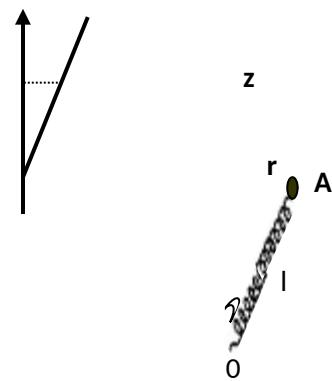
Hệ thống ở vị trí cân bằng tương đối khí

$$\frac{dU}{dl} = mg\cos\alpha + k(l - l_0) - m\omega^2l\sin^2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow l = \frac{mg\cos\alpha - kl_0}{m\omega^2\sin^2\alpha - k}$$

Vì $mg\cos\alpha < kl_0$ nên điều kiện để có cân bằng cho ta :

$$m\omega^2\sin^2\alpha - k < 0 \Rightarrow \omega < \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{k}{m}}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d^2U}{dl^2} = k - m\omega^2 \sin^2 \alpha > 0 \Rightarrow \text{Cân bằng là bền}$$

Bài 5. Gọi θ : góc hợp bởi bán kính nối vật và phương thẳng đứng.

Xét trong hệ quy chiếu phi quán tính gắn với vòng và quay với vận tốc góc ω quay trực thăng đứng.

$$\text{Thê năng của hạt cùm: } U = -mgR\cos\theta - \frac{m\omega^2 R^2 \sin^2 \theta}{2}$$

$$\text{Hạt cùm nằm cân bằng khi: } \frac{dU}{d\theta} = mgR\sin\theta - m\omega^2 \sin\theta \cos\theta = 0$$

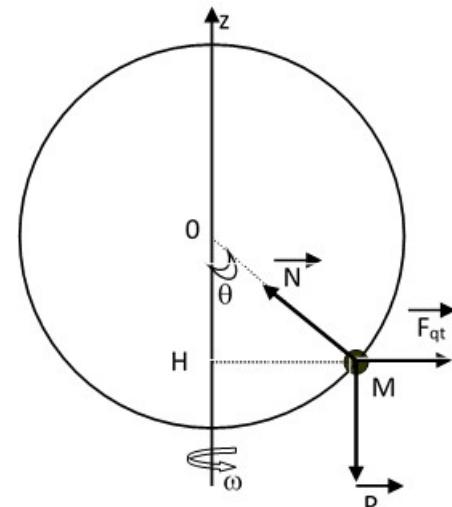
$$\Leftrightarrow \sin\theta \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \cos\theta \right] = 0 \quad \text{trong đó } \omega_0^2 = \frac{g}{R}$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta = 0 \quad \text{hoặc} \quad \cos\theta = \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$$

$$\text{có } \frac{d^2U}{d\theta^2} = mgR\cos\theta - m\omega^2 R^2 \cos\theta$$

** Các vị trí cân bằng:

+ Với $\omega < \omega_0$ thì $\cos\theta > 1$:



Vật có hai vị trí cân bằng ứng với $\sin\theta = 0$

$$\Leftrightarrow \theta = 0 \text{ và } \theta = \pi$$

$$\left. \frac{d^2U}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} = mgR - m\omega^2 R^2 = mgR \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] > 0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

→ Vật ở trạng thái cân bằng bền.

$$\left. \frac{d^2U}{d\theta^2} \right|_{\theta=\pi} = -mgR - m\omega^2 R^2 = -mgR \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] < 0$$

→ Vật ở trạng thái cân bằng không bền.

+ Với $\omega > \omega_0$ thì $\cos\theta < 1$: vật có ba vị trí cân bằng

$$\theta_1 = 0 ; \theta_2 = \pi \text{ và } \theta_3 = \arccos \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right].$$

Các vị trí θ_1, θ_2 có $\left. \frac{d^2U}{d\theta^2} \right|_{\theta_1, \theta_2} < 0 \rightarrow$ cân bằng không bền.

$$\text{Còn: } \left. \frac{d^2U}{d\theta^2} \right|_{\theta_3} = mgR \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right] > 0 \rightarrow \text{Cân bằng bền.}$$

Bài 6. Xét chuyển động của vật trong hệ quy chiếu phi quán tính gắn với vòng và quay với vận tốc góc ω không đổi.

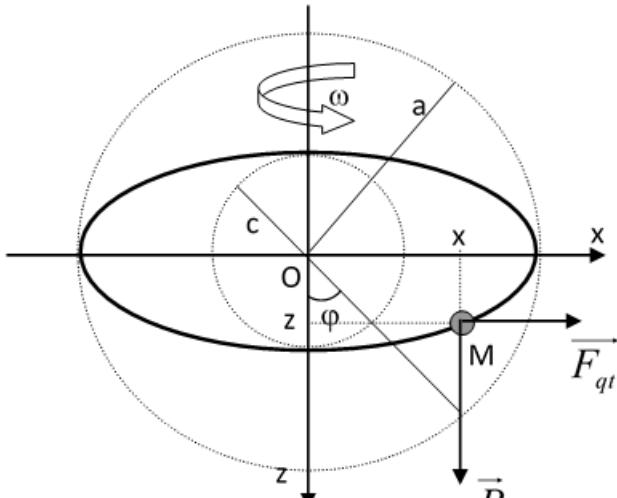
Chọn mốc tính thế năng tại O.

Thế năng của vật :

$$U = -mgz - \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \quad (1)$$

Vẽ hai đường tròn tâm O bán kính c và a.

Từ hình vẽ ta có : $z = c\cos\varphi$; $x = a\sin\varphi$.



Như vậy :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$U = -mgccos\varphi - \frac{1}{2}m\omega^2a^2\sin^2\varphi.$$

Hệ thống có cân bằng tương đối khi :

$$\frac{dU}{dz} = mgcsin\varphi - m\omega^2a^2\sin\varphi\cos\varphi = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\varphi(gc - \omega^2a^2\cos\varphi) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\varphi\left(\frac{gc}{\omega^2a^2} - \cos\varphi\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi = \frac{cg}{\omega^2a^2} \end{cases}$$

$$+) \quad \frac{d^2U}{d\varphi^2} = m\cos\varphi(gc - \omega^2a^2\cos\varphi) + m\omega^2a^2\sin^2\varphi$$

1- Nếu $\omega^2 < \frac{cg}{a^2}$ thì $(gc - \omega^2a^2\cos\varphi) > 0$, như vậy phương trình chỉ có nghiệm $\sin\varphi = 0 \Rightarrow$ có hai vị trí cân bằng ứng với $\varphi = 0$ và $\varphi = \pi$

$$\text{Ta có : } \left. \frac{d^2U}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} = m(gc - \omega^2a^2) > 0 \rightarrow \text{Cân bằng là bền.}$$

$$\left. \frac{d^2U}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\pi} = -m(gc + \omega^2a^2) < 0 \rightarrow \text{Cân bằng là không bền.}$$

2- Nếu $\omega^2 \geq \frac{cg}{a^2}$ thì có ba vị trí cân bằng :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\varphi = 0 ; \varphi = \pi \text{ và } \varphi = \arccos \frac{cg}{\omega^2 a^2}$$

$$+) \quad \left. \frac{d^2 U}{d \varphi^2} \right|_{\varphi=0} = m(gc - \omega^2 a^2) < 0 \rightarrow \text{Cân bằng là không bền.}$$

$$+) \quad \left. \frac{d^2 U}{d \varphi^2} \right|_{\varphi=\pi} = -m(gc + \omega^2 a^2) < 0 \rightarrow \text{Cân bằng là không bền.}$$

$$+) \quad \left. \frac{d^2 U}{d \varphi^2} \right|_{\varphi = \arccos \frac{cg}{\omega^2 a^2}} = m \omega^2 a^2 \left(1 - \frac{c^2 g^2}{\omega^4 a^4} \right) > 0 \rightarrow \text{Cân bằng là không bền.}$$

Bài 7. Xét chuyển động của hệ trong hệ quy chiếu quay với vận tốc góc ω

Hàm thế năng của hệ:

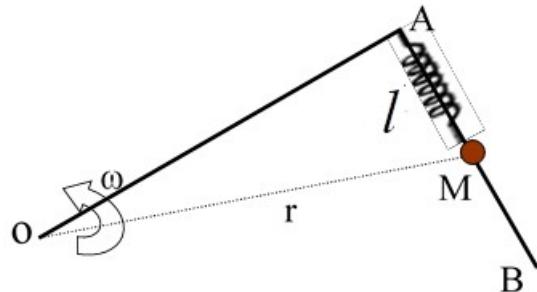
$$U = \frac{1}{2} K(l - l_0)^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

Thay $r^2 = d^2 + l^2$ ta được:

$$U = \frac{1}{2} K(l - l_0)^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 (d^2 + l^2)$$

Hệ thống ở vị trí cân bằng tương đối khi:

$$\frac{dU}{dl} = K(l - l_0) - m \omega^2 l = 0$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Đặt } \omega_0^2 = \frac{K}{m} \quad \text{ta được:} \quad l = \frac{l_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Hệ thống chỉ dùng được khi $\omega < \omega_0$

Dụng cụ này có thể dùng làm tốc độ kế và càng chính xác hơn nếu như $\left(\frac{dl}{d\omega}\right)$ càng lớn, nghĩa là ω càng gần ω_0 .

Bài 8. Gọi l_1 : chiều dài sợi dây nối vòng A và tải trọng Q.

l_2 : chiều dài sợi dây nối vòng A và P

Đặt $\angle \text{DOA} = \varphi$; $AB = a$

Chọn mốc thế năng tại 0 \Rightarrow thế năng của hệ :

$$U = -Q(l_1 - a) + P[R \cos(\varphi - 90^\circ) - l_2]$$

Tùm hình vẽ : $a = AB = 2R \sin \left(\frac{180^\circ - \varphi}{2} \right) = 2R \cos \frac{\varphi}{2}$

$$\Rightarrow U = 2QR\cos \frac{\varphi}{2} + PR\sin\varphi - Ql_1 - Pl_2 \quad (1)$$

Hệ nằm cân bằng khi :

$$\frac{dU}{d\varphi} = -QR\sin\frac{\varphi}{2} + PR\cos\varphi = 0$$

Thay $\cos\varphi = 1 - 2\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ và biến đổi ta được :

$$2P\sin^2 \frac{\varphi}{2} + Q\sin \frac{\varphi}{2} - P = 0$$

Nghiệm của phương trình :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{\varphi_0}{\sin \frac{2}{2}} = \frac{-Q \pm \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P} \quad (2)$$

** Ta có :

$$\frac{d^2U}{d\varphi^2} = -PR \sin \varphi + \frac{QR}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (3)$$

a. Xét khi vòng A ở nửa trên vòng tròn $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$

Vì $0 \leq \varphi \leq 180^\circ \Rightarrow \sin \frac{\varphi}{2} > 0 \Rightarrow$ ta lấy nghiệm :

$$\frac{\varphi_0}{\sin \frac{2}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Vì $\sin \varphi > 0 ; \cos \frac{\varphi}{2} > 0$. Khi $\varphi = \varphi_0$ thì :

$$\frac{d^2U}{d\varphi^2} < 0 \text{ với mọi giá trị của } P \text{ và } Q \rightarrow \text{Cân bằng là không bền.}$$

b. Xét khi vòng A ở nửa dưới của vòng tròn :

$$180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ \text{ hoặc } -180^\circ \leq \varphi \leq 0$$

+ Nếu $\frac{Q}{P} > 1 \rightarrow$ có một vị trí cân bằng của vòng A xác định bởi :

$$\frac{\varphi_0}{\sin \frac{2}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P} \quad .$$

Khi đó $\sin \varphi \leq 0 ; \cos \frac{\varphi}{2} < 0$. Khi $\varphi = \varphi_0$ thì :

$$\frac{d^2U}{d\varphi^2} > 0 \text{ với mọi giá trị của } P \text{ và } Q \rightarrow \text{Cân bằng là bền.}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

+ Nếu $0 < \frac{Q}{P} < 1 \rightarrow$ có hai vị trí cân bằng của vòng A

$$\sin \frac{\varphi_1}{2} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Hoặc

$$\sin \frac{\varphi_2}{2} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Vị trí φ_1 là cân bằng bền. Vị trí φ_2 là cân bằng bền nếu vòng A nằm ở góc phần tư thứ IV; cân bằng là không bền nếu A nằm ở góc phần tư thứ III.

Bài 9. Góc α tạo bởi góc giữa OC và phương thẳng đứng

Đặt $\varphi = \angle AOB$; $OB = x$

Chọn mốc tính thế năng tại O.

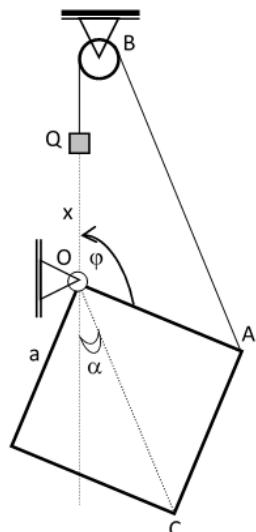
Thế năng của hệ là : $U = Qx - P - \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos\alpha \quad (1)$

Từ hình vẽ ta có : $AB = 2\sin(\frac{\varphi}{2}) \quad (2)$

$$AB + (a - x) = 1 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta được :

$$x = a - 1 + 2\sin(\frac{\varphi}{2}) \quad (4)$$



Thay vào (1) ta được :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$U = \frac{\sqrt{2}}{2} a P \left(2 \sin \frac{\varphi}{2} + a - l \right) - P \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos \alpha$$

Tùy hình vẽ :

$$\varphi + \alpha + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{4} - \varphi$$

Vậy :

$$U = \frac{\sqrt{2}}{2} a P \left[2 \sin \frac{\varphi}{2} - \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \varphi \right) \right] - \frac{\sqrt{2}}{2} P l$$

$$\text{Hệ nằm cân bằng khi } \frac{dU}{d\varphi} = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \varphi \right) = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \varphi \right) = \cos \left[\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4} + \varphi \right]$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\varphi}{2} = \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right) \quad (6)$$

* Các vị trí cân bằng :

$$+ \quad \frac{\varphi_1}{2} = \varphi_1 - \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$+ \quad \frac{\varphi_2}{2} = - \left(\varphi_2 - \frac{\pi}{4} \right) \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$$

$$+ \quad \frac{\varphi_3}{2} = \varphi_3 - \frac{\pi}{4} + 2\pi \quad \Rightarrow \quad \varphi_3 = - \frac{7\pi}{2} \quad \text{hay } \varphi_3 = - \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{Ta có : } \frac{d^2U}{d\varphi^2} = \left[- \frac{1}{2} \sin \frac{\varphi}{2} + \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \varphi \right) \right] - \frac{\sqrt{2}}{2} P$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Với $\varphi_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{d^2U}{d\varphi^2} < 0 \Rightarrow$ Đường cong biểu diễn $U = f(\varphi)$ quay mặt lõm xuống dưới
 \Rightarrow cân bằng không bền.

+ Với $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ và $\varphi_3 = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{d^2U}{d\varphi^2} > 0 \Rightarrow$ đường cong biểu diễn $U = f(\varphi)$ quay mặt lõm
 lên trên \Rightarrow cân bằng bền.

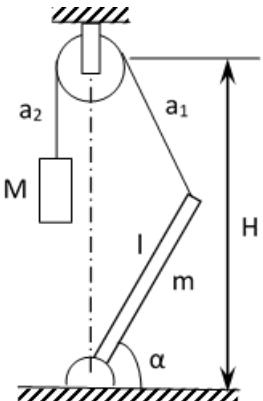
Bài 10. Chọn mốc thê năng tại bản lề.

- Thê năng của hệ : $U = mg \cdot \frac{l}{2} \sin\alpha + Mg(H - a_2)$

Trong đó a_2 là chiều dài đoạn dây ở bên trái ròng rọc

Chiều dài đoạn dây ở bên phải ròng rọc bằng :

$$a_1 = \sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin\alpha} \quad (\text{bỏ qua kích thước ròng rọc})$$



Gọi $a = a_1 + a_2$ là chiều dài dây thì

$$U = \frac{1}{2} mgl \sin\alpha + Mg(H - a + \sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin\alpha})$$

Vì tại vị trí cân bằng bền nên đạo hàm U theo $\sin\alpha$ phải bằng 0, ta có :

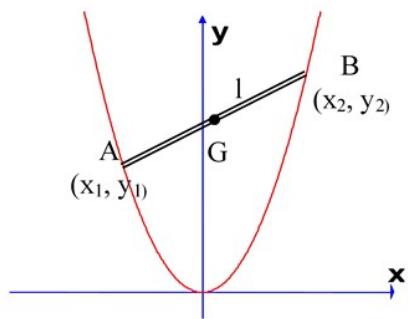
$$\frac{dU}{d(\sin\alpha)} = \frac{mgl}{2} - Mg \cdot \frac{Hl}{\sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin\alpha}} = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{H^2 + l^2 - \left(\frac{2MH}{m}\right)^2}{2HL} \leq 1$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{H - l}{2H} \cdot m$$

Bài 11. Gọi x_1, x_2, y_1, y_2 là các toạ độ của A và B.

$$\text{Ta có } (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = l^2$$

$$\text{Hay : } a^2(x_2^2 - x_1^2) + (x_2 - x_1)^2 = l^2 \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Chọn mốc tính thế năng tại O.

Hệ có cân bằng khi thế năng $U = mgy_G$ có cực trị.

$$\text{Ta có } y_G = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{a(x_1^2 + x_2^2)}{2}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \frac{2y_G}{a} \quad (2)$$

Phương trình (1) viết lại :

$$a^2(x_2 - x_1)^2 [a^2(x_2 + x_1)^2 + 1] = a^2 l^2$$

áp dụng bất đẳng thức Côsi :

$$a^2(x_2 - x_1)^2 + [a^2(x_2 + x_1)^2 + 1] \geq 2\sqrt{a^2(x_2 - x_1)^2 [a^2(x_2 + x_1)^2 + 1]}$$

$$\Leftrightarrow a^2x_2^2 + a^2x_1^2 - 2a^2x_1x_2 + a^2x_2^2 + a^2x_1^2 + 2a^2x_1x_2 + 1 \geq 2al$$

$$\Leftrightarrow 2a^2(x_1^2 + x_2^2) + 1 \geq 2al \quad (3)$$

$$2a^2 \frac{2y_G}{a} \geq 2al - 1 \Rightarrow y_G \geq \frac{2al - 1}{4a}$$

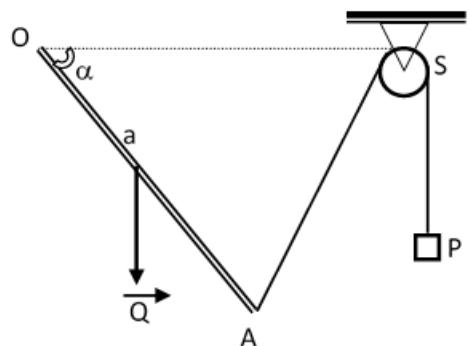
Từ (2) và (3) ta có :

$$U = mg y_G \geq mg \frac{2al - 1}{4a}$$

Vậy :

$$\Rightarrow U_{\min} = mg \frac{2al - 1}{4a} . \text{Hệ có cân bằng bền}$$

Bài 12. Gọi l : chiều dài dây treo vật ; a là chiều dài thanh



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Chọn mốc tính thế năng ở độ cao OS.

Thế năng của hệ :

$$U = -Q \frac{a}{2} \sin \alpha - P(l - 2 \sin \frac{\alpha}{2}) \quad (1)$$

Thanh nằm cân bằng khi : $\frac{dU}{d\varphi} = 0$

$$\Leftrightarrow P \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{Q}{2} \cos \alpha = 0$$

Thay $P = 1N$; $Q = 2\sqrt{3} N$; $\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$

Ta được : $2\sqrt{3} \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} - \sqrt{3} = 0$

Với $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ ta lấy nghiệm $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

b. $\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$

Chiếu lên phương ngang $\Rightarrow N \sin \beta = P_2 \cos 60^\circ$

Chiếu lên phương thẳng đứng $\Rightarrow N \cos \beta = P_1 - P_2 \sin 60^\circ$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{3\sqrt{3}} \Rightarrow N = \frac{P_2 \cos 60^\circ}{\sin \beta} = 2,65N$$

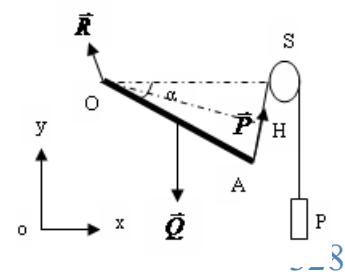
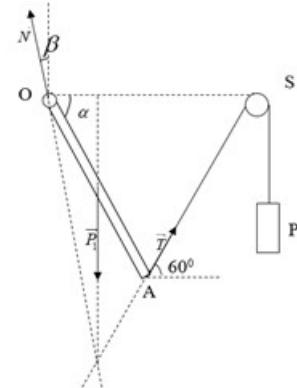
c. Ta có : $\frac{d^2U}{d\varphi^2} = -P \sin \frac{\alpha}{2} + \frac{Q}{2} \sin \alpha$.

Khi $\alpha = 60^\circ$ thì $\frac{d^2U}{d\varphi^2} = -\frac{1}{2} > 0 \rightarrow$ Cân bằng là bền.

CÁCH 2. Gọi \vec{R} là phản lực của chốt O.

OH là đường cao của tam giác cân AOS.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Góc OAH} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

Chọn hệ trục tọa độ xoy như hình vẽ:

$$R_x = P \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$R_y = Q - P \cos \frac{\alpha}{2}$$

Xét mômen lực với trục quay O ($OH = l \cos \frac{\alpha}{2}$; l là chiều dài thanh OA), ta có:

$$Pl \cos \frac{\alpha}{2} = Q \frac{l}{2} \cos \alpha \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \cos \frac{\alpha}{2} = x, \text{ ta được } Px = \frac{Q}{2} (2x^2 - 1) \quad (2)$$

Thay $P = 1\text{N}$; $Q = 2\sqrt{3}\text{ N}$ vào (2) ta được: $2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$ (*)

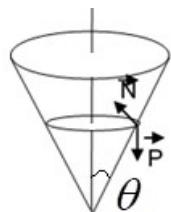
$$\text{Giải (*) ta được } x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ \quad (\text{chỉ lấy nghiệm dương})$$

$$R_x = 0,5\text{N}; R_y = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ N}; R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{7} \text{ N}$$

b) Từ phương trình (1), ta đặt $y_1 = P \cos \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2}$

$$y_2 = Q \frac{1}{2} \cos \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha.$$

Ta thấy cân bằng xảy ra khi $\alpha = 60^\circ$. Khi α tăng thì y_1 giảm chậm, y_2 giảm nhanh hơn. Do vậy mômen của lực căng lớn hơn mômen của trọng lực Q. Vì vậy thanh bị kéo về vị trí cân bằng ban đầu. Vì vậy đây là cân bằng bền.



Bài 13. Xét trong tọa độ cầu (r, φ, θ)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Định luật II Newton: $\vec{mg} + \vec{N} = \vec{ma}$

- Phương trình:

$$- mg \cos \theta = m(l'' - l(\theta')^2 - l\dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) (*)$$

Hạt chuyền động trên một mặt phẳng:

$$\Rightarrow \theta = const \rightarrow \theta' = 0$$

$$l = const \rightarrow l' = 0 = l''$$

$$\Rightarrow g \cos \theta = l_o (\varphi')^2 \sin^2 \theta (1)$$

$$\vec{v} = r \vec{e}_r + r\theta' \vec{e}_\theta + r\varphi' \sin \theta \vec{e}_\varphi$$

Vận tốc tiếp tuyến với quỹ đạo $\rightarrow v_o = l_o \varphi' \sin \theta (2)$

$$\text{Từ (1) và (2): } v'_o = g l_o \cos \theta$$

a. Xét hạt lệch đi đoạn nhỏ

Phương trình (*) trở thành

$$- g \cos \theta = \frac{d'(l_o + \Delta l)}{dt^2} (l_o + \Delta l) (\varphi' + \Delta \varphi')^2 \sin^2 \theta$$

$$\Leftrightarrow (\Delta l)'' - 2l_o \varphi' \Delta \varphi' \sin^2 \theta - \Delta l (\varphi')^2 \sin^2 \theta = 0 (3)$$

Bảo toàn mômen động lượng: $ml_o \sin \theta = ml^2 \varphi' \sin \theta = const$

$$\Leftrightarrow (l_o + \Delta l) (\varphi' + \Delta \varphi') = const$$

$$\Leftrightarrow l_o \Delta \varphi' + 2 \Delta l \cdot \varphi' = 0 (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4): } \Rightarrow \Delta l'' + (3\varphi'^2 \cdot \sin^2 \theta) \Delta l = 0$$

Hạt dao động điều hòa \rightarrow Quỹ đạo là bền.

CHƯƠNG V.

CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

V.1 CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. HÀNH TINH, VỆ TINH

Bài 1.

a) Chọn hệ quy chiếu gắn với tâm Trái Đất, gốc thê năng ở tâm Trái Đất.

Bán kính quỹ đạo của quả bóng:

$$r = R + h = 6370 + 350 = 6,72 \cdot 10^3 \text{ km} = 6,72 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{trong đó } R \text{ là bán kính Trái Đất}).$$

Lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả bóng: $F = \frac{GMm}{r^2}$ (1)

Lực F đóng vai trò lực hướng tâm: $F = \frac{mv^2}{r}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$

Mặt khác ta lại có: $v^2 = \frac{K}{r} = \frac{GM}{r}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

Vậy động năng của quả bóng: $W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{2r}$

Thay số ta được: $W_d \approx 2,14 \cdot 10^8 (J) = 214 (MJ)$.

b) **Thê năng của quả bóng**

$$W_t = -\frac{GMm}{r} = -2W_d = -428 (MJ)$$

c) **Cơ năng của quả bóng**

Vì quả bóng chuyển động trên quỹ đạo tròn nên ta có: $W = W_t + W_d = -214 (MJ)$.

Bài 2.

a. Lực hấp dẫn giữa hành tinh và Hoàng tử đóng vai trò là lực hướng tâm. Gọi M , m lần lượt là khối lượng của hành tinh và Hoàng tử. Ta có:

$$G \frac{mM}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}, \quad (1)$$

với $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ (ρ là khối lượng riêng của hành tinh)

Thay vào (1) ta rút ra được:

$$R = \sqrt{\frac{3v_1^2}{4\pi G \rho}}$$

Thay số $v_1 = 2m/s$; $\rho = 5200 kg/m^3$ ta tính được $R \approx 1659m$.

b. Cơ năng của Hoàng tử bé

$$W = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R}$$

Điều kiện thoát là $W \geq 0 \rightarrow v \geq \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}v_1$.

Vậy vận tốc vũ trụ cấp 2 đối với tiểu hành tinh đó là

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v_2 = \sqrt{2}v_1 = 2\sqrt{2} = 2,83m/s$$

c. Vận tốc tự quay của tiểu hành tinh là:

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} = 0,24m/s$$

với $T=43200s$.

Vận tốc chạy tối thiểu của Hoàng tử để quay xung quanh tiểu hành tinh khi Hoàng tử chạy ngược chiều quay của tiểu hành tinh. Vận tốc tối thiểu có độ lớn là:

$$v_{\min} = v_1 - v_0 = 2 - 0,24 = 1,76m/s.$$

Bài 3. Vì vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo elip nên ta có:

$$r_c = a(1 - e) \quad (1)$$

$$v_e^2 = K \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (2)$$

a) Khoảng cách của vệ tinh ở viễn điểm quỹ đạo

$$\text{Từ phương trình (1)} \Rightarrow e = 1 - \frac{r_c}{a}$$

$$\text{Từ phương trình (2)} \Rightarrow a = \frac{Kr_c}{2K - v_e^2 r_c} \quad (3)$$

$$\text{mà } r_v = a(1 + e) \Rightarrow r_v = 2a - r_c = 2 \frac{Kr_c}{2K - v_e^2 r_c} - r_c \quad (4)$$

b) Vận tốc tại viễn điểm

$$v_v^2 = K \left(\frac{2}{r_v} - \frac{1}{a} \right)$$

Thay (3) và (4) vào ta được:

$$v_v^2 = K \left[\frac{2(2K - v_e^2 r_c)}{v_e^2 r_c} - \frac{2K - v_e^2 r_c}{Kr_c} \right] = K \left(2K - v_e^2 r_c \right) \left(\frac{2}{v_e^2 r_c} - \frac{1}{Kr_c} \right)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v_v^2 = \frac{(2K - v_c^2 r_c)^2}{v_c - r_c} \rightarrow v_v = \frac{2K - v_c^2 r_c}{v_c - r_c}$$

Bài 4. Vệ tinh chuyển động tròn xung quanh trái đất với vận tốc: $v_1 = \sqrt{\frac{K}{r}}$

Với $K = GM$; $M = 6.10^{24}\text{kg}$

$$r = (6400 + 230) = 6630\text{km}$$

$$v_1 = 0,6\text{km/s}$$

Cận điểm quỹ đạo Mặt trăng: $r' = a(1 - e)$

$$\text{Với } a = 384000\text{km}; \quad e = \frac{1}{18} \Rightarrow r' = 362,6667\text{km}$$

Để vệ tinh đi tới cận điểm quỹ đạo của mặt trăng thì nó phải chuyển động theo quỹ đạo elip với

$$\text{vận tốc tại cận điểm: } v_c^2 = K \left(\frac{2}{r_v} - \frac{1}{a'} \right)$$

$$\text{Với } a' = \frac{r+r'}{2} \Rightarrow v_c = 10,9\text{km/s}$$

Vậy cần bắn xung cho vệ tinh vận tốc: $v = v_c - v_1 = 10,3\text{ km/s}$

Bài 5. Kí hiệu: Trái đất: Đ; (hình 2); Kim tinh: K; Thủy tinh: T; Mặt trời: M

Dựa vào chuyển động nhìn thấy của Kim tinh

và Thủy tinh ta có:

$$\widehat{KDT} = 48^\circ; \widehat{TDM} = 28^\circ; R_D = 6400\text{km} = ĐM$$

$$R_K = KM = \sqrt{DM^2 - DK^2} = DM \cdot \sin 48^\circ = 4756,1(\text{km})$$

$$R_T = DM \cdot \sin 28^\circ = 3004,6 (\text{km})$$

* Chu kì chuyển động của Kim tinh

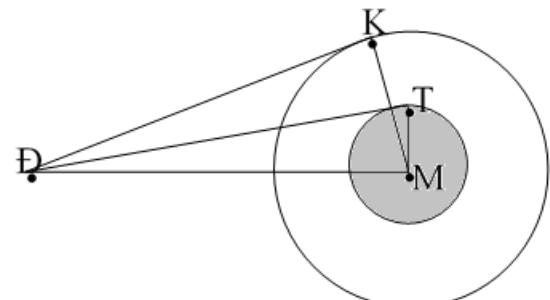
Dựa vào định luật ba Kepler có: $\frac{T_D^2}{R_D^2} = \frac{T_K^2}{R_K^2} \Rightarrow T_K = 223,8 \text{ (ngày)}$

* Chu kì chuyển động của Thủy tinh

$$\frac{T_D^2}{R_D^2} = \frac{T_T^2}{R_T^2} \Rightarrow T_T = 117,3 \text{ (ngày)}$$

Bài 6. a) Giả sử trái đất ở điểm F₁ của quỹ đạo elip của vệ tinh nhân tạo.

\Rightarrow Bán kính vectơ của vệ tinh:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Tại cận điểm: $r_c = a(1 - e)$

Tại viễn điểm: $r_v = a(1 + e)$

\Rightarrow Vận tốc dài của vệ tinh ở cận điểm

Theo định luật 3 kepler: $\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$

$$\Rightarrow \frac{G(M+m)}{a} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \Rightarrow v_c^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \frac{(1+e)}{1-e} \Rightarrow v_c = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

Vận tốc dài của vệ tinh tại viễn điểm

$$v_v^2 = K \left(\frac{2}{r_v} - \frac{1}{a} \right) = K \left(\frac{2}{a(1+e)} - \frac{1}{a} \right) = K \frac{1-e}{a(1+e)} = G(M+m) \frac{1-e}{a(1+e)} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \frac{(1-e)}{1+e}$$

$$\Rightarrow v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

*So sánh độ lớn hai vận tốc

$$\frac{v_c}{v_v} = \frac{1+e}{1-e} > 1 = \textcolor{red}{l} \quad v_c > v_v$$

b) Khoảng cách gần nhất và xa nhất từ vệ tinh đến mặt đất

Xa nhất tại viễn điểm với $r_v = R_{\oplus} + h_v \Rightarrow h_v = r_v - R_{\oplus} = a(1 + e) - R_{\oplus} = 5630(\text{km})$

Gần nhất tại cận điểm: $r_c = R_{\oplus} + h_c \Rightarrow h_c = r_c - R_{\oplus} = a(1 - e) - R_{\oplus} = 1630(\text{km})$

Bài 7. a) Từ hình 3 ta thấy

Bán kính quỹ đạo chuyển động của trạm

$$a_1 = TM = DM \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{đvtv})$$

Chu kỳ chuyển động T_1 của trạm

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_1^2}{a_1^3} \rightarrow \frac{a_1^3}{a^3} = \frac{T_1^2}{T^2} \rightarrow T_1^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 T^2$$

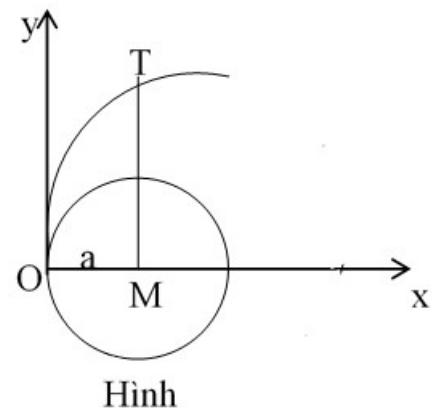
$$\rightarrow T_1 = T \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2} (\text{năm})$$

b) Quãng đường mà trạm đi từ O đến T là:

$$y^2 = 2px \text{ với } p = 2a; x = a_1 = a \rightarrow y = 2a$$

Vận tốc parabol của trạm (vận tốc lấy quỹ đạo đó)

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$v_p = \sqrt{\frac{K}{r}} = \frac{2\pi a}{T_1}$$

Thời gian trạm chuyển từ O đến T

$$y = v_p \cdot t \Rightarrow t = \frac{y}{v_p} = \frac{2a}{\frac{2\pi a}{T_1}} = \frac{T_1}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,19 \text{ (năm)}$$

Bài 8. Tính chu kỳ quay của vệ tinh Mặt trăng.

Gọi R là bán kính quỹ đạo của vệ tinh Mặt Trăng ta có:

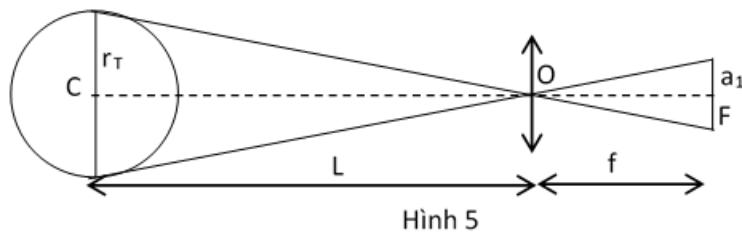
$$F = G \frac{M_T m}{R^2} = mg_T \frac{r_T^2}{R^2} \quad (1)$$

Lực hấp dẫn F truyền cho vệ tinh m gia tốc hướng tâm: $a_{ht} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R$

$$\rightarrow F = ma_{ht} = m \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \quad (2)$$

$$T = \frac{2\pi R}{r_T} \sqrt{\frac{R}{g_T}} \quad (3)$$

+ Xét ảnh Mặt Trăng chụp từ Trái Đất:



Hình 5

Coi Mặt trăng ở rất xa Trái Đất thì ảnh Mặt Trăng là ảnh thật nằm ở tiêu diện của vật kính (Hình 5).

$$\text{Ta có: } \frac{a_1}{2r_T} = \frac{f}{L} \rightarrow r_T = \frac{a_1 L}{2f} \quad (4)$$

(L là khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất, f là tiêu cự của vật kính).

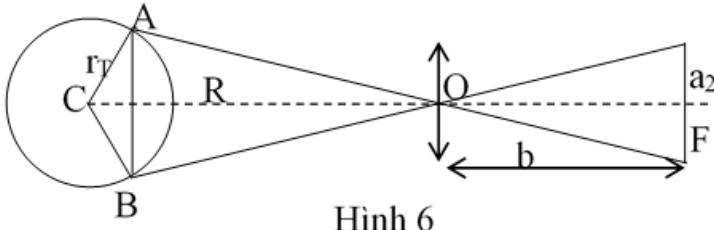
+ Xét ảnh Mặt Trăng chụp từ vệ tinh:

Trên vệ tinh ta chỉ chụp được trên phim ảnh của một phần Mặt Trăng (Hình 6)

Ta có: $\Delta OFB' \sim \Delta OBC$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\frac{a_2}{2r_T} = \frac{OB'}{OC} = \frac{b}{R} \quad \text{với } b = \sqrt{f^2 + \left(\frac{a_2}{2}\right)^2} \quad (5)$$



Hình 6

$$\rightarrow R = \frac{2r_T b}{a_2} \quad (6)$$

$$R = \frac{a_1 L}{a_2 f} b$$

Thế r_T từ (4) vào (6) ta được: (7)

$$T = 4\pi \frac{b}{a_2} \sqrt{\frac{a_1 L b}{g_T a_2 f}}$$

Thế r_T từ (4) và R từ (7) vào (3) ta được:

Thay số: $T \approx 6,23 \cdot 10^4$ s.

Bài 9. a) Vận tốc cần phải ném

Vật được ném ra khỏi con tàu chuyển động theo quỹ đạo elip tiếp xúc với bề mặt Mặt Trăng (Hình 7). Trục lớn quỹ đạo elip là $2a = R + R_T$.

Thế năng hấp dẫn của vật tại A và B:

$$W_A = -G \frac{M_T m}{R}$$

$$W_B = -G \frac{M_T m}{R_T}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G \frac{M_T m}{R} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$\rightarrow \frac{v_1^2}{2} - G \frac{M_T}{R} = \frac{v_2^2}{2} - G \frac{M_T}{R_T}$$

$$\text{Vì } g_T = G \frac{M_T}{R_T^2} \text{ nên } \frac{v_1^2}{2} - g_T \frac{R_T^2}{2} = \frac{v_2^2}{2} - g_T R_T \quad (1)$$

Theo định luật 2 Kepler ta có: $v_1 \cdot \Delta t \cdot R = v_2 \cdot \Delta t \cdot R_T \rightarrow v_1 \cdot R = v_2 \cdot R_T$

Theo bài ra: $R = 2R_T$ nên $2v_1 = v_2$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{v_1^2}{2} - g_T \frac{R_T}{2} = 2v_1 \cdot g_T R_T \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{g_T R_T}{2}} \quad (3)$$

Vận tốc của vật m khi chưa ném tại điểm A là v_0 bằng vận tốc tới điểm A của con tàu m_1 :

$$F = G \frac{M_T m_1}{R^2} = \frac{m_1 v_0^2}{R} \rightarrow v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} = \sqrt{\frac{g_T R_T}{2}} \quad (4)$$

So sánh (3) với (4) ta có: $v_1 < v_0$.

Vận tốc của vật cần phải ném \vec{v} ngược chiều với vận tốc \vec{v}_0 . Vậy: $v = v_0 - v_1$ (5).

$$v = \sqrt{g_T R_T} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Thay (3) và (4) vào (5) ta được:

Thay số ta được: $v = 88,2(\text{m/s})$.

b) Thời gian để vật rơi lên Mặt Trăng.

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = 4\pi \sqrt{\frac{2R_T}{g_T}}$$

Chu kỳ quay của con tàu:

Dựa vào định luật 3 Kepler ta có thể suy ra:

$$\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 = \left(\frac{R + R_T}{2R_T} \right)^3 \rightarrow T = T_0 \left(\frac{R + R_T}{2R_T} \right)^{\frac{3}{2}} \rightarrow T = \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} T_0$$

Thay số ta được: $T = 551$ phút.

Vậy thời gian để vật rơi lên Mặt Trăng là: $t = T/2 = 275,5$ phút.

Bài 10. Tỉ số khối lượng của trạm và khối lượng vệ tinh.

Khi trạm m từ vệ tinh M_1 tại A, để lợi về năng lượng thì vận tốc \vec{u} truyền cho trạm phải cùng hướng chuyển động (\vec{v}_0) của vệ tinh quanh trái Đất M_D (hình 9)

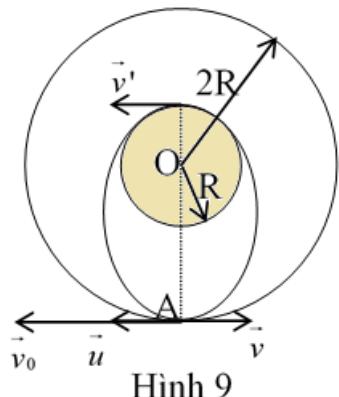
Khi đó chính vệ tinh có vận tốc \vec{v} ngược với hướng \vec{u} .

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$mu - M_1 v = Mv_0 \text{ với } M_1 = M - m$$

$$\rightarrow mu - (M - m)v = Mv_0 \rightarrow \frac{m}{M} = \frac{v_0 + v}{u + v} \quad (1)$$

Vệ tinh chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính $2R$, lực hấp dẫn giữ vai trò lực hướng tâm:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{Mv_0^2}{2R} = G \frac{M_D M}{(2R)^2} \rightarrow v_0 = \sqrt{G \frac{M_D}{2R}} \quad (2)$$

Ở rất xa Trái Đất động năng và thế năng của trạm m đều bằng 0 nên theo định luật bảo

$$\text{toàn cơ năng ta có: } \frac{Mu^2}{2} - G \frac{M_D M}{2R} = 0 \rightarrow u = \sqrt{G \frac{M_D}{2R}} \quad (3)$$

Xét vệ tinh M_1 (phần còn lại không tính trạm) ở các vị trí A phỏng trạm và ở vị trí B cận Trái Đất, theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có:

$$\frac{M_1 v^2}{2} - G \frac{M_D M_1}{2R} = \frac{M_1 v'^2}{2} - G \frac{M_D M_1}{R} \quad (4)$$

v' là vận tốc vệ tinh tại B trên quỹ đạo elip.

Áp dụng định luật 2 Kepler, ta có: $Rv' = 2Rv$ (5)

$$v = \sqrt{G \frac{M_D}{3R}} \quad (6)$$

$$\frac{m}{M} = \frac{\sqrt{G \frac{M_D}{2R}} + \sqrt{G \frac{M_D}{3R}}}{\sqrt{G \frac{M_D}{R}} + \sqrt{G \frac{M_D}{3R}}}$$

Đưa v_0 từ (2), u từ (3) và v từ (6) và (1) ta được:

Thay số và ta được: $\frac{m}{M} \approx 0,8$

$$a = \left(\frac{GM_\Theta}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Bài 11. a) Từ định luật 3 Kepler ta suy ra:

Với khối lượng Mặt Trời $M_\Theta = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $T = 7,6 \text{ năm} = 2,4 \cdot 10^9 \text{ s}$.

Vậy bán trục lớn của quỹ đạo sao chổi Halley là: $a = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

Mặt khác ta lại có: $r_v = a(1+e)$ (1)

$$r_c = a(1-e) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được: $r_v = 2a - r_c$

Thay số vào ta được: $r_v = 5,3 \cdot 10^{12} \text{ (m)}$.

b) Tâm sai e của quỹ đạo sao chổi Halley

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$e = \frac{r_v}{a} - 1 = \frac{r_v - r_c}{2a} = 0,96.$$

Từ (1) suy ra:

Vì $e \approx 1$ nên quỹ đạo của sao chổi là rất dài và dẹt.

Bài 12. Khối tâm của hệ sao đôi nằm trên đường nối tâm của chúng.

Gọi O là khối tâm của hệ, r_1, r_2 lần lượt là khoảng cách m_1, m_2 đến tâm O.

Đặt $r = r_1 + r_2$.

$$\text{Lực hấp dẫn của vật tối lên ngôi sao trông thấy: } F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (1)$$

$$\text{Theo định luật II Newton: } F = m_1a = m_1\omega^2 r_1 \quad (2)$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \rightarrow r_2 = r_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2}$$

Mặt khác ta lại có: $\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ (3)

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{\omega^2}{G} \cdot r_1^3 = \frac{4\pi^2}{GT^2} \cdot r_1^3 \quad (\text{với } \omega = \frac{2\pi}{T})$$

Từ (1), (2) và (3) ta có:

$$T = \frac{2\pi r_1}{\omega} \rightarrow r_1 = \frac{vT}{2\pi}$$

Thay số và giải ta được: $m_2 \approx 9M_\odot$.

Vì $m_2 \approx 9M_\odot$ nên đây có thể là một lỗ đen (vì sao neutron chỉ có khối lượng nhỏ hơn khoảng $3M_\odot$).

Bài 13. a) Bán kính quỹ đạo tròn của chúng:

$$r = R + h = 6370 + 400 = 6770 \text{ km} = 6,77 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{trong đó } R \text{ là bán kính Trái Đất}).$$

Từ định luật 3 Kepler ta suy ra:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 \text{ (s)}$$

(với $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_D = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$).

Tốc độ của tàu trên quỹ đạo:

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} \approx 7680 \text{ (m/s)}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Hoặc: $v_0 = \sqrt{\frac{K}{r}} \approx 7680 \text{ (m/s).}$

- b) Tốc độ của tàu Sally ở điểm P (Hình 10) ngay sao khi phút khí
 $v = 0,99v_0 = 7600 \text{ (m/s).}$

Khi đó động năng mới của tàu Sally ở điểm P là:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = 5,87 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$$

Thể năng của nó vẫn không đổi:

$$W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$$

- c) Cơ năng toàn phần mới của tàu Sally:

$$W = W_t + W_d = -6,02 \cdot 10^{10} \text{ (J).}$$

$$W = -\frac{GMm}{2a} \rightarrow a = \frac{GMm}{2W} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ (m).}$$

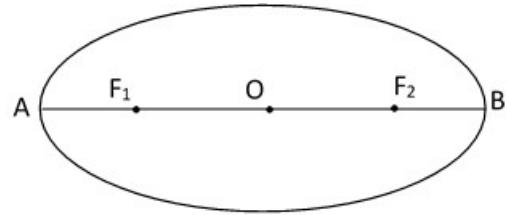
Ta có:

Bài 14.

$$\text{Tâm sai: } e = \frac{\overline{OF}_1}{\overline{OA}} = 0,0167 \rightarrow \overline{OF}_1 = e \cdot \overline{OA} = 2,505 \cdot 10^9 \text{ (m)}$$

$$\overline{F}_1\overline{F}_2 = e \cdot \overline{OF}_1 = 5,01 \cdot 10^9 \text{ (m)}$$

Khoảng cách $\overline{F}_1\overline{F}_2$ có thể biểu diễn theo bán kính Mặt



Hình 11

Trời R_\oplus

$$k = \frac{\overline{F}_1\overline{F}_2}{R_\oplus} = 7,2 \quad (\text{lần}).$$

Vậy $\overline{F}_1\overline{F}_2$ lớn gấp 7,2 lần bán kính Mặt Trời.

Bài 15. Từ định luật 3 Kepler ta suy ra:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

Với T_1, a_1 là chu kỳ và khoảng cách trung bình giữa Trái Đất và Mặt Trời,

T_2, a_2 là chu kỳ và khoảng cách trung bình giữa sao Hỏa và Mặt Trời.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$Vậy chu kỳ quay của sao Hỏa là: T_2 = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot T_1 = 684,5 \text{ (ngày)} = 2,774 \text{ (năm).}$$

Bài 16. Mặt Trăng m chuyển động tròn chịu tác dụng của lực hấp dẫn đóng vai trò lực hướng

$$\text{tâm: } F_{\text{hd}} = ma_{\text{ht}} \leftrightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad (1)$$

Với M là khối lượng Trái Đất, r là bán kính quỹ đạo của Mặt Trăng, ω là vận tốc góc quay của

$$\text{Mặt Trăng } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{Từ (1) suy ra: } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 5,930 \cdot 10^{24} \text{ (kg).}$$

Bài 17. Chu kỳ quay của vệ tinh được xác định theo biểu thức:

$$\frac{T_T^2}{a_T^3} = \frac{T_v^2}{a_v^3} \rightarrow \frac{T_v}{T_T} = \left(\frac{a_v}{a_T} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = 0,354$$

Vậy chu kỳ quay của vệ tinh là: $T_v = 0,354 T_T$.

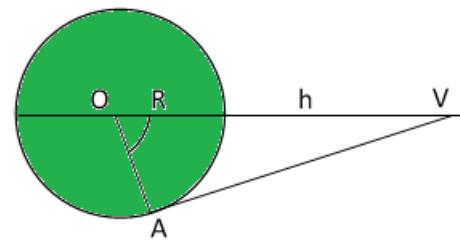
Tức là chu kỳ quay của vệ tinh bằng 0,354 tháng Mặt Trăng.

Bài 18. Vệ tinh địa tĩnh có chu kỳ bằng chu kỳ tự quay của Trái Đất, bay ở độ cao $h = 35850\text{km}$ xung quanh đường xích đạo của Trái Đất.

Để quan sát được vệ tinh (V) ở vĩ độ φ lớn nhất thì AOV phải bằng 90° (Hình 12). Khi đó ta có:

$$\cos\phi = \frac{R}{R+h} = 0,1508$$

$$\rightarrow \phi = 81^\circ 19' 43''$$



Hình 12

Bài 19. Ta có:

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4\pi^2}{GT^2} \cdot r_1^3 \quad (1)$$

Trong đó $m_1 = m_2 = M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30}\text{kg}$, $r_1 = r_2 = r/2 = 75 \cdot 10^{10}\text{m}$.

$$T = \frac{2\pi r_1 (m_1 + m_2) \sqrt{r_1}}{m_2 \sqrt{Gm_2}}$$

Từ (1) ta suy ra:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Thay số ta được: $T = 224.10^7 \text{ s} = 0,71 \text{ năm.}$

Bài 20. Giả sử ban đầu Mặt Trời (M), Mặt Trăng (T) và Trái Đất (Đ) ở vị trí giao hội như hình 13.

Mặt Trăng chuyển động xung quanh Trái Đất với chu kỳ $T = 27,32 \text{ ngày.}$ Như vậy mỗi

ngày nó dịch chuyển một góc: $\frac{360^\circ}{27,32} \approx 13,177^\circ$

Mặt Trời lại chuyển động biều kiến xung quanh Trái Đất với chu kỳ $T = 365,2422 \text{ ngày.}$ Như

vậy mỗi ngày nó dịch chuyển một góc: $\frac{360^\circ}{365,2422} \approx 0,986^\circ$

Khi Mặt Trăng dịch chuyển được một vòng (trở lại vị trí T) thì Mặt Trời mới tới điểm M'. Để Mặt Trăng tới vị trí giao hội (T') thì nó phải quay thêm một góc a (bằng góc mà Mặt Trời dịch chuyển trong 27,32 ngày).

$$a = 27,32 \cdot 0,986$$

Thời gian để Mặt Trăng quay được một góc a là:

$$T_1 = \frac{27,32 \cdot 0,986}{13,177} \quad (\text{ngày})$$

Khi Mặt Trăng tới vị trí (T') thì Mặt Trời lại đi tới điểm (M'') và Mặt Trăng muốn tới vị trí giao hội thì lại phải quay thêm một góc a' là:

$$a' = \frac{27,32 \cdot 0,986}{13,177} \cdot 0,986$$

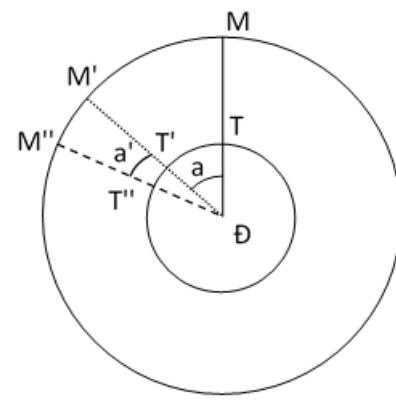
(bằng góc mà Mặt Trời quay được trong T_1 ngày)

Thời gian để Mặt Trăng quay được một góc a' là:

$$T_2 = \frac{27,32 \cdot 0,986}{13,177} \cdot \frac{0,986}{13,177} \quad (\text{ngày})$$

Cứ tiếp tục như thế đến khi nào Mặt Trăng và Mặt Trời giao hội được với nhau, ta sẽ rút ra chu kỳ giao hội như sau:

$$T = T_T + T_1 + T_2 + \dots + T_n$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$= 27,32 + \frac{27,32 \cdot 0,986}{13,177} + \frac{27,32 \cdot 0,986}{13,177} \cdot \frac{0,986}{13,177} + \dots$$

$$= 27,32 + \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{0,986}{13,177} \right)^n \right] = 29,53$$

(ngày)

(Có thể tính chu kỳ trên theo cách khác)

Bài 21. Cách 1.

a. Theo định luật II Kepler ta có:

$$r^2 \frac{d\phi}{dt} = C = \text{hằng số} \leftrightarrow r^2 d\phi = C dt \leftrightarrow r ds = C dt \leftrightarrow 2dS = C dt \quad (*)$$

(Trong đó: $ds = rd\phi$ là chiều dài cung chắn góc $d\phi$

$dS = rds/2$ là diện tích quạt mà bán kính quét trong thời gian dt)

+ Lấy tích phân hai vế phương trình (*) trên toàn quỹ đạo ta có: $2S = CT$

(Với S là diện tích elip $\rightarrow S = \pi ab$; T là chu kỳ chuyển động của vệ tinh)

$$C = \frac{2\pi ab}{T}$$

Suy ra $\frac{2\pi ab}{T} \rightarrow$ ta có thể viết lại phương trình định luật II Kepler như sau:

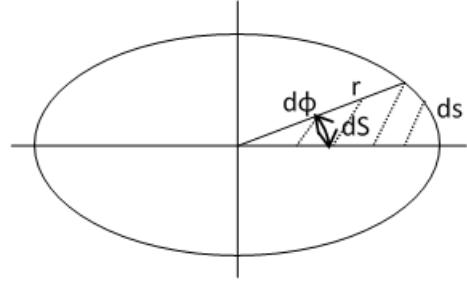
$$r^2 \frac{d\phi}{dt} = \frac{2\pi ab}{T}$$

$$r^2 \frac{d\phi}{dt} = r(r\omega) = rv \Rightarrow rv = \frac{2\pi ab}{T}$$

Mặt khác ta có:

+ Tại điểm cực cận:

$$r_c = a - c = a(1 - e) \Rightarrow v_c = \frac{2\pi ab}{Ta(1 - e)} = \frac{2\pi a \sqrt{a^2 - c^2}}{Ta(1 - e)} = \frac{2\pi a \sqrt{1 - e^2}}{T(1 - e)} = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}}$$



$$+ \text{Tương tự tại điểm cực viễn ta có vận tốc dài của vệ tinh là: } v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}}$$

$$\frac{v_c}{v_v} = \frac{1 + e}{1 - e}$$

Chú ý: Với cách tính toán này ta có thể suy ra được định luật III Kepler từ định luật I và II.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Cách 2: Vì quỹ đạo chuyển động của hành tinh là elip nên vận tốc của vệ tinh trên quỹ đạo

$$v = K \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

chuyển động là:

Ta biết:

+ Vị trí cực viễn: $OC_v = r_{\max} = a + c = a(1 + e)$

+ Vị trí cực cận: $OC_c = r_{\min} = a - c = a(1 - e)$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{K}$$

+ Mối quan hệ giữa bán trục lớn a và chu kỳ T là: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{K}$

$$v_v = K \left(\frac{2}{r_{\max}} - \frac{1}{a} \right) = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

Suy ra vận tốc của vệ tinh tại điểm cực viễn là: $v_v = K \left(\frac{2}{r_{\max}} - \frac{1}{a} \right) = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$

$$v_c = K \left(\frac{2}{r_{\min}} - \frac{1}{a} \right) = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

Vận tốc của vệ tinh tại điểm cực cận là:

b. Khoảng cách gần nhất, xa nhất của vệ tinh đối với mặt đất.

+ Khi vệ tinh nằm tại điểm cực viễn thì khoảng cách của vệ tinh tới tâm Trái Đất là lớn nhất:

$$r_{\max} = a + c = a(1 + e)$$

Khoảng cách của vệ tinh tới mặt đất là: $h_{\max} = r_{\max} - R_{\oplus}$

+ Khi vệ tinh nằm tại điểm cực cận thì khoảng cách của vệ tinh tới tâm Trái Đất là nhỏ nhất:

$$r_{\min} = a - c = a(1 - e)$$

Khoảng cách của vệ tinh tới mặt đất là: $h_{\min} = r_{\min} - R_{\oplus}$

Khoảng cách từ Mặt Trời tới điểm cực cận C_c của hành tinh là: $OC_c = r_{\min} = a - c = a(1 - e)$

Bài 22. a. Tính vận tốc v_0

Do vệ tinh chuyển động trong trường lực hấp dẫn là trường lực thế xuyên tâm nên cơ năng của vệ tinh bảo toàn. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại vị trí mặt đất và vị trí có độ cao h so với mặt đất ta có:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{GMm}{r_0} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} \quad \text{với } r = r_0 + h$$

Tại độ cao h vệ tinh dừng lại $v = 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v_0^2 = \frac{2GM}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) = \frac{2GM}{r_0^2} r_0 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) = 2g_0 r_0 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \leftrightarrow v_0 = \sqrt{2g_0 r_0 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}$$

Với $g_0 = \frac{GM}{r_0^2}$ là gia tốc trọng trường tại mặt đất

b. Tính vận tốc v_1 : Có hai trường hợp cần khảo sát:

Trường hợp 1: Điểm vệ tinh dừng lại là điểm cực cận khi đó:

$$r_c = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} = \frac{p}{1 + e} \quad \text{do góc } \varphi = 0$$

Vận tốc của vệ tinh tại vị trí này là:

$$v_c^2 = K \left(\frac{2}{r_c} - \frac{1}{a} \right) = G(M+m) \left(\frac{2}{r_c} - \frac{1}{a} \right)$$

Vì khối lượng của vệ tinh là rất nhỏ so với khối lượng Trái Đất nên

$$v_c^2 = G(M+m) \left(\frac{2}{r_c} - \frac{1}{a} \right) \approx GM \left(\frac{2}{r_c} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\text{Thay } r_c = \frac{p}{1+e} \text{ và } a = \frac{p}{1-e} \text{ ta có: } v_1 = v_c = r_0(1+e) \sqrt{\frac{g_0}{p}}$$

Trường hợp 2: Điểm vệ tinh dừng lại là điểm cực viễn khi đó

$$r_c = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} = \frac{p}{1 - e} \quad \text{do góc } \varphi = \pi$$

$$v_2 = v_v = r_0(1-e) \sqrt{\frac{g_0}{p}}$$

Tính toán tương tự ta có:

c. Gọi v là vận tốc của vệ tinh tại viễn điểm quỹ đạo ban đầu, v' là vận tốc cũng tại điểm đó nhưng sau khi đã giảm vận tốc một lượng Δv ; a' là bán trục của quỹ đạo mới; r và r' là viễn điểm cũ và mới của vệ tinh ta có:

$$\begin{cases} v = r_0(1-e) \sqrt{\frac{g_0}{p}} \\ v' = g_0 r_0^2 \left(\frac{2}{r'} - \frac{1}{a'} \right) \end{cases} \quad \text{Trong đó} \quad \begin{cases} r = r' = \frac{p}{1-e} \\ a' = \frac{r'+r_0}{2} = \frac{p}{2(1-e)} + \frac{r_0}{2} \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v' = g_0 r_0^2 \left(\frac{2}{r'} - \frac{1}{a'} \right) = g_0 r_0^2 \left(\frac{2(1-e)}{p} - \frac{1}{\frac{p}{2(1-e)} + \frac{r_0}{2}} \right) = r_0(1-e)\sqrt{\frac{g_0}{p}} \left[1 - \frac{\sqrt{2r_0}}{p[p+r_0(1-e)]} \right]$$

Ta có:

$$\Delta v = v - v' = r_0(1-e)\sqrt{\frac{g_0}{p}} \left[1 - \frac{\sqrt{2r_0}}{p+r_0(1-e)} \right]$$

Suy ra

Bài 23. a. Để tính vận tốc của vệ tinh lúc phóng và lúc vệ tinh đến Mặt Trăng ta sử dụng công thức:

$$v^2 = K \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \approx GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Chú ý trong quỹ đạo chuyển động của vệ tinh thì vị trí phóng vệ tinh là điểm cực cận và vị trí vệ tinh đến Mặt Trăng là điểm cực viễn, $a = 30r_0$ là bán trục lớn của quỹ đạo bằng một nửa khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Vận tốc của vệ tinh lúc phóng là:

Với $r = r_0$ là bán kính Trái Đất. Thay số vào ta có: $v = 11,13 \text{ km/s}$

Vận tốc của vệ tinh khi đến Mặt Trăng là: $v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$ với $r = 59r_0$ thay số vào ta có: $v = 0,185 \text{ km/s}$

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

b. Theo định luật III Kepler ta có (trong đó M là khối lượng Trái Đất; m là khối lượng của trạm vũ trụ)

$$Vì M \gg m \text{ nên } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Leftrightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2}$$

Thời gian bay của trạm vũ trụ từ mặt đất tới Mặt Trăng là:

Thay số ta có: $\Delta t = 4,3 \text{ ngày}$.

Bài 24. Sử dụng định luật III Kepler trong trường hợp hệ gồm Mặt Trời; hành tinh và vệ tinh của hành tinh.

$$\frac{T^3(M+m)}{T_1^3(m+m_1)} = \frac{a^3}{a_1^3} \Leftrightarrow \frac{M+m}{m+m_1} = \frac{T_1^3 a^3}{T^3 a_1^3}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Thực tế khối lượng Mặt Trời rất lớn so với khối lượng hành tinh ($M \gg m$) nên trong trường hợp khối lượng hành tinh rất lớn so với khối lượng vệ tinh thì ta có gần đúng:

$$\frac{M}{m} = \frac{T_1^3 a^3}{T^3 a_1^3}$$

Trong công thức này:

$T = 11,9$ năm là chu kỳ Mộc Tinh quay quanh Mặt Trời.

$T_1 = 1,9 \cdot 10^{-2}$ năm là chu kỳ vệ tinh Ganimet quanh Mộc Tinh

$a = 5,2$ đvtv là bán trục lớn quỹ đạo Mộc Tinh quanh Mặt Trời

$a_1 = 7,14 \cdot 10^{-3}$ đvtv là bán trục lớn quỹ đạo vệ tinh Ganimet quanh Mộc Tinh.

Thay vào ta có khối lượng gần đúng của Mộc Tinh là: $m = 1,015 \cdot 10^{-3} M$

Bài 25. Gọi thông số va chạm của sao chổi với Mặt Trời là b.

- + Do sao chổi chuyển động trong trường lực hấp dẫn của Mặt Trời là trường lực thế xuyên tâm nên cơ năng của sao chổi và mômen động lượng của nó được bảo toàn.
- + Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng và bảo toàn mômen động lượng của sao chổi tại vị trí rất xa Mặt Trời và vị trí cách Mặt Trời khoảng r_{\min} gần nhất ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{r_\infty} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r_{\min}} \\ mbv_0 = mr_{\min}V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r_{\min}} \\ mbv_0 = mr_{\min}V \end{cases} \Rightarrow b = r_{\min} \sqrt{1 + \frac{2GM}{v_0^2 r_{\min}}}$$

Nếu $r_{\min} < R$ thì sao chổi sẽ va chạm với Mặt Trời do đó tiết diện toàn phần để xảy ra va

$$\sigma = \pi b^2 = \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM}{v_0^2 R}\right)$$

chạm là:

Bài 26. Gọi v_i là vận tốc của vệ tinh so với Mặt Trời trại điểm cắt quỹ đạo Mộc Tinh một khoảng b mà chưa bị ảnh hưởng của Mộc Tinh; m và m_s lần lượt là khối lượng của vệ tinh và Mặt Trời. Để vệ tinh thoát khỏi Mặt Trời thì vận tốc của vệ tinh phải thỏa mãn:

$$v_i = \sqrt{\frac{2Gm_s}{r}} = 18,5 \text{ km/s}$$

Coi quỹ đạo của Mộc Tinh quanh Mặt Trời là tròn bán kính r thì vận tốc v_J của Mộc Tinh

$$v_J = \sqrt{\frac{Gm_s}{r}} = \frac{v_i}{\sqrt{2}} = 13,1 \text{ km/s}$$

so với Mặt Trời là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Khi vệ tinh vào trường hấp dẫn của Mộc Tinh thì vận tốc của nó so với Mộc Tinh là:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_i - \vec{v}_J$$

Vì dưới ảnh hưởng của Mộc Tinh vệ tinh bị lêch một góc 90^0 so với phương ban đầu \rightarrow

$$v_r = \sqrt{v_i^2 + v_J^2} = \sqrt{18,5^2 + 13,1^2} = 22,67 \text{ km/s}$$

Sau khi quá trình tương tác, vệ tinh rời khỏi trường hấp dẫn của Mộc Tinh theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo Mộc Tinh. Do đó vận tốc của vệ tinh đối với Mặt Trời là:

$$v = v_r + v_J = 22,67 + 13,1 = 35,77 \text{ km/s}$$

Năng lượng thu được trên một đơn vị khối lượng của vệ tinh trong quá trình tương tác này là:

$$\frac{35,77^2 - 18,5^2}{2} = 468,6 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Bài 27. 1. Do vệ tinh Trái đất chuyển động theo quỹ đạo elip.

Khoảng cách từ viễn điểm tới tâm Trái Đất $r_A = R + h_A = a + c = 6697 \text{ km}$.

Khoảng cách từ cận điểm tới tâm Trái Đất $r_p = R + h_p = a - c = 6550 \text{ km}$.

$$\text{Bán trục lớn của vệ tinh } a = \frac{1}{2}(r_a + r_p) = 6623,5 \text{ (km)}$$

$$c = \frac{1}{2}(r_a - r_p) = 73,5 \text{ (km)}$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = 6623 \text{ (km)}$$

Bán trục nhỏ

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = 0,011$ vì $e \ll 1$ nên có thể coi quỹ đạo là hình tròn.

$$\text{Thống số quỹ đạo } p = \frac{b^2}{a} = 6622,5 \text{ (km)}$$

vì $e \ll 1$ nên có thể coi quỹ đạo là hình tròn,
2.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = \pi \sqrt{\frac{(r+R)^3}{2GM}} = \pi \sqrt{\frac{R(\frac{h}{R}+1)^3}{2g}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Bài 28. Xét vật khối lượng M chuyển động tròn đều quanh Mặt trời với chu kì T_1 và bán kính $(R+r)/2$.

$$\left(\frac{T_1}{T}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a}\right)^3 = 1 \quad \text{nên } T = T_1$$

Theo định luật III Kep-ler ta có

Do vật m_1 chuyển động tròn đều ta có

$$F_{hd} = F_{ht} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{a^2} \Rightarrow T_1 = 2\pi \frac{a}{v} = 2\pi \frac{a^{3/2}}{GM^{1/2}} = T \Leftrightarrow \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = K$$

* Nhận xét

1. Theo định luật III Kep-ler $K = \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$ (1) với M là khối lượng vật nằm ở tiêu điểm của quỹ đạo elip.

$$2. \text{ Chu kỳ quay } T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = \pi \sqrt{\frac{(r+R)^3}{2GM}} \quad (2)$$

* Áp dụng: Quỹ đạo vệ tinh nhân tạo Cosmos 380 có chu kì quay quanh Trái Đất là $T = 102,2$ phút. Khoảng cách cực đại và cực tiểu so với tâm Trái Đất là 7926 km và 6588 km. Xác định khối lượng Trái Đất.

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = 6 \cdot 10^{24} kg$$

Áp dụng công thức (2) ta có khối lượng Trái đất là

Bài 29.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$OM_1 = R_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} L, \quad OM_2 = R_2 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} L$$

1. Khối tâm của hệ hai ngôi sao tại O :

Do lực hấp dẫn giữa các ngôi sao đóng vai trò lực hướng tâm và các ngôi sao cùng chu kỳ quay:

$$\begin{aligned} F_{hd} = F_{ht} &\Rightarrow \frac{GM_1 M_2}{L} = M_1 \frac{4\pi^2}{T^2} R_1 = M_2 \frac{4\pi^2}{T^2} R_2 \\ &\Rightarrow \frac{GM_1 M_2}{L} = \frac{4\pi^2}{T^2} (M_1 R_1 + M_2 R_2) = \frac{4\pi^2}{T^2} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right) L \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(M_1 + M_2)}} \end{aligned}$$

Chu kỳ quay của hai ngôi sao:

2.. Ngôi sao ba là hệ 3 ngôi sao có khối lượng $M_1 = M_2 = M_3 = M$ luôn tạo thành tam giác đều

cạnh L nên khối tâm hệ nằm tại tâm đối xứng của hệ ba ngôi sao nên bán kính của chúng quay

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

Do lực hấp dẫn giữa các ngôi sao đóng vai trò lực hướng tâm và các ngôi sao cùng chu kỳ quay:

$$\begin{aligned} F_{ht} &= 2F_{hd} \cos 30^\circ \Rightarrow 2 \frac{GM^2}{L^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = M \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{L}{\sqrt{3}} \\ T &= \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi L \sqrt{\frac{L}{GM}} \end{aligned}$$

Chu kỳ quay của hai ngôi sao:

Bài 30.

Hệ Mặt trời và hành tinh là hệ kín. Áp dụng các định luật bảo toàn với hai vị trí cận điểm và viễn điểm.

$$\text{Bảo toàn cơ năng } E = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bảo toàn mômen động lượng $L = mvr \sin 90^\circ = mvr$ (2)

Từ (2) rút ra r và thay vào (1) ta có phương trình : $2mEr^2 + 2GMm^2r - L^2 = 0$

Phương trình có 2 nghiệm chính là r_{\max} và r_{\min} .

$$1. \text{ Theo Viet ta có : } r_{\max} + r_{\min} = -\frac{2GMm^2}{2mE} \Rightarrow E = -\frac{GMm}{r_{\max} + r_{\min}} = -\frac{GMm}{2a} \quad (1)$$

$$\text{Cơ năng toàn phần } E = -\frac{GMm}{r_{\max} + r_{\min}} = -\frac{GMm}{2a} \quad (3.1)$$

Từ các kết quả tính toán trên ta có vận tốc hành tinh tại vị trí có bán kính r :

$$E = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{r}\right)} \quad (3.2)$$

2. Mặt khác ta có :

$$r_{\max} \cdot r_{\min} = \frac{L^2}{2mE} \Rightarrow L^2 = -2mEr_{\max}r_{\min} \Rightarrow L = m\sqrt{\frac{2GMr_{\max}r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}} = m\sqrt{GM\frac{b^2}{a}}$$

$$\text{Mômen động lượng } L = m\sqrt{\frac{2GMr_{\max}r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}} = m\sqrt{GM\frac{b^2}{a}} \quad (3.3)$$

$$3. \text{ Thông số quỹ đạo } p = \frac{L^2}{GMm^2} \quad (3.4)$$

$$\text{Tâm sai } e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}\right)^{1/2} \quad (3.5)$$

Bài 31. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho quá trình ném

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{GMm}{R+h} \Rightarrow v_0 = \sqrt{GM\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right)} = \sqrt{2\frac{GM}{R^2}\frac{Rh}{R+h}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$g_0 = \frac{GM}{R^2} \text{ nên vận tốc } v_0 \text{ khi ném ban đầu là } v_0 = \sqrt{2g_0 \frac{Rh}{R+h}}$$

Do

2. Tại vị trí có độ cao h vận tốc nối tâm Trái đất bằng 0 và được truyền vận tốc v vuông góc bán kính thì đây chính là vị trí cận điểm hoặc viễn điểm.

$$+ \text{ Nếu là vị trí viễn điểm thì } v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{R+h} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{max}} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$p = \frac{b^2}{a} = a(1 - e^2) \Rightarrow a = \frac{p}{1 - e^2} \text{ thì } v = \sqrt{GM\left(\frac{2(1-e)}{p} - \frac{1-e^2}{p}\right)} = \sqrt{\frac{GM}{p}(1-e)^2}$$

Do

$$\text{Vận tốc truyền ngang là } v_{min} = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R(1-e)$$

$$+ \text{ Nếu vị trí ném là cận điểm thì } r_{min} = \frac{p}{1+e} \text{ tương tự ta có vận tốc cần truyền } v_{max} = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R(1+e)$$

Bài 32. Chuyển động vệ tinh gồm ba giai đoạn:

+ Chuyển động tròn ở quỹ đạo tròn thấp R_1 .

+ Chuyển động theo nửa quỹ đạo elip từ A đến B.

+ Chuyển động tròn ở quỹ đạo tròn cao R_2 .

1. Khi vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính R_1 :

$$m \frac{v_1^2}{R_1} = \frac{GMm}{R_1^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R^2}{R_1}} = R \sqrt{\frac{g_0}{R_1}} \Rightarrow v_1 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_1}}$$

$$v_2 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_2}}$$

Tương tự khi vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính R

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

2. Khi vệ tinh chuyển động trên nửa quỹ đạo elip từ A đến B với bán trục lớn a với $2a = R_1 + R_2$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, vận tốc vệ tinh theo quỹ đạo elip tại A.

$$-\frac{GMm}{R_1} + \frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{GMm}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_1' = \sqrt{GM \frac{2R_2}{R_1(R_1 + R_2)}} \Rightarrow v_1' = v_1 \sqrt{\frac{2R_2}{(R_1 + R_2)}} > v_1$$

Tương tự vận tốc vệ tinh theo quỹ đạo elip tại B.

$$v_2' = \sqrt{GM \frac{2R_1}{R_2(R_1 + R_2)}} \Rightarrow v_2' = v_2 \sqrt{\frac{2R_1}{(R_1 + R_2)}} < v_2$$

Bài 33. Tốc độ vũ trụ cấp I là tốc độ cần thiết để đưa một vật lên quỹ đạo tròn chuyển động quanh Mặt trăng với bán kính R và trở thành vệ tinh nhân tạo của Mặt Trăng

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 1,67 \cdot 10^3 \text{ (m/s)}$$

Tốc độ vũ trụ cấp II là tốc độ cần thiết để truyền cho một vật trên bề mặt Mặt Trăng thoát sức hút Mặt trăng.

$$E = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \Rightarrow v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}v_I$$

1. Do Trái Đất chuyển động theo quỹ đạo tròn với bán kính r_0 : $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$

Bài 34.

$$E = -\frac{GMm'}{\frac{r_0}{2}} + \frac{1}{2}m'(2v_o)^2 = 2m'\left(\frac{GM}{r_0} - v_0^2\right) = 0$$

2. Cơ năng của sao chổi :

Vậy quỹ đạo sao chổi là parabol vì cơ năng E = 0.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$E = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r}}$$

Vận tốc v tại một vị trí bất kỳ :

Bài 35. Theo định luật Kepler ta có

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T^2}{a^2} \quad (1)$$

T, T_1 : Chu kỳ quay của vệ tinh trên quỹ đạo tròn và Elip

a: Bán kính quay trên quỹ đạo tròn $a = 3R_E$

a_1 : Bán kính lớn trên quỹ đạo Elip $a_1 = 2R_E$

Xét cđ của vệ tinh trên quỹ đạo tròn

$$\frac{G_m \cdot M}{a^2} = \frac{m \cdot v^2}{a} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{a} \quad (2)$$

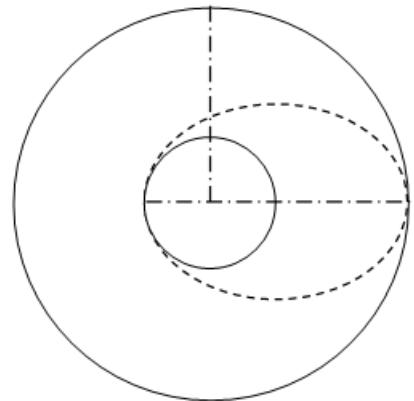
$$\text{Có } v = \frac{2\pi}{T} \cdot a \Rightarrow T = \frac{2\pi a}{v}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi a \cdot \sqrt{\frac{a}{GM}} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta suy ra

$$T_1^2 = T^2 \cdot \left(\frac{a_1}{a} \right)^3 = \frac{32}{27} \pi^2 a^2 \frac{a}{GM} T = 14383,2 s$$

Thời gian hạ cánh xuống mặt đất: $t = T/2 = 7191,6 s \approx 2$ giờ.



Hình 1

Bài 36. Xét trong hệ quy chiếu khối tâm của hệ gồm khoang mang nhiên liệu và đầu bảo vệ

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng: $m_d v_d = m_t v_t$

- Khi thử trên trái đất ta tính được thế năng đàn hồi của lò xo

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: } W = \frac{m_d v_0^2}{2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- Trên quỹ đạo thì thế năng này cũng chuyển hết thành động năng của hai khoang và đầu bảo vệ khi hai phần tách nhau ra

$$W = \frac{m_d v_d^2}{2} + \frac{m_t v_t^2}{2} \Leftrightarrow m_d v_0^2 = m_d v_d^2 + m_d^2 \frac{v_d^2}{m_t} \Leftrightarrow v_0^2 = \left(1 + \frac{m_d}{m_t}\right) v_d^2 \Rightarrow v_d = v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}}$$

$$\Rightarrow v_t = \frac{m_d v_d}{m_t} = \frac{m_d}{m_t} v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}}$$

- Vận tốc tương đối của đầu bảo vệ và tên lửa

$$v_d + v_t = v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}} + \frac{m_d}{m_t} v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{m_d}{m_t}} = 5,6(m/s)$$

Bài 37.

Áp dụng ĐLBТ mô men động lượng và ĐLBТ cơ năng ta có:

$$v_1 r_1 = v_2 r_2 \quad (1)$$

$$-\frac{GMm}{r_1} + \frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{GMm}{r_2} + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (2)$$

$$v_1^2 - v_1^2 \frac{r_1^2}{r_2^2} = 2GM \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra:

$$\Rightarrow v_1^2 \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} \right) = 2GM \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2GMr_2}{r_1(r_2 + r_1)}}$$

$$Vậy: \quad L = \sqrt{\frac{2GMr_1 r_2}{(r_2 + r_1)}}$$

Bài 38. a) Áp dụng ĐL Kê-Ple III ta có:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$a^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot (76.365.24.3600)^2}{4\pi^2} = 19,2 \cdot 10^{36} m$$

$$a = 2.68 \cdot 10^{12} m.$$

$$r_{\min} = a - ea; r_{\max} = a + ea, \text{ nên } r_{\max} = 2a - r_{\min} = 5,3 \cdot 10^{12} m$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi: $e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a} = 0,967$ (Quỹ đạo sao chổi rất dẹt)

Bài 39. Vật chuyển động theo quỹ đạo elip rất dẹt và rơi vào Mặt trời, theo ĐLBT cơ năng ta có:

$$W = -\frac{GMm}{r} + 0 = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a = \frac{r}{2} \quad (\text{r là bán kính quỹ đạo trái đất}).$$

Theo ĐL III Kê-ple ta có:

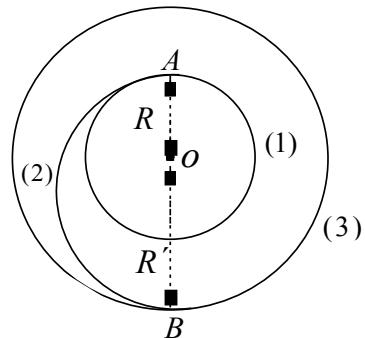
$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_{TD}^2}{r^3} \Rightarrow T^2 = \frac{a^3}{r^3} T_{TD}^2 = \frac{1}{8} \text{ năm} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{8}} \text{ năm}.$$

Thời gian vật bắt đầu chuyển động từ điểm cực viễn có $v_{\min}=0$ đến điểm cực cận ở Mặt trời là:

$$\tau = \frac{1}{2}T. \text{ Suy ra: } \tau = \frac{1}{2\sqrt{8}} \text{ năm} = \frac{365}{2\sqrt{8}} \text{ ngày} = 64,5 \text{ ngày.}$$

Bài 40. a) Ta có $F_{hd} = F_{ht} \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \text{const}$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$



b) Áp dụng ĐLBT cơ năng:

$$\text{Tại A: } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{2a} = -\frac{GMm}{R+R'}$$

$$\text{Vậy: } v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R+R')}}$$

Áp dụng ĐLBT mô men ĐL :

$$Rmv_1 = R'mv_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2GMR}{R'(R+R')}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Delta W_1 = \left(-\frac{GMm}{R+R'} \right) - \left(-\frac{GMm}{2R} \right) = \frac{GMm}{2R} \left(\frac{R'-R}{R'+R} \right)$$

c) $v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}}$

$$\Delta W_2 = \left(-\frac{GMm}{2R'} \right) - \left(-\frac{GMm}{R+R'} \right) = \frac{GMm}{2R'} \left(\frac{R'-R}{R'+R} \right)$$

Bài 41. a) $r = R + h = 6372 + 400 = 6770 \text{ Km} = 6,77 \cdot 10^6 \text{ m.}$

$$T_o = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,67 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 5540 \text{ s} = 92,3 \text{ ph}$$

$$v_o = \frac{2\pi r}{T_o} = 7680 \text{ m/s}$$

b) $v = 0,99 v_o = 7600 \text{ m/s}$

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = 5,78 \cdot 10^{10} \text{ J}; W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

c) $W = W_d + W_t = -6,02 \cdot 10^{10} \text{ J}$

$$W = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a = -\frac{GMm}{2W} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (\text{a nhỏ hơn } r \text{ khoảng } 2,1\%)$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_o^3}{R^3} \Rightarrow T = T_o \sqrt{\frac{a^3}{R^3}} = 5370 \text{ s} \Rightarrow T < T_o$$

d) Vì $T < T_o$ nên Sa-Ly về đến điểm P trước. Tại đó (P) nó đốt cháy nhiên liệu trong một thời gian rất ngắn nhưng lần này cho khí phut ra phía sau để làm tăng tốc độ lên bằng v_o . Khi ấy Sa-Ly ở trước I-Go trên cùng một quỹ đạo.

Chú ý: Muốn đuổi kịp và vượt I-Go, Sa-Ly không thể tăng tốc ngay từ đầu vì ngay sau khi tăng tốc con tàu chuyển sang quỹ đạo elip mà P là cận điểm và bán trực a của elip lớn hơn R, do đó Sa-Ly về đến P sau I-Go.

$$v_i = \sqrt{\frac{GM}{r_i}} \Rightarrow |\Delta v| = |0 - v| = v$$

Bài 42. Phương án 1:

Phương án 2: Áp dụng ĐLBT cơ năng và ĐLBT mô men động lượng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_1 + r_2} \quad \text{và } v_1 r_1 = v_2 r_2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2GMr_2}{r_1(r_1 + r_2)}} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GMr_1}{r_2(r_1 + r_2)}}$$

$$|\Delta v_1| = v_1 - v; |\Delta v_2| = |0 - v_2| = v_2$$

$$|\Delta v_1| + |\Delta v_2| = v_1 + v_2 - v = 0,483v \quad \text{Phương án 2 tiện lợi hơn.}$$

Bài 43. Coi quỹ đạo của vệ tinh là tròn, còn lực cản làm giảm cơ năng của vệ tinh.

$$W = -\frac{1}{2} W_d = -\frac{1}{2} mv^2$$

$$A = -F\Delta s = \Delta W = \Delta(-\frac{1}{2}mv^2) = -\frac{1}{2}m2v\Delta v$$

$$\Rightarrow F\Delta s = mv\Delta v \Rightarrow F \cdot 2\pi R = mv\Delta v \quad (1)$$

$$Mặt khác vì h \ll R nên \quad F_{ht} = \frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR} \quad (2)$$

$$\Delta v = \frac{2\pi RF}{m\sqrt{gR}} = \frac{2\pi \cdot 6400 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{200 \cdot \sqrt{9,8 \cdot 6400 \cdot 10^3}} = 0,0178 \approx 0,018 \text{ m/s (tăng lên).}$$

Chú ý: Lực ma sát sinh công làm giảm cơ năng của vệ tinh. Theo công thức

$W = \frac{1}{2} W_d = -\frac{GMm}{R}$ thì R giảm. Vệ tinh chuyển động lại gần Trái đất theo đường xoáy ốc, trong chuyển động này trọng lực thực hiện công dương làm giảm thế năng làm tăng động năng của vệ tinh, vì phần động năng này tăng do trọng lực lớn hơn phần động năng giảm do lực ma sát, nên tốc độ của vệ tinh tăng lên. Vệ tinh có bốc cháy khi đi đến lớp khí quyển đậm đặc hơn.

Bài 44.

-TH chuyển động cùng chiều: áp dụng ĐL III Kê-ple ta có

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \Rightarrow T_1 > T_2 \quad \text{hay } \omega_1 < \omega_2 \text{ nên:}$$

$$\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t \Rightarrow 2\pi = (\omega_2 - \omega_1)t \Rightarrow \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{T_2} - \frac{2\pi}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{t} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Với: $T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}}; T_2 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R + \Delta R)^3}{GM}}$

Thay vào ta được:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} &= \frac{\sqrt{GM}}{2\pi} \left(\frac{1}{(R + \Delta R)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{R^{\frac{3}{2}}} \right) \approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{1}{1 - \frac{3\Delta R}{2R}} - 1 \right) \\ &\approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{\frac{3}{2}}} \left(1 + \frac{3\Delta R}{2R} - 1 \right) \approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{3\Delta R}{2R} \end{aligned}$$

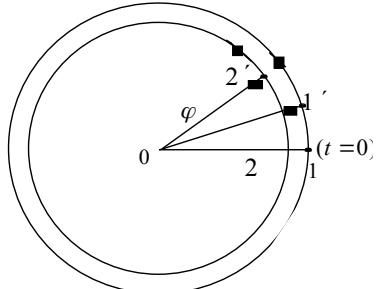
Suy ra: $t_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{GM}} \cdot \frac{R^{3/2} \cdot R}{3\Delta R} = 382.752 = 4,43$ ngày.

-TH chuyển động ngược chiều: $\varphi = (\omega_2 + \omega_1)t$

$$\Rightarrow 2\pi = (\omega_2 + \omega_1)t_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{t_2} = \frac{2\pi}{T_2} + \frac{2\pi}{T_1} \Rightarrow \frac{1}{t_2} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1}$$

$$\frac{1}{t_2} = \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{\frac{3}{2}}} \left(1 + \frac{3\Delta R}{2R} + 1 \right) \Rightarrow t_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} \frac{R^{3/2}}{\left(2 + \frac{3\Delta R}{2R} \right)}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{4R + 3\Delta R}{3\Delta R} \approx 122 \Rightarrow t_2 \approx 3137s = 0,87$$
 giờ.



Bài 45 .

a) Chọn hệ quy chiếu gắn với tâm Trái Đất, gốc thế năng ở tâm Trái Đất.

Bán kính quỹ đạo của quả bóng:

$$r = R + h = 6370 + 350 = 6,72 \cdot 10^3 \text{ km} = 6,72 \cdot 10^6 \text{ m} \text{ (trong đó } R \text{ là bán kính Trái Đất).}$$

Lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả bóng: $F = \frac{GMm}{r^2}$ (1)

Lực F đóng vai trò lực hướng tâm: $F = \frac{mv^2}{r}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$v^2 = \frac{K}{r} = \frac{GM}{r}$$

Mặt khác ta lại có:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{2r}$$

Vậy động năng của quả bóng:

Thay số ta được: $W_d \approx 2,14 \cdot 10^8 (J) = 214 (MJ)$.

b) Thế năng của quả bóng

$$W_t = -\frac{GMm}{r} = -2W_d = -428 (MJ)$$

c) Cơ năng của quả bóng

Vì quả bóng chuyển động trên quỹ đạo tròn nên ta có: $W = W_t + W_d = -214 (MJ)$.

Bài 46. a) Bán kính quỹ đạo tròn của chúng:

$$r = R + h = 6370 + 400 = 6770 \text{ km} = 6,77 \cdot 10^6 \text{ m} \text{ (trong đó } R \text{ là bán kính Trái Đất).}$$

Từ định luật 3 Kepler ta suy ra:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 \text{ (s)}$$

(với $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $M_D = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$).

Tốc độ của tàu trên quỹ đạo:

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} \approx 7680 \text{ (m/s).}$$

$$\text{Hoặc: } v_0 = \sqrt{\frac{K}{r}} \approx 7680 \text{ (m/s).}$$

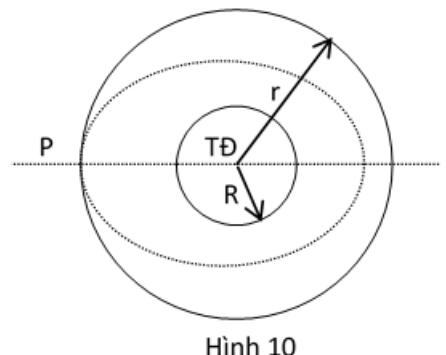
b) Tốc độ của tàu Sally ở điểm P (Hình 10) ngay sau khi phun khí

$$v = 0,99v_0 = 7600 \text{ (m/s).}$$

Khi đó động năng mới của tàu Sally ở điểm P là:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = 5,87 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$$

Thế năng của nó vẫn không đổi:



Hình 10

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$$

c) Cơ năng toàn phần mới của tàu Sally:

$$W = W_t + W_d = -6,02 \cdot 10^{10} \text{ (J)}.$$

$$\text{Ta có: } W = -\frac{GMm}{2a} \rightarrow a = \frac{GMm}{2W} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ (m).}$$

Bài 47. Gọi v là vận tốc trên quỹ đạo tròn, v_A và v_B là vận tốc trên quỹ đạo hạ cánh, quỹ đạo này là một phần của elíp. Vì động cơ chỉ hoạt động trong thời gian rất ngắn đủ giảm bớt v một lượng Δv cần thiết ($\Delta \vec{v}$ hướng ra phía trước để hãm tàu).

- Định luật II Niuton áp dụng cho tàu trên quỹ đạo tròn:

$$G \frac{M_t M}{(R_t + h)^2} = \frac{Mv^2}{R_t + h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_t}{R_t + h}} \approx 165 \text{ m/s} \quad (1)$$

- Định luật bảo toàn năng lượng trên quỹ đạo elip: (M_1 là khối lượng còn lại của tàu vũ trụ)

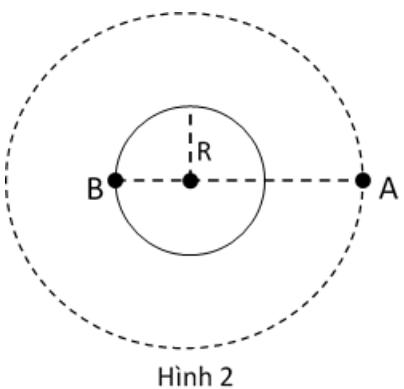
$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{M_1 v_A^2}{2} - G \frac{M_t M_1}{R_t + h} = \frac{M_1 v_B^2}{2} - G \frac{M_t M_1}{R_t} \quad (2)$$

Theo định luật Keppler 2:

$$L_A = L_B \Rightarrow v_A(R_t + h) = v_B \cdot R_t \Rightarrow v_B = \frac{v_A(R_t + h)}{R_t} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2): $v_A = 1628 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = v - v_A = 23 \text{ m/s}$

Gọi Mặt trăng là khối lượng nhiên liệu đã cháy, áp dụng định luật bảo toàn động lượng: Độ biến thiên động lượng của khí bằng độ biến thiên động lượng còn lại của tàu:



$$(M - m)\Delta v = mu \quad (u \text{ là vận tốc tương đối của khí đối với tàu vũ trụ})$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow m = \frac{M\Delta v}{u + \Delta v} = 28,73 \text{kg}$$

Bài 48. Chứng minh thé năng trong trường lực hấp dẫn là $-\frac{GMm}{r}$.

MMĐL tại điểm cận và viễn bằng nhau: $r_1v_1 = r_2v_2$ nên $v_2 = r_1v_1 / r_2$.

Thay công thức rút được ở trên vào ĐL bảo toàn cơ năng có:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \text{ } \textcolor{red}{l} \text{ const}$$

$$\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = GM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} - 1 \right) = GM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

=>

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{GMr_2}{r_1(r_1 + r_2)}$$

$$\text{Cuối cùng } E = \frac{GMmr_2}{r_1(r_1 + r_2)} - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_1 + r_2} = -\frac{GMm}{2a}$$

Bài 49. Đặt $u = \frac{1}{r} = \frac{e^{b\theta}}{a}$

$$\text{Do đó } \frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{b^2 e^{b\theta}}{a} = b^2 u$$

$$\text{Theo công thức Binet: } F = -mh^2 u^2 \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u \right)$$

$$\text{Đối với } m = 1 \Rightarrow F = -h^2 u^3 (b^2 + 1) = -\frac{h^2 (b^2 + 1)}{r^3} = -\frac{dU(r)}{dr}$$

Lấy tích phân từ $r \rightarrow \infty$ và lấy gốc thé năng $U(r) = 0$ tại vô cùng, ta được

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$U(r) = -\frac{h^2}{2} \frac{(b^2 + 1)}{r^2}$$

Trong đó : $h = r^2 \dot{\theta}$ là mô men động lượng được bảo toàn của vật khi chuyển động quanh tâm của lực và được xác định bởi các điều kiện ban đầu.

Bài 50. Ta có : $r.\theta = \text{hằng số} \Rightarrow \theta = \text{hằng số}/r \Rightarrow u = C.\theta$ với C là hằng số

$$\Rightarrow \frac{d^2u}{d\theta^2} = 0$$

$$\frac{d^2u}{d\theta^2}$$

Từ công thức **Binet** : $F = -mh^2u^2(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u)$

$$\text{suy ra: } F = -mh^2u^3 = \frac{-mh^2}{r^3}$$

$$\text{Thể năng của hạt là: } V = - \int_{\infty}^r F(r) dr = \int_{\infty}^r \frac{mh^2}{r^3} dr = \left[\frac{-mh^2}{2r^2} \right]_{\infty}^r = \frac{-mh^2}{2r^2}$$

Bài 51. Cách 1:

a) Chọn gốc thể năng tại tâm Trái Đất.

Vì chuyển động trong trường trọng lực xuyên tâm ta áp dụng định luật bảo toàn mômen xung lượng và cơ năng.

$$\text{Tại mặt đất vệ tinh có cơ năng là: } E_1 = -mg_0 R_0 + \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\text{Tại độ cao } h \text{ vệ tinh có cơ năng là: } E_2 = -mg_h r \quad (r = R_0 + h)$$

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: } E_1 = E_2 \rightarrow -mg_0 R_0 + \frac{mv_0^2}{2} = -mg_h r$$

$$\rightarrow v_0 = 2(-g_h r + g_0 R_0)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\rightarrow v_0 = \sqrt{2g_0 \left(-\frac{R_0^2}{r^2} r + R_0^2 \right)} = \sqrt{2g_0 R_0 \left(-\frac{R_0}{r} + 1 \right)}$$

Với $g = G \frac{M}{(R_0+h)^2} = G \frac{M}{r^2}$ và $g_0 = G \frac{M}{R_0^2}$ $\rightarrow g_h = \frac{R_0^2}{r^2} g_0$

Vậy: $v_0 = \sqrt{2g_0 R_0 \left(1 - \frac{R_0}{r} \right)}$

b) Khi vệ tinh lên đến độ cao h.

Do quỹ đạo là elip, mà vận tốc được cung cấp \vec{v}_1 có hướng vuông góc với \vec{v}_0 nên điểm cung cấp chỉ có thể tại hai đỉnh của elip (cận điểm, viễn điểm).

* Điểm lên quỹ đạo là cực cận

$$\text{Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có: } -mg(h + R_0) + \frac{mv_1^2}{2} = -mgr + \frac{mv_c^2}{2}$$

Mà $p = a(1 - e^2) \rightarrow a = \frac{p}{1 - e^2}$

$$r_c = a(1 - e) \rightarrow r_c = \frac{p}{1 - e^2}(1 - e) = \frac{p}{1 + e}$$

Vậy: $v_1 = v_c = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1 + e)$

* Điểm lên quỹ đạo là cực viễn

$$\text{Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có: } -mg(h + R_0) + \frac{mv_1^2}{2} = -mgr + \frac{mv_v^2}{2}$$

Mà $r_v = a(1 + e) \rightarrow r_v = \frac{p}{1 - e^2}(1 + e) = \frac{p}{1 - e}$

Vậy: $v_2 = v_v = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1 - e)$

Cách 2:

Theo định luật bảo toàn cơ năng, tại hai điểm cực cận và cực viễn (trường xuyên tâm):

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$-mg_0 \frac{R_0^2}{r_c} + \frac{mv_1^2}{2} = -mg_0 \frac{R_0^2}{r_v} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$\rightarrow -2g_0 \frac{R_0^2}{r_c} + v_1^2 = -2g_0 \frac{R_0^2}{r_v} + v_2^2$$

Mà $g_c = \frac{R_0^2}{r_c^2} g_0$; $g_v = \frac{R_0^2}{r_v^2} g_0$

$$\rightarrow v_1^2 - v_2^2 = 2g_0 \left(-\frac{R_0^2}{r_v} + \frac{R_0^2}{r_c} \right) \quad (1)$$

Mặt khác theo định luật 2 Kepler ta có: $\frac{v_1 \cdot r_c}{2} \cdot \Delta t = \frac{v_2 \cdot r_v}{2} \cdot \Delta t$

$$\rightarrow v_1 \cdot r_c = v_2 \cdot r_v \rightarrow v_1 \cdot r_c - v_2 \cdot r_v = 0 \rightarrow v_1 = \frac{r_v}{r_c} \cdot v_2 \quad (2)$$

Thay (2) và (1) ta có: $\left(\frac{r_v}{r_c} \cdot v_2 \right)^2 - v_2^2 = 2g_0 R_0^2 \left(\frac{-r_c + r_v}{r_c \cdot r_v} \right)$

$$\leftrightarrow r_v^2 v_2^2 - v_2^2 r_c^2 = 2g_0 R_0^2 \frac{r_c(-r_c + r_v)}{r_v}$$

$$\rightarrow v_2^2 (r_v^2 - r_c^2) = 2g_0 R_0^2 \frac{r_c(r_v - r_c)}{r_v}$$

$$\rightarrow v_2^2 = 2g_0 R_0^2 \frac{r_c}{r_v(r_v + r_c)}$$

$$\frac{r_c}{r_v} = \frac{1-e}{1+e} \rightarrow v_2^2 = 2g_0 R_0^2 \frac{1-e}{1+e} \frac{1-e^2}{2p} = \frac{g_0 R_0^2}{p} (1-e)^2$$

$$r_c + r_v = \frac{2p}{1-e^2} \rightarrow v_2^2 = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1-e)$$

$$v_1 = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1-e) = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1+e)$$

Thế vào (2) ta được:

Bài 52. 1) Ký hiệu m_0 là khối lượng trạm P, \vec{v}_1 là vận tốc của trạm vũ trụ trước va chạm. Lực hấp dẫn giữa trạm P và hành tinh E đóng vai trò lực hướng tâm trong chuyển động của P quanh E:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$G \frac{m_0 M}{R^2} = \frac{m_0 v_I^2}{R} = m_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R \quad (1)$$

Suy ra: $v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (2) và $T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} R^{3/2}$. (3)

2) Ký hiệu m là khối lượng của thiên thạch, \vec{v}_2 là vận tốc của hệ sau va chạm, \vec{u} là vận tốc của thiên thạch trước va chạm. Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m\vec{u} + 10m\vec{v}_I = 11m\vec{v}_2 \quad (4)$$

Chiếu lên 2 trục Ox và Oy (hình vẽ):

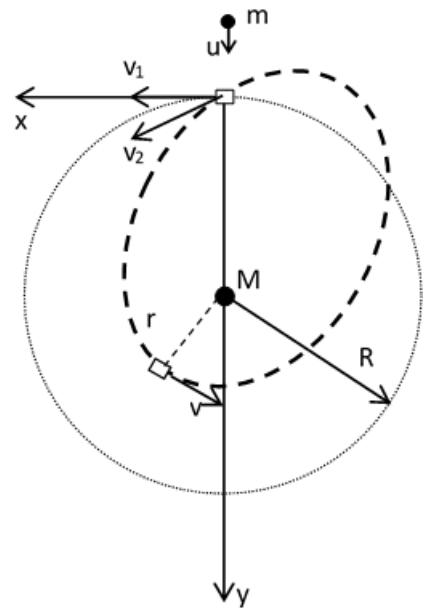
$$10m.v_1 = 11m.v_{2x} \quad (5)$$

$$m.u = 11m.v_{2y} \quad (6)$$

Thay $v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ và $u = \sqrt{\frac{58GM}{R}}$ ta tìm được:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{11}v_I\right)^2 + \left(\frac{1}{11}u\right)^2}$$

$$v_2 = \frac{1}{11} \sqrt{\frac{158GM}{R}} \quad (7)$$



Sau va chạm thì hệ chuyển sang quỹ đạo elip (đường đứt nét đậm). Tại điểm cận nhật hệ có vận tốc là v vuông góc với đoạn thẳng r nối điểm cận nhật với tâm hành tinh. Ta viết phương trình bảo toàn năng lượng và bảo toàn mô men động lượng của hệ tại vị trí va chạm và vị trí cận nhật:

$$-G \frac{11mM}{R} + \frac{11m}{2} v_2^2 = -G \frac{11mM}{r} + \frac{11m}{2} v^2, \quad (8)$$

$$v.r = v_{2x}R \quad (9)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$v = v_{2x} \frac{R}{r} = \frac{10}{11} \sqrt{\frac{GM}{R}} \frac{R}{r}$$

Từ (9) suy ra: (10)

Thay v_2 từ (7) và v từ (10) vào (8) ta thu được phương trình bậc hai đối với r :

$$42r^2 - 12IR.r + 50R = 0$$

Phương trình có 2 nghiệm: $r = \frac{R}{2}$ và $r = \frac{50}{21}R$. Giá trị $r = \frac{R}{2}$ là khoảng cách cực tiểu cần tìm,

còn $r = \frac{50}{21}R$ là khoảng cách cực từ hệ đó đến tâm hành tinh E (tại điểm viễn nhật). Dựa vào định luật Kép-le 3 có thể tìm được chu kỳ quay của hệ ($P + T$).

Bài 53. 1. Khi vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} \Rightarrow K = -\frac{U}{2}$$

Mặt khác cơ năng $E = K + U = -K = \frac{U}{2}$ (ĐPCM).

$$r + \Delta r \text{ và vận tốc } v + \Delta v$$

2. Do ma sát nên sau một tuần bán kính là

$$\Delta r < 0, \frac{\Delta r}{r} = -0,1\%$$

Trong đó

$$v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow 2v\Delta v = -\frac{GMm}{r^2}\Delta r \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta r}{2r} = 0,05\%$$

Do

Xuất hiện nghịch lý: có ma sát nhưng vận tốc của vệ tinh tăng.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

3. Do vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn $E = \frac{U}{2} = -\frac{GMm}{2r}$.

$$\text{Khi bán kính giảm } E' = -\frac{GMm}{2(r + \Delta r)} \approx -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$\text{Độ biến thiên cơ năng } \Delta E = E' - E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} \left(\frac{\Delta r}{r}\right) = -6,04 \cdot 10^7 (J)$$

4. Theo định luật bảo toàn năng lượng $\Delta E = A_{F_{ms}} \Rightarrow F_{ms} = -\frac{\Delta E}{s}$

$$s = \frac{2\pi r}{T} t \quad \text{với } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Do quỹ đạo tròn nên quãng đường đi được

$$\text{Quãng đường đi được } s = \sqrt{\frac{GM}{r}} \cdot t = 4,70 \cdot 10^9 (m)$$

$$F_{ms} \approx 0,013 (N)$$

Lực ma sát có độ lớn

5. Theo giả thiết do động cơ bù trừ lực ma sát $F_{ms} = F = uz$

$$\tau = \frac{m_0}{z} = \frac{m_0 u}{F_{ms}} \approx 54 (\text{ngày}).$$

Thời gian tồn tại của vệ tinh

$$\text{Cơ năng toàn phần của vệ tinh là } E = -\frac{GMm}{2R} \Rightarrow dE = -\frac{GMm}{2R^2} dR$$

Bài 54.

$$dA = -F ds = -F v dt = -\alpha v^3 dt$$

Công của lực cản do vũ trụ gây là

$$v = \left(\frac{GM}{R}\right)^{1/2} \Rightarrow dA = -\alpha \left(\frac{GM}{R}\right)^{3/2} dt$$

Do chuyển động theo quỹ đạo tròn

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$dE = dA \Rightarrow dt = -\frac{m}{\alpha\sqrt{GM}} R^{-1/2} dR$$

Theo định lí về cơ năng

$$t = -\frac{m}{\alpha\sqrt{GM}} \int_{R_0}^{R_0} R^{-1/2} dR = \frac{m}{\alpha\sqrt{GM}} \sqrt{R_0} (\sqrt{n} - 1)$$

Lấy tích phân

với R_0 là bán kính Mặt trăng và M là khối lượng Mặt trăng.

Bài 55.

1.1 và 1.2 . Do vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo xung quanh Trái Đất

$$\begin{cases} \frac{GM_T m}{r_0^2} = m \frac{v_0^2}{r_0} \\ v_0 = \frac{2\pi r_0}{T_0} \\ g = \frac{GM_T}{R_T^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_0 = \left(\frac{gR_T^2 T_o^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} \\ v_o = R_T \sqrt{\frac{g}{r_0}} \\ \quad \quad \quad \begin{cases} r_o = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m/s} \\ v_o = 3,07 \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{cases} \end{cases}$$

Thay số ta thu được

$$L_0 = r_0 m v_0 = \frac{g R_T^2}{v_o^2} m v_0 \Rightarrow L_0 = \frac{mg R_T^2}{v_0}$$

$$E_0 = -\frac{mv_0^2}{2}$$

Cơ năng

2.1 . Do lực đẩy của động cơ khi hoạt động là lực hướng tâm nên L_0 không đổi.

Vệ tinh chuyển động sang quỹ đạo elip.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$p = \frac{L_0^2}{GM_T m^2} \quad \text{và kết hợp} \quad L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0} \Rightarrow p = r_0$$

Thông số

Khi được truyền thêm vận tốc Δv hướng về tâm Trái Đất nên cơ năng E khi đó

$$E = \frac{1}{2}m(v^2 + \Delta v^2) - \frac{GMm}{r_0} = \frac{1}{2}m\Delta v^2 + E_0$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}mv_0^2 \frac{\Delta v^2}{v_0^2} - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2(\beta^2 - 1)$$

Tâm sai $e = \left(1 + \frac{2EL_0^2}{G^2 M_T^2 m^3}\right)^{1/2}$ và kết hợp $L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0}$ và $\frac{GM_T m}{r_0^2} = m \frac{v_0^2}{r_0}$

$e = \beta < 1 \Rightarrow E < 0$ nên quỹ đạo vệ tinh là elip.

Ta thu kết quả

$$r(\theta) = \frac{p}{1 - e \cdot \cos \theta}$$

2.2. Theo phương trình tọa độ cực ta có

Tại vị trí bật ta có $r = r_0 = p \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$.

Góc giữa bán trục lớn của quỹ đạo mới và bán kính vec tơ tại điểm bật lên là 90° .

$$r(\theta) = \frac{r_0}{1 - \beta \cdot \cos \theta}$$

2.3. Theo phương trình tọa độ cực ta có

Khoảng cách từ cực viễn đến tâm Trái Đất $r_{\max} = \frac{r_0}{1 - \beta} = 5,63 \cdot 10^7 (m)$

Khoảng cách từ cực cận đến tâm Trái Đất $r_{\min} = \frac{r_0}{1 + \beta} = 3,38 \cdot 10^7 (m)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$2.4. \text{ Bán trục } a \text{ của vệ tinh} \quad a = \frac{1}{2}(r_{\max} + r_{\min}) = \frac{r_0}{1 - \beta^2}$$

Theo định luật III Kep-ler $T = T_0(1 - e^2)^{-3/2} = 26,4h$

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2(\beta^2 - 1)$$

3.1. Do cơ năng của vệ tinh

$$E = 0 \Rightarrow \beta_{\text{esc}} = 1$$

Điều kiện vệ tinh thoát ra khỏi Trái Đất

$$r(\theta) = \frac{r_0}{1 - \cos\theta} \Rightarrow r'_{\min} = \frac{r_0}{2}$$

3.2 Theo phương trình tọa độ cực ta có

$$E = \frac{1}{2}mv_{\infty}^2 \Rightarrow v_{\infty} = v_0(\beta^2 - 1)^{1/2}$$

4. Khi vệ tinh ra đến vô cực

Bài 56. a. Khối lượng của bụi trong cầu bán kính r với tâm là tâm của Mặt Trời là:

$$M_{\text{bụi}} = \frac{4\pi r^3}{3} \rho$$

Bỏ qua lực cản của bụi lên hành tinh khi đó lực tác dụng của bụi đối với hành tinh chỉ là lực hấp dẫn. Khi tính toán ta có thể coi tất cả lượng bụi đều tập trung ở tâm hình cầu.

$$F' = -G \frac{M_{\text{bụi}} m}{r^2} = -G \frac{\frac{4\pi r^3}{3} \rho m}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi \rho G m r \leftrightarrow F' = -mkr \quad \text{với } k = \frac{4\pi \rho G}{3}$$

Vậy hợp lực tác dụng lên hành tinh khi nó chuyển động quanh Mặt Trời là: $F = -G \frac{Mm}{r^2} - mkr$

b. Gia tốc của hành tinh trong hệ tọa độ cực là: $(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2, 2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi})$

Phương trình chuyển động của vệ tinh là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = -G \frac{Mm}{r^2} - mkr \Leftrightarrow m\ddot{r} = -G \frac{Mm}{r^2} - mkr + r\dot{\phi}^2 \\ m(2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi}) = 0 \end{cases}$$

(Do quỹ đạo chuyển động của hành tinh là tròn nên $F_\phi = 0$)

Mặt khác trong chuyển động tròn ta có: $|r| = hs \rightarrow \dot{r} = 0$ và $\ddot{r} = 0$

$$mr\ddot{\phi} = 0 \Leftrightarrow mr^2\ddot{\phi} = 0 \Leftrightarrow mr^2\dot{\phi} = L = hs \rightarrow mr\dot{\phi}^2 = \frac{L^2}{mr^3}$$

\rightarrow phương trình (2) \Leftrightarrow

Ta có phương trình chuyển động tròn của hành tinh với bán kính r_0 là:

$$0 = -G \frac{Mm}{r_0^2} - mkr + \frac{L^2}{mr_0^3}$$

c. Gọi η là độ lệch quanh bán kính r_0 ta có: $\eta = r - r_0$ (với $\eta \ll r_0$), khi đó phương trình (1) trở thành:

$$\begin{aligned} m\ddot{r} &= -G \frac{Mm}{r^2} - mkr + \frac{L^2}{mr^3} \Leftrightarrow m(\ddot{r}_0 + \ddot{\eta}) = -G \frac{Mm}{(r_0 + \eta)^2} - mk(r + \eta) + \frac{L^2}{m(r_0 + \eta)^3} \\ &\Leftrightarrow m\ddot{\eta} = -\frac{GMm}{r_0^2(1 + \frac{\eta}{r_0})^2} - mkr_0(1 + \frac{\eta}{r_0}) + \frac{L^2}{mr_0^3(1 + \frac{\eta}{r_0})^3} \end{aligned}$$

Áp dụng công thức gần đúng ta có:

$$\begin{aligned} m\ddot{\eta} &= -\frac{GMm}{r_0^2}(1 - \frac{2\eta}{r_0}) - mkr_0(1 + \frac{\eta}{r_0}) + \frac{L^2}{mr_0^3}(1 - \frac{3\eta}{r_0}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow m\ddot{\eta} = \left(-\frac{GMm}{r_0^2} - mkr_0 + \frac{L^2}{mr_0^3}\right) - \eta \left[\frac{L^2}{mr_0^4} + mk + \frac{2}{r_0} \left(-\frac{GMm}{r_0^2} + \frac{L^2}{mr_0^3}\right)\right] \\ &\Leftrightarrow m\ddot{\eta} = \eta \left(\frac{L^2}{mr_0^4} + 3mk\right) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \ddot{\eta} + \left(\frac{L^2}{mr_0^4} + 3k\right)\eta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\eta} + \omega^2\eta = 0 \quad \text{với } \omega = \sqrt{\frac{L^2}{mr_0^4} + 3k}$$

Như vậy dưới ảnh hưởng của bụi thì bán kính quỹ đạo của hành tinh dao động điều hoà với

tần số: $\omega = \sqrt{\frac{L^2}{mr_0^4} + 3k}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Vì tần số theo phương φ không bị ảnh hưởng của bụi $\omega_0 = \frac{L}{mr_0^2}$ nên tần số tué sai của hành tinh là:

$$\omega_{ts} = \omega - \omega_0 = \sqrt{\frac{L^2}{m^2 r_0^4} + 3k} - \frac{L}{mr_0^2} = \frac{L}{mr_0^2} \left(\sqrt{1 + \frac{3km^2 r_0^4}{L^2}} - 1 \right) \approx \frac{L}{mr_0^2} \frac{3km^2 r_0^4}{2L^2} \rightarrow \omega_{ts} = \frac{3mkr_0^2}{2L}$$

d. Do dao động trong mặt phẳng bán kính nhanh hơn chuyển động xoay theo quỹ đạo nên trực elip chuyển động tué sai ngược chiều so với vận tốc góc.

Bài 57. a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.

Mômen động lượng của vật là:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}$$

Khi vật chuyển động dưới tác dụng của lực hướng tâm:

$$\vec{F} = -k\vec{r} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge (-k\vec{r}) = \vec{0}$$

Suy ra $\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$ → véc tơ \vec{r} xác định vị trí của vật nằm trong mặt phẳng vuông góc với véc tơ mômen động lượng \vec{L} không đổi. Chứng tỏ chuyển động của hạt nằm trong một mặt phẳng.

$$F = m\ddot{r} \Leftrightarrow -kr = m\ddot{r} \Leftrightarrow \ddot{r} + \frac{k}{m}r = 0 \Leftrightarrow \ddot{r} + \omega^2 r = 0$$

b. Phương trình động lực học của vật là:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Trong hệ toạ độ Descartes ta có:

Trạng thái ban đầu ($t=0$) có:

$$\begin{cases} x = a \text{ và } v_x = 0 \rightarrow A_1 = a \text{ và } \varphi_1 = 0 \rightarrow x = a \cos \omega t \\ y = 0 \text{ và } v_y = V \rightarrow A_2 = \frac{V}{\omega} \text{ và } \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{V}{\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\frac{V}{\omega} \sin(\omega t) \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{V}{\omega}\right)^2} = 1$$

Ta có: suy ra quỹ đạo chuyển động của vật là một đường elip với hai bán trục là a và $\frac{V}{\omega}$.

$$\text{Chu kỳ chuyển động của vật là: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

c. Để khảo sát xem chuyển động của vật có tuân theo định luật III Kepler không ta lập tỉ số giữa bình phương chu kỳ chuyển động với lập phương bán trục lớn.

+ Trường hợp $a > V/\omega \rightarrow$ bán trục lớn của quỹ đạo là a

$$\text{Ta có tỉ số: } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 m}{k a^3} \quad (1)$$

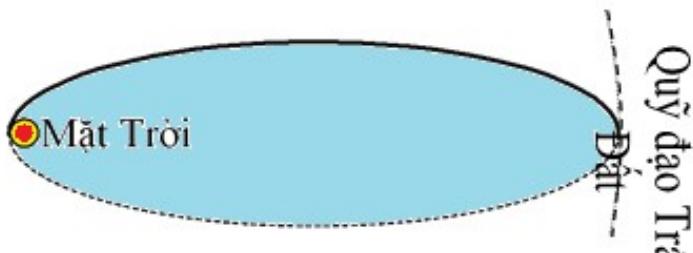
+ Trường hợp $a < V/\omega \rightarrow$ bán trục lớn của quỹ đạo là V/ω

$$\text{Ta có tỉ số: } \frac{T^2}{\left(\frac{V}{\omega}\right)^3} = \frac{4\pi^2 \omega^3 m}{k V^3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta thấy tỉ số giữa bình phương chu kỳ chuyển động với lập phương bán trục lớn không phải là hằng số do đó định luật III Kepler không được tuân thủ trong chuyển động của vật.

Bài 58. 1) Quỹ đạo là một đường ellipse có điểm cận nhật nằm ở bên trong Mặt Trời. Để tiết kiệm nhiên liệu vận tốc ở gần quỹ đạo của Trái Đất cần phải càng lớn càng tốt (ta cần phải giảm tốc để đưa tàu vào quỹ đạo ellipse), hay nói cách khác năng lượng quỹ đạo của con tàu

$E = -\frac{GMm}{2a}$ càng nhỏ càng tốt. Ở đây M là khối lượng Mặt Trời, m là khối lượng của con tàu và a là bán trục lớn của quỹ đạo ellipse. Như vậy a cần phải càng lớn càng tốt, suy ra điểm cận nhật nằm ở trên bề mặt của Mặt Trời, ta có $2a = R_E + r_s$, trong đó R_E là bán kính quỹ đạo của Trái Đất và r_s – bán kính Mặt Trời.



Quỹ đạo được vẽ ở hình dưới.

2) Nếu ta bỏ qua bán kính Mặt Trời, con tàu sẽ “rơi” đúng vào Mặt Trời, điều này có nghĩa vận tốc ban đầu của con tàu bằng không và quỹ đạo của nó là đường ellipse với bán trục lớn bằng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$R_E/2$. Theo định luật III Kepler , chu kỳ trên quỹ đạo như vậy nhỏ hơn chu kỳ T của Trái Đất $2^{3/2}$ lần và thời gian rơi t bằng một nửa chu kỳ, hay $t = 2^{-5/2}T \approx 64.5$ ngày

3) Trong hệ quy chiếu gắn với Mặt Trời, vận tốc cần phải bằng không. Do đó trong hệ quy chiếu Trái Đất, vận tốc ngược chiều và có độ lớn bằng vận tốc quỹ đạo của Trái Đất $v_0 = 29.8$ km/s.

4) Vận tốc v_S trong hệ quy chiếu Mặt Trời có thể tìm được từ biểu thức của cơ năng toàn phần

$$-\frac{GMm}{2a} = -\frac{GMm}{R_E + r_S} = -\frac{GMm}{R_E} + \frac{mv_S^2}{2}$$

$$v_S = \sqrt{\frac{GM}{R_E}} \frac{2r_S}{R_E + r_S}$$

Suy ra:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_E}}$$

Biểu thức trên có thể được viết lại nếu sử dụng

$$v_S = v_0 \sqrt{\frac{2r_S}{R_E + r_S}} = v_0 \sqrt{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \approx v_0 \sqrt{\alpha}$$

Thay số vào ta được $v_S \approx 2.8$ km/s; vận tốc trong hệ quy chiếu Trái Đất $v_E = v_0 - v_S \approx 27.0$ km/s

5) Một phần của động năng trong hệ quy chiếu Trái Đất biến thành thế năng trọng trường:

$$\Delta U = \frac{GM_E m}{R} = gmR$$

Suy ra $gR + \frac{v_E^2}{2} = \frac{u^2}{2}$. Ở đây M_E là khối lượng Trái Đất, và u là vận tốc phóng.

$$\text{Vậy } u = \sqrt{v_E^2 + 2gR} \approx 29.2 \text{ km/s}$$

Bài 59. 1. Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng và bảo toàn năng lượng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} mv_0 b = mv_A a \\ \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_A^2 - \frac{GMm}{a} \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow v_A = \sqrt{v_0^2 - \frac{2GM}{a}}$, thay vào (1) ta được:

$$v_0 b = \sqrt{v_0^2 + \frac{2GM}{a}} a \Rightarrow v_0^2 b^2 = \left(v_0^2 + \frac{2GM}{a} \right) a^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2Gma}{b^2 - a^2}$$

Đặt $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ là gia tốc trọng trường ở bề mặt Mặt trăng thì: $v_0^2 = \frac{2g_0 R^2 a}{b^2 - a^2}$

2a. Sau khi phóng tên lửa, gọi vận tốc của tàu theo phương bán kính r và phương tiếp tuyến q lần lượt là v_r, v_θ .

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có:

$$\begin{cases} \frac{2m}{3} v_T = \frac{1}{3} m v_r \Rightarrow v_r = 2v_T = 3v \\ mv = \frac{1}{3} m v_\theta \Rightarrow v_\theta = 3v \end{cases}$$

Vậy vận tốc tàu sau khi phóng tên lửa: $v' = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = 3\sqrt{2}v = 3R\sqrt{2\frac{g_0}{a}}$

Góc hợp bởi \vec{v}' và phương bán kính được xác định: $\tan \alpha = \frac{v_\theta}{v_r} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

Năng lượng cần tiêu tốn để thực hiện sự tách này:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m v'^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} m v_T^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{13}{4} m v^2 = \frac{13}{4} m g_0 \frac{R^2}{a}$$

2b. Năng lượng của tàu sau khi tách:

$$E' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m v'^2 - \frac{GMm/3}{a} = 3mg_0 \frac{R^2}{a} - \frac{1}{3} mg_0 \frac{R^2}{a} = \frac{8}{3} mg_0 \frac{R^2}{a} > 0$$

Tàu sẽ chuyển động theo một hyperbol

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Xét trường hợp giới hạn khi tàu tiếp tuyến với bề mặt của Mặt trăng. Khi đó áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng và năng lượng ta có:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} m'v_\theta a = m'v_h R \\ -\frac{GMm'}{a} + \frac{1}{2}m'v'^2 = -\frac{GMm'}{R} + \frac{1}{2}m'v_h^2 \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_h = 3v \frac{a}{R} = 3v\lambda \\ -\frac{GM}{\lambda R} + 9v^2 = -\frac{GM}{R} + \frac{1}{2}v_h^2 \end{array} \right. \\ \Leftrightarrow \frac{GM}{R} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) &= \frac{1}{2}v^2 (-18 + 9\lambda^2) \Rightarrow \frac{GM}{R} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{2} \frac{GM}{\lambda R} [-18 + 9\lambda^2] \\ \Rightarrow 9\lambda^2 - 2\lambda - 16 &= 0 \Rightarrow \lambda \approx 1,45 \end{aligned}$$

Vậy: Nếu $\lambda \leq 1,45$ thì tàu rơi xuống Mặt trăng

Bài 60.

a) Xét lượng khí m_x va chạm vào vệ tinh trong khoảng thời gian rất nhỏ Δt . Vận tốc va chạm giữa m_x với vệ tinh bằng vận tốc của vệ tinh (bỏ qua vận tốc trung bình của các phân tử khí). Coi va chạm hoàn toàn đàn hồi. Vì khối lượng vệ tinh rất lớn so với lượng khí va chạm ($m \gg m_x$) nên coi vận tốc của m_x sau va chạm có độ lớn không đổi.

$$\Rightarrow ĐL II N cho m_x: \vec{F} \Delta t = 2m_x \vec{v}$$

$$\text{Với: } m_x = \rho S v \Delta t \Rightarrow F \Delta t = 2 \rho S v^2 \Delta t \Rightarrow F = 2 \rho S v^2$$

$$\text{Với: } v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow F = 2 \rho S \frac{GM}{R} = 2 \rho S \frac{GM}{R_0 + h} = 0,364 \text{ (N)}$$

$$\text{b) Gia tốc của vệ tinh: } a = \frac{F}{m} = \frac{2\rho S GM}{mR}$$

$$\text{Gia tốc góc: } \gamma = \frac{a}{R} = \frac{2\rho S GM}{mR^2}$$

Vì lực cản rất nhỏ nên trong 1 chu kỳ T , coi chuyển động của vệ tinh là tròn

$$\Rightarrow \frac{T^2}{R^2} = const . \text{ Ví phân 2 vế: } 2 \frac{dT}{T} = 3 \frac{dR}{R} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } vT = 2\pi R \Rightarrow T \cdot dv + v \cdot dT = 2\pi \cdot dR$$

$$\Rightarrow dv + v \frac{dT}{T} = \frac{2\pi}{T} dR . \text{ Chú ý đến (1)} \Rightarrow dv + v \frac{3}{2} \frac{dR}{R} = v \frac{dR}{R}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow dv = -v \frac{dR}{2R} \quad (*) \quad (dR < 0)$$

Bảo toàn cơ năng:

$$W_0 = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2} m(v+dv)^2 - \frac{GMm}{R+dR} + 2\rho S v^2 \cdot 2\pi R$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m[(v+dv)^2 - v^2] + 2\rho S v^2 \cdot 2\pi R = -GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+dR} \right)$$

$$\Rightarrow mv.dv + 4\pi\rho S v^2 R = -\frac{GMm}{R^2} dR$$

$$\text{Chú ý đến } (*) \Rightarrow -\frac{mv^2}{2R} dR + 4\pi\rho S v^2 R = -\frac{GMm}{R^2} dR$$

$$\text{Mặt khác: } v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow 4\pi\rho S v^2 R = \frac{dR}{R} \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} \right)$$

$$\Rightarrow 4\pi\rho S v^2 R = \frac{dR}{R} \left(\frac{GMm}{2R} - \frac{GMm}{R} \right)$$

$$\Rightarrow 4\pi\rho S v^2 R = \frac{GM}{R} = \frac{dR}{R} \frac{GMm}{2R} \Rightarrow dR = -\frac{8\pi\rho S R^2}{m}$$

Bán kính lúc sau:

$$R' = R + dR = R - \frac{8\pi\rho S R^2}{m} = 6578 \text{ km}$$

Bài 61. 1. Gọi M và m lần lượt là khối lượng Trái Đất và vệ tinh.

. Lực hấp dẫn của Trái Đất lên vệ tinh đóng vai trò lực hướng tâm nên:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv_0^2}{R} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{GM}{3R_0}} = \frac{V_1}{\sqrt{3}} = 4,56 \text{ m/s}$$

$$\text{Chu kỳ quay của vệ tinh: } T_0 = \frac{2\pi R}{V_0} = 26442 \text{ s} = 7,43 \text{ h.}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

2.Từ hai phương trình cho ở đề bài ta được phương trình:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{(c/m)^2}{r^3} = -\frac{GM}{r^2} \quad (1)$$

.Khi vệ tinh chuyển động với bán kính R thì: $\left(\frac{c}{m}\right)^2 = GMR$ (2)

.Từ (1) và (2), ta được: $\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{GMR}{r^3} = \frac{GM}{r^2}$ với $r=R+x$. (Hình 2)

$$\text{Hay: } \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{GMR}{R^3(1+\frac{x}{R})^3} = \frac{GM}{R^2(1+\frac{x}{R})^2}$$

Do vệ tinh chỉ dao động bé nên $x \ll R$ nên ta được phương trình dao động của vệ tinh:

$$x'' + \frac{GM}{R^2}x = 0$$

.Chu kỳ dao động của vệ tinh là : $T = 2\pi\sqrt{\frac{9R_0^2}{GM}} = 6\pi\sqrt{\frac{1}{V_1}} = 21,2 \cdot 10^{-2}s$

3. áp dụng định luật bảo toàn mô men động lượng và bảo toàn cơ năng ta có:

$$V_A \cdot 3R = V_B \cdot R \quad (1)$$

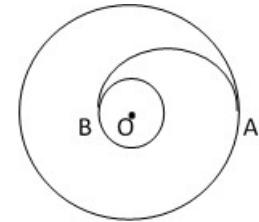
$$\frac{m v_A^2}{2} - \frac{GMm}{3R_0} = \frac{m v_B^2}{2} - \frac{GMm}{R_0} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được: $v_A = v_1/\sqrt{6} = 3,23m/s$, $v_B = 9,68m/s$

.Bán kính trực lớn quỹ đạo elíp của vệ tinh: $a = AB/2 = 2R_0$

.áp dụng định luật 3 kềple ta có: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{R^3}{T_0^2} \rightarrow T = T_0 \frac{R_0}{a} \sqrt{\frac{R}{a}} = 4h$

.Thời gian vệ tinh chuyển động từ A đến B là: $t = T/2 = 2h$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Bài 62. Lực hấp dẫn là lực xuyên tâm, sử dụng công thức gia tốc trong trường lực xuyên tâm trong hệ tọa độ cực:

$$\begin{cases} \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 \end{cases}$$

Biểu thức trên viết lại: $-\frac{GM}{r^2} = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \quad (3)$

Biểu thức dưới suy ra:

$$r(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 0 \Rightarrow r^2\dot{\theta} \text{ là hằng số.}$$

(Có thể diễn đạt theo cách khác: do chuyển động trong trường lực xuyên tâm nên mô men động lượng được bảo

$$\text{toàn, } r^2\dot{\theta} = R_0^2 w_0$$

Muốn biểu diễn (3) theo r và đạo hàm của r , ta biểu diễn $\dot{\theta}^2$ theo r , ta đặt $r^4\dot{\theta}^2 = C$ là hằng số.

Suy ra $r\dot{\theta}^2 = \frac{C}{r^3}$

Thay vào (3) được: $\ddot{r} - \frac{C}{r^3} + \frac{GM}{r^2} = 0 \quad (4)$

+ Xác định C

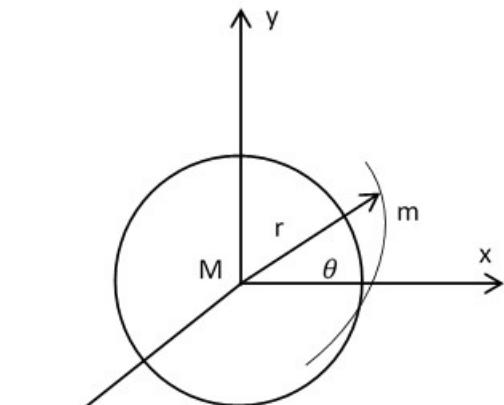
Tại vị trí $r = R_0$, độ lớn gia tốc hướng tâm là $a = w_0^2 R_0 = \frac{GM}{R_0^2}$,

mặt khác $w_0^2 R_0 = \frac{C}{R_0^3}$ suy ra $C = GMR_0$.

Thay vào (4) ta được: $\ddot{r} + \frac{GM}{r^2} - \frac{GMR_0}{r^3} = 0$

Do nhiễu loạn nhẹ, r lệch khỏi R_0 khoảng nhỏ. Ta đặt $r = R_0 + z$, với $z \ll R_0$

Ta viết phương trình dao động theo biến z :



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\ddot{z} + \frac{GM}{R_0^2 \left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^2} - \frac{GMR_0}{R_0^3 \left(1 + \frac{z}{R_0}\right)^3} = 0$$

$$\left(1 + \frac{x}{R_0}\right)^{-n} \approx 1 - \frac{nx}{R_0}$$

Sử dụng gần đúng

Ta được phương trình

$$\begin{aligned} \ddot{z} + \frac{GM}{R_0^2} \left[\left(1 - \frac{2z}{R_0}\right) - \left(1 - \frac{3z}{R_0}\right) \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow \ddot{z} + \frac{GM}{R_0^3} z &= 0 \end{aligned}$$

Phương trình trên là phương trình dao động điều hòa, nghiệm của phương trình trên có dạng

$$z = A \cos(\omega t + \varphi), \omega = \sqrt{\frac{GM}{R_0^3}}$$

Chu kỳ dao động là $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Bài 63. Có : $\vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge (-k\vec{r}) = -k(\vec{r} \wedge \vec{r}) = 0$

$$\text{Có : } \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

$$\text{Suy ra : } \frac{d(\vec{r} \wedge \vec{v})}{dt} = \vec{v} \wedge \vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

$\Rightarrow \vec{r} \wedge \vec{v} = \vec{h} = \text{hằng số} - \text{là một véc tơ không đổi}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Nhận xét : \vec{r} vuông góc với véc tơ không đổi \vec{h} , tức là \vec{r} nằm trong mặt phẳng vuông góc với \vec{h} . Điều đó chứng tỏ, hạt chỉ chuyển động trong một mặt phẳng. Ta chọn mặt phẳng là mặt phẳng xy với gốc tọa độ ở tâm lực.

a) Phương trình chuyển động của hạt là :

$$m \cdot \vec{r}'' = -k \cdot \vec{r} \Leftrightarrow \vec{r}'' = -\omega^2 \vec{r}. \text{ Với } \omega^2 = k/m$$

Trong hệ tọa độ Descartes : $x'' + \omega^2 x = 0$; $y'' + \omega^2 y = 0$

Nghiệm tổng quát của hệ phương trình trên là :

$$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) ; y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Với các điều kiện ban đầu đã cho :

$$x = A_1 \sin \varphi_1 = a ; x' = A_1 \omega \cos \varphi_1 = 0$$

$$y = A_2 \sin \varphi_2 = 0 ; y' = A_2 \omega \cos \varphi_2 = v_0$$

Ta tìm được : $\varphi_1 = \pi/2$; $\varphi_2 = 0$, $A_1 = a$, $A_2 = v_0/\omega$

$$\Rightarrow x = a \sin(\omega t + \pi/2) = a \cos \omega t ; y = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$$

c) Từ phương trình chuyển động của hạt ta có :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \text{ Với } b = \frac{v_0}{\omega} \Rightarrow \text{quỹ đạo của vật có dạng elip}$$

$$\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Chu kì chuyển động của hạt : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

d) Định luật 3 Kepler : tỉ số bình phương chu kì quay của một hành tinh trên lập phương chiều dài bán trục lớn của nó là một hằng số

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{T^2}{(\text{ban trục lon})^3} = \begin{cases} \frac{4\pi^2 m}{ka^3} & \text{neu } a > b \\ \frac{4\pi^2}{v_0^3} \sqrt{\frac{k}{m}} & \text{neu } a < b \end{cases}$$

Vì tỉ số này không phải là hằng số (phụ thuộc vào a , v_0 , m) nên định luật 3 Kepler không đúng trong trường hợp này.

Bài 64. Với chuyển động của một hạt dưới tác dụng của lực xuyên tâm ta có :

Mô men động lượng : $L = m r^2 \dot{\theta} = \text{hằng số}$

Định luật 2 Niu ton : $m \ddot{r} = -f + mr \dot{\theta}^2$

Xét hạt chuyển động trong một quỹ đạo tròn có bán kính r với thăng giáng nhỏ của bán kính và góc là : δr và $\delta \theta$

Có: $r(t) = r + \delta r(t)$; $\theta = \omega t + \delta \theta(t)$

Trong đó ω là tần số góc của hạt trên quỹ đạo tròn bán kính r cho bởi $m\omega^2 r = f(r)$.

Biến thiên momen động lượng : $\Delta L = m r^2 \delta \dot{\theta} + 2mr \dot{\theta} \delta r$

Từ biểu thức định luật 2 Niuton ở trên : $m \delta \ddot{r} = \frac{df}{dr} \delta r + m \dot{\theta}^2 \delta r + 2mr \dot{\theta} \delta \dot{\theta}$

Có : $\dot{\theta} = \omega + \delta \dot{\theta}$

Suy ra : $m \delta \ddot{r} \approx -\frac{df}{dr} \delta r + m\omega^2 \delta r + 2\omega \frac{\Delta L - 2mr\omega \delta r}{r}$

$\rightarrow \delta \ddot{r} = \left(-\frac{df}{dr} - 3\frac{f(r)}{r} \right) \delta r + \frac{2\omega \cdot \Delta L}{r}$

Trong khi biến đổi ta chỉ giữ lại thành phần bậc nhất của δr hoặc $\delta \theta$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Với } L \text{ là hằng số thì } \Delta L = 0. \text{ Khi đó : } \delta \ddot{r} = - \left(\frac{df}{dr} + 3 \frac{f(r)}{r} \right) \delta r$$

Quỹ đạo tròn sẽ là ổn định khi δr biến thiên điều hòa đơn giản. Điều này xảy ra khi :

$$\left(\frac{df}{dr} + 3 \frac{f(r)}{r} \right) > 0 \quad \text{hay} \quad f(r) > - \left(\frac{r}{3} \right) \frac{df}{dr}$$

Bài 65. a. Thé hấp dẫn xuyên tâm tạo ra trường lực xuyên tâm tác dụng lên hạt do đó mô men động lượng của hạt đổi với O bảo toàn, quỹ đạo của hạt là phẳng.

Nếu không chịu thêm tác dụng nào khác thì cơ năng lượng của hạt là bảo toàn.

Bảo toàn cơ năng và mô men động lượng cho ta:

$$\begin{cases} E_0 = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - G(r) \\ L = mr^2 \dot{\theta} \end{cases}$$

$$\ddot{r} = \frac{2(E_0 + G)}{m} - \frac{L^2}{m^2 r^2}$$

Do đó ta có:

$$\text{Do: } \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{dr}{d\theta} \text{ và : } \dot{\theta} = \frac{L}{mr^2}$$

Nên ta có được:

$$\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 = \frac{m^2 r^4}{L^2} \cdot \left[\frac{2(E_0 + G)}{m} - \frac{L^2}{m^2 r^2} \right] \Rightarrow \frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{\frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^4 - r^2}$$

b. Để tìm khoảng cách ngắn nhất tới tâm O ta có thể tìm theo hai cách:

- Xét tại điểm gần tâm O nhất ($r = r_{\min}$) thì $\dot{\theta} = 0$, do đó:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$E_0 = \frac{1}{2}mr_{\min}^2\dot{\theta}^2 - G(r_{\min}) = \frac{1}{2}mr_{\min}^2 \cdot \frac{L^2}{m^2r_{\min}^4} - G(r_{\min}) = \frac{L^2}{2mr_{\min}^2} - G(r_{\min})$$

$$\Rightarrow r_{\min} = \frac{L}{\sqrt{2m[E_0 + G(r_{\min})]}}$$

- Nếu xem r là hàm của biến θ thì khi r đạt cực trị ta có $dr/d\theta = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\theta} &= \pm \sqrt{\frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^4 - r^2} = 0 \Rightarrow \frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^4 - r^2 = 0 \\ &\Rightarrow \frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r = \frac{L}{\sqrt{2m(E_0 + G)}}. \end{aligned}$$

Bài 66. a. Biểu thức vận tốc trong hệ tọa độ cực: $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_{\theta}$. (1)

+ Hạt chuyển động dưới tác dụng của trường lực xuyên tâm, mômen lực =0 nên mômen động lượng được bảo toàn: $L = m \cdot r^2 \dot{\theta} = \text{const} \Rightarrow r^2 \dot{\theta} = r_0 v_0 = C$.

$$\text{Suy ra: } \dot{r} = \frac{dr}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{C}{r^2} \frac{dr}{d\theta} = -C \frac{du}{d\theta} \quad \text{và} \quad r\dot{\theta} = \frac{C}{r} = C.u$$
(2)

$$\vec{v} = C \left(-\frac{du}{d\theta} \vec{e}_r + u \vec{e}_{\theta} \right)$$

$$* \text{ Biểu thức gia tốc: } \vec{a} = [r'' - r\dot{\theta}^2] \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \vec{e}_{\theta}$$

$$+ \text{ Hạt chuyển động trong trường xuyên tâm nên gia tốc tiếp tuyến: } \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \vec{e}_{\theta} = 0;$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -C \frac{d^2u}{d\theta^2}; r\dot{\theta}^2 = \frac{C^2}{r^3} = C^2 u^3$$

$$\text{Suy ra gia tốc của vật: } \vec{a} = -C^2 u^2 \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u \right) \vec{e}_r$$

b. Theo định luật II Niuton:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$f = m.a = -m.C^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u \right) \quad \text{với } u = \frac{1}{r} = \frac{1}{a} e^{-\theta} \Rightarrow \frac{d^2 u}{d\theta^2} = u$$

$$+ \text{Do đó: } f = m.a = -m.C^2 u^2 (u + u) = -\frac{2m.C^2}{r^3} = -\frac{2.m.r_0^2 v_0^2}{r^3}$$

c. Theo định luật II Niuton:

$$f = m.a \Rightarrow -m.C^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u \right) = -ku^3 \Rightarrow \frac{d^2 u}{d\theta^2} + \left(1 - \frac{k}{mC^2} \right) u = 0$$

+ Chọn trục cực trùng với $\overrightarrow{OM_0} \Rightarrow \theta(0) = 0$.

Vì $0 < k \leq m.r_0^2 v_0^2 = m.C^2$ nên ta xét hai trường hợp sau:

$$\text{Trường hợp 1: } k = m.r_0^2 v_0^2 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad \text{Khi đó: } \frac{d^2 u}{d\theta^2} = 0 \Rightarrow u = A.\theta + B$$

$$+ \text{Tại } t=0: u(0) = \frac{1}{r_0} \quad \text{và} \quad \left(\frac{du}{d\theta} \right)_{t=0} = -\frac{1}{C} r'(0) = 0 \Rightarrow A = 0; B = \frac{1}{r_0}$$

Do đó, phương trình quỹ đạo: $r = r_0$

Hay quỹ đạo của hạt là một đường tròn có tâm là tâm trường lực.

$$\text{Trường hợp 2: } k < m.r_0^2 v_0^2 \Rightarrow v_0 > \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Đặt } \omega = \sqrt{1 - \frac{k}{mC^2}} \Rightarrow \frac{d^2 u}{d\theta^2} + \omega^2 u = 0 \Rightarrow u = A \cos(\omega \theta + \varphi)$$

$$+ \text{Tại } t=0: u(0) = \frac{1}{r_0}; \theta(0) = 0 \quad \text{và} \quad \left(\frac{du}{d\theta} \right)_{t=0} = -\frac{1}{C} r'(0) = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{r_0}; \varphi = 0.$$

$$\text{Suy ra phương trình quỹ đạo: } r = \frac{r_0}{\cos(\omega \theta)} \quad \text{Với} \quad \omega = \sqrt{1 - \frac{k}{mC^2}} = \sqrt{1 - \frac{k}{mr_0^2 v_0^2}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 67. Khi hạt tại vị trí gần tâm tán xạ (tâm trường lực) nhất và nếu coi khoảng cách từ hạt tới tâm trường là hàm của thời gian $r = r(t)$ thì tại đó ta có $dr/dt = 0$.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn mômen động lượng cho hạt tại vị trí bất kỳ ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = V(r) + \frac{mv^2}{2}$$

$$\vec{L} = m\vec{v}_0 \times \vec{r} = m\vec{v} \times \vec{r}$$

trong đó: v là vận tốc của hạt tại vị trí có khoảng cách tới tâm trường là r , $V(r)$ là thế năng tương tác của hạt trong trường lực.

