

Vũ Thanh Khiết - Nguyễn Thế Khôi

Bồi dưỡng  
Học sinh giỏi Vật lí  
Trung học phổ thông

**Điện học 1**



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Vũ Thanh Khiết - Nguyễn Thế Khôi

Bồi dưỡng  
Học sinh giỏi Vật lí  
Trung học phổ thông

---

**Điện học 1**

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI  
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

*Chịu trách nhiệm nội dung :*

Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH

*Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo :*

Phó Tổng biên tập NGUYỄN HIỀN TRANG

Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHẠM THỊ HỒNG

*Biên tập lần đầu :*

VŨ THỊ THANH MAI

*Biên tập tái bản :*

VŨ THỊ THANH MAI

*Trình bày bìa :*

TẠ THANH TÙNG

*Sửa bản in :*

VŨ THỊ THANH MAI

*Chế bản :*

PHÒNG CHẾ BẢN (CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI)

---

Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội -  
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm.

---

## BỘI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG - ĐIỆN HỌC 1

**Mã số : C3L05h9 - CPD**

In 1.000 bản (QĐ 30-STK), khổ 17x24cm,

In tại Công ty CP In và Dịch vụ Thừa Thiên Huế, 57 Bà Triệu - TP. Huế.

Số ĐKXB : 2692-2019/CXBIPH/5-927/GD

Số QĐXB : 947/QĐ-GD-ĐN ngày 01 tháng 08 năm 2019

In xong và nộp lưu chiểu tháng 8 năm 2019

Mã ISBN : 978-604-0-19122-9

# Lời nói đầu

Hiện nay, ở hầu hết các tỉnh và thành phố trong cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần (dưới một nửa) số học sinh của các lớp này sẽ được chọn để dự kì thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc theo một chương trình chuyên mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quy định. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Việc viết một bộ sách giáo khoa chung, mà nội dung bao hàm cả hai chương trình nói trên, cần phải có thời gian suy nghĩ và thử nghiệm. Trước mắt, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai nội dung trên viết những tài liệu bổ sung cho sách giáo khoa Vật lí nâng cao dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là sách bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có mà chưa đủ sâu. Các giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, đưa những kiến thức của chương trình chuyên trong sách bồi dưỡng kết hợp với kiến thức của sách giáo khoa trong từng chương, từng tiết học ; không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn một chút so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau : Mỗi quyển sách bồi dưỡng chia ra thành từng phần gọi là chủ đề (hoặc chương); mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương, hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kỹ năng giải bài tập cho học sinh được coi trọng đặc biệt, có nhiều chương của sách giáo khoa không cần bổ sung về lý thuyết, nhưng rất cần có thêm những bài tập khó, ngang với trình độ thi học sinh giỏi toàn quốc.

Cuốn *Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông – Điện học 1* gồm các chủ đề :

- Định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xo
- Thể năng tương tác của hệ điện tích
- Vật dẫn và điện môi trong điện trường
- Mạch điện một chiều. Mạch điện phi tuyến

*Mỗi chủ đề có các mục :*

*- Lý thuyết và bài tập ví dụ : Phần lý thuyết được biên soạn trên cơ sở học sinh đã học sách giáo khoa Nâng cao, kèm theo là các ví dụ (xem như dạng bài tập mẫu).*

*- Bài tập : Gồm các bài tập thuộc các dạng cơ bản và nâng cao ; các bài tập khó đều có gợi ý cách giải. Trong số các bài tập có các bài trích từ Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia môn Vật lí các năm qua.*

*- Hướng dẫn giải và đáp số các bài tập.*

*Khi biên soạn tập sách này, tác giả đã tham khảo và sử dụng tư liệu trong một số tài liệu ghi ở cuối sách.*

*Hi vọng rằng sách bồi dưỡng sẽ giúp các bạn học sinh tự học, nắm vững kiến thức và rèn luyện kỹ năng giải toán vật lí, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp quốc gia, đạt kết quả tốt trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia và xét tuyển vào các trường Đại học, Cao đẳng.*

*Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu bộ sách Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông với bạn đọc. Những ý kiến góp ý cho sách xin gửi về Ban Vật lí - Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội - tầng 4, tòa nhà Diamond Flower, số 48 Lê Văn Lương, Hà Nội.*

*Các tác giả*

## ĐỊNH LÍ

## Ô-XTRÔ-GRÁT-XKI – GAO-XO

A.

## LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

## I – CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG CỦA VẬT MANG ĐIỆN

## 1. Cường độ điện trường do nhiều điện tích điểm gây ra

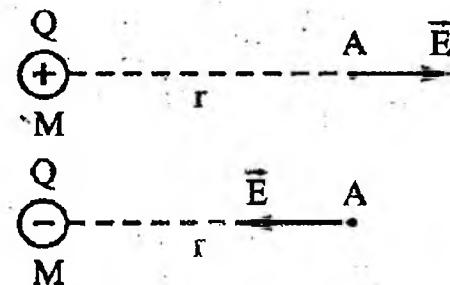
## a) Cường độ điện trường của một điện tích điểm

Ta đã biết, cường độ điện trường do một điện tích điểm  $Q$  đặt tại điểm  $M$  gây ra tại một điểm  $A$  cách nó một khoảng  $r$  là một vectơ  $\vec{E}$  có gốc tại  $A$ , có độ lớn

$$E = 9 \cdot 10^9 \frac{|Q|}{\epsilon r^2} \quad (1.1)$$

$$\text{hay } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q|}{\epsilon r^2} \quad (1.2)$$

có giá là đường thẳng nối điểm  $M$  và điểm  $A$ , có chiều hướng ra xa điện tích  $Q$  nếu  $Q > 0$ , hoặc hướng về điện tích  $Q$  nếu  $Q < 0$  (Hình 1.1).



Hình 1.1

Trong các công thức (1.1) và (1.2),  $\epsilon$  là hằng số điện môi của môi trường bao quanh điện tích ;  $\epsilon_0$  là hằng số điện :  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ .

Dưới dạng vectơ ta có thể viết :  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q|}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}$  (1.3)

Trong đó  $\vec{r} = \overrightarrow{MA}$  là vectơ hướng từ  $M$  đến  $A$  và có độ lớn là  $r$ .

## b) Nguyên lý chồng chất điện trường

Cường độ điện trường do nhiều điện tích điểm  $Q_1, Q_2 \dots$  gây ra tại điểm  $A$  bằng tổng các vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \dots$  do từng điện tích riêng biệt  $Q_1, Q_2 \dots$  gây ra tại  $A$ :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_i \vec{E}_i \quad (1.4)$$

c) Chú ý : Lực tác dụng lên điện tích  $q$  đặt trong điện trường  $\vec{E}$  là  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

## 2. Cường độ điện trường của vật mang điện

Để xác định vectơ cường độ điện trường do một vật mang điện có kích thước bất kì gây ra tại một điểm A, ta áp dụng *nguyên lý chồng chất điện trường*. Muốn vậy, ta tưởng tượng phân chia vật mang điện thành nhiều phần có kích thước rất nhỏ sao cho điện tích  $\Delta q$  của mỗi phần đó có thể xem là một điện tích điểm, và do đó, một vật mang điện tích bất kì có thể xem như một hệ điện tích điểm. Kí hiệu  $\vec{r}$  là vectơ hướng từ  $\Delta q$  đến điểm A cách nó một khoảng  $r$ , thì cường độ điện trường  $\Delta \vec{E}$  của  $\Delta q$  gây ra tại A là :  $\Delta \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Từ đó theo (1.4), cường độ điện trường do vật mang điện gây ra tại A là :

$$\vec{E} = \sum \Delta \vec{E} = \sum_{\text{tổn bộ vật}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.5)$$

Về mặt toán học, biểu thức trên có thể viết dưới dạng tích phân :

$$\vec{E} = \int_{\text{tổn bộ vật}} \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.5a)$$

Đối với vật mang điện có hình dạng bất kì, việc tính  $\vec{E}$  theo biểu thức (1.5) là rất phức tạp. Vì vậy, trong một số trường hợp mà phân bố điện tích của vật có tính đối xứng, người ta thường dùng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ.

## II – ĐỊNH LÍ Ô-XTRÔ-GRÁT-XKI – GAO-XƠ

### 1. Điện thông

#### a) Đường sức điện

Như ta đã biết, để mô tả điện trường một cách trực quan, thuận tiện nhất là quy ước biểu diễn điện trường bằng các *đường sức điện*. Đó là đường mà tiếp tuyến với nó tại mỗi điểm trùng với phương của vectơ cường độ điện trường tại điểm đó, chiều của đường sức là chiều của vectơ cường độ điện trường tại điểm đó. Để cho các đường sức có thể biểu diễn cả độ lớn của cường độ điện trường, người ta quy ước : vẽ qua một mặt  $\Delta S_0$  kích thước nhỏ vuông góc với đường sức, một số đường sức  $\Delta N$  sao cho số đường sức tổng cộng qua một đơn vị diện tích

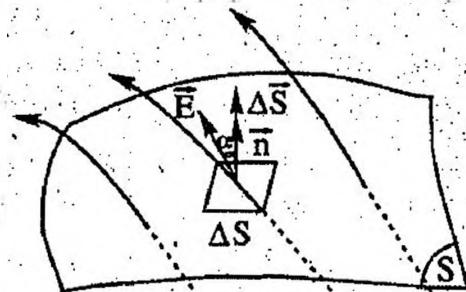
của  $\Delta S_0$  có trị số bằng độ lớn của cường độ điện trường trong phạm vi  $\Delta S_0$ , nghĩa là sao cho :

$$\frac{\Delta N}{\Delta S_0} = E \quad (1.6)$$

Với điều kiện như vậy, nơi nào cường độ điện trường lớn thì đường súc dày (có mật độ lớn), còn nơi nào cường độ điện trường nhỏ thì đường súc mỏng.

### b) Điện thông

Trong điện trường  $\vec{E}$ , ta xét một diện tích  $\Delta S$  đủ nhỏ để có thể xem nó là phẳng và trong phạm vi  $\Delta S$  điện trường  $\vec{E}$  xem là đều. Vẽ vectơ pháp tuyến đơn vị  $\vec{n}$  của  $\Delta S$  và có thể đặc trưng cho  $\Delta S$  bằng vectơ  $\vec{\Delta S} = \vec{n} \Delta S$  (Hình 1.2).



Hình 1.2

*Điện thông* (hay *thông lượng điện trường*)  $\Delta\Phi$  qua diện tích  $\Delta S$  là *đại lượng vô hướng có giá trị bằng*:

$$\Delta\Phi = E \cdot \Delta S \cos\alpha = \vec{E} \cdot \vec{\Delta S} = E \cdot \Delta S_0 \quad (1.7)$$

$\Delta S_0 = \Delta S \cos\alpha$  là hình chiếu của  $\Delta S$  trên mặt phẳng vuông góc với  $\vec{E}$ ). Ta thấy  $\Delta\Phi$  có thể nhận giá trị âm hay dương tùy theo chiều của pháp tuyến  $\vec{n}$  của  $\Delta S$  mà ta chọn, và độ lớn của  $\Delta\Phi$  tùy thuộc vào góc  $\alpha$  giữa  $\vec{E}$  và  $\vec{n}$ . Trong hệ SI, đơn vị của điện trường là volt/mét (V/m).

Đối chiếu với (1.6) ta thấy, xét về độ lớn, *điện thông qua mặt  $\Delta S$  có ý nghĩa là số đường súc đi qua mặt đó*.

Muốn xác định điện thông  $\Phi$  qua một mặt bất kì  $S$ , ta chia mặt đó thành các nguyên tố diện tích  $\Delta S$  (Hình 1.2). Điện thông qua mỗi mặt  $\Delta S$  là  $\Delta\Phi$ , tính theo công thức (1.7). Điện thông qua mặt  $S$  là :

$$\Phi = \sum \Delta\Phi = \sum E \cdot \Delta S \cos\alpha \quad (1.8)$$

Đối với mặt kín, khi tính điện thông ta luôn luôn *chọn chiều của pháp tuyến n̂ là chiều hướng ra phía ngoài mặt đó*. Vì thế tại những nơi mà  $\vec{E}$  hướng ra ngoài mặt kín, thì điện thông tương ứng là dương ; còn tại những nơi mà  $\vec{E}$  hướng vào phía trong mặt kín (đường súc đi xuyên vào trong thể tích bao bởi mặt kín) thì điện thông tương ứng là âm.

## 2. Thiết lập định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xo

Định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xo xác lập mối quan hệ giữa điện thông và diện tích.

### a) Định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xo cho chân không.

Để thiết lập biểu thức tổng quát của định lí, ta xét trường hợp một diện tích điểm dương  $q$  đặt trong chân không. Bao quanh diện tích bằng một mặt cầu  $S$  có bán kính  $r$ , có tâm là điểm đặt diện tích  $q$ . Ta quy ước chiều dương của pháp tuyến với  $S$  là chiều hướng từ tâm ra ngoài (Hình 1.3). Vì lí do đối xứng, tại mọi điểm trên mặt cầu  $S$ , cường độ điện trường của diện tích  $q$  có cùng độ lớn  $E$  như nhau và có phương vuông góc với mặt cầu ( $\alpha = 0 \rightarrow \cos\alpha = 1$ ). Điện thông qua toàn bộ mặt cầu  $S$  là :

$$\Phi = \sum E \cdot \Delta S \cos \alpha = E \sum \Delta S$$

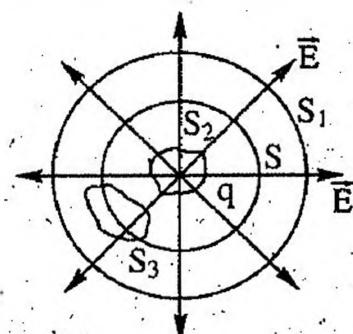
$\sum \Delta S$  là tổng tất cả diện tích của các phần nhỏ trên mặt cầu  $S$ , nên nó chính là diện tích mặt cầu :  $\sum \Delta S = 4\pi r^2$ .

Mặt khác : nếu cho  $\epsilon = 1$  và theo (1.2) ta có :  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ .

$$\text{Do đó : } \Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.9)$$

- Ta thấy điện thông  $\Phi$  qua mặt cầu  $S$  không phụ thuộc vào bán kính  $r$  của mặt cầu, và do đó nó có giá trị như nhau đối với mọi mặt cầu đồng tâm với  $S$  (mặt cầu  $S_1$  chẳng hạn, trên hình 1.3). Điều đó cũng có nghĩa là trong khoảng không gian giữa hai mặt cầu  $S$  và  $S_1$ , là nơi không có diện tích, thì các đường sức là liên tục, không mất đi và cũng không thêm ra. Cũng chính vì thế, cho nên có thể suy ra rằng điện thông qua mặt kín  $S_2$  có hình dạng bất kì bao quanh diện tích  $q$  cũng bằng điện thông qua  $S$  và  $S_1$ , và như vậy điện thông qua mặt kín  $S_2$  bất kì không phụ thuộc vào hình dạng của  $S_2$  và vị trí của diện tích  $q$  bên trong thể tích giới hạn bởi  $S_2$ .

- Nếu xét mặt kín  $S_3$  không bao quanh diện tích  $q$  (Hình 1.3) thì, do tính liên tục của đường sức, có bao nhiêu đường sức đi vào mặt  $S_3$  thì có bấy nhiêu đường sức đi ra khỏi mặt  $S_3$ . Như trên đã biết, điện thông của các đường sức đi vào  $S_3$  có giá trị âm, còn điện thông của các đường sức đi ra khỏi  $S_3$  có giá trị dương.



Hình 1.3

Hai phần diện thông này có trị số tuyệt đối bằng nhau, do đó diện thông toàn phần qua mặt kín  $S_3$  không bao quanh diện tích  $q$ , có giá trị bằng 0.

- Vì diện thông qua mặt kín không phụ thuộc vào vị trí của diện tích đặt bên trong nó, nên áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường ta thấy kết quả (1.9) cũng đúng cho cả trường hợp bên trong mặt kín có nhiều diện tích phân bố bất kì, chỉ cần chú ý rằng, khi đó  $q$  là tổng đại số các diện tích có mặt bên trong mặt kín.

Đó chính là *nội dung của định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ cho chân không*:

*Điện thông qua mặt kín có giá trị bằng tổng đại số các diện tích có mặt bên trong mặt đó chia cho  $\epsilon_0$* :

$$\Phi = \sum_{\substack{\text{tổn bộ} \\ \text{mặt kín}}} E \cdot \Delta S \cos \alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i \quad (1.10)$$

b) *Định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ cho môi trường điện môi*

Trong trường hợp môi trường là điện môi có hằng số điện môi  $\epsilon$ , thì lập luận hoàn toàn tương tự như trên (trong biểu thức của  $E$  không đặt  $\epsilon = 1$ ), thay cho (1.10) ta có :

$$\Phi = \sum_{\substack{\text{tổn bộ} \\ \text{mặt kín}}} E \cdot \Delta S \cos \alpha = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_i q_i \quad (1.11)$$

### 3. Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ

**Định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ (O – G)** được áp dụng để tính cường độ điện trường của vật mang điện, đặc biệt là trong trường hợp diện tích phân bố đối xứng (đối xứng cầu, trực, phẳng): Khi áp dụng định luật, ta lần lượt tiến hành như sau :

a) Xác định yếu tố đối xứng của vật mang điện (hoặc hệ diện tích) từ đó có thể suy ra một số đặc điểm của cường độ điện trường. Chẳng hạn, có thể dự đoán được hướng của vectơ  $\vec{E}$  ở mỗi điểm, sự biến thiên của độ lớn của  $\vec{E}$  theo vị trí trong không gian....

b) Chọn một mặt kín  $S$  (thường gọi là *mặt Gao -xơ*) chứa điểm mà tại đó ta cần xác định  $\vec{E}$ . Người ta thường chọn mặt  $S$  sao cho có thể tính toán dễ dàng điện thông qua  $S$ ; muốn vậy nó phải chứa yếu tố đối xứng của hệ diện tích.

c) Tính điện thông qua mặt  $S$  theo công thức (1.8), sau đó áp dụng công thức của định lí Ô-xtrô-grát-xki–Gao-xơ (1.10) hoặc (1.11). Từ đó suy ra được mối liên hệ giữa cường độ điện trường  $E$  và diện tích của hệ.

### III – BÀI TẬP VÍ DỤ

#### Ví dụ 1

Xác định cường độ điện trường gây ra bởi một mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều đặt trong chân không.

*Giải*

Sự phân bố điện tích trên mặt phẳng được đặc trưng bằng mật độ điện tích  $\sigma$  trên một đơn vị diện tích của mặt; trong hệ đơn vị SI,  $\sigma$  có đơn vị là coulomb trên mét vuông, kí hiệu  $\frac{C}{m^2}$ . Ở đây,  $\sigma$  có giá trị như nhau tại mọi điểm trên mặt phẳng. Ta hãy xác định cường độ điện trường do mặt phẳng đó gây ra tại điểm A cách mặt phẳng một khoảng h (Hình 1.4) (giả sử  $\sigma > 0$ ).

Do tính chất phân bố điện tích trên mặt phẳng, ta thấy mặt phẳng tích điện chia không gian làm hai nửa đối xứng nhau.

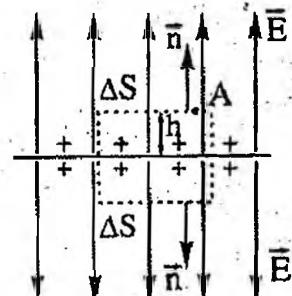
Vì mặt phẳng vô hạn, nên bất kì đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng cũng đều là trục đối xứng của hệ điện tích. Do đó, các vectơ cường độ điện trường tại mọi điểm bên ngoài mặt phẳng đều song song với nhau và vuông góc với mặt phẳng, có độ lớn bằng nhau (như sẽ thấy rõ dưới đây), hướng ra xa mặt phẳng nếu  $\sigma > 0$  (mặt phẳng tích điện dương, như vẽ hình 1.4) và hướng về phía mặt phẳng nếu  $\sigma < 0$ . Như vậy, ở mỗi nửa không gian hai bên mặt phẳng tích điện, điện trường là đều. Để tính cường độ điện trường tại điểm A, ta chọn mặt kín S là mặt của một hình trụ (biểu diễn bằng đường nét đứt trên hình 1.4) có đường sinh vuông góc với mặt phẳng, hai đáy song song (đáy trên chứa điểm A) cách mặt phẳng một khoảng h và có diện tích  $\Delta S$ . Chọn chiều dương của pháp tuyến  $\vec{n}$  hướng ra ngoài mặt S. Vì pháp tuyến của mặt xung quanh hình trụ vuông góc với đường sức nên  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\cos\alpha = 0$ , điện thông qua mặt xung quanh bằng không. Điện thông toàn phần qua mặt S chỉ còn bằng điện thông qua hai đáy và có giá trị:  $\Phi = 2E \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = 2E \cdot \Delta S$ .

Điện tích  $q$  ở bên trong mặt  $\Delta S$  là điện tích có trên phần mặt phẳng có diện tích  $\Delta S$  giới hạn bởi mặt trụ, do đó:  $q = \sigma \cdot \Delta S$ .

Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ ta có:  $\Phi = 2E \cdot \Delta S = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0}$ .

Từ đó tìm được:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (1.12)$$



Hình 1.4

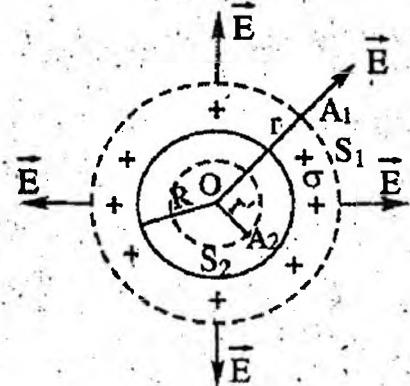
Ta thấy, độ lớn  $\vec{E}$  của cường độ điện trường gây ra bởi mặt phẳng vô hạn tích điện tại điểm A không phụ thuộc vào khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng.

### Ví dụ 2

Xác định cường độ điện trường gây ra bởi mặt cầu kim loại tâm O, bán kính R, tích điện đều với mật độ điện mặt  $\sigma$ .

*Giải*

Xét điểm  $A_1$ , ở bên ngoài mặt cầu tích điện, cách tâm O một khoảng  $r > R$ . Giả sử  $\sigma > 0$ . Xét mặt cầu  $S_1$  tâm O bán kính  $r$  chứa điểm  $A_1$ . Vì lí do đối xứng, tại mọi điểm trên  $S_1$  vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  đều vuông góc với  $S_1$  (tức là có phương trùng với bán kính), có độ lớn bằng nhau, hướng ra xa tâm O nếu  $\sigma > 0$  (như trên hình 1.5), hoặc hướng về tâm O nếu  $\sigma < 0$ . Điện thông qua mặt kín  $S_1$  là :  $\Phi = 4\pi r^2 E$ .



Hình 1.5

Điện tích  $q$  bên trong mặt  $S_1$  là điện tích của toàn bộ mặt cầu :  $q = \sigma \cdot 4\pi R^2$ .

Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ, ta có :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi r^2 E = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0}$$

$$\text{Suy ra : } E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}, \text{ hay } E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad (1.13)$$

Ta thấy cường độ điện trường tại điểm A bên ngoài quả cầu giống như cường độ điện trường do điện tích điểm  $q$  (bằng điện tích toàn bộ mặt cầu) đặt tại O gây ra tại A.

Xét điểm  $A_2$  bên trong mặt cầu tích điện, cách tâm O một khoảng  $r' < R$ . Xét mặt cầu  $S_2$ , tâm O bán kính  $r'$  chứa điểm  $A_2$ .

Tương tự như trên, điện thông qua mặt kín  $S_2$  là :  $\Phi = 4\pi r'^2 E$ .

Điện tích  $q$  bên trong mặt  $S_2$  là :  $q = 0$

Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ ta có :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi r'^2 E = 0 \Rightarrow E = 0. \quad (1.14)$$

Cường độ điện trường tại mọi điểm bên trong mặt cầu kim loại tích điện bằng không.

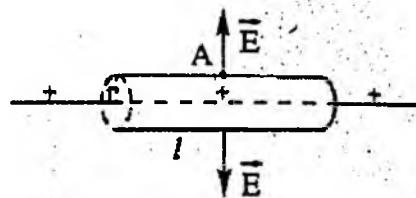
### Ví dụ 3

Xác định cường độ điện trường gây ra bởi dây dẫn dài vô hạn tích điện đều.

*Giải*

Sự phân bố điện tích trên dây được đặc trưng bằng mật độ điện tích dài  $\lambda$ , có giá trị bằng điện tích có trên một đơn vị độ dài của dây ; trong hệ SI, đơn vị của  $\lambda$  là coulomb trên mét, kí hiệu  $\frac{C}{m}$ . Ta hãy xác

định cường độ điện trường do dây gây ra tại điểm A cách trực của dây một khoảng  $r$ .



Hình 1.6

Vì sự phân bố điện tích có tính đối xứng trục, nên ở mọi điểm cách đều sợi dây, cường độ điện trường có độ lớn bằng nhau. Đường sức điện trường là các đường thẳng cắt trục của dây, có chiều hướng ra xa dây nếu  $\lambda > 0$  (như trên hình 1.6) hoặc hướng về phía dây nếu  $\lambda < 0$ . Ta chọn mặt kín S là mặt của hình trụ đồng trục với dây, có bán kính dây bằng  $r$ , có chiều dài  $l$  (Hình 1.6). Điện thông qua hai mặt đáy bằng không vì vectơ  $\vec{E}$  song song với chúng. Điện thông toàn phần bằng điện thông qua mặt bên hình trụ và bằng :  $\Phi = E \cdot 2\pi r l$ .

Điện tích bên trong của mặt kín S là diện tích có trên đoạn dây có chiều dài  $l$  nằm trong hình trụ :  $q = \lambda l$ .

Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ ta có :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \quad (1.15)$$

Ta thấy, cường độ điện trường do dây dẫn dài vô hạn tích điện đều gây ra tại điểm A có độ lớn tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ A đến dây.

## B. BÀI TẬP

- 1.1. Xác định cường độ điện trường gây ra bởi một vòng dây dẫn mảnh bán kính R mang điện tích q, tại một điểm M nằm trên trục của vòng dây, cách tâm O của vòng dây một khoảng OM = h.

Xét các trường hợp riêng : điểm M trùng với tâm O và điểm M ở rất xa vòng dây ( $h \gg R$ ).

Gợi ý : Chia vòng dây thành các phần nhỏ xem như các điện tích điểm. Xác định cường độ điện trường do mỗi phần đó gây ra tại M và áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường.

- 1.2.** Một vòng dây dẫn mảnh tâm O, bán kính R mang điện tích Q phân bố đều trên vòng. Người ta cắt đi từ vòng dây một đoạn rất nhỏ chiều dài  $l$  ( $l \ll R$ ) sao cho sự phân bố điện tích trên vòng vẫn y nguyên như trước. Xác định cường độ điện trường tại tâm O gây ra bởi vòng dây đã bị cắt một đoạn khi đó.

*Gợi ý :* Áp dụng kết quả bài 1.1 và nguyên lí chồng chất điện trường.

- 1.3\*.** Một bán cầu kim loại tâm O, đỉnh A, bán kính R, mang điện tích phân bố đều với mật độ điện tích mặt  $\sigma$ . Xác định cường độ điện trường do bán cầu gây ra tại tâm O.

*Ghi chú :* Nếu chia bán kính OA thành các đoạn nhỏ  $\Delta h$ , thì tổng các đại lượng  $\sum_{(OA)} h \cdot \Delta h$ , ứng với tất cả các đoạn nhỏ  $\Delta h$  (với  $h$  là khoảng cách từ O đến đoạn  $\Delta h$  ta xét), có trị số bằng  $\frac{R^2}{2}$ :  $\sum_{(OA)} h \cdot \Delta h = \frac{R^2}{2}$

$$\text{đến đoạn } \Delta h \text{ ta xét), có trị số bằng } \frac{R^2}{2} : \sum_{(OA)} h \cdot \Delta h = \frac{R^2}{2}$$

*Gợi ý :* Chia bán cầu thành các đới cầu, mỗi đới cầu xem như một vòng dây dẫn mảnh. Áp dụng kết quả bài 1.1 và nguyên lí chồng chất điện trường (lưu ý ghi chú ở đề bài).

- 1.4.** Cho điện tích điểm dương  $q = 1nC$ .

a) Đặt điện tích  $q$  tại tâm hình lập phương cạnh  $a = 10cm$ . Tính điện thông qua từng mặt của hình lập phương đó. Nếu bên ngoài hình lập phương còn có các điện tích khác, thì điện thông qua từng mặt của hình lập phương và qua toàn bộ hình lập phương có thay đổi không?

b) Đặt điện tích  $q$  tại một đỉnh của hình lập phương nói trên. Tính điện thông qua từng mặt của hình lập phương.

(Trích đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1999 – 2000)

*Gợi ý :* Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ.

- 1.5.** Một quả cầu khối lượng  $m$ , mang một điện tích là  $q$  được buộc vào một sợi chỉ cách điện. Đầu còn lại của sợi chỉ được buộc vào điểm cao nhất của một vòng dây có bán kính  $R$  đặt trong một mặt phẳng thẳng đứng. Vòng dây được làm bằng một dây dẫn cứng có bán kính nhỏ không đáng kể. Vòng dây được tích một điện tích  $Q$  cùng dấu với điện tích  $q$  và phân bố đều. Hãy xác định chiều dài  $l$  của sợi dây treo để sau khi bị đẩy lệch, quả cầu sẽ nằm trên trục của vòng dây vuông góc với mặt vòng.

Đầu tiên hãy giải bài toán dưới dạng tổng quát, sau đó thực hiện các phép tính với các số liệu  $Q = q = 9,0 \cdot 10^{-8} C$ ;  $R = 5,0 \text{ cm}$ ;  $m = 1,0 \text{ g}$ ;  $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ . Bỏ qua khối lượng của dây.

(Trích đề thi Olympic Vật lí Quốc tế, năm 1969 ở Cộng hòa Séc)

*Gợi ý:* Áp dụng kết quả bài 1.1 và chú ý ngoài lực điện trường, quả cầu còn chịu tác dụng của trọng lực và lực căng T của sợi chỉ.

- 1.6. Hai mặt phẳng rộng vô hạn, đặt song song với nhau, được tích điện đều trái dấu với mật độ điện mặt  $\sigma$  và  $-\sigma$ . Xác định cường độ điện trường tổng hợp  $E$  do hai mặt đó gây ra bằng cách áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ.

*Gợi ý:* Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ cho hệ hai mặt phẳng tích điện (chọn mặt kín phù hợp).

- 1.7. Xác định cường độ điện trường gây ra bởi một khối cầu bán kính  $R$  tích điện đều với mật độ điện tích khối  $\rho$  ( $\rho$  là diện tích có trong một đơn vị thể tích). Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của cường độ điện trường  $E$  vào khoảng cách  $r$  từ điểm khảo sát đến tâm O,  $E = E(r)$ .

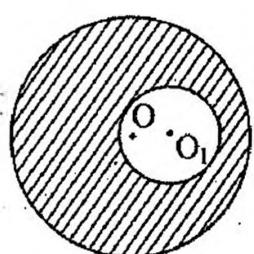
*Gợi ý:* Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ. Chọn mặt kín là các mặt cầu tâm O nằm bên trong và bên ngoài khối cầu.

- 1.8. Hai mặt tru kim loại dài đồng trực, bán kính thiết diện là  $r_1, r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), mang diện tích phân bố đều với mật độ điện dài là  $\lambda$  và  $-\lambda$ . Xác định cường độ điện trường gây ra bởi hai mặt tru đó tại mọi điểm trong không gian. Vẽ đồ thị  $E = E(r)$ .

*Gợi ý:* Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ và áp dụng cách làm như ở bài tập ví dụ 3.

- 1.9. Bên trong một khối cầu có lập tâm O bán kính R, tích điện đều với mật độ điện tích khối là  $\rho$  có một cái hố hình cầu tâm  $O_1$  bán kính  $r$ , với  $OO_1 = a$  (Hình 1.7). Chứng tỏ rằng bên trong hố, điện trường là đều và có cường độ bằng  $\frac{\rho a}{2\epsilon_0}$ . Nếu  $O_1$  trùng với O thì kết quả sẽ ra sao?

*Gợi ý:* Xem hệ gồm hai khối cầu chồng lên nhau, khối cầu O không có hố và hố  $O_1$  là khối cầu tích điện đều với mật độ  $-\rho$ . Áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường.



Hình 1.7

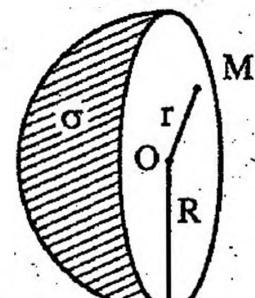
- 1.10. Điện trường trong khí quyển có hướng thẳng đứng xuống dưới (ở các độ cao hợp lí). Cường độ của nó bằng  $60 \text{ V/m}$  ở độ cao  $300 \text{ m}$  và bằng  $100 \text{ V/m}$  ở độ

cao 200m. Tính lượng điện tích chứa trong khối không khí hình lập phương có cạnh bằng 100m, nằm giữa hai độ cao đó. Tính số ion (hóa trị 1) trung bình chứa trong  $1\text{m}^3$  không khí. Nếu nhận xét về kết quả thu được.

Gợi ý : Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ để tính điện tích.

- 1.11. Một bán cầu kim loại tâm O, bán kính R, mang điện tích phân bố đều với mật độ điện mặt  $\sigma$ . Xác định phương, chiều của cường độ điện trường tại điểm bất kì M nằm trong mặt giới hạn bán cầu, cách tâm O một đoạn  $r < R$  (Hình 1.8).

Gợi ý : Ghép vào bán cầu này một bán cầu khác giống hệt nó. Áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường và kết quả ở bài tập ví dụ 2.



Hình 1.8

- 1.12\*. Khoảng không gian giữa hai mặt phẳng song song có tọa độ  $x = -a$  và  $x = a$  được tích điện đều với mật độ điện khối  $\rho$  ( $\rho > 0$ ). Xác định cường độ điện trường tại mọi điểm trong toàn không gian. Từ đó tìm biểu thức của điện thế tại mọi điểm (chọn  $V = 0$  tại  $x = a$ ). Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $E$  và  $V$  theo  $x$ . Xét trường hợp  $x \rightarrow \infty$ .

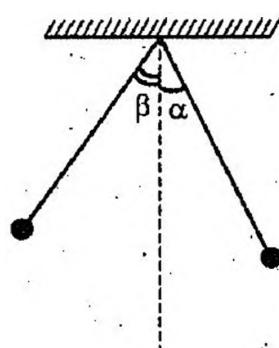
Gợi ý : Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ. Chú ý đến tính đối xứng của phân bố điện tích và hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế (Xem chủ đề 2).

- 1.13. Trên một vòng tròn bán kính R nằm trong mặt phẳng thẳng đứng có gắn cố định hai quả cầu nhỏ A và B mang điện tích Q. Hai quả cầu nhỏ khác là C và D có khối lượng m và điện tích q, có thể dịch chuyển không ma sát trên đường tròn. Biết  $AB = R\sqrt{2}$  và có phương nằm ngang. Tìm điều kiện để khi cân bằng, thì 4 quả cầu nằm trên 4 đỉnh của một hình vuông.

- 1.14. Một quả cầu nhỏ mang điện, khối lượng m, treo trên một sợi dây cách điện, nằm cân bằng trong một điện trường đều có đường sức nằm ngang. Biết dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$ . Người ta đột ngột đổi chiều điện trường (không thay đổi độ lớn của cường độ điện trường) thì thấy góc lệch lớn nhất của dây treo về phía ngược lại so với phương thẳng đứng là  $\beta > \alpha$  (Hình 1.9).

a) Chứng minh rằng  $\beta = 3\alpha$ .

b) Tính lực căng của dây ở vị trí sợi dây lệch góc lớn nhất nói trên.



Hình 1.9

1.15. Hai quả cầu kim loại nhỏ A và B có cùng khối lượng riêng  $D$  có bán kính lần lượt  $r$  và  $2r$ , được treo vào cùng một điểm O bằng hai sợi dây mảnh cách điện không dẫn (có khối lượng không đáng kể) có cùng chiều dài  $l$ ; Ban đầu hai quả cầu cân bằng, tích điện cho hai quả cầu điện tích  $3q$ , chúng đẩy nhau. Hãy tính góc lệch của các dây treo so với phương thẳng đứng. Giả thiết góc lệch nhỏ. Cho biết, với cùng một điện thế, điện tích mỗi quả cầu kim loại tỉ lệ thuận với bán kính của nó.

1.16. Hai quả cầu kim loại nhỏ, hoàn toàn như nhau, được treo vào cùng một điểm O bằng hai sợi dây mảnh cách điện (không dẫn, có khối lượng không đáng kể) có cùng chiều dài  $l = 20\text{cm}$ , mặt ngoài của chúng tiếp xúc nhau. Sau khi truyền cho một trong hai quả cầu đó một điện tích  $q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$  Chúng đẩy nhau, và góc giữa hai dây treo bằng  $60^\circ$ .

a) Tìm khối lượng của mỗi quả cầu.

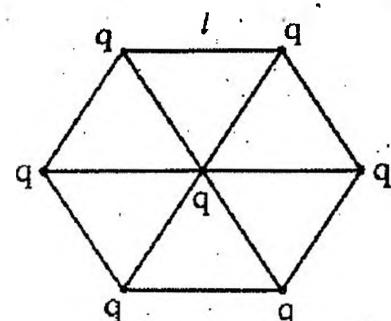
b) Khi nhúng hệ thống vào dầu hỏa, người ta thấy góc giữa hai dây treo quả cầu bây giờ chỉ bằng  $54^\circ$ . Hãy tìm khối lượng riêng  $D_1$  của chất làm quả cầu.

c) Muốn cho góc giữa hai dây treo trong không khí và trong dầu hỏa là như nhau thì khối lượng riêng của chất làm quả cầu phải bằng bao nhiêu ?

1.17. Một thanh cách điện dài  $l = 40\text{cm}$ , được treo nằm ngang tại trung điểm O của nó bằng một sợi dây bạc có hằng số xoắn  $C = 3 \cdot 10^{-8}\text{N.m/rad}$ ; ở một đầu thanh có gắn một viên bi kim loại nhỏ A. Dịch chuyển điểm treo để đưa thanh lại gần viên bi nhỏ B đặt cố định, sao cho viên bi A tiếp xúc với viên bi B ở vị trí cân bằng và sợi dây bạc không xoắn. Truyền cho B một điện tích  $q$ , đồng thời quay (xoắn) đầu trên của sợi dây bạc một góc  $\alpha_1 = 90^\circ$  theo chiều làm cho A lại gần B, người ta thấy khi thanh nằm cân bằng, thì khoảng cách góc giữa A và B là  $\alpha_2 = \widehat{AOB} = 60^\circ$ . Hãy tìm độ lớn của điện tích  $q$  đã truyền cho viên bi B. Cho biết khi dây bạc bị xoắn một góc  $\alpha$  thì có momen xoắn  $M = C\alpha$  tác dụng lên thanh.

1.18. Bảy điện tích cùng bằng  $q$ , nối với nhau bằng các sợi dây có hệ số đàn hồi như nhau (Hình 1.10). Khoảng cách giữa các điện tích cạnh nhau đều bằng  $l$ . Xác định lực căng của mỗi dây.

Gợi ý : Với cùng một hệ số đàn hồi lực căng của các sợi dây tỉ lệ thuận với độ dài của dây.



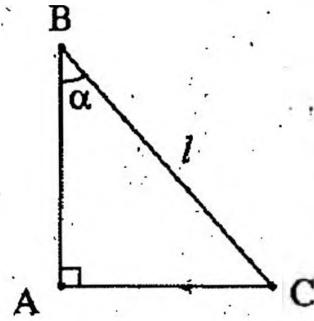
Hình 1.10

1.19. Hai quả cầu nhỏ bằng kim loại có cùng kích thước và cùng khối lượng  $m = 90\text{g}$ , được treo tại cùng một điểm bằng hai sợi dây mảnh cách điện có cùng chiều dài  $l = 1,5\text{m}$ .

- a) Truyền cho hai quả cầu (đang nằm cân bằng) một điện tích  $q = 4,8 \cdot 10^{-7}\text{C}$  thì thấy hai quả cầu tách ra xa nhau một đoạn  $a$ . Xác định  $a$ . Xem góc lệch của các sợi dây so với phương thẳng đứng là rất nhỏ.
- b) Vì một lí do nào đó, một trong hai quả cầu bị mất hết điện tích đã truyền cho nó. Khi đó sẽ xảy ra hiện tượng gì? Tìm khoảng cách mới giữa hai quả cầu. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

1.20. Ba quả cầu nhỏ A, B, C mang điện tích lần lượt là  $q_1 = 2,5 \cdot 10^{-6}\text{C}$ ,  $q_2 = q_3$ , có thể chuyển động dọc theo phía trong của một vòng tròn cách điện đặt nằm ngang. Khi ba quả cầu đó được đặt nằm cân bằng trên vòng tròn, một góc của tam giác tạo bởi ba quả cầu và có độ lớn bằng  $30^\circ$ . Tìm dấu, độ lớn của  $q_2$  và  $q_3$ . Bỏ qua ma sát.

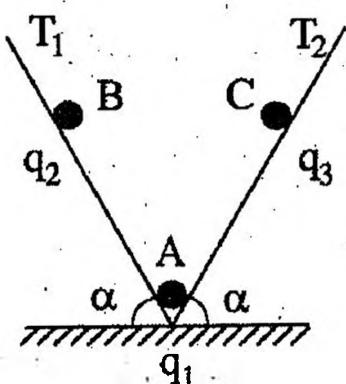
1.21. Ba quả cầu nhỏ giống nhau A, B, C có cùng khối lượng  $m$  và điện tích  $q$ , đặt trên mặt bàn nằm ngang không có ma sát, nối với nhau bằng các sợi chỉ cách điện, tạo thành tam giác ABC vuông tại A. Biết  $\widehat{ABC} = \alpha$ ;  $BC = l$ . Nếu dây BC đứt, hãy xác định giá tốc của mỗi quả cầu tại thời điểm dây vừa đứt (Hình 1.11).



Hình 1.11

1.22. Trên hai tấm thủy tinh phẳng nhẵn  $T_1$  và  $T_2$  cùng nghiêng một góc  $\alpha = 60^\circ$  đối với mặt bàn nằm ngang có đặt ba quả cầu nhỏ A, B, C khối lượng  $m_1 = m_2 = 0,1\text{kg}$  và  $m_3$ , mang điện tích  $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-7}\text{C}$ ,  $q_3 = 1,5 \cdot 10^{-7}\text{C}$  (Hình 1.12).

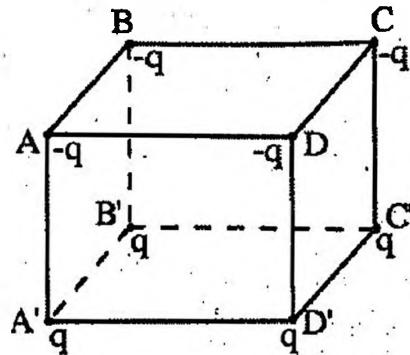
Quả cầu A nằm ở đỉnh của góc do hai tấm  $T_1$ ,  $T_2$  tạo ra, còn hai quả cầu B và C có thể trượt không ma sát trên  $T_1$  và  $T_2$ .



Hình 1.12

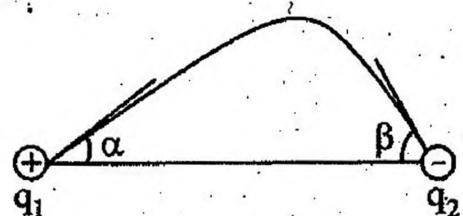
Khi cân bằng, hai quả cầu B và C ở cùng một độ cao và tâm của ba quả cầu nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Hãy tính  $m_3$  và khoảng cách giữa ba quả cầu. Cân bằng đó có bền không? Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- 1.23. Tại 8 đỉnh của một hình lập phương cạnh  $a = 0,2\text{m}$  ở trong chân không, có đặt tám điện tích điểm có cùng trị tuyệt đối là  $q = 9 \cdot 10^{-8}\text{C}$ , bốn điện tích ở đáy trên có trị số âm, bốn điện tích ở đáy dưới có trị số dương. Xác định cường độ điện trường tại tâm hình lập phương (Hình 1.13).



Hình 1.13

- 1.24\*. Trong một điện trường tạo bởi một điện tích điểm  $+q_1$  và một điện tích điểm  $-q_2$ , có một đường sức xuất phát từ  $+q_1$  hợp với đoạn thẳng nối 2 điện tích một góc  $\alpha$ . Hãy tính góc  $\beta$  mà đường sức đó hợp với đoạn thẳng tại  $-q_2$  (Hình 1.14).



Hình 1.14

Gợi ý : Áp dụng công thức tính diện tích của chỏm cầu.

- 1.25. Hai quả cầu nhỏ có điện tích và khối lượng lần lượt là  $q_1, m_1$  và  $q_2, m_2$ , ở xa nhau. Ban đầu, chúng có vận tốc giống nhau về hướng và độ lớn. Chỗng bắt đầu chuyển động vào trong một điện trường đều, sau một khoảng thời gian người ta thấy hướng chuyển động của quả cầu 1 quay đi một góc  $60^\circ$  và độ lớn vận tốc giảm 2 lần, còn hướng chuyển động quả cầu 2 thì quay đi  $90^\circ$ .

a) Hỏi vận tốc quả cầu 2 thay đổi bao nhiêu lần?

b) Xác định các tỉ số :  $K_2 = \frac{q_2}{m_2}$  theo  $K_1 = \frac{q_1}{m_1}$ .

Bỏ qua lực tương tác giữa hai quả cầu.

- 1.26. Ba quả cầu nhỏ như nhau, bằng kim loại, có cùng khối lượng  $m = 10\text{g}$  được treo vào một điểm O bằng ba sợi dây tơ dài bằng nhau  $l = 50\text{cm}$ . Ban đầu ba quả cầu tiếp xúc với nhau. Tích cho hệ ba quả cầu một điện tích  $q_0$ , người ta thấy sau đó ba quả cầu tách xa nhau và lập thành một tam giác đều có cạnh  $a = 5\text{cm}$ . Tính  $q_0$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

# THẾ NĂNG TƯƠNG TÁC CỦA HỆ ĐIỆN TÍCH

A.

## LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

### I – CÔNG CỦA LỰC ĐIỆN TRƯỜNG

1. Xét một hệ điện tích (vật mang điện) đứng yên gây ra trong không gian một điện trường tĩnh  $\vec{E}$ . Một điện tích  $q$  (giả sử  $q > 0$ ) đặt trong điện trường đó chịu tác dụng của lực điện  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Kí hiệu  $\Delta \vec{l} = \overrightarrow{MM'}$  là vectơ độ dời của điện tích do tác dụng của lực  $\vec{F}$ , công nguyên tố do lực điện trường thực hiện bằng :

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{l} = q\vec{E} \cdot \Delta \vec{l}$$

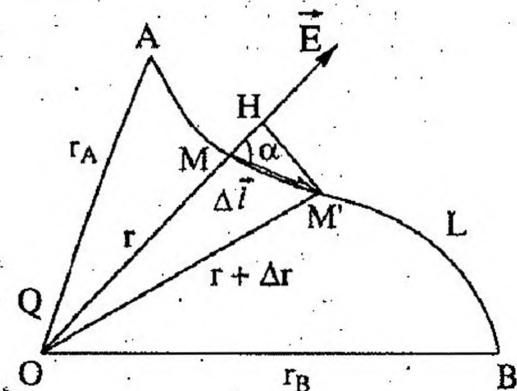
Nếu điện tích  $q$  dịch chuyển theo đường cong  $L$  từ  $A$  đến  $B$ , thì lực điện trường thực hiện công tổng cộng là :

$$A_{AB} = \sum_{(L)} \Delta A = \sum_{(L)} q\vec{E} \cdot \Delta \vec{l} \Rightarrow A_{AB} = q \sum_{(L)} \vec{E} \cdot \Delta \vec{l} \quad (2.1)$$

2. Để cho cụ thể ta xét trường hợp  $\vec{E}$  là điện trường của một điện tích điểm  $Q$  đặt tại  $O$  (trên hình 2.1,  $Q > 0$ ) và xét một điện tích  $q$  di chuyển trong điện trường đó từ điểm  $A$  ( $OA = r_A$ ) đến điểm  $B$  ( $OB = r_B$ ). Công nguyên tố bằng :

$$\Delta A = q\vec{E} \cdot \Delta \vec{l} = q \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{\vec{r}}{r^3} \right) \cdot \Delta \vec{l}$$

Ta có  $\vec{r} \cdot \Delta \vec{l} = r \cdot \Delta l \cos \alpha$ , với  $\alpha$  là góc giữa vectơ  $\vec{r}$  (tức là giữa vectơ  $\vec{E}$ ) và vectơ  $\Delta \vec{l} = \overrightarrow{MM'}$ . Vì độ dời  $\Delta l$  nhỏ, nên theo hình 2.1,  $MH = MM' \cos \alpha = \Delta r \Rightarrow \Delta l \cos \alpha = \Delta r$  ( $MH$  là hình chiếu của vectơ độ dời  $\overrightarrow{MM'}$  lên phương vectơ  $\vec{r}$ ).



Hình 2.1

Thay kết quả vừa tính vào biểu thức của công nguyên tố  $\Delta A$  ta có :

$$\Delta A = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cdot \Delta l \cos\alpha = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cdot \Delta r \quad (2.2)$$

Công toàn phần của lực điện trường khi di chuyển điện tích  $q$  từ A đến B là :

$$A_{AB} = \sum_{AB} \Delta A = \sum_{AB} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \Delta r$$

$$A_{AB} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{AB} \frac{\Delta r}{r^2} \quad (2.3)$$

Về mặt toán học, công thức (2.3) có thể viết dưới dạng tích phân :

$$A_{AB} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} \quad (2.3a)$$

Phép tính chi tiết cho kết quả :

$$A_{AB} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$A_{AB} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_A} - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_B} \quad (2.4)$$

Công thức (2.4) cho thấy *công của lực điện trường khi di chuyển điện tích  $q$  theo một đường cong bất kì chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu ( $r_A$ ) và điểm cuối ( $r_B$ ) của đường đi mà không phụ thuộc vào hình dạng đường đi.*

3. Trong trường hợp tổng quát khi  $\vec{E}$  là điện trường tổng hợp do hệ các điện tích điểm  $Q_1, Q_2 \dots$  gây ra, thì công tổng cộng sẽ là :  $A_{AB} = A_1 + A_2 + \dots$  trong đó  $A_1, A_2 \dots$  là công của lực điện trường do từng điện tích  $Q_1, Q_2 \dots$  gây ra, và  $A_1, A_2 \dots$  có biểu thức tương tự như (2.4) (chỉ cần thay  $Q$  trong (2.4) bằng  $Q_1, Q_2 \dots$  tương ứng). Điều đó có nghĩa là, trong trường hợp tổng quát, công của lực điện trường tĩnh khi di chuyển điện tích  $q$  theo một đường cong bất kì hoàn toàn không phụ thuộc vào hình dạng đường đi, mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu và điểm cuối.

4. Đặc biệt, nếu đường dịch chuyển L của điện tích q là đường khép kín, nghĩa là điểm đầu và điểm cuối trùng nhau  $r_A = r_B$ , thì theo (2.4) ta có :

$$A_{AB} = 0 \quad (2.5)$$

Ta đã biết trường hấp dẫn cũng có tính chất như vậy. Người ta nói rằng *lực tĩnh điện là lực thế* (hay *lực bảo toàn* giống như lực hấp dẫn) và giống như trường hấp dẫn, *trường tĩnh điện là trường lực thế*.

## II – THẾ NĂNG CỦA ĐIỆN TÍCH ĐIỂM TRONG ĐIỆN TRƯỜNG

Trong Cơ học ta đã biết rằng, công của lực tác dụng lên vật trong trường lực thế (như trường hấp dẫn) bằng độ giảm thế năng của vật trong trường lực đó. Vì trường tĩnh điện là trường lực thế nên công mà lực điện trường thực hiện khi một điện tích q dịch chuyển từ điểm A đến điểm B chính bằng hiệu các thế năng điện  $W_A$  và  $W_B$  tại vị trí A và B :

$$A_{AB} = W_A - W_B \quad (2.6a)$$

Đổi chiều các biểu thức (2.4) và (2.6a) của  $A_{AB}$  ta tìm được biểu thức của  $W_A$  và  $W_B$  :

$$\begin{aligned} W_A &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_A} + C. \\ W_B &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_B} + C \end{aligned} \quad (2.6)$$

Với C là một hằng số tùy ý, có giá trị tùy thuộc vào mốc tính thế năng (giống như trường hợp trường hấp dẫn).

Từ đó suy ra biểu thức thế năng của một điện tích điểm q đặt trong điện trường của điện tích điểm Q, cách Q một khoảng r :

$$W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} + C \quad (2.7)$$

W còn được gọi là *thế năng tương tác của hệ điện tích q và Q*. Thường người ta quy ước đặt giá trị của thế năng của điện tích q khi nó ở cách xa Q vô cùng là bằng không, nghĩa là đặt  $C = 0$ . Khi đó thế năng của điện tích q có biểu thức :

$$W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad (2.8)$$

### III – LIÊN HỆ GIỮA CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN THẾ

#### 1. Điện thế – Hiệu điện thế – Mặt đẳng thế

Điện thế và hiệu điện thế là đại lượng đặc trưng cho điện trường về mặt dự trữ thế năng và khả năng thực hiện công.

+ Dựa vào công thức tính công của lực điện trường (2.4) và vào định nghĩa của điện thế và hiệu điện thế, ta tìm được *biểu thức của điện thế* tại điểm A và hiệu điện thế giữa hai điểm A và B :

$$V_A = \frac{A_{A\infty}}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\sigma r_A}, \quad (2.9)$$

hay  $V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\sigma r}, \quad (2.9a)$

và  $U_{AB} = \frac{A_{AB}}{q} = V_A - V_B \Rightarrow A = qU \quad (2.10)$

Tương tự, điện thế của điện trường gây ra bởi hệ điện tích điểm  $Q_1, Q_2 \dots$  tại một điểm A trong điện trường bằng :

$$V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\sigma r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0\sigma r_2} + \dots \quad (2.9b)$$

Trong đó  $r_1, r_2, \dots$  là khoảng cách từ điểm A đến  $Q_1, Q_2 \dots$

+ Những điểm trong điện trường có cùng điện thế đều nằm trên mặt đẳng thế. Phương trình của mặt đẳng thế :

$$V(r) = V(x, y, z) = C \quad (2.11)$$

Với C có trị số khác nhau, ta có các mặt đẳng thế khác nhau tạo thành họ mặt đẳng thế. Trong trường hợp điện trường gây ra bởi một điện tích điểm, thì mặt đẳng thế là mặt cầu (theo (2.9a)). Đối với điện trường đều, mặt đẳng thế là các mặt phẳng song song với nhau.

Mặt đẳng thế có các tính chất sau đây :

– Công của lực điện trường khi dịch chuyển một điện tích q trên mặt đẳng thế là bằng không (theo (2.10)).

– Tại mọi điểm của điện trường, vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  vuông góc với mặt đẳng thế đi qua điểm đó ( $\nabla A = 0 \Rightarrow \vec{E}, \Delta \vec{l} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp$  mặt đẳng thế).

## 2. Hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế

Xét hai mặt天堂 thế 1 và 2 rất gần nhau, ứng với các điện thế  $V_1 = V$ , và  $V_2 = V + \Delta V$ , và một điện tích dương  $q_0$  dịch chuyển dọc theo một trục  $s$  bất kỳ một đoạn  $\Delta s = \overline{MN}$  từ mặt天堂 thế 1 sang mặt 2 (Hình 2.2). Vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  vuông góc với mặt天堂 thế 1 (theo tính chất đã nêu trên) và có chiều như trên hình 2.2. Công mà lực điện trường thực hiện là :

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \overline{MN} = q_0 E \cos \alpha \cdot \Delta s, \text{ với } \alpha \text{ là góc giữa } \vec{E} \text{ và } \Delta s.$$

$$\text{Mặt khác, theo (2.10)} : \Delta A = q_0 (V_1 - V_2) = -q_0 \Delta V$$

$$\text{Cân bằng hai biểu thức cho công, ta được} : E \cos \alpha = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \quad (2.12)$$

Kí hiệu  $E_s = E \cos \alpha$  là thành phần của  $\vec{E}$  dọc theo trục  $s$ , ta có :

$$E_s = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \quad (2.13)$$

$$\text{Chọn trục } s \text{ là trục Ox chẳng hạn ta có} : E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad (2.14)$$

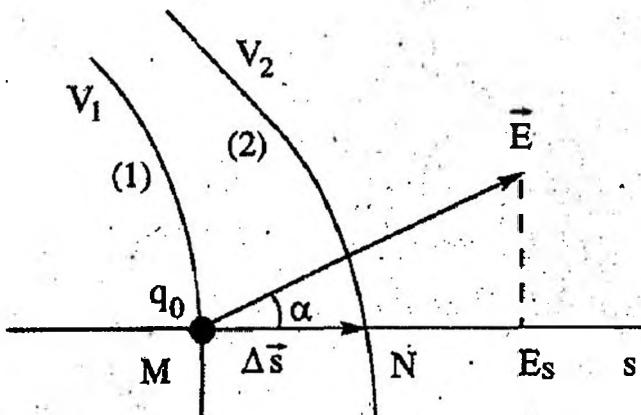
Đặc biệt nếu trục  $s$  trùng với pháp tuyến  $n$  của mặt天堂 thế (tức là trùng với hướng của  $\vec{E}$ ) ta có :

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta n} \quad (2.15)$$

Các hệ thức trên cho thấy : nếu biết biểu thức của điện thế, ta có thể tính được cường độ điện trường, và ngược lại nếu biết biểu thức của cường độ điện trường ta sẽ tìm được điện thế.

## IV – THẾ NĂNG TƯƠNG TÁC CỦA HỆ ĐIỆN TÍCH

Giữa các điện tích trong hệ điện tích có tương tác  $Cu - lông$ . Khi dịch chuyển các điện tích, ta cần thực hiện công (như đã xét ở mục 1). Vì vậy, một hệ điện tích có dự trữ một thế năng.



Hình 2.2

1. Xét hệ gồm 2 điện tích  $q_1$  và  $q_2$ . Theo (2.7) và (2.8), thế năng tương tác của hệ là :

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} \quad (2.16)$$

trong đó,  $r_{12}$  là khoảng cách giữa hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$ . Mặt khác, theo (2.9a), điện thế  $V_1$  do điện tích  $q_2$  gây ra tại điểm đặt điện tích  $q_1$  là :

$$V_1 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} \quad (2.17)$$

Tương tự điện thế  $V_2$  do điện tích  $q_1$  gây ra tại điểm đặt điện tích  $q_2$  là :

$$V_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} \quad (2.18)$$

Vì vậy, ta có thể viết lại biểu thức (2.16) như sau :

$$W = q_1 V_1 = q_2 V_2 \quad (2.19)$$

Để cho biểu thức của thế năng  $W$  có tính đối xứng với hai điện tích  $q_1$ ,  $q_2$  ta viết (2.19) như sau :

$$W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2) \quad (2.20)$$

2. Đối với hệ gồm 3 điện tích  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , thì tương tự như (2.16), thế năng tương tác của các điện tích trong hệ là :

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{23}} + \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{31}} \quad (2.21)$$

Biểu thức này có thể viết lại như sau :

$$W = \frac{1}{2} \left[ q_1 \left( \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{13}} \right) + q_2 \left( \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{12}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{23}} \right) + q_3 \left( \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_{23}} \right) \right]$$

hay  $W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3) \quad (2.22)$

$$\text{trong đó, theo (2.9b) : } V_1 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{12}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{13}}$$

là điện thế do các điện tích  $q_2$  và  $q_3$  tạo ra tại điểm  $q_1$ . Tương tự,  $V_2$  là điện thế do các điện tích  $q_3$  và  $q_1$  tạo ra tại điểm đặt  $q_2$ ,  $V_3$  là điện thế do các điện tích  $q_1$  và  $q_2$  tạo ra tại điểm đặt  $q_3$ .

3. Từ (2.20) và (2.22), suy rộng cho hệ gồm  $n$  điện tích  $q_1, q_2 \dots q_n$ , thế năng (điện) của hệ là :

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{12}} + \dots + \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{ik}} + \dots \quad (2.23)$$

$$\text{hay : } W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2 + \dots + q_n V_n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i \quad (2.24)$$

$$\text{trong đó : } V_i = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{1i}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{2i}} + \dots \quad (2.25)$$

là điện thế tại điểm đặt điện tích  $q_i$  do các điện tích khác của hệ tạo ra.

4. Trong trường hợp vật tích điện, ta chia vật thành các phần tử nhỏ mang điện tích  $\Delta q$  (xem như điện tích điểm) và tính thế năng của vật theo công thức, tương tự như (2.24) :

$$W = \frac{1}{2} \sum V \cdot \Delta q \quad (2.26)$$

Với  $V$  là điện thế tại điểm đặt  $\Delta q$  do các điện tích còn lại của vật tạo ra.

Nếu vật tích điện là một vật dẫn, thì mọi điểm của vật có cùng điện thế  $V$  ( $V$  là điện thế vật dẫn) (xem *chủ đề 3*), do đó thế năng (năng lượng tĩnh điện) của vật là :

$$W = \frac{1}{2} V \sum \Delta q = \frac{1}{2} q V \quad (2.27)$$

5. Đối với hệ gồm  $n$  vật dẫn tích điện ở trạng thái cân bằng tĩnh điện (xem *chủ đề 3*), điện tích và điện thế của chúng lần lượt bằng  $q_1, q_2 \dots q_n$  và  $V_1, V_2 \dots V_n$ , thì tương tự như (2.24) thế năng của hệ là :

$$W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2 + \dots + q_n V_n) \quad (2.28)$$

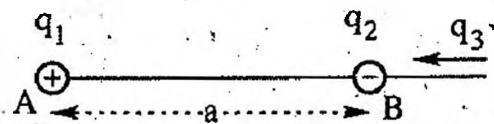
## V – BÀI TẬP VÍ DỤ

### Ví dụ 1

Tại hai điểm A và B cách nhau một đoạn  $a = 20\text{cm}$  có hai điện tích điểm được giữ cố định  $q_1 = +9 \cdot 10^{-6}\text{C}$  và  $q_2 = -10^{-6}\text{C}$ . Một hạt có khối lượng  $m = 0,1\text{g}$  và có điện tích  $q_3 = 10^{-6}\text{C}$ , chuyển động từ rất xa đến, theo đường BA như trên hình 2.3.

Hỏi hạt phải có vận tốc ban đầu tối thiểu bao nhiêu để nó có thể đến được điểm B. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

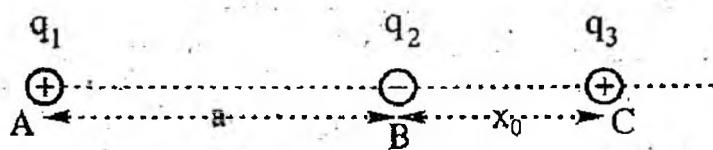
*Giải*



Hình 2.3

Hạt chịu tác dụng của các lực điện do  $q_1$  và  $q_2$  gây ra, hai lực điện đó ngược chiều nhau. Tại một điểm C cách B một đoạn  $x_0$  hai lực đó cân bằng nhau. Vị trí của điểm C được xác định bởi điều kiện (Hình 2.4) :

$$\frac{kq_1q_3}{(x_0 + a)^2} = \frac{k|q_2|q_3}{x_0^2}$$



Thay số, suy ra  $x_0 = \frac{a}{2} = 10\text{cm}$ .

Hình 2.4

Dễ dàng thử lại rằng khi hạt cách B một khoảng  $x > \frac{a}{2}$ , thì lực tác dụng của  $q_1$  lên hạt lớn hơn lực tác dụng của  $q_2$  lên hạt, nghĩa là hợp lực điện tác dụng lên hạt là lực đẩy. Thật vậy :

$$F_1 - F_2 = kq_3 \left( \frac{9}{(x+a)^2} - \frac{1}{x^2} \right) = \frac{kq_3(4x+a)(2x-a)}{x^2(x+a)^2} > 0 \text{ khi } x > \frac{a}{2}$$

Vì vậy hạt chuyển động chậm dần đến C. Muốn cho hạt có thể đến được B, thì ít nhất hạt phải đến được C; sau đó do khi  $x < \frac{a}{2}$ ,  $F_1 < F_2$  nên hạt đến được điểm B. Như vậy vận tốc ban đầu  $v_0$  tối thiểu của hạt là ứng với vận tốc  $v_C$  của hạt tại C bằng không ( $v_C = 0$ ). Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng. Ở xa

vô cùng, hạt chỉ có động năng :  $W_{d1} = \frac{mv_0^2}{2}$ . Tại C, vì  $v_C = 0$ , hạt chỉ có thể năng điện trường của  $q_1$  và  $q_2$ :

$$W_{d2} = \left( k \frac{q_1}{a+x_0} + k \frac{q_2}{x_0} \right) q_3$$

$$\text{Ta có: } W_{d1} = W_{d2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{2kq_3}{m} \left( \frac{q_1}{a+x_0} + \frac{q_2}{x_0} \right).$$

Thay số ta được :  $v_0 \approx 60\text{m/s.}$

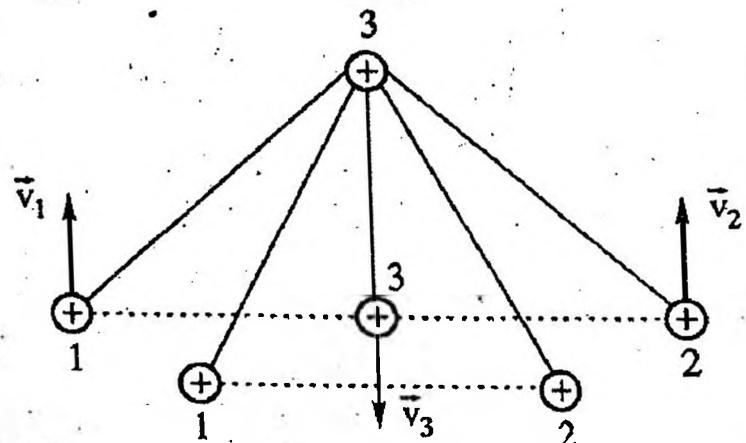
### Ví dụ 2

Ba quả cầu nhỏ tích điện như nhau, mỗi quả có khối lượng m và điện tích q, được nối với nhau bằng các đoạn dây không dãn chiều dài l. Ban đầu chúng nằm cân bằng trên mặt bàn nhẵn nằm ngang và tạo thành một tam giác đều. Vì một lí do nào đó, một trong các đoạn dây nối bị tuột. Hãy xác định vận tốc của mỗi quả cầu tại thời điểm chúng nằm trên cùng một đường thẳng. Xem rằng bán kính của các quả cầu là nhỏ so với chiều dài của đoạn dây nối chúng.