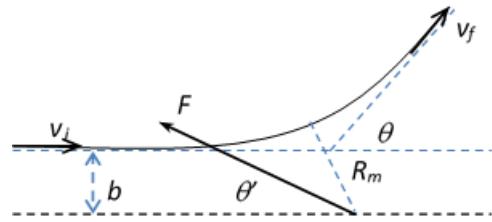
$$\vec{F} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right)$$

Theo định nghĩa thì:

do đó với: $F = \frac{k}{r^2}$ thì: $V(r) = \frac{k}{r}$ (lấy mốc thế năng tại vô cực: $V_\infty = 0$). Tại vị trí gần tâm của trường lực nhất, hạt có vận tốc v_m và khoảng cách tới tâm trường là R_m . Có thể coi chuyển động của hạt là trên quỹ đạo tròn. Ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = V(r) + \frac{mv_m^2}{2}$$

$$mv_0 b = mv_m R_m$$



$$R_m^2 - \frac{2kR_m}{mv_0^2} - b^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_m = \frac{k}{mv_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{mv_0^2}\right)^2 + b^2}$$

Từ đó ta thu được:

+ Để xác định góc tán xạ θ , ta áp dụng định luật II: $\vec{F} dt = d\vec{P}$

$$\text{Ta có: } \int_{\infty}^{\infty} \vec{F} dt = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Ở đây $v_i = v_f = v_0$. Xét trên phương của vận tốc ban đầu v_i ta có:

$$-\int_{\infty}^{\theta} F \cos \theta' dt = mv_f \cos \theta - v_i = mv_0 (\cos \theta - 1) \Leftrightarrow -\int_{\infty}^{\theta} F \cos \theta' \frac{dt}{d\theta'} d\theta' = mv_0 (\cos \theta - 1)$$

Do:

$F = k / r^2$ và $L = mr^2 \frac{d\theta'}{dt}$, với L là mômen động lượng của hạt, nên vế trái của phương trình là:

$$-\int_{\infty}^{\theta} F \cos \theta' \frac{dt}{d\theta'} d\theta' = -\int_{\infty}^{\theta} \frac{mk}{mr^2} \cdot \frac{dt}{d\theta'} \cos \theta' d\theta' = -\frac{mk}{L} \cdot \int_{\pi}^{\theta} \cos \theta' d\theta' = -\frac{mk}{L} \sin \theta'$$

(chú ý là ở đây ta đã đổi cận tích phân sang đổi với biến θ)

Do đó:

$$-\frac{mk}{L} \sin \theta = mv_0 (\cos \theta - 1) \Leftrightarrow -\frac{2mk}{L} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = -2mv_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\text{hay: } \tan \frac{\theta}{2} = \frac{k}{Lv_0}$$

Thay $L = mv_0 b$ ta có: $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{k}{mv_0^2 b} = \frac{k}{2T_0 b}$, với $T_0 = \frac{mv_0^2}{2}$ là động năng ban đầu của hạt.

Bài 68 . HSG Quốc gia 2008

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chúa trực đối xứng:

Tại điểm cách trực một khoảng r cường độ điện trường là E . Áp dụng định lí OG:

$$E \cdot 2\pi L r = \epsilon_0 \pi r^2 L / \epsilon_0$$

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

Suy ra:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$F = qE = \frac{q\sigma r}{2\epsilon_0}$$

Theo phương trình vuông góc với trục x'x, hạt chịu tác dụng của lực

$$\text{gia tốc } \ddot{r}: \text{ Có } -F = m\ddot{r} \rightarrow -\frac{q\sigma r}{2\epsilon_0} = m\ddot{r} \rightarrow \ddot{r} + \frac{q\sigma}{2m\epsilon_0} r = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m}{q\sigma}}$$

Hạt dao động điều hòa theo phương trình với chu kỳ :

$$t = \frac{L}{v_0}$$

Thời gian hạt đi từ M tới N theo phương x'x của trục là

$$a \cos(2\pi \frac{t}{T}) = \frac{a}{2} \rightarrow t = (k \pm \frac{1}{6})T$$

Mặt khác theo phương vuông góc với trục:

$$\text{suy ra } t = \frac{T}{6} \text{ và } t = (k \pm \frac{1}{6})T \text{ với } k \text{ nhận giá trị nguyên dương.}$$

$$v_0 = \frac{L}{\frac{T}{6}} = \frac{3L}{\pi} \sqrt{\frac{q\sigma}{2m\epsilon_0}} \quad v_0 = \frac{L}{T(k \pm \frac{1}{6})} = \frac{L}{2\pi(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{q\sigma}{2m\epsilon_0}}$$

Vậy với $k=1,2,3,$

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng.

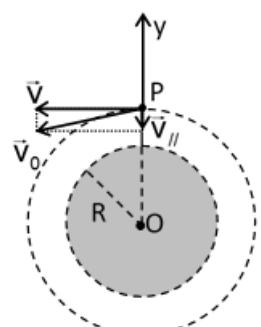
Tại điểm cách trục r ($r > R$) cường độ điện trường là E . Theo định lí O-G:

$$E = \frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 r}$$

$$E \cdot 2\pi L r = \pi R^2 L / \epsilon_0 \rightarrow$$

Tại P: Từ điểm cắt O của mặt phẳng quỹ đạo điện tích và trục xx' làm tâm, ta vẽ qua P một vòng tròn bán kính b.

Üng với khoảng cách b, hạt có vận tốc v, lực điện tác dụng: $F = F_{ht} \rightarrow$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$qE = \frac{\rho q R^2}{2\epsilon_0 b} = m \frac{v^2}{b} \rightarrow v = R \sqrt{\frac{q\rho}{2m\epsilon_0}}$$

Xét chuyển động của hạt trong hệ quy chiếu quay cùng vận tốc góc ω' với hạt (ω' là vận tốc góc tại thời điểm $t > 0$).

$$\omega = \frac{v}{b} = \frac{R}{b} \sqrt{\frac{q\rho}{2m\epsilon_0}}$$

Ta có vận tốc góc của hạt tại thời điểm $t = 0$:

a. Tại thời điểm t , vận tốc của điện tích là $v_t \approx \omega' \cdot (b+y)$ vì $v_{//} \ll v_t$

Theo định luật bảo toàn mô men động lượng:

$$m\omega'(b+y)^2 = m\omega b^2 \quad \boxed{\omega' = \omega \left(\frac{b}{b+y} \right)^2 = \omega \left(1 + \frac{y}{b} \right)^{-2} \approx \omega \left(1 - \frac{2y}{b} \right)}$$

$$F = \frac{q\rho R^2}{2\epsilon_0(b+y)} \approx \frac{q\rho R^2}{2\epsilon_0 b} \left(1 - \frac{y}{b} \right) = m\omega^2 b \left(1 - \frac{y}{b} \right)$$

Lực điện tác dụng lên hạt (vì $x \ll b$).

Lực quán tính trong hệ quy chiếu quay:

$$F_{qt} = ma_{ht} = m\omega'^2(b+y) \approx m\omega^2 \left(1 - \frac{2y}{b} \right)^2 \cdot b \left(1 + \frac{y}{b} \right) \approx m\omega^2 b \left(1 - \frac{3y}{b} \right)$$

$$m\ddot{y} = -F + F_{qt} = -m\omega^2 b \left(1 - \frac{y}{b} \right) + m\omega^2 b \left(1 - \frac{3y}{b} \right) = -2m\omega^2 y \rightarrow \ddot{y} + 2\omega^2 y = 0$$

Ta có:

Phương trình này chứng tỏ theo phương bán kính, hạt chuyển động tuần hoàn với tần số góc $\omega\sqrt{2}$ và chu kỳ T .

$$b. T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2m\epsilon_0}{q\rho}} = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{m\epsilon_0}{q\rho}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

c. Sau thời gian $\frac{T}{2}$, bán kính véc tơ quay được góc $\alpha = \omega \frac{T}{2} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

Sau $t = n \frac{T}{2}$ thì hạt quay được góc $\frac{n\pi}{\sqrt{2}}$.

$$2b \left| \sin \frac{n\pi\sqrt{2}}{4} \right|$$

Khoảng cách cần tìm là $l =$ (n nguyên, dương).

Bài 69. Xét bài toán trong hệ tọa độ cực

$$v^2 = \dot{r}^2 + \dot{\theta}^2$$

Năng lượng của hệ là:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + V = \frac{1}{2} m \dot{\theta}^2 (1)$$

Mô men động lượng của hạt m :

$$L = m v_\theta r = m r^2 \dot{\theta} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{2}{m} \left(E + \frac{G}{r} \right) - \frac{r^2 L^2}{m^2 r^4} = \dot{r}^2 \quad (3)$$

$$\text{Với } \dot{\theta} = \frac{L}{mr^2}$$

Ta có

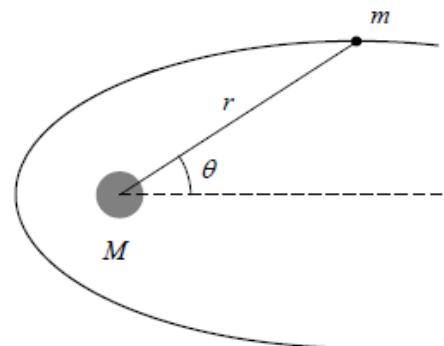
$$\frac{dr}{dt} = \dot{\theta} \frac{dr}{d\theta} = \frac{L}{mr^2} \frac{dr}{d\theta}$$

Từ (3) suy ra

$$(dr/d\theta)^2 = \frac{m^2 r^4}{L^2} \left[\frac{2}{m} \left(E + \frac{G}{r} \right) - \frac{L^2}{m^2 r^2} \right]$$

Suy ra

$$\frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{2 \left(E + \frac{G}{r} \right) \frac{mr^4}{L^2} - r^2}$$



F-3

a) Tại điểm m gần tâm tán xạ nhất $r = r_{min}$ tức là $\dot{r} = 0$ hay $\frac{dr}{d\theta} = 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$2\left(E + \frac{G}{r}\right) \frac{mr^4}{L^2} - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2mEr^2 + 2mGr - L^2 = 0$$

Phương trình này có nghiệm:

$$r_{min} = -mG + \sqrt{6G}$$

Hoặc cách khác:

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}$$

$$\Leftrightarrow 2mEr^2 + 2mGr - L^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow r_{min} = -mG + \sqrt{6G}$$

Bài 70. 1. Năng lượng của sao chổi

$$E = \frac{1}{2} mv_1^2 - m \frac{GM_s}{kR_T} \quad (1)$$

+ tại điểm gần MT nhất:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - m \frac{GM_s}{R_T} \quad (2)$$

+ tại điểm gần cắt quỹ đạo TD:

trong đó m và M_s lần lượt là khối lượng của sao chổi và của Mặt Trời.

Vì quỹ đạo của Trái Đất là tròn, ta có:

$$v_T^2 = \frac{GM_s}{R_T} \quad (3)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{1}{2} mv_1^2 - m \frac{GM_s}{kR_T} = \frac{1}{2} mv^2 - m \frac{GM_s}{R_T}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow v^2 = v_1^2 + \frac{2GM_s}{R_T} \left(1 - \frac{1}{k} \right)$$

Dùng (3), ta được

$$v^2 = v_1^2 + 2v_T^2 \left(1 - \frac{1}{k} \right)$$

hay

$$v = \sqrt{v_1^2 + 2v_T^2 \left(1 - \frac{1}{k} \right)} = 41,8 \text{ km/s}$$

2. Năng lượng của sao chổi bằng

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_s}{kR_T} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{m}{k}v_T^2 = m \left(\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{v_T^2}{k} \right) = -25.10^6 m(J) < 0$$

Điều này có nghĩa là quỹ đạo của sao chổi là một elip.

+ Năng lượng của sao chổi và bán trục lớn a của quỹ đạo của nó liên hệ với nhau bởi hệ thức

$$E = -m\frac{GM_s}{2a} = -m\frac{v_T^2 R_T}{2a}$$

Kết hợp với (1) ta được

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_s}{kR_T} &= -m\frac{v_T^2 R_T}{2a} \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - 2\frac{m}{k}v_T^2 &= -m\frac{v_T^2 R_T}{2a} \end{aligned}$$

Suy ra

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$a = -\frac{v_T^2 R_T^2}{v_1^2 - 2v_T^2/k} = \frac{R_T}{\frac{2}{k} - \frac{v_1^2}{v_T^2}} = \lambda R_T$$

với

$$\lambda = \frac{1}{\frac{2}{k} - \frac{v_1^2}{v_T^2}} = 17.9$$

+ Tại điểm cận nhật P, ta có: $r_P = kR_T = a(1 - e)$, suy ra

$$e = 1 - \frac{kR_T}{a} = 1 - \frac{kR_T}{\lambda R_T} = 1 - \frac{k}{\lambda} = k \frac{v_1^2}{v_T^2} - 1 = 0,977 < 1$$

Với $e < 1$ lại một lần nữa khẳng định quỹ đạo sao chổi là một elip.

+ Theo định luật ba Kepler:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{R_T^3} \Rightarrow \frac{T^2}{\lambda^3 R_T^3} = \frac{T_0^2}{R_T^3} \Rightarrow T = \lambda^{3/2} T_0 = n T_0$$

Vậy $n = \lambda^{3/2} = 75,7$ và chu kỳ của sao chổi này khoảng 76 năm (Đây chính là sao chổi Halley).

3. Theo định luật 2 Kepler (định luật về diện tích quét) hay định luật bảo toàn mômen động lượng, ta có:

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m} = k R_T v_1 \quad (4)$$

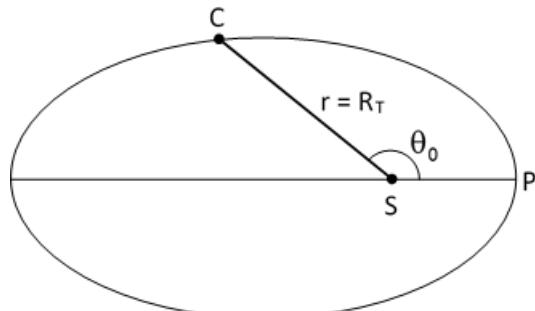
ở đây L là mô men động lượng và tại điểm cận nhật vận tốc của sao chổi vuông góc với vectơ bán kính. Phương trình quỹ đạo của sao chổi như đã biết là elip

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad \text{với} \quad p = r_P(1 + e) = R_T \left(\frac{k v_1}{v_T} \right)^2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Thay vào (4), ta được

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m} \cdot \frac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2} = \frac{v_T^4}{R_T(kv_1)^3} (1+e\cos\theta)^2$$



Đặt $z = R_T \frac{(kv_1)^3}{v_T^4}$, ta có

$$\tau = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} dt = z \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{(1+e\cos\theta)^2}$$

trong đó θ_0 là góc ứng với giao điểm của quỹ đạo sao chổi và quỹ đạo Trái Đất (xem hình vẽ).

Vì chỉ cần xác định cỡ độ lớn, hơn nữa trong trường hợp đang xét $e = 0,977$ nên trong tích phân trên ta có thể lấy gần đúng $e = 1$. Khi đó:

$$\tau = 2z \left[\frac{1}{2} \tan(\theta_0/2) + \frac{1}{6} \tan^3(\theta_0/2) \right] \quad (5)$$

Để tính θ_0 ta có phương trình

$$R_T = \frac{p}{1 - e\cos\theta_0}$$

Hay

$$\cos\theta_0 = \frac{p - R_T}{eR_T}$$

Thay các biểu thức của p và e vào ta được

$$\cos\theta_0 = \frac{R_T \left(\frac{kv_1}{v_T} \right)^2 - R_T}{R_T \left(k \frac{v_1^2}{v_T^2} - 1 \right)} = \frac{k^2 v_1^2 / v_T^2 - 1}{k v_1^2 / v_T^2 - 1}$$

Suy ra $\theta_0 = 100^\circ$. Thay vào (5) ta tính được

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$\tau = 1,76z \approx 77$ ngày.

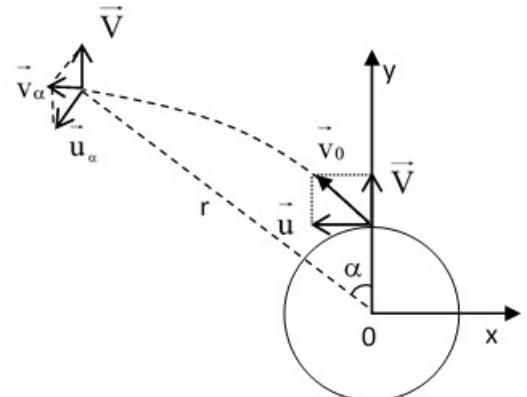
Bài 71. HSG QG 2010.

1. Đối với trạm hay máy thăm dò:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GM}{r^2} \vec{e}_r \rightarrow \frac{d\vec{v}}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{GM}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\frac{d\vec{v}}{d\alpha} = -\frac{GM}{r^2} \frac{dt}{d\alpha} \vec{e}_r \quad (1)$$



Hình 6

Theo định luật bảo toàn momen động lượng:

$$rmv_{\perp} = Rmu \rightarrow r \left(r \frac{d\alpha}{dt} \right) = Ru \rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{Ru}{r^2} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1): } \frac{d\vec{v}}{d\alpha} = -\left(\frac{GM}{R^2} d\alpha \right) \vec{e}_r \quad (3)$$

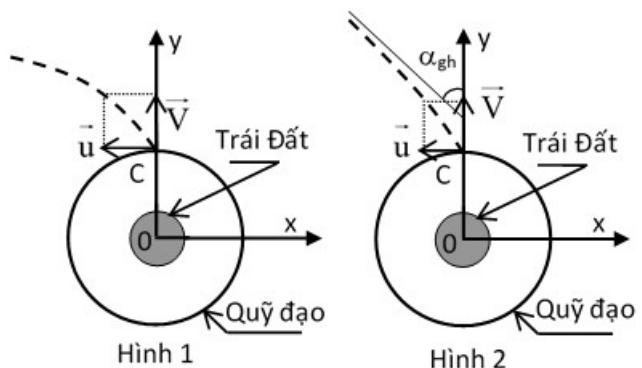
Đối với trạm vũ trụ ta cũng có phương trình (3) vì

phương trình này không chứa khối lượng của chúng.

Phương trình (3) cho thấy $d\vec{v}$ là như nhau đối với cả trạm và máy khi véctơ vị trí quay được một góc $d\alpha$ như nhau.

$$\vec{u}_\alpha - \vec{u}_0 = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_\alpha - \vec{u}_\alpha = \vec{v}_0 - \vec{u}_0 = \vec{V} \quad (\text{điều phải chứng minh})$$



Hình 1

Hình 2

2. Áp dụng bảo toàn momen động lượng cho máy thăm dò:

$$rm(u - V \sin \alpha) = Rmu \rightarrow r(\alpha) = \frac{uR}{u - V \sin \alpha} = \frac{R}{1 - \frac{V}{u} \sin \alpha} \quad (4)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

3. Điều kiện quỹ đạo kín là $e = \frac{V}{u} < 1 \Rightarrow V < u$.

(cách 2): Năng lượng toàn phần của máy thăm dò:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{m(u^2 + V^2)}{2} - \frac{GMm}{R} \quad (5)$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{GMm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \quad (6)$$

Từ (5) và (6): $E = \frac{m(V^2 - u^2)}{2}$. Điều kiện quỹ đạo kín là $E < 0$, suy ra $V < u$

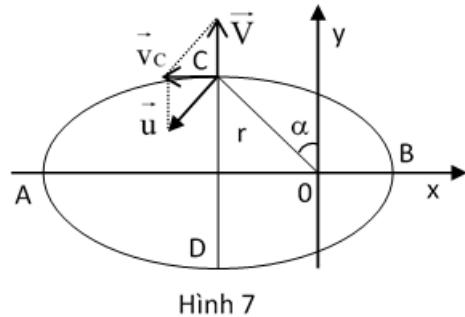
4. Quỹ đạo không kín (parabol hoặc hyperbol) khi $V \geq u$ hay $\frac{u}{V} \leq 1$

$$\text{Từ (4) ta có } r(\alpha) = \frac{uR}{u - V \sin \alpha}$$

$r \rightarrow \infty$ khi $u - V \sin \alpha \rightarrow 0$ hay $\sin \alpha \rightarrow \frac{u}{V}$

$$\text{Vậy } \alpha_{\text{gh}} = \arcsin \frac{u}{V}$$

5. Áp dụng bảo toàn mô men động lượng:



Hình 7

$$\text{Từ (4) ta có } r(\alpha) = \frac{uR}{u - V \sin \alpha}$$

r_{\max} khi $\sin \alpha = 1$ hay $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (điểm cực viễn nằm trên trục X)

$$r_{\max} = \frac{uR}{u - V} \quad (4a)$$

r_{\min} khi $\sin \alpha = -1$ hay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ (điểm cực cận trên trục X)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$r_{\min} = \frac{uR}{u+V} \quad (4b)$$

Tại đỉnh C (Hình 7):

$$\vec{v}_c \perp \vec{V} \rightarrow u^2 = v_c^2 + V^2 \rightarrow v_c = \sqrt{u^2 - V^2}$$

Bán trục lớn:

$$a = \frac{1}{2}(r_{\max} + r_{\min}) = \frac{1}{2}Ru \left(\frac{1}{u-V} + \frac{1}{u+V} \right) = \frac{Ru^2}{u^2 - V^2}$$

Mặt khác cũng tại C

$$v_c \cos \alpha \cdot r = Ru \quad \text{mà } r \cos \alpha = b$$

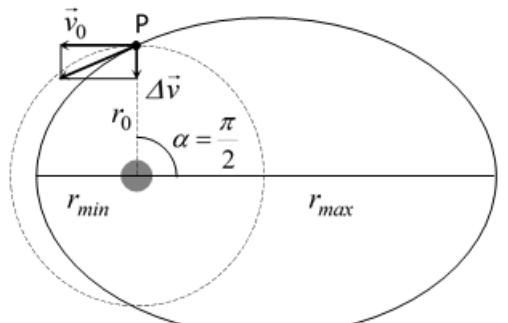
$$\text{Nên } b = \frac{Ru}{v_c} = \frac{Ru}{\sqrt{u^2 - V^2}}$$

Bài 72. Dưới tác dụng của lực hướng tâm dạng nghịch đảo bình phương khoảng cách, các vật chuyển động theo quỹ đạo elip, parabol hoặc hyperbol. Trường hợp $m \ll M$, có thể xem tâm khối của M nằm tại một tiêu điểm của quỹ đạo. Phương trình tọa độ

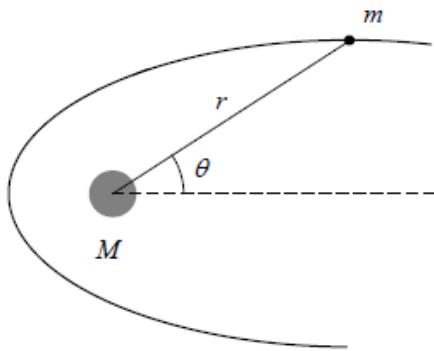
cực của quỹ đạo này có dạng (xem hình F-3) $r(\theta) = \frac{l}{1-\varepsilon \cos \theta}$, với l là một hằng số dương, được gọi là thông số của quỹ đạo và ε là tâm sai.

Với quỹ đạo xác định, ta có: $l = \frac{L^2}{GMm^2}$ và $\varepsilon = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}\right)^{1/2}$

ở đây G là hằng số Niuton, L là độ lớn của momen động lượng của vật và E là cơ năng, với gốc thế năng ở vô cùng.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT



F-3

Ta có thể kể đến các trường hợp sau đây:

- i) Nếu $0 \leq \varepsilon < 1$, quỹ đạo là một elip (đường tròn có $\varepsilon = 0$).
- ii) Nếu $\varepsilon = 1$, quỹ đạo là một parabol.
- iii) Nếu $\varepsilon > 1$, quỹ đạo là một hyperbol.

Giải:

1.1 và 1.2

$$\left. \begin{array}{l} G \frac{M_T m}{r_0^2} = m \frac{v_0^2}{r_0} \\ v_0 = \frac{2\pi r_0}{T_0} \\ g = \frac{GM_T}{R_T^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_0 = \left(\frac{g R_T^2 T_0^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} \Rightarrow r_0 = 4.22 \cdot 10^7 \text{ m} \\ v_0 = R_T \sqrt{\frac{g}{r_0}} \Rightarrow v_0 = 3.07 \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

$$1.3. \quad L_0 = r_0 m v_0 = \frac{g R_T^2}{v_0^2} m v_0 \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{m g R_T^2}{v_0}$$

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T m}{r_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{g R_T^2 m}{r_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 - m v_0^2 \Rightarrow E_0 = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

2.1

Giá trị của thông số 1 thu được từ điều kiện mô men động lượng là như nhau trong hai quỹ đạo:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$l = \frac{L_0^2}{G M_T m^2} = \frac{m^2 g^2 R_T^4}{v_0^2} \frac{1}{g R_T^2 m^2} = \frac{g R_T^2}{v_0^2} = r_0 \quad \Rightarrow \quad l = r_0$$

Giá trị của tâm sai:

$$\varepsilon^2 = 1 + \frac{2 E L_0^2}{G^2 M_T^2 m^3}$$

Với E là cơ năng mới của vệ tinh,

$$E = \frac{1}{2} m (v_0^2 + \Delta v^2) - G \frac{M_T m}{r_0} = \frac{1}{2} m \Delta v^2 + E_0 = \frac{1}{2} m \Delta v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(\frac{\Delta v^2}{v_0^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} m v_0^2 (\beta^2 - 1)$$

Kết hợp hai biểu thức trên ta được $\varepsilon = \beta$

Đây là quỹ đạo elip vì $\varepsilon = \beta < 1$.

2.2

Quỹ đạo ban đầu và cuối đi qua điểm P (như hình 4)

$$r(\theta = \alpha) = r_0 = \frac{r_0}{1 - \beta \cos \alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

2.3

Từ biểu thức của r , ta thu được giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của r tương ứng với $\theta = 0$ và $\theta = \pi$ (hình 4).

$$r_{max} = \frac{l}{1 - \varepsilon} \quad r_{min} = \frac{l}{1 + \varepsilon}$$

Thay vào được

$$r_{max} = \frac{r_0}{1 - \beta} \quad r_{min} = \frac{r_0}{1 + \beta}$$

Với $\beta = 1/4$, ta được

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$r_{\max} = 5.63 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad r_{\min} = 3.38 \cdot 10^7 \text{ m}$$

(r_{\max} và r_{\min} cũng có thể thu được từ điều kiện bảo toàn cơ năng và MMDL, chú ý \vec{r} và \vec{v} vuông góc tại viễn điểm và cực cận điểm)

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2(\beta^2 - 1) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{gR_T^2m}{r}$$

$$L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0} = mv_r$$

Sau khi khử v được phương trình bậc 2 mà nghiệm chính là r_{\max} và r_{\min} .

2.4

Sử dụng ĐL III Keple, chu kỳ T trên quỹ đạo mới thỏa mãn

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{r_0^3}$$

Với a là bán trục lớn của elip,

$$a = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2} = \frac{r_0}{1 - \beta^2}$$

Do đó

$$T = T_0(1 - \beta^2)^{-3/2}$$

$$\text{Với } \beta = \frac{1}{4} \text{ ta có } T = T_0 \left(\frac{15}{16} \right)^{-3/2} = 26.4 \text{ h}$$

3.1 Chỉ khi vệ tinh theo quỹ đạo mở thì nó thoát khỏi lực hấp dẫn của Trái Đất. Khi đó, tâm sai lớn hơn hoặc bằng 1. Điều kiện $e = 1$

$$\varepsilon = \beta \Rightarrow \beta_{esc} = 1$$

Cách khác: Kết quả thu được bằng việc sử dụng năng lượng toàn phần của vệ tinh phải bằng 0 để vệ tinh đi xa vô cùng ($E_p = 0$) mà không có vận tốc thăng dư ($E_k = 0$).

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2(\beta_{esc}^2 - 1) = 0 \Rightarrow \beta_{esc} = 1$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Cách khác nữa: từ $T = \infty$ hoặc từ $r_{max} = \infty$.

3.2 Do $\varepsilon = \beta_{esc} = 1$, phương trình parabol trong hệ tọa độ cực là

$$r = \frac{l}{1 - \cos\theta}$$

ở đây thông số là $l = r_0$. Khoảng cách Trái Đất-vệ tinh xa nhất tương ứng với $\theta = \pi$, trong đó

$$r'_{min} = \frac{r_0}{2}$$

Kết quả cũng có thể thu được từ điều kiện bảo toàn năng lượng (cho $E = 0$) và từ MMĐL (L_0) tại điểm P bằng MMĐL tại điểm xa nhất, với \vec{r} và \vec{v} vuông góc với nhau.

4.1 Nếu vệ tinh thoát tới vô cùng với vận tốc ở vô cùng là v_∞ , theo ĐL bảo toàn năng lượng,

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2(\beta^2 - 1) = \frac{1}{2}mv_\infty^2 \quad \theta_{asym}$$

$$v_\infty = v_0(\beta^2 - 1)^{1/2}$$

4.2 Khi $\varepsilon = \beta > \beta_{esc} = 1$ quỹ đạo của vệ tinh sẽ là hyperbol.

MMĐL của vệ tinh bằng MMĐL của nó ở vị trí P bằng MMĐL tại vị trí vận tốc v_∞ (hình 5), ta có

$$mv_0r_0 = mv_\infty b$$

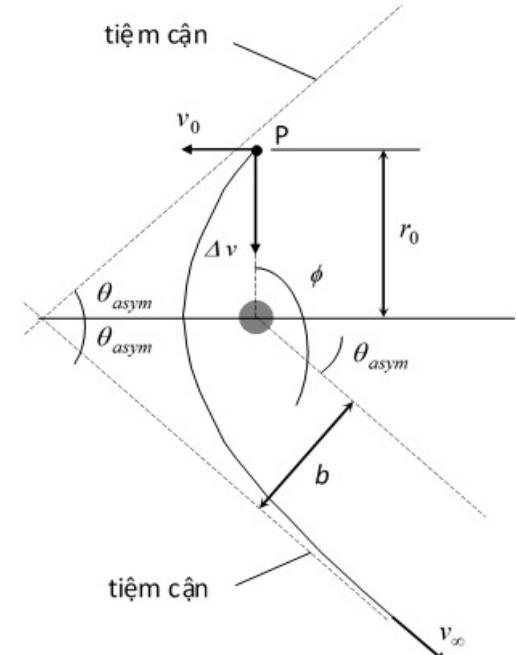
Do đó

$$b = r_0 \frac{v_0}{v_\infty} \Rightarrow b = r_0(\beta^2 - 1)^{-1/2}$$

4.3 Góc giữa mỗi tiệm cận và trực hyperbol được tính từ phương trình quỹ đạo trong tọa độ cực, lấy $r \rightarrow \infty$. Ta có

$$1 - \beta \cos\theta_{asym} = 0 \Rightarrow \theta_{asym} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

Theo hình 5



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\phi = \frac{\pi}{2} + \theta_{asym} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

Với $\beta = \frac{3}{2} \beta_{esc} = \frac{3}{2}$, ta được $\phi = 138^\circ = 2.41 \text{ rad}$

Bài 73. Vector Runge-Lenz $\vec{R} = \frac{1}{k} \vec{v} \wedge \vec{L} - \vec{e}_r$ là một vecto không đổi theo thời gian

Phân tích \vec{R} thành các thành phần trên các trục :

$$\vec{R} = \frac{L}{k} (v \cdot \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta) \wedge \vec{e}_z - \vec{e}_r = \left(\frac{L}{k} r \frac{d\theta}{dt} - 1 \right) \vec{e}_r + \left(\frac{L}{k} v \right) \vec{e}_\theta$$

Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho \vec{R} thẳng hàng và cùng chiều với trụ Ox. Như vậy, góc giữa \vec{R} và \vec{r} là θ

$$\text{Nhân vô hướng } \vec{R} \cdot \vec{r} = R r \cos \theta = \frac{L}{k} r^2 \frac{d\theta}{dt} \cdot r = \frac{L}{k} \cdot \frac{L}{m} \cdot r$$

$$\Rightarrow r = \frac{\frac{L^2}{km}}{1 + R \cos \theta} = \frac{p}{1 + R \cos \theta} \text{ Với } p = \frac{L^2}{km}$$

$$r = \frac{p}{1 + R \cos \theta}$$

Phương trình trên cho ta quỹ đạo của một đường conic: $r = \frac{p}{1 + R \cos \theta}$, trong đó p được gọi là thông số của đường conic, và e = R là tâm sai. Vì góc θ được tính so với vector Runge-Lenz nên vector này xác định phương của trục tiêu của quỹ đạo conic (chẳng hạn bán trục lớn đối với quỹ đạo elip).

Bài 74. 1. a) Do lực tác dụng lên hành tinh là lực xuyên tâm nên momen động lượng \vec{L} là bảo

tồn, tức $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$. Lấy đạo hàm vecto \vec{Z} theo thời gian ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} - \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{1}{\alpha m} \vec{F} \times \vec{L} - \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

Thay $\alpha = GMm$ và $\vec{F} = \vec{F}_N = \frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$ (lực hấp dẫn Newton) và lưu ý rằng $[\vec{e}_r \times \vec{e}_z] = \vec{e}_\theta$, ta có:

$$\frac{1}{GMm} \cdot \frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r \times L \cdot \vec{e}_z = \frac{L}{mr^2} [\vec{e}_r \times \vec{e}_z] - \dot{\theta} \vec{e}_\theta = \frac{L}{mr^2} \vec{e}_\theta - \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

Lưu ý rằng $L = mr^2\omega = mr^2\dot{\theta}$. Thay vào biểu thức trên ta được $\frac{d\vec{Z}}{dt} = 0$. Nghĩa là \vec{Z} là một vectơ không đổi.

Xét vectơ \vec{Z} tại điểm cận nhật P. Tại đây ta có: $r = r_p$, $v = v_p$ và $\theta = 0$. Khi đó

$$\vec{Z} = \frac{1}{GMm} \vec{v}_p \times \vec{L} - \vec{e}_{r_p} = \frac{1}{GMm} v_p \vec{e}_\theta \times L \vec{e}_z - \vec{e}_{r_p} = \frac{Lv_p}{GMm} \vec{e}_{r_p} - \vec{e}_{r_p} = \left(\frac{Lv_p}{GMm} - 1 \right) \vec{e}_{r_p}$$

Nếu quỹ đạo là tròn thì biểu thức trong ngoặc bằng 0, nhưng do quỹ đạo elip (gần tròn) mà v_p (vận tốc tại điểm cận nhật) là lớn nhất so với các điểm khác trên quỹ đạo nên nó lớn hơn vận tốc trung bình, nên biểu thức trong ngoặc là dương, tức \vec{Z} cùng phương cùng chiều với \vec{e}_{r_p} (xem hình vẽ), tức là hướng từ S đến P, đ.p.c.m.....

b) Như đã chứng minh \vec{Z} là vectơ không đổi trong mặt phẳng quỹ đạo hướng từ S đến P, ta có thể viết:

$$\vec{Z} = \frac{1}{\alpha} [\vec{v} \times \vec{L}] - \vec{e}_r = \frac{1}{GMm} (r\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta) \times L \vec{e}_z - \vec{e}_r = \frac{L}{GMm} (-r\vec{e}_\theta + r\dot{\theta}\vec{e}_r) - \vec{e}_r$$

Ở trên ta đã chứng minh góc giữa hai vectơ \vec{r} và \vec{Z} chính là θ , nên ta có

$$\vec{r} \cdot \vec{Z} = |\vec{Z}| r \cos \theta$$

Lưu ý rằng $\vec{r} \cdot \vec{e}_r = r$ và $\vec{r} \cdot \vec{e}_\theta = 0$, tính trực tiếp từ biểu thức của \vec{Z} ta được

$$\vec{r} \cdot \vec{Z} = \frac{L}{GMm} r \dot{\theta} - r = \frac{L^2}{GMm^2} - r$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Từ hai biểu thức trên của tích $\vec{r} \cdot \vec{Z}$, ta có $|\vec{Z}| r \cos \theta = \frac{L^2}{GMm^2} - r$

Đặt $e = |\vec{Z}|$ và $p = \frac{L^2}{GMm^2}$ vào biểu thức trên, dễ dàng suy ra $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$

Tại điểm cận nhật: $\theta = 0$ và $r = r_p$: $r_p = \frac{p}{1 + e}$

Tại điểm viễn nhật: $\theta = 180^\circ$ và $r = r_A$: $r_A = \frac{p}{1 - e}$

Từ hai phương trình trên suy ra $e = \frac{r_A - r_p}{r_A + r_p}$ và $p = \frac{2r_A r_p}{r_A + r_p}$

2. a) U_p đúng là một nhiễu loạn nếu $|U_p| \ll |U|$ hay $\frac{GM}{c^2} \cdot \frac{L^2}{r^3} \ll \frac{GMm}{r^2}$ (*)

Vì L có cỡ độ lớn như là mrv , thay vào bất đẳng thức (*) suy ra $\frac{v}{c} \ll 1$. Điều kiện này rõ ràng là thỏa mãn đối với các hành tinh trong hệ Mặt Trời, do đó, phép gần đúng xem U_p là một nhiễu loạn nhỏ là một phép gần đúng tốt.

b) Khi kể tới thế nhiễu loạn U_p , lực tác dụng lên hành tinh là

$$\vec{F} = -\frac{d}{dr}(U(r) + U_p(r))\vec{e}_r = -\frac{GMm}{r^2}\vec{e}_r - \frac{\epsilon}{r^4}\vec{e}_r = F_N - \frac{\epsilon}{r^4}\vec{e}_r$$

với $\epsilon = -\frac{3GM}{c^2}\frac{L^2}{m}$. Đây cũng là lực xuyên tâm nên momen động lượng \vec{L} trong trường hợp này cũng bảo toàn. Vectơ \vec{Z} bây giờ vẫn được định nghĩa như trong 1.. Lấy đạo hàm của \vec{Z} theo thời gian ta được

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{1}{\alpha m} \vec{F} \times \vec{L} - \dot{\theta} \vec{e}_\theta = \left(\frac{1}{\alpha m} \vec{F}_N \times \vec{L} - \dot{\theta} \vec{e}_\theta \right) + \frac{1}{\alpha m} \left(-\frac{\epsilon}{r^4} \vec{e}_r \right) \times \vec{L}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Theo chứng minh ở 1., biểu thức trong ngoặc thứ nhất bằng 0. Khi đó, với chú ý rằng

$$\vec{e}_r \times \vec{e}_z = -\vec{e}_\theta \quad \text{ta có} \quad \frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{1}{GMm^2} \left(-\frac{\epsilon}{r^4} \vec{e}_r \right) \times L \vec{e}_z = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{L}{r^4} \vec{e}_\theta$$

$$\text{Thay } L = mr^2\dot{\theta} \text{ vào biểu thức trên ta được: } \frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{\dot{\theta}}{r^2} \vec{e}_\theta$$

Do nhiễu loạn là rất nhỏ ta có thể gần đúng dùng phương trình tọa độ cực của quỹ đạo, khi đó

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2} \vec{e}_\theta \frac{d\theta}{dt}$$

Trở về hệ tọa độ Descartes, ta có $\vec{e}_\theta = -\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y$, khi đó

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2} (-\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y) \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Delta\vec{Z} = \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{Z}}{dt} dt = -\frac{2\pi\epsilon e}{GMmp^2} \vec{e}_y$$

Lấy tích phân theo một vòng quỹ đạo ta được

$$(vì) \quad \int_0^{2\pi} (1+e\cos\theta)^2 \cos\theta d\theta = 2e\pi \quad \text{và} \quad \int_0^{2\pi} (1+e\cos\theta)^2 \sin\theta d\theta = 0.$$

Như vậy độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ của \vec{Z} vuông góc với \vec{Z} và có độ lớn rất nhỏ so với Z , điều này có nghĩa là thế nhiễu loạn làm biến dạng quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của bán trục lớn của quỹ đạo elip trong mặt phẳng của nó.

$$\Delta\varphi \approx \tan(\Delta\varphi) = \frac{|\Delta\vec{Z}|}{|\vec{Z}|}$$

c) Góc $\Delta\varphi$ mà quỹ đạo quay trong thời gian một chu kỳ là . Vì модуль của \vec{Z} chính là tâm sai e , nên ta có

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi\epsilon}{GMmp^2} = \frac{2\pi}{GMmp^2} \cdot \frac{3GM}{c^2} \cdot \frac{L^2}{m} = \frac{6\pi L^2}{m^2 c^2 p^2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Cân nhở rằng theo định nghĩa $p = \frac{L^2}{GMm^2}$, suy ra $\frac{L^2}{m^2} = pGM$. Thay vào biểu thức trên ta được

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi L^2}{m^2 c^2 p^2} = \frac{6\pi GM}{c^2 p}$$

Mặt khác, ở 1. ta đã tìm được $p = \frac{2r_A r_p}{r_A + r_p}$, thay vào biểu thức trên, cuối cùng ta có

$$\Delta\varphi = \frac{3\pi GM}{c^2} \cdot \frac{r_A + r_p}{r_A \cdot r_p} = 5,03 \cdot 10^{-7} \text{ (rad)}$$

d) Trong một thế kỉ trực lớn của quỹ đạo elip đã quay được một góc là $\delta\Omega = 100 \cdot \frac{365,25}{T} \cdot \Delta\varphi$

Thay các số liệu vào ta tìm được $\delta\Omega = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (rad)} = 43,1''$ nằm trong vùng sai số của kết quả thực nghiệm, nghĩa là thuyết tương đối đã giải thích tốt hiện tượng này.

Bài 75 . 1. a) Tính góc lệch

Theo định luật 2 Niuaton:

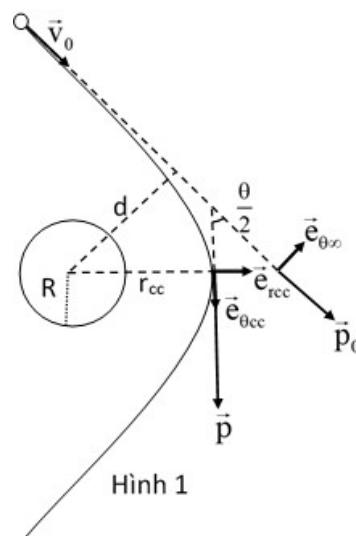
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r \quad (1).$$

Vì trường lực xuyên tâm nên mômen động lượng không đổi.

$$L = mr^2 \frac{d\theta}{dt} = mv_0 d \quad (2)$$

Vì $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \vec{e}_r$ nên:

$$d\vec{P} = \frac{GM}{mv_0 d} d\theta \cdot \vec{e}_r = \frac{GMm}{v_0 d} d\vec{e}_\theta \quad (3)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Tích phân (3) từ vị trí ban đầu tới điểm cực cận ta có

$$\vec{P} - \vec{P}_0 = \frac{GMm}{v_0 d} (\vec{e}_{\theta_{cc}} - \vec{e}_{\theta_\infty}) \quad (4)$$

Nhân vô hướng (4) với \vec{e}_{rc}

$$mv_0 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{GMm}{v_0 d} \cos \frac{\theta}{2}, \text{ Suy ra : } \tan \frac{\theta}{2} = \frac{GM}{dv_0^2} \quad (5)$$

b) Nhân vô hướng (4) với $\vec{e}_{\theta_{cc}}$ cho ta

$$mv - mv_0 \cos \frac{\theta}{2} = \frac{GMm}{v_0 d} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (6)$$

Viết lại (2) ở dạng $dv_0 = rv$ (7).

Từ (5), (6), (7) ta có

$$r = \sqrt{\frac{G^2 M^2}{v_0^4} + d^2} - \frac{GM}{v_0^2} \quad (8)$$

Điều kiện để tàu vũ trụ không chạm vào mặt hành tinh:

$$r = \sqrt{\frac{G^2 M^2}{v_0^4} + d^2} - \frac{GM}{v_0^2} \geq R$$

$$d \geq R \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}} = d_{\min} \quad (9)$$

Từ (5), θ lớn nhất khi $d = d_{\min}$;

$$\tan \frac{\theta_{\max}}{2} = \frac{GM}{d_{\min} v_0^2} = \frac{GM}{Rv_0^2 \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}}}.$$

$\Delta \vec{p}$ được xác định như hình vẽ:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Delta p = 2mv_0 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{2mv_0}{\sqrt{1 + \cot^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{2mv_0}{\sqrt{1 + \frac{R^2 v_0^4 + 2GMv_0^2}{G^2 M^2}}}$$

2. a) Ở cận điểm phương chuyển động lệch góc $\frac{\theta}{2} = 45^\circ$.

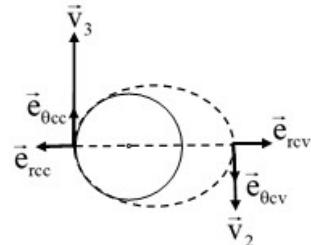
$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{GM}{dv_0^2} = 1; \quad \frac{GM}{v_0^2} = d \quad \text{nên} \quad r = \sqrt{\frac{G^2 M^2}{v_0^4} + d^2} - \frac{GM}{v_0^2} = d(\sqrt{2} - 1) = 2R$$

Tính d :

$$d = \frac{R}{\sqrt{2} - 1} \quad (8)$$

$$\frac{GM}{v_0^2} = d \quad \text{suy ra} \quad v_0^2 = \frac{GM}{d} = \frac{GM}{R}(\sqrt{2} - 1)$$

Tính v_0 : từ



Tại cực cận của hyperbol:

$$v_1 = \frac{dv_0}{r} = \frac{v_0}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{\frac{GM}{R(\sqrt{2} - 1)}} \quad (10)$$

b) Để hạ cánh tàu cần có vận tốc v_2 để khi vừa chạm đất có vận tốc v_3 . Sử dụng (4) với quỹ đạo elip ta có

$$mv_3 + mv_2 = \frac{GMm}{2Rv_2} \cdot 2$$

$$\text{Kết hợp với bảo toàn momen động lượng } 2Rv_2 = Rv_3 \text{ ta có } v_2 = \sqrt{\frac{GM}{3R}}$$

Hệ tàu và khí cô lập nên động lượng bảo toàn.

$mv = (m - dm)(v + dv) + dm(v + u)$. Khai triển và bỏ qua số hạng chứa $dm \cdot dv$ còn lại $mdv + udm = 0$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Để giảm vận tốc thì $u > 0$ tức là khí phun về phía trước

$$\Rightarrow \frac{dm}{m} = -\frac{dv}{u}$$

Tích phân hai vế ta có: Tàu cần hâm tốc độ từ v_1 đến v_2 .

$m = m_0 e^{-\frac{v_1 - v_2}{u}}$. Khối lượng nhiên liệu là Δm với v_1 và v_2 có giá trị như trên.

$$\frac{\Delta m}{m} = 1 - e^{-\frac{1}{u} \sqrt{\frac{GM}{R}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}$$

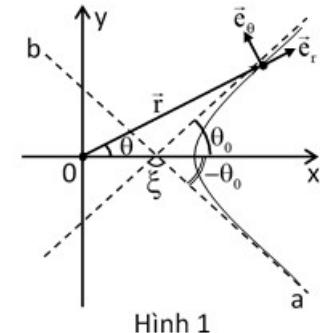
Bài 76. Chọn HSG dự thi APhO 2017

Cho một hạt nhân nguyên tử nằm cố định ở điểm 0. Một hạt α khối lượng M (lúc đầu ở rất xa hạt nhân), chuyển động với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 hướng theo đường thẳng ab về phía hạt nhân.

Biết giữa hạt α và hạt nhân có thể tương tác Coulomb $U(r) = \frac{y}{r}$, ở đây r là khoảng cách giữa hạt nhân và hạt α , y là hằng số dương phụ thuộc vào độ lớn các điện tích và cách chọn hệ đơn vị. Do lực đẩy, hạt α sẽ chuyển động theo một nhánh của hyperbol mà ab là một trong hai tiệm

cận và gốc 0 là một trong hai tiêu điểm. Góc ξ giữa hai đường tiệm

cận chính là góc lệch quỹ đạo của hạt (góc tán xạ). Chọn hệ trục tọa độ Oxy nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của hạt như hình 1. Gọi θ là góc giữa bán kính vectơ \vec{r} của hạt và chiều dương trục Ox, vị trí của hạt có thể được biểu diễn trong hệ tọa độ cực (r, θ) .



1. Vận tốc của hạt tại vị trí bất kì trên quỹ đạo có thể biểu diễn dưới dạng $\vec{v} = \vec{h} - q\vec{e}_\theta$, trong đó \vec{e}_θ là vectơ đơn vị vuông góc với bán kính vectơ \vec{r}

a) Biểu diễn q theo mômen động lượng L và γ

b) Xác định hướng của vectơ \vec{h} và biểu diễn h theo L, v_0, γ

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

2. Trong hệ tọa độ mà ta lấy các thành phần vận tốc v_x, v_y làm trục tọa độ, đầu mút của vécтор \vec{v} sẽ vẽ nên một quỹ đạo gọi là tốc độ. Hãy vẽ tốc độ của hạt α và biểu diễn góc tán xạ ξ qua L, v_0, γ

3. Ngoài lực Coulomb, hạt α còn chịu thêm tác dụng của một lực nhiễu loạn xuyên tâm

$\vec{g}(r) = \frac{\beta}{r^3} \vec{e}_r$, \vec{e}_r là vécтор đơn vị hướng dọc theo bán kính vécтор \vec{r} , β là hằng số dương sao cho

với mọi điểm trên quỹ đạo $\frac{\beta}{r^3} \ll \frac{\gamma}{r^2}$. Khi chưa nhiễu loạn, quỹ đạo của hạt là một hyperbol có

phương trình trong hệ tọa độ cực $r = \frac{p}{\epsilon \cos \theta - 1}$, trong đó $p = L^2 / M\gamma$, và $\epsilon = Lh / \gamma$. Tìm độ thay đổi góc tán xạ $\delta\xi$ theo $M, L, h, \gamma, \beta, \theta_0$.

$$\begin{aligned} q &= \frac{\gamma}{L} \quad 1b. \quad \vec{h} = \vec{v} + \frac{\gamma}{L} \vec{e}_\theta = \overrightarrow{\text{const}}. \quad \cot \frac{\xi}{2} = \frac{Lv_0}{\gamma}. \\ \text{ĐS:1a.} & \quad ;2. \end{aligned}$$

$$3. \quad \delta\xi = \frac{\delta h}{h} = \frac{\beta}{hpL} (\epsilon\theta_0 - \sin\theta_0) = \frac{M\beta}{L^2} (\theta_0 - \frac{\gamma}{hL} \sin\theta_0).$$

Lời giải :

1. a) Mômen động lượng $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = Mr^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$ (\vec{e}_z là vector đơn vị trục Oz) và năng lượng của hạt

$$\text{bảo toàn. Do đó: } M\dot{v} = \frac{\gamma}{r^2} \vec{e}_r = \frac{\gamma M}{L} \dot{\theta} \vec{e}_r = - \frac{\gamma M}{L} \dot{\theta} \vec{e}_\theta \text{ tức là } \vec{h} = \vec{v} + \frac{\gamma}{L} \vec{e}_\theta = \overrightarrow{\text{const}}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

b) Vậy $q = \frac{\gamma}{L}$ còn độ lớn của h có thể dễ dàng tính được khi hạt còn ở vô

cùng. Khi đó $\vec{v} / / \vec{e}_r$, hay $\vec{v} \perp \vec{e}_\theta$, nên $h^2 = v_0^2 + \frac{\gamma^2}{L^2}$. Tại điểm cực cận của quỹ đạo, $v_r = 0 \Rightarrow \vec{v} / / \vec{e}_\theta$ hay $\vec{h} / / \vec{e}_\theta$, tức là \vec{h} hướng theo phương của trục Oy.

2. Ta dễ dàng biến đổi về dạng $\vec{v} = \vec{h} - q\vec{e}_\theta$ tức là tốc độ có dạng cung tròn tâm nằm tại vị trí $(0, h)$ và bán kính bằng q (xem hình).

Áp dụng biến thiên của véc-tơ vận tốc cho hai điểm ngoài cùng của quỹ đạo hyperbol, ta được:

$$\Delta \vec{v} = \Delta \vec{h} - q \Delta \vec{e}_\theta = -q \Delta \vec{e}_\theta.$$

$$2v_0 \sin \frac{\xi}{2} \vec{e}_x = 2q \sin \theta_0 \vec{e}_x.$$

$$\xi/2 + \theta_0 = \pi/2 \quad \text{nên cuối cùng} \quad \cot \frac{\xi}{2} = \frac{Lv_0}{\gamma}.$$

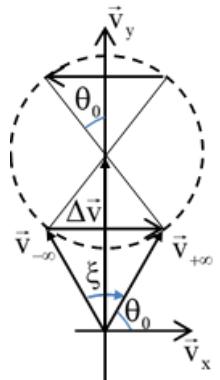
Mặt khác

Bây giờ, có thêm lực nhiễu loạn xuyên tâm $\vec{g}(\vec{r}) = g(r)\vec{e}_r$, mômen động lượng $\vec{L} = Mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z$

vẫn là đại lượng bảo toàn. Tuy nhiên, phương trình chuyển động bây giờ có dạng

$$\dot{Mv} = \frac{\gamma}{r^2} \vec{e}_r + g(r)\vec{e}_r. \quad \text{Nếu ta vẫn định nghĩa } \vec{h} = \vec{v} + \frac{\gamma}{L} \vec{e}_\theta \text{ như trước thì nó không còn là véc-tor}$$

$$\text{bảo toàn mà biến thiên theo thời gian với tốc độ } \frac{dh}{dt} = \dot{v} - \frac{\gamma}{L} \dot{\theta} \vec{e}_r.$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Rút $\dot{\vec{v}} = \frac{\gamma}{L} \dot{\theta} \vec{e}_r + \frac{g(r)}{M} \vec{e}_r$, từ trên rồi thế vào ta được $\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{g(r)}{M} \vec{e}_r$.

Đổi biến $\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{d\vec{h}}{d\theta} \dot{\theta}$.

Từ mômen động lượng rút $\dot{\theta} = L / Mr^2$ và thế vào ta được: $\frac{d\vec{h}}{d\theta} = \frac{r^2 g(r)}{L} \vec{e}_r$.

Ta sẽ giải nhiễu loạn, tức là lấy tích phân tìm biến thiên của $\delta\vec{h}$ theo quỹ

đạo cũ chưa bị nhiễu loạn. Thay: $\vec{e}_r = \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y$.

$$\delta\vec{h} = \frac{\vec{e}_x}{L} \int_{\theta_0}^{\theta} r^2 g(r) \cos \theta d\theta + \frac{\vec{e}_y}{L} \int_{\theta_0}^{\theta} r^2 g(r) \sin \theta d\theta.$$

Thành phần thứ hai của tích phân do đối xứng hàm lẻ nên bằng không, chỉ còn lại thành phần đầu.

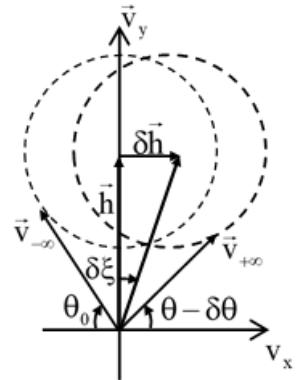
Bây giờ ta thay $g(r) = \frac{\beta}{r^3}$ vào ta được $\delta\vec{h} = \frac{\vec{e}_x}{L} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\beta}{r} \cos \theta d\theta = \frac{\vec{e}_x \beta}{pL} \int_{\theta_0}^{\theta} (\epsilon \cos \theta - 1) \cos \theta d\theta$

$$\delta\vec{h} = \frac{\vec{e}_x \beta}{pL} \left(\epsilon \theta_0 + \frac{\epsilon}{2} \sin 2\theta_0 - 2 \sin \theta_0 \right)$$

Tích phân lên ta được

Tuy nhiên, từ phương trình quỹ đạo hyperbol, khi $r = \infty$, ta có $\epsilon \cos \theta_0 - 1 = 0$ nên biểu thức trên

có thể rút gọn $\delta\vec{h} = \frac{\vec{e}_x \beta}{pL} (\epsilon \theta_0 - \sin \theta_0)$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯƠNG HSG THPT

$$\delta\xi = \frac{\delta h}{h} = \frac{\beta}{hpL} (\varepsilon\theta_0 - \sin\theta_0) = \frac{M\beta}{L^2} (\theta_0 - \frac{\gamma}{hL} \sin\theta_0).$$

Biến thiên góc tán xạ:

V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

Bài 1. a.Tìm quan hệ giữa các đại lượng trong hai hệ quy chiếu K và K'

Ta xét HQCQT K gắn tại tâm G Trái đất coi như đứng yên; HQCKQT K' gắn tại O trên bờ mặt Trái đất, hệ này quay với tốc độ góc $\vec{\omega}$ chính là vận tốc góc Trái Đất quanh trục

-Trong hệ K coi như đứng yên, vật ở vị trí M có vận tốc \vec{v} và gia tốc \vec{a}

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}_K}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{GM})}{dt}; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

-Trong hệ K', vật ở vị trí M được xác định bằng $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ có vận tốc \vec{v}' và gia tốc \vec{a}'

Trong đó hệ trục tọa độ Oxyz có các véc tơ chỉ phương \vec{i} hướng về phía đông; \vec{j} hướng về phía bắc, \vec{k} hướng thẳng đứng lên trên.

$$\text{Ta có } \vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

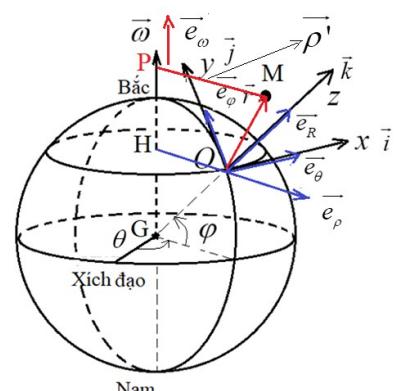
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left(\frac{dr_x}{dt} \vec{i} + \frac{dr_y}{dt} \vec{j} + \frac{dr_z}{dt} \vec{k} \right) + r_x \frac{d\vec{i}}{dt} + r_y \frac{d\vec{j}}{dt} + r_z \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (1)$$

$$\vec{v}' = \left(\frac{dr_x}{dt} \vec{i} + \frac{dr_y}{dt} \vec{j} + \frac{dr_z}{dt} \vec{k} \right) \quad (2)$$

Trong đó vận tốc vật trong K' là

Trong hệ K' coi như là 1 vật rắn, nên động học vật rắn cho ta:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = (\vec{\omega} \wedge \vec{i}); \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = (\vec{\omega} \wedge \vec{j}); \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = (\vec{\omega} \wedge \vec{k})$$

$$\text{Suy ra } r_x \frac{d\vec{i}}{dt} + r_y \frac{d\vec{j}}{dt} + r_z \frac{d\vec{k}}{dt} = r_x (\vec{\omega} \wedge \vec{i}) + r_y (\vec{\omega} \wedge \vec{j}) + r_z (\vec{\omega} \wedge \vec{k}) = (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (3)$$

Thay (2), (3) vào (1) ta được:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (\text{công thức này rất hay}) \quad (4)$$

Vận tốc vật trong HQC QT K là

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}_K}{dt} = \frac{d\vec{GM}}{dt} = \frac{d(\vec{GH} + \vec{HO} + \vec{OM})}{dt} = \frac{d\vec{GH}}{dt} + \frac{d\vec{\rho}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{\rho}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} = \rho \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} + \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

$$\text{Với lưu ý } \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \vec{\omega} \vec{i} = (\vec{\omega} \wedge \vec{e}_\rho)$$

$$\vec{v} = \rho \vec{\omega} \vec{i} + \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \rho (\vec{\omega} \wedge \vec{e}_\rho) + \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \vec{v}' + [\vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]$$

$$\text{Hay } \vec{v} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}'); \quad \vec{\rho}' = \vec{\rho} + \vec{r} \quad (5)$$

(5) nói lên mối liên hệ vận tốc của vật giữa hai hệ quy chiếu; $\vec{v}_{kt} = (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}')$ là vận tốc kéo theo.

Gia tốc của vật giữa hai hệ quy chiếu

Gia tốc vật trong HQCQT K là

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}_K}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}')}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d[\vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} \quad (6)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d(\frac{dr_x}{dt}\vec{i} + \frac{dr_y}{dt}\vec{j} + \frac{dr_z}{dt}\vec{k})}{dt}$$

$$= (\frac{d^2r_x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2r_y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2r_z}{dt^2}\vec{k}) + (\frac{dr_x}{dt}\frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dr_y}{dt}\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dr_z}{dt}\frac{d\vec{k}}{dt})$$

Với $\vec{a}' = (\frac{d^2r_x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2r_y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2r_z}{dt^2}\vec{k})$ (7)

là gia tốc vật trong hệ K'

Nên

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \left[\frac{dr_x}{dt}(\vec{\omega} \wedge \vec{i}) + \frac{dr_y}{dt}(\vec{\omega} \wedge \vec{j}) + \frac{dr_z}{dt}(\vec{\omega} \wedge \vec{k}) \right]$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \left[(\vec{\omega} \wedge \frac{dr_x}{dt}\vec{i}) + (\vec{\omega} \wedge \frac{dr_y}{dt}\vec{j}) + (\vec{\omega} \wedge \frac{dr_z}{dt}\vec{k}) \right]$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \left[(\frac{dr_x}{dt}\vec{i}) + (\frac{dr_y}{dt}\vec{j}) + (\frac{dr_z}{dt}\vec{k}) \right]$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}') \quad (8)$$

$$\text{Và } \frac{d[\vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r}) + \left[\vec{\omega} \wedge \frac{d}{dt}(\vec{\rho} + \vec{r}) \right]$$

$$\text{Coi Trái đất quay đều nên } \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$$

Do đó

$$\frac{d[\vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} = \left[\vec{\omega} \wedge \frac{d}{dt}(\vec{\rho} + \vec{r}) \right] = \left[\vec{\omega} \wedge \left(\frac{d\vec{\rho}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \right]$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d[\vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} = \left[\vec{\omega} \wedge \frac{d}{dt}(\vec{\rho} + \vec{r}) \right] = \left[\vec{\omega} \wedge \left(\frac{d\vec{\rho}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \right]$$

$$\text{Với lưu ý } \frac{d\vec{\rho}}{dt} = \rho \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \rho \omega \vec{i} = \rho (\vec{\omega} \wedge \vec{e}_\rho) = (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}) \quad \text{và} \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

$$\text{Nêñ} \frac{d\left[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\rho} + \vec{r})\right]}{dt} = \left[\vec{\omega}^\wedge ((\vec{\omega}^\wedge \vec{\rho}) + \vec{v}' + (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})) \right]$$

$$\frac{d[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} = [\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge (\vec{\rho} + \vec{r}) + \vec{v}')] = [\vec{\omega}^\wedge \vec{\omega}^\wedge (\vec{\rho} + \vec{r}) + (\vec{\omega}^\wedge \vec{v}')]$$

$$\frac{d[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\rho} + \vec{r})]}{dt} = [\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{\rho}') + (\vec{\omega}^\wedge \vec{v}')] \quad (9)$$

$$\text{Lalu } \vec{\omega} \wedge \vec{GM} = \vec{\omega} \wedge (\vec{\rho} + \vec{r}) = \vec{\omega} \wedge \vec{\rho} = (\vec{\omega} \wedge \vec{PM})$$

Thay (8),(9) vào (6) ta được

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}_K}{dt^2} = \vec{a}' + (\vec{\omega}^\wedge \vec{v}') + \left[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{\rho}') + (\vec{\omega}^\wedge \vec{v}') \right]$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}_K}{dt^2} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega}^\wedge \vec{v}') + [\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{\rho}')] \quad (1)$$

Trong đó $\vec{a}_c = 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v})$ là gia tốc Coriolis.

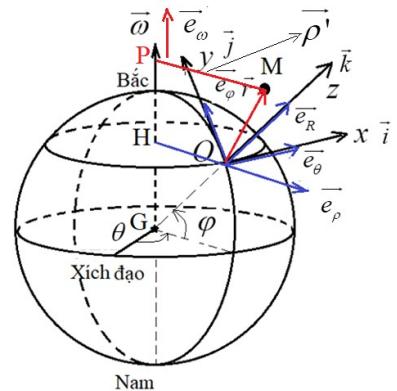
$$\vec{a}_{kt} = [\vec{\omega}^\wedge \ (\vec{\omega}^\wedge \ \vec{\rho}')] \text{ gia tốc kéo theo}$$

$$\vec{a} = \vec{a'} + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v'}) + [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho'})] = \vec{a'} + \vec{a_c} + \vec{a_{kt}}$$

(10) nói lên quan hệ gia tốc giữa hai hệ quy chiếu.

Quan hệ lực giữ hai hệ quy chiếu.

$$\text{Tù (10)} \quad \vec{m\alpha} = \vec{m\alpha'} + 2m(\vec{\omega}^\wedge \vec{v'}) + m[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{\rho'})]$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Trong đó $\vec{F} = m\vec{a}$ là tổng hợp lực tác dụng lên vật trong HQC K.

$$\vec{F} = m\vec{a}' + 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}')] \quad (1)$$

$$m\vec{a}' = \vec{F} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') - m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}')] = \vec{F} + \vec{F}_{qtCoriolis} + \vec{F}_{qt} \quad (2)$$

Vậy lực tác dụng lên vật trong HQCKQT K' là

$$\vec{F}' = m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qtCoriolis} + \vec{F}_{qt} \quad (3)$$

$$\text{Thường ta coi } r \ll \rho \rightarrow \vec{\rho}' = \vec{\rho} \rightarrow \vec{F}_{qt} = -m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho}')] \approx -m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{\rho})] = m\omega^2 \vec{\rho} = \vec{F}_{qtlitam} \quad (4)$$

$$\text{Do đó } \vec{F}' = m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qtCoriolis} + \vec{F}_{qtlitam} \quad (5)$$

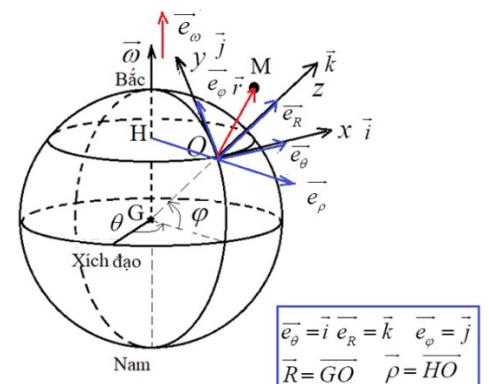
b. Trong hệ K', gốc O ở vĩ độ φ , vật ở vị trí M được xác định bằng $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ có vận tốc \vec{v}' và
gia tốc \vec{a}'

Trong đó hệ trục tọa độ Oxyz có các véc tơ chỉ phương \vec{i} hướng về phía đông; \vec{j} hướng về phía
bắc, \vec{k} hướng thẳng đứng lên trên.

$$\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \vec{i} = \omega \vec{i}$$

$$\text{Lưu ý O nằm ở vĩ độ } \varphi = \text{const} \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = 0, \frac{d\theta}{dt} = \omega; \rho = \text{const}$$

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}(-\vec{e}_\rho) = -\omega \vec{e}_\rho$$



$$\vec{j} = \cos \varphi \vec{e}_\omega - \sin \varphi \vec{e}_\rho \rightarrow \frac{d\vec{j}}{dt} = -\sin \varphi \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = -\sin \varphi \omega \vec{i}$$

$$\text{Và } \vec{k} = \sin \varphi \vec{e}_\omega + \cos \varphi \vec{e}_\rho \rightarrow \frac{d\vec{k}}{dt} = \cos \varphi \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \cos \varphi \omega \vec{i}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{x}}{dt} \vec{i} = x' \vec{i}$$

(1) Khi vật dịch về phía đông thì

Nên $\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') = -2m[(\omega(\cos\varphi \vec{j} + \sin\varphi \vec{k}) \wedge x' \vec{i})]$

$$\vec{F}_c = -2m\omega x'[(\cos\varphi \vec{j} + \sin\varphi \vec{k}) \wedge \vec{i}] = -2m\omega x'[-\cos\varphi \vec{k} + \sin\varphi \vec{j}]$$

$$\vec{F}_c = 2m\omega x'[(\cos\varphi \vec{k} - \sin\varphi \vec{j})] \Rightarrow F_c = 2m\omega x'$$

Và \vec{F}_c nghiêng về hướng nam, nghiêng so với mặt đất 1 góc $\alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \Rightarrow \alpha = (\frac{\pi}{2} - \varphi)$

(2) Khi vật dịch chuyển thẳng đứng lên trần $\vec{v}' = z' \vec{k}$

Tương tự $\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') = -2m[(\omega(\cos\varphi \vec{j} + \sin\varphi \vec{k}) \wedge z' \vec{k})]$

$$\vec{F}_c = -2m\omega z' \cos\varphi \vec{i}$$
 lực hướng về phía tây

c. KINH NGHIỆM

Nếu giải theo hệ tọa độ như ý a thì để ra kết quả đúng ta bỏ qua thành phần vận tốc lệch đông: $\omega y' \approx 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi \sqrt{\frac{8h^3}{g}} \\ x = 0 \\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; z = 0 \end{array} \right.$$

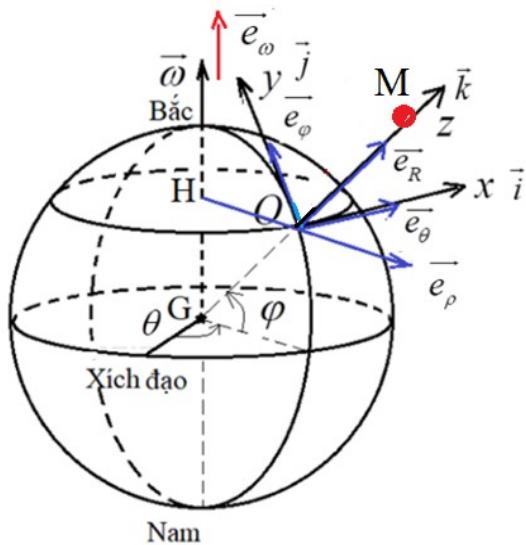
Khi đó kết quả

Nên giải theo lý thuyết tổng quát (hình vẽ) thì ra đúng đáp số) và nên bỏ qua thành phần ω^2 hoặc bỏ qua cả hai thành phần $\omega y' = \omega x' \approx 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi \left(\sqrt{\frac{8h^3}{g}} \right) \\ x = 0; z = 0 \\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; z = 0 \end{array} \right.$$

Khi đó Khi đó kết quả



Phương trình chuyển động của một vật rơi trong hệ K':

Lực Coriolis

$$\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}) = -2m[(\omega \cos \varphi \vec{j} + \sin \varphi \vec{k}) \wedge (x' \vec{i} + y' \vec{j} + z' \vec{k})]$$

$$\vec{F}_c = 2m\omega [(\cos \varphi x' \vec{k} - \cos \varphi z' \vec{i}) + (-x' \sin \varphi \vec{j} + y' \sin \varphi \vec{i})]$$

$$\vec{F}_c = 2m\omega [(y' \sin \varphi - \cos \varphi z') \vec{i} + (-x' \sin \varphi \vec{j}) + (\cos \varphi x' \vec{k})]$$

Theo định luật II:

$$m\vec{a}' = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_c + \vec{F}_{qilt} \quad (m\vec{g} = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_{qilt})$$

$$m\vec{a}' = \vec{P} + \vec{F}_c = m\vec{g} + \vec{F}_c = -mg\vec{k} + \vec{F}_c$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Leftrightarrow \vec{ma} = -mg\vec{k} + 2m\omega \left[(y'\sin\varphi - \cos\varphi z')\vec{i} + (-x'\sin\varphi)\vec{j} + (\cos\varphi x')\vec{k} \right]$$

$$\vec{a}' = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = [2\omega(y'\sin\varphi - \cos\varphi z')\vec{i} + 2\omega(-x'\sin\varphi)\vec{j} + (2\omega\cos\varphi x' - g)\vec{k}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = 2\omega(y'\sin\varphi - \cos\varphi z') \\ y'' = -2\omega x'\sin\varphi \\ z'' = 2\omega\cos\varphi x' - g \end{cases} \quad (c1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dx' = 2\omega(\sin\varphi dy - \cos\varphi dz) \\ dy' = -2\omega\sin\varphi dx \\ dz' = 2\omega\cos\varphi dx - gdt \end{cases}$$

Với điều kiện ban đầu: $x(0)=y(0)=0$ và $z(0)=h$ và $x'(0)=y'(0)=z'(0)=0$. Nên tích phân hệ phương trình trên ta được

$$x' = \frac{dx}{dt} = 2\omega[\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)] \quad (c2)$$

$$y' = \frac{dy}{dt} = -2\omega\sin\varphi x \quad (c3)$$

$$z' = \frac{dz}{dt} = 2\omega\cos\varphi x - gt \quad (c4)$$

Thay (2), (3), (4) vào vế phải của (1) ta được

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = 2\omega[-2\omega\sin\varphi x\sin\varphi - \cos\varphi(2\omega\cos\varphi x - gt)] \\ y'' = -2\omega\sin\varphi 2\omega[\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)] \\ z'' = 2\omega\cos\varphi 2\omega[\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)] - g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = [-4\omega^2\sin^2\varphi x - (4\omega^2\cos^2\varphi x - 2\omega\cos\varphi gt)] \\ y'' = -4\omega^2\sin\varphi[\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)] \\ z'' = 4\omega^2\cos\varphi[\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)] - g \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

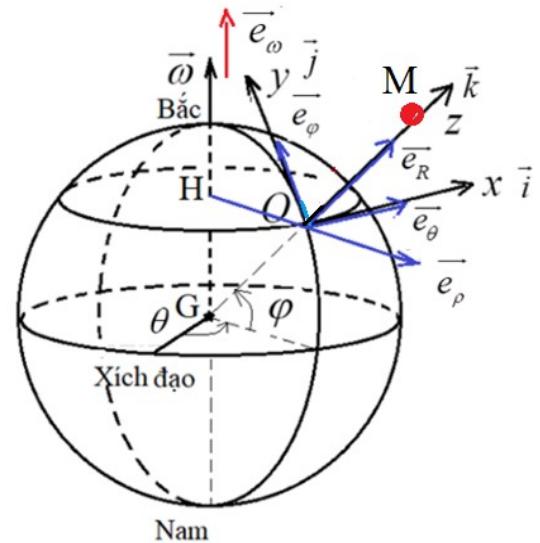
$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 x + 2\omega \cos \varphi g t \\ y'' = -4\omega^2 \sin \varphi [\sin \varphi y - \cos \varphi (z - h)] \\ z'' = 4\omega^2 \cos \varphi [\sin \varphi y - \cos \varphi (z - h)] - g \end{cases} \quad (c5)$$

Nếu ta bỏ qua thành phần ω^2 , thì hệ (5) viết lại

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = +2\omega \cos \varphi g t \\ y'' = 0 \\ z'' = -g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dx' = +2\omega \cos \varphi g t dt \\ dy' = 0 \\ dz' = -g dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{dx}{dt} = +2\omega \cos \varphi g \frac{t^2}{2} \\ y' = 0 \\ z' = \frac{dz}{dt} = -gt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dx = \omega \cos \varphi g t^2 dt \\ dy = 0 \\ dz = -g dt \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi g t^3 \\ y = 0 \\ 0 - h = -g \frac{t^2}{2} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi g \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} \right)^3 \\ y = 0 \\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; z = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi \left(\sqrt{\frac{8h^3}{g}} \right) = 1,01 \cdot 10^{-4} m \\ y = 0 \\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; z = 0 \end{array} \right.$$

d. (Mở rộng) Xét một vật được ném thẳng đứng lên với vận tốc đầu $v_0=30m/s$ từ độ cao $h=16,25m$ tại vĩ độ 30° Bắc. Tìm gần đúng độ lệch ngang do lực Coriolis khi nó rơi đến mặt đất. Bỏ qua lực cản không khí.

Tương tự như câu c ta có

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = 2\omega(y'\sin\varphi - \cos\varphi z') \\ y'' = -2\omega x'\sin\varphi \\ z'' = 2\omega\cos\varphi x' - g \end{cases} \quad (\text{d1})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dx' = 2\omega(\sin\varphi dy - \cos\varphi dz) \\ dy' = -2\omega\sin\varphi dx \\ dz' = 2\omega\cos\varphi dx - gt \end{cases}$$

Với điều kiện ban đầu: $x(0)=y(0)=0$ và $z(0)=h$ và $x'(0)=y'(0)=0$; $z'(0)=v_0$. Nên tích phân hệ phương trình trên ta được

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = 2\omega(\sin\varphi y - \cos\varphi(z - h)) \\ y' = -2\omega\sin\varphi x \\ z' - v_0 = 2\omega\cos\varphi x - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 2\omega(\sin\varphi y - (z - h)\cos\varphi) \\ y' = -2\omega\sin\varphi x \\ z' = v_0 + 2\omega\cos\varphi x - gt \end{cases} \quad (\text{d2})$$

Thay x' , y' , z' từ (d2) vào (d1) ta được

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 \sin^2\varphi x - 2\omega\cos\varphi(v_0 + 2\omega\cos\varphi x - gt) \\ y'' = -2\omega\sin\varphi[2\omega(\sin\varphi y - (z - h)\cos\varphi)] \\ z'' = -g + 2\omega\cos\varphi 2\omega(\sin\varphi y - (z - h)\cos\varphi) \end{cases}$$

Vì bản thân $\omega \ll 1$, nên ta bỏ qua những đại lượng có chứa ω^2

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = -2\omega\cos\varphi(v_0 t - g\frac{t^2}{2}) \\ y'' = 0 \\ z'' = -g \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x' = -2\omega\cos\varphi(v_0 t - g\frac{t^2}{2}) \\ y' = 0 \\ z' = v_0 - gt \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\omega\cos\varphi(v_0 t^2 - g\frac{t^3}{3}) \\ y = 0 \\ z = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (\text{d3})$$

$$\text{Khi chạm đất, } z=0 \rightarrow h + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$\rightarrow t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$$

$$\rightarrow t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} = \frac{30 + \sqrt{30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 16,25}}{10} = 6,5\text{s}$$

Ta chọn nghiệm dương:

$$\rightarrow x = -\frac{2\pi}{T} \cos\varphi (v_0 t^2 - g \frac{t^3}{3}) = -\frac{2\pi}{86400} \frac{\sqrt{3}}{2} (30 \cdot 6,5^2 - 10 \frac{6,5^3}{3})$$

$$\rightarrow x = -\frac{\pi}{86400} \sqrt{3} (1267,5 - 915,42) = 0,022m = 22cm$$

Bài 2. Vật khối lượng m, chuyển động trong HQC KQT gắn với đất, vật chịu tác dụng thêm lực quán tính Coriolis $\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{r}')$.

Chọn hệ trục Oxy: O đặt tại điểm trên bề mặt đất phía dưới điểm thả vật, Ox hướng về phía đông, Oy hướng về phía Bắc, Oz hướng vuông góc với mặt đất (Hình vẽ).

Áp dụng định luật II Newton trong hệ quy chiếu quay gắn mặt đất:

$$\vec{a}' = m \left(\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 \vec{y}}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 \vec{z}}{dt^2} \vec{k} \right) = \vec{P} + \vec{F}_{qCoriolis} + \vec{F}$$

Với cách cho hệ trục tọa độ như trên thì $\vec{\omega} = \vec{\omega}_x + \vec{\omega}_y + \vec{\omega}_z = \vec{0} + \omega \cos\varphi \vec{j} + \omega \sin\varphi \vec{k}$

$$\vec{P} + \vec{F}_c = -mg\vec{k} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}) = -mg\vec{k} - 2m \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \omega \cos\varphi & \omega \sin\varphi \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$$

Ta có

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \frac{d^2 \vec{y}}{dt^2} + \frac{d^2 \vec{z}}{dt^2} = -mg\vec{k} - 2m [(\omega \cos\varphi z' - \omega \sin\varphi y') \vec{i} + (\omega \sin\varphi x' - \omega \cos\varphi z') \vec{j} + (-\omega \cos\varphi x' - \omega \sin\varphi y') \vec{k}]$$

Vì $\omega \ll 1$ nên coi $\omega \sin\varphi y' \approx 0$; $\omega \cos\varphi x' \approx 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Do đó ta viết lại

$$\begin{cases} x'' = 2\omega \sin \varphi y' - 2\omega \cos \varphi z' \approx -2\omega \cos \varphi z' \\ y'' = -2\omega \sin \varphi x' \approx 0 \\ z'' = 2\omega \cos \varphi x' - g \approx -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x'' = -2\omega \cos \varphi z' \\ y'' = 0 \\ z'' = -g \end{cases}$$

Áp dụng điều kiện ban đầu, ta suy ra

$$\rightarrow \begin{cases} x'' = (2\omega \cos \varphi)gt \\ y'' = 0 \\ z' = -gt; z = h - g \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

(2)

Dựa vào điều kiện ban đầu, lấy tích phân 2 lần ta được:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}\omega \cos \varphi g t^3 \\ y = 0 \\ z = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

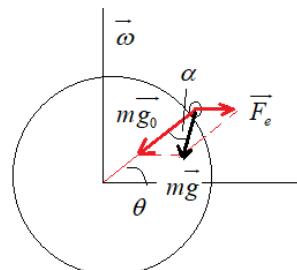
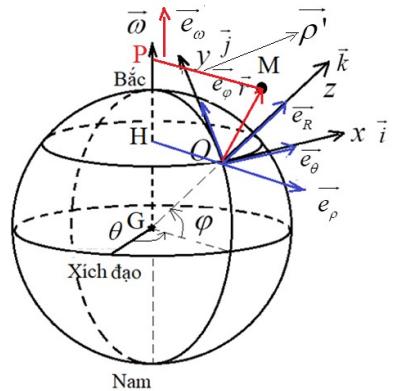
Khi chạm bờ mặt đất, thì $z=0$, suy ra

$$x = \frac{1}{3}\omega \cos \varphi g \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} \right)^3 = \frac{1}{3}\omega \cos \varphi \left(\sqrt{\frac{g^2 8h^3}{g^3}} \right) = \frac{1}{3}\omega \cos \varphi \sqrt{\frac{8h^3}{g}} = 0,017m$$

Bài 3. Như trên hình vẽ, $\overrightarrow{F_{qtl}}$ là lực quán tính ly tâm do sự quay của Trái đất

$$|\overrightarrow{F_{qtl}}| = m\omega^2 R \cos \theta \quad (1)$$

$\overrightarrow{mg} = \overrightarrow{F_{hd}} + \overrightarrow{F_{qtl}}$ là trọng lượng biểu kiến; $\overrightarrow{F_{hd}} = \overrightarrow{mg_0}$ là lực hấp dẫn của Trái Đất.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Phương dây dọi là phương của véc tơ \vec{mg} . Ta có

$$\vec{mg} = \vec{mg_0} + \vec{F_{qtl}}$$

$$\frac{F_{qtl}}{\sin \alpha} = \frac{mg}{\sin \theta} \rightarrow \sin \alpha = \frac{m\omega^2 R \cos \theta}{mg} \sin \theta = \frac{m\omega^2 R}{2mg} \sin 2\theta$$

Từ tam giác lực:

$$\rightarrow \alpha = \arcsin \left(\frac{\omega^2 R}{2g} \sin 2\theta \right) \quad (2)$$

$$\Delta x = L\alpha = L \cdot \arcsin \left(\frac{\omega^2 R}{2g} \sin 2\theta \right)$$

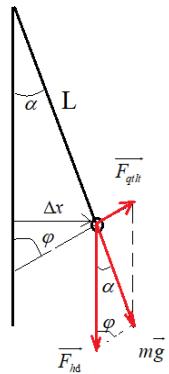
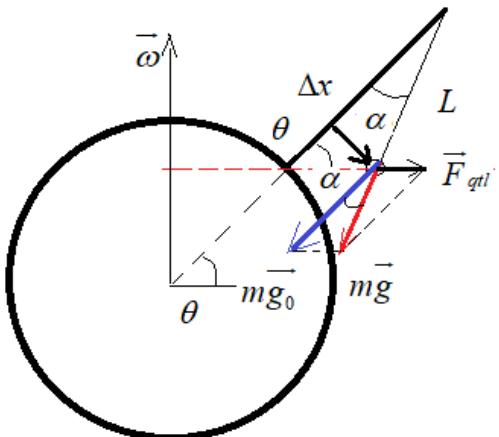
Độ lệch dây dọi

(3)

$$F_{qtl} \ll mg \rightarrow \alpha \ll 1 \Rightarrow \alpha \approx \sin \alpha = \left(\frac{\omega^2 R}{2g} \sin 2\theta \right)$$

$$\Delta x = L\alpha = L \cdot \left(\frac{\omega^2 R}{2g} \sin 2\theta \right)$$

Do đó



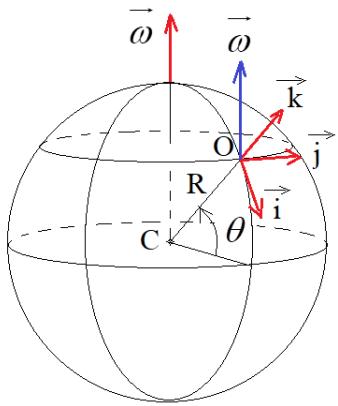
b. Độ dịch sang bên của vật rơi từ đỉnh tháp có độ cao L ở phía bắc bán cầu do lực Coriolis là về phía đông, và độ dịch chuyển (tính theo bài 2-1099)

$$\Delta y = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8L^3}{g}} \omega \cos \theta$$

Bài 4. Chọn hệ tọa độ không quan tính K' gắn chặt với bề mặt Trái Đất nơi có dòng nước biển chảy qua. Trục x hướng về nam, trục y hướng về đông, và trục z hướng thẳng đứng lên trên vuông góc bề mặt đất. Hoàn lưu trên đại dương là do lực quan tính Coriolis

$$\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{r}') = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}) \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT



Trong đó \vec{v} là vận tốc dòng chảy đối với HQC không quan tính gắn mặt đất K'. Chính lực quan tính Coriolis gây ra gia tốc Coriolis:

$$\vec{a}_c = -2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}) = -2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\omega \cos \theta & 0 & \omega \sin \theta \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\text{Trong đó } \vec{\omega} = -\omega \cos \theta \vec{i} + \omega \sin \theta \vec{k} \quad (3)$$

Thành phần nằm ngang (trên mặt phẳng Trong đó (\vec{i}, \vec{j}) là \vec{a}_H ảnh hưởng đến lưu thông của dòng biển:

$$(\vec{a}_H)_{mpoxy} = -2\omega \sin \theta (-v_y \vec{i} + v_x \vec{j}) = \dots = -2\omega_z (\vec{k} \wedge \vec{v}) \quad (\text{ta đã bỏ thành phần } v_z) \quad (4)$$

Từ (4) ta thấy $\vec{a}_H \perp \vec{v}$, nên chỉ làm thay đổi hướng của \vec{v} chứ không làm thay đổi độ lớn v. Vậy chính \vec{a}_H làm dòng hải lưu chuyển động tròn với vận tốc góc $\vec{\Omega}$

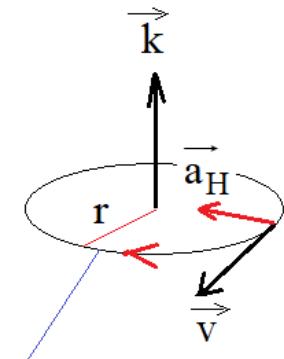
$$\begin{cases} a_H = 2\omega_z v = 2\omega \sin \theta \cdot v \\ a_H = \frac{v^2}{r} = \Omega^2 r = \Omega v \end{cases}$$

Khi đó

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\Omega}{2\omega} = \frac{\frac{2\pi}{14}}{2\frac{2\pi}{24}} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow \Omega = 2\omega \sin \theta$$

Hay $\theta = 59^\circ$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

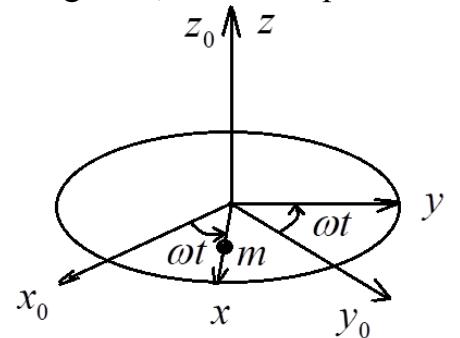
Nếu dòng biển ở bắc bán cầu, $\omega_z \vec{k}$ nghiêng về phía bắc, nên $\vec{a}_H = -2\omega_z(\vec{k} \wedge \vec{v}) = 2\omega_z(\vec{v} \wedge \vec{k})$ chỉ về phía bên phải dòng chảy \vec{v} . Điều này làm vec tơ \vec{v} quay về phía phải, nghĩa là dòng hải lưu quay theo chiều kim đồng hồ ở ở vĩ độ bắc 59° .

Tương tự, nếu ở nam bán cầu, lực coriolis gây ra hoàn lưu ngược chiều kim đồng hồ và ở vĩ độ nam 59° .

Bài 5. Gọi K là hệ qui chiếu quán tính (x_0, y_0, z_0) gắn với phòng thí nghiệm, K' là hệ qui chiếu không quán tính (x, y, z) gắn với sàn gỗ quay với tốc độ góc ω

Vị trí con bọ xác định bằng $\vec{r} = r\vec{e}_r$

Do đó vận tốc vật trong K liên hệ với vận tốc vật trong K':



$$\vec{v} = (\vec{v})_K = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_K = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\varphi = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\omega\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{v}' = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)$$

Trong đó $\vec{v}' = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)$ là vận tốc vật trong HQC KQT K' cũng chính là vận tốc bán kính; $r\omega\vec{e}_\varphi = (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$ chính là vận tốc phương vị (tiếp tuyến)

$$\vec{v} = \left(\frac{dr}{dt}\vec{e}_r \right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (1)$$

Gia tốc vật trong HQC quán tính K:

$$\vec{a} = (\vec{a})_K = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{e}_r}{dt} \right) + (\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}) + (\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}}{dt})$$

$$\vec{a} = \left(\frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + \frac{dr}{dt}\omega\vec{e}_\varphi \right) + (\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}) + (\vec{\omega} \wedge \vec{v})$$

Thay (1) vào ta được

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt}\vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \vec{\omega} \wedge \left(\frac{dr}{dt}\vec{e}_r + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \right)$$

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2}\vec{e}_r + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt}\vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt}\vec{e}_r \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r + 2 \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

đặt $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) \quad (2)$$

$\overrightarrow{a_{crolist}} = 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}')$ là gia tốc Coriolis

$$\vec{a}' = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r$$

Trong đó \vec{a}' là gia tốc vật trong HQCKQT K'

$[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})]$ là gia tốc kéo theo

$$\text{Từ (2)} \quad \vec{a}' = \vec{a} - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') - [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})]$$

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') - m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})]$$

với lưu ý $\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = -\vec{\omega}^2 \vec{r}$; $m\vec{a} = \vec{F}$ là hợp lực tác dụng lên vật trong HQC QT K

$$\text{Nên } m\vec{a}' = \vec{F} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + m\vec{\omega}^2 \vec{r} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) = \vec{F} + \overrightarrow{F_{qtCroli}} + \overrightarrow{F_{qt}} \quad (3)$$

$\overrightarrow{F_{qt}} = m\vec{\omega}^2 \vec{r} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$ với $m\vec{\omega}^2 \vec{r}$ là thành phần lực quán tính ly tâm (trên phương bán kính);
 $- m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$ là thành phần lực quán tính trên phương tiếp tuyến.

Áp dụng cho bài toán: $\vec{r} = x\vec{e}_x$; $\vec{v}' = \vec{v}_0 \nearrow \nearrow \vec{e}_x$; $\vec{\gamma} = \vec{0}$; $\vec{a}' = \vec{0}$. Thay vào (3) ta được

$$0 = \vec{F} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}_0) + m\vec{\omega}^2 \vec{r} - m(\vec{0} \wedge \vec{r}) \quad \text{với } \vec{F} = \vec{F}_b + \vec{mg}$$

là hợp lực tác dụng lên bọ

$$\vec{F}_b + \vec{mg} = +2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}_0) - m\vec{\omega}^2 x\vec{e}_x$$

$$\vec{F}_b = -m\vec{\omega}^2 x\vec{e}_x + 2m\vec{\omega}\vec{v}_0 \vec{e}_y + mg\vec{e}_z \quad (4)$$

Ta chọn $t=0$ lúc $\vec{e}_x = \vec{i}$; $\vec{e}_y = \vec{j}$; $\vec{e}_z = \vec{k}$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các véc tơ đơn vị trong HQK quán tính K đứng yên.

Khi đó ta có liên hệ

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} \vec{e}_x = \cos \omega t \vec{i} + \sin \omega t \vec{j} \\ \vec{e}_y = -\sin \omega t \vec{i} + \cos \omega t \vec{j} \\ \vec{e}_z = \vec{k} \end{cases} \quad (5)$$

Mặt khác $x = v_0 t$ (6)

Thay (5), (6) vào (4) ta được

$$\vec{F}_b = -mv_0\omega [2\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t)] \vec{i} + mv_0\omega [2\cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t)] \vec{j} + mg \vec{k}$$

Bài 6. Ta xét vật trong 2 hệ quy chiếu cùng gốc tọa độ: Hệ quy chiếu quán tính K đứng yên và HQC quán tính K' quay cùng vận tốc góc ω .

Hạt chiếu tác dụng lực xuyên tâm $\overline{F(r)}$ và lực từ $e(\vec{v} \wedge \vec{B})$

.Trong hệ quy chiếu K: $\vec{ma} = \vec{F}(r) + e(\vec{v} \wedge \vec{B})$ (1)

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$$

Mặt khác trong HQCKQT K' có liên hệ:

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] \quad (2)$$

Từ (1) và (2):

$$\vec{ma} = \overline{F(r)} + e(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{ma}' + 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] \quad (3)$$

Vì $\vec{v} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \rightarrow \vec{v}' = \vec{v} - (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$ (4)

Thay (4) vào (3) và có thể viết lại

$$\vec{ma} = \overline{F(r)} + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] = \vec{ma}' + 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})]$$

$$\overline{F(r)} + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] = \vec{ma}' + 2m\vec{\omega} \wedge [\vec{v} - (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] + m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})]$$

$$\overline{F(r)} + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] = \vec{ma}' + [2m\vec{\omega} \wedge \vec{v} - 2m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] + m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})]$$

$$\overline{F(r)} + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] = \vec{ma}' + [2m\vec{\omega} \wedge \vec{v} - m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})]$$

Chuyển về $\overline{F(r)} + m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v} = \vec{ma}'$

$$\rightarrow \vec{ma}' = \overline{F(r)} + m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + e[\vec{v} \wedge \vec{B}] + 2m(\vec{v} \wedge \vec{\omega})$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\leftrightarrow \vec{ma}' = \overrightarrow{F(r)} + [\vec{v}^\wedge (e\vec{B} + 2m\vec{\omega})] + m[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})] \quad (5)$$

Từ (5), nếu trong HQC KQT K' ta chọn giá trị thích hợp $(e\vec{B} + 2m\vec{\omega}) = \vec{0}$ $\rightarrow \vec{\omega} = -\frac{e\vec{B}}{2m}$ và số

hạn lực quán tính ly tâm $m[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})]$ có thể bỏ qua thì (5) viết lại $\vec{ma}' = \overrightarrow{F(r)}$ (6)

Nghĩa là chuyển động của hạt khi được nhìn trong hệ quy chiếu quay K' giống như khi không có từ trường.

Kết luận này được áp dụng cho một hệ các hạt có cùng tỉ số $\frac{e}{m}$ và chỉ tác dụng các lực xuyên tâm cùng một tâm. Các hạt sẽ chuyển động như thế không có từ trường, nhưng hệ (hệ K') xét về toàn bộ tiến động trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm (K) với vận tốc góc $\vec{\omega}$.

Để coi như điều trên xảy ra, chúng ta đã giả thiết rằng đối với mỗi trong hệ

$$m|\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})| \ll |2m(\vec{\omega}^\wedge \vec{v})|$$

$$\omega \ll \frac{2v}{r} \quad B \ll \frac{4mv}{er}$$

Nghĩa là Biểu thức này giới hạn cường độ của từ trường.

Bài 7.

Chọn hệ tọa độ quay (r, θ, φ) với (r, θ, φ)

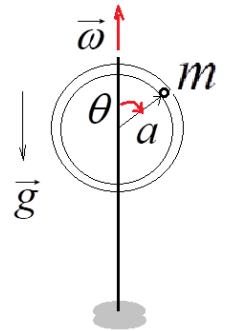
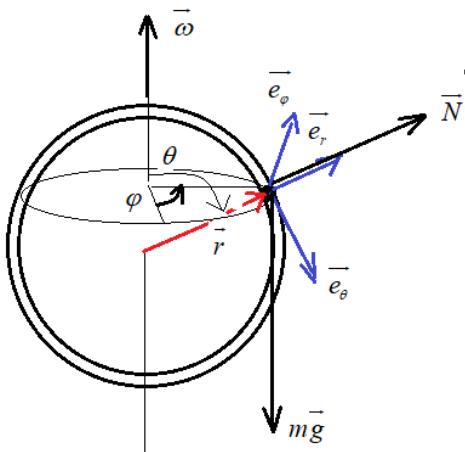
$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega}^\wedge \vec{v}') + [\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})] + (\vec{\gamma}^\wedge \vec{r})$$

Ta có

Ở đây vòng tròn quay đều nên $\vec{\gamma} = \vec{0}$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{F_{hl}} = \vec{ma} = \vec{ma}' + 2m(\vec{\omega}^\wedge \vec{v}') + m[\vec{\omega}^\wedge (\vec{\omega}^\wedge \vec{r})] \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT



Mặt khác hợp lực quan sát từ HQC quán tính:

$$\vec{F}_{hl} = \vec{mg} + \vec{N} = (-mg \cos \theta \vec{e}_r + mg \sin \theta \vec{e}_\theta) + N \vec{e}_r \quad (2)$$

$$\text{Và } \vec{\omega} = \omega \cos \theta \vec{e}_r - \omega \sin \theta \vec{e}_\theta \quad (3)$$

$$\vec{a}' = \vec{a}_r + \vec{a}_\theta + \vec{a}_\varphi = -a\theta'^2 \vec{e}_r + a\theta'' \vec{e}_\theta \quad (\vec{a}_\varphi = 0) \quad (4)$$

$$\text{Với } (a = |\vec{r}| = const) \rightarrow \vec{r} = a \vec{e}_r \quad (5)$$

$$\text{Và } \vec{v}' = a\theta' \vec{e}_\theta \quad (6)$$

Thay (2), (3), (4), (5), (6) vào (1) ta được

$$(-mg \cos \theta \vec{e}_r + mg \sin \theta \vec{e}_\theta) + N \vec{e}_r = m(-a\theta'^2 \vec{e}_r + a\theta'' \vec{e}_\theta) + 2m((\omega \cos \theta \vec{e}_r - \omega \sin \theta \vec{e}_\theta) \wedge a\theta' \vec{e}_\theta) \\ + m[(\omega \cos \theta \vec{e}_r - \omega \sin \theta \vec{e}_\theta) \wedge ((\omega \cos \theta \vec{e}_r - \omega \sin \theta \vec{e}_\theta) \wedge (a \vec{e}_r))] \quad (*)$$

Chiếu (*) lên phương tiệp tuyén \vec{e}_θ ta được

$$ma\theta'' = mg \sin \theta + ma\omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\rightarrow \theta'' = \frac{g}{a} \sin \theta + \omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (7)$$

(7) là phương trình vi phân trong chuyển động quay

$$\text{Mặt khác } \theta'' = \frac{d\theta'}{dt} = \frac{d\theta'}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \theta' \frac{d\theta'}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{d\theta'^2}{d\theta} \quad (8)$$

$$\text{Từ (7) và (8): } \frac{1}{2} \frac{d\theta'^2}{d\theta} = \frac{g}{a} \sin \theta + \omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Với điều kiện ban đầu cho $t=0$ thì $\theta'=0; \theta=0$

$$\frac{1}{2} \int_0^{\theta'} d\theta'^2 = \int_0^{\theta} \left(\frac{g}{a} \sin \theta + \omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta \right) d\theta$$

$$\theta'^2 = \omega^2 \sin^2 \theta + 2 \frac{g}{a} (1 - \cos \theta) \quad (8)$$

Vận tốc vật trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm:

$$\vec{v} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = a\theta' \vec{e}_\theta + a\omega \sin \theta \vec{e}_\varphi \quad (9)$$

$$v^2 = a^2(\theta'^2 + \omega^2 \sin^2 \theta) \quad (10)$$

Do vậy động năng hạt trong HQC phòng thí nghiệm

$$K = m \frac{v^2}{2} = m \frac{a^2}{2} (\theta'^2 + \omega^2 \sin^2 \theta) = \dots$$

$$K = ma [a\omega^2 \sin^2 \theta + g(1 - \cos \theta)] \quad (11)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{dK}{d\theta} \right)_{\theta_0} = 0 \\ \left(\frac{d^2 K}{d\theta^2} \right)_{\theta_0} < 0 \end{cases}$$

Để động năng K lớn nhất tại $\theta = \theta_0$ thì

$$\Leftrightarrow \left(\frac{dK}{d\theta} \right)_{\theta_0} = ma [2\omega^2 a \sin \theta \cdot \cos \theta + g \sin \theta] = 0 \quad (12)$$

$$\left(\frac{d^2 K}{d\theta^2} \right)_{\theta_0} = ma [4\omega^2 a \cdot \cos^2 \theta + g \cos \theta - 2\omega^2 a] < 0 \quad (13)$$

Ta có đối với vị trí động năng cực đại xảy ra hai trường hợp: $[2\omega^2 a \cos \theta + g] \sin \theta = 0$

Trường hợp 1: $\sin \theta = 0 \rightarrow \theta = \pi$, thay kết quả này vào (13) ta được $\omega^2 < \frac{g}{2a}$

Trường hợp : $2\omega^2 a \cos \theta + g = 0 \rightarrow \theta = \arccos\left(-\frac{g}{2a\omega^2}\right)$, thay kết quả này vào (13) ta được

$$\omega^2 > \frac{g}{2a}$$

Bài 8.

Một vệ tinh chuyển động với quỹ đạo tròn quanh trái đất với vận tốc góc ω . Bên trong nó, một phi hành gia cầm một vật nhỏ và hạ thấp nó xuống một khoảng Δr so với khối tâm của vệ tinh về phía trái đất. Nếu vật được thả ra khỏi trạng thái nghỉ (được nhìn bởi phi hành gia), mô tả chuyển động tiếp theo được nhìn bởi phi hành gia trong hệ quy chiếu gắn với vệ tinh.

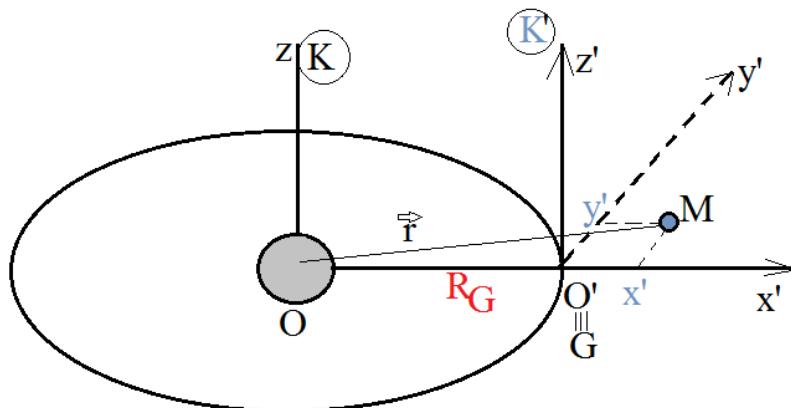
Hướng dẫn.

Gia tốc vật trong hệ quy chiếu quán tính K là \vec{a} và trong hệ quy chiếu không quán tính K' gắn với con tàu là \vec{a}' . ta có qua hệ giữa chúng

$$\vec{a} = \left(\frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} \right) + 2\vec{\omega} \times \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} \right) - \omega^2 [x \vec{i} + y \vec{j} + \vec{OO}] = \vec{a}' + \vec{a}_c + \vec{a}_k$$

$$\text{Hay } m \vec{a}' = m \vec{a} - m \vec{a}_c - m \vec{a}_k = \vec{F} + \vec{F}_c + \vec{F}_k$$

$$m \vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_c + \vec{F}_k = \vec{F}_c = \left(-\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r \right) + \left(-2m[\vec{\omega} \times \vec{v}] \right) + m\omega^2 [x \vec{i} + y \vec{j} + \vec{OO}]$$



Ở đây ta chọn O' trùng với trọng tâm tĩnh G con tàu.

$$m \vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_c + \vec{F}_k = \vec{F}_c = \left(-\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r \right) - 2m\vec{\omega} \times \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} \right) + m\omega^2 [x \vec{i} + y \vec{j} + \vec{OO}] \quad (1)$$

$$m_r \omega^2 \vec{OO}' = \frac{GMm_r}{(OO')^2} \quad (OO' = R_g)$$

Trong đó ω là vận tốc góc khối tâm G con tàu quanh trái đất:

$$\text{Hay } \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \quad (2)$$

Khi đó (1) viết lại

$$m \vec{a}' = -\frac{GMm}{r^3} \vec{r} - 2m\omega \frac{dx}{dt} \vec{j} + 2m\omega \frac{dy}{dt} \vec{i} + [m\omega^2 x \vec{i} + m\omega^2 y \vec{j} + m\omega^2 \vec{R}_g]$$

Ta phân tích $\vec{r} = \vec{OO}' + \vec{O'M} = \vec{R}_g + x \vec{i} + y \vec{j}$; lưu ý \vec{R}_g có phương trên trực O'x'

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Nên $m \vec{a}' = -\frac{GMm}{r^3}(\vec{R}_G + x'\vec{i}' + y'\vec{j}') - 2m\omega \frac{dx'}{dt}\vec{j}' + 2m\omega \frac{dy'}{dt}\vec{i}' + [m\omega^2 x'\vec{i}' + m\omega^2 y'\vec{j}' + m\omega^2 \vec{R}_G]$

$$m \vec{a}' = -\frac{GMm}{r^3}(\vec{R}_G + x'\vec{i}' + y'\vec{j}') - 2m\omega \frac{dx'}{dt}\vec{j}' + 2m\omega \frac{dy'}{dt}\vec{i}' + [m\omega^2 x'\vec{i}' + m\omega^2 y'\vec{j}' + m\omega^2 \vec{R}_G] \quad (3)$$

Chiếu (3) lên hai phương ta được:

$$\Rightarrow \begin{cases} m \frac{d^2x'}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^3}(R_G + x') + 2m\omega \frac{dy'}{dt} + m\omega^2 x' + m\omega^2 R_G \\ m \frac{d^2y'}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^3}y' - 2m\omega \frac{dx'}{dt} + m\omega^2 y' \end{cases}$$

Ở đây với lưu ý: $R_G \gg x', y'$. Nên ta có thể lấy tương đương $r \approx R_G + x'$. do đó

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \frac{d^2x'}{dt^2} = -\frac{GMm}{(R_G + x')^3}(R_G + x') + 2m\omega \frac{dy'}{dt} + m\omega^2 x' + m\omega^2 R_G \\ m \frac{d^2y'}{dt^2} = -\frac{GMm}{(R_G + x')^3}y' - 2m\omega \frac{dx'}{dt} + m\omega^2 y' \end{cases}$$

Tiến hành lấy gần đúng vô cùng bé bậc nhất

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \frac{d^2x'}{dt^2} = -\frac{GMm}{R_G^2}(1 - 2\frac{x'}{R_G}) + 2m\omega \frac{dy'}{dt} + m\omega^2 x' + m\omega^2 R_G \\ m \frac{d^2y'}{dt^2} = -\frac{GMm}{R_G^3}(1 - 3\frac{x'}{R_G})y' - 2m\omega \frac{dx'}{dt} + m\omega^2 y' \end{cases}$$

Thay (2) vào ta được

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \frac{d^2x'}{dt^2} = 2m\omega^2 x' + 2m\omega \frac{dy'}{dt} + m\omega^2 x' \\ m \frac{d^2y'}{dt^2} = -m\omega^2(1 - 3\frac{x'}{R_G})y' - 2m\omega \frac{dx'}{dt} + m\omega^2 y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2x'}{dt^2} = 3\omega^2 x' + 2\omega \frac{dy'}{dt} \\ \frac{d^2y'}{dt^2} = 3\omega^2 \frac{x'}{R_G}y' - 2\omega \frac{dx'}{dt} \end{cases}$$

Ta bỏ qua thành phần $\frac{x'}{R_G}$ nên

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2x'}{dt^2} = 3\omega^2 x' + 2\omega \frac{dy'}{dt} \quad (4) \\ \frac{d^2y'}{dt^2} = -2\omega \frac{dx'}{dt} \quad (5) \end{cases} \quad (\text{Giống đáp số})$$

Từ (5) ta lấy tích phân theo điều kiện ban đầu

$$d\left(\frac{dy'}{dt}\right) = -2\omega dx' \rightarrow \int_0^{\frac{dy'}{dt}} d\left(\frac{dy'}{dt}\right) = \int_{-\Delta r}^{x'} -2\omega dx'$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{dy'}{dt} = -2\omega(x' + \Delta r) \quad (5')$$

Thay (5') vào trong (4) ta được

$$\begin{aligned}\frac{d^2x'}{dt^2} &= 3\omega^2x' + 2\omega[-2\omega(x' + \Delta r)] = -\omega^2x' - 4\omega^2\Delta r \\ \frac{d^2x'}{dt^2} + \omega^2x' + 4\omega^2\Delta r &= 0 \rightarrow \frac{d^2x'}{dt^2} + \omega^2(x' + 4\Delta r) = 0\end{aligned}$$

$$\frac{d^2(x' + 4\frac{\Delta r}{\omega})}{dt^2} + \omega^2(x' + 4\frac{\Delta r}{\omega}) = 0$$

$$(x' + 4\Delta r) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (4')$$

$$\text{Lúc } t=0 \text{ thì } x'(0) = -\Delta r \text{ và } \frac{dx'(0)}{dt} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} (-\Delta r + 4\Delta r) = A \cos \varphi \\ 0 = -A \sin \varphi \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = 3\Delta r \\ \varphi = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Thay vào (4') ta được } x' = -4\Delta r + 3\Delta r \cos \omega t = \Delta r(-4 + 3 \cos \omega t) \quad (6)$$

Thay (6) vào (5') ta được:

$$\begin{aligned}\frac{dy'}{dt} &= -2\omega(x' + \Delta r) = -6\omega\Delta r((-1 + \cos \omega t)) \rightarrow y' = -6\omega\Delta r \int_0^t ((-1 + \cos \omega t)) dt \\ &\rightarrow y' = -6\omega\Delta r(-1t + \frac{\sin \omega t}{\omega}) = 6\Delta r(\omega t - \sin \omega t)\end{aligned} \quad (7)$$

Thay (2) vào (6) và (7) ta được

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

$$x' = \Delta r(3 \cos \sqrt{\frac{GM}{R^3}}t - 4)$$

$$\rightarrow y' = 6\Delta r(\sqrt{\frac{GM}{R^3}}t - \sin \sqrt{\frac{GM}{R^3}}t)$$

Đáp số: Chuyển động tiếp theo được nhìn bởi Phi hành Gia trong HQC vê tinh:

$$x = 6\Delta r[\omega t - \sin(\omega t)]; y = \Delta r[4 - 3\cos(\omega t)]$$

Bài 9. CÁCH 1.

1. Gọi tần số góc riêng của dao động là $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Vì xét trong một chu kì dao động con lắc T₀ rất nhỏ ($\omega_0 \gg \omega$), nên độ dịch chuyển trên phương x chưa đáng kể, do đó trong 1 chu kì đầu ta có thể coi vận tốc trên phương Oy (giả sử vận tốc ban đầu của M là v_0) có dạng:

$$v = v_y = v_0 \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định luật II Newton trong hệ quy chiếu không quan tính gắn mặt đất.

$$\vec{M}\vec{a} = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_{qilt} + \vec{T} + \vec{F}_C = M\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_C \quad (2)$$

Với giả thiết cho $M\vec{g} = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_{qilt}$.

Chiếu (2) lên Oy ta được

$$M \frac{d^2y}{dt^2} = F_{Cy} + p_{ty} = -2M(\omega_z \frac{dx}{dt} - \omega_x \frac{dz}{dt}) - Mg \frac{y}{l} \quad (\text{với } \omega_x = 0; \frac{dz}{dt} = 0)$$

$$(lưu ý: hình chiếu tổng Ch_{Oy}(M\vec{g} + \vec{T}) = (P_t)_{Oy} = -Mg \frac{y}{l})$$

Giải thích: $\vec{P}_t = -P \sin \theta \vec{e}_\theta \approx -P \theta \vec{e}_\theta = -mg \frac{\vec{s}}{l}$ ($\vec{s} = \vec{x} + \vec{y}$) là thành phần tiếp tuyến quỹ đạo tròn

con lắc đơn. Nên khi chiếu \vec{P}_t lên phương y thì chỉ còn $\vec{P}_{ty} = -mg \frac{\vec{y}}{l}$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -2M\omega \sin \varphi \frac{dx}{dt} - g \frac{y}{l} \quad (3)$$

Chiếu (2) lên Ox ta được

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = F_{Cx} + p_{tx} = -2M(\omega_y \frac{dz}{dt} - \omega_z \frac{dy}{dt}) - Mg \frac{x}{l}$$

$$(lưu ý: hình chiếu tổng Ch_{Ox}(M\vec{g} + \vec{T}) = (P_t)_{Ox} = -Mg \frac{x}{l})$$

$$\Rightarrow M \frac{d^2x}{dt^2} = 2M\omega \sin \varphi \frac{dy}{dt} - Mg \frac{x}{l} \quad (4)$$

$$Từ (1) áp dụng cho 1 chu kì đầu tiên, nên suy ra \quad y = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t); \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -v_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t) \quad (5)$$

Thay (1), (5) vào (3) ta được

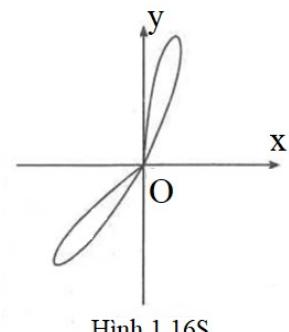
$$x = \frac{(\omega_0^2 - \frac{g}{l})v_0}{2\omega\omega_0 \sin \varphi} (1 - \cos \omega_0 t) \quad (6)$$

Vậy (5) và (6) là hệ phương trình chuyển động của vật.

Khử t từ (5) và (6) ta được phương trình quỹ đạo:

$$\left(\frac{2\omega\omega_0 \sin \varphi}{(\omega_0^2 - \frac{g}{l})v_0} x - 1 \right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{v_0} y \right)^2 = 1 \quad (7)$$

(7) chính là phương trình quỹ đạo của vật trên mặt phẳng Oxy (Hình 1.16S).



Hình 1.16S

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

2. Vì M không chuyển động theo phương Oz nên $v_z = 0$

Ta có $F_x = 2M\omega_z v_y = 2M\omega \sin \varphi v_y = Mbv_y$

Suy ra $b = 2M\omega \sin \varphi$ (8)

3. Ta thay $x = A \sin \Omega t, y = B \cos \Omega t$ vào (3) và (4) ta được

$$\begin{cases} -MB\Omega^2 \cos \Omega t = -2M\omega \sin \varphi \cdot A \Omega \cos \Omega t - \frac{MgB}{l} \cos \Omega t \\ -MA\Omega^2 \sin \Omega t = -2M\omega \sin \varphi \cdot B \Omega \sin \Omega t - \frac{MgA}{l} \sin \Omega t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -B\Omega^2 = -2\omega \sin \varphi \cdot A\Omega - \frac{gB}{l} \\ -A\Omega^2 = -2\omega \sin \varphi \cdot B\Omega - \frac{gA}{l} \end{cases}$$

$$-\Omega^2 + (2\omega \sin \varphi)\Omega + \frac{g}{l} = 0$$

Cộng hai phương trình trên về theo vé ta được:

$$\Omega = \omega \sin \varphi \pm \sqrt{(\omega \sin \varphi)^2 + \frac{g}{l}}$$

Vì $(\omega \sin \varphi)^2 \ll \frac{g}{l}$ nên ta chọn nghiệm $\Omega = \omega \sin \varphi + \sqrt{(\omega \sin \varphi)^2 + \frac{g}{l}} \approx \omega \sin \varphi + \sqrt{\frac{g}{l}}$

$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}} + \omega \sin \varphi$$

CÁCH 2

1. Vì ω rất bé nên ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực Coriolis lên dao động của con lắc. Do đó,

nếu gọi tần số góc của dao động là $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, giả sử vận tốc ban đầu của M là v_0 , ta có:

$$v = v_y = v_0 \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

$$F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y); F_y = -2M(\omega_z v_x - \omega_x v_z); F_z = -2M(\omega_x v_y - \omega_y v_x)$$

Khi đó, lực Coriolis theo phương nằm ngang sẽ hướng theo phương Ox với:

$$F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y)$$

Vì giả thiết cho con lắc coi như chuyển động trên mặt phẳng Oxy nên $v_z = 0$, do đó

$$F_c = F_{Cx} = 2M\omega_z v_y = 2M\omega \sin \varphi v_0 \cos(\omega_0 t) = Ma_x = M \frac{dv_x}{dt}$$

$$\text{Do đó ta có: } \frac{dv_x}{dt} = 2\omega v_0 \sin \varphi \cos(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow v_x = 2\omega v_0 \sin \varphi \int_0^t \cos(\omega_0 t) dt = 2 \frac{\omega}{\omega_0} v_0 \sin \varphi \sin(\omega_0 t) \quad (2)$$

$$\Rightarrow x = 2 \frac{\omega}{\omega_0} v_0 \sin \varphi \int_0^t \sin(\omega_0 t) dt = 2 \frac{\omega v_0 \cos \varphi}{\omega_0^2} (1 - \cos(\omega_0 t)) \quad (2')$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} x = 2 \frac{\omega v_0 \cos \varphi}{\omega_0^2} (1 - \cos(\omega_0 t)) \\ y = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1) và (2') ta có:

$$\Rightarrow \frac{\left(x - 2 \frac{\omega}{\omega_0} \cos \varphi \frac{v_0}{\omega_0} \right)^2}{\left(2 \frac{\omega}{\omega_0} \cos \varphi \frac{v_0}{\omega_0} \right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{v_0}{\omega_0} \right)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\left(\cos \varphi \frac{v_0}{\omega_0} \right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{v_0}{\omega_0} \right)^2} = 1$$

Vì $\omega \ll \omega_0$

$$(4)$$

Vì $\omega \ll \omega_0$ nên $|v_x| \ll v_0$, suy ra trong thời gian của một chu kỳ hạt lêch ra khỏi trục Ox chưa nhiều, do đó ta có vận tốc quay của mặt phẳng dao động:

$$\frac{d\theta}{dt} \approx \frac{v_x}{y} = 2\omega \sin \varphi = const \quad (5)$$

Nếu nhìn từ trên xuống dưới ta thấy mặt phẳng dao động quay cùng chiều kim đồng hồ ở bán cầu Bắc và quay ngược chiều kim đồng hồ ở bán cầu Nam.

Vì $|x| \ll |y|$ nên khoảng cách từ M đến O được xác định bằng hệ thức:

$$r \approx |y| = \frac{v_0}{\omega_0} |\sin(\omega_0 t)| = r_0 \left| \sin \left(\frac{\omega_0}{2\omega \sin \varphi} \theta \right) \right|$$

Từ đó ta có quỹ đạo của M có dạng (Hình 1.16S).

2. Vì M không chuyển động theo phương Oz nên $v_z = 0$

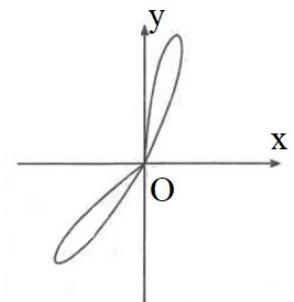
$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = 2M\omega_z v_y = 2M\omega \sin \varphi v_y = Mbv_y \\ F_y = 2M\omega_z v_x = Cv_x = -Mb v_x \end{cases}$$

Từ đó ta có: $b = 2M\omega \sin \varphi$

3. Ta có phương trình định luật II Newton cho M:

$$\begin{cases} F_x - M \frac{g}{l} x = M \ddot{x} \\ F_y - M \frac{g}{l} y = M \ddot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} - 2\omega \sin \varphi y - \frac{g}{l} x = 0 \\ \ddot{y} - 2\omega \sin \varphi x + \frac{g}{l} y = 0 \end{cases}$$

Vì phương trình chuyển động của M có dạng: $\begin{cases} x = A \sin(\Omega t) \\ y = B \cos(\Omega t) \end{cases}$ nên:



Hình 1.16S

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} \left(\left(\frac{g}{l} - \Omega^2 \right) A - 2\omega \sin \varphi \Omega B \right) \sin(\Omega t) = 0 \\ \left(2\omega \sin \varphi \Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2 \right) B \right) \cos(\Omega t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{g}{l} - \Omega^2 \right) A - 2\omega \sin \varphi \Omega B = 0 \\ 2\omega \sin \varphi \Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2 \right) B = 0 \end{cases}$$

Để hệ trên có nghiệm không tầm thường, ta cần có:

$$\left(\frac{g}{l} - \Omega^2 \right)^2 - 4\omega^2 \sin^2 \varphi \Omega^2 = 0 \Leftrightarrow \Omega^4 - 2 \left(\frac{g}{l} + 2\omega^2 \sin^2 \varphi \right) + \frac{g^2}{l^2} = 0$$

$$\Omega^2 = \frac{g}{l} + 2\omega^2 \sin^2 \varphi \pm 2\omega \sin \varphi \sqrt{\frac{g}{l} + \omega^2 \sin^2 \varphi}$$

Giải phương trình trên ta được:

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right) \pm 2 \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right)^2}}$$

Do đó:

$$\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \ll 1$$

Vì: $\sqrt{\frac{g}{l}}$ nên nếu bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất, ta có:

$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}} \left(1 \pm \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right) = \sqrt{\frac{g}{l}} \pm \omega \sin \varphi$$

Bài 10. IPHO 2016

B.1. Lực li tâm dọc theo phương bán kính trên mặt sàn: $F_{ce} = m\omega_{ss} R$

Lực này phải bằng trọng lực thì phi hành gia mới thấy cảm giác như ở trên mặt đất

$$F_{ce} = P \rightarrow m\omega_{ss}^2 R = mg_E \rightarrow \omega_{ss} = \sqrt{\frac{g_E}{R}}$$

Alice đã gắn một vật có khối lượng m vào một lò xo có độ cứng k và cho nó dao động. Vật chỉ dao động theo phương thẳng đứng và không thể di chuyển theo phương ngang.

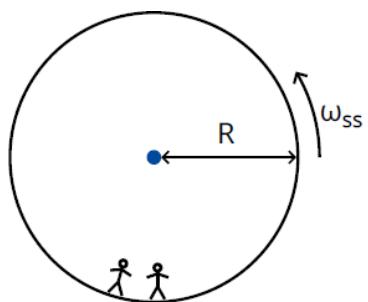
$$B.2. \omega_E = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$B.3. \text{Tại vị trí cân bằng } -k\vec{\Delta l}_0 + m\omega_{ss}^2 \vec{r}_0 = 0$$

Tại vị trí bất kì, hợp lực tác dụng lên vật

$$\vec{F} = -k(\vec{\Delta l}_0 + \vec{x}) + m\omega_{ss}^2 (\vec{r}_0 + \vec{x})$$

Hay



Hình 4: Trạm không gian

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$F = -kx + m\omega_{ss}^2 x$$

$$\Leftrightarrow mx'' = -kx + m\omega_{ss}^2 x \rightarrow x'' + \left(\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2\right)x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2\right)}$$

Tần số dao động con lắc lò xo trên con tàu

$$\text{Hay } \omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \frac{g_E}{R}\right)}$$

B.4. Lưu ý trong câu B4 này coi con lắc lò xo dao động trên mặt đất, có gia tốc trọng trường g phụ thuộc vào li độ x của vật nặng.

$$g_E = \frac{GM}{R_E^2}$$

Tại mặt đất thì

$$g_E(h) = \frac{GM}{(R_E + h)^2} = \frac{GM}{R_E^2 \left(1 + \frac{h}{R_E}\right)^2} \approx \frac{GM}{R_E^2} \left(1 - 2\frac{h}{R_E}\right) = g_E \left(1 - 2\frac{h}{R_E}\right) = (g_E - 2g_E \frac{h}{R_E})$$

Tại vị trí bất kì,

$$\text{Tại vị trí cân bằng } -k\vec{\Delta l_0} + \vec{mg_0} = 0$$

Tại vị trí bất kì, hợp lực tác dụng lên con lắc

$$\vec{F} = -k(\vec{\Delta l_0} + \vec{x}) + \vec{mg(x)}$$

Tương tự như trên

$$g(x) = \frac{GM}{(R_0 + x)^2} = \frac{GM}{R_0^2 \left(1 + \frac{x}{R_E}\right)^2} \approx \frac{GM}{R_0^2} \left(1 - 2\frac{x}{R_0}\right) = g_0 \left(1 - 2\frac{x}{R_0}\right) = (g_0 - 2g_0 \frac{x}{R_0})$$

$$\vec{F} = -k(\vec{\Delta l_0} + \vec{x}) + \vec{mg_0} \left(1 - 2\frac{x}{R_0}\right) = -k\vec{x} - \vec{mg_0} 2\frac{x}{R_0}$$

$$\text{Chọn chiều dương hướng lên thì } F = -kx - m(-g_0)2\frac{x}{R_0}$$

$$F = -kx + 2mg_0 \frac{x}{R_0}$$

$$F = -kx + 2mg_E \frac{x}{R_E}$$

Vì dao động trên bề mặt trái đất nên

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định luật II:

$$mx'' = F = -kx + 2mg_E \frac{x}{R_E}$$

$$x'' + \left(\frac{k}{m} - 2m\frac{g_E}{R_E}\right)x = 0$$

$$\text{Tần số theo Bob } \tilde{\omega}_E = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2g_E}{R_E}}$$

$$\text{B.5. Theo Alice } \omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \frac{g_E}{R}\right)}$$

$$\text{Theo Bob } \tilde{\omega}_E = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2g_E}{R_E}}$$

$$\text{Để } \tilde{\omega}_E = \omega \text{ thì } \frac{2g_E}{R_E} = \frac{g_E}{R} \Rightarrow R = \frac{R_E}{2}$$

Trong một hệ quy chiếu quay đều, phi hành gia cảm thấy một lực ảo \vec{F}_C gọi là lực Coriolis, lực \vec{F}_C tác dụng lên một vật có khối lượng m chuyển động với vận tốc \vec{v} trong hệ quy chiếu quay với tần số góc không đổi $\vec{\omega}_{ss}$ được cho bởi:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss}, \quad (2)$$

Khi tính các giá trị vô hướng, ta có thể dùng công thức:

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

B.6. Lực quán tính Criolis:

$$\vec{F}_c = -ma_c = -2m \left[\vec{\omega} \times \vec{v} \right] = -2m \left(\frac{dx'}{dt} [\vec{\omega} \times \vec{i}] + \frac{dy'}{dt} [\vec{\omega} \times \vec{j}] \right) = -2m\omega \frac{dx'}{dt} \vec{j} + 2m\omega \frac{dy'}{dt} \vec{i}$$

$$\text{Lực quán tính li tâm } \vec{F}_{q_{lt}} = -ma_k = m(x'\omega^2 \vec{i} + y'\omega^2 \vec{j}) = m\omega^2 (x' \vec{i} + y' \vec{j}) = m\omega^2 \vec{r}$$

Áp dụng cho bài toán này

$$\vec{F}_C = -2m\omega_{ss} \frac{dx}{dt} \vec{j} + 2m\omega_{ss} \frac{dy}{dt} \vec{i} = -2m\omega_{ss} v_x \vec{j} + 2m\omega_{ss} v_y \vec{i}$$

$$\vec{F}_{q_{lt}} = m\omega_{ss}^2 \vec{R} = m\omega_{ss}^2 \vec{R}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Lực Criolis Trên phương Oy:

$$\vec{F}_{Cy} = -2m\omega_{ss}v_x \hat{j} \rightarrow F_{Cy} = 2m\omega_{ss}v_x$$

Mặt khác trên phương Ox coi như vật rơi tự do: với gia tốc $g_E = g = \omega_{ss}^2 R$

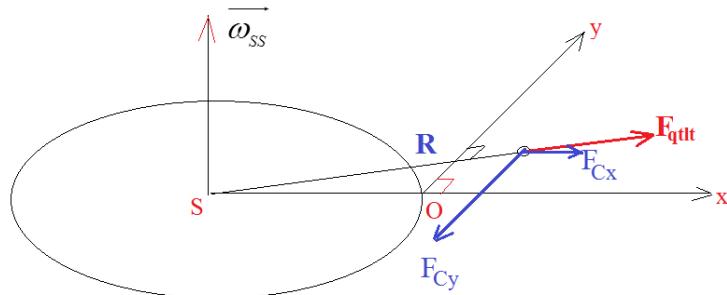
Nên $v_x = g_E t = \omega_{ss}^2 R t$

Do đó $F_{Cy} = 2m\omega_{ss}v_x = 2m\omega_{ss}\omega_{ss}^2 R t = 2m\omega_{ss}^3 R t$

Và $v_x = \frac{dx}{dt} = \omega_{ss}^2 R t \Rightarrow x = \omega_{ss}^2 R \frac{t^2}{2}$

$$H = \omega_{ss}^2 R \frac{t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{\omega_{ss}^2 R}}$$

Khi chạm sàn thi $x=H$, nên



Cách khác tính v_x : Lực Criolis Trên phương Ox:

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{Cx} + \vec{F}_{qlt} = m\omega_{ss}^2 R \vec{i} + 2m\omega_{ss}v_y \vec{i} \approx m\omega_{ss}^2 R \vec{i}$$

Nên $\frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x}{m} = \omega_{ss}^2 R \rightarrow v_x = \omega_{ss}^2 R t$

Gia tốc trên phương y:

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{F_y}{m} = \frac{2m\omega_{ss}v_x}{m} = 2\omega_{ss}v_x = 2\omega_{ss}\omega_{ss}^2 R t = 2\omega_{ss}^3 R t$$

$$\Rightarrow v_y = \omega_{ss}^3 R t^2 = \omega_{ss}^3 R (\sqrt{\frac{2H}{\omega_{ss}^2 R}})^2 = 2H\omega_{ss} = 2H\sqrt{\frac{g_E}{R}}$$

Vận tốc ngang

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dt} = \omega_{ss}^3 R t^2 \Rightarrow y = \omega_{ss}^3 R \frac{t^3}{3}$$

$$\text{Thay } t = \sqrt{\frac{2H}{\omega_{ss}^2 R}} \text{ ta được } y = \frac{\omega_{ss}^3 R}{3} \left(\sqrt{\frac{2H}{\omega_{ss}^2 R}} \right)^3 = \frac{\omega_{ss}^3 R}{3} \frac{2H}{\omega_{ss}^2 R} \left(\sqrt{\frac{2H}{\omega_{ss}^2 R}} \right) = \frac{2H}{3} \sqrt{\frac{2H}{R}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$y = \frac{2H}{3} \sqrt{\frac{2H}{R}}$$

Vậy độ lệch ngang trên sàn

B.7. Ta xét trong hệ quy chiếu quán tính đứng yên

Khi buông tay, vật có vận tốc ban đầu trong không gian là

$$v = \omega_{ss} SM = \omega_{ss} (R - H)$$

Gọi t là thời gian từ lúc buông tay, cho đến lúc chạm sàn. Trong thời gian đó, vật đi được một đoạn $d = MS$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{\sqrt{R^2 - (R - H)^2}}{\omega_{ss} (R - H)}$$

Mặt khác trong thời gian này Bob và Alice đi trong không gian với một góc quay Φ

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi = \omega_{ss} t \rightarrow t = \frac{\Phi}{\omega_{ss}} \\ t = \frac{d}{v} = \frac{MS}{OM \omega_{ss}} = \frac{R \sin \Phi}{\omega_{ss} R \cos \Phi} = \frac{\tan \Phi}{\omega_{ss}} \end{array} \right. \Rightarrow \Phi = \tan \Phi$$

Ta lại có

$$\rightarrow \begin{cases} \Phi \approx \frac{3\pi}{2} \rightarrow H > R \\ \Phi \approx \frac{5\pi}{2} \rightarrow H < R \end{cases}$$

Suy ra $\Phi = \tan \Phi$

$$\Phi \approx \frac{5\pi}{2}$$

Ta chọn

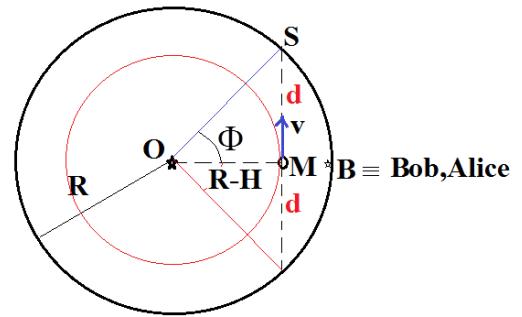
$$t = \frac{\Phi}{\omega_{ss}} = \frac{\sqrt{R^2 - (R - H)^2}}{\omega_{ss} (R - H)} \rightarrow \frac{H}{R} \approx 0,871$$

Do đó

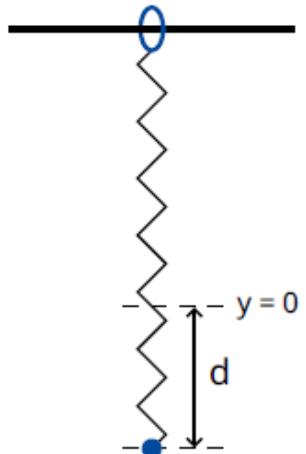
B.8. Lực Coriolis lúc này được viết lại(do đổi trục)

$$\vec{F}_C = -2m\omega_{ss} v_y \vec{i} + 2m\omega_{ss} v_x \vec{j}$$

Em có thể coi rằng $\omega_{ss} d$ là rất nhỏ và bỏ qua lực Coriolis cho chuyển động dọc theo trục y .



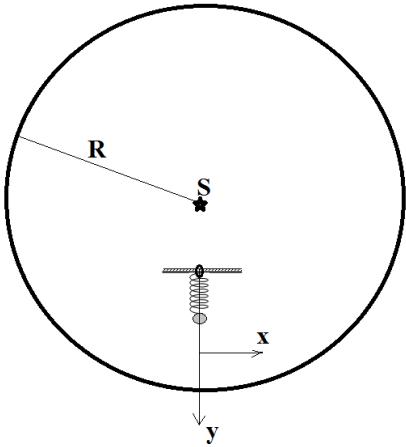
GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



Hình 5: Bố trí thí nghiệm

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

Nên Coi vị trí cân bằng không đổi $-K\vec{\Delta l}_0 + m\omega_{ss}^2 \vec{R} = 0$



Hợp lực tác dụng lên phương y:

$$\vec{F}_y = -k\Delta l \vec{j} + m\omega_{ss}^2(R+y)\vec{j} + 2m\omega_{ss}v_x\vec{j} = -ky\vec{j} + m\omega_{ss}^2y\vec{j} + 2m\omega_{ss}v_x\vec{j} \approx -ky\vec{j} + m\omega_{ss}^2y\vec{j}$$

$$my'' = -ky + m\omega_{ss}^2y \Rightarrow y'' + \left(\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2\right)y = 0$$

(8.1)

$$my'' = -ky + m\omega_{ss}^2y \Rightarrow y = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2}t + \varphi\right)$$

Nghiệm (8.1) có dạng

$$y = d\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2}t\right) = d\cos\omega t$$

(8.2)

Dựa vào điều kiện ban đầu: $y(0) = d$ và $y'(0) = 0$ ta suy ra

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2}$$

Trong đó

Hợp lực tác dụng lên phương x: $\vec{F}_x = -2m\omega_{ss}v_y\vec{i} \Rightarrow mx'' = -2m\omega_{ss}v_y$

$$\frac{dv_x}{dt} = 2\omega_{ss}d\omega \sin(\omega t)$$

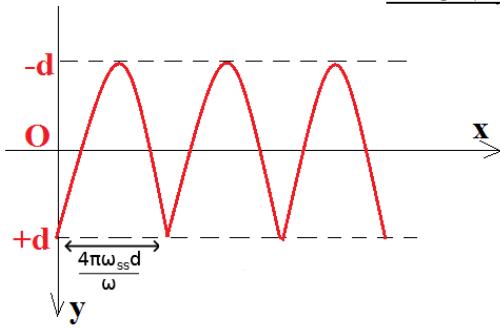
Hay

$$v_x = 2\omega_{ss}d\omega \int_0^t \sin(\omega t) dt = 2\omega_{ss}d\omega \left(\frac{-\cos\omega t}{\omega} \right)_0^t$$

$$v_x = 2\omega_{ss}d(1 - \cos\omega t)$$

Lấy tích phân lên một lần nữa ta được

$$x = 2\omega_{ss}d(t - \frac{\sin\omega t}{\omega}) = 2\omega_{ss}d(t - \frac{\sin\omega t}{\omega})$$



B9. MỎ RỘNG- LỰC CRIOLIS ĐÁNG KẾ TRÊN Ox.

Nên Coi vị trí cân bằng không đổi $-K\vec{\Delta l}_0 + m\omega_{ss}^2 \vec{R} = 0$

Hợp lực tác dụng lên phương y:

$$\vec{F}_y = -k\Delta l \vec{j} + m\omega_{ss}^2(R+y)\vec{j} + 2m\omega_{ss}v_x \vec{j} = -ky\vec{j} + m\omega_{ss}^2y\vec{j} + 2m\omega_{ss}v_x \vec{j}$$

Hay theo định luật II:

$$my'' = -ky + m\omega_{ss}^2y + 2m\omega_{ss}x' \rightarrow y'' = \left(-\frac{k}{m} + \omega_{ss}^2\right)y + 2\omega_{ss}v_x \quad (8.1)$$

Hợp lực tác dụng lên phương x: $\vec{F}_x = -2m\omega_{ss}v_y \vec{i} \Rightarrow mx'' = -2m\omega_{ss}v_y$

$$\text{Hay } \frac{dv_x}{dt} = -2\omega_{ss}v_y \quad (8.2)$$

Từ (8.1) ta đạo hàm hai về theo thời gian

$$y''' = (\omega_{ss}^2 - \frac{k}{m})y' + 2\omega_{ss} \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow 2\omega_{ss} \frac{dv_x}{dt} = y''' + \left(\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2\right)y'$$

Thay (8.2) vào ta được

$$-(2\omega_{ss})^2 y' = y''' + \left(\frac{k}{m} - \omega_{ss}^2\right)y' \rightarrow y''' + \left[\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2\right] y' = 0$$

$$\text{Hay } y''' + \left(\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2\right)y = \text{const}$$

$$\text{Ta đặt } \omega^2 = \frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2 \quad (8.3)$$

Nghiệm phương trình vi phân (8.3) có dạng

$$y = A\cos(\omega t + \varphi) + B = A\cos(\omega t + \varphi) + B \quad (8.4)$$

Dựa vào điều kiện ban đầu: $y(0) = d$ và $y'(0) = 0$ ta suy ra

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} d = A \cos \varphi + B \\ 0 = -\omega A \sin \varphi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B = d - A \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

Vậy $y = A \cos \omega t + (d - A)$ (8.5)

Thay (8.5) vào (8.2) ta được

$$\frac{dv_x}{dt} = 2\omega_{ss} A \sqrt{\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2} \sin \sqrt{\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2} t$$

Từ điều kiện ban đầu $x(0)=0, x'(0)=0$

$$\begin{aligned} v_x &= 2\omega_{ss} A \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2} t\right) \\ x &= 2\omega_{ss} A \left(t - \sin \sqrt{\frac{k}{m} + 3\omega_{ss}^2} t\right) \end{aligned} \quad (8.6)$$

Bài 11. Gọi K là hệ qui chiếu quán tính gắn với phòng thí nghiệm, K' là hệ qui chiếu không quán tính gắn với sàn gỗ quay với tốc độ góc ω

Vị trí vật (chính là vị trí người) xác định bằng $\vec{r} = r \vec{e}_r$

Do đó vận tốc vật trong K liên hệ với vận tốc vật trong K':

$$\vec{v} = (\vec{v})_K = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)_K = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_\varphi = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r\omega \vec{e}_\varphi$$

Trong đó $\vec{v}' = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)$ là vận tốc vật trong HQC KQT K'

$$\vec{v} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \vec{e}_r \right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \vec{v}' + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad (1)$$

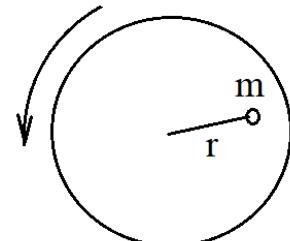
Gia tốc vật trong HQC quán tính K:

$$\vec{a} = (\vec{a})_K = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \vec{e}_r + \frac{dr}{dt} \frac{d\vec{e}_r}{dt} \right) + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + (\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}}{dt})$$

$$\vec{a} = \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \vec{e}_r + \frac{dr}{dt} \omega \vec{e}_\varphi \right) + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{v})$$

Thay (1) vào ta được

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \vec{e}_r + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \vec{\omega} \wedge \left(\frac{dr}{dt} \vec{e}_r + (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \right)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})$$

$$\vec{a} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r + 2 \left(\vec{\omega} \wedge \frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) \right] + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r} \right) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) \quad \vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

đặt

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) \quad (2)$$

$\overrightarrow{a_{crolist}} = 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}')$ là gia tốc Coriolis

Trong đó $\vec{a}' = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r$ là gia tốc vật trong HQCKQT K'

$\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$ là gia tốc kéo theo

$$\text{Từ (2)} \quad \vec{a}' = \vec{a} - 2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') - [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})]$$

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') - m[\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + (\vec{\gamma} \wedge \vec{r})]$$

với lưu ý $\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = -\omega^2 \vec{r}$; $m\vec{a} = \vec{F}$ là hợp lực tác dụng lên vật trong HQC QT K

$$\text{Nên } m\vec{a}' = \vec{F} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + m\omega^2 \vec{r} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) = \vec{F} + \overrightarrow{F_{qCrolit}} + \overrightarrow{F_{qt}} \quad (3)$$

$\overrightarrow{F_{qt}} = m\omega^2 \vec{r} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) = \vec{F}_{qilt} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$; là thành phần lực quán tính - $m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$

Trong bài toán này vật đứng yên nên $\vec{v}' = \left(\frac{dr}{dt} \vec{e}_r \right) = 0$ và $\vec{a}' = \frac{d^2 r}{dt^2} \vec{e}_r = 0$ ta thay kết quả vào (3):

$$m\vec{0} = \vec{F} - 2m(\vec{\omega} \wedge \vec{0}) + m\omega^2 \vec{r} - m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r})$$

$$\Leftrightarrow \vec{F} = -m\omega^2 \vec{r} + m(\vec{\gamma} \wedge \vec{r}) = -m\omega^2 r \vec{e}_r + m\gamma r \vec{e}_\varphi \quad (4)$$

Gọi \vec{f} là lực do tay người giữ vật; $\vec{P} = -mg\vec{k}$ là trọng lực tác dụng lên vật. khi đó

$$\vec{F} = \vec{f} + \vec{P} = \vec{f} - mg\vec{k} \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5): } \vec{f} - mg\vec{k} = -m\omega^2 r \vec{e}_r + m\gamma r \vec{e}_\varphi$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\rightarrow \vec{f} = -m\omega^2 r \vec{e}_r + m\gamma r \vec{e}_\varphi + mg \vec{k} \quad (6)$$

Với $\gamma = 2\pi n = 2\pi \cdot 0,02 = 0,04\pi \rightarrow \omega = \gamma t = 0,04\pi \cdot 5 = \frac{\pi}{5}$

Thay số ta được $\vec{f} = -4,74\vec{i} + 1,51\vec{j} + 19,6\vec{k} \rightarrow f = 20,2N$

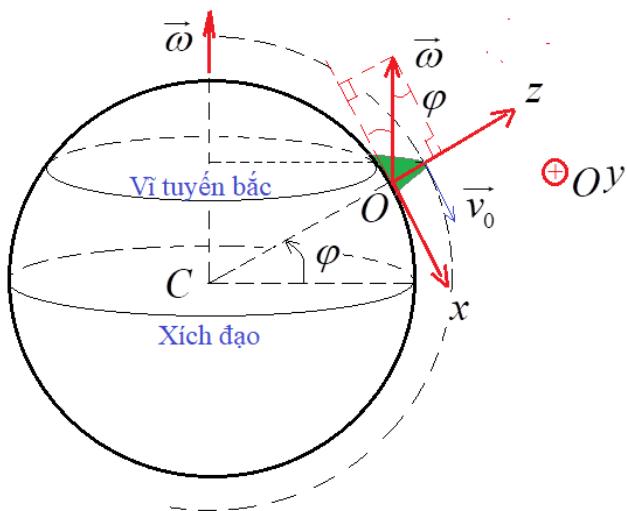
Bài 12. a. Lực quán tính tác dụng lên đạn khi mới vừa bắn $\vec{F}_{qtC} = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}_0) = -2m\omega v_0 \sin\varphi \vec{e}_y$

Vậy $\vec{F}_{qtCoriolis}$ hướng về phía tây

b. Phương trình chuyển động của một vật rơi trong hệ K':

Ta có $\vec{\omega} = (-\omega \cos\varphi \vec{i} + \omega \sin\varphi \vec{k})$

Lực Coriolis $\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \wedge \vec{v}) = -2m [(-\omega \cos\varphi \vec{i} + \omega \sin\varphi \vec{k}) \wedge (x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k})]$



$$\vec{F}_c = -2m\omega [(-\cos\varphi y' \vec{k} + \cos\varphi z' \vec{j}) + (x' \sin\varphi \vec{j} - y' \sin\varphi \vec{i})]$$

$$\vec{F}_c = 2m\omega [y' \sin\varphi \vec{i} - (\cos\varphi z' + x' \sin\varphi) \vec{j} + \cos\varphi y' \vec{k}]$$

Theo định luật II:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_c + \vec{F}_{qilt} \quad (m\vec{g} = \vec{F}_{hd} + \vec{F}_{qilt})$$

$$m\vec{a}' = \vec{P} + \vec{F}_c = \vec{m}\vec{g} + \vec{F}_c = -mg\vec{k} + \vec{F}_c$$

$$\Rightarrow m\vec{a} = -mg\vec{k} + 2m\omega [y' \sin\varphi \vec{i} - (\cos\varphi z' + x' \sin\varphi) \vec{j} + \cos\varphi y' \vec{k}]$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\Leftrightarrow \vec{a} = 2\omega \left[y' \sin \varphi \vec{i} - (\cos \varphi z' + x' \sin \varphi) \vec{j} \right] + (2\omega \cos \varphi y' - g) \vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} = 2\omega y' \sin \varphi \vec{i} - 2\omega (\cos \varphi z' + x' \sin \varphi) \vec{j} + (2\omega \cos \varphi y' - g) \vec{k}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = 2\omega y' \sin \varphi \\ y'' = -2\omega (\cos \varphi z' + x' \sin \varphi) \\ z'' = (2\omega \cos \varphi y' - g) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x(0) = 0; x'(0) = v_0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 0 \\ z(0) = h; z'(0) = 0 \end{cases}$$

Từ điều kiện ban đầu

Và kết hợp (1) lấy tích phân hai vế

$$\Rightarrow \begin{cases} x' - v_0 = 2\omega \sin \varphi y \\ y' = -2\omega [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] \\ z' = (2\omega \cos \varphi y - gt) \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào vế phải của (1):

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 \sin \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] \\ y'' = -2\omega [\cos \varphi (2\omega \cos \varphi y - gt) + (v_0 + 2\omega \sin \varphi y) \sin \varphi] \\ z'' = -4\omega^2 \cos \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] - g \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 \sin \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] \\ y'' = [\cos \varphi (-4\omega^2 \cos \varphi y + 2\omega gt) + (-2\omega v_0 - 4\omega^2 \sin \varphi y) \sin \varphi] \\ z'' = -4\omega^2 \cos \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] - g \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 \sin \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] \\ y'' = [(-4\omega^2 \cos^2 \varphi y + 2\omega \cos \varphi gt) + (-2\omega v_0 \sin \varphi - 4\omega^2 \sin^2 \varphi y) \sin \varphi] \\ z'' = -4\omega^2 \cos \varphi [\cos \varphi (z - h) + \sin \varphi x] - g \end{cases} \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỜNG HSG THPT

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = -4\omega^2 \sin \varphi [\cos \varphi(z-h) + \sin \varphi x] \\ y'' = -4\omega^2 y + 2\omega(\cos \varphi g t - v_0 \sin \varphi) \\ z'' = -4\omega^2 \cos \varphi [\cos \varphi(z-h) + \sin \varphi x] - g \end{cases} \quad (3)$$

Từ (3) ta bỏ thành phần vô cùng bé bậc 2 là ω^2

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = 0 \\ y'' = +2\omega(\cos \varphi g t - v_0 \sin \varphi) \\ z'' = -g \end{cases}$$

Nên (3) viết lại (4)

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = v_0 \\ y' = +2\omega(\cos \varphi g \frac{t^2}{2} - v_0 \sin \varphi t) \\ z' = -gt \end{cases}$$
(5)

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \omega(\cos \varphi g \frac{t^3}{3} - v_0 \sin \varphi t^2) \\ z = h - gt^2 \end{cases}$$
(6)

Khi đạn chạm đất, $z=0$. Thay vào (6) ta suy ra được

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ y = \omega \left[\cos \varphi g \frac{(\sqrt{\frac{2h}{g}})^3}{3} - v_0 \sin \varphi (\sqrt{\frac{2h}{g}})^2 \right] \\ z = 0 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ y = \frac{2h\omega}{g} \left[\cos\varphi g \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2h}{g}} - v_0 \sin\varphi \right] \\ z = 0 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6000m \\ y \approx -3,6557m \\ z = 0 \end{cases}$$

Thay số $h=500m$; $v_0=600m/s$; $g=10m/s^2$

CHƯƠNG VI.

CÁC ĐỊNH LUẬT THỨC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

Bài 1.

a. Áp dụng phương trình trạng thái: $\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_o V_o}{T_o} \Rightarrow T_B = \frac{1.25,6}{1.22,4} 273 = 312K$

Từ hình vẽ: $\frac{3 - p_C}{3} = \frac{25,6}{102,4} \Rightarrow p_C = 2,25atm$

Cũng từ hình vẽ: $\frac{102,4 - V_A}{102,4} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_A = \frac{1024}{15} \ell \approx 68,3\ell$

Áp dụng định luật Sác-lơ [B \rightarrow C]: $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_C}{T_C} \Rightarrow T_C = \frac{p_C}{p_B} T_B = 702K$

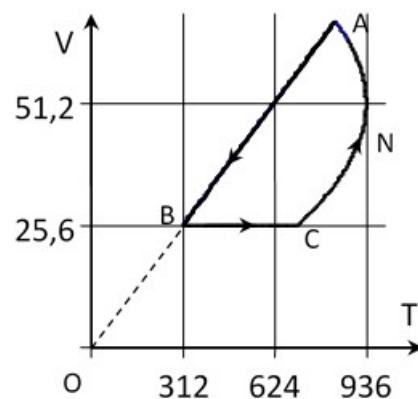
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định luật Gay-luy-sac [A \rightarrow B]:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_C}{T_C} \Rightarrow T_A = \frac{V_A}{V_B} T_B = 832K$$

b. AB là đường thẳng đi qua gốc toạ độ

BC là đường thẳng song song với OT



CNA là parabol:

Định N của parabol được xác định:

Từ đồ thị của bài ra: quá trình (3) – (1)

được biểu diễn theo phương trình

$$p = p_M - \frac{p_M}{V_M} V \Rightarrow pV = \frac{p_M}{V_M} (V_M - V) \cdot V \leq \frac{p_M V_M}{4}$$

dấu bằng khi $V = V_M/2$ (với $p_M = 3atm$, $V_M = 102,4l$)

áp dụng phương trình trạng thái

$$pV = RT \Rightarrow T_{max} = 936K \Rightarrow T_M = 936K.$$

Bài 2.

Trạng thái 1 của mỗi lượng khí ở hai bên cột thuỷ ngân (ống nằm ngang)

$$p_1 V_1 = \left(\frac{L-h}{2} \right) S T_1 \quad : \text{Trạng thái 2 (ống đứng thẳng)}.$$

$$+ \text{Đối với lượng khí ở trên cột thuỷ ngân: } p_2; V_2 = \left(\frac{L-h}{2} + l \right) S; T_2 = T_1$$

$$+ \text{Đối với lượng khí ở dưới cột thuỷ ngân: } p'_2; V'_2 = \left(\frac{L-h}{2} - l \right) S; T'_2 = T_1$$

Áp suất khí ở phần dưới bằng áp suất khí ở phần trên cộng với áp suất do cột thuỷ ngân gây ra.
Do đó đối với khí ở phần dưới, ta có:

$$p'_2 = p_2 + h; V'_2 = \left(\frac{L-h}{2} - l \right) S; T'_2 = T_1$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng ĐL Bôilơ–Marítot cho từng lượng khí. Ta có:

$$+ \text{Đối với khí ở trên: } p_1 \frac{(L-h)S}{2} = p_2 \frac{(L-h+2l)S}{2} \Rightarrow p_1(L-h) = p_2(L-h+2l) \quad (1)$$

$$+ \text{Đối với khí ở dưới: } p_1 \frac{(L-h)S}{2} = (p_2+h) \frac{(L-h-2l)S}{2} \Rightarrow p_1(L-h) = (p_2+h)(L-h-2l) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) \& (2): } p_2 = \frac{h(L-h-2l)}{4l}$$

Thay giá trị P_2 vào (1) ta được:

$$p_1 = \frac{h[(L-h)^2 - 4l^2]}{4l(L-h)} = \frac{20[(100-20)^2 - 4.10^2]}{4.10(100-20)} = 37.5 \text{ cmHg}$$

$$p_1 = \rho g H = 1,36 \cdot 10^4 \cdot 9,8 \cdot 0,375 = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Bài 3. Trước khi nút bật ra, thể tích khí trong chai không đổi và quá trình đun nóng là quá trình đึng tích. Tại thời điểm nút bật ra, áp lực không khí trong chai tác dụng lên nút phải lớn hơn áp lực của khí quyển và lực ma sát:

$$p_2 S > F_{ms} + p_1 S$$

$$\text{Do đó: } p_2 > \frac{F_{ms}}{S} + p_1$$

Vì quá trình là đึng tích nên:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{p_1} \left(\frac{F_{ms}}{S} + p_1 \right) \Rightarrow T_2 = \frac{270}{9,8 \cdot 10^4} \left(\frac{12}{2,5 \cdot 10^{-4}} + 9,8 \cdot 10^4 \right) \approx 402 \text{ K}$$

Phải đun nóng tới nhiệt độ ít nhất là $T_2 = 402 \text{ K}$ hoặc: $t_2 = 129^\circ\text{C}$.

Bài 4. Lượng khí bơm vào trong mỗi giây: 3,3g.

Sau t giây khối lượng khí trong bình là:

$$m = \rho \Delta V t = \rho V. \text{ Với } \rho \text{ là khối lượng riêng của khí.}$$

ΔV là thể tích khí bơm vào sau mỗi giây.

V là thể tích khí bơm vào sau t giây.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (1) \quad \text{với} \quad V = \frac{m}{\rho} \quad \text{và} \quad V_0 = \frac{m}{\rho_0}$$

$$\rho = \frac{p T_0 \rho_0}{p_0 T}$$

thay V và V₀ vào (1) ta được:

Lượng khí bơm vào sau mỗi giây là:

$$x = \frac{m}{t} = \frac{V \rho}{t} = \frac{V}{t} \cdot \frac{p T_0 \rho_0}{p_0 T} = \frac{5.765.273.1,29}{1800.760.297} = 0,0033 \text{ kg/s} = 3,3 \text{ g/s.}$$

Bài 5. $\Delta V = 1,6 \text{ m}^3$; $m' = 204,84 \text{ kg}$

Lượng không khí trong phòng ở trạng thái ban đầu (điều kiện chuẩn)

$$p_0 = 76 \text{ cmHg}; V_0 = 5.8.4 = 160 \text{ m}^3; T_0 = 273 \text{ K}$$

Lượng không khí trong phòng ở trạng thái 2:

$$p_2 = 78 \text{ cmHg}; V_2; T_2 = 283 \text{ K}$$

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_0 V_0 T_2}{T_0 p_2} = \frac{76.160.283}{273.78} \approx 161,60 \text{ m}^3$$

Ta có:

$$\text{Thể tích không khí thoát ra khỏi phòng: } \Delta V = V_2 - V_0 = 161,6 - 160 = 1,6 \text{ m}^3$$

Thể tích không khí thoát ra khỏi phòng tính ở điều kiện chuẩn là:

$$\frac{p_0 \Delta V_0}{T_0} = \frac{p_2 \Delta V}{T_2} \Rightarrow \Delta V_0 = \frac{\Delta V p_2 T_0}{T_2 p_0} = \frac{1,6.78.273}{283.76} \approx 1,58 \text{ m}^3$$

Khối lượng không khí còn lại trong phòng:

$$m' = m - \Delta m = V_0 \rho_0 - \Delta V_0 \rho_0 = \rho_0 (V_0 - \Delta V_0) \approx 204,84 \text{ kg}$$

Bài 6. $\Delta T = 41,4 \text{ K}$; $p \approx 2,14 \text{ atm}$.

Đối với phần khí bị nung nóng:

$$+ \text{Trạng thái đầu: } p_1; V_1 = lS; T_1 \quad (1)$$

$$+ \text{Trạng thái cuối: } p_2; V_2 = (l + \Delta l)S; T_2 \quad (2)$$

Đối với phần khí không bị nung nóng:

$$+ \text{Trạng thái đầu: } p_1; V_1 = lS; T_1 \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Trạng thái cuối: $p_2' ; V_2' = (l - \Delta l)S ; T_2' = T_1$ (3)

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_2'V_2'}{T_1}$$

Ta có:

Vì pittông ở trạng thái cân bằng nên: $p_2' = p_2$. Do đó:

$$\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_2V_2'}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2(l + \Delta l)S}{T_2} = \frac{p_2(l - \Delta l)S}{T_1} \Rightarrow T_2 = \frac{l + \Delta l}{l - \Delta l} T_1$$

Vậy phải đun nóng khí ở một bên lên thêm ΔT độ:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{l + \Delta l}{l - \Delta l} T_1 - T_1 = \frac{2\Delta l}{l - \Delta l} T_1 = \frac{2,0,02}{0,3 - 0,02} 290 = 41,4K$$

$$\text{Vì } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \text{ nên: } p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{T_1V_2} = \frac{p_1lS(T_1 + \Delta T)}{T_1(l + \Delta l)S} = \frac{p_1l(T_1 + \Delta T)}{T_1(l + \Delta l)} = \frac{2,0,3(290 + 41)}{290(0,3 + 0,02)} \approx 2,14atm$$

Bài 6. Kí hiệu P_1 và P_2 là các áp suất ứng với nhiệt độ T_1 và T_2 ; Δl là độ co ban đầu của lò xo, áp dụng điều kiện cân bằng của piston ta luôn có:

$$k.\Delta l = p_1S ; k.(\Delta l + L) = p_2S \Rightarrow k.L = (p_2 - p_1)S ; (1) ;$$

Vì thể tích của xilanh không đáng kể so với thể tích V của bình nên có thể

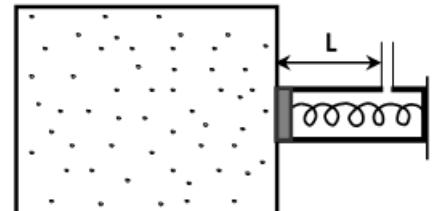
coi thể tích của khối khí không đổi và bằng V

áp dụng phương trình trạng thái ta luôn có:

$$\frac{P_1V}{T_1} = R ; \Rightarrow ; P_1.V = RT_1 .$$

$$\frac{P_2V}{T_2} = R ; \Rightarrow ; P_2.V = RT_2$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \frac{R}{V}(T_2 - T_1) \quad (2)$$



Hình 2

$$\begin{cases} P_2 - P_1 = \frac{R}{V}(T_2 - T_1) \\ kL = (P_2 - P_1)S \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$T_2 = T_1 + \frac{kLV}{RS}$$

Như vậy khí thoát ra ngoài khi nhiệt độ của khí lên đến:

Bài 7.

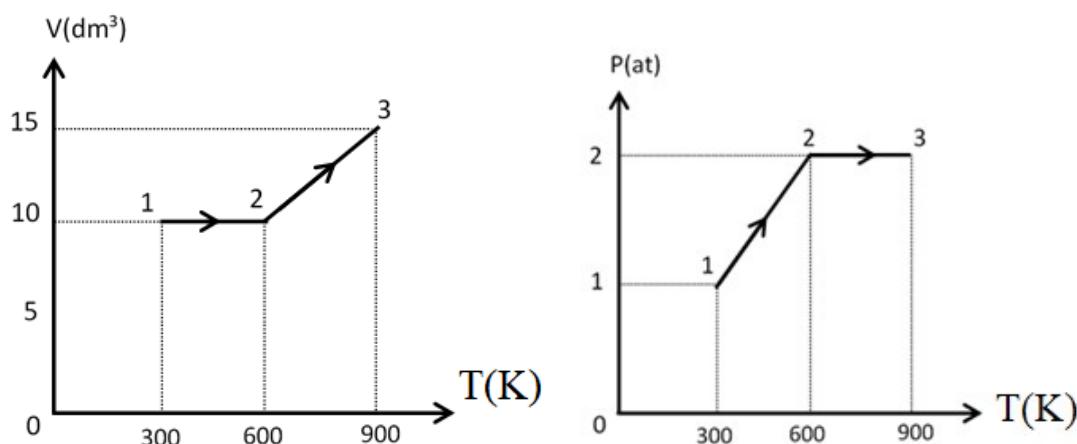
1/+ Quá trình 1 đến 2 là qt đẳng tích ($V_1 = V_2 = 10\text{dm}^3$), áp suất tăng từ $P_1 = 1\text{at}$ đến $P_2 = 2\text{at}$

+ Quá trình 2 đến 3 là qt đẳng áp ($P_1 = P_2 = 2\text{at}$), thể tích tăng từ $V_2 = 10\text{dm}^3$ đến $V_3 = 15\text{dm}^3$

$$2/ + \text{Ta có } T_3 = \frac{P_3V_3}{P_1V_1}T_1 = 900K$$

$$3/ + \text{Quá trình đẳng tích (1-2) ta có: } T_2 = \frac{P_2}{P_1}T_1 = 600K$$

+ Đồ thị: (mỗi đồ thị cho 0,5 điểm)



Bài 8. Khối lượng của vật là m_1 , của pit - tông là m_2 ($m_1 = m_2 = m$)

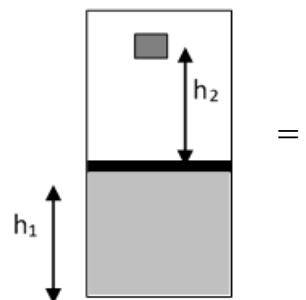
Vận tốc của vật ngay sau khi va chạm được xác định từ các phương trình: $m_1 \cdot gh_2 = m_1 \cdot v^2/2$;(1)

$$m_1v = (m_1+m_2)v_1 \quad (2)$$

Dịnh luật bảo toàn năng lượng của hệ sau va chạm và và khi có cân

bằng mới: $\frac{3}{2}nRT_1 + (m_1+m_2)\frac{v_1^2}{2} + (m_1+m_2)h_1 = \frac{3}{2}nRT_2 + (m_1+m_2)h \quad (3) \quad (h = h_1)$

Lại có $p_1S = m_1g$, (4) $nRT_1 = p_1Sh_1$ (5)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$p_2 \cdot S = (m_1 + m_2)g, (6) \quad nRT_2 = p_2Sh \quad (7)$$

Từ các phương trình trên thay vào phương trình (3) giải ra: $h_2 = 3h_1$. Vậy độ cao của vật bằng 4 lần độ cao của pit-tông.

Bài 9. Áp dụng phương trình Clapayron Mendeleev cho bình chứa m (g) khí lúc đầu và lúc sau :

$$p_1V = \frac{m}{\mu}RT_1 \quad (1)$$

$$p_2V = \frac{m}{\mu}RT_2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{m_2 T_2 - m_1 T_1}{m_1 T_1} = \frac{m_2(T_1 + \Delta T) - m_1 T_1}{m_1 T_1} \quad (3)$$

Độ giảm áp suất theo độ giảm nhiệt độ:

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} + \frac{m_2}{m_1} \frac{\Delta T}{T_1} \quad (4)$$

$$\text{Theo giả thiết: } \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}; \quad \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \quad (5)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{3}{10} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} + \frac{1}{5} \cdot \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{7}{8}m_1 \quad (6)$$

Do đó khối lượng khí Helium thoát ra khỏi bình:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{m_1}{8} = \frac{360}{8} = 45 \text{ gam} \quad (7)$$

Số nguyên tử He đã thoát ra : (với $\text{He} = 4$ và số Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$)

$$N = \frac{\Delta m}{4} N_A = \frac{45}{4} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 67,76 \cdot 10^{23} \text{ nguyên tử} \quad (8) \quad 0,50 \text{ đ}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Bài 10. Phương trình trạng thái: $\Rightarrow V_1 = 161,608 m^3$

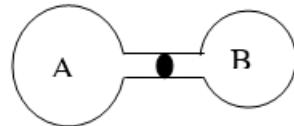
Thể tích khí ra khỏi phòng $\Delta V = V_1 - V_0 = 1,608 m^3$

Thể tích khí ra khỏi phòng ở đk chuẩn $\Delta V_0 = 1,592 m^3$.

Khối lượng khí còn lại $m = 204,3463 kg$.

Bài 11. Thể tích ống nối: $Sx l = 6 (cm^3)$

$$V_1 = 403 cm^3, V_2 = 203 cm^3$$



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 (V_1 + \Delta V)}{T_1 + 1} \quad (1)$$

Quá trình biến đổi (1):

$$\frac{P_1 V_2}{T_1} = \frac{P_2 (V_2 - \Delta V)}{T_1 - 3} \quad (2)$$

Quá trình biến đổi (2):

$$(1) \text{ và } (2) \rightarrow \Delta V = 1,98 cm^3$$

$$x = \frac{\Delta V}{S} = 9,9 cm$$

$$v = \frac{p_0 (V_1 + V_2 + V_3)}{RT_0} = \frac{6p_0 V}{RT_0}$$

Bài 12. Số mol khí có trong cả 3 bình là

Sau khi biến đổi, áp suất trong các bình là như nhau và số mol khí trong mỗi bình là:

$$v_1 = \frac{pV_1}{RT_1} = \frac{2pV}{RT_0}; v_2 = \frac{pV_2}{RT_2} = \frac{2pV}{1,5RT_0}; v_3 = \frac{pV_3}{RT_3} = \frac{3pV}{2RT_0}$$

$$\text{Mà } v = v_1 + v_2 + v_3 \rightarrow p = \frac{36}{29} p_0$$

$$p = 1225,2414 N/m^2$$

Bài 13. Gọi m là khối lượng bình rỗng; m_1 và m_2 là khối lượng khí O_2 trong bình lúc đầu và lúc sau.

$$* \text{ Ta có: } m_1 = M_1 - m \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$m_2 = M_2 - m \quad (2)$$

* Theo phương trình C - M:

$$p \cdot V = \frac{m}{\mu} R \cdot T$$

, ta có :

$$\frac{p_2}{m_2 \cdot T_2} = \frac{p_2}{m_2 \cdot T_2} = \frac{R}{\mu \cdot V} \quad (3) \quad (V \text{ là thể tích của bình})$$

* Từ (1), (2), (3) ta có: $m_2 = 0,585 \text{ (kg)}$

$$V = V_b = \frac{R \cdot T_2 \cdot m_2}{\mu \cdot p_2}$$

* Thể tích bình (bằng thể tích khí):

* Thay số: $V = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} = 8,5 \text{ (lít)}$

Bài 14. Khi miệng ống ở dưới, không khí trong ống có

thể tích $V_1 = Sl_1$, áp suất $P_1 = (P_o - h) \text{ mmHg}$.

Khi miệng ống ở trên, không khí trong ống có

thể tích $V_2 = Sl_2$, áp suất $P_2 = (P_o + h) \text{ mmHg}$.

Quá trình đẳng nhiệt: $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$Sl_1(P_o - h) = Sl_2(P_o + h)$$

$$\rightarrow P_o = 743 \text{ mmHg}$$

Khi ống nằm ngang, không khí trong ống có thể tích $V_o = Sl_o$, áp suất P_o .

Quá trình đẳng nhiệt: $P_1 V_1 = P_o V_o$

$$Sl_o P_o = Sl_1 (P_o - h) \rightarrow l_o = 137 \text{ mm}$$

Bài 15. 1) Theo bài ra ta vẽ được đồ thị như 2 hình dưới đây

2) Từ (1) đến (2) là quá trình đẳng nhiệt nên ta có:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{Với } p_1 = p_2$$

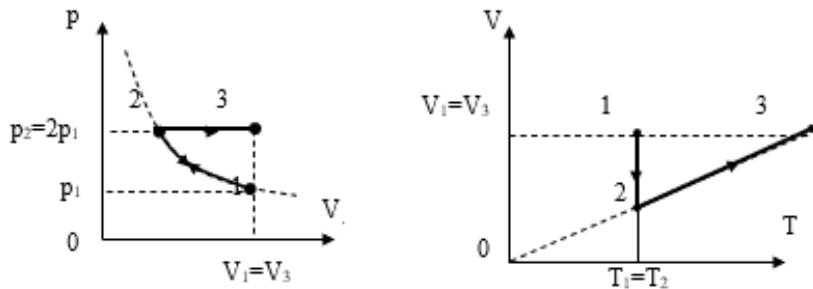
$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = \frac{V_1}{V_2} T_2$$

Từ (2) đến (3) là quá trình giãn đẳng áp nên ta có: $V_1 = V_3$ và:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

p_2

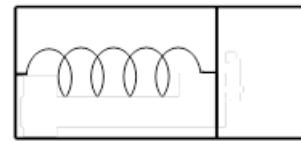
Kết hợp (a) và (b) ta có: $T_3 = \frac{p_1}{p_2} T_2 = 2.300 = 600\text{K}$



Bài 16. Gọi S là diện tích mặt pít tông; L_1, L_2 là chiều dài của lò xo, p_0 là áp suất của khí quyển; F_1, F_2 là lực đàn hồi tương ứng của lò xo.

Ở trạng thái ban đầu:

$$p_1 = p_0 + \frac{F_1}{S} = 1,2p_0 ; V_1 = S.L_1 ; T_1 = 300\text{K}.$$



$$\text{Ở trạng thái cuối: } p_2 = p_0 + \frac{F_2}{S} ; V_2 = S.L_2 ; T_2 = 396\text{K}.$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Vì khối lượng khí không đổi nên ta có:

Thay số vào ta được $p_2 = 1,1p_1 = 1,32p_0$.

Vì áp suất do lực đàn hồi sinh ra cân bằng với độ chênh áp suất trong bình khí nén :

$$\frac{k \cdot \Delta L_1}{S} = p_1 - p_0 = 0,2p_0 \quad (1)$$

$$\text{và } \frac{k \cdot \Delta L_2}{S} = p_2 - p_0 = 0,32p_0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta được $\Delta L_2 = 1,6 \Delta L_1 \rightarrow L_2 - L_0 = 1,6(L_1 - L_0)$.

Vậy độ dài tự nhiên của lò xo là: $L_0 = 20\text{cm}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Bài 17. Khi pít tông cân bằng ta có : $p_1 + p = p_2 \quad (1)$

với p_1, p_2 là áp suất của khí ở trên và dưới pít tông, p là áp suất do pít tông gây ra. Vì khối lượng và nhiệt độ của khí ở trên và dưới pít tông như nhau, ta có :

$$p_1 \cdot 3V_0 = p_2 \cdot V_0 \rightarrow 3p_1 = p_2 \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta thấy : $p = p_2 - p_1 = 2p_1$.

Gọi áp suất của khí ở trên và dưới pít tông khi nhiệt độ tăng lên $2T$ là p_3 và p_4 , ta vẫn có : khi pít tông cân bằng thì $p_4 = p_3 + 2p_1$, khi đó thể tích khí ở ngăn trên là V_1 , thể tích khí ở ngăn dưới là V_2 . Áp dụng phương trình trạng thái cho khí ở ngăn trên và dưới, ta được :

$$\frac{p_1 \cdot 3V_0}{T} = \frac{p_3 \cdot V_1}{2T} = \frac{(p_3 + 2p_1) \cdot V_2}{2T} \rightarrow V_1 = \frac{6p_1V_0}{p_3}; V_2 = \frac{6p_1V_0}{p_3 + 2p_1}$$

$$\rightarrow 6p_1V_0 \left(\frac{1}{p_3} + \frac{1}{p_3 + 2p_1} \right) = 4V_0 \rightarrow p_3^2 - p_1 \cdot p_3 - 3p_1 = 0$$

Mà $V_1 + V_2 = 4V_0$

Giải phương trình trên ta được :

$$p_3 = \frac{1}{2}(p_1 + \sqrt{13}p_1) \approx 2,3p_1 \quad (\text{loại nghiệm âm}).$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_3 + 2p_1}{p_3} \approx 1,87$$

Như vậy :

Bài 18. Ban đầu trạng thái của 2 khối khí hoàn toàn giống nhau

$$\frac{pV}{T} = \frac{p' \frac{3}{4}V}{T_1}$$

Xét khối lượng khí trong ngăn bên trái: $\frac{p' \frac{3}{4}V}{T_1} \quad (1)$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Xét khối lượng khí trong ngăn bên phải:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p' \frac{5}{4}V}{T_2} \quad (2).$$

$$T_2 = \frac{5}{3} T_1 = 500K$$

Từ (1) và (2) ta có:

Bài 19. a. Để xác định áp suất của khí ta dựa vào phương trình trạng thái :

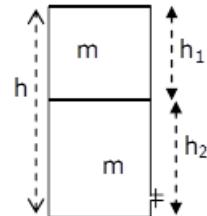
$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} R T_1 \\ p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} R T_2 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

(Vì $T_1 = T_2$).

Mà $V_1 = 0,4Sh$; $V_2 = 0,6Sh$ và $m_2 = 2m_1$ nên $p_1 = 0,75.p_2$

Khi pít tông cân bằng thì $p_1 + \frac{mg}{S} = p_2 \rightarrow 0,75p_2 + 500 = p_2$

Vậy $p_2 = 2000Pa$ và $p_1 = 1500Pa$.



b. Khi pít tông nằm cách đều 2 đáy của xi-lanh thì :

$$\left. \begin{array}{l} p_1' V_1' = \frac{m_1}{\mu} R T_1 \\ p_2' V_2' = \frac{m_2'}{\mu} R T_2' \end{array} \right\} \rightarrow \frac{p_1'}{p_2'} = \frac{m_1}{m_2'} \cdot \frac{T_1}{T_2'} \rightarrow m_2' = \frac{m_1 T_1 \cdot p_2'}{p_1' T_2'} \quad (1)$$

Đối với khối khí ở trên pít tông do nhiệt độ không đổi nên:

$$p_1 V_1 = p_1' V_1' \rightarrow p_1' = \frac{p_1 V_1}{V_1'} = \frac{1500 \cdot 0,4Sh}{0,5Sh} = 1200(Pa)$$

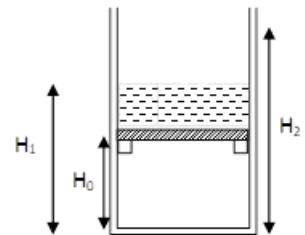
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$p'_1 + \frac{mg}{S} = p'_2 = 1200 + 500 = 1700(Pa).$$

Thay vào (1) ta được:

$$m'_2 = \frac{85}{62} m_1 \rightarrow \Delta m_2 = m_2 - m'_2 = 2m_1 - \frac{85}{62} m_1 = \frac{39}{62} m_1$$

Bài 20. Trong bình, trạng thái biến đổi của khối khí có thể phân thành 3 quá trình : biến đổi
đẳng tích → biến đổi đẳng áp → biến đổi đẳng nhiệt. Vì trạng thái ban đầu của khối khí có áp
suất bằng áp suất khí quyển p_0 , cuối cùng sau khi lấy hết cát ra, khối khí
cũng có áp suất bằng p_0 , cho nên có thể xem toàn bộ quá trình biến đổi
tương đương với một quá trình biến đổi đẳng áp



Áp dụng định luật Gay-Luytxac, ta có :

$$\frac{H_0 S}{T_1} = \frac{H_2 S}{T_2} \rightarrow \frac{H_0}{T_1} = \frac{H_2}{T_2} \rightarrow T_1 = \frac{H_0 T_2}{H_2} \quad (1).$$

Xét quá trình biến đổi của khối khí từ khi pít tông bắt đầu rời khỏi vành đõi đến khi pít tông
lên đến độ cao H_1 , khối khí biến đổi đẳng áp, nên ta có :

$$\frac{H_0 S}{T_1 + \Delta T} = \frac{H_1 S}{T_2} \rightarrow \frac{H_0}{T_1 + \Delta T} = \frac{H_1}{T_2} \quad (2).$$

$$T_2 = \frac{H_1 \Delta T}{H_0 \left(1 - \frac{H_1}{H_2} \right)} = \frac{1,5 \cdot 60}{1 - \frac{1,5}{1,8}} = 540K$$

Từ (1) và (2) ta được :

Bài 21. a. Lượng hơi nước trong buồng trước lúc dẫn: $m_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{R T_1} = 1,73 \cdot 10^{-5} (\text{kg})$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$b. \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 268^0\text{K} \Rightarrow t_2 = -5^0\text{C}$$

c. Tại nhiệt độ -5^0C , hơi nước bão hòa, áp suất hơi nước bão hòa ở -5^0C là: $p_2 = 3 \text{ mmHg}$

$$\text{Lượng hơi nước trong buồng sau khi dẫn: } m_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{RT_2} = 0,406 \cdot 10^{-5} \text{ (kg)}$$

Lượng hơi nước đã bị ngưng tụ là: $\Delta m = m_1 - m_2 = 1,324 \cdot 10^{-5} \text{ (kg)} = 13,24 \text{ (mg)}$

Bài 22.

Vì $p_1 = p_3$ nên ta có:

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow T_3 = 100V_3 \quad (1)$$

Đoạn 2-4 có dạng một đoạn thẳng nên có dạng:

$V = a \cdot T + b$ với a, b là các hằng số

+ Khi $V = V_2$, $T = 100$ thì

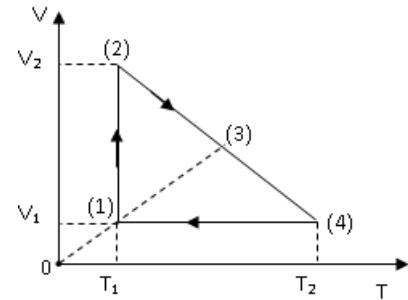
$$V_2 = a \cdot 100 + b \quad (2)$$

+ Khi $V = V_4$, $T = 300$ thì: $V_4 = a \cdot 300 + b \quad (3)$

+ Từ (2) và (3) ta có: $a = -\frac{3}{200}$ và $b = 5,5$

$$+ \text{ Khi } T = T_3; V = V_3 \text{ thì } V_3 = -\frac{3}{200} \cdot 100 \cdot V_3 + 5,5$$

$$\text{Vậy } V_3 = 2,2 \text{ m}^3$$



Bài 23. Khối lượng riêng của không khí khô ở nhiệt độ $t=27^0\text{C}$ là: $\frac{m}{V} = \frac{p_o \mu_1}{RT} = \rho_1$

* Xét không khí ẩm ở nhiệt độ $t=27^0\text{C}$:

+ Vì độ ẩm tương đối là f nên KLR của nó là: $\rho' = f \rho_o$

+ Gọi áp suất riêng phần của hơi nước là p_2 thì: $\rho' = \frac{p_2 \mu_2}{RT} = f \rho_o \Rightarrow p_2 = \frac{f \rho_o R T}{\mu_2}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

+ Gọi p_1 là áp suất riêng phần của không khí khô: $p_0 = p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 = p_0 - p_2$

⇒ khói lượng riêng của không khí khô trong $1m^3$ không khí ẩm này là:

$$\rho'' = \frac{p_1\mu_1}{RT} = \frac{\mu_1}{RT} \left(p_0 - \frac{f\rho_0 RT}{\mu_2} \right)$$

+ Vậy khói lượng riêng của không khí ẩm là:

$$\rho_2 = \rho' + \rho'' = f\rho_0 + \frac{\mu_1}{RT} \left(p_0 - \frac{f\rho_0 RT}{\mu_2} \right) = \frac{p_0\mu_1}{RT} - \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1 \right) f\rho_0$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - \frac{(\mu_1 - \mu_2).fRT}{\mu_1\mu_2 p_0}$$

+ **Đo đó tỉ số:** $\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 0,987$

Bài 24. a. Khi hai bọt cùng đi lên nắp thùng. Gọi áp suất ở đáy thùng là p_1

+ Thể tích cột nước giảm $2V_0$; Vì thùng kín nên tổng thể tích không đổi do đó thể tích mỗi bọt khí khi ở trên cũng vẫn là V_0 .

+ Do nhiệt độ không đổi nên áp suất khí ở hai bọt cũng không đổi và bằng p_0

+ Vậy áp suất ở đáy thùng là: $p_1 = p_0 + \rho gH = 0,19$ (Mpa)

b. Trường hợp một bọt ở sát nắp thùng, một bọt ở đáy. Gọi áp suất ở đáy thùng là p_2

+ Gọi thể tích bọt ở trên là V' ; thể tích bọt ở dưới là V'' : $V' + V'' = 2V_0$ (1)

+ Lại có: $p_0 V_0 = (p_2 - \rho gH) V'$ (2)

$$p_0 V_0 = p_2 \cdot V'' \quad (3)$$

$$+ Từ (1); (2) và (3) \Rightarrow p_2^2 - (p_0 + \rho gH) \cdot p_2 + \frac{1}{2} p_0 \rho gH = 0$$

$$Vậy: p_2 = \frac{1}{2} (p_0 + \rho gH + \sqrt{p_0^2 + (\rho gH)^2}) = 0,173 \text{ (Mpa)} \quad (\text{n}_0 \text{ ứng với dấu } (-) \text{ bị loại vì dẫn tới áp suất bọt ở nắp sê âm})$$

Bài 25. Nhận xét: Nếu toàn bộ 45g nước hoá hơi hết và chiếm toàn bộ thể tích bình thì áp suất

$$\text{là: } p_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} = \frac{45.8,31.373}{18.0,05} = 154981,5 \text{ (pa)} > 10^5 \text{ (pa)}$$

Như vậy nước không thể bay hơi hết và áp suất ở đầu A: $p_A = 10^5 \text{ pa} = p_B$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow V_B = \frac{m_2 RT}{\mu_2 p} = \frac{32.831.373}{32.10^5} = 0,031 \text{ (m}^3\text{)} = 31 \text{ (l)}$$

* Nếu vách ngăn bị thủng thì trong bình có hỗn hợp O₂ và hơi nước bão hòa. áp suất trong bình:

$$p = p_b + \frac{m_2 RT}{\mu_2 (V_A + V_B)} = \dots = 161992,6 \text{ (pa)}$$

Bài 26 .

1, Nhiệt độ để cột thủy ngân chạm miệng ống thủy tinh:

+ Do cột thủy ngân có chiều cao không đổi, áp suất khí quyển không đổi nên quá trình biến đổi của khí trong ống là quá trình đẳng áp:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{SL}{T_1} = \frac{S(L+\ell)}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{(L+\ell)}{L} T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{(90+10)}{90} 270 = 300K \Rightarrow t_2 = 27^\circ C$$

2. Xác định nhiệt độ t cần thiết để làm thủy ngân tràn hết ra ngoài:

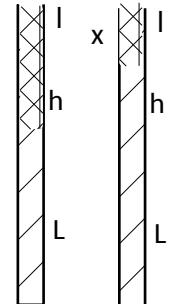
+ Áp dụng phương trình trạng thái cho khói khí ở trạng thái 2 và **trạng thái mà cột thủy ngân được còn lại trong ống một đoạn x:**

$$\frac{(p_0 + x)S(L + \ell + h - x)}{T} = \frac{(p_0 + h)S(L + h + \ell)}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{(75+x)(175-x)}{T} = \frac{(75+75).100}{300} = 50$$

$$\Rightarrow 50T = -x^2 + 100x + 75.175 \Rightarrow 50.T_{max} = 15625 \Rightarrow T_{max} = 312,5K$$

$$\Rightarrow t = 39,5^\circ C.$$



3. Do quá trình diễn biến chậm nên theo Bảo toàn công thì công khói khí đã thực hiện đúng bằng công của trọng lực đưa toàn bộ trọng tâm của khói thuỷ ngân từ độ cao L+0,5h lên đến độ cao L+l+h.

$$A_k = A_p = mg[(L+l+h)-(L+0,5h)] = mg(l+0,5h) = 0,1.10.(0,1+0,5.0,75)=0,475J$$

Bài 27. Khi pít tông đứng yên, áp suất của khí ở hai bên pít tông bằng nhau. Áp dụng phương trình trạng thái cho khí trong mỗi phần của xi lanh ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV_1}{T_1}$$

Phần bị nung nóng: $\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV_2}{T_2}$

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV_2}{T_2}$$

Phần bị làm lạnh: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Gọi khoảng dịch chuyển của pít tông là x ta có:

$$\frac{l_0 + x}{T_1} = \frac{l_0 - x}{T_2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{l_0(T_1 - T_2)}{T_1 + T_2} = \frac{20}{600}.30 = 1\text{cm}$$

Bài 28. Tóm tắt $m = 0,4\text{g}, \mu = 2\text{g/mol}$

- Vậy ta sẽ tìm V_1, V_2, T_3

+ Tìm V_1 : để cho m, P_1, T_1 , ta sử dụng phương trình Clapeyron – Men-de-lé-ép

$$P_1 \cdot V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \text{ với } R=8,31\text{J/K.mol}$$

$$\rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu \cdot P_1} = \frac{0,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^5} = 4,986 \cdot 10^{-3} (\text{m}^3) = 4,986(\text{l})$$

+ Tìm V_2 : Từ TT1 sang TT2 biến đổi đẳng nhiệt, ta sử dụng định luật Bôil - lơ – Ma-ri-ết

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{1}{2} \cdot V_1 = 2,493(\text{l})$$

+ Tìm T_3 : Từ TT2 sang TT3 biến đổi đẳng áp, ta áp dụng định luật Gay-luy-xắc

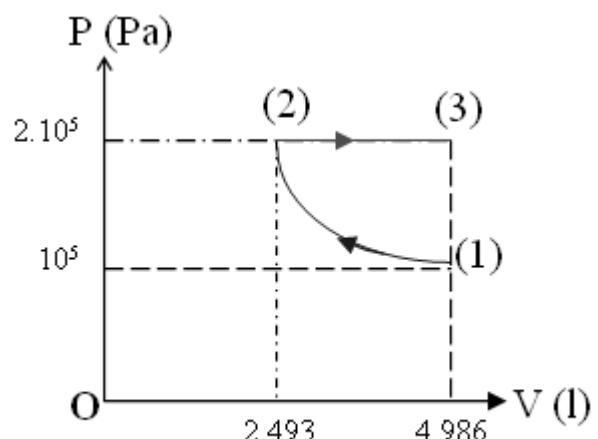
$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \rightarrow T_3 = 2T_2 = 600K$$

+ Vẽ đồ thị trong hệ OPV

- Xác định các điểm $(P_1, V_1), (P_2, V_2), (P_3, V_3)$ (với các giá trị để cho và vừa tìm ra) trên hệ OPV

- Nối điểm (1) và (2) bằng đường hyperbol.

- Nối điểm (2) và (3) là đường thẳng vuông góc với OP



Bài 29 .

Đoạn (1)-(2) có dạng đoạn thẳng nên có dạng: $p=aV+b$

- Khi $V_1=30\text{lít}; p_1=5\text{atm} \Rightarrow 5=a \cdot 30+b$ (a)
- Khi $V_2=10\text{lít}; p_1=15\text{atm} \Rightarrow 15=a \cdot 10+b$ (b)

Từ (a) và (b) $\Rightarrow a=-1/2; b=20$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow pV = -\frac{V^2}{2} + 20V \quad (\text{c})$$

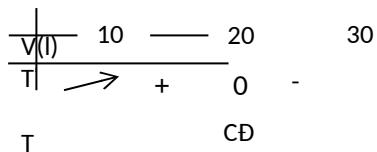
$$\text{Mà: } pV = \frac{m}{\mu} RT = \frac{20RT}{4} = 5RT \quad (\text{d})$$

$$5RT = -\frac{V^2}{2} + 20V \Rightarrow T = -\frac{V^2}{10R} + \frac{4V}{R}$$

Xét hàm $T=f(V)$

$$T' = -\frac{2V}{10R} + \frac{4}{R}$$

Khi $T'=0 \Rightarrow V=20$ lít



$$\Rightarrow T_{\max} = -\frac{20^2}{10 \cdot 0,082} + \frac{4 \cdot 20}{0,082} = 487,8K$$

$\Rightarrow V=20$ lít thì T_{\max}

Bài 30. Xác định độ chênh mực thủy ngân (tìm h_2) :

Chọn mặt $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\ddot{\text{ng}}$ áp như hình vẽ :

Ta có : $p_A = p_B$

$$p_A = p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot (h_1 + h_2)$$

$$p_B = p_a + \gamma_{Hg} \cdot h_2$$

$$\Rightarrow p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot (h_1 + h_2) = p_a + \gamma_{Hg} \cdot h_2$$

$$\Leftrightarrow h_2 (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) = (p_0 - p_a) + \gamma_{H_2O} \cdot h_1$$

Mà $p_0 - p_a = p_d$

$$\text{Vậy: } h_2 = \frac{p_d + \gamma_{H_2O} \cdot h_1}{(\gamma_{H_2O} - \gamma_{Hg})} = \frac{40000 + 9810 \cdot 0,013}{132890 - 98100} = 0,334 \text{ (m)}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

a) Áp suất trong bình khi mực thủy ngân trong hai nhánh bằng nhau :

Ta có : $p_C = p_D$

$$p_C = p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot h$$

$$p_D = p_a$$

$$\Rightarrow p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot h = p_a$$

$$\Leftrightarrow \gamma_{H_2O} \cdot h = p_a - p_0 = p_{ck}$$

$$\Leftrightarrow p_{ck} = \gamma_{H_2O} \cdot h = \gamma_{H_2O} \cdot (h_1 + \frac{1}{2}h_2) = 9810 \cdot (0,13 + \frac{1}{2} \cdot 0,334) = 2913,57 \approx 0,0297 \text{ (at)}$$

Bài 31. a) Tính áp suất p của khí giữa hai pít tông

Ta có: $S_1 - S_2 = \Delta S$ và $m = m_1 + m_2$

Điều kiện cân bằng của hai pít tông là:

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (1) \\ \\ (2) \end{array}$$

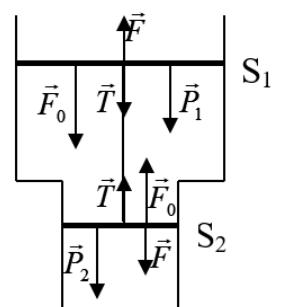
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \\ \\ (3) \\ (4) .. \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow (S_1 - S_2)(p - p_0) = (m_1 + m_2)g = mg$$

$$\Rightarrow p = \frac{mg}{\Delta S} + p_0 \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b) Nhiệt độ cần làm nóng ΔT

- Khi làm nóng khí thì pít tông dịch chuyển lên trên một đoạn l. Muốn pít tông cân bằng ở vị trí này thì $p' = p$ (p' : áp suất chất khí sau khi dịch chuyển pít tông)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Theo phương trình Mendeleev - Clapayron

$$pV = nRT \quad (n = 1)$$

$$p'(V + \Delta V) = R(T + \Delta T)$$

$$\Rightarrow \Delta T = T \frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{R} \Delta V \quad \text{mà } \Delta V = l \Delta S$$

$$\Rightarrow \Delta T = p \frac{\Delta S l}{R} \approx 0,9K$$

Bài 32. a. Các lực tác dụng lên hệ (khí + hai pittong) gồm:

+ Trọng lực: $F_g = (m_1 + m_2)g$

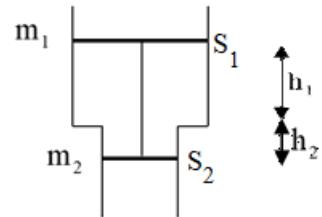
+ Áp lực của không khí lên hai pittong: $F_1 = p_0 S_1$; $F_2 = p_0 S_2$

+ Phản lực của phần thành pittong nằm ngang: $F = p(S_1 - S_2)$

+ Khi trạng thái cân bằng của hệ được thiết lập: $F_g + F_1 = F + F_2$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)g + p_0 S_1 = p_0 S_2 + p(S_1 - S_2)$$

$$\Rightarrow p = p_0 + \frac{m_1 + m_2}{S_1 - S_2} g = \text{const} \quad (1)$$



- Nhận xét: Áp suất khí trong xilanh không đổi vì trạng thái cân bằng được duy trì.

b. Vì áp suất khí trong xilanh không đổi nên khi tăng nhiệt độ, thể tích khí tăng, do đó hệ đi lên một đoạn x. Ta có:

$$\frac{h_1 S_1 + h_2 S_2}{T} = \frac{(h_1 + x)S_1 + (h_2 - x)S_2}{T + \Delta T}$$

$$\Rightarrow (h_1 S_1 + h_2 S_2) \Delta T = T(S_1 - S_2)x \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

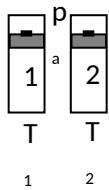
$$\frac{(h_1S_1 + h_2S_2)p}{T} = nR \Rightarrow T = \frac{(h_1S_1 + h_2S_2)p}{nR} \quad (3)$$

$$x = \frac{nR\Delta T}{p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g}$$

Bài 33. a, Áp xuất của khí trong 2 xilanh

Xilanh (1): TT(1): $p_0, V_0, T_0 = (27 + 273) K = 300K$.

TT(2): $p_1 = ?, V_1, T_1 = (77 + 273) K = 350K$.



$$\text{PTTT: } \frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{p_1V_1}{T_1} \quad (1)$$

Xilanh (2): TT(1): $p_0, V_0, T_0 = (27 + 273) K = 300K$.

TT(2): $p_2 = ?, V_2, T_2 = (0 + 273) K = 273K$.

$$\text{PTTT: } \frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad (2)$$

Pít-tông cân bằng ở cả hai trạng thái ta có:

$$2p_0 = 2p_a \Rightarrow p_0 = p_a; 2p_0 = p_1 + p_2; V_1 = V_2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) } \Rightarrow p_1 = \frac{2T_1}{T_1 + T_2} p_a = 1,1236 \cdot 10^5 Pa;$$

$$p_2 = \frac{2T_2}{T_1 + T_2} p_a = 0,8764 \cdot 10^5 Pa$$

$$\text{b, Sự thay đổi thể tích tương đối của khí trong mỗi xilanh: } x = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) và (4) } \Rightarrow x = \frac{T_1 + T_2 - 2T_0}{2T_0} = 0,03833$$

Bài 34. Gọi: - V_1, p_1 là thể tích và áp suất nửa trên xi lanh; V_2, p_2 là thể tích và áp suất của nửa dưới xi lanh ở trạng thái có nhiệt độ tuyệt đối T .

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- V^1, p^1, V^2, p^2 là các đại lượng tương ứng của hai nửa xi lanh khi ở nhiệt độ T' . (với $x = \frac{V^1}{V^2}$ là đại lượng cần tìm)

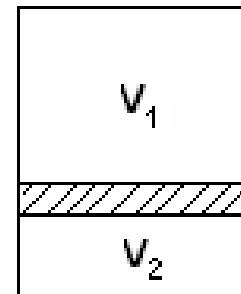
- Ta lập được các phương trình sau đây:

$$p^2 - p^1 = p^2' - p^1' = \text{áp suất do trọng lượng tạo ra} \quad (1)$$

$$V^1 + V^2 = V^1' + V^2' \quad (2)$$

$$p^1 V^1 = p^2 V^2 = RT \quad (3)$$

$$p^1' V^1' = p^2' V^2' = RT' \quad (4)$$



Từ (3) và (4) cho ta: $\frac{p_2}{p_1} = n; \frac{p_2'}{p_1'} = x.$

$$\text{Từ (1)} \rightarrow p^1(n-1) = p^1(x-1) \quad (5)$$

$$\text{Từ (2)} \rightarrow V^1(1 + \frac{1}{n}) = V^1(1 + \frac{1}{x}) \quad (6)$$

Nhân (5) với (6) vế theo vế và sử dụng phương trình (3) và (4) ta có:

$$T \left(\frac{n^2 - 1}{n} \right) = T' \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right)$$

$$\text{Đặt } a = \frac{T}{T'} \left(\frac{n^2 - 1}{n} \right) \text{ ta có phương trình: } x^2 - ax - 1 = 0$$

$$\text{Nghiệm phương trình trên cho ta: } x = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}$$

$$\text{Thay số ta có: } a = \frac{T}{T'} \left(\frac{n^2 - 1}{n} \right) = 0,75 \Rightarrow x = \frac{0,75 + \sqrt{0,75^2 + 4}}{2} = 1,44.$$

Bài 35. Gọi áp suất gây bởi pittông là $P_0 = P/S$

$$\text{Ta có: } P_1 + P_0 = P_2 = 2P_1 \rightarrow P_0 = P_1$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = 2P_1 V_2 \rightarrow V_1 = 2V_2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Gọi thể bình là V, ta có: $V_1 = 2V/3$; $V_2 = V/3$; $V_1' = V_2' = V/2$

Với ngăn trên: $P_1 V_1 = P_1' V_1' \rightarrow P_1' = 4P_1/3$

Với ngăn dưới: $P_2 V_2 / T_1 = P_2' V_2' / T_2 \rightarrow T_2 = 3P_2' T_1 / 2P_2$

Do $P_2' = P_1' + P_0 = 7P_1/3$

Suy ra: $T_2 = 700K$

Bài 36. Khi K mở, toàn bộ lượng khí chuyển qua xi lanh 2.

Kí hiệu: H_0 – độ cao cột khí trong bình 1 khi K chưa mở;

H và T – độ cao và nhiệt độ cột khí trong xi lanh 2 khi K mở và khí đã cân bằng.

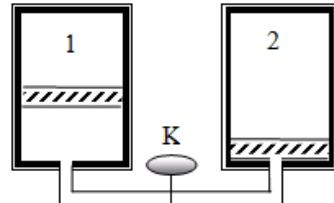
Áp dụng nguyên lí thứ nhất nhiệt động lực học có:

$$\frac{3}{2}vR(T - T_0) = MgH_0 - mgH + \frac{\nu\mu g}{2}(H_0 - H)$$

Trước khi K mở, ở xi lanh 1:

$$P_0 = \frac{Mg}{S}; V_0 = H_0 S \Rightarrow MgH_0 = vRT_0 \Rightarrow gH_0 = \frac{\nu}{M} RT_0$$

Sau khi K mở và khí đã cân bằng, ở xi lanh 2: $gH = \frac{\nu}{m} RT$



Vậy: $\frac{3}{2}vR(T - T_0) = vR(T_0 - T) + \frac{\nu\mu}{2}(\frac{\nu}{M} RT_0 - \frac{\nu}{m} RT)$

$$T = T_0 \frac{1 + \frac{\nu\mu}{5M}}{1 + \frac{2\nu\mu}{5M}} = 0,98T_0$$

Hay:

Bài 37. Lượng khí ở 2 phần xylyanh là như nhau nên:

$$\frac{m}{\mu} \cdot R = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_1} = \frac{P_1' V_1'}{T_1} = \frac{P_2' V_2'}{T_2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Vì $V_1 = nV_2$ nên $P_2 = nP_1$

Theo giả thiết: $V'_1 = V'_2 / n$, suy ra:

$$\frac{T_2}{T_1} = n \frac{P'_2}{P'_1} \quad (1)$$

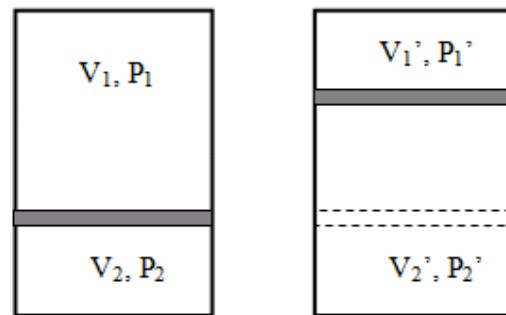
Để tính $\frac{P'_2}{P'_1}$ ta dựa vào các nhận xét sau:

Hiệu áp lực hai phần khí lên pittông bằng trọng lượng Mg của pittông:

$$(P'_2 - P'_1)S = Mg = (P_2 - P_1)S$$

$$P'_2 - P'_1 = P_2 - P_1 = (n-1)P_1$$

$$P'_2 = P'_1 + (n-1)P_1 \quad (2)$$



Từ phương trình trạng thái của khí lí tưởng ở phần trên của pittông:

$$P_1 V_1 = P'_1 V'_1 \rightarrow P_1 = P'_1 \cdot \frac{V'_1}{V_1}$$

Thay vào (2), ta suy ra:

$$\frac{P'_2}{P'_1} = 1 + (n-1) \frac{V'_1}{V_1} \quad (3)$$

Để tìm $\frac{V'_1}{V_1}$ ta chú ý là tổng thể tích 2 phần khí là không đổi:

$$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2$$

$$V_1 + \frac{V_1}{n} = V'_1 + nV'_1 \Rightarrow \frac{V'_1}{V_1} = \frac{1}{n}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + (n - 1) \frac{1}{n} = \frac{2n - 1}{n}$$

Thay vào (3) ta được:

$$\frac{T_2}{T_1} = n \frac{P_2}{P_1} = 2n - 1 = 3$$

Thay vào (1) ta có kết quả:

Bài 38. Vì áp suất bên trong và bên ngoài là bằng nhau nên ban đầu lò xo không biến dạng

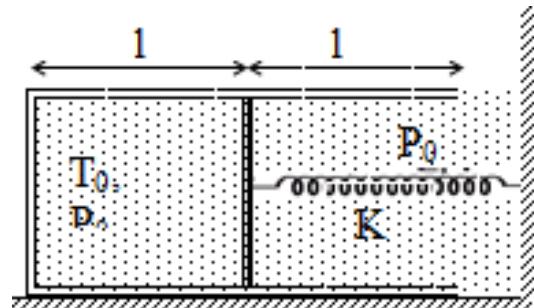
1- Trường hợp 1:

$F_{ms} \geq kl \Leftrightarrow \mu mg \geq kl$. Khi đó xi lanh sẽ đứng yên

Gọi T là nhiệt độ cuối cùng của khối khí thì:

$$\frac{P_0 Sl}{T_0} = \frac{\left(P_0 + \frac{kl}{S} \right) \times 2Sl}{T} \Rightarrow T = 2T_0 \left(1 + \frac{kl}{SP_0} \right)$$

$$\Delta T = T - T_0 = T_0 \left(1 + \frac{2kl}{SP_0} \right) \text{ ng.}$$



2- Trường hợp 2: $\mu mg < kl$.

a- Gọi x là độ nén cực đại của lò xo. Pittông còn đứng yên cho đến khi

$$kx = \mu mg \Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k}$$

Gọi T_1 là nhiệt độ của khối khí tại thời điểm lò xo nén cực đại. P_1 là áp suất chất khí trong xi lanh ở thời điểm này thì: $P_1 S = P_0 S + kx = P_0 S + \mu mg$.

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + \frac{\mu mg}{S}$$

- Áp dụng phương trình trạng thái có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{P_0 Sl}{T_0} = \frac{\left(P_0 + \frac{\mu mg}{S} \right) (l+x) S}{T_1}$$

$$\Rightarrow T_1 = \left(1 + \frac{\mu mg}{SP_0} \right) \left(1 + \frac{\mu mg}{kl} \right) T_0$$

+) Khi $T > T_1$ thì pittông bắt đầu dịch chuyển, bắt đầu từ thời điểm này áp suất chất khí trong xi lanh là không đổi. Ta có:

$$\frac{T_1}{T} = \frac{S(l+x)}{S \times 2l} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x}{l} \right)$$

$$\Rightarrow T = \frac{2T_1}{1 + \frac{\mu mg}{kl}} = 2T_0 \left(1 + \frac{\mu mg}{P_0 S} \right) T_0$$

$$\Delta T = T - T_0 = T_0 \left(1 + \frac{2\mu mg}{SP_0} \right)$$

Từ đó tìm được:

$$v = \frac{P_0 V}{T_0 R} = \frac{P_0 l S}{T_0 R}$$

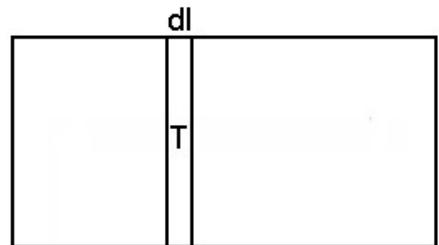
Bài 39. Số mol khí trong bình:

Sau khi tăng nhiệt độ một đáy xét tại phần bình dài dl tại đó có nhiệt độ T

$$d\nu = \frac{PS dl}{TR} \quad \text{có } \frac{dl}{l} = \frac{dT}{\Delta T} \Rightarrow dl = \frac{l dT}{\Delta T} \quad \Rightarrow d\nu = \frac{PS l}{\Delta TR} \frac{dT}{T}$$

tích phân hai vế ta được

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{PSl}{R\Delta T} \ln T \Big|_{T_0}^{T_0 + \Delta T} \\ &\Rightarrow P = \frac{P_0 \Delta T}{T_0 \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)} \end{aligned} \quad (1)$$



Vì ΔT rất nhỏ so với T_0 nên ta có thể dùng công thức khai triển:

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \dots$$

Thay (2) vào (1) để tính gần đúng

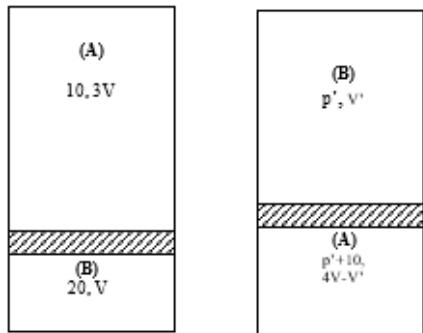
$$\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right) \approx \frac{\Delta T}{T_0} \left(1 - \frac{\Delta T}{2T_0}\right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow P = \frac{P_0}{1 - \frac{\Delta T}{2T_0}} = P_0 \left(1 + \frac{\Delta T}{2T_0}\right) \quad (3)$$

Biểu thức (1) thì có ý nghĩa toán học nhưng biểu thức (3) thì có ý nghĩa vật lý nhiều hơn

Như các bạn đã thấy thì phép tính gần đúng được sử dụng rất nhiều trong các bài toán vật lý trong hầu hết các lĩnh vực cơ, nhiệt, điện, quang. Do đó chúng ta cần nắm vững các phép toán gần đúng để nó trở thành một công cụ để giải các bài toán vật lý.

Bài 40.



Gọi thể tích khí ở phần B lúc trước và sau khi lật ngược bình là V và V' , chọn đơn vị áp suất là kPa.

Biến thiên trạng thái khí trong ngăn A; B:

$$(A) \begin{cases} T_0 \\ 10 \\ 3V \end{cases} \xrightarrow{\text{sau khi lật bình}} \begin{cases} T_0 \\ 10 + p' \\ 4V - V' \end{cases} \quad (B) \begin{cases} T_0 \\ 20 \\ V \end{cases} \xrightarrow{\text{sau khi lật bình}} \begin{cases} T_0 \\ p' \\ V' \end{cases}$$

;

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Áp dụng định luật Boyle – Mariotte lần lượt cho khí ở ngăn A và ngăn B
 $10.3V = (p' + 10)(4V - V')$ (1)

$$20V = p'V' \quad (2)$$

$$30V = (p' + 10) \left(4V - \frac{20V}{p'} \right)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

Giải pt ta lấy nghiệm: $p' = \frac{5 + \sqrt{825}}{4} \approx 8,43\text{kPa}$;

Thay p' vào (2) ta có: $V' = \frac{20V}{p'} \approx 2,37V$

Áp suất khí trong ngăn A là: $p' + 10 = 18,43\text{kPa}$

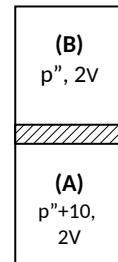
Thể tích khí trong ngăn A là: $4V - V' = 1,63V$

Vậy **tỉ số thể tích** khí trong ngăn A và B lúc sau là: $\frac{1,63V}{2,37V} \approx 0,69$

b. Gọi T là nhiệt độ mà tại đó thể tích khí hai ngăn bằng nhau và bằng $2V$, áp suất khí trong ngăn B là p'' . Khi đó khí ở phần A có thể tích là $2V$ và áp suất là $(p'' + 10)$.

Áp dụng phương trình trạng thái lần lượt cho khối khí trong ngăn A và ngăn B:

$$\begin{cases} \frac{10.3V}{T_0} = \frac{(p'' + 10) \cdot 2V}{T} & (3) \\ \frac{20V}{T_0} = \frac{p'' \cdot 2V}{T} & (4) \end{cases}$$



$$\frac{3}{2} = \frac{p'' + 10}{p''} \Rightarrow p'' = 20\text{kPa}$$

Thay giá trị này vào (4) ta có: $T = 2T_0$.

Như vậy phải tăng nhiệt độ tuyệt đối lên hai lần thì thể tích của hai ngăn sẽ bằng nhau.

Bài 41. Viết phương trình C-M cho khí trong xi lanh: $pV = \nu RT_0$, với p, V và ν lần lượt là áp suất, thể tích và lượng không khí phù hợp trong xi lanh. Với điều kiện nhiệt độ không đổi,

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-BỒI DƯỠNG HSG THPT

nhưng lượng không khí v trong xi lanh có thể thay đổi, nếu hoặc là không khí đi vào xi lanh qua van hút khí K_1 , hoặc là không khí thoát ra khỏi xi lanh qua van thoát K_2

a. Van hút khí K_1 mở khi áp suất không khí bên trong xi lanh thỏa mãn điều kiện $p < p_0 - \Delta_1 = 0,8p_0$. Van thoát khí K_2 mở khi áp suất trong xi lanh thỏa mãn điều kiện $p > p_0 + \Delta_2 = 1,4p_0$. Nếu không van nào trong hai van mở trong quá trình dao động của pittông thì áp suất trong xi lanh sẽ tăng hai lần tại vị trí cao nhất của pittông so với vị trí thấp nhất. Nhưng lúc đó không thể thỏa mãn được điều kiện $0,8p_0 \leq p \leq 1,4p_0$, đó là điều kiện cần phải thỏa mãn để không van nào mở. Do đó, tồn tại các khoảng thời gian, khi không khí tràn chậm vào xi lanh qua van hút và khi không khí thoát chậm ra khỏi xi lanh qua van thoát.

Khi không khí tràn vào xi lanh, lượng không khí tăng với sự tăng của thể tích và đến giá trị cực đại, khi đó pittông nằm ở vị trí cao nhất. Giá trị cực đại đó bằng:

$$v_{\max} = \frac{0,8p_0 \cdot 2V_0}{RT_0} = \frac{1,6p_0 \cdot V_0}{RT_0}$$

Khi không khí thoát ra khỏi xi lanh, lượng không khí giảm và đến giá trị nhỏ nhất khi nó nằm ở vị trí thấp nhất, do đó:

$$v_{\min} = \frac{1,4p_0 \cdot V_0}{RT_0}$$

b. Quá trình diễn ra với không khí trong xi lanh: Xét điểm bắt đầu khảo sát là khi pittông đang ở vị trí thấp nhất (thể tích V_0) chuẩn bị đi lên:

- Giai đoạn giãn nở nhiệt từ thể tích V_0 với lượng khí trong xi lanh không đổi, sau đó là giai đoạn giãn nở áp đến thể tích $2V_0$ với sự tăng của lượng không khí
- Tiếp theo là giai đoạn nén nở nhiệt từ thể tích $2V_0$ với lượng khí không đổi khác và cuối cùng là giai đoạn nén nở áp đến thể tích ban đầu V_0 với lượng không khí giảm. Trong sơ đồ p-V, quá trình này được biểu diễn như hình .

c. Xét trường hợp thứ hai của đề bài, khi mà $\Delta_1=0,4p_0$ còn $\Delta_2=0,2p_0$. Van hút mở khi áp suất trong xi lanh thỏa mãn $p < p_0 - \Delta_1 = 0,6p_0$, còn van thoát mở khi áp suất trong xi lanh thỏa mãn $p > p_0 + \Delta_2 = 1,2p_0$. Ta thấy rằng với sự biến đổi thể tích của không khí tăng 2 lần có thể thỏa mãn được điều kiện

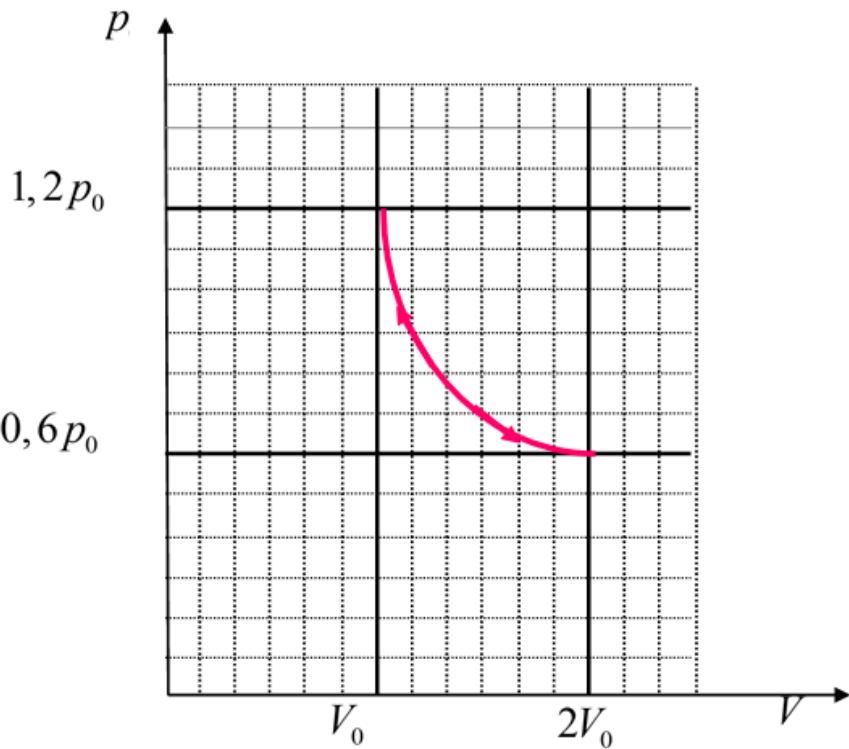
$0,6p_0 \leq p \leq 1,2p_0$, với việc cả hai van đều không mở trong suốt quá trình.

Như vậy, trong trường hợp này lượng không khí trong xi lanh giữ nguyên không đổi và bằng

$$v = \frac{1,2p_0V_0}{RT_0}$$

Quá trình, diễn ra với lượng khí trong xi lanh trong trường hợp này, bao gồm một đường đẳng nhiệt, theo chiều thuận và theo chiều nghịch.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT



Bài 42. a. ta có $P_1 V_1 = \frac{m_0}{4} R T_0$; $P_2 V_2 = \frac{m_0}{2} R T_0$

$$\Rightarrow \frac{P_1 0,4xS}{P_2 0,6xS} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{4}$$

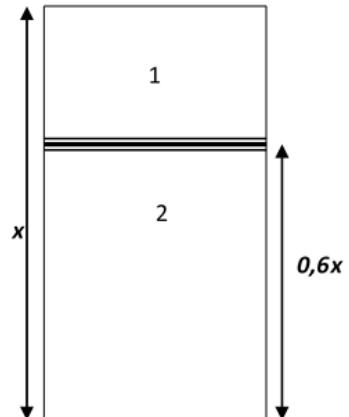
Pítông cân bằng: $P_1 + \frac{mg}{S} = P_2 \Rightarrow P_1 = 1500 N/m^2; P_2 = 2000 N/m^2$

b. Gọi h là khoảng cách từ Pitông đến đáy bình

$$P_2 V_2 = P_2 V_2' \Leftrightarrow P_2' = \frac{P_2 \cdot 0,6x}{h} = \frac{1200 \cdot x}{h}$$

$$\frac{P_1' V_1'}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_0} \Rightarrow P_1'' = \frac{T}{T_0} P_1 \frac{0,4x}{x-h} = \frac{950x}{x-h}$$

$$P_2' = P_1'' + \frac{mg}{s} \Leftrightarrow \frac{1200x}{h} = \frac{950x}{x-h} + 500 \Rightarrow h = 0,5x$$



Bài 43.

Vì pitông nằm cân bằng nên :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯƠNG HSG THPT

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 S + mg = p_2 S \\ p'_1 S + mg = p'_2 S \Rightarrow p_1 - p'_1 = p_2 - p'_2 \Rightarrow p_2 - p_1 = p'_2 - p'_1 \Rightarrow (n-1)p_1 = (m-1)p'_1 \end{array} \right.$$

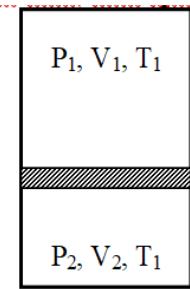
$$\frac{p'_1}{p_1} = \frac{n-1}{m-1} \quad (1)$$

mặt khác $V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2 \Rightarrow \frac{n+1}{n} V_1 = \frac{m+1}{m} V'_1$

$$\Rightarrow \frac{V'_1}{V_1} = \frac{m}{n} \cdot \frac{n+1}{m+1} \quad (2)$$

Áp dụng phương trình trạng thái cho lượng khí ở trên ta có:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P'_1 V'_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P'_1}{P_1} \cdot \frac{V'_1}{V_1} \quad (3)$$



thay (1),(2) vào (3)và thay số ta có

$$2 = \frac{3}{m-1} \cdot \frac{5m}{4(m+1)} \Rightarrow 8m^2 - 15m - 8 = 0$$

$m=2,3$ (nhận)

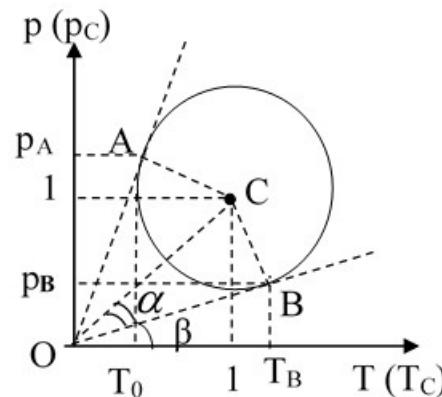
$m<0$ (loại)

Vậy $\frac{V'_1}{V'_2} = 2,3$

Bài 44. Từ gốc tọa độ O ta vẽ những đường đẳng tích là tiếp tuyến với đường tròn tại A và B. **Dễ dàng chứng minh được** V_A là thể tích nhỏ nhất của lượng khí trong chu trình còn V_B là thể tích lớn nhất của nó, mà

$$V_A = \frac{m}{\rho_A}; V_B = \frac{m}{\rho_B}; \frac{V_A}{V_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (1)$$

Theo phương trình trạng thái của khí lý tưởng ta



có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{p_B T_A}{p_A T_B} \quad (2)$$

Theo hình vẽ, ta có: $\tan \beta = \frac{p_B}{T_B} = \frac{T_A}{p_A}$ $\quad (3)$.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \tan^2 \beta \quad \alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \left(\frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} \right)^2 \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3) ta được mà

Tù hình vẽ ta lại có: $\tan \alpha = \frac{CB}{OB}$ mà $CB = r$, $OC = \sqrt{2}$ (đường chéo của hình vuông có cạnh

bằng 1) nên $OB = \sqrt{2 - r^2} \rightarrow \tan \alpha = \frac{r}{\sqrt{2 - r^2}}$.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 - r\sqrt{2 - r^2}}{1 + r\sqrt{2 - r^2}} \quad (5)$$

Thay vào (4) và biến đổi ta có:

Đồng thời ta còn có mối liên hệ giữa bán kính r của chu trình với nhiệt độ thấp nhất T_0 là

$$r = 1 - \frac{T_0}{T_c} \quad .$$

Thay vào (5) ta được

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 - \left(\frac{T_0}{T_c} \right) \sqrt{1 + 2 \frac{T_0}{T_c} - \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2}}{1 + \frac{T_0}{T_c} \sqrt{1 + 2 \frac{T_0}{T_c} - \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^2}}$$

Bài 45. Điều kiện cân bằng : Piston trái : $p_0 S - pS - kx = 0$ (1)

x độ dịch chuyển của piston trái, p áp suất khí giữa hai piston.

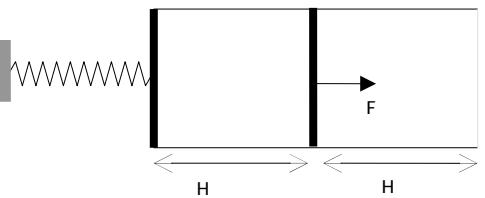
Piston phải : $F + pS - p_0 S = 0$ (2)

Định luật Bôilơ : $p_0 SH = p(2H - x)S$ (3)

Từ (3) $\Rightarrow p = \frac{p_0 H}{2H - x}$ (4)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow F = kx$, thay vào (4): $\Rightarrow p = \frac{p_0 kH}{2kH - F}$.

Thay vào (2)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow F^2 - (p_0 S + 2kH)F + p_0 SkH = 0$$

$$F = \frac{p_0 S}{2} + kH \pm \sqrt{\frac{p_0^2 S^2}{4} + k^2 H^2}$$

Phương trình có nghiệm là:

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow T_3 = 100V_3 \quad (1)$$

Bài 46. Vì $p_1 = p_3$ nên ta có:

Đoạn 2-4 có dạng một đoạn thẳng nên có dạng:

$V = a.T + b$ với a, b là các hằng số

+ Khi $V = V_2, T = 100$ thì

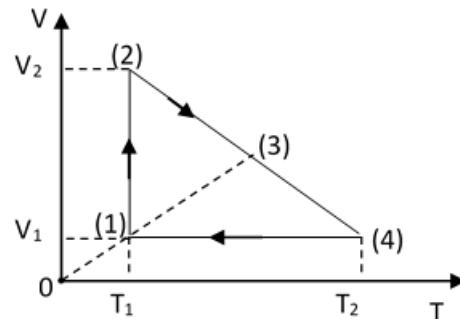
$$V_2 = a \cdot 100 + b \quad (2)$$

+ Khi $V = V_4, T = 300$ thì: $V_4 = a \cdot 300 + b \quad (3)$

+ Từ (2) và (3) ta có: $a = -\frac{3}{200}$ và $b = 5,5$

$$+ \text{Khi } T = T_3; V = V_3 \text{ thì } V_3 = -\frac{3}{200} \cdot 100 \cdot V_3 + 5,5$$

$$\text{Vậy } V_3 = 2,2 \text{ m}^3$$

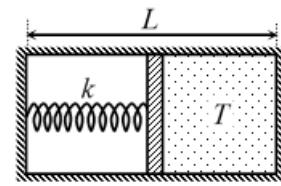


Bài 47. Gọi S là diện tích pistô (tức cửa xi lanh). Phương trình trạng thái của khí lý tưởng:

$$pV = vRT.$$

$$\text{Thể tích khí ở nhiệt độ } T \text{ là: } V = \frac{SL}{2}.$$

$$\text{Vì } v = 1 \text{ mol nên ở nhiệt độ trên, áp suất khí bằng: } p = \frac{2RT}{SL}.$$



Điều kiện cân bằng của pistô: $k\Delta l = pS$. Trong đó: $\Delta l = l - \frac{L}{2}$ là độ nén của lò xo, l là độ dài của lò xo khi không biến dạng

$$\text{Như vậy: } l = \frac{L}{2} + \Delta l = \frac{L}{2} + \frac{pS}{k} = \frac{L}{2} + \frac{2RT}{kL}.$$

Bài 48. 1. Ở nhiệt độ T_1 khi các piston cân bằng ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

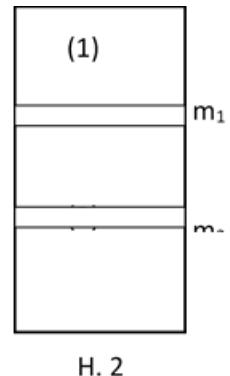
$$m_1g = (p_2 - p_1)S$$

$$m_2g = (p_3 - p_2)S$$

Trong đó: p_1, p_2, p_3 lần lượt là áp suất trong ngăn 1, 2 và 3

S là tiết diện của các pit tông

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_2} = \frac{1 - \frac{p_1}{p_2}}{\frac{p_3}{p_2} - 1}$$



Vì nhiệt độ không đổi nên áp dụng định luật Bôil lơ-Mariôt ta có: $p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_3$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}, \frac{p_3}{p_2} = \frac{V_2}{V_3}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \frac{V_2}{V_1}}{\frac{V_2}{V_3} - 1} = \frac{1}{8}$$

Do đó ta có: (1)

Tương tự khi nhiệt độ các buồng khí là T_2 ta có:

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \frac{p_1'}{p_2'}}{1 - \frac{p_3'}{p_2'}} = \frac{1 - \frac{V_2'}{V_1'}}{1 - \frac{V_2'}{V_3'}} = \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 - \frac{2}{x+2}} = \frac{x-2}{x}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{x-2}{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{16}{7}$$

2.Gọi V là thể tích tổng cộng của cả 3 ngăn $\Rightarrow V = V_1 + V_2 + V_3 = (4+3+1)V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{V}{8}$

$$\text{Tương tự } V = (\frac{17}{6} + 2 + 1)V_3 = \frac{37}{7}V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{7}{37}V \Rightarrow \frac{V_3}{V_3} = \frac{56}{37} \quad (3)$$

Mặt khác xét riêng lượng khí ở ngăn 3 ở hai trạng thái ứng với nhiệt độ T_1 và T_2 ta có

$$\frac{p_3V_3}{T_1} = \frac{p_3'V_3'}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_3'V_3'}{p_3V_3} \quad (4)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Mà $m_2g = (p_3 - p_2)S = (p'_3 - p'_2)S \Rightarrow p_3 - \frac{p_3}{3} = p'_3 - \frac{p'_3}{2}$ hay $\frac{p'_3}{p_3} = \frac{4}{3}$ (5)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p'_3 V'_3}{p_3 V_3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{56}{37} = \frac{224}{111}$$

Từ (3), (4) và (5) ta có:

Bài 49. Khi hút khí trong bình sau lần bơm đầu tiên áp suất trong bình trở thành P_1 .

$$\text{Ta có: } P_0 \cdot V = P_1 (V + V_0) \Rightarrow P_1 = P_0 \frac{V}{V + V_0}$$

$$\text{Với } V \text{ là thể tích của bình, } V_0 \text{ là thể tích làm việc của bơm pittông. } P_2 = P_1 \frac{V}{V + V_0} = P_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2$$

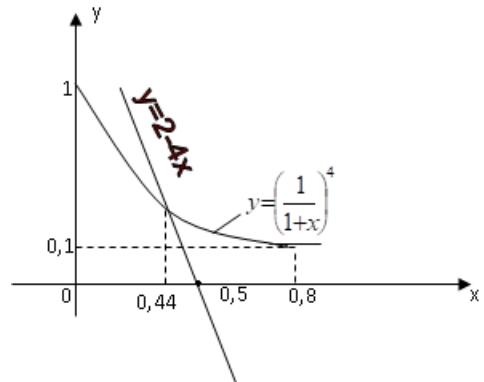
$$\text{Vậy sau 4 lần bơm áp suất trong bình là: } P' = P_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^4$$

Khi bơm khí vào trong bình sau 4 lần bơm trong bình thiết lập một áp suất bằng P .

$$P = P' + \frac{4P^0 V^0}{V} = P_0 \left[\left(\frac{V}{V + V_0} \right)^4 + \frac{4V_0}{V} \right] = P_0 \left[\left(\frac{1}{1 + \frac{V_0}{V}} \right)^4 + \frac{4V_0}{V} \right]$$

Theo điều kiện của bài toán: $P = 2P_0$, đặt $x = \frac{V_0}{V}$

$$\text{Ta có phương trình: } 2 = \left(\frac{1}{1+x} \right)^4 + 4x \Leftrightarrow 2 - 4x = \left(\frac{1}{1+x} \right)^4$$



Dựng đồ thị của các hàm: $y = 2 - 4x$ và $y = \frac{1}{(1+x)^4}$ như hình vẽ.

Từ giao điểm của hai đồ thị ta tìm được $x \approx 0,44$ nghĩa là: $\frac{V_0}{V} = 0,44$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Bài 50. - Quá trình CA, đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên

phương trình có dạng: $\frac{P}{V} = \text{const}$ (*), kết hợp với phương trình

trạng thái $\frac{PV}{T} = \text{const}$, dẫn đến phương trình của nó có dạng:
 $\frac{T}{V^2} = \text{const}$ (1)

$$\text{Áp dụng cho khí ở A và C ta có } \frac{\frac{T_A}{V_A^2}}{\frac{T_c}{V_c^2}} = \frac{T_c}{T_0} \Rightarrow T_c = 9T_0 = 2700\text{K} \quad (2)$$

b, (1,0 điểm)

- Quá trình AB đẳng tích: $\frac{P}{T} = \text{const}$, do áp suất tăng nên nhiệt độ tăng, suy ra trong quá trình này nhiệt độ lớn nhất tại B (T_B) (3)

- Quá trình CA có phương trình (theo (1)): $\frac{T}{V^2} = \text{const}$, do V giảm nên T giảm. Vì vậy trong quá trình này nhiệt độ lớn nhất tại C (T_c) (4)

- Theo (3) và (4), kết hợp với $T_B = T_c$ ta suy ra trong quá trình $C \rightarrow A \rightarrow B$, nhiệt độ lớn nhất là T_c .

$$\text{- Theo (*) } \frac{P_c}{V_c} = \frac{P_A}{V_A} \Rightarrow P_c = 3P_0 \quad (5)$$

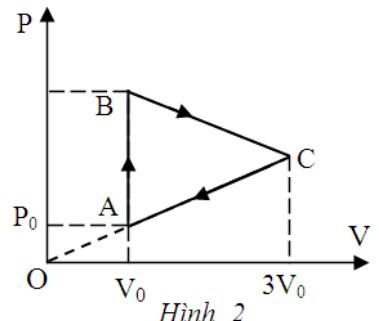
- Áp dụng phương trình trạng thái tại B và C:

$$\frac{P_B \cdot V_B}{T_B} = \frac{P_C \cdot V_C}{T_c} \Rightarrow P_B = 3P_c = 9P_0 \quad (6)$$

- Quá trình BC có phương trình: $P = \alpha V + \beta$ đi qua B, C nên ta có: $\begin{cases} 9P_0 = \alpha V_0 + \beta \\ 3P_0 = \alpha 3V_0 + \beta \end{cases}$

Giải hệ ta được $\alpha = -\frac{3P_0}{V_0}$; $\beta = 12P_0$, suy ra phương trình BC được biểu diễn bởi phương trình:

$$P = 12P_0 - 3P_0 \frac{V}{V_0} \quad (6)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Thay } T = \frac{PV}{nR} = \frac{3P_0}{nRV_0} (4V.V_0 - V^2) \quad (7)$$

Phân tích $x = 4V.V_0 - V^2$. Để thấy T đạt cực đại khi x đạt cực đại $V=2V_0$

Khi đó $T_{\max} = \frac{12P_0V_0}{nR} = 12T_0 = 3600K$

Bài 51. a) Xét phần trên $p_1 0,4h.S = \frac{m}{4} R.T_0$ (1)

Xét phần dưới: $p_2 0,6h.S = \frac{m}{2} R.T_0$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{4}$ (3)

Mặt khác: $p_1 - p_2 = \frac{Mg}{S} = 500Pa$ (4)

Từ (3) và (4), ta có: $p_1 = 1500Pa; p_2 = 2000Pa;$

b) Để pittông nằm cách đều hai đáy thì phải giữ nhiệt độ khí H_2 , đồng thời nung nóng khí He đến nhiệt độ T

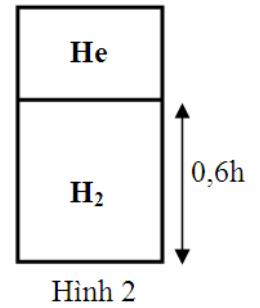
+ Xét khí H_2 : $p_2 V_2 = p_2 V \Rightarrow p_2 = 2400Pa$

+ Xét khí He: $\Rightarrow p_1 = p_2 - \frac{Mg}{S} = 1900Pa$

$$\frac{p_1 V_1}{T_0} = \frac{p_1 V}{T} \Rightarrow T = 475K \Rightarrow t = 202^\circ C$$

Bài 52. Gọi p_1, V_1 và p_2, V_2 ; p'_1, V'_1 và p'_2, V'_2 tương ứng là thể tích và áp suất của phần trên và phần dưới trước và sau khi thay đổi nhiệt độ

Khi chưa thay đổi nhiệt độ:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1 V_1}{\nu_1} = \frac{p_2 V_2}{\nu_2} = RT_0 \\ p_2 = 3p_1; \nu_2 = 2\nu_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3}V_1 \Rightarrow V = V_2 + V_1 = \frac{5}{3}V_1$$

Mặt khác: $p_1 + \frac{P}{S} = p_2 = 3p_1 \Rightarrow \frac{P}{S} = 2p_1$ (P,S : trọng lượng và tiết diện của pittông)

Sau khi thay đổi nhiệt độ phần dưới, pittông ở chính giữa:

$$V' = V_2 = \frac{V}{2} = \frac{5}{6}V_1$$

+ Phần trên nhiệt độ không đổi:

$$p_1 V_1 = p_1 V' \Rightarrow p_1' = \frac{p_1 V}{V'} = \frac{6}{5} p_1$$

+ Phần dưới nhiệt độ thay đổi từ T_0 đến T :

$$\frac{p_2 V_2}{T_0} = \frac{p_2' V'}{T} \Rightarrow p_2' = \frac{p_2 V_2}{V'} \frac{T}{T_0} = \frac{12}{15} p_2 \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{12}{5} p_1 \frac{T}{T_0}$$

Ta vẫn có: $p_1' + \frac{P}{S} = p_2'$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5} p_1 + 2p_1 = \frac{12}{5} p_1 \frac{T}{T_0} \Rightarrow T = \frac{16}{12} T_0 = 400K$$

Bài 53. Đoạn (1)-(2) có dạng đoạn thẳng nên có dạng: $p=aV+b$

- Khi $V_1=30$ lít; $p_1=5$ atm $\Rightarrow 5=a \cdot 30+b$ (a)
 - Khi $V_2=10$ lít; $p_2=15$ atm $\Rightarrow 15=a \cdot 10+b$ (b)
- Từ (a) và (b) $\Rightarrow a=-1/2$; $b=20$

$$\Rightarrow pV = -\frac{V^2}{2} + 20V \quad (c)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$\text{Mà: } pV = \frac{m}{\mu} RT = \frac{20RT}{4} = 5RT \quad (\text{d})$$

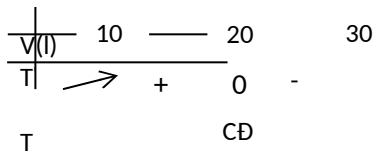
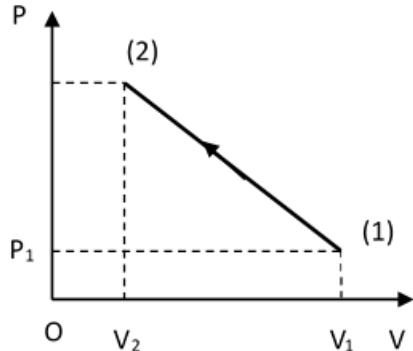
$$\text{Từ (c) và (d)} \Rightarrow 5RT = -\frac{V^2}{2} + 20V$$

$$\Rightarrow T = -\frac{V^2}{10R} + \frac{4V}{R}$$

Xét hàm $T=f(V)$

$$T' = -\frac{2V}{10R} + \frac{4}{R}$$

Khi $T'=0 \Rightarrow V=20$ lít



$\Rightarrow V=20$ lít thì T_{\max}

$$\Rightarrow T_{\max} = -\frac{20^2}{10.0,082} + \frac{4.20}{0,082} = 487,8K$$

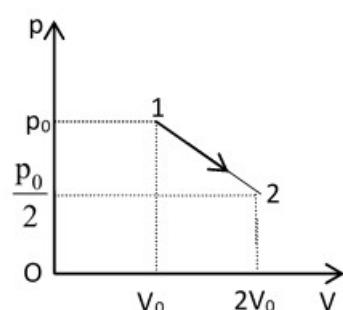
Bài 54. Vì đồ thị trên P-V là đoạn thẳng nên ta có:

$P = \alpha V + \beta$ (*); trong đó α và β là các hệ số phải tìm.

- Khi $V = V_0$ thì $P = P_0$ nên: $P_0 = \alpha V_0 + \beta \quad (1)$

- Khi $V = 2V_0$ thì $P = P_0/2$ nên: $P_0/2 = 2\alpha V_0 + \beta \quad (2)$

- Từ (1) và (2) ta có: $\alpha = -P_0 / 2V_0$; $\beta = 3P_0 / 2$



- Thay vào (*) ta có phương trình đoạn thẳng đó: $P = \frac{3P_0}{2} - \frac{P_0}{2V_0}V \quad (**)$

- Mặt khác, phương trình trạng thái của 1 mol khí: $PV = RT \quad (***)$

- Từ (**) và (***) ta có: $T = \frac{3V_0}{R}P - \frac{2V_0}{RP_0}P^2$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

- T là hàm bậc 2 của P nên đồ thị trên T-P là một phần parabol

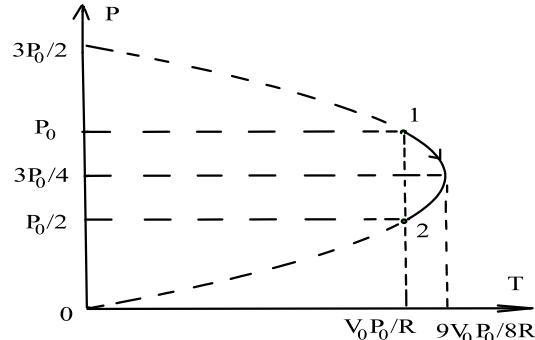
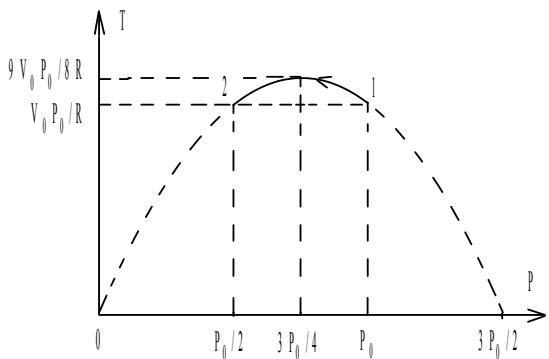
$$+ \text{khi } P = P_0 \text{ và } P = P_0/2 \text{ thì } T = T_1 = T_2 = \frac{P_0 V_0}{R} ;$$

+ khi $T = 0$ thì $P = 0$ và $P = 3P_0/2$.

$$\text{- Ta có : } T'_{(P)} = \frac{3V_0}{R} - \frac{4V_0}{RP_0}P \Rightarrow T'_{(P)} = 0 \Leftrightarrow P = \frac{3P_0}{4} ;$$

$$\text{cho nên khi } P = \frac{3P_0}{4} \text{ thì nhiệt độ chất khí là } T = T_{\max} = \frac{9V_0 P_0}{8R}$$

- Đồ thị biểu diễn quá trình đó trên hệ toạ độ T-P hay P-T là một trong hai đồ thị dưới đây :



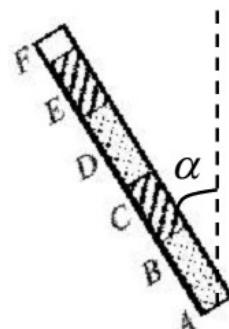
Bài 55. a. Xét khi ống thẳng đứng, do tổng lực tác dụng lên mỗi cột thủy ngân bằng không nên ta có: (các áp suất tính theo mmHg)

$$\begin{cases} p_{CD} = l \\ p_{AB} = l + p_{CD} = p_0 \end{cases} \Rightarrow p_{CD} = l = \frac{1}{2} p_0$$

Xét khi cột thủy ngân chưa tiếp xúc với đầu F của ống, do tổng lực tác dụng lên mỗi cột thủy ngân bằng không nên ta có:

$$\begin{cases} p'_{CD} = l \cos \alpha \\ p'_{AB} = p'_{CD} + l \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p'_{CD} = \frac{1}{2} p_0 \cos \alpha \\ p'_{AB} = p_0 \cos \alpha \end{cases}$$

Do nhiệt độ khí không đổi nên ta có:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\begin{cases} p_{AB} \cdot l_{AB} = p'_{AB} \cdot l'_{AB} \\ p_{CD} \cdot l_{CD} = p'_{CD} \cdot l'_{CD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 \cdot l = p_0 \cos \alpha \cdot l'_{AB} \\ \frac{1}{2} p_0 \cdot l = \frac{1}{2} p_0 \cos \alpha \cdot l'_{CD} \end{cases} \Rightarrow l'_{AB} = l'_{CD} = \frac{l}{\cos \alpha}$$

Do ống hàn kín hai đầu nên khi cột thủy ngân chưa chạm vào đầu F, ta có:

$$l'_{AB} + l'_{CD} = \frac{2l}{\cos \alpha} \leq 3l \Rightarrow \cos \alpha \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha \leq 48,19^\circ}$$

Vậy khi $\boxed{\alpha = \alpha_0 = 48,19^\circ}$ thì cột thủy ngân vừa bắt đầu chạm vào đầu F.

b. $\alpha = 60^\circ > \alpha_0$ nên cột thủy ngân đã chạm vào đầu F và tác dụng áp suất p_F lên đầu ống này.

Theo định luật III Newton, áp suất do đầu F tác dụng lên cột thủy ngân cũng là p_F

Do tổng lực tác dụng lên mỗi cột thủy ngân bằng không nên ta có:

$$\begin{cases} p'_{CD} = l \cos \alpha + p_F \\ p'_{AB} = p'_{CD} + l \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_F = p'_{CD} - \frac{1}{4} p_0 \quad (1) \\ p'_{AB} = p'_{CD} + \frac{1}{4} p_0 \quad (2) \end{cases}$$

Do nhiệt độ khí không đổi nên ta có:

$$\begin{cases} p_{AB} \cdot l_{AB} = p'_{AB} \cdot l'_{AB} \\ p_{CD} \cdot l_{CD} = p'_{CD} \cdot l'_{CD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 \cdot l = \left(p'_{CD} + \frac{1}{4} p_0 \right) \cdot l'_{AB} \\ \frac{1}{2} p_0 \cdot l = p'_{CD} \cdot l'_{CD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l'_{AB} = \frac{p_0 \cdot l}{p'_{CD} + \frac{1}{4} p_0} \\ l'_{CD} = \frac{p_0 \cdot l}{2 p'_{CD}} \end{cases}$$

Khi cột thủy ngân đã chạm vào đầu F: $l'_{AB} + l'_{CD} = 3l$

$$\Rightarrow 6(p'_{CD})^2 - \frac{3}{2} p_0 p'_{CD} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow p'_{CD} = \frac{1}{8} \left(1 + \sqrt{\frac{11}{3}} \right) p_0$$

Thay vào (1) ta tìm được áp suất tác dụng lên đầu F:

$$p_F = \frac{1}{8} \left(\sqrt{\frac{11}{3}} - 1 \right) p_0$$

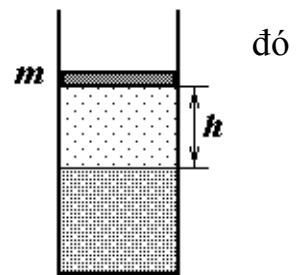
Bài 56. Áp suất của khí giữa chất lỏng và pistô: $p = \frac{mg}{S}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Trong đó S là tiết diện ngang của xilanh. Theo định luật Henry, lượng khí tan vào nước (tính theo số mol) tỷ lệ với áp suất này: $v_t = \alpha V p$.

Trong đó, α là hệ số tỷ lệ V là thể tích của chất lỏng trong xilanh. Do lượng khí giữa pistô (tính theo số mol) và chất lỏng phụ thuộc vào áp suất theo quy luật: $v = v_0 - \alpha V p$.

Với v_0 là tổng khối lượng khí trong xi lanh. Phương trình Clapérôn – Mendêleev với lượng khí chưa hòa tan:



$$\frac{mg}{S} h S = \left(v_0 - \alpha V \frac{mg}{S} \right) RT \quad (1)$$

$$\Rightarrow mh = \frac{v_0 RT}{g} - \frac{\alpha VRT}{S} m.$$

Như vậy, giữa khối lượng pistô và độ cao cột khí trong xilanh quan hệ với nhau theo hệ thức:

$$mh = a - bm \quad (2)$$

Trong đó a, b là các hệ số được xác định theo điều kiện bài toán:

$$\begin{cases} m_0 h_0 = a - bm_0 \\ m_1 h_1 = a - bm_1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 m_0}{m_1 - m_0} (h_0 - h_1); \quad b = \frac{m_0 h_0 - m_1 h_1}{m_1 - m_0}.$$

Từ (2) ta thấy khi pistô chạm tới mặt chất lỏng ($h=0$ – tức là toàn bộ lượng khí bị hòa tan hoàn toàn):

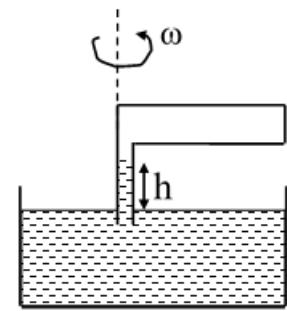
$$m = \frac{a}{b} = \frac{m_1 m_0 (h_0 - h_1)}{m_0 h_0 - m_1 h_1}.$$

Bài 57. Áp suất và khối lượng riêng không khí trong ống nắp ngang không đều. Xét một lớp không khí thẳng đứng có bề dày dx tại khoảng cách x tính từ trục quay:

$$[p(x+dx) - p(x)]S = \omega^2 x \rho S dx \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \omega^2 x \rho \quad (1)$$

Coi khí là lí tưởng thì ta có:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT} \Rightarrow d\rho = \frac{M}{RT} dp \quad (2)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{d\rho}{0} = \frac{M\omega^2}{RT} x dx$$

Từ (1) và (2) ta có: $\rho = RT$ (3)

Lấy tích phân, lấy ρ_0 là khối lượng riêng không khí ở tại $x = 0$:

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \frac{M\omega^2}{2RT} x^2 \Rightarrow \rho = \rho_0 e^{\frac{M\omega^2}{2RT}x^2} \quad (4)$$

Vì bỏ qua lượng khí nằm trong phần ống thẳng đứng và áp suất khí ban đầu trong ống là p_a , nên ta có:

$$\int_0^L \rho S dx = \rho_a S L \Rightarrow \rho_0 \int_0^L e^{\frac{M\omega^2}{2RT}x^2} dx = \rho_a L \quad (5)$$

$$\text{Lấy gần đúng: } e^{\frac{M\omega^2}{2RT}x^2} \approx 1 + \frac{M\omega^2}{2RT}x^2 \text{ thay vào (5) ta có: } \rho_0 \approx \left(1 - \frac{M\omega^2 L^2}{6RT}\right) \rho_a$$

Vì nhiệt độ như nhau tại mọi điểm nên áp suất tại $x = 0$ là:

$$p_0 = \left(1 - \frac{M\omega^2 L^2}{6RT} \right) p_a$$

Trong ống nhỏ thăng đứng:

$$p_a = p_0 + \rho_1 gh \Rightarrow \frac{M\omega^2 L^2}{6RT} p_a = \rho_1 gh \Rightarrow h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \frac{\rho_a}{\rho_1}$$

Bài 58.

1. Khi ở trong Hg, khí chịu áp suất:

$P_0 = dg(h - l)$ với g : là gia tốc trọng trường

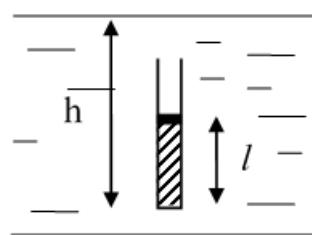
Thể tích của khí tỷ lệ với chiều dài phần ống chứa

khí nén định luật Boyle-Mariotte cho ta:

$$P_0 L = |P_0 + dg(h - l)|l \quad (1)$$

⇒ Ta có phương trình: $f(l) = dgl^2 - (P_0 + dgh)l + P_0L = 0 \quad (2)$

$$\Delta = (P_0 + dgh)^2 - 4dgP_0L > (P_0 + dgh)^2 - 4dgP_0h \quad (\text{do } h > 1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\Rightarrow \Delta > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Có hai nghiệm: } l_{1,2} = \frac{1}{2dg} \left[(P_0 + dgh) \pm \sqrt{\Delta} \right]$$

Ta bỏ nghiệm l_2 với dấu $+$ vì $l_2 > h$. Thật vậy đường biểu diễn hàm $f(l)$ có dạng (hình vẽ). Mặt khác khi $h = l \Rightarrow f(h)$ có dạng biểu thức âm: $f(l) = dg l^2 - (P_0 + dgh)l + P_0 L = P_0(L - h) < 0$ (do $h > l$)

Tức $f(h)$ nằm kẹp giữa l_1 và l_2 trên đồ thị $f(l)$. Dẫn đến: $l_1 < h < l_2$

$$Kết luận: l = \frac{1}{2dg} \left[(P_0 + dgh) - \sqrt{(P_0 + dgh)^2 - 4dgP_0L} \right]$$

b. Xét cân bằng của nút:

$$\text{Áp suất bên ngoài là: } P_n = |P_0 + dg(h - l)| \quad (4)$$

Áp suất bên trong là áp suất ứng với chiều dài l là nghiệm của phương trình (1)

$$\text{Từ (1) và (4)} \quad P_t = \frac{P_0 l}{l} \quad (5)$$

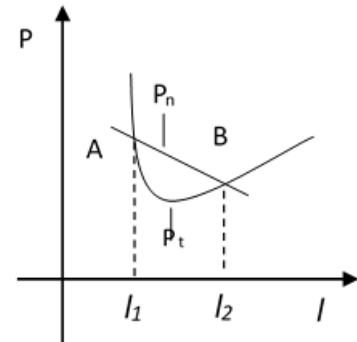
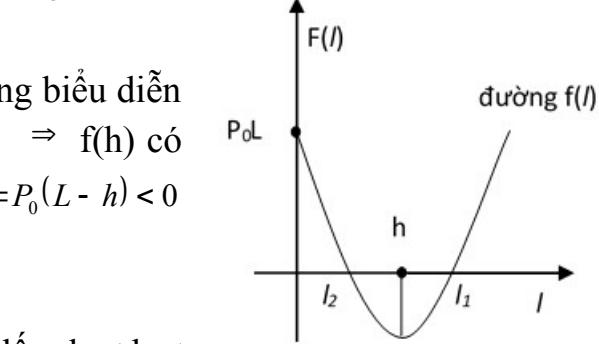
(Từ (1) $P_n = P_t$) (l_1 là cân bằng bền của nút)

Ở A nếu l tăng một chút thì $P_n > P_t$ nên P_n ấn nút trở về

l_1 , nếu l giảm một chút thì

$P_t > P_n$ nên P_t kéo nút trở về l_1

Bài 59.



1. Nhiệt độ của không khí tại mặt đất được tính bởi: $p_0 V = \frac{m}{\mu} RT_0 \Rightarrow T_0 = \frac{\mu \cdot p_0 V}{m \cdot R} = \frac{\mu \cdot p_0}{\rho_0 R} = 292,22 K$

Trọng lượng của khinh khí cầu $P_{KC} = (M + \rho_0 V)g \approx 39102 N$

2. Gọi ρ_{KC} ; T_{KC} là khôi lượng riêng và nhiệt độ của khinh khí trong bóng khinh khí cầu, ρ ; T là khôi lượng riêng và nhiệt độ của không khí bên ngoài khinh khí cầu tương ứng cùng một độ cao.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\rho_{KC} = \rho \frac{T}{T_{KC}}$$

Do quá trình nung khí \ddot{d} ăng áp nên ta có: (1)

Để khí cầu nhắc khỏi mặt đất thì lực đẩy Archimede phải lớn hơn trọng lượng của khí cầu:

$$\rho_0 V g \geq \rho_{KC} V g + Mg \quad (2)$$

$$T_{KC} \geq \frac{\rho_0 T_0}{\rho_0 - \frac{M}{V}} \approx 318,1K$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$p = A \cdot \rho^{7/5} \Rightarrow A = \frac{p}{\rho^{7/5}} = \frac{p_0}{\rho_0^{7/5}} \Rightarrow p = p_0 \frac{\rho^{7/5}}{\rho_0^{7/5}}$$

3a. Theo giả thiết ta có: (3)

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT$$

Từ phương trình C – M ta có: (4)

$$A \cdot \rho^{2/5} = \frac{RT}{\mu}$$

Từ (3) và (4) ta suy ra: (5)

Xét một lớp không khí ở độ cao h và bề dày dh rất nhỏ. Ta có thể xem lớp không khí này là đồng nhất và có khối lượng riêng là ρ và nhiệt độ T .

Suy ra độ biến thiên áp suất theo độ cao có thể được tính bởi: $dp = -\rho g dh$

$$Mặt khác từ (4) ta có: $dp = \frac{7}{5} A \cdot \rho^{2/5} d\rho$$$

$$-\rho g dh = \frac{7}{5} A \cdot \rho^{2/5} d\rho \Rightarrow \frac{5}{7} g \int_0^h dh = A \int_{\rho_0}^{\rho} \rho^{-3/5} d\rho$$

Suy ra:

$$h = \frac{7}{2g} (A \rho_0^{2/5} - A \rho^{2/5})$$

Hay: (6)

$$h = \frac{7R}{2\mu g} (T_0 - T) \Rightarrow T = T_0 - \frac{2\mu g}{7R} h = \frac{\mu \cdot p_0}{\rho_0 R} - \frac{2\mu g}{7R} h$$

Từ (5) và (6) ta được:

$$h_{max} = \frac{7RT_0}{2\mu g} = \frac{7p_0}{2\rho_0 g} \approx 29,907km$$

Độ cao cực đại của cột không khí ứng với T tiến đến 0 nên ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Gọi M là khối lượng của cột khí quyển có đáy là một đơn vị diện tích. Ta có trọng lượng của cột khí quyển này có giá trị là áp suất của khí quyển tại mặt đất. Do đó:

(7)

$$h_G = \frac{1}{M} \int_0^{h_{\max}} h \rho dh$$

Độ cao khối tâm của cột khí quyển này được tính bởi: (8)

$$h_G = \frac{49A^2}{10p_0 g} \int_0^{p_0} (\rho_0^{2/5} \rho^{2/5} - \rho^{4/5}) d\rho = \frac{49p_0}{63g\rho_0} = \frac{7p_0}{9\rho_0 g} \approx 6,646 \text{ km}$$

Từ (6), (7) và (8) ta có:

$$T_h = \frac{\mu \cdot p_0}{\rho_0 R} - \frac{2\mu \cdot g}{7R} h_G \approx 273 \text{ K}$$

3b. Nhiệt độ của khí quyển ở độ cao đang xét:

$$\rho_h = \left(\frac{R}{\mu A} T_h \right)^{5/2} \approx 0,656 \text{ kg/m}^3$$

Khối lượng riêng của không khí ở độ cao này:

$$T_{KC} = \frac{\rho_h T_h}{\rho_h - \frac{M}{V}}$$

Tương tự như câu 2 ta suy ra:

$$\Delta T = T_{KC} - T_h = T_h \frac{M}{V \cdot \rho_h - M} \approx 40,6 \text{ K}$$

Suy ra độ chênh nhiệt độ cần tìm:

Bài 60. a) xét hệ gồm khí trong cả 2 ngăn và vách ngăn. ngăn trái có thể tích không đổi. ngăn phải có thể tích V , áp suất P và nhiệt độ T thay đổi khi piston CD chuyển động. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch của hệ, ta có:

$$dU = dA \quad (1)$$

$$dU = \left(3 \frac{R}{2} + 5 \frac{R}{2} \right) dT = 4RdT \quad (2)$$

Độ tăng nội năng :

$$dA = -pdV \quad (3)$$

Từ (1); (2);(3) ta có: $4RdT = -pdV$

Phương trình trạng thái của khí trong ngăn phải là:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT
 $pV = RT \quad (4)$

Từ 2 phương trình trên ta có:

$$4\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

Giải phương trình vi phân phương trình trên ta được

$$TV^{\frac{1}{4}} = const \quad (5)$$

$$\Rightarrow T_1 V_1^{\frac{1}{4}} = T_2 V_2^{\frac{1}{4}}$$

Nếu thể tích tăng gấp đôi $V_2 = 2V_1$, thì nhiệt độ sẽ biến đổi đến giá trị T_2 như sau:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{4}} T_1 = 0,84.293 = 246K \quad (6)$$

Kí hiệu P_t và P_p lần lượt là áp suất khí trong ngăn trái và trong ngăn phải. Khí trong trái biến đổi đẳng tích, ta có:

$$\frac{P_{T_1}}{P_{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{246}{293} = 0,84 \quad (7).$$

Khí trong ngăn phải biến đổi theo phương trình (5). Kết hợp (4) với (5) sẽ có:

$$T^{-5} P = const \quad (8)$$

$$\Rightarrow \frac{P_{T_1}}{P_{T_2}} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{-5} = \left(\frac{293}{246} \right)^{-5} = (0,84)^5 = 0,42 \quad (9)$$

Áp suất cả 2 ngăn đều giảm, nhưng trong ngăn bên phải giảm mạnh hơn trong ngăn bên trái.

b) Nếu vách ngăn có thể di động tự do thì áp suất ở 2 ngăn luôn luôn bằng nhau và thể tích của ngăn bên trái cũng biến đổi. Hai ngăn có cùng nhiệt độ T, cùng áp suất P, và đều chứa 1uôn mol khí nên thể tích của chúng luôn bằng nhau và được kí hiệu là V. Áp dụng nguyên lí I cho hệ 2 ngăn một cách giống hệt nhau, chỉ khác nhau biểu thức (3):

$$dA = -2pdV. \quad (10)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

Kết hợp (1), (2), (4), (10) rồi giải phương trình vi phân ta được:

$$TV^{\frac{1}{2}} = const \quad (11)$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = T_1 \frac{1}{\sqrt{2}} = 293.0,707 = 207K \quad (12)$$

Kết hợp (11) và (4) ta tìm được mối quan hệ T-P:

$$TP^{\frac{1}{3}} = const$$

Từ đây tìm được tỉ số giảm áp suất khi thể tích ngăn phải (và cả ngăn trái) tăng gấp đôi:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 = 0,35$$

c) Nếu vách ngăn cách nhiệt thì khí trong mỗi ngăn là 1 hệ biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch, tuân theo các phương trình:

$$TV^{\gamma-1} = const \quad (13)$$

$$PV^\gamma = const \quad (14)$$

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const \quad (15)$$

Trong quá trình biến đổi áp suất khí trong 2 ngăn có cùng 1 giá trị là P, còn nhiệt độ T' và thể tích V' của ngăn trái thì nói chung khác nhiệt độ T và thể tích V của ngăn phải (trừ ở trạng thái ban đầu).

Trước tiên xét biến đổi đoạn nhiệt ở ngăn phải, với tỉ số nhiệt dung của khí đơn nguyên tử $\gamma = \frac{5}{3}$, phương trình biến đổi là:

$$PV^{\frac{5}{3}} = const$$

$$TV^{\frac{2}{5}} = const$$

Từ đó có thể tính được áp suất P_2 và nhiệt độ T_2 của khí heli trong ngăn phải sau khi thể tích tăng gấp đôi:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{5}{3}} = 0,315; P_2 = 0.315 P_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{2}{5}} = 0,76; T_2 = 222K$$

Xét biến đổi đoạn nhiệt của ngăn trái, với $\gamma = 1,4$, sau khi thể tích ngăn phải tăng gấp 2 lần thì áp suất P'_2 của ngăn trái cũng bằng áp suất P_2 của ngăn phải chi bởi (15). Từ (13) ta có :

$$V'_2 = V'_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{5}{7}} = 2,28 V'_1 = 2,28 V_1$$

Từ (15) suy ra:

$$T'_2 = T'_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{7}} = T'_1 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{10}{21}} = 0,72.293 = 211K$$

Như vậy thì cùng độ giảm áp suất như ngăn phải, khí hidro trong ngăn trái giãn ra nhiều hơn (2,28 so với 2 lần) khí heli trong ngăn phải, và vì thế mà giảm nhiệt độ cũng nhiều hơn.

Bài 61. Các lực tác dụng vào pitong : trọng lực P , Áp lực của không khí trong phần B ; lực đàn hồi của lò xo F_{dh}

- Khi K đóng.

* Gọi p_1 là áp suất khí trong phần B.

Điều kiện cân bằng của pitong :

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} + \vec{f} = 0$$

Hay $P + F_{dh} = f \leftrightarrow 2kl_1 = p_1 \cdot S$

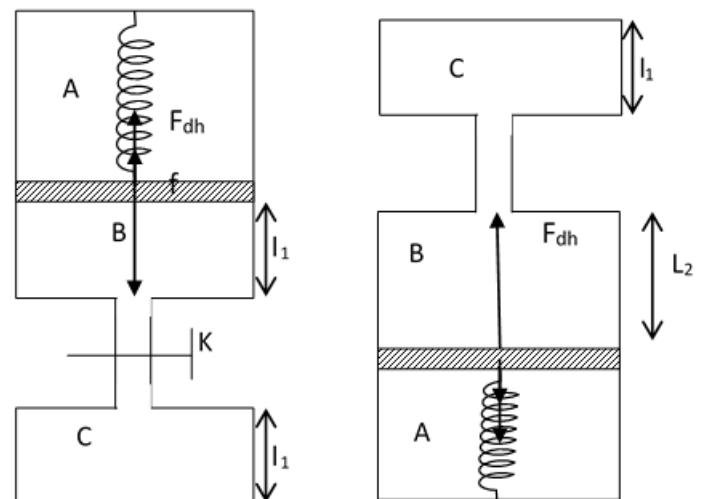
- Khi K mở và lật ngược xi lanh :

Gọi p_2 là áp suất trong ngăn B+C.

Pitong cân bằng : $P + f = F_{dh}$ hay

$$kl_1 + p_2 \cdot S = kl_2$$

Khí biến đổi đẳng nhiệt nên ta có :



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

$$P_1V_1 = P_2V_2 \text{ hay : } \frac{2l_1}{l_2 - l_1} = \frac{l_2 + l_1}{l_1}$$

$$\text{Vậy } l_2 = l_1\sqrt{3} = 0,17\text{m.}$$

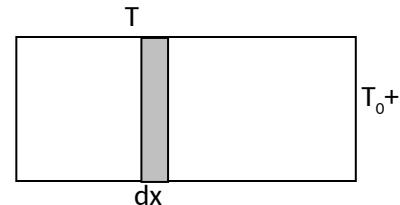
Bài 62. a. Xét một lớp khí giới hạn bởi hai mặt phẳng song song và cách đáy có nhiệt độ T_0 những đoạn $x+dx$.

$$T_{(x)} = T_0 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \cdot \frac{x}{l} \right)$$

Nhiệt của lớp khí là :

$$\text{Từ pt M-C : } PV = \frac{m}{M} RT \rightarrow dm = \frac{p\mu dV}{RT} = \frac{p\mu dV}{R(T_0 + ax)} = \frac{p\mu \cdot S \cdot dx}{R(T_0 + ax)} \quad (a = \frac{\Delta T}{T_0 l})$$

$$\Rightarrow m = \frac{\mu \cdot PV}{R \Delta t} \ln \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} \quad (1)$$



Phương trình trạng thái cho khí ở nhiệt độ T_0 và áp suất P_0 :

$$P_0 \cdot V = \frac{m}{M} R \cdot T_0 \Rightarrow m = \frac{\mu P_0 V}{R T_0} \quad (2)$$

$$\frac{\mu P_0 V}{R T_0} = \frac{\mu \cdot P \cdot V}{R \cdot \Delta T} \ln \frac{T_0 + \Delta T}{T_0}$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\Rightarrow P = \frac{P_0 \frac{\Delta T}{T_0}}{\ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)}$$

$$\text{Vì } \Delta T \ll T_0 \Rightarrow \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2$$

$$\Rightarrow P = P_0 \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0}} \approx P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} \right)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỘI DƯỠNG HSG THPT

b. Gọi x_G là khoảng cách từ đáy có nhiệt độ T_0 đến khói tâm G của lượng khí. Khi nhiệt độ khí

đồng đều và = T_0 thì $x_G = \frac{l}{2}$ Khi một đáy có nhiệt độ $T_0 + \Delta T$ thì: $x_G = \int_{m}^{\infty} x \, dm$ với $dm = \frac{\mu P}{RT} dv =$

$$\frac{\mu P}{SR} S \frac{dx}{T_0 + \frac{x}{l} \Delta T}$$

$$\Rightarrow x_G = \frac{\mu PS}{\mu RT_0} \int_0^l \frac{xdx}{1 + \frac{\Delta T}{T_0} \frac{x}{l}} \quad \text{Với } \frac{\Delta T}{T_0 l} = a \quad \text{ta có}$$

$$\Rightarrow \int_0^l \frac{xdx}{1 + ax} = \int_0^l \frac{dx}{a} - \int_0^l \frac{dx}{a(1 + ax)}$$

$$= \frac{l}{a} - \frac{1}{a^2} \ln mn(1 + al)$$

$$= l^2 \frac{T_0}{\Delta T} \left[\left(1 - \frac{T_0}{\Delta T} \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) \right) \right]$$

$$1 - \frac{T_0}{\Delta T} \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2$$

$$\text{Lấy phép tính gần đúng đến } \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^3$$

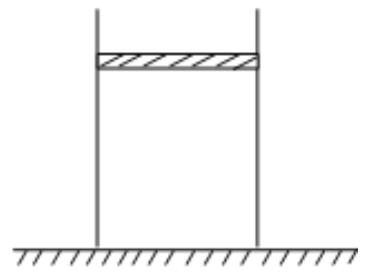
$$\Rightarrow x_G = \frac{\mu PS}{mRT_0} l^2 \frac{T}{\Delta T} \left[\frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \right]$$

$$\text{với } P = P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} \right) \Rightarrow x_G = l \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \frac{\Delta T}{T_0} \right)$$

Như vậy, khi tăng nhiệt độ của một đáy lên $T_0 + \Delta T$ thì khói tâm chuyển dời một đoạn

$$x_G = \frac{l}{12} \frac{\Delta T}{T_0} \text{ về phía đáy có nhiệt độ } T_0 \text{ không đổi.}$$

Bài 63. Do pitong và xi lanh cách nhiệt nên khí biến đổi đoạn nhiệt



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

KT: phương trình DLH viết cho piston và phương trình đoạn nhiệt cho khí

Bài 1. Khi cân bằng pittông nằm cách đáy h thì khí trong xy lanh có áp suất p_1 :

$$p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}.$$

Khi pittông ở vị trí có li độ là x thì khí có áp suất p . Vì quá trình là đoạn nhiệt nên:

$p(Sh + Sx)^\gamma = p_1(Sh)^\gamma$ (1), ở đây γ là tỷ số giữa các nhiệt dung đẳng áp và đẳng tích.

$$\Rightarrow p = p_1 \left(\frac{1}{1 + \frac{x}{h}} \right)^\gamma \approx p_1 \left(1 - \gamma \frac{x}{h} \right)$$

. Nếu bỏ qua lực ma sát giữa pittông và thành bình thì:

$$- p_0 S + p_1 \left(1 - \gamma \frac{x}{h} \right) S - Mg = Mx'' \Rightarrow - p_1 \gamma S \frac{x}{h} = Mx'' \Rightarrow x'' = - p_1 \gamma S \frac{x}{Mh}$$

Đạo động là điều hoà với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma(Mg + p_0 S)}{Mh}}$$

Bài 64. Gọi P_1, P_1' , P_2, P_2' lần lượt là áp suất khí cột AB, CD lúc đầu và lúc sau. Gọi $\frac{mg}{S}$ là áp suất do trọng lượng mỗi piston gây ra. Gọi P là áp suất trong ống tại F lúc sau

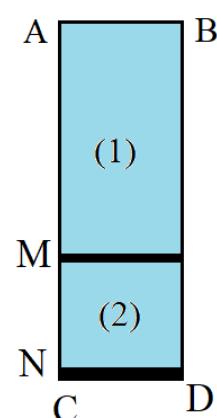
a. Ban đầu ta có $P_2 = \frac{mg}{S}; P_1 = \frac{mg}{S} + P_2 = 2 \frac{mg}{S}$ (1)

Mà $P_1 = P_0$ nên $P_2 = \frac{mg}{S} = \frac{P_0}{2}$ (2)

- Lúc sau $V_1 + V_2 = 3V_0$ (3)

Và $P_2' = \frac{mg}{S} + P_1'$ (4)

Trong đó $V_1 = \frac{P_0}{P_1'} V_0, V_2 = \frac{P_2}{P_2'} V_0 = \frac{P_0}{2P_2'} V_0$ (5)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP- BỒI DƯỠNG HSG THPT

Thay (4), (5) vào (3) ta được

$$\frac{P_0}{P_1'} V_0 + \frac{P_0}{2P_2'} V_0 = 3V_0 \Rightarrow \frac{1}{P_1'} + \frac{1}{2(\frac{P_0}{2} + P_1')} = \frac{3}{P_0}$$

$$\rightarrow P_1' = \frac{P_0}{\sqrt{6}} \quad (6)$$

$$P_2' = \frac{P_0}{2} + \frac{P_0}{\sqrt{6}}$$

Thay (1), (6) vào (4) ta được

(7)

Đây CD có áp suất

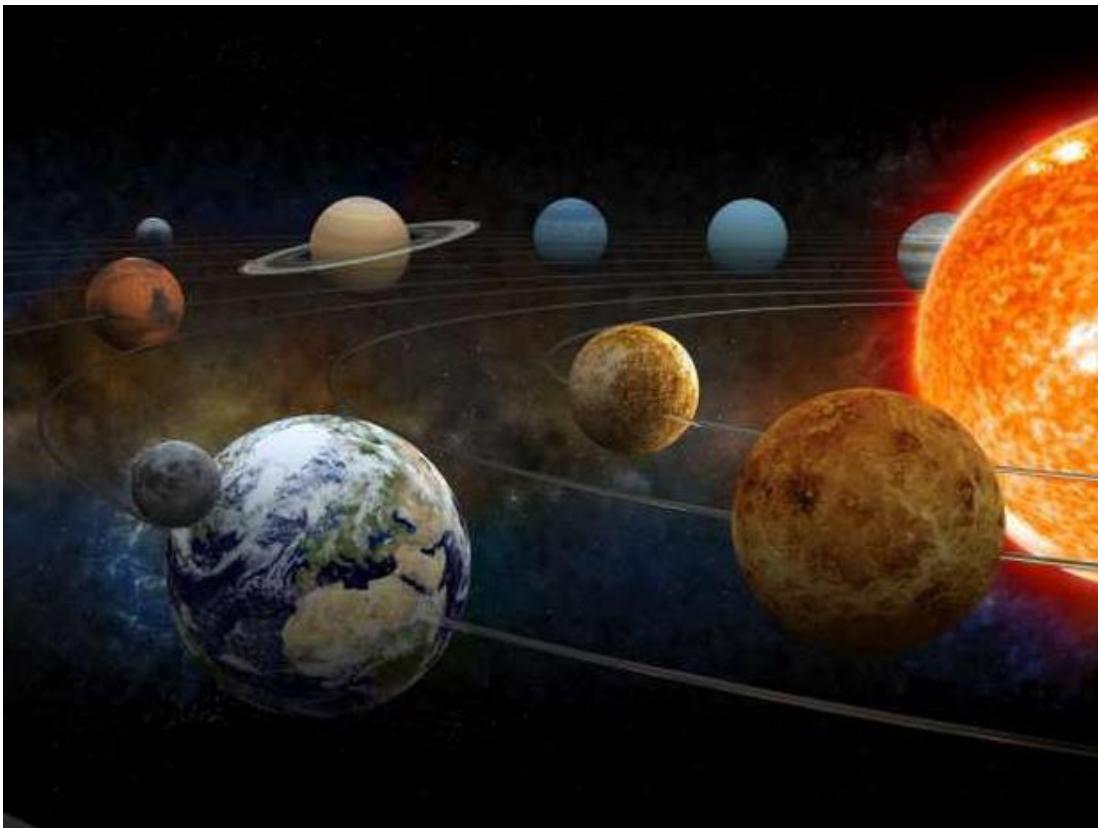
$$P = P_2' + \frac{mg}{S} = (\frac{P_0}{2} + \frac{P_0}{\sqrt{6}}) + \frac{P_0}{2} = (1 + \frac{1}{\sqrt{6}})P_0 \approx 1,41P_0 \quad (8)$$

b.Thay (6),(7) vào (5) ta được

$$V_1 = V_0 \sqrt{6} = \sqrt{6} l \quad (9)$$

$$V_2 = \frac{P_0}{2(\frac{P_0}{2} + \frac{P_0}{\sqrt{6}})} V_0 = \frac{1}{2(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{6}})} V_0 = (3 - \sqrt{6})V_0 \approx 0,55V_0$$

**KHO VẬT LÝ SƠ CẤP
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**



TẬP 1S

- CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM**
- NHIỆT HỌC PHÂN TỬ**

**TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020
LUU HÀNH NỘI BỘ**

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỆM

I.1 ĐỘNG HỌC -----	-Trang 3
I.2. CHUYÊN ĐỘNG NÉM-----	22
I.3. TÍNH TƯỞNG ĐỐI CHUYÊN ĐỘNG	53
I.4. ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ-----	62

CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỆM

II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỆM-----	87
II.2 LỰC MA SÁT-----	117
II.3 CHUYÊN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC-----	126
II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ-----	142

CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG.CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN.

III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT-----	175
III.2. ĐỘNG NĂNG, THÊ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG-----	184
III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG-----	222
III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA-----	257

CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.-----	263
IV.2 CÂN BẰNG VẬT RẮN.-----	267
IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỆM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG-----	308

CHƯƠNG V. CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.

LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

V.1 CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. HÀNH TINH, VỆ TINH-----	324
V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS-----	403

CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THÚC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

-----	440
CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LUU	

VII.1 CHẤT LUU LÝ TƯỞNG-----	494
VII.2 CHẤT LUU THỰC-----	506

CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ. PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

BỘ SUNG LÝ THUYẾT-----	521
VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ-----	526
VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN-----	548

CHƯƠNG IX. CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG. CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG-----	559
IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TƯỞNG-----	619
IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT-----	663

CHƯƠNG X. CHUYÊN PHA. ĐỘ ÂM KHÔNG KHÍ

X.1 ĐỘ ÂM KHÔNG KHÍ-----	672
X.2 NHIỆT LUỢNG CHUYÊN PHA-----	714

X.3 CHUYÊN PHA.-----	730
----------------------	-----

CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC. ENTROPY

XI.1 KHÍ THỰC.-----	769
XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TƯỞNG.-----	809
XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC-----	820

CHƯƠNG XII. TRUYỀN NHIỆT- KHUÉCH TÁN

XII.1 TRUYỀN NHIỆT-----	825
XII. 2 KHUÉCH TÁN-----	851

---LƯU HÀNH NỘI BỘ---

CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU

VII.1 CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG

Bài 1. Theo công thức Torricelli, ta có vận tốc đầu ra:

$$v = \sqrt{2gy},$$

với y là mực nước tính từ O.

Đồng hồ đối xứng tròn xoay, tiết diện lỗ O là a.

Tiết diện mặt nước tại thời điểm khảo sát là

$$A = \pi x^2$$

Thể tích nước chảy qua O trong thời gian dt là:

$$dV = avdt = a\sqrt{2gy}dt.$$

Mực nước trong bình giảm xuống tương ứng là

$$dh = \frac{dV}{A} \rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{a\sqrt{2gy}}{\pi x^2}.$$

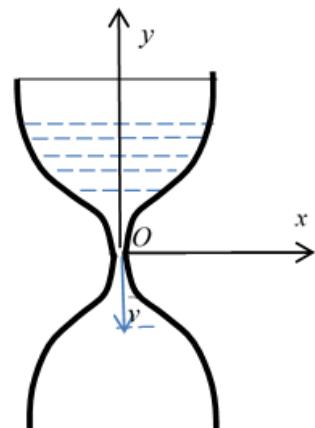
Theo yêu cầu:

$$\frac{dh}{dt} = \text{const} \rightarrow \frac{a\sqrt{2gy}}{\pi x^2} = \text{const} \rightarrow y = \left(\frac{\text{const.}\pi}{a} \right)^2 \frac{1}{2g} x^4.$$

Vậy: Hình dạng của bình y tỉ lệ với x^4 .

Bài 2. Gọi dV, dS, dR lần lượt là độ biến thiên thể tích, diện tích và bán kính R của bong bóng:

$$dS = d(4\pi R^2) = 8\pi R \cdot dR \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$dV = d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \frac{4}{3}\pi \cdot 3R^2 \cdot dR = 4\pi R^2 \cdot dR$$

Bảo toàn năng lượng:

Công nén khí bằng độ biến thiên động năng khí

$$2\sigma \cdot dS = \frac{1}{2} dm \cdot v^2 \quad (2)$$

Thể tích của khí thoát ra khỏi bóng qua ống a bằng độ giảm thể tích của quả bóng

$$dV = -S \cdot v dt = -\pi \cdot a^2 \cdot v dt = -4\pi \cdot R^2 \cdot dR \Rightarrow dR = -v dt \cdot \frac{a^2}{4R^2}$$

$$\text{Từ (1) và (2): } 2\sigma \cdot 8\pi R \cdot dR = \frac{1}{2} \rho \cdot 4\pi R^2 \cdot dR \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{8\sigma}{\rho R}$$

$$dR = -\sqrt{\frac{8\sigma}{\rho R}} \cdot \frac{a^2}{4R^2} \cdot dt$$

$$\int_o^t dt = -\sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}} \cdot \frac{1}{a^2} \int_R^a R^{5/2} \cdot dR \Rightarrow t = \frac{2}{7} \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}} \cdot \frac{R^{7/2}}{a^2} \approx 12,4(s)$$

Bài 3. a. Áp dụng phương trình Béc – nu – li cho hai điểm A' và B

$$p_o + \rho g H = p_o + \frac{\rho v_0^2}{2} \rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} \dots\dots$$

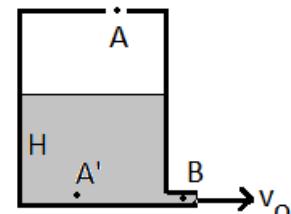
Xét trong khoảng dt rất nhỏ, coi v_o không đổi, động năng của nước chảy ra là:

$$W = \frac{1}{2} (\rho \cdot v_0 \cdot S \cdot dt) \cdot v_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot v_o^3 \cdot dt$$

Công năng vật:

$$A = mg \cdot v_1 \cdot dt$$

Hiệu suất:



$$\eta = \frac{A}{W} = \frac{2mg \cdot v_1}{\rho S v_o^3} = \frac{2mg \cdot v_1}{\rho S (\sqrt{2gH})^3} = 5\%$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

b.Gọi áp suất trong bình là p , vận tốc nước chảy ra từ vòi là v . Tương tự ta có:

$$\eta = \frac{A}{W} = \frac{2mg \cdot v_2}{\rho S v^3} \rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{2mgv_2}{\eta \rho S}}.$$

Áp dụng phương trình Béc – nu – li cho hai điểm A' và B khi này:

$$p + \rho g H = p_o + \frac{\rho v^2}{2}.$$

Độ thay đổi áp suất trong thùng:

$$\Delta p = p - p_o = \frac{\rho v^2}{2} - \rho g H \approx 1684(Pa)$$

Bài 4. a.Khi ổn định, lưu lượng nước chảy qua ống AB và CD là như nhau.

$$p_A - p_B = p_D - p_C$$

$$\text{đến} : h_1 \rho_1 - h_2 \rho_2 = (h_2 + h) \rho_2 - (h_1 + h) \rho_1 = \frac{h(\rho_2 - \rho_1)}{2}; \quad (1)$$

Giả sử tại mực x , áp suất hai bên như nhau

$$h_1 \rho_1 + x \rho_1 = h_2 \rho_2 + x \rho_2; \text{ suy ra:}$$

$$x = \frac{h_2 \rho_2 - h_1 \rho_1}{\rho_1 - \rho_2}; \quad (2)$$

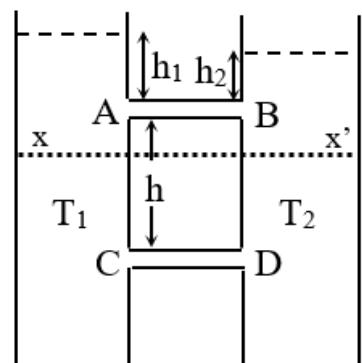
b.Từ (1) và (2) rút ra: $x = h/2$

$$\Delta p = p_A - p_B = (h_1 \rho_1 - h_2 \rho_2)g = \frac{hg(\rho_2 - \rho_1)}{2}; \text{ vậy:}$$

$$\Delta p = \frac{\alpha hg(T_1 - T_2)}{2}$$

c. $\frac{\Delta m}{\Delta t} = k \Delta p = \frac{k \alpha hg(T_1 - T_2)}{2}.$

Kí hiệu P là công suất nhiệt thì: $P = \frac{\Delta m}{\Delta t} CT = \frac{\alpha khgC(T_1 - T_2)^2}{2}$



Bài 5. Lập mối quan hệ giữa độ chênh lệch áp suất $\Delta p = p_1 - p_2$:

Chọn mặt đằng áp như hình vẽ :

Khi $\Delta p = 0 (p_1 = p_2)$: thì mặt phân cách giữa hai lớp chất lỏng khác nhau ở vị trí cân bằng O :

- $p_A = p_B$
- $p_A = p_1 + \gamma_1 \cdot h_1$
- $p_B = p_2 + \gamma_2 \cdot h_2$

Theo điều kiện bình thường nhau : $\gamma_1 \cdot h_1 = \gamma_2 \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{\gamma_2 \cdot h_2}{\gamma_1}$

Khi $\Delta p > 0 (p_1 > p_2)$: thì mực nước trong bình 1 hạ xuống 1 đoạn Δh và đồng thời mực nước bình 2 tăng lên 1 đoạn Δh . Khi đó mặt phân cách di chuyển lên trên 1 đoạn h so với vị trí O.

$$p_A = p_1 + \gamma_1 \cdot (h_1 - \Delta h)$$

$$p_B = p_2 + \gamma_2 \cdot (h_2 + \Delta h - h) + \gamma_1 \cdot h$$

Theo tính chất mặt đằng áp ta có :

$$\begin{aligned} p_1 + \gamma_1 \cdot (h_1 - \Delta h) &= p_2 + \gamma_2 \cdot (h_2 + \Delta h - h) + \gamma_1 \cdot h \\ \Leftrightarrow p_1 - p_2 &= \gamma_2 \cdot (h_2 + \Delta h - h) - \gamma_1 \cdot (h_1 - \Delta h) + \gamma_1 \cdot h \\ \Leftrightarrow p_1 - p_2 &= h \cdot (\gamma_1 - \gamma_2) + \Delta h \cdot (\gamma_1 + \gamma_2) - [\gamma_1 \cdot h_1 - \gamma_2 \cdot h_2] \quad (*) \end{aligned}$$

Ta thấy thể tích bình 1 giảm một lượng : $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Delta h$

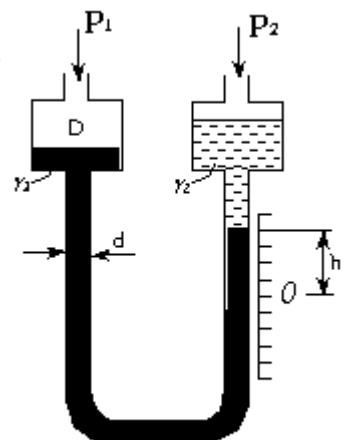
Thể tích trong ống nâng lên một lượng : $V' = \frac{\pi \cdot d^2}{4} h$

Ta có $V = V' \Rightarrow \Delta h = \frac{d^2}{D^2} h$ và $\gamma_1 \cdot h_1 = \gamma_2 \cdot h_2$ thay vào (*)

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h \cdot (\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2} h \cdot (\gamma_1 + \gamma_2)$$

Ta được :

$$= h \left[(\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2} \cdot (\gamma_1 + \gamma_2) \right]$$



Hình 3

Tính Δp khi $h = 250\text{mm}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Ta có : } \Delta p = 0,25 \left[(8535 - 8142) + \frac{0,005^2}{0,05^2} (8535 + 8142) \right] = 140 \text{ N/m}^2$$

Bài 6. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ :

a) Viết phương trình mặt đẳng áp và mặt tự do, nếu mực nước trên trục bình cách đáy $Z_0 = 500\text{mm}$.