*Giải*

Ban đầu các quả cầu 1, 2, 3 nằm tại đỉnh tam giác đều cạnh l, có khối tâm G (giao điểm của ba đường trung trực) (Hình 2.5). Vì các quả cầu nằm yên nên năng lượng toàn phần của hệ chỉ là thế năng tương tác tĩnh điện giữa các quả cầu :

$$W_0 = 3 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}$$



Hình 2.5

Hơn thế nữa, động lượng tổng cộng của hệ bằng 0 :  $\vec{p}_0 = \vec{0}$ . Bởi vì trên mặt bàn nằm ngang, hệ chỉ có nội lực tương tác giữa các quả cầu nên khối tâm G của hệ luôn luôn đứng yên. Giả sử đoạn dây nối giữa quả cầu 1 và 2 bị đứt, do tương tác tĩnh điện ba quả cầu chuyển động. Khi ba quả cầu nằm trên cùng một đường thẳng, quả cầu 3

đóng vai trò khối tâm của hệ, khi đó quả cầu 3 có vị trí tại G và có vận tốc  $\vec{v}_3$  như trên hình 2.5. Do tính đối xứng vận tốc  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$  của các quả cầu 1 và 2 có độ lớn như nhau và cùng hướng. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + m\vec{v}_3 = \vec{p} = \vec{p}_0 = \vec{0}$$

ta có  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = -\frac{\vec{v}_3}{2}$  nghĩa là  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  có hướng như trên hình 2.5, ngoài ra

$v_1 = v_2 = -\frac{v_3}{3}$ , nên năng lượng toàn phần của hệ khi đó bằng :  $W = W_d + W_t$

với  $W_d = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} = 3mv_1^2$

$$W_t = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 l} = \frac{5q^2}{8\pi\epsilon_0 l}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 l} = 3mv_1^2 + \frac{5q^2}{8\pi\epsilon_0 l}$$

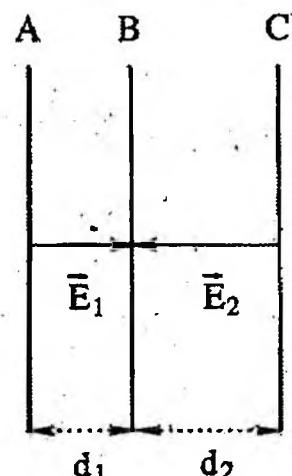
từ đó tìm được :  $v_1 = v_2 = \frac{kq}{2\sqrt{6\pi\epsilon_0 lm}}$  (với  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ).

### Ví dụ 3

Cho ba bản kim loại phẳng A, B, C đặt song song với nhau, tích điện đều, cách nhau các khoảng  $d_1 = 2,5\text{cm}$ ;  $d_2 = 4\text{cm}$  (xem hình 2.6). Cho biết điện trường giữa các bản là đều, có độ lớn  $E_1 = 8 \cdot 10^4 \text{V/m}$ ,  $E_2 = 10^5 \text{V/m}$ , và có chiều như trên hình vẽ. Nối bản A với đất (diện thế  $V_A = 0$ ), hãy tính các diện thế  $V_B, V_C$  của hai bản B, C.

*Giải*

Vì  $\vec{E}_1$  hướng từ A đến B, ta có :  $U_{AB} = V_A - V_B = E_1 d_1$ .



Hình 2.6

Suy ra :  $V_B = V_A - E_1 d_1 = 0 - 8 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = -2000V$ .

Vì  $\vec{E}_2$  hướng từ C đến B, ta có :  $U_{CB} = V_C - V_B = E_2 d_2$ .

Suy ra :  $V_C = V_B + E_2 d_2 = -2000 + 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 2000V$ .

#### Ví dụ 4

Ở hai đầu một thanh nhẹ cách điện (khối lượng của thanh không đáng kể) có gắn hai viên bi nhỏ A và B, có khối lượng  $m_1, m_2$  và mang điện tích  $q_1, q_2$  tương ứng. Thanh có thể quay không ma sát xung quanh một trục nằm ngang vuông góc với thanh, trục quay cách viên bi A và B các khoảng cách  $l_1, l_2$  tương ứng. Hệ thống được đặt trong điện trường đều  $\vec{E}_0$  có phương thẳng đứng, hướng từ dưới lên trên. Ban đầu, người ta giữ cho thanh nằm ngang, rồi sau đó buông ra không vận tốc đâu.

a) Muốn cho thanh vẫn nằm cân bằng ở vị trí nằm ngang thì cường độ điện trường  $\vec{E}_0$  phải có độ lớn bằng bao nhiêu ?

b) Giả sử cường độ điện trường có độ lớn bằng  $\frac{E_0}{2}$ , tính vận tốc của viên bi B khi thanh đi qua vị trí thẳng đứng.

#### Giải

a) Mỗi viên bi chịu tác dụng của hai lực : trọng lực và lực điện trường (không cần xét đến lực tương tác Coulomb giữa 2 viên bi vì chúng đã được gắn chặt vào thanh).

Hợp lực tác dụng lên A và B có độ lớn tương ứng là :

$$F_1 = m_1 g - q_1 E_0; F_2 = m_2 g - q_2 E_0$$

Muốn cho thanh vẫn nằm cân bằng ở vị trí nằm ngang, sau khi buông ra ta phải có tổng momen lực tác dụng lên nó bằng không, nghĩa là phải có :

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 \quad (1)$$

Từ đó suy ra :

$$(m_1 g - q_1 E_0) l_1 = (m_2 g - q_2 E_0) l_2 \Rightarrow E_0 = \frac{(m_1 l_1 - m_2 l_2)}{q_1 l_1 - q_2 l_2} g \quad (2)$$

b) Cường độ điện trường bây giờ là  $E = \frac{E_0}{2}$ , do đó điều kiện (1) không được thoả mãn và thanh sẽ quay quanh trục.

Kí hiệu  $v_2$  là vận tốc của viên bi B khi thanh đi qua vị trí thẳng đứng, khi đó viên bi A có vận tốc  $v_1 = \frac{v_2 l_1}{l_2}$  (3). Kí hiệu  $V_0, V_1, V_2$  là điện thế của điện trường tại trục quay, tại vị trí của A và B khi thanh thẳng đứng, ta có (vì điện trường là đều) :

$$V_0 - V_1 = El_1; V_2 - V_0 = El_2 \quad (4)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hai vị trí của thanh (nằm ngang và thẳng đứng) ta có :

$$\begin{aligned} q_1 V_0 + q_2 V_0 + W_{12} &= q_1 V_1 + q_2 V_2 + m_1 g l_1 - m_2 g l_2 \\ &\quad + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + W_{12} \end{aligned} \quad (5)$$

Trong đó  $W_{12}$  là thế năng tương tác tĩnh điện của A và B, ở đây giả thiết viên bi A nằm phía trên khi thanh thẳng đứng và chọn mốc thế năng trọng trường tại vị trí thanh nằm ngang.

Thay (2), (3), (4) vào (5) rút ra (chú ý là  $E = \frac{E_0}{2}$ ) :

$$v_2 = l_2 \sqrt{\frac{(m_2 l_2 - m_1 l_1)g}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}}$$

Chú ý : Phải thoả mãn điều kiện  $m_2 l_2 - m_1 l_1 > 0$  hay  $m_2 > m_1 \frac{l_1}{l_2}$ , và

$$q_2 l_2 - q_1 l_1 > 0 \text{ hay } q_2 > q_1 \frac{l_1}{l_2}.$$



## BÀI TẬP

**2.1.** Một quả cầu nhỏ khối lượng m mang điện tích  $q_1 = -q$  chuyển động từ vị trí A trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt phẳng nằm ngang. Ở chân C của

đường thẳng đứng AC có quả cầu nhỏ mang điện tích  $q_2 = +q$  được giữ cố định (Hình 2.7). Xác định vận tốc  $v_B$  của quả cầu m khi nó xuống đến chân dốc B. Khảo sát sự phụ thuộc của  $v_B$  vào góc  $\alpha$  trong các trường hợp :

- a)  $\alpha = 45^\circ$ ; b)  $\alpha > 45^\circ$ ; c)  $\alpha < 45^\circ$ .

*Gợi ý :* Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (ngoài thế năng hấp dẫn có thể năng tương tác tĩnh điện).

- 2.2. Một hạt bụi nằm cố định tại điểm O và thừa 1000 electron. Từ rất xa O có một electron chuyển động về phía hạt bụi với vận tốc ban đầu  $v_0 = 10^5$  m/s. Xác định khoảng cách nhỏ nhất mà electron đó có thể tiến đến gần hạt bụi. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

*Gợi ý :* Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng.

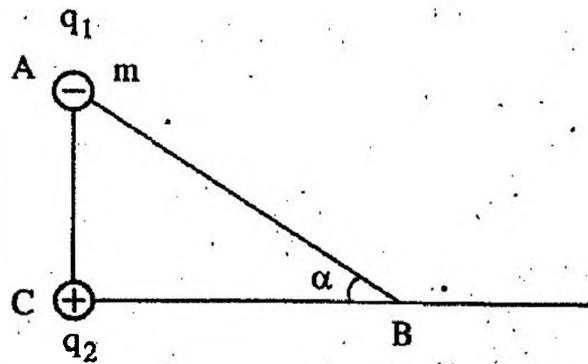
- 2.3. Một quả bóng bay của trẻ em được bơm khí heli, mang điện tích  $q = -5,5 \cdot 10^{-8}$  C bay thẳng đứng lên không khí một khoảng  $d = 520$  m từ vị trí ban đầu A đến vị trí cuối B. Bình thường điện trường tồn tại trong khí quyển gần mặt đất có cường độ  $E = 150$  V/m và hướng xuống dưới. Tính hiệu thế năng (diện) của quả bóng giữa các vị trí A và B.

*Gợi ý :* Áp dụng công thức tính công của lực điện trường (đều).

- 2.4. Có ba điện tích điểm  $q_1 = +q = +150$  nC,  $q_2 = -4q$  và  $q_3 = +2q$  được giữ cố định tại ba đỉnh của một tam giác đều cạnh  $a = 12$  cm. Xác định thế năng (diện) của hệ điện tích đó.

- 2.5. Ba quả cầu kim loại nhỏ, có cùng khối lượng  $m = 0,1$  g. và có cùng điện tích  $q = 10^{-7}$  C, ban đầu được giữ nằm yên tại ba đỉnh của một tam giác đều cạnh  $a = 1,5$  cm. Cùng một lúc buông ba quả cầu đó ra thì chúng dịch chuyển ra xa nhau theo phương các đường trung trực của tam giác (một cách đối xứng) do tác dụng của lực đẩy tĩnh điện giữa chúng. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và của từ trường. Hãy tính :

- a) Vận tốc của mỗi quả cầu khi chúng cách nhau một khoảng  $r = 4,5$  cm.



Hình 2.7

b) Công của lực điện trường để làm cho mỗi quả cầu dịch chuyển ra rất xa hai quả cầu kia.

*Gợi ý : Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng.*

2.6\*. Ba quả cầu nhỏ tích điện được giữ yên trên một đường thẳng, trong mặt phẳng nhẵn nằm ngang, khoảng cách giữa hai quả cầu cạnh nhau là  $d$ , khối lượng các quả cầu là  $m_1$ ;  $m_2 = 2m_1$ ;  $m_3 = 5m_1$ . Điện tích của chúng lần lượt là  $q_1$ ;  $q_2 = q_1$ ;  $q_3 = 2q_1$ . Người ta thả các quả cầu cho tự do. Hãy tìm vận tốc của mỗi quả cầu sau khi chúng đã dịch chuyển ra rất xa nhau. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

*Gợi ý : Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng.*

2.7. Hai quả cầu nhỏ tích điện 1 và 2, có khối lượng và điện tích tương ứng là  $m_1 = m$ ,  $q_1 = +q$ ;  $m_2 = 4m$ ;  $q_2 = +2q$  được đặt cách nhau một đoạn  $a$  trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Ban đầu giữ quả cầu 1 đứng yên. Đẩy quả cầu 1 chuyển động hướng thẳng vào quả cầu 2 với vận tốc  $v_0$ , đồng thời buông quả cầu 2.

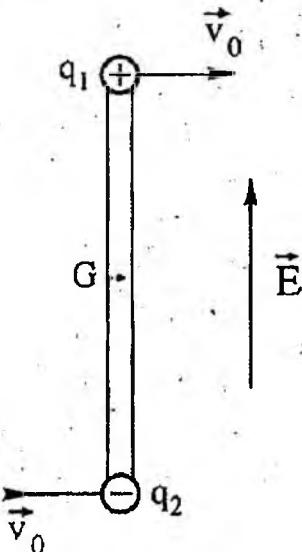
a) Tính khoảng cách cực tiểu  $r_{\min}$  giữa hai quả cầu.

b) Xét trường hợp  $a = \infty$ , tính  $r_{\min}$ .

c) Tính vận tốc  $u_1$ ,  $u_2$  của hai quả cầu (theo  $v_0$ ,  $r_{\min}$ ) khi chúng lại ra xa nhau vô cùng. Xét trường hợp  $a = \infty$ .

*Gợi ý : Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng.*

2.8. Hai quả cầu kim loại nhỏ có cùng bán kính và cùng khối lượng  $m = 5g$  được gắn vào hai đầu một thanh điện môi cứng, mảnh (khối lượng không đáng kể), dài  $l = 10m$ . Tích điện cho hai quả cầu để chúng có điện tích  $q_1 = q = 10^{-7} C$  và  $q_2 = -q$ , rồi đặt chúng vào trong một điện trường đều  $\vec{E}$  có cường độ  $E = 10^4 V/m$  và có chiều hướng từ điện tích  $-q$  sang  $+q$  (Hình 2.8). Người ta truyền đồng thời cho hai quả cầu cùng vận tốc  $v_0 = 10m/s$  có chiều như trên hình vẽ. Hỏi khi đó thanh quay đi được một góc bằng bao nhiêu ? Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



Hình 2.8

2.9. Tại các đỉnh của đa giác đều có  $n = 2001$  cạnh (độ dài mỗi cạnh  $a = 1cm$ ), nằm trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang, cố gắn các quả cầu nhỏ có cùng điện

tích  $q$ . Ban đầu một trong  $n$  quả cầu đó được giải phóng khỏi các đa giác; sau một thời gian đủ lớn, quả cầu bên cạnh lại được giải phóng khỏi đa giác. Khi đã đi rất xa đa giác (ở vô cực) người ta thấy động năng của quả cầu sau nhỏ hơn động năng của quả cầu đầu một lượng bằng  $\Delta E = 0,009\text{J}$ . Tìm độ lớn của điện tích  $q$ .

- 2.10.** Trong khoảng giữa hai tấm kim loại phẳng, rộng vô hạn A và B đặt nằm ngang song song, cách nhau  $2l$  có tồn tại một điện trường  $\vec{E}$  với đặc điểm là: trong khoảng AC ( $C$  là mặt phẳng song song với A, cách A một khoảng  $l$ ), điện trường là đều và cường độ của điện trường trong khoảng BC lớn gấp đôi cường độ của điện trường trong khoảng AC. Một electron đi vào điện trường đó qua một lỗ nhỏ O ở tấm A, với vận tốc ban đầu là  $\vec{v}_0$  hợp với tấm A góc  $\alpha$ . Cho biết khoảng cách nhỏ nhất cách B mà electron đạt tới bằng  $\frac{l}{2}$  (Hình 2.9). Hãy tính tầm bay xa của electron trên tấm A. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

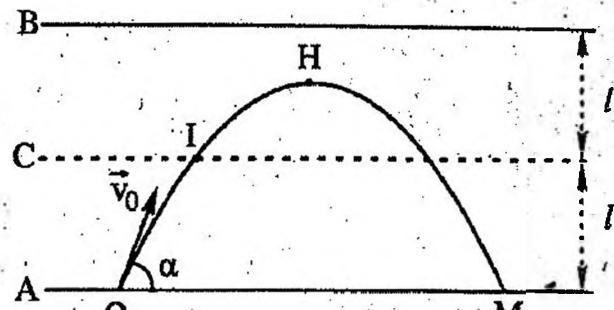
*Gợi ý:* Áp dụng công thức tính công của lực điện trường.

- 2.11.** Giữa hai tấm kim loại phẳng rộng vô hạn đặt nằm ngang, cách nhau  $d = 1\text{cm}$ , có một hạt bụi mang điện, khối lượng  $m = 5 \cdot 10^{-11}\text{g}$ . Biết rằng, khi không có tác dụng của điện trường do sức cản của không khí, hạt bụi rơi với vận tốc không đổi bằng  $v_1$ . Đặt vào hai tấm kim loại một hiệu điện thế  $U = 600\text{V}$ , người ta thấy hạt bụi rơi chậm đi với vận tốc không đổi  $v_2 = \frac{v_1}{2}$ .

a) Tính diện tích hạt bụi.

b) Bây giờ người ta đặt hai tấm kim loại đó thẳng đứng, cách nhau  $d_1 = 2\text{cm}$  và nối chúng với một nguồn hiệu điện thế  $U = 100\text{V}$ . Hạt bụi nói trên bắt đầu rơi từ một vị trí cách đều hai tấm kim loại đó. Do sức cản của không khí, hạt bụi rơi đều với vận tốc không đổi theo phương thẳng đứng bằng  $v_1 = 2\text{cm/s}$ . Hỏi trong thời gian bao lâu, hạt bụi đập vào một trong hai tấm kim loại đó? Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

*Gợi ý:* Lực cản của không khí lên hạt bụi  $F_c = 6\pi\eta rv = kv$ .



Hình 2.9

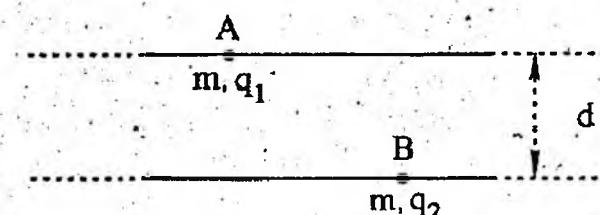
2.12. Hai tấm kim loại phẳng rộng vô hạn, đặt song song với nhau, cách nhau  $d = 1\text{cm}$ , được tích điện đều với mật độ điện tích mặt  $\sigma_1 = 0,2\mu\text{C}/\text{m}^2$  và  $\sigma_2 = 5 \cdot 10^{-8}\mu\text{C}/\text{m}^2$ .

a) Tính hiệu điện thế giữa hai mặt.

b) Một electron bay dọc theo đường sức điện trường từ tấm có mật độ  $\sigma_2$  đến tấm có mật độ  $\sigma_1$  với vận tốc ban đầu bằng không. Tìm vận tốc của electron khi nó vừa đến tấm có mật độ  $\sigma_1$ . Bỏ qua ảnh hưởng của trọng trường.

Gợi ý: Áp dụng công thức xác định cường độ điện trường của mặt phẳng vô hạn tích điện đều.

2.13. Hai sợi dây tơ mảnh, dài, được căng song song với nhau trên cùng một mặt phẳng nằm ngang, cách nhau một khoảng  $d$ . Hai viên bi A và B, có cùng khối lượng  $m$ , mang điện tích  $q_1, q_2$ , được luồn vào hai dây đó (Hình 2.10).



Hình 2.10

Ban đầu viên bi B đứng yên, còn viên bi A được phóng đi với vận tốc  $v_0$ , từ xa về phía viên bi B. Tìm độ lớn  $v_0$  để cho viên bi A vượt qua viên bi B. Bỏ qua ma sát.

2.14. Một quả cầu kim loại mang điện tích  $Q = 3 \cdot 10^{-8}\text{C}$ .

a) Tính công cần thực hiện để di chuyển một viên bi kim loại nhỏ khối lượng  $m = 1\text{g}$  mang điện tích  $q = 10^{-8}\text{C}$  từ điểm A cách tâm O của quả cầu kim loại một khoảng  $r_A = 1\text{cm}$  đến điểm B cách O một khoảng  $r_B = 0,5\text{cm}$ .

b) Bây giờ người ta bắn viên bi đi với vận tốc ban đầu  $v_0 = 1\text{m/s}$  hướng đến O.

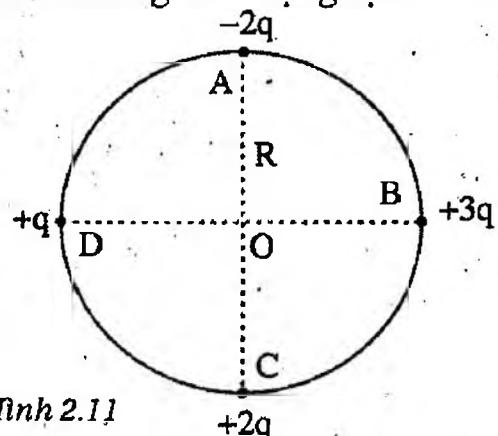
Hỏi quả cầu kim loại cần có bán kính nhỏ nhất  $R_{\min}$  bao nhiêu để viên bi có thể tới chạm vào mặt quả cầu kim loại? Bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực.

2.15. Cho hệ điện tích như trên hình 2.11.

a) Xác định vectơ cường độ điện trường do hệ tạo ra tại tâm O của đường tròn có bán kính R.

b) Tính thế năng tương tác của hệ điện tích.

c) Tính công cần thực hiện để dịch chuyển điện tích  $+3q$  của hệ ra xa vô cực.

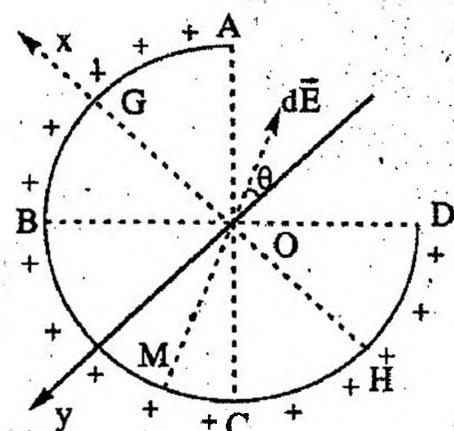


Hình 2.11

2.16\*. Một thanh nhựa mảnh, mang điện tích  $q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  phân bố đều, được uốn thành một cung tròn  $270^\circ$  ( $3/4$  đường tròn) tâm O, bán kính  $r = 10\text{cm}$  (Hình 2.12).

a) Xác định vectơ cường độ điện trường và điện thế tại tâm O.

b) Người ta ghép thêm một thanh nhựa khác uốn thành cung tròn có cùng bán kính  $r = 10\text{cm}$  vào phần AD để tạo thành một đường tròn khép kín. Phần AD mang điện tích  $-q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ , phân bố đều. Tính công cần thực hiện để dịch chuyển một điện tích  $Q = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  từ xa vô cực về điểm O.



Hình 2.12

Gợi ý: Áp dụng phương pháp xác định cường độ điện trường của vật mang điện.

2.17. Một quả cầu khối lượng  $m$ , tích điện  $q$  được bắn lên theo phương thẳng đứng trong một điện trường đều  $\vec{E}$  nằm ngang với vận tốc ban đầu  $\vec{v}_0$ .

a) Xác định phương của vectơ gia tốc và vận tốc quả cầu.

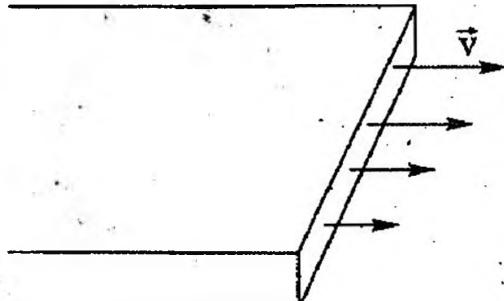
b) Tính giá trị cực tiểu của vận tốc quả cầu.

2.18. Một chùm electron rộng, mỏng bay ra từ một khe hẹp có bề dày  $d$ , với vận tốc  $v = 10^5 \text{ m/s}$  (Hình 2.13).

Mật độ electron trong chùm là  $n = 10^{10} \text{ hạt/m}^3$ .

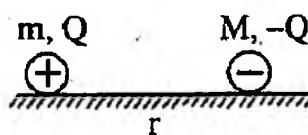
Hỏi ở cách khe một khoảng  $l$  bằng bao nhiêu thì bề dày chùm electron tăng lên gấp đôi? Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

Gợi ý: Xem chùm electron tác dụng lên các electron ở mặt ngoài giống như một mặt phẳng vô hạn tích điện đều tác dụng lên các electron đó.



Hình 2.13

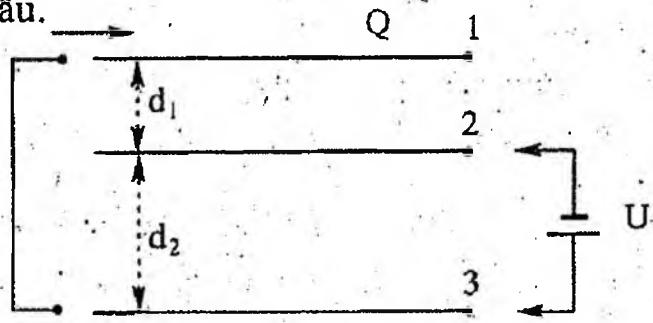
2.19. Trên một mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát  $\mu$  có hai quả cầu nhỏ đứng yên, có khối lượng  $m$  và  $M$ , tích điện trái dấu  $Q$  và  $-Q$  (Hình 2.14).



Hình 2.14

Người ta bắt đầu đẩy chậm quả cầu 1 (khối lượng  $m$ ) cho chuyển động về phía quả cầu kia cho đến khi tự quả cầu 1 chuyển động tiếp được thì thôi. Đến lúc quả cầu 2 (khối lượng  $M$ ) bắt đầu dịch chuyển thì người ta lấy đi nhanh các điện tích ở các quả cầu. Hỏi khối lượng hai quả cầu phải thỏa mãn điều kiện nào để chúng có thể chạm được vào nhau sau khi đã tiếp tục chuyển động? Bỏ qua kích thước của hai quả cầu.

- 2.20. Ba bản kim loại phẳng giống nhau có cùng diện tích  $S$  đặt song song và cách nhau các khoảng  $d_1$  và  $d_2$  (Hình 2.15). Lúc đầu bản 1 mang điện tích  $Q$ , còn bản 2 và bản 3 không mang điện.



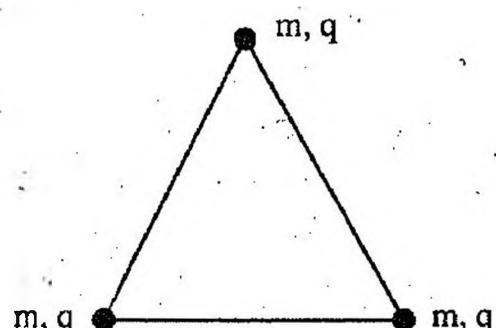
Hình 2.15

Sau đó bản 2 và 3 được nối với nguồn có hiệu điện thế  $U$ , bản 1 và 3 nối với nhau bằng một dây dẫn.

Tính độ lớn điện tích được thiết lập trong các bản.

- 2.21 a) Một electron bị bứt ra khỏi một mặt cầu kim loại bán kính  $R$  mang điện tích  $-Q$ . Khi electron đã ra xa mặt cầu, vận tốc của nó bằng  $v$ . Tính vận tốc  $v_0$  của electron lúc vừa thoát khỏi mặt cầu.  
b) Bây giờ mặt cầu nói trên mang điện tích  $q_1$ , được bao quanh bằng một lưới kim loại bán kính  $r$  mang điện tích  $q_2$ , đặt đồng tâm với mặt cầu. Một viên bi nhỏ khối lượng  $m$ , mang điện tích  $+q$  bay ra khỏi mặt cầu. Sau khi qua lưới nó bay ra xa vô cùng. Vận tốc viên bi lúc ở gần mặt cầu rất nhỏ. Tính vận tốc của viên bi khi nó đã ở rất xa mặt cầu. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

- 2.22. Ba quả cầu cùng khối lượng  $m$ , tích điện cùng dấu, đều bằng  $q$ , được nối với nhau bằng ba sợi dây dài  $l$ , không dẫn, không khối lượng, không dẫn điện. Hệ được đặt trên mặt phẳng ngang, nhẵn. Người ta đốt một trong ba sợi dây đó (Hình 2.16).



Hình 2.16

- a) Xác định vận tốc cực đại  $v_{max}$  của các quả cầu trong quá trình chuyển động.

- b) Mô tả chuyển động của các quả cầu sau khi đã đạt được  $v_{max}$ .

- 2.23. Hai quả cầu kim loại giống nhau, có cùng bán kính  $r = 1\text{cm}$ , cùng khối lượng  $m = 4g$ , được treo vào hai sợi dây mảnh cách điện, không dẫn (khối lượng

không đáng kể) vào cùng điểm treo O. Khoảng cách từ O đến tâm quả cầu là  $l = 10\text{cm}$ . Ban đầu hai quả cầu tiếp xúc với nhau. Sau khi truyền điện tích cho các quả cầu, chúng đẩy nhau và dây treo lệch khỏi phương thẳng đứng, khi đó lực căng của dây treo là  $T = 4,9 \cdot 10^{-2}\text{N}$ . Tính điện thế của các quả cầu khi đó. Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

- 2.24.** Một hệ thống gồm  $2n$  lưới kim loại giống nhau được đặt song song với nhau ; khoảng cách giữa hai lưới kề nhau bằng  $d$  ( $d$  rất nhỏ so với kích thước của mỗi lưới, diện tích của mỗi lưới bằng  $S$ ) (Hình 2.17). Các lưới được tích điện lần lượt là  $-Q; Q; -Q\dots; Q$ . Một electron chui vào hệ thống từ tấm lưới 1 với

vận tốc ban đầu là  $v_0$  theo phương hợp với pháp tuyến Ox của lưới một góc  $\alpha$ . Hãy xác định độ lớn và hướng vận tốc của electron khi ra khỏi hệ thống. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

- 2.25.** Một quả cầu nhỏ mang điện được gắn vào đầu A một thanh nhẹ AB (khối lượng không đáng kể), cách điện, dài  $l = 1\text{m}$ , trong một điện trường đều  $\vec{E}$  có phương nằm ngang ; thanh có thể quay không ma sát xung quanh một trục nằm ngang gắn vào đầu B và vuông góc với AB ; thanh lệch góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  so với phương thẳng đứng. Sau đó đổi đột ngột hướng của  $\vec{E}$  để  $\vec{E}$  có hướng ngược lại (vẫn giữ nguyên độ lớn). Khi thanh xuống tới vị trí lệch góc  $\alpha = 30^\circ$  thì quả cầu tới và chạm đàn hồi vào một cọc cố định thẳng đứng ; ngay trước va chạm đó, điện trường  $\vec{E}$  bị ngắt. Hỏi sau va chạm quả cầu này lên đến độ cao bao nhiêu ?

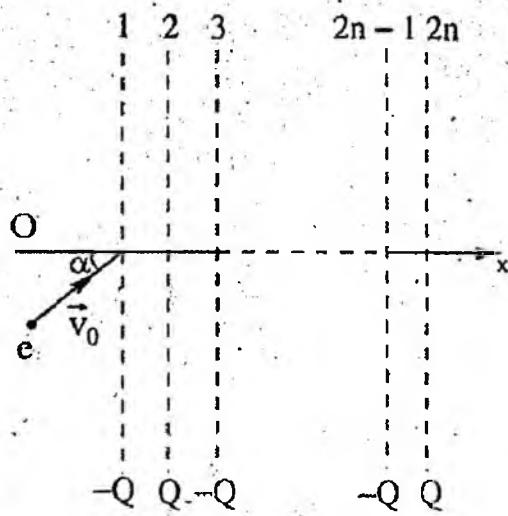
- 2.26\*.** Có một nửa vòng tròn tích điện đều (Hình 2.18).

Một hạt mang điện trái dấu với điện tích của nửa vòng tròn đó, được thả ra từ một điểm rất xa trên đường thẳng AB với vận tốc ban đầu bằng 0. Biết tỉ số vận tốc của hạt khi đi qua A

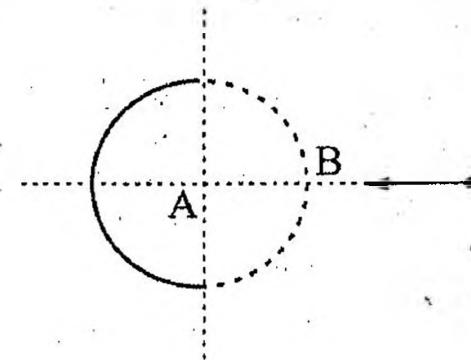
và B là  $\frac{v_A}{v_B} = n$ . Hãy tìm tỉ số gia tốc của hạt

ở 2 điểm đó.

*Gợi ý :* Áp dụng cách xác định điện trường và điện thế của vật mang điện.



Hình 2.17

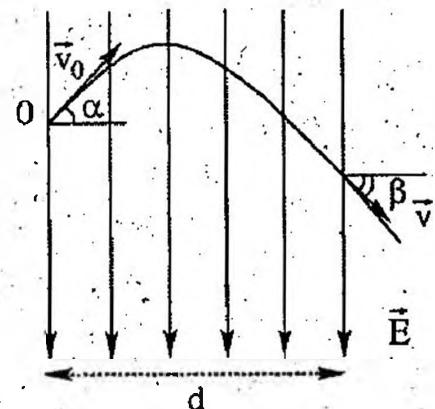


Hình 2.18

- 2.27. Hai quả cầu nhỏ cùng khối lượng  $m$  liên kết bởi dây dài  $l$  nằm trên mặt phẳng ngang có hệ số ma sát  $\mu$ . Diện tích mỗi quả bằng  $q$ . Xác định vận tốc cực đại của mỗi quả cầu khi dây đứt.

Gợi ý : Vận tốc đạt cực đại khi lực điện cân bằng với lực ma sát.

- 2.28. Một hạt có khối lượng  $m = 0,1\text{g}$  mang điện tích  $q = 10^{-8}\text{C}$  bay vào trong một miền điện trường đều (có đường sức theo phương thẳng đứng xuống dưới) dưới góc  $\alpha = 45^\circ$ ; và bay ra khỏi miền đó dưới góc  $\beta = 60^\circ$  so với phương nằm ngang (Hình 2.19). Hãy tính vận tốc ban đầu  $v_0$  của hạt. Cho biết điện trường có cường độ  $E = 10^6 \text{V/m}$  và bề rộng của miền điện trường  $d = 10\text{cm}$ . Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



Hình 2.19

- 2.29\*. Ba quả cầu 1, 2 và 3 có cùng điện tích  $q = 1\mu\text{C}$  được giữ nằm yên trên một đường thẳng nằm ngang. Quả cầu 2 nằm ở giữa, cách hai quả 1 và 3 một khoảng  $a = 0,1\text{m}$ . Khối lượng của các quả cầu tương ứng bằng  $m_1 = 0,1\text{g}$ ;  $m_2 = 10\text{g}$  và  $m_3 = 1\text{kg}$ .

Buông các quả cầu cho chúng chuyển động tự do. Hãy tính một cách gần đúng vận tốc của chúng khi chúng ở rất xa nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

Gợi ý : Chú ý đến giá trị khác nhau của khối lượng các quả cầu để tính toán gần đúng.

- 2.30\*. Một hình vuông ABCD có cạnh  $a\sqrt{2}$ , có tâm ở O, tại mỗi đỉnh của hình vuông ta đặt một điện tích  $+q$ .

- Xác định điện thế do các điện tích ở đỉnh gây ra tại tâm hình vuông.
- Chứng minh rằng điểm O là vị trí cân bằng bền của một điện tích thứ (điểm)  $Q = +q$  trong mặt phẳng của hình vuông, và là vị trí cân bằng không bền theo trực đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng của hình vuông.
- Tính chu kỳ dao động nhỏ của điện tích  $Q$  trong mặt phẳng hình vuông.
- Nếu  $Q = -q$  thì có thay đổi gì trong các kết quả trên?

# VẬT DẪN VÀ ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG

## A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

### I - CÂN BẰNG TĨNH ĐIỆN CỦA VẬT DẪN

#### 1. Điều kiện tổng quát về cân bằng tĩnh điện của vật dẫn

Để các hạt mang điện tự do nằm cân bằng (“vĩnh mô”) trong vật dẫn cần phải có các điều kiện sau :

a) *Vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_{bt}$  tại mọi điểm trong vật dẫn phải bằng không :*

$$\vec{E}_{bt} = \vec{0} \quad (3.1)$$

Thoả mãn điều kiện này thì bên trong vật dẫn sẽ không có dòng hạt mang điện chuyển dời có hướng (dĩ nhiên là các hạt mang điện vẫn chuyển động nhiệt hỗn loạn).

b) *Thành phần tiếp tuyến  $\vec{E}_t$  của vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  tại mọi điểm trên mặt ngoài vật dẫn phải bằng không :*

$$\vec{E}_t = \vec{0} \quad (3.2)$$

Suy ra  $\vec{E} = \vec{E}_n$  ( $\vec{E}_n$  là thành phần pháp tuyến của  $\vec{E}$ ). Nói cách khác, tại mọi điểm trên mặt ngoài của vật dẫn, vectơ cường độ điện trường (và do đó, đường sức điện trường) phải vuông góc với mặt vật dẫn.

Thoả mãn điều kiện này, thì trên mặt vật dẫn sẽ không có sự chuyển dời có hướng của các hạt mang điện.

Các điều kiện trên còn được gọi là điều kiện cân bằng tĩnh điện. Sau này ta sẽ thấy rõ hơn bản chất vật lí của các điều kiện nêu trên.

#### 2. Các tính chất của vật dẫn mang điện

a) *Vật dẫn là vật dẫn thể. Đối với một quả cầu dẫn điện bán kính  $R$  mang điện tích  $Q$ , điện thế của quả cầu (cũng là điện thế tại tâm  $O$  của nó) bằng :*

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad (3.3)$$

b) *Điện tích của vật dẫn chỉ nằm trên bề mặt vật dẫn, bên trong vật dẫn không có điện tích.*

c) *Sự phân bố điện tích trên mặt vật dẫn phụ thuộc vào hình dạng của nó (Hình 3.1).*

d) *Điện trường trên mặt vật dẫn mang điện*

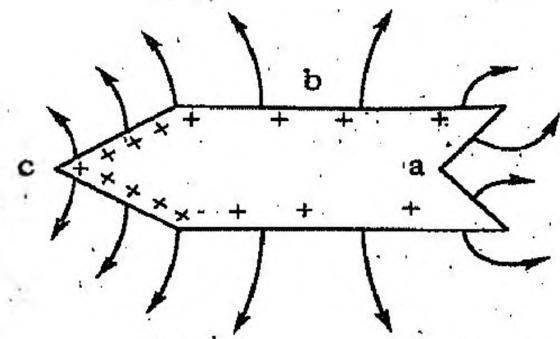
- Tại điểm trên mặt vật dẫn và ở sát mặt vật dẫn, vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  do vật tích điện tạo ra có phương vuông góc với mặt vật dẫn. Để tìm cường độ điện trường  $E$  tại điểm  $M$  sát trên mặt vật dẫn (Hình 3.2), ta áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ và chọn mặt kín  $S$  gồm một phần là mặt phẳng nhỏ  $AB$  đi qua điểm  $M$  có diện tích  $\Delta S$  và song song với mặt vật dẫn, một mặt trục có đáy là  $AB$  và có đường sinh vuông góc với mặt  $AB$ , và một phần là mặt  $A'C'B'$  tùy ý nằm trong vật dẫn. Điện thông qua mặt bên hình trụ bằng không vì pháp tuyến của mặt vuông góc với điện trường  $\vec{E}$ . Điện thông qua mặt  $A'C'B'$  bằng không vì mặt này nằm trong vật dẫn, ở đó điện trường bằng không. Do đó, điện thông toàn phần qua mặt  $S$  bằng điện thông qua mặt  $AB$ . Vì  $AB$  nhỏ nên trên mặt  $AB$ , điện trường coi như đều và điện thông qua mặt  $AB$  là:  $\Delta\Phi = E \cdot \Delta S$ . Điện tích có mặt bên trong  $S$  là diện tích của phần  $A'B'$  của mặt dẫn, nó bằng  $q = \sigma \cdot \Delta S$ , với  $\sigma$  là mật độ điện tích mặt,  $\Delta S$  là diện tích của  $A'B'$ . Theo định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ, ta có :

$$\Delta\Phi = E \cdot \Delta S = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0}$$

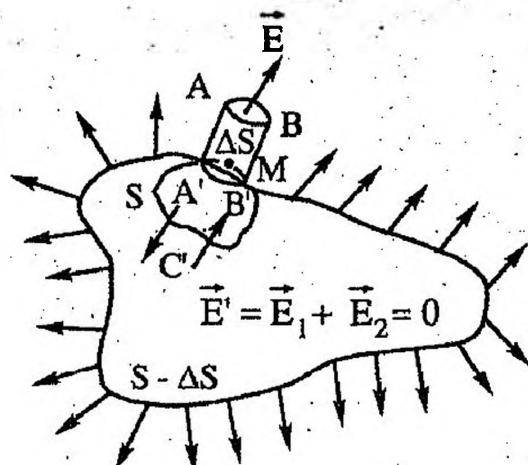
Từ đó :  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  hay  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$  . . . . . (3.4)

( $\vec{n}$  là vectơ pháp tuyến đơn vị với mặt ngoài vật dẫn tại điểm khảo sát)

- Ta nhận thấy rằng, so với cường độ điện trường của mặt phẳng vô hạn tích điện đều (với cùng mật độ điện tích  $\sigma$ ) thì cường độ điện trường ở sát mặt vật dẫn lại lớn gấp đôi (xem *Chủ đề I*).



Hình 3.1



Hình 3.2

Kết quả này được giải thích như sau : ta đã biết mặt phẳng vô hạn tích điện tạo ra điện trường ở cả hai phía của bề mặt. Kí hiệu  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  tương ứng là các vectơ cường độ điện trường do các diện tích trên mặt  $\Delta S$  (Hình 3.2) và trên diện tích còn lại ( $S - \Delta S$ ) của bề mặt vật dẫn tạo ra. Vectơ cường độ điện trường tại điểm sát bề mặt vật dẫn là :  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Rõ ràng là ở phía ngoài vật dẫn thì  $E = E_1 + E_2$ , còn ở trong vật dẫn thì  $E' = 0$ , nên  $E_1 = E_2$ , từ đó dễ dàng thấy rằng  $E = 2E_1 = 2E_2$ , hay  $E_1 = E_2 = \frac{E}{2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Điều đó có nghĩa là các diện tích trên diện tích còn lại ( $S - \Delta S$ ) của bề mặt vật dẫn đã tạo ra một điện trường có giá trị  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , làm triệt tiêu điện trường của  $\Delta S$  ở bên trong vật, nhưng nó lại làm cho cường độ điện trường ở ngoài vật dẫn tăng thêm một lượng  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , tức là bằng  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ .

- Cần chú ý thêm rằng, vì các hạt tích điện trên diện tích ( $S - \Delta S$ ) của bề mặt vật dẫn tạo ra tại diện tích  $\Delta S$  một điện trường  $\vec{E}_2$  có cường độ  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  nên chúng tác dụng lên diện tích  $\Delta S$  một lực đẩy tĩnh điện :

$$\Delta F = E_2 \Delta q, \text{ với } \Delta q = \sigma \cdot \Delta S$$

Suy ra : 
$$\Delta F = \frac{\sigma^2 \cdot \Delta S}{2\epsilon_0} \quad (3.5)$$

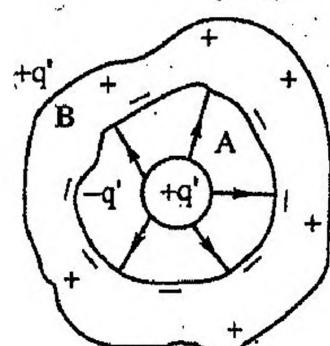
Lực  $\Delta F$  hướng theo pháp tuyến ngoài  $\vec{n}$  với bề mặt vật dẫn, có khuynh hướng đẩy phần tử  $\Delta S$  ra khỏi vật dẫn. Kết quả này là hiển nhiên, vì các hạt điện tích trên bề mặt vật dẫn là cùng dấu và đẩy nhau. Do đó, bề mặt vật dẫn mang điện tích luôn chịu tác dụng của một áp suất tĩnh điện :

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad (3.6)$$

Với  $\vec{E}$  là cường độ điện trường ở sát mặt ngoài vật dẫn.

### 3. Hiện tượng hưởng ứng (cảm ứng) tĩnh điện

- a) Giả sử có một vật dẫn đặc A mang điện tích  $+q$  và một vật dẫn B rỗng, không mang điện. Ta đưa vật A vào trong phần rỗng của vật B và không chạm vào vật B (Hình 3.3).



Hình 3.3

Khi đó ở mặt trong và mặt ngoài của vật B xuất hiện các điện tích cảm ứng  $-q'$  và  $+q'$ . Vì B bao kín quanh A, nên mọi đường sức xuất phát từ A đều kết thúc ở mặt trong của B. Như vậy điện tích cảm ứng tổng cộng  $-q'$  ở mặt trong vật B có giá trị tuyệt đối bằng điện tích tổng cộng của vật A :  $q = q'$  (3.7). (Kết quả này cũng có thể tìm được bằng cách áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ).

Ta nói rằng giữa vật A và vật B xảy ra *hiện tượng cảm ứng toàn phần (diện hưởng toàn phần)*. Trong trường hợp tổng quát, hiện tượng cảm ứng toàn phần có thể xảy ra ở các hệ vật dẫn khác nhau, không nhất thiết là phải có một vật bao kín quanh vật kia, chỉ cần chúng có hình dạng và bố trí sao cho mọi đường sức xuất phát từ vật nọ đều kết thúc ở vật kia.

b) Nếu khi vật A và B có hình dạng và vị trí tương đối sao cho chỉ một phần đường sức xuất phát từ một vật (vật A chẳng hạn) kết thúc trên vật kia, thì người ta nói rằng giữa hai vật đó xảy ra *hiện tượng cảm ứng một phần (diện hưởng một phần)*. Chẳng hạn, đặt vật A ở hình 3.3 ở ngoài vật B. Khi đó, điện tích q trên vật A có độ lớn lớn hơn điện tích cảm ứng trên vật B :

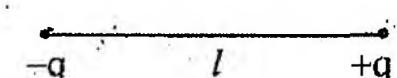
$$|q| > |q'| \quad (3.7)$$

## II – LUÔNG CỰC ĐIỆN

1. **Lưỡng cực điện** là một hệ hai điện tích có độ lớn bằng nhau nhưng trái dấu  $+q$  và  $-q$ , cách nhau một đoạn rất nhỏ so với khoảng cách từ lưỡng cực tới các điểm đang xét trong điện trường. Để đặc trưng cho lưỡng cực người ta dùng đại lượng vectơ mômen lưỡng cực điện, gọi tắt là *mômen điện* của lưỡng cực, kí hiệu  $\vec{p}_e$  :

$$\vec{p}_e = q\vec{l} \quad (3.8)$$

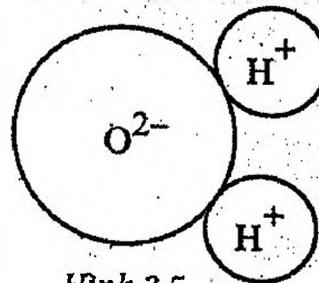
trong đó  $\vec{l}$  là vectơ hướng từ  $-q$  đến  $+q$  và có độ dài bằng khoảng cách  $l$  từ  $-q$  đến  $+q$  (Hình 3.4). Đường thẳng nối hai điện tích được gọi là trục của lưỡng cực. Đơn vị vừa  $p_e$  trong hệ SI là culông nhân mét, kí hiệu C.m.



Hình 3.4

Cần chú ý rằng, lưỡng cực điện là một hệ điện tích thường gặp trong các vật thể. Thật vậy, các phân tử (hay nguyên tử) của nhiều vật thể khi đặt trong điện trường ngoài, thì dưới tác dụng của điện trường ngoài, chúng bị biến dạng (vì các hạt mang điện cấu thành chúng bị dịch chuyển do tác dụng của điện trường), khiến cho về mặt phân bố điện tích, có thể xem chúng là lưỡng cực điện.

Ngoài ra, một số phân tử, như phân tử nước chẳng hạn, có cấu tạo sao cho tuy toàn bộ phân tử là trung hoà nhưng phân tử có thể xem là một lưỡng cực (ở phân tử nước thì do ion âm ôxi và hai ion dương hiđrô phân bố không đối xứng, xem hình 3.5).



Hình 3.5

## 2. Cường độ điện trường và điện thế gây ra bởi lưỡng cực điện

### a) Điện trường gây ra bởi lưỡng cực điện

Ta xét vectơ cường độ điện trường gây ra bởi lưỡng cực điện tại điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB nối hai điện tích của lưỡng cực (Hình 3.6a).

Để tìm vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_M$ , ta vẽ các vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  do các điện tích điểm  $+q$  và  $-q$  gây ra tại M, từ đó :  $\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ , với  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  có hướng như trên hình 3.6a và có độ lớn :

$$E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1^2}$$

Từ hình vẽ, ta có :  $E_M = 2E_1 \cos\alpha$ , với  $\cos\alpha = \frac{1}{2r_1}$

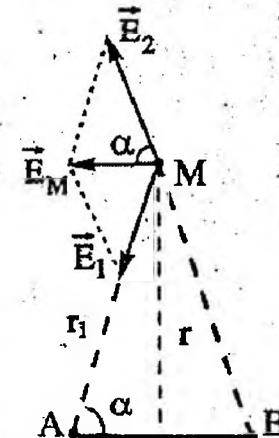
$$\text{Từ đó : } E_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{ql}{r_1^3}$$

Vì  $r \gg l$  nên  $r_1 = \sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}} \approx r$ . Mặt khác  $ql = p_e$ .

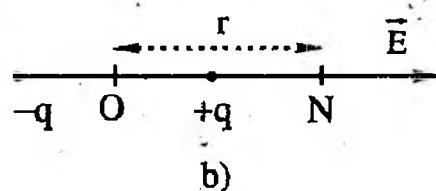
$$\text{Do đó ta được : } E_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{p_e}{r^3} \quad (3.9)$$

Vì vectơ  $\vec{E}$  song song và ngược chiều  $\vec{l}$  (tức là với  $\vec{p}_e$ ) nên ta có thể viết :

$$\vec{E}_M = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{\vec{p}_e}{r^3} \quad (3.10)$$



a)



b)

Hình 3.6

Tương tự, đối với điểm N nằm trên trục luồng cực (Hình 3.6b) ta có :

$$\vec{E}_N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}_e}{\epsilon r^3} \quad (3.11)$$

Ta thấy cường độ điện trường gây ra bởi luồng cực điện có độ lớn tỉ lệ nghịch với luỹ thừa ba của khoảng cách từ điểm khảo sát tới luồng cực.

### b) Điện thế gây ra bởi luồng cực điện

Theo công thức tính điện thế, điện thế gây ra bởi luồng cực điện tại điểm M cách luồng cực (trung điểm O của AB) một khoảng r có biểu thức (Hình 3.7) :

$$V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$$

Trong đó  $r_1, r_2$  là khoảng cách từ M đến các điện tích  $-q$  và  $+q$ .

Vì  $r_1, r_2 \gg l$ , nên  $r_1 - r_2 \approx l\cos\theta$  (với  $\theta$  là góc giữa OM và AB), và  $r_1 r_2 \approx r^2$ . Do đó :

$$V_M = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p_e \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3.12)$$

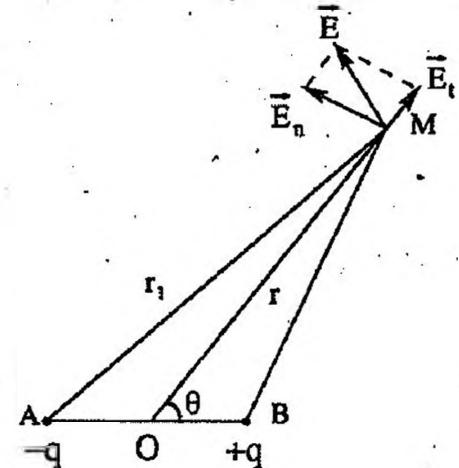
Ta thấy điện thế gây ra bởi luồng cực điện có độ lớn tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ điểm khảo sát tới luồng cực.

Dựa vào hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế (chú đề 2), từ biểu thức (3.12) của điện thế ta tìm được cường độ điện trường  $\vec{E}$  tại điểm M do luồng cực điện gây ra. Phép tính chi tiết cho ta thấy các thành phần  $\vec{E}_t$  và  $\vec{E}_n$  của vectơ  $\vec{E}$  trên phuong OM và trên phuong vuông góc với OM (Hình 3.7) có biểu thức :

$$E_n = \frac{p_e \cos\theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \quad (3.13)$$

$$E_t = \frac{p_e \sin\theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \quad (3.14)$$

Để thấy rằng, thay  $\theta = \frac{\pi}{2}$  vào (3.14) ta tìm lại được (3.9) và thay trong  $\theta = 0$  vào (3.13) ta tìm lại được (3.11).

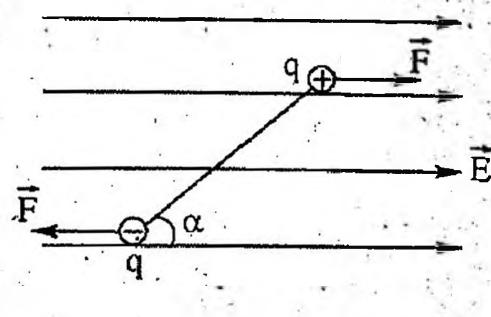


Hình 3.7

### 3. Tác dụng của điện trường lên lưỡng cực điện

#### a) Lực tác dụng lên lưỡng cực điện đặt trong điện trường

+ Trước tiên ta xét trường hợp điện trường đều (Hình 3.8). Khi đó các lực tác dụng lên hai điện tích của lưỡng cực điện có độ lớn bằng nhau ( $F = qE$ ) và ngược hướng nhau; chúng tạo nên ngẫu lực có momen  $M = qE \cdot l \sin \alpha = p_e E \sin \alpha$  (3.15) với  $\alpha$  là góc giữa vectơ  $\vec{l}$  và vectơ  $\vec{E}$ . Vectơ momen ngẫu lực  $\vec{M}$  có phương trùng với trục quay của lưỡng cực điện, tức là vuông góc với  $\vec{p}_e$  và  $\vec{E}$ .

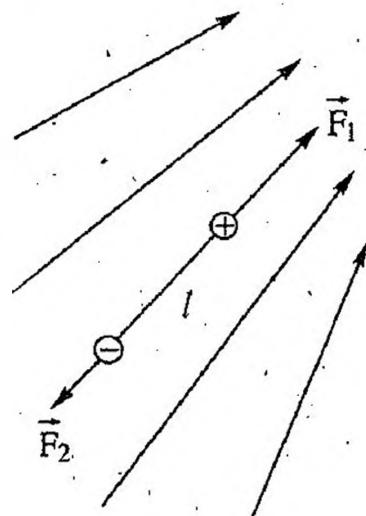


Hình 3.8

Ngẫu lực này có tác dụng làm cho lưỡng cực điện quay trong điện trường sao cho hai vectơ  $\vec{p}_e$  và  $\vec{E}$  song song với nhau. Vị trí cân bằng của lưỡng cực điện là vị trí ở đó momen ngẫu lực bằng không, ứng với  $\alpha = 0$ , và  $\alpha = \pi$ . Vị trí ứng với  $\alpha = 0$  là vị trí cân bằng bền. Còn với  $\alpha = \pi$ , ta có trạng thái cân bằng không bền, vì chỉ cần cho lưỡng cực điện quay lệch khỏi vị trí đó một chút là sẽ có xuất hiện ngay momen ngẫu lực làm nó lệch thêm khỏi vị trí này. Với quy ước momen lực làm lưỡng cực quay theo chiều kim đồng hồ có giá trị âm, thay cho (3.15) ta có thể viết :

$$M = -p_e E \sin \alpha \quad (3.16)$$

+ Nay giờ ta xét lưỡng cực điện đặt trong điện trường không đều. Đầu tiên, giả thiết rằng, lưỡng cực điện đã nằm dọc theo một đường sức của điện trường ( $\alpha = 0$ ) (Hình 3.9). Khi đó, lực tác dụng lên các điện tích không bằng nhau và lực điện tổng hợp tác dụng lên lưỡng cực điện là khác không. Ta chọn trục toạ độ x hướng theo chiều của vectơ  $\vec{p}_e$  (tức là chiều của vectơ  $\vec{l}$ ). Vì điện trường không đều, nên cường độ điện trường tại điểm đặt điện tích  $-q$  là  $E$ , còn cường độ điện trường tại điểm đặt điện tích  $+q$  là  $E' = E + \frac{\Delta E}{\Delta x} \cdot l$ .



Hình 3.9

Do đó lực tác dụng lên điện tích âm có độ lớn là  $F_2 = qE$ , và lực tác dụng lên điện tích dương có độ lớn là :  $F_1 = qE' = q \left( E + \frac{\Delta E}{\Delta x} \cdot l \right)$ .

Lực tổng hợp  $\vec{F}$  tác dụng lên lưỡng cực có độ lớn là :

$$F = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = F_1 - F_2 = ql \frac{\Delta E}{\Delta x} = p_e \frac{\Delta E}{\Delta x} \quad (3.17)$$

và hướng về phía điện trường mạnh. Dễ dàng thấy rằng, trong điện trường đều  $\frac{\Delta E}{\Delta x} = 0$ , lúc đó  $F = 0$ . Như vậy, nếu đặt một lưỡng cực điện vào trong một điện

trường không đều, thì nó chịu tác dụng của lực và ngẫu lực. Ngẫu lực có xu hướng làm cho nó quay trong điện trường cho đến khi momen lưỡng cực  $\vec{p}_e$  có phương trùng với vectơ  $\vec{E}$ ; còn lực thì có tác dụng kéo lưỡng cực về phía điện trường mạnh. Điều này giải thích tại sao đũa thuỷ tinh hay êbonít nhiễm điện lại có thể hút các vật thể nhẹ. Khi ta đưa đũa thuỷ tinh nhiễm điện lại gần các vật nhẹ, thì dưới tác dụng của điện trường do điện tích trên đũa tạo ra các vật bị nhiễm điện, trở thành các lưỡng cực điện (xem III.1); lưỡng cực điện này chịu tác dụng của điện trường không đều do đũa tạo ra, chúng bị hút về phía đũa là nơi có điện trường mạnh hơn.

### b) Thế năng của lưỡng cực điện trong điện trường

Sự định hướng của một lưỡng cực điện trong điện trường có liên quan với thế năng của nó : khi lưỡng cực ở trong định hướng cân bằng  $\vec{p}_e$  cùng chiều  $\vec{E}$ , thế năng của nó đạt giá trị cực tiểu ; thế năng của lưỡng cực có giá trị lớn hơn ở mọi định hướng khác của lưỡng cực. Bởi vì chỉ có hiệu thế năng mới có ý nghĩa vật lí, ta có thể quy ước : thế năng của lưỡng cực điện bằng 0 khi góc  $\alpha$  ở hình 3.8 bằng  $\frac{\pi}{2}$ .

Dựa vào (3.16) có thể tìm được thế năng  $W_t$  của lưỡng cực khi góc  $\alpha$  có giá trị bất kì, bằng cách tính công A mà điện trường cần thực hiện để làm lưỡng cực quay từ  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  đến  $\alpha$ .

$$\text{Phép tính chi tiết cho ta : } W_t = -p_e E \cos \alpha = -\vec{p}_e \cdot \vec{E} \quad (3.18)$$

Từ (3.18) ta thấy thế năng của lưỡng cực là nhỏ nhất ( $W_{t\min} = -p_e E$ ) khi  $\alpha = 0$ , nghĩa là khi  $\vec{p}$  và  $\vec{E}$  cùng chiều nhau, và thế năng của nó có giá trị lớn nhất ( $W_{t\max} = p_e E$ ) khi  $\alpha = 180^\circ$ , nghĩa là khi  $-\vec{p}_e$  và  $\vec{E}$  ngược chiều nhau.

### c) Chú ý

Khi lò vi sóng (thiết bị nấu chín thức ăn nhờ sóng điện từ bước sóng ngắn) hoạt động, các sóng điện từ có bước sóng ngắn (cỡ micromét) tạo ra trong lò một điện trường biến thiên nhanh, cả về cường độ lẫn chiều.

Vì phân tử nước có momen lưỡng cực lớn, nên nếu có nước trong lò, điện trường biến thiên đó sẽ tác dụng momen lực lên các phân tử nước làm cho chúng quay tối quay lui một cách liên tục để định hướng momen lưỡng cực của chúng theo chiều điện trường. Năng lượng (thể năng) mà chúng thu được từ điện trường sẽ chuyển thành năng lượng nhiệt, truyền cho khối nước làm cho nhiệt độ của nước tăng lên. Các thực phẩm có chứa nước đặt trong lò vi sóng được đun nóng (nấu) nhờ sự làm nóng nước đó. Nếu như phân tử nước không phải là lưỡng cực điện thì không có điều nói trên và lò vi sóng sẽ vô dụng !

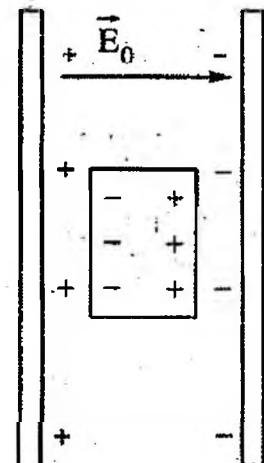
### III – SỰ PHÂN CỰC CỦA ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG.

#### ĐIỆN TRƯỜNG TRONG ĐIỆN MÔI

##### 1. Hiện tượng phân cực điện môi

a) *Khác với vật dẫn, trong điện môi hầu như không có các hạt mang điện tự do ; mọi electron đều liên kết chặt chẽ với nguyên tử.*

Tuy vậy, do điện môi được cấu tạo từ các hạt mang điện (electron và hạt nhân) nên cũng có những tính chất điện xác định. Thực nghiệm chứng tỏ : khi đặt một thanh điện môi (tấm thủy tinh) vào trong điện trường giữa hai tấm kim loại tích điện như nhau và trái dấu (Hình 3.10) thì thanh đó vẫn trung hòa điện nhưng ở hai mặt của thanh vuông góc với phương điện trường có xuất hiện những điện tích trái dấu (và do đó thanh điện môi chịu tác dụng của lực điện mà ta có thể phát hiện được bằng thực nghiệm). Hiện tượng đó được gọi là *sự phân cực điện môi* và các điện tích xuất hiện trên mặt thanh điện môi được gọi là *diện tích phân cực*.



Hình 3.10

Hiện tượng phân cực điện môi có những điểm giống nhau với hiện tượng cảm ứng tĩnh điện trên của vật dẫn, tuy nhiên nó có sự khác biệt cơ bản với hiện tượng cảm ứng tĩnh điện : đó là không thể nào tách rời các điện tích phân cực được, vì vậy các điện tích phân cực còn được gọi là *diện tích liên kết*. Các điện tích liên kết sinh ra bên trong điện môi một điện trường phụ  $\vec{E}'$  ngược chiều với điện trường ban đầu  $\vec{E}_0$  (gây ra hiện tượng phân cực), vì vậy điện trường tổng hợp bên trong điện môi bây giờ là :  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$  (3.19)

##### b) Giải thích

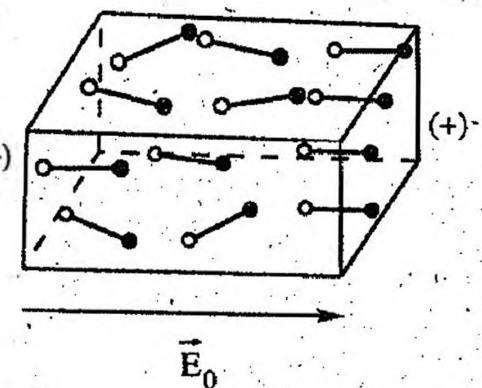
- Có hai loại phân tử điện môi :

– *Phân tử không có cực*, như phân tử  $H_2$ ,  $N_2$ , là phân tử mà momen lưỡng cực điện bằng không (electron phân bố đối xứng trong hạt nhân). Khi có tác dụng của

điện trường ngoài, các điện tích dương (hạt nhân) và điện tích âm (electron) dịch chuyển ngược chiều nhau, phân tử trở thành lưỡng cực điện.

– *Phân tử có cực*, như phân tử  $H_2O$ ,  $NH_3$ , điện môi tinh thể, là phân tử xem như lưỡng cực điện.

- Do đó, khi đặt khối điện môi trong điện trường các phân tử (là các lưỡng cực điện) chịu tác dụng của ngẫu lực, làm cho nó định hướng theo điện trường ngoài  $\vec{E}_0$  (Hình 3.11 ; trên hình 3.11 phân tử lưỡng cực biểu diễn bằng hai vòng tròn nhỏ nối với nhau, vòng tròn tô đen là điện tích dương). Kết quả là hai mặt giới hạn của khối điện môi có xuất hiện các điện tích trái dấu (tại mặt giới hạn có các đường súc điện trường đi vào thì xuất hiện điện tích âm).



Hình 3.11

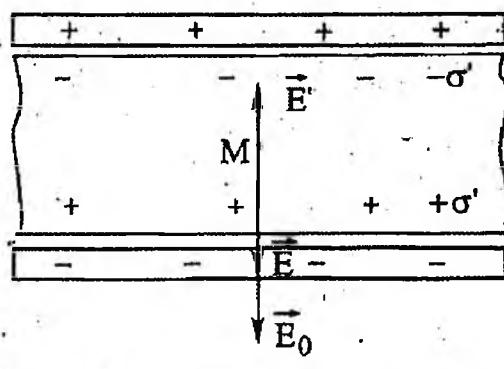
c) *Đối với điện môi đẳng hướng và đồng nhất* thì mật độ điện mặt của điện tích phân cực xuất hiện trên mặt khối điện môi có độ lớn :  $\sigma' = \chi \epsilon_0 E_n$  (3.20) với  $E_n$  là thành phần pháp tuyến (hướng vuông góc với mặt) của vectơ cường độ điện trường tổng hợp  $\vec{E}$  ( $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ ) ;  $\chi$  là hệ số phụ thuộc vào bản chất điện môi (gọi là độ cảm điện môi)

## 2. Điện trường trong điện môi

a) *Khi đặt khối điện môi trong điện trường ngoài  $\vec{E}_0$*  thì trên mặt giới hạn của nó có xuất hiện các điện tích liên kết trái dấu với mật độ điện mặt  $+\sigma'$  và  $-\sigma'$  ; các điện tích này sẽ gây ra một điện trường phụ  $\vec{E}'$ . Do đó, điện trường tổng hợp trong điện môi sẽ là :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad (3.21)$$

b) *Để xác định cường độ điện trường tổng hợp  $\vec{E}$*  ta xét một trường hợp đơn giản : một khối điện môi đồng nhất lấp đầy khoảng không gian giữa hai mặt phẳng song song vô hạn tích điện đều nhưng trái dấu (Hình 3.12) (trên hình này để cho dễ hình dung ta vẽ mặt giới hạn của khối điện môi không sát hẳn vào các mặt phẳng tích điện).



Hình 3.12

2. Phép tính chúng tò tụ điện cầu (là tụ điện có hai bán là hai mặt cầu kim loại đồng tâm) có điện dung :

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (3.27)$$

với  $R_1, R_2$  là bán kính của hai bán của tụ điện cầu.

*Chú ý :* Một quả cầu cô lập có điện dung  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$ , trong đó  $R$  là bán kính quả cầu (diện tích của quả cầu là  $Q = CV$ , với  $V$  là điện thế quả cầu).

## V – BÀI TẬP VÍ DỤ

### Ví dụ 1

Hai quả cầu kim loại 1 và 2 có bán kính  $r_1, r_2$ , mang điện tích  $q_1, q_2$ , được đặt cách xa nhau trong không khí. Nối hai quả cầu bằng dây dẫn. Hỏi electron sẽ di chuyển từ quả cầu nào sang quả cầu nào ? Xét trường hợp :

- a)  $r_1 > r_2, q_1 = q_2 > 0$ .
- b)  $r_1 > r_2, V_1 = V_2$ . So sánh  $q_1$  và  $q_2$ .
- c)  $q_1 > 0, q_2 < 0$ .

*Giải*

Quả cầu kim loại cô lập là một vật đẳng thế, diện tích của quả cầu chỉ phân bố ở bề mặt quả cầu. Điện thế của quả cầu được tính theo công thức  $V = k \frac{q}{r}$ . Khi nối hai quả cầu bằng dây dẫn, các điện tích sẽ di chuyển từ quả cầu nọ sang quả cầu kia nếu điện thế hai quả cầu khác nhau. Điện tích dương di chuyển từ nơi có điện thế cao sang nơi có điện thế thấp. Ở đây electron (mang điện tích âm) sẽ di chuyển từ quả cầu có điện thế thấp sang quả cầu có điện thế cao. Điện thế của hai quả cầu 1 và 2 là :  $V_1 = k \frac{q_1}{r_1}, V_2 = k \frac{q_2}{r_2}$ .

a) Vì  $r_1 > r_2$  và  $q_1 = q_2$  nên  $V_1 < V_2$ . Electron sẽ di chuyển từ quả cầu 1 sang quả cầu 2.

b) Vì  $V_1 = V_2$  nên các electron không di chuyển, hơn nữa  $q_1$  và  $q_2$  cùng dấu.

Mặt khác  $r_1 > r_2$ , nên từ  $k \frac{q_1}{r_2} = k \frac{q_2}{r_1}$  ta suy ra :  $|q_1| > |q_2|$ .

Trong trường hợp ta xét, điện trường  $\vec{E}_0$  là điện trường đều. Khối điện môi đó bị phân cực và trên các mặt giới hạn của nó có xuất hiện các điện tích liên kết với mật độ điện mặt  $+\sigma'$  và  $-\sigma'$ . Các điện tích liên kết này gây ra trong khối điện môi điện trường phụ  $\vec{E}'$  cùng phương nhưng ngược chiều với  $\vec{E}_0$ . Vecto cường độ điện trường tổng hợp :  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$  có phương và chiều như  $\vec{E}_0$  và có cường độ :

$$E = E_0 - E' \quad (3.22)$$

Ta đã biết (áp dụng định lí O – G) :

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \text{ với } \sigma' = \chi \epsilon_0 E_n = \chi \epsilon_0 E \text{ (theo (3.20))},$$

do đó :

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \chi E \quad (3.23)$$

Từ đó, ta có :  $E = E_0 - E' = E_0 - \chi E$

hay

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (3.24)$$

trong đó  $\epsilon = 1 + \chi$  là một hằng số phụ thuộc vào bản chất của điện môi, được gọi là hằng số điện môi mà ta đã sử dụng khi xét lực điện và điện trường trong môi trường.

#### IV – ĐIỆN DUNG CỦA TỤ ĐIỆN – ĐIỆN MÔI

1. Xét một tụ điện phẳng mà khoảng không gian giữa hai bản chứa đầy một chất điện môi có hằng số điện môi  $\epsilon$ . Ta biết khi đó, điện trường giữa hai bản là đều nhưng cường độ điện trường nhỏ hơn so với trường hợp giữa hai bản là chân không (hoặc không khí)  $\epsilon$  lần. Áp dụng hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế, ta tìm được hiệu điện thế giữa hai bản là :

$$U = V_1 - V_2 = Ed = \frac{d\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{dQ}{\epsilon_0 \epsilon S} \quad (3.25)$$

( $d$  là khoảng cách giữa hai bản ;  $\sigma$  là mật độ điện tích trên bản và  $Q$  là điện tích trên bản (diện tích tụ điện)). Từ đó, theo định nghĩa của điện dung  $C$  của tụ điện ta có :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \quad (3.26)$$

nghĩa là điện dung của tụ điện điện môi lớn hơn điện dung của tụ điện không khí  $\epsilon$  lần.

c) Vì  $q_1 > 0$ ,  $q_2 < 0$  nên  $V_1 > 0$  và  $V_2 < 0$  nghĩa là  $V_1 > V_2$ : electron sẽ di chuyển từ quả cầu 2 sang quả cầu 1.

*Chú ý:* Trong mọi trường hợp, electron di chuyển cho đến khi nào hiệu điện thế hai quả cầu trở thành bằng nhau thì electron ngừng lại, không di chuyển từ quả cầu nọ sang quả cầu kia nữa.

### Ví dụ 2

Một vật dẫn A hình cầu bán kính  $R_1 = 3\text{cm}$ , tích điện đến điện thế  $V_1 = 4\text{V}$ , được đặt đồng tâm với một vỏ cầu mỏng B bằng kim loại có bán kính trong  $R_2 = 12\text{cm}$  và bán kính ngoài  $R_3 = 12,1\text{cm}$ , vỏ cầu này gồm hai bán cầu ban đầu được úp khít vào nhau và sau đó được tích điện đến điện thế  $V_2$ . Hỏi điện thế  $V_2$  phải có trị số (dương) tối thiểu bằng bao nhiêu để hai bán cầu có thể tự tách rời nhau.

Bỏ qua tác dụng của trọng lực hai bán cầu.

*Giải*

Kí hiệu  $q_1$  là điện tích của vật A, mật độ điện tích mặt của A là :

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2} \quad (1)$$

Mật độ điện tích mặt của mặt trong vỏ cầu B là (hiện tượng hưởng ứng toàn phần) :

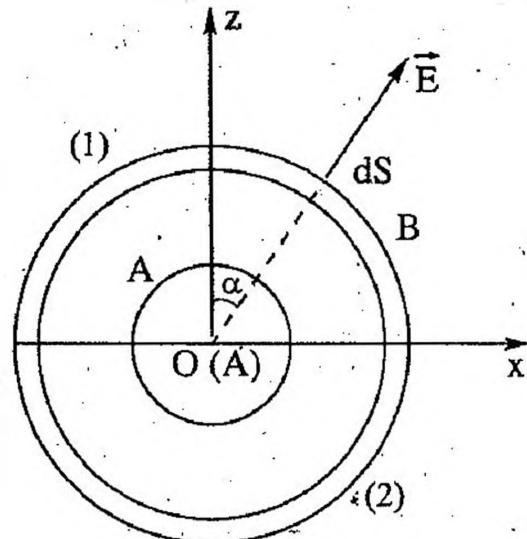
$$\sigma_2' = -\frac{q_1}{4\pi R_2^2} \quad (2)$$

Mặt ngoài của vỏ cầu B, do nối với điện thế  $V_2$ , mang điện tích :  $q''_2 = 4\pi\epsilon_0 R_3 V_2$ , và mật độ điện tích mặt của mặt ngoài của B là :

$$\sigma''_2 = \frac{q''_2}{4\pi R_3^2} = \frac{\epsilon_0 V_2}{R_3} \quad (3)$$

Xét bán cầu (1) của vỏ cầu B, và Oz là trục đối xứng của nó (Hình 3.13). Mỗi phần tử  $dS$  của mặt ngoài bán cầu (1) chịu tác dụng lực đẩy tĩnh điện :

$$d\vec{F}_{ng} = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} dS \vec{n}$$



Hình 3.13

Vì lí do đối xứng, tổng hợp  $d\vec{F}_{ng}$  của các lực đẩy tĩnh điện tác dụng lên mặt ngoài bán cầu (1) sẽ hướng theo trục Oz. Thành phần trên Oz của  $d\vec{F}_{ng}$  là :

$$dF_z = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} dS \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Với  $dS \cdot \cos \alpha$  chính là hình chiếu của  $dS$  lên mặt phẳng  $xOy$  vuông góc với Oz.

Từ đó suy ra  $\vec{F}_{ng}$  có độ lớn :

$$\begin{aligned} F_{ng} &= \sum dF_z = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \sum dS \cdot \cos \alpha = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \pi R_3^2 \\ \Rightarrow F_{ng} &= \frac{\pi}{2\epsilon_0} (\epsilon_0 V_2)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Lập luận tương tự tìm được lực  $F_{tr}$  tác dụng lên mặt trong bán cầu (1) có chiều ngược chiều dương của Oz và có độ lớn :

$$F_{tr} = \frac{(\sigma'')^2}{2\epsilon_0} \pi R_2^2 \quad (6)$$

Cũng có thể tìm được kết quả này bằng cách tìm hợp lực các lực tác dụng lên mặt trong bán cầu (1) : do vật A và do mặt trong của bán cầu (2)).

Để tìm  $\sigma_2'$  (tức là tìm  $q_1$ ), áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xo tìm được cường độ điện trường trong khoảng không gian giữa A và B :

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Từ đó suy ra : } V_2 - V_1 = - \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$\Rightarrow (\text{theo (2)} : \sigma_2' = - \frac{q_1}{4\pi R_2^2} = \frac{\epsilon_0 (V_2 - V_1)}{R_2} \cdot \frac{R_1}{R_2 - R_1}$$

$$\text{Do đó theo (5) ta có : } F_{ng} = \frac{\pi}{2\epsilon_0} \left[ \frac{\epsilon_0 (V_2 - V_1) R_1}{R_2 - R_1} \right]^2$$

Như vậy hợp lực tác dụng lên toàn bộ bán cầu (1) có hướng theo chiều dương của Oz và có độ lớn :

$$F = \frac{\pi \epsilon_0 V_2^2}{2} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{V_1}{V_2} - 1 \right)^2}{\left( 1 - \frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$$

Hai bán cầu có thể tách rời nhau khi :

$$F \geq 0 \Rightarrow V_2 \geq \frac{R_1}{R_2} V_1 = 1V \Rightarrow V_{2\min} = 1V$$

### Ví dụ 3

Một luồng cực điện có momen  $\vec{p}$ , có tâm O, được đặt dọc theo trục x'Ox.

Luồng cực nằm trong một điện trường đều  $E_0$  hướng theo trục x'Ox.

- a) Tìm biểu thức cho điện thế V của hệ gồm luồng cực và điện trường, tại một điểm M có tọa độ cực  $r$  và  $\theta$ , ở đủ xa luồng cực. Người ta giả thiết điện thế của điện trường đều  $\vec{E}_0$  bằng không tại điểm O.
- b) Xác định mặt đẳng thế  $V = 0$ .
- c) Chứng minh rằng cường độ điện trường trên mặt đẳng thế  $V = 0$  có giá trị  $3E_0 \cos \theta$ .

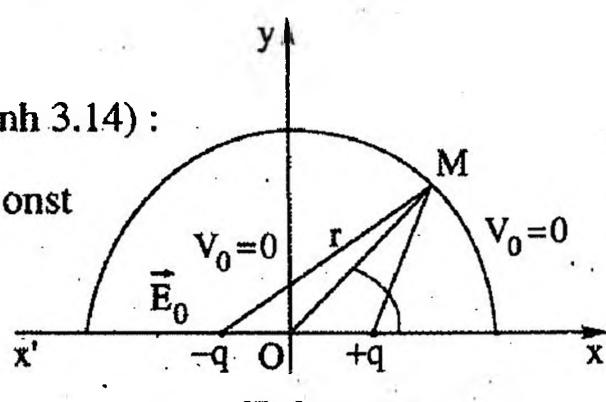
*Giai*

a) Biểu thức cho điện thế V tại M ( $r, \theta$ ) (Hình 3.14) :

$$V_E = \int E_0 dr = - \int E_0 dx = -E_0 x + \text{const}$$

tại điểm O,  $x = 0$ ,  $V_0 = 0$ , nên

$$V_E = -E_0 x, \text{ hay } V_E = -E_0 r \cos \theta.$$



Điện thế của luồng cực ở M xa điểm O là :  $V_I = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e \cos \theta}{r^2}$ .

Thế tổng hợp ở M là  $V_M = V_E + V_I$  nên :  $V_M = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^2} - E_0 r \right) \cos \theta$ .

b) Mặt đẳng thế ứng với  $V = 0$

\*  $\cos\theta = 0$  hay  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Đó là mặt phẳng trung trực của luồng cực.

\*  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P_e}{r^2} - E_0 r = 0$  nên  $r^3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P_e}{E_0}$  đó là mặt cầu tâm O bán kính

$$r = \sqrt[3]{\frac{P_e}{4\pi E_0}}$$

c) Điện trường ở  $M(r, \theta)$  có các thành phần :

$$* E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \left( \frac{2P_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} + E_0 \right) \cos\theta$$

$$* E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \left( \frac{P_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} - E_0 \right) \sin\theta$$

Trên mặt đẳng thế  $V = 0$  thì  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P_e}{r^3} = E_0$ . Vậy ở đó :  $\vec{E} \begin{cases} E_r = 3E_0 \cos\theta \\ E_\theta = 0 \end{cases}$

Do đó,  $E_0 = 0$  và  $\vec{E} \parallel \vec{r}$  (vì mặt đẳng thế là mặt cầu).

#### Ví dụ 4

Khoảng cách giữa hai bản của một tụ điện phẳng không khí là  $d = 1,5\text{cm}$ . Người ta đặt vào hai bản một hiệu điện thế  $U = 3,9 \cdot 10^4 \text{V}$ .

a) Hỏi tụ điện có bị “đánh thủng” không ? Cho biết không khí trở thành dẫn điện khi cường độ điện trường lớn hơn giá trị  $E_k = 3 \cdot 10^6 \text{V/m}$  ( $E_k$  thường được gọi là điện trường giới hạn).

b) Nếu khi đó lại đặt vào giữa hai bản một bản thủy tinh dày  $3\text{mm}$ , có hằng số điện môi  $\epsilon = 7$  thì tụ điện có bị hỏng không, biết rằng điện trường giới hạn đối với thủy tinh là  $E_t = 10^7 \text{V/m}$ .

#### *Giải*

Điện trường giới hạn đối với một vật liệu cách điện là điện trường nhỏ nhất để xảy ra hiện tượng phóng điện đám xuyên trong vật liệu đó, nghĩa là nếu điện trường lớn hơn giá trị này, vật liệu không còn là cách điện nữa (và trở thành dẫn điện).

a) Khi chưa có tấm thủy tinh, cường độ điện trường trong tụ điện là :

$$E = \frac{U}{d} = 2,6 \cdot 10^4 \text{ V/m} < E_k : \text{tụ điện không bị "đánh thủng" (nổ).}$$

b) Khi có tấm thủy tinh, điện dung của tụ điện tăng lên. Do đó với cùng một hiệu điện thế  $U$  giữa hai bán tụ điện, điện tích ở các bán tăng lên, làm cho điện trường trong khoảng không khí tăng lên. Gọi  $E_1$  và  $E_2$  là cường độ điện trường trong phân không khí và trong tấm thủy tinh, ta có :

$$U = E_1(d - l) + E_2l, \text{ với } E_2 = \frac{E_1}{\epsilon}$$

$$\text{Từ đó : } E_1 = \frac{U}{d - l + \frac{l}{\epsilon}} = 3,14 \cdot 10^6 \text{ V/m} > E_k.$$

không khí bị đâm xuyên và trở nên dẫn điện. Vì vậy, khi đó hiệu điện thế  $U$  của nguồn đặt trực tiếp vào hai mặt tấm thủy tinh. Điện trường trong tấm thủy tinh bây giờ là :  $E'_2 = \frac{U}{l} = 1,3 \cdot 10^7 \text{ V/m} > E_1$  : thủy tinh bị đâm xuyên và tụ điện bị "nổ".

### Ví dụ 5

Cho một tụ điện cầu không khí, bán kính hai bán là  $R_1 = 1\text{cm}$ , và  $R_2 = 3\text{cm}$ , hiệu điện thế giữa hai bán là  $U_0 = 450\text{V}$ , bán trong tích điện dương.

- a) Tính cường độ điện trường tại điểm cách tâm O của hai bán là 1,5cm.
- b) Một electron chuyển động với vận tốc ban đầu bằng không dọc theo đường sức điện trường từ vị trí cách tâm O một khoảng  $r_1 = 2,5\text{m}$ . Tìm vận tốc của electron khi nó cách O một khoảng  $r_2 = 1,5\text{cm}$ .

*Giải*

- a) Kí hiệu  $q$  là điện tích tụ điện. Cường độ điện trường tại điểm M trong khoảng giữa hai bán chỉ do bán trong gây ra :

$$E = \frac{kq}{r^2}, \text{ với } r = OM.$$

$$\text{Biết điện dung của tụ điện : } C = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)} (\epsilon = 1)$$

và áp dụng công thức  $q = CU_0$ , suy ra :

$$q = \frac{R_1 R_2 U_0}{k(R_2 - R_1)}. \quad (1)$$

và từ đó :  $E = \frac{R_1 R_2 U_0}{r^2(R_2 - R_1)} = 3 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

b) Công của lực điện trường chuyển thành động năng của electron :

$$\frac{mv^2}{2} = A$$

Ta có :  $dA = e dV = -e E dr = \frac{-keq}{r^2} dr \Rightarrow A = \int_{r_2}^{r_1} -\frac{keq}{r^2} dr = \frac{keq(r_1 - r_2)}{r_1 r_2}$

$$\Rightarrow A = \frac{e U_0 R_1 R_2 (r_1 - r_2)}{r_1 r_2 (R_2 - R_1)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e U_0 R_1 R_2 (r_1 - r_2)}{m_1 r_2 (R_2 - R_1)}} = 79,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

## B. BÀI TẬP

3.1. Hãy tính điện thế ở trên mặt của một hạt nhân vàng (xem như có dạng hình cầu). Biết bán kính của hạt nhân vàng  $R = 6,2 \cdot 10^{-15}$  và nguyên tử số Z của vàng bằng 79.

3.2. Có thể tạo ra một điện tích  $10^{-8} \text{ C}$  một cách đơn giản bằng cọ xát (nhiễm điện do cọ xát). Tính điện thế của một quả cầu kim loại cô lập, bán kính 10cm, mang điện tích nói trên.

3.3. Đặt điện tích q tại tâm O của một vỏ kim loại hình cầu cô lập và trung hòa điện.

a) Xác định cường độ điện trường  $\vec{E}$  tại các điểm trong phần rỗng và bên ngoài vỏ cầu. Chứng tỏ rằng cường độ điện trường  $\vec{E}$  có các giá trị phù hợp tương ứng tại các điểm ở gần mặt trong và mặt ngoài của vỏ cầu. Cho biết cường độ điện trường ở gần mặt một vật dẫn tích điện có phương vuông góc với mặt vật dẫn và có độ lớn  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , với  $\sigma$  là mật độ điện tích mặt tại vị trí khảo sát trên vật dẫn.

b) Một điện tích  $q_1$  đặt bên ngoài vỏ cầu chịu tác dụng một lực  $\vec{F}_1$  do sự có mặt của điện tích  $q$  bên trong vỏ cầu. Khi đó điện tích  $q$  có chịu tác dụng lực điện do sự có mặt của  $q_1$  hay không? Hãy bình luận kết quả thu được.

c) Lực  $\vec{F}_1$  có cường độ lớn hơn hay nhỏ hơn so với khi không có mặt vỏ cầu?

d) Nay giờ thay đổi điện tích  $q_1$  bằng điện tích  $q_2 = 2q_1$  (vẫn giữ nguyên vị trí đối với vỏ cầu). Khi đó lực tác dụng lên  $q_2$  có bằng  $2F_1$  không? Kết quả thu được có gì mâu thuẫn với khái niệm điện trường, với nguyên lý chồng chất hay không?

Gợi ý: Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ và hiện tượng hưởng ứng tĩnh điện.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1999 – 2000)

3.4. Hai quả cầu kim loại 1 và 2 bán kính  $R_1 = 2,5\text{cm}$ ,  $R_2 = 7,5\text{cm}$  và có điện tích  $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}\text{C}$ ,  $q_2 = 10^{-8}\text{C}$ , đặt cách xa nhau (coi như hai quả cầu cô lập). Nối hai quả cầu đó bằng một dây dẫn mảnh.

a) Hỏi electron sẽ dịch chuyển từ quả cầu nào sang quả cầu nào?

b) Tính điện tích của mỗi quả cầu và số electron đã di chuyển qua dây sau đó.

3.5. Một quả cầu kim loại có bán kính  $R_1$  được tích điện đến điện thế  $V$  rồi được bao bằng một vỏ cầu kim loại đồng tâm bán kính  $R_2$ .

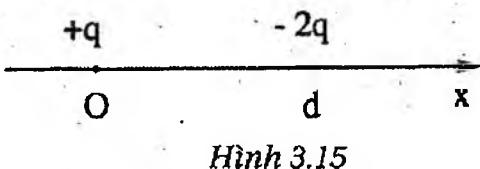
a) Điện thế của quả cầu thay đổi ra sao nếu nó được nối với vỏ cầu bằng một dây dẫn?

b) Tính điện thế của quả cầu khi vỏ cầu được nối với đất.

c) Tính điện dung của tụ điện do quả cầu và vỏ cầu tạo ra.

Gợi ý: Áp dụng công thức tính điện thế của vỏ cầu mang điện và tính chất của vật dẫn mang điện.

3.6. Trên trục Ox người ta đặt một điện tích điểm  $q$  ( $q > 0$ ) tại gốc O, và một điện tích  $-2q$  tại điểm có hoành độ  $d$  (Hình 3.15).



Hình 3.15

1. Tính điện thế tại mọi điểm trên trục là hàm của  $x$  (chọn  $V = 0$  tại điểm xa vô cùng). Xác định vị trí các điểm tại đó  $V = 0$  và tại đó  $E = 0$ .

2. Tìm vị trí của mặt đẳng thế  $V = 0$ .

3.7. Hai mặt của một tụ điện phẳng có diện tích  $S$ , cách nhau một khoảng  $d$ . Điện tích của tụ điện là  $Q$  và các bản không nối với nguồn. Tính công cần thực hiện để tách hai bản cách xa nhau thêm một đoạn  $\Delta d$ . Từ đó suy ra biểu thức của lực hút giữa hai bản.

Gợi ý: Từ độ biến thiên của hiệu điện thế (biết  $\Delta d$ ) suy ra độ biến thiên năng lượng.

3.8. Một tụ điện  $C_0$  có điện dung  $C_0 = 10\mu F$  được tích điện nhờ hiệu điện thế  $U_0 = 80V$ . Sau đó, người ta dùng tụ điện này để tích điện lần lượt cho các tụ điện  $C_1, C_2, C_3 \dots, C_n$  có điện dung bằng nhau

$$C_1 = C_2 = \dots = C_n = C = 1\mu F$$

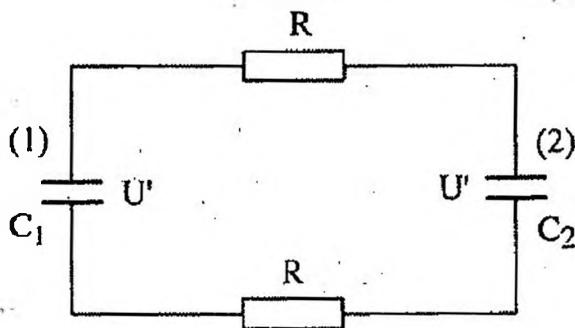
a) Viết biểu thức điện tích còn lại trên tụ điện  $C_0$  sau khi đã tích điện cho tụ điện  $C_n$  và hiệu điện thế trên tụ điện  $C_n$ .

b) Nếu sau khi đã tích điện, đem các tụ điện  $C_1, C_2, \dots, C_n$  mắc nối tiếp với nhau thành bộ tụ điện thì bộ tụ điện này có hiệu điện thế bằng bao nhiêu? Tính hiệu điện thế này khi  $n \rightarrow \infty$ .

3.9. Hai tụ điện  $C_1 = 2\mu F; C_2 = 0,5\mu F$ , có một bản nối đất, hiệu điện thế giữa các bản phía trên và các bản nối đất của các tụ điện lần lượt bằng  $U_1 = 100V$ ;

$U_2 = -50V$  (Hình 3.16). Tính nhiệt lượng tỏa ra khi nối các bản phía trên (bản không nối đất) của hai tụ điện bằng một dây dẫn.

3.10. Hai tụ điện phẳng không khí giống nhau có diện tích bằng  $S = 400cm^2$  và khoảng cách giữa các bản là  $d_1 = 0,6mm$ , được nối với nhau bằng hai điện trở  $R = 12,5 k\Omega$  như trên hình 3.17.

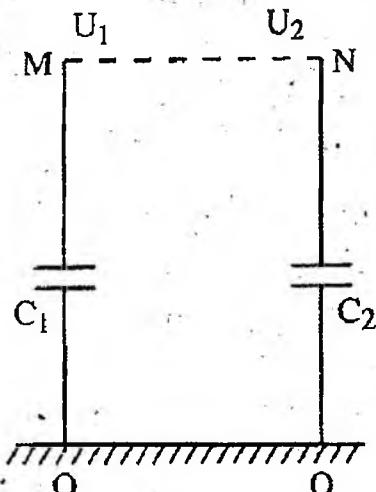


Hình 3.17

Các bản được đưa ra cách nhau  $d_2 = 1,8mm$  trong thời gian  $t = 3s$  theo 2 cách: lần đầu đồng thời tách xa các bản của cả hai tụ, lần sau lần lượt tụ này rồi đến tụ kia. Biết hiệu điện thế giữa các bản của hai tụ lúc đầu là  $U = 500V$ . Hỏi trường hợp nào tốn nhiều công hơn và tốn bao nhiêu?

Gợi ý: Áp dụng các công thức về tụ điện.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1988 – 1989)



Hình 3.16

3.11\*. Hai quả cầu kim loại, bán kính  $R_1$  và  $R_2$ , được đặt cách xa nhau một khoảng rất lớn so với bán kính của chúng. Một điện tích  $Q$  được phân bố cho 2 quả cầu đó sao cho thế năng của hệ đạt cực tiểu.

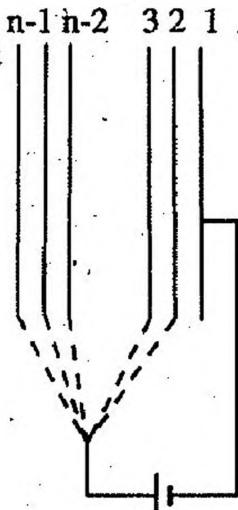
1. Hãy tính diện tích của mỗi quả cầu khi đó. Chứng minh rằng hiệu điện thế giữa hai quả cầu đó bằng 0.
2. Có thể đạt được sự phân bố như trên bằng cách nào?
3. Giả sử  $R_1 = R_2$  và ban đầu toàn bộ điện tích  $Q$  là của quả cầu 1.
  - a) Tính thế năng của hệ.
  - b) Nối hai quả cầu bằng một dây dẫn, điện tích  $Q$  được phân bổ lại. Tính thế năng mới của hệ. Bạn suy nghĩ gì về sự bảo toàn năng lượng trong thao tác này?

*Gợi ý:* Áp dụng công thức tính thế năng của quả cầu mang điện.

3.12. Cho  $n$  bản kim loại mỏng giống hệt nhau, đặt song song và cách đều nhau (Hình 3.18). Cực âm của một nguồn điện không đổi được nối với bản 1.

Còn cực dương của nguồn điện được lần lượt nối với các bản  $n$ ,  $n-1$ ,  $n-2 \dots 2$ . Tìm tỉ số các độ lớn của diện tích  $\left| \frac{q_3}{q_1} \right|$  của bản 3 và bản 1 khi cực dương của nguồn đã nối với bản 2.

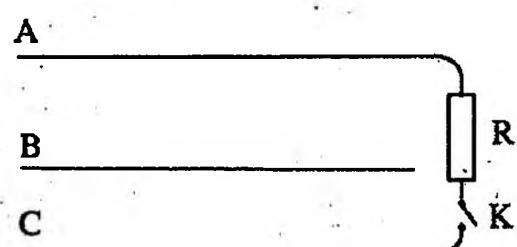
*Gợi ý:* Điện dung của tụ điện phẳng không thay đổi khi đưa vào khoảng giữa hai bản các tấm kim loại mỏng đặt song song với hai bản.



Hình 3.18

3.13. Ba tấm kim loại phẳng A, B, C giống nhau đặt song song với nhau. Khoảng cách giữa hai tấm A và B là  $d_1$ , giữa hai tấm B và C là  $d_2$ . Tấm A được nối với tấm C qua một điện trở  $R$  và khóa K (Hình 3.19). Lúc đầu K mở và các tấm A, B, C lần lượt có điện tích 0,  $q$  và  $-q$ . Đóng khóa K.

- a) Tính số electron di chuyển qua  $R$ .
- b) Tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở  $R$ .



Hình 3.19

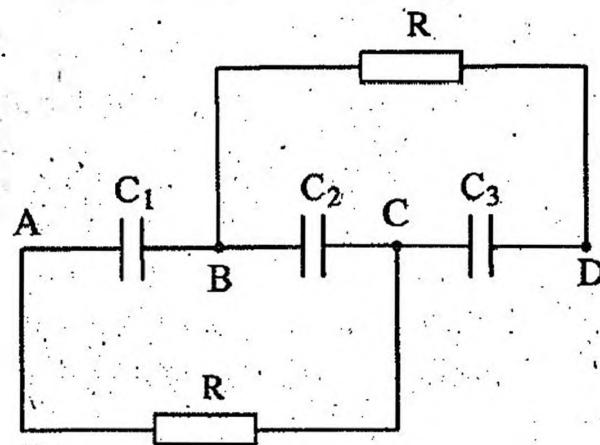
c) Tính ước lượng khoảng thời gian các electron di chuyển qua R. Cho biết :  
 $q = 8 \cdot 10^{-3} C$ ;  $d_1 = 3d_2 = 0,3\text{mm}$ ;  $R = 1k\Omega$ ; diện tích mỗi tấm  $S = 628\text{cm}^2$ .

Gợi ý : Áp dụng công thức về tụ điện phẳng và định luật bảo toàn điện tích.

**3.14.** Có ba tụ điện giống nhau  $C_1$ ,  $C_2$  và  $C_3$  có cùng điện dung C được mắc nối tiếp với một nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E} = 18V$ . Sau khi các tụ điện đã được tích điện, người ta ngắt chúng khỏi nguồn rồi mắc với hai điện trở bằng nhau  $R = 0,5\Omega$  theo sơ đồ như trên hình 3.20. Hãy tính :

a) Hiệu điện thế giữa hai bản của mỗi tụ điện khi đã mắc với các điện trở vào sơ đồ trên.

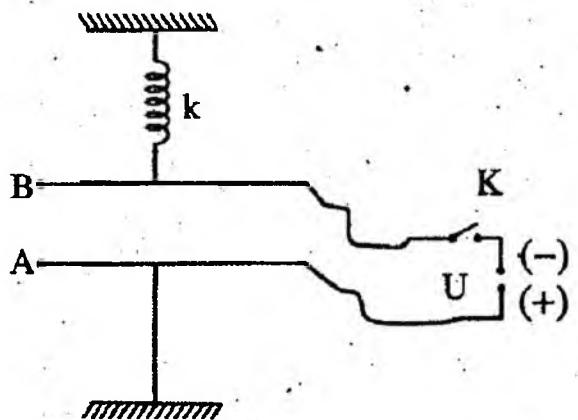
b) Cường độ dòng điện qua các điện trở tại thời điểm mà hiệu điện thế giữa hai bản tụ  $C_2$  chỉ bằng  $\frac{\mathcal{E}}{10}$ .



Hình 3.20

Gợi ý : Áp dụng công thức về tụ điện và xét sự thay đổi của hiệu điện thế giữa hai bản của  $C_2$  khi mắc các tụ điện với điện trở.

**3.15.** Một tụ điện phẳng, diện tích hai bản là  $S$ , được đặt nằm ngang như trên hình 3.21, bản dưới A được giữ cố định, bản trên B khối lượng không đáng kể được nối với một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ . Hai bản được nối với nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  qua khóa K. Ban đầu, khóa K mở, hai bản cách nhau một khoảng  $d$  và lò xo có độ dài tự nhiên.



Hình 3.21

a) Sau khi đóng khóa K, người ta thấy khoảng cách giữa hai bản chỉ còn bằng  $\frac{9}{10}d$ . Nếu đóng khóa K trong khoảng thời gian rất ngắn để bản B dịch chuyển chưa đáng kể, rồi ngay sau đó lại ngắt K thì vị trí cân bằng của B sẽ thay đổi ra sao ?

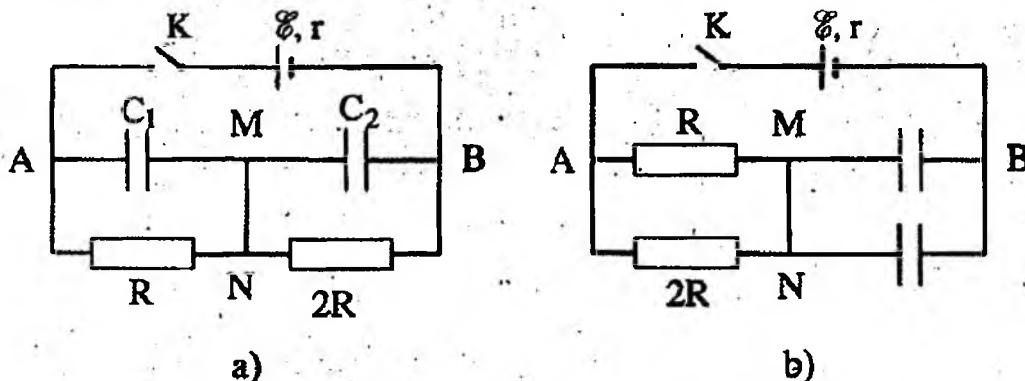
b) Tìm giá trị cực đại mà hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện có thể đạt được khi bản B nằm cân bằng.

Gợi ý : Áp dụng công thức về tụ điện phẳng và điều kiện cân bằng.

3.16. Cho mạch điện gồm nguồn điện ( $\mathcal{E}$ ,  $r = \frac{R}{2}$ ) hai tụ điện  $C_1 = C_2 = C$  (ban đầu chưa tích điện) và hai điện trở  $R$ ,  $2R$  mắc theo 2 sơ đồ a và b, như trên hình 3.22. Ban đầu K ngắt.

a) Tính điện lượng chuyển qua dây dẫn MN khi đóng K.

b) Tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở ở sơ đồ b khi đóng K.



Hình 3.22

Gợi ý : Áp dụng các công thức về tụ điện (đặc biệt là năng lượng tụ điện) và định luật bảo toàn năng lượng.

3.17. Điện trường giới hạn (đánh thủng) đối với không khí là  $E_k = 3 \cdot 10^4$  V/cm. Hỏi một quả cầu kim loại bán kính 10cm đặt cô lập có thể tích điện đến điện thế bao nhiêu ? Tính mật độ điện tích cực đại có thể tích cho quả cầu đó.

3.18. Một viên bi kim loại bán kính  $R = 1,5$  cm mang điện tích  $q = 10\mu\text{C}$ . Tính lực tác dụng lên một nửa mặt ngoài viên bi.

Gợi ý : Áp dụng công thức tính áp suất tĩnh điện (lực đẩy tĩnh điện) tác dụng lên một phần tử mặt ngoài, sau đó tìm tổng hợp lực.

3.19. Một hạt bụi tích điện nằm cân bằng bên trong một tụ điện phẳng nằm ngang. Hạt bụi có bán kính  $r = 2\mu\text{m}$  và có 3 electron dư. Khối lượng riêng trung bình của hạt bụi bằng  $\rho = 0,8\text{g/cm}^3$ .

1. Tính hiệu điện thế  $U$  của tụ điện nếu hai bản tụ điện cách nhau  $d = 8\text{mm}$ .

2. Điều gì sẽ xảy ra nếu ta dịch chuyển một trong 2 bản tụ điện theo phương thẳng đứng trong 2 trường hợp :

a) Trong khi dịch chuyển các bản tụ điện vẫn nối với nguồn ?

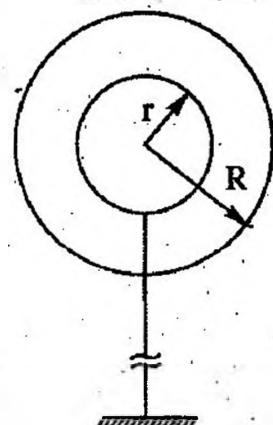
b) Trước khi dịch chuyển đã ngắt tụ điện khỏi nguồn ?

3.20. Hai mặt cầu kim loại bán kính  $R_1 = 2\text{cm}$ ,  $R_2 = 4\text{cm}$ , đồng tâm, mang điện tích  $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}\text{C}$  và  $q_2 = -10^{-8}\text{C}$ . Tính năng lượng toàn phần của hệ hai mặt cầu đó.

3.21. Trong một vỏ cầu kim loại mỏng, bán kính  $R = 10\text{cm}$  có một hình cầu kim loại đồng tâm, bán kính  $r = 10\text{cm}$ , nối với đất bằng một dây dẫn rất dài đi qua một lỗ của vỏ cầu. Vỏ cầu được truyền điện tích  $Q = 10^{-8}\text{culông}$ . Tính điện thế của nó và điện dung của hệ thống vật dẫn tạo thành. Vẽ sơ đồ điện tương đương (Hình 3.23).

(Trích đề thi Olimpic Vật lí, năm 1970 ở Liên Xô)

Gợi ý : Áp dụng công thức tính điện thế, điện dung của vỏ cầu.



Hình 3.23

3.22. Xét điểm M trong một điện trường đều  $\vec{E}_0$  có hoành độ x (trục Ox có hướng song song với  $\vec{E}_0$ ) và  $\overline{OM}$  hợp với góc Ox góc  $\theta$  (Hình 3.23).

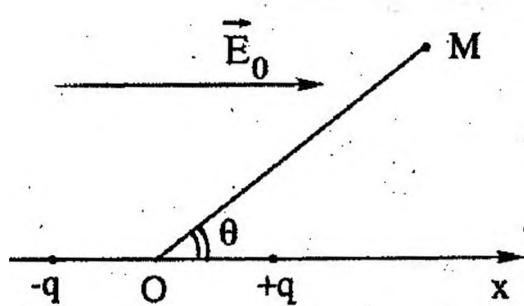
a) Tính điện thế  $V_1$  tại điểm M. Chọn

$V_1 = 0$  tại  $x = 0$ .

b) Đặt tại điểm O một lưỡng cực, gồm 2 điện tích  $+q$  và  $-q$  đặt cách nhau một khoảng  $l$  và vec tơ  $\vec{l}$  hướng theo trục Ox (Hình 3.24). Tính điện thế tại điểm M.

c) Chứng minh rằng có tồn tại một mặt cầu tâm O bán kính R tại đó điện thế bằng 0. Tính R.

d) Xác định hướng và độ lớn của vectơ cường độ điện trường tại một điểm bất kì trên mặt cầu đó.



Hình 3.24

e) Thay mặt cầu đó bằng một mặt cầu kim loại mà không làm thay đổi điện thế tại mọi điểm bên ngoài. Tính mật độ điện mặt  $\sigma$  tại mọi điểm của mặt cầu.

Gợi ý : Áp dụng công thức về luồng cực điện và hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế.

3.23. Một luồng cực điện có momen  $p_e = 10^{-11} \text{ C.m}$  được đặt cố định cách một dây dẫn thẳng, dài một khoảng  $r = 20\text{cm}$ . Dây dẫn tích điện đều với mật độ điện dài  $\lambda = 10^{-4} \text{ C/m}$ . Xét lực tác dụng lên luồng cực điện trong hai trường hợp :

a) Luồng cực nằm dọc theo dây dẫn.

b) Trục của luồng cực vuông góc và đi qua dây dẫn. Coi rằng chiều dài của luồng cực là rất nhỏ so với khoảng cách từ luồng cực đến dây dẫn.

3.24. Một luồng cực có momen điện  $\vec{p}_e = 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ C.m}$  và momen quán tính  $I = 2 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$ , đặt trong điện trường đều  $\vec{E}$  ở vị trí momen điện  $\vec{p}_e$  vuông góc với  $\vec{E}$ . Dưới tác dụng của điện trường, luồng cực quay quanh tâm của nó. Tìm tốc độ góc của luồng cực khi nó đi qua vị trí cân bằng. Cho biết  $E = 3 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .

Gợi ý : Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng.

3.25. Một luồng cực có momen điện  $p_1 = 2 \cdot 10^{-11} \text{ C.m}$  và  $p_2 = 5 \cdot 10^{-11} \text{ C.m}$  được đặt cách nhau  $r = 10\text{cm}$  và có trục nằm trên cùng một đường thẳng. Tính thế năng tương tác giữa hai luồng cực đó.

Gợi ý : Xem như một luồng cực điện đặt trong điện trường của luồng cực kia và áp dụng công thức  $W = -pE$ .

3.26. Khoảng giữa hai bản của tụ điện phẳng là n lớp điện môi nằm sát nhau, có bề dày lần lượt là  $d_1, d_2, \dots, d_n$  và có hằng số điện môi tương ứng là  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ . Tính điện dung C của tụ điện đó.

Áp dụng để tính điện dung của một tụ điện phẳng có hai bản diện tích  $S = 400 \text{ cm}^2$  cách nhau  $d = 3\text{mm}$ , giữa hai bản có lớp parafin dày  $d_1 = 1\text{mm}$  có hằng số điện môi  $\epsilon = 2$ , phần còn lại là không khí.

3.27. Có hai mặt cầu kim loại đặt đồng tâm mang điện tích  $+q$  (mặt cầu bên trong) và  $-q$  (mặt cầu bên ngoài) phân bố đều. Một chất điện môi lỏng có hằng số điện môi  $\epsilon$  chiếm đầy một nửa khoảng không gian giới hạn bởi hai mặt cầu đó. Xác định cường độ điện trường  $E$  tại điểm nằm trong điện môi và cách tâm chung một khoảng  $r$  (Hình 3.25).

Gợi ý : Áp dụng định lí O – G.

3.28. Hai mặt phẳng kim loại A, B đặt song song trong không khí cách nhau  $D = 1\text{cm}$ , tích điện đều với mật độ điện mặt  $\sigma_A = 2 \cdot 10^{-9} \text{C/m}^2$  và  $\sigma_B = 10^{-9} \text{C/m}^2$ . Đặt vào trong khoảng giữa hai mặt đó một lớp điện môi song song với hai mặt đó, có bề dày  $d = 5\text{mm}$  và có hằng số điện môi  $\epsilon = 2$  (Hình 3.26). Tính hiệu điện thế giữa hai mặt đó.

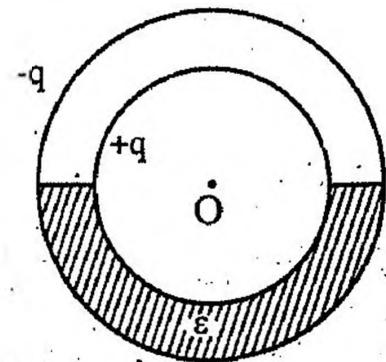
Gợi ý : Áp dụng công thức tính cường độ điện trường của mặt phẳng tích điện đều và hệ thức  $U = Ed$ .

3.29. Một tấm êbônit dày  $d = 2\text{mm}$ , diện tích  $S = 300\text{cm}^2$  có hằng số điện môi  $\epsilon = 3$ , đặt trong điện trường đều  $E_0 = 10^3 \text{V/m}$ . Tìm mật độ điện tích liên kết mặt ở trên mặt tấm êbônit và tính năng lượng điện trường trong tấm êbônit. Cho biết điện trường  $E_0$  vuông góc với mặt tấm êbônit.

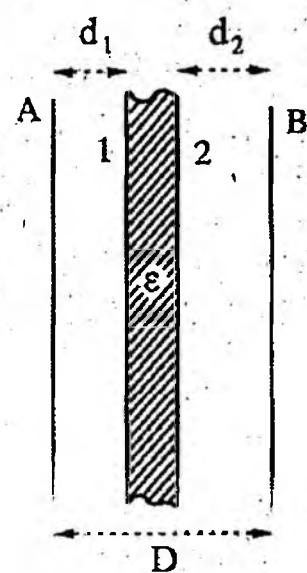
Gợi ý : Áp dụng công thức tính  $\sigma'$  và mật độ năng lượng điện trường.

3.30. Kẹp giữa hai bản của một tụ điện phẳng, có chiều dài  $l = 20\text{cm}$ , chiều rộng  $a = 10\text{cm}$  là một bản thủy tinh dài  $20\text{cm}$ , dày  $d = 0,1\text{cm}$ , có hằng số điện môi  $\epsilon = 5$  (Hình 3.27). Người ta kéo từ từ tấm thủy tinh ra khỏi tụ điện, dọc theo chiều dài của bản tụ điện với vận tốc không đổi bằng  $6\text{cm/s}$ . Hãy tính độ biến thiên năng lượng của tụ điện và công cơ học cần thiết để kéo tấm thủy tinh ra khỏi tụ điện trong hai trường hợp :

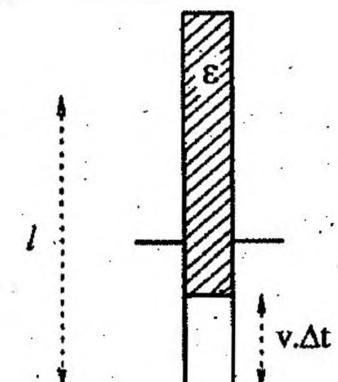
a) Tụ điện luôn luôn được nối với nguồn điện có hiệu điện thế  $U = 600\text{V}$ ; tính cường độ dòng điện trong mạch.



Hình 3.25



Hình 3.26

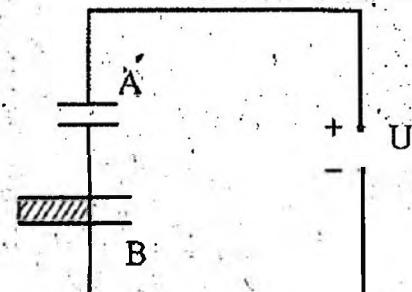


Hình 3.27

b) Sau khi tích điện đến hiệu điện thế  $U = 600V$  người ta ngắt tụ điện khỏi nguồn rồi mới kéo tấm thủy tinh.

Gợi ý : Áp dụng công thức  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  và công thức tính năng lượng tụ điện.

- 3.31. Hai tụ điện phẳng A và B giống hệt nhau, có cùng điện dung C được mắc nối tiếp vào nguồn điện có hiệu điện thế U (Hình 3.28). Người ta đưa vào khoảng giữa hai bản của tụ điện B một tấm điện môi có bề dày bằng khoảng cách hai bản và có hằng số điện môi  $\epsilon$ . Tính các điện tích ban đầu và cuối cùng, hiệu điện thế giữa hai bản và năng lượng của mỗi tụ điện.



Hình 3.28

- 3.32. Hai bản của một tụ điện phẳng đặt thẳng đứng có chiều cao  $h$ , chiều rộng  $l$ , đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ  $d$  ( $d \ll l, h$ ). Mề dưới của hai bản tụ điện chạm vào một khối điện môi lỏng có hằng số điện môi  $\epsilon$  và khối lượng riêng  $D$ .

- a) Nối hai bản tụ điện với nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  người ta thấy điện môi dâng lên trong khoảng giữa 2 bản đến độ cao  $H$ . Hãy giải thích hiện tượng đó và tính  $H$ . Bỏ qua hiện tượng mao dẫn.
- b) Nếu trước khi cho hai bản tụ điện chạm vào mặt chất lỏng người ta tích điện cho tụ điện rồi ngắt nó khỏi nguồn, thì hiện tượng có gì khác trước. Tính độ cao của cột điện môi giữa 2 bản.

Gợi ý : Điện môi lỏng bị phân cực nên bị hút lên. Áp dụng công thức tính điện dung tụ điện điện môi và định luật bảo toàn năng lượng.

- 3.33. Một trong hai bản của tụ điện phẳng được đặt cố định tại đáy bình đựng một chất lỏng có hằng số điện môi  $\epsilon$ , khối lượng riêng  $D$ . Bản kia là một lá kim loại mỏng gắn chặt vào một miếng gỗ nhẹ và thả nổi trên mặt chất lỏng ; diện tích đáy của miếng gỗ bằng diện tích của bản tụ điện, còn chiều cao bằng  $H$ .

Khi tụ điện không tích điện, thì miếng gỗ chìm  $\frac{1}{4}$  thể tích của nó và khoảng cách giữa hai bản bằng  $H$ .

Hỏi cần tích điện cho tụ điện đến hiệu điện thế  $U$  bao nhiêu để miếng gỗ chìm nửa thể tích của nó vào khối chất lỏng ? Cho biết kích thước của bản tụ điện rất lớn so với  $H$ .

Gợi ý : Miếng gỗ còn chịu lực tác dụng của lực đẩy Ác-si-mét.

3.34. Một tụ điện phẳng được đặt nằm ngang, một bản chìm vào trong một khối điện môi lỏng (có hằng số điện môi  $\epsilon$ ) sao cho chất điện môi chiếm một nửa khoảng không gian giữa hai bản. Nếu tụ điện đó được đặt thẳng đứng và cũng được nhúng vào trong khối điện môi nói trên thì phần không gian giữa hai bản tụ điện bị chiếm bởi điện môi là bao nhiêu để cho điện dung của tụ điện trong hai trường hợp bằng nhau ?

3.35. Một bản điện môi mỏng bề dày  $d$ , diện tích mặt bản  $S$ , có hằng số điện môi  $\epsilon$ , được đặt trong một điện trường đều có cường độ  $E_0$ . Ban đầu mặt bản hợp với phương của đường sức một góc  $\alpha$  (Hình 3.29).

a) Tính momen lực tác dụng lên bản.

b) Tính công của lực điện trường làm bản dịch chuyển tới vị trí mặt bản vuông góc với điện trường.

*Gợi ý :* Trên hai mặt bản có diện tích liên kết  $\sigma$  và  $\sigma'$ . Áp dụng công thức tính công  $\Delta A = M \cdot \Delta \alpha$ .

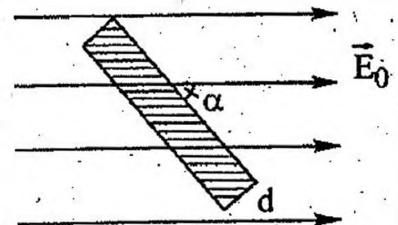
3.36. Giữa hai bản của một tụ điện phẳng có một tấm thủy tinh (hằng số điện môi  $\epsilon = 6$ ) ; diện tích mỗi bản  $S = 100\text{cm}^2$ . Biết lực hút giữa hai bản bằng  $F = 4,9 \cdot 10^{-3}\text{N}$ . Tìm mật độ điện tích liên kết (phân cực)  $\sigma'$  trên mặt tấm thủy tinh.

*Cho biết :* Khi đặt tấm điện môi trong điện trường đều  $\vec{E}$ , thì trên hai mặt vuông góc với  $\vec{E}$  của tấm điện môi đó có xuất hiện điện tích liên kết (phân cực) với mật độ điện môi là  $\sigma' = \epsilon_0(\epsilon - 1)E$ , với  $\epsilon$  là hằng số điện môi của tấm điện môi.

3.37. Một tấm điện môi không đồng nhất có hằng số điện môi  $\epsilon$  biến thiên dọc theo chiều dài của tấm. Đặt tấm điện môi đó trong điện trường  $\vec{E}_0$  có phương dọc theo chiều dài của tấm. Tìm mật độ điện khối  $\rho$  của điện tích phân cực (lượng điện tích chứa trong một đơn vị thể tích) xuất hiện trong tấm đó.

*Gợi ý :* Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ.

3.38. Hai bản của một tụ điện phẳng là hai tấm kim loại diện tích  $S$ , đặt cách nhau một khoảng  $d$ , mang điện tích  $+q, -q$ . Khoảng không gian giữa hai bản là một khối điện môi có hằng số điện môi phụ thuộc vào tọa độ  $x$  theo hàm số  $\epsilon = \epsilon(x)$  (trục  $x$  vuông góc với các bản) ; ở sát bản dương, hằng số điện môi có trị số  $\epsilon_1$ , còn ở sát bản âm nó có trị số  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ .



Hình 3.29

- a) Tìm lượng điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi.
- b) Cho biết  $\epsilon(x)$  là hàm bậc nhất của  $x$ , hãy tìm hiệu điện thế đặt vào tụ điện và điện dung của tụ điện đó.
- c) Áp dụng số:  $q = 3,2 \cdot 10^{-9} C$ ,  $\epsilon_1 = 4$ ;  $\epsilon_2 = 10$ ;  $d = 1,8 cm$ ;  $S = 100 cm^2$ .

Gợi ý: Áp dụng kết quả bài 3.37 và hệ thức giữa cường độ điện trường và điện thế.

**3.39\***. 1. Một quả cầu tâm O, bán kính R, tích điện đều với mật độ điện khối  $\rho$ . Xác định cường độ điện trường do quả cầu gây ra tại một điểm M cách tâm O một khoảng  $OM = r$ , trong hai trường hợp: a)  $r > R$ ; và b)  $r < R$ .

2. Một quả cầu điện môi rắn đồng chất được đặt trong một điện trường đều  $\vec{E}$ . Khi đó quả cầu bị phân cực hoàn toàn (diện tích phân cực xuất hiện ở toàn bộ hai nửa mặt ngoài và trái dấu nhau).

Áp dụng nguyên lý chồng chất điện trường, hãy xác định cường độ điện trường tại tâm O của quả cầu và tại một điểm M bất kì cách tâm O một khoảng  $r = OM < R$  ( $R$  là bán kính quả cầu).

Cho biết: Số phân tử điện môi có trong một đơn vị thể tích của quả cầu bằng  $n$ ; và mỗi phân tử điện môi được xem như một lưỡng cực điện (là một hệ gồm 2 điện tích  $+q$  và  $-q$  cách nhau một khoảng không đổi  $l$ ).

Gợi ý: Khi điện môi bị phân cực hoàn toàn, tất cả các phân tử lưỡng cực đều có trục song song với điện trường  $\vec{E}$ . Xem quả cầu điện môi bị phân cực hoàn toàn tương đương với hai quả cầu tích điện dương và âm chồng lên nhau có tâm cách nhau khoảng  $l$ .

**3.40.** Giữa hai mặt trụ kim loại dài đặt đồng trục, bán kính tương ứng là  $R_1 = 2 cm$  và  $R_3 = 2,5 cm$  có hai lớp điện môi hình trụ đặt sát nhau và đồng trục. Lớp điện môi thứ nhất là giấy (hàng số điện môi  $\epsilon_1 = 4$ ) có mặt trong sát với mặt trụ kim loại trong và có bán kính mặt ngoài bằng  $R_2 = 2,3 cm$ . Lớp điện môi thứ hai là thủy tinh ( $\epsilon_2 = 7$ ) có mặt trong sát với lớp điện môi thứ nhất và có mặt ngoài sát với mặt trụ kim loại ngoài. Hỏi hiệu điện thế đặt vào hai mặt trụ kim loại có trị số bằng bao nhiêu thì bắt đầu có sự “đánh thủng” điện môi. Biết rằng “điện trường đánh thủng”: đối với giấy là  $E_{gi} = 120 kV/cm$ , đối với thủy tinh là  $E_t = 100 kV/cm$ .

**3.41\***. Lưỡng cực điện có momen  $\vec{p}_1$  hướng theo trục Ox, được đặt cố định ở điểm O. Lưỡng cực  $\vec{p}_2$  đặt ở điểm M có tọa độ M ( $r, \theta_1$ ) chỉ có thể quay quanh M.

1. Ở vị trí cân bằng,  $\vec{p}_2$  lập với OM một góc  $\theta_2$ . Tìm mối liên hệ giữa  $\theta_1$  và  $\theta_2$ .  
 Tính toán cho trường hợp  $\theta_1 = 0, \frac{\pi}{4}$  và  $\frac{\pi}{2}$ .
2. a) Biểu diễn năng lượng  $W = -\vec{p}_2 \vec{E}_1$  của lưỡng cực  $\vec{p}_2$  nằm cân bằng trong điện trường  $\vec{E}_1$  của  $\vec{p}_1$ :  
 b) Tìm giá trị của  $\theta_1$  sao cho năng lượng đó là cực tiểu. Xác định lực hút giữa hai lưỡng cực ứng với giá trị  $\theta_1$  này.
3. Tính năng lượng cực tiểu và lực hút nếu các lưỡng cực là hai phân tử nước đặt cách nhau 3 Å. Cho biết mỗi liên kết OH trong phân tử nước có momen  $p = 4 \cdot 10^{-30}$  C.m, và hai liên kết OH lập với nhau góc  $\alpha = 150^\circ$ .

*Gợi ý* : Áp dụng các công thức về lưỡng cực điện.

- 3.42\*. 1. Xét hai ion  $A_1, A_2$  có thể bị phân cực. Hai ion được coi như các điện tích điểm  $q_1, q_2$  đặt cách nhau một khoảng  $r$  trong chân không. Ion  $A_1$  nằm trong điện trường  $\vec{E}_1$  do ion kia gây nên, do đó nó thu được một momen lưỡng cực gọi là momen lưỡng cực cảm ứng  $-\vec{p}_1 = \alpha_1 \vec{E}_1$ . Ion  $A_2$  đặt trong điện trường  $\vec{E}_2$  do ion  $A_1$  gây nên, thu được momen lưỡng cực cảm ứng  $-\vec{p}_2 = \alpha_2 \vec{E}_2$ . Các hệ số  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  là dương và được gọi là hệ số phân cực của các ion  $A_1$  và  $A_2$ .

Hãy xác định các momen lưỡng cực  $\vec{p}_1$  và  $\vec{p}_2$  của các ion theo  $q_1, q_2, \vec{r}$ . Đặt

$$\vec{r} = \overrightarrow{A_1 A_2} \text{ và các hệ số } \beta_1 = \frac{\alpha_1}{4\pi\epsilon_0}, \beta_2 = \frac{\alpha_2}{4\pi\epsilon_0}.$$

2. Ta xét một phân tử có cực đặt ở  $A_1$ , có momen lưỡng cực không đổi  $\vec{p}_1$  và hệ số phân cực không đáng kể.

- a) Chứng minh rằng một phân tử không có cực (lúc đầu không có momen lưỡng cực), có hệ số phân cực  $\alpha$ , đặt ở khoảng cách  $r = A_1 A_2$  sẽ thu được momen lưỡng cực cảm ứng  $\vec{p}_2$ . Hãy xác định  $p_2$  theo  $r, \beta = \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0}$  và  $p_1$ .

- b) Suy ra năng lượng liên kết của phân tử đặt ở  $A_2$ , lực hút (lực Van - Đơ - Van) giữa các phân tử theo  $r, \beta, p_1$ .

*Gợi ý* : Áp dụng các công thức về lưỡng cực điện.

# MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU

## MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN

A.

### LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

#### I – PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU

##### 1. Phương pháp Kiếc-xốp

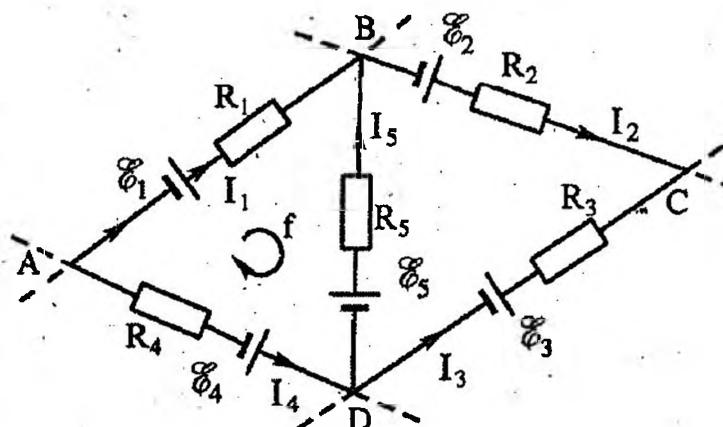
Trong nhiều trường hợp, để giải các bài toán về mạch điện phức tạp, thay cho việc áp dụng định luật Ôm tổng quát  $U_{AB} = R_{AB}I_{AB} - \mathcal{E}$ , (với  $R_{AB}$  là điện trở tổng cộng trên đoạn mạch AB,  $I_{AB}$  là cường độ dòng điện chạy theo chiều từ A đến B,  $\mathcal{E}$  là suất điện động có giá trị dương khi dòng điện chạy qua nguồn từ cực âm đến cực dương), người ta thường áp dụng các định luật Kiếc-xốp.

###### a) Mạch phân nhánh

Trước đây, ta xét mạch điện đơn giản, trong đó chỉ có một mạch kín. Nay giờ ta xét *mạch điện phân nhánh*, chẳng hạn như mạch điện có sơ đồ trên hình 4.1.

+ Ta gọi nút của mạch phân nhánh (gọi tắt là *nút*) là điểm hội tụ của một nhóm gồm ít nhất là ba dây dẫn. Mạch điện ở hình 4.1 có bốn nút A, B, C, D. Giữa hai nút cạnh nhau có các *nhánh*, là đoạn mạch không phân nhánh, trên đó có các dòng điện tương ứng đi qua :  $I_1, I_2, \dots$ ; trên mỗi nhánh có thể có nhiều nguồn điện, điện trở và dụng cụ tiêu thụ điện (động cơ điện, acquy đang nạp điện ...).

+ Một mạch kín bất kì tách ra từ mạch điện phân nhánh thường được gọi tắt là *mặt mạng* (hay *mạch vòng*). Ở hình 4.1 ta thấy có ba mặt mạng ABCDA, ABDA



Hình 4.1

và DBCD. Bản thân mạch điện phân nhánh vẽ trên hình 4.1 có thể chỉ là một phần trong một mạch điện phức tạp hơn.

+ Để tính cường độ dòng điện trong từng nhánh của mạch điện ta áp dụng định luật Ôm tổng quát và định luật bảo toàn điện tích. Tuy nhiên, người ta đã tìm ra được nhiều quy tắc, nhiều phương pháp khác nhau để có thể giải các bài toán về mạch điện phức tạp, trong số đó có các quy tắc tổng quát và cơ bản nhất là các quy tắc Kiéc-xốp còn gọi là các định luật Kiéc-xốp.

### b) Các định luật Kiéc-xốp

- **Định luật Kiéc-xốp I (định luật về nút)**

Định luật này thực chất là định luật bảo toàn dòng điện (là định luật bảo toàn điện tích áp dụng cho dòng điện không đổi). Ta xét một nút nào đó, nút B chẳng hạn. Theo định luật bảo toàn dòng điện, nếu trong mạch có dòng điện không đổi thì tổng các dòng điện đi tới ( $I_1$  và  $I_5$ , phải bằng tổng các dòng điện đi khỏi B ( $I_2$ ) nghĩa là :

$$I_1 + I_5 = I_2 \text{ hay } I_1 + I_5 - I_2 = 0 \quad (4.1)$$

Nếu ta quy ước đánh dấu "+" cho những dòng điện đi tới nút, và dấu "-" cho những dòng điện rời khỏi nút, thì (4.1) có thể viết dưới dạng :

$$\sum_k I_k = 0 \quad (4.2)$$

nghĩa là : *tổng đại số những cường độ dòng điện đi qua một nút phải bằng không*. Đó chính là định luật Kiéc-xốp I.

- **Định luật Kiéc-xốp II (định luật về mắt mạng)**

Định luật này thực chất là vận dụng định luật Ôm tổng quát cho một mạch kín bất kì. Xét một mắt nào đó, chẳng hạn là mắt ABCDA. Ta chọn một chiều đường đi f trên mắt này (xem hình 4.1) và áp dụng định luật Ôm cho các đoạn mạch không phân nhánh của mắt đó. Ta có :

$$\text{Với đoạn mạch } AR_1B : V_A - V_B + \mathcal{E}_1 = I_1 R_1 \quad (1)$$

$$\text{Với đoạn mạch } BR_2C : V_B - V_C + \mathcal{E}_2 = I_2 R_2 \quad (2)$$

$$\text{Với đoạn mạch } CR_3D : V_C - V_D - \mathcal{E}_3 = -I_3 R_3 \quad (3)$$

$$\text{Với đoạn mạch } DR_4A : V_D - V_A - \mathcal{E}_4 = -I_4 R_4 \quad (4)$$

Cộng các phương trình (1) – (4) vế với vế ta được :

$$\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_k I_k R_k \quad (4.3)$$

trong đó  $R_k$  (ứng với  $R_1, R_2 \dots$  trong các phương trình trên) được biểu hiện một cách tổng quát là điện trở toàn phần của đoạn mạch không phân nhánh giữa hai nút cạnh nhau, bao gồm cả điện trở trong của các nguồn điện nằm trên đoạn mạch. Phương trình (4.3) có thể phát biểu là : *Trong một mắt bất kì, tổng đại số các suất điện động  $\mathcal{E}_k$  trong mắt đó bằng tổng đại số các độ giảm điện thế  $I_k R_k$  trên các đoạn mạch không phân nhánh thuộc mắt đó. Đó là định luật Kiéc-xốp II.*

Khi lập phương trình (4.3) cho mắt, cần tuân theo các quy ước về dấu như sau (giống như với định luật Ôm, tổng quát) : đánh dấu "+" cho những suất điện động của nguồn điện mà chiều đi từ cực âm sang cực dương của nó trùng với chiều đi f, và đánh dấu "+" cho dòng điện nào cùng chiều với f ; và ngược lại.