Phương trình vi phân mặt đẳng áp :

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

Trong đó : $X = \omega^2 x$; $Y = \omega^2 y$; $Z = -g$

Thay vào phương trình vi phân ta được :

$$\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz = 0$$

$$\text{Tích phân : } \frac{1}{2}\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}\omega^2 y^2 - gz = C$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) - g.z = C \Leftrightarrow \frac{1}{2}\omega^2 r^2 - g.z = C \quad (*)$$

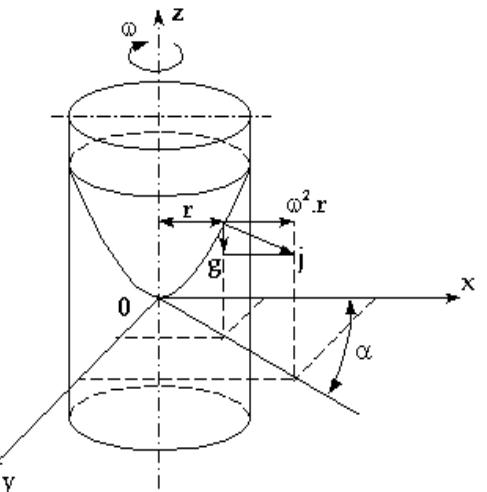
$$\text{Vậy phương trình mặt đẳng áp là : } z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

Đối với mặt tự do cách đáy $Z_0 = 500\text{mm}$

Tại mặt tự do của chất lỏng thì : $x = y = 0$ và $z = z_0$ thay vào
 $(*) \Rightarrow C = -g.z_0$

$$\text{Vậy phương trình mặt tự do sẽ là : } z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} - g.z_0 \text{ hay}$$

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + z_0$$



Hình 6

b) Xác định áp suất tại điểm trên thành bình cách đáy 1 khoảng $a = 100\text{mm}$:
 Phương trình phân bố áp suất : $dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$

Trong đó : $X = \omega^2 x$; $Y = \omega^2 y$; $Z = -g$

Thay vào ta được : $dp = \rho(\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\begin{aligned} \text{Tích phân : } p &= \rho \left(\frac{1}{2} \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} \omega^2 y^2 - gz \right) + C \\ \Leftrightarrow p &= \rho \left[\frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) - g.z \right] + C \Leftrightarrow p = \rho \left[\frac{1}{2} \omega^2 r^2 - g.z \right] + C \quad (***) \end{aligned}$$

Tại mặt tự do (tại O) ta có : $x = y = 0$ và $z = z_0 \Rightarrow p = p_a$

Thay vào (***) $\Rightarrow C = -\rho \cdot g \cdot z_0 + p_a$

$$(***) \Leftrightarrow p = \rho \frac{1}{2} \omega^2 r^2 - \rho \cdot g \cdot z + p_a + \rho \cdot g \cdot z_0 \Leftrightarrow p_a + \gamma \cdot h + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2}$$

$$\begin{cases} h = z_0 - z \\ r^2 = x^2 + y^2 \\ \gamma = \rho \cdot g \end{cases}$$

Điểm trên thành bình cách đáy 100mm có :

$$p_a = 1at \quad ; \quad r = d/2 = 0,5/2 = 0,25m$$

$$h = z_0 - z = 500 - 100 = 400 = 0,4m \quad ; \quad \omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 90}{30} = 9,42 \text{ rad/s}$$

Áp suất tại điểm này sẽ là :

$$\Leftrightarrow p_d = p - p_a = \gamma \cdot h + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} = 9810 \cdot 0,4 + 1000 \frac{9,42^2 \cdot 0,25^2}{2} = 6697 N/m^2 = 0,068 at$$

Bài 7. a. Phương trình chuyển động của giọt mưa:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + (\vec{v}_1 - \vec{v}) \frac{dm}{dt} \quad \text{với } v_1 = 0$$

Chiều lên chiều dương hướng xuống:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - v \frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - v \frac{dm}{mdt} \quad (1)$$

Lại có: khối lượng giọt mưa tăng thêm trong thời gian dt chính bằng khối lượng hơi nước đã nhập vào giọt mưa trong thời gian nó quét qua đám mây

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$dm = \rho 4\pi r^2 dr = \rho_0 \pi r^2 v dt \Rightarrow v = \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \frac{d^2r}{dt^2} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$\begin{aligned} \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \frac{d^2r}{dt^2} &= g - \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \frac{dr}{dt} \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{\frac{4}{3} \rho \pi r^3 dt} = g - \frac{12\rho}{\rho_0} \cdot \frac{1}{r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \\ &\Rightarrow \frac{d^2r}{dt^2} + \frac{3}{r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{1}{4} \frac{\rho_0}{\rho} g = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

b. Từ biểu thức: $r(t) = A \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^\gamma$

$$\Rightarrow \frac{dr}{dt} = A\gamma \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{d^2r}{dt^2} = A\gamma(\gamma-1) \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^{\gamma-2}$$

Thay vào phương trình (3):

$$A\gamma(\gamma-1) \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^{\gamma-2} + 3\gamma^2 A \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\alpha g^\beta t^{\gamma-2} - \frac{1}{4} \frac{\rho_0}{\rho} g = 0$$

$$\Rightarrow (4\gamma^2 - 1) A \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^{\gamma-2} - \frac{1}{4} \frac{\rho_0}{\rho} g = 0$$

Đồng nhất các hệ số $\Rightarrow \begin{cases} \gamma-2=0 \\ \alpha=\beta=1 \\ (4\gamma^2-\gamma)A=\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma=2 \\ \alpha=\beta=1 \\ A=\frac{1}{56} \end{cases}$

c. Theo 2 ý trên ta có: $v = \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{4\rho}{\rho_0} \cdot \gamma A \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\alpha g^\beta \cdot t^{\gamma-1} = \frac{1}{7} gt$

Do đó gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây là: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{7}$

Bài 8. Điện trở của khối chất lỏng giữa hai lưỡi: $R = \frac{dL}{S}$,

trong đó S là tiết diện ngang của ống.

Dòng điện chạy qua khối chất lỏng này bằng:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{dL}. Ta lấy một thể tích chất lỏng rất bé$$

nằm dọc theo ống trên đoạn có chiều dài $l \ll L$

$$\text{như hình vẽ thì điện trở của phần này bằng: } r = \frac{dl}{S}.$$

Theo định luật Jun-Lenxơ, nhiệt lượng tỏa ra trên đoạn này trong khoảng thời gian nhỏ Δt bằng: $Q = I^2 r \Delta t$.

Do bỏ qua mất mát nhiệt và tốc độ truyền nhiệt trong chất lỏng là nhỏ nên có thể coi toàn bộ nhiệt lượng này chỉ dùng để làm tăng nhiệt độ cho thể tích nguyên tố nói trên: $I^2 r \Delta t = Cm\Delta T$.

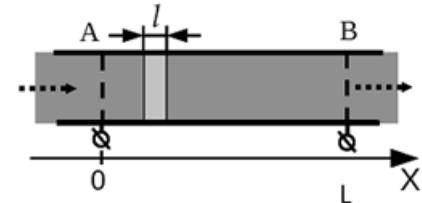
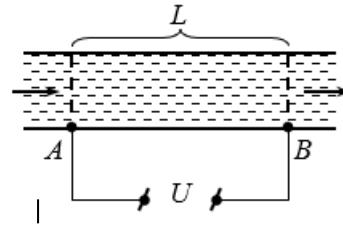
Trong đó $m = \rho l S$ là khối lượng chất lỏng trong thể tích nguyên tố, ΔT là độ tăng nhiệt độ của lượng chất lỏng này sau thời gian Δt .

Thay biểu thức của I , khối lượng m và điện trở r vào biểu thức này, ta nhận được:

$$\frac{U^2 S^2 dl}{d^2 L^2 S} \Delta t = C \rho l S \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{U^2}{d \rho C L^2}.$$

Ta đã nhận được tốc độ biến thiên nhiệt độ của thể tích nguyên tố chất lỏng.

Tốc độ chuyển động của chất lỏng $V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, do đó $\Delta t = \frac{\Delta x}{V}$. Thay Δt vào biểu thức trên: $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{U^2}{V d \rho C L^2}$. (*)



Về phái biểu thức này rõ ràng là không đổi và không phụ thuộc tọa độ x, nghĩa là biểu thức này là đúng với mọi nguyên tố thể tích chất lỏng nằm giữa A và B.

Ta chọn hệ tọa độ OX hướng theo ống và gốc tại lưới A.

Ở tọa độ x (với $0 \leq x \leq L$) ta có:

$$dT = \frac{U^2}{Vd\rho CL^2} dx \Rightarrow \int_{T_0}^T dT = \int_0^x \frac{U^2}{Vd\rho CL^2} dx$$

$$\Rightarrow T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL^2} x$$

Như vậy, ta có thể kết luận:

* Phía bên trái lưới A (tức là $x < 0$): Nhiệt độ chất lỏng bằng nhiệt độ ban đầu $T = T_0$.

* Khoảng giữa hai lưới ($0 < x < L$): $T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL^2} x$.

Phía bên phải lưới B nhiệt độ không tăng thêm mà bằng nhiệt độ tại lưới B (khi $x=L$):

$$T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL}.$$

Bài 9.

1.a) Theo công thức Torricelli vòi thấp hơn mặt nước trong bể khoảng h_0 nên vận tốc phun ra từ vòi là: $v_C = \sqrt{2gh_0}$

Nước ra khỏi vòi có vận tốc ban đầu v , chuyển động chậm dần đều lên cao, đi được quãng đường thẳng đứng h thì vận tốc triệt tiêu. Ta có công thức $v^2 = 2gh$ vậy $h = h_0$

b) Gọi v_0 là vận tốc nước trong ống cái

$$Sv_0 = sv_C \quad \text{Vậy } v_0 = \frac{s}{S}v_C = \frac{s}{S}\sqrt{2gh_0}$$

c) Áp dụng công thức Bernoulli cho mặt nước trong bể TAI A và đầu ống cái TAI M, ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

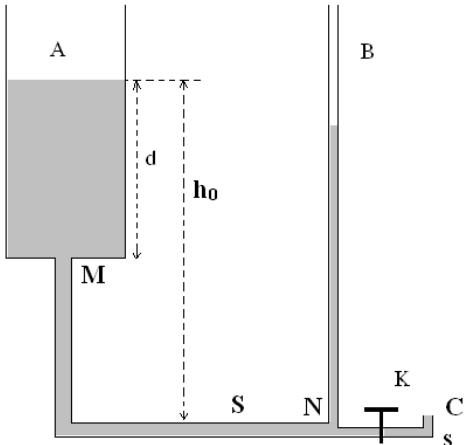
$$\rho gh_0 + P_{kq} = p_M + \rho g(h_0 - d) + \frac{\rho}{2} v_M^2$$

$$p_M = p_{kq} + \rho gd - \frac{\rho}{2} v_M^2; v_M = v_0 = \frac{s}{S} \sqrt{2gh_0}$$

Ta thấy rằng tuy ở cùng độ cao với đáy bể nhưng p_M bé hơn áp suất ở đáy bể (ở những điểm xa chỗ nối với ống).

Do đó độ biến thiên áp suất tĩnh ngay đầu ống cái chính là hiệu áp suất tĩnh tại M và tại một điểm sát đáy bình.

$$\Delta P_M = P_H - P_M = (p_{kq} + \rho gd) - (p_{kq} + \rho gd - \frac{\rho}{2} v_M^2) = \frac{\rho}{2} v_M^2$$



d) Áp dụng công thức Bernoulli cho mặt nước trong bể TẠI A và tiết diện N của ống cái ở nơi có ống B. ta có áp suất toàn phần tại N và A bằng nhau

$$(\rho gh_0 + \frac{\rho}{2} v_A^2 + P_{kq})_{tai A} = (\rho gh_1 + \frac{\rho}{2} v_0^2 + P_{kq})_{tai N}$$

$$\text{Vậy } \rho gh_1 = \rho gh_0 - \frac{\rho}{2} v_0^2; h_1 = h_0 - \frac{v_0^2}{2g}$$

$$h_1 = h_0 \left[1 - \left(\frac{s}{S} \right)^2 \right] < h_0$$

2. Phần nước dài $l = u\Delta t$ có khối lượng $\rho us\Delta t$ và vận tốc v_0 , nghĩa là động lượng $\rho us\Delta t v_0$. Nó dừng lại đột ngột vì bị tác dụng của lực \vec{F} của khóa. Biến thiên động lượng bằng xung của lực \vec{F} nghĩa là $\rho us\Delta t v_0 = F\Delta t$

Vậy $F = \rho suv_0$. Lực này phân bố trên diện tích S của nước nên gây ra áp suất xung kích bằng:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \rho uv_0; p \text{ khá lớn vì } u \approx 1500 \text{ m/s}$$

Áp suất gây ra dọc trên ống, nên tại N áp suất đột ngột tăng lên. Theo Paxcan áp suất này Δp tăng lên theo mọi phương, nên áp suất tĩnh dọc theo ống P cũng tăng lên một lượng Δp , làm mực nước trong ống B dâng lên thêm một khoảng h_2 xác định bởi $\rho gh_2 = \Delta p$

$$h_2 = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{u v_0}{g} = \frac{u}{g} \sqrt{2gh_0}$$

Chiều cao tổng cộng của cột nước trong ống B là $h = h_1 + h_2$, thường lớn hơn h_0 .

Nhưng nước chỉ vọt lên một thời gian ngắn rồi lại trở về mức h_1 . Bằng cách đóng mở chiều lân khóa K, có thể đưa nước lên độ cao của mặt thoáng trong bể chứa (phương pháp “nước húc”).

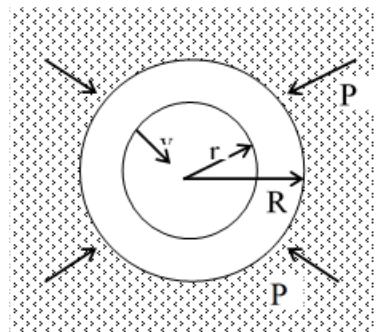
Bài 10. Sử dụng định lý động năng. Động năng của chất lỏng thay đổi ΔK khi bán kính của hốc giảm từ R tới r . Gọi vận tốc của biên chất lỏng khi bán kính của hốc là y là v_y , theo định lý dòng chảy liên tục cho vị trí bất kì có bán kính y đến bán kính r , ta có

$$4\pi y^2 v_y = 4\pi r^2 v$$

$$v_y = \frac{r^2 v}{y^2} \quad (1)$$

Động năng của lớp chất lỏng độ dày dy là :

$$dK = \rho \frac{4\pi y^2}{2} v_y^2 dy \Rightarrow dK = 2\pi \rho r^4 v^2 \frac{dy}{y^2}$$



Khí chất lỏng chui vào hốc thì toàn bộ khối chất lỏng bao quanh hốc đều chuyển động hướng vào tâm hốc.

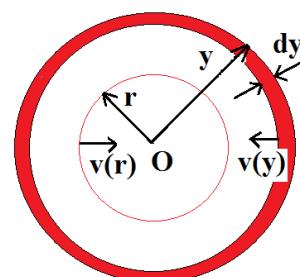
Biến thiên động năng của toàn chất lỏng khi bán kính hốc cầu giảm từ R đến giá trị r là

$$\Delta K = 2\pi \rho r^4 v^2 \int_r^\infty \frac{dy}{y^2} = 2\pi r^3 v^2$$

Kết quả lấy tích phân: $\Delta K = 2\pi \rho r^3 v^3$

Độ tăng động năng bằng công của ngoại lực :

$$dA = PS(y)(-dy) \Rightarrow A = -P \int_R^r 4\pi y^2 dy = \frac{4\pi P}{3} (R^3 - r^3)$$



Theo định lý động năng:

$$\Delta K = A \Rightarrow 2\pi\rho r^3 v^2 = \frac{4\pi}{3} P(R^3 - r^3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2P}{3\rho} \left(\frac{R^3}{r^3} - 1 \right)}$$

Bài 11. Nêu phương án thí nghiệm.

- * Dùng thước đo chiều cao H của bình.
- * Đặt thước thẳng đứng phía trên miệng bình.
- * Ngoài đầu trên của sợi chỉ vào lực kế và kéo lực kế để vật được nâng chậm ra khỏi nước. Khi đó vừa quan sát sự thay đổi của số chỉ lực kế F theo độ dài x của phần chỉ được kéo ra khỏi bình (lực F đọc trên lực kế, còn chiều dài x đọc theo thước).
- * Dụng đồ thị phụ thuộc của F theo x trên giấy kẻ ô sẽ được dạng đồ thị như hình 10.10.

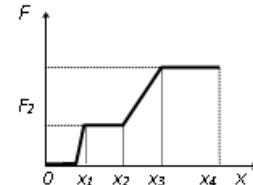
Trong quá trình kéo vật, ta chú ý giai đoạn khi sợi dây bắt đầu bị căng thì lực căng của dây và dó đó, số chỉ của lực kế biến thiên từ không đến giá trị F_1 , trong quá trình này, lò xo của lực kế sẽ giãn ra, do đó giá trị của x trên thước biến thiên từ một giá trị nào đó đến giá trị x_1 . Giá trị x_1 ta có thể xác định được khi mà số chỉ lực kế bắt đầu đạt trị số ổn định.

Trên đồ thị thể hiện rõ:

Khi kéo lên được một đoạn x_1 , vật bắt đầu rời khỏi đáy bình và được nâng lên đến chiều dài x_2 . Số chỉ F_1 của lực kế trong quá trình này là không đổi và bằng: $F_1 = \rho g V - \rho_0 g V$ (1)

Trong đó V là thể tích của vật, ρ là khối lượng riêng của vật. Đến vị trí x_2 thì mặt trên của vật bắt đầu nhô ra khỏi mặt nước và số chỉ của lực kế tăng dần đến giá trị F_2 . Khi toàn bộ vật vừa thoát ra khỏi mặt nước (ứng với chiều dài x_3) thì số chỉ của lực kế đạt đến giá trị cực đại, đúng bằng trọng lượng của vật: $F_2 = \rho g V$ (2)

Từ chiều dài đó trở đi thì số chỉ của lực kế sẽ không thay đổi nữa.



Hình 10.10

Khi kéo đến chiều cao x_4 thì mặt trên của vật chạm vào thành trên của bình và không thể kéo thêm được nữa (nếu muốn bình vẫn nằm yên).

* Từ đó, ta tìm được chiều cao mực nước trong bình khi đã kéo vật ra khỏi nước:

$$h_0 = x_3 - x_1.$$

* Chiều cao của vật: $l = H - (x_4 - x_1)$.

* Chiều cao mực nước trong bình khi chưa kéo vật ra:

Khi mặt trên của vật vừa chạm mặt nước thì ta đọc được x_2 , khi mặt dưới của vật vừa rời khỏi mặt nước thì đọc được x_3 . Trong quá trình này, nếu mặt nước nằm yên thì ta phải kéo lên một đoạn bằng l , nhưng do mặt nước hạ xuống một đoạn bằng $(h - h_0)$ nên: $x_3 - x_2 = l - (h - h_0)$.

Từ đó, sau khi thay giá trị của h_0 , ta suy ra: $h = l + (x_2 - x_1)$.

* Từ các hệ thức (1) và (2) suy ra khối lượng riêng của vật: $\rho = \frac{\rho_0 F_2}{F_2 - F_1}$.

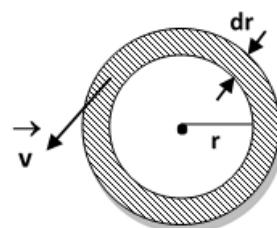
VII.2 CHẤT LƯU THỰC-LỰC NHỚT

Bài 1. Từ công thức lực ma sát nhớt

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| dS \quad (1)$$

Xét một hình vòng khăn có diện tích

$$dS = 2\pi r dr \quad \text{và} \quad \frac{dv}{dz} = \frac{v}{h} = \frac{\omega r}{h}.$$



và đĩa bị ma sát cả ở 2 bên nên $df = 2dF$

$$df = 2\eta \frac{\omega r}{h} \times 2\pi r dr = 4\pi\eta \frac{\omega}{h} r^2 dr$$

$$\text{Công suất ma sát} \quad dP = df \times v = df \times \omega r = 4\eta\pi \frac{\omega^2}{h} r^3 dr$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$P = \int dP = \int_0^r 4\eta\pi \frac{\omega^2}{h} r^3 dr = \pi\eta \frac{\omega^2}{h} r^4 \quad \text{Thay số: } P = \pi \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{60^2}{10^{-3}} \cdot 0,1^4 = 9,05W.$$

Bài 2. Ta ký hiệu P_0 là áp suất khí quyển, P_1 áp suất tại điểm trên của giọt. Vì rằng hiệu áp suất ở trong và ở ngoài giọt bình càu bán kính bằng R bằng $\frac{2\sigma}{R}$ đối với điểm trên.

$$P_1 - P_0 = \frac{2\sigma}{R_1} \quad (*)$$

Tại điểm dưới của giọt áp suất bằng $P_1 + Dgd$ (áp suất tĩnh trong lóng chảy). Vì vậy:

$$P_1 + Dgd - P_0 = \frac{2\sigma}{R_2} \quad (***) \quad (\text{D- khối lượng riêng của nước})$$

Từ hai đẳng thức (*) và (***) ta được

$$Dgd = 2\sigma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 2\sigma \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}$$

Vì rằng kính thước của giọt nước nhỏ ($d = 2m$) nên bán kính độ cong R_1 và R_2 khác nhau ít. Vì vậy mẫu số của biểu thức vừa nhận được có thể viết

$$R_1 = R_2 = \frac{d}{2}. \quad \text{Cuối cùng ta tìm được:}$$

$$R_1 - R_2 = \frac{Dgd^3}{8\sigma} \approx 0,14mm$$

Bài 3. Vì dính ướt nên bì mặt tự do của chất lỏng trong ống là một phần của mặt càu. Bán kính hình càu $R = r/\cos\alpha$, r - bán kính ống mao dẫn ứng với độ cao đó (H1.2) áp suất chất lỏng ở dưới mặt khum của mặt càu nhỏ hơn áp suất khí quyển một lượng $P_d = \frac{2\delta}{R} = \frac{2\delta \cos\alpha}{r}$ và bằng $P = P_0 - P_d = P_0 - \frac{2\delta \cos\alpha}{r}$. áp suất ở mức bì mặt chất lỏng trong bình rộng (trong ống mao dẫn) bằng $P + dgh$ và rõ ràng bằng áp suất khí quyển P_0 . Vậy:

$$P_0 - \frac{2\delta \cos\alpha}{r} + dgh = P_0 \rightarrow dgh = \frac{2\delta \cos\alpha}{r} \quad (1)$$

ký hiệu r_0 là bán kính ống mao dẫn ở mức bì mặt chất lỏng trong bình rộng dần. Khi đó $r = r_0 + R \tan\alpha$ khi ống rộng dần và $r = r_0 + kR \tan\alpha$ ($k = \pm 1$) ta viết lại (1):

$$dgh = \frac{2\delta \cos \alpha}{r_0 + khtg\alpha} \quad (2)$$

Khi $\alpha = 0$, phương trình bày có nghiệm $h = \frac{2\delta}{dgr_0}$.

Nếu $\alpha \neq 0$ thì từ (2) ta nhận được phương trình bậc hai:

$$kdgtg\alpha h^2 + dgr_0 h - 2\delta \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\text{Có nghiệm } h_{1,2} = \frac{-dgr_0 \pm \sqrt{(dgr_0)^2 + 8kdg\delta \sin \alpha}}{2kdgtg\alpha} \quad (4)$$

Trong trường hợp ống rộng dần ($k = 1$) ta có nghiệm dương của phương trình (3)

$$h = \frac{-r_0 + \sqrt{r_0 + 8\delta \sin \alpha / \zeta g}}{2tg\alpha}$$

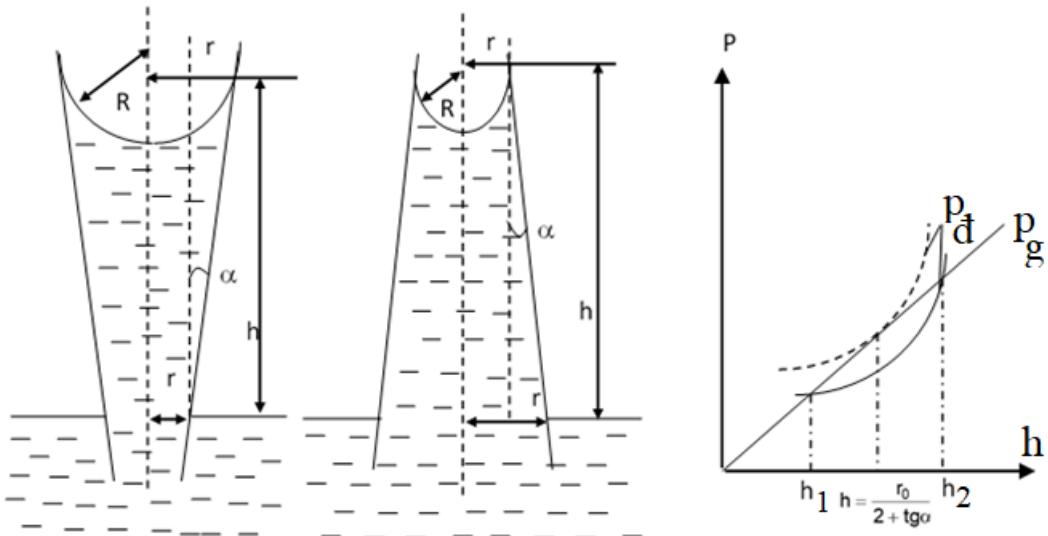
Chất lỏng dâng lên độ cao này trong ống rộng dần.

Khi ống mao dẫn hẹp dần ($k = -1$), nếu $dgr_0^2 > 8\delta \sin \alpha$ thì cả hai nghiệm có thể dương và cần phải xét hai nghiệm một cách chi tiết hơn. Muốn thế ta xét phương trình (2). Vẽ trái của phương trình là dgh chính áp suất thủy tĩnh của cột chất lỏng độ cao h , ký hiệu là $P_g = dgh$. Vẽ phải là áp suất phụ $P_d = \frac{2\delta \cos \alpha}{r_0 + khtg\alpha}$ do xuất hiện do sức căng bì mặt

tại bì mặt khum. Vẽ đồ thị P_g và P_d theo h , giao điểm của hai đường cong tương ứng với hai giá trị h_1, h_2 . Giả thiết $h = h_1$ và vì một lý do nào đó mức chất lỏng tăng lên một ít. Khi đó P_d tăng chậm hơn P_g . Vậy bì mặt chất lỏng hạ xuống trở về mức có $h = h_1$. Khi giảm h , P_d giảm chậm hơn P_g . Vì vậy mức chất lỏng tăng lên. Vậy vị trí cân bằng $h = h_1$ là bền.

Tương tự, khi xét vị trí cân bằng $h = h_2$ có thể chỉ ra rằng vị trí đó không bền. Khi giảm mức chất lỏng, nó sẽ tiếp tục giảm đến giá trị h_1 , còn khi tăng thì mức nước dâng lên trên biên của ống mao dẫn.

Khi $dgr_0^2 = 8\delta \sin \alpha$, phương trình khi có một nghiệm, hai đường cong P_d và P_g gặp nhau tại điểm $h = \frac{r_0}{2tg\alpha}$ trong trường hợp này vị trí cân bằng của chất lỏng, nước sẽ dâng lên đến biên của ống. Khi $dgr_0^2 < 8\delta \sin \alpha$ nói chung không có vị trí cân bằng và chất lỏng dâng lên đỉnh của ống mao dẫn.



Bài 4 Sau khi hợp hai bong bóng xà phòng thành một , khối lượng tổng cộng của không khí trong chúng không thay đổi . Gọi m_1 , m_2 là khối lượng khí của hai bong bóng ban đầu , m_3 là khối lượng khí của bong bóng hợp thành :

$$m_3 = m_1 + m_2 \quad (1)$$

Từ phương trình Clapâyrông-Mendêlêép cho ta :

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{PV\mu}{RT} \quad (2)$$

Trong (2) : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ - Thể tích bong bóng ,

$\tilde{\sigma}$: khối lượng phân tử khí ,

T : nhiệt độ (bằng nhiệt độ của không khí bao quanh và như nhau cho mọi bong bóng)

R : hằng số khí .

Điều kiện cân bằng của bong bóng cho ta :

$$P = P_a + P_{bóng} = P_a + \frac{2\sigma}{R} \quad (3)$$

Trong (3) : P_a : áp suất khí quyển ,

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$P_{bóng}$: áp suất ở chính dưới bề mặt hình cầu của màng xà phòng bán kính R .

Từ (2) và (3) ta có :

$$m_1 = \left(P_a + \frac{2\sigma}{R_1} \right) \frac{4}{3} \pi R_1^3 \cdot \frac{\mu}{RT}$$

$$m_2 = \left(P_a + \frac{2\sigma}{R_2} \right) \frac{4}{3} \pi R_2^3 \cdot \frac{\mu}{RT}$$

$$m_3 = \left(P_a + \frac{2\sigma}{R_3} \right) \frac{4}{3} \pi R_3^3 \cdot \frac{\mu}{RT}$$

$$\left(P_a + \frac{2\sigma}{R_3} \right) \frac{4}{3} \pi R_3^3 \cdot \frac{\mu}{RT} = \left(P_a + \frac{2\sigma}{R_1} \right) \frac{4}{3} \pi R_1^3 \cdot \frac{\mu}{RT} + \left(P_a + \frac{2\sigma}{R_2} \right) \frac{4}{3} \pi R_2^3 \cdot \frac{\mu}{RT}$$

$$P_a(R_3^3 - R_2^3 - R_1^3) = 2\sigma(R_1^2 + R_2^2 - R_3^2)$$

$$P_a = \frac{2\sigma(R_1^2 + R_2^2 - R_3^2)}{(R_3^3 - R_2^3 - R_1^3)}$$

Bài 5. Lưu ý: Trong bài số 9, công thức nêu hiếu $F_{ms} = -\eta \frac{dv}{dr} S > 0$ là độ lớn lực ma sát,

trong đó thì $\frac{dv}{dr}$ là gradient của vận tốc theo không gian, tức là tốc độ biến thiên vận tốc dọc theo phương bán kính tại một vị trí xác định và không lén qua đến thời gian.

Trong bài số 10 này thì $\frac{dv}{dr} = \frac{d\omega r}{dr} = r \frac{d\omega}{dr} + \omega \frac{dr}{dr} = r \frac{d\omega}{dr} + \omega$, thì gradient hiếu theo nghĩa

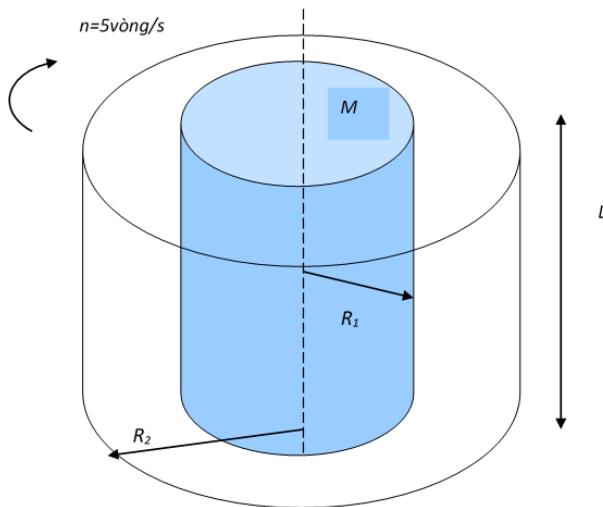
tốc độ biến thiên vận tốc theo không gian nên ta chỉ lấy thành phần $r \frac{d\omega}{dr}$. Do vậy lực ma sát nhót chỉ lấy thành phần :

$$F_{ms} = \eta \left[r \frac{d\omega}{dr} \right] S > 0$$

SAI LÀM HỌC SINH

Trong trạng thái cân bằng động do có lực ma sát nội mà các lớp khí giữa hai hình trụ quay đều với vận tốc $v(r)$ trong trạng thái dừng. Điều kiện quay đều của lớp khí bán kính r là mômen lực ma sát nội từ lớp khí bên trong và ngoài tác dụng lên lớp khí đó bằng 0.

Vì các mômen đó hướng theo chiều ngược nhau cho nên giá trị của chúng bằng nhau do đó mômen lực ma sát nội không phụ thuộc vị trí lớp khí



$$M(r) = rF(r) = \text{const} = M \quad (1)$$

Thoạt nhìn vào bài toán ta có thể nghĩ rằng lực ma sát nội được viết như:

$$F_{ms} = \eta \frac{dv}{dr} S = 2\pi r L \eta \frac{dv}{dr}$$

THỰC TẾ BÀI TOÁN:

Tuy nhiên biểu thức của lực ma sát không phải như vậy. Lực ma sát chỉ tỉ lệ với phần gradient của vận tốc mà phần đó liên quan tới sự trượt của các lớp khí do sự khác nhau của vận tốc góc quay của chúng $\omega = \omega(r)$; $v(r) = \omega(r)r$ (2a)

Gradient của vận tốc lớp chất lỏng sẽ có hai số hạng:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{d\omega}{dr} r + \omega(r) \quad (2b)$$

Đại lượng $r \frac{d\omega}{dr}$ nói lên vận tốc độ biến thiên vận tốc tương đối của hai lớp kề nhau trên một đơn vị chiều dài, đại lượng này được dùng trong biểu thức ma sát nhót

Do đó biểu thức chính xác cho lực nội ma sát phải là:

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$F(r) = \eta \left[\frac{dv}{dr} - \left(\frac{dv}{dr} \right)_{\omega=const} \right] S \quad (3)$$

Từ đó ta được

$$F(r) = \eta r \frac{d\omega}{dr} S = 2\pi L \eta r^2 \frac{d\omega}{dr} = F_{ms}(r) \quad (4)$$

Đặt vào (1) ta được

$$M = r |F_{ms}| = 2\pi L \eta r^3 \frac{d\omega}{dr} \quad (5)$$

Ta được phương trình vi phân sau cho vận tốc góc

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{M}{2\pi L \eta r^3} \quad (6)$$

Phương trình (6) có điều kiện biên là

$$\omega(R_1) = 0 \quad ; \quad \omega(R_2) = 2\pi n \quad (7)$$

Giải (6) ta được

$$\begin{aligned} \int_0^\omega d\omega &= \frac{M}{2\pi L \eta} \int_{R_1}^r \frac{dr}{r^3} \\ \omega &= \frac{M}{4\pi L \eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$v(r) = \frac{Mr}{4\pi L \eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) \quad (9)$$

Đặt điều kiện biên thứ 2 (xem (7)) ta được :

$$2\pi n = \frac{M}{4\pi L \eta} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)$$

Từ đó ta rút ra biểu thức của hệ số ma sát nội của chất khí :

$$\eta = \frac{M}{8\pi^2 L n} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \quad (10)$$

Đặt các giá trị số vào ta được : $\eta = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ Po} \Rightarrow \eta = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$

Bài 6. a.Gọi v là vận tốc nước trong ống ở thời điểm t tính từ lúc đáy dưới được mở.

Sau một khoảng thời gian dt có một lượng nước đi ra khỏi ống

$m = \rho S v dt$ với $S = \pi R^2$. Khối lượng nước trong ống là $M = \rho h S$. Định luật bảo toàn năng lượng ở thời điểm t và $t+dt$ được viết như sau:

$$mgh + \frac{Mgh}{2} + \frac{Mv^2}{2} = \frac{Mgh}{2} + \frac{M(v+dv)^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

Giữ lại các đại lượng bé bậc nhất ta được

$$m(2gh - v^2) = Mvdv$$

Đặt biểu thức cho m và M vào ta được phương trình vi phân cho vận tốc:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2gh - v^2}{2h}$$

Phương trình có thể tách biến

$$\begin{aligned} \frac{dv}{(\sqrt{2gh} - v)(\sqrt{2gh} + v)} &= \frac{dt}{2h} \\ \frac{dv}{(\sqrt{2gh} - v)(\sqrt{2gh} + v)} &= \frac{dt}{2h} \\ \frac{1}{2\sqrt{2gh}} \left\{ \frac{dv}{(\sqrt{2gh} - v)} + \frac{dv}{(\sqrt{2gh} + v)} \right\} &= \frac{dt}{2h} \end{aligned}$$

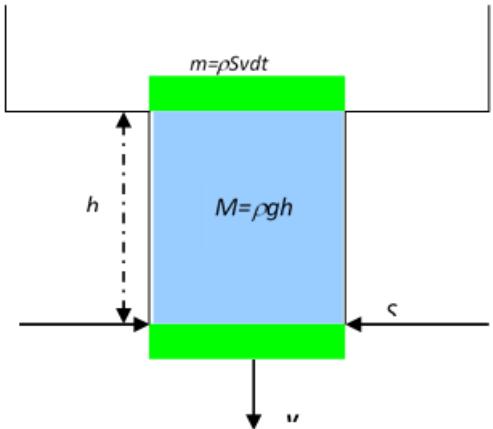
Tích phân phương trình trên ta được

$$\ln \left| \frac{\sqrt{2gh} + v}{\sqrt{2gh} - v} \right| = \sqrt{\frac{2g}{h}} t + \ln C$$

Hằng số $C=1$ xác định từ điều kiện khi $t=0, v=0$

Từ đó ta có

$$v = \sqrt{2gh} \cdot th \left\{ \sqrt{\frac{g}{2h}} t \right\}$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Với $thx = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ (lưu ý $shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$)

Khi $t \rightarrow \infty$; $thx \rightarrow 1$ và

$$v = \sqrt{2gh}$$

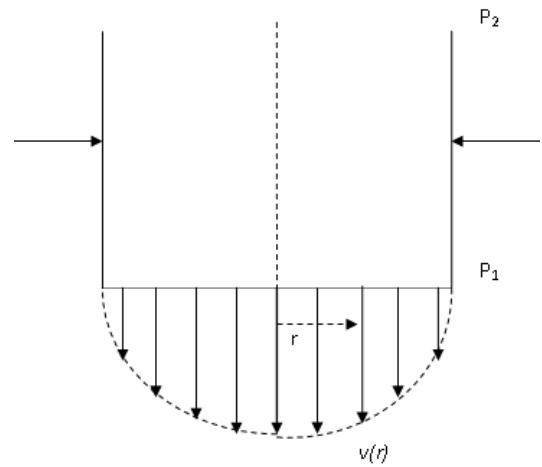
b). Ta sẽ áp dụng công thức $F_{ms} = j_p \cdot S = -\eta \frac{dv}{dz} S$ để giải một số bài toán liên quan đến sự chảy của chất lưu nhớt. Khi có hiện tượng nhớt vận tốc của các phần tử chất lỏng khác tính từ thành ống đến tâm ống là khác nhau. Xét sự chảy thành lớp của chất lưu nhớt qua một ống trụ rắn đường kính $2R$ thẳng đứng (xem H).

Chất lỏng chuyển động qua ống do sự chênh lệch áp suất $\Delta P = P_2 - P_1$ giữa hai đầu ống. Xét chuyển động của lớp chất lỏng hình trụ bán kính đáy là r . Lực F do chênh lệch áp suất **tĩnh** tác dụng lên cột chất lỏng chứa trong trụ với thiết diện ngang là πr^2 :

$$F = \Delta P \pi r^2$$

Vận tốc dòng chảy luôn hướng dọc theo trục hình trụ và độ lớn thay đổi theo phương xuyên tâm $v = v(r)$.

Lực ma sát nhớt tác dụng lên toàn bộ qua mặt trụ diện tích xung quanh mặt trụ $2\pi rh$ đồng trực với hình trụ (h chiều dài hình trụ) bán kính r là



Phân bố vận tốc trong dòng chảy chất lỏng qua ống trụ khi có nhớt.

$$F_{ms} = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi rh; \quad \frac{dv}{dr} < 0$$

Trong chế độ dừng tổng tất cả các lực tác dụng lên khối chất lỏng chứa trong hình trụ bán kính r bằng 0 (Vận tốc chất lỏng tại một điểm không thay đổi theo thời gian. Nếu sự cân bằng này không xảy ra thì tốc độ tại một điểm của chất lỏng sẽ thay đổi theo thời gian): $F = F_{ms}$

$$\Delta P \pi r^2 = -2\pi rh\eta \frac{dv}{dr} \text{ suy ra:}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\eta h} r \Rightarrow \int_0^r dv = -\frac{\Delta P}{2\eta h} \int_R^r rdr$$

$$v = \frac{\Delta PR^2}{4\eta h} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Ở đây coi vận tốc sát mặt biên hình trụ bán kính R (nơi giáp với chất rắn thành ống) là bằng không

$$v = v_o \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right); \quad v_o = \frac{\Delta PR^2}{4\eta h}$$

Với $v_o = \frac{\Delta PR^2}{4\eta h}$ là vận tốc tại tâm của dòng chảy

Như vậy vận tốc chất lỏng phụ thuộc vào khoảng cách tới trục ống r theo dạng parabol. Thể tích chất lỏng nhót chảy qua thiết diện ngang của ống trong thời gian 1 giây là (hay lưu lượng chảy) là

$$Q = V \cdot 1 = \int_0^R v dS = v_o \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) 2\pi r dr$$

(V là thể tích chất lỏng chảy qua thiết diện ngang ống trong 1 giây)

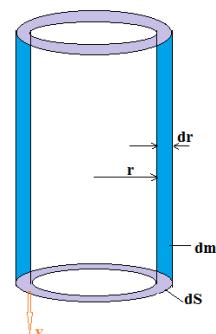
Tích phân ta được

$$Q = \frac{\pi v_o R^2}{2} = \frac{\pi \Delta PR^4}{8\eta h}$$

b2. Ta có thể áp dụng định luật bảo toàn năng lượng để tính vận tốc của khối chất lỏng nhót đạt được trong trạng thái dừng (cụ thể là sau một khoảng thời gian khá lâu từ lúc chất lỏng nhót chảy ra khỏi ống). Nội dung định luật được thể hiện như sau:

Độ thay đổi năng lượng của chất lỏng trong ống = công thực hiện do lực gây ra bởi sự chênh lệch áp suất (ngoại lực)

Độ thay đổi động năng của lượng nước trong ống trong thời gian 1 giây bằng $1/2$ lưu lượng nhân với bình phương vận tốc : ($\rho v dS$ là lưu lượng theo khối lượng, $dS = 2\pi r dr$)



KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} \cdot v^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \int \frac{dm}{dt} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \int \rho v dS \cdot v^2 = \frac{1}{2} \rho \int_0^R v \cdot 2\pi r dr \cdot v^2$$

Với $v = v_o \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$; $v_o = \frac{\Delta PR^2}{4\eta h}$ thay vào ta được:

$$\Delta K|_{DVTG} = \pi v_o^3 \rho \int_0^R r \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^3 dr = \dots = \frac{\pi \rho v_o^3}{8} (\text{ĐVTG} = \text{đơn vị thời gian})$$

Độ thay biến thiên thế năng do một lượng nước thèm tích V chảy qua ống trong 1 giây ($V = Q = \frac{\pi v_o R^2}{2} = \frac{\pi \Delta PR^4}{8\eta h}$)

$$\Delta U|_{DVTG} = \int \frac{dm}{dt} g(-h) = \int \rho v dS \cdot g(-h) = -\rho gh \int v 2\pi r dr = -2\pi \rho g h v_o \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr$$

$$\Delta U|_{DVTG} = -\frac{\pi R^2}{2} \rho g v_o h$$

Công thực hiện bởi lực chênh lệch áp suất trong thời gian 1 giây (hay công suất) được tính như sau:

- Ta có công vi phân là $dA = (F_1 - F_2)dx = (P_1 - P_2)dS \cdot dx = \Delta P \cdot 2\pi r dr \cdot dx$
- Công vi phân trong một đơn vị thời gian là $\frac{dA}{dt} = \Delta P \cdot 2\pi r dr \cdot \frac{dx}{dt} = \Delta P \cdot 2\pi v r dr$

Công do ngoại lực tác dụng lên khối chất lỏng trong một đơn vị thời gian là

$$\Delta A|_{DVTG} = \int \frac{dA}{dt} = \int_0^R \Delta P \cdot 2\pi v r dr = \Delta P \cdot 2\pi \int_0^R v_o \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr = \Delta P \cdot 2\pi v_o \frac{R^2}{4} = \Delta P \frac{\pi R^2 v_o}{2}$$

$$\text{Với } \Delta P = \frac{4\eta h v_o}{R^2} \Rightarrow \Delta A|_{DVTG} = \frac{4\eta h v_o}{R^2} \cdot \frac{\pi R^2 v_o}{2} = 2\pi \eta h v_o^2$$

Vậy độ biến thiên cơ năng bằng công của ngoại lực: $\Delta E = \Delta K + \Delta U = \Delta A$

Vậy xét trong một đơn vị thời gian: $\Delta K|_{DVTG} + \Delta U|_{DVTG} = \Delta A|_{DVTG}$

$$\frac{\pi \rho v_o^3}{8} - \frac{\pi R^2}{2} \rho g v_o h = 2\pi \eta h v_o^2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

(Lưu ý chuyên về ta được: $\frac{\pi \rho v_0^3}{8} = \frac{\pi R^2}{2} \rho g v_0 h + 2\pi \eta h v_0^2$ đây chính là biểu thức độ biến thiên động năng bằng công của ngoại lực)

$$\rho v_0^2 - 16\eta h v_0 - 4\rho g h R^2 = 0 \quad (k = \frac{8\eta h}{\rho})$$

$$\text{Giải phương trình trên cho ta nghiệm } v_0 = 2\sqrt{\left(\frac{4\eta h}{\rho}\right)^2 + ghR^2} - \frac{8\eta h}{\rho}$$

LUU Ý TA CŨNG TÍNH ĐƯỢC CÔNG SUẤT CỦA LỰC NỘI MA SÁT.

$$\text{Công vi phân lực ma sát } \frac{dA_{ms}}{dt} = \frac{-F_{ms} dh}{dt} = \frac{\eta \frac{dv}{dr} S dh}{dt} = \eta \frac{dv}{dr} S \frac{dh}{dt} = \eta v \frac{dv}{dr} 2\pi r h$$

Định luật bảo toàn năng lượng được thể hiện một cách tường minh như sau:

$$\frac{\pi R^2}{2} v_o \rho g h - \frac{\pi \rho v_o^3}{8} = 2\pi \eta h v_o^2$$

Đó là phương trình bậc 2 cho vận tốc v_o . Phương trình đó có thể viết dưới dạng khác là:

$$v_o^2 + 2kv_o^2 - 4gh = 0$$

$$k = \frac{8\eta h}{\rho R^2}$$

Lời giải của phương trình trên cho ta vận tốc tại tâm dòng chảy nhót là $v_0 = \sqrt{k^2 + 4gh} - k$

Bài 7.

(a) Động lượng trung bình theo phương x tại độ cao $y + \Delta y$ là $m(u + \frac{du}{dy} \Delta y)$

(b) chiều cao mà tại đó phân tử tới trải qua lần va chạm cuối cùng $\Delta y = -v_y \tau$

(c) Động lượng trung bình theo phương x thêm vào là $m(u - \frac{du}{dy} v_y \tau) - mu = -\tau m v_y \frac{du}{dy}$

(d) Số phân tử tới xuyên qua một diện tích ΔA trong một đơn vị thời gian bằng $n v_y \Delta A$.

Mỗi nguyên tử truyền một động lượng theo phương x bằng $-\tau m v_y \frac{du}{dy}$. Do đó tỉ lệ động

lượng theo phương x truyền cho phương thẳng đứng hướng lên là

$$-\left(\tau m v_y \frac{du}{dy}\right)(n v_y \Delta A) = -\left(\tau n m v_y^2 \frac{du}{dy}\right) \Delta A$$

Theo định luật II Newton, lực ma sát tác dụng lên các lớp bên trên bề mặt:

$$F = -\tau n m \langle v_y^2 \rangle \frac{du}{dy} \Delta A \rightarrow \mu = \tau n m \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{3} \tau n m \langle v^2 \rangle$$

$$\text{Theo lý thuyết động học chất khí } \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = 3 \left(\frac{k_B T}{2} \right)$$

Từ đó suy ra $\mu = \tau n k_B T$

Vậy độ nhớt tỉ lệ với nhiệt độ T.

Chú ý:

1.Kết quả viết được bằng cách sử dụng phân bố Maxwell-Boltzmann là chỉ khác nhau một hệ số.

2.Trong thực tế, τ cũng phụ thuộc vào nhiệt độ khi $\tau = \frac{\lambda}{v}$, với λ là quãng đường tự do trung bình phụ thuộc vào mật độ khí n. Biết rằng $v \propto \sqrt{T}$, nên kết hợp lại ta có $\mu \propto T$

Bài 8.

a.Thiết lập công thức tính lưu lượng khí chảy qua ống.

Xét hình trụ bán kính r($r < R$) đồng trục chiều dài L có dòng khí chảy qua. Do lực nội ma sát giữa các lớp khí bên trong của hình trụ bị triệt tiêu nên lực cản tống cộng từ bên ngoài tác dụng lên mặt trụ bán kính r là lực ma sát cản ứng với lớp vỏ hình trụ ứng diện tích mặt xung quanh $A = 2\pi r L$

Suy ra lực cản tống cộng tác dụng lên dòng khí chảy trong hình trụ bán kính đáy r là :

$$f_{ms} = \eta \cdot 2\pi r L \frac{dv}{dr}$$

-Lực kéo chất khí làm tăng tốc chất khí bên trong trụ bán kính r là do bởi sự chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống : $F_{keo} = (p_1 - p_2) \pi r^2 = \Delta p \cdot \pi r^2$

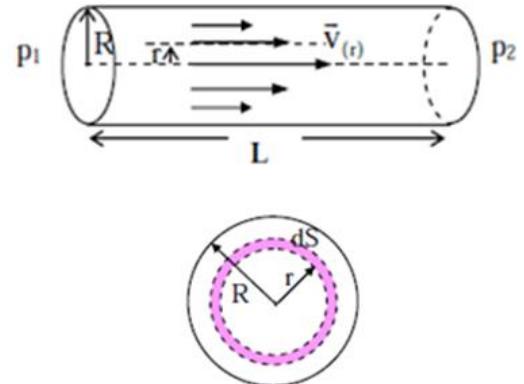
Khi dòng chảy ổn định, thì lực kéo và lực cản cân bằng : $f_{ms} + F_{keo} = 0$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\eta \cdot 2\pi rL \frac{dv}{dr} + \Delta p \cdot \pi r^2 = 0$$

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta L} r dr \Rightarrow \int_0^r dv = \int_R^r -\frac{\Delta p}{2\eta L} r dr$$

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$



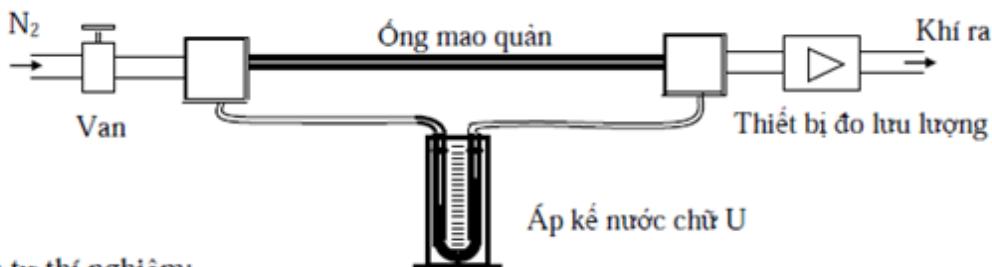
Mặt khác lưu lượng của chất khí chảy qua ống là:

$$Q = \int_{(S)} dQ = \int_{(S)} v dS = \int_{(S)} v \cdot 2\pi r dr = \int_0^R \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

$$\Rightarrow Q = \frac{(p_1 - p_2)}{8\eta L} \pi R^4 = \frac{\Delta p}{8\eta L} \pi R^4$$

b.(1,25 điểm) Phương án thí nghiệm.

-Bố trí thí nghiệm như hình vẽ



Trình tự thí nghiệm:

-Điều chỉnh van để chỉnh lưu lượng khí chảy qua hệ (Để dòng khí chảy ổn định cần chỉ lưu lượng khí chảy qua ống là nhỏ)

-Đọc giá trị lưu lượng và độ chênh lệc áp suất Δp ở hai đầu ống qua áp kế.

-Thay đổi lượng khí chảy qua hệ ở các giá trị lưu lượng Q khác nhau, đọc các giá trị Δp tương ứng.

-Ghi số liệu vào bảng và tính giá trị η theo công thức $\eta = \frac{\Delta p}{8QL} \pi R^4$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Lần đo	Q	Δp	η

-Tính độ nhớt trung bình của chất khí chảy qua ống $\bar{\eta} = \frac{\sum_i^n \eta_i}{n}$

-Đọc giá trị nhiệt độ phòng T trên nhiệt kế.

-Tính giá trị đường kính phân tử khí qua công thức $d = \sqrt{\frac{2}{3\eta} \left(\frac{mk_B T}{\pi^3} \right)^{\frac{1}{2}}}$

CHƯƠNG VIII.
ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ
PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN
Bổ sung lý thuyết

I. Phân bố phân tử theo tốc độ của Maxwell.

1. Định luật phân bố phân tử theo tốc độ của Maxwell:

Gọi dN số hạt có tốc độ v trong dải vận tốc $dv \ll v$, N là tổng số hạt khói khí. Thì

$$\frac{dN}{Ndv} = f(v) \text{ là xác suất tìm thấy hạt có tốc độ } v$$

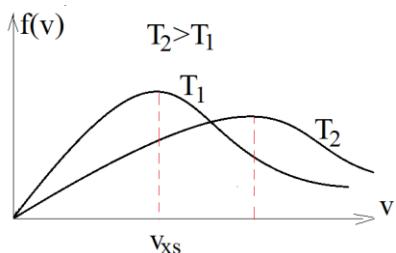
$$\text{Hàm phân bố } f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}}$$

Với $\mu = N_A m$ là khối lượng mol

Trong đó m là khối lượng một phân tử, v là tốc độ, k là hằng số Boltzmann, μ là khối lượng mol.

Hàm phân bố $f(v)$ cho biết xác suất của mỗi giá trị tốc độ, nhờ đó ta có thể tính được các tốc độ đặc trưng.

Đặc điểm đồ thị hàm phân bố:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

-Diện tích bao hàm giữa đường biểu diễn và trục hoành v có giá trị bằng 1(Điều kiện chuẩn hóa).

-Đường biểu diễn có một cực đại. Tốc độ ứng với cực đại đó gọi là tốc độ có xác suất cự đại(kí hiệu v_{xs} vì với cùng giá trị dv thì tỉ số $\frac{dN}{N}$ ở đó là lớn nhất). Khi nhiệt độ tăng thì $f(v_{xs})$ giảm nhưng v_{xs} lại tăng.

-Đường biểu diễn không đối xứng.

-Khi $v \rightarrow 0$ hay $v \rightarrow \infty$ thì giá trị $f(v)$ đều tiến tới 0.

2.Tốc độ trung bình

Tốc độ trung bình số học: $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N} = \dots = \sum_{i=1}^k v_i f(v_i) dv$

Hay chuyển sang tích phân $\bar{v} = \int_0^\infty vf(v)dv = \int_0^\infty v 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{2}{3}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$

3.Tốc độ căn quân phương.

Vì các phân tử có vận tốc khác nhau, động năng chuyển động nhiệt w cũng có giá trị khác nhau. Giá trị trung bình là:

$$\bar{w} = \frac{1}{N} (w_1 + w_2 + \dots + w_N) = \frac{1}{2} m \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2) = \frac{1}{2} m \bar{v^2}$$

Trong đó $\bar{v^2} = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)$ gọi là trị trung bình của bình phương tốc độ và nó $\neq \left(\bar{v}\right)^2$.

Và $v_{eqp} = \sqrt{\bar{v^2}}$ gọi là vận tốc căn quân phương

Tương tự như phần trên

$$\bar{v^2} = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2) = \dots = \sum_{i=1}^k v_i^2 f(v_i) dv$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Tương tự chuyển qua tích phân $\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$

$$\text{Do đó } v_{cqp} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

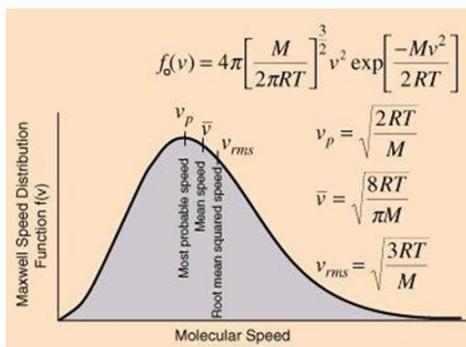
4. Tốc độ có xác suất cực đại

Hàm phân bố $f(v)$ cho biết xác suất của mỗi giá trị tốc độ, nhờ đó ta có thể tính được các tốc độ đặc trưng.

Gọi v_{xs} là tốc độ có xác suất cực đại $f(v) = [f(v)]_{max}$. Điều kiện $\frac{df(v)}{dv} = 0$

$$\Rightarrow v_{xs} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

Đường biểu diễn $f(v)$



II. Phân bố Boltzmann.

Gọi ΔN là số hạt ở nhiệt độ T có thể năng U chứa trong một thể tích dV ; N_0 là số hạt cả khói khí. Khi đó mật độ phân tử của hạt có thể năng U là

Mật độ phân tử phân bố theo nhiệt độ theo phân bố **Boltzmann**: $\Delta N = N_0 \exp\left(\frac{-U}{k_B T}\right)$

$$n = n_0 \exp\left(\frac{-U}{kT}\right)$$

Trong đó U là thể năng của phân tử, n_0 là mật độ phân tử ở nhiệt độ T .

Định luật phân bố Maxwell-Boltzmann:

Năm 1859, Maxwell đã dựa trên lí thuyết xác suất và mẫu cơ học của khí lí tưởng để tính bằng lí thuyết hàm phân bố phân tử theo vận tốc. Giả thuyết của Maxwell bao gồm:

-Các phân tử chuyển động độc lập với nhau, nghĩa là tương tác giữa chúng không đáng kể.

-Không gian đẳng hướng, không có phương ưu tiên, nghĩa là không gian không tồn tại một trường lực nào.

-Phân tử có thể nhận bất cứ giá trị nào của vận tốc bao hàm từ 0 đến ∞ , vận tốc biến đổi liên tục.

-Động năng trung bình của phân tử ở nhiệt độ xác định T cho trước là $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT$ (ta xem phân tử như chất điểm, nên chỉ xét động năng chuyển động tịnh tiến)

Maxwell sử dụng hàm phân phối chuẩn trong xác suất thống kê, và ông chỉ ra hàm phân bố phân tử theo vận tốc trên một phương x nào đó là: $f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$

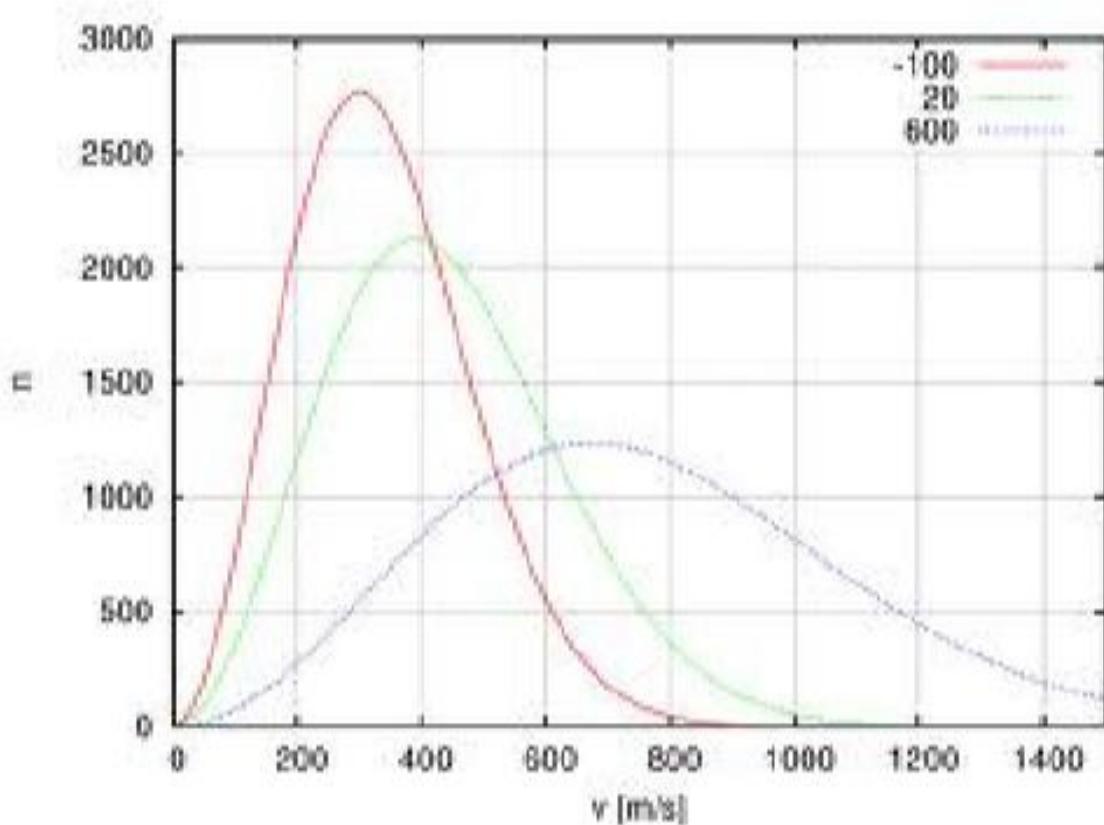
Từ đó, ta có hàm phân bố phân tử theo vận tốc v trên 3 phương là:

$$F_M = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2}{2kT}}$$

Từ đó ta có phân bố phân tử theo vận tốc là $\frac{dN_v}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$

Viết dưới dạng của Maxwell là $\frac{dN_v}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$ (đưa về dạng tọa độ cầu, trong đó phân bố không phụ thuộc vào góc khói)

Đồ thị của hàm phân bố như sau



Hình 9. Phân bố phân tử theo vận tốc

Trong phân bố Maxwell, không gian là đẳng hướng, tức bỏ qua ảnh hưởng của trường lực.

Tuy nhiên, Boltzmann đã bổ sung vào phân bố Maxwell một hàm phân bố mới, cho phép được phân bố phân tử trong trường hợp có ảnh hưởng của trọng lực. hàm phân bố được Boltzmann đưa vào là hàm phân bố Boltzmann.

Kết hợp hai hàm phân bố, chúng ta có một hàm phân bố hoàn chỉnh:

$$F_{MB} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{(\varepsilon_K + \varepsilon_U)}{kT}}$$

với $\varepsilon_K, \varepsilon_U$ lần lượt là động năng và thế năng của phân tử khí.

Từ đó ta có phân bố Maxwell-Boltzmanm tổng quát như sau:

$$dn = n_{00} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{(\varepsilon_K + \varepsilon_U)}{kT}} dx dy dz dv_x dv_y dv_z$$

Trong đó n_{00} là mật độ phân tử khí có thế năng bằng không.

VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ

Bài 1. Khối lượng của nước $m = \rho V$

Khối lượng của một phân tử nước: $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$.

Số phân tử nước phải tìm:

$$n = \frac{m}{m_0} = \frac{\rho V N_A}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}} \approx 6,7 \cdot 10^{24} \text{ phân tử.}$$

Bài 1bis. Số phân tử bão hòa đi vào nước, qua một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian là:

$$\eta \frac{1}{4} n \bar{v} = \eta \frac{1}{4} \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \eta p N_A \sqrt{\frac{1}{2RT\pi\mu}}$$

Đó cũng chính là số phân tử từ nước đi vào hơi, qua một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian. Khối lượng các phân tử ấy là:

$$\eta p N_A m \sqrt{\frac{1}{2RT\pi\mu}} = \eta p \sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}} = 0,35 \text{ g/s.cm}^2$$

Bài 2. Số mol khí: $n = \frac{N}{N_A}$ (N là số phân tử khí)

$$\text{Mặt khác, } n = \frac{m}{\mu}. \text{ Do đó: } \mu = \frac{m \cdot N_A}{N} = \frac{15 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{5,64 \cdot 10^{26}} = 16,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} \quad (1)$$

Trong các khí có hiđrô và cacbon thì CH_4 có: $\mu = (12 + 4) \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ (2)

Từ (2) và (1) ta thấy phù hợp.

Vậy khí đã cho là CH_4 .

Khối lượng của phân tử hợp chất là: $m_{\text{CH}_4} = \frac{m}{N}$

Khối lượng của nguyên tử hidro là: $m_{\text{H}_4} = \frac{m}{N}$

Khối lượng của nguyên tử hiđrô là: $m_{\text{H}_4} = \frac{4}{16} m_{\text{CH}_4} = \frac{4}{16} \cdot \frac{m}{N} \approx 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Khối lượng của nguyên tử cacbon là: $m_C = \frac{12}{16}m_{CH_4} = \frac{12}{16} \cdot \frac{m}{N} \approx 2 \cdot 10^{-26} \text{kg.}$

Bài 3. a. Áp suất P_2 và bậc tự do:

Quá trình đẳng nhiệt 1-2: $P_0V_1 = P_2V_2 = P_2 \cdot 3V_1 \rightarrow P_2 = \frac{P_0}{3}$

$$P_2V_2^\gamma = P_3V_1^\gamma$$

Quá trình đoạn nhiệt 2-3: $\frac{P_0}{3} \cdot 3^\gamma \cdot V_1^\gamma = P_3V_1^\gamma = 3^{\frac{1}{3}} \cdot P_0 \cdot V_1^\gamma$
 $3^{\gamma-1} = 3^{\frac{1}{3}} \rightarrow \gamma - 1 = \frac{1}{3} \rightarrow \gamma = \frac{4}{3} = \frac{i+2}{i} \rightarrow i = 6$

b. Độ nồng trung bình của một phân tử khí ở trạng thái cuối so với trạng thái đầu thay đổi như thế nào ?

$$\overline{W} = \frac{i}{2}KT \rightarrow \frac{\overline{W}_3}{\overline{W}_1} = \frac{T_3}{T_1}$$

Dựa vào quá trình đoạn nhiệt 2-3: $T_1 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 P_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{P_0}{3 \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot P_0} \right)^{-\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{3}} = 1,44$

$$\rightarrow \frac{\overline{W}_3}{\overline{W}_1} = 1,44$$

$$\lambda = \frac{kt}{\sqrt{2\pi d^2 p_0}}$$

Bài 4. 1) Quãng đường tự do trung bình:

Với $K = 1,38 \cdot 10^{-23}$; $T = 293K$; $p_0 = 10^4 \text{ mmHg}$; $d = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$$\Rightarrow \lambda$$

$$dN = \frac{1}{2}nS\vec{v} \cdot dt = \frac{1}{6}nS\sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot dt = V \cdot dn$$

2) Số phần tử H_2 va chạm vào dây tóc:

$$\Rightarrow \int \frac{dn}{n} = - \int \frac{1}{6} \frac{S}{V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot dt$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Rightarrow \ln n = -\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot t + C$$

Với $t_0 = 0$: $n = n_0 \Rightarrow C = \ln n_0$

$$\text{Dó đó } \ln n = \ln n_0 - \frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot t \Rightarrow \ln \frac{n}{n_0} = -\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot t$$

$$\text{Suy ra } n = n_0 e^{-\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot t}$$

$$\text{Áp xuất là hàm của t: } P = P_0 e^{-\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot t}$$

Thay số: $p = 10^{-7}$ mmHg; $p_0 = 10^4$ mmHg; $R = 8,31$; $T=293K$; $S = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$; $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/molK}$

$$t = 1,084 \text{ (s)}$$

Bài 5. Số phân tử từ A và C vào B là :

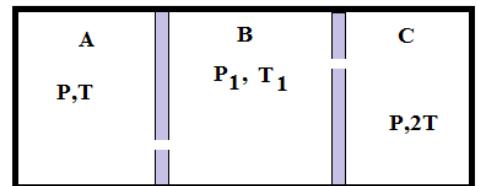
$$N_A = \frac{1}{6} n_A \cdot S \bar{V}_A \Delta t = \frac{P}{K} S \Delta t \sqrt{\frac{R}{12\mu T}} |n_A| = \frac{P}{KT}; \bar{V}_A = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$$N_C = \frac{1}{6} n_c S \bar{V}_C \Delta t = \frac{P}{K} S \Delta t \sqrt{\frac{R}{12\mu(2T)}} |n_c| = \frac{P}{K(2T)}; \bar{V}_c = \sqrt{\frac{3R(2T)}{\mu}}$$

Số phân tử rời B qua 2 lỗ vào buồng A và buồng C là:

$$N = 2 \frac{P_1}{K} S \Delta t \sqrt{\frac{R}{12\mu T_1}}$$

$$\text{Mà } N = N_A + N_C \text{ nên } \frac{2P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P}{\sqrt{T}} + \frac{P}{\sqrt{2T}} \quad (1)$$



Mặt khác, trạng thái dừng cũng có nghĩa là động năng các hạt của B không đổi ; tức là động năng do N_A phân tử và N_C phân tử mang tới bằng động năng do N phân tử mang đi. Động năng mỗi phân tử tỉ lệ với nhiệt độ.

Vậy động năng do N_A phân tử từ buồng A mang tới buồng B là :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$N_A E_A = b \frac{PT}{\sqrt{T}} = bP\sqrt{T} |E_A = \frac{3}{2}KT$$

Trong đó : $b = \frac{3}{2}S\Delta t \sqrt{\frac{R}{12\mu}}$ là hệ số tỉ lệ.

Tương tự, động năng do N_C phân tử mang tới buồng C là :

$$N_C \cdot E_C = bP\sqrt{2T}$$

Tương tự, động năng do N_C phân tử mang tới buồng B là :

$$N \cdot E = b2P_1\sqrt{T_1}$$

Mà ta lại có : $N \cdot E = N_A E + N_C \cdot E_C$ nên $2P_1\sqrt{T_1} = P\sqrt{T} + P\sqrt{2T}$ (2)

Từ(1) và (2) suy ra $T_1 = T\sqrt{2}$; $P_1 = P \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt[4]{2}}$

Bài 6. Quá trình bay hơi của một phân tử ra khỏi chất lỏng của nó.

Việc tính trực tiếp các phân tử đó là rất khó, nhưng có thể tính được lượng phân tử từ hơi rơi vào chất lỏng. Nếu chất lỏng và hơi ở trạng thái cân bằng (bão hòa) thì lượng phân tử rời bề mặt chất lỏng trung bình bằng lượng phân tử rơi vào chất lỏng. Vì nhiệt độ và áp suất riêng phần của hơi bão hòa đã biết nên có thể tính được số phân tử rơi vào một đơn vị diện tích bề mặt trong một đơn vị thời gian.

Thực vậy số va chạm của phân tử khí vào diện tích S sau thời gian Δt bằng:

$$N_0 = \frac{1}{4}nv_{tb}S\Delta t \quad (1)$$

N là mật độ phân tử khí, v_{tb} là vận tốc trung bình của các phân tử:

$$n = \frac{P_0}{kT}; \quad v_{tb} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Trong đó số các phân tử rơi vào bề mặt chất lỏng chỉ có $\eta = 4\%$ số phân tử bay vào chất lỏng. Bởi vậy số phân tử rơi vào bên trong chất lỏng và cũng là số phân tử bay ra bằng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$N_1 = \eta N_0 = \frac{\eta P_0 S \Delta t}{\sqrt{2\pi k T m}}$$

Vì trong trường hợp này hơi chưa bão hòa nên mật độ phân tử hơi nhỏ hơn và thép định nghĩa độ ẩm tương đối f thì $n = f n_0$, với n_0 là mật độ phân tử hơi bão hòa. Khi đó số phân tử hơi rời vào chất lỏng bằng: $N_2 = \frac{\eta f P_0 S \Delta t}{\sqrt{2\pi k T m}}$

Do đó sau thời gian Δt số phân tử chất lỏng mất đi:

$$N = N_1 - N_2 = \frac{\eta(1-f) P_0 S \Delta t}{\sqrt{2\pi k T m}}$$

Khi đó khói lượng chất lỏng thay đổi một lượng là

$$\Delta M = mN = \eta(1-f) P_0 S \Delta t \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}}$$

$$\text{Còn thể tích thay đổi một lượng } \Delta V = \frac{\Delta M}{\rho} = \frac{\eta(1-f) P_0 S \Delta t}{\rho} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}}$$

$$\text{Độ cao của chất lỏng thay đổi là } \Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{\eta(1-f) P_0 \Delta t}{\rho} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}}$$

Khi chất lỏng bay hơi hết thì $\sum \Delta h = h = r$

$$\text{Hay } \frac{\eta(1-f) P_0 t}{\rho} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}} = r \rightarrow t = \frac{r \rho}{\eta(1-f) P_0} \sqrt{\frac{2\pi k T}{m}}$$

$$\text{Hay } t = \frac{r \rho}{\eta(1-f) P_0} \sqrt{\frac{2\pi R T}{\mu}} \approx 2505(s) \approx 41ph45giay$$

$$\text{Bài 7. ĐS: Khối lượng hơi nước trong 1s từ } 1m^2: M = p \sqrt{\frac{\mu}{12 R T}} \approx 2,7kg / sm^2$$

Khi hơi nước ở trạng thái cân bằng động (hơi bão hòa), số phân tử bay ra khỏi mặt nước bằng số phân tử bay vào. Lấy ba trục tọa độ vuông góc, với trục x vuông góc mặt nước; thay chuyển động hỗn loạn các phân tử bằng chuyển động của ba nhóm phân tử dọc theo ba trục; chỉ có $\frac{1}{6}$ số phân tử bay xuống mặt nước.

Coi số phân tử N bay vào nước trong 1 giây là bằng $\frac{1}{6}$ số phân tử có trong hình trụ diện tích $1m^2$ và chiều dài là \bar{v} :

$$N = \frac{1}{6} n \bar{v} \quad (n \text{ là mật độ phân tử hơi nước bão hòa})$$

Áp suất hơi bão hòa khi đó $p = nkT$ ($k = \frac{R}{N_A}$); $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

$$\text{Do đó } N = \frac{1}{6} \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \frac{p}{k} \sqrt{\frac{R}{12\mu T}} \quad (1)$$

N cũng chính là số phân tử bay hơi trong 1s. Do vậy khối lượng hơi nước bay hơi trong 1s là

$$M = mN = N \frac{\mu}{N_A} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $M = p \sqrt{\frac{\mu}{12RT}} \approx 2,7 kg / s$

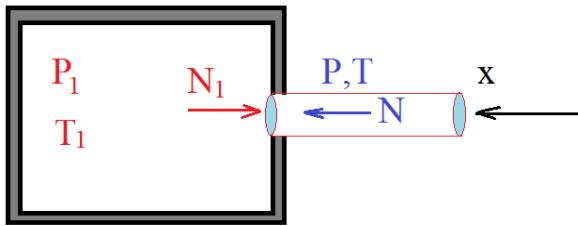
Nếu thực sự có cân bằng động thì khối lượng hơi nước quay lại mặt hồ là $M' = M$.

Thực tế gió là hơi nước không hoàn toàn bão hòa nên $M' < M$, và hồ mất nước dần do hiện tượng bay hơi.

Bài 8. ĐS: $P_1 = 2P$.

Ở trạng thái không đổi của khí trong bình thì số phân tử không đổi, nghĩa là số đi ra bằng số đi vào. Thay chuyển động hỗn loạn bằng chuyển động trên ba phương vuông góc; ta chỉ cần xét phương x vuông góc mặt lõi, mặt lõi có diện tích s , số phân tử N vào lõi trong 1s bằng $\frac{1}{6}$ số phân tử có trong hình trụ diện tích đáy s và chiều dài \bar{v} , với $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ là vận tốc toàn phương trung bình (vận tốc căn quân phương)

$$N = \frac{1}{6} n \bar{v} = \frac{1}{6} \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \dots = \frac{p}{k} \sqrt{\frac{R}{12\mu T}} \quad (1)$$



$$\text{Tương tự số phân tử trong bay ra } N_1 = \frac{p_1}{k} \sqrt{\frac{R}{12\mu T_1}} = \frac{p_1}{k} \sqrt{\frac{R}{12\mu \cdot 4T}} \quad (2)$$

$$\text{Vì cân bằng } N_1 = N \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } p_1 = 2p$$

Bài 9. Trong dòng dừng của chất khí ta xách ra một ống dòng như ở hình 3. Trong ống dòng ấy xét một lượng khí nằm giữa hai tiết diện 1 và 2 vào thời điểm t ; sang đến thời điểm $t + \Delta t$ lượng khí chuyển động tới khoảng không gian nằm giữa hai tiết diện 1' và 2'. Áp dụng nguyên lý I cho lượng khí ấy và chú ý rằng lượng khí có động năng chuyển động vĩ mô (có hướng xác định) Eđ, nguyên lý 1 được viết như sau:

$$Q = \Delta U + \Delta E_d + A \quad (1)$$

Để thuận lợi trong việc tính ΔU , ΔE_d và A ta chú ý rằng có thể coi như kết quả chuyển động từ thời điểm đến thời điểm $t + \Delta t$ là lượng khí (gồm v mol) trong thể tích ΔV_1 giới hạn bởi hai tiết diện 1 và 1' chuyển sang thể tích ΔV_2 giới hạn bởi tiết diện 2 và 2'. Như vậy:

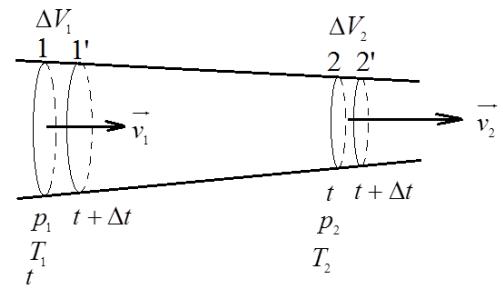
vì quá trình đoạn nhiệt nên $Q = 0$

$$\Delta U = vC_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta E_d = \frac{1}{2}v\mu(v_2^2 - v_1^2)$$

$$A = -p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 = vR(T_2 - T_1)$$

Thay vào (1) ta có:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$vC_v(T_2 - T_1) + vR(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}v\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

Hay là, chú ý rằng $C_p = C_v + R$, ta có thể viết lại :

$$vC_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}v\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$vC_p T_2 + \frac{1}{2}v\mu v_2^2 = vC_p T_1 + \frac{1}{2}v\mu v_1^2$$

$$C_p T + \frac{1}{2}\mu v^2 = \text{const}$$

$$(C_v + R)T + \frac{1}{2}\mu v^2 = \text{const} \rightarrow C_p T + \frac{1}{2}\mu v^2 \quad (2)$$

Đây là phương trình của quá trình thoát khí. Có thể đưa phương trình này về dạng tương tự như phương trình Bernoulli đối với chất lỏng lý tưởng .

Muốn vậy ta chia 2 vế của (2) (đối với một đơn vị khối lượng cho) $v\mu$:

$$\frac{RT}{\mu \cdot V} + \frac{C_v T}{\mu \cdot V} + \frac{1}{2} \frac{\mu}{\mu \cdot V} v^2 = \text{const}$$

$$\text{Tức là } p + \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const} \quad (3)$$

Ta có thể áp dụng kết quả tổng quát (2) cho bài toán đang xét:

Trong bình có nhiệt độ T , vận tốc v = 0

Ngoài bình có nhiệt độ T_1 , vận tốc v_1 (2) cho:

$$C_p T = C_p T_1 + \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_p (T - T_1)}$$

Muốn tính v_1 cần biết T_1 , có thể tính gần đúng T_1 nhờ công thức của quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch.

Nếu khí giãn vào chân không thì có thể coi $T_1 = 0$ (vì khi đó áp suất dần đến không, kéo theo nhiệt độ cũng dần tới không).

$$v_{ck} = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_p T} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} RT}$$

Như vậy động năng của chuyển động vĩ mô sinh ra do giảm nội năng (động năng chuyển động hỗn loạn vì nhiệt). Vận tốc vĩ mô chỉ phụ thuộc tường minh vào nhiệt độ T , không phụ thuộc tường minh vào áp suất.

Áp dụng hằng số: Khí He thoát vào chân không từ bình có nhiệt độ $T = 1490K$ qua lỗ nhỏ vào chân không. Vận tốc của dòng khí là: $v = \sqrt{\frac{2}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{5/3}{2/3} 8,31 \cdot 1490} = 4000 \text{ m/s}$

Bài 10. Xét bài toán tổng quát:

Trong dòng dừng của chất khí ta tách ra một ống dòng như ở hình 3. Trong ống dòng ấy xét một lượng khí nằm giữa hai tiết diện 1 và 2 vào thời điểm t ; sang đến thời điểm $t + \Delta t$ lượng khí chuyển động tới khoảng không gian nằm giữa hai tiết diện 1' và 2'. Áp dụng nguyên lý I cho lượng khí ấy và chú ý rằng lượng khí có động năng chuyển động vĩ mô (có hướng xác định) $E\ddot{d}$, nguyên lý 1 được viết như sau:

$$Q = \Delta U + \Delta E_d + A \quad (1)$$

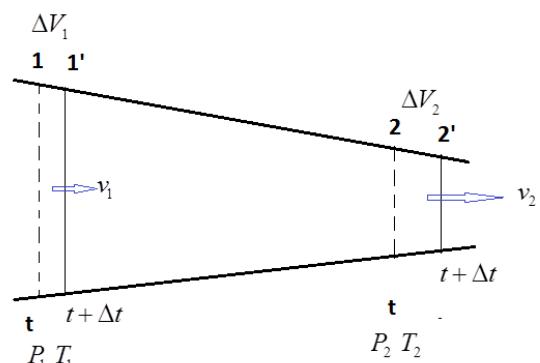
Để thuận lợi trong việc tính ΔU , $\Delta E\ddot{d}$ và A ta chú ý rằng có thể coi như kết quả chuyển động từ thời điểm t đến thời điểm $t + \Delta t$ là lượng khí (gồm v mol) trong thể tích ΔV_1 giới hạn bởi hai tiết diện 1 và 1' chuyển sang thể tích ΔV_2 giới hạn bởi tiết diện 2 và 2'. Như vậy:

vì quá trình đoạn nhiệt nên $Q = 0$

$$\Delta U = vC_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta E\ddot{d} = \frac{1}{2} v \mu (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\text{Công khí thực hiện } A = - p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 = vR(T_2 - T_1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thay ΔU , ΔE_f và A vào (1) ta có:

$$vC_v(T_2 - T_1) + vR(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}v\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

Hay là, chú ý rằng $C_p = C_v + R$, ta có thể viết lại :

$$vC_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}v\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$vC_p T_2 + \frac{1}{2}v\mu v_2^2 = vC_p T_1 + \frac{1}{2}v\mu v_1^2$$

$$\rightarrow C_p T + \frac{1}{2}\mu v^2 = const \quad (2)$$

Áp dụng cho bài toán cụ thể :

Theo công thức (2) áp dụng cho bài toán $v_1=0$; $T_1=T_0$; $v_2=v$ và $T_2=T$ ta được

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_p (T_0 - T)} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_0 - T)}$$

$$\text{Mà quá trình đoạn nhiệt } T_0^\gamma P_0^{1-\gamma} = T^\gamma P^{1-\gamma} \rightarrow \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\text{Do đó } T_0 - T = T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) = T_0 \left[1 - \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right]$$

$$\text{Thay vào biểu thức vận tốc } v = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_0 - T)} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 \left[1 - \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right]}$$

Lượng khí thoát ra trong một đơn vị thời gian $q = \rho L = \rho v S$

Với ρ luôn tỉ lệ nghịch với thể tích $\rho \propto \frac{1}{V}$

$$\text{Do đó } \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \rightarrow \rho = \rho_0 \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

Vậy $q = S \rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_0 \left[1 - \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right]}$ với lưu ý $P_0 = \frac{\rho_0 R T_0}{\mu}$

Nên $q = S \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} P_0 \rho_0 \left[\left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$

Bài 11. Lặp lại cách làm như bài 9 ta sẽ có $C_p T + \frac{1}{2} \frac{k \mu_1 + \mu_2}{k+1} v^2 = const$

Từ đó suy ra $v = \sqrt{\frac{2(k+1)}{k \mu_1 + \mu_2} \frac{7}{2} RT}$

Bài 12. ĐS: a. T=3150K; b. v=3000m/s

Bài 13.1. Ban đầu

$$p_0 = (n_0)_{He} k(T_0)_{He} = (n_0)_{O_2} k(T_0)_{O_2} \Rightarrow \frac{(n_0)_{He}}{(n_0)_{O_2}} = \frac{(T_0)_{O_2}}{(T_0)_{He}} \quad (1)$$

Sau khi mở van, ở ngăn bên trái số hạt He là N_{He} , số hạt O₂ là N_{O_2} .

$$\frac{p_{He}}{p_{O_2}} = \frac{N_{He}}{N_{O_2}} \cdot \frac{T_{He}}{T_{O_2}} \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } \frac{\overline{v_{He}}}{\overline{v_{O_2}}} = \sqrt{\frac{\mu_{O_2}}{\mu_{He}} \cdot \frac{T_{He}}{T_{O_2}}} = 2\sqrt{2} \sqrt{\frac{T_{He}}{T_{O_2}}} \quad (3)$$

Số hạt He qua A trong ΔT<<: $N_{He} = (\overline{v_{He}} \Delta t) \Delta S(n_{He})_o$

Số hạt O₂ qua A trong ΔT<<: $N_{O_2} = (\overline{v_{O_2}} \Delta t) \Delta S(n_{O_2})_o$

$$\Rightarrow \frac{N_{He}}{N_{O_2}} = \frac{\overline{v_{He}} (N_{He})_0}{\overline{v_{O_2}} (n_{O_2})_0} \quad (4)$$

$$(1), (2), (3), (4) \Rightarrow \frac{p_{He}}{p_{O_2}} = \left(\frac{\overline{v_{He}}}{\overline{v_{O_2}}} \cdot \frac{(n_{He})_0}{(n_{O_2})_0} \right) \cdot \frac{T_{He}}{T_{O_2}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Rightarrow \frac{p_{He}}{p_{O_2}} = \frac{\overline{v_{He}}}{\overline{v_{O_2}}} \cdot \frac{(T_{O_2})}{(T_{He})} \cdot \frac{T_{He}}{T_{O_2}} = 2\sqrt{2} \sqrt{\frac{T_{He}}{T_{O_2}}}$$

Do 2 khí cân bằng nhiệt nên $T_{He} = T_{O_2} \Rightarrow \frac{p_{He}}{p_{O_2}} = 2\sqrt{2}$

Bài 14. Kí hiệu T_0 và T_1 lần lượt là nhiệt độ của thành ngoài và thành trong của bình Dewar, n là mật độ phân tử khí ở nhiệt độ T

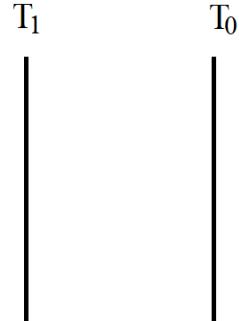
Các phân tử đi từ thành nọ đến thành kia không va chạm. Trong một đơn vị thể tích có n phân tử, trong số đó có n_1 phân tử đi từ thành trong ra thành ngoài (mỗi phân tử có vận tốc trung bình $\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi\mu}}$ và mang động năng trung bình $\frac{3}{2}k_B T_1$) và có n_0 phân tử đi từ thành ngoài vào thành trong

Ta có $n = n_1 + n_0$

$$\text{Ở trạng thái dừng } \frac{1}{4}n_1 \bar{v}_1 = \frac{1}{4}n_0 \bar{v}_0 \rightarrow n_1 \sqrt{T_1} = n_0 \sqrt{T_0}$$

$$\rightarrow \frac{n_1}{\sqrt{T_0}} = \frac{n_0}{\sqrt{T_1}} = \frac{n_1 + n_0}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}} = \frac{n}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}}$$

$$\Rightarrow n_1 = n \frac{\sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}}$$



$$\text{Vì } T_1 < T_0 \text{ nên mật độ dòng nhiệt } q = \frac{dE}{Sdt} = \frac{1}{4}n_1 \bar{v}_1 \left(\frac{3}{2}k_B T_0 - \frac{3}{2}k_B T_1 \right) \square n_1 \sqrt{T_1} (T_0 - T_1)$$

$$\text{Hay } q \square n \frac{\sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}} \sqrt{T_1} (T_0 - T_1)$$

$$\Rightarrow q \square n \sqrt{T_0 T_1} (\sqrt{T_0} - \sqrt{T_1})$$

b. Gọi Q là tổng nhiệt lượng truyền qua thành bình trong một đơn vị thời gian, Δt là thời gian để khôi lượng M_1 nitô bay hơi ở bình này và khôi lượng M_2 hydro bay hơi ở bình kia:

$$M_1 = \frac{Q_1}{L_1} \Delta t; M_2 = \frac{Q_2}{L_2} \Delta t \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{Q_1}{L_1}}{\frac{Q_2}{L_2}} = \frac{Q_1}{Q_2} \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\sqrt{T_0 T_1} (\sqrt{T_0} - \sqrt{T_1})}{\sqrt{T_0 T_2} (\sqrt{T_0} - \sqrt{T_2})} \frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \frac{(\sqrt{T_0} - \sqrt{T_1})}{(\sqrt{T_0} - \sqrt{T_2})} \frac{L_2}{L_1}$$

$$\text{Thay số ta được } \frac{M_1}{M_2} = \sqrt{\frac{77,3}{20,4}} \frac{(\sqrt{300} - \sqrt{77,3})}{(\sqrt{300} - \sqrt{20,4})} \frac{4,5}{2} = 2,92$$

Bài 15. Ta xét phân tử có trong thành phần ký quyển của hành tinh "phân tử này được giữ gần bờ mặt hành tinh nếu động năng của nó không vượt quá thế năng của phân tử trong trường hấp dẫn của hành tinh.

$$\frac{mv^2}{2} \leq \gamma \frac{mM}{r}$$

Trong đó m - khối lượng phân tử, v^2 (có gạch TB trên đầu) - bình phương trung bình vận tốc của nó, γ - hằng số hấp dẫn, M - khối lượng hành tinh, r - bán kính hành tinh. Có thể đánh giá được bán kính hành tinh nếu sử dụng sự bằng nhau giữa động năng và thế năng.

$$\frac{mv^2}{2} \leq \gamma \frac{mM}{r_{mm}} \quad (1) \quad \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$$

Bình phương trung bình vận tốc của phân tử khí liên quan tới nhiệt độ T của khí bởi hệ thức:

$$v^2 \text{ (có dấu trung bình)} = \frac{3KT}{m} = \frac{3RT}{\mu}$$

Trong đó K- hằng số Boltzmann, R- hằng số khí, μ - khối lượng phân tử khói. Có thể biểu diễn khối lượng hành tinh qua giá trị trung bình của mật độ vật chất của hành tinh δ và bán kính cực tiểu của nó r_{\min} :

$$M = \frac{4}{3} \pi r_{\min}^3 \delta$$

Khi đó có thể viết lại hệ thức (1) dưới dạng.

$$\frac{3RT}{2\mu} = \gamma \left(\frac{4}{3} \pi r_{\min}^3 \delta \right) \Rightarrow r_{\min} = \sqrt{\frac{9RT}{8\pi\gamma\delta\mu}} \quad (2)$$

Từ công thức (2) suy ra rằng, r_{\min} phụ thuộc vào khối lượng phân tử μ : r_{\min} càng nhỏ nếu μ càng lớn. Theo điều kiện bài toán khí quyển hành tinh về cơ bản bao gồm oxy và nitơ, vì vậy khối lượng phân tử của chúng bằng $\mu_{\text{oxy}} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, $\mu_{\text{nitơ}} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$. Vì vậy để tìm bán kính cực tiểu r_{\min} ta xem rằng khí quyển chỉ có nitơ. Như vậy:

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{9RT}{8\gamma \prod \delta\mu_2}} = 3 \cdot 10^5 \text{ m} = 300 \text{ km} .$$

Bài 16. Động năng trung bình của chuyển động nhiệt của nguyên tử Ne bằng $\bar{E}_K = \frac{3}{2} KT$.

Mặt khác $\bar{E}_K = \frac{mv^2}{2}$, trong đó m - khối lượng nguyên tử,

v^2 (Có véc tơ) bình phương trung bình của vận tốc chuyển động nhiệt của nó. Từ đẳng thức $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} KT$ ta tìm được vận tốc toàn phương trung bình của nguyên tử Ne:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

Trong đó μ - Khối lượng nguyên tử Ne.

Sự biến đổi tần số bức xạ mà ta cảm nhận được phụ thuộc vào vận tốc v_x chuyển động của nguồn về phía người quan sát. Để đánh giá độ của hiệu ứng chúng ta có thể giả thiết rằng thành phần vận tốc v_x của các nguyên tử Ne khác nhau nằm trong giới hạn từ $\sqrt{v_x^2}$ đến $\sqrt{v_x^2}$,

Trong đó $\sqrt{\bar{v_x^2}}$ là giá trị toàn phương trung bình của vận tốc v_x . Nếu sử dụng mô hình đơn giản hóa này ta nhận được biểu thức độ rộng của các vạch trong phổ bức xạ của nguồn:

$$\Delta f = \frac{2\sqrt{v_x^2}}{c} f_0 \text{ Bởi vì } \bar{v_x^2} = 1/3 \bar{v^3} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \text{ ta có thể viết } \Delta f = \frac{2f_0}{c} \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

$$\text{Từ đó suy ra rằng: } T = \frac{Mc^2}{4R} \left(\frac{Hf}{nf_0} \right)^2 = 700^0 K$$

Bài 17. Chọn trục x trùng với trục của xi lanh. Kí hiệu u là tốc độ của piston trong xi lanh, v_x là thành phần vận tốc phân tử đối với xi lanh trên trục x.

Xét hệ quy chiếu K gắn với piston. Trong hệ quy chiếu này, vận tốc phân tử là v_x-u .

Theo thuyết động học phân tử, mọi phân tử khí đều va chạm đàn hồi, do vậy khi phân tử va chạm với piston, thành phần vận tốc dọc trục x đổi dấu nhưng độ lớn không đổi. Do đó vận tốc phân tử sau va chạm trong hệ K là $-(v_x-u)$, còn đối với thành xi lanh vận tốc đó là $-(v_x-u)+u=-v_x+2u$

Thành phần vận tốc của phân tử trên phương y và z không thay đổi khi va chạm.

$$\text{Độ biến thiên động năng } \Delta K = \frac{1}{2}m(-v_x+2u)^2 - \frac{1}{2}mv_x^2 \quad (1)$$

Ta có thể bỏ qua thành phần vô cùng bé bậc hai u^2 ; m là khối lượng phân tử.

Ký hiệu V là thể tích khói khí, S là tiết diện ngang của xi lanh, N là số phân tử trong khói khói, $f(v_x)$ là hàm phân bố phân tử theo thành phần vận tốc v_x .

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Số phân tử trong khối khí nằm trong khoảng từ v_x đến $v_x + dv_x$ là : $dN = Nf(v_x)dv_x$

Số phân tử có thành phần vận tốc nói trên va chạm với piston trong đơn vị thời gian là

$$\frac{dN}{V}Sv_x = \frac{N}{V}Sv_x f(v_x)dv_x$$

Biến thiên nội năng trong một đơn vị thời gian của khối khí là

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{2Nmu}{V} \int_0^\infty v_x^2 f(v_x) dv_x = -\frac{Nmu}{V} S \bar{v_x^2} = -\frac{1}{3} \frac{Nmu}{V} S \bar{v^2} \quad (2)$$

Lưu ý $\int_0^\infty f(v_x) dv_x = 1 ; dU = (\frac{dN}{V}Sv_x)dK = (\frac{dN}{V}Sv_x)2mv_x u ;$

$$dK = \Delta K = \frac{1}{2}m(-v_x + 2u)^2 - \frac{1}{2}mv_x^2 \approx 2mv_x u$$

Theo định luật phân bố đều năng lượng theo các bậc tự do ta có

$$\text{Năng lượng quay} = 2 \left(\frac{k_B T}{2} \right) N = Nk_B T$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3k_B T}{2} \rightarrow k_B T = \frac{1}{3}mv^2$$

Nội năng $U =$ năng lượng chuyển động tịnh tiến cộng nang lượng quay:

$$U = N \frac{mv^2}{2} + Nk_B T = N \frac{mv^2}{2} + N \frac{1}{3}mv^2 = N \left(\frac{5}{6}mv^2 \right) \quad (3)$$

Theo phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử ta có

$$PV = \frac{N}{N_A} RT = Nk_B T = N \frac{mv^2}{3} = \frac{2}{5} U \quad (4)$$

Mặt khác $dV = S.udt$

$$\text{Do đó từ (2) rút ra ta được } dU = -\frac{1}{3} \frac{Nmu}{V} S \bar{v^2} dt = -PV \frac{1}{V} dV = -PdV \quad (5)$$

Lấy vi phân hai vế phương trình (4), kết hợp với (5) ta nhận được

$$d(PV) = -\frac{2}{5} P dV$$

$$\text{Hay } PdV + VdP = -\frac{2}{5} PdV \rightarrow VdP = -\frac{7}{5} PdV \rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{7}{5} \frac{dV}{V} \quad (6)$$

$$\text{Lấy tích phân ta được } PV^{\frac{7}{5}} = \text{const} \quad (7)$$

Bài 18. ĐÁP ÁN BÀI NÀY CHỈ UỚC TÍNH

CÁCH 1. Ở đây, giả thiết rằng mỗi phân tử chỉ có thể chuyển động một trong 6 hướng trên ba trục tọa độ vuông góc : (v,0,0), (-v,0,0), (0,v,0), (0,-v,0), (0,0,v) và (0,0,-v), với tốc độ trung bình được tính:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3k_B T}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

Với lập luận trên thì ta có $1/6$ tổng số phân tử sẽ đập vào mặt trên cách nhiệt của đĩa. Do đó ta có biểu thức tính lực tác dụng lên mặt cách nhiệt của đĩa là $F_{\downarrow} = \frac{1}{6} \left(\frac{Sv\rho}{m} \right) \cdot 2mv$

Tương tự, ta có lực tác dụng lên mặt dẫn nhiệt tốt $F_{\uparrow} = \frac{1}{6} \left(\frac{Sv\rho}{m} \right) m(v + v\sqrt{\frac{T_1}{T_0}})$

Do đó tổng hợp lực tác dụng lên đĩa là $F = F_{\uparrow} - F_{\downarrow} = \left(\frac{Sv^2\rho}{6} \right) \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1 \right) = \left(\frac{Svk_B T_0}{2} \right) \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1 \right)$

Gia tốc của đĩa $a_0 = \frac{F}{M} = \left(\frac{S\rho k_B T_0}{2mM} \right) \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1 \right) = \left(\frac{S\rho k_B}{2mM} \right) (\sqrt{T_0 T_1} - T_0) \approx \left(\frac{S\rho k_B}{2mM} \right) \sqrt{T_0 T_1}$

Khi đĩa chuyển động hướng lên với vật tốc v_{disk} thì lực tác dụng lên các mặt đĩa bên trên và bên dưới lần lượt là

$$F_{\downarrow} = \frac{1}{6} \left(\frac{S(v + v_{disk})\rho}{m} \right) m(2v + 2v_{disk})$$

$$\text{Và } F_{\uparrow} = \frac{1}{6} \left(\frac{S(v - v_{disk})\rho}{m} \right) m \left(v - 2v_{disk} + v\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \right)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Khi đĩa đạt vận tốc cực đại $v_{disk} = v_{max}$ thì $F_\uparrow = F_\downarrow$

$$\text{Khi đó ta có } F_\uparrow = \frac{1}{6} \left(\frac{S(v - v_{max})\rho}{m} \right) m \left(v - 2v_{max} + v \sqrt{\frac{T_2}{T_0}} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{S(v + v_{max})\rho}{m} \right) m (2v + 2v_{max})$$

Với T_2 là nhiệt độ khi đĩa đạt vận tốc cực đại. Rút gọn biểu thức trên ta được

$$(v - v_{max}) \left(v - 2v_{max} + v \sqrt{\frac{T_2}{T_0}} \right) = (v + v_{max})(2v + 2v_{max}) \quad (1)$$

Phương trình trao đổi nhiệt giữ đĩa và khí được viết như sau:

$$\frac{(v - v_{disk})\rho S \Delta t}{6m} \frac{3k_B(T - T_0)}{2} = Nk_B \Delta T$$

$$\text{Hay } \frac{dT}{dt} = \frac{(v - v_{disk})\rho S}{4mN}(T - T_0)$$

$$\text{- Đầu tiên ta xét } v \gg v_{disk} \text{ thì } \frac{dT}{dt} = \frac{v\rho S}{4mN}(T - T_0) \rightarrow T = T_0 + (T_1 - T_0)e^{\frac{-v\rho S}{4mN}t}$$

$$\text{Khi } t = \frac{4mN}{v\rho S} \rightarrow T = T_0 + (T_1 - T_0)e^{\frac{-v\rho S}{4mN}t} = T_0 + \frac{(T_1 - T_0)}{e}$$

$$\text{Hay } \frac{T_1 - T}{(T_1 - T_0)} = \frac{\Delta T}{(T_1 - T_0)} = \frac{e - 1}{e}$$

$$\text{Khi đó vận tốc gần đúng của đĩa } v_{disk} \approx a_0 \Delta t = \left(\frac{S\rho k_B T_0}{2mM} \right) \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1 \right) \cdot \frac{4mN}{v\rho S} = 4v \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1 \right) \gg v$$

Vậy khi $v_{disk} \rightarrow v$ thì $\Delta T = T_1 - T \ll T_1$. Nên ta thay $T_2 \ll T_1$ vào (1) ta thu được

$$v_{max} = \left(\frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} - 1}{\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} + 7} \right) v \ll 0,79v \ll 1,37 \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}$$

CÁCH 2: Đáp án của ban tổ chức EuPho 2017

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Áp suất ban đầu trên lớp cách nhiệt là $p_0 = nk_B T_0$. Áp suất này bằng cách nhân thông lượng j_0 ($\square v_{x0}$) và động lượng một phân tử khí truyền cho $\Delta p_0 = 2mv_{x0}$ (va chạm đàn hồi), v_{x0} là thành phần vận tốc theo phương pháp tuyến mặt đĩa của các phân tử khí (giá trị trung bình $\overline{v_{x0}^2} \square T_0$)

Lưu ý, khi áp dụng áp dụng tương tự đối với bề mặt đĩa nhiệt tốt, ta thấy rằng thông lượng vẫn giữ nguyên mặc dù động lượng tăng lên:

$$\Delta p_1 = m(v_{x0} + v_{x1}) = mv_{x1} \left(\frac{v_{x0}}{v_{x1}} + 1 \right) \approx mv_{x1}(0+1) \approx mv_{x1} \quad (\text{vì áp suất } P_1 \gg P_0 \rightarrow v_{x1} \gg v_{x0})$$

(khi phân tử bay vào có động lượng mv_{x0} nhưng bật ra có đuộng lượng mv_{x1} –

Ở đây mv_{x1} là thành phần vận tốc phân tử khí bay theo phương pháp tuyến mặt đĩa và đi xa đĩa.

$$\text{Do đó áp suất } P_1 \text{ thỏa mãn: } \frac{P_1}{P_0} = \frac{\overline{v_{x0} \cdot v_{x1}}}{2v_{x0} \cdot v_{x0}} \approx \frac{\sqrt{T_1 T_0}}{T_0}$$

Công thức đúng của biểu thức trên là nhân với một hệ số có cùng bậc với 1

$$\text{Lực tác dụng lên đĩa là } F = (P_1 - P_0)S = Snk_B \sqrt{T_0 T_1}$$

$$\text{Khi đó gia tốc ban đầu của đĩa } a_0 = \frac{F}{M} = \frac{Snk_B}{M} \sqrt{T_0 T_1} = \frac{S \rho k_B}{m M} \sqrt{T_0 T_1}$$

Ở đây M là khối lượng đĩa, m là khối lượng 1 phân tử khí.

$P_1 \gg P_0$, nên đĩa sẽ được gia tốc đến khi tốc độ của nó cùng bậc với tốc độ trung bình của phân tử khí.

Sau khi vận tốc v_{disk} của đĩa cùng bậc $v_0 = \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}$, thông lượng phân tử khí $j(v)$ ở phía sau giảm nhanh hơn theo cấp số nhân do quy luật phân bố vận tốc của các phân tử khí lý tưởng (ví dụ $j(2v_0) \approx 10^{-3} j_0$; $j(3v_0) \approx 10^{-6} j_0$)

Điều kiện ban đầu cho $\sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \approx 30$, nên ta sẽ lấy hệ số của vận tốc của đĩa là xấp xỉ bằng 1.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Vì vậy vận tốc cực đại của đĩa $v_{max} \approx v_0 = \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}$

Ở đây ta giải sử rằng nhiệt độ của đĩa sẽ không giảm tới nhiệt độ T_0 trước khi đạt tới vận tốc cực đại.

Sau đây ta sẽ chứng minh điều này: thời gian tăng tốc được tính gần đúng bằng

$$t_0 = \frac{v_{max}}{a_0} = \frac{M \sqrt{mk_B T_0}}{S \rho k_B \sqrt{T_1 T_0}} = \frac{M \sqrt{m}}{S \rho \sqrt{k_B T_1}}$$

Do công suất tỏa nhiệt P_{th} đạt cực đại tại thời điểm ban đầu (vận tốc đĩa bằng không), nên chúng ta có thể ước lượng thời gian tối thiểu để làm mát đĩa $t_c = \frac{Q}{P_{th}}$, với Q là nội năng toàn phần của đĩa.

Công suất tỏa nhiệt ban đầu có thể ước tính như sau: $P_{th} \approx S j_0 \cdot k_B T_1 \approx S n k_B \sqrt{T_1 T_0} \sqrt{\frac{k_B T_1}{m}}$

Và nội năng Q toàn phần $Q \approx N k_B T_1$

$$\text{Cho } M=Nm, \text{ ta có } t_c = \frac{\frac{M}{m} k_B T_1}{S n k_B T_1 \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}} = \frac{M}{\rho S \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}}$$

$$\text{Cuối cùng ta thu được } \frac{t_0}{t_c} = \frac{\frac{M \sqrt{m}}{S \rho \sqrt{k_B T_1}}}{\frac{M}{\rho S \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}}} \approx \sqrt{\frac{T_0}{T_1}} \ll 1$$

Vậy đĩa không thực sự giảm nhiệt độ đáng kể trước khi đạt đến vận tốc v_0 .

Bài 19. a) Sự giãn khí trong chân không, xét toàn bộ quá trình, không sinh công $A=0$, chất khí không nhận nhiệt $Q=0$, vậy nội năng của khí không đổi $\Delta U=0$, vì thế nhiệt độ khí cũng không đổi.

Sau khi khí giãn và cân bằng, nhiệt độ của khí vẫn giữ giá trị $T=T_0$, còn áp suất sẽ là

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p = \frac{1}{2} p_0.$$

LUU Ý.

1.Cách khác nếu coi là quá trình đoạn nhiệt không thuận nghịch nhưng có điểm đầu và cuối lại nằm trên cùng một đường đoạn nhiệt thuận nghịch thì cũng sẽ thỏa: $P(2V)^\gamma = P_0 V^\gamma \Rightarrow P = \frac{P_0}{2^{1.4}}$ và khi đó $T = \frac{T_0}{2^{0.4}}$. Đây là điều nghịch lý trong 2 cách giải.

2. Nếu kết quả trong cách giải 1 cho KQ $T = T_0$. Vậy nếu dẫn nở trong chân không với một thể tích vô cùng lớn(chứ không phải là 2 V) thì không lẽ nhiệt độ của hệ vẫn là T_0 hay sao?

*** Lý giải: Công thức này $P(2V)^\gamma = P_0 V^\gamma$ được xây dựng trên Nguyên Lý 1 và khí phải thực hiện công hoặc nhường công, nên khi đó trạng thái khí cuối cùng phải nằm trên đường đoạn nhiệt. Thực tế khối khí không thỏa ngay từ điều kiện ban đầu của quá trình đoạn nhiệt, do vậy không thỏa mãn cho một điểm đoạn nhiệt thuận nghịch cuối .

Với cách một không phải là quá trình đẳng nhiệt mà chỉ đơn thuần là áp dụng định luật bảo toàn năng lượng nên chấp nhận kết quả của cách này

b)Khi mở van khí tràn vào bình: quá trình là đoạn nhiệt chứ không thuận nghịch. Lượng khí tràn vào bình là n mol, trước khi vào bình lượng khí này chiếm thể tích V_0 ở ngoài:

$$p_0 V_0 = nRT_0$$

Lúc đóng van lượng khí ấy chiếm thể tích V và có nhiệt độ T

$$p_0 V_1 = nRT$$

Quá trình là đoạn nhiệt nên $\Delta U = -A$

$-A$ là công nhận được $= p_0 V_0$

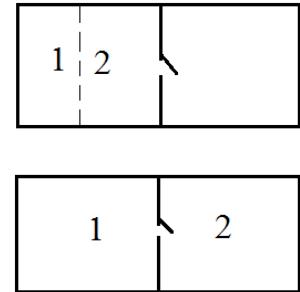
$$\Delta U = nC_V(T - T_0) = n \frac{R}{\gamma - 1}(T - T_0)$$

Từ đây suy ra:

$$T = \gamma T_0 = 1,4 \cdot 293 = 410\text{K}$$

Trong trường hợp này sự giãn khí vào chân không tạo nên sự tăng nhiệt độ của khí đi vào bình chân không

c) Có sự khác nhau trong khi giải mục a) và b). Sở dĩ như vậy vì ở mục a) ta chỉ để ý đến trạng thái đầu tiên (khí ở trong một ngăn) và trạng thái cuối (khí cân bằng trong cả hai ngăn). Thực ra thì khi mở lỗ thông A khí tràn vào chân không thành dòng vận tốc vĩ mô đáng kể, khí bị lạnh đi vì một phần nội năng của khí chuyển thành động năng vĩ mô. Sau đó ở ngăn bên phải vận tốc vĩ mô giảm (do ma sát) dần đến không, thì động năng vĩ mô lại chuyển thành nội năng, nhiệt độ của khí trong ngăn ấy lớn hơn trước (giống như ở mục b). Nếu ta tưởng tượng chia ngăn trái thành 2 nửa: nửa 1 sinh công đẩy nửa 2 sang ngăn bên phải, nửa 1 lạnh đi, nửa 2 nóng lên. Sau đó có sự dẫn nhiệt từ phải sang trái dẫn đến cân bằng nhiệt ở nhiệt độ ban đầu.

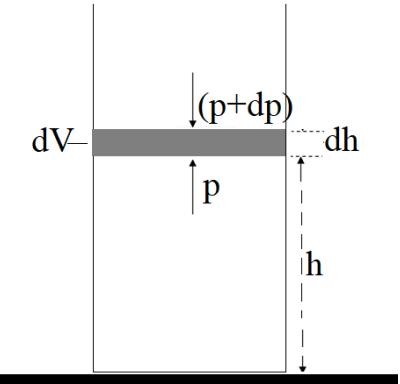


Bài 20. Ta sẽ xây dựng biểu thức của áp suất bằng phương pháp tương tự như xây dựng phân bố Boltzmann.

Ta xét một cột khí ở độ cao h , chiều cao $dh \ll h$, nhiệt độ dọc theo chiều cao của thể tích dV đó như nhau tại mỗi điểm

Gọi áp suất của khí quyển tác dụng lên đáy dưới là p và đáy trên là $p+dp$ (Hình vẽ)

Giả sử mật độ chất khí trong thể tích dV trên là và nhau trong dV , lực tác dụng lên khối khí do chênh lệch áp suất là $F = Sdp$ và lực này cân bằng trọng lực $P = \rho gdV$



Khi đó $\rho gdV = Sdp$

$$\text{Suy ra } Sdp = \left(\frac{Mp}{k_B T} \right) g(Sdh)$$

Với $T = T_0(1 - \beta h)$, thay vào ta được

$$\frac{dp}{p} = \frac{Mg}{k_B T_0 (1 - \beta h)} dh$$

$$\rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = \frac{Mg}{\beta k_B T_0} \ln(1 - \beta h)$$

a. Từ biểu thức trên suy ra $p = p_0 (1 - \beta h)^{\frac{Mg}{\beta k_B T_0}}$

b. Từ hệ thức $p = nk_B T$, ta suy ra $\rho = nM = \frac{p}{k_B T} M = \frac{p_0 M}{k_B T_0} (1 - \beta h)^{\frac{Mg}{\beta k_B T_0} - 1}$

VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

Bài 1. Ở đây lưu ý sai số $|\Delta v| \leq 0,5 m/s \rightarrow -0,5 m/s \leq \Delta v \leq 0,5 m/s$

Suy dài vận tốc $dv = 1 m/s$

Vận tốc có xác suất lớn nhất $v_{xs} = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$

Ta có $\eta = \frac{dN}{N} = f(v)dv$

Tỷ lệ các hạt có vận tốc v sai kém Δv (với $\Delta v \ll v$):

$$\eta = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2 \Delta v$$

$$\rightarrow \eta = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{v_{xs}} \right)^3 v^2 \exp \left(-\frac{v}{v_{xs}} \right)^2 dv$$

Thay số ta được

a. $\eta = 0,2\%$

a. $\eta = 5,5 \cdot 10^{-3}\%$

Bài 2. Lưu ý ta lấy $dv = 2,41 km/s - 2,39 km/s = 20 m/s$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{Và } v = \frac{2,41 \text{ km/s} + 2,39 \text{ km/s}}{2} = 2,40 \text{ km/s}$$

Tương tự bài trên ta cũng có $\frac{dN}{Ndv} = f(v) \rightarrow \eta = \frac{dN}{N} = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{\frac{-mv^2}{2k_B T}} dv$

$$\Delta N = \eta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{\frac{-mv^2}{2k_B T}} dv$$

$$\text{Mà } N = \left(\frac{\rho V}{\mu}\right) N_A \text{ suy ra } \Delta N = \eta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\rho V}{\mu}\right) N_A \left(\frac{1}{v_{xs}}\right)^3 v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{v_{xs}^2}\right) dv \approx 2,5 \cdot 10^{14}$$

Hoặc cách khác: Do ta có hệ thức

$$N = \frac{PV}{k_B T}$$

$$\text{Nên } \Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \right] v^2 \Delta v \approx 2,5 \cdot 10^{14}$$

$$\text{Bài 3. Ta có } N = \left(\frac{PV}{RT}\right) N_A = \left(\frac{PV}{kT}\right)$$

$$\text{Và } \frac{\Delta N}{N} = f(v)dv \rightarrow \Delta N = \left(\frac{PV}{kT}\right) f(v)dv$$

$$\Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \right] v^2 \Delta v$$

Ở 0°C số phân tử hydro bị phân ly thành nguyên tử là không đáng kể, ở 3000°C thì hầu như bị phân ly hoàn toàn. Do đó mỗi phân tử hydro ở nhiệt độ này coi như chỉ có một nguyên tử, chính vì vậy công thức trên vẫn áp dụng được ở nhiệt độ 3000°C

Thay số ta được $a. \Delta N = 2,8 \cdot 10^{21}; b. \Delta N = 1,4 \cdot 10^{20}$

$$\text{Bài 4. Số tỷ đối các phân tử có vận tốc v sai khác } \Delta v \text{ là } \eta = \frac{\Delta N}{N}$$

$$\text{Trong đó } \Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \right] v^2 \Delta v$$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{Và } N = \frac{PV}{k_B T}$$

Theo giả thiết của đề bài ta có $\Delta v = \alpha v$, $\alpha = 0,5\%$

$$\text{Do đó } \eta = \frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2$$

Thay số ta được

a. $\eta = 0,83\%$;

b. $\eta = 0,90\%$;

c. $\eta = 0,93\%$.

Bài 5. Sử dụng kết quả bài trên ta có $\eta = \frac{\Delta N}{N} = \frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2$

$$\kappa = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\exp \frac{Mv^2}{2k_B} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right]$$

Ta lại có $v_{xs} = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$; $T_2 = 2T_1$

$$\text{Do đó ta có } \kappa = 2\sqrt{2} \exp \left(-\frac{Mv^2}{4k_B T_1} \right)$$

Thay số ta được

a. $\kappa = 2,5$;

b. $\kappa = 1,72$;

c. $\kappa = 0,052$.

Bài 6. Theo định luật phân bố Maxwell: $dN = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) v^2 dv$

Từ đó ta thấy hàm mô tả đường cong phân bố Maxwell: $\frac{dN}{Ndv} = f(v)$

$$f(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) v^2$$

Từ đó ta thấy hai đường cong phân bố Maxwell ứng với nhiệt độ T_1 và $T_2=2T_1$ cắt nhau, ứng với nghiệm của phương trình sau

$$f(v, T_1) = f(v, T_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T_1}\right) v^2 = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T_2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T_2}\right) v^2$$

Thay $T_2=2T_1$ ta được

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T_1}\right) = \left(\frac{1}{2T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{4k_B T_1}\right)$$

$$2\sqrt{2} = \exp\left(\frac{Mv^2}{4k_B T_1}\right) \rightarrow v = \sqrt{6 \ln 2 \cdot \frac{k_B T_1}{M}} = \sqrt{1,5 \ln 2 \cdot \frac{2k_B T_2}{M}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \exp\left(\frac{Mv^2}{4k_B T_1}\right) \Rightarrow v = \sqrt{6 \ln 2 \frac{k_B T_1}{M}} = \sqrt{1.5 \ln 2} \sqrt{\frac{2k_B T_2}{M}}$$

$$\text{Vậy } v = \sqrt{1,5 \ln 2} \sqrt{\frac{2k_B T_2}{M}} \text{ Hay } v = \sqrt{1,5 \ln 2} v_{xs2}$$

Bài 7. Lưu ý: $\frac{|\Delta\varepsilon|}{\varepsilon} \leq 1\% \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = 2\%$

Theo định luật phân bố Maxwell cho vận tốc: $dN = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) v^2 dv$

Ta có định luật phân bố Maxwell cho năng lượng bằng cách thay

$$\varepsilon = \frac{1}{2} Mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{M}}$$

Khi đó $dN = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) \frac{2\varepsilon}{M} d\left(\frac{\varepsilon}{M}\right)$

$$\text{Hay } dN = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$$

Vì $d\varepsilon = \eta \varepsilon$; $\eta = 1\%$

$$\text{Do đó } dN = \frac{4N\eta}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) \varepsilon \sqrt{\varepsilon}$$

$$\text{Với } \varepsilon = \frac{3}{2} k_B T, \text{ thay số ta được } \alpha = \frac{\Delta N}{N} = 0,93\%$$

Bài 8. Trong một đơn vị thời gian, tất cả các nguyên tử nằm trong hình trụ có đáy là tiết diện đang xét, chiều cao bằng độ lớn vận tốc nguyên tử theo một phương sẽ vận tốc chạm với tiết diện đó. Do đó ta có số phân tử có vận tốc V sai kgacs dV va chạm với thành bình

$dN_m = \frac{1}{2} V_x \Delta S dn$ có hệ số $\frac{1}{2}$ là do chỉ một nửa trong số các nguyên tử tới va chạm thành bình ở một phía, nửa kia chuyển động ngược lại nên sẽ không đến được thành bình.

Từ đó ta có số va chạm tính theo một đơn vị diện tích tuân theo định luật:

$$dn_m = \frac{1}{2} |V_x| \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} n \exp\left(-\frac{mV_x^2}{2k_B T}\right) dV_x$$

$$\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} |V_x| \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} n \exp\left(-\frac{mV_x^2}{2k_B T}\right) dV_x$$

Do hàm dưới dấu tích phân là hàm chẵn, nên ta có

$$\nu = n \left(\frac{k_B T}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{mV_x^2}{2k_B T}\right) d\left(\frac{mV_x^2}{2k_B T}\right) = n \left(\frac{k_B T}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Vì } \langle V \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}, \text{ nên } \nu = \frac{1}{4} n \langle V \rangle$$

$$\text{Hay } \nu = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8k_B T}{m\pi}}$$

Bài 9. Mật độ phân tử phân bố theo nhiệt độ theo phân bố Boltzmann:

$$\Delta N = N_0 \exp\left(\frac{-U}{k_B T}\right)$$

$$n = n_0 \exp\left(\frac{-U}{kT}\right)$$

Khối lượng riêng không khí được tính bằng hệ thức: $\rho = nM$ (n là mật độ, M là khối lượng 1 phân tử)

Kết hợp với định luật phân bố Boltzmann ta có $\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)$

Từ đó suy ra độ cao h: $h = \frac{k_B T}{Mg} \ln \frac{\rho_0}{\rho}$

Với $T=273K$, $m=29$ và $\frac{k_B T}{Mg} \approx 8km$

Thay số ta được

a. $h=5,5 km$;

b. $h=8,0 km$

Bài 10. Sử dụng kết quả bài 9, ta có $h = \frac{k_B T}{Mg} \ln \frac{\rho_0}{\rho_h}$

Thay $\rho_h = \rho_0(1-\eta)$

Nên $h = \frac{k_B T}{Mg} \ln \frac{1}{1-\eta}$

với $\eta = 1\%$ là rất nhỏ nên lấy gần đúng $h \approx \frac{k_B T}{Mg} \eta = 78m$

Bài 11. Sử dụng kết quả bài 9: $\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Trong đó $\rho_0 = n_0 M = \frac{p_0}{k_B T} M$

$$\Rightarrow \rho = \frac{p_0}{k_B T} M \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)$$

Từ đó ta tính được khối lượng khí trong bình

$$m = \int_0^h \rho dV = \frac{p_0}{k_B T} M \int_0^h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh$$

$$\text{Lấy tích phân ta được } m = \frac{p_0 S}{g} \left[1 - \exp\left(-\frac{Mgh}{k_B T}\right) \right].$$

Nếu h nhỏ ta có thể tính gần đúng $m = \frac{p_0 Sh M}{k_B T} = \frac{Mp_0 V}{k_B T}$ đây chính là công thức Claperon-Mendeleev

Mendeleev

Bài 12. Từ biểu thức xác định vị trí khói tâm C:

$$\vec{r}_C = \frac{\iint \vec{r} dm}{\iint dm}$$

$$\text{Ta có } h_C = \frac{\int_0^h h \rho dV}{\int_0^h \rho dV} = \frac{\int_0^h h \rho S dh}{\int_0^h \rho S dh} = \frac{\int_0^h h S \rho_0 \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh}{\int_0^h S \rho_0 \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh}$$

$$\text{Hay } h_C = \frac{\int_0^h h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh}{\int_0^h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh}$$

$$\text{Với tích phân hạn định } \int_0^\infty \exp(-\alpha x) dx = \frac{1}{\alpha}$$

$$\int_0^{\infty} x \exp(-\alpha x) dx = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\int_0^{\infty} \exp(-\alpha x) dx \right) = \frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} \exp(-\alpha x) dx$$

$$\text{Do đó } h_c = \frac{\int_0^h h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh}{\int_0^h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh} = \frac{1}{\frac{Mg}{k_B T}}$$

$$\text{Hay } h_c = \frac{k_B T}{Mg}$$

Tại độ cao h_c thì $\rho = \exp(-1) \rho_0 = \frac{\rho_0}{e}$ (điều phải chứng minh)

Bài 13. Giả sử không khí là khí lí tưởng có số bậc tự do là I, chỉ số nén đoạn nhiệt $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

. Khi đó mối liên hệ giữa I và γ là $\gamma = \frac{i+2}{i}$; $i = \frac{2}{\gamma-1}$

Xét một khối khí dV ở độ cao xác định (Áp suất p không đổi). Vì quá trình biến đổi trạng thái của không khí là đẳng áp nên

$$C = C_p = \left(\frac{i}{2} + 1\right) N k_B = \frac{\gamma}{\gamma-1} N k_B \quad (1)$$

N là số phân tử khí trong единица объема. Sử dụng kết quả biến đổi đẳng nhiệt (bài 9):

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)$$

$$\text{Ta có } N = \int_0^h n dV = \int_0^h \frac{\rho}{M} dV = \frac{\rho_0 S}{M} \int_0^h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh$$

$$N = \frac{p_0 S}{k_B T} \int_0^h \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh = \frac{p_0 S}{Mg} \left(1 - \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)\right) \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thế (2) vào (1) ta được: $C = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0 Sk_B}{Mg} \left[1 - \exp\left(-\frac{Mgh}{k_B T}\right) \right]$

Nếu chiều cao h là vô hạn, ta có $C = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0 Sk_B}{Mg}$

Bài 14. Xét hệ quy chiếu phi quan tính gắn với chuyển động của ống, khi đó có thể coi các phân tử được đặt trong một trường thế, với lực theescuar trường là :

$$F = -m\omega^2 r = -gradU$$

Từ đó suy ra $U = -\frac{1}{2} m\omega^2 r^2$ (1)

a. Theo định luật phân bố Boltzmann ta có $n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right)$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được $n = n_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)$

Trong đó $n_0 = \frac{p_0}{k_B T}$

Do đó $n = \frac{p_0}{k_B T} \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)$

b. Khi hệ thống cân bằng, áp suất tại đáy bình sẽ là:

$$p = nk_B T = p_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)$$

Áp suất phụ của không khí đặt lên đáy hình trụ

$$p_p = p - p_0 = p_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right) - p_0$$

Từ đó ta có lực f của áp suất phukhong khí đặt lên đáy hình trụ

$$f = p_p S = p_0 S \left[\exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right) - 1 \right]$$

Bài 15. Độ cao mà ở đó thế năng lớn hơn động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến

$$Mgh \geq \frac{3}{2} k_B T \rightarrow h \geq \frac{3}{2} \frac{k_B T}{Mg} \quad (*)$$

Từ đó ta có số phân tử khí có thế năng lớn hơn động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến:

$$N_h = \int_h^\infty n dV = n_0 S \int_h^\infty \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh$$

$$\text{Hay } N_h = n_0 S \frac{k_B T}{Mg} \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) \quad (1)$$

Mặt khác ta có số phân tử tổng cộng là

$$N = \int_0^\infty n dV = n_0 S \int_0^\infty \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) dh \rightarrow N = n_0 S \frac{k_B T}{Mg} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: tỉ số phân tử khí nằm trong trọng trường Trái Đất có thế năng lớn hơn động năng trung bình chuyển động tịnh tiến của chúng

$$\eta = \frac{N_h}{N} = \frac{n_0 S \frac{k_B T}{Mg} \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right)}{n_0 S \frac{k_B T}{Mg}} = \exp\left(\frac{-Mgh}{k_B T}\right) \quad (**)$$

Thế (*) vào (**) ta được $\eta = \exp\left(-\frac{3}{2}\right) \approx 22,3\%$

Bài 16. Để vượt được trọng trường của Trái Đất thì động năng của các phân tử khí phải thỏa mãn điều kiện: $\varepsilon = \frac{1}{2} Mv^2 \geq MgR \rightarrow v \geq \sqrt{2gR}$

Theo định luật phân bố Maxwell ta có

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$dn = \frac{4n_0}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) v^2 dv$$

Với động năng của phân tử đủ lớn $\varepsilon = \frac{1}{2} Mv^2 \gg k_B T$

Khi đó ta có thể chuyển phân bố Maxwell thành phân bố Boltzmann:

$$dn = n_0 \frac{2\sqrt{MgR}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{\varepsilon}{k_B T} \right) d\varepsilon \quad (\text{xem bài 7})$$

Từ đó ta có số phân tử thỏa mãn điều bài

$$n = n_0 \frac{2\sqrt{MgR}}{\sqrt{\pi} (k_B T)^{\frac{3}{2}}} \int_{MgR}^{\infty} \exp \left(-\frac{\varepsilon}{k_B T} \right) d\varepsilon$$

$$\text{Tích phân ta được } n = 2n_0 \sqrt{\frac{MgR}{\pi k_B T}} \exp \left(-\frac{MgR}{k_B T} \right)$$

Tỷ lệ phân tử khí có động năng đủ vượt được trọng trường của Trái Đất

$$\eta = \frac{n}{n_0} = 2 \sqrt{\frac{MgR}{\pi k_B T}} \exp \left(-\frac{MgR}{k_B T} \right)$$

Thay số ta được a. $\eta \approx 10^{-19}\%$; b. $\eta \approx 10^{-292}\%$

CHƯƠNG IX.

CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

Bài 1. Từ đồ thị : $P = aV + b$

$$\Rightarrow P = -\left(\frac{4P_0}{9V_0}\right)V + \frac{13}{9}P_0$$

$$\Rightarrow nRT = -\left(\frac{4P_0}{9V_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{9}P_0\right)V = PV$$

Theo nguyên lý nhiệt động lực học: $Q = \Delta U + A$

Xét 1 trạng thái bất kì ($P; T; V$). Từ trạng thái 1 đến trạng thái này thì :

a) $\Delta U = nC_V(T - T_0) = 1,5nRT - 1,5nRT_0 = 1,5\left[-\left(\frac{49P_0}{9V_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{9}P_0\right)V\right] - 1,5P_0V_0$

$$\Rightarrow \Delta U = -\left(\frac{2P_0}{3V_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{6}P_0\right)V - 1,5P_0V_0$$

b) $A = \frac{1}{2}(P_0 + P)(V - V_0)$ (dựa vào đồ thị để tính A)

với $P = -\left(\frac{4P_0}{9V_0}\right)^2 V + \frac{13}{9}P_0$

$$\Rightarrow A = -\left(\frac{2P_0}{9P_0}\right)V^2 + \frac{13}{9}P_0V - \frac{11}{9}P_0V_0$$

$$\Rightarrow Q = -\left(\frac{8P_0}{9V_0}\right)V^2 + \frac{32,5}{9}P_0V - \frac{24,5}{9}P_0V_0$$

\Rightarrow Nhiệt cung cấp cho khí;

$$Q_1 = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q_1 = \frac{60,5}{64} P_0 V_0 = 0,945 P_0 V_0$$

Mặt khác: nhiệt trao đổi giữa khí và môi trường trong cả quá trình :

$$Q_{12} = -\left(\frac{8}{9V_0} P_0\right) V^2 + \frac{32,5}{9} P_0 V - \frac{24,5}{9} P_0 V_0 \text{ với } V = V_2 = 2,5V_0$$

$$Q_{12} = \frac{6,75}{9} P_0 V_0 = 0,75 P_0 V_0 = Q_1 + Q_2.$$

Bài 2. Công mà khí nhận được trong quá trình 1 – 2 :

$$A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) \approx 303.9 \text{ (J)}$$

Phương trình của đoạn 1 – 2 có dạng $p = aV + b$

Tọa độ 1 và 2 nghiệm đúng phương trình đó:

$$\begin{cases} 2 = a + b \\ 1 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 2,5 \end{cases} \Rightarrow p = -0,5V + 2,5$$

Gọi M là một trạng thái có thể tích V_x , áp suất p_x , trên 1 – 2:

$$p_x = -0,5V + 0,5, T_x = \frac{p_x V_x}{R}$$

Công của khí:

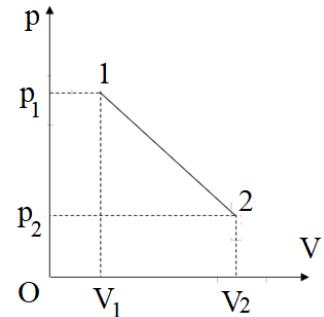
$$\begin{aligned} A_{IM} &= \frac{1}{2}(p_1 + p_x)(V_x - V_1) = \frac{1}{2}(2 - 0,5V_x + 2,5(V_x - 1)) \\ &= -0,5V_x^2 + 2,5V_x - 2,25 \text{ (atm.ℓ)} \end{aligned}$$

Độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U_{IM} = C_v(T_x - T_1) = \frac{3}{2}(p_x V_x - P_1 V_1)$$

$$= \frac{3}{2}(-0,5V_x^2 + 2,5V_x - 2)$$

$$= -0,75V_x^2 + 3,75V_x - 3 \text{ (atm.ℓ)}$$



Theo nguyên lý I nhiệt động lực học:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q = \Delta U_{IM} + A_{IM} = -V_x^2 + 6,25V_x - 5,25$$

Q đạt cực đại khi $V_x = V_m = 3,125\ell > V_2$

Vậy trong quá trình từ 1 đến 2, Q luôn tăng hay khí luôn nhận nhiệt.

Từ đó rút ra T, thay vào biểu thức của A_1 , tính được $A_1 \approx 303,9J$

Bài 3 . 1a. Từ nguyên lý I: $dQ = dA + dU$

Hay xét cho một mol khí: $CdT = PdV + C_V dT$ (4.1)

$$\text{Mặt khác } T = T_0 e^{\alpha V} \Rightarrow dT = T_0 \alpha e^{\alpha V} dV \Rightarrow dV = \frac{dT}{T_0 \alpha e^{\alpha V}} \quad (4.2)$$

$$\text{Khử } dV \text{ bằng cách thay (4.2) vào (4.1) ta được } CdT = P \frac{dT}{T_0 \alpha e^{\alpha V}} + C_V dT \Rightarrow C = \frac{P}{T_0 \alpha e^{\alpha V}} + C_V$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{P}{\alpha T} + C_V \rightarrow C = \frac{R}{\alpha V} + C_V$$

b. Xét cho một mol khí $RT = PV = P_0 e^{\alpha V} V$

$$\text{Lấy vi phân hai vế } RdT = P_0 e^{\alpha V} dV + P_0 \alpha e^{\alpha V} V dV = P(1 + \alpha V) dV$$

$$\text{Hay } RdT = (1 + \alpha V) P dV \Rightarrow dA = PdV = \frac{RdT}{(1 + \alpha V)} \quad (4.3)$$

$$\text{Theo nguyên lý I: } CdT = PdV + C_V dT = \frac{RdT}{(1 + \alpha V)} + C_V dT$$

$$\text{Hay } C = \frac{R}{(1 + \alpha V)} + C_V$$

Bài 4. Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học ta có $\Delta U = A + Q$

Độ biến thiên nội năng của 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử là $\Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Và công sinh ra bởi khí là $A = p\Delta V = pS\Delta x$, trong đó Δx là độ dịch chuyển của pit-tông

Áp suất của khí trong pit-tông là $p = p_0 + \frac{Mg}{S}$

Từ phương trình trạng thái của khí lí tưởng ta có: $pV = RT$. Vì áp suất không đổi, nên ta nếu lấy vi phân hai vế phương trình trên ta được: $p\Delta V = R\Delta T$

Thay biểu thức của A và ΔU vào biểu thức của nguyên lí I nhiệt động lực học ta có:

$$Q = \frac{3}{2}R\Delta T + pS\Delta x = \frac{5}{2}pS\Delta x$$

Ta có $Q = q\Delta t$ (trong đó Δt là khoảng thời gian truyền nhiệt, và trong khoảng thời gian này pit-tông dịch chuyển lên trên một đoạn Δx)

Vậy ta có: $\Delta x = v\Delta t$

$$\text{Hay: } Q = q \cdot \frac{\Delta x}{v}$$

Thay vào phương trình trên ta được: $\frac{q}{v} = \frac{5}{2} \left(p_o + \frac{Mg}{S} \right) S$

Vậy vận tốc của pit-tông dịch chuyển là: $v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_o S + Mg}$

Bài 5. - Khi pít tông ở VTCB, Các thông số khí: $P_1 = P_0 + \frac{mg}{s}$; $\frac{V_0}{2}$; T_0

$$\Rightarrow \text{Số mol khí } n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{P_1 V_0}{2 R T_0} \text{ mol}$$

- Trong giai đoạn đầu, pít tông chưa chạm vách khí biến đổi đẳng áp, khi bắt đầu chạm vách khí có nhiệt độ T_2

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Áp dụng: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V}{V/2} T_0 = 2T_0$

- Nhiệt lượng truyền cho khí trong quá trình này :

$$Q_1 = A + \Delta U = P_1 \frac{V}{2} + n \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{P_1 V}{2} + \frac{P_1 V}{2RT_0} \frac{3}{2} RT_0 = \frac{5}{4} P_1 V$$

- Sau khi pít tông chạm vách, thể tích không đổi, đây là quá trình $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{c}}\ddot{\text{h}}$ tích

Khí nhận nhiệt lượng chỉ làm tăng nội năng: $Q_2 = n \frac{3}{2} R 2T_0 = \frac{P_1 V}{2RT_0} \frac{3}{2} R 2T_0 = \frac{3}{2} P_1 V$

\Rightarrow Tổng nhiệt lượng mà khí đã nhận :

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{11}{4} P_1 V = \frac{11}{4} (P_0 + \frac{mg}{s}) V$$

Bài 6.

a.Gọi p_0, p_1, p_2 lần lượt là áp suất khí quyển, áp suất khí trạng thái đầu và áp suất khí ở trạng thái sau của khí.

$\Delta x_1, \Delta x_2$ là độ biến dạng của lò xo ở hai trạng thái đầu và cuối

Điều kiện cân bằng của pit-tông ở hai trạng thái cho ta:

$$Mg + p_0 S + k \cdot \Delta x_1 = p_1 S \quad (1)$$

$$Mg + p_0 S + k \cdot \Delta x_2 = p_2 S \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $k(\Delta x_2 - \Delta x_1) = (p_2 - p_1)S$

Mà:

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = h_2 - h_1$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{k}{S} (h_2 - h_1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{mRT_2}{\mu Sh_2} - \frac{mRT_1}{\mu Sh_1} = \frac{k}{S}(h_2 - h_1)$$

Mà:

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = h_2 - h_1$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{k}{S}(h_2 - h_1)$$

$$\frac{mRT_2}{\mu Sh_2} - \frac{mRT_1}{\mu Sh_1} = \frac{k}{S}(h_2 - h_1)$$

Giải ra ta được: $T_2 = \frac{T_1 h_2}{h_1} + \frac{k \mu h_2}{mR} (h_2 - h_1)$

b. Các trạng thái của khí lúc đầu và lúc sau:

$$(p_0, V_0, T_0) \text{ và } (p_3, V_3, T_3) \text{ với } V_3 = \frac{4}{3}V_0$$

Sau khi truyền một nhiệt lượng Q , pittông dịch chuyển lên một đoạn x :

$$x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V_0}{3S} \Rightarrow V_0 = 3xS$$

Xét điều kiện cân bằng của pittông lúc đầu và lúc sau, ta có: $\begin{cases} Mg = p_0 S \\ Mg + kx = p_3 S \end{cases}$

Công mà khí thực hiện được:

$$\begin{aligned} A &= Mgx + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{3}p_0V_0 + \frac{1}{6}(p_3 - p_0)V_0 \\ &= \frac{1}{6}p_0V_0 + \frac{1}{8}p_3V_3 \\ &= nR\left(\frac{1}{6}T_3 + \frac{1}{8}T_4\right) \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Độ tăng nội năng của khí: $\Delta U = C_V \Delta T = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_0)$ Nhiệt lượng đã truyền cho khí:

$$Q = \Delta U + A = nR \left(\frac{13}{8} T_3 - \frac{4}{3} T_0 \right) = 4695,15 J.$$

Bài 7. Vì hai lần nung nóng khí trong thời gian như nhau nên nhiệt lượng mà khí nhận được cũng như nhau:

$$Q_1 = Q_2 \quad (*)$$

$$Q_1 = mC_V \Delta T_1 ; Q_2 = mC_P \Delta T_2 \quad (1)$$

Với C_V - nhiệt dung riêng đẳng tích; C_P - nhiệt dung riêng đẳng áp của chất khí.

Kết hợp (*) và (1), ta nhận được:

$$\gamma = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \quad (2)$$

Nhưng trong thí nghiệm này, không đo được độ biến thiên nhiệt độ mà chỉ đo được thể tích và áp suất, nên ta cần sử dụng phương trình trạng thái:

$$pV = nRT \quad (3)$$

Trong lần đầu, do quá trình đẳng tích nên áp dụng (3), ta có:

$$(p_1 - p)V = nR \Delta T_1 \quad (4)$$

Tương tự cho lần thí nghiệm thứ hai:

$$P(V_2 - V) = nR \Delta T_2 \quad (5)$$

Rút ΔT_1 và ΔT_2 từ (4) và (5), thay vào (2), ta nhận được:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{(p_1 - p)V}{P(V_2 - V)} = \frac{p_1 / p - 1}{V_2 / V - 1}$$

Bài 8. Gọi $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ của hỗn hợp khí đã cho. Theo phương trình đoạn nhiệt ta có:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = hs = T_0 \cdot V_0^{\gamma-1} \rightarrow \frac{T}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \rightarrow T = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

* Lấy loga cơ số e hai vế ta được: $\ln T = \ln T_0 + (\gamma - 1) \cdot \ln \frac{V_0}{V}$.

* Từ giả thiết ta chuyển nhiệt độ sang nhiệt độ tuyệt đối và được:

$\frac{V_0}{V}$	1,5	2,0	3,0	4,0
$t^{\circ}\text{C}$	95	151	247	327
$T^{\circ}\text{K}$	368	424	520	600

Lấy lôga cơ số e các giá trị $\frac{V_0}{V}$ và T trong bảng kết quả trên ta được :

$\ln \frac{V_0}{V}$	0,4055	0,6931	1,0986	1,3863
$\ln T$	5,9801	6,0497	6,2538	6,3969

* Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của $\ln T$ theo $\ln \frac{V_0}{V}$ ta tìm được hệ số góc của đường biểu diễn là $\gamma - 1 = 0,5 \rightarrow \gamma = 1,5$.

Lại có: $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = 1,5 \rightarrow C_v = 2R$

* Gọi n_1 là số mol của khí He ($C_{v_1} = \frac{3R}{2}$) và n_2 là số mol của khí H₂ ($C_{v_2} = \frac{5R}{2}$) có trong 1mol hỗn hợp. Ta có: $C_v = n_1 \cdot C_{v_1} + n_2 \cdot C_{v_2}$. Thay số ta được phương trình

$$n_1 \cdot \frac{3R}{2} + n_2 \cdot \frac{5R}{2} = 2R \rightarrow 3n_1 + 5n_2 = 4 \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Mặt khác: $n_1 + n_2 = 1$ (2).

Giải hệ (1) và (2) ta tìm được: $n_1 = n_2 = \frac{1}{2}$.