### c) Áp dụng định luật Kiéc-xốp

Ta tiến hành các bước sau :

*Bước 1* : Nếu chưa biết chiều của dòng điện trong một đoạn mạch không phân nhánh nào đó, ta giả thiết dòng điện trên nhánh đó chạy theo một chiều tùy ý nào đó. Nếu chưa biết các cực của nguồn điện mắc vào đoạn mạch, ta giả thiết vị trí các cực đó.

*Bước 2* : Nếu có n ẩn số (các đại lượng cần tìm) cần lập n phương trình trên các định luật Kiéc-xốp.

Với mạch có m nút mạng, ta áp dụng định luật Kiéc-xốp I để lập  $m - 1$  phương trình độc lập (về các dòng điện). Số  $n - m + 1$  phương trình độc lập còn lại sẽ được lập bằng cách áp dụng định luật Kiéc-xốp II cho các mắt mạng. Để có phương trình độc lập, phải chọn sao cho trong mỗi mắt ta chọn, ít nhất phải có một đoạn mạch không phân nhánh mới (chưa tham gia các mắt khác). Để lập phương trình cho mắt, trước hết phải chọn chiều đường đi f, một cách tùy ý.

*Bước 3* : Giải hệ thống phương trình đã lập được.

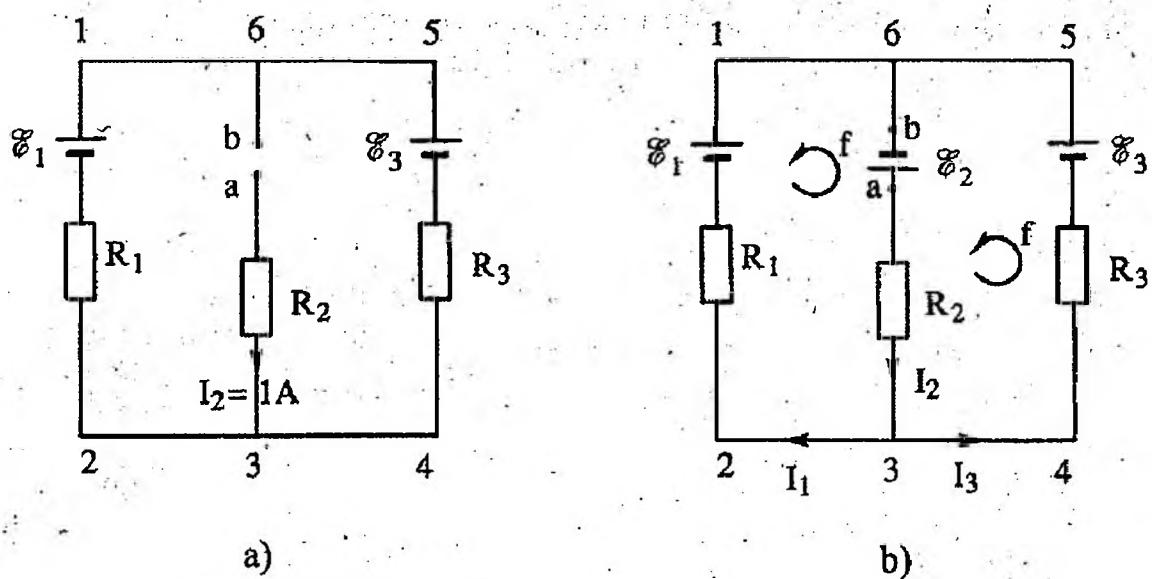
*Bước 4* : Biện luận. Nếu cường độ dòng điện ở một đoạn mạch tính được có giá trị dương thì chiều dòng điện giả định (ở bước 1) đúng là chiều thực của dòng điện trong đoạn mạch đó ; còn nếu cường độ dòng điện tính được có giá trị âm thì chiều dòng điện thực ngược với chiều đã giả định và ta chỉ cần đổi chiều dòng điện đã vẽ ở đoạn mạch đó trên sơ đồ. Nếu suất điện động của nguồn điện chưa biết

trên một đoạn mạch tính được có giá trị dương, thì vị trí giả định của các cực của nó (ở bước 1) là phù hợp với thực tế. Còn nếu suất điện động có giá trị âm, thì phải đổi lại vị trí các cực của nguồn.

d) Ví dụ

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.2a. Cho biết  $\mathcal{E}_1 = 8V$ ;  $\mathcal{E}_3 = 5V$ ;  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 3\Omega$ . Các nguồn có điện trở không đáng kể. Hãy xác định suất điện động của nguồn điện  $\mathcal{E}_2$  và cách mắc các cực của nó vào hai điểm a, b như thế nào để trên đoạn mạch 3 – 6 có dòng điện  $I_2 = 1A$  có chiều đi tới nút 3.

*Giải :* Bài toán có 3 ẩn số là  $\mathcal{E}_2$ ,  $I_1$  và  $I_3$ , chưa biết độ lớn và chiều. Giả sử  $I_1$  và  $I_3$  có chiều như trên hình 4.2b và cực dương của  $\mathcal{E}_2$  nối vào điểm a.



Hình 4.2

Vì mạch điện có 2 nút, nên áp dụng định luật Kiéc-xốp I ta viết được một phương trình độc lập cho một nút, nút 3 chẳng hạn.

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

Số phương trình độc lập còn lại cần phải lập là  $n - m + 1 = 2$ .

Áp dụng định luật Kiéc-xốp II cho 2 mảng : 12361 và 34563, với chiều đường đi f như trên hình 4.2b, ta được 2 phương trình :

$$-I_1R_1 - I_1R_2 = -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad (2)$$

$$I_3R_3 + I_2R_2 = \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_2 \quad (3)$$

Thay số vào (2), (3) và giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta được :  $\mathcal{E}_2 = -1,6V$  ;

$$I_1 = 1,2A \text{ ; và } I_3 = -0,2A.$$

Ta thấy  $\mathcal{E}_2$  và  $I_3$  có giá trị âm. Như vậy ta phải đảo cực  $\mathcal{E}_2$  và dòng điện  $I_3$  có chiều thực là 4 đến 3.

## 2. Phương pháp điện thế nút

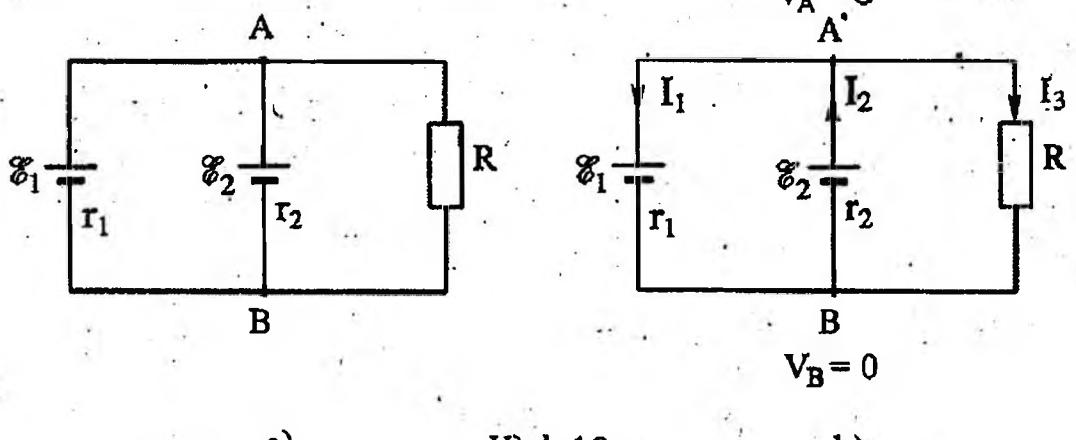
a) Trong phương pháp điện thế nút, hệ phương trình được thiết lập từ các phương trình về nút (giống như trong phương pháp Kiéc-xốp) và các phương trình cho đoạn mạch. Các phương trình cho đoạn mạch chính là biểu thức định luật Ôm tổng quát viết cho các đoạn mạch không phân nhánh nằm giữa các nút. Vì ta luôn chỉ quan tâm đến hiệu điện thế giữa các nút, nên ta có thể chọn mốc điện thế là điện thế ở một nút bất kỳ nào, nghĩa là đặt điện thế của nút đó bằng không. Nhờ vậy, số ẩn số về điện thế nút giảm đi được một. Phương pháp điện thế nút hay được dùng cho các mạch có chứa ít nút.

### b) Bài tập ví dụ

Cho một mạch điện như hình 4.3a. Hãy tính cường độ dòng điện chạy qua điện trở  $R$  và qua các nguồn điện.

*Giải :*

Vì mạch điện có 2 nút, nên ta có thể chọn điện thế của một nút nào đó, nút B chẳng hạn, bằng không :  $V_B = 0$  còn  $V_A = U$ .



a)

Hình 4.3

b)

Như vậy, bài toán có 4 ẩn số, và ta cần thiết lập hệ 4 phương trình. Giả thiết chiều của các dòng điện như trên hình 4.3b ta có phương trình về nút :

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0 \quad (1)$$

và các phương trình cho đoạn mạch :

$$- Đoạn mạch A\mathcal{E}_1B : U = I_1r_1 + \mathcal{E}_1 \quad (2)$$

$$- Đoạn mạch A\mathcal{E}_2B: U = -I_2r_2 + \mathcal{E}_2 \quad (3)$$

$$- Đoạn mạch ARB: U = I_3R \quad (4)$$

Tính biểu thức của  $I_1$ ,  $I_2$ , và  $I_3$  từ (2), (3), (4), rồi thay vào (1), ta có :

$$\frac{\mathcal{E}_2 - U}{r_2} - \frac{U - \mathcal{E}_1}{r_1} - \frac{U}{R} = 0$$

$$\frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} = U \quad (4.4)$$

Suy ra :

Từ đó dòng điện  $I_3$  chạy qua R là :

$$I_3 = \frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} > 0.$$

Vậy chiều của  $I_3$  đúng như đã giả thiết, tức là  $I_3$  chạy từ A về B.

Từ hệ phương trình trên, ta còn có thể tính được  $I_1$ ,  $I_2$  và  $U$ , tức là  $V_A$  hay  $V_A - V_B = U_{AB}$ .

### 3. Phương pháp nguồn tương đương

#### a) Nguồn tương đương

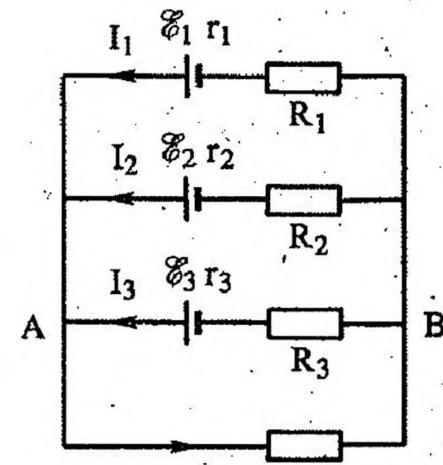
Khi giải nhiều bài toán mạch điện, có thể thay hệ nguồn điện (hoặc phần mạch có nguồn) bằng một nguồn tương đương ; khi đó bài toán quy về xét một mạch điện kín đơn giản trong đó nguồn điện là nguồn tương đương.

- Để minh họa ta xét mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.4.

Áp dụng định luật Ôm tổng quát cho các đoạn mạch  $A\mathcal{E}_1B$ ,  $A\mathcal{E}_2B$ ,  $A\mathcal{E}_3B$  và  $ARB$  ta có :

$$U_{AB} = \mathcal{E}_1 - I_1(r_1 + R_1) \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - U_{AB}}{r_1 + R_1}; \quad (1)$$

$$U_{AB} = \mathcal{E}_2 - I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - U_{AB}}{r_2 + R_2}; \quad (2)$$



Hình 4.4

$$U_{AB} = \mathcal{E}_3 - I_3(r_3 + R_3) \Rightarrow I_3 = \frac{\mathcal{E}_3 - U_{AB}}{r_3 + R_3} \quad (3)$$

$$U_{AB} = IR \Rightarrow I = \frac{U_{AB}}{R} \quad (4)$$

Ngoài ra, ta có (xét nút A chằng hạn) :  $I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (5)$

Thay (1), (2), (3) và (4) vào (5) ta tìm được :

$$U_{AB} = \frac{\frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2 + R_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{r_3 + R_3}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{r_2 + R_2} + \frac{1}{r_3 + R_3}} \quad (4.5)$$

Biểu thức (4.5) của  $U_{AB}$  cho ta thấy : nếu thay phần mạch chứa các nguồn  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_3$  bằng một đoạn mạch chứa nguồn tương đương có suất điện động  $\mathcal{E}$  và điện trở trong  $r$  sao cho :

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2 + R_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{r_3 + R_3} \quad (4.6)$$

và  $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{r_2 + R_2} + \frac{1}{r_3 + R_3} \quad (4.7)$

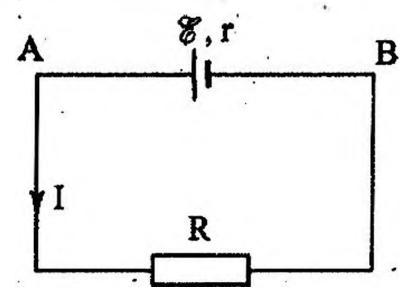
thì ta có một mạch điện kín đơn giản tương đương như hình 4.5.

Khi đó biểu thức (4.5) trở thành :

$$U_{AB} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{r}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r}} \quad (4.8)$$

- Dễ dàng kiểm lại rằng các công thức (4.8) và (4) thỏa mãn định luật Ôm cho toàn mạch  $\mathcal{E} = I(r + R)$ .

- Cần chú ý rằng khi áp dụng các công thức trên, cực dương của các nguồn nối với các điểm A. Nếu cực dương của một trong các nguồn đó, nguồn  $\mathcal{E}_2$  chằng hạn, nối với điểm B (tức là cực âm của  $\mathcal{E}_2$  nối với điểm A), thì các công thức (4.5) và (4.6) sẽ trở thành :



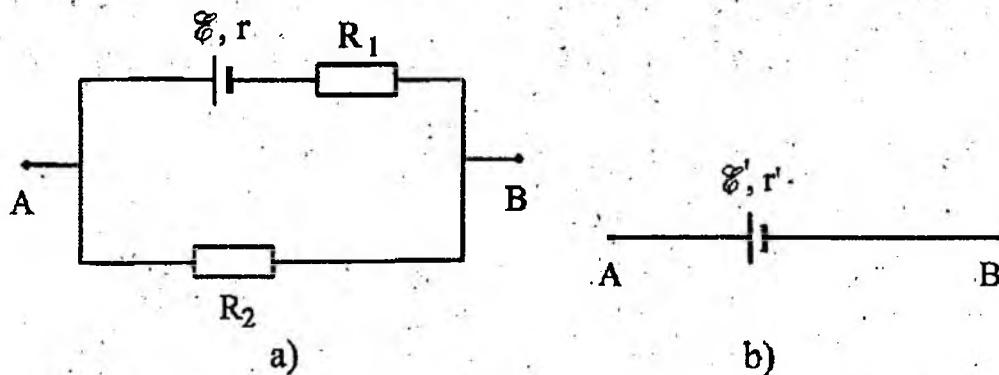
Hình 4.5

$$U_{AB} = \frac{\frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R_1} - \frac{\mathcal{E}_2}{r_2 + R_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{r_3 + R_3}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{r_2 + R_2} + \frac{1}{r_3 + R_3}} \quad (4.5a)$$

và  $\frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + R_1} - \frac{\mathcal{E}_2}{r_2 + R_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{r_3 + R_3}$  (4.5b)

Các kết quả thu được ở trên còn có thể áp dụng để thay đoạn mạch AB ở hình 4.6a bằng đoạn mạch AB ở hình 4.6b, khi đó ta có :

$$\frac{\mathcal{E}'}{r'} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} \text{ và } \frac{1}{r'} = \frac{1}{r + R_1} + \frac{1}{R_2}$$

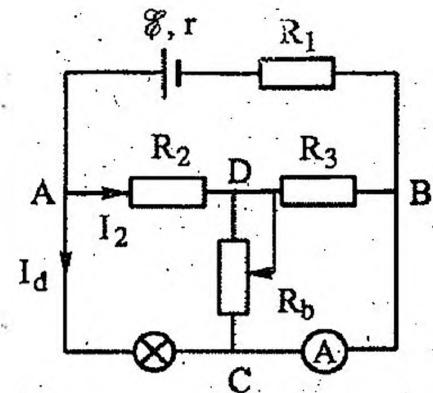


Hình 4.6

b) Bài tập ví dụ

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.7. Cho biết :  
nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$  và điện trở trong  $r = 1\Omega$  ;  
 $R_1 = 8\Omega$  ;  $R_2 = 9\Omega$  ;  $R_3 = 12\Omega$  ;  $R_A \approx 0$  đèn Đ : 6V – 6W.

Điều chỉnh  $R_b$  để đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại. Tính  $R_b$ ,  $\mathcal{E}$  và số chỉ ampe kế.



Hình 4.7

Giải

$$\text{Ta có : } R_{3b} = \frac{R_3 R_b}{R_3 + R_b} = \frac{12 R_b}{12 + R_b},$$

$$R_{23b} = R_2 + R_{3b} = 9 + \frac{12 R_b}{12 + R_b} = \frac{108 + 21 R_b}{12 + R_b}$$

Xét phần mạch AEDC chứa nguồn và thay bằng nguồn tương đương  $\mathcal{E}_1, r_1$ :

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r + R_1} + \frac{1}{R_{23b}} ; \quad \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1}$$

Suy ra:  $r_1 = \frac{R_{23b}(r + R_1)}{R_{23b} + (r + R_1)} = \frac{9(108 + 21R_b)}{216 + 30R_b}$  ;

$$\mathcal{E}_1 = \frac{r_1}{r + R_1} \mathcal{E} = \frac{(36 + 7R_b)\mathcal{E}}{72 + 10R_b}$$

Cường độ định mức và điện trở của đèn:  $I_d = \frac{6}{6} = 1A$ ;  $R_d = \frac{6^2}{6} = 6\Omega$

Đèn D là mạch ngoài của nguồn ( $\mathcal{E}_1, r_1$ ). Để đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại, phải có:

$$r_1 = R_d = 6\Omega \text{ và } U_d = \frac{\mathcal{E}_1}{2} = 6V.$$

Suy ra:  $\mathcal{E}_1 = 12V$ , và  $R_b = 36\Omega$ ; do đó  $\mathcal{E}_1 = \frac{2}{3}\mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E} = 18V$

Ta lại có:  $R_{23b} = 18\Omega$ ; từ đó cường độ dòng điện qua  $R_2$  là:

$$I_2 = \frac{U_{AC}}{R_{23b}} = \frac{1}{3}A$$

$$I_b = I_2 \cdot \frac{R_{3b}}{R_b} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{36} = \frac{1}{12}A$$

Do đó số chỉ ampe kế là:  $I_A = I_d + I_b = \frac{13}{12}A$ .

#### 4. Phương pháp chồng chập (chồng chất)

##### a) Cơ sở của phương pháp chồng chập

Cơ sở lý luận của *phương pháp chồng chập* (còn gọi là *phương pháp xếp chồng*) rút ra từ tính chất cơ bản của định luật Ôm tổng quát; đó là biểu thức của định luật này mô tả *quan hệ tuyến tính* giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế trong mạch. Định luật này áp dụng được cho mọi *mạch điện tuyến tính* (là mạch điện mà

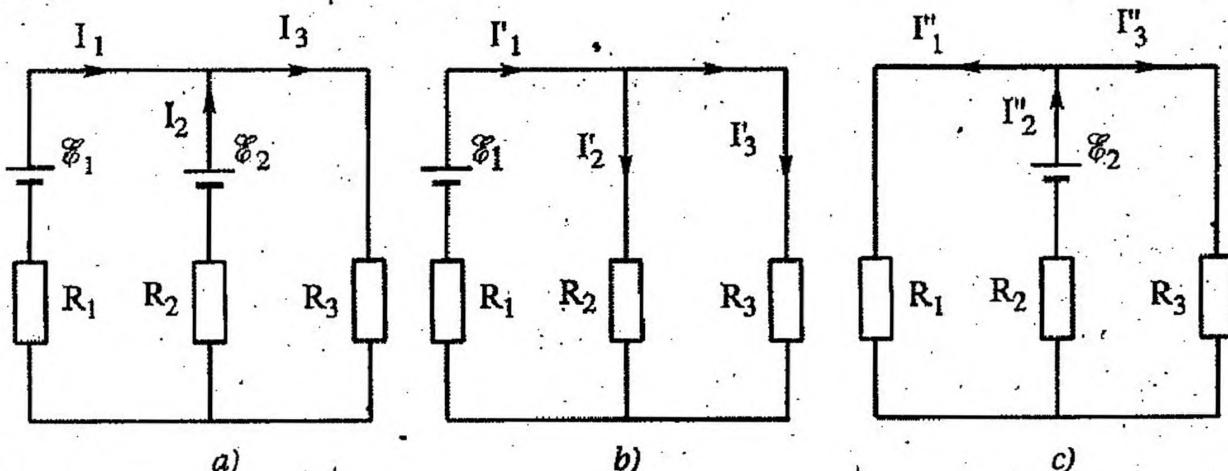
đặc tuyến vôn–ampe của các phân tử trong mạch điện là đường thẳng). Khi đó, như ta đã biết, áp dụng định luật Ôm tổng quát cho các đoạn mạch ta thu được một hệ phương trình tuyến tính.

Nếu trong mạch điện tuyến tính có chứa nhiều nguồn điện, thì cường độ dòng điện qua mỗi nhánh bằng tổng đại số các cường độ dòng điện qua nhánh do tác dụng riêng rẽ của từng suất điện động (khi đó các suất điện động khác được xem là bằng không) ; hiệu điện thế trên mỗi nhánh cũng bằng tổng đại số các hiệu điện thế gây nên trên nhánh do tác dụng riêng rẽ từng suất điện động. Đó cũng chính là nội dung của *nguyên lý chồng chất các trạng thái*.

### b) Bài tập ví dụ

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.8a. Cho biết :  $\mathcal{E}_1 = 60V$  ;  $\mathcal{E}_2 = 30V$  ; điện trở trong của các nguồn là nhỏ không đáng kể ;  $R_1 = R_2 = R_3 = 2\Omega$ . Hãy tính cường độ dòng điện qua các nhánh.

*Giải*



Hình 4.8

Áp dụng phương pháp chồng chập thay cho việc giải mạch điện hình 4.8a, ta sẽ giải 2 mạch điện 4.8 b và 4.8c, trong đó mỗi mạch chỉ có một suất điện động tác dụng riêng rẽ và sau đó cộng đại số (chồng chập) các kết quả của mỗi sơ đồ (4.8b) và (4.8c).

Đối với sơ đồ b, ta có  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1\Omega$ .

Cường độ các dòng điện :  $I'_1 = \frac{\mathcal{E}'_1}{R_1 + R_{23}} = \frac{60}{3} = 20A$  ;

$$I'_2 = I'_3 = \frac{I'_1}{2} = 10A.$$

Đối với sơ đồ c, ta có :  $R_2 = 2\Omega$ ;  $R_{13} = 1\Omega$ .

Cường độ các dòng điện :  $I''_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2 + R_{13}} = \frac{30}{3} = 10A$ .

$$I'_1 = I''_3 = \frac{I'_2}{2} = 5A$$

Chồng chập (xếp chồng) các kết quả, ta có :

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 20 - 5 = 15A$$

$$I_2 = I'_2 - I''_2 = 10 - 10 = 0$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 10 + 5 = 15A$$

Như vậy là không có dòng điện qua nguồn  $\mathcal{E}_2$ .

### 5. Chú ý

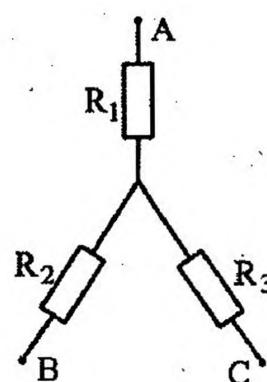
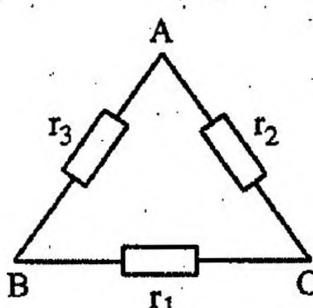
Khi giải các bài toán mạch điện, ngoài việc vận dụng các phương pháp đã nêu, ta còn sử dụng các phương pháp biến đổi tương đương (xét điện trở tương đương của các điện trở ghép nối tiếp, ghép song song, ghép hỗn hợp), trong đó đặc biệt lưu ý đến phép biến đổi tương đương tam giác – sao và sao – tam giác (Hình 4.9) cụ thể là :

+ Biến đổi tam giác – sao :

$$R_1 = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}; R_2 = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}; R_3 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3} \quad (4.9)$$

+ Biến đổi sao – tam giác :

$$r_1 = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; r_2 = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}; r_3 = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \quad (4.10)$$



Hình 4.9

## II – MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN

### 1. Khái niệm chung về mạch điện phi tuyến

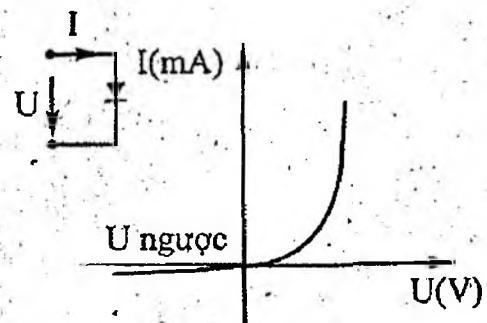
#### a) Các phần tử và đặc tính phi tuyến

Ở trên ta đã xét mạch điện chứa các phần tử tuyến tính, đó là mạch chứa các điện trở  $R$  và có thể chứa cả cuộn dây có độ tự cảm  $L$ , tụ điện có điện dung  $C$ , trong trường hợp mạch điện xoay chiều, các phần tử này có trị số không phụ thuộc vào cường độ dòng điện chạy qua chúng hoặc không phụ thuộc vào hiệu điện thế đặt vào chúng; đặc tuyến vôn-ampe  $U(I)$  hoặc  $I(U)$  là các đường thẳng.

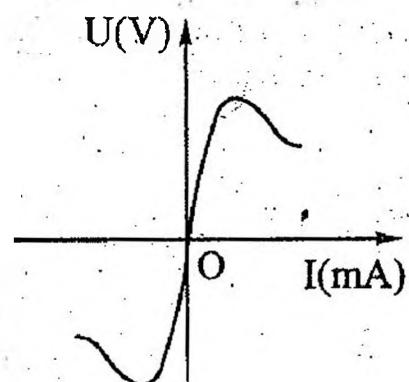
Trong thực tế, ta thường gặp các phần tử với thông số  $R$ ,  $L$ ,  $C$  có trị số biến đổi phụ thuộc vào cường độ dòng điện hoặc hiệu điện thế, đó là *các phần tử phi tuyến*. Để đặc trưng cho các phần tử phi tuyến, người ta dùng các đặc tuyến  $U(I)$  hoặc  $I(U)$ .

Chẳng hạn, trên hình 4.10 là đặc tuyến  $I(U)$  của một diốt, nhìn vào đồ thị ta thấy điện trở của diốt phụ thuộc vào trị số của hiệu điện thế đặt vào. Trên hình 4.11 là đặc tuyến  $U(I)$  của một nhiệt điện trở (tecmixto); đó là một linh kiện bán dẫn có điện trở phụ thuộc vào nhiệt độ (trên thực tế ta đã biết mọi điện trở đều có trị số phụ thuộc vào nhiệt độ của nó, mà trong các bài toán ta thường bỏ qua sự phụ thuộc này). Trên hình 4.12 là đặc tuyến từ thông – dòng điện  $\Phi(i)$  của cuộn dây có lõi sắt (xem (*Điện học 2*)); khi từ hoá vật sắt từ bằng dòng điện có cường độ lớn, đặc tuyến  $\Phi(i)$  cũng là phi tuyến, vì khi cường độ dòng điện từ hoá đủ lớn, mạch từ trở nên bão hoà (do đó độ tự cảm  $L = \frac{\Phi}{i}$  của cuộn dây phụ thuộc vào dòng điện).

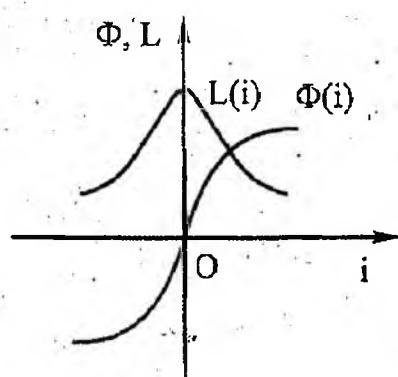
Trên hình 4.13 là đặc tuyến điện tích – hiệu điện thế  $q(U)$  của một tụ điện có điện môi là chất xenhet hoặc titanatbari; đặc tuyến này có dạng đường cong điện trễ (tương tự như đường cong từ trễ). Đối với các phần tử phi tuyến, ngoài các thông



Hình 4.10



Hình 4.11



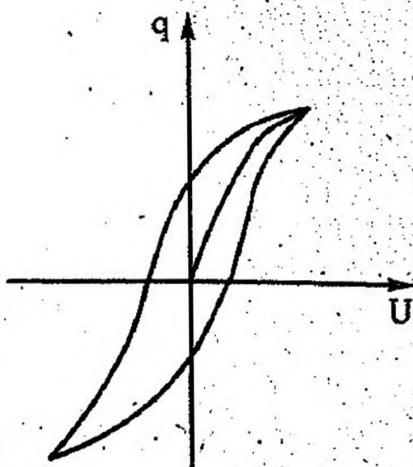
Hình 4.12

số "tĩnh"  $R = \frac{U}{I}$ ,  $L = \frac{\Phi}{I}$ ,  $C = \frac{Q}{U}$  mà ta đã xét, người ta dùng khái niệm thông số "động" được định nghĩa như sau :

$$\text{Điện trở động : } R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = U'_I$$

$$\text{Điện tự cảm động : } L_d = \frac{\Delta \Phi}{\Delta I} = \Phi'_I$$

$$\text{Điện dung động : } C_d = \frac{\Delta Q}{\Delta U} = Q'_U$$



Hình 4.13

Vì các đặc tuyến đã nêu ở trên là phi tuyến, nên các thông số động  $R_d$ ,  $I_d$ ,  $C_d$  là hàm số của cường độ dòng điện hay hiệu điện thế, nó đặc trưng cho phân tử phi tuyến tại mỗi điểm trên đặc tuyến.

### b) Các tính chất cơ bản của mạch điện phi tuyến

Do các phân tử của mạch có đặc trưng phi tuyến, nên mạch phi tuyến có những tính chất khác hẳn mạch tuyến tính đã xét ở trên. Cụ thể là :

+ Mạch phi tuyến không có tính xếp chồng nghiệm (không áp dụng được nguyên lý chồng chập các trạng thái điện).

Ví dụ, một điện trở phi tuyến có đặc tính  $i = 2u^2$ . Nếu hiệu điện thế đặt vào  $u$  là tổng của 2 hiệu điện thế  $u_1$  và  $u_2$ , nghĩa là  $u = u_1 + u_2$ , và các cường độ dòng điện tương ứng riêng sẽ là :  $i_1 = 2u_1^2$ ,  $i_2 = 2u_2^2$  thì ta có :

$$i = 2(u_1 + u_2)^2 = 2u_1^2 + 4u_1u_2 + 2u_2^2 \neq 2u_1^2 + 2u_2^2, \text{ hay } i \neq i_1 + i_2$$

### + Mạch phi tuyến có tính chất tạo tần số

Nếu hiệu điện thế kích thích có dạng hình sin, thì do quan hệ phi tuyến, cường độ dòng điện trong mạch sẽ không có dạng điều hoà (hình sin) và có thể phân tích thành một tổng các dao động điều hoà có tần số khác nhau (xem Điện học 2). Chẳng hạn, nếu có đặc tính phi tuyến  $i = au^2$ , thì khi có hiệu điện thế  $u = Asin\omega t$ , dòng điện

trong mạch sẽ là  $i = aA^2 \sin^2 \omega t = \frac{aA^2}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ . Ta thấy dòng điện chứa thành

phần một chiều có trị số  $\frac{aA^2}{2}$ , và thành phần xoay chiều có tần số góc  $2\omega$ .

Trong trường hợp tổng quát dao động điện trong mạch phi tuyến có thể chứa các thành phần điều hoà bậc n (có tần số  $\omega$ ,  $2\omega$ , ...,  $n\omega$ ). Người ta đã ứng dụng tính chất này trong kỹ thuật điện tử (nhân, chia tần số). Do tính nhiều vẻ của các đặc tính phi tuyến nên ở mạch phi tuyến còn có nhiều hiện tượng khác không có ở mạch tuyến tính như hiện tượng ổn áp, ổn dòng..., có nhiều ứng dụng thực tiễn.

## 2. Phương pháp giải bài toán mạch phi tuyến

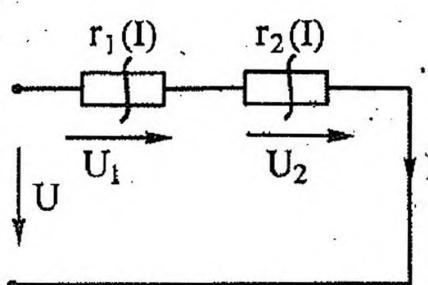
a) *Khác với bài toán mạch điện tuyến tính* đã xét ở các đoạn trên, không có một phương pháp đại số (giải tích) nào để tìm nghiệm chính xác của mạch phi tuyến, do đó muốn phân tích mạch phi tuyến người ta thường dùng các phương pháp giải gần đúng. Các phương pháp gần đúng chủ yếu là : Phương pháp đồ thị, phương pháp số, và phương pháp biểu diễn gần đúng các đặc tuyến bằng các hàm giải tích. Trong các bài toán ở bậc trung học phổ thông thường chỉ xét các bài toán có thể giải bằng phương pháp đồ thị, hoặc bằng cách áp dụng các định luật về mạch điện một chiều khi cho biết các hàm  $U(I)$ ,  $I(U)$ ... hay dựa vào đặc tuyến biết được đặc tính của phần tử phi tuyến.

b) *Nội dung của phương pháp đồ thị là* : từ các đặc tuyến cho trước của các phần tử (hoặc dựa vào bảng số liệu cho trong đề bài để vẽ đặc tuyến này) ta vẽ đặc tuyến chung của mạch, sau đó xác định điểm làm việc (hoạt động) của mạch theo các dữ kiện trong bài toán. Dưới đây ta xét 2 trường hợp cơ bản ghép các phần tử phi tuyến.

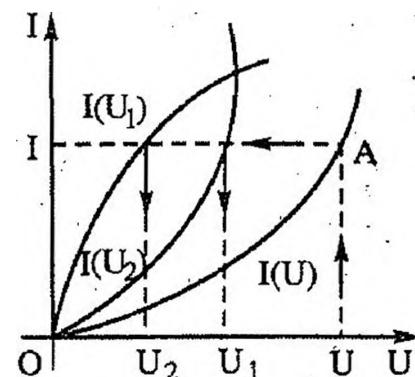
### + Mạch gồm các phần tử ghép nối tiếp

Cho mạch điện gồm 2 phần tử phi tuyến (diện trở chẵng hạn)  $r_1(I)$  và  $r_2(I)$  ghép nối tiếp (Hình 4.14) ; đặt vào mạch một hiệu điện thế một chiều  $U$ . Hình 5.15 cho biết các đặc tuyến vôn-ampe của chúng, là  $I(U_1)$  và  $I(U_2)$ . Vì mạch gồm 2 phần tử ghép nối tiếp có cùng dòng điện  $I$  chạy qua nên theo định luật Ôm ta có :

$$U = U_1 + U_2$$



Hình 4.14

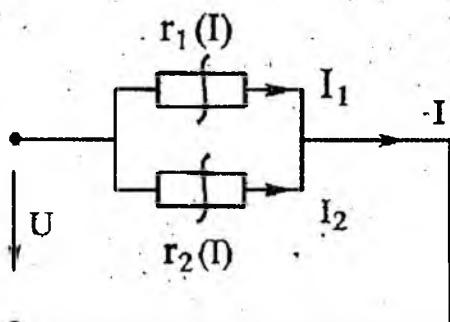


Hình 4.15

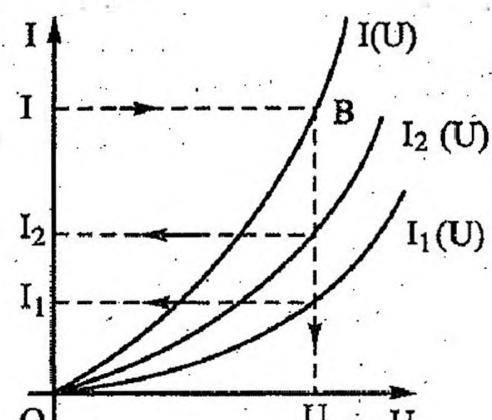
và đặc tuyến  $I(U)$  của toàn mạch được thiết lập bằng cách cộng 2 đặc tuyến  $I(U_1)$  và  $I(U_2)$  theo trục hoành (xem hình 4.15). Với giá trị đã cho của hiệu điện thế đặt vào mạch, dựa vào đặc tuyến  $I(U)$  đó ta xác định được điểm làm việc A, từ đó tìm được cường độ dòng điện  $I$  chạy trong mạch và hiệu điện thế  $U_1, U_2$  trên từng phần tử riêng rẽ.

#### + Mạch gồm các phần tử ghép song song

Cho mạch gồm 2 phần tử phi tuyến ghép song song (Hình 4.16a) ; đặt vào mạch nguồn điện một chiều có hiệu điện thế  $U$ . Đặc tuyến của 2 phần tử đó là  $I_1(U)$  và  $I_2(U)$  như trên hình 4.16b. Vì hiệu điện thế  $U$  là chung cho hai phần tử đó và  $I = I_1 + I_2$ ,



a)



b)

Hình 4.16

nên đặc tuyến  $I(U)$  cho toàn mạch được vẽ bằng cách cộng theo trục tung đồ thị  $I_1(U)$  và  $I_2(U)$ . Với dòng điện  $I$  đã cho, dựa theo đặc tuyến  $I(U)$ , ta xác định được điểm làm việc B của mạch, từ đó tìm được hiệu điện thế  $U$  và các dòng điện  $I_1, I_2$  qua từng phần tử phi tuyến.

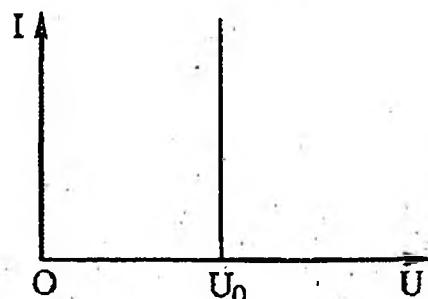
Trong trường hợp mạch phức tạp gồm nhiều phần tử phi tuyến nối tiếp và song song, ta lần lượt nhóm các phần tử phi tuyến theo cách như đã làm ở trên.

#### c) Biểu diễn gần đúng các đặc tính phi tuyến bằng các hàm giải tích

Để có thể nghiên cứu các mạch phi tuyến bằng phương pháp giải tích, người ta thường làm xấp xỉ các đặc tính phi tuyến bằng các hàm giải tích, rồi thế chúng vào các phương trình mạch điện, nhờ đó có thể giải được bài toán một cách thuận tiện. Chẳng hạn, với varixto (điện trở phi tuyến) đặc tuyến được biểu diễn gần đúng bằng hàm  $i = kU^2$ ; hoặc với triot điện tử :  $i = a_0 + a_1u + a_2u^2 \dots$

### d) Chú ý

Ta thường gặp mạch điện có chứa điốt. Với điốt lí tưởng đặc tuyến vôn – ampe có dạng như trên hình 4.17. Khi đó dựa vào đặc tính "đóng, mở" của điốt và áp dụng định luật Ôm ta dễ dàng tìm được lời giải của bài toán.



Hình 4.17

### 3. Bài tập ví dụ

#### Ví dụ 1

Cho các đèn mà đường đặc trưng vôn-ampe cho ở hình 4.18. Hiệu điện thế định mức của đèn là 3,5V. Đèn sẽ bị hỏng nếu hiệu điện thế đặt vào đèn vượt 4V.

a) Mắc hai đèn như vậy nối tiếp nhau vào nguồn điện có hiệu điện thế không đổi 5V. Tính cường độ dòng điện chạy trong mạch.

b) Cần phải mắc song song với một trong hai đèn nối trên một điện trở bằng bao nhiêu để đèn kia sáng đúng định mức.

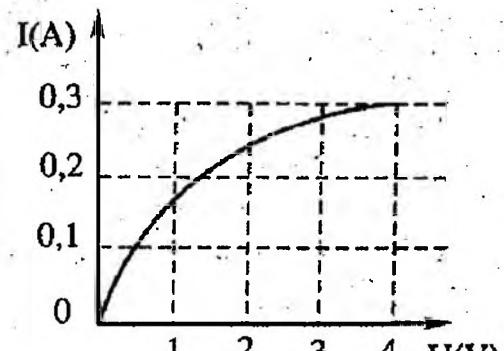
c) Nếu thay điện trở nói ở câu b bằng một đèn giống hệt hai đèn kia, thì liệu có đèn nào bị cháy không?

*Giải*

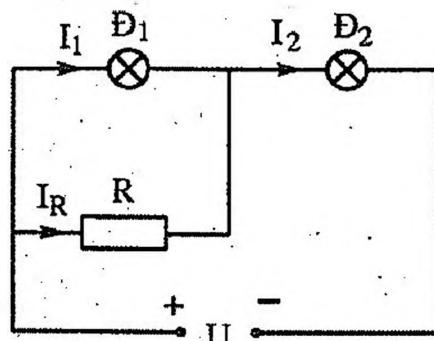
a) Hai đèn giống hệt nhau mắc nối tiếp vào nguồn  $U = 5V$  thì hiệu điện thế đặt vào mỗi đèn sẽ là:  $\frac{U}{2} = 2,5V$ . Sử dụng đồ thị ta thấy khi đó  $I = 0,26A$ .

b) Mắc  $R$  song song với  $D_1$  (Hình 4.19). Để cho đèn hai sáng bình thường, ta phải có  $U_2 = 3,5V$ . Nhìn trên đồ thị, ta có  $I_2 = 0,27A$ . Mặt khác,  $U_1 = U - U_2 = 5 - 3,5 = 1,5V$ . Nhìn trên đồ thị ta có:  $I_1 = 0,22A$ . Vậy  $I_R = I_2 - I_1 = 0,05A$

$$R = \frac{U_1}{I_R} = \frac{1,5}{0,05} = 30\Omega$$



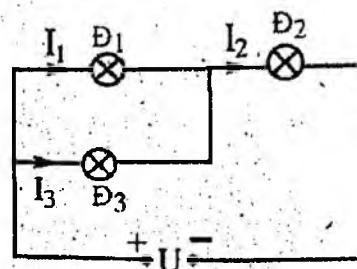
Hình 4.18



Hình 4.19

c) Trong trường hợp này, dĩ nhiên nguy cơ bị cháy thuộc về đèn 2. Ta hãy tính xem khi nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  bằng bao nhiêu thì  $D_2$  có thể bị cháy (Hình 4.20).  $D_2$  bị cháy khi  $U_2 = 4V$ .

Nhìn trên đồ thị, ta có  $I_2 = 0,28A$ .



Hình 4.20

Vì  $D_1$  và  $D_2$  giống nhau nên :  $I_1 = I_3 = \frac{I_2}{2} = 0,14A$ .

Nhìn trên đồ thị ta có :  $U_1 = U_3 = 0,7V$ . Vậy khi đó hiệu điện thế nguồn là :

$$U = U_1 + U_2 = 4,7V$$

Theo đề bài, hiệu điện thế nguồn là  $U = 5V$  vượt quá giá trị nói trên. Vậy đèn 2 sẽ bị cháy.

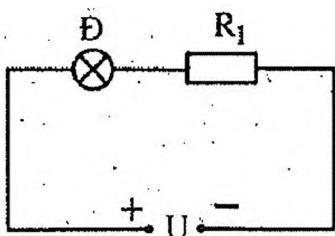
### Ví dụ 2

Một đèn dây tóc có điện trở biến đổi theo nhiệt độ. Sự phụ thuộc của cường độ dòng điện chạy qua đèn vào hiệu điện thế đặt vào đèn được cho trong bảng sau :

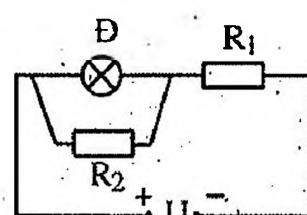
$U(V)$	10	20	40	65	100	120	140	160	180	200
$I(A)$	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,74

a) Vẽ đường đặc trưng vôn – ampe của đèn (vẽ đủ lớn để sử dụng ở 2 câu hỏi sau).

b) Đèn được mắc nối tiếp với một điện trở không đổi  $R_1 = 240\Omega$  và đặt vào hiệu điện thế không đổi  $U = 160V$ . Bằng phương pháp đồ thị, hãy tìm hiệu điện thế đặt vào đèn và công suất đèn (Hình 4.21).



Hình 4.21

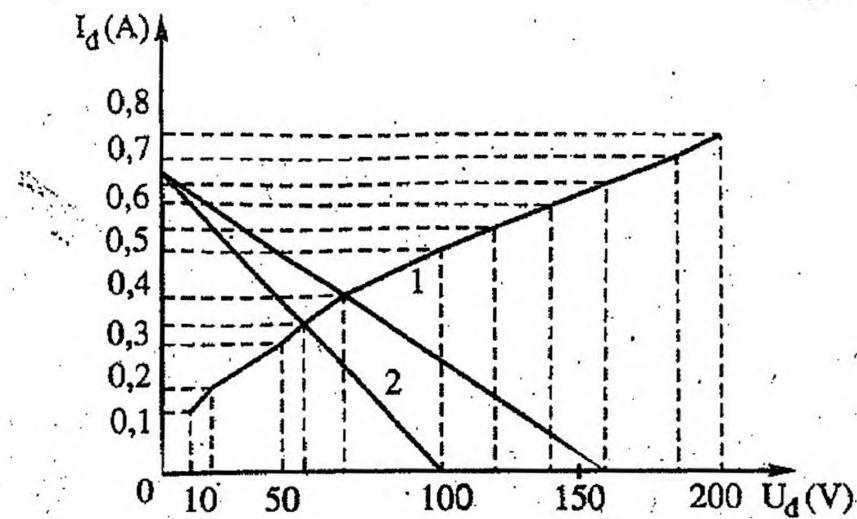


Hình 4.22

c) Lắp thêm vào mạch trên một điện trở  $R_2 = 400\Omega$  song song với đèn. Hiệu điện thế  $U$  vẫn bằng  $160V$ . Hỏi như câu b (Hình 4.22).

*Giải*

a)



Hình 4.23.

b) Ta có :  $U = U_d + U_1 = 160$ .

Do đó :  $U_1 = 160 - U_d$ .

Mặt khác :  $I = \frac{U_1}{R_1}$  hay  $I = \frac{160 - U_d}{240}$  (1)

Đồ thị của hàm (1) là đường (1) trong hình 4.23, giao của nó với đường đặc trung vôn – ampe của đèn có tọa độ : ( $U_d \approx 65V$  ;  $I_d = 0,4A$ ).

Vậy :  $\mathcal{P}_d = U_d I_d \approx 26W$ .

c) Ta có :  $I_d + I_2 = I_1$  ( $I_1, I_2$  : dòng chạy qua  $R_1, R_2$ ).

Tức là :  $I_d + \frac{U_d}{R_2} = \frac{U - U_d}{R_1}$ .

$I_d + \frac{U_d}{400} = \frac{160 - U_d}{240}$  hay  $I_d = \frac{100 - U_d}{150}$  (2)

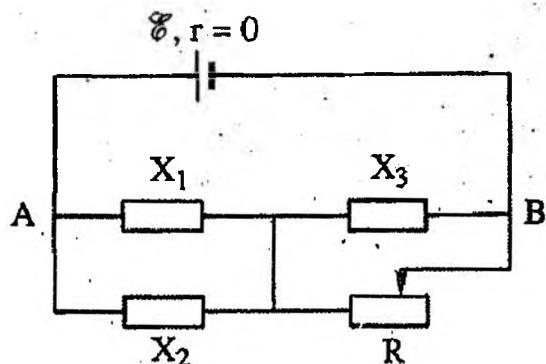
Đồ thị của hàm (2) là đường (2) trong hình 4.23.

Giao của nó với đường đặc trung vôn – ampe có tọa độ : ( $U_d \approx 50V$  ;  $I_d \approx 0,33A$ ).

Vậy :  $\mathcal{P}_d = U_d I_d \approx 16,5W$ .

### Ví dụ 3

Trong sơ đồ ở Hình 4.24  $X_1, X_2, X_3$  là các dụng cụ phi tuyến giống nhau, cường độ dòng điện  $I$  qua mỗi dụng cụ phụ thuộc vào hiệu điện thế  $U$  giữa hai cực của nó theo quy luật  $I = kU^2$ ,  $k$  là hằng số.



Hình 4.24

a) Nguồn điện có suất điện động không đổi  $\mathcal{E}$ , điện trở trong không đáng kể,  $R$  là biến trở. Phải điều chỉnh cho biến trở có giá trị bao nhiêu để công suất tỏa nhiệt trên biến trở đạt cực đại ?

Áp dụng số:  $\mathcal{E} = 2V$ ,  $r = 0$ ,  $k = 0,05A/V^2$ .

b) Tháo bỏ  $X_3$ , cho giá trị  $R = 20\Omega$ , suất điện động của nguồn có thể biến đổi. Cường độ dòng điện qua đoạn mạch  $AB$  phụ thuộc vào hiệu điện thế  $U_{AB} \equiv U$  như thế nào ?

*Giải*

a) Gọi  $U$  là hiệu điện thế trên biến trở thì  $U \leq \mathcal{E}$ ; cường độ dòng điện qua  $X_1$ ,  $X_2$  là  $k(\mathcal{E} - U)^2$ , qua  $X_3$  là  $kU^2$ . Công suất tỏa nhiệt trên biến trở  $R$  là :

$$\mathcal{P} = U(I_1 + I_2 - I_3) = kU[2(\mathcal{E} - U)^2 - U^2]$$

Công suất này đạt cực đại khi :  $\frac{d\mathcal{P}}{dU} = 0$ , tức là :

$$k[2(\mathcal{E} - U)^2 - 4U(\mathcal{E} - U) - 3U^2] = 0$$

hay  $3U^2 - 8\mathcal{E}U + 2\mathcal{E}^2 = 0$ . Giải ra tìm được :  $U_1 = 0,28\mathcal{E}$  và  $U_2 = 2,39\mathcal{E}$  (loại).

$$\text{Từ đó: } R = \frac{U_1}{I_R} = \frac{U_1}{2k(\mathcal{E} - U_1)^2 - kU_1^2} = \frac{0,29}{k\mathcal{E}} = 2,85\Omega.$$

b) Gọi  $U_x$  là hiệu điện thế trên  $X_1$ ,  $X_2$  ta có :  $I = 2kU_x^2 = \frac{U - U_x}{R}$ . Từ đó ta có phương trình :  $2kRU_x^2 + U_x - U = 0$ , và tìm được (loại nghiệm âm) :

$$U_x = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8kRU}}{4kR}, \text{ và } I = \frac{(-1 + \sqrt{1 + 8kRU})^2}{8R^2k}$$

$$\text{Hay: } I = \frac{1 + 4U - \sqrt{1 + 8U}}{80}$$

### III – MẠCH RC

#### 1. Sự tích điện và phóng điện của tụ điện

Ta khảo sát sự biến thiên của cường độ dòng điện trong mạch RC khi tụ điện tích điện và phóng điện.

##### a) Quá trình tích điện cho tụ điện

Mắc tụ điện có điện dung  $C$  vào mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.25 ; nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$ , điện trở trong không đáng kể. Ban đầu tụ điện chưa được tích điện. Để tích điện cho nó ta gạt khóa K sao cho nó tiếp xúc với điểm a để nối acquy  $\mathcal{E}$  vào mạch gồm điện trở R và tụ điện C (mạch RC nối tiếp). Ta xét sự thay đổi của dòng điện  $i$  trong mạch theo thời gian t trong khi tích điện cho tụ. Kí hiệu  $q$  và  $u$  là điện tích và hiệu điện thế của tụ điện ở thời điểm t, áp dụng định luật Ôm tổng quát ta có :

$$\mathcal{E} - iR - u = 0$$

$$\text{hay : } \mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \quad (4.11)$$

Theo định nghĩa :  $i = \frac{dq}{dt}$ , do đó phương trình (4.11) có dạng :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \quad (4.12)$$

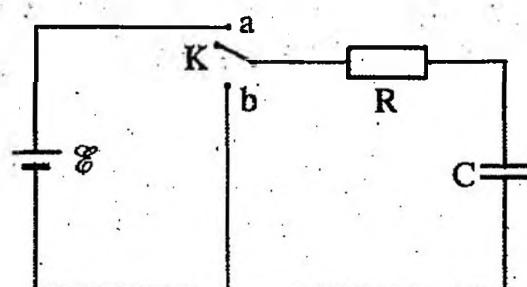
Theo điều kiện ban đầu (khi  $t = 0$ , thì  $q = 0$ ), dễ dàng kiểm lại rằng nghiệm của phương trình (4.12) là :

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (4.13)$$

$$\text{Từ đó : } i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.14)$$

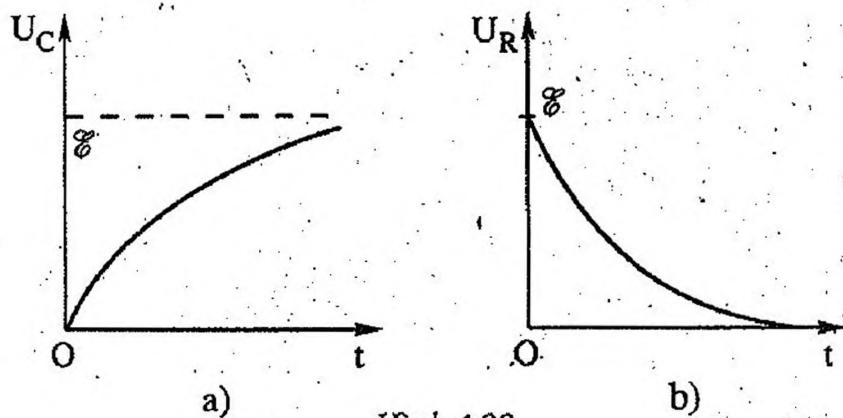
$$\text{và : } u_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (4.15)$$

$$u_R = iR = \mathcal{E}e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.16)$$



Hình 4.25

Hình 4.26a và b biểu diễn đồ thị của  $u_C$  và  $u_R$ ; chú ý rằng ở một thời điểm bất kì tổng của  $u_C$  và  $u_R$  luôn luôn bằng  $\mathcal{E}$ , đúng như (4.11) đòi hỏi. Ta thấy rằng đại lượng RC xuất hiện trong các công thức trên có thứ nguyên là thời gian; và nó được gọi là *hằng số thời gian*, thường kí hiệu bằng  $\tau$ :  $\tau = RC$ . Đó là thời gian mà điện tích trên tụ điện tăng lên một thừa số  $(1 - e^{-1})$  hay gần 63% của giá trị cực đại của nó (khi được tích điện hoàn toàn, còn gọi là giá trị cân bằng của điện tích tụ điện).



Hình 4.26

Một cách định tính và về mặt vật lí ta có thể hình dung quá trình nạp điện trong mạch RC như sau. Khi khóa K mới được đóng vào a, không có điện tích trên tụ điện và do đó không có hiệu điện thế giữa các bản tụ. Do đó, áp dụng định luật Kiéc-xốp cho thấy hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở R bằng suất điện động  $\mathcal{E}$  của acquy và dòng qua điện trở R bằng  $\frac{\mathcal{E}}{R}$ .

Các kết quả này *chỉ đúng* ngay lúc bắt đầu của dòng điện, vì sau đó các điện tích bắt đầu xuất hiện trên các bản tụ điện và hiệu điện thế  $u = \frac{q}{C}$  được thiết lập giữa các bản tụ điện. Từ định luật Kiéc-xốp ta biết rằng trong quá trình tích điện đó, hiệu điện thế trên điện trở R và tụ điện C phải luôn luôn bằng suất điện động không đổi  $\mathcal{E}$  của acquy. Khi hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở giảm, dòng điện qua nó cũng giảm. Sự thay đổi dòng điện và hiệu điện thế ở điện trở, cũng như sự tăng điện tích và hiệu điện thế trên tụ điện sẽ tiếp tục cho đến khi tụ điện được nạp điện hoàn toàn, nghĩa là cho đến khi hiệu điện thế trên tụ điện bằng suất điện động của acquy  $\mathcal{E}$  (là nguồn nạp điện cho tụ). Khi đó không có dòng điện trong mạch nữa.

### b) Sự phóng điện của tụ điện

Giả sử tụ điện đã được tích điện đến hiệu điện thế bằng  $\mathcal{E}$ . Ở thời điểm  $t = 0$ , ta lại gạt khóa K từ a sang b để cho tụ điện có thể phóng điện qua điện trở R và ta xét

sự biến thiên của dòng phóng điện  $i$  theo thời gian  $t$ . Bây giờ thay cho phương trình (4.12) ta có phương trình :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (4.17)$$

Phương trình này có nghiệm :

$$q = C\mathcal{E}e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.18)$$

từ đó :  $i = \frac{dq}{dt} = -\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$  (4.19)

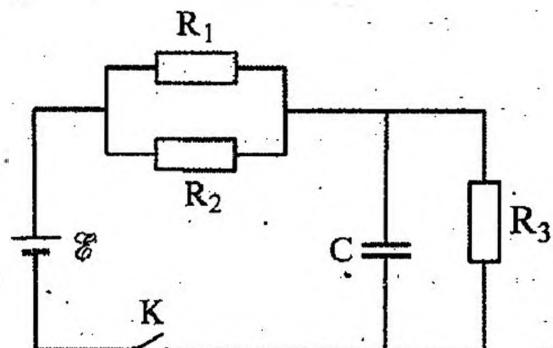
Dấu trừ ở (4.19) cho thấy dòng phóng điện ngược chiều với dòng nạp, đúng như ta mong đợi. Ta thấy sau thời gian  $\tau = RC$ , điện tích của tụ giảm xuống còn  $C\mathcal{E}^{-1}$ , nghĩa là cỡ gần 37% điện tích ban đầu của nó. Từ (4.18) ta thấy sau thời gian  $t_1 = R\ln 2 = 0,69\tau$ , thì điện tích của tụ điện chỉ còn một nửa giá trị ban đầu của nó.

Trong khi đó, muốn cho năng lượng của tụ điện  $W = \frac{q^2}{2C}$  chỉ còn bằng nửa giá trị ban đầu của nó thì chỉ cần một thời gian là  $t_2 = \frac{1}{2}R\ln 2 \approx 0,35\tau$  !

## 2. Bài tập ví dụ

Cho mạch điện có sơ đồ như hình 4.27.

Cho biết  $\mathcal{E} = 3V$ ;  $r = 0$ ;  $C = 7\mu F$ ;  $R_1 = 1\Omega$ ;  $R_2 = 2\Omega$ ;  $R_3 = 3\Omega$ . Lúc đầu tụ điện chưa tích điện và khóa K mở. Sau đó đóng K, chọn thời điểm đóng K khi  $t = 0$ .



Hình 4.27

a) Xác định cường độ dòng điện qua các điện trở ngay sau khi đóng K.

b) Xác định cường độ dòng điện qua mỗi điện trở sau khoảng thời gian  $\Delta t$  đủ lớn.

c) Sau khoảng thời gian  $\Delta t$  nói trên, người ta lại mở khóa K. Chọn gốc thời gian lúc mở K. Tìm biểu thức cường độ dòng điện qua  $R_3$  sau đó. Tính thời gian kể từ lúc mở K cho đến khi cường độ dòng điện qua  $R_3$  có giá trị bằng nửa giá trị ban đầu.

*Giải*

a) Ngay sau khi đóng K,  $U_C = \mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = 0$ , do đó :

$$I_{R_3} = 0 ; I_{R_1} = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = 3A \text{ và } I_{R_2} = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = 1,5A$$

b) Sau khoảng thời gian đủ lớn, xem như  $t = \infty$ , tụ điện đã được tích điện đầy đủ và không có dòng điện chạy qua tụ điện. Khi đó mạch ngoài chỉ còn dòng điện qua các điện trở. Ta có :  $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2}{3}\Omega$  ;  $R_{12} + R_3 = \frac{11}{3}\Omega$ . Do đó :

$$I_{R_3} = \frac{\mathcal{E}}{R_{12} + R_3} = \frac{9}{11} \approx 0,82A ; I_1 = \frac{\mathcal{E} - I_3 R_3}{R_1}$$

$$\text{và } I_{R_2} = \frac{\mathcal{E} - I_3 R_3}{R_2} \approx 0,27A.$$

c) Khi mở khóa K, tụ điện phóng điện qua điện trở  $R_3$  từ giá trị ban đầu  $U_C = I_3 R_3$ . Cường độ dòng điện qua  $R_3$  có biểu thức :

$$i = \frac{U_C}{R_3} e^{-\frac{t}{R_3 C}} = I_3 e^{-\frac{t}{R_3 C}}$$

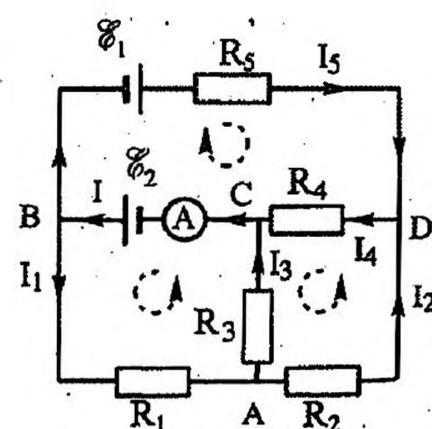
Cường độ dòng điện này có giá trị bằng  $\frac{I_3}{2}$  sau thời gian  $t_1$  :  $I_3 e^{-\frac{t_1}{R_3 C}} = \frac{I_3}{2}$ .

Từ đó :  $t_1 = R_3 C \ln 2 \approx 1,46 \cdot 10^{-5} s$ .

## B. BÀI TẬP

4.1. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.28. Cho biết  $\mathcal{E}_1 = 12,5V$  ;  $r_1 = 1\Omega$ ,  $\mathcal{E}_2 = 8V$  ;  $r_2 = 0,5\Omega$  ;  $R_1 = R_2 = 5\Omega$  ;  $R_3 = R_4 = 2,5\Omega$  ;  $R_5 = 4\Omega$  ;  $R_A = 0,5\Omega$ . Tính cường độ dòng điện qua các mạch điện trở và số chỉ ampe kế.

Gợi ý : Áp dụng phương pháp Kiếc-xốp.



Hình 4.28

4.2. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.29.

Cho biết:  $\mathcal{E} = 26V$ ,  $r = 1\Omega$ ;  $R = 3\Omega$ ;  $R_1 = 5\Omega$ ;

$R_2 = 2\Omega$ ;  $R_3 = 10\Omega$ ;  $R_4 = 30\Omega$ ;  $R_5 = 5\Omega$ .

Tính cường độ dòng điện qua các điện trở và điện trở tương đương của đoạn mạch AB.

Gợi ý: Áp dụng phương pháp điện thế nút.

4.3. Cho mạch điện như trên hình 4.30. Cho biết

$\mathcal{E}_1 = 9V$ ;  $r_1 = 0,1\Omega$ ;  $\mathcal{E}_2 = 3V$ ;  $r_2 = 0,2\Omega$ ;

$R = 0,8\Omega$ ;  $R_1 = 1\Omega$ ;  $R_2 = R_3 = 3\Omega$ . Bỏ qua điện trở của các ampe kế, khóa K và các dây nối. Biết rằng số chỉ của ampe kế  $A_1$  khi đóng khóa K bằng 1,8 lần số chỉ ampe kế  $A_2$  khi ngắt K. Tính điện trở  $R_4$ , chiều và cường độ dòng điện qua ampe kế  $A_1$  khi đóng K.

4.4. Một nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E} = 20V$ , điện trở trong  $r$ , dùng để thắp sáng đồng thời 3 bóng đèn  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , trong đó hai bóng đèn  $D_1$  và  $D_2$  hoàn toàn giống nhau. Người ta thấy rằng, để cả 3 bóng đèn sáng bình thường có thể tìm được 2 cách mắc :

– Cách 1 : Mắc 2 đèn  $D_1$  và  $D_2$  song song với nhau, rồi mắc nối tiếp chúng với  $D_3$  vào nguồn.

– Cách 2 : Mắc 2 đèn  $D_1$  và  $D_2$  nối tiếp với nhau, rồi mắc chúng song song với  $D_3$  vào nguồn.

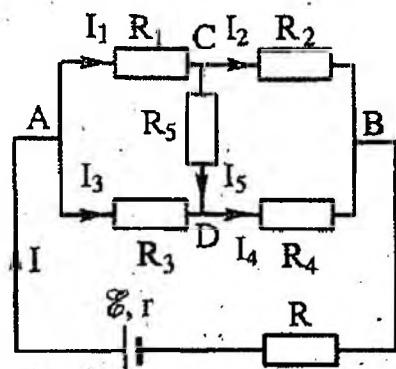
a) Tính hiệu điện thế định mức của mỗi đèn.

b) Với một trong hai cách mắc trên, công suất toàn phần của nguồn là  $P = 40W$ . Tính cường độ dòng điện định mức và công suất định mức của các đèn. Tính  $r$ .

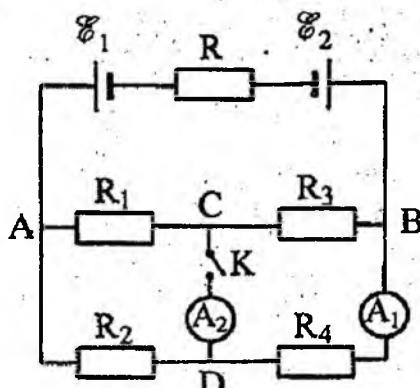
c) Tính hiệu suất của nguồn trong 2 cách mắc đó.

4.5. Tính năng lượng tổng cộng W tích điện trong các tụ điện có điện dung  $C_1$ ,  $C_2$ ,

$C_3$ ,  $C_4$  do các nguồn điện có suất điện động không đổi  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $\mathcal{E}_3$ ,  $\mathcal{E}_4$  cung cấp, khi chúng được mắc như trong hình 4.31. Các điện trở có cùng một giá trị



Hình 4.29



Hình 4.30

bằng  $R$ . Bỏ qua điện trở trong của các nguồn. Tụ điện  $C_2$  sẽ có điện tích  $q_2$  bằng bao nhiêu nếu nối đoạn mạch 2 điểm H và B.