Gọi μ là khối lượng phân tử trung bình của hỗn hợp ta có: $\mu = n_1 \cdot C_{V_1} + n_2 \cdot C_{V_2} \rightarrow \mu = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 3$. Vậy trong 3g hỗn hợp có 1g khí H_2 và 2g khí He, do đó trong 1 g hỗn hợp có $\frac{1}{3}$ g khí H_2 và $\frac{2}{3}$ g khí He.

b/ Công dùng để nén đoạn nhiệt được xác định từ công thức:

$$\Delta A = + \Delta U = c_v(T_1 - T_0)$$

Nhiệt dung đẳng tích của 1g hỗn hợp là: $c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{2R}{3}$

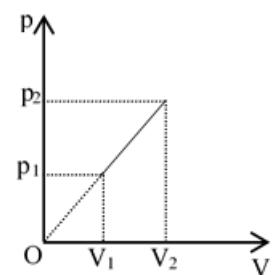
$$\rightarrow \Delta A = \frac{2R}{3}(600 - 300) = 200.R = 1662 \text{ (J)}$$

Bài 9. Gọi T_1 là nhiệt độ của khối khí ở áp suất p_1 và thể tích V_1 ; T_2 là nhiệt độ của khối khí ở áp suất p_2 và thể tích V_2 .

Bài ra: $V = b p$ (1). Đồ thị biểu diễn quá trình biến đổi trạng thái như hình vẽ bên

Theo nguyên lý I, ta có: $Q + A = \Delta U$ (2)

Biến thiên nội năng của khối khí: $\Delta U = C_v(T_2 - T_1)$ (3)



Theo ý nghĩa hình học của đồ thị p-V, công mà khối khí nhận:

$$A = -A' = -(V_2 - V_1) \frac{(p_2 + p_1)}{2} \quad (4)$$

Theo phương trình trạng thái khí lí tưởng: $pV = RT$ (5)

Từ các phương trình (1), (3), (4), (5) thu được

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Delta U = \frac{bC_V(p_2^2 - p_1^2)}{R} \quad (6) \quad \text{và} \quad A = -b \frac{(p_2^2 - p_1^2)}{2} \quad (7)$$

Thay (6) và (7) vào (2) ta tìm được: $b = \frac{2RQ}{(2C_V + R)(p_2^2 - p_1^2)}$

Bài 10. a) $pV^\alpha = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{\ln 8}{\ln 10} = 0,9$

b) $pV^\alpha = \text{const} \Rightarrow Vdp + \alpha pdV = 0 \quad (1)$

+ $pv = nRT \Rightarrow Vdp + pdV = nRdT \quad (2)$

+ $dQ = dA + dU = pdV + \frac{i}{2}nRdT \quad (3)$

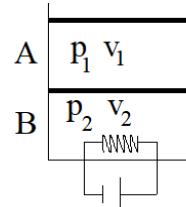
+ Từ (1); (2) và (3) ta có được:

$$dQ = \left(\frac{nR}{1-a} + \frac{i}{2}nR\right).dT \Rightarrow C = \frac{dQ}{ndT} = \frac{R}{1-a} + \frac{i}{2}R = 12,5R$$

c) Từ trên: $dQ = 12,5nR.dT$

Lại có: $dU = 2,5nR.dT \Rightarrow dU = \frac{dQ}{5} = 2 \text{ (KJ)}$

Bài 11. Sau khi lùa không khí ẩm vào xi lanh và đóng nắp A. Do thể tích và nhiệt độ khối khí trên và dưới B là như nhau nên ta có: Số mol khí bên dưới bằng tổng số mol hơi nước và không khí khô bên trên và đặt bằng n.



* Gọi nhiệt độ lúc đầu là T_o : $p_o \frac{V_o}{2} = nR_o \quad (1)$

* Nung nóng khí bên dưới, do xi lanh và pitông cách nhiệt nên không có sự truyền nhiệt, khối khí này tăng nhiệt độ và thực hiện công nén khối khí bên trên. Do nắp A dẫn nhiệt nên khí trên bị nén đồng nhiệt và công mà khí nhận được biến thành nhiệt tỏa ra môi trường.

* Do lúc đầu độ ẩm của ngăn khí bên trên là 50% nên khi nước bên trên bắt đầu ngưng tụ tức là độ ẩm đạt 100% hay thể tích chỉ còn một nửa: $V_1 = \frac{V_o}{4}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Công do chất khí trên nhận được bằng công do chất khí bên dưới thực hiện và là công của quá trình đanding nhiệt: $A_1 = nRT_o \ln \frac{V_o/2}{V_o/4} = nRT_o \ln 2$

* Xét lượng khí bên dưới: Khi khói khí trên bắt đầu có ngưng tụ thì ngừng cung cấp nhiệt lượng, khói khí dưới sẽ cân bằng ở áp suất: $p_2 = p_1 = 2p_0$

+ Theo định luật bảo toàn năng lượng: $Q = \Delta U + A_1 = \frac{i}{2} nR(T-T_o) + nRT_o \ln 2$

+ Mà ở nhiệt độ T, thể tích khói khí dưới là: $V_2 = \frac{3V_o}{4}$ nên: $nRT = p_2 V_2 = 2p_0 \cdot \frac{3V_o}{4}$
(2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow T = 3T_o$

$$\Rightarrow Q = \dots = 569 \text{ (J)} \quad (\text{Không khí có } i=5)$$

Bài 12. 1. Xác định nhiệt lượng của khí:

* Gọi T_0 và T lần lượt là nhiệt độ ban đầu và nhiệt độ khi nén chậm khí Heli từ thể tích V_1 sang thể tích V_2 . Khi đó:

- Quá trình nén khí chậm thì: $pV^n = \text{const} \Rightarrow V^{n-1} \cdot T = \text{const} \left(V \hat{o} n = \frac{C - C_p}{C - C_v} \right)$

$$\Rightarrow V_1^{n-1} \cdot T_0 = V_2^{n-1} \cdot T \quad (1)$$

- Quá trình đoạn nhiệt thì: $V_1^{\gamma-1} \cdot T_0 = V_2^{\gamma-1} \cdot T' \quad (2) \quad \left(V \hat{o} \gamma = \frac{C_p}{C_v} \right)$

$$* \text{ Theo đề bài: } \Delta T = 2(T - T_0) = T' - T_0 \Leftrightarrow T' = 2T - T_0 \quad (3)$$

$$- \text{Từ (1) và (2) ta được: } \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\frac{T_0}{T'} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (4)$$

$$- \text{Thay (3) vào (4) thì: } \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\frac{T_0}{2T - T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Leftrightarrow \left(1 - 1 + \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(1 - 1 + \frac{T_0}{2T - T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Rightarrow \left[1 - \frac{T - T_0}{T} \right]^{\frac{1}{n-1}} = \left[1 - \frac{2T - 2T_0}{2T - T_0} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

- Do $\frac{T - T_0}{T}; \frac{2T - 2T_0}{2T - T_0} \ll 1$ nên áp dụng công thức gần đúng, ta được:

$$1 - \frac{T - T_0}{(n-1)T} = 1 - \frac{2(T - T_0)}{(\gamma-1)(2T - T_0)} \Leftrightarrow \frac{1}{n-1} = \frac{2T}{(\gamma-1)(2T - T_0)}$$

$$\text{Ta có: } C = R \left(\frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{n-1} \right) = \frac{R}{\gamma-1} \left(1 - \frac{2T}{2T - T_0} \right) = -\frac{RT_0}{(\gamma-1)(2T - T_0)} < 0$$

$\Rightarrow Q < 0$: khí Heli tỏa nhiệt ra môi trường ngoài.

2. Nhiệt lượng trao đổi với môi trường:

$$\text{Ta có: } dQ = C \cdot dT \Leftrightarrow dQ = -\frac{RT_0}{(\gamma-1)(2T - T_0)} dT$$

$$\Rightarrow Q = - \int_{T_0}^{\alpha T_0} \frac{RT_0}{(\gamma-1)(2T - T_0)} dT = -\frac{RT_0}{2(\gamma-1)} \ln(2T - T_0) \Big|_{T_0}^{\alpha T_0}$$

$$\Rightarrow Q = -\frac{RT_0}{2(\gamma-1)} \ln(2\alpha - 1) \quad (\text{dấu “-” chứng tỏ khí Heli tỏa nhiệt})$$

Bài 13. Đối với pittông (1): lực tác dụng vào pittông theo phương ngang là lực dây F_1 ngược chiều v_1 nên pittông (1) chuyển động chậm dần đều.

- Đối với pittông (2): tương tự, lực dây F_2 cùng chiều v_2 nên pittông (2) chuyển động nhanh dần đều.

- Trong quá trình hai pittông chuyển động, khối khí nhốt trong xi lanh chuyển động theo.

- Chọn hệ quy chiếu gắn với pittông (2), vận tốc của pittông (1) đối với pittông (2) là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \rightarrow$ pittông (1) chuyển động về phía pittông (2) chậm dần rồi dừng lại lúc t_o , sau đó $t > t_o$ thì pittông (1) chuyển động xa dần với pittông (2) và khí lại giãn nở.

- Gọi G là khối tâm của khối khí trong xi lanh lúc $t < t_o$: khí bị nén, G chuyển động về phía pittông (2).

- Lúc $t > t_o$: khí bị giãn, G chuyển động ra xa dần pittông (2). Vậy ở nhiệt độ t_o thì $v_G = 0 \rightarrow$ cả hai pittông cùng khối khí chuyển động cùng vận tốc v.

- Định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$M3v_o + Mv_o = (2M+m)v \rightarrow v = 4Mv_o / (2M+m).$$

- Động năng của hệ lúc đầu: $W_{d1} = \frac{1}{2}M(v_1^2 + v_2^2) = 5Mv_o^2$.

- Động năng của hệ lúc ở t_o là: $W_{d2} = \frac{1}{2}(2M+m)v^2$.

→ Độ biến thiên động năng: $\Delta W = W_{d2} - W_{d1} = \frac{Mv_o^2(2M+5m)}{2M+m}$.

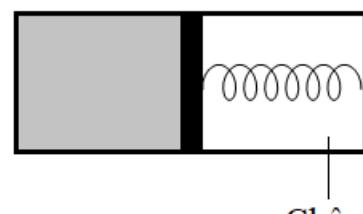
- Nội năng của khí: $U = \frac{i}{2}nRT = \frac{3}{2}nRT \rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_{max} - T_o)$.

- Vì $\Delta U = \Delta W$ nên $T_{max} = T_o + \frac{2}{3R} \frac{Mv_o^2(2M+5m)}{2M+m}$ (do n=1)

Bài 14.

+ Xét tại thời điểm đầu: pitông cách đáy đoạn x, tiết diện bình là S, nhiệt độ chất khí là T.

Thể tích khí là: $V = xS$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{áp suất khí: } p = \frac{F_{dh}}{S} \Rightarrow pS = kx^\alpha \Rightarrow RT = pV = x \cdot kx^\alpha = kx^{\alpha+1} \quad (3)$$

+ Khi chất khí nhận vào nhiệt lượng rất nhỏ: $dQ=CdT$, nhiệt độ chất khí tăng dT , pítông dịch chuyển dx . Coi áp suất và lực đàn hồi không thay đổi. Ta có:

$$dQ = dU + dE_t = \frac{3}{2}RdT + kx^\alpha dx = 1,9RdT \quad (*)$$

+ Từ (3) lại có: $RdT = (\alpha+1)kx^\alpha dx$. Thay vào (*) được: $\alpha = 1,5$

Bài 15. Pít-tông và xilanh đều cách nhiệt, nên sự biến đổi trạng thái khí là đoạn nhiệt. Vì có sự chênh lệch áp suất giữa lượng khí đang xét và chân không trong xi lanh nên gây ra hiện tượng giãn nở khí. Do đó pít-tông P bị đẩy sang phải.

- Gọi tiết diện của pít-tông là S

- Theo nguyên lý I của NDLH : $Q = 0$ (là quá trình giãn khí đoạn nhiệt, không thuận nghịch) $\rightarrow \Delta U = -A$ (*) (khí sinh công) , mà $\Delta U = C_v \cdot \Delta T = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$

Công mà khí sinh ra làm nén lò xo một đoạn x đúng bằng công của lực đàn hồi nên có:

$$A = \frac{1}{2}kx^2$$

- Mặt khác khi pít- tông ở trạng thái cân bằng ta có: $p_2S = kx$ và $V_2 = 2x \cdot S \rightarrow x = \frac{V_2}{2S}$

$$\text{Từ đó: } A = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x \cdot x = \frac{1}{2} \cdot p_2S \cdot x = \frac{1}{2} \cdot p_2S \cdot \frac{V_2}{2S} = \frac{1}{4} \cdot p_2 \cdot V_2 = \frac{1}{4}RT_2$$

$$(\text{vì } p_2V_2 = nRT_2, n= 1\text{mol})$$

Thay $A = \frac{1}{4}RT_2$ vào (*) ta có:

$$\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = -\frac{1}{4}RT_2 \rightarrow T_2 = \frac{6}{7}T_1 = 264K$$

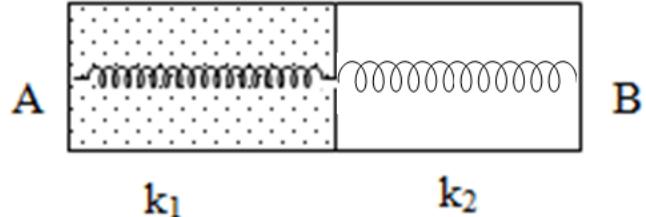
Theo phương trình trạng thái khí lí tưởng ta có: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

$$\rightarrow p_2 = \frac{p_1}{2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{7.6}{2.7} = 3kPa$$

Bài 16. Khi pittông ở vị trí cân bằng, độ biến dạng của mỗi lò xo là x:

$$x = \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{2V_1}{S}$$

Khi đó áp lực lên hai mặt pittông
bằng nhau:



$$p_2 S - k_1 x = k_2 x$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{k_1 + k_2}{S} x = 2 \frac{(k_1 + k_2)V_1}{S^2} \quad (1)$$

Phương trình trạng thái:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1 V_2} = \frac{p_1}{3T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3p_2}{p_1} \quad (2)$$

Hệ không trao đổi nhiệt:

$$Q = \Delta U + A = 0 \Rightarrow A = -\Delta U$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2 = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\left(\frac{2V_1}{S}\right)^2 = 2 \frac{(k_1 + k_2)V_1^2}{S^2} \\ \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{3}{2}(3p_2 - p_1)V_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2(k_1 + k_2)V_1^2}{S^2} = \frac{3}{2}(p_1 - 3p_2)V_1 \Rightarrow \frac{2(k_1 + k_2)V_1}{S^2} = \frac{3}{2}p_1 - \frac{9}{2}p_2 \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1): } \Rightarrow p_2 = \frac{3}{2}p_1 - \frac{9}{2}p_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{11} \quad (4)$$

$$\text{Thé (4) vào (2): } \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{9}{11}$$

Bài 17. Do xy lanh cách nhiệt : $Q=0$ nên $\Delta U = A = -\frac{1}{2}kx^2$ (1)

Trong đó $\Delta U = 5/2 R (T_2 - T_1)$ (2)

- Lò xo bị nén một đoạn x : Các lực tác dụng lên pitông :

- lực đàn hồi $F_1 = Kx$

- Áp lực của khí trong xy lanh tác dụng lên pitông : $F_2 = P_2 \cdot S$

- Phương trình trạng thái cho một mol khí hydrô:

$$P_2 V_2 = R \cdot T_2 \quad \text{và} \quad V_2 = 2V_1 = 2S \cdot x$$

- Suy ra $F_2 = \frac{RT_2}{2x}$

- Pittông đúng yên : $F_1 = F_2 \Leftrightarrow Kx = \frac{RT_2}{2x}$ hay $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{RT_2}{4}$ (3)

- Thay (2), (3) vào (1) được : $T_2 = \frac{10}{11}T_1$

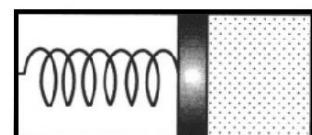
- Phương trình cho 2 trạng thái : $P_1 \cdot V_1 = R \cdot T_1$ và $P_2 \cdot V_2 = P_2 \cdot 2V_1 = RT_2$

$$\text{Suy ra : } P_2 = \frac{5}{11}P_1 .$$

Bài 18. Đặt T_1 là nhiệt độ của khí ban đầu, T_2 là nhiệt độ của khí sau khi truyền nhiệt lượng ΔQ

Vì không có ma sát và bình cách nhiệt nên toàn bộ nhiệt lượng chuyển thành năng lượng bên trong của hệ

$$\Delta Q = \Delta W$$



Năng lượng bên trong hệ bằng tổng của nội năng của khí và thế năng đàn hồi tích trữ bởi lò xo (Vì bỏ qua nhiệt dung của lò xo, pit-tông và xilanh)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Độ tăng nội năng của một mol khí lí tưởng là $\Delta W_1 = \frac{3}{2}R\Delta T$

Độ tăng thế năng đòn hồi của lò xo: $\Delta W_2 = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$

Trong đó k là độ cứng của lò xo, x_1 và x_2 là giá trị tuyệt đối của độ dịch chuyển của đầu trái của lò xo ở các nhiệt độ T_1 và T_2 tương ứng.

Chúng ta hãy tìm mối quan hệ giữa các thông số của khí và độ biến dạng của lò xo

$$\text{Ta có } p = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$$

Áp dụng phương trình C-M ta được: $pV = RT$ mặt khác dễ thấy:

$$V = xS \rightarrow p = \frac{RT}{xS}$$

Thay vào phương trình của p ta được: $x^2 = \frac{RT}{k}$

$$\text{Kết quả: } \Delta W_2 = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$$

Độ tăng năng lượng bên trong hệ là: $\Delta W = 2R(T_2 - T_1)$

$$\text{Vậy nhiệt dung của hệ thống là } C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2R$$

Bài 19. Ở trạng thái đầu, lực đòn hồi của lò so cân bằng với lực tác động lên pit-tông gây ra bởi độ chênh lệch về áp suất ở hai bên của pit-tông.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{\nu RT}{(\frac{3l}{2}-x)} - \frac{\nu RT}{(\frac{l}{2}+x)} = -kx \Rightarrow k = \frac{\nu RT}{x} \left(\frac{1}{\frac{l}{2}+x} - \frac{1}{\frac{3l}{2}-x} \right)$$

Sau khi pit-tông thủng, áp suất hai bên pit-tông cân bằng, độ dãn của lò xo bằng không. Toàn bộ năng lượng từ thế năng đàn hồi dự trữ trong lò xo biến thành nội năng của khí, nên:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{3}{2} 2\nu R \Delta T$$

Vậy:

$$\Delta T = \frac{kx^2}{6\nu R} = \frac{x}{6} \left(\frac{1}{\frac{l}{2}+x} - \frac{1}{\frac{3l}{2}-x} \right) T = \frac{2x}{3} \frac{l-2x}{(l+2x)(3l-2x)} T$$

Bài 20. cKhí ở ngăn phải sinh công đầy pit - tông làm cho khí ở ngăn trái bị nén (nhận công) đồng thời làm các lò xo biến dạng

Xét toàn bộ quá trình, tổng công do khí sinh ra đúng bằng tổng thế năng đàn hồi của các lò xo: $A' = 2 \cdot \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} kl^2$

Q là nhiệt lượng mà chất khí ở ngăn bên phải nhận vào, Q' là nhiệt lượng mà chất khí ở ngăn bên trái nhả ra. Vậy nhiệt lượng tổng cộng mà hệ nhận vào là: $Q - Q'$ (Q và Q' đều mang dấu dương)

Áp dụng nguyên lí I Nhiệt động lực học cho hệ khí ở cả hai ngăn ta có:

$$\Delta U = A + (Q - Q').$$

Trong đó: $A = -A' = -\frac{1}{4} kl^2$; ΔU là độ biến thiên nội năng của hệ khí.

$$\text{Ta viết: } Q - Q' = \frac{1}{4}kl^2 + \Delta U \quad (1)$$

Vì nhiệt độ của ngăn bên trái được giữ không đổi, nên ΔU chính là độ tăng nội năng của khí ở ngăn bên phải:

$$\Delta U = \frac{3}{2}n.R.\Delta T \quad (2)$$

Độ tăng nhiệt độ của khí ở ngăn phải được tính từ điều kiện cân bằng của pit - tông:

$$+ \text{Áp suất khí ở ngăn phải khi pit - tông cân bằng là: } p = \frac{n.R.(T + \Delta T)}{S\left(l + \frac{l}{2}\right)}$$

$$+ \text{Áp suất khí ở ngăn bên trái khi pit - tông cân bằng là: } p' = \frac{nRT}{S\left(l - \frac{l}{2}\right)}$$

Điều kiện cân bằng của pit - tông là:

$$\frac{2nR(T + \Delta T)}{3Sl} = \frac{2nRT}{Sl} + \frac{kl}{S}$$

$$\text{Giải pt trên ta được kết quả: } \Delta T = 2T + \frac{3kl^2}{2nR} \quad (3)$$

Từ (1) ; (2) ; (3) ta rút được kết quả:

$$Q' = Q - 3nRT - \frac{5}{2}kl^2$$

Bài 20 bis. Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học ta có $\Delta U = A + Q$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Độ biến thiên nội năng của 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên là $\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T$

Và công sinh ra bởi khí là $A = -p\Delta V = -pS\Delta x$, trong đó Δx là độ dịch chuyển của pit-tông

Áp suất của khí trong pit-tông là $p = p_0 + \frac{Mg}{S}$

Từ phương trình trạng thái của khí lí tưởng ta có: $pV = RT$. Vì áp suất không đổi, nên ta nếu lấy vi phân hai vế phương trình trên ta được: $p\Delta V = R\Delta T$

Thay biểu thức của A và ΔU vào biểu thức của nguyên lý I nhiệt động lực học ta có:

$$Q = \frac{3}{2}R\Delta T + pS\Delta x = \frac{5}{2}pS\Delta x$$

Ta có $Q = q.\Delta t$ (trong đó Δt là khoảng thời gian truyền nhiệt, và trong khoảng thời gian này pit-tông dịch chuyển lên trên một đoạn Δx)

Vậy ta có: $\Delta x = v.\Delta t$

Hay: $Q = q \cdot \frac{\Delta x}{v}$

Thay vào phương trình trên ta được: $\frac{q}{v} = \frac{5}{2} \left(p_0 + \frac{Mg}{S} \right) S$

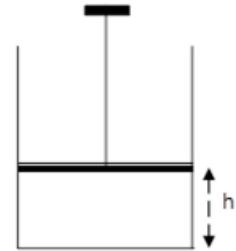
Vậy vận tốc của pit-tông dịch chuyển là: $v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg}$

Bài 21. Quá trình nung nóng khí chia làm 2 giai đoạn:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

- + Ban đầu khí được nung nóng $\vec{đ}$ ang tích cho tới khi áp suất khí trong xy lanh đạt tới giá trị $p = p_0 + \frac{mg}{S}$

- + Sau đó khí sẽ $\vec{đ}$ ẩy pít tông dịch chuyển từ từ lên độ cao $2h$, quá trình này coi là $\vec{đ}$ ang áp, lúc này dây treo pít tông sẽ bị chùng xuống.



Nhiệt lượng cung cấp cho khí là tổng nhiệt lượng cả 2 quá trình trên.

Xét quá trình khí nung nóng $\vec{đ}$ ang tích, nhiệt độ của khí tăng từ T_0 đến T , ta áp dụng công thức: $\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0} \rightarrow T = \frac{p}{p_0} T_0 = (1 + \frac{mg}{p_0 S}) T_0$.

Khi đó nhiệt lượng cung cấp cho khí chỉ làm nội năng của khí tăng:

$$Q_1 = \Delta U_1 = C\Delta T = C(T - T_0) = \frac{CT_0}{p_0 S} mg \quad (1)$$

Theo phương trình Claperol- Mendeleep ta có :

$$p_0 V_0 = RT_0 \text{ hay } p_0 Sh = RT_0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được : } Q_1 = \frac{Cmgh}{R}.$$

Xét quá trình khí nung nóng $\vec{đ}$ ang áp, nhiệt lượng cung cấp cho khí vừa làm nội năng của khí tăng vừa sinh công:

$$Q_2 = \Delta U_2 + A'_2, \text{ với } \Delta U_2 = C\Delta T' = C(T_2 - T) \quad (3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

mà $\frac{V_0}{T} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_0} T = 2T$. Thay vào (3) ta được

$$\Delta U_2 = CT = CT_0 \left(1 + \frac{mg}{p_0 S}\right) = CT_0 + \frac{Cmgh}{R}$$

Công mà khí sinh ra là : $A'_2 = p\Delta V = (p_0 + \frac{mg}{S})Sh = RT_0 + mgh$.

Như vậy $Q_2 = CT_0 + \frac{Cmgh}{R} + RT_0 + mgh$ (4).

Tổng nhiệt lượng cung cấp cho khí là :

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C + R)T_0 + mgh \left(1 + \frac{2C}{R}\right)$$

Nhận xét: Khi làm bài tập này các em học sinh thường hay bị ngộ nhận là khi cung cấp cho khí nhiệt lượng thì pít tông đã dịch chuyển ngay, nên bỏ qua quá trình nung nóng khí đãng tích ban đầu.

Bài 22. Do toàn bộ hệ cách nhiệt và pít tông thực hiện dao động nhỏ nên coi quá trình biến đổi của khí trong xi lanh là đoạn nhiệt thuận nghịch.

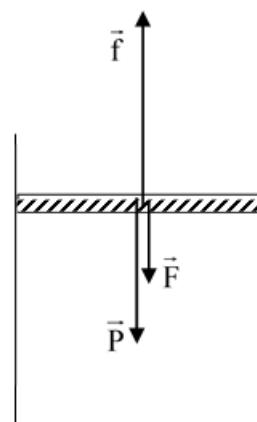
Do $Q = 0$ nên $A = \Delta U$ (1)

Khi pít tông đứng cân bằng, hợp lực tác dụng lên pít tông bằng không

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$$

Với \vec{P} là trọng lực của pít tông, có độ lớn $P = Mg$.

\vec{F} là áp lực của khí quyển lên pít tông, có độ lớn $F = p_0 S$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

\vec{f} là áp lực của khí trong xi lanh, có độ lớn $f = pS$, trong đó p là áp suất của khí trong xi lanh, S là tiết diện thẳng của pítông (hình 8).

$$\text{Suy ra: } f = P + F \Rightarrow pS = Mg + p_0S$$

$$\Rightarrow p = \frac{Mg}{S} + p_0$$

Áp dụng phương trình trạng thái:

$$pV = nRT \Rightarrow \left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right) V = nRT \quad (2)$$

$$\text{Công (khí nhận): } A = -fh = -(Mg + p_0S)h \text{ với } h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V - V_0}{S}$$

$$\Rightarrow A = -(Mg + p_0S) \frac{V - V_0}{S}$$

$$\text{Độ biến thiên nội năng: } \Delta U = \frac{i}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} nR(T - T_0)$$

$$\text{Từ (1) ta có: } -(Mg + p_0S) \frac{V - V_0}{S} = \frac{3}{2} nR(T - T_0)$$

$$\Leftrightarrow (Mg + p_0S) \frac{V_0 - V}{S} = \frac{3}{2} nR(T - T_0) \quad (3)$$

Giải hệ (2) và (3), ta được:

$$\begin{cases} V = \frac{2V_0}{5} + \frac{3nRT}{5 \left(p_0 + \frac{Mg}{S} \right)} \\ T = \frac{3T_0}{5} + \frac{2 \left(p_0 + \frac{Mg}{S} \right) V_0}{5nR} \end{cases}$$

$$\text{ĐS: } T = \frac{3T_0}{5} + \frac{2\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)V_0}{5nR}; V = \frac{2V_0}{5} + \frac{3nRT}{5\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)}$$

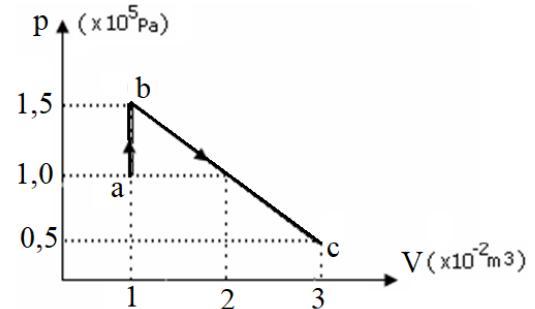
Bài 23.

a. Nguyên lý I cho quá trình ab: $Q_{ab} = A_{ab} + \Delta U_{ab}$; Vì quá trình $V = \text{const}$ nên $A_{ab} = 0$

$$\text{Biến thiên } \Delta U_{ab} = C_V(T_b - T_a) = \frac{3R}{2}(T_b - T_a)$$

$$= \frac{3R}{2} \left(\frac{p_b V_b}{R} - \frac{p_a V_a}{R} \right) = \frac{3}{2} (p_b - p_a)(V_c - V_b) = 0,75 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Suy ra $Q_{ab} = \Delta U_{ab} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$. Khí thu nhiệt



Quá trình bc, $T_b = \frac{p_b V_b}{R}$ và $T_c = \frac{p_c V_c}{R} = T_b$ nên $\Delta U_{bc} = 0$

$$\text{Công } A_{bc} = \frac{1}{2}(p_b + p_c)(V_c - V_b) = 2 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Nguyên lý I: $Q_{bc} = A_{bc} = 2 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$. Khí thu nhiệt.

b. Điểm có nhiệt độ cao nhất nằm trên đoạn bc.

Đoạn bc trên đồ thị thỏa phương trình $p = mV + n$. Các hằng số m, n được xác định bằng các trạng thái b và c.

Ta được phương trình $2p + V = 4$ (1) với ($p = 10^3 \text{ Pa}$; $V = 10^{-2} \text{ m}^3$)

Phương trình trạng thái $pV = RT$.

Từ 1 và 2 ta được hàm nhiệt độ T theo biến V: $2RT = 4 - (V-2)^2$ (3)

Từ (3), suy ra T_{\max} khi $V_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, lúc đó $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

c. Nguyên lý 1 nhiệt động lực học áp dụng cho các quá trình nguyên tố:

$$dQ_{dc} = dU + dA = C_V dT + p dV \quad (4)$$

Từ 1 suy ra $p = \frac{4-V}{2}$ và từ 3 suy ra $dT = \frac{2-V}{R} dV$

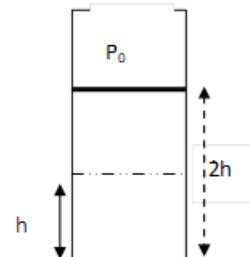
thay vào (4) ta được: $dQ_{dc} = \frac{3}{2} R \left(\frac{2-V}{R} \right) dV + \left(\frac{4-V}{2} \right) dV = (5-2V)dV$

Khi $5 > 2V$ tức $V < 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ thì $dQ > 0$. Vậy V tăng từ V_0 đến $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ thì khí thu nhiệt

Khi $5 < 2V$ tức $V > 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ thì $dQ < 0$: Vậy V tăng từ $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ đến $3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ thì khí tỏa nhiệt

Bài 24. Khi làm lạnh chậm khí, pít tông chuyển động thẳng đều xuống dưới, áp suất của khí không đổi bằng p_1 .

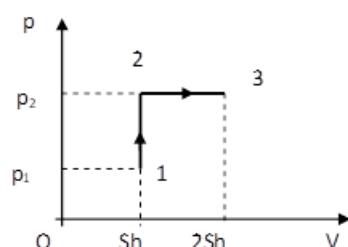
$$\text{Ta có : } p_1 \cdot S = p_0 \cdot S + mg - F \rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} - \frac{F}{S} \quad (1)$$



Khi quá trình làm lạnh kết thúc, khí có nhiệt độ T_1 , áp suất khí vẫn là p_1 , thể tích khí là $V_1 = S \cdot h$, lực ma sát nghỉ tác dụng vào pít tông có hướng đi lên.

Trong quá trình khí bị nung nóng được chia làm 2 giai đoạn : ban đầu khí bị nung nóng đắng tích để đưa nhiệt độ của khí từ T_1 đến T_2 (kết thúc giai đoạn này lực ma sát nghỉ đổi chiều và pít tông chuyển động đi lên).

Giai đoạn tiếp theo là nung nóng đắng áp từ nhiệt độ T_2 đến nhiệt độ T_3 để đưa pít tông về độ cao ban đầu. Đồ thị biểu diễn quá trình biến đổi trạng thái của khí trong thời gian nung nóng như hình.



Giai đoạn khí bị nung nóng đắng tích, kết thúc giai đoạn này khí có áp suất p_2 xác định từ phương trình :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p_2 \cdot S = p_0 \cdot S + mg + F \rightarrow p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S} \quad (2).$$

Sau đó khí bị nung nóng căng áp nên áp suất khí không đổi và bằng p_2 .

Nhiệt lượng khí thu vào trong cả quá trình làm nóng là :

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_v(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2)$$

$$= \frac{3}{2} RSh \cdot \frac{(p_2 - p_1)}{R} + \frac{5}{2} Rp_2 \cdot \frac{(2Sh - Sh)}{R} = \frac{5(p_0 \cdot S + mg) + 11F}{2} h$$

Độ biến thiên nhiệt độ của khí :

$$\Delta T = T_3 - T_1 = \frac{p_2 \cdot 2Sh}{R} - \frac{p_1 \cdot Sh}{R} = \frac{mg + p_0 S + 3F}{R} h.$$

Vậy nhiệt dung của khí trong cả quá trình làm nóng khí là :

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{5(p_0 S + mg) + 11F}{(p_0 S + mg + 3F)} \frac{R}{2}.$$

Bài 25. Gọi chiều cao cột khí lúc đầu ở bình 1 là H_o và sau khi đã dồn hết sang bình 2 là H .

Nhiệt độ khí ở trạng thái cân bằng là T . Theo định luật bao toàn năng lượng ta có:

$$MgH_o + n\mu g \cdot \frac{H_o}{2} = \frac{3}{2} nR(T - T_o) + \frac{M}{2} gH + n\mu g \cdot \frac{H}{2} \quad (1)$$

Với áp suất ban đầu của khí là: $p_o = \frac{Mg}{S}$; thể tích đầu của khí là: $V_o = SH_o$

$$\Rightarrow nRT_o = p_oV_o = MgH_o \Rightarrow gH_o = \frac{n}{M} RT_o \quad (2)$$

+Tương tự, ở trạng thái sau ta có: $gH = \frac{n}{M/2} RT \quad (3)$

$$+ \text{Từ (1); (2) và (3) ta có: } \mathbf{T} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{n\mu}{M}}{\frac{5}{2} + \frac{n\mu}{M}} \cdot \mathbf{T}_o = \dots = \mathbf{0,98T}_o$$

Thay T vào 3 tìm được H

Bài 26 **Tổng** **đại** **số** **công** **được** **thực** **hiện** **bởi** **các** **chất** **khí** **từ** **hai** **bên** **là** **zero**. **Tất** **cả** **các** **quá** **trình** **được** **coi** **là** **chuẩn** **dùng** (diễn ra thật chậm nên coi pittong không thu động năng). Vì thế, tại bất kỳ thời điểm tổng nội năng hệ có giá trị bảo toàn (vì hệ hai khí không trao đổi nhiệt với bên ngoài và pittong):

$$1. \text{Nên } U_1 + U_2 = U_{01} + U_{02} \rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} C_V T + \frac{m_2}{\mu_2} C_V T = \frac{m_1}{\mu_1} C_V T_{01} + \frac{m_2}{\mu_2} C_V T_{02} \quad (1)$$

Thay số: $\mu_1=2\text{g/mol}$ và $\mu_2=32\text{g/mol}$ là khối lượng mol của hydro và oxy, và $C_V = 5R/2$ là nhiệt dung mol của khí hai nguyên tử. Nhiệt độ cuối cùng của hệ thống là

$$\rightarrow T = \frac{\frac{m_1}{\mu_1} T_{01} + \frac{m_2}{\mu_2} T_{02}}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = 325K \quad (2)$$

2. Để tìm A, để chúng ta chứng minh rằng P áp suất không thay đổi. Áp dụng các phương trình Mendelep-Clapayron cho mỗi loại khí, chúng ta có:

$$\begin{cases} P_1 \Delta V_1 + V_1 \Delta P_1 = \frac{m_1}{\mu_1} R \Delta T_1 \\ P_2 \Delta V_2 + V_2 \Delta P_2 = \frac{m_2}{\mu_2} R \Delta T_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Vì diễn ra chậm nên } P_1 = P_2 = P \rightarrow \Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P \quad (4)$$

$$\text{Mặt khác } V_1 + V_2 = const \rightarrow \Delta V_1 = -\Delta V_2 = \Delta V \quad (5)$$

Thay (4), (5) vào (3) ta được

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T_1 = \frac{\mu_1}{m_1 R} (P \Delta V + V_1 \Delta P) \\ \Delta T_2 = \frac{\mu_2}{m_2 R} (-P \Delta V + V_2 \Delta P) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{m_1 R}{\mu_1} \Delta T_1 = (P \Delta V + V_1 \Delta P) \\ \frac{m_2 R}{\mu_2} \Delta T_2 = (-P \Delta V + V_2 \Delta P) \end{array} \right.$$

Cộng hai phương trình vế theo vế ta được:

$$\frac{m_1 R}{\mu_1} \Delta T_1 + \frac{m_2 R}{\mu_2} \Delta T_2 = (V_1 + V_2) \Delta P \quad (6)$$

$$\text{Mặt khác } U_1 + U_2 = U_{10} + U_{20} = \text{const} \rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} C_V \Delta T_1 + \frac{m_2}{\mu_2} C_V \Delta T_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{\mu_1} \Delta T_1 + \frac{m_2}{\mu_2} \Delta T_2 = 0 \quad (7)$$

Thay (5) vào (4) ta được $(V_1 + V_2) \cdot \Delta P = 0$. Do đó $\Delta P = 0$, nên đây là quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng}$ áp. Suy ra $P_f / P_i = 1$ (8)

3. Vì quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng}$ áp nên công được thực hiện của Oxy lên piston.

$$A_2 = P_2 \Delta V_2 = P_2 V_2 - P_{02} V_{02} = \frac{m_2}{\mu_2} R (T - T_{02}) = -311,625 \text{J} \quad (9)$$

Độ biến thiên nội năng của ôxy:

$$\Delta U_2 = \frac{m_2}{\mu_2} C_V (T - T_{02}) = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{5R}{2} (T - T_{02}) = -779,0625 \text{J} \quad (10)$$

Vì hệ cô lập, nên tổng lượng nhiệt chuyển từ phần bình Oxy cho phần hydro là Q:
 $Q = Q_1 = A_1 + \Delta U_1 = (-A_2) + (-\Delta U_2)$

$$\rightarrow Q = 311,625 + 779,0625 = 1090,6875 \text{J} \quad (11)$$

Bài 27. 1. Phần 2, biến đổi $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng}$ nhiệt $\Rightarrow p'_2 = p_{02} \cdot V_{02} / V'_2 = p_{02} \cdot l_2 / l'_2 = p_{02} \cdot 32/30$

Phần 1, cả ba thông số thay đổi, trong đó: $p_{01} = p_{02}$ và $p'_1 = p'_2$; $V'_1 / V_{01} = 34/32$
 $\Rightarrow T'_1 / T_1 = p'_1 \cdot V'_1 / (p_{01} \cdot V_{01}) = p'_2 \cdot V'_1 / (p_{02} \cdot V_{01}) = (32/30) \cdot (34/32) = 34/30$
 $\Rightarrow T'_1 = 340^\circ\text{C} \Rightarrow \text{tăng } 40^\circ\text{C}.$

2. Công mà khí phần 1 thực hiện bằng công mà khí ở phần 2 nhận

Phần 2 thực hiện quá trình đẳng nhiệt $\Rightarrow p_2 = p_{o2} \cdot V_{o2}/V_2$

Công mà phần khí 2 nhận khi thể tích thay đổi lượng nhỏ ΔV_2 là:

$$\Delta A = -p_2 \cdot \Delta V_2 = -p_{o2} \cdot V_{o2} \cdot \Delta V_2 / V_2$$

Tương tự biểu thức liên hệ độ dời và vận tốc: $\Delta x = v \cdot \Delta t = v_o \cdot t_o \cdot \Delta t / t$, với $x_{12} = v_o \cdot t_o \cdot \ln(t_2/t_1)$

$$\Rightarrow A_{12} = -p_{o2} \cdot V_{o2} \cdot \ln(V'_2/V_{o2}) = p_{o2} \cdot V_{o2} \cdot \ln(V_{o2}/V'_2) = p_{o2} \cdot V_{o2} \cdot \ln(l_{o2}/l_2) = 4,13J$$

Bài 28. a. Nhiệt độ ở phần bên phải cũng tăng, tại sao ?

Nội năng của 1 mol khí lý tưởng được xác định bằng biểu thức $U = 3RT/2$. Khi ta làm tăng nhiệt độ của khí ở bên trái (do cung cấp nhiệt lượng Q) thì khí giãn nở làm pítô nén khí trong phần bên phải (V_2); vì nén cách nhiệt nên nhiệt độ của phần bên phải cũng tăng lên.

b. Khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu bao nhiêu ?

Gọi U_1 và U_2 là nội năng của khí ở hai phần xi lanh, ta có phương trình :

$$Q = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$Q = \frac{3}{2}R(\Delta T_1 + \Delta T_2); \text{ ở đây công tổng cộng bằng không.}$$

Lúc đầu ta có $pV_1 = RT_1$ và $pV_2 = RT_2$ (áp suất p như nhau)

Sau khi cung cấp nhiệt lượng và khi đã có cân bằng thì áp suất ở hai bên là ($p + \Delta p$), thể tích ở hai phần là ($V_1 + \Delta V$) và ($V_2 - \Delta V$) nên các phương trình trạng thái là:

$$(p + \Delta p)(V_1 + \Delta V) = R(T_1 + \Delta T_1)$$

$$\Leftrightarrow p\Delta V + V_1\Delta p + \Delta V\Delta p = R\Delta T_1 \quad (1)$$

$$(p + \Delta p)(V_2 - \Delta V) = R(T_2 + \Delta T_2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Leftrightarrow \Delta p(V_2 - p\Delta V - \Delta V\Delta p) = R\Delta T_2 \quad (2)$$

Cộng 2 phương trình (1) và (2) vế theo vế ta được:

$$\Delta p(V_1 + V_2) = R(\Delta T_1 + \Delta T_2) \quad (3)$$

Mặt khác ta có: $Q = \frac{3}{2}R(\Delta T_1 + \Delta T_2)$

$\Rightarrow \Delta T_1 + \Delta T_2 = 2Q/3R$ và $V_1 + V_2 = V_0 = 60$ (lít) thế vào phương trình (3) ta được:

$$\Delta p \cdot 0,06 = R \cdot 2,90/3R$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{60}{0,06} = 1000 \text{ (N/m}^2\text{)}.$$

Vậy khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu là $1000 \text{ (N/m}^2\text{)}$.

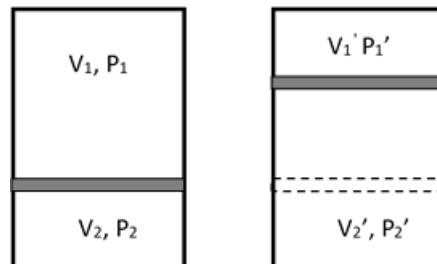
Bài 29. Lượng khí ở 2 phần xylyanh là như nhau nên:

$$\frac{m}{\mu} \cdot R = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_1} = \frac{P_1' V_1'}{T_1} = \frac{P_2' V_2'}{T_2}$$

Vì $V_1 = 2V_2$ nên $P_2 = 2P_1 \rightarrow Mg = P_1 S$

Theo giả thiết: $V_1' = V_2 / 2$, suy ra:

$$\frac{T_2}{T_1} = 2 \frac{P_2}{P_1} \quad (1)$$



Phương trình cân bằng của pittông:

$$(P_2' - P_1')S = Mg = (P_2 - P_1)S \rightarrow P_2' = P_1 + P_1 \quad (2)$$

Từ phương trình trạng thái phần trên của pittông:

$$P_1 V_1 = P_1' V_1' \rightarrow P_1 = P_1' \cdot \frac{V_1'}{V_1} \text{ suy ra: } \frac{P_2'}{P_1} = 1 + \frac{V_1'}{V_1} \quad (3)$$

Do: $V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$; $\Rightarrow \frac{V_1'}{V_1} = \frac{1}{2}$;

Thay vào (3) ta được: $\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Thay vào (1) ta có kết quả: $\frac{T_2}{T_1} = 2 \frac{P_2}{P_1} = 3$.

b. (1 điểm)

Nhiệt lượng mà khí ở ngăn dưới nhận được dùng để tăng nội năng và sinh công.

- Độ tăng nội năng của khí: $\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) = 3nRT_1 = 3P_1V_1$

- Công mà khí sinh ra dùng để tăng thế năng của pítông và sinh công cho khí ở ngăn trên.

$$A = A_1 + A_2 = Mgh + P_1V_1 \ln \frac{V_1'}{V_1} = \frac{P_1V_1}{2} + P_1V_1 \ln 2$$

(mỗi biểu thức công đúng được 0,25 điểm)

$$\rightarrow Q = A + \Delta U = \left(\frac{7}{2} + \ln 2 \right) P_1V_1$$

Bài 30. Lúc đầu áp suất khí là p_o : $mg = p_oS$

+ Giả sử khi hệ cân bằng: pítông 2m cách vị trí đầu một đoạn x_2 ; pítông m cách vị trí đầu x_1 , nhiệt độ khí là T . Theo bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{i}{2}R(T - T_o) = mg(2x_2 - x_1) = p_oS(2x_2 - x_1) \quad (1)$$

+ Thể tích khí khi cân bằng là:

$$V = S(3a - x_2 + x_1) = \frac{RT}{p} \quad (2)$$

$$+ \text{Từ (1) và (2): } T = \frac{\frac{iRT_0}{2p_oS} + 3a + x_2}{\frac{iR}{2p_oS} + \frac{R}{pS}} \quad (*)$$

+ Từ (*) ta nhận thấy cả x_2 và p đều lớn nhất thì T_{\max} .

$$+ \text{Với: } \begin{cases} x_{2\max} = a \\ p_{\max} = \frac{2mg}{S} = 2p_o \end{cases} \Rightarrow T_{\max} = \dots \Rightarrow \left(\frac{T}{T_o}\right)_{\max} = \frac{17}{12} \approx 1,43 \quad (\text{Nếu lấy } i=3)$$

Bài 31. Xét khí trong xi lanh.

Công toàn phần thực hiện trên khí:

$$A = A_1 + A_2 \quad (1)$$

Với A_1 là công do pítông thực hiện



$$A_2 \text{ là công của áp lực khí quyển: } A_2 = p_0Sl \quad (2)$$

Độ biến thiên nội năng của khí $\Delta U = C_v(m_1 + m_2)(T - T_0)$;

T_0 , T là nhiệt độ lúc đầu và lúc sau của khí.

Vì hệ cách nhiệt nên theo nguyên lý I

$$\Delta U = A \Rightarrow A_1 = C_v(m_1 + m_2)(T - T_0) - p_0Sl \quad (*)$$

Trong biểu thức còn đại lượng T chưa biết. Để tìm T cần phải xét các giai đoạn của quá trình.

Ban đầu, áp suất của phần bên trái lớn hơn của phần bên phải:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{lS} > p_2 = \frac{m_2}{\mu} \cdot \frac{RT_0}{lS}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Trong sự chuyển động của pittông tới vách ngăn, khí ở phần bên phải hình trụ sẽ bị nén cho đến khi áp suất bằng p_1 thì van được mở. Gọi V_1 , T_1 là thể tích và nhiệt độ của khí ở phần bên phải khi van bắt đầu mở.

Vì sự nén xảy ra đoạn nhiệt nén:

$$p_1V_1^\gamma = p_2 \cdot V_0^\gamma \text{ trong đó } \gamma = \frac{C_p}{C_v} - \text{hệ số đoạn nhiệt}, \text{ còn } V_0 = lS$$

$$\Rightarrow V_1 = V_0 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Áp dụng phương trình trạng thái:

$$\frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{m_2}{\mu} \Rightarrow T_1 = \frac{p_1V_1\mu}{Rm_2} = \frac{p_1V_1}{p_2V_0} T_0 = T_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1}$$

Khi áp suất ở phần bên phải bằng phần bên trái thì van tại vách ngăn được mở ra và các chất khí trộn lẫn vào nhau (lúc này pittông không được dịch chuyển). Gọi T_2 là nhiệt độ của hỗn hợp khí khi có sự cân bằng nhiệt. Có:

$$c.m_1(T_2 - T_0) = c.m_2(T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{m_1T_0 + m_2T_1}{m_1 + m_2} = T_0 \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]$$

Sau khi trộn lẫn, toàn bộ khí có khối lượng $m = m_1 + m_2$ bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V = V_1 + V_0$ đến thể tích V_0 , còn nhiệt độ của nó biến đổi từ T_2 đến T .

$$\text{Ta có: } TV_0^{\gamma-1} = T_2 V^{\gamma-1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Từ đó rút ra T, thay vào biểu thức của A_1 , tính được $A_1 \approx 3674J$

Bài 32. Do hệ được cách nhiệt nên công A được ở khói khí do lực tác dụng vào pittong và lực ép của không khí sẽ bằng độ biến thiên nội năng $\Delta U : A = \Delta U$

Gọi T là nhiệt độ cuối của chất khí thì :

$$\Delta U = C_V(m_1 + m_2)(T - T_0)$$



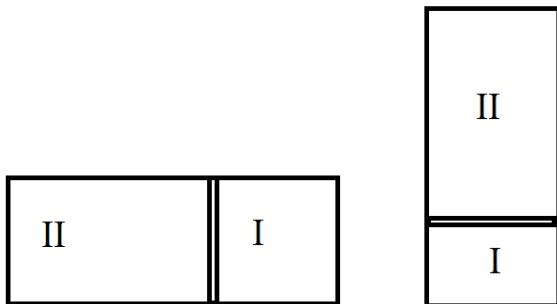
Gọi A_1 là công của lực đặt lên pittong; A_2 là công của khí thì:

$$A = A_1 + A_2 \Rightarrow A_1 = A - A_2 = \Delta U - A_2$$

$$\Rightarrow A_1 = C_V(m_1 + m_2)(T - T_0) - P_0 SL$$

Bài 33. Gọi thể tích 2 khoang khi bình nằm ngang là V_1 và V_2 .

Khi bình dựng đứng, thể tích của khoang I là $V_1 - \Delta V$, áp suất vẫn là p_0 (vì nhiệt độ không đổi, và hơi nước trong khoang đó vẫn ở trạng thái bão hòa). Thể tích khoang II là $V_2 + \Delta V$, áp suất là $p_0 + \frac{Mg}{S}$. Ta có hệ phương trình cho khoang II : (hình 1a và 1b)



$$\begin{cases} p_0 V_2 = \frac{m}{\mu_2} R T_0 \\ p(V_2 + \Delta V) = \frac{m}{\mu_2} R T_0 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta tìm được } \Delta V = \frac{MgV_2}{p_0 S - Mg}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Đối với khoang I, khối lượng nước được tạo ra là Δm , thể tích của lượng nước này rất nhỏ so với thể tích của khoang I nên có thể bỏ qua. Do đó :

$$\Delta m = \frac{\mu_1 p_0 V_1}{RT_0} - \frac{\mu_1 p_0 (V_1 - \Delta V)}{RT_0} = \frac{\mu_1 p_0 \Delta V}{RT_0}$$

$$\text{Vì } \Delta m = \Delta V, \mu_1 = \frac{MgV_2}{p_0S - Mg}, \mu_1 = \frac{Mg}{p_0S - Mg} \frac{\mu_1}{\mu_2} m$$

Nên nhiệt lượng mà bình truyền ra ngoài là :

$$Q = L \cdot \Delta m = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{Mg}{p_0S - Mg} mL.$$

Bài 34. (Trích Tuyển tập Olympic 30-4 lần thứ XVI năm 2010)

1) Xét trong quá trình đó thể tích V của hai mol khí biến đổi nhỏ dV.

Công sinh ra là: $dA = pdV$, nhiệt nhận được : $dQ = 0$

Theo nguyên lý I NDLH: $dU = -dA$ (1)

$$\text{Mặt khác: } dU = (C_{V_{H_2}} + C_{V_{He}})dT = \left(\frac{5}{2}R + \frac{3}{2}R\right)dT = 4RdT$$

Theo phương trình C - M: $pV = 2RT$ ($n = 2\text{mol}$)

Do đó: $dU = 4RdT = 2d(pV) = 2pdV + 2Vdp$ (2)

$$\text{Từ (1) } \rightarrow 3pdV + 2Vdp = 0 \rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{3}{2} \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow pV^{\frac{3}{2}} = \text{const} \quad (3)$$

Khi thể tích biến đổi từ $V_0 = 2V$ đến $V_1 = V$ thì áp suất biến đổi từ $p_0 = \frac{2RT_0}{V_0}$ đến p_1 :

$$p_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{3}{2}} = p_0 \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 2,83p_0$$

2) Tính công nén khí: ta có: $A' = -A = \Delta U = 4R\Delta T$ với $\Delta T = T_1 - T_0$

$$T_1 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\frac{3}{2}-1} = T_0 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 1,414 T_0 \text{ nên } A' = 4R. 0,414 T_0 = 1,66 R T_0$$

* Nhận xét : **Sự biến đổi trạng thái của khí trong ba bài tập trên có liên quan đến các hiện tượng cơ học, cần phải phân tích kỹ hiện tượng của bài toán và sử dụng các kiến thức như phương trình trạng thái khí lí tưởng, phương trình C-M, các nguyên lý của NDLH kết hợp với kiến thức cơ học có liên quan để giải bài toán.**

Bài 35. Gọi T_0 , T là nhiệt độ ban đầu và sau cùng của hệ; p_0 là áp suất ban đầu của hệ; V_0 là thể tích ban đầu của mỗi ngăn.

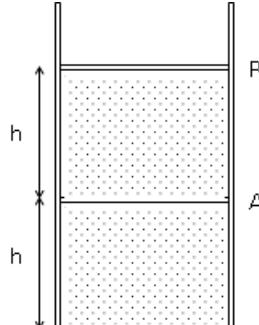
a) Xét ngăn trên: Khí tăng nhiệt độ đẳng áp từ T_0 đến T , thể tích của nó tăng từ V_0 đến V , ta có: $V = \frac{V_0}{T_0} T$

Khí sinh công: $A = p_0 \cdot (V - V_0) \Leftrightarrow$

$$A = -\frac{P_0 V_0}{T_0} (T - T_0) = -8R(T - T_0) \quad (1)$$

- Độ biến thiên nội năng của khí (4 mol):

$$\Delta U = v \cdot \frac{i}{2} R(T - T_0) = 6R(T - T_0) \quad (2)$$



Áp dụng nguyên lý I nhiệt động lực học cho hệ:

$$\Delta U = Q + A \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3): } 6R(T - T_0) = Q - R(T - T_0) \Leftrightarrow R(T - T_0) = \frac{Q}{8}$$

$$\Rightarrow T = \frac{Q}{7R} + T_0$$

$$\Rightarrow T = \frac{1000}{8.8,31} + 300 \approx 315K$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

b) Xét ngắn dưới: Khí nóng đẳng tích từ T_0 đến T , áp suất của nó tăng từ p_0 đến p , ta có:

$$p = \frac{p_0}{T_0} T$$

- Lực ma sát tác dụng lên pit-tông A:

$$F_{ms} = (p - p_0)S = (p - p_0) \cdot \frac{V_0}{h} \Rightarrow F_{ms} = \frac{p_0 V_0}{T_0 h} \cdot (T - T_0) = \frac{2R(T - T_0)}{h}$$

$$\Rightarrow F_{ms} = \frac{2.8,31.(315 - 300)}{0,5} \approx 500N$$

Bài 36. Gọi:

- nhiệt độ ban đầu, nhiệt độ sau cùng của hệ là T_0 và T_1
- p_0 là áp suất ban đầu của hệ

• Xét ngắn trên :

· Khí tăng nhiệt độ đẳng áp từ T_0 đến T_1 , thể tích của nó tăng từ V_0 đến V_1 :

$$V_1 = \frac{V_0}{T_0} T_1$$

· Công A khí sinh ra : $A = P_0(V_1 - V_0) \Leftrightarrow A = \frac{P_0 V_0}{T_0}(T_1 - T_0) = R(T_1 - T_0)$

• Xét ngắn dưới: Khí nóng đẳng tích từ T_0 đến T_1 áp suất tăng từ p_0 đến p_1 :

$$p_1 = \frac{T_1}{T_0} p_0$$

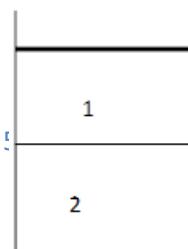
Áp dụng nguyên lý I cho hệ: $\Delta U = Q - A = Q - R(T_1 - T_0)$

$$\Leftrightarrow 5R(T_1 - T_0) = Q - R(T_1 - T_0) \Leftrightarrow 6R(T_1 - T_0) = Q$$

• Lực ma sát F tác dụng lên pit-tông A là: $F = (p_1 - p_0)S$

$$\Rightarrow F = \frac{P_0}{T_0} \frac{V_0}{h} (T_1 - T_0) = \frac{R}{h} (T_1 - T_0)$$

$$\Rightarrow F = \frac{Q}{6h} = \frac{100}{6 \cdot 0,5} = 33,3(N)$$



Bài 37. Vì vách ngăn cố định và dẫn nhiệt mà khí ở ngăn trên có nhiệt độ cao hơn khí ở ngăn dưới nên khi có cân bằng nhiệt thì nhiệt độ của khí ở ngăn trên giảm đi mà áp suất khí ở ngăn trên không đổi nên thể tích khí ở ngăn trên cũng giảm đi hay nói cách khác : pít tông đi xuống.

Phần khí ở ngăn trên biến đổi đẳng áp, còn khí ở ngăn dưới biến đổi đẳng tích. Theo phương trình cân bằng nhiệt thì :

$$Q_{t\overset{\circ}{a}} = Q_{thu} \rightarrow n_1.c_p.(420 - T) = n_2.c_v.(T - 400) \quad (1).$$

Thay số ta được $T = 410,5K$.

Độ dịch chuyển của pít tông được xác định từ phương trình $h = \frac{\Delta V}{S}$ (2)

mà khí ở ngăn trên biến đổi đẳng áp nêu :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V'_1}{T} = \frac{V - V'_1}{T_1 - T} = \frac{\Delta V}{\Delta T_1} \rightarrow \Delta V = \frac{V_1 \cdot \Delta T_1}{T_1} \quad (3)$$

$$\text{Đồng thời áp suất khí ở ngăn trên là : } p_1 = \frac{Mg}{S} = \frac{n_1 RT_1}{V_1} \rightarrow S = \frac{Mg V_1}{n_1 RT_1} \quad (4).$$

$$\text{Thay (3), (4) vào (2) ta được } h = \frac{n_1 R(T_1 - T)}{Mg} = 8(cm).$$

Vậy pít tông đi xuống 8cm.

Bài 38. Ở trạng thái lúc đầu khối khí phía dưới chiếm thể tích V_1 , có áp suất p và nhiệt độ T_1 nào đó, còn khối khí phía trên có thể tích V_2 , áp suất p và nhiệt độ T_2 . Giả sử qua đáy AB của bình ta cung cấp cho khí một nhiệt lượng nhỏ ΔQ . Dĩ nhiên chỉ có khí phía dưới pittông nhận được nhiệt lượng này vì pittông cách nhiệt. Do đó có thể viết: $\Delta Q = C_1 \Delta T_1$, ở đây C_1 là nhiệt dung, còn ΔT_1 là độ biến đổi nhiệt độ của khí phía dưới. Theo nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$C_1 \Delta T_1 = C_V \Delta T_1 + p \Delta V_1$$

Từ phương trình trạng thái chúng ta tìm được mối liên hệ giữa các số gia vô cùng nhỏ của các thông số của khối khí phía dưới ΔT_1 , ΔV_1 và Δp :

$$\Delta(pV_1) = R\Delta T_1 \text{ hay } \Delta pV_1 + p\Delta V_1 = R\Delta T_1.$$

Bây giờ chúng ta trở lại xét khối khí phía trên. Đối với khối khí này xảy ra quá trình đoạn nhiệt. Trong bài toán này ta đã tìm được phương trình của quá trình đó (khi nhiệt dung bằng không):

$$p V_2^{\frac{C_V+R}{C_V}} = const.$$

Kí hiệu $\frac{C_V+R}{C_V} = \gamma$ và lấy số gia vô cùng nhỏ của hai về phương trình đoạn nhiệt

$\Delta(pV_2^\gamma) = 0$ ta sẽ nhận được:

$$\Delta pV_2^\gamma + \gamma pV_2^{\gamma-1}\Delta V_2 = 0.$$

Sau khi giản ước cho $V_2^{\gamma-1}$ ta được:

$$\Delta pV_2 + \gamma p\Delta V_2 = 0.$$

Vì $\Delta V_2 = -\Delta V_1$ nên ta có: $\Delta p = \gamma p \frac{\Delta V_1}{V_2}$. Chú ý rằng số gia áp suất của khí phía dưới và phía trên pittông như nhau

Chúng ta sẽ nhận được:

$$\gamma p \frac{V_1}{V_2} \Delta V_1 + p\Delta V_1 = R\Delta T_1,$$

Từ đó suy ra:

$$\Delta V_1 = \frac{R\Delta T_1}{p \left(1 + \gamma \frac{V_1}{V_2} \right)} ..$$

Tiếp theo, từ nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học $\Delta Q_1 = C_V \Delta T_1 + p \Delta V_1$ chúng ta tìm được nhiệt dung của khí ở ngăn phía dưới pittông:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$C_1 = C_V + \frac{R}{\left(1 + \gamma \frac{V_1}{V_2}\right)} = C_V + \frac{R}{\left(1 + \gamma \frac{h}{L-h}\right)}.$$

Đối với khí đơn nguyên tử $C_V = \frac{3}{2}R$ và $\gamma = \frac{5}{3}$, thay vào sẽ nhận được kết quả sau:

$$C_1 = \frac{15}{2} \frac{(V_1 + V_2)}{(5V_1 + 3V_2)} R = \frac{15}{2} \frac{L}{(h + 3L)} R$$

Nhiệt dung C_2 của khí trên pittông bằng 0 vì biến đổi đoạn nhiệt

Bài 39. 1) Chứng minh pit tông dao động điều hoà

Chọn trục ox nằm ngang, gốc O tại VTCB của pit tông, chiều dương hướng từ trái qua phải.

- Khi pit tông cân bằng $P_1 = P_2 = P$.

- Khi pit tông dịch sang phải một đoạn x (phần khí bên trái có P_1, V_1 ; phần khí bên phải có P_2, V_2)

$$F = P_1 S_1 - P_2 S_2 = (P - \Delta P_1)S - (P + \Delta P_2)S \Rightarrow F = -(\Delta P_1 + \Delta P_2)S \quad (1).$$

Vì quá trình đẳng nhiệt nên $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$\Rightarrow (P - \Delta P_1)(V + Sx) = (P + \Delta P_2)(V - Sx).$$

$$\Rightarrow (\Delta P_1 + \Delta P_2)V - (\Delta P_1 - \Delta P_2)Sx \approx 2PSx \quad (\text{vì } (\Delta P_1 - \Delta P_2)Sx \text{ rất nhỏ})$$

$$\Rightarrow (\Delta P_1 + \Delta P_2)V = 2PSx \Rightarrow (\Delta P_1 + \Delta P_2) = \frac{2PSx}{V} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta có $F = -\frac{2PS^2}{V}x$ (lực hồi phục)

- Phương trình dao động $x'' = -\frac{2PS^2}{mV}x = -\omega^2 \cdot x$

Với $\omega^2 = \sqrt{\frac{2PS^2}{mV}}$ vậy pit tông dao động điều hoà.

2. Biểu thức tính chu kỳ:

a) Nếu bài toán cho biết m là khối lượng pit tông; P là áp suất khí khi cân bằng; v là thể tích của nửa xi lanh, S là tiết diện xi lanh thì ta có.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{2PS^2}}$$

b) Nếu cho m, V, S như trên, n là số mol, T là nhiệt độ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV^2}{2nRPS^2T}}$$

Vì $PV = nRT$

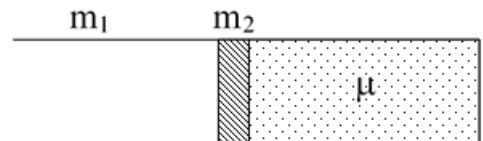
c) Nếu bài cho m, V, d là chiều dài xi lanh

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{md^2}{2PV}}$$

Bài 40

Chuyển động của nút trong ống là do quá trình giãn nở đoạn nhiệt của khí trong ống gây nên.

TT đầu: p_0, V_0, T_0 .



Tt sau: $p, V = 2V_0, T$.

PT đoạn nhiệt: $TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow T = T_0 / 2^{2/3}$ ($\gamma = 5/3$)

Độ biến thiên nội năng của khí: $\Delta U = \frac{3}{2} nR(T - T_0) = \frac{3}{2} nRT_0 \left(\frac{1}{2^{2/3}} - 1 \right)$ (1)

$$\text{Công A} = \frac{1}{2} (m_1 + n\mu)v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

v_1 : vận tốc ống và khí lúc nút bắn ra; v_2 : vận tốc nút bắn ra.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ ta có: $(m_1 + n\mu)v_1 = m_2 v_2$

$$\text{vậy } v_2 = \frac{(m_1 + n\mu)v_1}{m_2} \text{ vậy A} = \frac{1}{2} (m_1 + n\mu)v_1^2 \left(\frac{m_1 + n\mu + m_2}{m_2} \right) \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Do $A = -\Delta U$ nên từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{1}{2}(m_1 + n\mu)v_1^2 \left(\frac{m_1 + n\mu + m_2}{m_2} \right) = \frac{3}{2}nRT_0 \left(1 - \frac{1}{z^{2/3}} \right)$$

$$\text{Vậy } v_1 = \left[3 \left(1 - \frac{1}{z^{2/3}} \right) \cdot \frac{m_2}{(m_1 + n\mu)(m_1 + n\mu + m_2)} \right]^{1/2}$$

Bài 41.

$$1: Q = \int_{T_1}^{T_2} (a + bT)dT = a(T_2 - T_1) + \frac{b(T_2^2 - T_1^2)}{2}$$

2. Xét một mol khí. Theo nguyên lý I:

$$dQ = dU + dA = \frac{iRdT}{2} + pdV;$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}; i = 2/(\gamma-1); p = RT/V;$$

$$\Rightarrow (a + bT) dT = \frac{iRdT}{2} + \frac{RTdV}{V};$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{adT}{RT} + \frac{bdT}{R} - \frac{idT}{2T};$$

$$\ln V = \frac{a}{R} \ln T - \frac{1}{(\gamma-1)} \ln T + bT/R + \text{const}$$

$$V = AT^{\left(\frac{a}{R} - \frac{1}{\gamma-1}\right)} e^{\frac{bT}{R}}, A = \text{h.s.}$$

Bài 42. Pitong sẽ đây được hết khí trong bình ra khi lực do pitong và áp suất khí quyển gây ra lớn hơn lực do áp suất khí trong bình gây ra tại thời điểm khi mà khí đã đượn dòng sang bình còn lại.

Khí trong bình được nén đoạn nhiệt từ thể tích $2V$ đến thể tích V .

$$\text{TT đầu: } p_0 2V = nRT_0 \quad (1); \quad \text{TT sau: } p_1 V = nRT_1 \quad (2);$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Công thực hiện lên pitong: } A = Mg \frac{V}{S} + p_0 S \cdot \frac{V}{S} = (Mg + p_0 S) \frac{V}{S} \quad (3)$$

$$\text{Theo nguyên lý I: } A' + \Delta U = 0 \text{ hay } A = -0,5inR(T_1 - T_0) \quad (4)$$

$$\text{Từ 1,2,4 ta có: } A = -\frac{i}{2} (p_1 - p_0) \cdot V \quad (5)$$

$$\text{Từ 3 và 5 ta có: } (Mg + p_0 S) \frac{V}{S} = -\frac{i}{2} (p_1 - p_0) \cdot V$$

$$\text{Vậy } p_1 = 2p_0 + \frac{2}{i} \left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right) \quad (6)$$

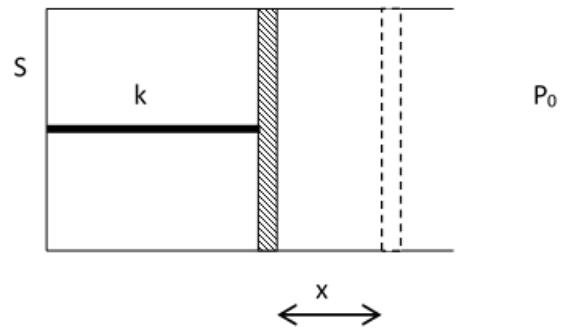
$$\text{Để pitong có thể đẩy hết khí sang bình 2 thì } p_1 S \leq Mg + p_0 S \quad (7)$$

$$\text{Coi khí trong bình là khí lưỡng nguyên tử } i = 5 \text{ thì } M \geq \frac{7}{3} \cdot \frac{p_0 S}{g}$$

Bài 43. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu truyền nhiệt, ở thời điểm T nhiệt độ của khí là: $T = T_0 + \alpha t$. (α : Hằng số)

Bỏ qua khối lượng của pitong áp suất khí trong xi lanh: $p = p_0 + \frac{kx}{S}$

x : Độ dịch chuyển của P, cùng là độ giãn của dây cao su.



$$\text{Theo PTTT ta có: } \frac{p_0 l_0 S}{T_0} = \frac{(p_0 S + kx)(l_0 + x)}{T_0 + \alpha t}$$

$$\Leftrightarrow (kl_0 + p_0 S)x + kx^2 = \frac{p_0 l_0 S}{T_0} \cdot \alpha t$$

$$(kl_0 + p_0 S) \frac{dx}{dt} + 2kx \frac{dx}{dt} = \frac{p_0 l_0 S}{T_0} \cdot \alpha = C \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{C}{kl_0 + p_0 S + 2kx} \quad (1)$$

$$\text{Công mà khí thực hiện: } A = \frac{kx^2}{2} + p_0 Sx$$

Tốc độ truyền nhiệt không đổi và nội năng tăng đều nên theo nguyên lý I của NDLH:

$$\frac{dA}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + p_0 S \frac{dx}{dt} = C' \text{ suy ra } dx/dt = \frac{C'}{p_0 S + kx} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $k l_0 = p_0 S \Rightarrow k = p_0 S / l_0$

Bài 44. Kí hiệu $V_1, T_1, p_1, V'_1, T'_1, p'_1, V_2, T_2, p_2, V'_2, T'_2, p'_2$ là các thông số của hai khí ở trạng thái đầu và trạng thái cuối, V_0 là thể tích của bình. Áp suất của hai khí luôn bằng nhau. Khi hệ cân bằng nhiệt ta có: $T'_1 = T'_2 = T$.

Từ các phương trình trạng thái và điều kiện cân bằng của pitong:

$p_1 V_1 = n_1 R T_1$ và $p_2 V_2 = n_2 R T_2$ với $p_1 = p_2$ và $V_2 = V_0 - V_1$ tìm được

$$V_1 = \frac{25}{37} V_0; V_1' = \frac{5}{8} V_0$$

Do xi lanh cách nhiệt nên ta có: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$ hay $n_1 C_{V1}(T - T_1) = n_2 C_{V2}(T - T_2)$

$$\text{Suy ra } T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450\text{K} \text{cung từ pttt ta tìm được } p_1/p_1' = 36/37; C_{V1} = C_{V2}$$

Do xi lanh cách nhiệt nên $dU_1 = -dU_2$ hay $dT_1 = -dT_2$

Xét một trạng thái rất gần trạng thái đầu ta có: $p_1 = p_2$ hay : $\frac{n_1 R(T_1 - dT)}{V_1 - dV} = \frac{n_2 R(T_2 + dT)}{V_2 + dV}$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{n_1 V_2 + n_2 V_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2} \quad (1) \quad (\text{do } n_1 T_1 V_2 = n_2 T_2 V_1)$$

Theo nguyên lý I của NDLH ta có: $C_1 = C_{V1} + p \cdot \frac{dV}{dT}$ suy ra $C_1 = \frac{825}{148} R$

Bài 45. Công do lực tác dụng lên pitong và áp suất p_0 thực hiện làm tăng nội năng của chất khí bị nén đoạn nhiệt:

$$A = \Delta U = c_v(m_1 + m_2)(T - T_0)$$

với T là nhiệt độ sau cùng của khí nén.

Tìm T để tìm được A .

Lúc đầu áp suất bên trái lớn hơn áp suất bên phải lên K chưa mở. Khí bên phải bị nén đoạn nhiệt thể tích giảm đến V_1 nhiệt độ khí lúc này là T_1 áp suất là p_2 thì nắp mở lúc này hai lượng khí trộn vào nhau và có nhiệt T_2 . Khi đó nội năng một bên giảm còn một bên tăng độ thay đổi này là như nhau: $c_v m_1 (T_2 - T_0) = c_v m_2 (T_1 - T_2)$ từ đó ta tìm được T_2 . Sau đó khôi khí $m_1 + m_2$ bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V = V_0 + V_1$ xuống V_0 và nhiệt độ tăng từ T_2 đến nhiệt độ cuối T từ đó tìm được T .

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Mặt khác ta có $A = A_1 + A_2$ với $A_2 = p_o \cdot S \cdot l$ là công do áp suất ngoài thực hiện từ đó tìm được A_1 là công do lực ngoại đã thực hiện

Lúc đầu áp suất khí bên trái $P_1 = \frac{m_1}{\mu} \cdot \frac{R \cdot T_0}{lS}$ lớn hơn áp suất bên phải vách

$$P_2 = \frac{m_2}{\mu} \cdot \frac{R \cdot T_0}{lS}.$$

Khối khí bên phải bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V_0 = lS$ xuống V_1 , áp suất của nó tăng lên đến P_1 :

$$P_2 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma \rightarrow V_1 = V_0 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (1)$$

$$\text{Khi đó nhiệt độ ở bên phải: } T_1 = \frac{P_1 V_1}{P_2 V_0} T_0 = T_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (2)$$

Sau khi nắp K mở hai khí hòa trộn vào nhau và có cùng nhiệt độ T_2 :

$$C_v m_1 (T_2 - T_0) = C_v m_2 (T_1 - T_0)$$

$$\rightarrow T_2 = \frac{m_1 T_0 + m_2 T_1}{m_1 + m_2} = T_0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] \quad (3)$$

Sau đó lượng khí $m = m_1 + m_2$ bị nén đoạn nhiệt từ thể tích $V = V_0 + V_1$ đến V_0 , nhiệt độ tăng từ T_2 đến T , ta có :

$$T \cdot V_0^{g-1} = T_2 (V_0 + V_1)^{g-1} \quad (4)$$

Thay (1) và (3) vào (4) ta được:

$$T = T_2 \left(\frac{V_0 + V_1}{V_0} \right)^{\gamma-1} = \frac{m_1 \cdot T_0}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^\gamma \quad (5)$$

Công do lực tác dụng lên pittông và áp suất khí quyển P_0 thực hiện làm tăng nội năng của chất khí bị nén đoạn nhiệt.

$$A = A_1 + A_2 = \Delta U = C_v(m_1 + m_2) (T - T_0) \quad (6), \quad \text{với } A_1 = P_0 S \cdot l.$$

Thay (5) vào (6), rồi thay số vào ta được $A_2 = 3674 \text{ (J)}$.

$$A = C_v(m_1 + m_2) \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma} - 1 \right) T_0$$

Bài 46. Giai đoạn 1: Từ đầu cho đến khi chất lỏng chạm miệng xilanh.

- Vì pittông đi lên đều nên quá trình này là đẳng áp, áp suất khí luôn bằng áp suất khí quyển. Ở cuối giai đoạn này nhiệt độ khí là T_1 , thể tích khí là $V_1 = 2V_o$ (V_o là thể tích khí ban đầu).
- Áp dụng định luật GayLussac cho khối khí Heli ta có: $\frac{V_o}{T_o} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{2V_o}{T_1} \rightarrow T_1 = 2T_o = 600K$.
- Nhiệt lượng khí nhận vào trong giai đoạn này là: $Q_1 = \Delta U + A$.

$$\text{- Với } \Delta U = nC_v\Delta T = \frac{3}{2}R(T_1 - T_o) = 3739,5(J)$$

$$\text{Và } A = p_1 \Delta V = 2p_o(V_1 - V_o) = 2p_oV_o = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = 200(J) \rightarrow Q_1 = 3939,5(J)$$

Giai đoạn 2: Từ khi chất lỏng bắt đầu chảy ra cho đến khi chất lỏng chảy hết.

Gọi S là diện tích pittông, H và $2H$ lần lượt là độ cao ban đầu của chất lỏng và của khối khí, x là độ cao của pittông so với đáy xilanh ở vị trí cân bằng mới của pittông được nâng lên. Ban đầu, áp suất cột chất lỏng có độ cao H bằng p_o . Do đó tại trạng thái cân bằng mới cột chất lỏng có độ cao $3H - x$, sẽ có áp suất bằng $\frac{3H - x}{H} p_o$.

Dễ thấy rằng áp suất của khí p_x ở trạng thái cân bằng mới bằng tổng áp suất khí quyển p_o và áp suất của cột chất lỏng nên: $p_x = p_o + \frac{3H - x}{H} p_o = \frac{4H - x}{H} p_o$ (1).

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Theo phương trình Mendeleev - Clapeyron viết cho trạng thái cân bằng ban đầu và trạng thái cân bằng mới, ta được: $\frac{p_x \cdot S \cdot x}{T_x} = \frac{2p_o \cdot S \cdot 2H}{T_1}$

Sau khi thay biểu thức của p_x vào ta tìm được nhiệt độ của khí ở trạng thái cân bằng mới là: $T_x = \frac{(4H - x) \cdot x}{4H^2} \cdot T_1$

Độ biến thiên nội năng trong quá trình pittông nâng lên đến độ cao x bằng:

$$\Delta U = nC_V(T_x - T_1) = -\left(\frac{x-2H}{2H}\right)^2 C_V T_1 = -\frac{3(x-2H)^2}{8H^2} RT_1 \quad (2).$$

Công mà khí thực hiện trong quá trình trên (áp suất biến thiên tuyến tính từ $2p_o$ đến p_x) là: $A = \frac{2P_o + P_x}{2}(xS - 2HS) = \frac{(6H - x)(x - 2H)}{2H} p_o S$

Vì trong trạng thái ban đầu: $2p_o \cdot 2HS = RT_1$

$$\text{Nên ta được: } A = \frac{(6H - x)(x - 2H)}{8H^2} \cdot RT_1 \quad (3)$$

Theo Nguyên lý I NĐH: $Q_2 = \Delta U + A$

$$\text{Kết hợp (2) và (3), ta được: } Q_2 = (-x^2 + 5Hx - 6H^2) \cdot \frac{RT_1}{2H^2}$$

Vẽ đồ thị của Q theo x . Từ đồ thị ta thấy để đạt đến trạng thái cân bằng khi $x = 2,5H$, ta cần cung cấp một nhiệt lượng $Q_{2_{max}} = \frac{RT_1}{8} = 623,25(J)$

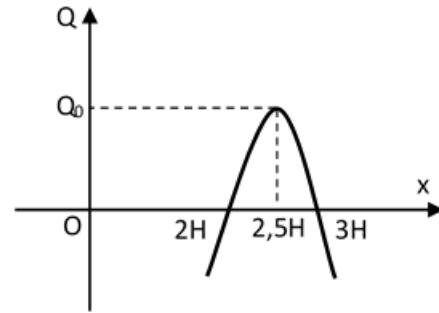
Sau khi đạt tới trạng thái cân bằng $x=2,5H$, khí sẽ tỏa nhiệt, tự phát giãn nở và đầy hết chất lỏng ra ngoài bình.

Vậy nhiệt lượng tối thiểu cần cung cấp là $Q_{min} = Q_{2_{max}} + Q_1 = 623,25 + 3939,5 = 4562,75(J)$.

Bài 47. Gọi áp suất gây bởi pittông là $P_0 = P/S$

Ta có: $P_1 + P_0 = P_2 = 2P_1 \rightarrow P_0 = P_1$

$P_1 V_1 = P_2 V_2 = 2P_1 V_2 \rightarrow V_1 = 2V_2$



Hình 16

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

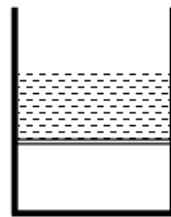
Gọi thể bình là V , ta có: $V_1 = 2V/3$; $V_2 = V/3$; $V_1' = V_2' = V/2$

Với ngăn trên: $P_1 V_1 = P_1' V_1' \rightarrow P_1' = 4P_1/3$

Với ngăn dưới: $P_2 V_2/T_1 = P_2' V_2'/T_2 \rightarrow T_2 = 3P_2' T_1/2P_2$

Do $P_2' = P_1' + P_0 = 7P_1/3$

Suy ra: $T_2 = 700K$ (5)



Hình 15

Bài 48. a) Biểu diễn định tính các quá trình biến đổi trạng thái khí bằng đồ thị trong hệ P-V.

b) Tính công A mà khí sinh ra trong 3 quá trình trên theo P_1, V_1, V_2, V_3 .

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

- A_1 : công khí sinh ra trong quá trình đoạn nhiệt 1-2
- $A_2 = 0$ (đẳng tích)
- A_3 : công khí sinh ra trong quá trình đoạn nhiệt 2'-3.
- Xét đoạn 1-2: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1}$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} T_1 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} T_1$$

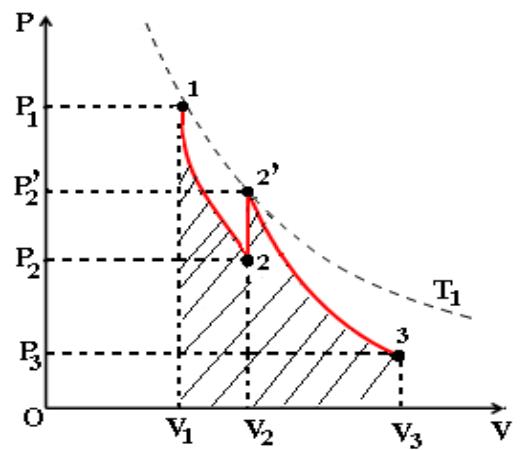
- Vì đoạn nhiệt $Q = 0$

$$A_1 = -\Delta U_1 = -C_V(T_2 - T_1) \quad \text{Với: } \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} \Rightarrow C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$P_1 V_1 = R T_1$$

$$\text{Thay vào } A_1 = \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \Rightarrow A_1 = \frac{P_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{Tương tự: } A_3 = \frac{P_2 V_2}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Vì } T_1 = T_2 \text{ nên } P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow A_3 = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{Công tổng cộng: } A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[2 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{Tìm } V_2 \text{ để } A_{\max}: \text{ Đặt } y = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1}$$

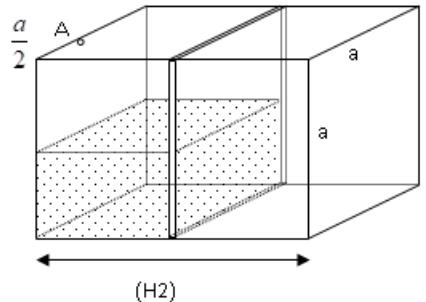
A_{\max} thì y_{\min} . Theo bất đẳng thức Côsi: $\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \geq 2 \sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1}} = \text{Hằng số}$

$$y_{\min} \Leftrightarrow \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_2}{V_3} \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1 V_3}$$

Bài 491. Lực do khối thuỷ ngân tác dụng lên vách ngăn: $F = \frac{0 + \rho g a}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \rho g \frac{a^3}{8}$

áp suất khí ở ngăn phải bằng tổng áp suất do khối thuỷ ngân và khí quyển gây ra:

$$P_0 = P_k + \frac{F}{S} = P_k + \frac{1}{8} \rho g a = 1,029 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



Gọi v_0 là thể tích khí ban đầu, nhiệt độ của khối khí khi vách ngăn vừa chạm vào thành hộp:

$$\frac{P_0 v_0}{T_0} = \frac{Pv}{T} \Rightarrow T = \frac{Pv}{P_0 v_0} = \frac{2(P_k + \frac{1}{2} \rho g a)}{P_0} T_0 = 640,31 \text{ K}$$

2a.. Gọi T_1 là nhiệt độ của khối khí tại thời điểm thuỷ ngân bắt đầu chảy ra, ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$T_1 = \frac{PV_1}{P_0V_0} T_0 = (P_k + \frac{\rho g a}{2})(v_0 + \frac{v_0}{2}) T_0 / P_0V_0 = 480,2\text{K}$$

2b. Công suất khói khí thực hiện để đẩy toàn bộ không khí ở ngăn trái ra ngoài và nâng khói thuỷ ngân lên để nó bắt đầu chảy ra:

$$A_1 = P_k \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} + mg \frac{a}{4} = P_k \frac{la^2}{4} + \rho \cdot \frac{la^3}{16} \cdot g$$

Công khói khí thực hiện để đẩy toàn bộ khói thuỷ ngân ra ngoài:

$$A_2 = \rho \Delta v = (P_k + \frac{1}{2} \rho g a) \cdot \frac{la^2}{4}$$

Công tổng cộng mà khói khí đã thực hiện: $A = A_1 + A_2 = (2P_k + \frac{3}{4} \rho g a) \cdot \frac{la^2}{4} = 425,2$

Nội năng khí biến thiên:

$$\Delta U = nC_v \Delta T = \frac{5}{2}(Pv - P_0v_0) = \frac{5}{2} \left[\left(P_k + \frac{1}{2} \rho g a \right) a^2 l - P_0 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = 565,5 \text{ (J)}$$

áp dụng nguyên lý I ta có: $Q = \Delta U + A = 990,7 \text{ (J)}$

Bài 50.

1. a. Tính áp suất P_{02} khói khí ngăn (II) và (III).

Vách ngăn P cân bằng (có bệ dày đáng kể nên không quay) thì áp lực khí ngăn (I) tác dụng lên P cân bằng với áp lực do khí ngăn (II) và Hg

$$P_0 a^2 = P_{02} \frac{a^2}{2} + \left[\frac{P_{02} + (P_{02} + \rho g \frac{a}{2})}{2} \right] \frac{a^2}{2}$$

$$P_0 = P_{02} \frac{1}{2} + \left[\frac{P_{02} + (P_{02} + \rho g \frac{a}{2})}{4} \right] = P_{02} + \frac{\rho g a}{8}$$

$$\rightarrow P_{02} = P_0 - \frac{\rho g a}{8} = \frac{P_0}{2} \quad (3.1)$$

1b. Áp dụng phương trình Clapayron-Mendeleep cho khí trong các ngăn:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{P_{02}}{2} \cdot \frac{3}{2} a^2}{\frac{RT_0}{P_0 a^2}} = \frac{P_{02}}{P_0} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \quad (3.2)$$

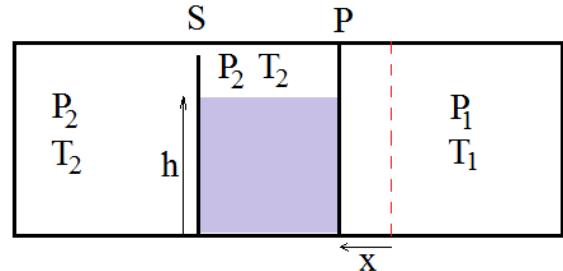
2a. Lập các biểu thức áp suất P_1 theo độ dịch chuyển x .

Khi đó thủy ngân dâng lên và có độ cao h . Vì thủy ngân bảo toàn thể tích nên:

$$h.a.(a-x) = \frac{a^3}{2} \rightarrow h = \frac{a^2}{2(a-x)} \quad (3.3)$$

-Điều kiện cân bằng của vách ngăn P :

$$P_2(a^2 - ah) + \frac{P_2 + (P_2 + \rho gh)}{2} ah = P_1 a^2$$



$$P_2 a^2 + \frac{\rho g a h^2}{2} = P_1 a^2 \rightarrow P_2 = P_1 - \frac{\rho g h^2}{2a} \quad (3.4)$$

$$+ \text{Thể tích khí ngăn (I) theo } x \text{ là } V_1 = a^3 + a^2 x = a^2(a+x) \quad (3.5)$$

Ta có tổng thể tích khí hai bên vách ngăn P không đổi $V_1 + V_2 = 2,5a^3$

$$\text{Nên } a^3 + a^2 x + V_2 = 2,5a^3 \rightarrow V_2 = 1,5a^3 - a^2 x \quad (3.6)$$

Khí trong ngăn (II) và (III) biến đổi đẳng nhiệt nên $T_2 = T_0$

$$\text{Mà } P_2 V_2 = n_2 R T_2 = n_2 R T_0$$

$$\rightarrow \left[P_1 - \frac{\rho g h^2}{2a} \right] (1,5a^3 - a^2 x) = n_2 R T_0$$

Thay (3.4) và (3.6) vào ta được:

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{Thay h từ (3.3) vào ta được } \left[P_1 - \frac{\rho g}{2a} \left(\frac{a^2}{2(a-x)} \right)^2 \right] (1,5a^3 - a^2x) = n_2 RT_0$$

$$\left[P_1 - \frac{\rho g a}{8} \frac{a^2}{(a-x)^2} \right] (1,5a - x)a^2 = n_2 RT_0$$

$$\left[P_1 - \frac{P_0}{2} \frac{a^2}{(a-x)^2} \right] = \frac{n_2 RT_0}{(1,5a-x)a^2} \Leftrightarrow P_1 = \frac{n_2 RT_0}{(1,5a-x)a^2} + \frac{P_0}{2} \frac{a^2}{(a-x)^2}$$

$$\rightarrow P_1 = \frac{a}{(1,5a-x)} \frac{n_2 RT_0}{a^3} + \frac{P_0}{2} \frac{a^2}{(a-x)^2} = \frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} \frac{n_2 RT_0}{\frac{3}{2}a^3} + \frac{P_0}{2} \frac{a^2}{(a-x)^2}$$

$$\rightarrow P_1 = \frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} P_{02} + \frac{P_0}{2} \frac{a^2}{(a-x)^2} = \frac{P_0}{2} \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} + \frac{a^2}{(a-x)^2} \right]$$

$$P_1 = \frac{P_0}{2} \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} + \frac{a^2}{(a-x)^2} \right] \quad (3.7)$$

b. Lập biểu thức T_1 biến đổi theo x .

- Theo Phương trình Clapayron-Mendelep, khí ngăn (I):

$$\frac{P_0 a^3}{T_0} = \frac{P_1 a^2 (a+x)}{T_1} \rightarrow T_1 = \frac{a+x}{a} \left(\frac{P_1}{P_0} \right) T_0$$

$$\text{Thay (3.7) vào ta được } T_1 = \frac{T_0}{2} (a+x) \left[\frac{3}{2} \frac{1}{(1,5a-x)} + \frac{a}{(a-x)^2} \right] \quad (3.8)$$

2c. Với T_1 bằng bao nhiêu thì thủy ngân bắt đầu tràn qua ngăn (III)?

Thay $x = \frac{a}{2}$ vào (3.8) ta được

$$T_1 = \frac{T_0}{2} \left(\frac{a+0,5a}{a} \right) \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-0,5a)} + \frac{a^2}{(a-0,5a)^2} \right] = \frac{T_0}{2} \left(\frac{3}{2} + 4 \right)$$

$$T_1 = \frac{33}{8} T_0 \quad (3.9)$$

2d. Tính công A_I của khí ngắn (I) khi x tăng từ 0 đến $x = \frac{a}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } dA_I &= P_1 dV_1 = \frac{P_0}{2} \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} + \frac{a^2}{(a-x)^2} \right] a^2 dx \\ A_I &= \frac{P_0}{2} a^2 \int_0^{\frac{a}{2}} \left[\frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a-x)} + \frac{a^2}{(a-x)^2} \right] dx = \frac{P_0}{2} a^2 \left[\frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a^2 \int_0^{\frac{a}{2}} (a-x)^{-2} d(a-x) \right] \\ A_I &= \frac{P_0}{2} a^2 \left[\frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a^2 \left(\frac{(a-x)^{-1}}{1} \Big|_0^{\frac{a}{2}} \right) \right] = \frac{P_0}{2} a^2 \left[\frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\frac{a}{2}} \right) \right] \\ A_I &= \frac{P_0}{2} a^2 \left[\frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a \right] = \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

2e. Tính Q_1 khi $x = \frac{a}{2}$

Theo Nguyên lý I:

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_I = n_1 C_V (T_1 - T_0) + A_I = n_1 \frac{3}{2} R (T_1 - T_0) + A_I$$

Thay (3.9) và (3.10) vào ta được:

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_I = n_1 C_V (T_1 - T_0) + A_I = n_1 \frac{3}{2} R (T_1 - T_0) + A_I$$

$$Q_1 = n_1 \frac{3}{2} R \left(\frac{33}{8} T_0 - T_0 \right) + \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right]$$

$$Q_1 = n_1 \frac{3}{2} R \frac{25}{8} T_0 + \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] = \frac{75}{16} n_1 R T_0 + \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right]$$

$$Q_1 = \frac{75}{16} P_0 a^3 + \frac{P_0}{2} a^3 \left[\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] = \frac{P_0 a^3}{2} \left[\frac{75}{8} + \frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] \quad (3.11)$$

Bài 51.

a. Gọi V_0 là dung tích mỗi bình. Theo phương trình Clapérôn- Mendêlêep ta suy ra được số mol khí của hai bình 1 và 2 lần lượt n_1, n_2 bằng nhau:

$$n_1 = n_2 = \frac{P_0 V_0}{R T_0} \quad (1)$$

Vì hệ hai khí không trao đổi năng lượng với môi trường ngoài, nên năng lượng bảo toàn:

$$\begin{aligned} U_1' + U_2' &= U_1 + U_2 \rightarrow n_1 \frac{3}{2} R T_{12} + n_2 \frac{5}{2} R T_{12} = n_1 \frac{3}{2} R T_0 + n_2 \frac{5}{2} R T_0 \\ \Rightarrow T_{12} &= \frac{13}{8} T_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Mặt khác áp dụng phương trình Clapérôn- Mendêlêep

$$P_{12} \cdot 2V_0 = (n_1 + n_2) R T_{12} \Rightarrow P_{12} = P_0 \frac{T_{12}}{T_0} \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) vào (3) ta được } P_{12} = \frac{13}{8} P_0 \quad (4)$$

.b. Tuiwng tự.

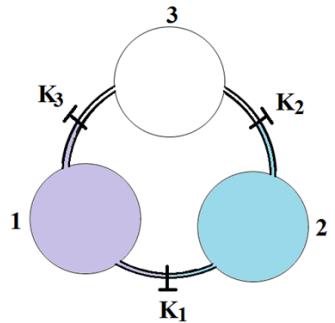
Vì hệ hai khí không trao đổi năng lượng với môi trường ngoài, nên năng lượng bảo toàn:

$$n_1 \frac{3}{2} R T + n_2 \frac{5}{2} R T = n_1 \frac{3}{2} R T_0 + n_2 \frac{5}{2} R T_0$$

$$\text{Suy ra } T = \frac{13}{8} T_0 \quad (5)$$

+Theo phương trình Clapérôn- Mendêlêep:

$$\text{Mặt khác } P \cdot 3V_0 = (n_1 + n_2) R T = \left(\frac{P_0 V_0}{R T_0} + \frac{P_0 V_0}{R T_0} \right) R T$$



Hình 4

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\Rightarrow P = \frac{2}{3} P_0 \frac{T}{T_0} = \frac{13}{12} P_0$$

c. Khí 1 nhận thêm động năng:

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2}{\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2} = \frac{\bar{v}_1^2 - \bar{v}_1^2}{\bar{v}_1^2} = \frac{\frac{3RT}{\mu_1} - \frac{3RT_0}{\mu_1}}{\frac{3RT_0}{\mu_1}}$$

$$\eta_1 = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\frac{13}{8} - 1}{1} = \frac{5}{8} = 62,5\% \quad (7)$$

Khí 2 nhường động năng:

$$\eta_2 = \frac{\frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 - \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2}{\frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2} = \frac{\bar{v}_2^2 - \bar{v}_2^2}{\bar{v}_2^2} = \frac{\frac{3RT}{\mu_2} - \frac{3R.2T_0}{\mu_2}}{\frac{3R.2T_0}{\mu_2}}$$

$$\eta_2 = \frac{T - 2T_0}{2T_0} = \frac{\frac{13}{8} - 2}{2} = \frac{-3}{16} = -18,75\%$$

Bài 52. Chọn tọa độ Ox, chiều dương hướng xuống, gốc O gắn tại vị trí cân bằng của một piston. Khi hệ hai piston đi xuống một đoạn x rất nhỏ so với vị trí cân bằng, thì áp suất khí bên trong xi lanh là $P(x)$. Hợp lực tác dụng lên hệ các piston là:

$$F = [Mg + P_0(S_1 - S_2)] + P(x)(S_2 - S_1) = [Mg + P_0S] - P(x)S$$

$$\rightarrow F = P(0)S - P(x)S \quad (1)$$

Với $P(0) = [Mg + P_0S]$

Mặt khác vì $\ddot{đ}$ ăng nhiệt nên $P(x)V(x) = P(0)V(0) \rightarrow P(x) = \frac{P(0)[(lS_2 + (H-l)S_1)]}{(l+x)S_2 + (H-l-x)S_1}$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\rightarrow P(x) = \frac{P(0)(2H-l)}{(l+x)+(2H-2l-2x)} = \frac{P(0)(2H-l)}{(2H-l-x)} = \frac{P(0)}{\left(1-\frac{x}{2H-l}\right)}$$

$$\rightarrow P(x) \square P(0)\left(1+\frac{x}{2H-l}\right) \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được

$$F = P(0)S - P(0)\left(1+\frac{x}{2H-l}\right)S = -\frac{P(0)Sx}{2H-l} \quad (3)$$

Theo định luật II $Mx'' = F = -\frac{P(0)Sx}{2H-l} \rightarrow x'' + \frac{P(0)Sx}{(2H-l)M} = 0$

$$x'' + \frac{P(0)S}{(2H-l)M}x = 0 \quad (4)$$

Mặt khác $P(0) = \frac{nRT}{(2H-l)S} \Rightarrow (2H-l) = \frac{nRT}{P(0)S}$ (5)

Từ (4) và (5) ta suy ra $x'' + \frac{P(0)S}{\frac{nRT}{P(0)S}M}x = 0 \rightarrow x'' + \frac{P^2(0)S^2}{nRTM}x = 0$

$$\rightarrow x'' + \frac{(Mg + P_0S)^2}{nRTM}x = 0 \quad (6)$$

Hệ dao động điều hòa với tần số góc $\omega = \frac{(Mg + P_0S)}{\sqrt{nRTM}}$ (7)

Và chu kì $\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{\sqrt{nRTM}}{(Mg + P_0S)}$ (8)

Bài 53 .

a, Do cột thủy ngân chuyển động rất chậm nên quá trình dẫn nở của khí được xem là đẳng áp.

Nhiệt độ của khí lúc thuỷ ngân bắt đầu trào ra khỏi ống được tính bởi

$$T_1 = T_0 \frac{V_1}{V_0} = T_0 \frac{L-a}{h}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nhiệt lượng đã truyền cho khí lúc này là

$$Q_1 = n(C_V + R)(T_1 - T_0) = n \frac{5R}{2}(T_1 - T_0)$$

Hay : $Q_1 = \frac{5nR(L-a-h)T_0}{2h}$

b, Đặt $P_0 = H$. Lúc đầu áp suất khí là $p_0 = (H + a)$ (mmHg),

Gọi S là tiết diện của ống ; x là chiều cao cột thuỷ ngân còn lại trong ống, ta có:

$$(L-a)S(H+a) = nRT_1$$

$$(L-x)S(H+x) = nRT$$

$$\Rightarrow T = T_1 \frac{(L-x)(H+x)}{(L-a)(H+a)} = T_0 \frac{(L-x)(H+x)}{h(H+a)} \quad (1)$$

T là một tam thức bậc hai theo x và đạt cực đại khi :

$$x_1 = \frac{L-H}{2} = \frac{L-P_0}{2}$$

Và nhiệt độ ứng với giá trị x trên là: $T_m = T_1 \frac{(L+H)^2}{4(L-a)(H+a)} = T_0 \frac{(L+H)^2}{4h(H+a)}$

Khi thuỷ ngân chảy hết khỏi ống thì nhiệt độ của khí là

$$T_2 = T_0 \frac{L \cdot H}{h(H+a)}$$

Từ (1) ta có : $dT = T_0 \frac{L-H-2x}{h(H+a)} dx$

Biện luận: Có 3 khả năng sau:

1. Nếu $P_0 = H > L$ thì $L - H - 2x$ luôn âm với mọi x nên dT luôn dương, nhiệt độ luôn tăng.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

2. Nếu $(L - H - 2a) > 0$ (hay $P_0 = H < L - 2a$) thì $(L - H - 2x)$ luôn dương, dT luôn âm, nhiệt độ luôn giảm.

3. Nếu hoặc $(L - 2a) < H < L$ thì trong quá trình thuỷ ngân chảy khỏi ống, nhiệt độ tăng từ T_1 đến T_m , sau đó giảm đến T_2 theo hàm số bậc hai (1)

Bài 54.

. Lúc chưa mở khoá K, khí có áp suất $p_1 = p_0 + \rho gh$. Khi mở khoá K, khí giãn nở đoạn

$$\text{nhiệt và có áp suất } p_0: T_0 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \text{ suy ra } \frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \approx 1 + \frac{(1-\gamma)}{\gamma} \frac{\rho gh}{p_0} \quad (1)$$

Khi đóng khoá, quá trình là $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}$ tích. Khi cân bằng khí có áp suất $p_2 = p_0 + \rho gh_2$ và nhiệt

$$\text{độ } T_1. \text{ Ta có: } \frac{T_1}{T_0} = \frac{p_0}{p_2} = \frac{p_0}{p_0 + \rho gh_2} \approx \left(1 - \frac{\rho gh_2}{p_0} \right) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } \left(1 - \frac{\rho gh_2}{p_0} \right) = \left(1 + \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{\rho gh_1}{p_0} \right) \quad (3)$$

$$\Rightarrow -h_2 = \frac{1-\gamma}{\gamma} h_1 \Rightarrow \gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

Thay số ta tính được: $\gamma = 1,55$.

Xét một mol hỗn hợp, gọi hệ số mol He là x, số mol H_2 là y. Nhiệt dung mol $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}$ tích của He là $3R/2$, của H_2 là $5R/2$. Nhiệt dung mol $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}$ áp của He là $5R/2$, của H_2 là $7R/2$, nên ta hệ phương trình:

$$x + y = 1 \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{2,5Rx + 3,5Ry}{1,5Rx + 2,5Ry} = 1,55 \quad (5)$$

Giải ra ta được $x \approx 0,68$. Từ đó ta tính được:

$$\frac{m_H}{m_{He}} = \frac{(1-x)32g}{x4g} \approx 3,8.$$

2). Tính nhiệt lượng: Quá trình biến đổi trạng thái khí là $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{e}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}$ tích

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nhiệt dung mol đẳng tích của hỗn hợp khí là $C_V = \frac{R}{\gamma-1}$, ta có:

$$Q = nC_V(T_0 - T_2) = nC_VT_0(1 - T_2/T_0) = n \frac{RT_0}{\gamma-1} \left(1 - \frac{p_0}{p_2}\right)$$

$$= n \frac{RT_0}{(\gamma-1)} \left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho g h_2}\right) = \frac{nR\rho g h_2 T_0}{(\gamma-1)p_0} \approx 135,6J$$

Bài 55.

a) Lực đẩy tác dụng lên quả bóng: $F = \rho g V$.

Trong đó $\rho = \frac{p M_A}{RT}$ là khối lượng riêng của không khí xung quanh quả bóng; $V = \frac{nRT}{(p + \Delta p)}$ là thể tích của khí hêli trong quả bóng. Do đó:

$$F = \frac{p}{p + \Delta p} n M_A g.$$

b) Khảo sát một lớp khí có bề dày dz ở độ cao z , điều kiện cân bằng của lớp khí này:

$$\rho(z) g dz = -dp$$

Hay: $-\frac{dp}{dz} = \rho(z) g$.

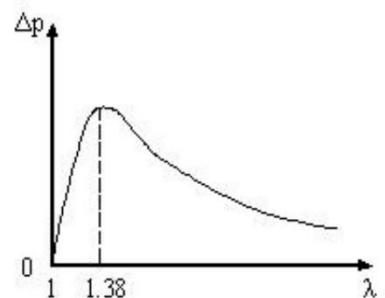
$$\frac{dp}{dz} = -\frac{\eta p_0}{z_0} \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)^{\eta-1}; \quad \rho(z) = \frac{p(z) M_A}{RT(z)} = \frac{p_0 M_A}{RT_0} \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)^\eta - 1.$$

$$\text{Như vậy: } \frac{\eta p_0}{z_0} = \frac{p_0 M_A}{RT_0} g; \quad \eta = \frac{M_A g z_0}{RT_0} \approx 5,5.$$

c) Cho rằng quả bóng giãn ra rất chậm. Khi tăng bán kính của nó một lượng dr thì áp lực (của khí trong quả bóng và không khí xung quanh) thực hiện một công:

$$\delta A = \Delta p \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Năng lượng của biến dạng đàn hồi khi đó sẽ tăng một lượng:



KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$dU = \frac{dU}{dr} dr = 4\pi r_0^2 kRT \left(\frac{4r}{r_0^2} - \frac{4r_0^4}{r^5} \right) dr.$$

$$\delta A = dU \Rightarrow \Delta p = \frac{4kRT}{r_0} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \left(\frac{r}{r_0} - \frac{r_0^4}{r^5} \right).$$

Sự phụ thuộc cần tìm có dạng: $\Delta p = \frac{4kRT}{r_0} (\lambda^{-1} - \lambda^{-7})$.

Sự phụ thuộc này có cực đại khi $\lambda = \sqrt[5]{7} \approx 1,38$. Khi $\lambda = 1 \Delta p = 0$. Khi $\lambda \gg 1 \Delta p \sim 1/\lambda$.

Đồ thị gần đúng của phụ thuộc $\Delta p(\lambda)$ khi $\lambda \geq 1$ được biểu diễn trên hình vẽ.

d) Khi $r=r_0$ thì áp suất hêli trong quả bóng bằng áp suất khí quyển $p_0 = \frac{n_0 RT}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}$. Khi căng

lên thì áp suất của hêli là: $p_0 + \Delta p = \frac{nRT_0}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow \Delta p = \frac{RT_0}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \left(\frac{n}{\lambda^3} - n_0 \right)$.

Nếu sử dụng biểu thức của Δp từ câu c), ta có:

$$k = \frac{1}{4} \cdot \frac{r_0}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \cdot \frac{n/\lambda^3 - n_0}{\lambda^{-1} - \lambda^{-7}} = \frac{r_0 p_0}{4RT_0} \left(\frac{n/(n_0 \lambda^3) - 1}{\lambda^{-1} - \lambda^{-7}} \right); \quad a = \frac{n/(n_0 \lambda^3) - 1}{\lambda^{-1} - \lambda^{-7}} \approx 0,11.$$

e) Điều kiện cân bằng của quả bóng ở độ cao z_f là:

$$M_t g = F = M_A n g \frac{p_f}{p_f + \Delta p_f} \Rightarrow \frac{p_f + \Delta p_f}{p_f} = \frac{M_A n}{M_t}.$$

Bởi vì lượng hêli trong quả bóng là cố định nên:

$$\frac{(p_f + \Delta p_0) \lambda^3}{T_0} = \frac{(p_f + \Delta p_f) \lambda_f^3}{T_f} \Rightarrow p_f + \Delta p_f = (p_0 + \Delta p_0) \frac{T_f}{T_0} \left(\frac{\lambda}{\lambda_f} \right)^3.$$

$$\frac{p_f + \Delta p_f}{p_f} = \frac{p_0 + \Delta p_0}{T_0} \cdot \frac{T_f}{p_f} \left(\frac{\lambda}{\lambda_f} \right)^3 = \frac{n M_A}{M_t}.$$

Từ câu c):

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Delta p_f = \frac{4kRT_f}{r_0 p_f} (\lambda_f^{-1} - \lambda_f^{-7}).$$

$$1 + \frac{\Delta p_f}{p_f} = 1 + \frac{4kRT_f}{r_0 p_f} (\lambda_f^{-1} - \lambda_f^{-7}) = \frac{nM_A}{M_t}.$$

$$\frac{T_f}{p_f} = \left(\frac{nM_A}{M_t} - 1 \right) \frac{r_0}{4kR(\lambda_f^{-1} - \lambda_f^{-7})} = \frac{nM_A}{M_t} \left(\frac{\lambda_f}{\lambda} \right)^3 \frac{T_0}{p_0 + \Delta p_0}.$$

Chú ý rằng $\frac{4kRT_0}{r_0} = ap_0$ thì rút ra được: $\lambda_f^2 - \lambda_f^{-4} = \frac{p_0 + \Delta p_0}{ap_0} \left(1 - \frac{M_t}{nM_A} \right) \lambda^3$.

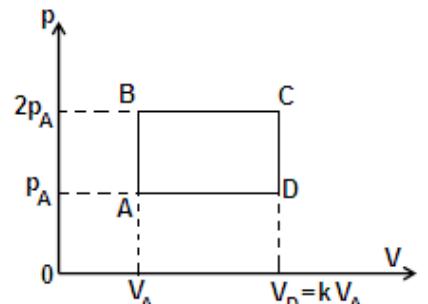
IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TƯỞNG

Bài 1. Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A}{Q}$

A là công mà khối khí thực hiện.

Q là nhiệt lượng khối khí nhận được.

Trên đồ thị $p - V$, công có trị số tính bằng phần diện tích giới hạn trong đường cong chu trình:



$$A = p_A V_A (k - 1)$$

Gọi T_A là nhiệt độ tại A thì $T_B = 2 T_A$, $T_C = 2k T_A$, $T_D = k T_A$.

Nhiệt lượng thu vào: $Q = Q_{AB} + Q_{BC} = nC_V T_A + nC_p 2T_A (k - 1)$; (n là số mol khí).

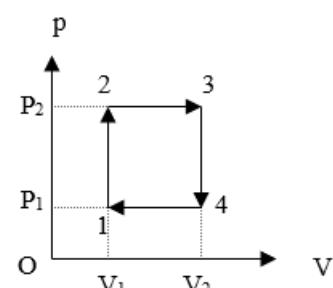
Với: $p_A V_A = nR T_A$ ta có: $H = \frac{R(k-1)}{C_V + 2C_p(k-1)}$

Vì chất khí là đơn nguyên tử nên: $C_V = \frac{3R}{2}$; $C_p = \frac{5R}{2}$

Nếu hiệu suất $H = 12\%$ thì $k = 1,45$.

Bài 2.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG



a) Gọi $T = T_2 = T_4$.

$$p_1V_1 = RT_1; p_2V_2 = RT_3;$$

$$p_2V_1 = RT; p_1V_2 = RT;$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T}; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T}{T_3} \rightarrow T = \sqrt{T_1 T_3} = 424,26\text{K}$$

b) Công thực hiện bởi chu trình:

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = p_1V_1 + p_2V_2 - (p_1V_2 + p_2V_1)$$

$$\text{Vậy } A = R(T_1 + T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3}) = R(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2 = 427,73\text{J}$$

Nhiệt lượng chu trình nhận vào có độ lớn là:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}R(T - T_1) + \frac{3}{2}R(T_3 - T) + p_2(V_2 - V_1) = \frac{5}{2}RT_3 - \frac{3}{2}RT_1 - RT = 5199,9\text{J}$$

$$\text{Hiệu suất } H = A/Q_1 = 8,23\%$$

Bài 3. Quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng tích } 1 - 2$:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = n > 1 \Rightarrow T_2 = nT_1$$

Quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng áp } 2 - 3$:

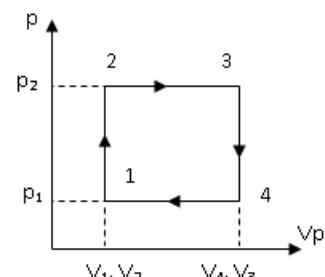
$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = n > 1 \Rightarrow T_3 = nT_2 = n^2T_1$$

Quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng tích } 3 - 4$:

$$\frac{P_3}{P_4} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{P_2}{P_1} = n > 1 \Rightarrow T_3 = nT_4$$

Từ đó cũng suy ra $T_4 = nT_1$.

Nhiệt lượng hệ nhận trong quá trình $1 - 2$:



KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$Q_{12} = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_v (nT_1 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_v T_1 (n-1)$$

Nhiệt lượng hê nhận trong quá trình 2-3:

$$Q_{23} = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (T_3 - T_2) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (nT_2 - T_2) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (n^2 T_1 - nT_1) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v n T_1 (n-1)$$

Nhiệt lượng mà hê nhận trong quá trình 3- 4:

$$Q_{34} = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} C_v (T_4 - T_3) = \frac{m}{\mu} C_v (nT_1 - n^2 T_1) = \frac{m}{\mu} C_v n T_1 (1-n) < 0$$

Thực chất nhả nhiệt:

$$Q'_{34} = -Q_{34} = \frac{m}{\mu} C_v n T_1 (n-1)$$

Nhiệt lượng hê nhận trong quá trình 4 – 1:

$$Q_{41} = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (T_1 - T_4) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v T_1 (1-n_1) < 0$$

Thực chất hê nhả nhiệt:

$$Q'_{41} = -Q_{41} = \frac{m}{\mu} \gamma C_v T_1 (n-1)$$

Vậy hiệu suất của chu trình là:

$$\eta = 1 - \frac{Q'_{34} + Q'_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{n + \gamma}{1 + n\gamma}$$

Bài 4. $Q_{132} = \Delta U_{132} + A'_{132}$

$$Q_{142} = \Delta U_{142} + A'_{142}$$

$$* \text{Với } U = nC_V T: n = 1 \Rightarrow U = \frac{3}{2}RT \quad C_V = \frac{3}{2}R \quad \Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta U_{132} = \Delta U_{142} = \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{Trạng thái (1)} \Rightarrow P_0 V_0 = \frac{m}{\mu} R T_1 = R T_1$$

$$\text{Trạng thái (2)} \Rightarrow 2P_0 \cdot 2V_0 = \frac{m}{\mu} R T_2 = R T_2$$

$$\text{Suy ra: } R(T_2 - T_1) = 3P_0 V_0 \Rightarrow \Delta U_{132} = \Delta U_{142} = \frac{9}{2} P_0 V_0$$

$$* A_{132} = A_{13} + A_{32} = 0 + 2P_0(2V_0 - V_0) = 2P_0 V_0$$

$$A_{142} = A_{14} + A_{42} = P_0(2V_0 - V_0) + 0 = P_0 V_0$$

$$\text{Vậy } Q_{132} = \frac{9}{2} P_0 V_0 + 2P_0 V_0 = \frac{13}{2} P_0 V_0$$

$$Q_{142} = \frac{9}{2} P_0 V_0 + P_0 V_0 = \frac{11}{2} P_0 V_0 \Rightarrow \frac{Q_{132}}{Q_{142}} = \frac{13}{11}$$

Bài 5.

Xét hai đoạn $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ang}$ áp với phương trình có dạng $T/V = \text{const}$. Nghĩa là ta có:

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \text{ và } \frac{T_3}{V_3} = \frac{T_4}{V_4} \quad (1)$$

Nhưng do $T_2 = T_3$; $T_1 = T_4$ (do quá trình 2-3 và 4-1 là $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ang}$ nhiệt) và $V_2 = V_4$ (theo giả thiết), ta có:

$$\frac{T_3}{V_3} = \frac{T_4}{V_4} = \frac{T_1}{V_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \text{ và } \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_2}$$

Nhân hai phương trình trên với nhau, ta được:

$$\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^2 = \frac{V_3}{V_1} = \alpha$$

$$\text{Từ đó suy ra: } \frac{T_3}{T_1} = \sqrt{\alpha}$$

Bài 6. a) Áp dụng phương trình trạng thái tìm được:

$$V_1 \approx 0,05m^3; V_2 = 0,2m^3$$

$$V_3 = 0,1m^3; P_4 = 5 \cdot 10^4 Pa$$

Đồ thị như hình vẽ:

b) Quá trình 1-2 : $T = \text{const}$

$\Rightarrow \Delta U = 0$. Nhiệt nhận được bằng công sinh ra.

$$Q_1 = A_1 = R \cdot T \cdot \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 6912 J$$

-Quá trình 2-3: $\Delta U_2 = C_V \Delta T = \frac{N_1}{2} \cdot R \cdot (T_3 - T_2) = -6232,5 J$

Khí nhận công A_2 : $A_2 = P_2(V_3 - V_2) = -2500 J$

Khí tỏa nhiệt Q_2 : $Q_2 = \Delta U_2 + A_2 = -8732,5 J$

-Quá trình 3-4: $\Delta U_3 = 0$

Khí nhận công và tỏa nhiệt: $Q_3 = A_3 = RT \ln \alpha = -1728 J$

-Quá trình 4-1: $V = \text{const} \Rightarrow A_4 = 0$

Khí nhận nhiệt: $Q_4 = \Delta U_4 = C_V \Delta T = 6232,5 J$.

-Vậy trong cả quá trình thì :

Khí nhận nhiệt: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 2648 J$

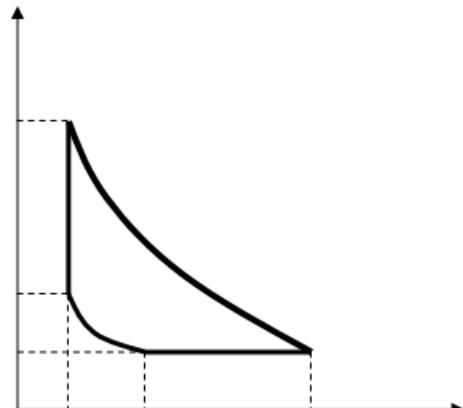
Khí sinh công : $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 2648 J$.

Bài 7.a. Quá trình biến đổi trạng thái 1-2

$$T_2 = 4T_1; V = \text{const}; A_{12} = 0$$

Áp dụng nguyên lý I nhiệt động lực học

$$Q_{12} = C_v \Delta T = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{9}{2} R T_1 \quad (1)$$



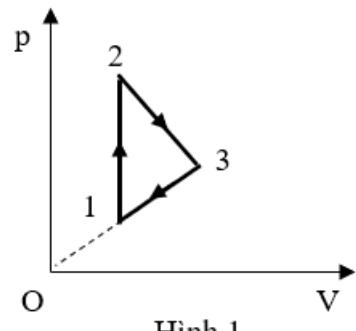
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Suy ra được $T_1 = \frac{2Q}{9R} = 120K$

b. Quá trình đẳng tích 1 – 2: $T_2 = 4T_1$ suy ra $p_2 = 4p_1$

Quá trình 2 – 3: $T_2 = T_3$ suy ra $p_3V_3 = p_2V_2 = p_2V_1$ suy ra
 $\frac{p_3}{p_1} = 4 \frac{V_1}{V_3}$ (2)

Quá trình 3 - 1 : $p = aV$;



Hình 1

$$\begin{aligned} p_3 &= aV_3 && \text{suy ra được } \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_1} \\ p_1 &= aV_1 && \end{aligned} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) thu được $V_3 = 2V_1$

Dựa vào hình vẽ tính công của khí thực hiện trong một chu trình

$$A = S_{123} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \frac{3}{2}p_1V_1 \quad (4)$$

$$\text{Áp dụng phương trình C - M : } p_1V_1 = RT_1 \quad (5)$$

Thay (5) vào (4) thu được :

$$A = \frac{3}{2}RT_1 = 1495,8J$$

c. Quá trình 2-3: $p = -\frac{2p_1}{V_1}V + 6p_1$ (6)

$$\text{Mặt khác } pV = RT \rightarrow T = \frac{1}{R} \left[-\frac{2p_1}{V_1}V^2 + 6p_1V \right] \quad (7)$$

$$\text{Từ (7) suy ra T cực đại tại } V = V_4 = 1,5V_1 \quad (8)$$

$$\text{Thay (8) vào (7) ta được } T_{max} = 4,5T_1 = 540K$$

d. Quá trình 2-3: $dQ = dA + dU$

$$dQ = pdV + C_VdT = \left(-\frac{2p_1}{V_1}V + 6p_1 \right) dV + \frac{3}{2}R\left(\frac{d(pV)}{R}\right)$$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$dQ = pdV + \frac{3}{2}(Vdp + pdV) = \frac{5}{2}pdV + \frac{3}{2}Vdp$$

$$dQ = \frac{5}{2} \left(-\frac{2p_1}{V_1}V + 6p_1 \right) dV + \frac{3}{2}V \left(-\frac{2p_1}{V_1} \right) dp = \left(-8\frac{p_1}{V_1}V + 15p_1 \right) dV$$

$$\frac{dQ}{dV} = \left(-8\frac{p_1}{V_1}V + 15p_1 \right) = 0 \rightarrow V = \frac{15}{8}V_1 = V_5$$

Vậy trong quá trình 2-3 chỉ thu nhiệt trên đoạn 2-5

$$Q_{25} = \int_2^5 dQ = \int_{V_2}^{V_5} \left(-8\frac{p_1}{V_1}V + 15p_1 \right) dV = \left[-4\frac{p_1}{V_1}V^2 + 15p_1V \right]_{V_2}^{V_5}$$

$$Q_{25} = \left(-4p_1V_1\left(\frac{15}{8}\right)^2 + 15p_1V_1\frac{15}{8} \right) - \left(-4p_1V_1 + 15p_1V_1 \right) = \frac{49}{16}p_1V_1 = \frac{49}{16}RT_1$$

$$\text{Hiệu suất } H = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{Q_{12} + Q_{25}} = \frac{\frac{3}{2}RT_1}{\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{49}{16}RT_1} = \frac{24}{121}$$

Bài 8. + Xét quá trình biến đổi từ trạng thái 1-2 :

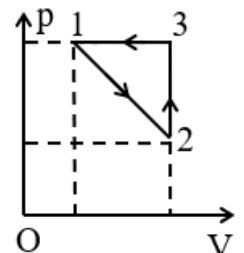
- Gọi vị trí 4 là vị trí ứng với nhiệt độ đạt giá trị lớn nhất trong quá trình biến đổi 1-2. ta xác định trạng thái này: T_4, V_4, P_4

Đồ thi 1-2 có dạng: $p = aV + b$

$$\text{Với: } a = \frac{p_1 - p_2}{V_1 - V_2} = \frac{P_3 - P_2}{V_1 - V_3} = -\frac{2P_1}{5V_1}$$

4

$$b = p_1 + p_2 = \frac{7}{5}p_1$$



- Theo phương trình trạng thái thì: $T = \frac{PV}{R} = \frac{aV^2 + bV}{R}$
- $\Rightarrow T = \frac{a}{R} \left(V - \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4aR}$ ($a < 0$).

$$\Rightarrow T_4 = T_{\max} = -\frac{b^2}{4aR} = \frac{49T_1}{40};$$

$$V_4 = \frac{7V_1}{4};$$

$$p_4 = \frac{7p_1}{10}$$

+ Quá trình 1-4 : Quá trình nhận nhiệt lượng ứng với nhiệt độ khí tăng:

$$\begin{aligned} Q_{14} &= \Delta U_{14} + A_{14} = \frac{3}{2}R(T_4 - T_1) + \frac{P_1 + P_4}{2}(V_4 - V_1) \\ &= \frac{27}{80}RT_1 + \frac{51}{80}RT_1 = \frac{39}{40}RT_1 \end{aligned}$$

+ Quá trình 2-3: Quá trình nhận nhiệt lượng ứng với nhiệt độ khí tăng :

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) = \frac{9}{4}RT_1.$$

+ Nhiệt lượng truyền cho khí trong một chu trình ứng với nhiệt độ khí tăng là:

$$Q = Q_{23} + Q_{14} = \frac{129}{40}RT_1 \approx 8 \text{ KJ}$$

Bài 9. Vẽ lại hình vẽ :

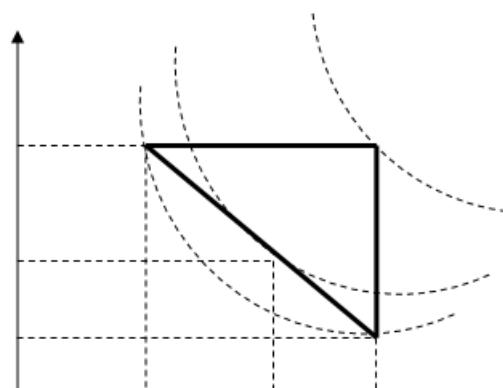
Từ đồ thị ta thấy nhiệt độ của khí tăng trong quá trình 1-2 và một phần quá trình 3-1.

Gọi Q_{12} là nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình đẳng áp 1-2 chuyển từ nhiệt độ T_1 đến T_2 .

$$Q_{12} = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\text{Mà } \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{2}; C_p = \frac{5}{2}R$$

$$\Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}R\left(\frac{5}{1} - 1\right)T_1 = \frac{15}{4}RT_1 \quad (1)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Xét quá trình 3-1 , phương trình đường thẳng của đường thẳng P₁ trong đồ thị P-V qua 2 điểm 3 và 1 là :

$$\frac{P - P_1}{V - V_1} = \frac{P - P_3}{V - V_3} \Rightarrow (P - P_1)(V - V_3) = (P - P_3)(V - V_1)$$

Từ đây rút ra:

$$P = \frac{P_1 - P_3}{V_1 - V_3} V + \frac{P_3 V_1 - P_1 V_3}{V_1 - V_3}$$

Thay các giá trị : $P_3 = \frac{2}{5} P_1; V_3 = V_2 = \frac{5}{2} V_1$

$$\text{Ta có : } P = \frac{2P_1}{5V_1} V + \frac{7}{5} P_1 \quad (2)$$

Đây là phương trình biểu diễn đường thẳng 3-1 trong đồ thị P-V. Muốn biết trong quá trình 3-1 nhiệt độ T biến đổi thế nào thì ta thay P trong phương trình (2) bằng biểu thức rút ra từ phương trình trạng thái : $P = \frac{RT}{V}$

$$\text{Ta được : } T = \frac{2P_1}{5V_1 R} V^2 + \frac{7P_1}{5R} V$$

Khảo sát sự biến đổi của T khi V giảm từ $V_3 = \frac{5}{2} V_1$ đến V_1 ta thấy rằng :

$$\text{Khi } V = V_3 = \frac{5}{2} V_1 \text{ thì } T = \frac{P_1 V_1}{R} = T_1$$

Khi V giảm từ $\frac{5}{2} V_1$ đến $V_4 = \frac{7}{4} V_1$ thì T tăng từ $T_3 = T_1$ đến $T_4 = \frac{49}{40} T_1$

Khi V tiếp tục giảm từ V_4 đến V_1 thì T giảm từ T_4 đến T_1 có thể tính được $P_4 = \frac{7}{10} P_1$

Như vậy nhiệt độ của khí tăng trên đoạn 3-4 , giảm trên đoạn 4-1.

Gọi Q₃₄ là nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình 3-4 .

Theo nguyên lý I: $\Delta U_{34} = Q_{34} + A_{34}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Delta U_{34} = C_V \Delta T = \frac{3}{2} R(T_4 - T_1) = \frac{27}{80} RT_1$$

Với

$$A_{34} = \frac{1}{2}(P_3 + P_4)(V_4 - V_3) = \frac{51}{80} P_1 V_1 = \frac{33}{80} RT_1$$

$$\Rightarrow Q = \Delta U_{34} - A_{34} = \frac{27}{80} RT_1 - \frac{33}{80} RT_1 = -\frac{3}{40} RT_1$$

Giá trị Q_{34} âm chứng tỏ rằng khí nhả nhiệt trong quá trình 3-4, mặc dù nhiệt độ của khí tăng trong quá trình này. Như vậy trong cả quá trình khí chỉ thực sự nhận nhiệt lượng trong quá trình 1-2, công mà khí thực hiện trong cả quá trình là :

$$A = \text{diện tích tam giác } 123 = \frac{1}{2}(P_1 - P_3)(V_3 - V_1) = \frac{9}{20} RT_1$$

$$\text{Hiệu suất chu trình là : } \eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{9}{20} RT_1}{\frac{15}{4} RT_1} = \frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$$

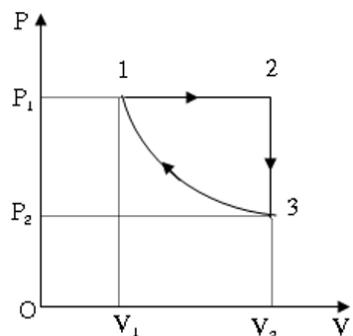
Bài 10a) Công mà khí thực hiện được trong quá trình đằng áp 1-2 :

$$A'_{12} = p_1(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

Công trong quá trình đằng tích 2-3 : $A'_{23} = 0$.

Theo đề bài, công của khí trong quá trình đoạn nhiệt 3-1 là :

$$A'_{31} = -\frac{A'_{12}}{n}$$



Công khí thực hiện trên toàn chu trình :

$$A' = A'_{12} + A'_{23} + A'_{31} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) A'_{12} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) R(T_2 - T_1)$$

Ta lại có $Q_{31} = 0$ (quá trình đoạn nhiệt).

Trong quá trình đằng tích 2-3 :

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q_{23} = A'_{23} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = \frac{5}{2}R(T_3 - T_2) < 0 \text{ vì } T_3 < T_2$$

Như vậy khí chỉ nhận nhiệt trong quá trình 1-2 :

$$Q = Q_{12} = A'_{12} + \Delta U_{12} = \frac{7}{2}R(T_2 - T_1)$$

Hiệu suất của chu trình :

$$H = \frac{A'}{Q} = \frac{2(n-1)}{7n} \quad (1)$$

b) Thay vào (1) giá trị $H = 25\%$ ta có $n = 8$

c) Phương trình đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ có dạng : $\frac{p}{V} = \text{const}$ (2)

Ngoài ra ta còn có phương trình trạng thái : $pV = RT$ (3)

Xét quá trình nguyên tố : $dQ = dA + dU = pdV + \frac{5}{2}RdT$ (4)

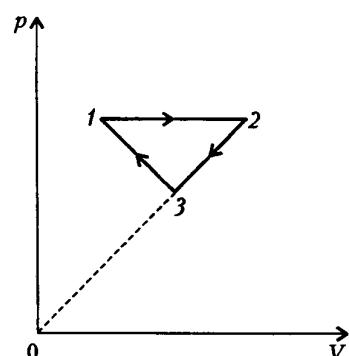
Từ (2) và (3) ta có : $pdV - Vdp = 0$ và $pdV + Vdp = RdT$

Từ đó rút ra : $pdV = \frac{1}{2}RdT$

Thay kết quả vào (4) : $dQ = \frac{1}{2}RdT + \frac{5}{2}RdT = 3RdT$

Từ đó tính được nhiệt dung : $C = 3R$

Bài 11.



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Công do khí thực hiện trong quá trình đẳng áp 1-2 bằng: $A = p_1(V_2 - V_1)$

Vì: $p_1V_1 = nRT_1$ và $p_2V_2 = nRT_2 = 4nRT_1$

nên: $A = 3nRT_1$

Suy ra: $T_1 = \frac{A}{3nR}$

Công mà khí thực hiện trong cả chu trình được tìm bằng cách tính diện tích tam giác 123 và bằng:

$$A_{ct} = \frac{1}{2}(p_1 - p_3)(V_2 - V_1)$$

Từ các phương trình trạng thái ở trên ta tìm được: $V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{A}{3p_1}$ và $V_2 = \frac{4nRT_1}{p_1} = \frac{4A}{3p_1}$

$$\text{Do đó: } A_{ct} = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{p_3}{p_1} \right)$$

Vì các điểm 2 và 3 nằm trên đường thẳng đi qua gốc toạ độ nên: $\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_2}$

Mặt khác, cũng từ phương trình trạng thái ta có: $V_3 = \frac{nRT_1}{p_3} = \frac{A}{3p_3}$ và $V_2 = \frac{4A}{3p_1}$

Từ đây suy ra: $\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_1}{4p_3}$

hay $\frac{p_3}{p_1} = \frac{1}{2}$

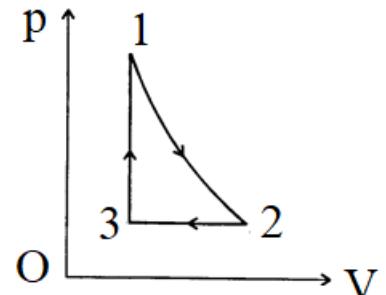
Vậy công mà khối khí thực hiện trong chu trình là: $A_{ct} = \frac{A}{4}$.

Bài 12.

Trong quá trình đoạn nhiệt 1-2, T_1 là nhiệt độ cực đại, T_2 là nhiệt độ cực tiểu, bởi vậy có thể viết:

$$T_1 - T_2 = \Delta T$$

Trong quá trình đẳng áp 2-3, áp dụng nguyên lý I nhiệt động lực học, ta có:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$-Q = C_V(T_3 - T_2) + p_2(V_3 - V_2) \quad (1)$$

với $C_V = 3R/2$. Từ (1) và các phương trình trạng thái của các trạng thái 2 và 3, ta có:

$$T_2 - T_3 = \frac{Q}{C_V + R} = \frac{2Q}{5R}$$

Trên đoạn đẳng tích 3-1, khí không thực hiện công, còn độ tăng nội năng của khí là do nhiệt lượng mà khí nhận được:

$$Q_{3-1} = C_V(T_1 - T_3) = C_V[(T_1 - T_2) + (T_2 - T_3)] = C_V(\Delta T + \frac{2Q}{5R})$$

Vậy công mà khói khí thực hiện sau một chu trình là: $A = Q_{3-1} - Q = \frac{3}{2}R\Delta T - \frac{2}{5}Q$.

Bài 13. Trong quá trình đẳng áp 1-2, công do khói khí thực hiện là:

$$A_{1-2} = p_1(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1) \quad (1)$$

Trong quá trình 2-3, công do chất khí nhận vào có trị số bằng:

$$A_{2-3} = \frac{p_2 + p_3}{2}(V_2 - V_3) = \frac{p_2V_2 + p_3V_2 - p_2V_3 - p_3V_3}{2}$$

Vì trên giản đồ pV hai điểm 2 và 3 nằm trên đường thẳng đi qua gốc toạ độ, nên ta có:

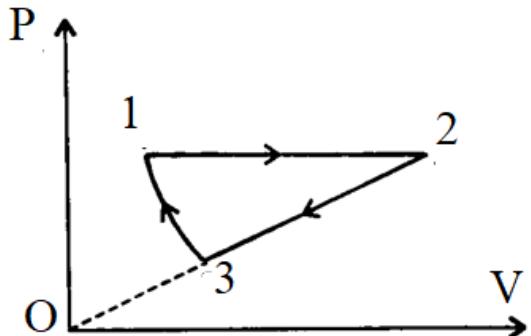
$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_2}{V_3} \text{ hay } p_3V_2 - p_2V_3 = 0$$

$$\text{Do đó: } A_{2-3} = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{2} = \frac{nR(T_2 - T_3)}{2} \quad (2)$$

Trong quá trình đoạn nhiệt 3-1, độ tăng nội năng của khói bằng công mà khói nhận được:

$$A_{3-1} = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } T_1 - T_3 = \frac{2A_{2-3} - A_{1-2}}{nR}$$



Thay biểu thức trên vào (3), ta được: $A_{3-1} = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(2A_{2-3} - A_{1-2})$.

Bài 14 Trong đề bài đã cho hiệu suất của chu trình, nên trước hết ta phải tìm hiểu xem quá trình nào là nhận nhiệt và quá trình nào toả nhiệt. Trong quá trình đằng nhiệt 1-2, khí thực hiện công A (thể tích tăng), và vì nội năng không đổi, nên quá trình này toả nhiệt lượng mà ta ký hiệu là Q_1 ($Q_1 = A$). Trong quá trình đằng tích 2-3, khi thể tích không đổi, áp suất giảm. Điều này xảy ra là do nhiệt độ khí giảm và trong trường hợp đó khí toả một nhiệt lượng là Q_2 . Trong quá trình đoạn nhiệt 3-1, khí không nhận cũng không toả nhiệt và do thể tích giảm nên khí nhận công và nhiệt độ của nó tăng. Do đó, tại 3 khí có nhiệt độ nhỏ nhất là T_{\min} , còn nhiệt độ lớn nhất T_{\max} của khối khí đạt được ở quá trình đằng nhiệt 1-2. Do đó:

$$T_{\max} - T_{\min} = \Delta T$$

Theo định nghĩa, hiệu suất của chu trình bằng: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

Mà như trên đã nói $Q_1 = A$. Mặt khác, trong quá trình 2-3, nhiệt lượng toả ra đúng bằng độ tăng nội năng: $Q_2 = \frac{3}{2}nR(T_{\max} - T_{\min}) = \frac{3}{2}nR\Delta T$

Thay Q_1 và Q_2 vào công thức tính hiệu suất, ta được: $\eta = 1 - \frac{3nR\Delta T}{2A}$

Suy ra: $A = \frac{3nR\Delta T}{2(1-\eta)}$.

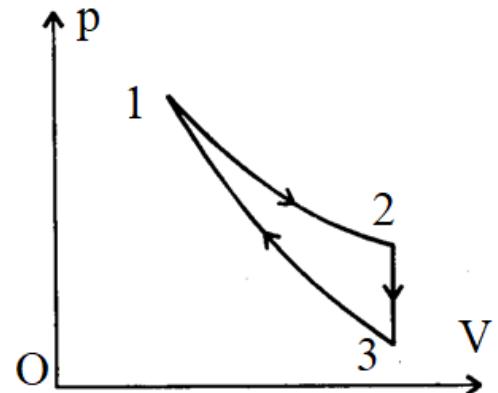
Bài 15.

* Xét quá trình 1-2:

$$+ \quad p_2 = \frac{p_1}{4}; \quad T_2 = T_1$$

$$+ \quad \text{Chất khí thực hiện một công: } A_{12} = Q_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \cdot \ln 4$$

* Xét quá trình 3-1:



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Quá trình đoạn nhiệt có: $pV^\gamma = \text{const}$; $TV^{\gamma-1} = \text{const}$; $A_{(\text{đoạn nhiệt})} = \frac{1}{\gamma-1}(p_1V_1 - p_2V_2)$

$$+ p_1V_1^\gamma = p_3V_3^\gamma \quad (\text{Với } C_V = \frac{i}{2}R \text{ và } C_p = \frac{i+2}{2}R \Rightarrow \gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4)$$

$$\Rightarrow V_3 = 4^{5/7}V_1 = 2,69V_1.$$

$$+ T_3 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_3} \right)^{\gamma-1} = 4^{-2/7}T_1.$$

$$+ \text{Chất khí thực hiện công: } A_{31} = \frac{1}{\gamma-1}(p_3V_3 - p_1V_1) = 2,5p_1V_1(4^{-2/7}-1)$$

$$+ Q_{31} = 0$$

* Xét quá trình 2-3: $T_2 = T_1$

$$+ A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{p_1}{4} \cdot 4^{5/7}V_1 - p_1V_1 = p_1V_1(4^{-2/7}-1)$$

+ Chất khí toả nhiệt ra môi trường

- Cả chu trình:

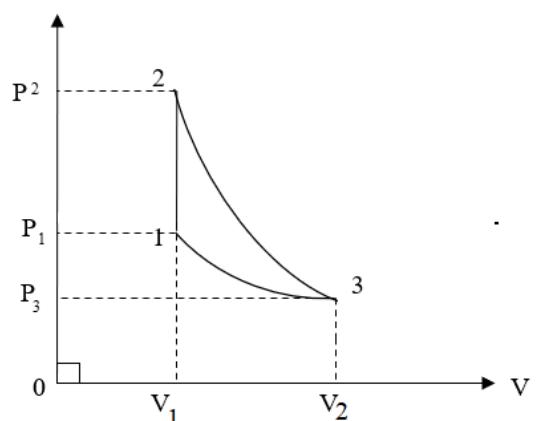
$$+ A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = p_1V_1 \ln 4 + 2,5p_1V_1(4^{-2/7}-1) + p_1V_1(4^{-2/7}-1) = 0,242p_1V_1$$

$$+ Q_{nhân} = Q_{12}$$

$$+ H = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{0,242}{\ln 4} = 17,5 \%$$

Bài 16.