Áp dụng bằng số:  $\mathcal{E}_1 = 4V$ ;  $\mathcal{E}_2 = 8V$ ;  $\mathcal{E}_3 = 12V$ ;  $\mathcal{E}_4 = 16V$ ;  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1\mu F$ .

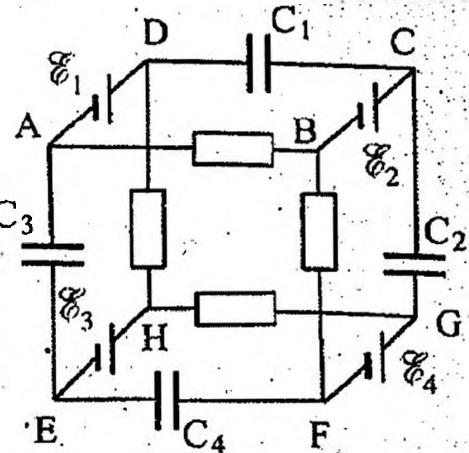
Gợi ý: Áp dụng định luật Ôm tổng quát cho từng đoạn mạch và áp dụng công thức tính năng lượng tụ điện.

- 4.6. Cho mạch điện có sơ đồ như ở hình 4.32. Cho biết  $\mathcal{E} = 15V$ ;  $r = 1\Omega$ ;  $R = 1\Omega$ ;  $R_1 = 5\Omega$ ;  $R_3 = 10\Omega$ ;  $R_4 = 20\Omega$ ;  $R_A = 0$ . Biết rằng, khi ngắt K ampe kế chỉ  $0,2A$ , và khi đóng K ampe kế chỉ số 0. Tính  $R_2$ ,  $R_5$  và công suất của nguồn khi ngắt K và khi đóng K.

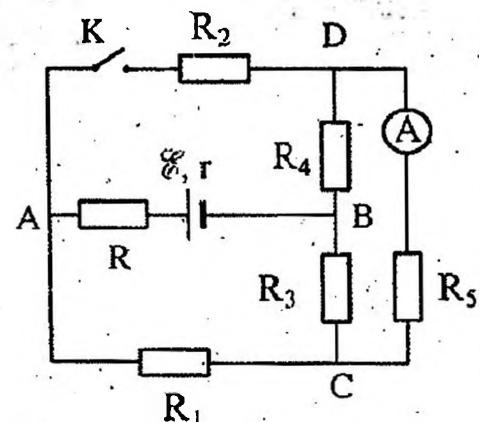
- 4.7. a) Hãy xác định điện trở tương đương của một mạch điện AB gồm các điện trở mắc theo sơ đồ (Hình 4.33a) và kéo dài vô tận.

Gợi ý:  $R_{AB} = R_{CD}$ .

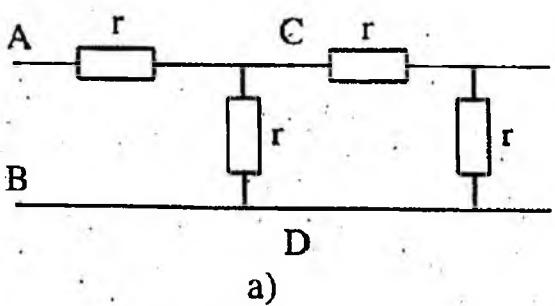
- b) Với các điện trở giống nhau  $r = 1\Omega$ , người ta mắc thành một mạng điện trở vô hạn (Hình 4.33b). Mỗi mắt có 4 điện trở như trên hình vẽ. Tính điện trở tương đương giữa 2 nút A, B bất kì cạnh nhau.



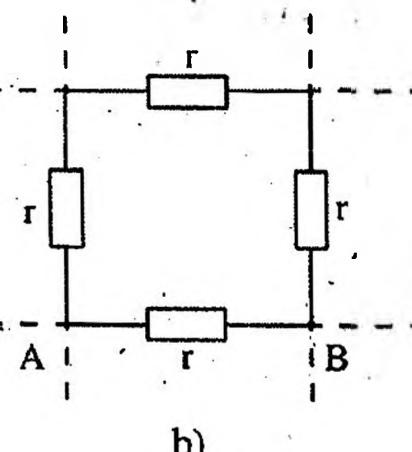
Hình 4.31



Hình 4.32



a)



b)

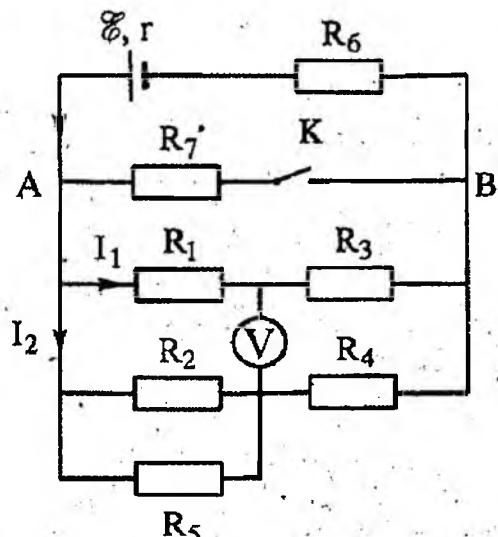
Hình 4.33

Gợi ý: Áp dụng nguyên lí chồng chất trạng thái điện và xét dòng điện cường độ I đi vào nút A và đi ra từ nút B.

4.8\*. Trong khoảng không gian giữa hai mặt cầu dẫn điện đồng tâm A, B, bán kính  $R_1$  và  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ), được lấp đầy bằng một vật liệu đồng nhất có điện trở suất  $\rho$ . Đặt vào giữa hai mặt cầu đó một hiệu điện thế  $U$ . Tìm cường độ dòng điện chạy từ mặt cầu nọ sang mặt cầu kia.

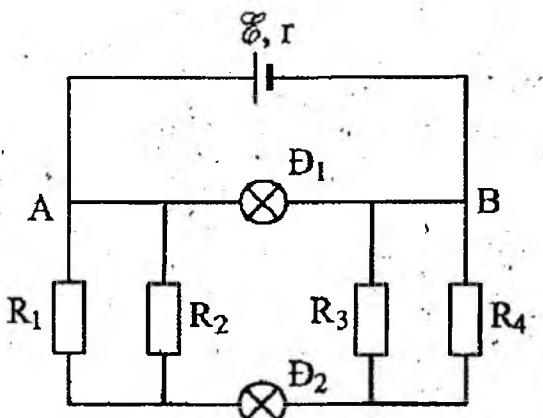
Gợi ý : Chia phần không gian giữa hai mặt cầu thành các lớp cầu mỏng bề dày  $dR$  và áp dụng định luật Ôm cho từng lớp cầu.

4.9. Cho mạch điện như trên hình 4.34, trong đó  $r = 2\Omega$ ;  $R_1 = R_4 = 4\Omega$ ;  $R_2 = 30\Omega$ ;  $R_3 = 12\Omega$ ;  $R_5 = 20\Omega$ ;  $R_6 = 10\Omega$ . Biết rằng số chỉ của vôn kế khi K ngắt và khi K đóng lần lượt là 4,8V và 3V. Tính suất điện động  $\mathcal{E}$  của nguồn và điện trở  $R_7$ .



Hình 4.34

4.10. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.35, trong đó:  $R_1 = 15\Omega$ ;  $R_2 = 10\Omega$ ;  $R_3 = 18\Omega$ ;  $R_4 = 9\Omega$ ; hai đèn  $D_1$  và  $D_2$  có điện trở  $R_d$  bằng nhau. Biết rằng khi mắc vào hai đầu A và B nguồn điện  $\mathcal{E}_1$  (có suất điện động  $\mathcal{E}_1 = 30V$ ;  $r_1 = 2\Omega$ ), hoặc nguồn điện  $(\mathcal{E}_2 = 36V; r_2 = 4\Omega)$  thì công suất mạch ngoài vẫn bằng  $P = 72W$  và hai đèn  $D_1, D_2$  đều sáng bình thường.



Hình 4.35

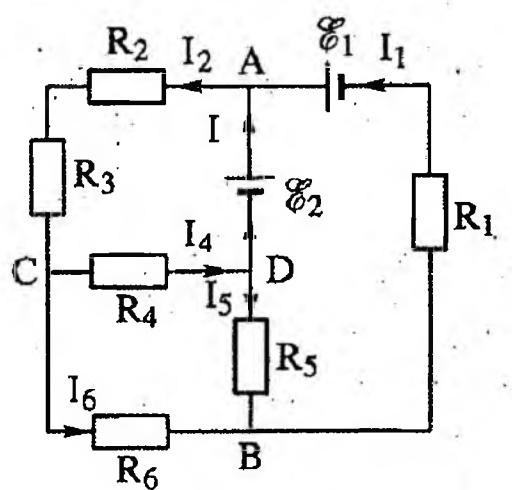
a) Tính công suất và hiệu điện thế định mức của mỗi đèn. Dùng nguồn nào có lợi hơn?

b) Nay thay cho  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ , người ta mắc nguồn điện  $\mathcal{E}_3$  sao cho hiệu suất của nguồn bằng 50% và hai đèn đều sáng bình thường.

Tính  $\mathcal{E}_3, r_3$ .

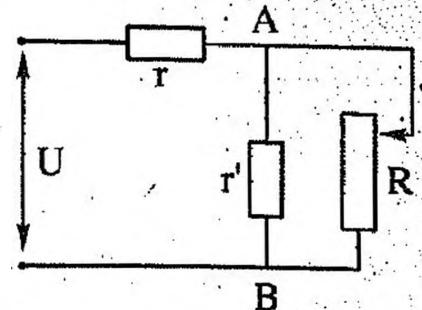
4.11. Cho mạch điện như trên hình 4.36. Cho biết  $\mathcal{E}_1 = 5V$ ;  $r_1 = 0$ ;  $\mathcal{E}_2 = 3V$ ;  $r_2 = 0$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1\Omega$ . Tìm cường độ dòng điện qua các điện trở và hiệu điện thế giữa hai điểm A và B.

Gợi ý : Áp dụng phương pháp điện thế nút.



Hình 4.36

- 4.12. Trong mạng điện ở hình 4.37, hiệu điện thế  $U$  và các điện trở  $r, r'$  là không đổi,  $R$  là biến trở. Tìm liên hệ giữa  $R_0, r, r'$  để công suất nhiệt tỏa ra trên  $R$  hầu như không đổi khi  $R$  biến thiên nhỏ quanh giá trị  $R_0$ . Tính công suất  $\mathcal{P}_0$  tương ứng. Áp dụng số:  $U = 80V$ ;  $r = r'$ .



Hình 4.37

Người ta muốn có công suất  $\mathcal{P}_0$  tỏa trên  $R$  bằng 100W. Tính  $R_0, r$  và công suất  $\mathcal{P}_t$  tỏa ra trên toàn bộ mạng điện.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1988-1989)

- 4.13. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.38.

Trong đó  $\mathcal{E} = 300V$ ;  $r = \frac{4}{15}R$ ; các vôn kế có

điện trở  $R_v$  bằng nhau. Cho biết vôn kế  $V_1$  chỉ 220V. Tìm số chỉ vôn kế  $V_2$ .

- 4.14. Một đèn điện có điện trở  $R_0 = 2\Omega$ , hiệu điện thế ghi  $U_0 = 4,5V$ , được thắp bằng một acquy có suất điện động  $\mathcal{E} = 6V$  và điện trở trong không đáng kể.

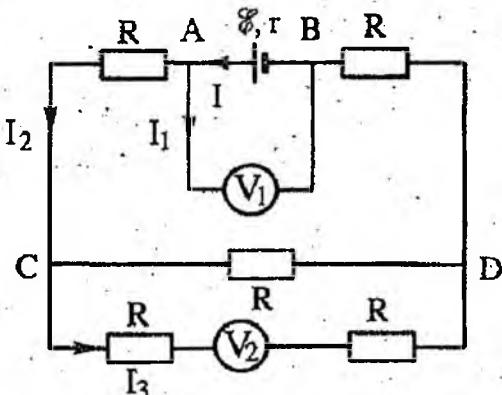
a) Giả sử hiệu điện thế ghi được đặt vào đèn bằng một biến trở có con chạy để thay đổi hiệu điện thế. Hỏi điện trở của biến trở và dòng điện cực đại mà nó phải chịu là bao nhiêu để hiệu suất của hệ thống không nhỏ hơn  $\eta_0 = 0,6$ ?

b) Hiệu suất cực đại có thể đạt được của hệ thống gồm đèn ở hiệu điện thế ghi và acquy là bao nhiêu? và mắc chúng theo cách thích hợp nào qua biến trở để đạt được hiệu suất cực đại ấy?

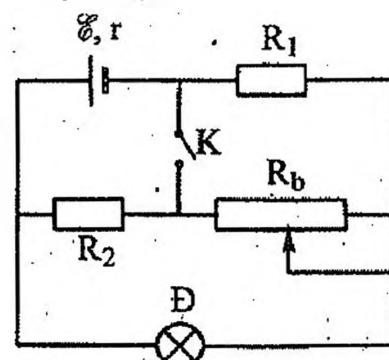
(Trích Đề thi Olympic Vật lí Quốc tế, năm 1981 ở Bulgaria)

- 4.15. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.39, trong đó nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$ , điện trở trong  $r = 2\Omega$ ; đèn D: 7V-7W;  $R_1 = 18\Omega$ ;  $R_2 = 2\Omega$ .  $R_b$  là biến trở. Điều chỉnh  $R_b$  và đóng khóa K, khi đó đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại.

a) Tìm  $\mathcal{E}$  và giá trị  $R_b$  khi đó.



Hình 4.38

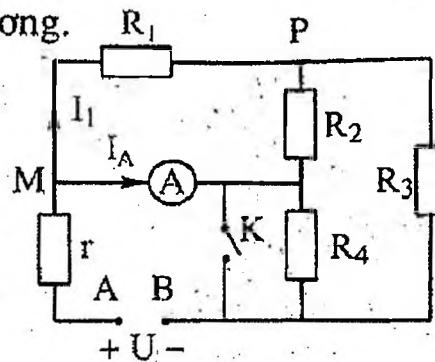


Hình 4.39

b) Khi K mở, đèn sáng thế nào?

Gợi ý: Áp dụng phương pháp nguồn điện tương đương.

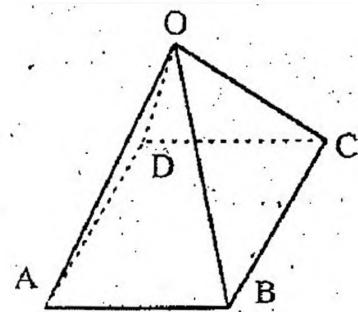
- 4.16. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.40. Trong đó  $U_{AB} = U$  không đổi;  $R_1 = 18R$ ;  $R_2 = 9R$ ;  $R_3 = 4R$ ;  $R_4 = 15R$ . Bỏ qua điện trở của ampe kế, dây nối và khóa K. Khi K đóng, ampe kế chỉ 3 ampe, và công suất tiêu thụ trên điện trở r lớn gấp 4 lần công suất tiêu thụ cũng trên r khi K mở. Tìm số chỉ của ampe kế khi K mở.



Hình 4.40

- 4.17. Tám đoạn dây dẫn có cùng điện trở R được hàn lại thành hình tháp có đáy ABCD và đỉnh O (Hình 4.41). Tính điện trở tương đương giữa các điểm:

- a) A và C;
- b) A và B;
- c) A và O. Biết hiệu điện thế giữa A và O là  $U = 7V$  và  $R = 1\Omega$ , tính các cường độ dòng điện trong các đoạn dây dẫn.

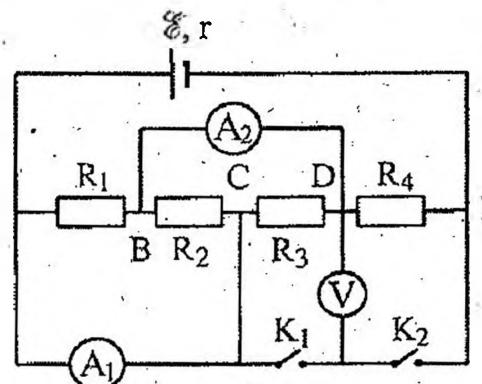


Hình 4.41

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1992–1993)

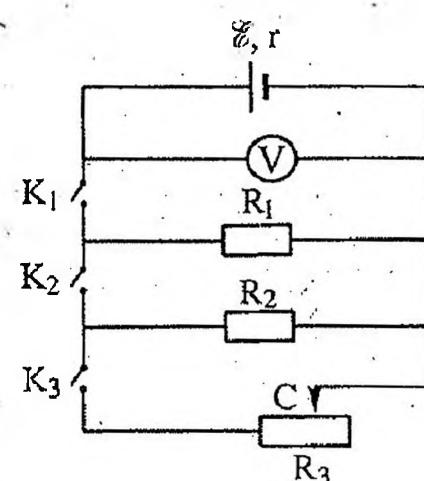
- 4.18. Cho mạch điện như trên hình 4.42, trong đó nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$ ; điện trở trong  $r = 2\Omega$ ; các điện trở  $R_1 = 80\Omega$ ;  $R_2 = 40\Omega$ ;  $R_3 = \frac{80}{3} \approx 26,67\Omega$ ;  $R_4 = 8\Omega$ . Bỏ qua các điện

trở của các ampe kế, các dây nối và các khóa  $K_1$ ,  $K_2$ . Khi  $K_1$  đóng và  $K_2$  ngắt, vôn kế chỉ  $30V$ . Khi  $K_1$  ngắt,  $K_2$  đóng vôn kế chỉ  $\frac{200}{11} \approx 18,2V$ . Tìm số chỉ của các ampe kế trong 2 trường hợp đó.



Hình 4.42

- 4.19. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.43. Cho biết số chỉ của vôn kế là  $30V$  khi  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  mở; là  $27V$  khi chỉ đóng  $K_1$ ; là  $24V$  khi chỉ đóng  $K_1$  và  $K_2$ ; và là  $18V$  khi đóng cả  $K_1$ ,  $K_2$  và  $K_3$ . Hơn nữa khi đóng cả  $K_1$ ,  $K_2$ , và  $K_3$  thì biến trở  $R_3 = 4,8\Omega$  và nguồn điện  $\mathcal{E}$  phát công suất  $270W$ .



Hình 4.43

a) Tính  $\mathcal{E}$ ,  $r$  và giá trị các điện trở ngoài.

b) Muốn cho công suất của mạch ngoài giảm thì phải dịch con chay C ở biến  
trở  $R_3$  sang bên phải hay sang bên trái ?

4.20. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.44,

trong đó :  $\mathcal{E}_1 = 16V$ ;  $r_1 = 1\Omega$ ;  $\mathcal{E}_3 = 10V$ ;  
 $r_3 = 2\Omega$ ;  $R_1 = 3\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 6\Omega$ . Mắc  
vào giữa 2 điểm A, B nguồn điện  $\mathcal{E}_2$  có điện  
trở trong  $r_2 = 2\Omega$  thì thấy dòng điện  $I_2$  qua  
 $R_2$  có chiều như trên hình vẽ và có cường độ  
 $I_2 = 1A$ . Tìm  $\mathcal{E}_2$ .

Gợi ý : Áp dụng phương pháp Kiếc-xốp.

4.21. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.45,

trong đó  $\mathcal{E}_1 = 12V$ ;  $\mathcal{E}_2 = 18V$ ;  $r_1 = r_2 = 0$ ;  
 $R_1 = R_3 = 16\Omega$ ;  $R_4 = 1\Omega$ ;  $C_1 = 1\mu F$ ;  
 $C_2 = 0,4\mu F$ ; đèn Đ :  $24V - 36W$ . Khi chưa  
mắc vào mạch các tụ điện chưa tích điện.

a) Ban đầu khóa K mở, tính điện tích của các tụ điện.

b) Đóng K thì đèn Đ sáng bình thường. Tính  $R_2$ .

Tìm điện lượng chuyển qua các điện trở  $R_1$ ,  $R_3$  và nói rõ chiều chuyển động  
của các điện tích dương.

Gợi ý : Tính điện tích của các tụ điện sau khi đóng K và tính lượng điện tích  
tăng hoặc giảm của các tụ điện.

4.22. Cho mạch điện như trên hình 4.46, trong đó

$\mathcal{E}_1 = 10V$ ;  $r_1 = r_2 = r$ ;  $\mathcal{E}_2 = 6V$ ;  $R_1 = 2r$ ;

Khi  $K_1$  và  $K_2$  đóng, ampe kế  $A_1$  chỉ  $3,6A$ .

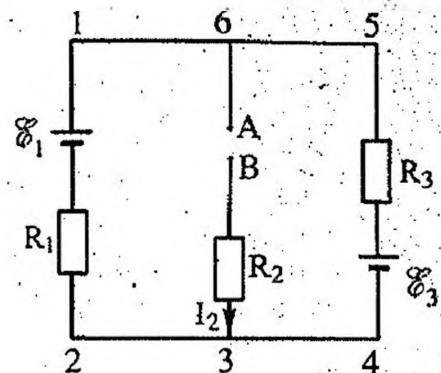
Khi  $K_2$  đóng, ampe kế  $A_1$  chỉ  $\frac{9}{7}A$ . Khi  $K_3$

đóng, ampe kế  $A_2$  chỉ  $2,5A$  và ampe kế  $A_1$

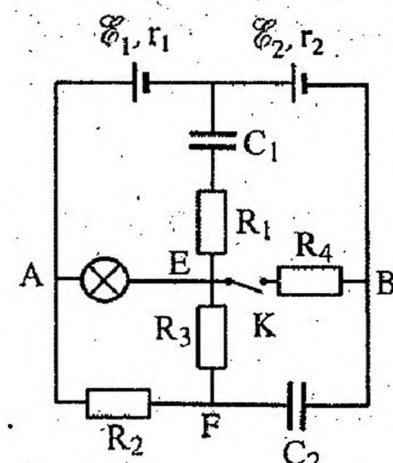
chỉ  $3A$ . Bỏ qua điện trở của dây nối và ampe

kế. Tính  $R_4$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  và tìm cường độ dòng

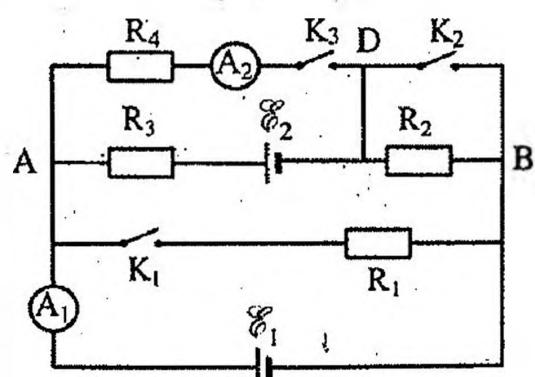
diện qua  $R_2$  khi  $K_3$  đóng.



Hình 4.44

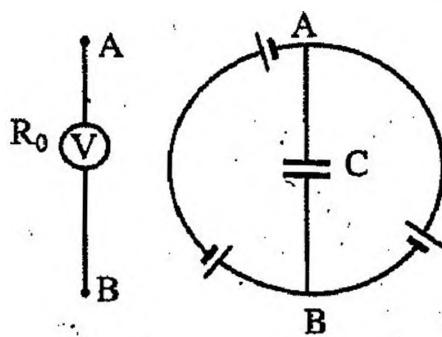


Hình 4.45



Hình 4.46

4.23. Một dây đồng chất, tiết diện không đổi, có điện trở  $R$ , được uốn thành vòng tròn và chia thành 3 phần bằng nhau bởi 3 pin, mỗi cái có suất điện động  $\mathcal{E}$  và điện trở trong không đáng kể, các pin mắc cùng chiều. (Hình 4.47).



Hình 4.47

1. Giữa hai điểm xuyên tâm nối A, B người ta mắc bằng dây nối không có điện trở một tụ điện có điện dung  $C$ . Tính điện tích của tụ. Bản nào (nối với A hay nối với B) tích điện dương?

2. Thay tụ bằng một vôn kế có điện trở  $R_0$ . Tính:

a) Cường độ dòng điện qua vôn kế và số chỉ của vôn kế.

b) Cường độ dòng điện qua hai nửa vòng tròn 1 và 2.

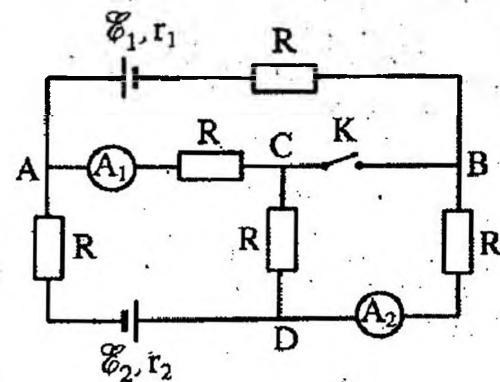
3. Sử dụng kết quả của câu 2, tìm lại kết quả của câu 1 (giữa A và B là tụ).

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1983 - 1984)

4.24. Cho mạch điện như trên hình 4.48, trong đó

$$r_1 = r_2 = \frac{R}{5}; R_{A_1} = R_{A_2} = \frac{R}{20}; \mathcal{E}_1 = 5\mathcal{E}_2.$$

Bỏ qua điện trở của dây nối và khóa K. Khi K đóng, số chỉ của ampe kế  $A_2$  là 1A. Xác định số chỉ các ampe kế khi K mở và K đóng.



Hình 4.48

4.25. Trong mạch điện ở hình 4.49, Đ là một điện kế.

1.  $R_3 = R_4 = R; R_5 = 2R$ .

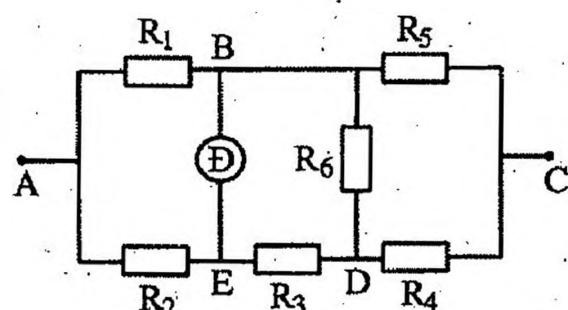
$$\text{Đặt: } a = \frac{R_1}{R_2}; b = \frac{R_6}{R_3}.$$

Tìm liên hệ giữa a và b để không có dòng điện qua Đ khi đặt vào AC một hiệu điện thế không đổi.

2.  $R_3 = R_6$ , các điện trở khác bất kì. Đặt:

$$a = \frac{R_1}{R_2}; c = \frac{R_4}{R_3 + R_4}; d = \frac{R_5}{R_3 + R_5}.$$

a) Tìm liên hệ giữa a, c và d để không có dòng điện qua Đ.



Hình 4.49

b) Gọi dòng điện đi qua  $R_k$  là  $i_k$  (ví dụ dòng qua  $R_1$  là  $i_1$ ...). Hiệu điện thế đặt vào A, C là U. Chứng minh rằng khi không có dòng điện qua Đ các dòng  $i_k$  chỉ phụ thuộc vào U và 3 trong 6 điện trở của mạng, và chỉ rõ đó là những điện trở nào?

c) Áp dụng số: Cho  $U = 7V$ ,  $R_1 = 1\Omega$ ;  $R_2 = 2\Omega$ ;  $R_3 = R_6 = 3\Omega$ ;  $R_4 = 1\Omega$ . Tính các dòng và  $R_5$  khi không có dòng điện qua Đ.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1993 — 1994)

4.26. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.50, trong đó nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$ , điện trở trong  $r = 2\Omega$ ; đèn Đ:  $12V - 12W$ ;  $R_1 = 16\Omega$ ;  $R_2 = 18\Omega$ ;  $R_3 = 24\Omega$ . Bỏ qua điện trở ampe kế và dây nối. Điều chỉnh để đèn sáng bình thường và đạt công suất tiêu thụ cực đại. Tính  $R_b$ ,  $\mathcal{E}$  và tìm số chỉ ampe kế.

Gợi ý: Áp dụng phương pháp nguồn điện tương đương.

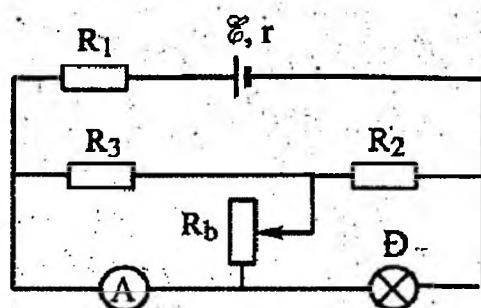
4.27. Trong mạch điện vẽ trên hình 4.51 có 2 vôn kẽ có cùng điện trở  $R_V$ ; nguồn điện có suất điện động  $\mathcal{E}$ , điện trở trong  $r$ ;  $R_1 = r$ ;  $R_2 = R_3 = 10\Omega$ ; đèn báo  $R_4$  mới tiêu thụ  $\frac{1}{4}$  công suất định mức của nó.

a) Tính  $r$ ,  $R_V$ ,  $R_4$  biết rằng muốn đèn sáng bình thường thì phải bỏ bớt đi 2 trong các điện trở, khi đó số chỉ của vôn kẽ  $V_1$  không thay đổi và bằng 5 lần số chỉ của vôn kẽ  $V_2$  lúc đó.

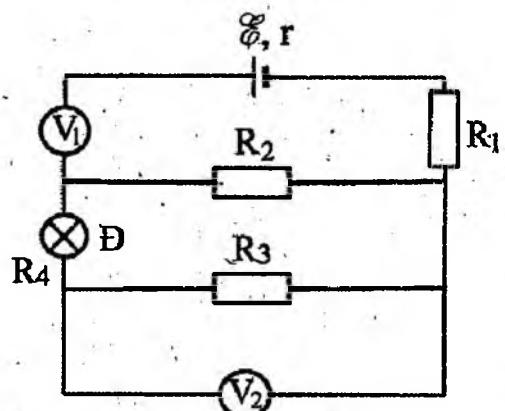
b) Cho biết công suất định mức của đèn là  $8W$ . Tính  $\mathcal{E}$ .

4.28. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.52, trong đó:  $R + r = 48\Omega$ ; điện kế G chỉ  $0,8A$ ; vôn kẽ chỉ  $24V$ ;  $\mathcal{E} = 80V$ ;  $R_1 = 30\Omega$ ;  $R_2 = 40\Omega$  và  $R_3 = 150\Omega$ .

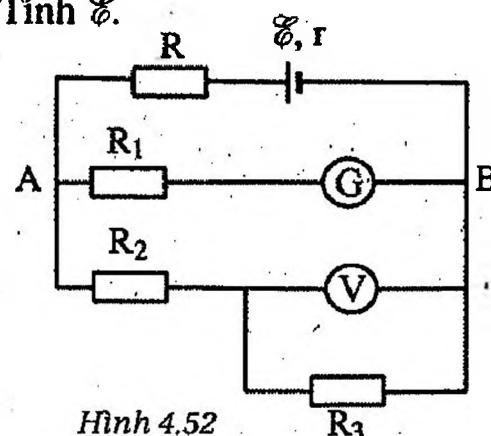
1. Tính điện trở  $R_g$  của điện kế và điện trở  $R_V$  của vôn kẽ.



Hình 4.50



Hình 4.51



Hình 4.52

2. Khi chuyển R sang song song với đoạn mạch AB, tính điện trở R theo 2 trường hợp sau :

a) Công suất tiêu thụ trên điện trở mạch ngoài đạt giá trị cực đại.

b) Công suất tiêu thụ trên điện trở R đạt giá trị cực đại.

4.29. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.53

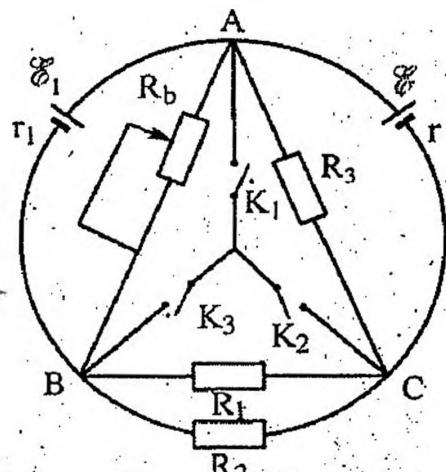
trong đó các nguồn điện  $\mathcal{E}_1 = 8V$ ;  $r_1 = 2\Omega$ ;

$\mathcal{E} = 5V$ ;  $r = [0,5\Omega + 2\Omega]$ ;  $R_1 = R_2 = R_3 = 4\Omega$ ;

$R_b$  có điện trở biến thiên từ  $0,5\Omega$  đến  $1\Omega$ .

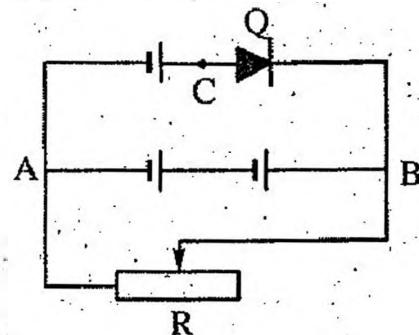
a) Khóa  $K_1$  mở,  $K_2$  và  $K_3$  đóng. Hãy chọn  $r$  và điều chỉnh  $R_b$  để công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực tiểu.

b) Các khóa  $K_1$ ,  $K_2$  mở. Tìm cường độ dòng điện qua  $R_1$ ,  $R_2$  với các giá trị của  $r$  và  $R_b$  ở câu 1.



Hình 4.53

4.30. Trong sơ đồ ở hình 4.54, các pin đều có suất điện động  $\mathcal{E}$  và điện trở trong  $r$ . Điện trở của biến trở có giá trị  $R$ . Các dây nối có điện trở không đáng kể. Q là một diốt lí tưởng (nếu điện thế của điểm B lớn hơn của điểm C,  $V_B > V_C$  thì điện trở của mỗi diốt vô cùng lớn, nếu  $V_B \leq V_C$  thì điện trở của diốt bằng không và cho dòng điện chạy từ C đến B). Tính hiệu điện thế ở hai đầu biến trở khi  $R$  giảm từ lớn xuống nhỏ. Có một giá trị đặc biệt của  $R$ , hãy xác định giá trị  $R_0$  này.



Hình 4.54

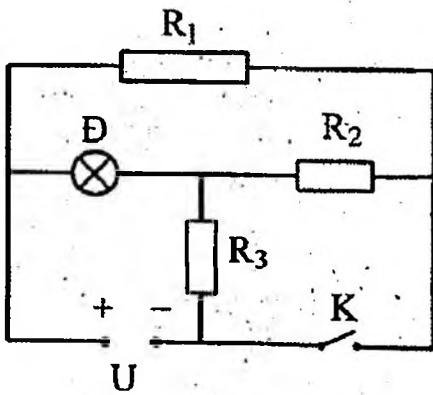
(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1984 — 1985)

4.31. Một bóng đèn Đ mắc vào mạch điện như hình 4.55, trong đó  $U = 100V$ ;  $R_1 = 14\Omega$ ;  $R_2 = 36\Omega$ ;  $R_3 = 18\Omega$ . Biết đặc tuyến vôn-ampe của đèn được biểu diễn trên hình 4.56.

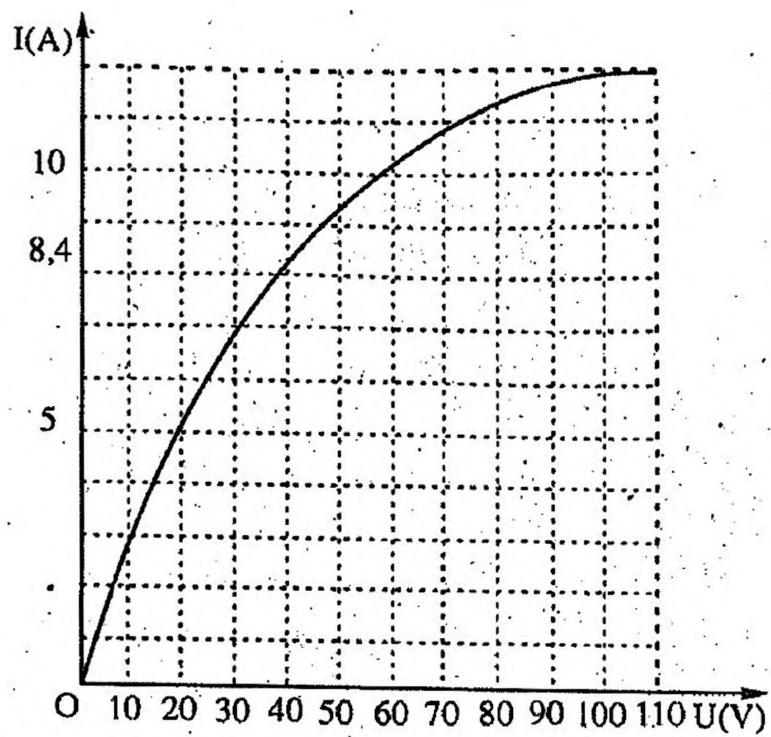
a) Tính điện trở của đèn khi K mở và khi K đóng.

b) Biết rằng hệ số nhiệt của điện trở đèn là  $\alpha = 3 \cdot 10^{-4} K^{-1}$ .

Hỏi nhiệt độ của đèn khi K đóng và khi K mở chênh nhau bao nhiêu ?



Hình 4.55



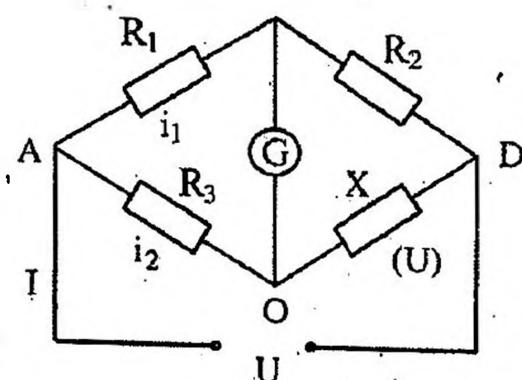
Hình 4.56

4.32. Trong mạch cầu ở hình 4.57 có các điện trở  $R_1 = 2\Omega$ ;  $R_2 = 4\Omega$ ;  $R_3 = 1\Omega$ ; X là một varistor (điện trở không tuyến tính) có dòng i phụ thuộc vào hiệu điện thế U đặt vào hai đầu varistor theo công thức  $i_x = kU_x^2$ .

a) Vẽ đường đặc trưng vôn – ampe  $U_x = f(i_x)$  của varistor. Gọi  $R_x = \frac{dU_x}{di_x}$  là điện trở tức thời của varistor. Có thể nói gì về điện trở này khi i biến thiên từ 0 đến  $+\infty$ .

b) Biết  $k = 0,25$  ampe/(vôn)<sup>2</sup> nếu i đo bằng ampe, U bằng vôn. Người ta điều chỉnh hiệu điện thế  $U_0 = U_{AD}$  để cầu cân bằng (dòng qua điện kế bằng 0). Tính công suất điện tiêu thụ trên varistor, tính các dòng  $i_1$ ,  $i_2$  và hiệu điện thế  $U_0$ .

c)  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  và k có giá trị bất kỳ. Tính  $U_0$

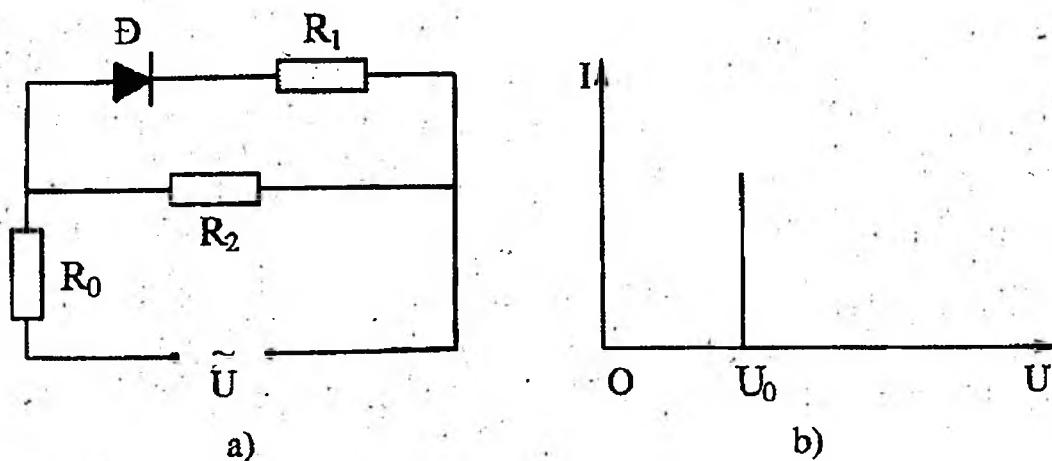


Hình 4.57

để cầu được cân bằng; tính dòng I trong mạch chính và  $R_x$  khi đó. Thay X bằng một biến trở R ta có cầu Úyt-xton; hãy nêu lên sự giống nhau và khác biệt giữa cầu Úyt-xton và cầu nghiên cứu trong bài này.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1990—1991)

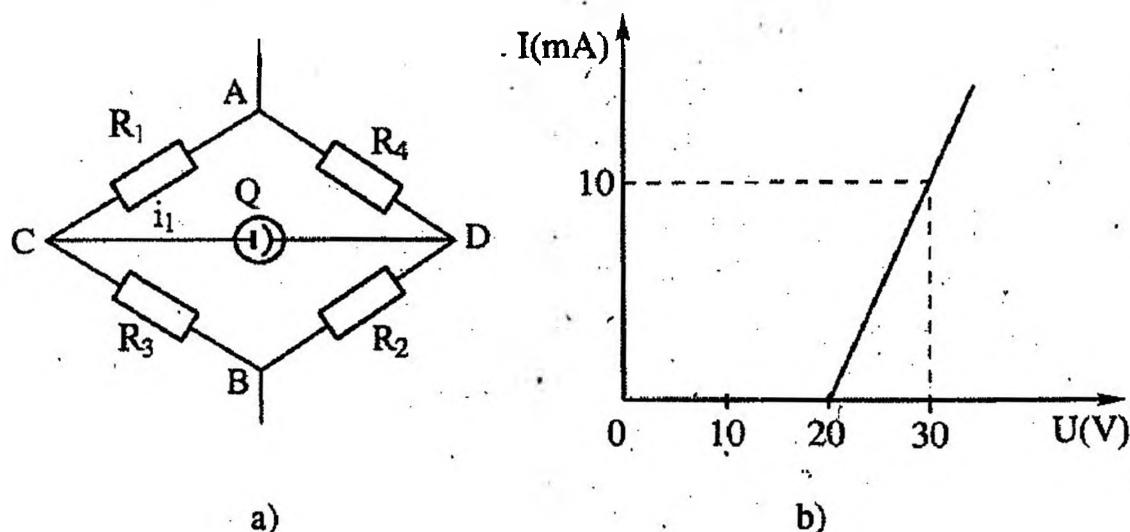
4.33. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 4.58, trong đó Đ là diốt bán dẫn có đặc tuyến vôn – ampe như trên hình 4.58b ;  $R_1 = R_2 = R$  ; nguồn điện  $U$  có hiệu điện thế biến thiên theo thời gian :  $U(t) = U_M \cos \omega t$ , với  $U_M > U_0$ . Xác định cường độ dòng điện qua  $R_0$ . Tính các thời điểm  $t$  tại đó mạch chuyển từ chế độ diốt đóng sang chế độ diốt mở.



Hình 4.58

4.34. Trong mạng điện ở hình 4.59a, các điện trở có giá trị :  $R_1 = 1k\Omega$  ;  $R_2 = 2k\Omega$  ;  $R_3 = 3k\Omega$  ;  $R_4 = 4k\Omega$ . Q là một đèn quang điện có anôt nối với điểm C, catôt nối với điểm D. Nếu điện thế anôt cao hơn điện thế catôt, thì đèn mở và có dòng  $i_0 = 10mA$  đi qua ; ngược lại thì đèn đóng, không có dòng đi qua. Hiệu điện thế đặt giữa hai điểm A và B là  $100V$  ( $V_A > V_B$ ).

- Đèn Q đóng hay mở ?
- Tính hiệu điện thế giữa hai cực của đèn.



Hình 4.59

2. Giữ nguyên các điện trở và hiệu điện thế giữa A và B nhưng thay đèn Q bằng một diốt K chỉ cho dòng đi qua theo chiều từ C đến D. Diốt có đặc trưng vôn – ampe vẽ ở hình 4.59b (trục I ghi theo miliampe).

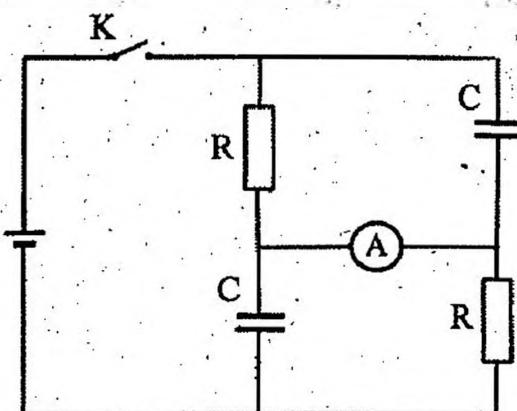
- Nếu các đặc điểm của diốt về mặt dẫn điện.
- Nếu diốt mở, tính dòng qua diốt.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1987 – 1988)

4.35. Cho mạch điện như sơ đồ ở hình 4.60.

$R = 100\Omega$ ;  $C = 10\mu F$ ;  $U_0 = 10V$ . Khoá K đóng trong thời gian  $\Delta t_1 = 1.10^{-3}s$  và khoá K mở trong thời gian  $\Delta t_2 = 20.10^{-3}s$ .  $U_0$

Với chế độ đóng ngắt tuần hoàn như trên, kim ampe kế gần như không rung. Hãy tìm số chỉ của ampe kế. Điện trở trong của nguồn điện và điện trở của ampe kế không đáng kể.

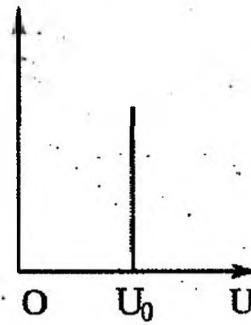


Hình 4.60.

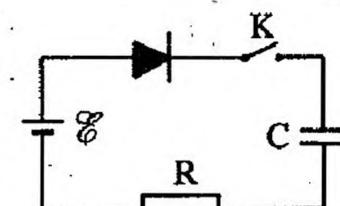
(Trích đề thi Olympic Vật lí Liên bang Nga, năm 1986)

4.36. Diốt Đ có đặc tuyến vôn–ampe được mô tả như hình 4.61a và mắc vào mạch điện như sơ đồ hình 4.61b. Khi  $U \geq U_0$  (hiệu điện thế thuận) : diốt mở.

Ban đầu, K mở, tụ C chưa được tích điện. Hỏi ngay sau khi đóng khoá K, dòng điện qua mạch có



a)



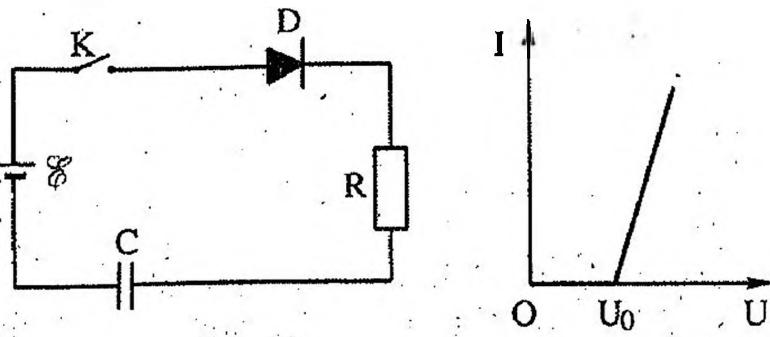
b)

Hình 4.61

cường độ bằng bao nhiêu ? Tính điện lượng qua mạch sau khi đóng K và nhiệt lượng tổng cộng tỏa ra trên R ?

4.37. Trong mạch điện ở hình 4.62a, nguồn điện có suất điện động  $E$ , điện trở trong không đáng kể. Điện trở có giá trị  $R$ , tụ điện có giá trị  $C$ . Cường độ dòng điện chạy qua diốt D phụ thuộc hiệu điện thế đặt vào diốt như sau :

$$I = \begin{cases} 0 & \text{với } U < U_0 \\ k(U - U_0) & \text{với } U \geq U_0 \end{cases}$$



a)

b)

Hình 4.62

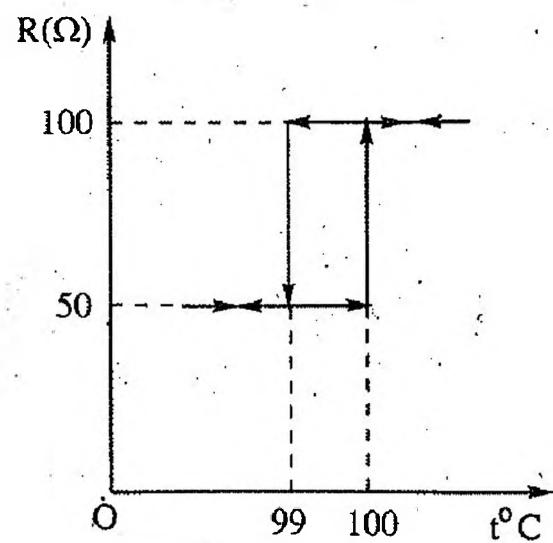
Trong đó  $U_0 < E$ ; k là một hằng số dương. Đường đặc trưng vôn-ampe của diốt như trên hình 4.62b.

Tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R khi khóa K đang mở thì đóng lại.

- 4.38.** Cho một dòng điện không đổi chảy qua một nhiệt điện trở có điện trở phụ thuộc nhiệt độ tuyệt đối theo công thức  $R = \frac{A}{T}$ . Trong thời gian  $t_1 = 10s$ , nhiệt độ của nhiệt điện trở tăng từ  $T_1 = 300K$  đến  $T_2 = 310K$ . Hỏi sau bao lâu, nhiệt độ của nó tăng từ  $T_2$  đến  $T_3 = 350K$ . Bỏ qua sự trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh.

- 4.39.** Khi cho dòng điện có cường độ  $I_1 = 1,4A$  đi qua một sợi dây dẫn, thì sau một thời gian, dây đó nóng lên đến nhiệt độ  $t_1 = 55^\circ C$ , còn khi cho dòng điện  $I_2 = 2,8A$  đi qua dây đó, thì nhiệt độ của dây tăng lên đến  $t_2 = 160^\circ C$ . Hỏi nếu cho dòng điện  $I_3 = 5,6A$  đi qua dây đó, thì nhiệt độ của dây tăng lên đến bao nhiêu? Cho biết nhiệt lượng từ dây dẫn tỏa ra môi trường xung quanh tỉ lệ thuận với độ chênh lệch nhiệt độ giữa dây dẫn và môi trường xung quanh. Giả thiết nhiệt độ môi trường xung quanh không thay đổi và bỏ qua sự phụ thuộc của điện trở dây dẫn vào nhiệt độ.

- 4.40.** Trên hình 4.63 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của điện trở của một linh kiện vào nhiệt độ. Khi nung nóng linh kiện đến  $100^\circ C$ , thì điện trở của nó tăng đột ngột từ trị số  $R_1 = 50\Omega$  đến  $R_2 = 100\Omega$ . Còn khi giảm



Hình 4.63

nhiệt độ linh kiện, thì điện trở của nó lại giảm đột ngột từ  $R_2$  xuống  $R_1$  ở  $99^\circ\text{C}$ .

Đặt vào hai đầu linh kiện nối trên hiệu điện thế không đổi  $U = 80\text{V}$ , thì trong mạch hình thành một dòng điện dao động. Hãy tính chu kì dao động đó, giá trị cực đại và cực tiểu của dòng điện.

*Cho biết :* nhiệt độ môi trường là  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , công suất tỏa nhiệt trên bề mặt linh kiện tỉ lệ thuận với độ chênh lệch nhiệt độ giữa linh kiện và môi trường với hệ số tỉ lệ là  $\alpha = 1,2\text{W/K}$ . Nhiệt dung của linh kiện là  $3\text{J/K}$ .

**4.41.** Năng lượng cần thiết để giải phóng electron khỏi mối liên kết với nguyên tử Si trong bán dẫn Si tinh khiết là  $1,1\text{ eV}$ . Electron được giải phóng có thể chuyển động tự do trong mạng tinh thể và được gọi là electron dẫn. Các trạng thái liên kết bị mất electron trở thành lỗ trống. Người ta thường biểu diễn năng lượng của electron trong tinh thể trên trực năng lượng. Trên trực này, khoảng cách giữa năng lượng của electron dẫn với electron ở trạng thái liên kết gọi là dải cấm. Độ chênh giữa hai mức năng lượng này được gọi là độ rộng của dải cấm, thường được kí hiệu là  $E_g$ . Đây cũng chính là độ chênh năng lượng giữa electron dẫn và lỗ trống.

a) Hãy cho biết độ rộng dải cấm  $E_g$  của bán dẫn Si là bao nhiêu ?

b) Cho biết sự phân bố mật độ hạt theo năng lượng của hạt tuân theo hàm

$$\frac{E_1 - E_0}{kT}$$

Bôn-xơ-man  $n_1 = n_0 e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}}$ , trong đó,  $n_1$  là mật độ hạt có năng lượng  $E_1$ ,  $n_0$  là mật độ hạt có năng lượng  $E_0$ ,  $T$  là nhiệt độ tuyệt đối. Hãy xác định tỉ số electron được giải phóng khỏi liên kết và trở thành electron dẫn ở nhiệt độ phòng ( $20^\circ\text{C}$ ) và ở  $100^\circ\text{C}$ .

c) Biết thể tích mol của Si tinh thể là  $12 \cdot 10^{-6} \text{m}^3 \text{mol}^{-1}$ , hãy tính mật độ lỗ trống và mật độ electron dẫn ở nhiệt độ phòng và ở  $100^\circ\text{C}$ .

**4.42.** Biểu thức của mật độ dòng điện trong kim loại là  $\vec{j} = -ne\vec{v}$ , trong đó  $n$  là mật độ electron dẫn,  $\vec{v}$  là vận tốc trung bình của chuyển động có hướng của các electron dẫn. Trong một mẫu bán dẫn, mật độ electron dẫn là  $n$ , mật độ lỗ trống là  $p$ , vận tốc trung bình của chuyển động có hướng của electron là  $\vec{v}_e$ , của lỗ trống là  $\vec{v}_h$ . Hãy tìm biểu thức của mật độ dòng điện trong mẫu bán dẫn này.

- 4.43. Trong kim loại và trong bán dẫn, vận tốc trung bình  $\bar{v}$  của chuyển động có hướng của các hạt tải dưới tác dụng của điện trường ngoài  $\vec{E}$  tỉ lệ với cường độ điện trường  $\bar{v} = \pm \mu \vec{E}$ , trong đó, hệ số tỉ lệ  $\mu$  được gọi là độ linh động của hạt tải ; khi hạt tải điện là electron (mang điện tích âm) thì có dấu – ở về phải. Hãy viết biểu thức của mật độ dòng điện  $j$  trong bán dẫn, nếu mật độ electron dẫn là  $n$ , mật độ lỗ trống là  $p$  và độ linh động của electron dẫn là  $\mu_e$ , độ linh động của lỗ trống là  $\mu_h$ .
- 4.44. Bán dẫn germani (Ge) chứa đồng thời tạp chất phôpho (P) với nồng độ  $2 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$  và tạp chất bo (B) với nồng độ  $10^{21} \text{ m}^{-3}$ . Cho biết ở Ge, độ linh động của electron là  $\mu_e = 0,38 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , độ linh động của lỗ trống là  $\mu_h = 0,18 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Hãy tính điện dẫn suất của mẫu germani này.
- 4.45. Cho biết trong bán dẫn hợp chất gali arsen (GaAs), độ linh động của electron dẫn là  $0,92 \text{ m}^2 / \text{Vs}$  và của lỗ trống là  $0,04 \text{ m}^2 / \text{Vs}$ . Hãy tính tốc độ trung bình của chuyển động có hướng của electron dẫn và của lỗ trống trong bán dẫn hợp chất gali arsen (GaAs) ở nhiệt độ phòng, trong điện trường có cường độ  $1200 \text{ V/m}$ .
- 4.46. Một mẫu bán dẫn hình hộp chữ nhật có kích thước  $0,2 \times 0,2 \times 0,05 \text{ cm}^3$  có  $10^{21}$  hạt tải điện trong một mét khối ở  $20^\circ\text{C}$ . Người ta đặt hiệu điện thế  $20\text{V}$  vào giữa hai mặt hẹp đối diện của mẫu bán dẫn. Biết rằng độ linh động của hạt tải là  $0,030 \text{ m}^2 / \text{Vs}$ , hãy tính cường độ dòng điện qua mẫu.
- 4.47.\* Gali nitrua (GaN) là một bán dẫn hợp chất có độ rộng dải cấm là  $E_g = 3,39 \text{ eV}$  ở nhiệt độ phòng. Khi ta chiếu ánh sáng có năng lượng phôtôн  $E = hf$ , với  $h$  là hằng số Plâng,  $f$  là tần số của ánh sáng, vào tấm bán dẫn GaN, thì có thể xảy ra hai khả năng. Nếu  $E < E_g$ , thì ánh sáng hoàn toàn truyền qua tấm bán dẫn. Nếu  $E > E_g$ , thì ánh sáng bị hấp thụ trong bán dẫn; với tấm bán dẫn đủ mỏng, thì có một phần ánh sáng truyền qua tấm bán dẫn.
- Trong trường hợp ánh sáng bị hấp thụ, thì năng lượng của ánh sáng đã được dùng để giải phóng electron khỏi liên kết, tạo thành electron dẫn. Đồng thời, có các lỗ trống được tạo thành. Đó là sự tạo thành cặp electron-lỗ trống dưới tác dụng của ánh sáng. Đây chính là hiện tượng quang điện trong (xem SGK Vật lí 12 Nâng cao).

a) Hãy tính giá trị bước sóng ánh sáng giới hạn  $\lambda_{gh}$ , mà với ánh sáng  $\lambda < \lambda_{gh}$  thì xảy ra hiện tượng quang điện trong ở GaN. Sử dụng hệ thức  $E = \frac{hc}{\lambda}$ , trong đó E là năng lượng,  $\lambda$  là bước sóng của phôtô, h là hằng số Plaing, c là tốc độ ánh sáng chân không.

b) Nếu ta chỉ xét tác dụng của hiện tượng quang điện trong như đã nói ở trên, hãy cho biết tần số GaN trong suốt với ánh sáng trong phạm vi nào và không trong suốt với ánh sáng trong phạm vi nào?

c) Nếu chiếu sáng thích hợp để gây ra hiện tượng quang điện trong ở tấm bán dẫn GaN, thì tính chất vật lí nào của tấm bán dẫn đó thay đổi.

Cho biết hằng số Plaing  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.}$

4.48.\* Bán dẫn Si có độ rộng dải cấm ở nhiệt độ phòng  $E_g = 1,1 \text{ eV}$ . Người ta chế tạo một lớp chuyển tiếp p-n trên cơ sở Si. Nếu ta chiếu vào khu vực lớp chuyển tiếp ánh sáng có năng lượng phôtô  $E = hf$  với  $E > E_g$ , thì những cặp electron-lô trống được tạo thành.

a) Hãy tính bước sóng dài nhất của ánh sáng có thể tạo ra cặp electron-lô trống trong Si.

b) Người ta mắc một điện trở vào hai phía của lớp chuyển tiếp p-n, rồi chiếu ánh sáng để tạo ra các cặp electron-lô trống. Hãy cho biết có hiện tượng gì xảy ra và giải thích.

c) Người ta mắc lớp chuyển tiếp vào nguồn điện một chiều qua một điện trở sao cho lớp chuyển tiếp được phân cực ngược rồi chiếu ánh sáng vào lớp chuyển tiếp để tạo ra các cặp electron – lô trống. Hãy cho biết có hiện tượng gì xảy ra và giải thích.

4.49.\* Người ta làm một lớp chuyển tiếp p-n từ bán dẫn hợp chất GaAs, có độ rộng dải cấm ở nhiệt độ phòng là  $E_g = 1,42 \text{ eV}$ .

Khi ta mắc lớp chuyển tiếp p-n vào một nguồn điện, sao cho lớp chuyển tiếp được phân cực thuận, thì có dòng điện thuận chạy qua lớp chuyển tiếp. Các hạt tải điện đa số từ hai phía (electron dẫn từ phía bán dẫn loại n, lô trống phía bán dẫn loại p) đi đến lớp chuyển tiếp, gặp nhau tại đó và tái hợp. Mỗi cặp electron – lô trống, khi tái hợp, giải phóng ra năng lượng có độ lớn bằng độ rộng dải cấm. Với lớp chuyển tiếp p-n từ GaAs, phần lớn năng lượng này được giải phóng dưới dạng ánh sáng. Hãy tính bước sóng ánh sáng được phát ra.

Đây chính là nguyên tắc hoạt động của các diốt phát quang (LED-Light Emitting Diode).

**4.50.** Người ta đã chế tạo được một họ các bán dẫn hợp chất từ ba nguyên tố : galio (Ga), nhôm (Al) và arsen (As). Công thức chung cho bán dẫn hợp chất này là  $Ge_{1-x}Al_xAs$ , trong đó  $x$  là tỉ phần Al thay thế cho Ga. Họ bán dẫn này có đặc điểm là độ rộng dải cấm phụ thuộc vào  $x$ .

Trong khoảng  $0 \leq x \leq 0,44$ , có thể tính độ rộng dải cấm của  $Ge_{1-x}Al_xAs$  một cách gần đúng theo công thức :

$$E_g = 1,42(1+x)\text{eV}$$

Nếu ta dùng các bán dẫn với  $x$  trong khoảng này, thì có thể chế tạo các diốt phát quang phát ra ánh sáng trong dải bước sóng nào ?

**4.51\***. Một mẫu bán dẫn GaAs pha tạp có điện dẫn suất  $\sigma = 4 \cdot 10^2 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$  và hệ số Hỗn là  $R_H = 10^{-2} m^3 \cdot C^{-1}$ .

Hãy xác định mật độ hạt tải đa số và độ linh động của chúng, biết rằng mật độ hạt tải thiểu số rất nhỏ.

**4.52.** Đối với diốt bán dẫn có lớp chuyển tiếp p-n lí tưởng, cường độ dòng điện I chạy qua lớp chuyển tiếp liên hệ với điện áp U đặt vào hai cực của diốt theo công thức :

$$I = I_0 \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$

Trong đó  $I_0$  phụ thuộc vào chất bán dẫn, nhưng không phụ thuộc vào I hay U. U là dương nếu lớp chuyển tiếp được phân cực thuận, và ngược lại.

a) Hãy chứng tỏ rằng công thức này mô tả tốt đường đặc trưng vôn-ampe của một lớp chuyển tiếp p-n được trình bày ở hình 23.12 trang 119 sách Vật lí 12 Nâng cao.

b) Hãy vẽ phác đồ thị của hàm số này với  $I_0 = 1\text{mA}$  và  $-0,15\text{V} < U < 0,15\text{V}$ .

c) Hãy tính hệ số chỉnh lưu của diốt này ở hiệu điện thế  $0,1\text{V}$  và  $0,50\text{V}$ .

Cho biết  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$ .

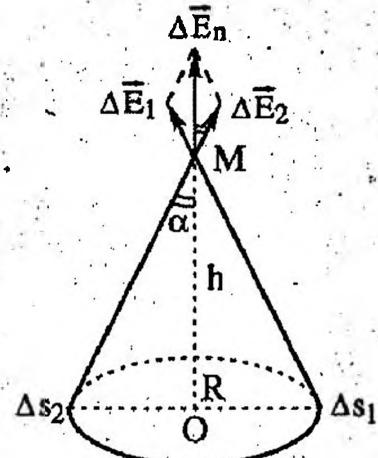
# HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

## CHỦ ĐỀ 1

1.1. Chia vòng dây thành từng phần nhỏ có độ dài  $\Delta s$  ( $\Delta s \ll R$ ) sao cho mỗi phần tử nhỏ mang điện tích  $\Delta q$  có thể xem như một điện tích điểm. Khi đó, vòng dây được xem như là một tập hợp các điện tích điểm. Mỗi điện tích điểm này gây ra tại M một điện trường và điện trường tổng hợp do cả vòng dây gây ra được xác định nhờ nguyên lí chồng chất điện trường.

Kí hiệu  $\lambda$  là mật độ điện dài trên vòng dây ta có :

$$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$$



Hình 1.1G

Để cho cụ thể, giả sử  $q > 0$ . Phần tử  $\Delta s_1$ , mang điện tích  $\Delta q_1$ , gây ra tại M một điện trường có cường độ  $\Delta E_1$  với phương và chiều như trên hình 1.1G và có độ lớn :

$$\Delta E_1 = k \frac{\Delta q_1}{(R^2 + h^2)} = k \frac{\lambda \cdot \Delta s_1}{(R^2 + h^2)} \quad (k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ đơn vị SI})$$

Chú ý đến tính đối xứng với trục vòng dây, ta thấy có thể tìm được một phần tử  $\Delta s_2$  giống hệt  $\Delta s_1$  ( $\Delta s_2 = \Delta s_1$ ) nhưng đối xứng với nó qua tâm O (Hình 1.1G). Phần tử này mang điện tích  $\Delta q_2 = \Delta q_1$ , gây ra tại M một điện trường  $\Delta E_2$  có cường độ  $\Delta E_2 = \Delta E_1$ , và có phương chiều như trên hình 1.1G. Ta thấy các vectơ  $\Delta E_1$  và  $\Delta E_2$  đối xứng với nhau qua trục vòng dây. Cường độ điện trường tổng hợp do cả  $\Delta s_1$  và  $\Delta s_2$  gây ra  $\Delta E_n = \Delta E_1 + \Delta E_2$  có phương đọc theo trục vòng dây, có chiều hướng ra xa tâm O (do giả thiết  $q > 0$ ) và có độ lớn :

$$\Delta E_n = 2 \cdot \Delta E_1 \cos \alpha$$

$$= 2k \frac{\lambda \cdot \Delta s_1}{(R^2 + h^2)} \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{k \lambda h (2 \Delta s_1)}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

(với  $2\Delta s_1$  là tổng độ dài của hai phần tử ta xét). Xét tất cả các cặp phân tử của vòng dây tương tự như trên, mỗi cặp này cho một vectơ cường độ điện trường  $\Delta \vec{E}_n$  nằm trên trục vòng dây ; Tất cả các vectơ  $\Delta \vec{E}_n$  đó tạo thành cường độ điện trường  $\vec{E}$  do toàn bộ vòng dây gây ra. Như vậy, vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  do vòng dây dẫn mang điện tích  $q$  gây ra có phương là trục vòng dây, có chiều hướng ra xa tâm  $O$  của vòng dây nếu  $q > 0$ , hoặc hướng về tâm  $O$  nếu  $q < 0$ , và có độ lớn :

$$\begin{aligned} E &= \frac{k\lambda h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} (\Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots) \\ &= \frac{k\lambda h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \times (\text{chiều dài vòng dây}) \\ &= \frac{k\lambda h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \times 2\pi R = \frac{k|q|h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1) ta thấy :

- Tại tâm vòng dây ( $M \equiv O$ ) ;  $h = 0 \Rightarrow E_0 = 0$ .

- Tại điểm  $M$  ở rất xa vòng dây  $h \gg R \Rightarrow E_\infty \approx \frac{k|q|}{h^2}$  nghĩa là tại điểm ở xa

vòng dây, cường độ điện trường gây bởi vòng dây mang điện tích  $q$  có giá trị giống như cường độ điện trường gây bởi một điện tích điểm  $q$  đặt tại tâm của vòng dây.

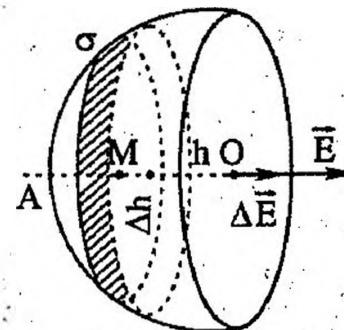
**1.2. Áp dụng nguyên lí chồng chất cho hai vật mang điện :** vòng dây nguyên vẹn mang điện tích phân bố đều với mật độ điện dài  $\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$  (để cho cụ thể, giả sử  $Q > 0$ ), và đoạn dây nhỏ chiều dài  $l$  mang điện tích  $\Delta q = -\lambda l$  đặt trên vòng dây tại vị trí của phần dây bị cắt. Như vậy, cường độ điện trường  $\vec{E}$  do vòng dây bị cắt gây ra tại  $O$  là vectơ tổng hợp của các cường độ điện trường  $\vec{E}_1$  do vòng dây nguyên vẹn gây ra và  $\vec{E}_2$  do đoạn  $l$  mang điện tích  $\Delta q$  gây ra (xem là điện tích điểm) :  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ .

Theo kết quả của bài toán 1.1, thì tại  $O$  :  $\vec{E}_1 = 0$ . Vậy ta có :  $\vec{E} = \vec{E}_2$ .

Nếu  $Q > 0$  thì đoạn dây mang điện tích âm, vectơ  $\vec{E}$  đặt tại O, có chiều hướng về chỗ bị cắt bớt, và có cường độ :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{R^2} = \frac{\lambda l}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{2\pi R^3}$$

1.3\*. Do tính đối xứng với OA nên có thể thấy rằng các vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  do bán cầu gây ra tại O có phương là OA, có chiều hướng ra xa bán cầu (theo chiều AO) nếu  $\sigma > 0$  (như trên hình 1.2G) hoặc có chiều ngược lại  $\sigma < 0$ .



Hình 1.2G

Để xác định  $\vec{E}$ , ta chia bán kính OA thành các đoạn rất nhỏ  $\Delta h$  bằng các mặt phẳng vuông góc với OA, các mặt phẳng này chia bán cầu thành các đới cầu có chiều cao  $\Delta h$ ; các đới cầu này được xem là các vòng dây mảnh tâm M cách O một khoảng OM = h và mang điện tích  $\Delta q = \sigma \cdot \Delta S = \sigma \cdot 2\pi R \cdot \Delta h$  ( $\Delta S = 2\pi R \cdot \Delta h$  diện tích đới cầu).

Áp dụng kết quả Bài tập 1.2, ta thấy mỗi đới cầu gây ra tại O một điện trường  $\Delta \vec{E}$  có phương là AO, có chiều hướng từ A đến O nếu  $\sigma > 0$  (như trên hình 1.1G) và có cường độ :

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q h}{R^3} = \frac{\sigma h \cdot \Delta h}{2\epsilon_0 R^2}$$

Cường độ điện trường  $\vec{E}$  do toàn bộ bán cầu gây ra tại O là :  $\vec{E} = \sum \Delta \vec{E}$ .

Như vậy, vectơ  $\vec{E}$  có phương là OA, có chiều hướng từ A đến O, và có độ lớn :

$$E = \sum_{OA} \Delta E = \sum_{OA} \frac{\sigma}{2\epsilon_0 R^2} h \cdot \Delta h = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 R^2} \sum_{OA} h \cdot \Delta h,$$

ở đây tổng  $\sum_{OA}$  lấy toàn bộ các đoạn nhỏ  $\Delta h$  của OA.

Theo đề bài, ta có :  $\sum_{OA} h \cdot \Delta h = \frac{R^2}{2}$  Do đó :  $E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$ .

(Chú ý rằng, về mặt toán học ta có thể viết :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 R^2} \int_0^R h dh = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 R^2} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

Ta thấy, cường độ điện trường không phụ thuộc vào bán kính của bán cầu. Ta còn thấy rằng, nếu cho bán kính  $R$  của bán cầu lớn vô cùng, thì bán cầu trở thành mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều, tuy nhiên cường độ điện trường lại không bằng  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  như đã chứng minh ở bài 1.1. Điều đó cho ta thấy cần

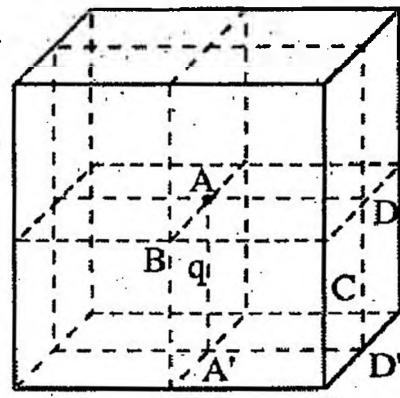
phải rất thận trọng khi lập luận với các điện tích ở xa vô cùng.

- 1.4. a) Vì lí do đối xứng, điện tích  $q$  gửi cùng một điện thông  $\Phi_1$  qua 6 mặt của hình lập phương. Điện thông tổng hợp qua toàn bộ hình lập phương là  $\Phi = 6\Phi_1$ . Áp dụng định lí O – G ta có :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \Phi_1 = \frac{q}{6\epsilon_0} = 18,83 \text{V.m}$$

Nếu có các điện tích khác bên ngoài hình lập phương, thì các điện tích này sẽ làm thay đổi điện thông qua các mặt khác nhau của hình lập phương. Nhưng điện thông qua toàn bộ hình lập phương bây giờ vẫn chỉ bằng điện thông qua một mặt kín có chứa  $q$  mà thôi, nghĩa là điện thông qua toàn bộ hình lập phương vẫn là :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \approx 113 \text{V.m}$$

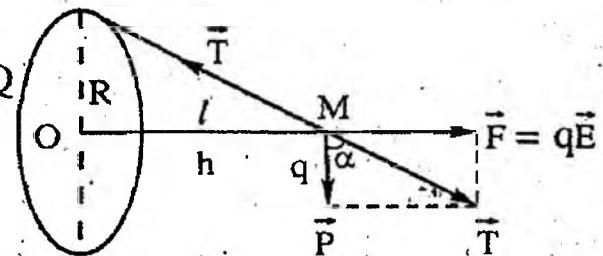


Hình 1.3G

- b) Giả sử điện tích  $q$  được đặt tại đỉnh A của hình lập phương đó. Đối với 3 mặt của hình lập phương có chứa điện tích  $q$  (Hình 1.3G), tức là chứa đỉnh A (các mặt ABCD, ABB'A', ADD'A') từ thông bằng không (vì các đường sức điện trường vuông góc với pháp tuyến  $\alpha = 90^\circ$ ). Vì lí do đối xứng điện thông qua ba mặt còn lại ( $BB'C'C$ ,  $A'B'C'D'$ ,  $CDD'C'$ ) là như nhau, bằng  $\Phi_2$ . Để tính  $\Phi_2$ , ta xét một hình hộp lớn tâm A, có cạnh bằng  $2a$ , khi đó điện tích  $q$  nằm tại tâm hình lập phương lớn. Điện tích của mỗi mặt hình lập phương lớn (bằng  $4a^2$ ) lớn gấp 4 lần diện tích của một mặt hình lập phương ABCD A'B'C'D', do đó điện thông qua mỗi mặt hình lập phương lớn sẽ bằng  $4\Phi_2$ . Và vì vậy, do đối xứng, điện thông qua toàn bộ hình lập phương lớn bằng :  $\Phi = 6.4\Phi_2 = 24\Phi_2$ .

$$\text{Áp dụng định lí O – G ta có: } \Phi = 24\Phi_2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{q}{24\epsilon_0} \approx 4,71 \text{V.m}$$

1.5. Nếu điều kiện đặt ra được thỏa mãn, nghĩa là quả cầu m nằm tại điểm M trên trục của vòng dây, thì điện trường  $\vec{E}$  do vòng dây gây ra tại M, theo bài tập 1.1, có phương là trục OM, có chiều hướng ra xa O (từ O đến M), với giả thiết các điện tích Q và q là điện tích dương (Hình 1.4G).



Hình 1.4G

Khi đó quả cầu nằm cân bằng dưới tác dụng của ba lực: trọng lực  $\vec{P}$ , lực điện trường  $\vec{F} = q\vec{E}$  và lực căng  $\vec{T}$  của sợi chỉ treo quả cầu:  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ , nghĩa là sợi chỉ bị căng ra theo hướng của hợp lực của các lực  $\vec{P}$  và  $\vec{F}$ , như chỉ rõ trên hình 1.4G. Kí hiệu  $OM = h$ , từ hình vẽ ta có:

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{qE}{mg} \quad (1)$$

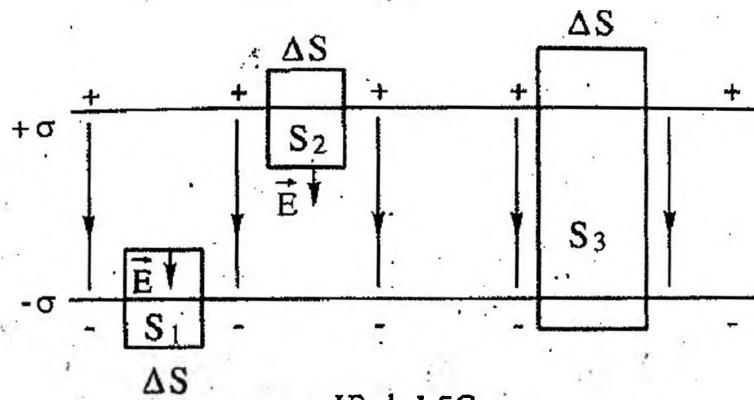
Mặt khác, theo kết quả ở Bài tập 1.1, ta có:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{Qh}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad (2)$$

$$\text{Đưa (2) vào (1) ta rút ra: } l = \sqrt[3]{\frac{QqR}{4\pi\epsilon_0 mg}} \quad (3)$$

Thay số vào (3) ta tìm được:  $l = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{m} = 7,2 \text{cm}$ .

1.6. Có thể áp dụng kết quả tìm được ở Bài tập ví dụ 1 về cường độ điện trường do một mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều gây ra và áp dụng nguyên lí chồng chất điện trường. Ở đây, ta vận dụng định lí O – G cho hệ hai mặt phẳng tích điện. Vì điện tích phân bố đều trên hai mặt phẳng nên dễ dàng nhận xét rằng cường độ điện trường gây ra bởi từng mặt và bởi cả hai mặt có phương vuông góc với các mặt. Mặt khác cường độ điện trường có độ lớn như nhau tại các điểm cách đều mặt phẳng. Ngoài ra, ở trong khoảng giữa hai mặt phẳng vectơ  $\vec{E}$  có chiều từ mặt phẳng tích điện dương sang mặt phẳng tích điện âm (Hình 1.5G). Chọn mặt kín S là mặt trụ, có hai đáy song song diện tích  $\Delta S$  cách đều mặt phẳng và mặt xung quanh hình trụ vuông góc với mặt phẳng. Như vậy điện thông  $\Phi$  qua toàn bộ mặt S chỉ còn bằng điện thông qua hai mặt đáy.



Hình 1.5G

Đối với mặt kín  $S_3$  thì tổng đại số các điện tích bên trong mặt kín là :

$$\sum q = \sigma \cdot \Delta S + (-\sigma \cdot \Delta S) = 0.$$

Áp dụng định lí O – G ta được :  $\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow 2E \cdot \Delta S = 0 \Rightarrow E = 0$

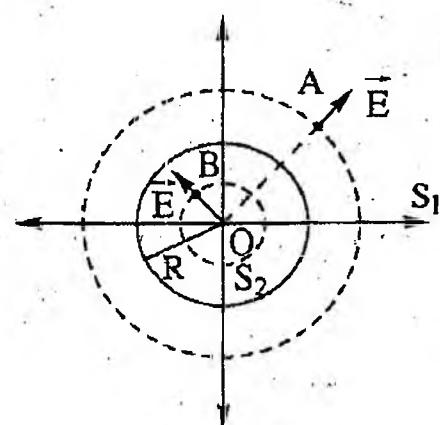
Như vậy cường độ điện trường tại mọi điểm trong khoảng không gian bên ngoài hệ hai mặt phẳng (ở cả hai phía của hệ) bằng không :  $\vec{E} = 0$ .

Đối với các mặt kín  $S_1$  và  $S_2$  thì điện tích  $q$  bên trong mặt kín có độ lớn :  $q = \sigma \cdot \Delta S$  và vectơ  $\vec{E}$  có chiều như trên hình vẽ và theo kết quả vừa tìm được thì  $\Phi = E \cdot \Delta S$ . Áp dụng định lí O – G ta tìm được :

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Trong khoảng không gian hai mặt phẳng, vectơ  $\vec{E}$  vuông góc với mặt phẳng, có chiều từ mặt phẳng tích điện dương sang mặt phẳng tích điện âm và có cường độ  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ .

**1.7.** Vì sự phân bố điện tích có tính đối xứng cầu, nên đường sức điện trường là những đường thẳng trùng với phương bán kính, hướng ra xa tâm O của khối cầu nếu  $\rho > 0$  (như trên hình 1.6G) hoặc hướng về tâm O nếu  $\rho < 0$ . Hơn nữa, tại các điểm cách đều tâm O, cường độ điện trường có giá trị như nhau. Chọn mặt kín  $S$  là mặt cầu đồng tâm với khối cầu và chứa điểm khảo sát.



Hình 1.6G

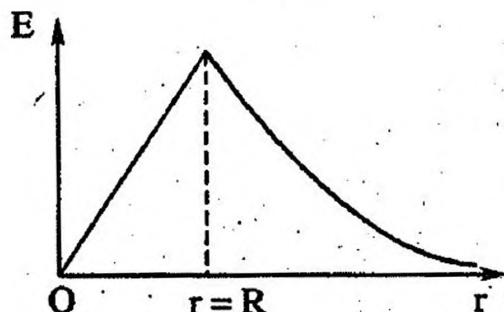
Để tính cường độ điện trường tại điểm A bên ngoài khối cầu mang điện ta vẽ mặt cầu  $S_1$  có bán kính  $r > R$ . Điện thông qua mặt  $S_1$  là :

$$\Phi = E \cdot \Delta S = E \cdot 4\pi r^2$$

Điện tích bên trong mặt cầu  $S_1$  là :

$$q = \rho \cdot \frac{4\pi R^3}{3}$$

Áp dụng định lí O – G ta có :



Hình 1.7G

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

Ta thấy ở bên ngoài khối cầu, điện trường có tính chất giống như điện trường của một điện tích điểm  $q$  đặt tại tâm quả cầu. Để tính cường độ điện trường tại điểm B bên trong khối cầu mang điện tích, ta vẽ mặt cầu  $S_2$  có bán kính  $r < R$ .

Điện tích bên trong mặt cầu  $S_2$  là :

$$q = \rho \cdot \frac{4\pi r^3}{3} \quad (\text{q là điện tích của khối cầu})$$

$$\text{Áp dụng định lí O – G ta có : } E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

Như vậy, ở bên trong khối cầu cường độ điện trường tại 1 điểm có độ lớn tỉ lệ với khoảng cách từ điểm đó đến tâm O của khối cầu. Trên hình 1.7G là đồ thị biểu diễn  $E = E(r)$ .

- 1.8. Do các mặt trụ rất dài (xem như dài vô hạn) ta có sự đối xứng như đã xét với một dây dẫn rất dài trong phân lí thuyết. Cụ thể là các vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  đều vuông góc với các mặt trụ và có độ lớn như nhau tại mọi điểm cách đều trực (tức là tại mọi điểm trên mặt trụ đồng trực với hai mặt trụ trên). Trong khoảng không gian giữa hai mặt trụ, vectơ  $\vec{E}$  có chiều hướng từ mặt trụ tích điện dương đến mặt trụ tích điện âm. Để tính cường độ điện trường tại một điểm M bất kì, ta chọn mặt kín S là một mặt trụ chứa điểm M đồng trực với hai mặt trụ tích điện và đóng kín bằng hai đáy vuông góc với trục và cách nhau một khoảng  $l$ . Điện thông qua mặt S chỉ bằng điện thông qua mặt trụ và

bằng :  $\Phi = 2\pi r/E$  với  $r$  là khoảng cách từ điểm M đến trục. Điện tích bên trong mặt S có giá trị là :

$+ q = 0$ , với  $r < r_1$ .

$+ q = \lambda l$ , với  $r_1 < r < r_2$ .

$+ q = 0$ , với  $r_2 < R$ .

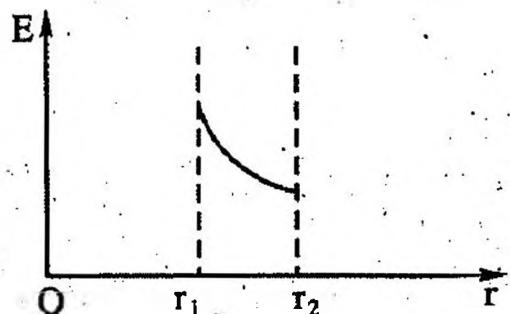
Từ đó, áp dụng định lí O - G ta tìm được :

$+ E = 0$ , với  $r_1 < r$ .

$+ E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$  với  $r_1 < r < r_2$ .

$+ E = 0$ , với  $r_2 < r$ .

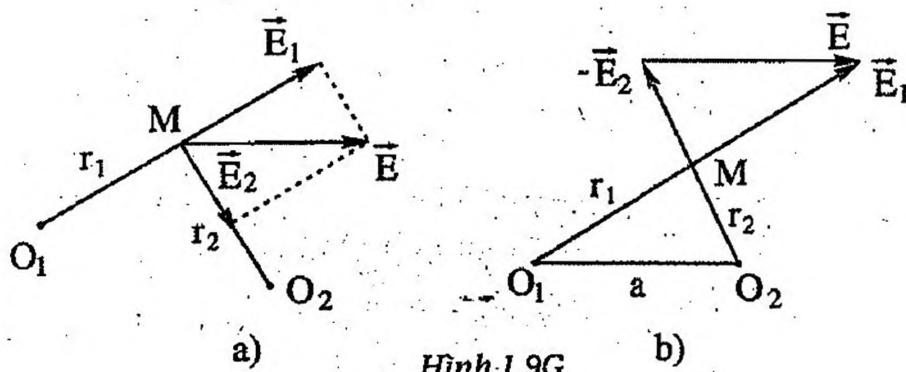
Đồ thị  $E = E(r)$  có dạng như trên hình 1.8G.



Hình 1.8G

1.9. Để cụ thể, giả sử  $\rho > 0$ . Nguyên lí chồng chất điện trường cho phép ta nói rằng cường độ điện trường  $\vec{E}$  tại một điểm M bên trong hốc bằng tổng của hai vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  :  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ , trong đó  $\vec{E}_1$  là cường độ điện trường gây ra tại M bởi khối cầu đặc (không có hốc) tâm O, bán kính R, tích điện với mật độ khối bằng  $-\rho$ . Ta có thể tính được  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  dựa vào các kết quả thu được ở bài tập 1.7. Kí hiệu  $O_1M = r_1$  và  $O_2M = r_2$ , các vectơ  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  có phương chiều như trên hình 1.9G và có cường độ (theo bài 1.7)

$$E_1 = \frac{\rho r_1}{3\epsilon_0}, E_2 = \frac{\rho r_2}{3\epsilon_0}$$



Hình 1.9G

Vectơ  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  được vẽ trên hình 1.9G. Ta có thể viết  $\vec{E}_1 = \vec{E} + (-\vec{E}_2)$  do đó ta vẽ vectơ  $-\vec{E}_2$ , từ đó vẽ lại vectơ  $\vec{E}$  như trên hình 1.9Gb, tức là ta dời

điểm đặt của  $\vec{E}$  để thuận tiện cho lập luận tiếp theo về phương của  $\vec{E}$ . Xét hai tam giác : tam giác  $MO_1O_2$  và tam giác có 3 cạnh là các vectơ  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  và  $\vec{E}$ . Hai tam giác đó có góc ở đỉnh bằng nhau và tỉ số 2 cạnh là :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{MO_1}{MO_2}$$

Do đó, hai tam giác đồng dạng, từ đó các góc còn lại của chúng tương ứng bằng nhau, nghĩa là ta có  $\vec{E} \parallel O_1O_2$ , và ngoài ra, ta có tỉ số các cạnh là :

$$\frac{E}{a} = \frac{E_1}{r_1} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$$

Như vậy, cường độ điện trường  $\vec{E}$  tại M có phương song song với  $O_1O_2$ , và có độ lớn  $E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$  không phụ thuộc  $r_1, r_2$ , tức là không phụ thuộc vào vị trí của điểm M. Vậy điện trường trong hốc là điện trường đều có phương, chiều song song với  $\overrightarrow{O_1O_2}$  và có cường độ  $E = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$ .

Nếu khối cầu và hốc đồng tâm ( $O_1$  trùng với O) thì  $E = 0$ .

**1.10.** Xét khối không khí lấp phuong có hai mặt nằm ngang. Chọn chiều dương của pháp tuyến  $\vec{n}$  với các mặt hướng ra phía ngoài. Ta tính điện thông qua các mặt. Điện thông qua các mặt thẳng đứng bằng 0. Điện thông qua mặt trên là  $\Phi_1 = -SE_1$ , và qua mặt dưới là  $\Phi_2 = -SE_2$ , với  $E_1$  và  $E_2$  là cường độ điện trường tại mặt trên và mặt dưới ; theo đề bài  $E_1 = 60V/m$  và  $E_2 = 100 V/m$ . Điện thông toàn phần qua toàn bộ khối không khí là :  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = S(E_2 - E_1)$ .

Theo định lí O - G :  $\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$ , với Q là lượng điện tích chứa trong khối không khí đó. Suy ra :  $Q = \epsilon_0 S(E_2 - E_1) \approx 3.10^{-6} C$ .

Số ion hóa trị 1 chứa trong đó là ;  $N = \frac{Q}{e} \approx 2.10^{13}$  ion.

Ta có số ion trong  $1m^3$  :  $n = \frac{N}{(10^2)^3} \approx 2.10^7$  ion.

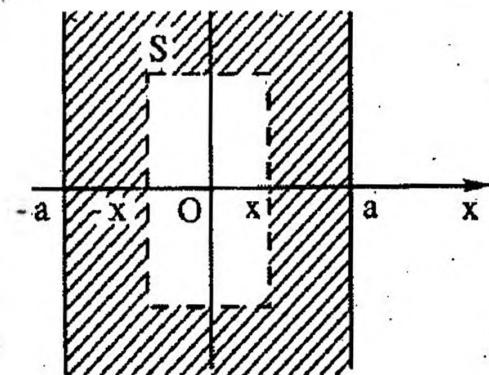
Ta thấy n có trị số khá lớn. Tuy vậy, nếu so sánh với số phân tử không khí chứa trong  $1m^3$  thì cứ  $10^{18}$  phân tử mới có 1 ion mà thôi ; như vậy, thực ra số ion

là tương đối nhỏ. Tuy nhiên, ta cũng thấy là chỉ một sai lệch rất nhỏ khỏi trạng thái trung hòa (về điện) đã có thể gây ra các hiệu ứng quan trọng.

**1.11.** Kí hiệu  $\vec{E}$  là cường độ điện trường tại M do bán cầu gây ra. Ta giả sử ghép vào bán cầu đó một bán cầu khác giống hệt nó (cùng tâm O, bán kính R, mật độ điện tích mặt  $\sigma$ ) sao cho thành một vỏ kim loại hình cầu tâm O bán kính R, tích điện đều với mật độ điện mặt  $\sigma$ . Khi đó, điểm M ta xét nằm trong quả cầu và cường độ điện trường do quả cầu gây ra là tổng vectơ của các điện trường  $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$ , do hai bán cầu gây ra :  $\vec{E}_M = \vec{E} + \vec{E}'$  (vì hai bán cầu đối xứng với nhau qua mặt giới hạn (chứa O và M) nên các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$  cũng đối xứng với nhau qua mặt đó).

Mặt khác, theo kết quả Bài tập ví dụ 2, cường độ điện trường tại điểm M bên trong quả cầu kim loại tích điện là bằng 0, có nghĩa là ta có :  $\vec{E}_M = 0 \Rightarrow \vec{E} + \vec{E}' = 0$  : hai vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$  trực đối với nhau. Kết hợp cả 2 yêu cầu đó ( $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$  đối xứng với nhau qua mặt giới hạn ;  $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$  trực đối với nhau) ta có thể khẳng định :  $\vec{E}$  và  $\vec{E}'$  đều vuông góc với mặt giới hạn bán cầu. Chiều của  $\vec{E}$  tùy thuộc vào dấu của  $\sigma$  (nếu  $\sigma > 0$  thì  $\vec{E}'$  hướng ra phía ngoài (ra mặt ngoài giới hạn bán cầu)).

**1.12\*.** Sự phân bố điện tích có tính đối xứng đối với mặt phẳng vuông góc với Ox tại O và đối xứng với trục Ox. Tại mọi điểm trên mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x, vectơ  $\vec{E}$  có hướng song song với trục Ox và có cùng độ lớn  $E(x)$ , còn vectơ  $\vec{E}'$  tại mọi điểm trên mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm  $-x$  thì có phương song song với Ox nhưng ngược chiều với  $\vec{E}(x)$  và có cùng độ lớn  $E'(-x)$ , với  $|E'(x)| = E(-x)$ . Để tính  $E$ , áp dụng định lí O-G : chọn mặt kín S là mặt của một hình hộp chữ nhật có chứa điểm khảo sát, hai mặt bên của hình hộp vuông góc với Ox có hoành độ  $x$  và  $-x$ , hai mặt bên còn lại song song với trục x (Hình 1.10G).



Hình 1.10G

Do tính chất nói trên của vectơ  $\vec{E}$  nên điện thông qua toàn bộ mặt kín S chỉ là điện thông qua hai mặt vuông góc với Ox, mỗi mặt này có diện tích  $\Delta S$ . Đối với điểm M trong khoảng không gian giữa 2 mặt phẳng ( $0 < x < a$ ). Ta có :

$$\Phi = 2E \cdot \Delta S ; q = \rho \cdot (2x \cdot \Delta S)$$

$$\text{Từ đó : } \Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow 2E \cdot \Delta S = 2\rho x \cdot \Delta S \Rightarrow E = \frac{\rho x}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Đối với điểm M nằm ngoài khoảng không gian đó, ta có :

$$q = \rho \cdot (2a \cdot \Delta S); \text{ suy ra : } E = \frac{\rho a}{\epsilon_0} \quad (2)$$

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $E$  vào  $x$  như trên hình 1.11G (xét hình chiếu của  $E$  trên Ox). Theo hệ thức giữa cường độ điện trường và hiệu điện thế ta có :

$$E(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$\text{Suy ra : } dV = - \int E(x) dx. \quad (3)$$

Chọn  $V(a) = 0$ , từ (1), (2), (3) ta tìm được :

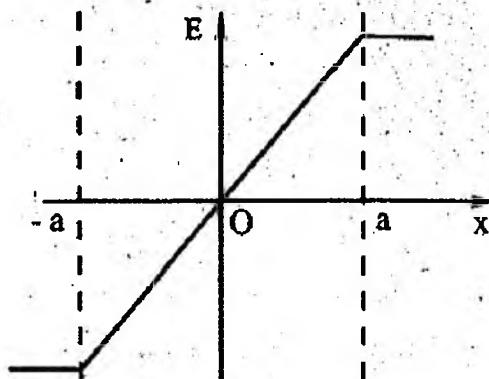
– Tại các điểm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $0 < x < a$ :

$$V = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (a^2 - x^2)$$

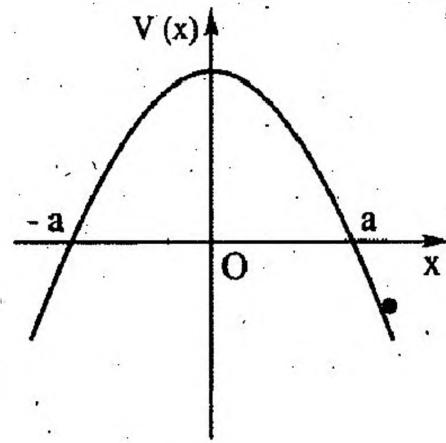
– Tại các điểm ở ngoài khoảng không gian đó

$$x > a : V = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} (x - a).$$

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $V$  vào  $x$  như trên hình 1.12G. Ta thấy khi  $x \rightarrow \infty$  thì  $V \rightarrow \infty$ . Điều này không làm ta ngạc nhiên bởi vì trong bài toán này có những điện tích ở xa vô cực.



Hình 1.11G



Hình 1.12G

**1.13.** Có 5 lực tác dụng lên điện tích  $q$  : 3 lực điện ( $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  do 2 điện tích  $Q$  tại  $A$  và  $B$  tác dụng, có lực  $\vec{F}_3$  do điện tích  $q$  kia tác dụng), trọng lực  $\vec{P}$  và phản lực  $\vec{N}$  của vòng tròn. Điều kiện cân bằng :

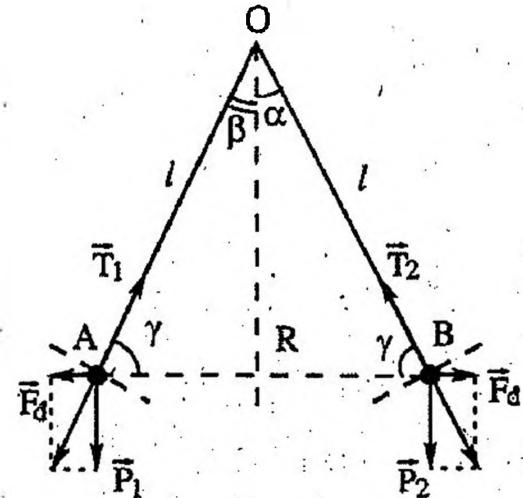
$$\frac{kqQ}{2R^2} = \frac{kq^2}{2R^2} + mg.$$

$$1.14. b) T = mg \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$$

1.15. Kí hiệu  $\vec{P}_1, q_1, \vec{P}_2, q_2$  lần lượt là trọng lực và điện tích của các quả cầu A và B, và R là khoảng cách giữa chúng khi nằm cân bằng ở vị trí mới (Hình 1.13G). Ta có :

$$P_1 = M_1 g = \frac{4}{3} \pi r^3 Dg$$

$$P_2 = M_2 g = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 Dg = 8 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 Dg = 8P_1$$



Hình 1.13G

Theo đề bài, với cùng một điện thế, diện tích mỗi quả cầu kim loại tỉ lệ thuận với bán kính của nó, ta có :  $\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$ .

Biết  $q_1 + q_2 = 3q$ , tìm được  $q_1 = q$  và  $q_2 = 2q$ .

Lực điện tác dụng lên mỗi quả cầu :

$$F_d = k \frac{q_1 q_2}{R^2} = k \frac{2q^2}{R^2} \quad (\text{với } k = 9 \cdot 10^9 \text{ đơn vị SI})$$

Điều kiện cân bằng của hai quả cầu ở vị trí mới :

$$\vec{F}_d + \vec{T}_1 + \vec{P}_1 = \vec{0}$$

$$\vec{F}_d + \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = \vec{0}$$

Chiếu các phương trình vectơ lên phương vuông góc với dây treo (Hình 1.13G) ta có :

$$8P_1 \sin \alpha = F_d \sin \gamma \quad (1)$$

$$P_1 \sin \beta = F_d \sin \gamma \quad (2)$$

Suy ra :  $8 \sin \alpha = \sin \beta \Rightarrow \beta = 8\alpha$  (3) (vì theo đề bài  $\alpha, \beta$  là nhỏ)

Mặt khác từ hình vẽ ta có :

$$2\gamma = \pi - (\alpha + \beta) \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{2} - \frac{9\alpha}{2} \Rightarrow \sin \gamma = \cos \frac{9\alpha}{2} \approx 1$$

$$\text{Từ hình vẽ ta lại có: } R = 2l \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \approx 2l \cdot \frac{9\alpha}{2} \approx 9al \quad (4)$$

Do đó từ (1) ta có:  $8P\alpha \approx F$

$$8 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 Dg \cdot \frac{R}{9l} = k \frac{2q^2}{R^2} \Rightarrow R = \frac{3}{2r} \left( \frac{kq^2 l}{2\pi Dg} \right)^{1/3} \quad (5)$$

Từ (3) và (4) và (5) tìm được góc lệch của các dây treo:

$$\alpha = \frac{R}{9l} = \frac{1}{6rl} \left( \frac{kq^2 l}{2\pi Dg} \right)^{1/3};$$

$$\beta = 8\alpha = \frac{4}{3rl} \left( \frac{kq^2 l}{2\pi Dg} \right)^{1/3}$$

**1.16.** a) Mỗi quả cầu có điện tích  $q = \frac{q_0}{2}$  và chịu tác dụng của các lực: trọng lực

$\vec{P}_1$ , lực căng  $\vec{T}$  của dây treo và lực đẩy Cu-lông  $\vec{F}_d$ . Vì quả cầu nằm cân bằng nên ta có:  $\vec{P}_1 + \vec{T} + \vec{F}_d = \vec{0}$ .

Góc lệch  $\alpha_1$  của dây treo so với phương thẳng đứng:

$$\tan \alpha_1 = \frac{F_d}{P_1} = \frac{kq^2}{r^2 P_1} \text{ với } r = 2l \sin \alpha_1$$

$$\Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{kq^2}{4l^2 m g \sin^2 \alpha_1 \varepsilon_1} \text{ với } \varepsilon_1 = 1 \text{ (không khí)}$$

$$\Rightarrow m = \frac{kq^2}{4l^2 g \sin^2 \alpha_1 \tan \alpha_1}$$

Thay số:  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $k \approx 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ,

Ta được:  $m \approx 15,7 \text{g}$ .

b) Đối với quả cầu đặt trong không khí, trọng lực của mỗi quả cầu là :

$$P_1 = mg = D_1 V g = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2 \alpha_1 \tan \alpha_1 \varepsilon_1} \quad (1)$$

với  $\varepsilon_1 = 1$ . Khi nhúng vào dầu hỏa, mỗi quả cầu chịu thêm một lực đẩy Ác-si-mét :

$$P_2 = D_2 V g,$$

trong đó :  $V$  là thể tích quả cầu.

$D_1$  là khối lượng riêng của chất làm quả cầu.

$D_2$  là khối lượng riêng của dầu hỏa.

Do đó đối với trường hợp nhúng trong dầu hỏa, tương tự như (1) ta có :

$$P_1 - P_2 = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2 \alpha_2 \tan \alpha_2 \varepsilon_2} \quad (2)$$

Và theo đề bài,  $2\alpha_2 = 54^\circ$ .

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra : } \frac{P_1 - P_2}{P_1} = \frac{D_1 - D_2}{D_1} = \frac{\varepsilon_1 \sin^2 \alpha_1 \tan \alpha_1}{\varepsilon_2 \sin^2 \alpha_2 \tan \alpha_2} \quad (3)$$

Thay số ta được :  $D_1 = 2550 \text{ kg/m}^3$ .

c) Muốn cho  $\alpha_1 = \alpha_2$ , theo (3) ta phải có :

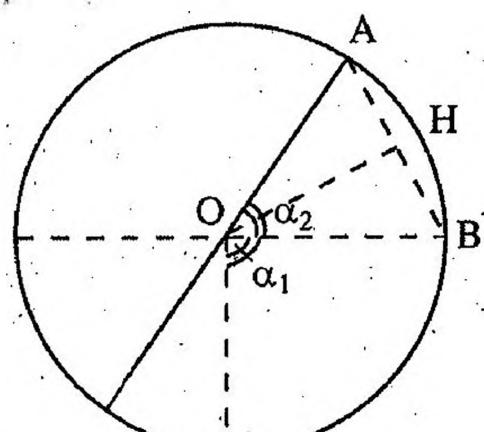
$$D_1 = D_2 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = 2D_2 = 1600 \text{ kg/m}^3.$$

1.17. Khi thanh cách điện nằm cân bằng ở vị trí mới ta có hình 1.14G.

Momen của lực tĩnh điện  $\vec{F}_{BA}$  = momen xoắn  $M$  (của dây bạc tác dụng lên thanh), với :  $M = C\alpha$  ;

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Lực tác dụng lên mỗi viên bi là : } F_{BA} = \frac{k \left( \frac{q}{2} \right)^2}{AB^2}$$



Hình 1.14G

(mỗi viên bi có diện tích bằng  $\frac{q}{2}$ )

$$\text{Do đó ta có : } \frac{kq^2}{4AB^2} \cdot OH = C \cdot \frac{5\pi}{6}.$$

Thay số :  $AB = OA = \frac{l}{2} = 0,2\text{m}$  (vì tam giác OAB đều).

$$OH = OA \cdot \cos \frac{\alpha_2}{2} = 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,1732\text{m}; C = 3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{N.m}}{\text{rad}}$$

Suy ra  $q \approx 1,96 \cdot 10^{-9}\text{C}$ .

**1.18.** Theo đề bài, ta có lực căng trên các đoạn dây nối các diện tích là như nhau. Ví dụ : Ta xét diện tích số 6 (Hình 1.15G). Lực căng do 3 sợi dây tác dụng vào nó có cùng trị số :

$$T_A = T_B = T_C = T \quad (\text{T là lực căng mỗi dây})$$

Vì góc giữa  $\vec{T}_A$  và  $\vec{T}_B$  bằng  $120^\circ$  nên ta dễ dàng có :  $\vec{T}_A + \vec{T}_B = \vec{T}_C$ .

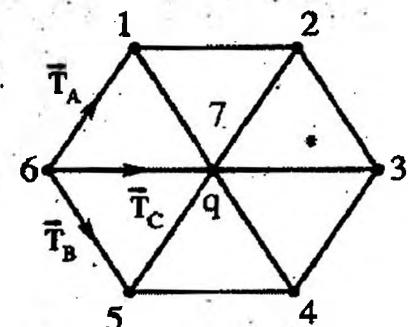
Gọi  $\vec{T}_6$  là hợp lực của 3 lực căng đặt vào diện tích thứ 6, ta có :

$$\vec{T}_6 = \vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C = 2\vec{T}_C$$

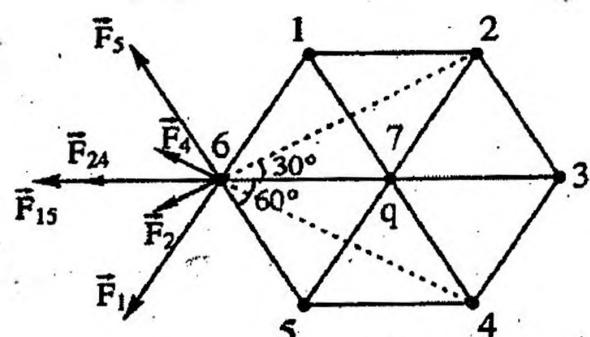
Bây giờ ta xét đến các lực dây tĩnh điện tác dụng lên diện tích thứ 6. Ta gọi lực điện do mỗi diện tích tác dụng lên diện tích thứ 6 là  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \vec{F}_7$ . Hợp lực các lực điện tác dụng lên diện tích thứ 6 là :

$$\vec{F} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_5) + (\vec{F}_2 + \vec{F}_4) + \vec{F}_7 + \vec{F}_3$$

(Trên hình 1.16G ta không vẽ các vectơ  $\vec{F}_3$  và  $\vec{F}_7$  để hình vẽ không quá phức tạp).



Hình 1.15G



Hình 1.16G

Lợi dụng dạng đặc biệt của các hình thoi trên hình 1.16G ta có :

$$F_{15} = |\vec{F}_1 + \vec{F}_5| = 2F_1 \cos 60^\circ = 2 \frac{kq^2}{l^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{kq^2}{l^2}$$

$$F_{24} = |\vec{F}_2 + \vec{F}_4| = 2F_2 \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{kq^2}{(l\sqrt{3})^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{kq^2}{l^2\sqrt{3}}$$

Ngoài ra :  $F_7 = \frac{kq^2}{l^2}$ ;  $F_3 = \frac{kq^2}{(2l)^2} = \frac{kq^2}{4l^2}$ .

$$F = \frac{kq^2}{l^2} + \frac{kq^2}{l^2\sqrt{3}} + \frac{kq^2}{l^2} + \frac{kq^2}{4l^2} = \frac{kq^2}{l^2} \left( 2,25 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Để cho điện tích thứ 6 cân bằng, ta phải có :  $F = T_6 : \frac{kq^2}{l^2} \left( 2,25 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 2T$ .

Vậy lực căng mỗi dây là :  $T = \frac{kq^2}{2l^2} \left( 2,25 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \approx 1,41 \frac{kq^2}{l^2}$ .

### 1.19. a) MôI quả cầu chịu tác dụng của ba lực :

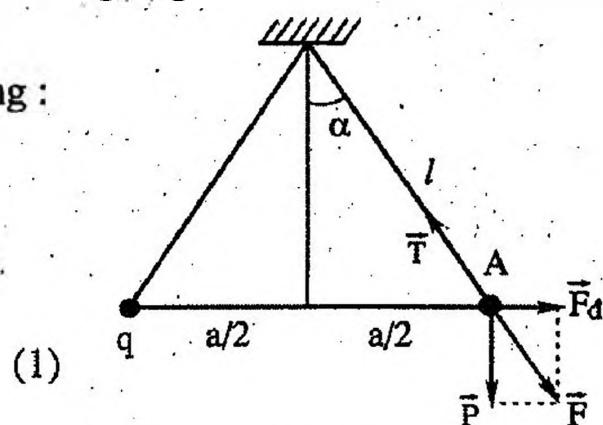
Trọng lực  $\vec{P}$  ( $P = mg$ ), lực điện  $\vec{F}_d$  và lực căng  $\vec{T}$  của sợi dây. Muốn cho quả cầu nằm cân bằng, ta phải có :  $\vec{P} + \vec{F}_d + \vec{T} = \vec{0}$  hay  $\vec{P} + \vec{F}_d = -\vec{T}$ , nghĩa là hợp lực của  $\vec{P}$  và  $\vec{F}_d$  phải trực đối với lực căng  $\vec{T}$ . Như vậy lực  $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_d$  phải cùng phương với  $\vec{T}$  (với dây treo) như ở hình 1.17G với quả cầu A.

Từ hình vẽ ta có :  $\tan \alpha = \frac{F_d}{P}$ . Vì hai quả cầu giống nhau, nên điện tích của

mỗi quả cầu là  $\frac{q}{2}$  và theo định luật Cu-lông :

$$F_d = k \frac{q^2}{4a^2}$$

$$\text{Do đó : } \tan \alpha = \frac{kq^2}{4mga^2}$$



Hình 1.17G

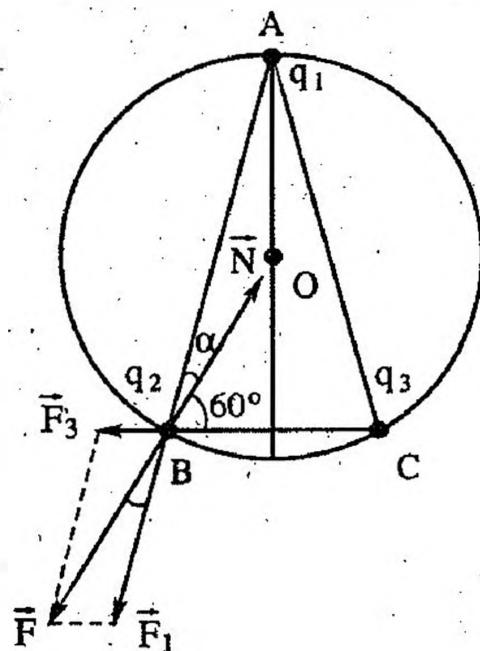
Vì góc lệch  $\alpha$  là góc nhỏ nên ta có  $\tan \alpha \approx \sin \alpha = \frac{a}{l} = \frac{a}{2l}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có :  $\frac{a}{2l} = \frac{kq^2}{4mga^2}$ , suy ra  $a^3 = \frac{kq^2 l}{2mg}$ .

Thay số ta được :  $a = 0,12m = 12cm$ .

b) Khi một trong hai quả cầu bị mất hết điện tích, hai quả cầu không còn đẩy nhau nữa và chúng trở về vị trí cân bằng (dây treo không bị lệch), tại đó chúng chạm vào nhau. Khi đó diện tích  $\frac{q}{2}$  của quả cầu kia lại được phân bổ lại cho cả hai quả cầu, và do đó mỗi quả cầu sẽ có diện tích bằng  $\frac{1}{2} \cdot \frac{q}{2} = \frac{q}{4}$ . Hai quả cầu lại đẩy nhau ra xa, và khoảng cách giữa chúng bây giờ là  $b$ . Lập luận hoàn toàn tương tự như ở câu a, với chú ý rằng diện tích của mỗi quả cầu bây giờ là  $\frac{q}{4}$ , ta được :  $b^3 = \frac{kq^2 l}{8mg} = \frac{a^3}{4}$ , suy ra  $b \approx 7,56cm$ .

**1.20.** Vì hai quả cầu B và C tích điện như nhau, nên tam giác ABC là tam giác cân (Hình 1.18G). Vì quả cầu A mang điện tích dương, nên để cho ba quả cầu nằm cân bằng ở vành tròn, hai điện tích  $q_2$  và  $q_3$  phải là điện tích dương và lực tương tác giữa các quả cầu là lực đẩy tĩnh điện. Quả cầu A chịu tác dụng của hai lực điện do B và C tác dụng, mà hai lực điện này có cường độ bằng nhau (vì  $q_2 = q_3$ ), do đó lực điện tổng hợp tác dụng lên quả cầu A có phương đi qua tâm O của vành tròn và sẽ cân bằng với phản lực của vành, vì vậy luôn luôn có thể nằm cân bằng với mọi độ lớn của  $q_2$  (và  $q_3$ ).



Hình 1.18G

Ta chỉ xét điều kiện cân bằng của quả cầu B (hoặc C). Kí hiệu  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_3$  là lực điện do A và C tác dụng lên B và  $\vec{N}$  là phản lực của vành. Điều kiện cân bằng của B là :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{N} = \vec{0}$ , hay  $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{N}$ , nghĩa là hợp lực  $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}$

phải trực đối với  $\vec{N}$  (Hình 1.18G). Như vậy  $\vec{F}$  phải có phương đi qua tâm O của vành và do đó góc  $BAC = 30^\circ$ , góc  $OCB = 60^\circ$  và  $\alpha = 15^\circ$ . Áp dụng hệ thức trong tam giác tạo bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}$  (Hình 1.18G) ta có :

$$\frac{F_1}{\sin 60^\circ} = \frac{F_3}{\sin \alpha} = \frac{F_3}{\sin 15^\circ},$$

với :  $F_1 = k \frac{q_1 q_2}{AB^2} = k \frac{q_1 q_2}{\left(\frac{2R}{\cos \alpha}\right)^2}$ ;  $F_3 = k \frac{q_3 q_2}{BC^2} = k \frac{q_2^2}{R^2}$

( $R$  là bán kính vành tròn)

Từ đó :  $q_2 = q_1 \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{4 \sin 60^\circ} = 2 \cdot 10^{-7} C.$

**1.21.** Xét trong hệ tọa độ xAy như trên hình 1.19G. Khi dây nối A và C vẫn căng, thì nếu xét dọc theo trục x, A và C chuyển động như một vật rắn. Tác dụng lên hệ này có các ngoại lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  (do B tác dụng lên C và lên A).

Theo phương x :  $F_1 \sin \alpha = 2m a_x$  ( $a_x$  là hình chiếu của giá tốc khối tâm của hệ A, C trên trục x). Theo lập luận trên :

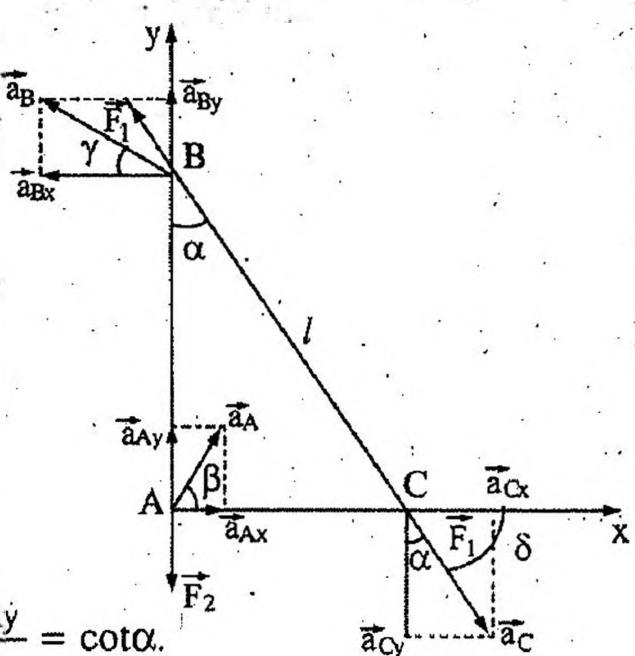
$$a_{Ax} = a_{Cx} = a_x = \frac{F_1}{2m} \sin \alpha = \frac{kq^2 \sin \alpha}{2l^2 m}$$

Cũng lập luận hoàn toàn tương tự cho hệ A, B, ta có :

$$a_{Ay} = a_{By} = \frac{F_1}{2m} \cos \alpha = \frac{kq^2 \cos \alpha}{2l^2 m}$$

$$\text{Vậy : } a_A = \sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2} = \frac{kq^2}{2l^2 m}$$

$\vec{a}$  hợp với  $Ax$  một góc  $\beta$  mà  $\tan \beta = \frac{a_{Ay}}{a_{Ax}} = \cot \alpha$ .



Hình 1.19G

Bây giờ xét đến điện tích B. Ta viết cho B phương trình chuyển động theo trục Ax. Lực căng của dây AB và lực điện do A tác dụng lên B đều có phương Ay, nên chỉ có lực  $\vec{F}_1$  do C tác dụng lên B gây ra  $a_{Bx}$ :

$$a_{Bx} = \frac{F_1 \sin \alpha}{m} = -\frac{kq^2}{ml^2} \sin \alpha$$

$$\text{Do đó: } a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = \frac{kq^2}{2ml^2} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}$$

$\ddot{a}_B$  hợp với phương của Ax một góc  $\gamma$  mà  $\tan \gamma = \frac{a_{By}}{a_{Bx}} = \frac{1}{2} \cot \alpha$ .

Cuối cùng xét đến C. Làm tương tự như với B, ta có:

$$a_{Cy} = \frac{F_1 \cos \alpha}{m} = \frac{kq^2}{ml^2} \cos \alpha$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \frac{kq^2}{2ml^2} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$$

$\ddot{a}_C$  hợp với Ax góc  $\delta$  mà  $\tan \delta = \frac{a_{Cy}}{a_{Cx}} = 2 \cot \alpha$ .

### 1.22. Ta xét điều kiện cân bằng của các quả cầu B và C.

Quả cầu B chịu tác dụng của 4 lực: các lực đẩy tĩnh điện  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_3$  do các quả cầu A và C tác dụng lên B; trọng lực  $\vec{P}_2$  của B, và phản lực  $\vec{N}$  của  $T_1$ , với

$$F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2}; F_3 = k \frac{q_3 q_2}{r^2}; P_2 = m_2 g$$

r là khoảng cách giữa ba quả cầu (vì ABC là tam giác đều, theo điều kiện đề bài). Muốn cho quả cầu B nằm cân bằng, phải có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{P}_2 + \vec{N} = \vec{0} \quad (1)$$

Chiếu hệ thức (1) lên phương song song với mặt phẳng  $T_1$ , ta có:

$$F_1 + F_3 \cos \alpha = m_2 g \sin \alpha$$

Suy ra :

$$\frac{5kq_1q_2}{4r^2} = m_2g \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

Lập luận và tính toán tương tự với quả cầu C ta được (với chú ý rằng  $q_1 = q_2$ ) :

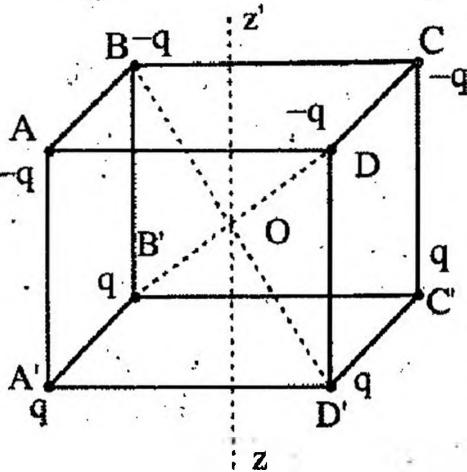
$$\frac{3kq_3^2}{r^2} = m_3g \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta được :  $\frac{m_3}{m_2} = \frac{3}{5}$  hay  $m_3 = \frac{3}{5}m_2 = 60\text{g}$ .

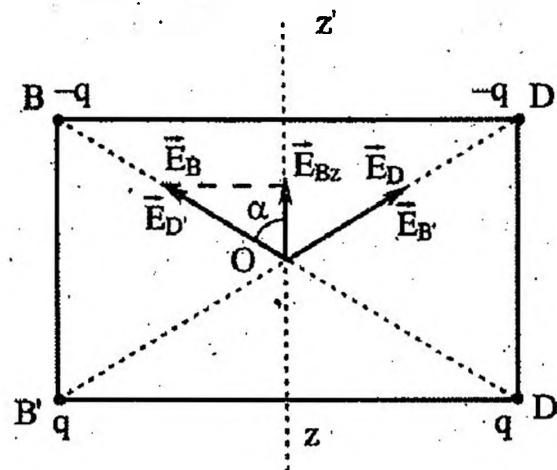
Từ (1) thay số ta tìm được :  $r = 3,42 \cdot 10^{-2}\text{m} = 3,42\text{cm}$ .

Khi cho  $r$  tăng, tức là cho một trong hai quả cầu B (hoặc C) lên cao hơn một chút, thì hai lực đẩy tĩnh điện  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_3$  tác dụng lên B đều giảm và trọng lực  $\vec{P}_2$  lại kéo B xuống về vị trí ban đầu ; còn nếu cho  $r$  giảm thì  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_3$  tác dụng lên B lại tăng và đẩy quả cầu lên, về vị trí ban đầu. Vậy cân bằng là bền.

**1.23.** Vì hệ điện tích phân bố đối xứng nên vectơ cường độ điện trường tổng hợp phải nằm dọc theo trục đối xứng  $zz'$  (Hình 1.20G).



Hình 1.20G



Hình 1.21G

Rõ ràng là hình chiếu của vectơ cường độ điện trường trên trục  $zz'$  đều như nhau. Do đó ta chỉ cần tính hình chiếu của một trong 8 vectơ đó. Trên hình 1.21G ta biểu diễn 4 vectơ nằm trong mặt phẳng  $BDD'B'$  (với mặt phẳng  $ACC'A'$  cũng có một hình tương tự). Ta tính cho một vectơ, chẳng hạn

$$\vec{E}_B : E_B = \frac{kq}{(BO)^2}$$

$$BO = \frac{1}{2} BD' = \frac{1}{2} \sqrt{BD^2 + DD'^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy  $E_B = \frac{4kq}{3a^2}$ .

Hình chiếu của  $\vec{E}_B$  trên zz':

$$E_{BZ} = E_B \cos \alpha = E_B \frac{DD'}{BD'} = \frac{4kq}{3a^2} \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}a^2}$$

Từ đó:  $E = 8E_{BZ} = \frac{32kq}{3\sqrt{3}a^2} \approx 1,25 \cdot 10^5 \text{ V/m.}$

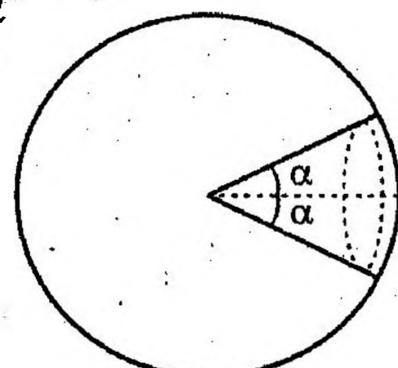
1.24\*. Ở những điểm rất gần mỗi điện tích, thì sự đóng góp của điện tích kia vào điện trường tổng hợp là rất nhỏ, có thể bỏ qua. Vì vậy, có thể coi những đường sức đi ra (hoặc đi tới) mỗi điện tích điểm được phân bố đều đặn trong khoảng không gian rất gần điện tích đó.

Gọi số đường sức tổng cộng đi ra khỏi  $q_1$  là  $N_1$ , số đường sức đi ra khỏi  $q_1$  trong phạm vi hình nón với góc ở đỉnh  $2\alpha$  là  $N'_1$ . Theo lập luận trên thì tỉ số giữa  $N'_1$  và  $N_1$  phải bằng tỉ số giữa diện tích chỏm cầu và diện tích mặt cầu (Hình 1.22G)

$$\frac{N'_1}{N_1} = \frac{2\pi R \cdot R(1 - \cos \alpha)}{4\pi R^2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \quad (1)$$

Tương tự, tỉ số giữa đường sức  $N'_2$  đi tới điện tích  $-q_2$  trong phạm vi hình nón có góc ở đỉnh  $2\beta$  với tổng số đường sức  $N_2$  đi tới  $-q_2$  là :

$$\frac{N'_2}{N_2} = \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2)$$



Hình 1.22G

Mặt khác, vì các đường sức không giao nhau nên số đường sức đi ra khỏi  $q_1$  trong hình nón  $2\alpha$  phải bằng số đường sức đi tới  $-q_2$  trong hình nón  $2\beta$ , tức là :

$$N'_1 = N'_2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có: } \frac{N_2}{N_1} = \frac{1-\cos\alpha}{1-\cos\beta} = \frac{2\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2\sin^2 \frac{\beta}{2}} = \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} \right)^2$$

$$\text{Mặt khác, ta có: } \frac{N_2}{N_1} = \frac{q_2}{q_1}$$

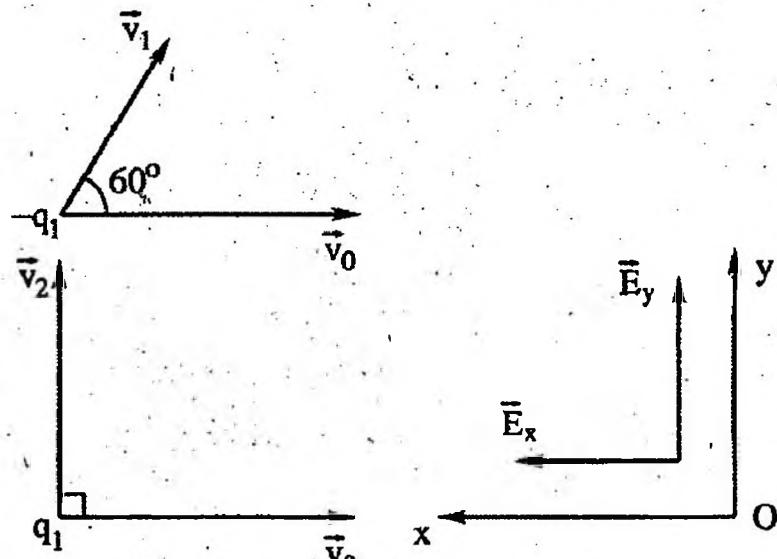
$$(\text{$q_1, q_2$ là trị tuyệt đối của các diện tích}). \text{ Vậy: } \frac{q_2}{q_1} = \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} \right)^2$$

$$\text{Từ đó: } \sin \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

$$\text{Nghiệm này chỉ có ý nghĩa nếu } \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} \leq 1.$$

Nếu  $\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \sin \frac{\alpha}{2} > 1$  thì đường súc đi khỏi \$q\_1\$ sẽ đi ra xa vô cùng và không đi tới \$-q\_2\$.

- 1.25. a) Gọi \$\vec{v}\_0\$ là vận tốc ban đầu của quả cầu 1 và 2. Theo đề bài \$\vec{v}\_1\$ là vận tốc quả cầu 1 khi \$(\vec{v}\_1, \vec{v}\_0) = 60^\circ\$, \$\vec{v}\_2\$ là vận tốc của quả cầu 2 khi \$(\vec{v}\_2, \vec{v}\_0) = 90^\circ\$ với \$\vec{v}\_1 = \frac{\vec{v}\_0}{2}\$ (Hình 1.23G)



Hình 1.23G

$$- \text{Xét quả cầu 1: } a_{1x} = \frac{q_1 E_x}{m_1} = \frac{-\frac{v_0}{2} \cos 60^\circ + v_0}{\Delta t} \quad (1)$$

$$a_{1y} = \frac{q_1 E_y}{m_1} = \frac{\frac{v_0}{2} \cos 60^\circ}{\Delta t} \quad (2)$$

$$- \text{Xét quả cầu } 2: a_{2x} = \frac{q_2 E_x}{m_2} = \frac{0 - (-v_0)}{\Delta t} \quad (3)$$

$$a_{2y} = \frac{q_2 E_y}{m_2} = \frac{v_2 - 0}{\Delta t} \quad (4)$$

$$\text{Lấy } \frac{(1)}{(2)} \text{ và } \frac{(3)}{(4)}, \text{ ta có: } \frac{E_x}{E_y} = \frac{\frac{v_0 - \frac{v_0}{2} \cos 60^\circ}{\Delta t}}{\frac{\frac{v_0}{2} \cos 60^\circ}{\Delta t}} = \frac{v_0}{\frac{v_0}{2}} = \sqrt{3}$$

Suy ra  $v_2 = \frac{v_0}{\sqrt{3}}$ . Vậy vận tốc quả cầu 2 giảm  $\sqrt{3}$  lần.

$$\text{b) Lấy } \frac{(1)}{(3)} \text{ ta có: } \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{v_0 - \frac{v_0}{2} \cos 60^\circ}{\Delta t}}{v_0} = \frac{3}{4}$$

$$K_2 = \frac{4}{3} K_1$$

**1.26.** Kí hiệu  $q$  là điện tích của mỗi quả cầu. Xét điều kiện cân bằng của một quả cầu. Ở đây lực điện  $\vec{F}$  tác dụng theo phương nằm ngang là tổng hợp của hai lực điện  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  do hai quả cầu kia gây ra. Để dàng thấy rằng (chú ý rằng  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  có độ lớn bằng nhau và hợp với nhau góc  $60^\circ$ ), lực điện tổng hợp  $\vec{F}$  có độ lớn :

$$F = 2F_1 \cos 30^\circ = F_1 \sqrt{3} = k \frac{q^2}{a^2} \sqrt{3} \quad (1)$$

Từ điều kiện cân bằng của quả cầu :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ , tương tự như ở ví dụ 3, ta suy ra :  $\tan \alpha = \frac{F}{P}$  (2)

Với  $\alpha$  là góc lệch của dây treo so với phương thẳng đứng. Mặt khác dễ dàng

$$\text{thấy rằng: } \sin \alpha = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{l} \quad (3)$$

(đường thẳng đứng vẽ từ điểm treo O đi qua trọng tâm của tam giác tạo thành bởi ba quả cầu).

Từ (1), (2), (3) ta tìm được :  $q = \left( \frac{a^3 mg}{k\sqrt{3(l^2 - a^2)}} \right)^{1/2}$

Và từ đó :  $q_0 = 3q = 3\left( \frac{a^3 mg}{k\sqrt{3(l^2 - a^2)}} \right)^{1/2}$

Thay số ta được  $q = 3,05 \cdot 10^{-8} C$ , và  $q_0 = 9,15 \cdot 10^{-8} C$ .

## CHỦ ĐỀ 2

**2.1. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :** Ngoài động năng (bằng  $\frac{mv^2}{2}$ ) quả cầu m còn có thể năng trọng trường (bằng  $mgh$ ) và thế năng trong điện trường ( $W_{dt}$ ) của điện tích  $q_2$ ; thế năng này bằng :

$$W_{dt} = (-q)V = -q \cdot \frac{kq}{r} = -\frac{kq^2}{r}$$

Với  $k = 9 \cdot 10^9$  đơn vị SI; r là khoảng cách từ vật m đến q. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hệ kín (vật m + điện tích  $q_2$  + Trái Đất) tại các vị trí A và B, ta có :

$$W_A = 0 + mgh + \left( -\frac{kq^2}{h} \right) = mgh - \frac{kq^2}{h}$$

$$W_B = \frac{mv_B^2}{2} + 0 + \left( -\frac{kq^2}{CB} \right) = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{kq^2}{h \cot \alpha}$$

Từ  $W_A = W_B$  suy ra :

$$v_B^2 = 2 \left[ gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan \alpha) \right]$$

$$v_B = \sqrt{2 \left[ gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan \alpha) \right]} \quad (1)$$

Ta thấy ngay rằng bài toán chỉ có lời giải khi  $v_B > 0$ , nghĩa là phải có :

$$gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan\alpha) > 0 \quad (2)$$

Xét các trường hợp cụ thể :

a) Khi  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\tan\alpha = 1 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$ . Ta thấy trong trường hợp này, vận tốc  $v_B$  của vật tại B có giá trị giống như là trường hợp không có điện tích  $q_2$  tại C, nghĩa là giống như khi vật không chịu lực tác dụng của lực điện do điện tích  $q_2$  gây ra. Tuy nhiên, cần chú ý rằng, thực tế trong khi chuyển động từ A đến B, quả cầu luôn chịu tác dụng của điện tích  $q_2$  (lúc đầu quả cầu được tăng tốc, sau đó nó chịu tác dụng lực cản theo phương chuyển động, do  $q_2$  tạo ra).

b) Khi  $\alpha > 45^\circ$  thì  $1 - \tan\alpha < 0$ , nghĩa là :  $gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan\alpha) > gh$  : trong trường hợp này vận tốc  $v_B$  của vật tại B có trị số lớn hơn so với khi không có mặt điện tích  $q_2$  tại C.

c) Khi  $\alpha < 45^\circ$  thì  $1 - \tan\alpha > 0$ , nghĩa là :  $gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan\alpha) < gh$  : trong trường hợp này, vận tốc  $v_B$  của quả cầu có trị số nhỏ hơn so với khi không có điện tích  $q_2$  tại C. Ngoài ra, khi đó nếu  $\alpha$  có trị số  $\alpha_0$  mà  $gh - \frac{kq^2}{mh} (1 - \tan\alpha) = 0$ , thì  $v_B = 0$ .