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} P_2 = 2P_1 \\ V_2 = V_1 \\ T_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} P_3 \\ V_3 \\ T_3 = T_1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{pmatrix}$$



1-2 $\dot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng t}\ddot{\text{i}}\text{ch } T_2 = 2T_1$

$$2-3 \text{ đ}\ddot{\text{o}}\text{ạn n}\ddot{\text{hi}}\text{ết } V_3 = V_1 \cdot 2^{\frac{1}{\gamma-1}}; P_3 = P_1 \cdot 2^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$V_3 = 0,107 \text{ m}^3 = 1071$$

$$p_3 = 0,177 \text{ atm} = 17900 \text{ Pa}$$

$$\text{b). } A_{23} = \frac{p_2 V_2 - p_3 V_3}{\gamma-1} = \frac{p_1 V_1}{0,4} = 2,5 R T_1 = 4,78 J$$

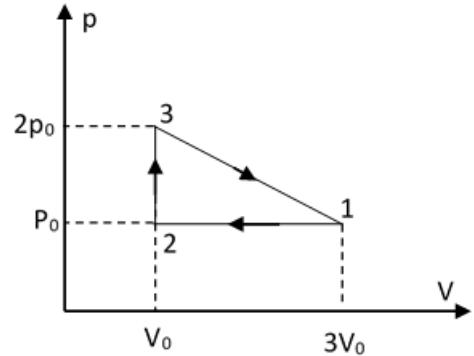
$$A = A_1 + A_{12} + A_{31} = o + 2,5 R T_1 - 2,5 R T_1 \ln 2 = 1470 J$$

Bài 17. a. Công mà khói khí thực hiện trong chu trình là:

$$A = \frac{1}{2} (2p_0 - p_0)(3V_0 - V_0) = p_0 V_0$$

+ Quá trình 12 là quá trình $\dot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng áp}$, thể tích giảm nên nhiệt độ cũng giảm \rightarrow nhiệt lượng mà hệ nhận được là: $Q_{12} = C_p \Delta T_{12} < 0$

+ Quá trình 23 là quá trình $\dot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng tích}$ nên khí không sinh công. Trong quá trình này thể tích không đổi nhưng áp suất tăng \rightarrow nhiệt độ tăng \rightarrow hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được là:



$$Q_{23} = C_v \Delta T_{23} = \frac{5}{2} R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (2p_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{5}{2} P_0 V_0 > 0$$

+ Phương trình mô tả quá trình 31 có dạng: $p = aV + b$

Thay toạ độ trạng thái 1 và 3 vào ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\begin{cases} 2p_0 = aV_0 + b \\ p_0 = 3aV_0 + b \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{p_0}{2V_0} \\ b = \frac{5p_0}{2} \end{cases} \Rightarrow p = -\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{5p_0}{2}$$

Mặt khác theo phương trình trạng thái ta có:

$$PV = RT \leftrightarrow \left(-\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{5p_0}{2}\right)V = RT \leftrightarrow T = -\frac{p_0}{2V_0R}V^2 + \frac{5p_0}{2R}V$$

Phương trình này trong hệ toạ độ VT là một đường cong parabol đi qua gốc toạ độ và có

cực đại: $T_{\max} = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{R}$ t¹i V = 2,5V₀ v μ P = $\frac{5p_0}{4}$

+ Nhiệt lượng trao đổi trong quá trình 31 là:

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{5R}{2} \left(\frac{3p_0 V_0}{R} - \frac{2p_0 V_0}{R} \right) + \frac{1}{2} (p_0 + 2P_0)(3V_0 - V_0) = 5,5p_0 V_0 > 0$$

Vậy toàn bộ nhiệt lượng mà hệ nhận được trong quá trình 23 và 31 là:

$$Q = Q_{23} + Q_{31} = 2,5p_0 V_0 + 5,5p_0 V_0 = 8p_0 V_0$$

Suy ra hiệu suất của chu trình là: $H = \frac{A}{Q} \cdot 100\% = \frac{p_0 V_0}{8p_0 V_0} \cdot 100\% = 12,5\%$

b. Nhiệt độ cực đại và cực tiểu của lượng khí trong chu trình biến đổi là:

$$T_{\max} = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{R}; T_{\min} = T_2 = \frac{p_0 V_0}{R}$$

Suy ra hiệu suất cực đại của chu trình theo tính toán lý thuyết là:

$$H_{lt} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} \cdot 100\% = 68\%$$

Suy ra hiệu suất thực tế của chu trình $H=18,38\% H_{lt}$

Bài 18. Xét chu trình 1-2-4-1. Trong quá trình 1-2, khí nhận một nhiệt lượng mà ta ký hiệu là Q_1 . Trong quá trình 2-4, khí toả một nhiệt lượng là Q_2 . Trong quá trình đằng tích 4-1, khí nhận một nhiệt lượng là Q_3 . Công do khí thực hiện trong cả chu trình là A_1 . Theo định nghĩa hiệu suất: $\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1 + Q_3}$

Mặt khác, $\eta_1 = 1 - \frac{Q_2}{Q_1 + Q_3}$, suy ra: $Q_2 = (1 - \eta_1)(Q_1 + Q_3)$

Xét chu trình 2-3-4-2, trong các quá trình 2-3 và 3-4, khí đều toả nhiệt. Khí chỉ nhận nhiệt trong quá trình 4-2 và lượng nhiệt nhận vào này hiển nhiên là bằng Q_2 . Vậy hiệu suất của chu trình này bằng: $\eta_2 = \frac{A_2}{Q_2}$

trong đó A_2 là công do khí thực hiện trong chu trình này. Dùng biểu thức của Q_2 nhận được ở trên ta có thể viết: $\eta_2 = \frac{A_2}{(1 - \eta_1)(Q_1 + Q_3)}$

Hiệu suất của chu trình 1-2-3-4-1 bằng: $\eta_3 = \frac{A_1 + A_2}{Q_1 + Q_3}$

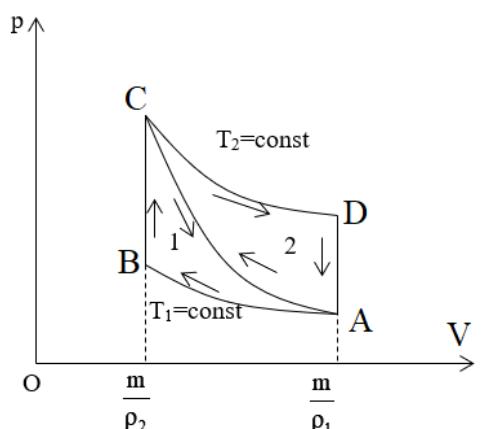
Rút A_1 và A_2 từ các biểu thức của η_1 và η_2 , rồi thay vào biểu thức trên, ta được:
 $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$.

Bài 19. 1.Theo phương trình C-M $pV = \frac{m}{\mu}RT$, ta có

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Từ hình vẽ suy ra: $\frac{\rho_1}{T_1} = \frac{\rho_2}{T_2} = c = \text{hằng số}$.

Chuyển từ giản đồ $T-\rho$ sang giản đồ $p-V$. Hai đoạn đằng nhiệt, hai đoạn đằng tích, còn đường chéo hình chữ nhật trong $T-\rho$ sẽ chuyển thành đường cong $p = \frac{m^2 R}{c \mu V^2}$ (bằng cách thay



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$\rho = \frac{m}{V}$, $T = \frac{\mu pV}{mR}$ vào phương trình $\rho = cT$). Vì công mà khí thực hiện trong một quá trình có giá trị bằng diện tích nằm dưới đường mô tả quá trình đó. Vậy ta hãy đi tính các diện tích có liên quan.

Diện tích dưới đường đẳng nhiệt $T_1 = \text{const}$

$$S_1 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{mRT_1}{\mu V} dV = \frac{mRT_1}{\mu} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Diện tích dưới đường cong $p = \frac{m^2 R}{c \mu V^2}$

$$S_2 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{m^2 R}{c \mu V^2} dV = \frac{m^2 R}{c \mu} \left(\frac{\rho_2}{m} - \frac{\rho_1}{m} \right) = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1)$$

Diện tích dưới đường đẳng nhiệt $T_2 = \text{const}$

$$S_3 = \int_{\frac{m}{\rho_2}}^{\frac{m}{\rho_1}} \frac{mRT_2}{\mu V} dV = \frac{mRT_2}{\mu} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Công khí sinh ra ở chu trình 1 là: $A_1 = S_2 - S_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$

Công khí sinh ra ở chu trình 2 là: $A_2 = S_3 - S_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1)$

2. Theo nguyên lý I: $dQ = Q + A$

Đối với chu trình 1: $Q_{T=T_1} = -A_1 = -S_1 < 0$ Trên đường cong $p = \frac{m^2 R}{c \mu V^2}$, ta có:

$$\delta Q_{T_2 \rightarrow T_1} = dU_{T_2 \rightarrow T_1} + pdV = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RdT + \frac{m^2 R}{c \mu V^2} dV$$

$$pdV = \frac{m^2 R}{c \mu V^2} dV = \frac{m \rho^2}{c \mu} Rd \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{m \rho^2}{c \mu} R \left(-\frac{1}{\rho^2} \right) d\rho = -\frac{m}{\mu} RdT$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Với i là số bậc tự do

Thay vào biểu thức trên ta được: $\delta Q_{T_2 \rightarrow T_1} = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R dT < 0$

Vì đường cong nói trên trong chu trình 1 nhiệt độ giảm. Nghĩa là trong quá trình này khí tỏa nhiệt. Như vậy hệ chỉ nhận nhiệt trong quá trình đằng tích.

$$Q_1 = \Delta U_{12} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

Tương tự, với chu trình 2, khí tỏa nhiệt trong quá trình đằng tích chuyển từ đường đằng nhiệt này sang đường đằng nhiệt khác, hai quá trình còn lại đều thu nhiệt. vậy

$$Q_2 = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) + S_3 = \frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) + \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Khi đó các hiệu suất tương ứng bằng:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1} = \frac{S_2 - S_1}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)} = \frac{2}{i} \left(1 - \frac{T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}}{T_2 - T_1} \right)$$

$$\eta_2 = \frac{A_2}{Q_2} = \frac{S_3 - S_2}{Q_2} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)}{\frac{i-2}{2} \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) + \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - (T_2 - T_1)}{\frac{i-2}{2} (T_2 - T_1) + T_2 \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

Đặt $x = \frac{T_2}{T_1}$ Thay các biểu thức trên vào hệ thức: $(3 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 1$

$$\left(3 - \frac{2}{i} \left(1 - \frac{\ln x}{x-1} \right) \right) \left(1 - \frac{x \ln x - (x-1)}{x \ln x + \frac{i-2}{2} (x-1)} \right) = 1$$

$$(x-1)(\ln x - i) = 0$$

Vì $T_1 \neq T_2$ nên $\ln x = i \Rightarrow x = e^i = e^3 \approx 20,08$

Vậy: $\frac{T_2}{T_1} = 20,08$

Bài 20. Vì $p_1 = p_3$ nên ta có: $\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow T_3 = 100V_3$ (1)

Đoạn 2-4 có dạng một đoạn thẳng nên có dạng:

$V = a.T + b$ với a, b là các hằng số

+ Khi $V = V_2, T = 100$ thì

$$V_2 = a \cdot 100 + b \quad (2)$$

+ Khi $V = V_4, T = 300$ thì: $V_4 = a \cdot 300 + b$ (3)

+ Từ (2) và (3) ta có: $a = -3/200$ và $b = 5,5$

$$+ \text{Khi } T = T_3; V = V_3 \text{ thì } V_3 = -\frac{3}{200} \cdot 100 \cdot V_3 + 5,5$$

Vậy $V_3 = 2,2m^3$

Bài 21. Từ phương trình :

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV \\ pV = \nu RT \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{T_1}{2}(3 - bV)b\nu R$$

$$\text{Hay } p = \frac{3}{2}T_1b\nu R - \frac{T_1}{2}b^2\nu RV$$

Ta thấy P là hàm bậc nhất của V với hệ số $a < 0$.

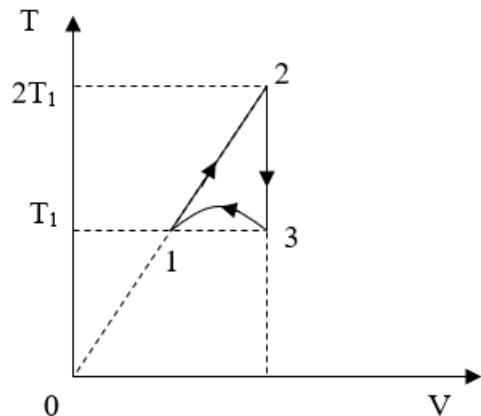
Đồ thị của nó được biểu diễn trong hệ trục (P, V)

có dạng đoạn thẳng $3 \rightarrow 1$ (hình vẽ)

Tù phuơng trình trạng thái ứng với các đẳng quâ

trình ta xác định được: $\begin{cases} T_2 = 2T_1, V_2 = 2V_1, p_1 = p_2 \\ T_3 = T_1, V_3 = V_2 = 2V_1, p_2 = 3p_3 \end{cases}$

Chuyển sang hệ toạ độ (P, V) như hình vẽ



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$A_{12} = p_1 \Delta V = p_1 (V_1 - V_2) = \nu R (T_1 - T_2) = -\nu R T_1 < 0 : \text{Khí sinh công: } A_{23} = 0$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} (p_1 + p_3) (V_2 - V_1) = \frac{3}{4} \nu R T_1 > 0 : \text{Khí nhận công}$$

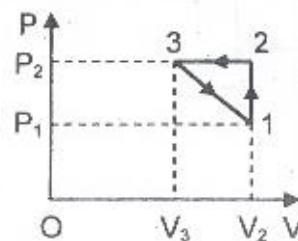
Vậy công do khí thực hiện được trong một chu trình:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = -\nu R T_1 + \frac{3}{4} \nu R T_1 = -\frac{1}{4} \nu R T_1$$

Bài 22. a) Vẽ lại chu trình trong hệ trực VOP

- 12 là qt đẳng tích: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{4}{3} P_1$

- 23 là qt đẳng áp: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} V_3$



Quá trình 31: T hàm bậc 2 của P: $aP^2 + bP + C$ (1)

Đồ thị có đường kéo dài qua gốc O nên $C = 0$

$$\text{Mặt khác: } PV = RT \Rightarrow T = \frac{PV}{R}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{PV}{R} = aP^2 + bP \Rightarrow P = \frac{V}{Ra} - \frac{b}{a} \quad (2)$$

$\Rightarrow P$ là hàm bậc nhất của $V \Rightarrow$ đồ thị là đường thẳng trong hệ trực VOP

b) Công của chu trình có độ lớn bằng diện tích tam giác giới hạn bởi trục tròn. Chu trình ngược chiều kim đồng hồ nên công có giá trị âm:

$$A = -0,5 (P_2 + P_1)(V_2 - V_3) = -0,5 (P_2 V_2 - P_1 V_2 - P_2 V_3 + P_1 V_3)$$

Trong đó: $+P_2 V_2 = RT_2$

$$+P_1 V_2 = RT_2 \quad (\text{Do } V_2 = V_1)$$

$$+P_2 V_3 = RT_3 \quad (\text{Do } P_2 = P_3)$$

$$+P_1 V_3 = P_1 V_2 \quad (\text{Do } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3})$$

$$\Rightarrow A = -0,5 R (T_2 - T_1 - T_3 + T_1 \frac{T_3}{T_2}) = -0,5 R (T_2 - T_1 - T_1 + T_1 \frac{T_3}{T_2})$$

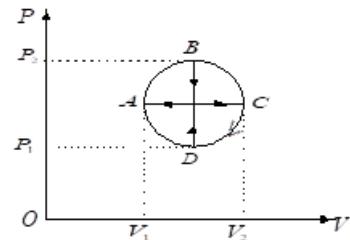
$$\Rightarrow A = -104 \text{ (J)}$$

Bài 23. Ký hiệu các điểm trong chu trình như hình vẽ thì chu trình của máy là ABICDIA

Công mà khi thực hiện trong chu trình:

$$A = \frac{1}{2} \pi \cdot IA \cdot IB = \frac{1}{2} \pi \cdot \frac{V_2 - V_1}{2} \cdot \frac{P_2 - P_1}{2}$$

$$\text{Với } P_2 = 2P_1; V_2 = 2V_1 \Rightarrow A = \frac{1}{8} \pi P_1 V_1$$



Khi nhận nhiệt trong các quá trình AB, IC và DI

- Quá trình AB: $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

$$\text{Với } A_1 = \frac{1}{2} A + \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot \frac{V_2 - V_1}{2} = \left(\frac{\pi}{16} + \frac{3}{4} \right) P_1 V_1$$

(Có số đo bằng giới hạn bởi cung AB và trực OV)

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A) = \frac{3}{2} \left(P_2 \frac{V_1 + V_2}{2} - \frac{P_1 + P_2}{2} V_1 \right) = \frac{3}{2} \left(3P_1 V_1 - \frac{3}{2} P_1 V_1 \right) = \frac{9}{4} P_1 V_1 \\ \Rightarrow Q_1 &= \left(\frac{\pi}{16} + 3 \right) P_1 V_1 \end{aligned}$$

Quá trình đằng áp IC

$$Q_2 = nC_p(T_C - T_1) = \frac{5}{2} nR(T_C - T_1) = \frac{5}{2} \left(\frac{P_1 + P_2}{2} V_2 - \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} \right) = \frac{15}{8} P_1 V_1$$

$$\text{Quá trình đằng tích DI: } Q_3 = nC_V(T_1 - T_D) = \frac{3}{2} nR(T_1 - T_D) = \frac{3}{2} \left(\frac{9}{4} P_1 V_1 - \frac{3}{2} P_1 V_1 \right) = \frac{9}{8} P_1 V_1$$

Nhiệt lượng khí nhận trong cả chu trình:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \left(\frac{\pi}{16} + 6 \right) P_1 V_1$$

Vậy hiệu suất của máy nhiệt là: $H = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\pi}{8}}{\frac{\pi}{16} + 6} = \frac{2\pi}{\pi + 96} \approx 6,33\%$

Bài 24. Chu trình tuần hoàn là vòng tròn có tâm nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất mà đường cong đẳng nhiệt trên hệ PV nhận làm trực đối xứng. Gọi H là tiếp điểm của chu trình với đường đẳng nhiệt cao nhất, T_H là nhiệt độ cao nhất cần tìm:

$$T_H = \frac{P_H V_H}{nR}$$

từ đồ thị ta có:

$$T_H = \frac{\left[(3 + 1 \cdot \sin 45^\circ) \cdot 10^5 \right] \left[(3 + 1 \cdot \cos 45^\circ) \cdot 10^{-3} \right]}{\frac{2,014}{8,31} \cdot 8,31} = 682,4K$$

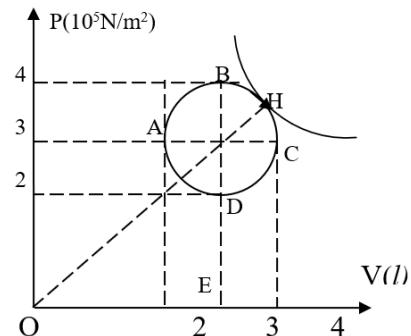
Tính nhiệt độ tại C và D:

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{\frac{2,014}{8,31} \cdot 8,31} = 595,8K$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{\frac{2,014}{8,31} \cdot 8,31} = 298K$$

Sự thay đổi nội năng trong quá trình CD:

$$\Delta U_{CD} = n \cdot 1,5R(T_D - T_C) = -7476J$$



Dấu (-) biểu thị nội năng giảm. Trong quá trình CD áp suất khí giảm nên môi trường đã thực hiện một công dương đối với chất khí. Công này có trị số bằng diện tích hình thang cong CDEF. Trên hình vẽ mỗi đơn vị diện tích bằng $10^5 \cdot 10^{-3} = 100\text{J}$:

$$\text{Vậy: } A = \left[(3 \times 1) - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \right] \cdot 100 = 221,5\text{J}$$

Theo nguyên lý I NDLH ta có: $Q + A = \Delta U$ nên

$$Q = 7697,5\text{J.}$$

Khí hấp thụ nhiệt lượng 7697,5J

Bài 25.

a. Hình vẽ biểu diễn chu trình

b. - Công mà khí thực hiện trong chu trình

$$A = \frac{1}{2}(2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{2}p_0V_0$$

-Ta xét từng quá trình để xác định Q_1 và Q_2

+ Quá trình 1-2

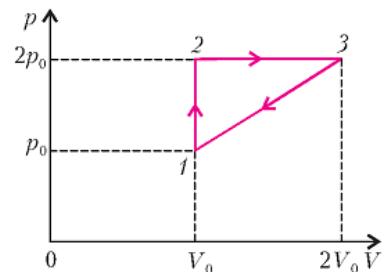
Đangkan tích, công $A_{12}' = 0$, áp suất tăng suy ra nhiệt độ tăng và

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}p_0V_0 > 0$$

+ Quá trình 2-3 Đangkan áp

$$Q_{23} = A_{23}' + \Delta U_{23} = 2p_0V_0 + 3p_0V_0 = 5p_0V_0$$

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \frac{13}{2}p_0V_0$$



$$\text{Hiệu suất } H = \frac{A}{Q_1} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{13}{2}p_0V_0} = \frac{1}{13} = 7,7\%$$

Bài 26.

Để công của chu trình ABC là lớn nhất thì thể tích của khí ở trạng thái C là lớn nhất.

Phương trình biến đổi áp suất theo thể tích của khí trên BC là:

$$P = aV + b \quad (1)$$

Trong đó a, b là các hệ số được xác định:

Tại B: $P = 4P_0, V = 4V_0$.

Tại C: $P = P_0, V = V_C$.

Thay các giá trị trên vào phương trình (1) ta tính được các hệ số a, b



Sự phụ thuộc của nhiệt độ theo thể tích trên quá trình BC:

$$T = \frac{aV + b}{R}$$

Nhiệt độ lớn nhất khi:

$$V_m = \frac{\frac{4P_0V_0}{23P_0} - \frac{4V_0}{23}}{\frac{2V_0}{23}} = \frac{2}{3}V_0$$

Để nhiệt độ luôn giảm trên BC thì $V_B \geq V_m$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$4V \geq \frac{2}{3}(V_b V)$$

$$V_c \leq 7V$$

Vậy thể tích tại C lớn nhất $V_c = 7V$

Công lớn nhất của chu trình:



Để nhiệt độ luôn giảm trên BC thì $V_B \geq V_m$

$$4V \geq \frac{2}{3}(V_b V)$$

$$V_c \leq 7V$$

Vậy thể tích tại C lớn nhất $V_c = 7V$

Công lớn nhất của chu trình:



Quá trình AB khí nhận nhiệt

$$Q = A + V$$

$$= \frac{V_b - V_a}{2} (P_b + P_a + \frac{3}{2}RT_b - RT_a)$$

$$= \frac{4V_b - V_a}{2} (4P_0 + P_0 + \frac{3}{2}(16PV_0 - PV_0))$$

$$Q = 30PV_0$$

Quá trình BC có nhiệt lượng trao đổi

~~Q = AΔU~~

$$= \frac{V - V_0}{2} (P_B + P_0 + \frac{3}{2} RT - P_0)$$

$$= \frac{7V - 4V_0}{2} (4P_0 + P_0 + \frac{3}{2} (7R_V - 16R_0)V)$$

$$Q = 135R_V$$

Vậy quá trình BC khí nhận nhiệt. Quá trình CA khí nhận nhiệt.

Hiệu suất của chu trình 

Bài 27. Quá trình (2) – (3) là đẳng tích: $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow RdT = Vdp$

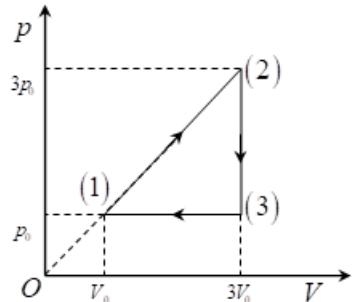
Theo nguyên lý I:

$$dQ_{23} = dU_{23} = \frac{3}{2} RdT \Rightarrow dQ_{23} = \frac{3}{2} V dp < 0 \text{ vì áp suất giảm } (dp < 0)$$

Vậy trong quá trình (2) – (3) chất khí luôn tỏa nhiệt

Quá trình (3) – (1) là đẳng áp:

$$\left(p_0 + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow RdT = \left(p_0 - \frac{a}{V^2} \right) dV$$



Theo nguyên lý I:

$$dQ_{31} = dA_{31} + dU_{31} = p_0 dV + \frac{3}{2} RdT + \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow dQ_{31} = \frac{1}{2} \left(5p_0 - \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$\Rightarrow dQ_{31} = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{64V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV$$

Vì thể tích giảm ($dV < 0$) và $V_0 \leq V \leq 3V_0$ nên $dQ_{31} > 0$

Vậy trong quá trình (3) – (1) chất khí luôn nhận nhiệt

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{Ta có: } Q_{31} = \int dQ_{31} = \frac{1}{2} \int_{3V_0}^{V_0} \left(5 - \frac{64V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV \Rightarrow Q_{31} = \frac{49}{3} p_0 V_0$$

Quá trình (1) – (2) có áp suất tỉ lệ với thể tích:

$$p = \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dp = \frac{p_0}{V_0} dV$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow RdT = d(pV) - \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow RdT = 2 \left(\frac{V}{V_0} - \frac{32V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV$$

Theo nguyên lý I:

$$dQ_{12} = dA_{12} + dU_{12} = pdV + \frac{3}{2} RdT + \frac{a}{V^2} dV \Rightarrow dQ_{12} = 4 \left(\frac{V}{V_0} - \frac{8V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV$$

Vì thể tích tăng ($dV > 0$) nên nếu $V > 2V_0$ thì $dQ_{12} > 0$, vậy trong quá trình (1) – (2) chất khí nhận nhiệt khi thể tích tăng từ $2V_0$ đến $3V_0$

Ta có:

$$Q_{12}^{nhan} = \int dQ_{12}^{nhan} = 4 \int_{2V_0}^{3V_0} \left(\frac{V}{V_0} - \frac{8V_0^2}{V^2} \right) p_0 dV \Rightarrow Q_{12}^{nhan} = \frac{14}{3} p_0 V_0$$

Công do chất khí thực hiện: $A = \frac{1}{2}(3V_0 - V_0)(3p_0 - p_0) \Rightarrow A = 2p_0 V_0$

Hiệu suất của chu trình:

$$H = \frac{A}{Q_{31} + Q_{12}^{nhan}} \Rightarrow H = \frac{6}{63}$$

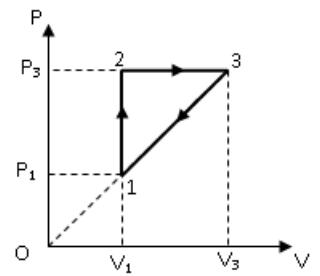
Bài 28. Ở trạng thái 3: $P_3 = \frac{RT_3}{V_3} = 11,22 \cdot 10^5 N/m^2$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Vì $T_1 = \alpha V_1^2$ và $T_3 = \alpha V_3^2$ nên: $\frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = \sqrt{\frac{300}{675}} = \frac{2}{3}$

Suy ra $V_1 = \frac{10}{3}l$; $P_1 = \frac{RT_1}{V_1} = 7,48 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Phương trình của đoạn 1-3 trong hệ tọa độ (P,V) như sau: Từ $P \cdot V = RT = R\alpha V^2$ Suy ra $P = R\alpha V$ nên đoạn 1-3 trong hệ (P,V) là đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ.



Công sinh ra : $A = \frac{1}{2}(P_3 - P_1)(V_3 - V_1) \approx 312(J)$

Bài 29. Gọi tâm đường tròn I(x_0, y_0); $x_0 = V_B$; $y_0 = P_A$ và $V = x$; $P = y$.

+Ta có phương trình đường tròn tâm I, bán kính R là: $(y - y_0)^2 + (x - x_0)^2 = r^2$
 $\Rightarrow y = y_0 + \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}$ (1)

+Theo công thức tính công của khí: $dA = P \cdot dV = [y_0 + \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}] \cdot dx$

$$\Rightarrow A = \int_{x_1}^{x_2} y_0 \cdot dx + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2} \cdot dx \quad (2)$$

+Đặt $X = x - x_0 \Rightarrow dx = dX$ (3)

+Từ (2) suy ra: $A = y_0(V_B - V_A) + \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{r^2 - X^2} \cdot dX \quad (4)$

+Đặt $X = r \cdot \sin t \Rightarrow dX = r \cdot \cos t \cdot dt$

+Thay vào (4), suy ra: $A = P_A(V_B - V_A) + \int_{t_1}^{t_2} r^2 \cdot \cos^2 t \cdot dt$

$$\Leftrightarrow A = P_A(V_B - V_A) + \frac{r^2}{2} \int_{t_1}^{t_2} (1 + \cos 2t) dt$$

$$\Leftrightarrow A = P_A(V_B - V_A) + \frac{r^2}{2} t \Big|_{t_1}^{t_2} + \frac{r^2}{4} \sin 2t \Big|_{t_1}^{t_2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Vì $X = x - x_0 = x - V_B$ và $X = r \cdot \sin t$

+ Khi $x = x_1 = V_A \Rightarrow X_1 = V_A - V_B \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2}$

+ Khi $x = x_2 = V_B \Rightarrow X_2 = V_B - V_B = 0 \Rightarrow t_2 = 0$

+ Suy ra $A = -P_A(V_A - V_B) - \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + 0 \Rightarrow A = P_A(V_B - V_A) - \frac{\pi}{4} \cdot r^2$

+ Khí thực hiện công: $A = r(P_A + \frac{\pi}{4}r)$

Bài 30.

1) Nhận xét và rút được kết luận: Các quá trình 4-1 và 2-3 là đึng áp vì V tỉ lệ với T; Các quá trình 1-2 và 3-4 là đึng nhiệt. (1)

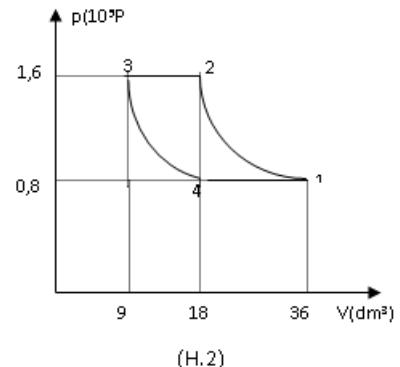
Ta có: $T_1 = 2T_4$ và $T_2 = 2T_3$ (2)

$$\text{nên: } V_4 = \frac{V_1}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ dm}^3$$

$$V_2 = 2V_3 = 18 \text{ dm}^3 = V_4 \quad (3)$$

$$p_1 = p_4 = \frac{RT_1}{V_1} = \frac{8,31 \cdot 360}{0,036} = 0,83 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = p_3 = \frac{RT_2}{V_2} = \frac{8,31 \cdot 360}{0,018} = 1,662 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

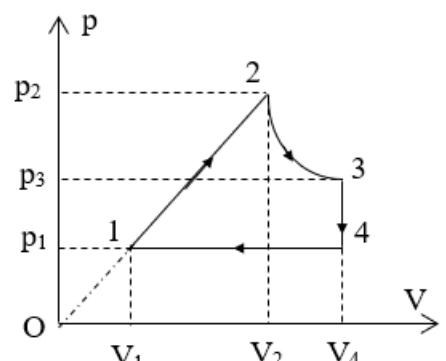


2) Đồ thị p-V được vẽ như hình (H.2)

Bài 31. 1. Quá trình 1 - 2 : $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 3V_1$;

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 9T_1 = 2700^0\text{K}$$

Quá trình 2-3: $P_3 = P_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma = P_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{5/3} \approx 0,619 P_2 = 1,857 P_1$



KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

(thay $V_3 = V_4$)

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{2/3} = 0,825 T_2 = 7,43 T_1 = 2229^0 K$$

$$\text{Quá trình 4 - 1 : } T_4 = T_1 \frac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 1200^0 K$$

2. Quá trình 1-2 : $\Delta U_{1-2} = C_V(T_2 - T_1) = 8C_V T_1 = 12RT_1$

$$A_{1-2} = (p_2 + p_1)(V_2 - V_1)/2 = 4p_1 V_1 = 4RT_1$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = 16RT_1$$

Quá trình 2-3:

$$A_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = -C_V(T_3 - T_2) = 2,355 RT_1; Q_{2-3} = 0.$$

Quá trình 3-4: $\Delta U_{3-4} = C_V(T_4 - T_3) = -5,145 RT_1; A_{3-4} = 0$

$$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + A_{3-4} = -5,145 RT_1$$

Quá trình 4-1: $\Delta U_{4-1} = C_V(T_1 - T_4) = -4,5 RT_1$

$$A_{4-1} = p_1(V_1 - V_4) = -3p_1 V_1 = -3RT_1$$

$$Q_{4-1} = \Delta U_{4-1} + A_{4-1} = -7,5 RT_1$$

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = 4RT_1 + 2,355 RT_1 - 3RT_1 = 3,355 RT_1$$

Nhiệt lượng khí nhận là: $Q = Q_{1-2} = 16RT_1$

$$\eta = \frac{A}{Q_{1-2}} = 20,97\% \approx 21\%.$$

3. Vi phân hai vế: $pV = RT$ (1) ; $pV^{-1} = hs$

$$pdV + Vdp = RdT$$

$$-pV^{-2}dV + V^{-1}dp = 0 . \text{ Giải hệ: } pdV = Vdp = 0,5RdT$$

$$dQ = C_VdT + pdV = 1,5RdT + 0,5RdT = 2RdT$$

$$C = dQ / dT = 2R = hs$$

Bài 32. Quá trình 1 – 4 có P tỷ lệ thuận với T nên là quá trình đẳng tích, vậy thể tích ở trạng thái 1 và 4 là bằng nhau: $V_1 = V_4$. Sử dụng phương trình C-M ở trạng thái 1 ta có:

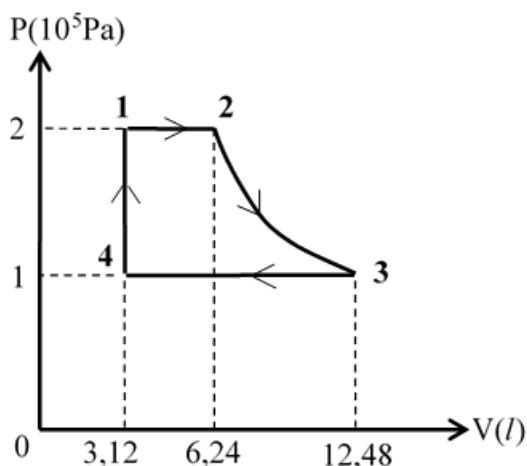
$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1, \text{ suy ra: } V_1 = \frac{m R T_1}{\mu P_1}$$

Thay số: $m = 1\text{g}$; $\mu = 4\text{g/mol}$; $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$; $T_1 = 300\text{K}$ và $P_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ta được:

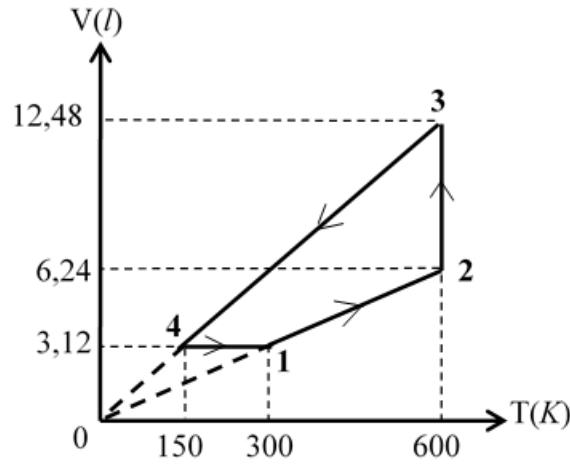
$$V_1 = \frac{1}{4} \frac{8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^5} = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

- a) Từ hình vẽ ta xác định được chu trình này gồm các đẳng quá trình sau:
 1 – 2 là đẳng áp; 2 – 3 là đẳng nhiệt;
 3 – 4 là đẳng áp; 4 – 1 là đẳng tích.

Vì thế có thể vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V (hình a) và trên giản đồ V-T (hình b) như sau:



Hình a



Hình b

- b) Để tính công, trước hết sử dụng phương trình trạng thái ta tính được các thể tích:
 $V_2 = 2V_1 = 6,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; $V_3 = 2V_2 = 12,48 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 2 \cdot 10^5 (6,24 \cdot 10^{-3} - 3,12 \cdot 10^{-3}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ J}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$A_{23} = p_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 2 \cdot 10^5 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} \ln 2 = 8,65 \cdot 10^2 J$$

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = 10^5 (3,12 \cdot 10^{-3} - 12,48 \cdot 10^{-3}) = -9,36 \cdot 10^2 J$$

$A_{41} = 0$ vì đây là quá trình đằng áp.

Bài 33. a. Tìm tỉ số $\frac{V_5}{V_6}$ theo n.

Theo giả thiết ta có: $\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{R T_2}{R T_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1 \Rightarrow n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$

Nếu ta kéo dài đường đoạn nhiệt 2-3 cắt đường đằng nhiệt 5-6 tại điểm 7. Khi đó ta có:

Theo giả thiết ta có:

$$+ \text{Liên hệ đằng nhiệt} \begin{cases} P_4 V_4 = P_3 V_3 \\ P_5 V_5 = P_7 V_7 \end{cases} \quad (1)$$

$$+ \text{Liên hệ đoạn nhiệt} \begin{cases} P_7 V_7^\gamma = P_3 V_3^\gamma \\ P_5 V_5^\gamma = P_4 V_4^\gamma \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Thay (3.1) vào (3.2) ta được} \begin{cases} P_5 V_5 \cdot V_7^{\gamma-1} = P_4 V_4 \cdot V_3^{\gamma-1} \\ P_5 V_5 \cdot V_5^{\gamma-1} = P_4 V_4 \cdot V_4^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_5}{V_7} = \frac{V_4}{V_3} = n \quad (3.3)$$

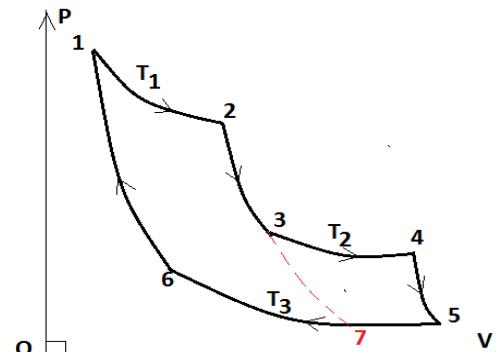
$$\text{Thương tự} \begin{cases} P_7 V_7 \cdot V_7^{\gamma-1} = P_2 V_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \\ P_6 V_6 \cdot V_6^{\gamma-1} = P_1 V_1 \cdot V_1^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_7}{V_6} = \frac{V_2}{V_1} = n \quad (3.4)$$

$$\frac{V_5}{V_6} = \frac{V_5}{V_7} \cdot \frac{V_7}{V_6} \begin{cases} \frac{V_5}{V_7} = \frac{V_4}{V_3} = n \\ \frac{V_7}{V_6} = \frac{V_2}{V_1} = n \end{cases} \Rightarrow \frac{V_5}{V_6} = n^2 \quad (3.1)$$

b. Tính hiệu suất chu trình.

-Quá trình dẫn nở đằng nhiệt 1-2, khí nhận nhiệt lượng

$$Q_{12} = R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = R T_1 \ln n \quad (3.2)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Quá trình dẫn nở đǎng nhiệt 3-4, khí nhận nhiệt lượng $Q_{34} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_2 \ln n$

(3.3)

-Quá trình nén đǎng nhiệt 5-6, khí nhường nhiệt lượng $Q_{56} = RT_3 \ln \frac{V_6}{V_5} = -RT_3 \ln \frac{V_5}{V_6} < 0$

(3.4)

Thay (3.1) vào (3.4) ta được $Q_{56} = -RT_3 \ln \frac{V_5}{V_6} = -2RT_3 \ln n$

$$\text{Hiệu suất chu trình } H = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(Q_{12} + Q_{34}) + Q_{56}}{Q_{12} + Q_{34}}$$

$$H = \frac{(RT_1 \ln n + RT_2 \ln n) - 2RT_3 \ln n}{(RT_1 \ln n + RT_2 \ln n)} = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$$

IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT

Bài 1. Cứ mỗi vòng quay của bánh đà, thể tích hơi nạp vào xi lanh là:

$$2.0,4.0,2 = 0,16 \text{ m}^3$$

Mỗi giờ bánh đà quay $70.60 = 4200$ vòng, thể tích hơi là $4200.0,16 = 672 \text{ m}^3$, có khối lượng $3,66.672 = 2460 \text{ kg}$. Đó cũng là khối lượng nước tiêu thụ (hóa hơi) mỗi giờ.

a) Mỗi giây có $\frac{2460}{3600} = 0,683 \text{ kg}$ nước rút từ buồng ngưng đưa sang là để nâng lên nhiệt độ 165°C rồi hóa hơi ở nhiệt độ đó. Lượng nhiệt tồn để hóa hơi $0,683 \text{ kg}$ nước của buồng ngưng là:

$$Q_1 = 0,683.(4,19(165-45)+2050) = 1743 \text{ kJ}$$

Công sinh ra: $A = 150 \text{ kJ}$ suy ra hiệu suất thực:

$$H = \frac{150}{1743} = 8,6\%$$

Hiệu suất lý tưởng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$H_{lt} = \frac{(273+165)-(273+45)}{273+165} = 27,4\%$$

Bài 2. Xét máy lạnh có nhiệt độ nguồn lạnh là $T_1 = 273K$, nguồn nóng là $T_2 = 373K$

Q_1 là nhiệt lượng mà máy lạnh nhận được từ nước đá, Q_2 là nhiệt lượng nó nhả cho hơi nước.

$$Q_1 = q + C(T_3 - T_1)$$

$$Q_2 = L + nC(T_2 - T_3)$$

$$\text{Hệ thức Carnot } \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Thay vào tìm được số mol hơi nước $n = 0,13 \text{ mol}$

$$\text{a) Hiệu suất máy lạnh } \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Thay số vào ta được $A = 2,9 \text{ kJ}$

Bài 3. 1. Máy lạnh lí tưởng nén lúc nhiệt độ phòng là 15°C hiệu suất máy là:

$$H = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (\text{T_2 nhiệt độ ngăn lạnh; T_1 nhiệt độ phòng})$$

+ Khi máy lạnh làm việc ổn định, để duy trì nhiệt độ ổn định trong buồng lạnh thì cứ mỗi lần rôle đóng và ngắt, tác nhân lây đi từ buồng lạnh nhiệt lượng Q_2 đúng bằng nhiệt lượng mà buồng lạnh nhận vào từ môi trường trong khoảng thời gian (t_1+t_2). Nhiệt lượng này tỉ lệ với chênh lệch nhiệt độ giữa môi trường với buồng lạnh.

$$Q_2 \sim (t_1+t_2)(T_1 - T_2)$$

$$\text{Lại có } A \sim t_1 \text{ nên ta có: } \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = k \frac{(t_1 + t_2)(T_1 - T_2)}{t_1} \quad (*)$$

(k là hệ số tỉ lệ nó phụ thuộc vào cấu tạo máy lạnh và điều kiện tiếp xúc của máy lạnh với môi trường)

* Với: $t_1=2$; $t_2=4$; $T_1-T_2=25$; $T_2=263^0K$ ta tính được $k=\frac{1875}{263}$.

*Với: $T_1=298^0K$; $T_1-T_2=35 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} \approx 0,53$

Nghĩa là nếu nghỉ 4' thì phải làm việc 7,55'

2. Nhiệt độ trong phòng cao nhất mà vẫn duy trì được nhiệt độ buồng lạnh như vậy thì thời gian ngắt mạch là $t_2=0$. Từ (*) suy ra: $T_{1\max}=T_2+43 \Rightarrow t_{1\max}^0=33^0C$

Bài 4. a. Hiệu suất cực đại của máy nhiệt trong một chu trình cho bởi công thức:

$$H_{\max}=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1} \quad (1) \text{ Trong đó } Q_2 \text{ là nhiệt lượng mà tác nhân nhả cho nguồn}$$

lạnh dùng để làm tan nước đá và tăng nhiệt độ sau khi tan. nhiệt độ nguồn lạnh chưa thay đổi và bằng $T_2=273K$ chừng nào mà khối nước đá chưa tan hết, trong khi đó nhiệt độ nguồn nóng giảm đi sau mỗi chu trình và tới thời điểm khi nước đá đã tan một nửa thì nhiệt độ nguồn nóng chỉ còn $T_3 < T_1$. Như vậy, nhiệt độ nguồn nóng giảm dần trong quá trình máy làm việc.

Xét tại thời điểm t nào đó, nhiệt độ nguồn nóng là T và sau khoảng thời gian rất nhỏ dt của máy nhiệt độ nguồn nóng giảm một lượng dT . Nhiệt lượng dQ_1 do nguồn nóng cung cấp cho tác nhân trong khoảng thời gian dt là:

$$dQ_1 = -m_1cdT.$$

Mặt khác, hiệu lượng dQ_2 do tác nhân truyền cho nguồn lạnh cũng trong khoảng thời gian dt bằng $dQ_2=\lambda dm$, với dm là lượng ước đá đã tan trong thời gian dt .

$$\text{Áp dụng biểu thức (1), ta có: } \frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_2}{T} \Rightarrow -\frac{\lambda dm}{m_1cdT} = \frac{T_2}{T} \quad (2)$$

$$\text{Nên: } \frac{dT}{T} = -\frac{\lambda dm}{m_1cT_2} \Rightarrow \int_{T_1}^{T_3} \frac{dT}{T} = -\frac{\lambda}{m_1cT_2} \int_0^m dm \Rightarrow T_3 = T_1 e^{-\left(\frac{\lambda \cdot m}{m_1cT_2}\right)} \quad (3)$$

$$\text{Vậy khi nước đá tan một lượng } m \text{ thì nhiệt độ của ước nóng là } T_3 = T_1 e^{-\left(\frac{\lambda \cdot m}{m_1cT_2}\right)} \quad (4)$$

thay số liệu vào (3) với $m=m_2/2$ ta được $T_3=346,68K$ tức là $t_3=49,22^0C$.

b. Khi nước đá tan hết nhiệt độ của nước nóng là $T_4=322,22\text{K}$, lúc này vẫn có sự chênh lệch nhiệt độ giữa nguồn nóng và nguồn lạnh, động cơ nhiệt tiếp tục hoạt động đến khi có sự cân bằng nhiệt giữa hai nguồn nóng và lạnh. Trong giai đoạn này nhiệt độ nguồn nóng giảm dần còn nhiệt độ nguồn lạnh tăng dần. Xét các thời điểm nhiệt độ nguồn nóng là T_1' và T_2' . Động cơ nhiệt nhận nhiệt lượng dQ_1 từ nguồn nóng làm nguồn này giảm nhiệt độ dT_1' đồng thời nhả cho nguồn lạnh nhiệt lượng dQ_2 , nguồn này tăng nhiệt độ dT_2'

Ta có: $dQ_1 = -c m dT_1'$; $dQ_2 = c m dT_2'$.

$$\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_2'}{T_1'} \Rightarrow \frac{m_2 dT_2'}{-m_1 dT_1'} = \frac{T_2'}{T_1'} \Rightarrow \int_{T_4}^{T_c} \frac{m_1 dT_1'}{T_1'} = \int_{T_c}^{T_2'} \frac{m_2 dT_2'}{T_2'} \Rightarrow T_c = T_4^{\frac{m_1}{m_1+m_2}} T_2^{\frac{m_2}{m_1+m_2}} \quad (5)$$

thay số vào ta có: $T_c = 304,9\text{K}$

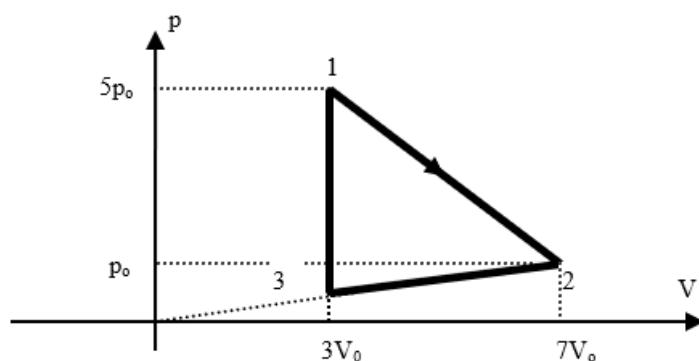
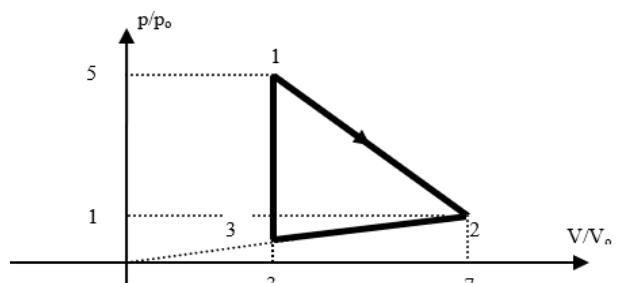
Công cực đại: $A_{\max} = Q_1 - Q_2 = m_1 c(T_1 - T_c) - \lambda m_2 - m_2 c(T_c - T_2) = 510\text{kJ}$ (6)

Bài 5. 1) Đường 2-3 có dạng: $\frac{p}{p_0} = k \frac{V}{V_0}$

$$+ TT2: V_2 = 7V_0; p_2 = p_0 \Rightarrow k = \frac{1}{7}$$

$$+ TT3: V_3 = 3V_0; p_3 = kp_0. \frac{V_3}{V_0} = \frac{3p_0}{7}$$

$$+ Theo C-M: T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = \frac{9p_0 V_0}{nR}$$



2)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

* Công do chất khí thực hiện có giá trị: $A = S(123) = \frac{64p_0V_0}{7}$

* Tính nhiệt lượng khí thu vào trong cả chu trình:

+ Xét quá trình đẳng tích 3-1: $Q_{31} = \Delta U = nR \frac{i}{2} \Delta T = \frac{3}{2} nR \left(\frac{p_1V_1}{nR} - \frac{p_3V_3}{nR} \right) = \frac{144p_0V_0}{7}$

+ Xét quá trình 1-2: $p = aV + b$

. Tại TT1: $5p_0 = a \cdot 3V_0 + b$

. Tại TT2: $p_0 = -\frac{p_o}{V_0} \cdot V + 8p_0 \Rightarrow a = -\frac{p_o}{V_0} \quad \text{và} \quad b = 8p_0$

Vậy quá trình 1-2 thoả mãn: $p = -\frac{p_o}{V_0} \cdot V + 8p_0 \quad (1)$

Thay $p = \frac{nRT}{V}$ vào ta được: $nRT = -\frac{p_o}{V_0} \cdot V^2 + 8p_0V \Rightarrow nR\Delta T = -2\frac{p_o}{V_0} \cdot \Delta V + 8p_0\Delta V$
(2)

+ Theo NLTN: Khi thể tích khí biến thiên ΔV ; nhiệt độ biến thiên ΔT thì nhiệt lượng biến thiên:

$$\Delta Q = \frac{3}{2} nR \Delta T + p \Delta V \quad (3)$$

+ Thay (2) vào (3) ta có: $\Delta Q = (20p_0 - 4\frac{p_o}{V_0}V) \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta Q = 0 \text{ khi } V_I = 5V_0 \text{ và } p_I = 3p_0$

Như vậy khi $3V_0 \leq V \leq 5V_0$ thì $\Delta Q > 0$ tức là chất khí nhận nhiệt lượng.

$$Q_{12} = Q_{II} = \Delta U_{II} + A_{II} = \frac{3}{2} nR (T_I - T_1) + \frac{p_1 + p_I}{2} (V_I - V_1) = \dots = 8p_0V_0$$

* Hiệu suất của chu trình là: $H = \frac{A}{Q_{31} + Q_{II}} = 32\%$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

Bài 6. Ta có $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{373}{484} = 0,2293 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta$

Vậy ta thấy: $\frac{A}{Q_2} = \frac{\cancel{A}/\cancel{Q_1}}{\cancel{Q_2}/\cancel{Q_1}} = \frac{\eta}{1-\eta} \Leftrightarrow A = \frac{\eta Q_2}{1-\eta} = \frac{\eta \cdot m \lambda}{1-\eta}$

$$A = \frac{0,2293 \cdot 1000 \cdot 2,68 \cdot 10^3}{1-0,2293} = 0,797 \text{ MJ}$$

Bài 7. 1.a. Chứng minh được $H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

$$\text{Ta có } Q_1 = Q_{12} = A_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \\ &= nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} + \frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2 - P_3V_3) + \frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2 - P_3V_3) \end{aligned} \quad (1.2)$$

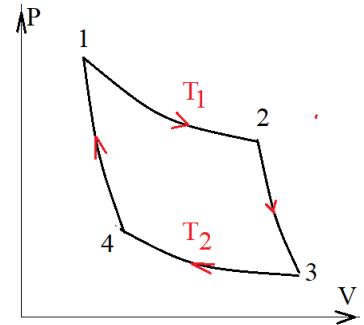
$$\text{Mà } \begin{cases} P_1V_1 = P_2V_2 = nRT_1 \\ P_3V_3 = P_4V_4 = nRT_2 \end{cases} \quad (1.3)$$

$$\text{Và } \begin{cases} P_1V_1^\gamma = P_4V_4^\gamma \\ P_2V_2^\gamma = P_3V_3^\gamma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} nRT_1V_1^{\gamma-1} = nRT_2V_4^{\gamma-1} \\ nRT_1V_2^{\gamma-1} = nRT_2V_3^{\gamma-1} \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (1.4)$$

tThay (1.3),(1.4) vào (1.2) ta được

$$A_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} + 0 = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1.5)$$

Vậy $H = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ (điều phải chứng minh)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$1b. H = \frac{dA}{dQ_1} = \frac{dQ_1 + dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{dQ_2}{dQ_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{dQ_2}{dQ_1} = -\frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{dQ_2}{T_2} = -\frac{dQ_1}{T_1}$$

$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0 \quad (\text{tổng nhiệt lượng rút gọn trong một chu trình bằng không})$$

2.a. Công nhận được lớn nhất khi động cơ nhiệt làm việc theo những chu trình Cacno vô cùng nhỏ liên tiếp nhau.

Giả sử sau một chu trình bất kì, vật thứ nhất (nguồn nóng) cung cấp cho động cơ một nhiệt lượng

$$dQ_1 = -C_1 dT_1 > 0$$

Tác nhân truyền cho vật thứ 2 (nguồn lạnh) một nhiệt lượng $|dQ_2| = C_2 dT_2 > 0$, hay vật thứ 2 (nguồn lạnh) cung cấp cho tác nhân một nhiệt lượng $dQ_2 = -|dQ_2| = -C_2 dT_2 < 0$

Công thực hiện trong chu trình này $dA = dQ_1 + dQ_2 = (-C_1 dT_1) + (-C_2 dT_2)$ (1)

Mặt khác tổng nhiệt lượng rút gọn trong một chu trình Cacno thuận nghịch bằng không:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} &= 0 \rightarrow (-C_1 \frac{dT_1}{T_1}) + (-C_2 \frac{dT_2}{T_2}) = 0 \\ \rightarrow C_1 \frac{dT_1}{T_1} + C_2 \frac{dT_2}{T_2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Lấy tích phân (2) ta được $\rightarrow C_1 \ln \frac{T_1}{T_{01}} + C_2 \ln \frac{T_2}{T_{02}} = 0$

$$\rightarrow C_1 \ln \frac{T_1}{T_{01}} = -C_2 \ln \frac{T_2}{T_{02}} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{C_1} = \left(\frac{T_{02}}{T_2}\right)^{C_2}$$

$$(T_1)^{C_1} (T_2)^{C_2} = (T_{01})^{C_1} (T_{02})^{C_2} \rightarrow T_1^{C_1} T_2^{C_2} = T_{01}^{C_1} T_{02}^{C_2} \quad (3)$$

Khi cân bằng, $T_1 = T_2 = T \rightarrow T^{C_1+C_2} = T_{01}^{C_1} T_{02}^{C_2}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Hay $\rightarrow T = T_{01} \frac{C_1}{C_1 + C_2} T_{02} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$ (4)

b. Công cực đại mà động cơ có thể thực hiện được

$$A = \int dA = -C_1 \int_{T_{01}}^T dT_1 - C_2 \int_{T_{02}}^T dT_2 = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T \quad (5)$$

Công A này bằng độ giảm nội năng của hệ.

$$A = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T_{01} \frac{C_1}{C_1 + C_2} T_{02} \frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad (6)$$

ĐỘNG CƠ DIESEL VÀ ĐỘNG CƠ OTTO

Bài 8. a. Đối với chu trình Otto hiệu suất chứng minh được theo lý thuyết $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$

Trong đó ta phải xác định hệ số nén $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ lớn nhất ứng với áp suất lớn nhất

$$p_{max} = p_3$$

$$\text{Ta có } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_{max} V_2}{T_3} \quad (1)$$

Từ đây ta suy ra:

$$\rightarrow T_3 = T_1 \frac{p_{max} V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_{max}}{p_1 \frac{V_1}{V_2}} = T_1 \frac{p_{max}}{p_1 \varepsilon} \quad (2)$$

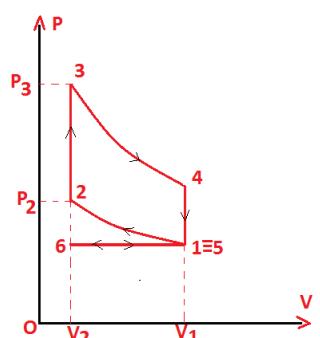
$$\text{Và } \rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_2}{p_1 \frac{V_1}{V_2}} = T_1 \frac{p_2}{p_1 \varepsilon} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \frac{1}{\varepsilon} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác } 5C_V(T_3 - T_2) = Q \rightarrow (T_3 - T_2) = \frac{Q}{5C_V} = \frac{164000}{5.21} = 1562K \quad (4)$$

Nhiệt nhận được cả chu trình chính là quá trình nở 2-3

Thay (2), (3) vào (4) ta được

$$(T_1 \frac{p_{max}}{p_1 \varepsilon} - T_1 \varepsilon^{\gamma-1}) = 1562K$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\left(\frac{60atm}{1atm\varepsilon} - \varepsilon^{\gamma-1} \right) = \frac{1562K}{T_1} \approx 5,206 \rightarrow \varepsilon \approx 8$$

Vậy $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 0,565$

b. Giả thiết $p_2 = p_3 = p_{\max}$. Hiệu suất phụ thuộc vào hai tỉ số $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$, $\rho = \frac{V_3}{V_2}$

+ Ta tính $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ ứng với $p_{\max} = 60atm$.

Ta có $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_{\max}}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rightarrow \varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_{\max}}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{60}{1} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 18,6$

+ Ta tính $\rho = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}$ ứng với $p_{\max} = 60atm$.

Ta có $5C_p(T_3 - T_2) = Q \rightarrow (T_3 - T_2) = \frac{Q}{5\gamma C_V} = \frac{164000}{5 \cdot 1,4 \cdot 21} = 1115,6K$

Và $T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = T_1 \frac{p_{\max}}{p_1 \varepsilon} = 300K \frac{60atm}{1atm \cdot 18,6} = 966,5K$

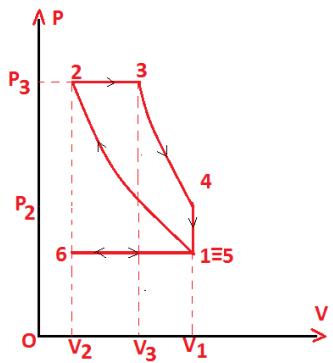
Suy ra $T_3 = T_2 + 1115,6 = 2082K \rightarrow \rho = \frac{T_3}{T_2} = 2,154$

Vậy hiệu suất

$$\rightarrow H = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)} = 1 - \frac{2,154^{1,4} - 1}{1,4 \cdot 18,6^{1,4-1} (2,154 - 1)} = 0,63$$

c. Nếu nhiên liệu không đủ thì nhiệt lượng tỏa ra do cháy nhiên liệu (Q_1) nhận được giảm.

-Đối với chu trình Otto, Q_1 giảm thì T_3 giảm, tỉ số $\rho = \frac{T_3}{T_2}$ giảm. Điều này làm cho số đo diện tích bị giới hạn bởi các đường của chu trình giảm, công sinh ra giảm nên công suất P giảm. Hiệu suất $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$ chỉ phụ thuộc vào ε , không phụ thuộc vào ρ nên hiệu suất không thay đổi.



- **Đối với chu trình Diesel:** Q_1 giảm dần đến $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ giảm, điều này làm cho số do diện tích bị giới hạn bởi các đường của chu trình giảm, công sinh ra giảm nên công suất P giảm. hiệu suất $H = 1 - \frac{\rho' - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}$ sẽ tăng.

Bài 9. Động cơ nhiệt (Belarus)

0. Phương trình đoạn nhiệt.

Từ phương trình đoạn nhiệt và phương trình trạng thái có thể đưa về dạng:

$$T^k p^{1-k} = \text{const} \text{ hay } TV^{k-1} = \text{const}$$

1. Chu trình Otto.

1a. Tìm các thông số trạng thái của khí(tác nhân) tại tất cả các điểm đặc trưng của chu trình.

$$\text{Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = p_1 \varepsilon^k$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_2 \lambda = p_1 \varepsilon^k \lambda, \frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} = \lambda \Rightarrow T_3 = \lambda T_2 = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k = \frac{p_3}{\varepsilon^k} = p_1 \lambda$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \Rightarrow T_4 = T_3 \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = T_1 \cdot \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} \lambda \varepsilon^{k-1} = T_1 \lambda$$

1b. Nhiệt lượng mà khí nhận được và tỏa ra tính theo công thức:

$$q_1 = C_v(T_3 - T_2), |q_2| = C_v(T_4 - T_1), ,$$

$$\text{Hay } q_1 = U_3 - U_2 = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2); |q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1)$$

Thay các biểu thức trên vào công thức của hiệu suất ta có:

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\eta_v = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{p_4V_4 - p_1V_1}{p_3V_3 - p_2V_2}$$

Thay các thông số tìm được ở trên vào ta được: $n_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$

2.Chu trình Diesel.

2a. Các thông số trạng thái của tác nhân khí ở các điểm đặt trung:

$$\text{Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = p_1 \varepsilon^k$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \rho V_2 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right) = \rho \Rightarrow T_3 = T_2 \rho = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, \quad p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^k = p_1 \varepsilon^k \left(\frac{\rho V_1}{\varepsilon V_1}\right)^k = p_1 \rho^k$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \rho^k$$

2b. Nhiệt lượng mà khí nhận được và tỏa ra là $q_1 = C_p(T_3 - T_2)$; $|q_2| = C_p(T_4 - T_1)$

$$\text{Hay } q_1 = U_3 - U_2 + A_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) + p_3(V_3 - V_2); \quad |q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4V_4 - p_1V_1)$$

Hiệu suất của chu trình, với giả thiết nhiệt dung C_P và C_V là hằng số và tỉ số của chúng là $k \frac{C_p}{C_V}$, sẽ là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\eta_p = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)}$$

Thay các thông số tìm được ở trên vào ta được: $\eta_p = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}$

3. So sánh các chu trình Otto và Diesel

3a. Trước hết xác định các tỉ số p/p_0 và V/V_0 cho các điểm đặc trưng trong cả hai chu trình. Hai chu trình này có chung điểm 1, ngoài ra còn lưu ý: $T_{\min} = T_1, p_{\min} = p_1$

-Xét chu trình Otto:

+ Tại điểm 1, ta có $\frac{V_1}{V_0} = 30$ và $\frac{p_1}{p_0} = 1$, $T_1 = T_{\min}$

Đối với chu trình Otto, thể tích điểm 2 và 3 là $\frac{V_3}{V_0} = \frac{V_2}{V_0} = \frac{\frac{V_2}{V_1}}{\frac{V_0}{V_1}} = 6$

Tại điểm 3 áp suất là cực đại, nên $p_3 = p_{\max} \Rightarrow \frac{V_3}{p_0} = 30$

Đồng thời $T_3 = T_{\max}$, vì thể tích V_3 là nhỏ nhất.

Các áp suất p_2, p_4 có thể tìm được từ phương trình đoạn nhiệt

$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k \Rightarrow \frac{P_2}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} \varepsilon^k = 1.5^{1.67} = 14,7$$

$$\frac{P_4}{P_0} \left(\frac{V_4}{V_0} \right)^k = \frac{P_3}{P_0} \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^k \Rightarrow \frac{P_4}{P_0} = \frac{P_3}{P_0} \frac{\varepsilon^k}{\varepsilon^k} = \frac{30}{5^{1.67}} = 2,04$$

$$\text{Và cuối cùng } \frac{V_4}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} = 30$$

Các điểm 1,2,3,4 đã biết tọa độ nên có thể vẽ trên giấy oli. Nói chung lại ta được chu trình Otto. Điểm 2 của chu trình này kí hiệu là điểm 2v để phân biệt với điểm 2p của chu trình Diesel.

Xét chu trình Diesel.

Từ điều kiện bài toán, dễ thấy ngay điểm 1 của hai chu trình này (Otto và Desel) trùng nhau.

Điểm 3 chủ chu trình Desel có $T_3 = T_{\max}$ và $p_2 = p_3 = p_{\max}$. Từ đó ta thấy điểm 3 của hai chu trình này cũng trùng nhau.

Từ điểm 3 của hai chu trình khí đều giãn nở đoạn nhiệt về trạng thái 4 và có cùng $V_4 = V_1$ nên cả hai chu trình cũng trùng nhau tại điểm 4.

Ta tìm điểm 2p. Quá trình 1-2 trong cả hai chu trình đều là đoạn nhiệt nên chúng phải trùng nhau, chỉ khác là chu trình Desel nén sâu hơn, tức là tới áp suất cao hơn $p_2 = p_{\max}$. Thể tích V_2 trong chu trình Dieselcos thể tìm được ngay từ phương trình

$$\text{đoạn nhiệt: } \frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} \left(\frac{P_1}{P_0} \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 30 \left(\frac{1}{30} \right)^{\frac{1}{1.67}} = 3,91$$

Vậy quá trình nén đoạn nhiệt 1-2 đi qua điểm 2v của chu trình Otto và 2p của chu trình Diesel.

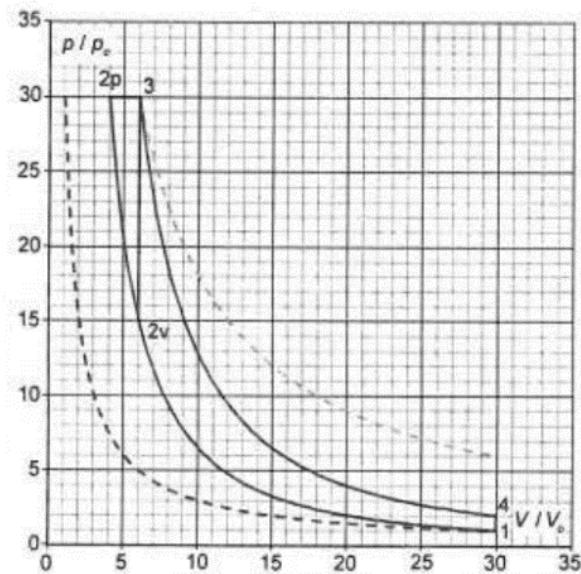
Trên đồ thị hình 2.17S, hai đường nét đứt là hai đường đẳng nhiệt ứng với T_{\min} và T_{\max}

3b. Hiệu suất của chu trình Otto chỉ phụ thuộc vào hệ số nén:

$$\eta_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon_v^{k-1}} = 1 - \frac{1}{5^{1.67-1}} = 66\%$$

Để tìm được hiệu suất của chu trình Diesel, ta cần tìm tỷ số nén ε_p và tỷ số giãn sơ cấp ρ

$$\varepsilon_p = \frac{V_{2p}}{V_1} = \frac{\frac{V_{2p}}{V_0}}{\frac{V_1}{V_0}} = \frac{30}{3,91} = 7,67; \rho = \frac{V_3}{V_{2p}} = \frac{\frac{V_3}{V_0}}{\frac{V_{2p}}{V_0}} = \frac{6}{3,91} = 1,53$$



Hình 2.18S

Từ đây $\eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon_p^{k-1}(\rho - 1)} = \dots = 70,2\%$

Bài 10.

a. Đối với quá trình đoạn nhiệt 1-2 ta có

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \quad p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma-1}$$

Do đó,

$$T_2 = T_1\varepsilon^{\gamma-1}, \quad p_2 = p_1\varepsilon^\gamma$$

Đối với quá trình đằng áp 2-3 ta có $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \varphi$

$$\text{do đó } T_3 = T_2\varphi = T_1\varepsilon^{\gamma-1}\varphi, \quad p_3 = p_2 = p_1\varepsilon^\gamma$$

Đối với quá trình đoạn nhiệt 3-4, ta có

$$p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma, \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \varphi^{\gamma-1} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

suy ra

$$T_4 = T_3\varphi^{\gamma-1}\varepsilon^{1-\gamma} = T_1\varphi^\gamma$$

Ta cũng có

$$p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\gamma = p_1\varphi^\gamma$$

Kết quả tính số: (chú ý số chữ số có nghĩa trong kết quả)

$$T_1=300 \text{ K}, \quad T_2=994 \text{ K}, \quad T_3=1790 \text{ K}, \quad T_4=683 \text{ K}.$$

$$p_1=0,10 \text{ MPa}, \quad p_2=6,63 \text{ MPa}, \quad p_3=6,63 \text{ MPa}, \quad p_4=0,23 \text{ MPa}$$

b. Ta có thể biểu diễn khối lượng không khí đi qua thể tích làm việc trong một chu trình là

$$m = \frac{p_1 V_1 M}{R T_1}$$

Do đó

$$mc_V = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Trong quá trình đốt cháy nhiên liệu 2-3, tác nhân nhận một lượng nhiệt là

$$Q_1 = mc_p(T_3 - T_2) = m\gamma c_V(T_3 - T_2) = 2,5\gamma \frac{p_1 V_1}{T_1}(T_3 - T_2)$$

Trong quá trình đốt cháy 4-1, tác nhân tỏa ra một lượng nhiệt là

$$Q_2' = mc_V(T_4 - T_1) = 2,5 \frac{p_1 V_1}{T_1}(T_4 - T_1)$$

Các giai đoạn khác của chu trình là quá trình đoạn nhiệt nên không có sự trao đổi nhiệt. Vì vậy, hiệu suất lý thuyết của động cơ là

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Kết quả tính số: $Q_1 = 1857 \text{ J} \approx 1860 \text{ J}$, $Q_2' = 638 \text{ J}$, $\eta = 0,66 = 66\%$

c.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\gamma - 1}{\varphi - 1}$$

MÁY LẠNH- MÁY ĐIỀU HÒA

Bài 11 *Máy điều hòa nhiệt độ (Mỹ)*

Lý thuyết khi học kí hiệu:

Công nguồn điện $W = A = Pt$;

Nguồn nóng nhiệt độ $T_1 = T_H$; tỏa nhiệt ra môi trường $Q_1 = Q_H$;

Nguồn lạnh có nhiệt độ $T_2 = T_L$ và cung cấp cho nguồn nóng nhiệt lượng $Q_2 = Q_L$.

1. Áp dụng định luật bảo toàn entropy cho chu trình Carnot ta có

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow \frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_L} \quad (1)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng: $Q_1 = Q_2 + A \Leftrightarrow Q_H = Q_L + W = Q_L + Pt \quad (2)$

Mà công suất tỏa nhiệt trung bình ra môi trường ngoài $\frac{Q_1}{t} = \frac{Q_H}{t}$, nên (2) được viết lại:

$$Q_L = Q_H - A = Q_L \frac{T_H}{T_L} - A \text{ hay } A = Q_L \left(\frac{T_H}{T_L} - 1 \right)$$

Chia hai vế phương trình cho thời gian t ta được $\frac{Q_L}{t} = P \left(\frac{T_L}{T_H - T_L} \right)$

2. Khi nhiệt độ trong phòng đạt cực tiểu, thì nhiệt do máy truyền từ trong ra bằng nhiệt do môi trường tràn vào phòng. Nghĩa là dòng nhiệt ra vào cân bằng: $k\Delta T = P \frac{T_1}{\Delta T} = P \frac{T_H - \Delta T}{\Delta T}$

hay $k(\Delta T)^2 = PT_H - P\Delta T$

Phương trình bậc hai này ta chọn nghiệm dương mới có ý nghĩa vật lý:

$$\Delta T = \frac{-P + \sqrt{P^2 + 4PkT_H}}{2k},$$

Ta đặt $x = \frac{P}{k}$ thì $\Delta T = \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right) \Rightarrow T_1 - T_2 = T_H - T_L = \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right)$

Vậy nhiệt độ phòng

$$T_L = T_H - \Delta T = T_H - \frac{x}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} - 1 \right)$$

3. Trước hết đổi từ nhiệt độ Celcius về nhiệt độ tuyệt đối

$$\text{Từ kết quả trên } P_{\min} = k \frac{(\Delta T)_{\max}^2}{T_{L\min}} = 130W$$

Bài 12 Tủ lạnh (Án Độ)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

1.Trại ván, nhiệt lượng nhận được vào từ máy nén là Q_H , nó truyền cho ngăn lạnh nhiệt lượng Q_C đồng thời tỏa nhiệt qua vách tường ra bên ngoài với nhiệt lượng $K_H(T_H - T_o)$.

Khi cân bằng nhiệt: $Q_H - Q_C = K_H(T_H - T_o)$ (1)

Cho ngăn lạnh : $Q_C = K_C(T_H - T_C)$ (2)

2.Máy lạnh làm theo chu trình Carnot nên ta có: $\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C}$ (3)

Chia hai vế của (1) cho (2) và kết hợp (3) ta được $\frac{h}{c} - 1 = k \frac{h-1}{h-c}$

Ta đưa phương trình trên về dạng $h^2 - h(2c + kc) + (c^2 + kc) = 0$

Giải phương trình ta được nghiệm: $h = \frac{(2c + kc) \pm \sqrt{(2c + kc)^2 - 4(c^2 + kc)}}{2}$

Hay $h = c \frac{(2+k) \pm \sqrt{(2+k)^2 - 4(1+\frac{k}{c})}}{2}$

3.Trước hết tính $c=0,9=k$. Thay vào trên được hai nghiệm $h_1=1,59$; $h_2=1,02$

-Với $h=1,59$ thì $T_H=446K$ đây là kết quả phi thực tế.

Ta chọn nghiệm $h=1,02$ (chọn dấu trừ) ứng với công suất nhỏ hơn của máy nén.

Từ đây $T_H=284,7K$.

Câu hỏi đặt ra: Tại sao phải cùng số liệu mà có hai giá trị T_H .

Ở đây ta thấy Q_H chính bằng độ lớn công suất máy bơm W cộng cho Q_C ; đồng thời khi ổn định thì ngăn lạnh không thu hoặc tỏa nhiệt.

Do vậy, nếu W lớn thì chính $Q_H=W+Q_C$ đẩy nhiệt độ phòng lên cao

4.Hoàn toàn tương tự như trước với trại ván: $2(Q'_H - Q'_C) = K_H(T'_H - T_o)$

Phương trình cho ngăn lạnh và định lý Carnot không đổi: $Q'_C = K_C(T'_H - T_C)$, $\frac{Q'_H}{T'_H} = \frac{Q'_C}{T_C}$

5.Làm giống tương tự như trên ta được: $h'^2 - h' \left(2c + \frac{k}{2}c\right) + \left(c^2 + \frac{k}{2}c\right) = 0$

$$h' = \frac{(2c + \frac{k}{2}c) \pm \sqrt{(2c + \frac{k}{2}c)^2 - 4(c^2 + \frac{k}{2}c)}}{2}$$

$$\text{Hay } h' = c \cdot \frac{(2 + \frac{k}{2}) \pm \sqrt{(2 + \frac{k}{2})^2 - 4(1 + \frac{k}{2c})}}{2}$$

Bài 13. (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 1)

$$1. \text{ Xét } t = 1s; \text{ ta có } \frac{Q_p}{T_p} = \frac{Q_n}{T_n}, Q_p = Q_n - P \text{ rút ra } Q_p = P \frac{T_p}{(T_n - T_p)}$$

Mặt khác $Q = A(T_n - T_p)$ từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_p = Q$ ta có

$$P \frac{T_p}{(T_n - T_p)} = A(T_n - T_p) \quad (1).$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% là T'_p , $T_p < T'_p < T_n$, ta có

$$40\%P \frac{T'_p}{(T_n - T'_p)} = A(T_n - T'_p) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta tìm được $T'^2 - 602,55T'_p + 96100 = 0 \rightarrow T'_p \approx 297,2 \text{ K} \approx 24,2^\circ\text{C}$.

$$2. \text{ Ta có } \frac{Q_p}{T_{p2}} = \frac{Q_n}{T_{n2}}, Q_p = Q_n + P \text{ rút ra } Q_p = P \frac{T_{p2}}{(T_{p2} - T_{n2})}$$

Mặt khác $Q = A(T_{p2} - T_{n2})$ từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_p = Q$ ta có

$$P \frac{T_{p2}}{(T_{p2} - T_{n2})} = A(T_{p2} - T_{n2}) \quad (3).$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% là T'_{p2} , $T_{n2} < T'_{p2} < T_{p2}$, ta có

$$40\%P \frac{T'_{p2}}{(T'_{p2} - T_{n2})} = A(T'_{p2} - T_{n2}) \quad (4).$$

Từ (1) và (3) ta tìm được $T_{n2} \approx 279,7 \text{ K}$. Hay nhiệt độ bên ngoài là $6,7^\circ\text{C}$.

Từ (3) và (4) tìm được $T'_{p2} \approx 292,4 \text{ K}$ hay nhiệt độ cần đặt là $19,4^\circ\text{C}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

3. Gọi số % thời gian máy điều hòa hoạt động trên tổng số thời gian trong điều kiện đã cho trong hai chế độ thuận (làm mát) và nghịch (bơm nhiệt lượng) lần lượt là x và y ta có:

$$x P \frac{T_p}{(T_n - T_p)} = A(T_n - T_p)$$

$$y P \frac{T'_p}{(T'_{p'} - T_n)} = A(T'_{p'} - T_n)$$

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{299}{297} > 1$, chứng tỏ để duy trì nhiệt độ ổn định máy lạnh phải chạy lâu hơn bơm nhiệt. Do hai máy bắt đầu cùng chạy từ các điều kiện như nhau nên bơm nhiệt lượng sẽ ngắt lần đầu trước máy lạnh.

CHƯƠNG X.
CHUYỂN PHA, ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ
X.1 ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ

Bài 1.

Áp dụng phương trình Clapérôn-Mendêleef cho hơi bão hòa trong xilanh ở trạng thái đầu và trạng thái cuối ta được (lưu ý khi giảm thể tích thì áp suất không đổi):

$$p_b V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \rightarrow m_1 = \frac{p_b V_1 \mu}{RT_1}$$

$$p_b V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \rightarrow m_2 = \frac{p_b V_2 \mu}{RT_2} \quad (T_2 = T_1 = 373K)$$

$$\rightarrow \text{khối lượng nước ngưng tụ là } \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{p_b \mu}{RT} (V_1 - V_2) = 2g$$

Bài 2.

$$18g H_2O = 1mol$$

$$14g N_2 = 0,5 mol$$

a). Nếu nước bay hơi hoàn toàn và chiếm toàn bộ 20l thì áp suất là:

$$p = \frac{RT}{V} = \frac{8,31 \cdot 373}{0,020} = 154980Pa > 10^5 Pa$$

Nước không thể bay hơi hết, áp suất ở A phải bằng $10^5 Pa$ nếu nước bay hơi một phần, hoặc lớn hơn $10^5 Pa$ khi nước ở thể lỏng ($V_A = 0$)

+ Nếu thể tích phần B chiếm toàn bộ 20l thì áp suất là:

$$p = 0,5 \frac{RT}{V} = \frac{8,31 \cdot 373}{0,020} = 77490Pa < 10^5 Pa$$

Do đó phải có một phần nước bay hơi và: $p_A = p_B = 10^5 \text{ Pa}$

Suy ra

$$V_B = 0,5 \frac{RT}{105} = 0,0155 \text{ m}^3 \approx 15,5 \text{ (lit)}$$

$$V_A = 4,5 \text{ l}$$

b) Nếu vách ngăn bị thủng, thì trong bình hỗn hợp N_2 và hơi nước bão hòa:

$$P_A = p_B = 100000 + 77490 = 177490 \text{ Pa}$$

Bài 3. Khi đưa hơi nước vào nhiệt lượng kế thì hơi nước tỏa nhiệt và ngưng tụ, nước được ngưng tụ lại tiếp tục tỏa nhiệt để giảm nhiệt về 40°C :

$$Q_{tỏa} = L \cdot m_{hơi nước} + m(100-40) = L \cdot 10 + 60 \cdot 10 \quad (m = m_{hơi nước})$$

Nhiệt lượng tỏa ra làm nóng nhiệt lượng kế và nước:

$$Q_{thu} = q(40-20) + 290 \cdot 4,18(40-20)$$

Định luật bảo toàn năng lượng ta được: $Q_{tỏa} = Q_{thu} \rightarrow L = 2,26 \cdot 10^3 \text{ J/g}$

Bài 4. Ta có: $a = \frac{m}{V} = \frac{\mu p_{hn}}{RT}$, $p_{hn} = f \cdot p_b = 0,64 p_b \rightarrow a = 20,3 \text{ g/m}^3$.

Sử dụng điều kiện: $p_b(T_n) = p_{hn} \rightarrow ART_n = aRT = fART \rightarrow T_n = fT = 0,64 \cdot 30 = 19,2^\circ\text{C}$

Bài 5. Ta có: $a = \frac{m}{V} = \frac{\mu p_{hn}}{RT}$, $p_{hn} = f \cdot p_b = 0,64 p_b \rightarrow a = 20,3 \text{ g/m}^3$.

Sử dụng điều kiện: $p_b(T_n) = p_{hn} \rightarrow ART_n = aRT = fART \rightarrow T_n = fT = 0,64 \cdot 30 = 19,2^\circ\text{C}$

Bài 6. Trong trường hợp này, rõ ràng trạng thái cuối cùng của hơi là chưa bão hòa. Sử dụng định nghĩa của độ ẩm tương đối ở dạng (3), ta có thể viết điều kiện bảo toàn khối lượng hơi dưới dạng:

$$m_{h1} = \rho_{h1}V_1 = f_1\rho_{bh}V_1$$

$$m_{h2} = \rho_{h2}V_2 = f_2\rho_{bh}V_2$$

$$m = \rho_h(V_1 + V_2) = f\rho_{bh}(V_1 + V_2)$$

$$f_1\rho_{hh}V_1 + f_2\rho_{hh}V_2 = f\rho_{hh}(V_1 + V_2)$$

Từ đó ta tìm được:

$$f = \frac{f_1V_1 + f_2V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,4 \cdot 10 + 0,6 \cdot 10}{10 + 10} = 0,5 = 50\%$$

Bài 7. Khối lượng hơi nước trong phòng với độ ẩm đã cho được xác định từ phương trình Mendeleev- Claperon:

$$m = \frac{p_h VM}{RT} = \frac{(f \cdot p_{bh}) VM}{RT}$$

Để tăng độ ẩm từ f_1 tăng lên f_2 với nhiệt độ không đổi cần tăng khối lượng hơi trong phòng lên một lượng

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{(f_2 - f_1) p_{bh} V \mu}{RT} = \frac{0,5 - 0,25}{8,31 \cdot 300} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 49,8 \cdot 29 = 324g$$

Bài 8. Như ta đã biết, áp suất hơi bão hòa ở 100°C là $p_{bh} = p_0 = 1 \text{ atm} = 100\text{kPa}$. Do đó áp suất riêng phần của hơi nước ở trạng thái ban đầu bằng:

$$P_{h1} = f \cdot p_0 = 0,4 p_0.$$

áp suất riêng phần của không khí khô là

$$p_{kk1} = p_1 - p_{h1} = 2p_0 - 0,4p_0 = 1,6 p_0.$$

Nếu không xảy ra ngưng tụ, thì áp suất riêng phần của hơi tăng 3 lần và trở nên lớn hơn áp suất hơi bão hòa, nhưng điều đó là không thể. Điều này có nghĩa là tại một thời điểm nào đó, bắt đầu có sự ngưng tụ, và áp suất riêng của hơi trở nên bằng áp suất hơi bão hòa:

$$P_{h2} = p_{bh} = p_0.$$

Còn áp suất của không khí khô tăng 3 lần và bằng

$$p_{kk2} = 3 p_{kk1} = 4,8 p_0.$$

Vậy áp suất cuối cùng bằng:

$$P_2 = p_{kk2} + p_{h2} = 5,8 \cdot p_0 = 580 \text{ kPa}.$$

Bài 9. Áp suất riêng phần của hơi nước trong khí quyển là:

$$p_1 = f_1 \cdot p_{bh1} = 0,80 \cdot 6200 = 4960 \text{ Pa}$$

Khối lượng hơi nước chứa trong 1m^3 không khí là: $m_1 = \frac{4960.18}{8,31.310} = 34,66\text{g}$

Khi nhiệt độ hạ xuống 7°C thì không khí bão hòa, khối lượng hơi nước chứa trong 1m^3 không khí là: $m_2 = \frac{1000.18}{8,31.280} = 7,736\text{g}$

a. Khối lượng nước ngưng tụ mỗi giây trong máy là:

$$M = 0,04 \left(m_1 - \frac{280}{310} m_2 \right) = 1,1\text{g}$$

b. Độ ẩm tương đối của không khí trong buồng là:

$$f = \frac{p_{bh2}}{p_{bh1}} = \frac{1000}{3190} = 0,31 = 31\%$$

Bài 10.

Kí hiệu p_{A1}, p_{A2} là áp suất riêng phần của hơi nước tại điểm 1 và 2, ta sẽ có:

$$p_{A2} = p_{bA} \text{ và } p_{A1}V_1 = p_{A2}V_2 \text{ (định luật Bô-i-lơ-Ma-ri-ết).}$$

Ngoài ra lại có: $p_1V_1 = p_2V_2$

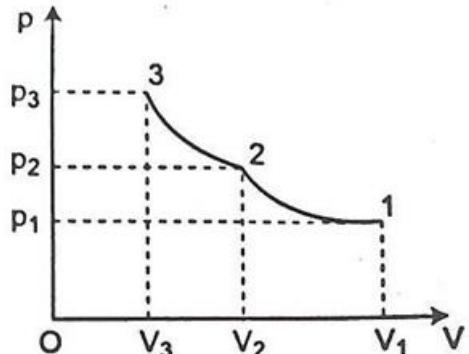
Từ ba phương trình trên, có thể tính được độ ẩm tương đối của không khí ở điểm 1: $f = \frac{p_{A1}}{p_{A2}} = \frac{p_1}{p_2}$

Tại các điểm 2 và 3 đều có $p_{A2} = p_{bA}$. Do đó độ ẩm tương đối của không khí tại các trạng thái biểu diễn bởi các điểm đó là 100%.

Bài 11. Quá trình nén đằng đằng áp và đằng nhiệt (vì nén chậm) ở áp suất hơi bão hòa ở 100°C .

$$\text{Vậy ta có: } A = \int dA = \int pdV = p \int dV = p\Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} RT = \frac{0,7}{18} \cdot 8,31 \cdot 373 = 120,5\text{J}$$

Chú ý: Trong quá trình làm bài toán về hơi nước bão hòa cần phải xem trong dữ kiện bài toán hơi nước khi đó được coi là khí lý tưởng hay khí thực để áp dụng công thức cho phù hợp.



Bài 12. Từ phương trình trạng thái ta có:

$$p_o V_o = \frac{m_o}{\mu} R T_o \Leftrightarrow m_o = \frac{\mu p_o V_o}{R T_o}$$

Sau khi ngưng tụ:

$$p_o V = \frac{m}{\mu} R T_o \Leftrightarrow m = \frac{\mu p_o V}{R T_o}$$

$$m_{long} = m_o - m = \frac{\mu p_o V_o}{R T_o} - \frac{\mu p_o V}{R T_o} = \frac{\mu p_o (V_o - V)}{R T_o}$$

Thay số vào ta được

$$m_{long} = \frac{18.101,3.10^3(5-1,6).10^{-3}}{8,31.373} = 2,0g$$

Bài 13. Giả sử hơi nước bão hòa là khí lý tưởng. Khi đó KLR của hơi nước được tính theo công thức:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$$

$$d_1 = \frac{p\mu}{RT_1} = \frac{2,6.10^3.0,6.0,018}{8,31.925} kg / m^3$$

$$d_2 = \frac{p_2\mu}{RT_2} = \frac{1,2.10^3.0,018}{8,31.28,3} kg / m^3$$

$$d_1 - d_2 = 11,45.10^{-3} - 9,2.10^{-3} = 2,25g / m^3$$

Bài 14. Khối lượng riêng của hơi là $\rho = \frac{m}{V}$, trong đó m là khối lượng hơi và V là thể tích hơi. Từ phương trình Mendeleev-Clapcyron suy ra

$$\rho_{hb} = \frac{p_{bh}\mu}{RT} = \frac{10^5[\text{Pa}].18[\text{kg/mol}]}{8,3.10^3[\text{J/mol.K}].373[\text{K}]} = 0,57[\text{kg/m}^3]$$

Từ đó,

$$\frac{\rho_{bh}}{\rho_{H_2O}} = \frac{0,57}{10^3} = 5,7.10^{-4} \ll 1, \rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Khi sử dụng phương trình Mendeleev-Clapeyron để giải các bài toán về tính chất của hơi cần lưu ý rằng khối lượng hơi m ở trong một bình kín có thể thay đổi khi thay đổi các thông số p, V và T. Khối lượng hơi giảm do sự ngưng tụ của nó và ngược lại tăng lên khi bay hơi chất lỏng trong bình. Ví dụ khi nén đẳng nhiệt, hơi ở thể tích V_0 trở thành hơi bão hòa. Khi giảm thể tích V tiếp theo, khối lượng hơi m cũng giảm tỷ lệ với thể tích sao cho áp suất hơi $p_0 = \frac{RTm}{\mu V}$ không đổi

Bài 15. a) Từ phương trình Mendeleev-Clapeyron : $m = \frac{p_{bh}V\mu}{RT}$,

suy ra trong đó p_{bh} là áp suất hơi bão hòa. Do đó,

$$T_1 = 293K, \quad p_{bh} = 2,3.10^5 \text{ N/m}^2 \Rightarrow m_1 = 9.10^{-5} \text{ kg},$$

$$T_2 = 393K, \quad p_{bh} = 10^5 \text{ N/m}^2 \Rightarrow m_2 = 3.10^{-3} \text{ kg}.$$

Rõ ràng là $m_2 > m_n > m_1$. Vì thế ở nhiệt độ $t_1 = 20^\circ\text{C}$, hơi nước trong bình trở thành hơi bão hòa và áp suất của nó là $p_1 = 2,3.10^3 \text{ N/m}^3 = 2,3.10^3 \text{ Pa}$. Áp suất của hơi không bão hòa ở nhiệt độ $t_2 = 100^\circ\text{C}$ tìm được theo khối lượng của nó từ phương trình Mendeleev-Clapeyron

$$p_2 = \frac{m_n RT_2}{\mu V} = \frac{10^{-3}.8,3.10^3.373}{18.5.10^{-3}} = 3,4.10^4 (\text{N/m}^2)$$

b) Khi nối với bình thứ hai, thể tích hơi chiếm chỗ tăng gấp đôi. Do đó, cả khối lượng nước tối thiểu cần để làm bão hòa hơi có thể tích nói trên cũng tăng gấp đôi. Tuy nhiên, trước hết nó nhỏ hơn khối lượng nước trong bình. Vì thế, hơi trở thành hơi bão hòa và áp suất của nó là $p_3 = 2,3.10^3 \text{ N/m}^3$.

Khi giải bài toán này không cần, tính đến thể tích nước chiếm chỗ trong bình. Điều đó là do thể tích nước là nhỏ so với thể tích bình.

Bài 16. Ở cạnh chai sữa, nhiệt độ của không khí ẩm trở thành $t_1 = 5^\circ\text{C}$. Chai không đổ mồ hơi nếu độ ẩm tương đối của không khí ở nhiệt độ này không vượt quá 100%

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$f = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot 100\% \leq 100\%$$

trong đó $\rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1}$ là khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở $T_1 = 278^\circ K$ và là độ ẩm tuyệt đối của không khí ở trong phòng mà nó không phụ thuộc vào nhiệt độ. Do đó, độ ẩm tuyệt đối cực đại của không khí mà khi đó chai còn chưa đầy mồ hôi là $\rho_0 = \rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1}$. Độ ẩm tương đối tương ứng của không khí ở nhiệt độ $T_2 = 298^\circ K$ là

$$f_0 = \frac{\rho_0}{\rho_2} \cdot 100\% = \frac{866.298}{3192.278} \cdot 100\% \approx 30\%.$$

Bài 17. Áp suất của không khí ẩm bằng tổng áp suất riêng phần của không khí khô và của hơi nước:

$$p = p_k + p_h \quad (1)$$

Khối lượng riêng của không khí ẩm bằng

$$\rho = \rho_k + \rho_h, \quad (2)$$

ở đây ρ_k là khối lượng riêng của không khí khô, ρ_h là khối lượng riêng của hơi nước.

Theo phương trình trạng thái:

$$p_h = \frac{\rho_h}{M_h} RT \quad (3) \quad \text{và} \quad p_k = \frac{\rho_k}{M_k} RT \quad (4)$$

Thay (3) và (4) vào (1) và (2) rồi giải ra sẽ được:

$$\rho_k = \frac{\rho M_k - p M_k M_h / (RT)}{M_k - M_h}, \quad \rho_h = \frac{p M_h M_k / (RT) - \rho M_h}{M_k - M_h}$$

Từ các phương trình trạng thái (3) và (4) tìm được:

$$\frac{p_h}{p_k} = \frac{M_k \rho_h}{M_h \rho_k} = \frac{1 - p M_k / (RT \rho)}{p M_h / (RT \rho) - 1} \approx \frac{1}{37}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nếu dùng bảng tra cứu chúng ta sẽ thấy rằng hơi nước trong điều kiện của bài toán ở trạng thái gần bão hòa.

Bài 18. áp suất hơi bão hòa ở $t_1 = 100^{\circ}\text{C}$ là $p_{1h} = 10^5\text{Pa} = 760 \text{ mmHg}$, còn ở $t_2 = 97^{\circ}\text{C}$ là $p_{2h} = 680 \text{ mmHg}$. Từ phương trình trạng thái suy ra khối lượng hơi nước trong buồng hơi ở hai nhiệt độ t_1 và t_2 tương ứng bằng:

$$m_1 = \frac{a_1 p_{1h} VM_h}{RT_1 100\%} \quad \text{và} \quad m_2 = \frac{a_2 p_{2h} VM_h}{RT_2 100\%}$$

ở đây $M_h = 18\text{g/mol}$. Như vậy lượng nước tạo thành do hơi nước ngưng tụ là:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{VM_h}{R \cdot 100\%} \left(\frac{a_1 p_{1h}}{T_1} - \frac{a_2 p_{2h}}{T_2} \right) \approx 1,6\text{kg}$$

Bài 19. Lúc đầu nước chiếm thể tích 1cm^3 , trong khi đó thì từ phương trình trạng thái dễ thấy hơi chiếm thể tích không nhỏ hơn 12lít , vì vậy có thể bỏ qua thể tích của nước. Vì trong xilanh có nước nên hơi lúc đầu là bão hòa và áp suất của nó bằng $p_{1h} = 10^5\text{Pa}$. Ở cuối thí nghiệm áp suất của hơi bằng $p_2 = 0,5p_{1h} = 0,5 \cdot 10^5\text{Pa}$, khi đó lực tác dụng của lò xo lên pittông cũng giảm đi một nửa. Toàn bộ nước khi đó đã bay hơi vì pittông ngừng chuyển động và hơi không còn bão hòa.

Giả sử lúc đầu khối lượng hơi nước bằng m_h . Khi đó, lúc bắt đầu thí nghiệm:

$$p_{1h}V = \frac{m_h}{M_h} RT,$$

ở đây M_h là khối lượng một mol hơi nước. Lúc cuối thí nghiệm:

$$\frac{1}{2} \frac{p_{1h}V}{2} = \frac{m_h + M - m}{M_h} RT$$

Từ hai phương trình này chúng ta nhận được:

$$m_h = \frac{4}{3}(m - M) = 8\text{g}$$

Thể tích của hơi sẽ là

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$V = \frac{m_h RT}{M_h p_{1h}} = 13,8 \text{ lít}$$

Bài 20. Sự sôi là khi có bọt khí nổi lên bề mặt.

Khi áp suất $p > p_{bh}$ thì bọt khí sẽ vỡ. Coi thể tích phần hơi không đổi và bằng V_0 thì áp suất phần trên là

$$p = p_K + p_{hoi} = \frac{RT}{V_0} + \frac{nRT}{V_0} = \frac{RT}{V_0}(1+n).$$

Với n là số mol khí hay hơi, coi lúc đầu có 1 mol khí.

Áp suất bọt khí:

$$p' = p_{phu} + p_{hoi} = \frac{2\alpha}{R} + \frac{n'RT}{V_0'}$$

Với $\alpha = 73 \cdot 10^{-3}$ nhỏ nên bỏ qua.

$$\text{So sánh } \frac{1+n}{V_0} > \frac{n'}{V_0'}$$

Nên bọt khí không thể vỡ

$$\text{Hoặc ta có: } \frac{dp}{dT} = \frac{L}{T \cdot V_{hoi}}$$

$$\Rightarrow p_{bh} = e^{-\frac{L}{nR} \frac{1}{T} + C}$$

2.Nhận thấy khi T tăng thì áp suất hơi bão hòa tang rất nhanh theo hàm số mũ.

\Rightarrow muốn sôi được thì phải giảm áp suất hơi bão hòa \Rightarrow có van thoát khí.

Chính vì thế ở nắp vung của xoong nồi phải có 1 lỗ nhỏ để làm van thoát khí.

Bài 21. Trong thể tích V của không khí ngoài phòng chứa

$$m_1 = \frac{f_1 p_1 V}{100\%} = \frac{f_1 p_1 \mu V}{RT_1 \cdot 100\%} = \frac{80.74 \cdot 10^3 \cdot 18.3}{100.83 \cdot 10^3 \cdot 313} = 0,12(\text{kgH}_2\text{O}),$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

trong đó $\rho_1 = \frac{p_1 \mu}{RT_1}$ là khói lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ $T_1 = 313K$. Khói lượng này lớn hơn khói lượng m_2 của hơi nước bão hòa trong cùng thể tích ở nhiệt độ $T_2 = 278K$.

$$m_2 = \rho_2 V = \frac{p_2 \mu V}{RT_2} = \frac{866.18,3}{8,3 \cdot 10^3 \cdot 278} \approx 0,02(kg).$$

Do đó, trong máy điều hòa mỗi giây ngưng tụ một khói lượng nước làm $= m_1 - m_2 \approx 0,1(kg)$.

Vì giả thiết trong phòng, nước không bị bay hơi bổ sung vào trong không khí nên độ ẩm tuyệt đối của không khí được thiết lập giống như đối với không khí được làm lạnh trong máy điều hòa đến nhiệt độ T_2

$$\rho = \rho_2 = \frac{p_2 \mu}{RT_2}.$$

Độ ẩm tương đối tương ứng ở nhiệt độ $T_3 = 298K$ là

$$f = \frac{\rho}{\rho_3} \cdot 100\% = \frac{p_2 T_3}{p_3 T_2} \cdot 100\% = \frac{866.298}{3192.278} \cdot 100\% = 30\%.$$

Bài 22. Khối lượng m của không khí ẩm hàng tổng khối lượng m_1 của không khí khô và khối lượng m_2 của hơi nước

$$m = m_1 + m_2$$

Từ phương trình Mendeleev-Clapeyron suy ra

$$m_1 = \frac{p_1 V \mu_1}{RT}, m_2 = \frac{p_2 V \mu_2}{RT}$$

trong đó $\mu_1 = 29 \text{ kg/kmol}$, $\mu_2 = 18 \text{ kg/kmol}$ là các khói lượng mol của không khí và nước, p_1 và p_2 tương ứng là áp suất riêng phần của không khí và hơi nước.

Theo điều kiện bài toán, $p_2 = \frac{f}{100\%} p_{bh}$. Theo định luật Dalton,

$$p_1 = p - p_2 = p - \frac{f}{100\%} p_{bh}$$

Từ đó,

$$\begin{aligned} m = m_1 + m_2 &= \frac{V}{RT} \left[p\mu_1 - \frac{f}{100\%} p_{bh}(\mu_1 - \mu_2) \right] \\ &= \frac{50}{8,3 \cdot 10^3 \cdot 293} \left[10^5 \cdot 29 - \frac{60}{100} \cdot 2,3 \cdot 10^3 (29 - 18) \right] = 58(\text{kg}) \end{aligned}$$

Như vậy, khi tăng độ ẩm f ở nhiệt độ và áp suất không đổi thì khối lượng m của không khí ẩm trong phòng giảm (do $\mu_1 - \mu_2 > 0$). Khi tăng độ ẩm lên một lượng là Δf thì sự thay đổi khối lượng là

$$\Delta m = \frac{p_{bh}V}{RT} (\mu_1 - \mu_2) \frac{\Delta f}{100\%} = \frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot 50}{8,3 \cdot 10^3 \cdot 293} (29 - 18) \frac{10}{100} = 0,05(\text{kg})$$

Sự giảm khối lượng của không khí ẩm trong phòng khi tăng độ ẩm có thể được giải thích nhờ định luật Avogadro là trong các thể tích như nhau ở cùng một nhiệt độ và áp suất chứa cùng một số phân tử của bất kì chất khí nào. Khi tăng độ ẩm của không khí, tổng số phân tử của không khí ẩm trong phòng không thay đổi và chỉ xảy ra sự thay thế một phần các phân tử không khí bằng các phân tử nước. Như vậy, có sự tăng số phân tử hơi nước và sự giảm số phân tử không khí khô. Vì $\mu_1 < \mu_2$ lên khối lượng không khí ẩm giảm.

Bài 23. a) Lực đẩy Acsimét là

$$F = \rho g V = \frac{p_0 V \mu g}{R T_0}$$

b) Từ điều kiện cân bằng của một lớp khí mỏng dày dz tính được $dp = -\rho g dz$

Mặt khác $p = \frac{\rho R T}{\mu}$ với $T = T_0 - az$ từ đó :

$$dp = \frac{R}{\mu} (\rho dT + T_0 d\rho - az d\rho) = -\rho g dz$$

$$\text{Có } dT = -adz \text{ nên } \frac{R(T_0 - az)d\rho}{\mu\rho} = \left(\frac{R}{\mu} a - g \right) dz$$

$$\text{tính được} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{aR - \mu g}{R(T_0 - az)} dz$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Từ đó tính được $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu_{kk}-1}{Ra}}$; $F = \rho Vg = \rho_0 Vg \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu_{kk}-1}{Ra}}$ với $\rho_0 = \frac{p_0 \mu}{RT_0}$

2. Gọi M là khối lượng của quả cầu, ρ_{kk} khối lượng riêng của không khí khô, A là khối lượng riêng của hơi nước ở trạng thái bão hòa, α là độ ẩm tương đối, lực nâng của không khí ẩm là:

$$F = [V(\rho_{kk} + \alpha A) - M]g$$

Khi độ ẩm tăng thêm 10%:

$$F' = [V(\rho_{kk} + \alpha A + \Delta\rho_{kk} + 0,1A) - M]g \text{ suy ra } \Delta F = gV[\Delta\rho_{kk} + 0,1A]$$

Áp suất không khí ẩm được xác định theo Danton:

$$p = p_{kk} + p_{hn} \Rightarrow \Delta p = \Delta p_{kk} + \Delta p_{hn}$$

Vì áp suất p không đổi nên $\Delta p_{kk} = -\Delta p_{hn}$; Áp suất riêng phần của hơi nước và không khí lần lượt là:

$$p_{hn} = \frac{\rho_{hn} RT}{\mu_{hn}} ; p_{kk} = \frac{\rho_{kk} RT}{\mu_{kk}}$$

Từ đó tính được:

$$\frac{\Delta p_{kk}}{\mu_{kk}} = \frac{-\Delta p_{hn}}{\mu_{hn}} = \frac{-0,1A}{\mu_{hn}} \text{ suy ra } \Delta p_{kk} = -\frac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}} \cdot 0,1A (*)$$

Theo (*) dấu trừ chứng tỏ khi độ ẩm tăng thì khối lượng riêng của không khí giảm, do đó $\Delta F = 0,1 \left(1 - \frac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}}\right) AgV \approx -0,061AgV$. Lực nâng giảm.

Bài 24. Gọi áp suất hơi nước bão hòa ở nhiệt độ đã cho là p_0 , áp suất riêng phần của không khí và hơi nước ở trạng thái đầu và trạng thái cuối lần lượt là $p_{kk1}, p_{hn1}, p_{kk2}, p_{hn2}$. Theo bài ra ta có: $P_1 = p_{kk1} + p_{hn1} = p_{kk1} + 0,8p_0$.

Theo bài ra hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái lí tưởng mà P_1V_1 lớn hơn P_2V_2 nên trong trạng thái cuối cùng một phần hơi nước đã ngưng tụ và áp suất của hơi nước ở trạng thái cuối chính bằng áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ đang xét, $p_{hn2} = p_0$.

Vì vậy độ ẩm của không khí ở trạng thái cuối là $p_{hn2}/p_0 = 100\%$.

Áp suất không khí ở trạng thái đầu và áp suất hơi nước bão hòa được xác định từ phương trình:

$$\begin{cases} p_{kk1} + 0,8p_0 = 100 \\ \frac{50}{24,7}p_{kk1} + p_0 = 200 \end{cases} \Rightarrow p_0 \approx 3,92 \text{ kPa}, p_{kk1} \approx 96,9 \text{ kPa}.$$

Từ bảng áp suất hơi nước bão hòa có thể lấy gần đúng nhiệt độ của hệ là 302K.

Từ đó tính được khối lượng không khí trong bình: $m_{kk} = \mu_{kk} \frac{p_{kk1}V_1}{RT} \approx 55,97 \text{ g}$

Công mà khí tác dụng lên pit-tông gồm công của không khí và công của hơi nước (chia thành hai giai đoạn):

$$A = p_{kk1}V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 0,8p_0V_1 \ln\left(\frac{0,8V_1}{V_1}\right) + p_0(V_2 - 0,8V_1) = -3,51 \text{ kJ}$$

Trong quá trình nén trên hỗn hợp nước và hơi nước tỏa nhiệt. Nhiệt lượng này gồm nhiệt lượng tỏa ra khi nén hơi nước ở độ ẩm 80% đến khi bão hòa và nhiệt lượng hơi nước bão hòa tỏa ra khi ngưng tụ:

Khối lượng nước toàn phần: $m_n = \mu_n \frac{0,8p_0V_1}{RT} \approx 1,125 \text{ g}$.

Khối lượng hơi nước ở trạng thái cuối: $m_h = \mu_n \frac{p_0V_2}{RT} \approx 0,695 \text{ g}$.

Vậy khối lượng nước dạng lỏng ở trạng thái cuối $\Delta m = m_n - m_h = 0,43 \text{ g}$

$$Q = 0,8p_0V_1 \ln\left(\frac{0,8V_1}{V_1}\right) - L \cdot \Delta m = -1,003 \text{ kJ}.$$

Bài 25. Với: $t_1 = 100^\circ\text{C}$, nên áp suất hơi bão hòa bằng áp suất khí quyển: $p_{bh1} = 760 \text{ mmHg}$

$$\rightarrow p_{bh2} = 760 - 80 = 680 \text{ mmHg}.$$

$$TT1 \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 100 + 273 = 373 K \\ p_1 = \varphi_1 p_{bh1} \\ V_1 = V \\ m_1 = ? \end{array} \right. \rightarrow m_1 = \frac{p_1 V \mu_h}{RT_1} = \frac{\varphi_1 p_{bh1} V \mu_h}{RT_1}$$

$$TT2 \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 97 + 273 = 370 K \\ p_2 = \varphi_2 p_{bh2} \\ V_1 = V \\ m_2 = ? \end{array} \right. \rightarrow m_2 = \frac{p_2 V \mu_h}{RT_2} = \frac{\varphi_2 p_{bh2} V \mu_h}{RT_2}$$

Nhiệt độ giảm nên hơi nước ngưng tụ, vậy $m_2 < m_1$, khối lượng nước “bị lăng xuống” (ngưng tụ) là:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \left(\frac{\varphi_1 p_{bh1}}{T_1} - \frac{\varphi_2 p_{bh2}}{T_2} \right) \frac{V \mu_h}{R} = 4,8 kg.$$

Bài 26. Trong bình gồm nước, hơi bão hòa và không khí.

Xét riêng không khí:

$$TT_1 \left\{ \begin{array}{l} p_{k1} = V_{k1} = 20 lít \\ V_{k1} = V_k = 20 lít \end{array} \right. \text{biến đổi với nhiệt độ không đổi} \rightarrow TT_2 \left\{ \begin{array}{l} p_{k2} = V_{k2} = 40 lít \\ V_{k2} = V_2 = 40 lít \end{array} \right.$$

vì khối lượng không khí không thay đổi nên quá trình biến đổi trên là quá trình đẳng nhiệt, vậy ta có:

$$p_{k1} = \frac{p_{k1} - V_1}{V_2} = \frac{p_{k1}}{2} \quad (1)$$

Xét riêng hơi nước, cuối quá trình biến đổi lượng nước trong bình vẫn còn nên hơi nước vẫn ở trạng thái bão hòa, tuy nhiên khối lượng hơi nước thay đổi có một lượng nước bị bay hơi khi hệ tăng thể tích. Ta có hơi nước thực hiện quá trình biến đổi trạng thái với các thông số như sau:

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\text{TT}_1 \begin{cases} p_{h1} = p_{bh} \\ V_{h1} = V_1 \\ T_1 = T \\ m_{h1} = ? \end{cases}; \quad \text{TT}_2 \begin{cases} p_{h2} = p_{bh} \\ V_{h2} = V_2 \\ T_2 = T \\ m_{h2} = ? \end{cases}$$

Theo giả thiết: $p_1 = p_{k1} + p_{bh} = 3 \text{ atm}$ và $p_2 = p_{k2} + p_{bh} = 2 \text{ atm}$ (2).

Kết hợp (1) và (2), giải hệ ta được: $p_{bh} = 1 \text{ atm}$.

Vì $p_{bh} = 1 \text{ atm}$ nên nhiệt độ hơi nước lúc này $t = 100^{\circ}\text{C} \rightarrow T = 373K$.

Từ đó ta tính được khối lượng hơi nước ở hai trạng thái trên:

$$m_{h1} = \frac{p_{bh}V_1\mu_h}{RT} = \frac{10^5 * 20 * 10^{-3} * 18}{8,31 * 373} = 12 \text{ g}$$

$$m_{h2} = \frac{p_{bh}V_2\mu_h}{RT} = \frac{10^5 * 40 * 10^{-3} * 18}{8,31 * 373} = 24 \text{ g}$$

Vậy khối lượng nước lúc đầu và cuối là:

$$m_{n1} = m - m_{h1} = 24 \text{ g}; m_{n2} = m - m_{h2} = 12 \text{ g}.$$

Bài 27. Khi nung nóng đẳng áp chậm để nhiệt độ và thể tích của hệ tăng nên nước sẽ bay hơi. Giả sử nước không hoá hơi hoàn toàn thì với quá trình đẳng áp, tức $p_{bh1} = p_{bh2}$ thì điều này mâu thuẫn với giả thiết. Vậy cuối quá trình nước đã hoá hơi hoàn toàn. Xét quá trình biến đổi trạng thái của hơi nước với các thông số:

$$\text{TT}_1 \begin{cases} p_{h1} = p_{bh1} \\ V_{h1} = V_1 \\ T_1 = ? \\ m_{h1} = \frac{2}{3}m \end{cases}; \quad \text{TT}_2 \begin{cases} p_{h2} = p_{bh1} \\ V_{h2} = V_1 + 0,54V_1 = 1,54V_1 \\ T_2 = 373 K \\ m_{h2} = m \end{cases}$$

Ta có:

$$m_{h1} = \frac{p_{bh1}V_1\mu_h}{RT_1} = \frac{2}{3}m$$

$$m_{h2} = \frac{p_{bh2}V_2\mu_h}{RT_2} = m$$

Lập tỉ số ta được: $\frac{2}{3} = \frac{V_1 T_2}{1,54 V_1 T_1} = \frac{373}{1,54 T_1} \rightarrow T_1 = 363K.$

Bài 28. Trong quá trình đanding nhiệt áp suất giảm 2 lần còn thể tích tăng lên 3 lần. Vì vậy hệ chất lỏng - hơi với khối lượng $m_l + m_h$ từ trạng thái ban đầu ứng với điểm 3 trên giản đồ chuyển sang trạng thái cuối ứng với điểm 1 trên giản đồ. Đến trạng thái trung gian 2, toàn bộ chất lỏng đã bay hơi hết dưới áp suất không đổi $p = p_{hd}$ và chiếm thể tích V_2 :

$$p_{hd}V_2 = \frac{m_h + m_l}{M_h} RT$$

ở đây M_h là khối lượng một mol hơi nước. ở trạng thái cuối, cũng khối lượng hơi đó dưới áp suất $p_1 = p_{hd}/\alpha$ và cũng ở nhiệt độ đó chiếm thể tích V_1 :

$$p_1 V_1 = \frac{m_h + m_l}{M_h} RT$$

Theo điều kiện của bài toán ở trạng thái đầu hơi nước có khối lượng m_h chiếm thể tích $V_3 = V_1/\beta$:

$$p_{hd}V_3 = \frac{m_h}{M_h} RT$$

Từ các phương trình này chúng ta tìm được:

$$V_1 = \alpha V_2,$$

$$\frac{m_h + m_l}{m_h} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1/\alpha}{V_1/\beta} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Suy ra:

$$\frac{m_l}{m_h} = \frac{\beta}{\alpha} - 1 = \frac{1}{2}$$

Bài 29. Không khí ẩm bao gồm không khí và hơi nước.

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

Xét riêng không khí, ta có: $\rho_k = \frac{m_k}{V} = \frac{p_k \mu_k}{RT}$.

Xét hơi nước, tương tự ta có: $\rho_h = \frac{m_h}{V} = \frac{p_h \mu_h}{RT}$.

Vì độ ẩm không khí bằng 100% nên $p_h = p_{bh}$.

Xét hỗn hợp, ta luôn có: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_k + m_h}{V} = \rho_k + \rho_h$ hay $\rho = \frac{p_k \mu_k}{RT} + \frac{p_h \mu_h}{RT}$; (1)

Mặt khác: $p = p_k + p_h = p_k + p_{bh}$ (2)

Từ (2), ta có: $p_k = p - p_{bh}$, thay vào (1) ta tìm được p_{bh} :

$$\rho RT = (p - p_{bh})\mu_k + p_{bh}\mu_h \rightarrow p_{bh} = \frac{\rho RT - p\mu_k}{\mu_n - \mu_k} = 2,7 * 10^3 Pa.$$

Bài 30. Xét hơi nước:

$$\begin{aligned} \text{TT}_1 \left\{ \begin{array}{l} p_1 = p_{bh1} \\ V_1 = V \\ T_1 = 90 + 273 \end{array} \right. ; \quad \text{TT}_2 \left\{ \begin{array}{l} p_2 \\ V_2 = 3V_1 \\ T_2 = 100 + 273 \\ m_2 = \frac{p_{bh2}V\mu_h}{RT_2} \end{array} \right. (2) \\ m_1 = \frac{p_{bh1}V\mu_h}{RT_1} \quad (1) \end{aligned}$$

ở trạng thái 2, nhiệt độ của hỗn hợp là 100^0C , nước bay hơi hoàn toàn, nên:

$$m_2 = m_1 + m_n = m_1 + \frac{29}{100}m_2 \rightarrow m_1 = \frac{71}{100}m_1 (3)$$

$$\text{Mặt khác từ (1) và (2), ta có: } m_1 = \frac{p_{bh1}T_2}{p_hT_1}m_2 (4)$$

$$\text{So sánh (3) và (4), ta được: } \frac{p_{bh1}T_2}{p_hT_1} = \frac{71}{100} \rightarrow p_{bh1} = \frac{71}{100} \frac{T_1}{T_2} p_h.$$

Bài 31. Xét hơi nước trong phòng trước và sau khi bay hơi thêm, ta có các thông số trạng thái như sau:

$$\text{TT}_1 \left\{ \begin{array}{l} p_1 = \varphi_1 p_{bh} \\ V_1 = 498 \text{ m}^3 \\ T_1 = 27 + 273 = T \\ m_1 = \frac{p_1 V \mu_h}{RT} \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\text{TT}_2 \left\{ \begin{array}{l} p_2 = \varphi_2 p_{bh} \\ V_2 = 498 \text{ m}^3 \\ T_2 = 27 + 273 = T \\ m_2 = \frac{p_2 V \mu_h}{RT} \quad (2) \end{array} \right.$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{V \mu_h p_{bh} (\varphi_1 + \varphi_2)}{RT}, \text{ thay số ta được } \Delta m = 0,988g.$$

Bài 32. Không khí ẩm bao gồm không khí và hơi nước. Bây giờ ta xét riêng quá trình biến đổi trạng thái của chúng.

Xét riêng không khí:

$$\text{TT}_1 \left\{ \begin{array}{l} p_{k1} \\ V_{k1} = V_1 \\ T_1 = 100 + 273 \end{array} \right.$$

$$\text{TT}_2 \left\{ \begin{array}{l} p_{k2} \\ V_{k2} = \frac{V_1}{3} \\ T_1 = 100 + 273 \end{array} \right.$$

Vì khối lượng không khí và nhiệt độ của chúng không thay đổi nên quá trình biến đổi của chúng tuân theo Định luật Boyle- Mariotte: $p_{k1}V_{k1} = p_{k2}V_{k2} \rightarrow p_{k2} = 3p_{k1}$.

Xét riêng hơi nước:

$$\text{TT}_1 \left\{ \begin{array}{l} p_{h1} = 40\% p_{bh} = 0,4 \text{ atm} \\ V_1 \\ T_1 = 100 + 273 \end{array} \right.$$

$$\text{TT}_2 \left\{ \begin{array}{l} p_{h2} \\ V_2 = \frac{V_1}{3} \\ T_2 = 100 + 273 \end{array} \right.$$

Khi giảm thể tích thì một phần hơi nước bị ngưng tụ, do đó áp suất hơi ở trạng thái 2: $p_{h2} = p_{bh}(\text{ở } 100^\circ C) = 1 \text{ atm}$.

Ta có: $p_{k1} + p_{h1} = 2 \rightarrow p_{k1} + 0,4 = 2 \rightarrow p_{k1} = 1,6 \text{ atm} \rightarrow p_{k2} = 3p_{k1} = 4,8 \text{ atm}$.

Vậy áp suất của không khí ẩm sau đó là: $p_2 = p_{k2} + p_{h2} = 4,8 + 1 = 5,8 \text{ atm}$.

Bài 33. Không khí ẩm bao gồm không khí và hơi nước. Bây giờ ta xét riêng quá trình biến đổi trạng thái của chúng.

Xét riêng không khí:

Vì khối lượng không khí và nhiệt độ của chúng không thay đổi nên quá trình biến đổi của chúng tuân theo Định luật Boyle- Mariotte: $p_{k1}V_{k1} = p_{k2}V_{k2} \rightarrow p_{k2} = 5p_{k1}$.

Xét riêng hơi nước, giả sử khi giảm thể tích hơi nước chưa ngưng tụ, khi đó khối lượng hơi nước sẽ không thay đổi nên quá trình biến đổi trạng thái của chúng tuân theo định luật B-M, do vậy ta được:

$$p_{h2} = 5p_{h1} \rightarrow p_2 = p_{k2} + p_{h2} = 5p_1, \text{ điều này trái với giả thiết là } p_2 = 4p_1.$$

Vậy quá trình giảm thể tích hỗn hợp ở nhiệt độ không đổi đã làm hơi nước ngưng tụ, vậy hơi cuối có áp suất bằng áp suất hơi bão hòa ở 100°C , tức $p_{h2} = p_{bh}(\text{ở } 100^{\circ}\text{C}) = 1 \text{ atm}$.

Theo giả thiết: $p_2 = 4p_1 \leftrightarrow p_{bh} + 5p_{k1} = 4p_1$ (1);

Mặt khác $p_1 = p_{k1} + \varphi_1 p_{bh} = 2$ (2).

Từ (2), rút p_{k1} thay vào (1) ta được:

$$p_{bh} + 5(2 - \varphi_1 p_{bh}) = 4 * 2, \text{ thay số ta được } \varphi_1 = 60\%.$$

Bài 34. Giả sử khối lượng của hơi và chất lỏng lúc đầu là m_h và m_l , còn nhiệt độ trong bình là T_d . Khi nung nóng đằng áp nhiệt độ của hỗn hợp không thay đổi chừng nào mà chất lỏng còn bay hơi. Theo giả thiết nhiệt độ được tăng đến $T_c = 373\text{K}$ thì có nghĩa là toàn bộ chất lỏng đã bay hơi (trạng thái 2 ở giản đồ trên) và hơi bây giờ có khối lượng $m_h + m_l$ đã được nung nóng thêm $\Delta T = T_c - T_d$. Chúng ta viết phương trình trạng thái cho trạng thái đầu và cuối của hệ:

$$pV_d = \frac{m_h}{M_h} RT_d$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$pV_c = \frac{m_h + m_l}{M_h} RT_c,$$

ở đây M_h khối lượng một mol hơi nước. Theo giả thiết

$$V_c = \beta V_d = 1,54V_c \quad \text{và} \quad \frac{m_h}{m_h + m_l} = \alpha = \frac{2}{3}.$$

Từ các phương trình trên chúng ta tìm được:

$$\frac{T_c}{T_d} = \beta\alpha,$$

và cuối cùng ta có:

$$\Delta T = T_c - T_d = T_c \frac{\beta\alpha - 1}{\beta\alpha} \approx 10K$$

Bài 35. Áp suất riêng phần của hơi nước trong khí quyển ở nhiệt độ t_1 là: $p_1' = 0,8p_1 = 5920$ (pa)

+ KLR của hơi nước ở $t_1=313^0K$ là: $D_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{p_1' \mu}{RT_1} = 0,041$ (kg/m^3) = 41 (g/m^3)

KLR của hơi nước bão hòa ở $T_2=278^0K$ là: $D_{2bh} = \frac{m_2}{V_2} = \frac{p_2 \mu}{RT_2} = 0,041$ (kg/m^3) = 6,8 (g/m^3) $< D_1$

Vậy ở 5^0C hơi nước trở nên bão hòa và có ngưng tụ.

+ Lượng nước ngưng tụ trong 1s ở máy là: $\Delta m = 3(D_1 - D_{2bh}) = 102,6$ (g/s)

b) Không khí trong phòng là không khí đã đi qua máy, nghĩa là KLR hơi nước bằng D_{2bh}

+ Nhưng nhiệt độ trong phòng là 25^0C nên hơi nước trong phòng không bão hòa.

+ KLR của hơi nước bão hòa ở 25^0C là: $D_{3bh} = \frac{p_3 \mu}{RT_3} = 23,19$ (g/m^3)

Vậy độ ẩm trong phòng là: $f = \frac{D_2}{D_3} = \frac{6,8}{23,19} = 29\%$

Bài 36. Nhận xét: Khi dịch chuyển pitông từ từ và sau đó thôi tác dụng lực lên nó thì pitông có thể đứng cân bằng ở một số vị trí, điều đó chứng tỏ giữa xi lanh và pitông có ma sát và ở các vị trí giới hạn mà pitông còn đứng cân bằng thì lực ma sát nghỉ là cực đại.

* Xét ở hai vị trí giới hạn:

+ Lực ma sát đều là F

+ Gọi p_o là áp suất không khí ẩm (p_o chính là áp suất bên ngoài bình), p_k là áp suất của thành phần khí lúc ban đầu, p_b là áp suất hơi nước bão hòa ở 30°C .

$$p_o = p_k + fp_b \quad (1)$$

+ Tại vị trí $V_2=bV_o$: chất khí bị giãn nở nhiệt nên: $p_oV_o = p_2V_2 \Rightarrow p_o = bp_2 = p_2 + \frac{F}{S} \quad (2)$

+ Tại vị trí $V_1=aV_o$: do hơi nước bị ngưng tụ nên chỉ có thành phần khí tuân theo định luật B-M :

$$p_kV_o = p_{k1}V_1 \Rightarrow p_k = ap_{k1} ;$$

$$\text{Mặt khác: } p_o + \frac{F}{S} = p_{k1} + p_b = p_b + \frac{p_k}{a} \quad (3)$$

+ Từ (1); (2); và (3) giải được: $f = a \left[1 - \frac{p_o}{p_b} \left(2 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \right] \approx 94,5\%$

Bài 37. a. Giả sử ban đầu toàn bộ hai chất lỏng đều ở thể hơi. Áp suất riêng phần của từng hơi:

$$p_1' = p_2' = \frac{n_1RT}{V_0} = 1,3 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 13 \text{ kPa}$$

$p_1' > p_1 \rightarrow$ hơi 1 ở trạng thái bão hòa

$p_2' < p_2 \rightarrow$ hơi 2 chưa bão hòa (hơi khô)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Trong giai đoạn nén, áp suất hơi 1 không đổi, áp suất hơi 2 tăng dần tới áp suất hơi bão hòa của nó. Gọi V_1 là thể tích xilanh khi hơi 2 bắt đầu đạt đến trạng thái bão hòa.

$$p_2 V_1 = p_2' V_0 \rightarrow V_1 = \frac{p_2' V_0}{p_2} = \frac{13 \cdot 10}{17} \approx 7,65 \text{ lít}$$

$$(\text{hoặc } V_1 = \frac{n_2 R T}{p_2})$$

$V_1 > \frac{V_0}{3} \rightarrow$ khi nén thể tích giảm 3 lần thì cả hai hơi đều bão hòa.

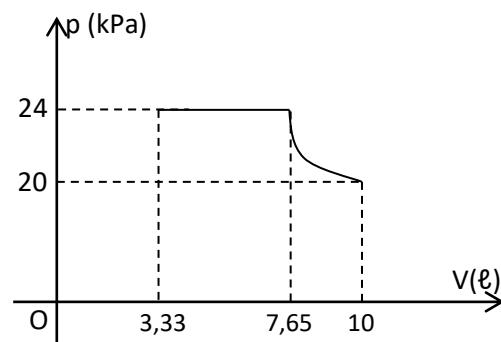
+ Khi thể tích giảm 3 lần: số mol hơi bão hòa của các chất lỏng:

$$\dot{n}_1 = \frac{p_1 V_2}{R T} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ mol};$$

$$\dot{n}_2 = \frac{p_2 V_2}{R T} = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \quad (0,5 \text{ đ})$$

→ Khối lượng chất lỏng:

$$M = (n_1 - n_1')\mu_1 + (n_2 - n_2')\mu_2 = 2,03 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad (0,5 \text{ đ})$$



b. Áp suất trong bình trước khi nén: $p_0 = p_1 + p_2' = 7 + 13 = 20 \text{ kPa.} \quad (0,5 \text{ đ})$

Áp suất sau khi nén: $p = p_1 + p_2 = 24 \text{ kPa}$

Bài 38. Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí ban đầu: $p_1 = p_{hn1} + p_{kk1}$

Mà $p_{hn1} = p_{bh}$; $p_{hn1} = p_{kk1}$ nên $p_{hn1} = p_{kk1} = p_{bh} = p_1/2$

- Áp dụng định luật BM cho không khí:

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$p_{kk1} \cdot V_1 = p_{kk2} \cdot V_2 \rightarrow p_{kk2} = \frac{p_{kk1}}{3} = \frac{p_1}{6}$$

Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí lúc sau: $p_2 = p_1/2 = p_{hn2} + p_{kk2}$

$$\Rightarrow p_{hn2} = \frac{p_1}{2} - \frac{p_1}{6} = \frac{p_1}{3} = \frac{2p_{bh}}{3}$$

Vậy hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô hay toàn bộ nước trong xi lanh đã hóa hơi hết.

1. Ta có các phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} p_{hn1} \cdot V_1 = \frac{m_{hn1}}{\mu} RT \\ p_{hn2} \cdot V_2 = \frac{m_{hn2}}{\mu} RT \end{cases} \Rightarrow \frac{m_{hn2}}{m_{hn1}} = \frac{p_{hn1} \cdot V_1}{p_{hn2} \cdot V_2} = 2 \Rightarrow \frac{m_{nuoc}}{m_{hn1}} = \frac{m_{hn2} - m_{hn1}}{m_{hn1}} = 1$$

Bài 39. Ta thấy: $V_h = V - V_l \Leftrightarrow m_h V'_h = V - m_l V'_l$

Trừ cả hai vế cho $m_h V'_l$ ta có:

$$\begin{aligned} m_h V'_h - m_h V'_l &= V - m_l V'_l - m_h V'_l = V - (m_l + m_h) V'_l = V - m V'_l \\ \Leftrightarrow m_h (V'_h - V'_l) &= V - m V'_l \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow m_h = \frac{V - m V'_l}{(V'_h - V'_l)} = \frac{6 - 5 \cdot 1}{50 - 1} = 0,0204 \text{ Kg} = 20,4 \text{ g}$$

Với $V'_l = 1 \text{ lit / Kg}$.

1. Ta có phương trình Vandec Van: $(p + \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2})(V - \frac{m}{\mu} b) = \frac{m}{\mu} RT$

$$\Leftrightarrow (p + n^2 \cdot \frac{a}{V^2})(V - n \cdot b) = nRT$$

$$\Leftrightarrow (p \cdot V^2 + n^2 \cdot a)(V - n \cdot b) = nRTV^2$$

$$\Leftrightarrow pV^3 - n(pb + RT)V^2 + n^2 aV - n^3 ab = 0$$

Thay số ta có:

$$4,053 \cdot 10^6 V^3 - 5,069 \cdot 10^3 V^2 + 0,712V - 2,44 \cdot 10^{-5} = 0$$

Giải phương trình ta được: $V=10^{-3}$ m³ = 1 lít.

Chú ý: $p=40\text{ atm}=40 \cdot 101325\text{ Pa}$; $n = \frac{m_h}{\mu} = \frac{20,4}{18}$

Bài 40. Gọi m_0 , V_0 là khối lượng và thể tích ban đầu của hơi;

M , V là thể tích lúc sau của hơi:

$$V = 4V_0. \quad (1)$$

Gọi V_{bh} là thể tích cuối cùng của hơi khi ở trạng thái bão hòa:

$$V = 3V_{bh} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$V_{bh} = \frac{4}{3} V_0$$

Tức là khối lượng hơi nước bão hòa khi nước vừa bay hơi hoàn toàn là

$$m = \frac{4}{3} m_0;$$

Vậy khối lượng hơi nước tăng thêm so với khối lượng hơi ban đầu (cũng chính là khối lượng nước ban đầu có trong bình) là: $m - m_0 = \frac{1}{3} m_0$

Vậy khối lượng ban đầu của hơi lớn gấp 3 lần khối lượng của chất lỏng.

Bài 41. Khối lượng riêng của không khí khô ở nhiệt độ $t=27^\circ\text{C}$ là: $\frac{m}{V} = \frac{p_o \mu_1}{RT} = \rho_1$

* Xét không khí ẩm ở nhiệt độ $t=27^\circ\text{C}$:

+ Vì độ ẩm tương đối là f nên KLR của nó là: $\rho' = f \rho_o$

+ Gọi áp suất riêng phần của hơi nước là p_2 thì: $\rho' = \frac{p_2 \mu_2}{RT} = f \rho_o \Rightarrow p_2 = \frac{f \rho_o R T}{\mu_2}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Gọi p_1 là áp suất riêng phần của không khí khô: $p_0 = p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 = p_0 - p_2$

\Rightarrow khói lượng riêng của không khí khô trong 1m^3 không khí ẩm này là:

$$\rho'' = \frac{p_1 \mu_1}{RT} = \frac{\mu_1}{RT} (p_0 - \frac{f\rho_0 RT}{\mu_2})$$

+ Vậy khói lượng riêng của không khí ẩm là:

$$\rho_2 = \rho' + \rho'' = f\rho_0 + \frac{\mu_1}{RT} (p_0 - \frac{f\rho_0 RT}{\mu_2}) = \frac{p_0 \mu_1}{RT} + (\frac{\mu_1}{\mu_2} - 1) \cdot f\rho_0$$

+ **Đo đó tỉ số:** $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{(\mu_1 - \mu_2) \cdot \rho_0 \cdot fRT}{\mu_1 \mu_2 p_0} \approx 1,0216$

Bài 42. Cung 1-2 của đường đẳng nhiệt ứng với các trạng thái mà cả hai chất nitơ và ôxi đều ở trạng thái hơi khô. Đó là cung của một hyperbol có tiệm cận nằm ngang là trực OY.

Điểm 2 ứng với trạng thái mà ôxi bắt đầu ngưng tụ, gọi p_{bho} là áp suất hơi bão hòa của ôxi ở $74,4\text{K}$, ta có:

$$p_2 = p_{bho} + p_{rN} \quad (1)$$

p_{rN} là áp suất riêng phần của nitơ.

Cung 2-3 của đường đẳng nhiệt ứng với các trạng thái mà nitơ là hơi khô, ôxi là hơi bão hòa. Đó là cung của một hyperbol có tiệm cận nằm ngang là đường thẳng $p = p_{bho}$.

Điểm 3 ứng với trạng thái mà nitơ bắt đầu ngưng tụ:

$$p_3 = p_{bhO} + p_{bhN}$$

p_{bhN} là áp suất hơi bão hòa nitơ ở nhiệt độ sôi của chất này, như vậy thì $p_{bhN} = p_0$ (áp suất khí quyển). Vậy:

$$p_3 = p_{bho} + p_0 \quad (2)$$

a) Trong quá trình 2-3 hơi nitơ là hơi khô, nó tuân theo định luật Bô-i-lo-Ma-ri-ết:

$$p_{rN} V_2 = p_0 V_3 \quad (3)$$

Từ (3) suy ra: $p_{rM} = p_0 \frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{2} p_0$

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

Chia hai vế của (1) cho (2), ta có:

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{p_{bhO} + \frac{1}{2}p_0}{p_{bhO} + p_0} = \frac{4}{7} \quad (4)$$

Giải phương trình (4) ta có:

$$p_{bhO} = \frac{1}{6}p_0 = \frac{1}{6}atm \quad (5)$$

b) Phương trình trạng thái của hơi ôxi ở điểm 2

$$p_{bhO}V_2 = \frac{m_2}{\mu_2}RT \quad (6)$$

và của hơi nitơ ở điểm 3:

$$p_{bhN}V_3 = \frac{m_1}{\mu_1}RT \quad (7)$$

Chia hai vế của (7) cho (6):

$$\frac{p_{bhO}V_2\mu_2}{p_{bhN}V_3\mu_1} = \frac{m_2}{m_1} \quad (8)$$

Từ đây suy ra:

$$m_2 = \frac{p_{bhO}}{p_{bhN}} \frac{V_2}{V_3} \frac{\mu_2}{\mu_1} m_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{16}{14} m_1 = 38g$$

Bài 43. a, Lúc chưa nén ta có $m = \rho_h \cdot V$

Sau khi nén $V_h + V_l = \frac{V}{n}$

Mặt khác theo đề bài ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\begin{cases} V'_h = NV'_l \Leftrightarrow \rho_l = N\rho_h \\ m_h + m_l = m \end{cases} \Leftrightarrow \rho_h V = \rho_h V_h + \rho_l V_l = \rho_h V_h + N\rho_h V_l$$

Từ đó ta được:

$$\begin{cases} \rho_h V = \rho_h V_h + N\rho_h V_l \\ V_h + V_l = \frac{V}{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_h + NV_l = V \\ V_h + V_l = \frac{V}{n} \end{cases} \Leftrightarrow (N-1)V_l = (1 - \frac{1}{n})V$$

$$\Leftrightarrow (N-1)V_l = (\frac{n-1}{n})V$$

Taco: $\eta = \frac{V_l}{V/n} = \frac{n-1}{N-1}$

b.Ta có V hoàn toàn hơi bão hòa. Thể tích cuối là: V_c hoàn toàn chất lỏng nên $V=NV_c$

và

$$V_n = \frac{1}{2}(V + V_c) = \frac{1}{2}V\left(1 + \frac{1}{N}\right) = \left(\frac{N+1}{2N}\right)V$$

$$V_h + V_l = V_n = \left(\frac{N+1}{2N}\right)V \quad (1)$$

$$V_h + NV_l = V \quad (2)$$

$$(2) - (1)(N-1)V_l = \left(1 - \frac{N+1}{2N}\right)V = \left(\frac{N+1}{2N}\right)V \Leftrightarrow V_l = \frac{V}{2N}$$

$$\text{Vay: } \eta = \frac{V_l}{V_n} = \frac{V}{2N} \cdot \frac{2N}{N+1} V = \frac{1}{N+1}$$

Bài 44.

a. Gọi khối lượng hơi nước bão hòa ở trạng thái ban đầu là m_1 , khối lượng nước là m_2 và số mol không khí là v . Thể tích hỗn hợp hơi nước và không khí ở trạng thái ban đầu là V_1 . Áp suất hỗn hợp khí ban đầu là $p_1 = p_{hn1} + p_{kk1}$, trong đó $p_{hn1} = p_{kk1}$ là áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí ở thời điểm ban đầu.

$$p_{hn1} = p_{kk1} = p_{bh} = \frac{p_1}{2}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng nên trong quá trình đanding nhiệt:

$$p_{kk1}V_1 = p_{kk2}V_2 \rightarrow p_{kk2} = \frac{V_1}{V_2} p_{kk1} = \frac{p_1}{6}$$

Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí lúc sau là $p_2 = \frac{p_1}{2}$

Vậy áp suất riêng phần của hơi nước là $p_{hn2} = \frac{p_1}{2} - \frac{p_1}{6} = \frac{p_1}{3} < p_{bh}$

Vậy hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô hay toàn bộ nước trong xi lanh đã hoá hơi hơi hết.

b. Tại thời điểm ban đầu: $p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT$

Tại thời điểm cuối: $p_{hn2}V_2 = \frac{m_1 + m_2}{\mu} RT$

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1} = \frac{p_{hn2}}{p_{hn1}} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 2 \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1$$

c. Trước tiên cần tìm trạng thái C mà tại đó nước vừa hoá hơi hết.

Gọi $V_C; p_C$ là thể tích và áp suất của hỗn hợp tại thời điểm nước vừa hoá hơi hết.

Ở trạng thái này nước vừa hoá hơi hết nên áp suất của hơi nước:

$$p_{hnc} = p_{bh} = p_{hn1} = \frac{p_1}{2}$$

Xét hơi nước

$$p_{hnc}V_C = \frac{m_1 + m_2}{\mu} RT = \frac{2m_1}{\mu} RT; p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT \rightarrow V_C = 2V_1$$

Xét không khí

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p_{kkC}V_C = vRT = p_{kkI}V_1 \rightarrow p_{kkC} = \frac{p_1}{4}$$

Vậy áp suất toàn phần lên thành bình: $p_C = p_{hnC} + p_{kkC} = \frac{3p_1}{4} \rightarrow \frac{p_C}{p_1} = \frac{3}{4}$

Bài 45. a. Tính áp suất ban đầu :

- của chất 1 : $P_1 = \frac{n_1 RT}{V_0} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,2} = 6232,5 \text{ Pa}$
- của chất 2 : $P_2 = \frac{n_2 RT}{V_0} = \frac{0,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,2} = 4986 \text{ Pa}$

Theo định luật Dalton , áp suất của hỗn hợp là :

$$P = P_1 + P_2 = 6232,5 + 4986 = 11218,5 \text{ Pa}$$

b.Khi nén đến V_A thì chất 1 bắt đầu ngưng tụ

$$V_A = \frac{n_1 RT}{P_{b1}} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,83 \cdot 10^4} = 0,150 \text{ m}^3 = 150 \text{ dm}^3$$

Lúc đó chất 2 vẫn là hơi và có áp suất ;

$$P_{2A} = \frac{n_2 RT}{V_A} = \frac{0,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{0,150} = 6648 \text{ Pa}$$

áp suất của hỗn hợp : $P_A = P_{1b} + P_{2A} = 0,83 \cdot 10^4 + 6648 = 14948 \text{ Pa}$

Khi tới thể tích V_B thì chất 2 ngưng tụ :

$$V_B = \frac{n_2 RT}{P_{b2}} = \frac{0,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{1,66 \cdot 10^4} = 0,06 \text{ m}^3 = 60 \text{ dm}^3$$

áp suất hỗn hợp lúc đó đến cuối không đổi và bằng tổng hai áp suất bão hòa

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$P_C = P_{b1} + P_{b2} = (0,83 + 1,66) \cdot 10^4 \text{ Pa} = 24900 \text{ Pa}$$

c) Lúc cuối xilanh có thể tích V_c thì số mol hơi bão hòa của chất 1 là :

$$n'_1 = \frac{P_{b1}V_c}{RT} = \frac{0,83 \cdot 10^4 \cdot 0,03}{8,31 \cdot 300} \approx 0,1 \text{ mol}$$

(bỏ qua thể tích của chất lỏng 1)

Nghĩa là có : $n_1 - n'_1 = 0,5 - 0,1 = 0,4 \text{ mol}$

Chất lỏng 1 có khối lượng : $m_1 = 0,4 \cdot 0,02 = 0,008 \text{ kg}$

$m = m_1 + m_2 = 0,016 \text{ kg}$ chất lỏng.

Bài 46. Độ thay đổi nhiệt độ của nước Δt có thể tìm ra từ phương trình:

$$L\Delta m_1 = cq\Delta t$$

Trong đó Δm_1 là khối lượng nước bay hơi trong một đơn vị thời gian, q – khối lượng nước chảy qua tháp làm mát trong một đơn vị thời gian.

Thể tích khí bay vào tháp làm mát trong mỗi giây:

$$V_1 = Su = \frac{\pi D^2}{4} u$$

Khối lượng hơi nước bay vào nhà làm mát cùng với không khí trong 1 giây:

$$m_1 = \frac{V_1 \mu p}{RT} = \frac{\pi D^2 u \mu p}{4RT}$$

Trong đó p là áp suất hơi nước ở đầu vào

Khối lượng hơi nước ra khỏi nhà làm mát trong 1 giây:

$$m_2 = \frac{V_1 \mu p_s}{RT} = \frac{\pi D^2 u \mu p_s}{4RT}$$

Như vậy, mỗi giây có khối lượng hơi nước bay hơi là:

$$\Delta m_1 = \frac{\pi D^2 u \mu p_s}{4RT} (1 - \varphi)$$

Khi đó:

$$q = \frac{L \Delta m_1}{c \Delta t} \approx 150 \text{ kg/s} = 540 \text{ tan/h}$$

Bài 47. (HSG QG NĂM 2000)

Không khí ẩm bao gồm không khí và hơi nước. Bây giờ ta xét riêng quá trình biến đổi trạng thái của chúng.

Xét riêng không khí:

Vì khối lượng không khí và nhiệt độ của chúng không thay đổi nên quá trình biến đổi của chúng tuân theo Định luật Boyle- Mariotte: $p_{k1}V_{k1} = p_{k2}V_{k2} \rightarrow p_{k2} = 4p_{k1}$.

Xét riêng hơi nước, giả sử khi nén hơi nước chưa ngưng tụ, khi đó khối lượng hơi nước sẽ không thay đổi nên quá trình biến đổi trạng thái của chúng tuân theo định luật B-M, do vậy ta được:

$$p_{h2} = 4p_{h1} \rightarrow p_2 = p_{k2} + p_{h2} = 4p_1, \text{ điều này trái với giả thiết.}$$

Vậy quá trình nén hỗn hợp ở nhiệt độ không đổi đã làm một phần hơi nước ngưng tụ, vậy áp suất hơi ở trạng thái cuối bằng áp suất hơi bão hòa p_{bh} .

Gọi C là trạng thái tại đó hơi nước bắt đầu ngưng tụ. Ta có thể chia quá trình biến đổi của hệ thành các giai đoạn:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Giai đoạn 1: Hệ được nén từ TT_A đến TT_C, trong giai đoạn này cả hơi nước và không khí khô đều biến đổi đẳng nhiệt nên AC là một cung hypebol pV=const.

Xét hơi nước, ta có các thông số biến đổi sau

$$\begin{aligned} \text{TT}_A & \left\{ \begin{array}{l} p_{hA} = \varphi_1 p_{bh} \\ V_{hA} \\ T_{hA} \end{array} \right. & \text{TT}_2 & \left\{ \begin{array}{l} p_{hc} = p_{bh} \\ V_{hc} \\ T_{hc} = T_{hA} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Áp dụng định luật B-M: $p_{hA}V_{hA} = p_{hc}V_{hc} \rightarrow V_{hc} = \varphi_1 V_{hA} = 0,72V_{hA}$

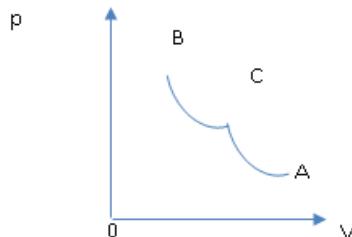
+ Giai đoạn 2: Hệ được nén từ TT_C đến TT_B trong quá trình này hơi nước ngưng tụ nên áp suất hơi không thay đổi. Do vậy CB là một cung hypebol (p- p_h)V= const.

Vậy đồ thị sẽ được vẽ như sau:

2. Theo giả thiết ta có:

$$3(p_{k1} + 0,72p_{bh}) = 4p_{k1} + p_{bh}$$

Từ đó rút ra:



$$p_{bh} = \frac{(4 - 3)p_{k1}}{3 * 0,72 - 1} = \frac{1}{1,16} p_{k1}$$

Tỉ số phải tìm là:

$$\frac{p_{bh}}{p_{bh} + 4p_{k1}} = \frac{1}{1 + \frac{4p_{k1}}{p_{bh}}} = 0,18.$$

Bài 48. (HSG QG 2014)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

a) Gọi khối lượng hơi nước bão hòa ở trạng thái ban đầu là m_1 , khối lượng nước là m_2 và số mol không khí là n . Thể tích hỗn hợp hơi nước và không khí ở trạng thái ban đầu là V_1 . Áp suất hỗn hợp khí ban đầu là $P_1 = P_{hn1} + P_{kk1}$, trong đó $P_{hn1} = P_{kk1}$ là áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí ở thời điểm ban đầu.

$$\rightarrow P_{hn1} = P_{kk1} = P_{bh} = P_1/2.$$

Không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng nên trong quá trình $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\ddot{\text{n}}$ nhiệt:

$$P_{kk1} \cdot V_1 = P_{kk2} \cdot V_2 \rightarrow P_{kk2} = \frac{V_1}{V_2} P_{kk1} = \frac{P_1}{6}.$$

Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí lúc sau là $P_2 = P_1/2$

$$\rightarrow \text{Áp suất riêng phần của hơi nước: } P_{hn2} = P_1/2 - P_1/6 = P_1/3 < P_{bh}.$$

Vậy, hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô hay toàn bộ nước trong xi lanh đã hóa hơi hết. Khối lượng hơi nước ở trạng thái cuối $m = m_1 + m_2$.

b) Ta có các phương trình trạng thái:

$$P_{hn1} V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT; \quad P_{hn2} V_2 = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow \frac{m}{m_1} = \frac{P_{hn2} V_2}{P_{hn1} V_1} = 2 \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1.$$

c) Trước tiên cần tìm trạng thái C mà tại đó nước vừa hóa hơi hết.

Gọi thể tích của hệ trong trạng thái này là V_C . Ở trạng thái này nước vừa hóa hơi hết nên áp suất của hơi nước $P_{hnC} = P_{bh} = P_{hn1}$. Khối lượng hơi nước trong trạng thái C là $2m_1$. Ta viết các phương trình trạng thái cho hơi nước và không khí:

$$P_{hnC} V_C = \frac{2m_1}{\mu} RT; \quad P_{hn1} V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT \rightarrow V_C = 2V_1.$$

$$P_{kkC} V_C = nRT = P_{kk1} V_1 \rightarrow P_{kkC} = \frac{P_1}{4}.$$

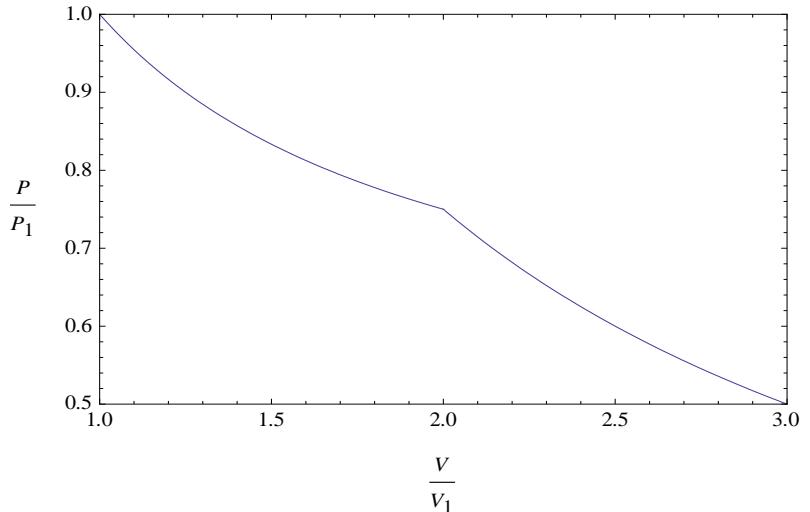
Áp suất lên thành bình $P_C = P_{hnC} + P_{kkC} = 3P_1/4$.

+ Khi $V_1 \leq V < V_C$ hơi nước là hơi bão hòa, áp suất hơi nước $P_{hn} = P_{bh}$. Áp suất không khí $P_{kk} = P_{kk1} V_1/V$ và áp suất lên thành bình:

$$P = P_{hn} + P_{kk} = \frac{P_1}{2} \left(1 + \frac{V_1}{V} \right).$$

+ Khi $V_C \leq V$ hệ chỉ gồm hơi nước và không khí, áp suất lên thành bình:

$$P = P_{hn} + P_{kk} = P_1 \frac{3V_1}{2V}$$



Bài 49.

$$1a. \Delta T = T_0 - T = aT_0 z \rightarrow z = \frac{\Delta T}{aT_0} = \frac{1}{300a}.$$

1b.Ta có phương trình M-C:

$$p = \frac{\rho RT}{M} = \frac{\rho RT_0(1-az)}{M}.$$

Mặt khác theo công thức tính áp suất theo độ sâu trong chất lưu:

$$dp = -\rho g dz$$

Nên:

$$\frac{dp}{p} = \frac{Mgdz}{RT_0(1-az)}$$

Lấy tích phân hai vế phương trình này ta có:

$$p(z) = p_0 (1-az)^{\frac{Mg}{RT_0a}} \rightarrow \alpha = \frac{Mg}{RT_0a}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

1c. Một lần nữa áp dụng phương trình M-C:

$$p = \frac{\rho RT}{M} = \frac{\rho RT_0(1-az)}{M}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{Mp}{RT_0(1-az)} = \frac{Mp_0(1-az)^\alpha}{RT_0(1-az)} = \rho_0(1-az)^{\alpha-1}$$

Tức là: $\beta = \alpha - 1 = \frac{Mg}{RT_0a} - 1$

2a. Phương trình đoạn nhiệt:

$$T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_0^\gamma p_0^{1-\gamma} \rightarrow T_1(z) = T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_0(1-az)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\alpha} \rightarrow \delta = \frac{\gamma-1}{\gamma}\alpha$$

2b. Phương trình đoạn nhiệt:

$$pV^\gamma = c \rightarrow \frac{p}{\rho^\gamma} = c \rightarrow \rho_1 = \rho \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Hay: $\rho(z) = \rho_0(1-az)^{\frac{\alpha}{\gamma}} \rightarrow \varepsilon = \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{Mg}{RT_0a\gamma}$

2c. Khối khí dâng lên ngày càng cao thì:

$$\rho_1 \leq \rho \rightarrow \varepsilon \geq \beta \rightarrow \frac{\alpha}{\gamma} \geq \alpha - 1 \rightarrow a \geq \frac{Mg}{RT_0} \frac{\gamma-1}{\gamma} \approx 3,3 \cdot 10^{-5} (m^{-1})$$

3. Để bắt đầu ngưng tụ, nhiệt độ khối khí dâng lên phải giảm tới nhiệt độ điểm sương.

Tại nhiệt độ T_0 áp suất hơi bão hòa là $p_{bh}(T_0)$, khi này áp suất riêng phần là:

φ. $p_{bh}(T_0)$, áp suất này bằng $p_{bh}(T)$ tức là:

$$p_{bh}(T) = \varphi \cdot p_{bh}(T_0)$$

Theo bài ra: $\ln \frac{p_{bh}(T)}{p_{bh}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) = \ln \varphi \rightarrow T = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi} \dots \dots \dots$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Theo phần 2a và do $\frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi << 1$:

$$T(z) = T_0(1 - az)^{\delta} = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi} = T_0 \cdot (1 - \frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi)^{-1} \approx T_0(1 + \frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi) \dots\dots$$

nên:

$$(1 - az)^{\delta} = (1 + \frac{RT_0}{qM_1} \ln \varphi) \rightarrow z = \frac{RT_0}{a\delta qM_1} \ln \varphi \approx 690m \dots\dots$$

Bài 50. a) $V_1 = fV_0$, $p_1 = p_0/f$ b) $Q = 5nRT_0 \left(\frac{1-f}{f} \right) - nRT_0 \ln f$ c) $p_{hn} = 0,2p_0$

Bài 51. Biến đổi áp suất $\Delta p = 0,95 - 1 = 0,05 \text{ atm} = -5,065 \text{ kPa}$ có thể coi là nhỏ. Theo phương trình C-C.

$$\Delta T = \frac{T(v_h - v_1)}{L} \Delta p$$

Mặt khác theo phương trình C-M ta có tính gần đúng v_h :

$$v_h = \frac{V}{m} = \frac{RT}{p\mu} = \frac{8,31 \cdot 373}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,018} = 1,7 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Vì $V_1 << V_h$ nên ta có thể bỏ qua thể tích của chất lỏng.

$$\Delta T = \frac{373 \cdot 1,7}{2250 \cdot 10^3} (-5,065) = -1,43 \text{ K}$$

Vậy dưới áp suất 0,95 atm nước sôi ở nhiệt độ:

Gợi ý: Coi không khí và hơi nước chưa bão hòa tuân theo định luật Bôil lơ Ma ri ôt và thể tích riêng của nước lỏng có thể bỏ qua so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ (trong điều kiện áp suất như ở bài toán này).

Bài 52. (Olympic Vật lý quốc tế 1987)

1. Trong biến đổi đoạn nhiệt của một lượng khí có hệ thức liên hệ giữa nhiệt độ và áp suất là:

$$\frac{T_1}{T_o} = \left(\frac{p_1}{p_o} \right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

Thay số vào ta tính được nhiệt độ ở M_1 là: $T_1=279,4K$

2. Vì áp suất khí quyển bằng trọng lượng của cột không khí ở nơi đang xét nên độ cao h_1 có thể suy ra từ hiệu các khí áp ở M_o và M_1 .

$$p_o - p_1 = \rho_{tb}gh_1$$

Vì khí áp giảm tuyến tính nên khối lượng riêng trung bình của không khí là:

$$\begin{cases} \rho_{tb} = \frac{\rho_1 + \rho_o}{2} \\ \frac{p_o}{\rho_o T_o} = \frac{p_1}{\rho_1 T_1} \Leftrightarrow \rho_1 = 1,122 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

Từ đó thay số vào biểu thức $p_o - p_1 = \rho_{tb}gh_1$ ta tìm được $h_1=1408m$

3. Sự thay đổi nhiệt độ khi không khí lên cao từ M_1 đến M_2 có hai nguyên nhân:

- ❖ $p_2 < p_1$, khí dãn nở đoạn nhiệt nên nhiệt độ giảm từ T_1 xuống T_x .
- ❖ Hơi nước ngưng tụ thành nước, tỏa ra nhiệt làm tăng nhiệt độ một lượng ΔT

Vậy $T_2=T_1=T_x$ Mặt khác ta có: $\frac{T_x}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\frac{1}{\gamma}} \Leftrightarrow T_x = 264,8K$

Đối với mỗi kg không khí có $m=2,45h$ nước ngưng tụ, tỏa ra nhiệt lượng mL (ẩn nhiệt ngưng tụ bằng ẩn nhiệt hóa hơi) làm nhiệt độ không khí tăng lên:

$$\Delta T = \frac{mL}{C_p} = 6,1K$$

Vậy $T_2 = 270,9K$

4. Khối lượng nước mưa trên mỗi m^2 trong 1 giây là:

$$\frac{2000.2,45.10^{-3}}{1500} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$$

Trong 3h= 10800s là 35,3kg/m². Ứng với cột nước mưa cao 35,3mm.

5. Quá trình không khí đi xuống núi cũng là đoạn nhiệt, ta có phương trình:

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{1-\gamma}$$

Suy ra $T^3 = 300K > T_0$. Áp suất ở M_0 và M_3 bằng nhau, áp suất ở M_2 thấp hơn. Nếu không khí khô vượt qua núi thì nhiệt độ ở M_0 và M_3 sẽ bằng nhau, vì độ giảm nhiệt độ khi lên bằng độ tăng khi xuống. Nhưng ở đây là không khí ẩm nên khi lên có thêm ΔT . Vậy không khí ẩm vượt qua núi sẽ khô hơn và nóng hơn.

Bài 53. a. Đoạn 1-2 biểu diễn đoạn đầu của quá trình nén, áp suất riêng phần của hơi nước nhỏ hơn áp suất hơi bão hòa p_b . 1-2 là một cung của hyperbol $pV = \text{const}$, có tiệm cận là trực p và trực V.

Đoạn 2-3 biểu diễn giai đoạn sau, áp suất riêng phần của hơi nước không đổi bằng p_b .

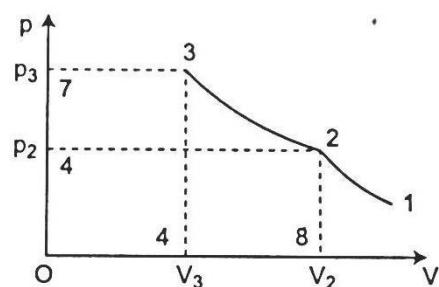
Đoạn 2-3 là một cung của hyperbol

$(p-p_b)V = \text{const}$, có tiệm cận là trực p và đường thẳng $p = p_b$ (vuông góc với trực p).

Điểm 2 tương ứng với lúc hơi nước bắt đầu ngưng tụ, là một điểm đặc biệt, tại đây tiếp tuyến của đường đẳng nhiệt ở hai phía không trùng nhau.

b. Gọi p_{k1} là áp suất riêng phần của không khí trước khi nén, sau khi nén áp suất này sẽ là $4p_{k1}$.

Ta có: $3(p_{k1} + 0,80p_b) = 4p_{k1} + p_b$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Từ đó rút ra: $p_b = \frac{(4-3)p_{k1}}{3.0,80-1} = \frac{1}{1,40} p_{k1}$ (1)

Tỉ số phải tìm là: $\frac{p_b}{p_b + 4p_{k1}} = \frac{1}{1+4\frac{p_{k1}}{p_b}} = \frac{1}{1+4.1,40} = 0,15$

c. Ở 65°C , áp suất hơi bão hòa của nước là $p_b = 25 \text{ kPa}$ (xem bảng 6.1). Từ đó suy ra áp suất riêng phần của hơi nước ở trạng thái 1 là $p_{n1} = 0,80p_b = 20 \text{ kPa}$. Từ (1) suy ra $p_{k1} = 1,40p_b = 35 \text{ kPa}$.

Áp dụng định luật Bôi-lơ - Ma-ri-ết cho hơi nước khô trong giai đoạn 1-2, ta có:
 $p_{n1}V_1 = p_{n2}V_2$.

$$V_2 = \frac{p_{n1}V_1}{p_{n2}} = \frac{0,80p_b}{p_b} V_1 = \frac{4}{5} V_1 = 3,2 \text{ m}^3$$

Để tính công nén khí trong giai đoạn 1-2 ta dùng công thức:

$$A_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = 10^3 \int_{V_1}^{V_2} \frac{(25+25)4}{V} dV = 240 \cdot 10^{-3} \ln \frac{V_1}{V_2} = 53,6 \text{ kJ} \gg 54 \text{ kJ}$$

Công nén khí trong giai đoạn 2-3 có thể tách thành hai số hạng:

$$A_{23} = - \int_{V_1}^{V_2} (p_b + p_k) dV = \int_{V_1}^{V_2} (p_b dV + \int_{V_1}^{V_2} p_k dV)$$

Số hạng thứ nhá là công nén hơi nước bão hòa, làm cho nó ngưng tụ:

$$A_{23n} = p_b(V_2 - V_3) = 25 \cdot 10^3 (3,2 - 1) = 55 \cdot 10^3 \text{ J} = 55 \text{ kJ}$$

Số hạng thứ hai là công nén không khí, làm giảm thể tích và tăng áp suất theo định luật Bôi-lơ - Ma-ri-ết:

$$A_{23k} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_{k2} V_2}{V} dV = 35 \cdot 10^3 4 \cdot \ln \frac{V_2}{V_3} = 140 \cdot 10^3 \cdot \ln 3,2 = 163 \cdot 10^3 = 163 \text{ kJ}$$

Công nén khí trong cả quá trình 1-3 là: $A = A_{12} + A_{23n} = 270 \text{ kJ}$.

d) Khối lượng hơi nước ngưng tụ là:

$$m_2 = \mu \frac{p_b(V_2 - V_3)}{RT} = 18 \frac{25 \cdot 10^3 (3,2 - 1)}{8,31(273 + 65)} = 352 \text{ g}$$

Theo nguyên lí I, độ tăng nội năng ΔU bằng nhiệt nhận được Q cộng với công nhận được: $\Delta U = Q + A$

Nhiệt tỏa ra $Q' = -Q$ và độ giảm nội năng $\Delta U' = -\Delta U$ tuân theo:

$$Q' = A + \Delta U' = A_{12} + A_{23k} + A_{23n} +$$

Tổng của hai số hạng sau cùng chính là nhiệt lượng tỏa ra khi $m = 352g$ nước ngưng tụ:

$$A_{23n} + \Delta U' = 352.2280J = 803kJ$$

Vậy tổng nhiệt lượng tỏa ra khi nén đẳng nhiệt là:

$$Q' = A_{12} + A_{23k} + mL = 54 + 163 + 803 = 1020kJ$$

Bài 54.

1. Xét lớp khí có độ dày dh . Ở trạng thái cân bằng thì: $dp = -\rho g dh$ (11)

Khối lượng riêng của không khí được viết tương tự công thức : $\rho = \frac{\mu_{air} P}{RT}$ (12)

Khí quyển coi là giãn nở đoạn nhiệt: $pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}$ (13)

Từ (11), (12), (13) ta có: $\frac{dT}{dh} = -\frac{(\gamma-1)\mu_{air}g}{\gamma R} = -\beta = \text{const}$ (14)

Thì công thức (14) cho ta: $T(h) = T_0 - \frac{(\gamma-1)\mu_{air}g}{\gamma R} h = T_0 - \beta h$ (15).

Tại $H = 1500m$, ta tìm được: $T(H) = 278K$.

Áp suất được tính từ phương trình đoạn nhiệt:

$$p(h) = p_0 \left(\frac{T_0}{T(h)} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = p_0 \left(\frac{T_0}{T_0 - \beta h} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (17)$$

Tại độ cao $H=1500m$ ta thu được: $p(H) = 84.6 \times 10^3 Pa$

2. Do nhiệt độ của phần trên của tầng đối lưu là cố định, nên theo (15) chiều cao của nó được xác định bởi :

$$T(h) = T_0 - \beta h = \text{const}.$$

Do đó, sự thay đổi chiều cao của tầng đối lưu vào ban ngày và ban đêm là:

$$\Delta H_{atm} = \frac{\gamma R \Delta T_{dn}}{(\gamma - 1) \mu_{air} g} = 2.05 \times 10^3 m$$

3. Trong phạm vi nhiệt độ và áp suất đã nêu, người ta có thể tính gần đúng áp suất hơi nước bão hòa bằng một hàm tuyến tính có dạng:

$$p(T) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} (T - T_1) \quad (21)$$

Sự sôi của chất lỏng bắt đầu khi áp suất hơi bão hòa được cân bằng với áp suất bên ngoài của khí quyển, cho phép một quá trình hóa hơi mạnh xảy ra trong các bong bóng mới nổ. Từ (18) và (21) ta có:

$$T_{boil} = 368K \quad (22)$$

4. Điểm nóng chảy của nước đá thay đổi rất ít với áp suất bên ngoài, do đó tuyết xuất hiện khi nhiệt độ đạt đến 0°C , tức là:

$$T_{melt} = 273K \quad (23)$$

Do đó, bằng cách sử dụng công thức (15), chúng ta xác định độ cao mà tại đó tuyết xuất hiện là:

$$h_0 = \frac{\gamma R (T_0 - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{air} g} = 2.05 \times 10^3 m \quad (24)$$

5. Nếu không khí dưới chân núi nóng, thì nhiệt độ trên toàn bộ sườn núi không thể giảm xuống 0 độ C. Do đó, công thức (24) cho ta chiều cao của ngọn núi:

$$H_0 = \frac{\gamma R (T - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{air} g} = 3.78 \times 10^3 m \quad (25)$$

6. Vì hơi nước ở trạng thái cân bằng nhiệt động với không khí xung quanh, nhiệt độ của chúng bằng nhau ở mọi độ cao. Điều kiện cân viết tương tự (4) là: $dp_{vap} = -\rho_{vap} g dh$ (26)

và khối lượng riêng của nó được lấy từ phương trình trạng thái khí lý tưởng ở dạng sau:

$$\rho_{vap} = \frac{\mu_{H_2O} p_{vap}}{RT} \quad (27)$$

trong đó sự phụ thuộc nhiệt độ vào độ cao được biểu diễn bởi công thức (15).

Theo công thức, áp suất của hơi nước không bão hòa dưới chân núi là: $p_{vap}(0) = \varphi p_{vap0}$.
(28)

trong khi đó áp suất hơi bão hòa ở độ cao H' được ký hiệu là: $p_{vap}(h) = p_{vap}$. (29)

Kết hợp phương trình (25) và của (26) và (15) và các điều kiện ban đầu (28) và (29), ta có:

$$\ln \frac{p_{vap}}{p_{vap0}} = \ln \varphi + \frac{\mu_{H_2O} g}{\beta R} \ln \frac{T}{T_0} \quad (30)$$

Mặt khác, nó được biết đến từ cuốn cẩm nang:

$$\ln \frac{p_{vap}}{p_{vap0}} = a + b \ln \frac{T}{T_0} \quad (31)$$

Kết hợp với phương trình (30) ta có:

$$T(H') = T_0 \exp \left(\frac{\frac{a - \ln \varphi}{\mu_{H_2O} g} - b}{\beta R} \right) \quad (32)$$

Do đó, độ cao được biểu diễn theo công thức (15) là:

$$H' = \frac{T_0 - T(H')}{\beta} = \frac{T_0}{\beta} \left(1 - \exp \left(\frac{\frac{a - \ln \varphi}{\mu_{H_2O} g} - b}{\beta R} \right) \right) = 2.25 \times 10^3 m \quad (33)$$

7. Để còn sương mù trên núi, ta thay vào công thức (33): $H' = H_0$ (34). Từ đó ta thu được biểu thức cho độ ẩm không khí là:

$$\varphi_{\min} = \left(1 - \frac{\beta H_0}{T_0}\right)^{b - \frac{\mu_{H_2Og}}{\beta R}} \exp a = 0.119 \quad (35)$$

X.2 NHIỆT LƯỢNG CHUYỂN PHA

Bài 1. Do lượng nước đá tăng thêm nhưng nhỏ hơn lượng nước rót vào nên nhiệt độ cuối cùng $t_3 = 0^\circ\text{C}$. Gọi nhiệt độ ban đầu của nước đá là t_1 . Nhiệt lượng nước đá nhận vào để tăng nhiệt độ t_1 đến $t_3 = 0^\circ\text{C}$

$$Q_1 = m_1 C_1 (t_3 - t_1) = m_1 C_1 (0 - t_1)$$

Nhiệt lượng của nước tỏa ra để giảm nhiệt độ từ $t_2 = 10^\circ\text{C}$ đến $t_3 = 0^\circ\text{C}$

$$Q_2 = m_2 C_2 (t_2 - t_3) = m_2 C_2 t_2$$

Nhiệt lượng một phần nước m' tỏa ra để đông đặc ở 0°C

$$Q_3 = m' \lambda$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \text{ hay } -m_1 C_1 t_1 = m_2 C_2 t_2 + m' \lambda$$

$$\rightarrow t_1 = -\frac{m_2 C_2 t_2 + m' \lambda}{m_1 C_1} \text{ thay số ta được}$$

$$t_1 = -\frac{1.4200.10 + 0,05.10^5}{2.2000} = -14,75^\circ\text{C}.$$

a. Lượng nước đá ở 0°C bây giờ là:

$$m'_1 = m_1 + m' = 2 + 0,05 = 2,05 \text{ kg.}$$

Nhiệt lượng nước đá nhận vào để chảy hoàn toàn ở 0°C

$$Q_1 = m_1 \lambda$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nhiệt lượng toàn bộ nước ở 0°C nhận vào để tăng nhiệt độ đến $t_4 = 50^{\circ}\text{C}$

$$Q_2 = (m_1 + m_2)C_2(t_4 - t_3)$$

$$\Leftrightarrow Q_2 = (m_1 + m_2)C_2t_4$$

Nhiệt lượng hơi nước sôi (100°C) tỏa ra khi ngưng tụ hoàn toàn ở 100°C

$$Q_3 = mL \text{ với } m \text{ là khối lượng hơi nước sôi}$$

Nhiệt lượng nước ở $t_5 = 100^{\circ}\text{C}$ tỏa ra để giảm đến $t_4 = 50^{\circ}\text{C}$

$$Q_4 = m C_2(t_5 - t_4)$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$

$$\text{hay } m_1 \lambda + (m_1 + m_2)C_2t_4 = mL + m C_2(t_5 - t_4)$$

$$\rightarrow m = \frac{m_1 \lambda + (m_1 + m_2)C_2t_4}{L + C_2(t_5 - t_4)} \text{ thay số ta được}$$

$$m = \frac{2,05 \cdot 3,4 \cdot 10^5 + (2+1) \cdot 4200 \cdot 50}{2,3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot (100-50)} = 0,528 \text{ kg.}$$

Bài 2. Điều đó có nghĩa là 1kg nước ở 100°C nhận nhiệt lượng $Q = 2250\text{kJ}$ để chuyển hóa hoàn toàn thành hơi nước ở cùng nhiệt độ (100°C).

a) Áp dụng phương trình trạng thái của khí lý tưởng

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

1kg hơi nước ở 100°C và áp suất p chiếm một thể tích V sao cho:

$$pV = \frac{1000}{18} \cdot 8,31 \cdot 373 = 172\text{kJ}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nếu bỏ qua thể tích của nước lỏng so với thể tích hơi ở cùng nhiệt độ và ở áp suất 1atm thì đại lượng trên chính là công A' mà 1kg nước sinh ra khi hóa hơi ở 100°C.

b) Độ tăng nội năng ΔU của 1kg nước ở 100°C khi hóa hơi ở cùng nhiệt độ:

$$\Delta U = Q - A' = 2250 - 172 = 2078 \text{ kJ}$$

Vậy

$$A = \frac{172}{2250} = 0,076 = 7,6\%$$

b) Gọi N là số phân tử nước có trong 1kg:

$$N = \frac{1000}{18} NA = \frac{1000}{18} \cdot 6 \cdot 10^{23} = \frac{1}{3} \cdot 10^{26}$$

Năng lượng liên kết u_0 tính được như sau:

$$u_0 = \frac{\Delta U}{N} = \frac{2078,3}{10^{26}} \approx 6,6 \cdot 10^{-26}$$

Bài 3. Trong cả quá trình đằng nhiệt, hơi nước ở trạng thái bão hòa. Ký hiệu áp suất của nó là p_b . Công mà hơi nước thực hiện được bằng: $A = p_b \Delta V$

(ở đây chúng ta bỏ qua thể tích của nước). Từ đó chúng ta tìm được áp suất mà thí nghiệm được tiến hành:

$$p_b = \frac{A}{\Delta V} = 1,416 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Vì trong quá trình đằng nhiệt toàn bộ hơi nước bị bay hơi nên độ tăng thể tích của bình ΔV là của phần hơi nước được tăng thêm do nước bay hơi tạo thành. Khối lượng của phần hơi nước này và do đó khối lượng của nước ban đầu có thể tìm được từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng:

$$m_n = \frac{M_n p_b \Delta V}{R T} = 10^{-3} \text{ kg}$$

Ở đây $M_n = 18 \cdot 10^{-3}$ kg/mol là khối lượng mol của nước, $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$ là hằng số khí lý tưởng, còn $T = 273 + t = 383 \text{ K}$. Thể tích ban đầu của nước là:

$$V_n = \frac{m_n}{p_n} = 10^{-6} \text{ m}^3$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thể tích này chiếm $\eta\%$ thể tích của cả xilanh, vì vậy thể tích ban đầu của hơi nước sẽ bằng:

$$V_h = \frac{V_n(1 - \eta)}{\eta} = 10^{-3} m^3$$

Bây giờ chúng ta tìm được khối lượng hơi nước ban đầu:

$$m_h = \frac{M_n p_b \Delta V}{RT} = 8 \cdot 10^{-4} kg = 8 g$$

Bài 4. Gọi x là nhiệt độ cuối cùng của hệ. Thành phần của hệ phụ thuộc giá trị của x . Giả sử $x < 100^\circ C$ và hệ chỉ gồm nước + chì đặc. Khi đó nhiệt lượng tỏa:

$$Q_{chì} = Q_{chì\ dd} + Q_{chì\ ở\ x} = (12375 - 25x) kJ$$

Và nhiệt lượng thu:

$$Q_{nước} = Q_{đá\ chảy} + Q_{nước\ ở\ x} = (330 + 88x) kJ$$

Cân bằng 2 phương trình $\rightarrow x \approx 106^\circ C$ (trái giả thiết)

Suy ra $x = 100^\circ C$ và hệ gồm chì đặc, nước sôi và hơi nước

Khi đó $Q_{chì\ tỏa} = 9875 kJ$

$$Q_{nước\ thu} = Q_{nước\ ở\ 100} + Q_{đá\ tan} = 9130 kJ$$

Còn 745 kJ làm cho nước hóa hơi

$$m_{hơi} = \frac{745}{2260} \approx 0,33 kg$$

Bài 5 $a.pV_0 = vRT \Rightarrow V_0 = vRT/p = 0,124 m^3 = 124 lít$

$$b.p_1V_1 = pV_0 \Rightarrow V_1 = pV_0/p_1 = 62 lít$$

Tiếp tục nén hơi đến $V_2 = V_1/2$ thì một nửa hơi nước (9 g) ngưng tụ thành nước

$$\text{Nhiệt lượng tỏa ra } Q = mL = 9 \cdot 10^{-3} \cdot 2,26 \cdot 10^6 = 20340 J$$

Công hơi nhận được trong qua trình nén: $A = p_{bh}(V_1 - V_2) = 1467,788 \text{ J}$

Độ biến thiên nội năng $\Delta U = 1467,788 - 20340 = -18872,212 \text{ J}$

Bài 6. Vì nhiệt độ thay đổi một lượng nhỏ: $\Delta T = 1$ nên khối lượng, thể tích và áp suất cũng biến thiên lượng nhỏ. Gọi m là khối lượng ban đầu của hơi nước trong bình ta có:

$$pdV + Vdp = \frac{R}{\mu} T dm + \frac{R}{\mu} m dT \quad (1)$$

Công chất khí nhận vào: $dA = -pdV \quad (2)$

Theo bảo toàn năng lượng, công này để hoá hơi khối lượng nước dm và tăng nhiệt độ nước thêm 1° :

$$dA = \lambda dm + \frac{m}{\mu} CdT \quad (3)$$

Từ (1); (2) và (3), kết hợp với $dp = kdT$ ta tính được:

$$dm = \frac{k\mu V - m(C + R)}{\lambda\mu + RT} \cdot dT \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ (g)}$$

Bài 7. Theo định luật bảo toàn năng lượng (nguyên lý I của nhiệt động lực học),

$$L = \Delta U + A,$$

trong đó ΔU là sự thay đổi nội năng khi làm bay hơi 1 kg chất lỏng và A là công thực hiện cho sự dẫn nở. Vì sự dẫn nở xảy ra một cách đắng áp nên

$$A = p_{bh}(v_{bh} - v_0)$$

trong đó $v_{bh} = \frac{RT}{p_{bh}\mu}$ là thể tích riêng của hơi bão hòa và v_0 là thể tích riêng của nước.

Do $v_0 \ll v_{bh}$ nên $A = p_{bh} \cdot v_{bh} = \frac{RT}{\mu}$. Do đó,

$$\frac{\Delta U}{L} = \frac{L - A}{L} = 1 - \frac{RT}{\mu L} = 1 - \frac{8,3 \cdot 10^3 \cdot 373}{18,2 \cdot 3 \cdot 10^6} \approx 0,9$$

nghĩa là để thăng các lực tương tác phân tử khi bay hơi nước ở 373 K cần hao phí 90% nhiệt lượng cung cấp.

Bài 8. Khi áp suất hơi nước bão hòa không bằng áp suất khi quyển chuẩn (sự bằng nhau xảy ra ở nhiệt độ $T_1 = 373$ K), pittong sẽ nở năm ở bề mặt nước và chỉ được nâng lên do sự dãn nở nhiệt của nước. Thời gian làm việc t_1 của bộ nung để nung nóng nước đến nhiệt độ T_1 được xác định bởi

$$t_1 = \frac{cm_n(T_1 - T_0)}{N} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,01 \cdot (373 - 273)}{10^3} = 4(s)$$

trong đó $c = 4 \cdot 10^3$ J/ (kg.°C) là nhiệt dung riêng của nước. Đoạn tương ứng trên đó thị được biểu diễn bằng đoạn thẳng không có độ nghiêng :

$h = 0$ khi $0 < t < t_1$ vì hệ số dãn nở nhiệt của nước là nhỏ có thể bỏ qua.

Ở nhiệt độ $T_1 = 373$ K. áp suất hơi bão hòa bằng áp suất ngoài và pittong bắt đầu được nâng lên trên bề mặt nước (Hình 16.4b)(dưới pittong vì trên bề mặt nước là hơi nước bão hòa). Vì công suất của bộ nung không đổi nên khối lượng hơi $m = \frac{N(t-t_1)}{L}$ ($L = 2,3 \cdot 10^6$ J/kg là nhiệt hóa hơi riêng của nước) tỉ lệ với thời gian làm việc $t - t_1$ của bộ nung sau khi đạt nhiệt độ T_1 . Từ phương trình Mendeleev-Clapeyron suy ra thể tích hơi

$$V = \frac{RT_1 m}{p_0 \mu} = \frac{RT_1 N}{p_0 \mu L} (t - t_1)$$

cũng tỉ lệ với thời gian này vì $T_1, p_0 = \text{const}$. Độ cao nâng lên của pittong được xác định bởi

$$h = \frac{V}{S} = \frac{RT_1 N}{p_0 \mu L S} (t - t_1) (t_1 < t < t_2)$$

$$t_2 = t_1 + \frac{m_n L}{N} = 4 + \frac{0,01 \cdot 2,3 \cdot 10^6}{10^3} = 27(s)$$

trong đó t_2 là thời điểm khi toàn bộ nước trong bình bay hơi. Trên đồ thị (Hình 16.5), đoạn tương ứng được biểu diễn bằng đoạn thẳng với góc nghiêng α được xác định bởi

$$\tan \alpha = \frac{RT_1 N}{p_0 \mu L S} = \frac{8,3 \cdot 10^3 \cdot 373 \cdot 10^3}{10^5 \cdot 18 \cdot 2,3 \cdot 10^6 \cdot 0,01} \approx 0,08(\text{ms})$$

Sau đó, nhiệt độ hơi sẽ tăng lên và hơi lại trở thành hơi bão hòa. Sự thay đổi nhiệt độ hơi xảy ra theo quy luật

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Delta T = \frac{N(t - t_2)}{c_p m}$$

trong đó $c_p = 2.10^3 \text{ J/(kg.}^\circ\text{C)}$ là nhiệt dung riêng của hơi nước khi nung nóng đẳng áp. Sự thay đổi tương ứng của thể tích tìm được từ phương trình Mendeleev-Clapeyron

$$\Delta V = \frac{mR\Delta T}{\mu p_0} = \frac{NR(t - t_2)}{\mu c_p p_0}$$

Bài 9. Trong quá trình đẳng áp khi nhiệt lượng được cung cấp một cách chậm thì nhiệt độ sẽ không thay đổi chừng nào mà chất lỏng chưa bay hơi hết. Sau đó lượng hơi sẽ bằng $q_h + q_l$ và nhiệt độ tăng lên ΔT . Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$Q = \Delta U + p(V_c - V_d),$$

ở đây $p(V_c - V_d)$ là công của hơi chống lại áp suất bên ngoài. Theo phương trình trạng thái:

$$pV_d = q_h RT, pV_c = (q_l + q_h)R(T + \Delta T)$$

Cuối cùng ta nhận được :

$$\Delta U = Q - q_l RT - (q_l + q_h)R\Delta T.$$

Bài 10. Công do y mol hơi thực hiện được trong quá trình giãn nở đẳng nhiệt từ thể tích V_1 đến thể tích V_2 bằng:

$$A = yRT \ln(V_2/V_1).$$

Hơi nước bắt đầu ngưng tụ ở trạng thái 2 (xem giản đồ trên) và tiếp tục cho đến trạng thái cuối cùng 3, áp suất không thay đổi. Lượng chất lỏng tạo thành bằng một nửa lượng hơi ban đầu, tức là $y_1 = y_3/2$. Lượng nhiệt toả ra trong giai đoạn 1 - 3 bằng

$$Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}.$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Trong đoạn 1–2 hơi vẫn chưa bão hòa, nội năng của nó trong quá trình đanding nhiệt không thay đổi, vì thế nhiệt lượng toả ra về trị số bằng công của ngoại lực nén:

$$Q_{12} = y_h RT \ln(V_1/V_2).$$

Trong đoạn 2 - 3, hơi ngưng tụ và sự toả nhiệt xảy ra ở áp suất và nhiệt độ không đổi và $Q_{23} = y_l \Lambda$, ở đây Λ nhiệt ngưng tụ phân tử của hơi. Ngoài ra, đối với đoạn này, từ phương trình trạng thái ta tìm được:

$$p_2(V_2 - V_3) = y_l RT.$$

Phương trình trên cùng phương trình trạng thái $p_2V_2 = y_h RT$ và điều kiện $V_1 = kV_3$ cho phép tìm được tỉ số các thể tích V_1/V_2 :

$$\frac{V_1}{V_2} = k \frac{y_h - y_l}{y_h}$$

Như vậy, cuối cùng ta được:

$$Q_{13} = Q = y_h RT \ln\left(k \frac{y_h - y_n}{y_h}\right) + \Lambda y_n$$

từ đó: $\Lambda = 2Q - 2RT \ln 2$.

Bài 11. Quá trình biến đổi: m gam nước tăng nhiệt độ từ 0°C lên 100°C tức $\Delta T = 100K$ và sau đó m₁ gam biến thành hơi.

$$Q = mc\Delta T + m_1\lambda \Leftrightarrow m_1 = \frac{Q - mc\Delta T}{\lambda}$$

$$\text{Thể tích hơi nước } pV = \frac{m_1}{\mu} RT \Leftrightarrow V = \frac{m_1 RT}{\mu p}$$

Bỏ qua thể tích lượng nước chưa bay hơi thì ta có độ cao của pittong
 $h = \frac{V}{S} = \left(\frac{Q - mc\Delta T}{\lambda} \right) \frac{RT}{p\mu S} = \frac{8,31 \cdot 373 (20 \cdot 10^3 - 20,4 \cdot 18 \cdot 100)}{18 \cdot 101325 \cdot 410 \cdot 10^{-4} \cdot 2250} = 0,214m = 21,4cm$

Bài 12.

Công A mà tác nhân sinh ra trong một chu trình:

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{T_1}{T_2} Q_2 - Q_2 = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) Q_2 = 800 \text{ kJ}$$

Bài 13.a. Xét máy lạnh có nhiệt độ nguồn lạnh là $T_1 = 273K$ và nguồn nóng là $T_2 = 373K$. Gọi Q_1 là nhiệt lượng mà máy lạnh nhận từ nước đá, còn Q_2 là nhiệt lượng nó nhả cho hơi nước. Vì máy lạnh lí tưởng nên ta có hệ thức Các-nô $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ (1)

Nhiệt lượng Q_1 do một mol nước nguội đi từ $T_3 = 25 + 273 = 298K$ xuống 0°C và sau đó là đồng đặc:

$$Q_1 = C(T_3 - T_1) + \lambda$$

Với λ (J/mol) là nhiệt nóng chảy của nước

Nhiệt lượng Q_2 do một mol nước nhận vào để nóng từ 25°C lên 100°C và sau đó có n mol hoá hơi là

$$Q_2 = nL + C(T_2 - T_3)$$

Với L (J/mol) là nhiệt hoá hơi của nước

Thay vào (1) ta được

$$\frac{\lambda + C(T_3 - T_1)}{T_1} = \frac{nL + C(T_2 - T_3)}{T_2}$$

$$\text{Giải ra ta được } n = \frac{T_1}{T_2} \left[\frac{\lambda + C(T_3 - T_1) - C(T_2 - T_3)}{L} \right]$$

b. Gọi A là công do máy lạnh thực hiện

$$\text{Ta có } \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \rightarrow A = \frac{[\lambda + C(T_3 - T_1)](T_2 - T_1)}{T_1}$$

Bài 14. Khi 2 kg nước đá ở 0°C hoá thành nước đá thì nhiệt lượng giải phóng là

$$Q_1 = 336000 \cdot 2 = 672(\text{kJ})$$

Gọi A_{\min} là công suất nhỏ nhất mà động cơ sinh ra

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{T_{\text{lanh}}}{T_{\text{nóng}} - T_{\text{lanh}}} = \frac{Q_1}{A_{\text{min}}}$$

Nếu dùng động cơ $P = 50 \text{ W}$ thì thời gian tối thiểu cần thiết là

$$\tau = \frac{A_{\text{min}}}{P} = \frac{Q_1}{P} \left(\frac{T_{\text{nóng}} - T_{\text{lanh}}}{T_{\text{lanh}}} \right)$$

Thay số ta được $\tau = 1,3 \cdot 10^3 \text{ s}$

Bài 15. a. Vì khối nước đá rất lớn nên nhiệt độ của nó không đổi. Trong quá trình nhiệt độ của nước giảm dần. Khi không thể lấy công ra từ hệ nữa thì hiệu suất của chu trình bằng 0.

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{da}}}{T} = 0 \rightarrow T = T_{\text{da}} = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$$

b. Nhiệt lượng hấp thụ bởi khối nước đá

$$Q_2 = \int [1 - \eta(t)] dQ = mC \int_{273}^{373} \frac{273}{T} dT = 358(\text{kJ})$$

Nhiệt lượng này làm tan một lượng nước đá là

$$M = \frac{Q_2}{\lambda} = \frac{358}{336} \approx 1,6(\text{kg})$$

c. Công thực hiện bởi động cơ là: $A = Q_1 - Q_2 = 1.4200.100 - 358.10^3 = 62 (\text{kJ})$

Bài 16. Từ số liệu đề bài cho ta có nhiệt nóng chảy của nước đá

$$L_{\text{da-nc}} = L_{\text{da-ho}} - L_{\text{nc-ho}} = 0,34 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Vì nhiệt lượng Q được cung cấp từ hệ thống và nhỏ hơn nhiệt hoá lỏng, cho nên nước đá không thể hoá lỏng toàn bộ. Hệ thống ở trong quá trình biến đổi luôn có 3 trạng thái gần như cân bằng, vì thế nhiệt độ và áp suất của hệ không đổi. Từ phương trình trạng thái khí lí tưởng có thể tìm được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$\rho_{\text{hơi}} = \frac{\mu p_t}{RT_t}$ với μ là khối lượng mol của nước. Thay các giá trị $\mu = 18.10^{-3} \text{ kg/mol}$; $R = 8,31 \text{ J/K.mol}$; $p_t = 4,58 \text{ mmHg} = 610 \text{ Pa}$ ta tìm được $\rho_{\text{hơi}} = 5.10^{-3} \text{ kg/m}^3$

Ta thấy rằng $\rho_{\text{hơi}} \ll \rho_{\text{nước}}$ nên nếu nước có hoá hơi thì thể tích phải tăng. Theo đề thể tích được giữ không đổi, đồng thời áp suất cũng không đổi nghĩa là lượng hơi nước vẫn là 1 gam, chỉ có đá chuyển thành nước.

Gọi khối lượng nước đá, nước và hơi sau khi cân bằng là x, y, z thì

$$z = 1 \text{ g}, x + y = 2 \text{ g}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$(1-x)L_{\text{da-nuoc}} = Q$$

Giải ra ta được $x = 0,25 \text{ g}$; $y = 1,75 \text{ g}$, $z = 1 \text{ g}$.

Bài 17. Giọt nước bay hơi mà không nhận nhiệt lượng từ bên ngoài thì nhiệt lượng cần hoá hơi phải lấy từ năng lượng bề mặt của giọt nước.

Giả sử ban đầu bán kính của giọt nước là r , do bay hơi bán kính giảm đi dr thì diện tích mặt và thể tích giảm tương ứng

$$ds = d(4\pi r^2) = 8\pi r dr$$

$$dV = d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = 4\pi r^2 dr$$

Nhiệt lượng cần có để hoá hơi lượng nước tương ứng là:

$$dQ = L dm = L \rho dV = L \rho \cdot 4\pi r^2 dr$$

Độ giảm năng lượng mặt ngoài

$$dE = \sigma dS = \sigma 8\pi r dr$$

Để giọt nước tự bay hơi được thì $dE \geq dQ \rightarrow \sigma \cdot 8\pi r dr \geq L \rho \cdot 4\pi r^2 dr \rightarrow r \leq \frac{2\sigma}{\rho L}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thay số ta được $r \leq 6,37 \cdot 10^{-11} \text{ m} \rightarrow r_{\max} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

Ta thấy r_{\max} có kích thước phân tử

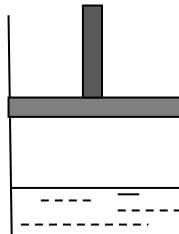
Vậy trong thực tế không thể có giọt nước không nhận nhiệt lượng mà tự bay hơi được.

Bài 18. Hơi trong bình luôn bão hòa nên:

$$p_1 = p_{kk1} + p_{bh}$$

$$p_2 = p_{kk2} + p_{bh} \quad (1)$$

Áp dụng định luật B-M cho không khí trong bình:



$$p_{kk1} \cdot V_1 = p_{kk2} \cdot V_2 \rightarrow p_{kk1} = 2p_{kk2} \quad (2)$$

Từ (1) (2) suy ra $p_{kk1} = 1 \text{ atm}$; $p_{kk2} = 2 \text{ atm}$; $p_{bh} = 1 \text{ atm} \rightarrow T = 373 \text{ K}$

a. Khối lượng không khí trong bình:

$$m_{kk} = \frac{\mu_{kk} p_{kk1} \cdot V_1}{RT} = 42,5 \text{ (g)}$$

b. Khối lượng toàn phần của nước: (coi gần đúng hơi bão hòa tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng)

$$m_n = \frac{\mu_n p_{bh} \cdot V_2}{RT} = 26,4 \text{ (g)}$$

c. Công mà khí tác dụng lên pittông:

$$A' = A'_{kk} + A'_{hn} = \int_{V_1}^{V_2} p_{kk} dV + p_{bh} (V_2 - V_1) = p_{kk1} \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + p_{bh} (V_2 - V_1)$$

$$A' = 3145 + 2269 = 5414 \text{ (J)}$$

d. Khối lượng nước bay hơi: $m_n = \frac{\mu_n p_{bh} \cdot (V_2 - V_1)}{RT} = 13,2 \text{ (g)}$

Nhiệt lượng cần cung cấp cho không khí và nước để giữ nhiệt độ không đổi:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q = Q_{kk} + Q_{hn} = A'_{kk} + mL = 32845 \text{ (J)}$$

Bài 19. $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{m\lambda}{T} = \frac{10^3 \cdot 2250}{373} = 6,032 \cdot 10^3 \text{ J/K}$

$$dU = -pdV + dQ \Rightarrow \Delta U = -p\Delta V + m\lambda$$

Với $\Delta V = V_{khi} - V_{long}$

Nên $p\Delta V = p(V_{khi} - V_{long}) = pV_{khi} - pV_{long} \approx pV_{khi}$ Vì $V_{khi} \ll V_{long}$

Với $pV_{khi} = \frac{m}{\mu}RT$

Vậy $\Delta U = m\left(\lambda - \frac{RT}{\mu}\right) = 10^3 \left(2250 - \frac{8,31 \cdot 373}{18}\right) = 2,078 \cdot 10^6 \text{ J}$

Bài 20. Từ phương trình trạng thái $pV_1 = \frac{m_1}{\mu}RT$

Với $m_1=1 \text{ g hơi nước ở } T=373K$

Cho $m=1g$ nước vào thì nhiệt độ khói nước đó tăng từ $T_o=22^\circ\text{C}$ đến $T=373K$; m hấp thụ nhiệt lượng $Q = mc(T - T_o)$

Để có được nhiệt lượng Q thì m_2 gam hơi nước sẽ phải ngưng tụ thành nước: $Q = m_2\lambda$

$$\Rightarrow m_2\lambda = mc(T - T_o) \Leftrightarrow m_2 = \frac{mc(T - T_o)}{\lambda}$$

Vậy khói lượng nước còn ở thể hơi là $m_1 - m_2 = \Delta m$

Và thể tích ứng với Δm là V_2 với $pV_2 = \frac{m_1 - m_2}{\mu}RT$

Công mà pittong thực hiện là

$$A = -p\Delta V = p(V_1 - V_2) = pV_1 - pV_2 = \frac{RT}{\mu}(m_1 - m_1 + m_2)$$

$$\Leftrightarrow A = m_2 \frac{RT}{\mu}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{mc(T - T_o)}{\lambda} \cdot \frac{RT}{\mu}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1.4,18.78.8,31.373}{2250.18} = 24,95J$$

Bài 21. Trong giai đoạn đầu chúng ta có một hệ hai pha: nước và hơi nước bão hòa của nó. Trong giai đoạn này, quá trình đẳng áp xảy ra ở nhiệt độ không đổi, còn nhiệt lượng cung cấp để làm nước bay hơi. Quá trình này xảy ra cho đến khi toàn bộ nước biến thành hơi bão hòa. Trong giai đoạn này, cần cung cấp cho hệ một nhiệt lượng:

$$Q_1 = n_1 \lambda$$

Trong giai đoạn thứ hai hơi nước được đun nóng và trong quá trình giản nở đẳng áp này sẽ thực hiện một công. Lúc này đã không thể còn xem là hơi bão hòa mà là khí lý tưởng. Theo nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học, nhiệt lượng cần cung cấp trong giai đoạn hai là để làm tăng nội năng của hơi và để hơi thực hiện công:

$$Q_2 = \Delta U + p\Delta V = 3(n_1 + n_2)R\Delta T + p\Delta V$$

ở đây p là áp suất của hơi, còn ΔV là độ biến thiên thể tích. Vì quá trình là đẳng áp cho nên: $p\Delta V = (n_1 + n_2)R\Delta T$

Từ đó: $Q_2 = 4(n_1 + n_2)R\Delta T$

Nhiệt lượng toàn bộ cần cung cấp bằng

$$Q = Q_1 + Q_2 = n_1 \lambda + 4(n_1 + n_2)R\Delta T = 0,5\lambda + 4R\Delta T$$

Bài 22. a. Lúc đầu không khí có $V_0 = 1 \text{ m}^3$; $p_0 = 1 \text{ atm}$. Độ ẩm không khí là 50 % nên:

Áp suất riêng phần của hơi nước là: $p_{n0} = 0,5 \text{ atm}$.

Áp suất riêng phần của không khí là: $p_{k0} = p_0 - p_{n0} = 0,5 \text{ atm}$.

Hơi nước bắt đầu ngưng tụ khi áp suất hơi nước là: $p_{n1} = 1 \text{ atm}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Khi đó thể tích của hơi nước và không khí là: $V_1 = \frac{0,5 \cdot 1}{1} = 0,5 \text{ m}^3$.

Áp suất của không khí khi đó là: $p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_1} = 2 \text{ atm}$

Nén tới thể tích $V_2 = 0,2 \text{ m}^3$, áp suất riêng phần của không khí là

$$p_{k1} = \frac{p_{k0} V_0}{V_2} = \frac{0,5 \cdot 1}{0,2} = 2,5 \text{ atm.}$$

Áp suất riêng phần của hơi nước là: $p_{n2} = p_{n0} = 1 \text{ atm}$.

Từ đó ta tính được áp suất của không khí khi nén tới thể tích $V_2 = 0,2 \text{ m}^3$ là:

$$p_2 = p_{k2} + p_{n2} = 2,5 \text{ atm}$$

b. Quá trình nén là đẳng nhiệt nên công nén khí khi hơi nước chưa ngưng tụ là:

$$A_1 = -p_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0} = P_0 V_0 \ln 2$$

Công nén khí khi hơi nước ngưng tụ là: $A_2 = A_{21} + A_{22}$

$$\text{Với } A_{21} = p_{k1} V_1 \ln 2,5$$

$$A_{22} = p_{n1} \cdot (V_1 - V_2)$$

Thay số ta được kết quả:

$$A_1 = 1.103.10^5 \cdot 1.0,63915 = 70216 \text{ J} \approx 70,2 \text{ kJ}$$

$$A_{21} = 1.103.10^5 \cdot 0,5 \cdot 0,916291 = 46410 \text{ J} \approx 46,42 \text{ kJ}$$

$$A_{22} = 1.103.10^5 \cdot 0,3 = 30390 \text{ J} \approx 30390 \text{ J} \approx 30,4 \text{ kJ}$$

Công tổng cộng của lực nén là: $A = A_1 + A_{21} + A_{22} = 147 \text{ kJ}$.

c. Khối lượng m của hơi nước đã ngưng tụ:

$$p_{n1}(V_1 - V_2) = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\text{Từ đó } \frac{m}{\mu} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,3}{8,31 \cdot 373} = 9,8$$

$$m = 9,8 \cdot 18 = 176,5 \text{ g}$$

Nhiệt lượng tỏa ra do m gam hơi nước ngưng tụ là:

$$Q_0 = m \cdot L = 176,5 \cdot 2250 \approx 397 \text{ kJ}$$

Nhiệt lượng này bằng độ giảm nội năng của m gam hơi nước khi ngưng tụ cộng với công nén khí khi hơi nước bão hòa chuyển thể thành nước.

Tổng nhiệt lượng tỏa ra là:

$$Q = A_1 + A_{21} + (A_{22} + \Delta U) \\ = A_1 + A_{21} + Q_0 = 70,2 + 46,4 + 397 = 513,8 \text{ kJ}$$

Bài 23. 1. Khi ở trạng thái bão hòa, số phân tử nước bay ra khỏi diện tích S trong thời gian dt bằng số phân tử bay vào. Số đó có thể tính theo công thức:

$$Z = \frac{1}{4} n \bar{v} S \cdot dt = \frac{1}{4} \frac{p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S dt \quad (1)$$

Nếu trên mặt nước có gió thổi đều, có thể ước tính số phân tử bay vào bằng cách coi áp suất hơi trên mặt nước là $0,8p_{bh}$. Số phân tử bay vào tính tương tự nhưng thay p_{bh} bởi $0,8p_{bh}$. Số đó tính trong một đơn vị thời gian là:

$$Z_1 = \frac{1}{4} \frac{0,8p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S dt \quad (1)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{z - z_1}{N_A} \mu = \frac{0,2P_{bh}\mu}{4kN_A T} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{0,2P_{bh}}{4} \sqrt{\frac{3\mu}{RT}} S$$

Thay số $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, ta có $dm/dt \approx 2,5 \text{ g/s}$.

Trường hợp không có gió, trên mặt cốc hơi nước gần như bão hòa, sự bay hơi xảy ra rất chậm và không ước tính cụ thể được. Như vậy tốc độ bay hơi không lớn 2,5 g/s.

2. Khi đặt trong chân không, nước bay hơi làm khối lượng nước còn lại trong cốc ít dần và sự bay hơi cũng làm nhiệt độ nước trong bình lạnh dần tới 0°C . Nếu coi nhiệt hoả hơi ở các nhiệt độ khác nhau đều là L thì lượng nước bay hơi Δm làm cho nước trong bình chuyển thành nước đá có thể tính gần đúng theo phương trình cân bằng nhiệt:

$$L\Delta m = C(m - \Delta m)\Delta t^0 + \lambda(m - \Delta m)$$

$$\Delta m = \frac{C_n m \Delta t^0 + \lambda m}{L + C_n \cdot \Delta t^0 + \lambda} \approx 76 \text{ g}$$

Sự chuyển hóa nước đá thành dạng hơi bay vào chân không xảy ra rất chậm so với sự

bay hơi của nước ở thể lỏng. Vậy khi trong bình còn $500 - 76 = 424$ gam nước đá thì tốc độ nước bay vào chân không thay đổi rõ rệt.

X.3 CHUYỂN PHA.

Bài 1. Biến đổi áp suất $\Delta p = (0,95 - 1)\text{atm} = -5,065 \text{ kPa}$ có thể coi là nhỏ. Theo phương trình Clau-di-út - Cla-pê-rôn:

$$\Delta T = \frac{(v_h - v_l)}{L} \Delta P$$

v_h có thể tính gần đúng theo phương trình C-M:

$$v_h = \frac{V}{m} = \frac{RT}{p\mu} = \frac{8,31 \cdot 373}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,018} = 1,7 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$v_l \approx 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ có thể bỏ qua so với v_h

$$\Delta T = \frac{373 \cdot 1,7}{2250 \cdot 10^3} (-5,065) = -1,43K$$

Dưới áp suất 0,95 atm nước sôi ở nhiệt độ:

$$T + \Delta T = 373 - 1,43 = 371,57K; \text{ tức là } 98,57^\circ\text{C}$$

Bài 2. Khi ở trạng thái bão hòa, số phân tử nước bay ra khỏi diện tích S trong thời gian dt bằng số phân tử bay vào. Số đó có thể được tính theo công thức:

$$\bar{z} = \frac{1}{4} n \cdot \bar{v} \cdot S \cdot dt = \frac{1}{4} \frac{0,8 \cdot p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S \cdot dt$$

Nếu trên mặt nước có gió thổi để không cản hơi bão hòa, ta có thể ước tính số phân tử bay vào bằng cách coi áp suất mặt nước là $0,8 p_{bh}$. Số đó tính trong một đơn vị thời gian là:

$$z_1 = \frac{1}{4} \frac{0,8 \cdot p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S \cdot dt$$

Khối lượng nước bay ra khỏi diện tích S trong một đơn vị thời gian là:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{z - z_1}{N_A} \mu = \frac{0,2 \cdot p_{bh} \mu}{4k \cdot N_A T} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} S = \frac{0,2 \cdot p_{bh}}{4} \sqrt{\frac{3\mu}{RT}} S$$

Thay số $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, ta có: $\frac{dm}{dt} \approx 2,5 \text{ g/s}$

Trường hợp không có gió, trên mặt cốc nước gần như bão hòa, sự bay hơi xảy ra rát chậm và không ước tính cụ thể được

Chú ý rằng, ta cũng có thể lấy giá trị vận tốc trung bình là

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \text{ và } \bar{z} = \frac{1}{6} n \cdot \bar{v} \cdot S \cdot dt = \frac{1}{6} \frac{p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \cdot S \cdot dt$$

sẽ tính được kết quả có cùng bậc độ lớn.

Bài 3. 1. Áp suất trên mặt nước trong bình là $p_{bh} + p_{kk} > p_{bh}$ (với p_{bh}, p_{kk} lần lượt là áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và áp suất riêng phần của không khí ở vùng không gian phía dưới nắp đậy bán cầu). Áp suất này luôn lớn hơn áp suất của hơi nước bão hòa dù ở bất kỳ nhiệt độ nào, vì thế không thể đun sôi nước trong bình.

2. Xét một chu trình Carnot bao gồm hai quá trình chuyển pha ở nhiệt độ T và $T + dT$, và hai quá trình đoạn nhiệt. Quá trình chuyển pha lỏng-hơi với dp và dT rất nhỏ, có thể coi giản đồ (p - V) của chu trình này gần như một hình chữ nhật. Hiệu suất chu trình là:

$$\eta = \frac{dT}{T} = \frac{\delta A}{\delta Q}; \delta A = dp \cdot (V_h - V_\ell); \delta Q = L$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp \cdot (V_h - V_\ell)}{L} \Rightarrow \frac{1}{T} \frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_\ell}{L} \approx \frac{V_h}{L}.$$

3. Theo giả thiết:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dp} = \frac{V_h}{L} = \frac{RT}{\mu L p} \Leftrightarrow \frac{dT}{T^2} = \frac{R}{\mu L} \frac{dp}{p} \Rightarrow \int_{T_0}^T \frac{dT}{T^2} = \int_{p_0}^p \frac{R}{\mu L} \frac{dp}{p}$$

$$\text{a. Từ đó ta có: } p = p_0 e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad (1)$$

Từ đó ta có áp suất của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ T_1 :

$$p_1 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)} = 6,94 \cdot 10^4 \text{ Pa.} \quad (2)$$

Áp suất riêng phần của không khí bên trong nắp bán cầu là

$$p_{kk} = p_0 - p_1 = 3,06 \cdot 10^4 \text{ Pa.}$$

Vì thế áp suất trong lòng chất lỏng khi nắp bán cầu được là mát

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p = p'_{kk} + p_{hn} = \frac{T_0}{T_1} p_{kk} + p_0 = 1,31 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \quad (3)$$

Kết hợp (1) và (3) ta có nhiệt độ sôi của nước trong bình được xác định bằng hệ thức

$$T = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu L} \ln \frac{p}{p_0}} = 381 \text{ K.}$$

Do đó nước trong bình sẽ sôi ở $T = 381 \text{ K}$ hay $t = 108^\circ\text{C}$.

b. Khối lượng khí đập lên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian

$$m = \pi r^2 \frac{N}{N_A} \mu = pr^2 \sqrt{\frac{\pi \mu}{2RT}}. \quad (4)$$

Do đó khối lượng hơi nước cực đại thoát ra khỏi chất lỏng trong một đơn vị thời gian (m_1) và khối lượng hơi nước đi từ hơi trong bán cầu về chất lỏng (m_2) lần lượt là:

$$m_1 = pr^2 \sqrt{\frac{\pi \mu}{2RT}} \approx 3,92 \text{ kg/s.}$$

$$m_2 = p_0 r^2 \sqrt{\frac{\pi \mu}{2RT_0}} \approx 3,02 \text{ kg/s.}$$

Từ đó để duy trì trạng thái sôi liên tục trong một đơn vị thời gian, ta cần làm cho nước tổng cộng quay lại bình (m_1) tăng nhiệt độ từ T_0 lên T , chuyển hóa một khối lượng m_1 nước thành hơi và chỉ nhận được một lượng năng lượng $m_2 L$ do hơi nước ngưng tụ trên bề mặt chất lỏng tạo ra do đó nhiệt lượng cực đại cấp cho bình là:

$$Q_{\max} = (m_1 - m_2)L + m_1 c(T - T_0) \approx 2,16 \text{ MJ/s} = 2,16 \text{ MW.}$$

Chú ý:

- Không có gì cản trở một phần nước sôi quay trở lại bề mặt chất lỏng nên khối lượng nước hoá thành hơi trong một đơn vị thời gian có giá trị cực đại là m_1 còn khi hơi nước đã va chạm với mặt nước thì hiển nhiên nó bị hấp thụ nên chắc chắn khối lượng hơi nước có nhiệt độ T_0 va chạm với bề mặt chất lỏng và bị hấp thụ trong một đơn vị thời gian là m_2 , vì thế ta chỉ tính được nhiệt lượng cực đại cần trên cho nước trong một đơn vị thời gian.
- Khi đạt đến trạng thái ổn định, nội năng tổng cộng của vật chất trong bình không đổi theo thời gian nên nhiệt lượng mà nó nhận vào bằng nhiệt lượng mà nó nhả cho hệ thống làm mát. Vì thế, nhiệt lượng cực đại mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định là: $Q'_{max} = Q_{max} = (m_1 - m_2)L + m_1c(T - T_0) \approx 2,16 MW$

Bài 4. Áp dụng phương trình trạng thái ta có

$$p \cdot V = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{p}$$

+ Áp dụng phương trình Claudio - Clapeyron (Thể tích lỏng rất nhỏ so với thể tích hơi)

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{VT} = \frac{pL}{nRT^2} \quad \frac{dp}{p} = \frac{L \cdot dT}{nRT^2} \quad \ln p = -\frac{L}{nRT} + C$$

Bài 5.

a) Xét 1 mol hơi, coi là khí lí tưởng biến đổi theo chu trình Các-nô

Từ trạng thái 1 có nhiệt độ $T + dT$ biến đổi đằng nhiệt sang trạng thái 2

Từ trạng thái 2 biến đổi đoạn nhiệt sang trạng thái 3 có nhiệt độ T

Từ trạng thái 3 có nhiệt độ T biến đổi đằng nhiệt đến trạng thái 4.

Từ trạng thái 4 biến đổi đoạn nhiệt về trạng thái 1.

Ta có $Q = L$

$$dA = (p + dp)V - pV = Vdp$$

với V là thể tích mol của hơi

$$\frac{Vdp}{dT} = \frac{L}{T}$$

Kết hợp phương trình trạng thái ta có

$$\frac{d(\ln p)}{dT} = \frac{L}{RT^2}$$

b) Xét một bìa mặt dán đắng nhiệt 1 đơn vị diện tích tại $T + dT$; sau đó đoạn nhiệt tới T rồi co lại đắng nhiệt tại nhiệt độ T và cuối cùng đoạn nhiệt đến $T + dT$

Ta có: $Q = u - \alpha$

$$dA = -\alpha(T + dT) + \alpha \cdot T = d\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dT} = -\frac{d\alpha}{dT}$$

Mà

$$\frac{dA}{dT} = \frac{Q}{T} = \frac{u - \alpha}{T}$$

Từ đó ta có:

$$u = \alpha - T \frac{d\alpha}{dT}$$

Bài 6. Dùng một nhiệt kế ở điều kiện bình thường đo nhiệt độ của không khí T_1 ; nhiệt kế thứ hai được cuốn vải bông ướt ở bầu nhiệt kế. Hai nhiệt kế này để ở xa nhau. Xung quanh bầu nhiệt kế thứ hai có hơi nước bão hòa. Nhiệt độ nhiệt kế này chỉ là $T_2 < T_1$. áp suất của hơi bão hòa xung quanh nhiệt kế thứ hai (ở chế độ đã ổn định) bằng áp suất riêng phần của hơi nước ở nhiệt độ T_1 : $P_{bh}(T_2) = P_r(T_1)$.

Độ ẩm tì đối của không khí được xác định bằng công thức: $f = \frac{P_r(T_1)}{P_{bh}(T_1)}$ trong đó $P_r(T_1)$ là

áp suất riêng phần của hơi nước ở nhiệt độ T_1 , $P_{bh}(T_1)$ là áp suất của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ T_1 .

$$\text{Vậy: } f = \frac{P_r(T_1)}{P_{bh}(T_1)} = \frac{P_{bh}(T_2)}{P_{bh}(T_1)} = 1 - \frac{P_{bh}(T_1) - P_{bh}(T_2)}{P_{bh}(T_1)} \approx 1 - \frac{dP_{bh}}{P_{bh}} \quad (1).$$

$$\text{Vì } V_n \ll V_h \text{ và theo giả thiết ta có: } \frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)} \approx \frac{L}{TV_h} \quad (2).$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

áp dụng công thức: $T = \frac{\mu V_h}{mR} P_{bh}$ (3) $\Rightarrow dT = \frac{\mu V_h}{mR} dP_{bh}$ (4).

Từ (1), (2), (3) và (4) ta được: $f \approx 1 - \frac{L\mu}{mRT^2} dT$

Bài 7.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \Delta p = \frac{\rho_h}{\rho_l} \cdot \frac{2\alpha}{r} \\ pV = \frac{m}{\mu} RT \end{cases} \Rightarrow \rho_h = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{\mu p}{RT \cdot \rho_l} \cdot \frac{4\alpha}{d}$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{4\alpha \cdot \mu p}{RT \cdot \rho_l \Delta p} = \frac{4\alpha \cdot \mu}{RT \cdot \rho_l \frac{\Delta p}{p}} = \frac{4\alpha \cdot \mu}{RT \cdot \rho_l \eta} = \frac{4.73 \cdot 10^{-6} \cdot 18}{10^3 \cdot 8.31 \cdot 300 \cdot 0.01} = 0,211 \mu m$$

Bài 8. Ta có:

$$\begin{cases} p_0 = 1 \text{ atm} \\ V_0 \\ T_0 = 373 \text{ K} \end{cases} \xrightarrow{p=\text{const}} \begin{cases} p_1 = 1 \text{ atm} \\ V_1 \\ T_1 = 423 \text{ K} \end{cases} \xrightarrow{\text{doan nhiet } \gamma = \frac{8}{6}} \begin{cases} p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 0,58 \text{ atm} \\ V_2 = 1,5V_1 \\ T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 370 \text{ K} = 97^\circ \text{C} \end{cases}$$

- Tìm áp suất p_{bh} ở 97°C khi biết $p_{bh} = p_0 = 1 \text{ atm}$ ở $T_0 = 100^\circ \text{C}$

PT Clau-di-ut Cla-pê-rôn cho mối quan hệ giữa nhiệt độ T và áp suất p khi xảy ra quá

trình bay hơi: $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_h - V_l)T}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Coi thể tích nước ngưng tụ không đáng kể nên $V_1 = 0$ nên $dp = \frac{L}{V_{hn} T} dT = \frac{L}{R T^2} dT$
 $\frac{\mu}{\mu p}$

Lấy nguyên hàm ta được: $\ln p_{bh} = -\frac{L\mu}{RT} + C$

\Rightarrow Khi $T = T_0$ thì $p_{bh} = p_0$ nên $C = \ln p_0 + \frac{L\mu}{R T_0}$

$\Rightarrow \ln p_{bh} = -\frac{L\mu}{RT} + \frac{L\mu}{R T_0} + \ln p_0$

$$\ln \frac{p_{bh}}{p_0} = \frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

$$p_{bh} = p_0 \cdot e^{\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

Khi $T = 370K$ thì $p_{bh} = 0,9$ atm $> 0,58$ atm nên không có nước ngưng tụ.

Bài 9. 1. Xét hơi nước bị nén $\ddot{\text{đ}}$ ang nhiệt: $p_{hn2} = \frac{p_{hn1} V_1}{V_2} = 202$ (kPa) > 200 (kPa)

Vậy hơi nước trong xi lanh sau khi nén đạt trạng thái bão hòa nên độ ẩm tì đối của nước sau khi nén $a = 100\%$

Ta có: $\begin{cases} p_1 = p_{hn1} + p_{kk1} \\ p_2 = p_{hn2} + p_{kk2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100 = 0,8p_{bh} + p_{kk1} \\ 200 = p_{bh} + p_{kk1} \frac{V_1}{V_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_{kk1} = \frac{4940}{51} \text{ (kPa)} \\ p_{bh} = \frac{200}{51} \text{ (kPa)} \approx 3,92 \text{ kPa} \end{cases}$

PT Clau-di-ut Cla-pê-rôn cho mối quan hệ giữa nhiệt độ T và áp suất p khi xảy ra quá

trình bay hơi: $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_h - V_1)T}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Coi thể tích nước ngưng tụ không đáng kể nên $V_1 = 0$ nên

$$dp = \frac{L}{V_{hn} T} dT = \frac{L}{RT^2} dT \Rightarrow p_{bh} = p_0 \cdot e^{\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

Vì $p_{bh} = 3,92$ kPa nên lấy $p_0 = 4,01$ kPa tại $T_0 = 302K \Rightarrow T = 301,6$ K hay $t = 28,6^{\circ}\text{C}$

Khối lượng không khí trong xi lanh: $m = \frac{p_{kk1} \cdot V_1 \cdot \mu}{RT} = 5,6\text{g}$

- Công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên piston:

$$A = A_{kk} + A_{hn1} + A_{hn2}$$

Hơi nước nén căng nhiệt đến áp suất $p_{hn2} = p_{bh} = 1\text{atm}$

khi đó thể tích không khí và hơi nước là: $p_{hn1} \cdot V_1 = p_{hn2} \cdot V'_2 \Rightarrow V'_2 = 40\text{ lít.}$

Sau đó hơi nước nén căng áp, bắt đầu ngưng tụ thành nước với $p_{bh} = 1\text{atm}$.

$$A_{kk} = - \int_{V_1}^{V_2} p_{kk} dV = -p_{kk1} \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 3415,5(\text{J})$$

$$A_{hn1} = \int_{V_1}^{V'_2} p_{hn} dV = -p_{hn1} \cdot V_1 \ln \frac{V'_2}{V_1} = 35,7(\text{J})$$

$$A_{hn2} = p_{bh} (V'_2 - V_2) = 60 \text{ J}$$

$$A = A_{kk} + A_{hn1} + A_{hn2} = 3511,2 (\text{J})$$

$$A' = -3511,2 (\text{J})$$

3.nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Khối lượng nước ngưng tụ:

$$m_n = \frac{\mu_{hn} p_{hn2} (V'_2 - V_2)}{RT} = 0,43\text{g}$$

$$Q = Q_{hn1} + Q_{hn2} = -A_{hn1} + mL = 931,8 (\text{J})$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Bài 10. Ta có: $V_h \gg V_1 \Rightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{L}{V_h T} = \frac{L\mu p_{bh}}{RT^2}$

(PT trạng thái cho hơi nước $V_h = \frac{RT}{\mu p_{bh}}$)

Lấy nguyên hàm ta được: $\ln p_{bh} = -\frac{L\mu}{RT} + C$

Khi $T = T_s$ thì $p_{bh} = p_0$ nên $C = \ln p_0 + \frac{L\mu}{RT_s}$

$$\Rightarrow \ln p_{bh} = -\frac{L\mu}{RT} + \frac{L\mu}{RT_s} + \ln p_0$$

$$\Rightarrow \ln \frac{p_{bh}}{p_0} = \frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T} \right)$$

$$p_{bh} = p_0 \cdot e^{\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T} \right)}$$

Khi $T = T_s/2$ thì $p_{bh} = p_0 \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}}$

Độ ẩm cực đại: $A = A = \frac{m_{bh}}{V} = \frac{\mu p_{bh}}{RT} = \frac{2\mu p_0}{RT_s} \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}}$

1. Khi nước sôi ở nhiệt độ $T = T_s/2$ thì áp suất hơi bão hòa bằng áp suất không khí

Ta có: $p(h) = p_{bh}$

$$\Rightarrow p_0 \cdot e^{-\frac{\mu_k gh}{RT_0}} = p_0 \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{T_0}{T_s} \frac{L\mu}{g\mu_k}$$

Bài 11. a: chất lỏng ở nhiệt độ sôi; b: toàn bộ hơi bão hòa; c,d: hơi bão hòa lẫn chất lỏng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Các quá trình ab, cd là các quá trình chuyển thể, chất được nén đẳng nhiệt. Chu trình là chu trình Các-nô.

$$\text{Hiệu suất chu trình } \eta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{A}{L}$$

Vì ΔT nhỏ nên công A sinh ra xem như có độ lớn bằng diện tích hình chữ nhật

$$A = (V_h - V_l) \Delta p_{bh}$$

Vậy ta được

$$\frac{\Delta p_{bh}}{\Delta T} = \frac{L}{T(V_h - V_l)}$$

(Đây là phương trình Clausius-Clapeyron)

b. Vì $V_h \ll V_l$ nên phương trình **Clausius-Clapeyron** có thể viết lại: $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{V_h T}$

Kết hợp với phương trình Clapeyron-Mendeleev: $pV_h = \frac{1}{\mu} RT$ ta có: $\frac{dp}{p} = \frac{L\mu}{RT^2} dT$

Tích phân hai vế ta được: $\ln \frac{p}{p_0} = \frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \rightarrow p = p_0 e^{\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$ (*)

với $p_0 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ và $T_0 = 373 \text{ K}$

Áp suất tối đa trong nồi áp suất: $p = p_0 + \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8}{\pi \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2} = 2,574 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2,54 \text{ atm}$

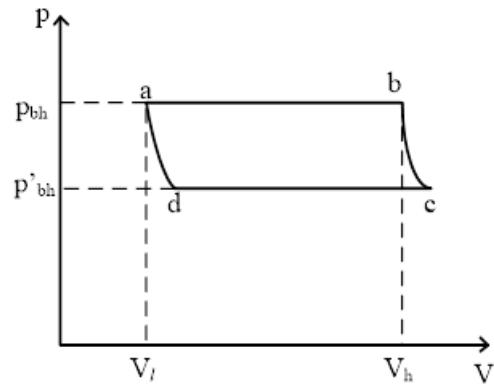
Thay số vào (*) ta được $T = 398,6 \text{ K} = 125,6^\circ\text{C}$

Bài 12. Chọn trục Oz thẳng đứng, chiều dương hướng lên

a. Khí quyển có nhiệt độ giảm theo độ cao z theo biểu thức: $T_{kk} = T_{kk0}(1 - az)$

Với $z = 100 \text{ m}$, $T_{kk0} = 300 \text{ K}$, $T_{kk} = 299,4 \text{ K} \rightarrow a = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K/mm}$

$$T_{kk} = 300(1 - 2 \cdot 10^{-5} z)$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

b. Xét cột không khí giữa hai độ cao z và $z + dz$. Độ chênh lệch áp suất giữa hai điểm này là dp

$$dp_{kk} = -\rho_{kk} g dz$$

$$\text{Có } \rho_{kk} = \frac{\mu_{kk} p_{kk}}{RT_{kk}}$$

$$dp_{kk} = -\frac{\mu_{kk} p_{kk}}{RT_{kk}} g dz \rightarrow \frac{dp_{kk}}{p_{kk}} = \frac{-\mu_{kk} g}{RT_{0kk}(1-az)} dz$$

Lấy tích phân hai vế ta được

$$p_{kk}(z) = p_{0kk}(1-az)^{\frac{\mu_{kk}g}{RT_{0kk}a}}$$

c. Theo phương trình **Clausius-Clapeyron**

$$\frac{dp_{bh}}{dT_s} = \frac{L}{(v_h - v_\ell)T_s}$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{dp_{bh}}{p_{bh}} = \frac{L\mu_n}{RT_s^2} dT_s \rightarrow \ln\left(\frac{p_{bhz}}{p_{bh0}}\right) = \frac{L\mu_n}{R} \left(\frac{1}{T_{s0}} - \frac{1}{T_s(z)}\right)$$

Nước sôi khi áp suất hơi bão hòa của nước bằng áp suất khí quyển

Thay biểu thức $p(z)$ ở mục b vào biểu thức trên ta được

$$\frac{\mu_{kk}g}{RT_{0kk}a} \ln(1-az) = \frac{L\mu_n}{R} \left(\frac{1}{T_{s0}} - \frac{1}{T_{sz}}\right)$$

Thay số ta được $T_{sz} = 360 \text{ K} = 87^\circ\text{C}$

Bài 13. Dựa vào giản đồ pha, ta thấy khi giữ ở nhiệt độ $T = -1^\circ\text{C} < 0,01^\circ\text{C}$ thì khí áp suất giảm dần từ 10^5 mmHg thì nước sẽ dần chuyển pha từ lỏng sang rắn rồi từ rắn sang hơi.

Gọi, p_1 là áp suất tại đó nước chuyển từ lỏng sang đá.

Theo phương trình **Clausius-Clapeyron**

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_N - V_D)} \rightarrow dp = \frac{\lambda}{(V_N - V_D)} \frac{dT}{T}$$

Lấy tích phân hai vế ta được

$$p_1 - p_0 = \frac{\lambda}{V_N - V_D} \ln \frac{T}{T_0}$$

Ở đây $p_0 = 4,6 \text{ mmHg} = 613 \text{ Pa}$, $T_0 = 273,16 \text{ K}$, $T = 272,15 \text{ K}$

$$p_1 = 10,37 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 77,8 \cdot 10^3 \text{ mmHg}$$

Gọi p_2 là áp suất tại đó nước chuyển từ đá sang hơi, ta có $V_H \ll V_D$ nên phương trình Clausius-Clapeyron được viết lại

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{TV_H}$$

$$\text{Áp dụng phương trình Claperon-Mendeleev } V_h = \frac{RT}{\mu p} \rightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{L\mu p}{RT^2}$$

Lấy tích phân hai vế ta được

$$\ln \frac{p_2}{p_0} = \frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \rightarrow p = p_0 e^{-\frac{L\mu}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} = 4,27 \text{ mmHg}$$

Bài 14. a. Giả sử hơi nước trong xi-lanh chưa bão hòa khi bị nén về thể tích 24,7 lít.

Lúc này $p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1 \approx 202 \text{ kPa} > 200 \text{ kPa}$, trái với giả thiết \rightarrow hơi nước trong xi-lanh sau

khi nén đạt trạng thái bão hòa.

Ta có trước khi nén: $p_{kk} + p_{bh} = p_1$

Sau khi nén: $\frac{V_1}{V_2} p_{kk} + p_{bh} = p_2$

Giải hệ phương trình ta được $p_{kk} = \frac{4940}{51} \text{ kPa}$; $p_{bh} = \frac{200}{51} \text{ kPa} \approx 3,92 \text{ kPa}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Vậy độ ẩm tỉ đối sau khi nén là $a' = 100\%$

Áp suất hơi bão hòa là 3,92 kPa, dựa vào bảng số liệu thì nhiệt độ của hỗn hợp nằm trong khoảng 28°C đến 29°C

Áp dụng phương trình **Clausius-Claperon**:

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{L\mu_n}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \rightarrow p = p_0 e^{\frac{L\mu_n}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

Với $T_0 = 29^{\circ}\text{C} = 302\text{ K}$, $p_0 = 4,01\text{ kPa}$, $p = p_{bh} = 3,92$

Giải ra ta được nhiệt độ của hỗn hợp là: $T = 301,6\text{ K} = 28,6^{\circ}\text{C}$

Vậy khối lượng không khí trong xi-lanh là

$$m_{kk} = \frac{p_{kk} V_1 \mu_{kk}}{RT} = 56(\text{g})$$

b. Công mà hỗn hợp hông khí và hơi nước tác dụng lên pít-tông:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} (p_{kk} + p_{hn}) dV = \int_{V_1}^{V_2} p_{kk} dV + \int_{V_1}^{V_2} p_{hn} dV = A_{kk} + A_{hn}$$

$$A_{kk} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_{kk} V_1}{V} dV = -p_{kk} V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Gọi V_{bh} là thể tích của hỗn hợp khi hơi nước bắt đầu bão hòa, ta có:

$$p_{bh} V_{bh} = a p_{bh} V_1 \rightarrow V_{bh} = a V_1$$

Vậy công của hơi nước

$$A_{hn} = \int_{V_1}^{V_{bh}} \frac{a p_{bh} V_1}{V} dV + \int_{V_{bh}}^{V_2} p_{bh} dV = p_{bh} \left(a V_1 \ln \frac{V_{bh}}{V_1} + V_2 - a V_1 \right) = p_{bh} V_1 \left(a \ln a + \frac{V_2}{V_1} - a \right)$$

Từ đó ta có công mà hỗn hợp tác dụng lên pít-tông là:

$$A = -p_{kk} V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} + p_{bh} V_1 \left(a \ln a + \frac{V_2}{V_1} - a \right) = -3,51\text{ kJ}$$

c. Nhiệt lượng mà hơi nước đã nhận: $Q' = A_{hn} - \Delta m \cdot L$

$$\text{Khối lượng hơi nước đã ngưng tụ: } \Delta m = \left(\frac{ap_{bh}V_1}{RT} - \frac{p_{bh}V_2}{RT} \right) \mu$$

$$Q' = p_{bh}V_1 \left(a \ln a + \left(1 + \frac{L}{RT} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} - a \right) \right) = -149 \text{ J}$$

Dấu trừ chứng tỏ nước đã toả ra một nhiệt lượng 149 J

Bài 15. Áp dụng phương trình **Claudiut-Claperon**:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{L}{T(v_l - v_r)} \Delta T = \frac{330 \cdot 10^3}{273 \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{920} \right)} - (-1) = \\ &= 13,9 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 13,9 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Bài 16. Biến đổi áp suất $\Delta p = (0,95 - 1)\text{atm} = -5,065 \text{ kPa}$ có thể coi là nhỏ. Theo phương trình **Claudiut-Claperon**:

$$\Delta T = \frac{T(v_h - v_l)}{L} \Delta P$$

v_h có thể tính gần đúng theo phương trình C-M:

$$v_h = \frac{V}{m} = \frac{RT}{p\mu} = \frac{8,31 \cdot 373}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,018} = 1,7 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$v_l \approx 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ có thể bỏ qua so với v_h

$$\Delta T = \frac{373 \cdot 1,7}{2250 \cdot 10^3} (-5,065) = -1,43 \text{ K}$$

Dưới áp suất 0,95 atm nước sôi ở nhiệt độ:

$$T + \Delta T = 373 - 1,43 = 371,57 \text{ K}; \text{ tức là } 98,57^\circ\text{C}$$

Bài 17 .

1. Theo **Claudiut-Claperon** Ta có: $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(v_h - v_l)T}$

Nếu coi hơi là hơi lý tưởng và $V_h = V_l = \frac{RT}{p}$ thì

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Lp}{RT^2} \rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{L}{R} \frac{dT}{T^2} \rightarrow \ln p = \frac{L}{R} d\left(-\frac{1}{T}\right)$$

$$\Rightarrow p = C \cdot e^{-\frac{L}{RT}} \text{ (C là hằng số)} \quad (\text{đpcm})$$

2. Theo phân trên ta có:

$$p_1 = C \cdot e^{-\frac{L}{RT_1}} \quad (T_1 = 373\text{K})$$

$$p_2 = C \cdot e^{-\frac{L}{RT_2}} \quad (T_2 = 368 \text{ K})$$

Từ đó ta rút ra được:

$$p_2 = p_1 \exp \left[\frac{L}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right] \approx 0,84 \text{ atm}$$

Bài 18. Dùng một nhiệt kế ở điều kiện bình thường đo nhiệt độ của không khí T_1 ; nhiệt kế thứ hai được cuốn vải bông ướt ở bầu nhiệt kế. Hai nhiệt kế này để ở xa nhau. Xung quanh bầu nhiệt kế thứ hai có hơi nước bão hòa. Nhiệt độ nhiệt kế này chỉ là $T_2 < T_1$. áp suất của hơi bão hòa xung quanh nhiệt kế thứ hai (ở chế độ đã ổn định) bằng áp suất riêng phần của hơi nước ở nhiệt độ T_1 : $P_{bh}(T_2) = P_r(T_1)$.

Độ ẩm tì đối của không khí được xác định bằng công thức: $f = \frac{P_r(T_1)}{P_{bh}(T_1)}$ trong đó $P_r(T_1)$ là áp suất riêng phần của hơi nước ở nhiệt độ T_1 , $P_{bh}(T_1)$ là áp suất của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ T_1 .

$$\text{Vậy: } f = \frac{P_r(T_1)}{P_{bh}(T_1)} = \frac{P_{bh}(T_2)}{P_{bh}(T_1)} = 1 - \frac{P_{bh}(T_1) - P_{bh}(T_2)}{P_{bh}(T_1)} \approx 1 - \frac{dP_{bh}}{P_{bh}} \quad (1).$$

$$\text{Vì } V_n \ll V_h \text{ và theo giả thiết ta có: } \frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)} \approx \frac{L}{TV_h} \quad (2).$$

$$\text{áp dụng công thức: } T = \frac{\mu V_h}{mR} P_{bh} \quad (3) \Rightarrow dT = \frac{\mu V_h}{mR} dP_{bh} \quad (4).$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) và (4) ta được: } f \approx 1 - \frac{L\mu}{mRT^2} dT.$$

Bài 19. 1. Dụng cụ cấu tạo bởi hai nhiệt kế I, II.

+ Nhiệt kế I: để bình thường, đo nhiệt độ không khí ta được T_1 . (Nhiệt kế khô)

+ Nhiệt kế II: bâu nhiệt kế bọc một lớp bông (hoặc vải bông...) đẫm nước. Nhiệt kế này chỉ nhiệt độ T_2 . (Nhiệt kế ẩm).

T_2 là nhiệt độ cân bằng của nước thâm ở lớp bông. Áp suất hơi bão hòa của nước ở nhiệt độ T_2 bằng áp suất riêng phần của nước trong không khí; $T_1 - T_2$ càng lớn thì không khí càng khô (độ ẩm tỷ đối càng nhỏ).

2. Độ ẩm tỷ đối của không khí tính bằng

$$\eta = \frac{p_{bh}(T_2)}{p_{bh}(T_1)} = 1 - \frac{p_{bh}(T_1) - p_{bh}(T_2)}{p_{bh}(T_1)} \approx 100\% \left[1 - \frac{dp}{p} \right]$$

Trong công thức Clapeyron do $v_h \gg v_L$, nên

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{Tv_h}$$

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{Tv_h} \text{ ví } v_h = \frac{1}{18} \frac{RT}{p_{bh}}$$

Suy ra: $\frac{dp_{bh}}{p_{bh}} = \frac{18L}{RT^2} dT$.

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{dp}{p} = 1 - \frac{18L}{RT^2} dT = 1 - 0,05391.dT$$

$$\approx 100\% [1 - 0,05391(T_1 - T_2)]$$

với $T_1 \approx 300^\circ K = 27^\circ C$.

$T_1 - T_2 (^\circ C)$	0	...	0,2	...	3,6
$\eta (%)$	100	...	98,9	...	80,5

Bài 20. 1. Kí hiệu V_0, p_0, p_{k0}, p_{n0} là thể tích ban đầu, áp suất ban đầu, áp suất riêng phần ban đầu của không khí và của hơi nước ban đầu trước khi nén; V_2, p_2, p_{k2}, p_{n2} là các đại lượng tương ứng sau khi nén; V_1, p_1, p_{k1}, p_{n1} là các đại lượng tương ứng khi hơi nước bắt đầu ngưng tụ.

a. Độ ẩm của không khí là 50% $\Rightarrow p_{n0} = 0,5$ atm;

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p_{k0} = p_0 - p_{n0} = 0,5 \text{ atm}$$

Nước bắt đầu ngưng tụ: $p_{n1} = 1 \text{ atm} \Rightarrow V_1 = 0,5 \text{ m}^3$.

$$p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_1} = 2 \text{ atm.}$$

$$\text{Nên tối thiểu tích } V_2 \Rightarrow p_{k2} = \frac{p_{k0} V_0}{V_2} = 2,5 \text{ atm}$$

$$p_2 = p_{k2} + p_{n2} = 3,5 \text{ atm}$$

b. Công nén khí khi hơi nước chưa ngưng tụ là:

$$A_1 = p_0 V_0 \ln 2$$

Công nén khí khi hơi nước ngưng tụ là: $A_2 = A_{21} + A_{22}$

$$\text{Với } A_{21} = p_{k1} V_1 \ln 2,5; A_{22} = p_{n1} (V_1 - V_2)$$

Kết quả bằng số:

$$A_1 = 1,103 \cdot 10^5 \cdot 1.0,63915 = 70,216 \text{ J} \approx 70,2 \text{ kJ};$$

$$A_{21} = 1,103 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 0,916291 = 46,410 \text{ J} \approx 46,42 \text{ kJ};$$

$$A_{22} = 1,103 \cdot 10^5 \cdot 0,3 = 30,390 \text{ J} \approx 30,4 \text{ kJ};$$

$$A = A_1 + A_{21} + A_{22} = 147 \text{ kJ.}$$

c. Khối lượng m hơi nước ngưng tụ:

$$p_{n1} (V_1 - V_2) = \frac{m}{\mu} RT; \frac{m}{\mu} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,3}{8,31 \cdot 373} = 9,8$$

$$m = 9,8 \cdot 18 = 176,5 \text{ g}$$

Nhiệt lượng tỏa ra do m g hơi nước ngưng tụ:

$$Q_0 = mL = 176,5 \cdot 2250 = 379,987 \text{ J} \approx 379 \text{ kJ.}$$

Nhiệt lượng này bằng độ giảm nội năng của m g hơi nước khi ngưng tụ cộng với công A_{21} nén khí khi hơi nước bão hòa chuyển về thể nước.

Tổng nhiệt lượng tỏa ra là:

$$Q = A_1 + A_{21} + Q_0 = 70,2 + 46,4 + 397 = 513,8 \approx 514 \text{ kJ}$$

Trạng thái đầu áp suất là $P_0 = 1 \text{ atm}$; thể tích là V_0

Trạng thái cuối, áp suất là P_1 , thể tích là V_1 , nhiệt độ là T_1 .

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

2. Nếu không có hơi nước ngưng tụ thì

$$P_1 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^\gamma \approx 0,583 \text{ atm}; T = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\gamma-1} \approx 370 \text{ K} = 97^\circ \text{C}$$

Xét chu trình Carnot với hơi nước có khối lượng 1kg, bão hòa ở $T_1 = 373\text{K}$; $T_2 = T_1 - dT = 370\text{K}$ ($dT = 3\text{K}$)

$$\frac{dT}{T} = \frac{dP(V_h - V_L)}{\lambda}, \text{ với } dT = 3\text{K}; \text{ suy ra với } V_h \approx 1,722 \text{ m}^3$$

$$dP \approx 10500 \text{ Pa} \approx 0,1 \text{ atm.}$$

Vậy áp suất hơi bão hòa ở $97^\circ\text{C} \approx 0,9 \text{ atm} > 0,583 \text{ atm}$

Kết luận: không có nước ngưng tụ.

Bài 21. Giả sử hơi nước trong xilanh chưa bão hòa khi bị nén về thể tích 24,7 lít.

$$P_2 = \frac{V_1}{V_2} P_1 \approx 202 \text{ kPa} > 200 \text{ kPa}$$

trái với giả thiết. Vậy hơi nước trong xilanh sau khi nén đạt trạng thái bão hòa. Gọi áp suất riêng phần của không khí ban đầu là p_{kk} , áp suất hơi nước bão hòa là p_{bh} ta có:

$$\begin{cases} p_{kk} + a.p_{bh} = p_1 \\ \frac{V_1}{V_2} p_{kk} + p_{bh} = p_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_{kk} = p_1 - a.p_{bh} \\ p_{bh} = p_2 - \frac{V_1}{V_2} p_{kk} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_{kk} = \frac{-p_1 - ap_2}{a \frac{V_1}{V_2} - 1} \approx \frac{4940}{51} \text{ kPa} \\ p_{bh} = \frac{\frac{V_1}{V_2} p_1 - p_2}{a \frac{V_1}{V_2} - 1} \approx \frac{200}{51} \text{ kPa} \end{cases}$$

Từ đó ta có độ ẩm tương đối của không khí ở trạng thái cuối là: $a' = 100\%$

Gọi nhiệt độ của hỗn hợp là: $T = T_o + \Delta T$, ta có **Claudius-Clapayron**:

$$\frac{1}{T_o} \frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{V_h - V_n}{mL} \approx \frac{V_h}{mL} \quad \text{Vì } V_h \gg V_n$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T_o} \frac{\Delta T}{\Delta p} \approx \frac{V_h}{mL} = \frac{RT_o}{\mu Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Delta T = \frac{RT_o^2 \Delta p}{\mu Lp}$$

Ta thấy p_{bh} gần với áp suất hơi bão hòa ở $29^\circ C$ nhất nên ta lấy $T_o=302K$

$$T = T_o + \Delta T = T_o + \frac{RT_o^2 \Delta p}{\mu Lp} = T_o + \frac{RT_o^2 (p - p_o)}{\mu Lp} = 301,6K$$

Khối lượng hơi nước: $\frac{a \cdot p_{bh} V_1}{RT_{hn}} \mu_n = 1,13g$

1. Công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pittong:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} (p_{kk} V + p_{hn} V) dV = \int_{V_1}^{V_2} p_{kk} V dV + \int_{V_1}^{V_2} p_{hn} V dV = A_{kk} + A_{hn}$$

$$A_{kk} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_{kk} V_1}{V} dV = -p_{kk} V_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Gọi V_{bh} là thể tích của hỗn hợp khi hơi nước bắt đầu bão hòa, ta có:

$$p_{bh} V_{bh} = p_1 V_1 = a p_{bh} V_1 \Leftrightarrow V_{bh} = a V_1$$

Vậy công của hơi nước:

$$A = \int_{V_1}^{V_{bh}} \frac{a p_{bh} V_1}{V} dV + \int_{V_{bh}}^{V_2} p_{bh} dV = p_{bh} \left[a V_1 \ln \left(\frac{V_{bh}}{V_1} \right) + V_2 - a V_1 \right] = p_{bh} V_1 \left[a \ln(a) + \frac{V_2}{V_1} - a \right]$$

Ta có công mà hỗn hợp tác dụng nên pittong:

$$A = -p_{kk} V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} + p_{bh} V_1 \left[a \ln(a) + \frac{V_2}{V_1} - a \right] \approx -3,51kJ$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

2. Nhiệt lượng mà hơi nước đã nhận:

$$Q' = A_{hn} - \Delta m \cdot L$$

$$\text{Khối lượng nước đã ngưng tụ: } \Delta m = \left(\frac{ap_{bh}V_1}{RT} + \frac{ap_{bh}V_2}{RT} \right) \mu = \frac{p_{bh}V_1}{RT} \left(a - \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$Q' = p_{bh}V_1 \left[a \ln(a) + \left(1 + \frac{L}{RT} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} - a \right) \right] = -149J$$

Nhận xét: Dấu "-" chứng tỏ nước đã nhận một nhiệt lượng $Q = -Q' = 149J$

Giải chi tiết

1. Không khí ẩm bao gồm không khí và hơi nước. Vậy giờ ta xét riêng quá trình biến đổi trạng thái của chúng.

Xét riêng không khí: Quá trình biến đổi của không khí là quá trình biến đổi đẳng nhiệt từ TT₁ đến TT₂ với các thông số:

$$\begin{aligned} \text{TT}_1 &\left\{ \begin{array}{l} V_{k1} = V_1 = 50 \text{ lit} \\ T_{k1} = T_1 \end{array} \right. & \text{TT}_2 &\left\{ \begin{array}{l} V_{k2} = V_2 = 24,7 \text{ lit} \\ T_{k2} = T_2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Áp dụng định luật Boyle- Mariotte: $p_{k1}V_{k1} = p_{k2}V_{k2} \rightarrow p_{k2} = \frac{50}{24,7}p_{k1}$.

Xét hơi nước, áp suất hơi ở TT ban đầu: $p_{h1} = 80\%p_{bh}$.

Giả sử cuối quá trình nén hơi nước vẫn chưa ngưng tụ (hơi chưa bão hòa), thì ta cũng có $p_{h2} = \frac{50}{24,7}p_{h1}$. Khi đó áp suất toàn phần $p_2 = p_{k2} + p_{h2} = \frac{50}{24,7}(p_{k1} + p_{h1}) = 2,024p_1 = 2,024 * 10^5 > 2 * 10^5$ tức là mâu thuẫn với giả thiết. Vậy cuối quá trình một phần hơi nước đã ngưng tụ. Vì hơi nước ngưng tụ và ở trạng thái bão hòa nên độ ẩm tương đối của hệ là 100%, tức $p_{h2} = p_{bh}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Khối lượng không khí trong xi lanh: $m_k = \frac{p_{k1}V_1\mu_k}{RT}$ (1)

Để tìm m_k ta cần tìm p_{k1} và T.

Trước hết ta tìm p_{k1} như sau:

Ta có: $\begin{cases} p_1 = p_{k1} + p_{bh} \\ p_2 = p_{k2} + p_{bh} \end{cases}$ thay số: $\begin{cases} 1 * 10^5 = p_{k1} + 0,8p_{bh} \\ 2 * 10^5 = \frac{50}{24,7}p_{k1} + p_{bh} \end{cases}$,

giải hệ này ta được: $\begin{cases} p_{k1} = 96,86 \text{ kPa} \\ p_{bh} = 3,92 \text{ kPa} \end{cases}$ (2)

Để tìm T ta sử dụng phương trình Clausius- Claperon:

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{L\Delta m}{T_0\Delta V} = \frac{L\Delta m}{T_0(V_h - V_{long})} \approx \frac{L\Delta m}{T_0V_h}$$

$$\rightarrow \Delta T = \frac{T_0\Delta p}{L} \cdot \frac{V_h}{\Delta m} = \frac{T_0\Delta p}{L} \cdot \frac{RT_0}{p_0\mu_h} = \frac{RT_0^2(p - p_0)}{Lp_0\mu_h}$$

$$\rightarrow T = T_0 + \Delta T = T_0 + \frac{RT_0^2(p - p_0)}{Lp_0\mu_h}. (3)$$

Từ kết quả $p_{bh} = 3,92 \text{ kPa}$ ta thấy giá trị này gần với giá trị áp suất hơi bão hòa ở $t_0 = 29^\circ\text{C} \rightarrow p_0 = 4,01 * 10^5, T_0 = 29 + 273 = 302 \text{ K}$, thay các giá trị này vào (3) ta tính được:

$$T = 302 + \frac{8,31 * 302^2 * (3,92 - 4,01) * 10^5}{18 * 2250 * 4,01 * 10^5} = 301,6 \text{ K.} (4)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Lưu ý: Dựa vào bảng đã cho ta cũng có thể chọn $t_0 = 28^0\text{C}$ vì kết quả $p_{bh} = 3,92 \text{ kPa}$ cũng gần với giá trị áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ này. Tính toán tương tự, trong trường hợp này ta tìm được $T = 301,7 \text{ K}$.

Thay các kết quả từ (2) và (4) vào (1), ta được: $m_k = 56 \text{ g}$. Vậy khối lượng không khí trong xi lanh là 56g.

2. Trước tiên ta tìm thể tích tại đó hơi nước bị ngưng tụ. Gọi C là điểm tại đó hơi nước bắt đầu ngưng tụ, ta có:

$$V_{hC} = \frac{p_{h1}V_{h1}}{p_{hC}} = \frac{0,8p_{bh}V_{h1}}{p_{bh}} = 0,8 * 50 = 40 \text{ lit.}$$

Xét riêng không khí khô: Với quá trình $\ddot{\text{đ}}$ ang nhiệt ta có:

$$A_k = p_{k1}V_{k1}\ln\frac{V_2}{V_1} = 96,86 * 10^3 * 50 * 10^{-3} * \ln\frac{24,7}{50} = -3,415 \text{ kJ} \\ < 0: \text{Không khí nhận công.}$$

+ xét riêng hơi nước, quá trình biến đổi của hơi nước biểu diễn

ở giản đồ (p, V) bên. Ta thấy ở TT_C hơi nước bắt đầu ngưng tụ, do vậy

$$p_{hC} = p_{bh} = 3,92 * 10^3,$$

từ đó ta xác định được V_C từ ĐL B-M:

$$V_{hC} = \frac{p_{h1}V_{h1}}{p_{hC}} = \frac{0,8p_{bh}V_1}{p_{bh}} = 0,8 * 50 = 40 \text{ lit.}$$

Ta tính công trong giai đoạn 1 → C: $A_{h(1 \rightarrow C)} = p_{h1}V_{h1}\ln\frac{V_{hC}}{V_{h1}} = 0,8 * 3,92 * 10^3 * 50 * 10^{-3} * \ln\frac{40}{50} = -35 \text{ J} < 0 \rightarrow \text{Hơi nhận công.}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Giai đoạn C→2: Hơi bị nén đanding áp: $A_{h(C \rightarrow 2)} = p_{bh}(V_{h2} - V_{hC}) = 3,92 * 10^3 * (24,7 - 40) * 10^{-3} = -59,98 J < 0.$

Vậy tổng công mà hồn hợp không khí ảm tác dụng lên pittoong là:

$$A = 3415 + 35 + 59,98 = 3509,9 \text{ J.}$$

3. Nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được:

$$Q_h = Q_{h(1 \rightarrow C)} + Q_{h(C \rightarrow 2)}$$

Trong đó: $Q_{h(1 \rightarrow C)} = A_{h(1 \rightarrow C)} + \Delta U_h = A_{h(1 \rightarrow C)} = -35 \text{ J} < 0 \rightarrow \text{Hơi toả nhiệt.}$

Giai đoạn C→2, hơi ngưng tụ nên nhiệt lượng toả ra là: $Q_{h(C \rightarrow 2)} = L\Delta m;$

+ Δm là lượng hơi nước bị ngưng tụ, được xác định dựa vào phương trình trạng thái:

$$\Delta m = \frac{p_{bh}\Delta V_h \mu_h}{RT} = \frac{3,92 * 10^3 * (40 - 24,7) * 10^{-3} * 18}{8,31 * 301,6} = 0,43 \text{ g.}$$

+ L là ản nhiệt hoá hơi cũng là nhiệt ngưng tụ của hơi nước ở 29°C ta tìm dựa vào phương trình C-C:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{TdV} = \frac{\lambda}{T_0(V_h - V_{long})} \approx \frac{\lambda}{TV_h}$$

Mà $V_h = \frac{vRT}{p} = \frac{RT}{p} \rightarrow \frac{dp}{dT} \approx \frac{p\lambda}{T^2 V_h} \rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{\lambda}{V_h} \frac{dT}{T^2}$, lấy tích phân hai vế ta được:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{\lambda}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (1)$$

Trong khoảng nhiệt độ thay đổi nhỏ thì λ coi như không thay đổi. Để tìm λ ở nhiệt độ 28,6°C thì ta áp dụng công thức (1) với lưu ý lựa chọn hai giá trị nhiệt độ gần nhau (Nhiệt độ thay đổi nhỏ).

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Với bài toán này và dựa vào bảng áp suất hơi bão hòa đã cho ta chọn như sau:

$T_1=28,6+273=301,6\text{ K}$ và $T_2=29+273=302\text{ K}$, khi đó áp suất hơi bão hòa tương ứng lần lượt là: $p_1=3,93\text{ kPa}$ và $p_2=4,01\text{ kPa}$. Thay các giá trị này vào (1):

$$\ln \frac{4,01}{3,93} = -\frac{\lambda}{8,31} \left(\frac{1}{302} - \frac{1}{301,6} \right) \rightarrow \lambda = 42953 \frac{J}{mol} \rightarrow L = \frac{\lambda}{\mu} = 2386,3 \frac{J}{g}$$

Vậy nhiệt lượng tỏa ra khi hơi nước ngưng tụ là: $Q_{h(C \rightarrow 2)} = L\Delta m = 0,43 * 2386,3 = 1026\text{ J}$.

Vậy tổng cộng nhiệt lượng mà hơi nước trao đổi là:

$$Q = Q_{h(1 \rightarrow C)} + Q_{h(C \rightarrow 2)} = -35 - 59,98 - 1026 = -1121\text{ J} < 0: \text{Hệ tỏa nhiệt.}$$

Bài 22. Với quá trình thăng hoa $\ln p_3 = a - \frac{b}{T_3} = 9,05 - \frac{1800}{T_3}$

Với quá trình bốc hơi $\ln p_3 = a - \frac{b}{T_3} = 6,78 - \frac{1310}{T_3}$

Lấy vé trừ vé của hai biểu thức trên ta có:

$$0 = 9,05 - 6,78 - \frac{1800}{T_3} + \frac{1310}{T_3} = 2,27 - \frac{490}{T_3}$$

$$\text{Suy ra: } T_3 = \frac{490}{2,27} = 216\text{K}$$

Thay ngược lại ta tìm được $p_3 = 10^{0,7112} = 5,14\text{at}$

a) Từ biểu thức $\frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V_2 - V_1)}$

Theo đề bài ta có: $a - \frac{b}{T} = \ln p = \ln e \cdot \ln p$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Lấy ví phân 2 vế ta có: $\frac{bdT}{T^2} = \lg e \cdot \frac{dp}{p} \Leftrightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{bp}{T^2 \lg e} = \frac{bp}{T^2} \ln 10$

Từ đó ta có:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(V'_2 - V'_1)} \\ \frac{dp}{dT} = \frac{bp}{T^2} \ln 10 \end{cases} \Leftrightarrow q_{12} = \frac{1}{T} \left[bq \ln 10 (V'_2 - V'_1) \right] = \frac{1}{T} \left[bq \ln 10 V'_2 \left(1 - \frac{V'_1}{V'_2} \right) \right]$$

* Tính nhiệt thăng hóa riêng: $b=1800K$ và $V'_2 = \frac{1}{\rho_2}$ với ρ_2 là khối lượng riêng của khí CO_2 ở điểm ba.

$V'_1 = \frac{1}{\rho_1}$ với ρ_1 là khối lượng riêng của CO_2 ở gần điểm ba rắn: $\rho_1 \gg \rho_2$ nên

$$V'_1 = \frac{1}{\rho_1} \ll \frac{1}{\rho_2} = V'_2 \text{ vậy bỏ qua } \frac{V'_1}{V'_2} \text{ trước 1.}$$

Tính ρ_2 từ phương trình trạng thái khí lý tưởng:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Leftrightarrow \rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$$

$$\text{thay vào } q_{12} = \frac{1}{T} \left[bq \ln 10 V'_2 \left(1 - \frac{V'_1}{V'_2} \right) \right] = \frac{1}{T} bq \ln 10 V'_2$$

$$\text{ta được: } q_{12} = \frac{1}{T} bq \ln 10 \frac{1}{\rho_2} = \frac{bR \ln 10}{\mu} = \frac{1800.8.31.\ln 10}{44} = 783J/g$$

* Tính nhiệt bay hơi lúc này ρ'_1 là khối lượng riêng của CO_2 lỏng ở gần điểm ba nên

$$\rho'_1 \square \rho_2 \text{ nên } \frac{1}{\rho'_1} \square \frac{1}{\rho_2} \text{ và bỏ qua } \frac{1}{\rho'_1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Tương tự ta thu được công thức: $q'_{12} = \frac{bR \ln 10}{\mu} = \frac{1310.8,31 \cdot \ln 10}{44} = 570 \text{ J/g}$

*Nhiệt nóng chảy $q_{23} = q_{12} - q'_{12} = 783 - 570 = 213 \text{ J/g}$.

Bài 23. Khi bỏ qua thể tích của nước lỏng so với thể tích hơi ở cùng nhiệt độ và áp suất 1 atm thì ta có công mà 1kg nước sinh ra khi hóa hơi ở 100°C là:

$$A' = pV = \frac{m}{\mu} RT = \frac{1000}{18} \cdot 8,31 \cdot 373 = 172 \text{ kJ}$$

Ta có độ tăng nội năng của 1Kg nước ở 100°C khi hóa hơi ở cùng nhiệt độ:

$$\Delta U = Q - A' = 2250 - 172 = 2078 \text{ kJ}$$

Vậy ta có:

$$\begin{cases} \frac{A}{L} = \frac{172}{2250} \cdot 100\% = 7,6\% \\ \frac{\Delta U}{L} = \frac{2078}{2250} \cdot 100\% = 92,4\% \end{cases}$$

1. Ta có:

$$u_o = \frac{\Delta U}{N} = \frac{\Delta U}{\frac{m}{\mu} \cdot N_A} = \frac{2078.3}{10^{26}} \approx 6,6 \cdot 10^{-26} \text{ J}$$

Bài 24. Nhiệt độ thấp nhất cho phép mặt băng trượt là tốt chính là nhiệt độ mà ở đó áp suất trên đường cùng tồn tại của hai pha (lỏng và rắn) bằng áp suất do người trượt băng tác dụng lên băng. Điểm ba của nước là ở $T_0 = 273,16 \text{ K}$,

$p_0 = 1 \text{ atm}$. Đối với người trượt có trọng lượng bình thường $\bar{p} \sim 10 \text{ atm}$ thì $\frac{\bar{p} - p_0}{T_{min} - T_0} = -\frac{h}{T_{min} \Delta V}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Với $h = 80 \text{ cal/g}$, $\Delta V = 0,091 \text{ cm}^3/\text{g}$ ta có

$$T_{min} = \frac{T_0}{1 + \frac{(\bar{p} - p_0)\Delta V}{h}} = (1 - 2,5 \cdot 10^{-3}) T_0 = -0,06^\circ\text{C}.$$

Bài 25. Phương trình Clausius - Clapeyron cho ta

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_1 - V_2)} = \frac{L}{T\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)}$$

Trong bài toán thì

$$dT = -\Delta T, dp = -gl\rho_s$$

$$\text{Suy ra } \rho_1 = \rho_s \frac{1}{1 + \frac{\Delta T \cdot L}{T \cdot lg}}$$

Bài 26. Nhiệt lượng do quả cầu thép tỏa ra khi hạ nhiệt độ từ 600°C đến 50°C

$$Q_1 = m_1 C_1 (600 - 50) = 2.460.550 = 506000 \text{ J.}$$

Gọi m_x là lượng nước đá có trong hỗn hợp. Nhiệt lượng nước đá nhận được để chảy hoàn toàn ở 0°C là

$$Q_x = m_x \cdot \lambda$$

Nhiệt lượng cả hỗn hợp nhận được để tăng nhiệt độ từ 0°C đến 50°C là

$$Q_2 = m_2 C_2 (50 - 0) = 2.4200.50 = 420000 \text{ J.}$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có

$$Q_x + Q_2 = Q_1$$

$$\text{hay } m_x \cdot \lambda + 420000 = 506000$$

$$\rightarrow m_x = \frac{506000 - 420000}{\lambda} = \frac{86000}{3,4 \cdot 10^5} \approx 0,253 \text{ kg.}$$

a. Gọi m_y là lượng nước đã hóa thành hơi.

Theo bài ra thì nhiệt lượng do quả cầu thép cung cấp dùng để làm chảy hoàn toàn m_x gam nước nước đá ở 0°C , nâng nhiệt độ của hỗn hợp từ 0°C đến 48°C và nâng m_y gam nước từ 48°C đến 100°C và hóa hơi hoàn toàn ở 100°C . Do đó

$$Q_1 = Q_x + m_2 C_2 (48 - 0) + m_y C_2 (100 - 48) + L \cdot m_y$$

$$\text{hay } m_y (52 \cdot C_2 + L) = Q_1 - Q_x - m_2 C_2 \cdot 48$$

$$\rightarrow m_y (52 \cdot C_2 + L) = 506000 - 86000 - 2.4200.48 = 16800 \text{ J}$$

$$\rightarrow m_y = \frac{16800}{4200.52 + 2.3 \cdot 10^6} = 0,00667 \text{ kg} = 6,67 \text{ g}$$

Bài 27. Muốn xảy ra sự sôi thì áp suất hơi bão hòa phải bằng áp suất ở mặt thoáng của nước. Trong khi đó khí ở trong nắp bán cầu nơi tiếp xúc mặt thoáng của nước là hỗn hợp của hơi nước bão hòa và không khí vì thế áp suất nơi đây là:

$p = p_{bh} + p_{kk} > p_{bh}$ nên nước trong bình sẽ không thể sôi.

a. Theo giả thuyết

$$\frac{dT}{Tdp} = \frac{V_h}{\mu L} = \frac{RT}{\mu Lp} \leftrightarrow \frac{dT}{T^2} = \frac{Rdp}{\mu Lp}$$

$$\rightarrow \int_{T_0}^T \frac{dT}{T^2} = \int_{p_0}^p \frac{R}{\mu L} \frac{dp}{p}$$

$$\text{do đó ta có } p = p_0 e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \quad (*)$$

Từ đó ta có áp suất hơi nước ở nhiệt độ T_1 là

$$p_1 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)}$$

áp suất riêng phần của không khí bên trong nắp bán cầu ở nhiệt độ T_1 là

$$p_{kk1} = p_0 \left(1 - e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)$$

vì thế áp suất trên mặt thoảng chất lỏng khi nắp bán cầu được làm mát:

$$p = \frac{T_0}{T_1} (p_0 - p_1) + p_0 = \left(1 + \frac{T_0}{T_1} \left(1 - e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right) p_0$$

kết hợp với (*) ta có nhiệt độ sôi của nước trong bình được xác định bằng hệ thức:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{T_0}{T_1} \left(1 - e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right) p_0 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)} \\ & \leftrightarrow 1 - \frac{T_0}{T} = \frac{RT_0}{\mu L} \ln \left(1 + \frac{T_0}{T_1} \left(1 - e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right) \\ & \rightarrow T = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu L} \ln \left(1 + \frac{T_0}{T_1} \left(1 - e^{\frac{\mu L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)} \end{aligned}$$

Thay số ta được $T \approx 381 K$ hay $t \approx 108^\circ C$

Vậy nước trong bình sẽ sôi ở nhiệt độ $108^\circ C$.

Bài 28.

Nhiệt thăng hoa của nước đá ở $0^\circ C$ là:

$$q = q_1 + q_2 = 676 \text{ kcal/kg.}$$

Vận dụng phương trình Clapeyron - Clausius cho trường hợp này ta có

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{q}{T(V_h - V_r)} = \frac{q}{TV_h} \text{ vì } (V_h \gg V_r)$$

Với V_h và V_r là thể tích riêng của hơi nước bão hòa và của nước đá ở $0^\circ C$.

Coi hơi nước bão hòa ở 0°C như khí lí tưởng ta tính V_h theo phương trình Clapeyron - Mendeleep

$$V_h = n \frac{RT}{p}$$

ở đây $n = \frac{1}{18}$ kmol hơi nước bão hòa. Vậy ta suy ra: $\Delta p = \frac{qp\Delta T}{nRT^2}$

Thay số vào ta có:

$$\Delta p = \frac{676,4,18 \cdot 10^3 \cdot 4,58 \cdot (-1)}{\frac{1}{18} \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 273^2} = -0,38 \text{ mmHg}$$

Từ đó ta tính được áp suất của hơi nước bão hòa trên nước đá ở nhiệt độ $t = -1^{\circ}\text{C}$

$$p(-1^{\circ}\text{C}) = p + \Delta p = 4,20 \text{ mmHg.}$$

Bài 29. Xét máy lạnh có nhiệt độ nguồn lạnh là $T_1=273\text{K}$ (nhiệt độ đông đặc của nước) và nguồn nóng hoạt động ở $T_2=373\text{K}$ (nhiệt độ hóa hơi của nước). Gọi Q_1 là nhiệt lượng mà máy lạnh nhận từ nước đá, còn Q_2 là nhiệt lượng nó truyền cho hơi nước. Vì máy lạnh là lý tưởng nên ta có hệ thức Cacno $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$. Nhiệt lượng Q_1 làm cho một mol nước giảm nhiệt độ từ 25°C xuống 0°C và sau đó là đông đặc.

$$Q_1 = q + C(T_3 - T_1)$$

Trong đó C là nhiệt dung mol của nước.

Tương tự Q_2 cần cùng cấp nhiệt lượng cho 1 mol nước nhiệt độ tăng từ 25°C đến 100°C và sau đó có n mol hóa hơi:

$$Q_2 = L + nC(T_2 - T_3)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Thay vào trên ta được } \frac{q + C(T_3 - T_1)}{T_1} = \frac{nL + C(T_2 - T_3)}{T_2}$$

Từ đây tìm được số mol hơi nước:

$$n = \frac{\left\{ \frac{T_2}{T_1} [q + C(T_3 - T_1)] - C(T_2 - T_3) \right\}}{L} \approx 0,13 \text{ mol}$$

Với $c = 4,18 \text{ J/(kg.K)} = 0,0754 \text{ kJ/(mol.K)}$

1. Hiệu suất của máy lạnh $\frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$.

$$\text{Từ đây } A = \frac{Q_1(T_2 - T_1)}{T_1} = \frac{[q + C(T_3 - T_1)](T_2 - T_1)}{T_1} = 2,9 \text{ kJ}$$

Bài 30. Một chất tồn tại ở cùng ba trạng thái ở điểm ba của nó, có nhiệt độ và áp suất nhất định. Khi hệ nhận thêm công, sẽ có sự chuyển hóa vật chất từ rắn - lỏng - hơi. Nếu sau khi nén mà vẫn còn đá, thì vẫn là điểm ba và nhiệt độ, áp suất và nhiệt độ của hệ vẫn như ban đầu, mà thể tích khí giảm đi, chứng tỏ có một phần hơi ngưng tụ thành nước và một phần đá tan thành nước. Ngược lại, nếu sau khi nén mà không còn đá, thì nhiệt độ và áp suất của hơi có thể thay đổi.

Ta giả sử trường hợp đầu xảy ra. Thể tích hơi giảm một nửa mà áp suất nhiệt độ không đổi, nên khối lượng hơi còn lại là 1g.

$$\text{Công ngoài thực hiện lên hệ là: } W = p \left(V - \frac{V}{2} \right) = \frac{pV}{2} = \frac{m_o RT}{\mu} \frac{RT}{2} = \frac{2}{18} \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{2} = 126 \text{ J}$$

Một gam hơi nước khi ngưng tụ tỏa ra nhiệt lượng: $Q_1 = \frac{r \cdot m_o}{2} = 2490 \text{ J}$

Tổng năng lượng này sẽ làm tan chảy khối lượng đá:

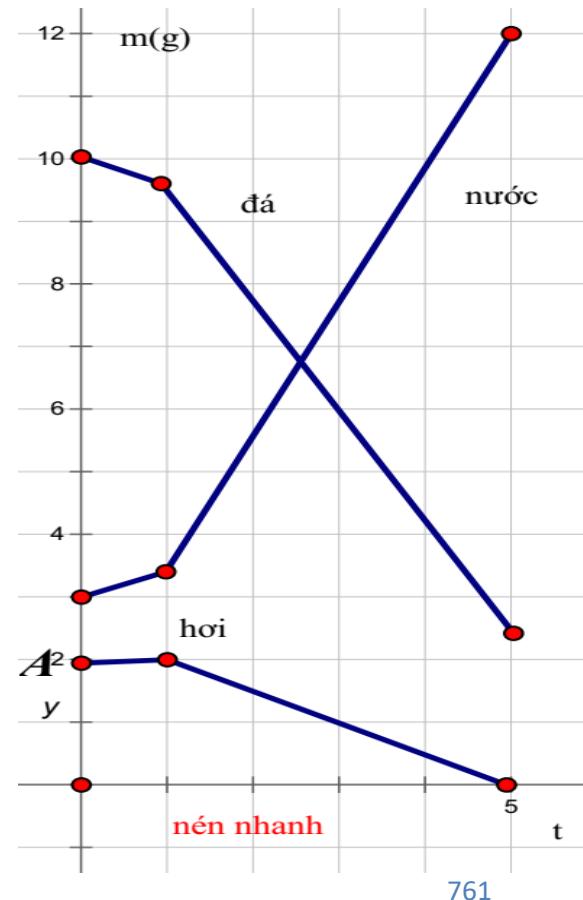
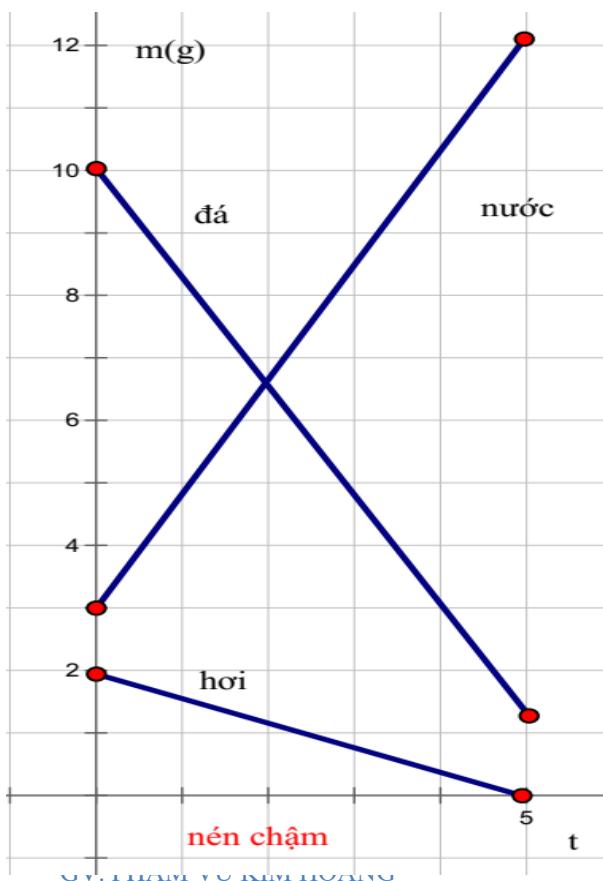
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Delta m = \frac{w + Q_1}{\lambda} = \frac{2490 + 126}{335} = 7,8 \text{g}$$

Vậy hỗn hợp cuối cùng có 1g hơi nước, 2,2 nước đá, 11,8g nước.

1. Trong trường hợp chuyển động chậm, hơi nước ngưng tụ liên tục, còn đá tan chảy liên tục. Trong phần năng lượng làm chảy đá, công lực ngoài thực hiện chiếm một phần nhỏ so với năng lượng có được do ngưng tụ, suy ra nước đá tan nhanh hơn ngưng tụ với tốc độ $\frac{r}{\lambda} \approx 7,4$ lần.

Trong trường hợp nén rất nhanh, hơi chưa kịp trao đổi nhiệt với đá và nước đá. Ban đầu khí nén đoạn nhiệt, nhiệt độ biến đổi theo phương trình đoạn nhiệt $T_o V^{\gamma-1} = T \left(\frac{V}{2} \right)^{\gamma-1}$ nên cuối quá trình nén nhiệt độ của hơi là: $T = T_o 2^{\gamma-1} \approx 360 \text{K}$



Sau đó hơi sẽ nguội đi, còn đá tan chảy ra một lượng

$$\Delta m' = \frac{m_o}{\mu\lambda} R(T - T_o) = 0,24g.$$

Tiếp theo thì hơi nước ngưng tụ, còn đá tiếp tục tan chảy như phần trên.

Nhận xét:

Khi chênh lệch nhiệt độ quá lớn, tốc độ truyền nhiệt nhanh, do vậy quá trình nguội đi của hơi xảy ra nhanh hơn quá trình ngưng tụ của hơi.

Bài 31.

Gọi t là nhiệt độ của hỗn hợp ở trạng thái cân bằng nhiệt cuối cùng.

t_o là điểm nóng chảy của nước đá ở áp suất thường ($t^o=0^oC$);

M_2 là khối lượng cuối cùng của nước;

M_3 là khối lượng cuối cùng của nước đá;

m'_2 là khối lượng nước đã chuyển thành nước đá $m'_2 \leq m_2$;

m'_3 là khối lượng nước đá đã chuyển thành nước $m'_3 \leq m_3$;

a. Trong trường hợp tổng quát cần xét tới bốn quá trình có thể xảy ra tương ứng với 4 trạng thái cân bằng nhiệt:

b. Quá trình thứ nhất xảy ra nếu nhiệt độ được xác lập cuối cùng cao hơn điểm nóng chảy của nước đá, nghĩa là $t_o < t < t_2$

c. Khi đó $m'_2 = 0; m'_3 = m_3; M_2 = m_2 + m_3; M_3 = 0$.

Ta xác định được nhiệt độ cuối cùng chưa biết bằng phương trình:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t) = m_3c_3(t_o - t_3) + m_3\lambda + m_3c_2(t - t_o) \quad (1)$$

Những nghiệm số có ý nghĩa vật lý là những nghiệm số thỏa mãn điều kiện $t_o < t < t_2$.

1. Quá trình thứ hai sẽ xảy ra trong trường hợp nếu nhiệt độ được xác lập cuối cùng thấp hơn nhiệt độ nóng chảy của nước đá, nghĩa là $t_3 < t < t_o$.

Khi đó $m'_3 = 0; m'_2 = m_2; M_3 = m_2 + m_3; M_2 = 0$.

Ta xác định được nhiệt độ cuối cùng chưa biết bằng phương trình:

$$m_1c_1(t_2 - t) + m_2c_2(t_2 - t_o) + m_2\lambda + m_3c_3(t_o - t) = m_3c_3(t - t_3) \quad (2)$$

Những nghiệm số có ý nghĩa vật lý là những nghiệm số thỏa mãn điều kiện $t_3 < t < t_o$.

2. Quá trình thứ ba thu được khi nhiệt độ được xác lập cuối cùng bằng nhiệt độ nóng chảy của nước đá; nước lạnh xuống đến nhiệt độ nóng chảy của nước đá nhưng không bị đóng lại, còn cục nước đá tì tan một phần nào đó, nghĩa là $t = t_o; m'_2 = 0; 0 < m'_3 \leq m_3$

Khi đó $M_2 = m_2 + m'_3; M_3 = m_3 - m'_3$

Khối lượng chưa biết m'_3 có thể xác định theo phương trình:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t_o) = m_3c_3(t_o - t_3) + m'_3\lambda \quad (3)$$

Những nghiệm số có ý nghĩa vật lý là những nghiệm số thỏa mãn điều kiện $0 < m'_3 \leq m_3$

3. Quá trình thứ tư xảy ra khi nhiệt độ được xác lập cuối cùng bằng điểm nóng chảy của nước đá và khi đó có một phần nước bị đóng băng, còn cục nước đá bỏ vào sẽ không tan thành nước, nghĩa là $t = t_o; 0 < m'_2 \leq m_2; m_3 = 0$

Khi đó $M_3 = m_3 + m'_2; M_2 = m_2 - m'_2$

Khối lượng chưa biết m'_2 có thể xác định theo phương trình:

$$(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t_o) + m'_2\lambda = m_3c_3(t_o - t_3) \quad (4)$$

Những nghiệm số có ý nghĩa vật lý là những nghiệm số thỏa mãn điều kiện $0 < m'_2 \leq m_2$

d. Ngoài những số liệu đã cho trong bài tập cần sử dụng thêm các giá trị sau đây:

$$t_o = 0^\circ\text{C}$$

$$c_2 = 1,00 \text{kcal} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{do}^{-1}$$

Thay tất cả những số liệu đã có vào phương trình (1), (2) và (3) ta sẽ thu được những nghiệm không có ý nghĩa vật lý, nghĩa là không thỏa mãn những điều kiện đối với t hoặc m'_3 . Với những giá trị đã cho của các đại lượng $m_1, m_2, m_3, t_2, t_3, c_1, c_2, c_3, t_0$ và λ quá trình vật lý xảy ra là quá trình thứ 4, biểu diễn bằng phương trình (4). Từ phương trình rút ra ta được:

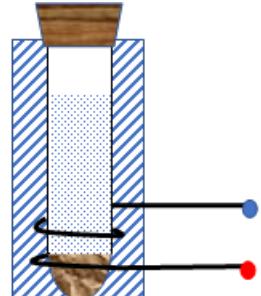
$$m'_2 = \frac{m_3 c_3 (t_o - t_3) - (m_1 c_1 + m_2 c_2)(t_2 - t_o)}{\lambda} \approx 0,11 \text{kg}$$

Như vậy ta có: $t=0^\circ\text{C}$;

$$M_3 = m_3 + m'_2 = 2,11 \text{kg}$$

$$M_2 = m_2 - m'_2 = 0,89 \text{kg}$$

Bài 32. Cần phải vẽ đồ thị biến thiên theo thời gian của nhiệt độ chất lỏng xét riêng và của chất lỏng cùng với tinh thể, khi nung nóng. Trên **hình 20** ta thấy đoạn gần nằm ngang ứng với sự nóng chảy của tinh thể. Dùng các đồ thị này, có thể tính được nhiệt độ nóng chảy của tinh thể, nhiệt dung riêng và nhiệt độ nóng chảy của nó. Vì khối lượng tinh thể nhỏ nên có thể cho rằng khi nung nóng chất nghiên cứu, sự mất mát nhiệt (do làm nóng ống nghiệm, nhiệt lượng kế...) là như nhau trong cả hai trường hợp, có và không có tinh thể trong chất lỏng. Tuy nhiên công suất dòng điện nung nóng cũng coi như không đổi.



Nhiệt nóng chảy của tinh thể được xác định trực tiếp từ đồ thị (lấy trung bình cộng của các nhiệt độ T_1, T_2 ứng với hai đoạn đầu nằm ngang).

Nhiệt dung riêng của tinh thể được tính như sau: Khi nung nóng chất lỏng không có tinh thể, ta có phương trình cân bằng nhiệt:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$c_o m_o \Delta T = W_t \quad (1)$$

Trong đó c_o và m_o là nhiệt dung riêng và khối lượng chất lỏng, ΔT là độ tăng nhiệt độ của nó trong thời gian nung t , W là công suất năng lượng cung cấp cho chất lỏng.

Khi nung nóng chất lỏng cùng với tinh thê, ta có:

$$c_o m_o \Delta T_l + c_x m_x \Delta T_l = W t_l \quad (2)$$

Trong đó c_x và m_x là nhiệt dung riêng và khối lượng của tinh thê, ΔT_l là độ tăng nhiệt độ của chúng trong thời gian nung t_l .

$\frac{\Delta T}{t} = \alpha$ và $\frac{\Delta T_l}{t_l} = \alpha_l$, chính là các hệ số góc của hai

đồ thị ở phần đầu (trước khi tinh thê nóng chảy). Từ đó ta có (1) và (2) tương đương với:

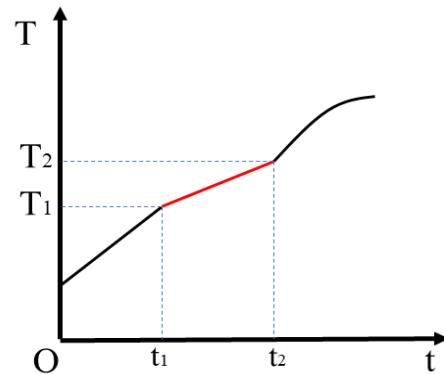
$$\begin{cases} c_o m_o \alpha = W \\ c_o m_o \alpha_l + c_x m_x \alpha_l = W \end{cases}$$

Chia cả hai vế cho nhau ta được: $1 + \frac{c_x m_x}{c_o m_o} = \frac{\alpha}{\alpha_l}$ từ đó ta suy ra được c_x .

Để tính nhiệt nóng chảy λ của tinh thê, ta chú ý rằng trong thời gian nóng chảy $\Delta t = t_2 - t_1$ nhiệt cung cấp được dùng để làm nóng chảy tinh thê và để nâng nhiệt độ của chất lỏng một lượng $\Delta T' = T_2 - T_1$ (nhiệt độ của tinh thê trong thời gian nóng chảy coi là không đổi). Vậy

$$W \Delta t = \lambda m_x + c_o m_o \Delta T' \Leftrightarrow c_o m_o \alpha \Delta t = \lambda m_x + c_o m_o \Delta T'$$

Từ đó ta tìm được nhiệt nóng chảy λ của tinh thê.



Chú ý: Để nâng cao độ chính xác của thí nghiệm, có thể tìm nhiệt dung của ống nghiệm bằng cách vẽ đồ thị biến thiên của nhiệt độ ứng với một lượng khác của chất lỏng.

Bài 33.

1. Chất lỏng sôi khi áp suất hơi bão hòa của nó bằng áp suất ngoài. Nhiệt độ sôi Ts là giá trị của T trong công thức ứng với $\frac{p_i}{p_o} = 1$. Vậy $T_{si} = -\frac{a_i}{b_i}$ (1)

Các bảng số a_i và b_i tính được từ bảng dữ kiện:

$$\begin{cases} \ln 0,284 = \frac{a_A}{40 + 273,15} + b_A \\ \ln 1,476 = \frac{a_A}{90 + 273,15} + b_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_A \approx -3748,49K \\ b_A \approx 10,711 \end{cases}$$

Dựa vào (1) ta tính được nhiệt độ sôi của chất A $T_{sA}=349,95K$ hay $t_{sA}=77^{\circ}C$

Với chất B, ta tính tương tự và được:

$$a_B \approx -5121,64K$$

$$b_B \approx 13,735$$

$$T_{sB} \approx 372,89K \Leftrightarrow t_{sB} \approx 99,74^{\circ}C \approx 100^{\circ}C$$

2. Các chất lỏng tiếp xúc với nhau nên có chung một nhiệt độ ở mọi thời điểm.

Giai đoạn đầu của quá trình nung nóng. Không có bay hơi từ mặt trên của chất lỏng B vì có lớp chất lỏng C. Ta hãy xét sự hóa hơi trong lòng hệ thống.

Vì nhiều nguyên nhân một bong bóng hơi có thể tạo thành trong chất lỏng A, hoặc chất lỏng B, hoặc ở mặt phân cách hai chất ấy. Bong bóng chỉ có thể thoát khỏi hệ thống nếu áp suất trong bong bóng bằng hoặc lớn hơn một chút áp suất bên ngoài po. Với bong bóng suất hiện trong lòng chất lỏng A (hoặc B) thì áp suất trong bằng áp suất hơi bão hòa của A (hoặc B). Nhưng với bong bóng xuất hiện ở mặt phân cách hai chất lỏng và chứa các phân tử khí của cả chất A và chất B thì áp suất trong bong bóng theo định luật Danton

bằng tổng hợp các áp suất hơi bão hòa của A và B, nên lớn hơn áp suất hơi bão hòa của A (hoặc B).

Do đó khu nung nóng thì các bong bóng ở mặt phân cách đạt tới áp suất p_o sớm nhất, nghĩa là t_1 là nhiệt độ sôi chung của cả hai chất lỏng xảy ra ở mặt tiếp xúc của chúng. Ở nhiệt độ t_1 ta có:

$$p_A + p_B = p_o \Rightarrow \begin{cases} p_A < p_o \\ p_B < p_o \end{cases}$$

Để cho p_A hoặc p_B đạt tới giá trị p_o , nghĩa là có sự sôi của A hoặc B thì phải tiếp tục nung nóng, vậy nhiệt độ t_1 thấp hơn các nhiệt độ sôi của A và B.

Tính t_1 . Áp dụng công thức thực tế ta có:

$$\begin{cases} \frac{p_A}{p_o} = \exp\left(\frac{a_A}{T_1} + b_A\right) \\ \frac{p_B}{p_o} = \exp\left(\frac{a_B}{T_1} + b_B\right) \end{cases} \quad (2)$$

$$p_A + p_B = p_o \Leftrightarrow \frac{p_A}{p_o} + \frac{p_B}{p_o} = 1$$

Vậy phương trình để tìm $T_1 = t_1 + t_o$ ($t_o = 273,15^\circ\text{C}$) là:

$$\exp\left(\frac{a_A}{T_1} + b_A\right) + \exp\left(\frac{a_B}{T_1} + b_B\right) = 1$$

Giải ra ta được $t_1 \approx 67^\circ\text{C}$ Thay ngược trở lại (2) ta có: $p_A \approx 0,734p_o$; $p_B \approx 0,267p_o$

Đó là các áp suất hơi bão hòa của A và B ở nhiệt độ t_1 chúng không đổi trong suốt thời gian nhiệt độ này tồn tại, và các bong bóng đi qua B và C để thoát ra. Thể tích V các bong bóng này cũng không đổi vì áp suất $\approx p_o$ không đổi. Ta tính tỉ số các khối lượng hơi A và hơi B trong bong bóng $\frac{m_A}{m_B}$.

Từ phương trình M-Đ ta có:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p_i \cdot V = \frac{m_i}{\mu_i} RT_1 \text{ ta suy ra: } \frac{m_A}{m_B} = \frac{p_A \mu_A}{p_B \mu_B} = \frac{0,734}{0,267} \cdot 8 \approx 22$$

Vậy chất lỏng A hóa hơi nhanh hơn chất lỏng B 22 lần. Khi 100g chất lỏng A đã hóa hơi thì mới có 5,4g chất lỏng B hóa hơi.

Vậy sau thời gian sôi chung và nói riêng ở thời điểm t_1 thì trong bình còn 95,5g chất lỏng B và không còn chất lỏng A.

Chất lỏng B tiếp tục được nung nóng (phần dốc thứ hau trong đồ thị) và đến nhiệt độ t_2 (phần nằm ngang thứ hai) thì nó sôi.

Vậy t_2 là nhiệt độ sôi của chất lỏng B $t_2=100^\circ\text{C}$

CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC- ENTROPY

XI.1 KHÍ THỰC.

Bài 1. Áp suất phụ $p_i = \frac{a}{V^2}$

Với nước thì $a=0,554 \text{ Pa.m}^6/\text{mol}^2$ và $V=18\text{cm}^3=18.10^{-6}\text{m}^3$

$$\text{Vậy } p_i = \frac{0,554}{(18.10^{-6})^2} = 1,71.10^5 \text{ N / m}^2$$

Bài 2.

Ta có $mq = p_i dV = p(V_h - V_l) \approx p_i V_h$ Vì $V_l \ll V_h$

$$\text{Vậy } q = p_i \frac{V_h}{m} \Leftrightarrow p_i = q \frac{m}{V_h} = q\rho$$

$$p_i = 2250.10^3.10^3 = 2,25.10^9 \text{ N / m}^2$$

Bài 3.

a. Khí He là lý tưởng, nhiệt độ được xác định từ phương trình M – C

$$T = \frac{\mu p V}{m.R} = \frac{4.10^8.100.10^{-6}}{10.8,31} = 481K$$

b. Khí He là khí thực, nhiệt độ được xác định từ phương trình Van der Waals

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right) = \frac{m}{\mu} \cdot RT$$

$$\Rightarrow T = \frac{\mu}{m.R} \left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right)$$

Đối với He: $a = 4,121.10^{-4} \text{ J.m}^3/\text{kmol}^2$; $b = 2,3.10^{-5} \text{ m}^3/\text{kmol}$

Thay vào (*) ta được $T \approx 205 \text{ K}$

Bài 4. a. Khi xem CO₂ là khí thực ta áp dụng phương trình Van der Waals đối với trạng thái 1:

$$\left(p_1 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V_1^2} \right) \cdot (V_1 - \nu b) = \nu R T_1 \quad (1)$$

và đối với trạng thái 2: $\left(p_2 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V_2^2} \right) \cdot (V_2 - \nu b) = \nu R T_2 \quad (2)$

Vì là quá trình đồng tích nên $V_1 = V_2 = V$. Chia (2) cho (1) ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V^2}}{p_1 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V^2}} = \frac{2p_1 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V^2}}{p_1 + \nu^2 \cdot \frac{a}{V^2}}$$

Đối với khí CO₂: $a = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Jm}^3/\text{kmol}^2$. Thay số vào ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot 10^6 + 0,6^2 \cdot \frac{3,64 \cdot 10^5}{0,5^2}}{3 \cdot 10^6 + 0,6^2 \cdot \frac{3,64 \cdot 10^5}{0,5^2}} = 1,85$$

b. Khi xem CO₂ là khí lý tưởng, ta áp dụng phương trình trạng thái của khí lý tưởng đối với trạng thái (1):

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad (3)$$

và đối với trạng thái (2):

$$p_2 V_2 = \nu R T_2 \quad (4)$$

Vì quá trình đồng tích nên $V_1 = V_2 = V$

Chia (4) cho (3) ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{2p_1}{p_1} = 2$$

Bài 5. $p_k = \frac{a}{27b^2}$; $V_k = 3b$; $T_k = \frac{8a}{27Rb}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 27b^2 \cdot p_k \\ T_k = \frac{8a}{27Rb} \end{cases} \Leftrightarrow T_k = \frac{8.27b^2 \cdot p_k}{27Rb} = \frac{8b \cdot p_k}{R} \Leftrightarrow b = \frac{T_k \cdot R}{8 \cdot p_k}$$

Vậy ta có: $V_k = 3b = 3 \frac{T_k \cdot R}{8 \cdot p_k} = 128 \text{ cm}^3$

Bài 6. Các hằng số Van der Waals của khí Nitơ

$$= 0,141 \text{ Jm}^3/\text{mol}^2; b = 3,92 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$$

Phương trình Van der Waals

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \cdot \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right) = \frac{m}{\mu} \cdot RT \quad (1)$$

a. Tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình

$$\text{Nội áp} \quad p' = \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}$$

$$\text{Chia hai vế của (1) cho } p' \text{ ta có: } \left(\frac{p}{p'} + 1 \right) \cdot \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right) = \frac{\mu V^2 RT}{m \cdot a}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{V^2 RT}{\frac{m}{\mu} \cdot a \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{m \cdot a}{\mu V^2 RT} \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{250 \cdot 0,141}{28 \cdot 8,31 \cdot 10^{-5} \cdot 300} \left(0,01 - \frac{250}{28} \cdot 3,92 \cdot 10^{-5} \right) \approx 4,9\%$$

b. Tỉ số giữa công tích và thể tích của bình Cộng tích $V' = \frac{m}{\mu} \cdot b$

$$\text{Tỉ số } \frac{V'}{V} = \frac{mb}{\mu V} = \frac{250.3,92 \cdot 10^{-5}}{28.0,01} = 3,5\%$$

Bài 7.