Trường hợp này, khá lí thú : quả cầu dao động từ A đến B và ngược lại (theo đề bài thì không có ma sát). Vận tốc của quả cầu (do đó, động năng của nó) đạt trị số cực đại trong khoảng AB tại vị trí mà thế năng của vật đạt cực tiểu.

Nếu  $\alpha < \alpha_0$  thì quả cầu không thể chuyển động đến B được ; tuỳ theo trị số của  $\alpha$  mà quả cầu sẽ dừng lại tại một điểm D nào đó trên mặt phẳng nghiêng, và sau đó có thể lại quay về A và dao động từ A đến D và ngược lại.

## 2.2. Điện tích của hạt bụi là : $Q = 1000e = -1,6 \cdot 10^{-16} C$ .

Khoảng cách nhỏ nhất OM của electron tới hạt bụi tương ứng với vị trí M mà tại đó vận tốc của electron giảm đến bằng 0. Năng lượng của electron khi nó ở rất xa hạt bụi là :

$$W_\infty = \frac{mv_0^2}{2}$$

Năng lượng của electron tại M :

$$W_M = 0 + k \frac{eQ}{r}, \text{ với } r = \overline{OM}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_\infty = W_M \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{keQ}{r} \Rightarrow r = \frac{2keQ}{mv_0^2}$$

Thay số ta được  $r \approx 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx 0,051 \text{ mm}$ .

2.3. Công của lực điện trường (xem là đều) tác dụng lên quả bóng :

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = -qEd = +4,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Công A có giá trị dương. Hiệu thế năng của quả bóng :

$$W_{tA} - W_{tB} = A = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

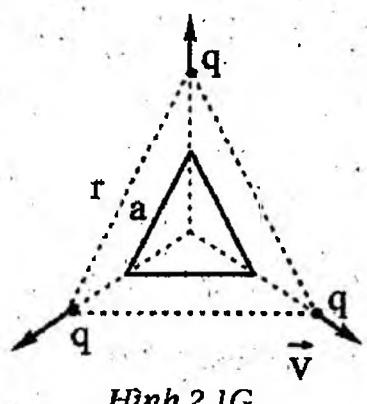
$$2.4. W_t = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d} \right]$$

$$\Rightarrow W_t = -\frac{10q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \approx -17 \text{ mJ}$$

Thế năng âm có nghĩa là phải thực hiện công âm để thiết lập cấu trúc đó từ ba điện tích  $q_1, q_2, q_3$  lúc đầu ở cách xa nhau vô cùng và ở trạng thái đúng yên. Nói cách khác, một yếu tố bên ngoài (tác nhân) cần phải thực hiện một công 17mJ để phá hoàn toàn hệ với kết quả là ba điện tích đó ở xa nhau vô cùng.

2.5. a) Vì hệ ba quả cầu có tính đối-xứng, nếu trong quá trình chúng dịch chuyển ra xa nhau, các quả cầu luôn luôn nằm tại ba đỉnh của tam giác đều có cạnh song song với các cạnh của tam giác đều ban đầu cạnh a (Hình 2.1G). Mỗi quả cầu chuyển động trong điện trường tạo bởi hai quả cầu kia. Xét chuyển động của một trong số ba quả cầu đó. Ban đầu năng lượng của quả cầu đó chỉ là thế năng trong điện trường :

$$W_{t1} = q(V_1 + V_2) = q \cdot 2k \frac{q}{a} = 2k \frac{q^2}{a}$$



Hình 2.1G

Khi ba quả cầu cách nhau một khoảng  $r$ , năng lượng của quả cầu đó bao gồm động năng  $\frac{mv^2}{2}$  và thế năng trong điện trường :

$$W_2 = \frac{mv^2}{2} + 2k \frac{q^2}{r}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_{t1} = W_2 \Rightarrow 2k \frac{q^2}{a} = \frac{mv^2}{2} + 2k \frac{q^2}{r} \Rightarrow$$

$$v = 2q \sqrt{\frac{k(r-a)}{mra}} \approx 8,94 \text{ m/s}$$

b) Khi một quả cầu dịch chuyển ra rất xa hai quả cầu kia, thì khi đó cả ba quả cầu ở rất xa. Do đó, công của lực điện trường để làm cho mỗi quả cầu dịch chuyển ra rất xa hai quả cầu kia sẽ bằng :

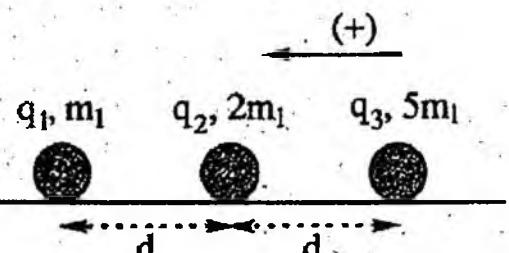
$$A = 3 [q(V_0 - V_\infty)] = 3qV_0 = \frac{6kq^2}{a} = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

2.6\*. Tại thời điểm ban đầu hợp lực tác dụng lên mỗi quả cầu là (Hình 2.2G) :

$$F_1 = \frac{kq_1^2}{d^2} + \frac{2kq_1^2}{(2d)^2} = \frac{3kq_1^2}{2d^2}$$

$$F_2 = \frac{2kq_1^2}{d^2} - \frac{kq_1^2}{d^2} = \frac{kq_1^2}{d^2}$$

$$F_3 = -\frac{2kq_1^2}{d^2} - \frac{2kq_1^2}{(2d)^2} = -\frac{5kq_1^2}{2d^2}$$



Hình 2.2G

Gia tốc chuyển động của mỗi quả cầu lần lượt là :

$$a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{3kq_1^2}{2m_1 d^2}$$

$$a_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{kq_1^2}{2m_1 d^2}$$

$$a_3 = \frac{F_3}{m_3} = \frac{-kq_1^2}{2m_1d^2}$$

Xét trong hệ quy chiếu gắn với quả cầu giữa  $m_2$ :

$$a_{12} = a_1 - a_2 = \frac{kq_1^2}{m_1d^2}$$

$$a_{32} = a_3 - a_2 = -\frac{kq_1^2}{m_1d^2} = -a_{12} \Rightarrow v_{12} = -v_{32}$$

$$\text{Ta lại có: } v_{12} = v_1 - v_2 \text{ và } v_{32} = v_3 - v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 + v_3}{2} \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng cho hệ ba quả cầu:

$$m_1v_1 + 2m_1v_2 + 5m_1v_3 = 0 \Rightarrow v_1 + 2v_2 + 5v_3 = 0 \quad (2)$$

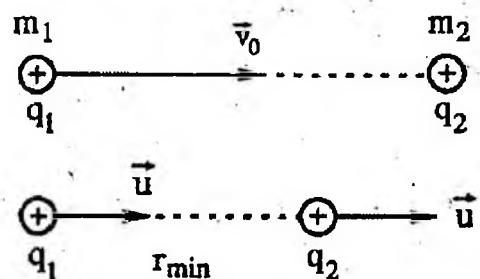
$$\frac{kq_1^2}{d} + \frac{kq_1^2}{d} + \frac{2kq_1^2}{d} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}2m_1v_2^2 + \frac{1}{2}5m_1v_3^2$$

$$\Rightarrow 4 \frac{kq_1^2}{d} = \frac{1}{2}m_1(v_1^2 + 2v_2^2 + 5v_3^2) \quad (3)$$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta được:

$$v_3 = \sqrt{\frac{kq_1^2}{2m_1d}}; v_1 = -3v_3; v_2 = -v_3$$

2.7. a) Vì  $q_1$  và  $q_2$  cùng dấu nên quả cầu 2 đẩy quả cầu 1 chuyển động cùng chiều. Khi khoảng cách giữa hai quả cầu đạt giá trị cực tiểu thì chúng có vận tốc  $\vec{u}$  ( $\vec{u}$  cùng chiều với  $\vec{v}_0$ ) (Hình 2.3G).



Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

Hình 2.3G

$$mv_0 = (4m + m)u \Rightarrow u = \frac{v_0}{5} \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (năng lượng của hệ gồm động năng và thế năng tương tác (diện)) :

$$\frac{mv_0^2}{2} + k \frac{2q^2}{a} = \left( \frac{mu^2}{2} + \frac{4mu^2}{2} \right) + k \frac{2q^2}{r_{\min}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :  $r_{\min} = \frac{a}{1 + \frac{mv_0^2 a}{5kq^2}}$  (3)

b) Xét trường hợp  $a = \infty$  (ban đầu hai quả cầu ở rất xa nhau). Từ (2), ta có :

$$r_{\min} = \frac{5kq^2}{mv_0^2} \quad (4)$$

c) Khi 2 quả cầu lại ra xa nhau vô cùng, áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$mv_0 = mu_1 + 4mu_2 \Rightarrow u_1 = v_0 - 4u_2 \quad (5)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{mv_0^2}{2} + k \frac{2q^2}{a} = \frac{mu_1^2}{2} + 4 \frac{mu_2^2}{2} \quad (6)$$

Thay (5) vào (6) ta suy ra :  $5mu_2^2 - 2mv_0u_2 - \frac{kq^2}{a} = 0$  (7)

Tính  $\Delta'$  :  $\Delta' = m^2v_0^2 + \frac{5mkq^2}{a}$  hay đưa  $r_{\min}$  vào  $\Delta'$  :  $\Delta' = m^2q^2 \left( \frac{5k}{mr_{\min}} \right)$ .

Từ đó tìm được nghiệm của (7) :  $u_2 = \frac{v_0}{5} \pm \frac{q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}}$

Vì  $u_2$  phải cùng chiều với  $\vec{v}_0$ , nghĩa là  $u_2$  phải cùng dấu với  $v_0$  nên phải lấy dấu "+" :

$$u_2 = \frac{v_0}{5} + \frac{q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}} \quad (8)$$

Thay (8) vào (5) ta được :  $u_1 = \frac{v_0}{5} - \frac{4q}{5} \sqrt{\frac{5k}{mr_{\min}}}$  (9)

Ta thấy  $u_1$  trái dấu với  $v_0$  (tức là  $\vec{u}_1$  ngược chiều với  $\vec{v}_0$ ) vì quả cầu 1 bật trở lại.

Trong trường hợp  $a = \infty$  thì ta có :  $u_2 = \frac{2v_0}{5}$  và  $u_1 = -\frac{3v_0}{5}$ .

2.8. Xem hệ hai quả cầu và thanh điện môi như một vật rắn. Lực tương tác Cu-lông giữa hai điện tích là nội lực, không làm thay đổi vị trí của khối tâm G của hệ. Điện trường tác dụng lên vật rắn đó là một ngẫu lực  $F = qE$ , ngẫu lực này chỉ làm cho vật rắn quay xung quanh khối tâm G. Công A của ngẫu lực này bằng độ biến thiên động năng của mỗi vật :

$$A = \Delta E_d$$

Ta có :  $A = q_1 Ed + q_2 Ed = 2qEd$ .

Với  $d = \frac{l}{2}(1 - \cos\alpha)$ ,  $\alpha$  là góc quay của thanh kể từ vị trí ban đầu.

Mặt khác :  $\Delta E_d = \left( \frac{mv_1^2}{2} - 0 \right) + \left( \frac{mv_2^2}{2} - 0 \right) = 2 \frac{mv_0^2}{2} = mv_0^2$ .

Từ đó tìm được :  $\cos\alpha = 1 - \frac{mv_0^2}{qEl} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .

2.9. Trước hết cần lưu ý rằng : khi một điện tích q nằm trong điện trường do điện tích Q gây ra, cách Q một khoảng r, thì muốn di chuyển q ra xa vô cùng điện trường đó cần thực hiện một công :

$$A = q(V - V_\infty) = \frac{kQq}{r}, \text{ mặt khác khi ở}$$

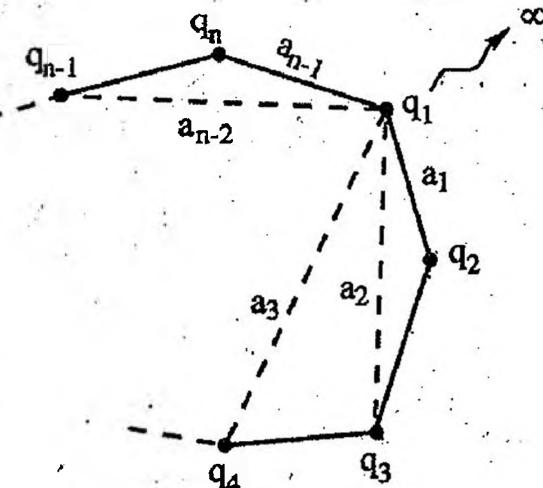
xa vô cùng, điện tích q có vận tốc v, do đó theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{mv^2}{2} = k \frac{qQ}{r}$$

Xét hệ điện tích như trên hình 2.4G, với :

$$q_1 = q_2 = \dots = q_{n-1} = q_n = q$$

$$a_1 = a_{n-1} = a$$



Hình 2.4G

Giả sử ban đầu điện tích  $q_1$  được giải phóng khỏi đỉnh đa giác ra xa vô cùng. Khi đó, điện trường do các điện tích còn lại tạo ra tại đỉnh đặt  $q_1$ , thực hiện một công :

$$A = A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1} + A_n$$

với :  $A_2 = k \frac{q_2}{a_1} q_1 = \frac{kq^2}{a}$

$$A_3 = k \frac{q_3}{a_2} q_1 = \frac{kq^2}{a_2}$$

$$A_{n-1} = k \frac{q_{n-1}}{a_{n-2}} q_1 = \frac{kq^2}{a_{n-2}}$$

$$A_n = k \frac{q_n}{a_{n-1}} q_1 = \frac{kq^2}{a_{n-1}}$$

Kí hiệu  $v_1$  là vận tốc của  $q_1$  khi nó ở xa vô cùng. Ta có :

$$A = kq^2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} \right) = \frac{mv_1^2}{2} \quad (2)$$

Sau đó, sau một thời gian đủ lớn, giả sử quả cầu bên cạnh  $q_2$  lại được giải phóng đi ra xa vô cùng, khoảng cách giữa  $q_2$  và  $q_3$  là  $a'_2$ , giữa  $q_2$  và  $q_n$  là  $a'_{n-2}$ ; không còn ảnh hưởng của  $q_1$ , và các đại lượng  $a'_2 = a_2$ ,  $a'_3 = a_3$ ; ...  $a'_{n-2} = a_{n-2}$ .

Tương tự như trên ta có :

$$A' = kq^2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{a'_2} + \dots + \frac{1}{a'_{n-2}} \right) = \frac{mv_2^2}{2} \quad (3)$$

Theo đề bài từ (2) và (3) ta có :

$$\Delta E = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = kq^2 \cdot \frac{1}{a_{n-1}} = k \frac{q^2}{a}$$

Từ đó :  $|q| = \sqrt{\frac{a \cdot \Delta E}{k}}$  với  $k = 9 \cdot 10^9$  đơn vị SI  $\Rightarrow |q| = 10^{-7} C$

2.10. Theo đề bài ta thấy tám A phải tích điện dương và tám B tích điện âm. Kí hiệu  $U_{AC} = U$ , ta có  $E_{AC} = E_1 = \frac{U}{l}$ , và  $E_{CB} = E_2 = 2E_1 = \frac{2U}{l}$ . Chọn hệ trục toạ độ xOy có trục Oy hướng về tám B. Gia tốc của electron (theo phương Oy) trong khoảng AC và CB có trị số tương ứng bằng :

$$a_1 = \frac{eE_1}{m} = \frac{eU}{ml}; a_2 = \frac{eE_2}{m} = \frac{2eU}{ml} \quad (1)$$

Tại điểm H cách B nhỏ nhất, vận tốc của electron theo phương Oy có trị số bằng 0, nghĩa là :

$$v_{yH} = v_0 \sin \alpha - a_1 t_1 - a_2 t_2 = 0 \quad (2)$$

với  $t_1, t_2$  tương ứng là thời gian electron bay trên phần OI và IH của quỹ đạo ;  $t_2$  được tính từ phương trình :

$$\frac{l}{2} = \frac{a_2}{2} t_2^2 \quad (3)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$W_0 = W_H \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \cos^2 \alpha + eU_{AH}$$

Với :  $U_{AH} = U_{AC} + U_{CH} = U + E_2 \frac{l}{2} = 2U$  ;

$$\Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \cos^2 \alpha + 2eU \quad (4)$$

Tầm bay xa L = OM của electron là :  $L = v_0 \cos \alpha \cdot 2(t_1 + t_2)$  (5)

Từ (1) và (2) và (4) tìm được :  $a_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{4l}$ ;  $a_2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2l}$ .

$$\text{và } t_1 = \frac{2l(2 - \sqrt{2})}{v_0 \sin \alpha}; t_2 = \frac{l\sqrt{2}}{v_0 \sin \alpha}$$

Từ đó  $L = 2(4 - \sqrt{2})l \cdot \cot \alpha$ .

2.11. a) Kí hiệu  $\eta$  là hệ số ma sát của không khí. Lực cản của không khí tác dụng lên hạt bụi khi nó có vận tốc  $v$  là :  $F_c = 6\pi\eta rv$   
với  $r$  là bán kính (kích thước) của hạt bụi.

Khi chưa có tác dụng của điện trường, hạt bụi rơi đều, ta có :

$$mg = 6\pi\eta rv_1 \quad (1)$$

Khi có điện trường, hạt bụi rơi đều khi :

$$mg - qE = 6\pi\eta rv_2 \quad (2)$$

với  $v_2 = \frac{v_1}{2}$ .

Từ (1) và (2) rút ra :  $q = \frac{mg}{2E} = \frac{mgd}{2U}$

Vì  $E = \frac{U}{d}$ , Thay số ta được :  $q = 4,17 \cdot 10^{-18} C$

b) Theo đề bài, ta có :  $mg = kv_1 \quad (3)$

với  $k = 6\pi\eta r$

Kí hiệu  $v_2$  là vận tốc hạt bụi theo phương ngang (vuông góc với tấm kim loại).

Vì hạt bụi rơi đều ta có :

$$F_d = kv_2 \Rightarrow qE = \frac{qU}{d} = kv_2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta rút ra :  $v_2 = \frac{qUv_1}{mgd}$

Thời gian hạt bụi đập vào tấm kim loại :  $t = \frac{d}{v_2} = \frac{mgd^2}{2qUv_1} \approx 1,2s$

2.12. a) Vì  $\sigma_1 > \sigma_2$ , điện trường trong khoảng giữa hai tấm là điện trường đều  $E$ , có phương vuông góc với hai tấm ; có chiều hướng từ tấm  $\sigma_1$  sang tấm  $\sigma_2$ , và có cường độ :  $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{2\epsilon_0}$$

Hiệu điện thế giữa hai tấm :  $U = Ed = \frac{(\sigma_+ - \sigma_-)d}{2\epsilon_0}$

b) Ta có :  $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = eEd$ , với  $v_1 = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ .

**2.13.** Viên bi A sẽ vượt qua viên bi B, nếu như tại thời điểm mà 2 viên bi ở ngang nhau, vận tốc  $v_1$  của A chỉ cần lớn hơn một chút so với vận tốc của B.

Để tìm được trị số nhỏ nhất của  $v_0$ , ta áp dụng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng :

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \quad (1)$$

và :  $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + W_{12} \quad (2)$

Với  $W_{12}$  là thế năng tương tác của hai viên bi :

$$W_{12} = q_1 V_1 = q_2 V_2 = q_1 \frac{kq_2}{d} = q_2 \frac{kq_1}{d} \quad (3)$$

(d là khoảng cách giữa A và B khi chúng ở những vị trí ngang nhau ;  $V_1$  là điện thế tại  $q_1$  do  $q_2$  tạo ra).

Muốn cho A vượt qua B phải có :  $v_1 > v_2 \quad (4)$

Từ (1), (2), (3), (4) tìm được :  $v_0 \geq \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{md}}$

**2.14. a)** Công cần thực hiện :

$$A = -q(V_A - V_B) = q \left( \frac{kQ}{r_B} - \frac{kQ}{r_A} \right) = kqQ \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \Rightarrow A \approx 2,7 \cdot 10^{-3} J$$

**b)** Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{mv_0^2}{2} + qV_\infty = \frac{mv^2}{2} + qV_M$$

Với  $v$  là vận tốc của viên bi tại điểm chạm vào mặt quả cầu mang điện tích  $Q$ ;

$$V_{\infty} = 0; V_M = \frac{kQ}{R} \quad (R \text{ là bán kính của quả cầu } M).$$

Bán kính nhỏ nhất  $R_{\min}$  của quả cầu ứng với trị số  $v = 0$ . Do đó ta có :

$$\frac{mv_0^2}{2} = q \frac{kQ}{R_{\min}} \Rightarrow R_{\min} = \frac{2kQq}{mv_0^2} = 5,4 \text{ cm}$$

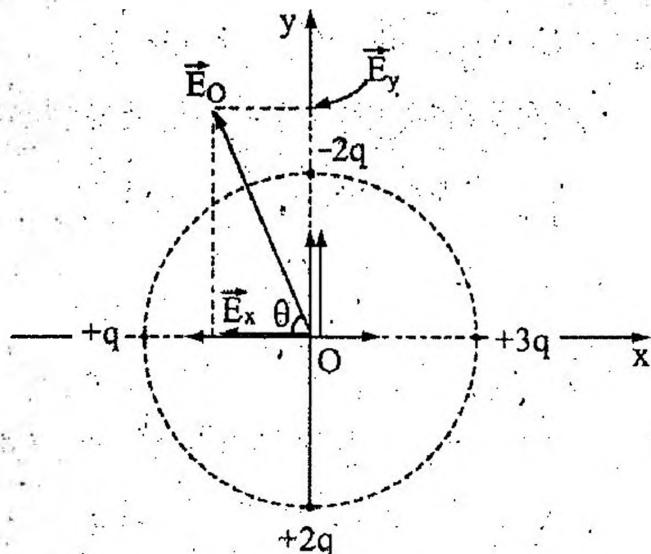
**2.15. a)** Thành phần của vectơ cường độ điện trường  $E_0$  tại O (Hình 2.5G) :

$$E_x = \frac{kq}{R^2} + k \left( \frac{-3q}{R^2} \right) = -2k \frac{q}{R^2}$$

$$E_y = \frac{k(2q)}{R^2} + k \left( \frac{2q}{R^2} \right) = \frac{4kq}{R^2}$$

Vector  $\vec{E}_0$  hợp với Ox góc  $\theta$  :

$$\tan \theta = \left| \frac{E_y}{E_x} \right| = 2 \Rightarrow \theta = 63^\circ$$



Hình 2.5G

$$\text{Độ lớn của } \vec{E}_0 : E_0 = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 2\sqrt{5} \frac{kq}{R^2}$$

b) Thế năng của hệ :  $W_t = \frac{1}{2}(q_1 V_1 + q_2 V_2 + \dots)$

(Mỗi thế năng của từng cặp điện tích không tính hai lần)

$$\begin{aligned} \Rightarrow W_t &= \frac{k(q)(-2q)}{\sqrt{2}R} + \frac{k(q)(3q)}{2R} + \frac{k(q)(+2q)}{\sqrt{2}R} \\ &\quad + \frac{k(-2q)(3q)}{\sqrt{2}R} + \frac{k(-2q)(+2q)}{2R} + \frac{k(3q)(2q)}{\sqrt{2}R} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow W_t = -k \frac{q^2}{2R}$$

c) Công cần thực hiện :

$$A_{(B_{\infty})} = -(+3q)[V_B - V_{\infty}] = 3q(V_{\infty} - V_B)$$

$$\text{với } V_{\infty} = 0 ; V_B = \frac{kq}{2R} + \frac{k(-2q)}{\sqrt{2}R} + \frac{k(+2q)}{\sqrt{2}R} = k \frac{q}{2R}$$

$\Rightarrow A_{(B_{\infty})} = -3k \frac{q^2}{2R} < 0$  ; chứng tỏ lực điện trường thực hiện công dương.

2.16\*. a) Mật độ điện dài  $\lambda$  của thanh (diện tích của mỗi đơn vị độ dài) :

$$\lambda = \frac{q}{2\pi r \frac{3}{4}} = \frac{2q}{3\pi r}$$

Xét đoạn nhỏ  $dl$  của thanh tại M, mang diện tích  $dq = \lambda dl$ , gây ra tại O cường độ điện trường  $d\vec{E}$  (Hình 2.12) có phương MO và chiều theo hướng  $\overrightarrow{MO}$  (vì  $q > 0$ ), và có độ lớn :  $dE = k \frac{\lambda dl}{r^2}$ .

Phân tích  $d\vec{E}$  làm hai thành phần :  $d\vec{E}_x$  và  $d\vec{E}_y$ . Vì thanh có dạng đối xứng qua trục Oy (Hình 2.12), nên nếu xét đoạn  $dl'$  đối xứng với  $dl$  qua trục Oy, thì cường độ điện trường  $d\vec{E}$  do đoạn  $dl'$  gây ra có thành phần  $d\vec{E}'_x$  trực đối với  $d\vec{E}_x$ , nghĩa là  $d\vec{E}_x + d\vec{E}'_x = \vec{0}$ . Điều đó chứng tỏ cường độ điện trường tổng hợp do thanh gây ra tại O không có thành phần trên trục Ox. Nói khác đi, vectơ  $\vec{E}_0$  nằm trên trục Oy, nghĩa là  $\vec{E}_0 = \int d\vec{E}_y$ .

Suy ra :  $E_0 = \int dE_y$  với  $dE_y = dE \cos \theta = k \frac{\lambda \cos \theta}{r^2} dl$ .

Vì  $l = r\theta$ ;  $dl = rd\theta$ , nên  $dE_y = k \frac{\lambda \cos \theta}{r} d\theta$ , nên  $E_0 = \frac{k\lambda}{r} \int \cos \theta d\theta$  (1)

Từ hình vẽ nhận xét rằng : các đoạn AG và HD của thanh gây ra tại O vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_1$  có hướng ngược với chiều dương của Oy, còn đoạn GBCH tạo ra tại O vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}_2$  hướng theo chiều dương của Oy. Và ta có :  $\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ .

Theo (1) ta có :  $E_1 = 2 \frac{k\lambda}{r} \int_0^{45^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{k\lambda}{r} \sqrt{2}$ .

$$E_2 = 2 \frac{k\lambda}{r} \int_0^{90^\circ} \cos\theta d\theta = 2 \frac{k\lambda}{r}$$

Vì  $E_2 > E_1$  nên vectơ  $\vec{E}_0$  hướng theo chiều dương của trục Oy và có độ lớn :

$$E_0 = E_2 - E_1 = \frac{k\lambda}{r} \sqrt{2} = \frac{2kq}{3\pi r^2} (2 - \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow E_0 = 0,53 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Điện thế do thanh gây ra tại O (đặt  $V_\infty = 0$ ) :

$$V_0 = \int k \frac{dq}{r} = \frac{k}{r} \int dq = \frac{kq}{r} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$$

b) Nay giờ ta có :  $V_0 = \frac{kq}{r} + \frac{k(-q)}{r} = 0$ .

Do đó :  $A = -Q(V_\infty - V_0) = 0$ .

2.17. a) Lực tác dụng vào quả cầu (Hình 2.6G) :  $\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_d$ .

Gia tốc quả cầu :  $\vec{a} = \vec{g} + \frac{q}{m} \vec{E}$ .

Hợp với phương ngang Ox góc  $\alpha$  :

$$\tan \alpha = \frac{P}{F_d} = \frac{mg}{Eq}$$

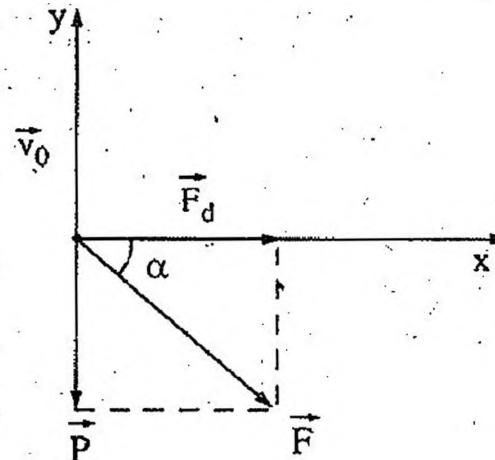
Vận tốc quả cầu ở thời điểm t :

$$\vec{v}_t = \sqrt{\vec{v}_x^2 + \vec{v}_y^2}$$

$$v_t = \sqrt{\left(\frac{qE}{m}t\right)^2 + (v_0 - gt)^2} \quad (1)$$

$\vec{v}_t$  hợp với phương ngang góc  $\beta$ :

$$\cot \beta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{q \frac{E}{m} t}{v_0 - gt}$$



Hình 2.6G

b) Giá trị cực tiểu của vận tốc  $v_t$ :  $v_t^2 = \left(\frac{qE}{m}t\right)^2 + [v_0 - gt]^2$  (2)

Lấy đạo hàm của  $v_t^2$  theo  $t$  và cho bằng 0, ta có:  $t_m = \frac{m^2 v_0 g}{m^2 g^2 + q^2 E^2}$ .

Thay  $t_m$  vào (1):  $v_{min} = v_0 \frac{qE}{\sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$ .

**2.18.** Chùm electron tăng chiều dày sau khi bay ra khỏi khe hẹp vì những electron ở gần bề mặt của chùm chịu lực đẩy tĩnh điện của những electron khác trong chùm.

Có thể coi chùm electron tác dụng lên các electron ở mặt ngoài giống như một mặt phẳng tích điện đều, vô hạn tác dụng lên electron.

Điện tích  $Q$  của một phần bán mặt có diện tích  $S$ :

$$Q = neSd.$$

Chiều dày của chùm electron là  $d$  nên mật độ điện tích trên mặt là:

$$\sigma = \frac{Q}{S} = end$$

Điện trường gây bởi chùm electron có cường độ :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{end}{2\epsilon_0}$$

Trong trường hợp này, lực tác dụng lên electron  $F = eE$  truyền cho nó một giá tốc theo hướng vuông góc với chùm :

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{e^2 nd}{2\epsilon_0 m}$$

Bề rộng chùm electron tăng gấp đôi khi electron đi được một khoảng cách :

$$y = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 nd}{2\epsilon_0 m} t^2$$
 (1)

Khi đó:  $x = l - vt$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $l = v \sqrt{\frac{2\epsilon_0 m}{ne^2}} \approx 2,5\text{cm.}$

2.19. Khi quả cầu 1 tự chuyển động được, thì lực hút tĩnh điện bắt đầu thắng được lực ma sát giữa quả cầu 1 và mặt phẳng ngang :

$$\frac{kQ^2}{r_0^2} = \mu mg \quad (1)$$

Quả cầu 2 bắt đầu chuyển động từ vị trí cách quả cầu 1 một khoảng  $r_1$ :

$$\frac{kQ^2}{r_1^2} = \mu Mg \quad (2)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng :  $\Delta W = A_{ms}$ .

$$\left( -\frac{kQ^2}{r_1} + \frac{mv^2}{2} \right) - \left( -\frac{kQ^2}{r_0} \right) = \mu mg(r_0 - r_1) \quad (3)$$

Khi mất điện tích, điều kiện để quả cầu 1 đuổi kịp quả cầu 2 là :

$$\frac{mv^2}{2} \geq \mu m g r_1$$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) và (4) ta được :  $\frac{M}{m} \geq 4$

2.20. Gọi  $q_1, q_2, q_3$  lần lượt là điện tích trên các bản tương ứng.

Sau khi nối bản 1 và 3 bằng vật dẫn, điện thế trên các bản này bằng nhau :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_2 = U$$

Ta lại có :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_{12}d_1 \text{ với } E_{12} = \frac{q_1 - q_2 - q_3}{2S\epsilon_0}$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = E_{23}d_2 \text{ với } E_{23} = \frac{q_1 + q_2 - q_3}{2S\epsilon_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q_1 - q_2 - q_3}{2S\epsilon_0} d_1 = U \\ \frac{q_1 + q_2 - q_3}{2S\epsilon_0} d_2 = U \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q_1 - q_2 - q_3}{2S\epsilon_0} d_1 = U \\ \frac{q_1 + q_2 - q_3}{2S\epsilon_0} d_2 = U \end{array} \right. \quad (2)$$

Định luật bảo toàn điện tích cho ta:  $q_1 + q_2 + q_3 = Q$  (3)

$$\Rightarrow q_1 = \frac{Q}{2} + \frac{S\epsilon_0 U}{d_1}$$

$$q_2 = S\epsilon_0 U \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$q_3 = \frac{Q}{2} - \frac{S\epsilon_0 U}{d_2}$$

2.21. a) Vận tốc của electron khi vừa thoát ra khỏi mặt cầu

Năng lượng của electron khi vừa bứt khỏi mặt cầu gồm:

- Động năng:  $W_d = \frac{mv_0^2}{2}$ .

- Thế năng do tương tác tĩnh điện  $W_{tl} = \frac{|e|Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ .

Năng lượng của electron khi ra xa mặt cầu chỉ là động năng  $\frac{mv^2}{2}$ .

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{|e|Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - \frac{|e|Q}{2\pi\epsilon_0 m R}}$$

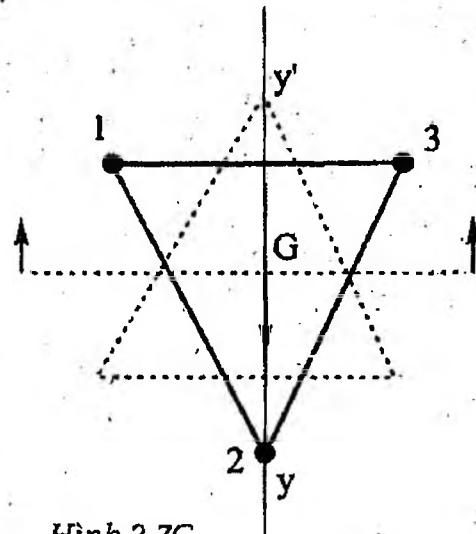
b) Tương tự câu a) áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{q_1 q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q_2 q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{q(q_1 r + q_2 R)}{2\pi\epsilon_0 m R}}$$

2.22. Cách giải I:

a) Khi một trong ba dây bị đứt (dây 1-3), dưới tác dụng của các nội lực còn lại (lực đẩy tĩnh điện và lực căng dây) cả ba viên bi đều chuyển động nhưng khối tâm của hệ vẫn đứng yên và động lượng của hệ vẫn bảo toàn:

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_1 + \vec{v}_3 = -\vec{v}_2$$



Hình 2.7G

Do tính chất đối xứng của hệ, nên quả cầu 2 chuyển động trên đường trung trực  $y'y$ , và hai quả cầu 1 và 3 luôn luôn nằm ngang, các vận tốc  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_3$  đối xứng nhau qua  $y'y$  để "tam giác điện tích" luôn có khối tâm tại G.

Ở vị trí bất kì, thế năng tĩnh điện của hệ là :

$$W_t = \frac{1}{2}(qV_1 + qV_2 + qV_3) = \frac{1}{2}q\left(2k\frac{q}{l} + 2k\frac{q}{x} + 2k\frac{q}{l}\right) = \left(2k\frac{q^2}{l} + \frac{kq^2}{x}\right)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, thì động năng cực đại của hệ ứng với thế năng cực tiểu của hệ.

$W_{t(\min)} \Leftrightarrow x = 2l$ : hệ ba quả cầu thẳng hàng.

$\Rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}_3$  và vuông góc với đường nối ba điện tích

$$\Rightarrow v_{1m} = v_{3m} = \frac{1}{2}v_{2m}$$

$$\Delta W_d = -\Delta W_t \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m(v_{1m}^2 + v_{2m}^2 + v_{3m}^2) = 3\frac{kq^2}{l} - \left(2\frac{kq^2}{l} + \frac{kq^2}{2l}\right)$$

$$\frac{1}{2}m6v_{1m}^2 = \frac{kq^2}{2l} \Rightarrow v_{1m} = v_{3m} = \sqrt{\frac{kq^2}{6ml}}; v_{2m} = 2\sqrt{\frac{kq^2}{6ml}}$$

b) Sau khi đạt vận tốc cực đại, chúng chuyển động chậm dần cho đến khi vận tốc bằng không thì khôi phục thế năng ban đầu và tam giác điện tích trở thành tam giác đều có hình dạng đối xứng với tam giác ban đầu. Sau đó hệ dao động tuần hoàn quanh khối tâm G.

Cách giải 2 : (Dựa vào tính đối xứng + sự bảo toàn động lượng và năng lượng).

Chọn hệ trục tọa độ Oxy.

Đó tính đối xứng của hệ nên sau khi đứt dây (giả sử đứt dây nối 1-3) quả cầu 2 sẽ chuyển động nhanh dần theo phương  $Oy$ , còn quả cầu 1 và 3 sẽ chuyển động sao cho các vectơ vận tốc của chúng có các thành phần trên phương  $Ox$  và  $Oy$ .

Vì không có ngoại lực tác dụng nên năng lượng và động lượng của hệ bảo toàn :

$$(Ox): m_1v_{1x} + m_3v_{3x} = 0 \Rightarrow v_{1x} = -v_{3x} \quad (1)$$

$$(Oy) : m_2 v_2 + m_1 v_{1y} + m_3 v_{3y} = 0 \Rightarrow v_2 = -(v_{1y} + v_{3y}) \quad (2)$$

Do tính đối xứng của quả cầu 1 và 3 nên :  $v_{1y} = v_{3y}$  (3)

$$(2) \Rightarrow v_2 = -2v_{1y} = -2v_{3y} \quad (4)$$

Khi quả cầu 2 đến vị trí G (vị trí khối tâm của hệ) thì ba quả cầu thẳng hàng. Lúc này hợp lực tác dụng lên quả cầu 2 và gia tốc của quả cầu 2 bằng 0, vận tốc của quả cầu 2 có giá trị cực đại.

Năng lượng của hệ lúc này :

$$W = \left( \frac{2kq^2}{l} + \frac{kq^2}{2l} \right) + \frac{1}{2}mv_{1m}^2 + \frac{1}{2}mv_{3m}^2 + \frac{1}{2}mv_{2m}^2 = \frac{5kq^2}{2l} + \frac{3}{4}mv_{2m}^2$$

$$\text{Năng lượng của hệ khi chưa đứt dây : } W' = \frac{3kq^2}{l}.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng :  $W' = W$

$$\Rightarrow \frac{3kq^2}{l} = \frac{5kq^2}{2l} + \frac{3}{4}mv_{2m}^2 \Rightarrow v_{2m} = \sqrt{\frac{2kq^2}{3ml}}$$

$$\Rightarrow \text{vận tốc cực đại của quả cầu 1 và 3 là : } v_{1m} = v_{3m} = \frac{1}{2}v_{2m} = \sqrt{\frac{kq^2}{6ml}}.$$

*Nhận xét :* Xét hệ quy chiếu gắn với quả cầu 2

Khi đó quả cầu 1 và 3 chuyển động tròn quanh quả cầu 2 với cùng vận tốc :  $v_1 = v_3$ .

**2.23.** Mỗi quả cầu chịu tác dụng của trọng lực  $\vec{P}$ , lực căng  $\vec{T}$ , và lực điện  $\vec{F}_d$  (Hình 2.8G).

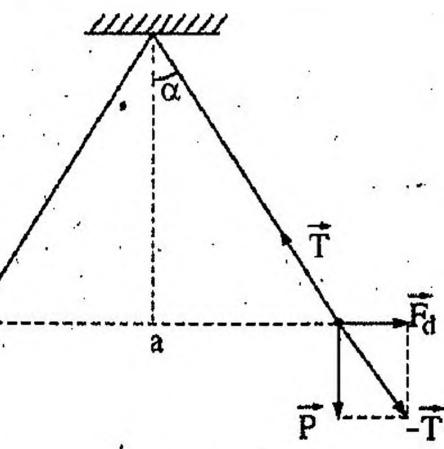
$$\vec{F}_d + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\text{Với : } P = mg \quad (2)$$

$$F_d = \frac{kq^2}{a^2} = T \sin \alpha \quad (3)$$

$$a = 2l \sin \alpha \quad (4)$$

$$\cos \alpha = \frac{P}{T}$$



Hình 2.8G

$$\text{Từ đó : } q = \pm \sqrt{\frac{4l^2 T \sin^3 \alpha}{k}} \quad (5)$$

$$\text{Điện thế của các quả cầu A và B : } V_A = V_B = V_1 + V_2 \quad (6)$$

$$\text{Với : } V_1 = \frac{kq}{r}; V_2 = \frac{kq}{a-r},$$

$$\text{thay số ta được : } V_A = V_B = 2,13 \cdot 10^5 \text{V.}$$

**2.24.** Cường độ điện trường giữa hai lưới có phương Ox, có chiều hướng về tấm lưới 1 và có độ lớn :

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} + \frac{Q}{2\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}.$$

$$\text{Hiệu điện thế giữa lưới 2n và lưới 1 : } U = n(Ed) = \frac{Qnd}{\epsilon_0 S}$$

Kí hiệu  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_x$ ,  $\vec{v}_y$  là vectơ vận tốc, và các vectơ vận tốc thành phần trên trục Ox và Oy của vận tốc của electron khi ra khỏi lưới 2n.

Thành phần  $v_{0y}$  của  $\vec{v}_0$  theo phương vuông góc với  $\vec{E}$  giữ không thay đổi, ta có :  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha = v_y$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{mv_0^2}{2} + eU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow mv_0^2 \cos^2 \alpha + 2eU = mv_x^2$$

$$\Rightarrow v_x = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{2enQd}{\epsilon_0 m S}}$$

$$\text{Từ đó : } v^2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2enQd}{\epsilon_0 m S}}.$$

Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  của electron khi ra khỏi hệ thống hợp với Ox góc  $\beta$  mà :

$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \beta = \arctan \left( \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \frac{2enQd}{\epsilon_0 v_0^2 m S}}} \right)$$

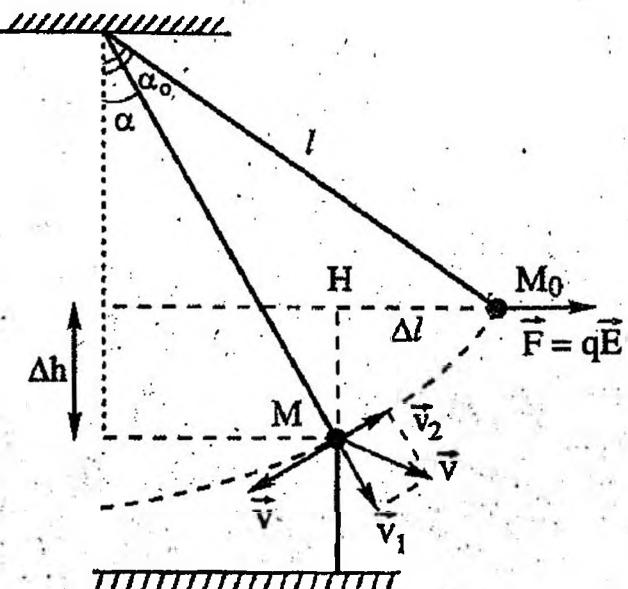
2.25. Ban đầu quả cầu nằm cân bằng trong điện trường  $\vec{E}$ , ta có :

$$\tan \alpha_0 = \frac{F_d}{P}$$

$$\Rightarrow F_d = qE = mg \tan \alpha_0 \quad (1)$$

Đổi chiều điện trường  $\vec{E}$ , lực điện  $\vec{F}_d$  thay đổi chiều nhưng giữ nguyên cường độ. Khi quả cầu tới va chạm với cọc tại vị trí M, công của lực điện trường là (Hình 2.9G).

$$A_d = F_d \cdot \Delta l \quad (\Delta l = M_0 H)$$



Hình 2.9G

Vận tốc  $\vec{v}$  của quả cầu ngay trước va chạm có độ lớn được xác định nhờ định luật bảo toàn năng lượng :

$$Mg \cdot \Delta h + A_d = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2g(\Delta h + \Delta l \tan \alpha_0)$$

Từ hình vẽ (Hình 2.9G) ta có :  $\Delta l = \frac{(\sqrt{3}-1)l}{2}$

$$\Delta h + \Delta l \tan \alpha_0 = l(\cos \alpha - \cos \alpha_0) + \frac{(\sqrt{3}-1)l}{2} \tan \alpha_0 = l$$

Do đó :  $v^2 = 2gl \Rightarrow v = \sqrt{2gl}$  (1)

Khi va chạm đàn hồi với cọc cố định, vận tốc  $\vec{v}'$  của quả cầu sau khi va chạm đổi xứng với  $\vec{v}$  qua cọc (Hình 1.25), do đó  $\vec{v}'$  hợp với cọc góc  $60^\circ$ , và do đó  $\vec{v}'$  hợp với dây treo góe :

$$\beta = (60^\circ - 30^\circ) = 30^\circ.$$

Phân tích  $\vec{v}'$  làm hai thành phần :  $\vec{v}' = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

trong đó :  $\vec{v}_1$  là thành phần dọc theo sợi dây, thành phần này bị triệt tiêu bởi lực căng dây (Hình 2.9G),  $\vec{v}_2$  là thành phần vuông góc với sợi dây :  $v_2 = v \sin \beta$ ; thành phần này làm quả cầu nảy lên độ cao hơn so với độ cao của M.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (khi không còn có tác dụng của điện trường), ta có :

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{(v \sin \beta)^2}{2g} \Rightarrow h = l \sin^2 \beta = \frac{l}{4} = 0,25m$$

2.26\*. Gọi  $q$  là điện tích của hạt được thả ra,  $V_A$  và  $V_B$  lần lượt là điện thế do nửa vòng tròn tích điện gây ra tại A và B. Coi điện thế ở rất xa bằng 0; ta có :

$$\frac{mv_A^2}{2} = qV_A ; \frac{mv_B^2}{2} = qV_B$$

Từ đó :  $\frac{V_A}{V_B} = \left( \frac{v_A}{v_B} \right)^2 = n^2$  (1)

Mặt khác, ta viết biểu thức của lực do nửa vòng tròn tác dụng lên điện tích  $q$  tại A và tại B :  $F_A = qE_A = ma_A$  ;

$$F_B = qE_B = ma_B$$

Suy ra :  $\frac{E_A}{E_B} = \frac{a_A}{a_B}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có :  $\frac{a_A}{a_B} = n^2 \frac{E_A}{E_B} \frac{V_B}{V_A}$  (3)

Dưới đây ta sẽ lần lượt xác định  $V_A$ ,  $E_A$ ,  $V_B$ ,  $E_B$ .

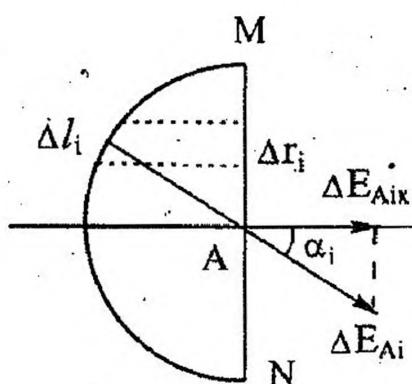
+ Tính  $V_A$  : Chia nửa vòng tròn thành những đoạn đủ nhỏ để coi là điện tích điểm, mỗi đoạn mang điện tích  $\Delta Q_i$ . Điện thế do nó gây ra tại A là : (Hình 2.10G) :

$$V_{Ai} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{r} \quad (r \text{ là bán kính cung tròn})$$

Điện thế do nửa vòng tròn gây ra tại A :

$$V_A = \sum_i V_{Ai} = \frac{k}{r} \sum_i \Delta Q_i$$

$$V_A = \frac{kQ}{r} \quad (Q : \text{diện tích nửa vòng tròn}) \quad (4)$$



Hình 2.10G

+ Tính  $E_A$ : Gọi chiều dài của mỗi đoạn mang điện tích  $\Delta Q_i$  là  $\Delta l_i$ ,  $\lambda$  là điện tích của mỗi đơn vị độ dài. Cường độ điện trường do  $\Delta Q_i$  gây ra tại A là :

$$\Delta E_{Ai} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{r^2} = \frac{k\lambda \cdot \Delta l_i}{r^2}$$

Vì lí do đối xứng,  $\vec{E}_A$  hướng dọc theo trục Ax. Vậy ta xét hình chiếu (Hình 2.11G) :

$$\Delta E_{Aix} = \Delta E_{Ai} \cos \alpha_i = \frac{k\lambda}{r^2} \Delta l_i \cos \alpha_i$$

$$\Delta E_{Aix} = \frac{k\lambda}{r^2} \Delta r_i$$

Trong đó  $\Delta r_i = \Delta l_i \cos \alpha_i$  là hình chiếu của đoạn  $\Delta l_i$  trên đường kính MN, theo lập luận ở trên, ta có :

$$E_A = \sum_i \Delta E_{Aix} = \frac{k\lambda}{r^2} \sum_i \Delta r_i = \frac{k\lambda}{r^2} 2r = \frac{2k\lambda}{r}$$

nhưng mặt khác diện tích của một đơn vị độ dài là :  $\lambda = \frac{Q}{\pi r}$ .

$$\text{Vậy: } E_A = \frac{2kQ}{\pi r^2} \quad (5)$$

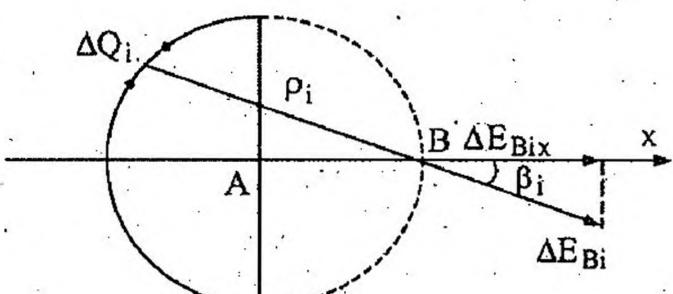
Tính  $V_B$ : Điện thế do  $\Delta Q_i$  gây ra tại B (Hình 2.11G).

$$V_{Bi} = k \frac{\Delta Q_i}{\rho_i}$$

Trong đó  $\rho_i = 2r \cos \beta_i$ , là khoảng cách từ  $\Delta Q_i$  đến B. Vậy :

$$V_{Bi} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{2r \cdot \cos \beta_i}$$

$$V_B = \frac{k}{2r} \sum \frac{\Delta Q_i}{\cos \beta_i} \quad (6)$$



Hình 2.11G

Tính  $E_B$  : Cường độ điện trường do  $\Delta Q_i$  gây ra tại B :

$$\Delta E_{Bi} = k \frac{\Delta Q_i}{r_i^2} = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{(2r \cos \beta_i)^2}$$

Cũng lập luận tương tự như khi tính  $E_A$ , ta tính hình chiếu của  $\Delta E_{Bi}$  trên trục x :

$$\Delta E_{Bix} = \Delta E_{Bi} \cos \beta_i = \frac{k \cdot \Delta Q_i}{4r^2 \cos \beta_i}$$

Vậy :  $E_B = \frac{k}{4r^2} \sum_i \frac{\Delta Q_i}{\cos \beta_i}$  (7)

Từ các phương trình (4), (5), (6), (7) thay vào (3), ta có :  $\frac{a_A}{a_B} = \frac{4n^2}{\pi}$ .

2.27. Sau khi dây đứt, các quả cầu sẽ đạt vận tốc cực đại khi lực đẩy tĩnh điện cân bằng với lực ma sát.

Gọi x là khoảng cách giữa 2 vật tại thời điểm này.

$$k \frac{q^2}{x^2} = \mu mg \quad (1)$$

- Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{kq^2}{l} = k \frac{q^2}{x} + 2 \cdot \frac{1}{2} mv_{max}^2 + \mu mg(x - l) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :  $v_{max} = \left| \sqrt{\mu gl} - q \sqrt{\frac{k}{ml}} \right|$

Từ điều kiện  $k \frac{q^2}{l^2} > \mu mg$  ta có  $v_{max} = q \sqrt{\frac{k}{ml}} - \sqrt{\mu gl}$ .

2.28. Chọn hệ toạ độ Oxy có gốc O trùng với điểm bay vào của hạt, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên. Vì lực điện trường không làm thay đổi thành phần nằm ngang của vectơ vận tốc của hạt nên ta có :

$$v_0 \cos \alpha = v_C \cos \beta, \text{ hay } v_C = \frac{v_0 \cos \alpha}{\cos \beta} \quad (1)$$

(C là điểm bay ra của hạt). Thời gian  $t_0$  bay trong điện trường của hạt được tính từ công thức :

$$x = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow d = v_0 \cos \alpha \cdot t_0, \text{ hay } t_0 = \frac{d}{v_0 \cos \alpha} \quad (2)$$

Xét thành phần vận tốc  $v_y$  của hạt tại điểm C :

$$v_y = v_{0y} - at \Rightarrow v_C \sin \beta = v_0 \sin \alpha - \frac{qE}{m} t_0 \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) rút ra :

$$v_0 = \sqrt{\frac{qEd}{mc \cos^2 \alpha (\tan \alpha + \tan \beta)}} \approx 2,7 \text{ m/s.}$$

2.29\*. Dễ dàng thấy rằng, ngay sau khi được buông ra quả cầu 1 có giá tốc lớn hơn rất nhiều so với quả cầu 3 (vì  $m_3 = 1000m_1$ ) và so với quả cầu 2 ngay lúc đó các lực tác dụng lên nó cân bằng nhau). Vì vậy, có thể xem rằng quả cầu 1 đạt được vận tốc  $v_1$ , rất nhanh khi các quả cầu 2 và 3 còn nằm yên. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{mv_1^2}{2} = k \frac{q^2}{a} + k \frac{q^2}{2a} \left( k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

Từ đó tìm được :  $v_1 = q \sqrt{\frac{3k}{ma}} \approx 52 \text{ m/s.}$

Khi quả cầu 1 đã bay ra xa quả cầu 2 và 3, áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng cho hệ 2 quả cầu này ta có :

$$m_2 v_2 - m_3 v_3 = 0$$

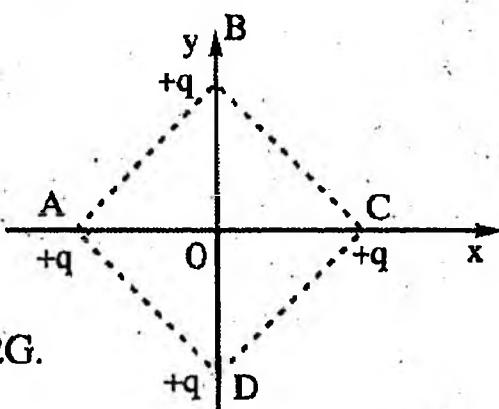
$$\frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} = k \frac{q^2}{a}$$

Từ đó tìm được  $v_2 = 4 \text{ m/s}$  và  $v_3 = 0,04 \text{ m/s.}$

2.30\*. a) Các điện tích được bố trí như trên hình 2.12G.

$$V_0 = V_A + V_B + V_C + V_D \Rightarrow V_0 = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a}$$

Hình 2.12G



b) Xét điểm M ở gần O nằm trong mặt phẳng xOy, có toạ độ M(x,y) với  $x, y \ll a$ . Điện thế tại M do điện tích đặt tại A gây ra là :

$$V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{(a+x)^2 + y^2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a \sqrt{\left(1 + \frac{x}{a}\right)^2 + \frac{y^2}{a^2}}}$$

Vì  $x, y \ll a$ , áp dụng công thức tính gần đúng cho  $\epsilon \ll 1$  :

$$(1+\epsilon)^n \approx 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2!} \epsilon^2 + \dots$$

Ta được :  $V_A \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 1 - \frac{x}{a} - \frac{x^2 + y^2}{2a^2} + \frac{3x^2}{2a^2} \right)$

Tương tự với  $V_B, V_C, V_D$  suy ra :

$$V_M = V_A + V_B + V_C + V_D = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left( 4 + \frac{x^2 + y^2}{a^2} \right)$$

$$\Rightarrow V_M = V_0 + \frac{q(x^2 + y^2)}{4\pi\epsilon_0 a^3} = V_0 + \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$$

Với  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  là khoảng cách từ M đến O.

Thể năng của điện tích Q đặt tại M là :  $W_M = qV_M = qV_0 + \frac{q^2 r^2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$

Ta thấy thể năng có trị số cực tiểu tại O, ứng với  $r = 0$ . Tại O, hợp lực của các lực điện tác dụng lên điện tích Q bằng không. Vậy O là vị trí cân bằng bền của điện tích Q trong mặt phẳng xOy.

Xét một điểm N(0, 0, z) trên trục Oz vuông góc với mặt phẳng xOy. Điện thế gây bởi 4 điện tích A, B, C, D tại N là :

$$V_N = \frac{q}{\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + z^2}}$$

Thể năng của điện tích Q tại N là :  $W_{tN} = qV_N = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + z^2}}$

Tại điểm O ( $z = 0$ ) thế năng  $W_{tN}$  đạt cực đại. Vậy O là vị trí cân bằng không bền của Q trên trục Oz.

(Cũng có thể xét hợp lực của các lực tác dụng lên Q và thấy rằng hợp lực này luôn có phương hướng ra xa O, suy ra O là vị trí cân bằng không bền của Q trên trục Oz).

c) Xét diện tích  $Q = q$  đặt tại điểm M trong mặt phẳng xOy, lực tác dụng lên diện tích Q là :

$$F_r = -\frac{dW_{tM}}{dr} = -\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a^3} r$$

Lực này hướng về vị trí cân bằng O, phương trình chuyển động của diện tích Q (xét theo phương trình OM) là :

$$F_r = ma \Rightarrow m\ddot{r} + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a^3} r = 0$$

Đó là phương trình vi phân của dao động điều hoà, với m là khối lượng của vật mang diện tích Q. Tần số góc của dao động là :  $\omega = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a_m^3}}$ .

Chu kỳ dao động nhỏ của diện tích Q trong mặt phẳng xOy :

$$T = \frac{2\pi}{q} \sqrt{2\pi\epsilon_0 m a^3}$$

d) Nếu  $Q = -q$  thì  $W_{tM} = -qV_0 - \frac{q^2 r^2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$  và lực tác dụng lên diện tích Q là :

$$F_r = -\frac{dW_{tM}}{dr} = +\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 a^3} r > 0$$

Điểm O là vị trí cân bằng không bền trong mặt phẳng xOy.

Xét điểm N trên trục Oz thì thế năng của Q tại N sẽ là :

$$W_N = -\frac{q^2}{\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + z^2}}$$

Suy ra O là vị trí cân bằng bền của Q theo trục z.

Bằng cách lập luận như ở câu c (tính  $F_z = -\frac{dW_{tN}}{dz}$ ), áp dụng định luật II Niu-ton và chú ý rằng  $\frac{z}{a} \ll 1$ ) ta thấy điện tích Q dao động điều hoà

quanh vị trí cân bằng O với chu kì :  $T = \frac{2\pi}{q} \sqrt{\pi \epsilon_0 m a^3}$ .

## CHỦ ĐỀ 3

**3.1. Điện tích của hạt nhân vàng là điện tích dương :  $q = Ze$ . Ta có :**

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R} = 1,8 \cdot 10^7 V$$

Điện thế dương lớn này không thể được phát hiện ở ngoài một vật bằng vàng, chiếc nhẫn chẳng hạn, vì nó bị bù trừ bởi một điện thế âm cũng lớn như vậy của các electron trong mỗi nguyên tử vàng ở trong chiếc nhẫn.

$$3.2. V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} = 900V$$

**3.3. a) Để xác định  $\vec{E}$ , vận dụng tính đối xứng cầu và áp dụng định lí O – G, suy ra tại mọi điểm bên trong phần rỗng và bên ngoài vỏ cầu ta có :  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , với  $r$  là**

khoảng cách từ điểm khảo sát tới tâm O ;  $\vec{E}$  hướng ra xa tâm O (giả thiết  $q > 0$ ).

Bên trong lớp vỏ cầu, điện trường bằng không (có thể chứng minh bằng cách áp dụng định lí O – G). Tại điểm M ở phần rỗng, gần mặt trong vỏ cầu, cường độ điện trường có độ lớn  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}$ , với  $R_1$  là bán kính mặt trong vỏ cầu. Bởi vì

mặt này mang điện tích  $-q$  (do hiện tượng hưởng ứng toàn phần), áp dụng công thức tính cường độ điện trường gần mặt vật dẫn tích điện, ta thấy  $\vec{E}$  tại đó có phương vuông góc với mặt cầu, có chiều hướng ra xa tâm O (vì điện tích âm) và có độ lớn  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{4\pi R_1^2 \epsilon_0}$ , phù hợp với kết quả trên.

Mặt ngoài của quả cầu mang điện tích q (vì ban đầu vỏ cầu trung hòa điện) và ta lại thu được kết quả tương tự như trên.

b) Điện tích  $q$  không chịu tác dụng của lực điện nào. Thoạt nhìn, hình như có điều gì mâu thuẫn với định luật III Niu-ton. Sự thực đó chỉ là một sự ngộ nhận. Bởi vì điện tích  $q_1$  chịu tác dụng của các điện tích phân bố ở mặt ngoài vỏ cầu, và điện tích  $q_1$  tác dụng lên các điện tích này những lực trực đối, đúng như đòi hỏi của định luật III Niu-ton.

c) Các lực do  $q_1$  tác dụng lên các điện tích phân bố trên mặt ngoài vỏ cầu sẽ là lực hút nếu  $q_1$  là điện tích âm, hoặc là lực đẩy nếu  $q_1$  là điện tích dương. Trong trường hợp  $q_1$  là điện tích âm thì lực  $\vec{F}$  có cường độ lớn hơn so với trường hợp không có mặt vỏ cầu. Còn trong trường hợp  $q_1$  là điện tích dương thì lực đẩy sẽ yếu hơn so với trường hợp không có mặt vỏ cầu.

d) Không! Bởi vì khi đó sự phân bố điện tích trên mặt ngoài vỏ cầu đã bị thay đổi (các điện tích đó đã bị dịch chuyển đi, sắp xếp lại, khi thay  $q_1$  bằng  $q_2$ ).

Không có điều gì mâu thuẫn với khái niệm điện trường vì hệ điện tích tạo ra điện trường (các điện tích trên mặt vỏ cầu) đã được phân bố lại, vì vậy mà điện trường đã thay đổi, lực tác dụng lên  $q_2$  có thay đổi so với trước nhưng không bằng  $2\vec{F}_1$ .

Còn về nguyên lý chồng chất điện trường thì cần chú ý rằng, nguyên lý đó được áp dụng cho các điện tích được giữ cố định tại vị trí của chúng, chứ không phải là cho những "vị trí mới" của các điện tích do có sự dịch chuyển (sắp xếp lại) của các điện tích phân bố trước đây trên mặt ngoài vỏ cầu.

**3.4. a)** Quả cầu dẫn điện cô lập là một vật đẳng thế, điện tích chỉ phân bố ở bề mặt ngoài quả cầu và điện thế của quả cầu được tính theo công thức :  $V = k \frac{q}{R}$ .

Hai quả cầu 1 và 2 có điện thế là :  $V_1 = k \frac{q_1}{R_1}$  ;  $V_2 = k \frac{q_2}{R_2}$ .

Theo đề bài ta có :  $\frac{q_1}{R_1} > \frac{q_2}{R_2}$ , vậy  $V_1 > V_2$ .

Vì điện thế hai quả cầu khác nhau, nên khi nối chúng bằng dây dẫn, các điện tích sẽ di chuyển từ quả cầu này sang quả cầu kia, cụ thể là các điện tích dương sẽ di chuyển từ quả cầu có điện thế cao (quả cầu 1) đến quả cầu có điện thế thấp hơn (quả cầu 2). Vì electron mang điện tích âm nên khi nối 2

quả cầu bằng dây dẫn, electron sẽ di chuyển trong dây dẫn từ quả cầu 2 sang quả cầu 1, cho đến khi điện thế hai quả cầu bằng nhau.

b) Kí hiệu điện thế và điện tích của hai quả cầu sau khi electron ngừng di chuyển là  $q'_1$ ,  $V'_1$ ,  $q'_2$ ,  $V'_2$  ta có :

$$V'_1 = V'_2 \Rightarrow k \frac{q'_1}{R_1} = k \frac{q'_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q'_1}{q'_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2,5}{7,5} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

Mặt khác theo định luật bảo toàn điện tích :

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 = 4 \cdot 10^{-8} C \quad (2)$$

Từ (1) và (2) tìm được :  $q'_1 = 10^{-8} C$ ;  $q'_2 = 3 \cdot 10^{-8} C$ .

Điện lượng sẽ di chuyển qua dây dẫn :

$$\Delta q = |q'_1 - q_1| = |q'_2 - q_2| = 2 \cdot 10^{-8} C.$$

Số electron đã di chuyển :  $N = \frac{\Delta q}{e} = 1,25 \cdot 10^{11}$  electron.

**3.5. a)** Theo công thức tính điện thế, điện tích của quả cầu bằng :  $q = \frac{VR_1}{k}$

Khi nối quả cầu và vỏ cầu bằng một dây dẫn, vỏ cầu và quả cầu hợp với nhau thành một vật dẫn duy nhất, khi đó điện tích được phân bố lại và chỉ phân bố ở mặt ngoài vỏ cầu (theo tính chất của vật dẫn cân bằng điện), hơn nữa vỏ cầu và quả cầu có cùng một điện thế. Điện thế của vỏ cầu (và cả quả cầu) bây giờ là :

$$V_1 = k \frac{q}{R_2} = V \frac{R_1}{R_2}$$

Như vậy điện thế của quả cầu đã biến thiên một lượng :

$$\Delta V = V_1 - V = V \left( \frac{R_1}{R_2} - 1 \right)$$

b) Khi vỏ cầu nối với đất (có thể coi đất là một vật dẫn có kích thước rất lớn và ở rất xa hệ mà ta khảo sát), các điện tích hưởng ứng cùng dấu với điện tích của quả cầu bị đẩy ra xa. Khi đó trên vỏ cầu chỉ còn điện tích  $q'$  bằng  $q$  về độ

lớn nhưng trái dấu :  $q' = -q = -V \frac{R_1}{k}$ .