Phương trình Van der Waals

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} \cdot b \right) = \frac{m}{\mu} \cdot RT$$

$$\Rightarrow \left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(1 - \frac{\rho b}{\mu} \right) = \frac{\rho}{\mu} \cdot RT$$

$$\Rightarrow p = \frac{RT}{\frac{\mu}{\rho} - b} - \frac{\rho^2 a}{\mu^2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{8,31 \cdot (273 + 3)}{\frac{0,028}{550} - 3,92 \cdot 10^{-5}} - \frac{550^2 \cdot 0,141}{0,028^2} \approx 1,4 \cdot 10^8 Pa$$

Bài 8. Gọi khối lượng nước cần cho vào bình là m. Khi đun nóng tới trạng thái tới hạn, thể tích của bình là thể tích tới hạn, nên

$$V = V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b$$

$$\Rightarrow m = \frac{\mu V}{3b}$$

Hằng số Van der Waals của nước b = 30,5.10-6 m³/mol,

Thay vào trên ta tính được m = 5,9 g

Bài 9. Cộng tích $V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\rho_k = \frac{m}{V_k} = \frac{\mu}{3b} = \frac{0,018}{3,0,03 \cdot 10^{-3}} = 200(kg / m^3)$$

Bài 10. a. Thể tích lớn nhất của cacbonic lỏng ứng với trạng thái tối hạn (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Vans-xơ)

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b = \frac{1,3 \cdot 0,043 \cdot 10^{-3}}{0,044} \approx 2,93 \cdot 10^{-3} m^3 / kg$$

(Với $b = 0,043 \text{ m}^3/\text{kmol} = 0,043 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$)

b. Áp suất hơi bão hòa cực đại ứng với điểm ba (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Vans-xơ)

$$p_k = \frac{a}{27b^2} = \frac{0,364}{27 \cdot (0,043 \cdot 10^{-3})^2} \approx 7,4 \cdot 10^6 Pa$$

($a = 3,64 \cdot 10^5 \text{ J m}^3/\text{kmol}^2 = 0,364 \text{ J m}^3/\text{mol}$)

c. Nhiệt độ cao nhất mà nitơ còn ở thể lỏng ứng với nhiệt độ điểm ba

$$T_k = \frac{8a}{27Rb} = \frac{8 \cdot 0,364}{27 \cdot 8,31 \cdot 0,043 \cdot 10^{-3}} \approx 304K$$

d. Cacbonic lỏng ở 31°C cần nén tối áp suất bằng áp suất tối hạn

$p_k = 7,4 \cdot 10^6 (\text{Pa})$

Đó cũng là nhiệt độ lớn nhất mà cacbonic ở thể lỏng ở mọi áp suất. Với nhiệt độ 51°C là không thể thực hiện hoá lỏng với bất cứ áp suất nào

Bài 11. Nội áp $p' = \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}$

$$\begin{aligned} \text{Công của nội lực } A' &= \int_{V_1}^{V_2} p' dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} dV = \frac{m^2}{\mu^2} \cdot a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) \\ &\Rightarrow A' = \frac{4^2}{32^2} \cdot 0,138 \left(\frac{1}{0,001} - \frac{1}{0,005} \right) \approx 1,7J \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Bài 12. Nội áp của khí Carbonic $p' = \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} = \frac{\rho^2}{\mu^2} \cdot \frac{27RT_k^2}{64p_k}$

Nhưng do $a = \frac{27RT_k^2}{64p_k}$

Nên $p' = \frac{550^2}{0,044^2} \cdot \frac{27.8,31.304^2}{64.7,4.10^6} \approx 6,8.10^6 \text{ pa}$

Bài 13. Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(p_k + \frac{a}{V_k^2} \right) (V_k - b) = RT_k \\ V_k = 3b \quad \Leftrightarrow b = \frac{RT_k}{8p_k} = \frac{8,31.304}{8.73.101325} = 4,27.10^{-5} \text{ m}^3 / \text{mol} \\ p_k = \frac{a}{27b^2} \end{array} \right.$$

$$a = 27p_k b^2 = 0,364 \text{ N.m}^3$$

Bài 14. Phương trình trạng thái khí lý tưởng: $p_0V = RT \Leftrightarrow p_0 = \frac{RT}{V}$

Fương trình Vandec Van cho một mol khí: $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$

Với $a=0,137$ và $b=39.10^{-6}$

Với $\left\{ \begin{array}{l} p = p_0(1-n) \\ p_0 = \frac{RT}{V} \end{array} \right. \Leftrightarrow p = \frac{RT}{V}(1-n)$

Thay vào phương trình Vandec Van ta có:

$$\left(\frac{RT}{V}(1-n) + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \Leftrightarrow \frac{a(V-b)}{V^2} = RT - \frac{RT}{V}(1-n)(V-b)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(V-b)}{V^2} = RT \left[1 - \frac{(1-n)}{V}(V-b) \right] = \frac{RT(V-V+nV+b-nb)}{V}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(V-b)}{V^2} = \frac{RT[n(V-b)+b]}{V} \Leftrightarrow T = \frac{a(V-b)}{RV[n(V-b)+b]} = 117K$$

$$p_o = \frac{RT}{V} = \frac{8,31 \cdot 117}{10^{-3}} = 9,745 \cdot 10^5 Pa = 9,62 atm$$

$$p = p_o(1-n) = 9,62(1-0,1) = 8,656 atm$$

Bài 15. Ta có:

$$\begin{cases} \left(p_1 + \frac{a}{V^2} \right)(V-b) = RT_1 \\ \left(p_2 + \frac{a}{V^2} \right)(V-b) = RT_2 \end{cases}$$

Chia cả hai vế cho nhau ta được:

$$\frac{p_1 + \frac{a}{V^2}}{p_2 + \frac{a}{V^2}} = \frac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow p_1 T_2 + a \frac{T_2}{V^2} = p_2 T_1 + a \frac{T_1}{V^2} \Leftrightarrow a \frac{(T_2 - T_1)}{V^2} = p_2 T_1 - p_1 T_2$$

$$a = \frac{V^2 \cdot (p_2 T_1 - p_1 T_2)}{(T_2 - T_1)} = \frac{(110.300 - 90.350) \cdot 101325 \cdot (0,25 \cdot 10^{-3})^2}{350 - 300} = 0,19 Pa \cdot m^6 / mol^2.$$

Ta có:

$$\begin{cases} \left(p_1 + \frac{a}{V^2} \right)(V-b) = RT_1 \\ \left(p_2 + \frac{a}{V^2} \right)(V-b) = RT_2 \end{cases}$$

Trừ cả hai vế cho nhau ta được:

$$R(T_2 - T_1) = (V-b)(p_2 - p_1) \Leftrightarrow b = V - R \frac{(T_2 - T_1)}{(p_2 - p_1)} = 44,9 \cdot 10^{-6} m^3 / mol.$$

Bài 16. Theo nguyên lý I của nhiệt động lực học ta có: $dU = \delta A + \delta Q$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Vì quá trình đoạn nhiệt nên $\delta Q=0$ và dẫn khí trong chân không nên $\delta A=0$; Vậy $dU=0$ suy ra $U=\text{const}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} U = nC_v T - \frac{a'}{V} = nC_v T - \frac{n^2 a}{V} \Leftrightarrow nC_v T_1 - \frac{n^2 a}{V_1} = nC_v T_2 - \frac{n^2 a}{V_2} \\ U_1 = U_2 \end{array} \right.$$

Rút ra ta được: $\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{n.a}{C_v} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = \frac{n.a(\gamma-1)}{R} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$

Thay số ta được: $\Delta T = \frac{2,5.0,367(1,33-1)}{8,314} \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,01} \right) = -3,31K$

Bài 17. Đề thi bài tập Olympic vật lý sinh viên toàn quốc 2009

Theo nguyên lý I ta có:

$$dU = dQ - pdV \quad (1)$$

Ta lại có:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV$$

Đối với quá trình đoạn nhiệt $dQ=0$. Thay tất cả vào (1) ta được:

$$-pdV = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV$$

Từ phương trình Van der Waals suy ra $p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$. Thay vào phương trình trên và sau

khi rút gọn ta được: $C_v dT = \frac{RTdV}{V-b} \Leftrightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{RdV}{C_v(V-b)}$

Lấy tích phân 2 vế ta được:

$$\ln T = -\frac{R}{C_v} \ln(V-b) + \text{const} \Leftrightarrow T(V-b)^{\frac{R}{C_v}} = \text{const}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thay $\begin{cases} dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV \\ pdV = \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV \end{cases}$

vào (1) ta được: $dQ = C_v dT + \frac{RT}{V-b} dV$

Với p không đổi, $dQ = Cp dT$. Thay vào phương trình trên, ta được:

$$C_p = C_v + \frac{RT}{V-b} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Mặt khác ta lại có: $\begin{cases} p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \\ p = \text{const} \end{cases}$ lấy vi phân hai vế ta được:

$$0 = \left[-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p + \frac{R}{V-b} \Leftrightarrow T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{\frac{RT}{V-b}}{\frac{RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3}} = \frac{V-b}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{TRV^3}}$$

Suy ra ta có: $C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{TRV^3}}$

Bài 18. Phương trình đẳng nhiệt của khí trong hệ tọa độ $p-V$:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Các thông số tối hạn phải thỏa mãn các điều kiện để cho điểm K là điểm uốn của đồ thị, hay thỏa mãn hệ phương trình:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ -\frac{RT_K}{(V_K - b)^2} + \frac{2a}{V_K^3} = 0 \\ \frac{2RT_K}{(V_K - b)^3} - \frac{6a}{V_K^4} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_K = 3b \\ p_K = \frac{a}{27b^2} \\ T_K = \frac{8a}{27Rb} \end{array} \right.$$

Bài 19. NỘI NĂNG CỦA KHÍ THỰC: $U = nC_V T - \frac{n^2 a}{V}$

Khi chất khí dãn nở vào chật không thì nội năng của khí không đổi, ta có

$$nC_V T_1 - \frac{n^2 a}{V_1} = nC_V T_2 - \frac{n^2 a}{V_2}$$

$$\text{Từ đó ta thu được } T_2 - T_1 = \frac{na}{C_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Bài 20. Công mà khí Vanderwaals thực hiện trong quá trình giãn nở nhiệt được tính theo công thức:

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{nRT}{V-nb} - n^2 \frac{a}{V^2} \right) dV \\ \text{hay } A &= nRT \int_{V_1-nb}^{V_2-nb} \frac{d(V-nb)}{V-nb} - n^2 a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = nRT \ln \frac{V_2-nb}{V_1-nb} + n^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Mặt khác độ biến thiên nội năng của khí Vanderwaals trong quá trình giãn nở nhiệt bằng:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -n^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Vận dụng nguyên lý thứ nhất cho trường hợp này ta tính được nhiệt lượng mà khí nhận vào trong khí giãn nở nhiệt

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q = \Delta U + A = nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb}$$

Bài 21. Ta có $Cv = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = c$,

$$\begin{aligned} Cp &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P \right] \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \\ &= c + \left(\frac{a}{V^2} + P\right) \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \end{aligned}$$

Từ phương trình Vanderwaals

$$(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$$

Ta tính được

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = R / (P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3})$$

Do đó

$$Cp = c + \frac{R(\frac{a}{V^2} + P)}{P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}} = c + \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RT^3}}$$

Bài 22. Xét quá trình $\overset{\circ}{d}ang$ áp

$$dU = Cp dT - P dV$$

$$\text{mà } dU = Cv dT$$

$$\text{Ta suy ra } Cp - Cv = P \frac{dV}{dT} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } P(V - b) = RT \rightarrow P dV = R dT$$

$$\text{suy ra } \frac{dV}{dT} = \frac{R}{P}$$

Thay vào (1) ta có

$$Cp - Cv = R$$

Bài 23. Với $V_0 \gg a$ nghĩa là $\frac{a}{RTV_0} \ll 1$ ta có thể viết

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$e^{-a/RTV_0} \approx 1 - \frac{a}{RTV_0}$$

vì vậy phương trình trạng thái có dạng:

$$p(V_0 - b) = RT - \frac{a}{V_0}$$

với thể tích V_0 lớn các giá trị $\frac{a}{V_0}, \frac{b}{V_0}$ đều nhỏ nên

$$\frac{a}{V_0} \approx \frac{a}{V_0} \left(1 - \frac{b}{V_0}\right) = \frac{a}{V_0^2} (V_0 - b)$$

Do đó phương trình trạng thái chuyển thành

$$(p + \frac{a}{V_0^2})(V_0 - b) = RT$$

Bài 24. a) Coi CO₂ là khí lí tưởng $\mu_{CO_2} = 44 g/mol$

Từ phương trình trạng thái khí lí tưởng:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Suy ra

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu} = \rho \frac{RT}{\mu}$$

Thay số ta được: $p = 2,834 \cdot 10^7 Pa = 280 atm$.

b) Phương trình trạng thái cho m gam khí thực:

$$\left(p + \left(\frac{m}{\mu}\right)^2 \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\Rightarrow p = \frac{\frac{m}{\mu} RT}{V - \frac{m}{\mu} b} - \left(\frac{m}{\mu}\right)^2 \frac{a}{V^2}$$

Thay

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Ta được

$$p = \frac{\rho RT}{1 - \frac{\rho b}{\mu}} - \frac{\rho^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} = \frac{\rho RT}{\mu - \rho b} - \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \quad (1)$$

Với CO₂ tra bảng 1 ta có a = 0,367 Pa.m⁶/mol² và b = 43.10⁻⁶m²/mol.

Thay vào (1): p = 8,035.10⁶Pa = 79,3atm

Bài 25. a) Khi nitơ là khí lí tưởng: Nhiệt độ tính theo phương trình Clapayrông-Mendêlêep là:

$$T_{klt} = \frac{mp^2}{MR}, \mu = 28 \text{kg/kmol}$$

b) Khi nitơ là khí thực: Nhiệt độ tính theo phương trình Van de Walls

$$T_{kt} = \frac{\mu}{mR} \left(p + \left(\frac{M}{\mu} \right)^2 \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT$$

Với: V = 8,2. 10⁻⁴m³

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{kg},$$

$$P = 2 \text{atm} = 2.1,013.10^5 \text{N/m}^2$$

Thay số ta được

$$T_{klt} = 279,88543 \text{K}$$

$$T_{kt} = 208,0362 \text{K}$$

Bài 26.

a) Từ phương trình trạng thái khí lí tưởng:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = RT(1)$$

Phương trình Van de Walls.

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT(2)$$

Với N2 ta có $a = 0,137 \text{ Pa.m}^6/\text{mol}^2$ và $b = 39.10^{-6} \text{ m}^2/\text{mol}$.

Với $p = p_0(1-n)$ và từ (1) $p_0 = RT/V$ nên:

$$p = (n-1) \frac{RT}{V}$$

Thay vào (2) ta có:

$$\begin{aligned} & \left[(1-n) \frac{RT}{V} + \frac{a}{V^2} \right] (V-b) = RT \\ & a \frac{(V-b)}{V^2} = RT \left[1 - \left(\frac{1-n}{V} \right) (V-b) \right] \\ & a \frac{(V-b)}{V^2} = \frac{RT(V - V + nV + b - nb)}{V} \\ & a \frac{(V-b)}{V^2} = \frac{RT(n(V-b) + b)}{V} \\ \Rightarrow & T = \frac{a(V-b)}{RT(n(V-b) + b)} = 117 \text{ K} \end{aligned}$$

b) $p_0 = RT/V = 9,745 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 9,62 \text{ atm}$, $p = p_0(1-n) = 8,656 \text{ atm}$

Bài 27. Trạng thái tối hạn

a) Gọi V là thể tích của ête lỏng ban đầu, V_k là thể tích ống cũng là thể tích tối hạn của ête. Coi khối lượng hơi ête không đáng kể. Ta phải tìm tỉ số V/V_k .

$$\text{Với } V_k = \frac{M}{\mu} \frac{3}{8} \frac{RT}{p_k}$$

$$\frac{V}{V_k} = \frac{8V\mu p_k}{3MRT} = \frac{8\mu p_k}{3\rho RT} = 0,26$$

b) Nếu $V = V_k$ thì khi đun nóng đến nhiệt độ tối hạn có thể thấy trạng thái tối hạn.

Nếu $V > V_k$ thì khi chưa đun nóng đến nhiệt độ tối hạn tất cả chất lỏng đã biến thành hơi hết.

Nếu $V < V_k$ thì khi chưa đun nóng đến nhiệt độ tối hạn tất cả thể tích của ống đã chứa đầy chất lỏng.

Bài 28. Ta có:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T} \\ \beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{V}{T} \\ \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{p}{T} \end{cases}$$

Suy ra

$$\frac{dV}{dT} = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \Rightarrow \ell n V = \ell n T + C; C = \text{const} = f(p) \Rightarrow V = T \cdot f(p) \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } \frac{dp}{dT} = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{p}{T} \Rightarrow p = T \cdot g(V) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } V \cdot g(V) = p \cdot f(p) \quad (3)$$

Do vế trái chỉ phụ thuộc V , vế phải chỉ phụ thuộc p nên để (3) đúng thì hệ thức đó phải là hằng số K nào đó. $V \cdot g(V) = p \cdot f(p) = K \Rightarrow g(V) = \frac{K}{V}; f(p) = \frac{K}{p}$

Suy ra $V = T \cdot f(p) = T \frac{K}{p} \Rightarrow pV = KT$ là phương trình trạng thái của chất lưu. Khi $K = R$ thì ta thu được phương trình khí lí tưởng.

Bài 29.

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\frac{T_k}{p_k} = \frac{8a}{27Rb} \cdot \frac{27b^2}{a} = \frac{8b}{R} \Leftrightarrow b = \frac{T_k \cdot R}{8p_k}$$

$$\Rightarrow V_k = 3b = \frac{3 \cdot T_k \cdot R}{8p_k} = \frac{3 \cdot 8,31562}{8 \cdot 47 \cdot 101325} = 0,368 \text{lit/mol}$$

$$V'_k = \frac{V_k}{\mu} = \frac{0,368}{78} = 4,72 \cdot 10^{-3} \text{lit/g}$$

Bài 30.

Áp dụng phương trình Van-đơ-Van đối với một mol khí thực

$$(p_1 + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT_1 \quad (1)$$

$$(p_2 + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT_2 \quad (2)$$

$$\text{chia (1) cho (2) ta có } \frac{p_1 + a/V^2}{p_2 + a/V^2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Từ đây suy ra:

$$a = \frac{(p_2 T_1 - p_1 T_2) V^2}{T_2 - T_1} = \frac{(110.300 - 90.350) \cdot 101325 \cdot (0,25 \cdot 10^{-3})^2}{350 - 300} = 0,19 \text{ Pa.m}^6/\text{mol}^2$$

Bài 31.

Theo nguyên lý 1: $dU = \delta Q + \delta A = \delta A$ (1) (vì đoạn nhiệt nên $\delta Q = 0$)

từ phương trình Van-đơ-van: $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$

công khí thực hiện $\delta A = -\delta A' = -pdV = -\frac{RTdV}{V-b} + a \frac{dV}{V^2}$

còn $dU = CVdT + \frac{adV}{V^2}$.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Vậy (1) biến đổi thành } CVdT + \frac{adV}{V^2} = -\frac{RTdV}{V-b} + a\frac{dV}{V^2} \Rightarrow C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V-b} \quad (2)$$

$$\text{hay } C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V-b} = 0$$

Lấy tích phân hai vế ta có : $CV\ln T + R\ln(V - b) = \text{const}$

$$\text{hay } T(V-b)^{R/C_V} = \text{const}$$

Bài 32. Ở gián khí trong chân không nên chất khí không sinh công $\delta A' = -\delta A = 0$

Quá trình đẳng nhiệt ($dT=0$) nên:

$$dU = \frac{n^2 a}{V^2} dV + nC_V dT = \frac{n^2 a}{V^2} dV$$

theo nguyên lý 1:

$$dU = \delta Q + \delta A \Rightarrow \delta Q = dU - \delta A = dU + 0 = \frac{n^2 a}{V^2} dV$$

$$Q = n^2 a \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{n^2 a}{V} \Big|_{V_1}^{V_2} = n^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

$$\text{thay số } Q = 3^2 \cdot 0,367 \left(\frac{1}{0,005} - \frac{1}{0,01} \right) = 330J$$

Bài 33. Nhận xét: - Do trước khi gián khí có áp suất lớn là khí thực, sau khi qua vách ngăn châm lỗ bị gián ở áp suất thấp khí là khí lí tưởng. Biến thiên nội năng $\Delta U = U_2 - U_1$; U_2 là nội năng khí lí tưởng; U_1 là nội năng khí thực.

- Suy luận để thấy khi đưa một lượng khí thể tích V_1 áp suất p_1 qua vách ngăn châm lỗ sang trở thành khí có thể tích V_2 ở áp suất p_2 thì công mà khói khí nhận là: $A = p_1 V_1 - p_2 V_2$

- Trạng thái 1 phải áp dụng phương trình VanderWaals còn trạng thái 2 phải dùng phương trình khí lí tưởng.

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nội năng của một mol khí Van-đơ-Van là $U = C_V T - \frac{a}{V}$;

Quá trình đoạn nhiệt nên $\delta Q = 0$

Biểu thức của nguyên lý 1 thành $dU = dA \Rightarrow \Delta U = A$ (1)

Công mà khôi khí nhận vào là $A = p_1 V_1 - p_2 V_2$

a. trước khi giãn $U_1 = C_V T_1 - \frac{a}{V_1}$

Phương trình trạng thái: $(p_1 + \frac{a}{V_1^2})(V_1 - b) = RT_1$, nên

$$p_1 = \frac{RT_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1^2}; \quad A_1 = p_1 V_1 = \frac{RT_1 V_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1}$$

b. sau khi giãn $A_2 = p_2 V_2 = RT_2$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_V T_2 - C_V T_1 + \frac{a}{V_1}$$

Vậy

$$A = A_2 - A_1 = p_2 V_2 - p_1 V_1 = \frac{RT_2 V_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} - RT_2$$

$$\text{thay vào (1): } CV(T_2 - T_1) + \frac{a}{V_1} = \frac{RT_2 V_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} - RT_2$$

$$C_V(T_2 - T_1) = \frac{-2a}{V_1} + \frac{RT_2 V_1}{V_1 - b} - \frac{RT_1 V_1}{V_1 - b} + \frac{bRT_2}{V_1 - b} - \frac{bRT_1}{V_1 - b} + \frac{bRT_1}{V_1 - b}$$

$$C_V(T_2 - T_1) + \frac{RV_1(T_2 - T_1)}{V_1 - b} - \frac{Rb(T_2 - T_1)}{V_1 - b} = \frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}$$

$$\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} = (T_2 - T_1)(C_V + R) = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\text{vậy } \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left(\frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right) \text{ (đpcm)}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Bài 34. Xét cho cả hệ $dQ = dU_1 + dU_2 + dA_1 + dA_2 = 0$

do quá trình là đoạn nhiệt nên $dQ = 0$, $dA_1 + dA_2 = 0$

$$\rightarrow dU_1 + dU_2 = 0$$

$$\frac{a}{V^2}dV + C_VdT + \frac{a}{V'^2}dV' + C_VdT = 0$$

$$\int_T^{T'} 2C_VdT + \int_{V_1}^{\frac{V_1+V_2}{2}} \frac{a}{V'^2}dV' + \int_{V_2}^{\frac{V_1+V_2}{2}} \frac{a}{V^2}dV = 0$$

$$2CV(T' - T) - \left[\frac{a}{V'} \left|_{V_1}^{\frac{V_1+V_2}{2}} \right. - \frac{a}{V} \left|_{V_2}^{\frac{V_1+V_2}{2}} \right. \right] = 0$$

$$2C_V(T' - T) - a\left[\frac{4}{V_1 + V_2} - \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)\right] = 0$$

$$T' = T - \frac{a}{2C_V} \frac{(V_2 - V_1)^2}{V_1 V_2 (V_1 + V_2)}; p' = \frac{2RT'}{V_1 + V_2 - 2b} - \frac{4a}{(V_1 + V_2)^2}$$

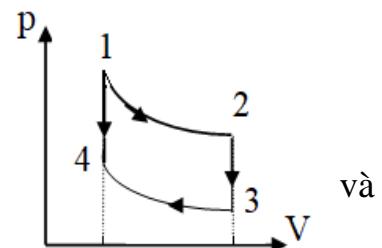
Từ biểu thức ta thấy khí lạnh đi

Bài 35. Áp dụng nguyên lý 1: $Q = A + \Delta U$

- Đối với quá trình 1-2: $Q_{12} = 0$; $A_{12} = -\Delta U_{12}$

với $\Delta U_{12} = C_V(T_2 - T_1) - a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$ ta tìm mối liên giữa T_1

T_2



từ nguyên lý 1, do quá trình là đoạn nhiệt nên $dU = -dA$

$$\text{hay } C_VdT + \frac{adV}{V^2} = \frac{adV}{V^2} - \frac{RTdV}{V-b} \Rightarrow \frac{C_VdT}{T} = -R \frac{dV}{V-b}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{-R}{C_V} \ln \frac{V_2-b}{V_1-b} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1-b}{V_2-b} \right)^{\frac{R}{C_V}}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

- Quá trình 2-3: $A_{23} = 0; Q_{23} < 0$

- Quá trình 3-4: $Q_{34} = 0; A_{34} = -\Delta U_{34}$

với $\Delta U_{34} = C_V(T_4 - T_3) - a(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2})$ ta tìm mối liên giữa T3 và T4

từ nguyên lý 1, do quá trình là đoạn nhiệt nên $dU = -dA$

$$\text{hay } C_V dT + \frac{adV}{V^2} = \frac{adV}{V^2} - \frac{RTdV}{V-b} \Rightarrow \frac{C_V dT}{T} = -R \frac{dV}{V-b}$$

$$\ln \frac{T_4}{T_3} = \frac{-R}{C_V} \ln \frac{V_1-b}{V_2-b} \Rightarrow T_3 = T_4 \left(\frac{V_1-b}{V_2-b} \right)^{\frac{R}{C_V}}$$

Quá trình 4-1: $A_{41}=0; Q_{41} = \Delta U_{41} = C_v(T_1 - T_4)$ vì quá trình này có $dV = 0$

Thay vào và rút gọn các đại lượng ta tính được hiệu suất của chu trình

$$H = \frac{A}{Q_{nhan}} = \frac{A_{12} + A_{41}}{Q_{41}} = 1 - \left(\frac{V_1-b}{V_2-b} \right)^{C_V/R}$$

Bài 36. Phương trình đường thẳng 1-2 là :

$$p = -\frac{P_0}{V_0}V + p_0 \quad (1).$$

+ Phương trình cho 1 mol khí lí tưởng :

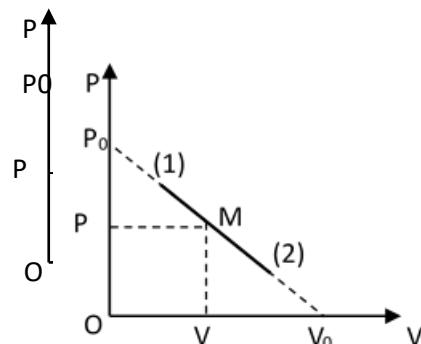
$$pV = RT \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \rightarrow T_1 = -\frac{P_0}{RV_0}V^2 + \frac{P_0}{R}V \quad (3)$$

+ Khảo sát hàm số (3)

$$\text{Nhiệt độ cực đại } T_{1\max} = \frac{P_0 V_0}{4R} \quad (4) \text{ khi } V = -\frac{b}{2a} = \frac{V_0}{2}$$

b. Theo nguyên lí 2 ta có



KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$dQ = dU + dA = \frac{3}{2}RT + pdV \quad (5).$$

Mặt khác từ phương trình trạng thái $pV = RT$

Lấy vi phân 2 vế ta được : $pdV + Vdp = RdT$

$$\text{Thay vào phương trình (5)} \quad dQ = \frac{3}{2}(pdV + Vdp) + pdV = \frac{5}{2}pdV + \frac{3}{2}Vdp \quad (6)$$

Từ (1) ta được $dp = -\frac{P_0}{V_0}dV$

$$dQ = \frac{5}{2} \left(p_0 - \frac{P_0}{V_0}V \right) dV - \frac{3p_0}{2V_0}VdV = \left(\frac{5p_0}{2} - 4\frac{P_0}{V_0}V \right) dV$$

$$dQ = \left(\frac{5p_0}{2} - 4\frac{P_0}{V_0}V \right) dV \Rightarrow \frac{dQ}{dV} = 0 \Rightarrow V = \frac{5}{8}V_0$$

Điểm từ thu nhiệt chuyển sang tỏa nhiệt là :

$$V = \frac{5}{8}V_0 \quad \text{khác với điểm } T_{\max}$$

2. Phương trình cho 1 mol khí lí Clausius : $p(V-b) = RT_2$ (7)

$$(1) \& (7) \rightarrow \frac{RT_2}{P_0} = -\frac{V^2}{V_0} + \left(1 + \frac{b}{V_0} \right) V - b \quad (8)$$

$$+ \text{Khảo sát hàm số (8): } \Delta = \left(1 + \frac{b}{V_0} \right)^2 - 4\frac{b}{V_0} \quad (9)$$

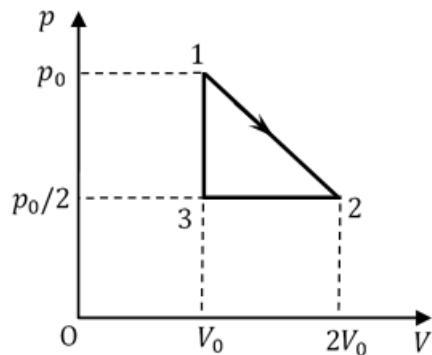
$$+ \text{Sử dụng } \frac{b}{V_0} \ll 1 \rightarrow \Delta \approx 1 + \frac{2b}{V_0} - \frac{4b}{V_0} = \frac{V_0 - 2b}{V_0} \quad (10)$$

$$\frac{RT_{2\max}}{P_0} = \frac{V_0 - 2b}{4} \Leftrightarrow T_{2\max} = \frac{P_0(V_0 - 2b)}{4R} \quad (11)$$

$$+ \text{Hiệu nhiệt độ cực đại } \Delta T \approx T_{1\max} - T_{2\max} = \frac{P_0b}{2R} \approx 4K \quad (12)$$

+ Nhiệt độ cực đại của khí lí tưởng lớn hơn

Bài 37.



a. Từ đồ thị đường 1 – 2 ta dễ dàng lập được phương trình đường thẳng đi qua 12

$$p = -\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0$$

Từ phương trình trạng thái cho 1 mol khí:

$$p = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$$

Kết hợp với phương trình trạng thái ta có

$$RT = -\frac{p_0}{2V_0}V^2 + \frac{3}{2}p_0V + \frac{a}{V} \Rightarrow$$

$$\frac{dT}{dV} = 0 \Leftrightarrow -\frac{p_0}{V_0}V + \frac{3}{2}p_0 - \frac{a}{V^2} = 0 \Rightarrow V^3 - \frac{3V_0}{2}V^2 + \frac{aV_0}{p_0} = 0$$

Thay số ta được

$$V^3 - \frac{3}{80}V^2 + \frac{10^{-6}}{8} = 0 \Rightarrow V \approx 37,41\ell$$

Vì thế ta có $T_{\max} \approx 680K$

b. Lấy vi phân biểu thức loga phương trình đoạn nhiệt $TV^{R/C_V} = \text{const}$, ta được

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow R \frac{dV}{V} = -C_V \frac{dT}{T}$$

Trong quá trình đoạn nhiệt $dU = -pdV = -\frac{nRTdV}{V} + \frac{n^2adV}{V^2} = nC_VdT + \frac{n^2adV}{V^2} = d\left(nC_VT - \frac{n^2a}{V}\right)$. Kết hợp với giả thiết ta có

$$\alpha = a$$

c. Trong quá trình 12, $dV > 0$ và

$$dQ = \frac{-1,5 + 1,05 \cdot 10^6 V^2 - 2,4V^3}{V^2} dV$$

nên $dQ > 0$ khi $V < V_C \approx 43,7\ell \approx 1,75V_0 < 2V_0$. Do đó, trong quá trình 12 hệ nhận nhiệt ở giai đoạn V tăng từ $V_0 = 25\ell$ đến $V_C \approx 43,7\ell$, với

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} \frac{-1,5 + 1,05 \cdot 10^6 V^2 - 2,4V^3}{V^2} dV \approx 4,19 \text{ kJ}$$

Trong quá trình nén đẳng tích 23, $C_p > 0$, $dT < 0$ nên $dQ < 0$, hệ tỏa nhiệt. Trong quá trình tăng áp đẳng tích 31 hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là

$$Q_{31} = C_V(T_1 - T_3) = 6,25 \text{ kJ}$$

Do đó hiệu suất của chu trình này là

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{1}{2} \frac{(p_0 - 0,5p_0)(2V_0 - V_0)}{Q_{1C} + Q_{31}} = \frac{p_0 V_0}{4(Q_{1C} + Q_{31})} \approx 12,0\%$$

d. Hoàn toàn tương tự, nếu tác nhân là khí lý tưởng ta có

$$V_C = 1,75V_0$$

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = \frac{67}{32} p_0 V_0$$

Do đó

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{67}{128} \approx 11,9\%$$

Bài 38. Gọi thể tích và khối lượng của ete đỗ vào ống là V và m. Thể tích của nó ở trạng thái tới hạn là V_k (do đó cũng là thể tích của ống). Ta có:

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b = \frac{m}{\mu} \frac{3RT_k}{8p_k}$$

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{V}{V_k} = \frac{8\mu p_k}{3\rho R T_k} = \frac{8.0,074.35,9.10^5}{3.714.8,31.466} \approx 25,6\%$$

Khi thể tích của ống nhỏ hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã chiếm đầy ống.

Khi thể tích của ống lớn hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã bay hơi hết.

Bài 39. Ta có phương trình Vandec Van đổi với một mol khí thực là:

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

$$p_k = \frac{a}{27b^2}; V_k = 3b; T_k = \frac{8a}{27Rb}$$

Vậy $\begin{cases} p = \pi p_k = \frac{\pi a}{27b^2} \\ V = \varphi V_k = 3\varphi b \\ T = \tau T_k = \frac{8a\tau}{27Rb} \end{cases}$ Thay vào phương trình: $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$ ta được:

$$\left(\frac{\pi a}{27b^2} + \frac{a}{9\varphi^2 b^2} \right) (3\varphi b - b) = R \frac{8a\tau}{27Rb}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{9b^2} \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{\varphi^2} \right) \cdot b (3\varphi - 1) = \frac{8a\tau}{27b}$$

$$\Leftrightarrow \left(\pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) (3\varphi - 1) = 8\tau$$

Theo dữ kiện đầu bài ta có: $\pi = 12; \varphi = 0,5$ ta có:

$$\tau = \left(12 + \frac{3}{0,25} \right) \left(\frac{3 \cdot 0,5 - 1}{8} \right) = 1,5$$

$$\Rightarrow T = 1,5 T_k$$

Bài 40. a. Khi xem CO₂ là khí thực ta áp dụng phương trình Van-đơ-Van đối với trạng thái 1:

$$\left(p_1 + a \frac{v^2}{V_1^2} \right) (V_1 - vb) = vRT_1 \quad (1) \text{ (áp dụng cho } v \text{ mol khí)}$$

và đối với trạng thái 2:

$$\left(p_2 + a \frac{v^2}{V_2^2} \right) (V_2 - vb) = vRT_2 \quad (2)$$

Vì là quá trình $\ddot{\text{đ}}$ ang tích nên $V_1 = V_2 = V$. Chia (2) cho (1) ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(p_1 + a \frac{v^2}{V_1^2} \right)}{\left(p_2 + a \frac{v^2}{V_2^2} \right)} = \frac{2p_1 + a \frac{v^2}{V^2}}{p_1 + a \frac{v^2}{V^2}}$$

Đối với khí CO₂: $a = 3,64 \cdot 10^5 \text{ J m}^3 / \text{kmol}^2$.

$$\text{Thay số vào ta có: } \frac{T_2}{T_1} = 1,85$$

b. Khi xem CO₂ là khí lý tưởng, ta áp dụng phương trình trạng thái của khí lý tưởng đối với trạng thái (1):

$$p_1 V_1 = v RT_1 \quad (3)$$

và đối với trạng thái (2):

$$p_2V_2 = \gamma RT_2 \quad (4)$$

Vì quá trình $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng}$ tích nên $V_1 = V_2 = V$. Chia (4) cho (3) ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = 2$$

Bài 41. 1. Tìm $C_p - C_v$.

Xét quá trình $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng}$ áp: $dU = C_p dT - pdV = C_v dT \Rightarrow C_p - C_v = p \frac{dV}{dT}$

Mặt khác: $p(V - b) = RT \Rightarrow pdV = RdT \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p}$

Thay vào có $C_p - C_v = R$

2. Tìm $C_p - C_v$:

$$E_T = -\alpha\rho = -\alpha \frac{N_A}{V} \Rightarrow dE_T = \frac{\alpha N_A}{V^2} dV$$

$$dU = dU_{LT} + dE_T = C_v dT + \frac{\alpha N_A}{V^2} dV = C_v dT + \left(\frac{\alpha N_A}{V^2} \right) dV$$

Theo phương trình khí thực ta có: $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) V = RT$ có $dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV$

$$\text{Do đó } \frac{a}{V^2} = \left(\frac{\alpha N_A}{V^2} \right) \Rightarrow a = \alpha N_A$$

Xét quá trình $\ddot{\text{đ}}\ddot{\text{ă}}\text{ng}$ áp $dQ = C_p dT = C_v dT + \left(p + \frac{\alpha N_A}{V^2} \right) dV \Rightarrow C_p = C_v + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT}$ (1)

$$\left(p + \frac{\alpha N_A}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V} - \frac{\alpha N_A}{V} \Rightarrow 0 = \frac{R}{V} dT - \left[\frac{RT}{V^2} + \frac{2\alpha N_A}{V^3} \right] dV$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{RV^2}{RTV + 2\alpha N_A} \Rightarrow C_p = C_v + \frac{RT}{V} \frac{RV^2}{RTV + 2\alpha N_A} = C_v + \frac{R^2 TV}{RTV + 2\alpha N_A}$$

$$\text{Vậy: } C_p - C_v = \frac{R^2 TV}{RTV + 2\alpha N_A}$$

Bài 42.

1. Từ đồ thị đường 12 ta dễ dàng lập được phương trình đường thẳng đi qua 12

$$P = -\frac{P_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}P_0 \quad (1)$$

$$\text{Từ phương trình trạng thái cho 1 mol khí: } P = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) rút ra:

$$RT = -\frac{P_0}{2V_0}V^2 + \frac{3}{2}P_0V + \frac{a}{V} \quad (3)$$

Nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 12 được xác định từ phương trình (3): nhiệt độ cực đại khi $V = 1,49643V_0$ (Nghiệm của phương trình $80V^3 - 3V^2 + 10^{-5} = 0$, lấy nghiệm trong khoảng $(V_0, 2V_0)$)

$$T_{\max} \approx 680,108K$$

2. Lấy vi phân loga phương trình đoạn nhiệt $TV^{R/C_v} = \text{const}$ ta thu được

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow \frac{RTdV}{V} = -C_v dT \quad (4)$$

Mặt khác trong quá trình đoạn nhiệt ta có: $dQ = dU + PdV = 0 \Rightarrow dU = -PdV$.

Thay P từ phương trình trạng thái

$$dU = -PdV = -\frac{nRTdV}{V} + \frac{n^2 a}{V^2} dV \quad (5)$$

kết hợp với phương trình (4) ta thu được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$dU = nC_v dT + \frac{n^2 a}{V^2} dV = d\left(nC_v T - \frac{n^2 a}{V}\right) \text{ hay } U = nC_v T - \frac{n^2 a}{V}, \text{ hay } \alpha = a.$$

3. Ta xét quá trình 12, áp dụng nguyên lí I trong quá trình này ta thu được

$$dQ = \frac{-1,5 + 1,0510^6 V^2 - 2,4 V^3}{V^2} dV$$

$$dQ = 0 \text{ khi } VC \approx 1,74869 V_0$$

Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dẫn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = VC$ là

$$Q_{IC} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = 4193,05 J$$

Trong quá trình nén \dot{V} tăng tích 23, $CP > 0$, $dT < 0$ nên $dQ < 0$, trong quá trình này hệ tỏa nhiệt. Trong quá trình tăng áp \dot{V} tăng tích 31 hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là

$$Q_{31} = C_v (T_1 - T_3) = 6250 J$$

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là:

$$Q = Q_{IC} + Q_{31} = 10443,5 J$$

Công mà lượng khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ PV, từ đó

$$A = \frac{1}{2} (P_0 - \frac{P_0}{2}) (2V_0 - V_0) = \frac{1}{4} P_0 V_0 = 1250 J$$

$$\text{Hiệu suất của chu trình: } H = \frac{A}{Q} = 11,9692 \%$$

4. Đối với tác nhân là khí lí tưởng nhiệt trong quá trình 12:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$dQ = \frac{m}{\mu} \frac{5R}{2} d\left(\frac{PV}{\frac{m}{\mu} R}\right) + PdV = \frac{5}{2} VdP + \frac{7}{2} PdV$$

theo P từ công thức (1) ta được

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{5}{2} Vd\left(-\frac{P_0}{2V_0} V + \frac{3}{2} P_0\right) + \frac{7}{2} \left(-\frac{P_0}{2V_0} V + \frac{3}{2} P_0\right)dV \\ &= -\frac{5}{4} \frac{P_0}{V_0} VdV - \frac{7}{4} \frac{P_0}{V_0} VdV + \frac{21}{4} P_0 dV \\ &= \left(-\frac{12}{4} \frac{P_0}{V_0} V + \frac{21}{4} P_0\right) dV \end{aligned}$$

Dễ thấy $dQ = 0$ khi $VC = 1,75V_0$ và chú ý trong quá trình dẫn từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 thì $dV > 0$.

Do đó, trong quá trình dẫn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = VC$ thì hệ khí nhận nhiệt ($dQ > 0$) và trong quá trình tiếp theo từ $V = VC$ đến $V = 2V_0$ hệ khí tỏa nhiệt. Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dẫn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = VC$ là

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = \frac{27}{32} P_0 V_0$$

Trong quá trình nén đắng áp 23 hệ tỏa nhiệt, dễ dàng tìm được nhiệt độ tại trạng thái 3 từ phương trình trạng thái: $T_3 = 0,5T_1$. Trong quá trình tăng áp đắng tích 31 hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là

$$Q_{31} = \frac{m}{\mu} C_v (T_1 - T_3) = \frac{5}{4} \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{5}{4} P_0 V_0$$

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là:

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = \frac{67}{32} P_0 V_0$$

Công mà lượng khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ PV, từ đó

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$A = \frac{1}{2}(P_0 - \frac{P_0}{2})(2V_0 - V_0) = \frac{1}{4}P_0V_0.$$

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{8}{67} \approx 11,9403\%.$$

Hiệu suất của chu trình:

Bài 43.

1. Xét các phân tử khí nằm nằm giữa hai lớp cầu bán kính r và $r+dr$. Ta có $dp = KTdn$. (1)

với dp là áp suất của lớp khí đó cũng chính là độ chênh áp suất của lớp khí trong và ngoài nên $dp = -(p_2 - p_1) = -\frac{N}{V}dU_r = -ndU_r$ (2)

từ (1) và (2) ta có

$$\frac{dn}{n} = -\frac{dU_r}{kT} \Rightarrow \int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = -\frac{1}{kT} \int_0^{U_r} dU_r \Rightarrow n = n_0 e^{-\frac{U_r}{kT}}$$

$$2. dN = n_r 4\pi r^2 dr \Rightarrow N = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr \cdot n_0 e^{-\frac{U_r}{kT}}$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{4\pi r^2 dr \cdot n_0 e^{-\frac{U_r}{kT}}}{4\pi n_0 \int_0^\infty r^2 dr \cdot e^{-\frac{U_r}{kT}}} = \frac{r^2 e^{-\frac{U_r}{kT}} dr}{\int_0^\infty r^2 e^{-\frac{U_r}{kT}} dr}$$

$$\text{do } \int_0^\infty x^n e^{-x} dx = \sqrt{\pi}$$

Bài 44.

Gọi VK, pK và TK lần Phương trình Van-đo-Van cho 1 mol khí thực:
 $\left(p + \frac{a}{V^2} \right)(V - b) = RT$ (1)

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Từ (1) suy ra: $p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$ (2)

Xét đạo hàm riêng phần bậc nhất của p theo V với $T = \text{const}$

$$\frac{\partial p}{\partial V} = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \quad (3)$$

Xét đạo hàm riêng phần bậc hai của p theo V với $T = \text{const}$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = \frac{2RT}{(V-b)^3} - \frac{6a}{V^4} \quad (4)$$

Tại điểm tới hạn, khí có áp suất p_K , thể tích V_K và nhiệt độ T_K thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)_T = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{RT_K}{(V_K-b)^2} + \frac{2a}{V_K^3} = 0 \\ \frac{2RT_K}{(V_K-b)^3} - \frac{6a}{V_K^4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_K = 3b \\ RT_K = \frac{8a}{27b} \end{cases} \quad (5)$$

Từ (2) và (5) suy ra: $p_K = \frac{a}{27b^2}$ (6)

Từ (5) và (6) ta suy ra: $\frac{RT_K}{p_K V_K} = \frac{8}{3}$

Bài 45. Ta có các thông số trạng thái của khí trước khi dãn là (p_1, V_1, T_1) và sau khi dãn là (p_2, V_2, T_2) . Do quá trình đoạn nhiệt nên $dQ = 0; dA = -dU \Rightarrow A = -\Delta U$ (1)

+ Trước khi dãn, khí được xem là khí Vander – Waals nên nội năng và phương trình trạng thái khí cho 1 mol khí là

$$\left(p_1 + \frac{a}{V_1^2}\right)(V_1 - b) = RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{RT_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1^2}; \quad U_1 = C_v T_1 - \frac{a}{V_1}$$

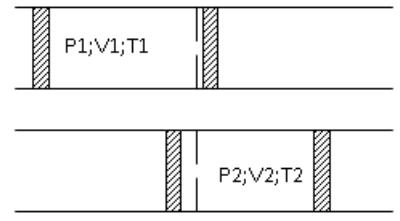
+ Sau khi dãn, khí được xem là khí Vander – Waals nên nội năng và phương trình trạng thái khí cho 1 mol khí là

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$p_2 V_2 = RT_2 \Rightarrow p_2 = \frac{RT_2}{V_2}; \quad U_2 = C_v T_2$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1) + \frac{a}{V_1} \quad (2)$$

Suy ra



$$* \text{Công mà khói khí sinh ra là } A = \Delta(pV) = p_2 V_2 - p_1 V_1 = RT_2 - \frac{RV_1 T_1}{V_1 - b} + \frac{a}{V_1} \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta được:

$$\begin{aligned} RT_2 - \frac{RV_1 T_1}{V_1 - b} + \frac{a}{V_1} + C_v (T_2 - T_1) + \frac{a}{V_1} &= 0 \Leftrightarrow -\frac{RV_1 T_1}{V_1 - b} + RT_1 + (C_v + R)(T_2 - T_1) + \frac{2a}{V_1} = 0 \\ \Leftrightarrow -\frac{bRT_1}{V_1 - b} + C_p (T_2 - T_1) + \frac{2a}{V_1} &= 0 \Leftrightarrow T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left(\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right) \end{aligned}$$

Bài 46. a) Phương trình trạng thái có thể viết lại như sau

$$p = \frac{kT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

Trong quá trình đ^ong nhiệt, độ biến thiên năng lượng tự do Helmholtz là:

$$\Delta F = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{kT}{V - b} - \frac{a}{V^2} dV = -kT \ln \left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right) + a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

b) Ta có thể tính độ biến thiên nội năng theo T và V

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

Đối với quá trình đ^ong nhiệt ta có

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

Theo lý thuyết nhiệt động lực học

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Dùng phương trình trạng thái ta có

$$dU = \frac{a}{V^2} dV$$

Tích phân ta tìm được:

$$\Delta U = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

Bài 47. Ta có nhiệt độ suy ra từ phương trình trạng thái khí lí tưởng

$$T_i = \frac{pV}{vR}$$

T_t là nhiệt độ suy ra từ phương trình khí thực

$$T_t = \frac{\left(p + \frac{v^2 a}{V^2} \right) (V - vb)}{vR}$$

Ta có phương trình khí thực:

$$\Delta T = T_t - T_i = \frac{\left(p + \frac{v^2 a}{V^2} \right) (V - vb) - pV}{vR}$$

Thay số ta được

$$\Delta T = \frac{\left(5,07 \cdot 10^6 + \frac{10^6 0,365}{0,53^2} \right) (0,53 - 10^3 \cdot 4,28 \cdot 10^{-5}) - 5,07 \cdot 10^6 \cdot 0,53}{8,31 \cdot 10^3} = 50(K)$$

Bài 48 . a. $V_m = \frac{RT}{p} = 0,595 (\ell / mol)$

(Lấy R = 0,082 atm.mol-1.K-1.

b. Ta có phương trình Van der Waals:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT$$

$$\rightarrow V_m^3 - \left(\frac{RT}{p} + b \right) V_m^2 + \frac{a}{p} V_m - \frac{ab}{p} = 0$$

Thay số ta được phương trình:

$$V_m^3 - 0,68559V_m^2 + 0,10319V_m - 9,3384 \cdot 10^{-3} = 0$$

Giải ra ta được: $V_m = 0,522\ell / \text{mol}$

Bài 49. a. Theo công thức **Error! Reference source not found.** về nội năng khí thực:

$$U = \frac{1}{2}iRT - \frac{a}{V}$$

Vi phân hai vế ta được: $dU = \frac{1}{2}iRdT + \frac{a}{V^2}dV$

$$\text{Từ phương trình trạng thái ta có } p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Nguyên lý I viết cho quá trình đoạn nhiệt là

$$dU = -pdV \rightarrow C_v dT + \frac{a}{V^2} dV = -\left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV \quad \text{hay} \quad \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_v} \frac{dV}{V-b}.$$

$$\text{Tích phân hai vế ta được} \quad T(V-b)^{\frac{R}{C_v}} = \text{const}$$

b. Xét khói khí biến đổi trạng thái theo quá trình đẳng áp, lấy vi phân hai vế phương trình

$$\text{Vander Waals ta được:} \left(p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right) dV = RdT \rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{R}{\left(p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right)}$$

$$dU = \delta Q - pdV = C_p dT - \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$C_v dT + \frac{a}{V^2} dV = C_p dT - \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$C_p - C_v = \frac{RT}{V-b} \frac{dV}{dT} = \frac{RT}{V-b} \left(p - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right) = \frac{RT}{V-b} \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{2a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3} \right)$$

$$C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}}$$

(Với $a = 0, b = 0$ ta thu được $C_p - C_v = R$ đúng với khí lí tưởng)

c. Từ nguyên lý I là $\delta Q = dU + pdV$ với $dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV$, $p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$ ta có được:

$$\delta Q = C_v dT + \frac{RT}{V-b} dV$$

Nhiệt nhận vào trong quá trình đốt cháy nhiệt 1-2 là

$$Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} RT_1 \frac{dV}{V-b} = RT_1 \ln \frac{V_2-b}{V_1-b}$$

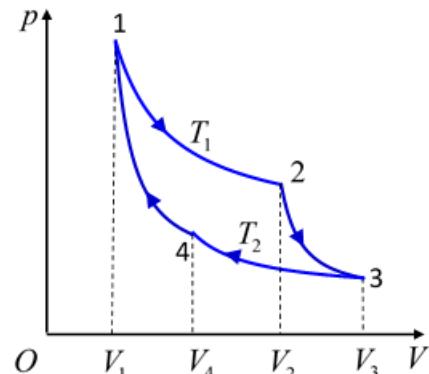
Nhiệt nhả ra trong quá trình đốt cháy nhiệt 3-4 là

$$Q'_{34} = - \int_{V_3}^{V_4} RT_2 \frac{dV}{V-b} = RT_2 \ln \frac{V_3-b}{V_4-b}$$

Với hai quá trình đoạn nhiệt 2-3 và 3-4, sử dụng phương trình đoạn nhiệt đã tìm được ở câu c ta có

$$T_1(V_2-b)^{\frac{R}{C_v}} = T_2(V_3-b)^{\frac{R}{C_v}} \quad \text{và} \quad T_1(V_1-b)^{\frac{R}{C_v}} = T_2(V_4-b)^{\frac{R}{C_v}} \quad \text{hay} \quad \frac{V_2-b}{V_1-b} = \frac{V_3-b}{V_4-b}$$

Kết hợp với biểu thức tính Q_{12} và Q'_{34} ở trên ta có



$$\frac{Q'_{34}}{Q_{12}} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Vậy hiệu suất của chu trình này là

$$H = 1 - \frac{Q'_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Biểu thức này giống với hiệu suất của khí lí tưởng hoạt động theo chu trình Carnot.

Bài 50.a. Làm tương tự Ví dụ 4 với $a = 0$

$$C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}} = R$$

$$b. E_T = -\alpha p = -\alpha \frac{N_A}{V} \rightarrow dE_T = \frac{\alpha N_A}{V^2} dV$$

$$\text{Có } dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV \rightarrow a = \alpha N_A$$

Kích thước nguyên tử không đáng kể nên $b = 0$

Làm tương tự như Ví dụ 4 ta được

$$C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}} = \frac{R^2 TV}{RTV - 2aN_A V}$$

Bài 51. Công sinh ra

$$A = A_{23} = p_0 V_0$$

Xét quá trình 1-2

Ta có phương trình trạng thái

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\left(p + \frac{a}{V_0} \right) V_0 = RT \rightarrow V_0 dp = RdT$$

$$dU = C_V dT + \frac{a}{V^2} dV = C_V dT \quad (\text{vì } dV = 0)$$

$$Q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT = \int_{2p_0}^{p_0} \frac{6}{2} V_0 dp = 3V_0 p_0$$

Quá trình 2-3 là quá trình $\ddot{\text{e}}$ căng áp

$$\left(p_0 + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \rightarrow \left(p_0 - \frac{a}{V^2} \right) dV = RdT$$

$$dU = 3RdT + \frac{a}{V^2} dV \rightarrow dQ_{23} = p_0 dV + 3RdT + \frac{a}{V^2} dV = 4p_0 dV - \frac{2a}{V^2} dV$$

$$Q_{23} = \int_{V_0}^{2V_0} \left(4p_0 - \frac{2a}{V^2} \right) dV = \int_{V_0}^{2V_0} \left(4p_0 - \frac{72p_0 V_0^2}{V^2} \right) dV = -32p_0 V_0$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{1}{3-32} = -\frac{1}{29}$$

Bài 52. 1 Từ hệ thức Mayer $CP - CV = R$ và $CV = \frac{5}{2}R$, ta tính được $CP = \frac{7}{2}R$ và $\gamma = CP/CV = 1,4$.

Do quá trình là đoạn nhiệt thuận nghịch nên

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 (2V_1)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \cdot 2^{1-\gamma}. \quad (1)$$

Độ biến thiên nội năng của khí

$$\Delta U = C_V \Delta T = \frac{5}{2} R (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} R T_1 (2^{1-\gamma} - 1). \quad (2)$$

Do hệ khí cách nhiệt nên theo nguyên lý I Nhiệt động lực học, công mà khí đã thực hiện là

$$A = -\Delta U = -\frac{5}{2}RT_1(2^{1-\gamma} - 1).$$

2a.Khí lý tưởng

Đối với khí lý tưởng, $U = C_V T$ nên từ phương trình (3) ta suy ra nhiệt độ của khí trong quá trình giãn vào chân không là không đổi, tức là

$$T_2 = T_1. \quad (4)$$

Sử dụng phương trình Clayperon – Mendeleev, ta tính được áp suất của khí ở trạng thái cuối

$$p_2 \cdot 2V_1 = RT_2 = RT_1$$

$$p_2 = \frac{RT_1}{2V_1}.$$

Khí giãn vào chân không sẽ không sinh công

$$A = 0. \quad (3a)$$

Mặc khác, do hệ cách nhiệt

$$Q = 0, \quad (3b)$$

Nên theo nguyên lý I Nhiệt động lực học, nội năng của khí không đổi hay là độ biến thiên nội năng của khí bằng không

$$\Delta U = Q - A = 0. \quad (3c)$$

Các phương trình (3) trên đây là đúng cho mọi loại khí, kể cả khí lý tưởng và khí thực.

2b.Khí thực

Từ phương trình (3) và biểu thức tính nội năng của khí thực $U = C_V T - \frac{a}{V}$, ta suy ra

$$U_1 = U_2$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$C_V T_1 - \frac{a}{V_1} = C_V T_2 - \frac{a}{2V_1}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{a}{2V_1 C_V}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{a}{5RV_1}. \quad (5)$$

Từ phương trình trạng thái của khí thực $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)V = RT$, ta rút ra biểu thức tính áp suất của khí ở trạng thái cuối

$$P_2 = \frac{RT_2}{V_2} - \frac{a}{V_2^2}, \quad (6)$$

Thay T_2 từ (5) và $V_2 = 2V_1$ vào phương trình (6) ta tính được

$$P_2 = \frac{RT_1}{2V_1} - \frac{7a}{20V_1^2}.$$

3. Quá trình biến đổi khí từ trạng thái ($T_1, 2V_1$) về trạng thái (T_1, V_1) diễn ra chậm và cân bằng nên có thể xem là đẳng nhiệt thuận nghịch. Theo nguyên lý I, do nội năng của khí không đổi nên công mà khí nhận được bằng nhiệt lượng khí tỏa ra môi trường

$$Q' = -A = -RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = RT_1 \ln 2.$$

Bài 53. Theo phương trình Van der Waals

$$\begin{aligned} \left(p + \frac{v^2}{V^2}a\right)(V - vb) &= vRT \Rightarrow T = \frac{1}{vR} \left(p + \frac{v^2}{V^2}a\right)(V - vb) \\ \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p &= -\frac{2va}{RV^3}(V - vb) + \frac{T}{V - vb} \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p^{-1} = \frac{1}{-\frac{2va}{RV^2}(V - vb) + \frac{VT}{V - vb}} \end{aligned}$$

Bài 54. Điều kiện tại điểm uốn K có tiếp tuyến nằm ngang là

KHO VẬT LÝ SỐ CẤP -

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T = 0; \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right)_T = 0$$

Phương trình Van der Waals áp dụng cho 1 mol khí:

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T = 0 = \frac{RT}{(V - b)^2} + \frac{2a}{V^3} \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right)_T = 0 = -2 \frac{RT}{(V - b)^3} - \frac{6a}{V^4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = V_K = 3b \\ T = T_K = \frac{8a}{27Rb} \Rightarrow s = \frac{RT_K}{p_K V_K} = \frac{8}{3} \notin a, b \\ p = p_K = \frac{a}{27b^2} \end{cases}$$

Bài 55. Điều kiện tại điểm uốn K có tiếp tuyến nằm ngang là

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T = 0; \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right)_T = 0$$

$$\text{Dieterici đối với 1 mol khí } p(V - b)e^{\frac{a}{RTV}} = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{(V - b)} e^{-\frac{a}{RTV}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T = 0 \Rightarrow \frac{RT}{(V - b)^2} = \frac{a}{V^2} \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right)_T = 0 \Rightarrow -\frac{2RT}{(V - b)^2} - \frac{2a}{(V - b)V^2} - \frac{2a}{V^3} + \frac{a^2}{RTV^4} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V = V_K = 2b \\ T = T_K = \frac{a}{4Rb} \\ p = p_K = \frac{a}{4e^2 b^2} \Rightarrow s = \frac{RT_K}{p_K V_K} = \frac{e^2}{2} \notin a, b \end{cases}$$

XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TUỔNG.

Bài 1: Từ định nghĩa về độ tăng entropi: $\Delta S = S_2 - S_1 = \int \frac{\delta Q}{T}$

$$\text{Ta có: } \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{nCdT}{T} = nC \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Trong đó, C là nhiệt dung mol của hệ.

a. Trong quá trình đằng tích: $C = C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$

Vì phân tử là tam nguyên tử nên số bậc tự do bằng 6, do đó $C_V = 3R$. Do đó:

$$\Delta S = 3nR \ln \frac{T_2}{T_1} \approx 26 \frac{kJ}{K}$$

b. Trong quá trình đằng áp: $C = C_p = \gamma C_V$

$$\text{Do đó: } \Delta S = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \gamma nC_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{Hay: } \Delta S = \gamma \Delta S_V \approx 35 \frac{kJ}{K}$$

Bài 2.a. Dựa vào lý thuyết, ta xây dựng được: $\Delta S = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1} = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_2}{T_1}$

Vì trong quá trình đằng áp, nhiệt độ của khối khí tỷ lệ với thể tích của nó nên ta có:

$$\Delta S_p = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

n là số mol khí hydro, γ là chỉ số đoạn nhiệt, ở đây ta có: $n = \frac{0,20}{2} = 0,10, \gamma = 1,4$

Thay số ta được: $\Delta S_p = 3,1 J/K$

b.. Trong quá trình đốt cháy nhiệt: $\Delta S = S_2 - S_1 = \int \frac{\delta Q}{T}$

Vì trong quá trình đốt cháy nhiệt, nhiệt lượng hệ nhận được chuyển hoàn toàn thành công, do đó:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int \frac{pdV}{T}$$

$$\text{Vì } T = \text{const}, \text{ ta có: } \Delta S = \frac{1}{T} \int pdV = \frac{1}{T} nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{Rút gọn biểu thức trên, ta được: } \Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Thay số ta được: $\Delta S = 0,9 J/K$

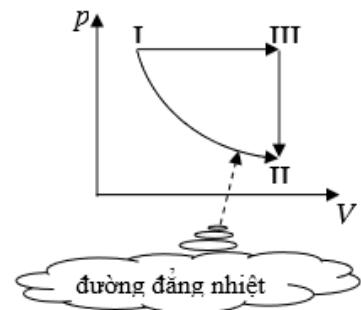
Bài 3. Độ tăng entropi trong quá trình đốt cháy nhiệt:

$$\Delta S = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$\text{Độ tăng entropi trong quá trình đốt cháy áp: } \Delta S_1 = nC_p \ln \frac{T_3}{T_1}$$

Độ tăng entropi trong quá trình đốt cháy tích:

$$\Delta S_2 = nC_V \ln \frac{T_2}{T_3} = -nC_V \ln \frac{T_3}{T_1}$$



Do vậy ta có: độ tăng entropi trong trường hợp 2: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n(C_p - C_V) \ln \frac{T_3}{T_1}$

$$\text{Do: } C_p - C_V = R; \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{Vì vậy, ta có: } \Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Như vậy, độ tăng entropi ΔS trong cả hai trường hợp là như nhau.

Bài 4. Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng ta có: nhiệt độ của khí sau khi đốt:

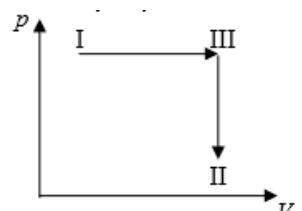
KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 \quad (1)$$

Do đó, ta có:

a. Độ tăng nội năng ΔU của khí:

$$\Delta U = nC_V \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{R}{\gamma-1} (T_2 - T_1) \quad (2)$$



Thay (1) vào (2), ta được: $\Delta U = \frac{m}{\mu(\gamma-1)} RT_1 \left(\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} - 1 \right)$

Thay số ta được: $\Delta U = -62,4 kJ$

c. Vì entropi là một hàm trạng thái nên trong các quá trình thuận nghịch bất kỳ, độ tăng entropi thay đổi như nhau. Do vậy, ta chọn phương án thay đổi trạng thái gồm hai quá trình đẳng áp và đẳng tích kế tiếp nhau. Khi đó độ tăng entropi trong cả quá trình:

$$\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_V$$

$$\text{Trong đó: } \Delta S_p = n C_p \ln \frac{T_3}{T_1} = n \frac{\gamma R}{\gamma-1} \ln \frac{V_3}{V_1} = n \frac{\gamma R}{\gamma-1} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S_V = n C_V \ln \frac{T_2}{T_3} = n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{p_2}{p_3} = n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\text{Do đó, ta có: } \Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} - \ln \frac{p_1}{p_2} \right)$$

Thay số, ta được: $\Delta S = 234 J/K$

Chú ý: Ta có thể viết biểu thức tính độ tăng entropi dưới dạng đối xứng hơn như sau:

$$\Delta S = n \left(C_p \ln \frac{V_2}{V_1} + C_V \ln \frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\text{Hay: } \Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\gamma \ln \frac{V_2}{V_1} + \ln \frac{p_2}{p_1} \right)$$

Bài 5. Ta có: $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{CdT}{T}$, hay: $\Delta S = ZC \ln \frac{T_2}{T_1}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Sử dụng kết quả bài trên: $C = R \frac{n-\gamma}{(\gamma-1)(n-1)}$

Do đó, độ tăng entropi của hệ là: $\Delta S = Z \frac{n-\gamma}{(\gamma-1)(n-1)} R \ln \frac{T_2}{T_1}$

Bài 6.

a. Từ giả thiết ta có: $p = kV$, $k = \text{const}$

Hay: $pV^{-1} = k = \text{const}$

Do đó, chỉ số politropic n của quá trình trên là: $n = -1$

b. Từ hệ thức: $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T}$

Ta có: nhiệt độ ở cuối quá trình: $T = \frac{pV}{p_0 V_0} T_0 = \frac{kV^2}{kV_0^2} T_0 \Rightarrow T = \frac{V^2}{V_0^2} T_0 = \eta^2 T_0$

Độ tăng nội năng ΔU của khí: $\Delta U = C_V \Delta T = \frac{\eta^2 - 1}{\gamma - 1} nRT_0$

Hay: $\Delta U = \frac{\eta^2 - 1}{\gamma - 1} p_0 V_0 = \frac{8}{\gamma - 1} p_0 V_0$

c. Công mà khí thực hiện: $A = \int_{V_0}^{\eta V_0} pdV = \int_{V_0}^{\eta V_0} kVdV = \frac{1}{2} k \left[(\eta V_0)^2 - V_0^2 \right]$

Rút gọn biểu thức trên ta được: $A = \frac{1}{2} kV_0^2 (\eta^2 - 1)$

Do: $p_0 = kV_0$, ta có: $A = \frac{\eta^2 - 1}{2} p_0 V_0 = 4p_0 V_0$

d. Áp dụng kết quả bài 2.79, ta được: $C = R \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}$

e. Đây là một quá trình politropic với chỉ số politropic bằng -1 nên: $C = R \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}$

Ta dễ dàng chứng minh được: $\Delta S = Z \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} R \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$

Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng, ta có: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thế vào (1) ta được: $\Delta S = Z \frac{\gamma+1}{(\gamma-1)} R \ln \frac{V_2}{V_1}$

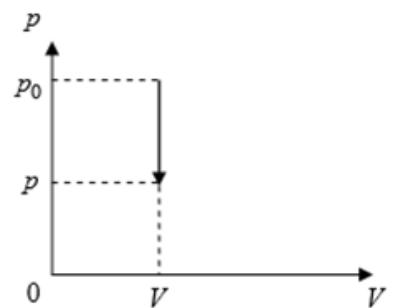
Hay: $\Delta S = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} R \ln \frac{V_2}{V_1}$

Bài 7. Vì thể tích của bình chứa hầu như không thay đổi theo nhiệt độ nên quá trình làm lạnh có thể coi là quá trình đẳng tích (giản đồ). Do đó, trong quá trình khôi khí không thực hiện công ($\delta A = 0$), theo nguyên lý I, ta có: $\delta U = \delta Q - \delta A = \delta Q$

Do quá trình là đẳng tích nên: $\delta U = \delta Q = \frac{m}{\mu} C_v \delta T$

Do hydro là khí lưỡng nguyên tử (số bậc tự do bằng 5), nên ta có:

$$Q = Q' = -U = -C_v \Delta T = -\frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$$



Từ hệ thức Claperon – Mendelev, ta có: $PV = \frac{m}{\mu} RT$,

hay: $\frac{m}{\mu} R = \frac{p_0 V}{T_1}$

Do đó, ta có: $Q' = -\frac{5}{2} \frac{p_0 V}{T_1} (T_2 - T_1)$

Độ tăng nội năng ΔU của hydro: $\Delta U = \frac{5}{2} \frac{p_0 V}{T_1} (T_2 - T_1)$

Thay số, ta được: $Q' = 5,4 J; \Delta U = -5,4 J$

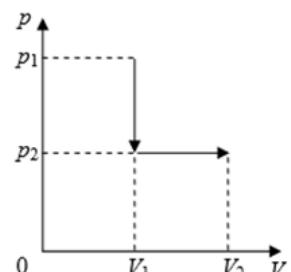
d. Đây là một quá trình làm lạnh đẳng tích nên ta có: $\Delta S = n C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$

Hay: $\Delta S = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1}$ thay số ta được: $\Delta S = -18 mJ / K$

Bài 8. Giản đồ của quá trình (hình vẽ)

a. Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng:

$$\frac{PV}{T} = nR = const$$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Ta có: $T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 \frac{T_1}{2}$

$$V_2 = \frac{T_1}{T_2} T_1 = 2V_1$$

Do đó, ta có: Nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình đằng tích:

$$Q_1 = nC_V(T_2 - T_1) = -\frac{1}{2}nC_V T_1$$

Nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình đằng áp:

$$Q_1 = nC_p(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}nC_p T_1$$

Từ đó, ta có nhiệt lượng Q mà khí đã hấp thụ: $Q = Q_1 + Q_2 = \frac{1}{2}n(C_p - C_V)T_1$

Do: $C_p = C_V + R$ nên: $Q = \frac{1}{2}nRT_1$

b. Trong quá trình đằng tích, khí không thực hiện công, do đó công sinh ra trong quá trình đằng áp:

$$A = \int pdV = p\Delta V = p_1(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}p_1(2V_1 - V_1)$$

Do đó, ta có: $A = \frac{1}{2}p_1V_1 = \frac{1}{2}nRT_1$

c. Theo nguyên lý thứ nhất của nhiệt động học, ta có: $\Delta U = Q - A$

Do đó, ta có: $\Delta U = 0$

Thay số ta được: a. $Q = \frac{RT_1}{2} = 12,5MJ$; b. $A = \frac{RT_1}{2} = 12,5MJ$; c. $\Delta U = 0$

d. Đây cũng là một quá trình làm lạnh đằng tích, sau đó cho dãn nở đằng áp, do đó ta có:

$$\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_v$$

Trong đó: $\Delta S_v = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1}$

Mà trong đằng tích, ta có: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$

Nên ta có: $\Delta S_V = nC_V \ln \frac{p_2}{p_1}$

$\Delta S_p = nC_p \ln \frac{T_3}{T_2}$, ở đây ta có: $T_3 = T_1$ nên $\Delta S_p = nC_p \ln \frac{T_1}{T_2}$

Mà trong quá trình đằng áp, ta có: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$

Do đó: $\Delta S_p = nC_p \ln \frac{p_1}{p_2}$

Cuối cùng, ta có: $\Delta S = n(C_p - C_V) \ln \frac{p_1}{p_2} = nR \ln \frac{p_1}{p_2}$

Thay số ta được: $\Delta S = 5,7 \text{ kJ/K}$

Bài 9. Giản đồ của quá trình (hình vẽ)

- a. Do quá trình II – III là quá trình đằng nhiệt nên: $T_3 = T_2$

Mặt khác, ta lại có: $p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2$

$$T_2 = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1$$

$$\text{Vậy: } T_3 = T_2 = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 \approx 264K$$

- b. Trong quá trình đoạn nhiệt, chất khí không thu hoặc nhận nhiệt lượng nên nhiệt lượng mà chất khí nhận là nhiệt lượng mà khí đã nhận trong quá trình đằng nhiệt:

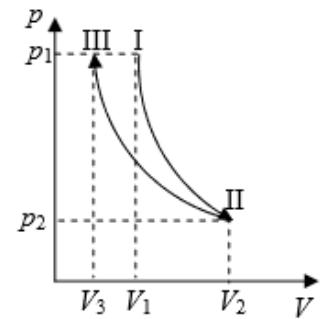
$$Q = Q_{23} = nRT \ln \frac{V_3}{V_2} = nRT \ln \frac{p_2}{p_3} = nRT \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Do đó, ta có: nhiệt lượng Q' mà khí đã nhả ra:

$$Q' = -Q = nRT \ln \frac{p_1}{p_2} \approx 1.76kJ$$

- c. Độ tăng nội năng ΔU của khí: $\Delta U = nC_V \Delta T$

Vì Nitơ có 5 bậc tự do nên: $C_V = \frac{5}{2}R$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Do đó, ta có: $\Delta U = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_1)$

Thé két quả phần (a) vào, ta được: $\Delta U = \frac{5}{2}nRT_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) \approx -1,62 \text{ kJ}$

d. Áp dụng nguyên lý I của nhiệt động học, ta có: công A mà khí đã thực hiện:

$$A = Q - \Delta U$$

Hay: $A = -Q' - \Delta U = -0,14 \text{ kJ}$

e. Hệ chỉ thay đổi entropi trong quá trình đốt nhiệt:

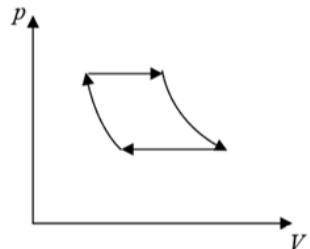
$$\Delta S = nRT_3 \ln \frac{p_2}{p_3} = nRT_2 \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Do đó: $\Delta S = nR \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$. Thay số ta được: $\Delta S = -6,7 \text{ J/K}$

Bài 10. a. Sơ đồ của quá trình (hình vẽ):

Nhiệt lượng mà chu trình đã nhận: $Q_1 = nC_p(T_2 - T_1) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_2 - T_1)$

Trong các quá trình đoạn nhiệt, ta có: $A = \frac{nRT_0}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \right)$



Do đó: $A_{II-III} = \frac{nRT_2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right) = \frac{nRT_2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)$

$A_{IV-V} = \frac{nRT_1}{\gamma-1} \left(\left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) = \frac{nRT_1}{\gamma-1} \left(\left(\frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)$

Hay: $A_{dn} = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\frac{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{b^{\frac{1}{\gamma}}} \right) (T_2 - T_1)$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Công sinh ra trong quá trình $\overset{\circ}{\text{đ}}\text{ăng áp}$: $A_{da} = p_1(V_2 - V_1) + p_3(V_4 - V_3) = nR[(T_2 - T_1) + (T_4 - T_3)]$

$$pT^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \text{const} \text{ hay } T \propto p^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Do đó: $T_3 = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} T_2 = \frac{1}{b^{\frac{1}{\gamma-1}}} T_2; T_4 = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} T_1 = \frac{1}{b^{\frac{1}{\gamma-1}}} T_1;$

Do đó, ta có: $A_{da} = nR \left(\frac{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{b^{\frac{1}{\gamma}}} \right) (T_2 - T_1)$

Vậy: công sinh ra trong toàn bộ quá trình: $A = A_{dn} + A_{da} = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{b^{\frac{1}{\gamma}}} \right) (T_2 - T_1)$

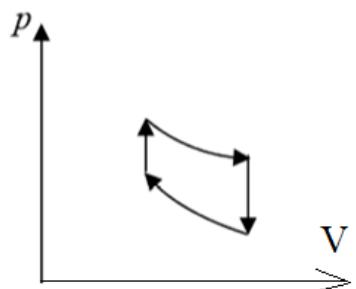
Từ đó, ta có hiệu suất của chu trình: $\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{1}{b^{\frac{1}{\gamma-1}}}$

b. Sơ đồ biểu diễn chu trình (hình vẽ)

Công mà khí thực hiện trong chu trình:

$$A = nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_1 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Từ các điều kiện đầu bài, ta có: $A = nR(T_2 - T_1) \ln a$

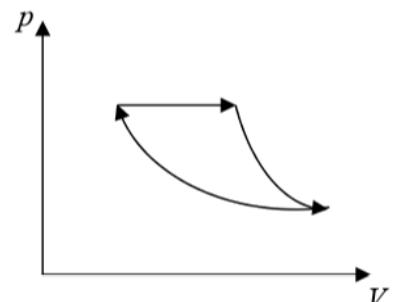


Nhiệt lượng mà khí đã nhận: $Q_1 = nRT_2 \ln a + nC_V(T_2 - T_1)$

Do đó: $Q_1 = nR \left[T_2 \ln a + \frac{1}{\gamma-1} (T_2 - T_1) \right]$

Từ đó ta có hiệu suất của chu trình: $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + \frac{T_2 - T_1}{(\gamma-1) \ln a}}$

c. Sơ đồ biểu diễn chu trình (hình vẽ)



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

công sinh ra trong toàn bộ chu trình:

$$A = A_{I-II} + A_{II-III} + A_{III-I} = p_1(V_2 - V_1) + \frac{nRT_2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right) + nRT_3 \ln \frac{V_1}{V_3}$$

$$\text{Hay: } A = nR(T_2 - T_1) + \frac{nRT_2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right) + nRT_1 \ln \frac{p_3}{p_1}$$

$$\text{Ta có: } T_2 = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}}; T_3 = b^{\frac{1}{\gamma}} T_1; \frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = b^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\text{Do đó, ta có: } A = nRT_1 \left[\left(b^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) + \frac{1}{\gamma-1} \left(b^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) - \ln b \right]$$

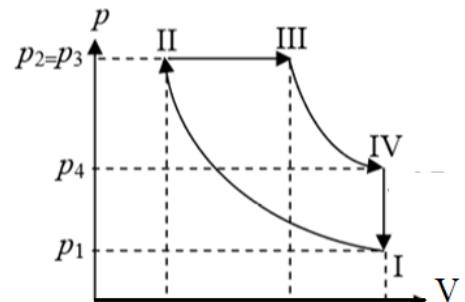
$$\text{Rút gọn biểu thức trên ta được: } A = nRT_1 \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(b^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) - \ln b \right]$$

Nhiệt lượng mà chu trình đã nhận: $Q_1 = nC_p(T_2 - T_1)$

$$\text{Hay: } Q_1 = nRT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(b^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Cuối cùng, ta được hiệu suất của chu trình:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln b}{\left(b^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right)}$$



d. Như ta đã biết: độ thay đổi entropi trong các quá trình:

$$+ \text{Đăng nhiệt: } \Delta S_r = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = nR \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$+ \text{Đăng áp: } \Delta S_p = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Đẳng tích: $\Delta S_V = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1}$

+ Đoạn nhiệt: $\Delta S_q = 0$

(Trong cả ba phần, ta sẽ vẽ cả giản đồ p-V và giản đồ S- $\ln T$)

Cả ba nhiệt dung mol: C_T, C_p, C_V đều dương. Do đó, ta có:

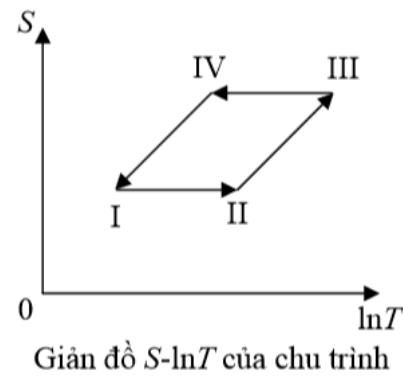
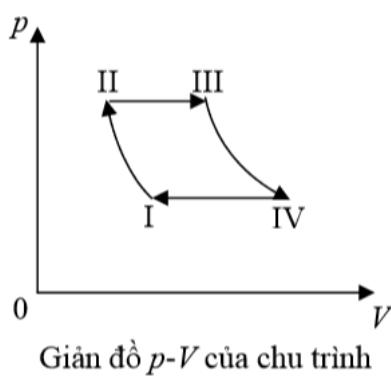
a. Trong hai quá trình đoạn nhiệt thứ nhất, quá trình I-II, entropi của hệ không thay đổi, trong khi nhiệt độ của hệ tăng, và do đó nội năng của hệ tăng.

Trong quá trình đẳng áp thứ nhất, quá trình II-III, entropi của hệ tăng, sự tăng này tuyến tính theo $\ln T$, do nhiệt độ tăng nên nội năng của hệ tăng.

+ Trong quá trình đoạn nhiệt thứ hai, quá trình III-IV, entropi của hệ không thay đổi, trong khi nhiệt độ của hệ giảm, và do đó nội năng của hệ giảm.

Trong quá trình đẳng áp thứ hai, quá trình IV-I, do nhiệt độ của hệ giảm nên entropi của hệ giảm, sự giảm này tuyến tính theo $\ln T$, do nhiệt độ giảm nên nội năng của hệ giảm.

Giản đồ về chu trình được thể hiện trên hình vẽ dưới đây:



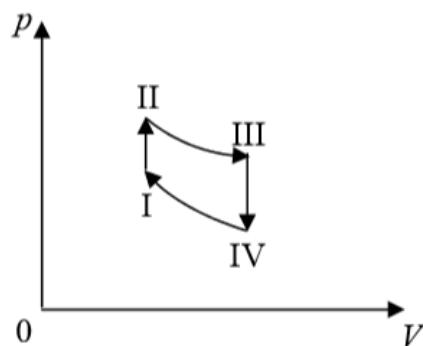
b. Trong quá trình đẳng áp thứ nhất, quá trình I-II, entropi của hệ tăng và nhiệt độ của hệ tăng, do đó nội năng của hệ tăng.

Trong quá trình đẳng nhiệt thứ nhất, quá trình II-III, entropi của hệ giảm và nhiệt độ của hệ không đổi nên nội năng của hệ không thay đổi.

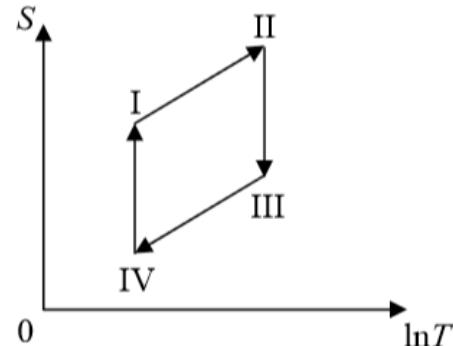
+ Trong quá trình đẳng áp thứ hai, quá trình III-IV, entropi của hệ giảm, trong khi nhiệt độ của hệ giảm, do đó nội năng của hệ giảm.

Trong quá trình đẳng nhiệt thứ hai, quá trình IV-I, entropi của hệ tăng còn nhiệt độ của hệ không đổi, do đó nội năng của hệ không thay đổi.

Giản đồ về chu trình được thể hiện trên hình vẽ dưới đây:



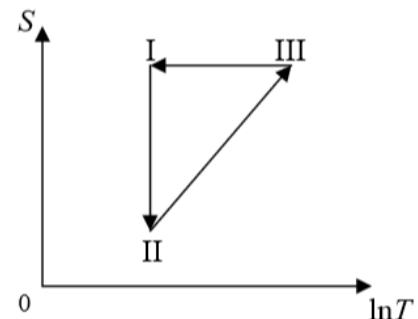
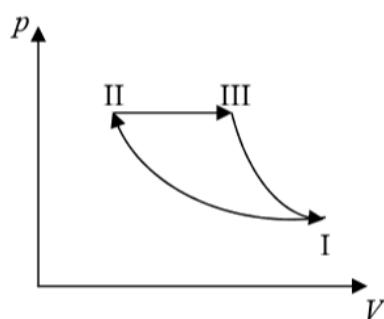
Giản đồ p - V của chu trình



Giản đồ S - $\ln T$ của chu trình

c. Trong quá trình đẳng nhiệt, quá trình I-II, entropi của hệ giảm trong khi nhiệt độ của hệ không đổi nên nội năng của hệ không thay đổi.

- + Trong quá trình đoạn nhiệt entropi của hệ không đổi, còn nhiệt độ của hệ giảm nên nội năng của hệ giảm.
- + Trong quá trình đẳng áp, entropi của hệ tăng tuyến tính theo nhiệt độ, do nhiệt độ tăng nên nội năng của hệ tăng.



XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC

Bài 1.

$$\begin{cases} \left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \\ U = C_v T - \frac{a}{V} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \delta A = P dV = \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV \\ dU = C_v dT + \frac{a}{V^2} dV \end{cases}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Ta có: } dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta A}{T} = \frac{1}{T} \left(\left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV + C_v dT + \frac{a}{V^2} dV \right) = \frac{R}{V-b} dV + C_v \frac{dT}{T}$$

Trong quá trình đốt nhiên:

$$dS = \frac{R}{V-b} dV \Rightarrow \Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{R}{V-b} dV = R \ln \left(\frac{V_2-b}{V_1-b} \right)$$

Bài 2.

Lượng nước đá nhiều nên không tan hết và nhiệt độ cuối cùng của hệ là $T=273K$

Miếng chì tỏa nhiệt lượng $Q = mp + mc(T_2 - T_1)$

Độ biến thiên entropi của miếng chì là:

$$\Delta S_c = \int \frac{dQ_c}{T} = -\frac{mq}{T_2} - \int_{T_1}^{T_2} mc \frac{dT}{T} = -\frac{mq}{T_2} - mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Nước đá nhận lượng nhiệt là $Q_d = +Q = mp + mc(T_2 - T_1)$

Độ biến thiên entropi của nước đá là:

$$\Delta S_d = \frac{Q_d}{T_1} = \frac{mp}{T_1} + \frac{mc(T_2 - T_1)}{T_1}$$

Độ biến thiên entropi của hệ là $\Delta S = \Delta S_c + \Delta S_d$

$$\begin{aligned} \Delta S &= mq \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + mc \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 - \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \\ &= 5.22,5 \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{600} \right) + 5.0,125 \left(\frac{600}{273} - 1 - \ln \frac{600}{273} \right) = 0,481 J/K \end{aligned}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Nhận xét: Đối với một chất khi nhiệt độ tăng làm entropi tăng.

Ngoài phụ thuộc vào nhiệt độ thì khi áp suất tăng làm giảm entropi.

Đối với cùng một chất $S_{\text{hơi}} > S_{\text{lỏng}} > S_{\text{rắn}}$

Bài 3.

$$\begin{array}{l} \text{Ta có} \\ \left\{ \begin{array}{l} \left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \\ U = C_V T - \frac{a}{V} \end{array} \right. \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \delta A = PdV = \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV \\ dU = C_V dT + \frac{a}{V^2} dV \end{array} \right.$$

Theo nguyên lý 1 $dU = dQ + dA \Rightarrow dQ = dU - dA$ (1)

với $dU = \frac{a}{V^2} dV + C_V dT$

và $dA = -dA' = -pdV = -\frac{RTdV}{V-b} + a\frac{dV}{V^2}$

thay vào (1) ta có $dQ = \frac{a}{V^2} dV + C_V dT + \frac{RTdV}{V-b} - a\frac{dV}{V^2} = C_V dT + \frac{RTdV}{V-b}$

nên $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} R \frac{dV}{V-b} = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \left(\frac{V_2-b}{V_1-b} \right)$

Bài 4.

1. Từ nguyên lí I nhiệt động lực học: $dU = -PdV + \delta Q$; $dQ = 0$

- Do quá trình là đoạn nhiệt nên ta có:

$$\delta Q = dU + PdV = d(3PV) + PdV = 4PdV + 3VdP = 0$$

- Biến đổi ta thu được: $\Rightarrow PV^{4/3} = \text{const}$ (1)

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

2. Chu trình biến đổi:

$$(P_1, V_1) \xrightarrow{\text{Nhiệt}} (P_1, V_2) \xrightarrow{\text{đoản nhiệt}} (P_2, V_3) \xrightarrow{\text{Nhiệt}} (P_2, V_4) \xrightarrow{\text{Nhiệt}} (P_1, V_1)$$

a. Nhiệt lượng trao đổi:

- Trong quá trình $\dot{v}_\text{đ}$ đổi nhiệt đầu tiên:

$$\text{Công khí nhận vào } A = -P_1 \Delta V = P_1(V_1 - V_2)$$

$$\text{Biến thiên nội năng của khí: } \Delta U = 3P_1(V_2 - V_1)$$

- Từ nguyên lí I ta thu được: $Q_1 = \Delta U - A = 4P_1(V_2 - V_1)$.

- Tương tự trong quá trình $\dot{v}_\text{đ}$ đổi nhiệt thứ 2 ta thu được $Q_2 = 4P_2(V_4 - V_3)$

b. Từ phương trình (1) ta có:

$$\begin{aligned} P_1 V_2^{4/3} &= P_2 V_3^{4/3} \\ P_2 V_4^{4/3} &= P_1 V_1^{4/3} \end{aligned}$$

- Từ định nghĩa: $\frac{T_1}{T_2} = -\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{P_1(V_2 - V_1)}{P_2(V_4 - V_3)} = -\frac{P_1^{1/4} P_2^{3/4} (V_3 - V_4)}{P_2^{1/4} (V_4 - V_3)} = \frac{P_1^{1/4}}{P_2^{1/4}}$.

- Do đó ta có thể định nghĩa nhiệt độ tuyệt đối T như sau: $T = AP^{1/4}$, với A là một hằng số được xác định từ điều kiện khi $T = 1$ khi $P = 1$.

Từ đó ta suy ra: $T = P^{1/4}$ (2)

c. Thay phương trình (2) vào biểu thức nội năng ta thu được: $U = 3T^4V$.

Từ đây ta tính được nhiệt dung $\dot{v}_\text{đ}$ tích $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = 12T^3V$.

d. Do entropy là hàm trạng thái, ta có thể tính theo quá trình:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$S = \int_0^T C_V \frac{dT}{T} = 12V \int_0^T T^2 dT = 4T^3 V = 4P^{3/4}V .$$

Bài 5 . ĐS: $S - 2\alpha\sqrt{T} = \text{const}$; $T^{\frac{C_v}{R}} (V - b) \exp\left(-\frac{2\alpha\sqrt{T}}{R}\right) = \text{const}$

Bài 6. ĐS: $\Delta S = R \ell n \frac{aV_0 - ab + bV_0 \Delta U}{(V_0 - b)(a - V_0 \Delta U)}$

CHƯƠNG XII.

TRUYỀN NHIỆT-KHUẾCH TÁN

XII.1 TRUYỀN NHIỆT

Bài 1. Áp suất 100kPa có thể coi là lớn còn áp suất 10mPa có thể coi là nhỏ, vì vậy hai trường hợp của bài toán là ứng với hai hiện tượng truyền: trong khí đậm đặc và trong khí loãng.

a) Trường hợp $p=100\text{kPa}$; $\lambda \ll l$

$$q = \chi \frac{dT}{dz}$$

Trong đó: $\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho C_V$

$$\text{Do } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}, \lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}}, \rho = nM, C_V = \frac{ik_B}{2M}$$

Ta có:

$$\chi = \frac{ik_B}{6\sqrt{2\pi d^2}} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$$

Do đó:

$$\begin{aligned} q &= \frac{ik_B}{6\sqrt{2\pi d^2}} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{dT}{dz} \\ &\Rightarrow \sqrt{T} dT = q \frac{6\sqrt{2\pi d^2}}{ik_B} \sqrt{\frac{\pi M}{8k_B}} dz \end{aligned}$$

tích phân phương trình trên ta được:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\frac{2}{3}(T_2\sqrt{T_2} - T_1\sqrt{T_1}) = q \frac{6\sqrt{2}\pi d^2}{ik_B} \sqrt{\frac{\pi M}{8k_B}}$$

Tức là:

$$q = \frac{ik_B}{9\sqrt{2}\pi d^2} \sqrt{\frac{8k_B}{\pi M}} \frac{(T_2\sqrt{T_2} - T_1\sqrt{T_1})}{1}$$

Heli là khí đơn nguyên tử nên $i=3$

Thay số ta được: $q \approx 20W/m^2$.

(Thực ra ta có thể dùng công thức gần đúng: $\frac{dT}{dz} \approx \frac{T_2 - T_1}{\ell}$, khi đó $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$, với

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}. \text{ Tức là: } q = \frac{ik_B}{6\sqrt{2}\pi d^2} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{T_2 - T_1}{1}$$

Sai số giữa hai cách tính không quá 1%, lý do là khoảng cách giữa hai bản không xa lăm và nhiệt độ của hai bản chênh lệch cũng không nhiều.)

b) Trong trường hợp này $\lambda > \ell$ nên ta phải áp dụng các công thức tính cho khí siêu loãng:

$$q = \frac{1}{6} \langle v \rangle n \frac{i}{2} k_B (T_2 - T_1)$$

Hay:

$$q = \frac{i}{12} \langle v \rangle \frac{p}{T} (T_2 - T_1)$$

ở đây $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$, $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$. Thay số ta được: $q = 0.21W/m^2$.

Bài 2. Giả sử tiết diện của thanh là S ta có nhiệt trở của thanh:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$R = \frac{\ell_1}{S\chi_1} + \frac{\ell_2}{S\chi_2} \quad (1)$$

Từ đó ta có mật độ thông lượng nhiệt q :

$$q = \frac{T_1 - T_2}{RS} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\chi_1} + \frac{l_2}{\chi_2}}$$

Vì các thanh là đồng nhất nên ta có: gradient nhiệt độ trong từng thanh:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{q}{\chi}$$

Từ đó ta có: $\left(\frac{dT}{dx}\right)_1 = \frac{q}{\chi_1}$

Hay $\left(\frac{dT}{dx}\right)_1 = \frac{q\chi_2}{\ell_1\chi_2 + \ell_2\chi_1}$

Tương tự ta có: $\left(\frac{dT}{dx}\right)_2 = \frac{q\chi_1}{\ell_1\chi_2 + \ell_2\chi_1}$

Bài 3. Giả sử mật độ thông lượng nhiệt là q và vì trạng thái của hệ là ổn định nên $q=\text{const.}$

Mặt khác ta lại có:

$$q = -\chi \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Dấu trừ thể hiện nhiệt được truyền từ nơi có nhiệt độ cao đến nơi có nhiệt độ thấp. Thế

$$\chi = \frac{\chi_0}{T} \text{ vào (1) ta được: } q = -\frac{\chi_0}{T} \frac{dT}{dx}$$

$$\text{Hay } \frac{dT}{T} = -\frac{q}{\chi_0} dx \quad (2)$$

Tích phân hai vế của (2) ta được:

$$\ln \frac{T}{T_1} = -\frac{q}{\chi_0} x$$

$$\text{Từ đó ta có: } \ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{q}{\chi_0} \ell \Rightarrow T = T_1 \exp \left(\frac{q}{\chi_0} x \right)$$

$$\text{Hay: } q = \frac{\chi_0}{\ell} \ln \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T = T_1 \exp \left(\ln \frac{T_2}{T_1} \frac{x}{\ell} \right) = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{x}{\ell}}.$$

Bài 4. Mật độ thông lượng nhiệt w giữa trong môi trường giữa các mặt:

$$w = \frac{q}{4\pi r^2} = -\chi \frac{dT}{dr} \quad (1)$$

$$\text{Hay } \frac{q dr}{4\pi \chi r^2} = -dT$$

Tích phân hai vế của phương trình trên ta được:

$$\frac{q}{4\pi \chi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = T_2 - T_1$$

Từ đó ta có hệ số dẫn nhiệt χ của chất nằm giữa hai mặt cầu

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\chi = \frac{q}{4\pi(T_2 - T_1)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Thay vào (1) ta được:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{q}{4\pi(T_2 - T_1)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) 4\pi r^2$$

Hay $\frac{dT}{dr} = - \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \frac{1}{r^2}$ (*)

Dễ thấy (*) $\Leftrightarrow dT = - \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \frac{1}{r^2} dr$

Tích phân hai vế ta được:

$$T - T_1 = \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Từ đó ta có:

$$T = T_1 - \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right)$$

Gọi $a = \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)}$ ta có $\chi = \frac{q}{4\pi a} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = - \frac{a}{r^2} \Rightarrow T = T_1 - a \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right)$.

Bài 5. Hệ số dẫn nhiệt của chất khí giữa các mặt tru:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho C_V \quad (*)$$

Trong đó $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}}$, $\rho = nm$

Vì khí là lý tưởng đơn nguyên tử nên: $C_V = \frac{3k_B}{2m}$

Do đó (*) trở thành: $\chi = \frac{k_B}{\pi d^2} \sqrt{\frac{k_B}{\pi m}} \sqrt{T} = \chi_0 \sqrt{T}$

Trong đó $\chi_0 = \frac{k_B}{\pi d^2} \sqrt{\frac{k_B}{\pi m}}$ (1)

Ta có thông lượng nhiệt q chuyển qua một đơn vị chiều dài của các hình trụ:

$$q = -\chi 2\pi r \frac{dT}{dr} = -2\pi \chi_0 r \frac{\sqrt{T} dT}{dr}$$

Trong sự truyền nhiệt ổn định $q = \text{const}$ nên ta có:

$$\frac{q dr}{2\pi \chi_0 r} = \sqrt{T} dT$$

Tích phân hai vế ta được:

$$\frac{q}{2\pi \chi_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{3} (T_2 \sqrt{T_2} - T_1 \sqrt{T_1})$$

Tức là

$$q = \frac{4}{3 \ln \frac{r_2}{r_1}} \pi \chi_0 (T_2 \sqrt{T_2} - T_1 \sqrt{T_1}) \quad (2)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thé (1) vào (2) ta có: thông lượng nhiệt q chuyển qua một đơn vị chiều dài của các hình trụ

$$q = \frac{4}{3} \frac{k_B}{d^2} \sqrt{\frac{k_B}{\pi m}} \left(T_2 \sqrt{T_2} - T_1 \sqrt{T_1} \right) \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Bài 6. Từ các hệ thức:

$$\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho C_V$$

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$$

Mặt khác ta có:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$$

$$\rho = nM$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}}$$

Xét hệ số truyền nhiệt χ

$$\chi = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}} n M C_V$$

$$\text{Hay } \chi = \frac{1}{3\sqrt{2\pi d^2}} c_V \sqrt{\frac{8k_B T M}{\pi}}$$

Trong sự dẫn nở đoạn nhiệt $T V^{\gamma-1} = \text{const}$ nên $T \sim V^{1-\gamma}$

Cuối cùng ta có: $\chi \sim \sqrt{T} \sim V^{\frac{1-\gamma}{2}}$

$$\text{Đối với hệ số só khuếch tán } D: D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}} = \frac{1}{3\sqrt{2\pi n d^2}} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} V$$

Ở đây N là số phân tử khí có mặt trong bình. Do đó ta có:

$$D \sim T^2 V \sim V^{\frac{3-\gamma}{2}} \quad \text{Vậy: } \chi \sim V^{\frac{1-\gamma}{2}} ; \quad D \sim V^{\frac{3-\gamma}{2}}$$

Vì khí là lưỡng nguyên tử nên số bậc tự do là 5 do đó: $\gamma = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$

Vì vậy khí khói khí trên dẫn nở đoạn nhiệt với thể tích tăng gấp đôi thì:

Hệ số truyền nhiệt χ giảm $\sqrt[5]{2}$ lần, hệ số só khuếch tán D tăng $\sqrt[5]{2^4}$.

Bài 7. Từ các hệ thức xác định quãng đường tự do trung bình và hệ số nhớt:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho$$

$$\text{Ta có: } \lambda = \frac{V}{\sqrt{2\pi N d^2}}, \quad \eta = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2\pi n d^2}} n M$$

$$\text{Hay } \eta = \frac{\sqrt{8k_B M}}{3\sqrt{2\pi d^2} \pi} \sqrt{T}$$

a) Trong sự nén đẳng nhiệt: $V = \frac{N k_B T}{P}, T = \text{const} \Rightarrow \lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi d^2} P} \frac{1}{P}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\eta = \frac{\sqrt{8k_B M}}{3\sqrt{2\pi}d^2\pi} \sqrt{T} = \text{const}$$

Từ đó ta có: λ giảm 10 lần và η không đổi.

b) Trong sự nén đoạn nhiệt: $pV^\gamma = \text{const} \Rightarrow V \sim p^{-\frac{1}{\gamma}}$

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const} \Rightarrow T \sim p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Do đó ta có: $\lambda = \frac{V}{\sqrt{2\pi}Nd^2} \sim V \Rightarrow \lambda \sim p^{-\frac{1}{\gamma}}$

$$\eta = \frac{\sqrt{8k_B M}}{3\sqrt{2\pi}d^2\pi} \sqrt{T} \sim \sqrt{T} \Rightarrow \eta \sim p^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

Vì khí là lưỡng nguyên tử nên số bậc tự do là 5 nên $\gamma = \frac{7}{5}$

Thay số ta được: λ giảm $\sqrt[7]{10^5}$, η tăng $\sqrt[7]{10}$.

Bài 8. Chọn trục tọa độ oz theo phương vuông góc với mặt ao chiều dương hướng xuống dưới. Góc tại mặt ao

Tốc độ tăng độ dày của lớp băng. $v = \frac{dz}{dt}$

Nhiệt lượng truyền qua một diện tích ΔS : $dQ = -\chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \Delta S \cdot dt$

Nhiệt tỏa ra khi một lớp băng ($dz, \Delta S$) được hình thành:

$$dQ = -mL = -dz \cdot \Delta S \cdot L \cdot \rho$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\Rightarrow -\chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \Delta S \cdot dt = -dz \cdot \Delta S \cdot L \cdot \rho$$

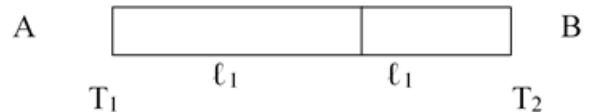
$$\Rightarrow v = \chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \frac{1}{\rho \cdot L}$$

b. sau bao lâu bê dày lớp băng tăng gấp đôi?

$$\frac{dz}{dt} = \chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \frac{1}{\rho L} \Rightarrow dt = \frac{\rho L}{\chi \Delta T} \cdot z dz$$

Lấy tích phân hai vế : $t = \frac{\rho L}{\chi \Delta T} \cdot \frac{1}{2} (z_2^2 - z_1^2)$ thay số $t = 20$ phút

Bài 9. Tốc độ truyền nhiệt v (nhiệt lượng truyền qua tiết diện thanh đồng tính trong một đơn vị thời gian)



$$v = \frac{dQ}{dt} = \chi S \frac{dT}{dl}$$

Ở trạng thái ổn định tốc độ truyền nhiệt v tại mọi tiết diện đều như nhau vậy

$$v = v_1 = v_2$$

$$\text{Với phần 1: } v_1 = \frac{dQ}{dt} = \chi_1 S \frac{dT}{dl}$$

$$\text{Với phần 2: } v_2 = \frac{dQ}{dt} = \chi_2 S \frac{dT}{dl}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$\text{Thay vào biểu thức trên ta được: } \chi_1 \frac{T_1 - T}{\ell_1} = \chi_2 \frac{T_2 - T}{\ell_2} \Rightarrow T = \frac{\chi_1 \frac{T_1}{\ell_1} + \chi_2 \frac{T_2}{\ell_2}}{\frac{\chi_1}{\ell_1} + \frac{\chi_2}{\ell_2}}$$

Bài 10. Tốc độ truyền nhiệt v (nhiệt lượng truyền qua tiết diện thanh đồng tính trong một đơn vị thời gian)

$$v = \frac{dQ}{dt} = \chi S \frac{dT}{d\ell} \quad (1)$$

Ở trạng thái ổn định tốc độ truyền nhiệt v tại mọi tiết diện đều như nhau vậy

$$v = v_1 = v_2 \quad (2)$$

$$\text{Với phần 1: } v_1 = \frac{dQ}{dt} = \chi_1 S \frac{dT}{d\ell} = \chi_1 S \frac{T - T_1}{\ell_1} \quad (3)$$

$$\text{Với phần 2: } v_2 = \frac{dQ}{dt} = \chi_2 S \frac{dT}{d\ell} = \chi_2 S \frac{T_2 - T}{\ell_2} \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) rút ra: } T_2 - T_1 = \frac{v(\ell_1 + \ell_2)}{S\chi} \quad (5)$$

$$\text{Từ (3) rút ra: } T - T_1 = \frac{v\ell_1}{S\chi_1} \quad (6)$$

$$\text{Từ (4) rút ra: } T_2 - T = \frac{v\ell_2}{S\chi_2} \quad (7) \Rightarrow \text{Từ (5), (6), (7) ta rút ra được: } \chi = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{\ell_1}{\chi_1} + \frac{\ell_2}{\chi_2}}$$

Bài 11. 1) Xét trong một khoảng thời gian dt , nhiệt độ bên trong máy thay đổi một lượng dT_2 phương trình cân bằng nhiệt:

$CdT_2 = k(T_1 - T_2)dt - \eta \varepsilon P_m dt$ trong đó $\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ là hiệu suất của máy lạnh lý tưởng ta có

phương trình vi phân:

$$C \frac{dT_2}{dt} = -\eta T_2 \frac{P_m}{T_1 - T_2} + k(T_1 - T_2)$$

2) Sau một thời gian dài máy làm việc ổn định khi đó T_2 không đổi theo thời gian do vậy:

$$\frac{dT_2}{dt} = 0 \Rightarrow \eta T_2 \frac{P_m}{T_1 - T_2} = k(T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{2T_1 + \eta P_m + \sqrt{4k^2 T_1^2 + (2T_1 + \eta P_m)^2}}{2k}$$

3. Đặt $x = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_1 dx = dT_2$

$$T_1 dt = \frac{dT_2}{\frac{k}{C}(1 - \frac{T_2}{T_1}) - \frac{\eta P_m}{T_1 C(1 - \frac{T_2}{T_1})} \frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow t = \int_1^{\frac{T_2}{T_1}} \frac{dx}{\frac{k}{C}(1 - x) - \frac{\eta P_m}{T_1 C(1 - x)} x}$$

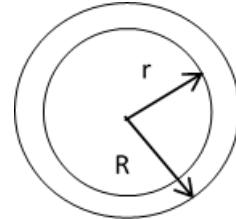
Bài 12. Sử dụng công thức Fourier về hiện tượng dẫn nhiệt:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$Q = -\chi \frac{dT}{dr} \Delta S \cdot \Delta t \quad (1)$$

Xét quả cầu D cùng tâm O, có bán kính r ; Q là nhiệt lượng

tỏa ra trong quả cầu trong khoảng thời gian Δt , còn $\Delta S = 4\pi r^2$



$$\Rightarrow Q = \omega V \Delta t = \omega \frac{4}{3} \pi r^3 \Delta t$$

Thay vào (1) ta được: $Q = \omega V \Delta t = \omega \frac{4}{3} \pi r^3 \Delta t = -\chi \frac{dT}{dr} \Delta S \cdot \Delta t$

$$\Rightarrow dT = -\frac{\omega}{3\chi} r dr \quad (2)$$

Lấy tích phân (2):

$$\int_{T_0}^T dT = -\frac{\omega}{3\chi} \int_R^r r dr$$

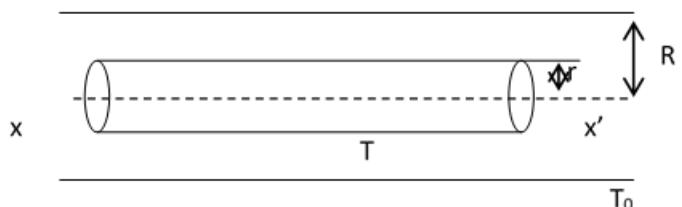
$$\Rightarrow T - T_0 = \frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$$

$$\text{Vậy } T = T_0 + \frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$$

Bài 13. Xét một hình trụ đồng trục xx' , bán kính đáy r , chiều cao ℓ

Nhiệt lượng tỏa ra trong hình trụ trong khoảng thời gian Δt là:

$$Q = \omega V \Delta t = \omega \pi r^2 \Delta t$$



Diện tích xung quanh hình trụ là: $\Delta S = 2\pi r \ell$

Sử dụng công thức Fourier về hiện tượng dẫn nhiệt: $Q = -\chi \frac{dT}{dr} \Delta S \cdot \Delta t$

Ta có: $Q = -\chi \frac{dT}{dr} \Delta S \cdot \Delta t = \omega \pi r^2 \Delta t$

Rút ra: $\frac{dT}{dr} = -\frac{\omega}{2\chi} r \Rightarrow dT = -\frac{\omega}{2\chi} r dr$

Lấy tích phân hai vế: $\int_{T_0}^T dT = -\frac{\omega}{2\chi} \int_R^r r dr \Rightarrow T - T_0 = \frac{\omega}{4\chi} (R^2 - r^2)$

Vậy $T = T_0 + \frac{\omega}{4\chi} (R^2 - r^2)$

Bài 14. 1. Khi hệ cân bằng áp suất hai bên bằng nhau: $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{n_1 RT_1}{V_1} = \frac{n_2 RT_2}{V_2}$

Mặt khác: $V_1 + V_2 = V \Rightarrow \frac{n_1 T_1}{V_1} = \frac{n_2 T_2}{V_2} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{V}$

$\Rightarrow V_1 = \frac{n_1 T_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V; V_2 = \frac{n_2 T_2}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V$

2. Ở thời điểm t nhiệt độ của hai ngăn tương ứng T_1, T_2

Ở thời điểm $t + dt$ nhiệt độ của hai ngăn tương ứng $T_1 + dT_1, T_2 + dT_2$

$$\Delta T = \Delta T_0 + d(\Delta T)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Áp dụng nguyên lý I cho cả hệ: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$

$$\Rightarrow n_1 dT_1 + n_2 dT_2 = 0 \Leftrightarrow dT_1 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} d(\Delta T)$$

áp dụng nguyên lý I cho từng ngăn ta có:

$$dQ_1 = n_1 C_V dT_1 + P_1 dV_1$$

$$dQ_2 = n_2 C_V dT_2 + P_2 dV_2$$

Do nhiệt chỉ được truyền giữa hai ngăn: $dQ_1 = -dQ_2$

$$\Rightarrow dP = 0$$

$$\Rightarrow P dV_1 = n_1 R dT_1 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T)$$

Vậy nhiệt lượng truyền từ ngăn I sang ngăn II:

$$dQ_1 = n_1 C_V dT_1 + P_1 dV_1 = \frac{3}{2} \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T) + \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T) = \frac{5}{2} \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T)$$

Theo định luật truyền nhiệt: $dQ_1 = -k \Delta T dt$

$$\Rightarrow \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{2(n_1 + n_2)}{5n_1 n_2 R} k dt$$

$$\Rightarrow \Delta T = \Delta T_0 \exp \left(-\frac{2(n_1 + n_2)}{5n_1 n_2 R} kt \right) = \Delta T_0 \cdot e^{-\beta t}; \beta = \frac{2(n_1 + n_2)}{5n_1 n_2 R} k$$

Tìm thể tích của các ngăn như là hàm của thời gian:

$$PdV_1 = n_1 R dT_1 = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T)$$

lấy tích phân hai vế:

$$V_1(t) - V_1 = \frac{n_2 V_1}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T}{T_1} \Rightarrow V_1(t) = \left(1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_1} \right) V_1$$

tương tự ta có: $PdV_2 = n_2 R dT_2 = -\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} R d(\Delta T)$

$$V_2(t) - V_2 = -\frac{n_1 V_2}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T}{T_2} \Rightarrow V_2(t) = \left(1 - \frac{n_1}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_2} \right) V_2$$

Bài. 15. a. Xét một đoạn dài Δl của dây.

Công suất tỏa ra trên đoạn dây này:

$$\Delta P = I^2 R_{dt} = \frac{P^2}{U^2} \rho \frac{\Delta l}{\pi R^2} = \frac{\rho P^2 \Delta l}{\pi U^2 R^2}$$

công suất này phải bằng công suất truyền qua lớp vỏ bán kính r

$$\Delta P = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r \Delta l$$

$$\frac{\rho P^2 \Delta l}{\pi U^2 R^2} = -2\pi r \lambda \frac{dT}{dr}$$

suy ra: $dT = -\frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \frac{dr}{r}$.

Tích phân hai vế: $\int_{T(r)}^T dT = -\frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \int_r^{R+d} \frac{dr}{r}$

$$T - T(r) = -\frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \ln\left(\frac{R+d}{r}\right)$$

$$T(r) = T + \frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \ln\left(\frac{R+d}{r}\right).$$

b. Nhiệt độ cực đại của vỏ là ở phần tiếp xúc với lõi đồng.

$$T_{\max} = T(R) = T + \frac{\rho P^2}{2\pi U^2 R^2 \lambda} \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)$$

Suy ra:

$$T_{\max} \leq T_1 \Rightarrow \frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right) \leq T_1 - T$$

$$P \leq \sqrt{\frac{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda (T_1 - T)}{\rho \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}} = \pi U R \sqrt{\frac{2(T_1 - T)\lambda}{\rho \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}}$$

$$\text{Vậy: } P_{\max} = \pi U R \sqrt{\frac{2(T_1 - T)\lambda}{\rho \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}}$$

Để sử dụng tối ưu, tức là tăng công suất lên người ta mắc hai dây pha và một dây trung hòa có thể tăng công suất lên $\sqrt{3}$ lần

Bài 16. Ở thời điểm bán kính quả cầu nước đá là R thì nhiệt độ tại điểm cách tâm quả cầu một khoảng r ($r < R$) là T .

Gọi q là nhiệt lượng mà quả cầu nước đá truyền đi trong một đơn vị thời gian

$$q = \frac{dQ}{dt} = -k \frac{dT}{dr} S = -k \frac{dT}{dr} 4\pi r^2 \Rightarrow \int_{T_0}^T dT = \int_R^r -q \frac{dr}{4\pi k r^2}$$

Khi $r=R_0$ thì $T=T_0$; $r \rightarrow \infty$ thì $T=T_1$ do đó $q = 4\pi k R (T_0 - T_1)$

Nhiệt lượng mà quả cầu nước đá truyền đi khi quả cầu có bán kính thay đổi dR là

$$dQ = \lambda dm = \lambda \rho d\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right) = \lambda \rho 4\pi R^2 dR$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Mặt khác $dQ = qdt = 4\pi kR(T_0 - T_1)dt$

$$\text{Do đó } 4\pi kR(T_0 - T_1)dt = \lambda\rho 4\pi R^2 dR \rightarrow dt = \frac{\lambda\rho}{k(T_0 - T_1)} RdR$$

a. Thời gian để quả cầu tan hết là

$$\int_0^{t_m} dt = \int_{R_0}^0 \frac{\lambda\rho}{k(T_0 - T_1)} RdR \rightarrow t_m = \frac{\lambda\rho}{2k(T_0 - T_1)} R_0^2 \approx 2881s \approx 48(\text{min})$$

b. Thời gian để bán kính quả cầu giảm đi một nửa:

$$\int_0^{t_l} dt = \int_{R_0}^{\frac{R_0}{2}} \frac{\lambda\rho}{k(T_0 - T_1)} RdR \rightarrow t_l = \frac{\lambda\rho}{2k(T_0 - T_1)} (R_0^2 - \frac{R_0^2}{4}) \approx 2160s \approx 36(\text{min})$$

Bài 17. Khi ngắt điện, độ thay đổi nhiệt độ của ám điện và nước từ thời điểm t đến thời điểm $t + \Delta t$ rất nhỏ, là: $\Delta T = (T_p - T_o)e^{-\alpha t - \alpha \Delta t} - (T_p - T_o)e^{-\alpha t} = (e^{-\alpha \Delta t} - 1)(T_p - T_o)e^{-\alpha t} = -\alpha \Delta t (T_p - T_o)e^{-\alpha t}$

Điều nay cho phép tính tốc độ mất nhiệt của ám khi nó có nhiệt độ T (hoặc tốc độ thu nhiệt nếu $T < T_o$, là: $C \frac{\Delta T}{\Delta t} = -C\alpha(T_p - T_o)e^{-\alpha t} = -C\alpha(T_p - T_o)$, trong đó C là nhiệt dung của cả ám và nước.

Khi ám điện được cấp điện với công suất P, và khi ám có nhiệt độ T, công suất mà nó nhận được để làm tăng nhiệt độ là tổng $-C\alpha(T - T_o) + P$. Do đó, phương trình cho tốc độ thay đổi nhiệt độ của ám sẽ là: $C \frac{\Delta T}{\Delta t} = -C\alpha(T - T_o) + P$

Về mặt toán học, phương trình trên có dạng giống như phương trình $C \frac{\Delta T}{\Delta t} = -C\alpha(T - T_o)$, nếu thay biến số T_o bởi biến số $T_o + \frac{P}{aC}$. Do đó khi cắm điện, nhiệt độ của ám thay đổi theo thời gian theo công thức:

$$T(t) = \left(T_p - T_o - \frac{P}{\alpha C} \right) e^{-\alpha t} + T_o + \frac{P}{\alpha C}$$

Trong trường hợp $T_p = T_o$, ta có: $T(t) = -\frac{P}{\alpha C} e^{-\alpha t} + T_o + \frac{P}{\alpha C}$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Khi ám thu được điện năng E_t , nghĩa là thời gian đun $t_1 = E_1 / P_1$, ta có mối quan hệ sau giữa nhiệt lượng E_1 và nhiệt độ T_k :

$$T_k = -\frac{P_1}{\alpha C} e^{-\alpha \frac{E_1}{P_1}} + T_o + \frac{P_1}{\alpha C}$$

Từ đây xác định được C: $C = \frac{1 - e^{-\alpha \frac{E_1}{P_1}}}{T_k - T_o} \frac{P_1}{\alpha}$

Lưu ý rằng, với $\frac{\alpha E_1}{P_1}$ nhỏ, ta có thể đơn giản biểu thức $C = E_1 / (T_k - T_o)$. Khi đun với công suất điện P_2 , trong (1) ta thay P_1 bằng P_2 , còn E_1 bằng E_2 :

$$T_k = -\frac{P_2}{\alpha C} e^{-\alpha \frac{E_2}{P_1}} + T_o + \frac{P_2}{\alpha C}$$

Từ đây, ta có thể tìm được E_2 :

$$E_2 = -\frac{P_2}{\alpha} \ln \left(1 + (T_o - T_k) \frac{\alpha C}{P_2} \right) = -\frac{P_2}{\alpha} \ln \left(1 - (1 - e^{-\alpha \frac{E_1}{P_1}}) \frac{P_1}{P_2} \right)$$

Nhận xét thấy, nếu $P_1 = P_2$, ta có $E_1 = E_2$. Nếu các điều kiện $\frac{\alpha E_1}{P_1} \ll 1$, $\frac{\alpha E_2}{P_2} \ll 1$ thỏa mãn, tức là sự mất mát năng lượng ít. Cũng cần lưu ý là nếu giá trị của E_2 sao cho biểu thức $1 - (1 - e^{-\alpha \frac{E_1}{P_1}}) \frac{P_1}{P_2} \leq 0$ tương đương với việc $T_o - T_k > \frac{P_1}{\alpha C}$ thì công suất P_2 không đủ để đun nóng nước tới nhiệt độ T_k

Thay số vào ta được: $E_2 \approx 3,2 \cdot 10^5 J$, với $P_2 = 300W$

$$E_2 \approx 8,2 \cdot 10^5 J, \text{ với } P_2 = 200W$$

Bài 18. Khi quạt chưa bật lên, công suất Joule-Lenz sẽ làm tăng nhiệt độ của điện trở:

$$\frac{U^2}{R_1} dt = CdT$$

Từ đây tìm được thời gian để tăng nhiệt độ đến $T_1 = 100^\circ C$ là:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

$$t_1 = \int_{T_0}^{T_1} \frac{CR_1}{U^2} dT = \frac{CR_1(T_1 - T_0)}{U^2} = 160s$$

1. Sau đó điện trở thay đổi nhưng phương trình nhiệt vẫn như cũ, thời gian để tăng lên

$$\text{đến } T_c = 110^\circ C \text{ là: } t_2 = t_1 + \int_{T_1}^{T_c} \frac{CR_2}{U^2} dT = t_1 + \frac{CR_2(T_c - T_1)}{U^2} = 200s$$

2. Khi quạt được bật lên, phương trình nhiệt: $(\frac{U^2}{R_2} - P_Q)dt = CdT$

$$\text{Tốc độ mất nhiệt là: } \frac{dT}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{U^2}{R_2} - P_Q \right) = -\frac{3}{4} K/s$$

$$\text{Thời gian để nguội đến } T_2 = 90^\circ C: \tau' = \frac{T_c - T_2}{dT/dt} = \frac{80}{3} = 26,7s$$

$$\text{Sau đó, điện trở thay đổi và tốc độ giảm nhiệt sẽ là: } \frac{dT}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{U^2}{R_1} - P_Q \right) = -\frac{1}{2} K/s$$

Trong thời gian hoạt động còn lại của quạt, nhiệt độ giảm đến được:

$$T_{\min} = T_2 + \frac{dT}{dt}(\tau - \tau') = \frac{175}{3} = 58,3K$$

3. Thời gian để điện trở nóng trở lại đến $T_1 = 100^\circ C$ là:

$$\Delta t = \int_{T_{\min}}^{T_1} \frac{CR_1}{U^2} dT = \frac{CR_1(T_{\min} - T_0)}{U^2} = \frac{250}{3} = 83,3s$$

$$\text{Chu kỳ } \tau_0 = \Delta t + (t_2 - t_1) + \tau = \frac{640}{3} \square 213,3s$$

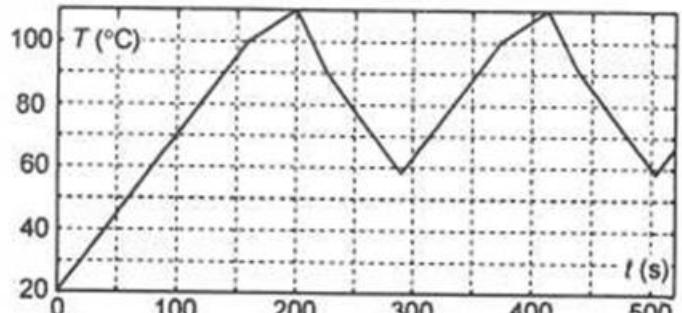
4. Nhiệt lượng Joule-Lenz tỏa ra trong một chu kỳ:

$$Q = \frac{U^2}{R_1} \Delta t + (t_2 - t_1 + \tau') \frac{U^2}{R_2} + \frac{U^2}{R_1} (\tau - \tau') = 360J$$

5. Đồ thị:

Bài 19. Cốc của Maria có diện tích xung quanh là $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 350cm^2$, bao gồm diện tích của đáy và nắp cốc. Nước có khối lượng $m = \rho\pi r^2 h = 0,50kg$.

Phương trình cân bằng nhiệt (1) và (2) cho ta: $\frac{KS(T_{tea} - T_{room})}{d} \Delta t = mc\Delta T$



KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

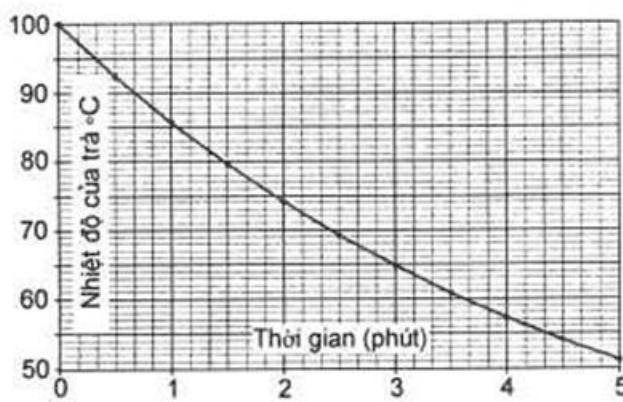
Chuyển về và thay số vào ta được: $\Delta T = \frac{KS}{dm} \Delta t = 0,10(T_{tea} - T_{room})$

Phương trình trên dùng để đánh giá nhiệt độ và điền vào bảng 2.23S.

- Bằng cách nối các điểm dữ liệu thành đường cong, từ đó tìm điểm giao của đường cong với nhiệt độ $55^{\circ}C$ ta tìm được thời gian cần để nguội tới $55^{\circ}C$ là 4 phút 20 giây.
- Bếp cấp nhiệt để làm nóng trà. $P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{P}$. Nhiệt cần thiết để làm nóng tới $70^{\circ}C$ là:

$$Q = mc\Delta T, \text{ suy ra: } t = \frac{mc\Delta T}{P} = 28,7 s$$

Thời gian sau khi rót	Nhiệt độ ban đầu T_{tea} ($^{\circ}C$)	Thay đổi nhiệt độ sau 30 s ($^{\circ}C$)	Nhiệt độ cuối T_{tea} ($^{\circ}C$)
0 s	100	7.5	92.5
30 s	92.5	6.8	85.7
1 phút	85.7	6.1	79.6
1 phút 30 s	79.6	5.5	74.1
2 phút	74.1	4.9	69.2
2 phút 30 s	69.2	4.4	64.8
3 phút	64.8	4.0	60.8
3 phút 30 s	60.8	3.6	57.2
4 phút	57.2	3.2	54.0
4 phút 30 s	54.0	2.9	51.1



- Sau 30s khi trà đã ở nhiệt độ $70^{\circ}C$, nhiệt độ của nó giảm đi $4^{\circ}C$, tức là vào cỡ $1/4$ của độ tăng $70^{\circ}C$ mà ta muốn nung nóng. Điều này có nghĩa là thời gian đun thực tế

dài hơn $1/4$, tức là đáp án trên kém $7s$ so với thời gian thực. Độ chênh lệch này là đáng kể và cần được tính đến.

Bài 20. Ký hiệu T_1, T_b, T_0 lần lượt là nhiệt độ của mặt trên, mặt dưới tấm kim loại và nhiệt độ môi trường. Nhiệt lượng tỏa ra từ các mặt trên và dưới tấm kim loại trong một đơn vị thời gian là:

$$cA(T_1 - T_0), cA(T_b - T_0)$$

Trong đó, c là hằng số, A là diện tích của các mặt kim loại

Công suất mất nhiệt của cả tấm kim loại sẽ là: $P_A = cA(T_1 - T_0) + cA(T_b - T_0)$

$$\text{Từ đây: } T_1 + T_b = \frac{P_a + 2cAT_0}{cA} = \frac{P_a}{cA} + 2T_0$$

$$\text{Thay số từ đề bài vào: } T_1 + T_b = 360K + 340K = 700K \quad (1)$$

Độ dày t của tấm kim loại rất bé nên coi như nhiệt độ biến thiên đều từ mặt trên đến mặt dưới. Công suất truyền nhiệt từ mặt trên tấm kim loại xuống mặt dưới của nó là:

$$P_c = kA \frac{T_t - T_b}{t}$$

Với k là hằng số. Vì nhiệt độ mặt dưới không đổi nên nhiệt truyền đến nó sẽ bức xạ hết ra không khí. Ta có:

$$kA \frac{T_t - T_b}{t} = cA(T_b - T_0) \quad (2)$$

Khi tăng độ dày lên $2t$, nhiệt độ hai đáy bây giờ là T'_t, T'_b vẫn thỏa mãn:

$$kA \frac{T'_t - T'_b}{2t} = cA(T'_b - T_0) \quad (3)$$

Từ (2) và (3) kết hợp với (1), bây giờ có dạng:

$$T'_t + T'_b = 700K \quad (4)$$

$$\text{Ta có: } \frac{700K - 2T'_b}{2.(700K - 2T_b)} = \frac{T'_b - T_0}{T_b - T_0}$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Suy ra: $T_b' = \frac{700K(T_b + T_0) - 4T_b T_0}{1400K - 2T_b - 2T_0} \approx 333,3K$

Thay vào (4), ta được: $T_t' = 700K - T_b' \approx 366,7K$

Bài 21. a.Ta có thể tính theo độ biến thiên áp suất thủy tĩnh: $dp = -\rho g dh = -\rho \frac{GM_s}{r^2} dr$

(1)

Vì đẳng nhiệt nên $pV = \frac{m}{\mu} RT_0 \rightarrow p = \frac{\rho}{\mu} RT_0 \rightarrow dp = \frac{RT_0}{\mu} d\rho$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{RT_0}{\mu} d\rho = -\rho \frac{GM_s}{r^2} dr$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{\mu GM_s}{RT_0} \frac{dr}{r^2} = -\frac{GM_s m}{k_B T_0} \frac{dr}{r^2} \quad (\mu = N_A m; k_B = \frac{R}{N_A})$$

$$\ln \frac{\rho(r)}{\rho(R)} = \frac{GM_s m}{k_B T_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \quad \text{với ý R là bán kính Mặt Trời và } \rho(R) = \rho_0$$

$$\rho(r) = \rho(R) e^{\frac{GM_s m}{k_B T_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)} = \left(\rho(R) e^{\frac{-GM_s m}{k_B T_0 R}} \right) e^{\frac{GM_s m}{k_B T_0} \left(\frac{1}{r} \right)} \quad (3)$$

Mà giả thiết cho $\rho = \rho_0 e^{\frac{\alpha}{r}}$ (4)

So sánh (3) và (4) ta được $\alpha = \frac{GM_s m}{k_B T_0}$ (5)

Và $\rho_0 = \rho(R) e^{\frac{GM_s m}{k_B T_0 R}}$ (6)

2. Lỗ hổng lớn nhất xuất phát

Thứ nhất: Lỗ hổng lớn nhất cho rằng nhiệt độ như nhau và đều bằng T_0 dẫn đến cho kết quả khói lượng riêng $\rho = \rho_0 e^{\frac{\alpha}{r}}$, dẫn đến khi $r \rightarrow \infty$, $\rho \rightarrow \rho_0 e^0 = \rho_0$, điều đó vô lý. Nghĩa là quả bóng khí lớn vô cùng và càng ra xa khói lượng riêng của khí càng tăng

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Thứ hai: Từ (6), ta thấy $\frac{GM_s m}{k_B T_0 R} \square \frac{10^{-11} \cdot 10^{+30} \cdot 10^{-27}}{10^{-23} \cdot 10^3 \cdot 10^2} = 10 \rightarrow \rho_0 >> \rho(R)$

3. Trong sự cái thiện mô hình đó, giả sử Mặt trời phát ra tổng nhiệt lượng J_0 trong mỗi giây, và không có sự mất mát năng lượng khi nhiệt lượng chảy từ Mặt Trời ra chất khí thông qua sự dẫn nhiệt, tìm mật độ dòng năng lượng $I(r)$ (năng lượng thông qua một đơn vị diện tích trong mỗi giây) tại điểm cách tâm Mặt trời một khoảng r .

Hướng dẫn

$$I(r) = \frac{\Delta E}{\Delta t \cdot S(r)} = \frac{J_0}{S(r)} = \frac{J_0}{4\pi r^2} \quad (7)$$

4. Mật độ dòng năng lượng $I(r)$ trong ý 3) là tỉ lệ với gradient của nhiệt độ: $I(r) = -\sigma \frac{dT}{dr}$, σ là một hằng số dương được gọi là độ dẫn nhiệt. Dấu “-” xuất phát thực tế là nhiệt lượng luôn chảy từ miền có nhiệt độ cao sang miền có nhiệt độ thấp. Tìm nhiệt độ tại điểm cách Mặt trời một khoảng r .

Hướng dẫn.

$$\text{Ta có } I(r) = \frac{J_0}{4\pi r^2} = -\sigma \frac{dT}{dr}$$

$$\rightarrow dT = -\frac{J_0}{4\pi\sigma r^2} dr = \frac{J_0}{4\pi\sigma} d\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\Rightarrow T(r) - T(R_s) = \frac{J_0}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_s} \right)$$

$$\text{Hay } T(r) = \frac{J_0}{4\pi\sigma} \frac{1}{r} \quad (8)$$

5. Áp suất bây giờ có thể được diễn tả là $p = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\beta}$. Tìm β và sự phân bố mật độ lượng.

Hướng dẫn

$$\text{Ta vẫn có: } dp = -\rho g dh = -\rho \frac{GM_s}{r^2} dr \quad (1)$$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Theo phương trình Clapayron-Mendeleep: $p = \frac{\rho}{\mu} RT \rightarrow \rho = \frac{\mu}{RT} p$, kết hợp với (1)

$$dp = -\frac{\mu}{RT} p \frac{GM_s}{r^2} dr \rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{\mu}{RT} \frac{GM_s}{r^2} dr \quad (9)$$

Thay (8) vào (9) ta lấy tích phân $\frac{dp}{p} = -\frac{\mu}{R \frac{J_0}{4\pi\sigma} \frac{1}{r}} \frac{GM_s}{r^2} dr = -\frac{4\pi\sigma\mu}{RJ_0} \frac{GM_s}{r} dr$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0} \frac{dr}{r} \rightarrow \ln \frac{p(r)}{p(R_s)} = -\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0} \ln \frac{r}{R_s}$$

$$\Rightarrow p(r) = p(R_s) \left(\frac{r}{R_s} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0}} = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0}} \quad (10)$$

So sánh với $p = p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\beta}$ và (10) ta được $\beta = \frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0}$

Thay (8) và (10) vào biểu thức $\rho = \frac{\mu}{RT} p$ ta được

$$\rho = \frac{\mu}{R \frac{J_0}{4\pi\sigma} \frac{1}{r}} p_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0}} = \frac{\mu 4\pi\sigma}{RJ_0} p_0 r \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_s}{RJ_0}}$$

6. Từ nhiệt độ bề mặt các hành tinh mà chúng ta biết hiện nay, chúng ta ước tính rằng r_0 cỡ bằng bán kính quỹ đạo hỏa tinh.

Bài 22. 1. Lúc khí đạt trạng thái dừng, số mol hạt trên một đơn vị thể tích $v = \frac{n}{V}$ có giá trị ổn định và chỉ phụ thuộc theo độ cao.

- Xét một tiết diện ngang bất kỳ. Ở trạng thái dừng, số hạt đến va chạm với tiết diện từ phía trên và phía dưới bằng nhau: $v \langle v \rangle = \text{const}$ mà $\langle v \rangle \propto \sqrt{T} \Rightarrow v \sqrt{T} = \text{const} \equiv a$.

- Phương trình trạng thái: $P = vRT = aR\sqrt{T}$.

- Ngoài ra: $dP = -\rho g dh = -\frac{\mu P}{RT} g dh \Rightarrow aR \frac{dT}{2\sqrt{T}} = -\frac{\mu a R \sqrt{T}}{RT} g dh \Rightarrow dT = -\frac{2\mu g}{R} dh$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

- Lấy tích phân ta được $T(h) = T_0 - bh$ với $b = \frac{2\mu g}{R}$.

- Tại đáy trê $T_L = T_0 - bL$

- Viết lại $v = \frac{a}{\sqrt{T_0 - bh}}$

$$2. Vị trí khói tâm của khói khí: h_G = \frac{\int_0^L hvS.dh}{\int_0^L vS.dh} = \frac{\int_0^L \frac{ah.dh}{\sqrt{T_0 - bh}}}{\int_0^L \frac{a.dh}{\sqrt{T_0 - bh}}}$$

- Bằng cách đổi biến $u = \sqrt{T_0 - bh}$ tích phân trên có thể đưa về dạng sau:

$$h_G = \frac{-\int_{\sqrt{T_0}}^{\sqrt{T_L}} \frac{2a}{b^2} (T_0 - u^2) du}{-\int_{\sqrt{T_0}}^{\sqrt{T_L}} \frac{2a}{b} du} = \frac{1}{b} \frac{3T_0 (\sqrt{T_L} - \sqrt{T_0}) - (\sqrt{T_L^3} - \sqrt{T_0^3})}{3(\sqrt{T_L} - \sqrt{T_0})}$$

- Cuối cùng $h_G = \frac{1}{3b} (2T_0 - T_L - \sqrt{T_L T_0}) = \frac{1}{3b} (T_0 + bL - \sqrt{T_0 (T_0 - bL)})$

3. - Thé năng trọng trường của khí trong bình:

$$W_{tt} = mgh_G = mg \frac{R}{6\mu g} (2T_0 - T_L - \sqrt{T_L T_0}) = \frac{nR}{6} (2T_0 - T_L - \sqrt{T_L T_0})$$

- Ta đi tính nội năng của khí trong bình:

$$U = \int_0^L \frac{5}{2} RvS(T_0 - bh) dh = \frac{5}{2} RS \int_0^L a \sqrt{T_0 - bh} dh = -\frac{5aSR}{3b} (\sqrt{T_L^3} - \sqrt{T_0^3})$$

- Và để ý rằng: $n = \int_0^L vSdh = \int_0^L \frac{aS.dh}{\sqrt{T_0 - bh}} = -\frac{2aS}{b} (\sqrt{T_L} - \sqrt{T_0}) \Rightarrow U = \frac{5nR}{6} (T_L + T_0 + \sqrt{T_L T_0})$

- Vậy:

$$U + W_{tt} = \frac{5nR}{6} (T_L + T_0 + \sqrt{T_L T_0}) + \frac{nR}{6} (2T_0 - T_L - \sqrt{T_L T_0})$$

$$= \frac{nR}{6} (7T_0 + 4T_L + 4\sqrt{T_L T_0}) = \frac{nR}{6} (11T_0 - 4bL + 4\sqrt{T_0(T_0 - bL)})$$

$$\Rightarrow C_v = \frac{d(U + W_{tt})}{n.dT_0} = \left(\frac{11}{6} + \frac{2T_0 - bL}{3\sqrt{T_0(T_0 - bL)}} \right) R$$

XII. 2 KHUẾCH TÁN

Bài 1. Ở điều kiện chuẩn $p = 1atm, T = 273K$

Ta có $\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho$

$$\eta_{CO_2} = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho = .. = 14 \mu Pa.s$$

Do đó ta có $\lambda = \frac{3\eta}{\langle v \rangle \rho} = \frac{3\eta}{\sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} n M} = \frac{3\eta \sqrt{\pi k_B T}}{\sqrt{8M} \rho} \approx 5,9 \cdot 10^{-6} cm$

Với $M = \mu$ là khối lượng mol

Mặt khác ta lại có hệ số khuếch tán

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\eta}{nM}$$

$$\text{Do } n = \frac{p}{k_B T} \rightarrow D = \frac{\eta k_B T}{pM} = \frac{\eta k_B T}{p\mu}$$

Thay số ta được $D \approx 7,1 \cdot 10^{-6} m^2 / s$

Bài 2. Quãng đường tự do trung bình $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}$

Với σ là tiết diện hiệu dụng, thay số ta được $\lambda = 10^2 m$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Hệ số khuếch tán $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$

$$\text{Tương tự } D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sigma n}$$

Thay số ta được $D \approx 10^7 m^2 / s$

Bài 3.

Hệ số khuyếch tán được xác định bởi biểu thức: $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$

$$\text{Trong đó: } \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\Pi p \cdot d^2}$$

$$\text{Và } \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\Pi \mu}}$$

Để tìm λ phải tìm đường kính hiệu dụng d của phân tử Hydrô. Ta biết công tích b được xác định bởi công thức: $b = N_A 4(\frac{4}{3} \pi r^3) = \frac{RT_k}{8 \cdot p_k}$

$$\text{Do đó: } d = \left(\frac{3RT_k}{16\Pi \cdot N_A p_k} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Thay } d \text{ vào } \lambda \text{ ta được: } \bar{\lambda} = \frac{T}{p} \left(\frac{\sqrt{2}}{\Pi} \cdot k \cdot \left(\frac{8p_k}{3T_k} \right)^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Thay } \bar{v}, \bar{\lambda} \text{ vào } d \text{ ta được: } D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\Pi \mu}} \cdot \frac{T}{p} \left(\frac{\sqrt{2}}{\Pi} \cdot k \cdot \left(\frac{8p_k}{3T_k} \right)^2 \right)^{\frac{1}{3}}$$

Thay số ta được $D \approx 3,63 \cdot 10^{-5} m^2/s$

Bài 4. Từ hệ thức hệ số truyền nhiệt $\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho c_v$

Và hệ số khuếch tán $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

Trong đó vận tốc trung bình $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}}$

Khối lượng riêng $\rho = nM = n\mu$, M là khối lượng một phân tử khí;

Quãng đương tự do trung bình $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

Suy ra $\chi = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \cdot n M c_v$

$$\chi = \frac{1}{3\sqrt{2}\pi d^2} c_v \sqrt{\frac{8k_B M T}{\pi}}$$

Trong quá trình dẫn nở đoạn nhiệt $T V^{\gamma-1} = \text{const} \rightarrow T \propto V^{1-\gamma}$

Từ đó suy ra $\chi = \frac{1}{3\sqrt{2}\pi d^2} c_v \sqrt{\frac{8k_B M T}{\pi}} \propto \sqrt{T} \Rightarrow \chi \propto V^{\frac{1-\gamma}{2}}$

Đối với hệ số khuếch tán D: $D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} \frac{1}{\sqrt{2}\pi \frac{N}{V} d^2} = \frac{1}{3\sqrt{2}\pi N d^2} c \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} V$

Với N là tổng số phân tử khí trong bình

Từ đó suy ra $D \propto V \sqrt{T} \Rightarrow D \propto V^{\frac{3-\gamma}{2}}$

Vậy $\chi \propto V^{\frac{1-\gamma}{2}}$ và $D \propto V^{\frac{3-\gamma}{2}}$

Đối với khí lưỡng nguyên tử thì i=5, do đó $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R + R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5}$

Hay $\gamma = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$

Do đó khi khí trên dẫn nở đoạn nhiệt với thể tích tăng gấp đôi thì:

KHO VẬT LÝ SƠ CẤP -

+ Hệ số truyền nhiệt giảm $\sqrt[5]{2}$ lần.

+ Hệ số khuếch tán D tăng $\sqrt[5]{16}$ lần.