Điện thế của quả cầu lúc này bằng điện thế do  $q$  và  $q'$  gây ra. Điện thế do  $q'$  gây ra tại tâm của vỏ cầu (cũng là tâm của quả cầu) bằng :

$$V_2 = k \frac{q'}{R_2} = -V \frac{R_1}{R_2}$$

Vật dẫn là khối đẳng thế, nên điện thế trên mặt quả cầu và tại tâm của nó bằng nhau, do đó điện thế của quả cầu bây giờ là :

$$V' = V + V_2 = V - V \frac{R_1}{R_2} = V \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) = kq \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

c) Quả cầu và vỏ cầu tạo nên tụ điện cầu. Theo định nghĩa điện dung của tụ điện :

$$C = \frac{q}{U}, \text{ ở đây } U = V' - 0 = V'$$

(điện thế của vỏ cầu nối đất bằng 0). Do đó :

$$C = \frac{q}{V'} = \frac{1}{k \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{R_1 R_2}{k (R_2 - R_1)}$$

3.6. 1. Tại điểm M có hoành độ  $x$ , điện thế gây ra bởi hai điện tích đó là :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0|x|} - \frac{2q}{4\pi\epsilon_0|x-d|}$$

Xét 3 trường hợp :

a) Tại miền  $x < 0$ , ta có :  $V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0(x)} + \frac{2q}{4\pi\epsilon_0(x-d)}$

Điểm có  $V = 0$  :  $2x = x - d \Rightarrow x = -d$

Tại miền  $x < 0$ , các vectơ cường độ điện trường do hai điện tích gây ra ngược chiều nhau. Cường độ điện trường tổng hợp bằng không  $E = 0$ , tại điểm  $x$  mà  $2x^2 = (x-d)^2$ .

Vì  $x < 0$  ta có  $E = 0$  tại điểm  $x = -d(1 + \sqrt{2})$ .

b) Tại miền  $0 < x < d$ , ta có :  $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x} + \frac{2q}{4\pi\epsilon_0(x-d)}$

Ta thấy  $V = 0$ ;  $2x + x - d = 0 \Rightarrow x = \frac{d}{3}$ . Trong miền này, các vectơ cường độ điện trường có cùng chiều, vì vậy không có điểm nào mà  $E = 0$ .

c) Tại miền  $x > d$ , ta có :  $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x} - \frac{2q}{4\pi\epsilon_0(x-d)}$ .

$V = 0$  khi  $(x-d) - 2x = 0$  hay  $-d - x = 0$  : không thể xảy ra.

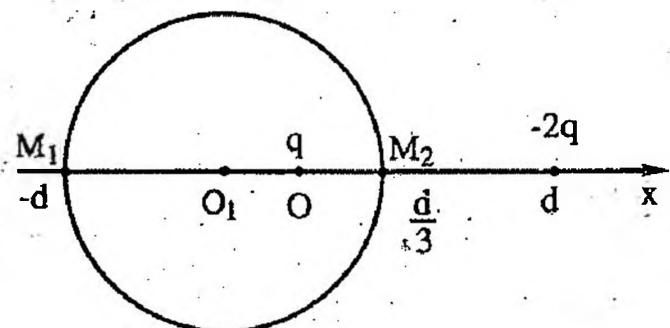
$E = 0$  khi  $2x^2 = (x-d)^2$ , có nghiệm

$x' = -d(1 + \sqrt{2})$  và  $x' = -d(1 - \sqrt{2})$  : cả hai nghiệm đều nhỏ hơn  $d$ , nghĩa là không thể xảy ra  $\rightarrow$  không có điểm nào mà  $E = 0$ .

2. Điện thế bằng 0 tại điểm M cách hai điện tích các khoảng  $r_1$  và  $r_2$  sao cho :

$$\frac{1}{r_1} - \frac{2}{r_2} = 0 \text{ hay } \frac{r_2}{r_1} = 2 : \text{quỹ tích}$$

các điểm M (mặt đẳng thế) tại đó  $V = 0$  là một đường tròn có tâm  $O_1$  nằm trên Ox, có đường kính  $2R$  được xác định bằng cách tìm vị trí của hai giao điểm  $M_1, M_2$  của đường tròn đó với trục Ox (Hình 3.1G).



Hình 3.1G

Dễ dàng thấy rằng toạ độ  $x_1$  và  $x_2$  của  $M_1$  và  $M_2$  là :  $x_1 = -d$ ;  $x_2 = \frac{d}{3}$ .

$$\text{Suy ra : } 2R = \overline{M_1 M_2} = d + \frac{d}{3} = \frac{4d}{3} \Rightarrow R = \frac{2d}{3}.$$

3.7. Điện dung của tụ điện phẳng là  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Hiệu điện thế giữa hai bản :

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \quad (1)$$

Vì các bản không nối với nguồn nên điện tích Q của tụ điện không thay đổi trong quá trình tách xa 2 bản thêm đoạn  $\Delta d$ . Nhưng theo (1) hiệu điện thế

$$\text{giữa 2 bản tăng thêm một lượng : } \Delta U = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \cdot \Delta d$$

đồng thời năng lượng của tụ điện  $W = \frac{QU}{2}$  tăng thêm một lượng :

$$\Delta W = \frac{Q}{2} \cdot \Delta U = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \cdot \Delta d$$

Độ biến thiên năng lượng này bằng công của lực  $F'$  làm tách 2 bản :

$$\Delta W = F' \cdot \Delta d \Rightarrow F' = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

Lực  $F'$  chính là lực cân bằng với lực hút  $F$  giữa 2 bản :  $F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$ .

3.8. a) Điện tích lúc đầu của tụ điện  $C_0$  :  $Q_0 = C_0 U_0$ .

Sau khi đã tích điện cho tụ điện  $C_1$  thì tụ điện  $C_0$  và tụ điện  $C_1$  có cùng hiệu điện thế  $U_1$ . Kí hiệu điện tích còn lại của tụ điện  $C_0$  là  $Q_1$  và điện tích của tụ điện  $C_1$  là  $q_1$ , ta có :

$$Q_1 + q_1 = Q_0 \Rightarrow C_0 U_1 + C_1 U_1 = C_0 U_0 \Rightarrow U_1 = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C_1} = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C}$$

$$\text{Từ đó : } Q_1 = C_0 U_1 = \frac{C_0^2 U_0}{C_0 + C}$$

Đem tụ điện  $C_0$  với điện tích  $Q_1$  tích điện cho tụ điện  $C_2$ , tương tự ta có :

$$U_2 = \frac{C_0 U_1}{C_0 + C} = \frac{C_0^2 U_0}{(C_0 + C)^2}$$

$$\text{và điện tích còn lại của tụ } C_0 \text{ bây giờ là : } Q_2 = C_0 U_2 = \frac{C_0^3 U_0}{(C_0 + C)^2}$$

Từ đó suy ra, sau khi dùng tụ  $C_0$  tích điện cho tụ  $C_n$  thì hiệu điện thế của tụ  $C_0$

còn là :  $U_n = \frac{C_0^n U_0}{(C_0 + C)^n}$  và điện tích còn lại của tụ điện  $C_0$  sau đó là :

$$Q_n = \frac{C_0^{n+1} U_0}{(C_0 + C)^n}$$

b) Hiệu điện thế của bộ tụ khi ghép nối tiếp :

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

$$\Rightarrow U = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} + \frac{C_0^2 U_0}{(C_0 + C)^2} + \dots + \frac{C_0^n U_0}{(C_0 + C)^n}$$

$$\Rightarrow U = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} \left[ 1 + \frac{C_0}{C_0 + C} + \frac{C_0^2}{(C_0 + C)^2} + \dots + \frac{C_0^{n-1}}{(C_0 + C)^{n-1}} \right]$$

Đặt  $a = \frac{C_0}{C_0 + C}$  thì biểu thức trong ngoặc là :  $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}$ .

Đó là một cấp số nhân với công bội là  $a$ . Ta có :

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}.$$

$$\text{Do đó : } U = \frac{C_0 U_0}{C_0 + C} \cdot \frac{\left(\frac{C_0}{C_0 + C}\right)^n - 1}{\frac{C_0}{C_0 + C} - 1} = \frac{C_0}{C} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{C_0}{C_0 + C}\right)^n \right] U_0$$

$$\text{Khi } n \rightarrow \infty \text{ thì } \left(\frac{C_0}{C_0 + C}\right)^n \rightarrow 0 \text{ do đó } U_\infty = \frac{C_0}{C} U_0.$$

Thay số ta được  $U_\infty = 800V$ .

3.9. Trước khi nối các tụ điện ta có :  $q_1 = C_1 U_1$ ,  $q_2 = C_2 U_2$  và năng lượng của hệ

$$\text{tụ điện là : } W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2}.$$

Sau khi 2 tụ điện nối với nhau, ta có bộ tụ điện ghép song song với hiệu điện thế là  $U$ . Điện tích của bộ tụ điện là :  $q = q_1 + q_2 = C_1 U_1 + C_2 U_2$ .

$$\text{Từ đó : } C_1 U_1 + C_2 U_2 = (C_1 + C_2) U \Rightarrow U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}.$$

Năng lượng tổng cộng của hệ tụ bây giờ là :  $W_2 = \frac{(C_1 + C_2)U^2}{2}$ .

Từ đó nhiệt lượng tỏa ra bằng :  $Q = W_1 - W_2 = \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{J}$ .

**3.10. Kí hiệu  $C_0$  và  $C$**  là điện dung của mỗi tụ điện trước khi tách và sau khi tách các bản ta có :  $C_0 = \frac{\epsilon S}{d_1} = 5,9 \cdot 10^{-10} \text{F}$ ;  $C = \frac{C_0}{3}$  (vì  $d_2 = 3d_1$ ).

Khi đồng thời tách ra các bản của hai tụ điện thì trong quá trình tách, hiệu điện thế hai tụ luôn luôn đạt đến bằng nhau, vì vậy điện thế ở hai đầu mỗi điện trở là như nhau, không có sự di chuyển điện tích qua các điện trở. Công cần thiết để tách chỉ làm tăng năng lượng của bộ tụ :

$$A = \Delta W = 2 \left( \frac{Q_0^2}{2C} - \frac{Q_0^2}{(2C_0)} \right) = \frac{Q_0^2(C_0 - C)}{(C_0 C)}$$

Với  $Q_0 = C_0 U$  là điện tích ban đầu của mỗi tụ.

Xét trường hợp lần lượt tách 2 bản của tụ  $C_2$ , rồi 2 bản của tụ  $C_1$ . Kí hiệu  $Q_1$ ,  $Q_2$  là điện tích của hai tụ sau khi đã tách các bản của tụ  $C_2$ . Theo định luật bảo toàn điện tích ta có :  $Q_1 + Q_2 = 2Q_0$ .

Hiệu điện thế giữa hai bản của mỗi tụ lúc này là  $U'$  (khi không còn điện tích di chuyển) :

$$U' = \frac{Q_1}{C_0} = \frac{Q_2}{C} = \frac{2Q}{C_0 + C} = \frac{2Q}{\frac{4}{3}C_0} = \frac{3}{2} \frac{Q}{C_0} = \frac{3}{2} U$$

$$\Rightarrow U' = 750V > U; Q_2 = C' U' = \frac{Q_0}{2}, Q_1 = \frac{3Q_0}{2}$$

Như vậy, qua mỗi điện trở của mạch điện trong thời gian tách các bản của tụ  $C_2$  đã có một điện lượng dịch chuyển là :

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = \frac{Q_0}{2} = \frac{1}{2} C_0 U \approx 1,475 \cdot 10^{-7} \text{C}$$

Bây giờ ta tách các bán của tụ  $C_1$  thì điện tích của mỗi tụ lại có giá trị ban đầu  $Q_0$ , nghĩa là qua mỗi điện trở cũng có điện lượng  $\Delta Q$  như trên dịch chuyển qua. Như vậy, trong trường hợp này trong thời gian tách ( $t = 3s$ ) đã có một lượng điện tích  $4\Delta Q$  dịch chuyển trong toàn mạch. Do đó, bây giờ công thực hiện không những để tăng năng lượng của tụ điện (như trường hợp đầu) mà còn để tỏa nhiệt trên các điện trở, nghĩa là tốn nhiều công hơn so với trường hợp ban đầu một lượng  $\Delta Q$ :

$$\Delta Q = 4R \frac{\Delta Q^2}{t} = 3,63 \cdot 10^{-10} J.$$

**3.11\*. 1.** Vì hai quả cầu ở xa nhau nên có thể bỏ qua hiện tượng điện hướng của chúng.

Thể năng của hệ, khi quả cầu 1 có điện tích  $Q_1$  và quả cầu 2 có điện tích  $Q_2$  là :

$$W_t = \frac{Q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} \quad (1)$$

Bởi vì tổng điện tích là  $Q = Q_1 + Q_2$ , nên ta có thể viết :

$$W = \frac{Q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{(Q - Q_1)^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

Thể năng  $W$  đạt cực tiểu khi:  $\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$ . (2)

(lấy đạo hàm của  $W$  theo  $Q_1$  rồi đặt biểu thức của đạo hàm bằng 0).

$$\text{Ta có: } \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} = \frac{Q}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q ; Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q \quad (3)$$

$$\text{Điện thế của mỗi quả cầu: } V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} ; V_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

Theo (2) ta có:  $V_1 = V_2$  hay  $V_1 - V_2 = 0$ .

Xét mật độ điện tích mặt trên của mỗi quả cầu ta có :

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q}{4\pi(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{R_1}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = \frac{Q}{4\pi(R_1 + R_2)} \cdot \frac{1}{R_2}$$

Từ đó ta thấy quả cầu nhỏ hơn có  $\sigma$  lớn hơn : đây là ví dụ minh họa đơn giản về hiệu ứng mũi nhọn.

2. Vì  $V_1 = V_2$  nên ta thấy có thể đạt được sự phân bố như trên bằng cách tích điện  $Q$  cho một quả cầu rồi nối hai quả cầu bằng dây dẫn.

3. Khi  $R_1 = R_2 = R$  thì  $Q_1 = Q_2 = \frac{Q}{2}$ .

a) Thế năng ban đầu của hệ :  $W_0 = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$ .

b) Thế năng sau khi nối hai quả cầu bằng dây dẫn :  $W = 2 \left( \frac{Q}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{W_0}{2}$ .

Như vậy là một nửa năng lượng của hệ đã bị hao tổn dưới dạng nhiệt lượng trong dây dẫn. Có điều là sự hao tổn này không phụ thuộc gì vào điện trở của dây nối. Điều này có thể thấy rõ, nếu như ta xét nhiệt lượng tỏa ra trong thời gian  $\Delta t$  ở một điện trở  $r$  có dòng điện  $i$  chạy qua :

$$\Delta W = ri^2 \Delta t \Rightarrow \Delta W = (ri)(i \cdot \Delta t) = u \cdot \Delta q,$$

với  $u$  là hiệu điện thế giữa hai dây (ở đây là giữa hai quả cầu),  $\Delta q$  là điện lượng điện tích chạy qua trong thời gian  $\Delta t$ . Như vậy có nghĩa là sự tiêu hao năng lượng có thể biểu thị như là hàm chỉ của  $Q$  và  $u$  mà thôi.

**3.12.** Trước hết ta có thể dễ dàng chứng minh rằng khi ta đưa vào khoảng giữa hai bản của một tụ điện phẳng không khí, mica hoặc một số bản kim loại mỏng có cùng kích thước và song song với hai bản tụ điện thì điện dung của tụ điện không thay đổi. Kí hiệu  $d$  là khoảng cách giữa hai bản kế tiếp.

Khi nối cực dương của nguồn điện với bản thứ  $n$  thì bản  $n$  được tích điện dương :

$$q_n = \frac{\epsilon_0 S}{(n-1)d} U = \frac{A}{(n-1)d} \quad (1)$$

với  $A = \epsilon_0 S U$  (khoảng cách giữa hai bản 1 và bản n bằng  $(n - 1)d$ ; U là hiệu điện thế của nguồn).

Sau đó, khi nối cực dương của nguồn với bản  $(n - 1)$  thì bản n vẫn tích điện dương  $q_n$ , và do hiện tượng điện hưởng mặt trái của bản  $(n - 1)$  mang điện tích  $-q_n$ . Còn mặt phải của bản  $(n - 1)$  có điện tích dương :

$$q'_{n-1} = \frac{\epsilon_0 S}{(n - 2)d} U = \frac{A}{(n - 2)d} \quad (2)$$

(khoảng cách giữa hai bản  $(n - 1)$  và bản 1 bằng  $(n - 2)d$ .

Vậy điện tích tổng cộng của bản  $(n - 1)$  là :

$$q_{n-1} = (-q) + q'_{n-1} = \frac{A}{(n - 1)(n - 2)d} \quad (3)$$

Lập luận tương tự với các bản tiếp theo, đến bản 3, theo (3) ta có :

$$q_3 = \frac{A}{6d}$$

và cuối cùng, khi cực dương của nguồn điện nối với bản 2 thì điện tích (âm) trên bản 1 là :  $q_1 = -\frac{\epsilon_0 S}{d} U = -\frac{A}{d}$ .

Từ đó tìm được :

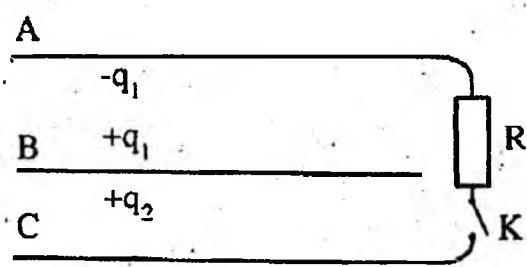
$$\left| \frac{q_3}{q_1} \right| = \frac{1}{6}$$

**3.13. a)** Sau khi đóng khoá K và sau khi các electron ngừng dịch chuyển qua điện trở R thì bản A và bản C có điện thế bằng nhau. Do đó (Hình 3.2G) :

$$V_B - V_A = V_B - V_C \quad (1)$$

Hai bản A, B tạo thành một tụ điện phẳng có điện dung  $C_1$ , điện tích  $q_1$ , do đó :

$$V_B - V_A = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_1 d_1}{\epsilon_0 S}$$



Hình 3.2G

Hai bản B, C tạo thành một tụ điện phẳng có điện dung  $C_2$  có điện tích  $q_2$ ,

$$\text{do đó: } V_B - V_C = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_2 d_2}{\epsilon_0 S}$$

Từ (1) suy ra :  $q_1 d_1 = q_2 d_2$ .

Mặt khác, theo định luật bảo toàn điện tích :  $q_1 + q_2 = q$ , suy ra :

$$q_1 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} q = 2 \cdot 10^{-6} \text{C}, \text{ và } q_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{C}$$

Ban đầu bản A không tích điện, nên lượng điện tích âm di chuyển qua R khi đóng K, để đến bản A, có độ lớn bằng  $q_1$ , tương ứng với số electron đã di chuyển qua R là :

$$n = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ hạt.}$$

b) Ban đầu, khi chưa đóng K, tụ điện  $C_1$  chưa có điện tích, chưa có năng lượng, chỉ có tụ điện  $C_2$  có điện tích  $q$  và có năng lượng là :

$$W_0 = \frac{q^2}{2C} \cdot 5,76 \cdot 10^3 \text{J}$$

Sau khi đóng khoá K, tụ điện  $C_1$  có điện tích  $q_1$  và có năng lượng là :

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

Và tụ điện  $C_2$  có điện tích  $q_2$  và có năng lượng :  $W_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = 3,24 \cdot 10^{-3} \text{J}$ .

Vậy theo định luật bảo toàn năng lượng, nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R là :

$$Q = W_0 - (W_1 + W_2) = 1440 \text{J}$$

c) Để ước tính ta có thể xem rằng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  có một lượng điện tích  $q_1$  di chuyển qua R, nghĩa là có một dòng điện (trung bình) qua R có cường độ :  $i = \frac{q_1}{\Delta t}$ .

Theo định luật Jun – Len-xơ :  $Q = Ri^2 \cdot \Delta t = R \left( \frac{q_1}{\Delta t} \right)^2 \cdot \Delta t = \frac{Rq_1^2}{\Delta t}$ .

Suy ra :  $\Delta t = \frac{Rq_1^2}{Q} \approx 2,8 \cdot 10^{-6} \text{s.}$

3.14. a) Khi mắc nối tiếp 3 tụ điện vào nguồn  $\mathcal{E}$  thì hiệu điện thế giữa 2 bản mỗi tụ bằng  $\frac{\mathcal{E}}{3}$  (vì 3 tụ có cùng điện dung C) và điện tích trên mỗi tụ là :

$$q = C \frac{\mathcal{E}}{3} = \frac{C\mathcal{E}}{3}$$

(Hình 3.3Ga trên đó có ghi dấu điện tích của mỗi bản). Khi mắc 3 tụ và 2 điện trở R vào mạch theo sơ đồ ở hình 3.20, ta có thể vẽ lại mạch như trên hình 3.3Gb). Sau khi đạt được cân bằng điện tích, thì các bản 1, 4, 5 mang điện tích dương, còn các bản 2, 3, 6 mang điện tích âm. Bộ 3 tụ khi đó có điện tích tổng cộng :

$$Q_b = (q_1 + q_5 - q_4) = \frac{C\mathcal{E}}{3} \quad (1)$$

Mặt khác,  $C_b = 3C$ . Do đó hiệu điện thế giữa 2 bản của mỗi tụ là :

$$U = \frac{Q_b}{C_b} = \frac{\mathcal{E}}{9} \quad (2)$$

(Cần lưu ý rằng khi đó các bản 1, 4, 5 mang điện tích dương).

b) Xét quá trình thay đổi của hiệu điện thế  $U_{CB}$

Hình 3.3G

giữa hai bản 4 và 3 của tụ  $C_2$ . Ta biết, trước khi nối với các điện trở ta có :

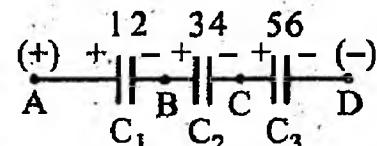
$U_{CB} = -\frac{\mathcal{E}}{3}$  (Hình 3.3Ga). Sau khi nối với các điện trở hiệu điện thế đó lại bằng :

$U_{CB} = \frac{\mathcal{E}}{9}$ , như vừa tính ở câu 1. Như vậy hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện  $C_2$  đã thay đổi theo hai giai đoạn :

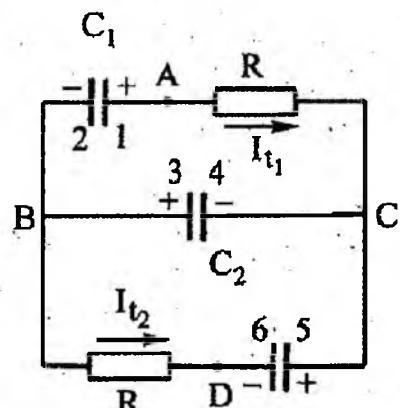
Giai đoạn 1 từ  $-\frac{\mathcal{E}}{3}$  đến 0 ; và giai đoạn 2 từ 0 đến  $\frac{\mathcal{E}}{9}$ . Ở giai đoạn 1 có một

thời điểm  $t_1$  mà ở đó hiệu điện thế  $U_{CB}$  bằng  $-\frac{\mathcal{E}}{10}$ . Còn ở giai đoạn 2 cũng có

một thời điểm  $t_2$  mà ở đó hiệu điện thế  $U_{CB}$  bằng  $\frac{\mathcal{E}}{10}$ .



a)



b)

Xét thời điểm  $t_1$ . Kí hiệu  $I_{t_1}$  là cường độ dòng điện từ bản 1 qua điện trở  $R$ , dòng điện này có chiều từ A đến C và từ B đến D (Hình 3.3Gb). Khi đó, ta có phương trình điện thế :

$$U_{43} = U_{CA} + U_{AB} \Rightarrow -\frac{\mathcal{E}}{10} = -I_{t_1} R + U_{t_1} \quad (3)$$

Về mặt điện tích, tổng độ giảm điện tích (dương) trên các bản 1 và 5 bằng lượng điện tích (dương) tăng thêm ở bản 4, nghĩa là ta có :

$$2C\left(\frac{\mathcal{E}}{3} - U_{t_1}\right) = C\left(\frac{\mathcal{E}}{3} - \frac{\mathcal{E}}{10}\right) \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{3} - U_{t_1} = \frac{7\mathcal{E}}{60} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra :  $I_{t_1} = \frac{19\mathcal{E}}{60R} \approx 11,4A$ .

Bây giờ xét thời điểm  $t_2$ , khi  $U_{43} = \frac{\mathcal{E}}{10}$ . Lập luận tương tự như trên ta có :

$$\frac{\mathcal{E}}{10} = -I_{t_2} R + U_{t_2} \quad (5)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{3} - U_{t_2} = \frac{13\mathcal{E}}{60} \Rightarrow I_{t_2} = \frac{1}{60R} \mathcal{E} \approx 0,6A$$

**3.15. a)** Khi đóng K, bản B bị bản A hút và dịch chuyển một đoạn x. Điện tích trên bản A :  $q_x = CU = \frac{\epsilon_0 S}{d-x} U$ .

Cường độ điện trường tạo bởi bản A :  $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q_x}{S \cdot 2\epsilon_0} = \frac{U}{2(d-x)}$

Lực tác dụng lên bản B :  $F_x = q_x E_x = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2(d-x)^2}$ .

Muốn cho B nằm cân bằng tại vị trí  $x_1$  (bỏ qua tác dụng của trọng lực) thì tại đó, lực điện phải cân bằng với lực đàn hồi do lò xo tác dụng lên B.

$$F_{x_1} = kx_1 \Rightarrow \frac{\epsilon_0 S U^2}{2(d-x_1)^2} = kx_1 \quad (1)$$

với  $x_1 = \frac{d}{10}$  (theo đề bài).

Nếu chỉ đóng K trong một thời gian ngắn rồi ngắt K, thì bản B chưa dịch chuyển, do đó diện tích của bản A là :  $Q = CU = \frac{\epsilon_0 S}{d} U$ , giữ không đổi.

Sau đó, bản B bị hút về phía bản A và di chuyển đến vị trí cân bằng mới  $x_2$  :

$$U_{x_2} = \frac{Q}{C_{x_2}} = \frac{Q(d - x_2)}{\epsilon_0 S} \Rightarrow E_{x_2} = \frac{U_{x_2}}{2(d - x_2)} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$$

$$\Rightarrow F_{x_2} = QE_{x_2} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d^2}$$

Điều kiện cân bằng :  $F_{x_2} = kx_2$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra :  $\frac{x_2}{x_1} = \frac{(d - x_1)^2}{d^2}$ , với  $x_1 = \frac{d}{10} \Rightarrow x_2 = 0,08d$ .

b) Theo (1), hiệu điện thế  $U_x$  giữa hai bản tụ khi bản B nằm cân bằng (sau khi dịch lại gần A một đoạn x) là :

$$\frac{\epsilon_0 S U_x^2}{2(d - x)^2} = kx \quad (3) \Rightarrow U_x^2 = \frac{2k}{\epsilon_0 S} x(d - x)^2$$

$U_x$  đạt cực đại nếu  $y = x(d - x)^2$  đạt cực đại (max) :

$$y = x^3 - 2dx^2 + d^2x \Rightarrow y' = 3x^2 - 4dx - d^2 = 0$$

Tìm được :  $x_1 = d$ ;  $x_2 = \frac{d}{3} \Rightarrow x_1 = d \Rightarrow U_x = 0$  (loại);

$$x_2 = \frac{d}{3} \Rightarrow U_{x \text{ max}} = \frac{2d}{3} \sqrt{\frac{2kd}{3\epsilon_0 S}}$$

Chú ý : Có thể tìm được (3) dựa vào định luật bảo toàn năng lượng : độ biến thiên năng lượng tụ điện (do bản B dịch lại gần A) bằng công của ngoại lực (ở đây là lực đàn hồi) :

$$\Delta W = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} [d - \Delta x - d] = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \Delta x$$

$$A = F_x \cdot \Delta x; \Delta W = -A \Rightarrow F_x = \frac{\epsilon_0 S U_x^2}{2(d - x)^2} \text{ mà } F_x = kx$$

**3.16. a) Xét sơ đồ a :**

Xét hai bản của tụ điện nối với điểm M ta thấy :

– Khi K ngắt  $q_{0M} = 0$ .

– Khi K đóng, các tụ được tích điện :

$$U_1 = RI = R \frac{\mathcal{E}}{R + 2R + \frac{R}{2}} = \frac{2\mathcal{E}}{7}$$

$$q_1 = CU_1 = \frac{2C\mathcal{E}}{7}; U_2 = 2RI = \frac{4\mathcal{E}}{7}$$

$$q_2 = CU_2 = \frac{C\mathcal{E}}{7} \Rightarrow q_M = -q_1 + q_2 = \frac{2C\mathcal{E}}{7}$$

Lượng điện tích chuyển qua MN khi đóng K :  $\Delta q = q_M - q_{0M} = \frac{2C\mathcal{E}}{7}$ , điện tích di chuyển từ N đến M.

*Xét sơ đồ b :*

– Khi K ngắt :  $q_1 = 0; q_2 = 0 \Rightarrow$  tổng điện tích các bản bên trái của hai tụ là :  $q = 0$ .

– Khi K đóng :  $q'_1 = C\mathcal{E}; q'_2 = C\mathcal{E} \Rightarrow q' = 2C\mathcal{E}$ .

Điện lượng từ cực dương đến nút A cũng là  $q' = 2C\mathcal{E}$ . Kí hiệu điện lượng chạy qua AM là  $\Delta q_2$ , ta có :  $\Delta q_1 + \Delta q_2 = q' = 2C\mathcal{E}$

Mặt khác :  $\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{I_1 \cdot \Delta t}{I_2 \cdot \Delta t} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{2R}{R} = 2$ .

Từ đó :  $\Delta q_1 = \frac{2}{3}q'_1 = \frac{4C\mathcal{E}}{3}; \Delta q_2 = \frac{q'_1}{3} = \frac{2C\mathcal{E}}{3}$ .

Điện tích dương dịch chuyển từ M đến N là :  $\Delta q_{MN} = \Delta q_1 - q'_1 = \frac{C\mathcal{E}}{3}$ .

b) Xét sơ đồ b : Công của nguồn điện làm dịch chuyển điện tích  $q'$  trong mạch là :

$$A = q'\mathcal{E} = 2C\mathcal{E}^2$$

Năng lượng của hai tụ sau khi đã tích điện :  $W = 2 \cdot \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = C\mathcal{E}^2$ .

Tổng nhiệt lượng tỏa ra trên các điện trở trong mạch (điện trở R, 2R và r) :

$$Q = A - W = C\mathcal{E}^2 = Q_R + Q_{2R} + Q_r \quad (1)$$

Đối với các điện trở mắc nối tiếp thì nhiệt lượng tỏa ra tỉ lệ với điện trở. Điện trở tương đương của đoạn AM :  $R_{AM} = \frac{2R}{3}$ .

Suy ra :  $\frac{Q_{AM}}{Q_r} = \frac{R_{AM}}{r} = \frac{4}{3}$  (2)

Từ (1) và (2) tìm được :  $Q = \frac{4}{7}C\mathcal{E}^2$  (3)

Mặt khác đối với các điện trở mắc song song thì nhiệt lượng tỏa ra tỉ lệ nghịch với điện trở ta có :

$$\frac{Q_R}{Q_{2R}} = \frac{2R}{R} = 2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) tìm được :  $Q_R = \frac{2}{3}Q_{AM} = \frac{8C\mathcal{E}^2}{21}$ .

**3.17.** Kí hiệu Q là điện tích của quả cầu, σ là mật độ điện mặt của quả cầu, ta có :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot R = RE = 3 \cdot 10^{-5} V$$

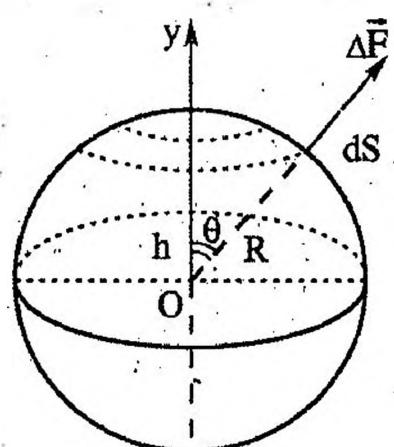
$$\sigma = \epsilon_0 E = 2,66 \cdot 10^{-5} C/m^2$$

**3.18.** Xét lực  $\vec{F}$  tác dụng lên nửa mặt cầu trên. Vì lí do đối xứng, lực  $\vec{F}$  nằm trên trục Oy. Ta biết lực tác dụng lên phần tử  $\Delta S_0$  trên bề mặt bán cầu (xem phần lí thuyết) có độ lớn :

$$\Delta F_0 = \frac{\sigma^2 \cdot \Delta S_0}{2\epsilon_0}$$

có phương vuông góc với mặt bán cầu và có chiều hướng ra phía ngoài mặt bán cầu (Hình 3.4G). Phần đóng góp của lực này vào lực  $\vec{F}$  chỉ là hình chiếu của nó trên trục Oy, tức là bằng :

$$\Delta F_y = \frac{\sigma^2 \cdot \Delta S_0}{2\epsilon_0} \cdot \cos\theta = \frac{\sigma^2 \cdot \Delta S_0}{2\epsilon_0} \cdot \frac{h}{R}$$



Hình 3.4G

Chia mặt bán cầu thành các đới cầu bằng các mặt phẳng vuông góc với Oy cách nhau  $\Delta h$ . Đới cầu cách O một khoảng  $h$  có diện tích :  $\Delta S = 2\pi R \cdot \Delta h$ .

Hình chiếu trên Oy của lực tác dụng lên đới cầu này (đóng góp vào  $\vec{F}$ ) là :

$$\Delta F = \frac{\sigma^2 h}{2\epsilon_0 R} \cdot 2\pi R \cdot \Delta S = \frac{\pi\sigma^2}{\epsilon_0} h \cdot \Delta h$$

Suy ra độ lớn của lực tác dụng lên bán cầu :

$$F = \sum \Delta F = \frac{\pi\sigma^2}{\epsilon_0} \sum h \cdot \Delta h.$$

Vì  $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ , và  $\sum h \cdot \Delta h = \frac{R^2}{2}$  (xem Bài tập 1.3 của chủ đề 1), nên :

$$F = \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 R^2} = 500N$$

Lực  $\vec{F}$  có phương Oy và hướng ra ngoài bán cầu.

### 3.19. 1. Điều kiện cân bằng của hạt bụi :

$$F_d = P \Rightarrow qE = mg \Rightarrow q \frac{U}{d} = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \rho g$$

với  $q = 3e$  và bán kính điện dương nằm phía trên.

$$\text{Suy ra : } U = \frac{4\pi r^3 \rho g d}{q} \approx 4380V$$

2. a)  $U$  không đổi, nên nếu dịch chuyển sao cho hai bán tụ điện gần nhau hơn thì  $E = \frac{U}{d}$  tăng thì lực  $F_d$  lớn hơn trọng lực, hạt bụi bị đẩy lên ; nếu dịch

chuyển theo chiều ngược lại thì lực điện nhỏ hơn trọng lực, hạt bụi rơi xuống.

b) Điện tích  $Q$  của tụ điện không đổi, điện trường trong tụ điện

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon_0} \text{ không đổi, hạt bụi vẫn nằm cân bằng.}$$

3.20. Năng lượng toàn phần của hệ gồm năng lượng riêng  $W_1, W_2$  của từng mặt cầu và năng lượng tương tác  $W_{12}$  giữa chúng :  $W = W_1 + W_2 + W_{12}$ . Ta có :

$$W_1 = \frac{q_1 V_1}{2} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1} \quad (V_1 \text{ là điện thế của quả cầu } R_1)$$

$$W_2 = \frac{q_2 V_2}{2} = \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2}$$

$W_{12} = W_{21} = q_1 \cdot V_2$  (với  $V_2$  là điện thế do mặt cầu 2 gây ra tại điểm đặt quả cầu 1) :  $W_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}$

Suy ra :  $W = \frac{62}{8} \cdot 10^{-3} \approx 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$

3.21. Kí hiệu  $q$  là điện tích cảm ứng trên hình cầu nhỏ. Nếu bỏ qua sự nhiễu nhỏ do dây dẫn thì điện trường ở ngoài vỏ cầu (hình cầu lớn) không khác gì trường hợp tất cả điện tích đều tập trung ở tâm, nghĩa là điện thế của hình cầu lớn là :

$$\varphi_1 = \frac{Q + q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Mặt khác, điện tích trên hình cầu lớn không ảnh hưởng đến điện trường trong lòng nó. Đối với điện trường này, thì có thể coi như không có điện tích  $Q$ , mà chỉ có điện tích  $q$ , sinh ra điện thế  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$  ở mặt cầu nhỏ, hiệu điện thế giữa

hai mặt cầu là :  $\Delta\varphi = \left( \frac{q}{r} - \frac{q}{R} \right) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Điện thế của quả cầu nhỏ :

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = \left( \frac{Q}{R} + \frac{q}{r} \right) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \left( \frac{rQ + Rq}{Rr} \right) \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Quả cầu nhỏ nối với đất có nghĩa là  $\varphi_2 = 0$ , suy ra :  $q = -\frac{r}{R}Q$ ;

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q + q}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(R - r)}{R^2} = 225 \text{ V}$$

$$\text{Điện dung : } C = \frac{Q}{\varphi_1} = \frac{10^{-8}}{225} = 44 \text{ pF.}$$

Hệ thống tương đương với 2 tụ lấp song song :  $C_1$  là tụ điện gồm hai quả cầu,  $C_2$  là tụ điện mà bán là quả cầu lớn và bán kia là đất (Hình 3.5G). Vì vậy, có thể giải theo cách sau :

Điện dung của một quả cầu bán kính  $R$  đối với đất ở xa là :  $C_2 = 4\pi\epsilon_0 R$ .

Điện dung của 2 hình cầu, mà hình cầu nhỏ ở trong nổi đất là :

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 \frac{Rr}{R - r}$$

Vậy điện dung của hệ thống là :  $C = C_1 + C_2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{R^2}{R - r}$ .

Điện thế của quả cầu lớn là :  $\phi_1 = \frac{Q}{C} = \frac{Q(R - r)}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ .

**3.22. a)** Áp dụng hệ thức liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế, ta có :

$$E_0 = -\frac{\Delta V_1}{\Delta x} \text{ (với } E_0 > 0) \Rightarrow \Delta V_1 = -E_0 \Delta x$$

Vì chọn  $V_1 = 0$  tại  $x = 0$  nên suy ra :  $V_1 = -E_0 x$ .

**b)** Điện thế tổng cộng  $V$  tại  $M$  bằng tổng của điện thế  $V_1$  và điện thế  $V_2$  do lưỡng cực điện gây ra tại  $M$  :

$$V_2 = \frac{p_e \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

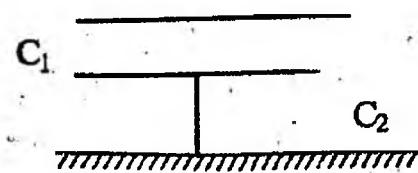
Với  $p_e = ql$  là momen điện của lưỡng cực. Thay  $x = r\cos\theta$  ta có :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{p_e \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} - E_0 r \cos\theta$$

**c)** Xét phương trình :  $V = \frac{p_e \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} - E_0 r \cos\theta = 0$ , có hai nghiệm :

+  $\cos\theta = 0$ ; đó là mặt phẳng  $x = 0$ , tại đó  $V_1$  và  $V_2$  đều bằng không;

$$+ r^3 = \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 E_0} : đó là mặt cầu tâm O, bán kính R = \left( \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 E_0} \right)^{1/3}$$



Hình 3.5G

d) Mặt cầu đó là mặt đẳng thế. Tại mọi điểm của mặt cầu, vectơ  $\vec{E}$  vuông góc với mặt cầu, có nghĩa là nó có phương xuyên tâm. Áp dụng hệ thức cường độ điện trường và hiệu điện thế ta có :

$$E = -\frac{dV}{dr} = -V_r = \frac{2p_e \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} + E_0 \cos\theta$$

hay  $E = 3E_0 \cos\theta$ .

e) Ta biết tại mọi điểm ở gần vật dẫn cân bằng điện, điện trường có độ lớn bằng  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , với  $\sigma$  là mật độ điện mặt tại điểm khảo sát. Ở đây ta có :

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = 3E_0 \cos\theta \Rightarrow \sigma = 3\epsilon_0 E_0 \cos\theta$$

3.23. a) Cường độ điện trường tại điểm cách dây dẫn một đoạn có độ lớn :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Trong trường hợp luồng cực nằm dọc theo dây dẫn, lực tác dụng lên điện tích âm và điện tích dương của luồng cực có giá trị bằng nhau nhưng ngược chiều nhau. Vì vậy lực tổng hợp đặt lên luồng cực bằng không. Nhưng momen lực tác dụng lên luồng cực có giá trị bằng :

$$M = p_e E = p_e \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}$$

có tác dụng làm quay luồng cực đến vị trí mà  $\vec{p}_e$  và  $\vec{E}$  cùng phương ; nếu  $\vec{p}$  cùng chiều với  $\vec{E}$  thì luồng cực sẽ cân bằng bền, còn nếu  $\vec{p}$  ngược chiều với  $\vec{E}$  thì cân bằng không bền.

b) Vì hai điện tích của luồng cực nằm trên đường sức, và ở đây điện trường có độ lớn khác nhau tại các điểm cách dây dẫn những khoảng cách khác nhau, nên hai lực tác dụng lên hai điện tích của luồng cực không cân bằng nhau. Lực tổng hợp tác dụng lên luồng cực có độ lớn :

$$F = p_e \frac{\Delta E}{\Delta r} = p_e \left| \frac{dE}{dr} \right| = p_e |E_r| = \frac{p_e \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow F \approx 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

Ngoài ra, lực  $\vec{F}$  hướng về phía điện trường mạnh, tức là hướng về phía dây.

3.24. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (xét vị trí ban đầu và vị trí cân bằng) :

$$\frac{I\omega^2}{2} = p_e E \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2p_e E}{I}} = 60 \text{ rad/s}$$

3.25. Thế năng tương tác giữa hai lưỡng cực chính là thế năng của một lưỡng cực,  $p_1$  chẳng hạn, đặt trong điện trường của lưỡng cực kia. Theo đề bài :

$$W_t = -p_1 E, \text{ với } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2p_2}{r^3} = \frac{p_2}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$(\text{đặt } \epsilon = 1). \text{ Từ đó : } W_t = -\frac{p_1 p_2}{2\pi\epsilon_0 r^3} \approx -1,8 \cdot 10^{-8} \text{ J.}$$

3.26. *Cách 1* : Coi tụ điện đó như một bộ tụ điện gồm  $n$  tụ điện phẳng ghép nối tiếp, các bán của các tụ điện đều có diện tích  $S$ , khoảng cách giữa 2 bán tương ứng là  $d_1, d_2, \dots$ , lớp điện môi giữa bán có hằng số điện môi là  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ . Áp dụng công thức ghép tụ điện nối tiếp để tính  $C$ .

*Cách 2* : Tính điện dung  $C$  của tụ điện theo công thức :  $C = \frac{Q}{U}$ , với  $Q$  là diện tích

trên các bán và  $U$  là hiệu điện thế giữa 2 bán. Ở đây các lớp điện môi là các bán tụ điện, do đó các mặt phân cách giữa các lớp điện môi là các mặt dẳng thế. Kí hiệu  $U_i$  là hiệu điện thế giữa hai mặt của lớp điện môi thứ  $i$  ta có :

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Điện trường trong từng lớp điện môi là điện trường có cường độ  $E_i$ , nên  $U_i = E_i d_i$ .

Để tính  $E_i$ , kí hiệu  $E_0$  là cường độ điện trường giữa hai bán tụ điện khi không có điện môi, do diện tích  $Q$  trên bán tụ điện gây ra, ta có :  $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon_0}$ ,

với  $S$  là diện tích mỗi bán, từ đó :  $E_i = \frac{E_0}{\epsilon_i}$ .

$$\text{Do đó : } U = E_1 d_1 + E_2 d_2 + \dots = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \left( \frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\epsilon_n} \right).$$

$$\text{Từ đó : } C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\epsilon_n}}.$$

Áp dụng cho trường hợp tụ điện phẳng có  $S = 400 \text{ cm}^2$ ;  $d_1 = 1 \text{ mm}$ ;  $\epsilon_1 = \epsilon = 2$ ;  $d_2 = d - d_1 = 2 \text{ mm}$ ;  $\epsilon_2 = 1$ , ta có:  $C = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ .

3.27. Kí hiệu  $\vec{E}_0$  là cường độ điện trường trong lớp không khí giữa hai mặt cầu.

Vì lí do đối xứng và điện tích phân bố đều nên các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{E}_0$  đều vuông góc với hai mặt cầu (tức là nằm trên các đường thẳng xuyên tâm), và có chiều hướng từ mặt cầu trong đến mặt cầu ngoài. Hơn nữa ta có:

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} \Rightarrow E_0 = \epsilon E$$

Áp dụng định lí O – G, chọn mặt S là mặt cầu đồng tâm với hai mặt cầu tích điện và có bán kính r, ta có:

$$\Phi = 2\pi r^2 \cdot E + 2\pi r^2 E_0 = 2\pi r^2 E(1 + \epsilon).$$

Tổng điện tích có mặt trong S là q. Do đó:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow 2\pi r^2 E(\epsilon + 1) = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0(\epsilon + 1)r^2}$$

3.28. Áp dụng công thức tính cường độ điện trường do mặt phẳng vô hạn tích điện đều gây ra. Vì hai mặt phẳng mang điện tích cùng dấu, nên trong khoảng không gian giữa hai bản, hai vectơ cường độ điện trường do hai mặt đó gây ra có hướng ngược nhau, và vì  $\sigma_A > \sigma_B$  nên vectơ cường độ điện trường tổng hợp  $\vec{E}_0$  có phương vuông góc với hai mặt và có chiều hướng từ A đến B. Trong phần không khí giữa hai mặt A, B, ta có:

$$E_0 = \frac{\sigma_A}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_B}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2\epsilon_0}$$

Trong lớp điện môi, cường độ điện trường  $\vec{E}_{dm}$  là:

$$E_{dm} = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2\epsilon\epsilon_0}$$

Vì điện trường là đều, ta có hệ thức  $U = Ed$ , hiệu điện thế giữa hai mặt A, B là:

$$U_{AB} = V_A - V_B = (V_A - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_B)$$

Trong đó:  $V_A - V_1 = E_0 d_1$ ;  $V_1 - V_2 = E_{dm} \cdot d$ ;  $V_2 - V_B = E_0 d_2$

$$\text{Từ đó : } U_{AB} = E_0 d_1 + E_{dm} \cdot d + E_0 d_2$$

$$\Rightarrow U_{AB} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2\epsilon_0} \left( D - d + \frac{d}{\epsilon} \right) (\text{vì } d_1 + d_2 = D - d)$$

$$\text{Thay số ta được : } U_{AB} = 0,424V.$$

$$3.29. \text{ Ta có : } \sigma' = \chi \epsilon_0 E = (\epsilon - 1) \epsilon_0 \cdot \frac{E_0}{\epsilon} \Rightarrow \sigma' \approx 5,9 \cdot 10^{-9} \frac{C}{m^2}$$

Năng lượng điện trường :

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} E^2 V = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} \left( \frac{E_0}{\epsilon} \right)^2 S d = \frac{\epsilon_0 E_0^2 S d}{2 \epsilon} \Rightarrow W = 8,85 \cdot 10^{-11} J$$

3.30. a) Kí hiệu  $C_1, C_2$  là điện dung của tụ điện khi chưa kéo tấm thuỷ tinh và sau khi đã kéo tấm thuỷ tinh ra khỏi tụ điện, ta có :

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}; C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d},$$

với  $S = al$ . Vì hiệu điện thế giữa hai bản tụ không thay đổi, nên ta tính năng lượng tụ điện theo công thức :  $W = \frac{CU^2}{2}$ .

Độ biến thiên năng lượng tụ điện bằng :

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{(C_2 - C_1) U^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta W = \frac{(1 - \epsilon) C_2 U^2}{2} = \frac{(1 - \epsilon) \epsilon_0 a l U^2}{2d} = -1,27 \cdot 10^{-4} J$$

Dấu "-" cho ta thấy năng lượng của tụ điện giảm.

Cường độ dòng điện trong mạch :  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , với  $\Delta Q = U \cdot \Delta C$ .

Để tính  $\Delta C$ , ta tính điện dung của tụ điện sau khoảng thời gian  $\Delta t$  kể từ lúc bắt đầu kéo tấm thuỷ tinh ; khi đó tụ điện được xem như một bộ gồm hai tụ điện mắc song song : tụ điện  $C'$  là tụ điện thuỷ tinh có chiều dài ( $l - v \Delta t$ ), và tụ điện  $C''$  là tụ điện không khí có chiều dài ( $v \Delta t$ ) (vì sau khoảng thời gian

$\Delta t$ , tám thuỷ tinh đã di chuyển một đoạn  $v \cdot \Delta t$  ; chiều rộng  $a$  và khoảng cách  $d$  giữa hai bán của tụ điện đó như nhau. Từ đó :

$$C = C' + C'' = \frac{\epsilon_0 \epsilon a (l - v \cdot \Delta t)}{d} + \frac{\epsilon_0 a v \cdot \Delta t}{d} \Rightarrow C = C_1 + \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) a v \cdot \Delta t}{d}$$

và do đó :  $\Delta C = C - C_1 = \frac{(\epsilon - 1) \epsilon_0 a v \cdot \Delta t}{d}$

Cường độ dòng điện :  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{U \cdot \Delta C}{\Delta t} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) a v U}{d} = 1,27 \cdot 10^{-7} \text{ A.}$

Công cơ học A cần thiết để kéo tám thuỷ tinh gồm hai phần : phần  $\Delta W$  làm thay đổi năng lượng tụ điện và phần  $A'$  làm dịch chuyển điện tích theo chiều ngược với chiều dòng điện :

$$A' = -(Q_1 - Q_2)U = -(C_2 - C_1)U^2 = (\epsilon - 1)C_2 U^2.$$

( $Q_1$  và  $Q_2$  là điện tích lúc đầu và lúc cuối của tụ điện). Như vậy ta có :

$$A = \Delta W + A' = \frac{(\epsilon - 1)C_2 U^2}{2} = -\Delta W \Rightarrow A = 1,27 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

b) Nếu ngắt tụ điện khỏi nguồn trước khi kéo tám thuỷ tinh thì điện tích của tụ điện không thay đổi và bằng  $Q = Q_1 = C_1 U$ . Để tính độ biến thiên năng lượng ta áp dụng công thức :  $W = \frac{Q^2}{2C}$ . Từ đó :

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{Q^2}{2} \frac{(C_1 - C_2)}{C_1 C_2} = \frac{\epsilon(\epsilon - 1)C_2 U^2}{2} \\ &\Rightarrow \Delta W = 6,36 \cdot 10^{-4} \text{ J} \end{aligned}$$

Trong trường hợp này không có sự dịch chuyển điện tích trong mạch, công cơ học A bằng độ biến thiên năng lượng tụ điện :  $A = \Delta W = 6,36 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .

3.31. Ban đầu ta có :  $U_A = U_B = \frac{U}{2}$ ;  $Q_A = Q_B = \frac{CU}{2}$ ;  $W_A = W_B = \frac{CU^2}{8}$ ;

Sau cùng, ta luôn luôn có  $Q'_A = Q'_B$  (vì các tụ điện mắc nối tiếp)

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot U'_A = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U'_B \Rightarrow U'_A = \epsilon U'_B \quad (1)$$

$$\text{Bởi vì ta luôn luôn có: } U'_A + U'_B = U \quad (2)$$

nên từ (1) và (2) tìm được:  $U'_A = \frac{\epsilon U}{\epsilon + 1}$ ;  $U'_B = \frac{U}{\epsilon + 1}$ .

Điện tích của tụ điện A bây giờ là:

$$Q'_A = C'_A U'_A = \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} C_A U = \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} Q_A = Q'_B.$$

$$W'_A = \frac{Q'_A U'_A}{2} = \frac{1}{2(\epsilon + 1)} Q_A \cdot \frac{\epsilon U}{\epsilon + 1} = \left( \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} \right)^2 W_A;$$

$$W'_B = \frac{Q'_B U'_B}{2} = \frac{4\epsilon}{(\epsilon + 1)^2} W_B.$$

Bởi vì  $(\epsilon + 1)^2 > 4\epsilon$  (nghĩa là  $(\epsilon + 1)^2$  là số dương) nên  $W'_B < W_B$ .

Xét năng lượng tổng cộng lưu giữ trong hai bản tụ điện ta có:

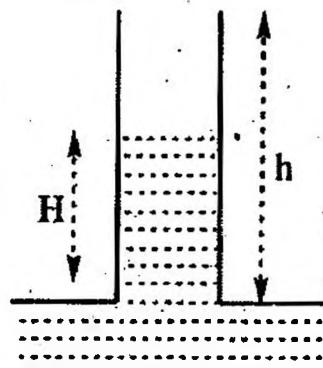
- Ban đầu:  $W = W_A + W_B = 2W_A = \frac{CU^2}{4}$ .

- Sau cùng:  $W = W'_A + W'_B = \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} W$ ,

năng lượng tổng cộng đã tăng lên.

**3.32. a) Trường hợp tụ điện nối với nguồn:** Khi tụ điện tích điện được chạm vào mặt khối điện môi lỏng nó tác động hút điện môi vào trong khoảng giữa 2 bản (do điện môi bị phân cực bởi tác dụng của điện trường giữa 2 bản tụ điện) và như vậy, năng lượng của hệ giảm đi. Công của lực điện trường kéo điện môi lỏng vào trong khoảng giữa 2 bản tụ điện biến thành thế năng của cột điện môi trong trọng trường. Công này lại bằng độ biến thiên năng lượng của hệ tụ điện nguồn và có giá trị:

$$A = (C_2 - C_1) \frac{U^2}{2} \quad (1)$$



Hình 3.6G

với  $C_1$ ,  $C_2$  tương ứng là điện dung của tụ điện trước và sau khi có cột điện môi với chiều cao  $H$  (Hình 3.6G). Ta có :

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 l h}{d}$$

Để tính  $C_2$ , ta có thể coi tụ điện với cột điện môi như bộ tụ gồm 2 tụ điện mắc song song : một tụ điện không khí có chiều cao  $h - H$  và một tụ điện điện môi có chiều cao  $H$ , nghĩa là ta có :

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 l (h - H)}{d} + \frac{\epsilon \epsilon_0 / H}{d} = C_1 + \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) / H}{d}$$

Thay biểu thức của  $C_1$  và  $C_2$  vào (1) ta được :

$$A = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) l H U^2}{2 d}$$

Thể năng của cột điện môi trong trọng trường (độ cao của khối tâm bằng  $\frac{H}{2}$ ) là :

$$W_t = P \cdot \frac{H}{2} = \frac{D g l d H^2}{2}$$

$$\text{Từ } A = W_t, \text{suy ra : } H = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) U^2}{D g d^2}$$

b) Trường hợp tụ điện ngắt khỏi nguồn :

Về căn bản hiện tượng không có gì khác so với trường hợp trên, chỉ có một điều cần chú ý là diện tích  $Q$  trên các bản tụ điện giữ nguyên không thay đổi và bằng  $Q = C_1 U$ . Khi điện môi dâng lên giữa hai bản, hiệu điện thế giữa 2 bản không còn bằng  $U$  nữa, và công  $A$  được tính theo công thức :

$$A = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1}, \text{ với } C_1 \text{ và } C_2 \text{ có biểu thức nhu trong câu 1.}$$

Đặt  $A = W_t$ , suy ra độ cao  $H'$  của cột điện môi :

$$H' = \frac{\sqrt{D^2 g^2 h^2 d^2 + 4\epsilon_0 (\epsilon - 1) D g h U^2}}{2 D g d (\epsilon - 1)} - \frac{h}{2(\epsilon - 1)}$$

3.33. Khi tụ điện tích điện, miếng gỗ (và lá kim loại) chịu tác dụng của lực đẩy Ác-si-mét  $\vec{F}_A$ , lực hút tĩnh điện  $\vec{F}_d$  của bản tụ điện ở đáy bình và trọng lực  $\vec{P}$  của nó. Điều kiện cân bằng là :

$$\begin{aligned} F_A &= P + F_d, \text{ với } F_A = \frac{1}{2} HSDg \\ F_d &= \frac{\epsilon \epsilon_0 U^2 S}{2 \left( \frac{3H}{4} \right)^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Mặt khác, khi tụ điện chưa tích điện, điều kiện cân bằng là :

$$P = F_A, \text{ với } F_A = \frac{1}{4} HSDg \quad (2)$$

Từ (1) và (2) rút ra :

$$\frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2 \left( \frac{3}{4} H \right)^2} = \frac{HSDg}{2} - \frac{HSDg}{4} = \frac{HSDg}{4} \Rightarrow U = \sqrt{\frac{9H^3 Dg}{32 \epsilon \epsilon_0}}$$

3.34. Khi tụ điện đặt nằm ngang :  $C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\frac{d}{2} + \epsilon \frac{d}{2}}$ . (1)

Khi tụ điện đặt thẳng đứng :

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S_1}{d} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S_2}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \left( \frac{S_1}{S} + \epsilon \frac{S_2}{S} \right). \quad (2)$$

Với  $S_1 + S_2 = S$ . Kí hiệu  $\frac{S_2}{S} = k$ , ta có :  $\frac{S_1}{S} = 1 - k$ .

Theo đề bài :  $C_1 = C_2 \Rightarrow \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} = (1 - k) + \epsilon k \Rightarrow k = \frac{1}{\epsilon + 1}$ .

3.35. Điện tích liên kết xuất hiện trên hai mặt bản trái dấu nhau và có mật độ :

$$\sigma' = \chi \epsilon_0 E_n = \frac{\epsilon_0 E_n \sin \alpha (\epsilon - 1)}{\epsilon}$$

Hai mặt bản chịu tác dụng của hai lực song song và ngược chiều (ngẫu lực), có cường độ  $F = (\sigma' S) E_0$ .

a) Momen lực tác dụng lên bản :

$$M = F \cdot (d \cos \alpha) = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)}{\epsilon} d S E_0^2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$M = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)}{2\epsilon} d S E_0^2 \sin 2\alpha$$

b) Công :  $A = \int_{\alpha}^{\pi/2} M d\alpha = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)}{4\epsilon} d S E_0^2 (\cos 2\alpha + 1)$

3.36. Kí hiệu  $Q$ ,  $U$  là điện tích và hiệu điện thế của tụ điện. Điện trường giữa hai bản là điện trường đều  $E = \frac{U}{d}$ ; với  $d$  là khoảng cách giữa hai bản. Mỗi bản đặt trong điện trường đều, có cường độ bằng  $\sigma = \frac{Q}{2\epsilon_0 \epsilon S}$  do bản kia gây ra; do đó lực hút giữa hai bản là :

$$F = \frac{Q}{2\epsilon_0 \epsilon S} Q = \frac{C^2 U^2}{2\epsilon_0 \epsilon S} \quad (1)$$

$$\text{Với } C = \frac{\epsilon S}{4\pi k d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \quad (2)$$

Mặt khác, mật độ điện tích liên kết là :

$$\sigma' = \epsilon_0(\epsilon - 1)E = \epsilon_0(\epsilon - 1) \frac{U}{d} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) rút ra :

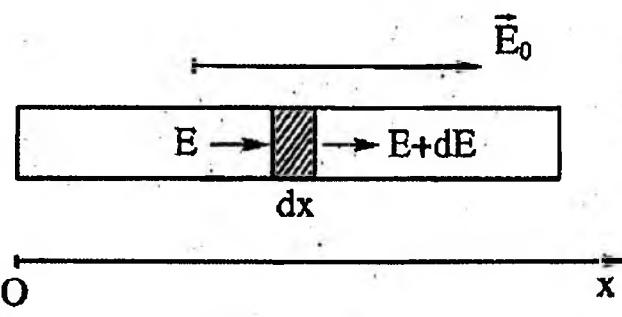
$$\sigma' = \epsilon_0(\epsilon - 1) \sqrt{\frac{2\epsilon_0 F}{\epsilon \epsilon_0 S}} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

3.37. Chọn trục Ox dọc theo chiều dài của tấm, theo đề bài, ta có :  $\epsilon = \epsilon(x)$ .

Vì độ lớn của  $\epsilon$  thay đổi theo vị trí trong tấm điện môi, nên cường độ điện trường trong tấm điện môi

$E = \frac{E_0}{\epsilon}$  thay đổi theo toạ độ  $x$ . Xét

một lớp mỏng điện môi, bề dày  $dx$  (Hình 3.7G); điện trường ở 2 mặt của



Hình 3.7G

lớp điện môi có cường độ  $E$  và  $E + dE$ . Kí hiệu  $S$  là diện tích tiết diện của tấm, điện thông qua mặt kín bao quanh lớp mỏng đó là :

$$d\Phi = (E + dE)S - ES = SdE \neq 0$$

Như vậy bên trong lớp điện môi có lượng điện tích  $dq = \rho dV = \rho S dx$ , với  $\rho$  là mật độ khối của điện tích phân cực xuất hiện trong tấm do tác dụng của điện trường ngoài  $\vec{E}_0$ .

Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gau-xơ, ta có :

$$\varepsilon_0 S dE = \rho S dx \Rightarrow \rho = \varepsilon_0 \frac{dE}{dx} = \varepsilon_0 \frac{d}{dx} \left( \frac{E_0}{\varepsilon} \right) = \varepsilon_0 E_0 \frac{d}{dx} \cdot \frac{1}{\varepsilon(x)}$$

3.38. a) Điện trường tạo ra bởi hai bản tụ điện :  $E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$ .

Mật độ điện tích phân cực khối xuất hiện trong khối điện môi do tác dụng của điện trường  $\vec{E}_0$  (theo Bài 3.37) :

$$\rho = \varepsilon_0 E_0 \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = -\frac{q}{\varepsilon^2 S} \frac{d\varepsilon}{dx}$$

Điện tích phân cực tổng cộng bên trong khối điện môi là :

$$q' = \int \rho dV = - \int \left( \frac{q}{\varepsilon^2 S} \frac{d\varepsilon}{dx} \right) S dx = -q \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} \Rightarrow q' = q \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

b) Dễ dàng tìm thấy rằng, vì  $\varepsilon(x)$  là hàm bậc nhất của  $x$  nên  $\varepsilon(x)$  có dạng :

$$\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d} x + \varepsilon_1$$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là :

$$V_1 - V_2 = - \int E dx, \text{ với } E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 S} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{dx}{\varepsilon(x)} = \frac{qd}{\varepsilon_0 S (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \ln \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)$$

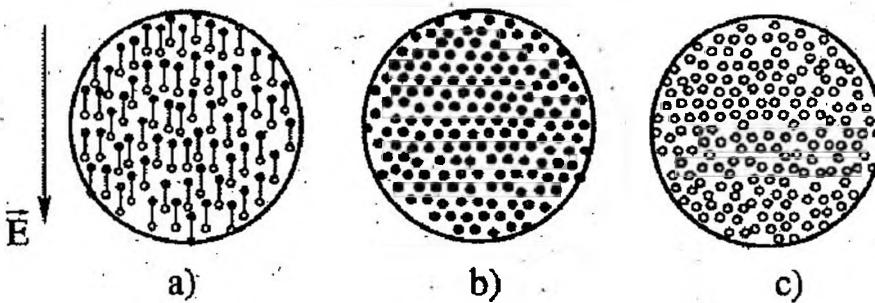
$$\text{Điện dung của tụ điện đó là : } C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon_0 S (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

c) Thay số ta được :  $V_1 - V_2 = 100V$ ,  $C = 32 \mu F$ .

$$3.39* 1. a) E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\pi > R) \quad (1)$$

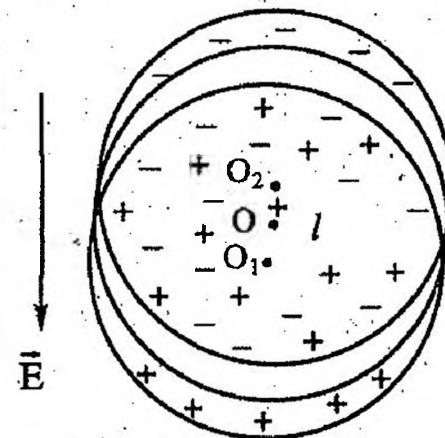
$$b) E' = \frac{q(r)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \text{ với } q(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \Rightarrow E' = \frac{\pi\rho}{3\epsilon_0\epsilon} \quad (2)$$

2. Trong điện trường ngoài  $\vec{E}$ , mọi phân tử (xem như lưỡng cực điện) đều được định hướng theo điện trường (Hình 3.8G). Trên hình vẽ điện tích dương  $+q$  của lưỡng cực điện được biểu diễn bằng vòng tròn trắng nhỏ, còn điện tích âm  $-q$  thì được biểu diễn bằng vòng tròn đen ; và khi đó trên mặt quả cầu có xuất hiện các điện tích (phân cực) phân bố một cách xác định trên mặt đó. Bên trong quả cầu tại đó các mật độ điện tích dương và âm (lượng điện tích trong một đơn vị thể tích) là như nhau và chúng trung hòa nhau.



Hình 3.8G

Nếu quan sát kỹ hình vẽ 3.8Ga, ta có thể xem quả cầu điện mỗi bị phân cực hoàn toàn là tương đương với 2 quả cầu chồng lên nhau (Hình 3.8Gb và c). Một quả cầu tâm  $O_2$  chỉ tích điện âm, còn quả cầu kia (tâm  $O_1$ ) chỉ tích điện dương, hơn nữa tâm  $O_1$  và  $O_2$  của hai quả cầu đó cách nhau một khoảng  $l$  và chúng cách tâm O của quả cầu điện mỗi một khoảng  $\frac{l}{2}$  (Hình 3.9G). Do đó, điện trường tại một điểm bất kỳ bên trong quả cầu điện mỗi là tổng hợp của điện trường ngoài  $\vec{E}$  và hai điện trường gây ra bởi hai quả cầu tích điện dương và tích điện âm nói trên.



Hình 3.9G

Theo kết quả ở câu 1) điện trường do quả cầu  $O_1$  (hoặc  $O_2$ ) gây ra tại một điểm M cách  $O_1$  một khoảng  $r$  có cường độ :

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0 \epsilon} = \frac{nqr}{3\epsilon_0 \epsilon} \quad (3)$$

và có phương là  $O_1M$ .

Áp dụng (3), dễ dàng xác định được cường độ điện trường tại một điểm bất kì bên trong quả cầu điện môi.

Xét cường độ điện trường  $\vec{E}_0$  tại tâm  $O$ , ta thấy (Hình 3.10G) :

$$\vec{E}_0 = \vec{E} + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (4)$$

Trong đó  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  tương ứng là do quả cầu  $O_1$  (tích điện dương) và quả cầu  $O_2$  (tích điện âm) tạo ra.

Vì  $O_1$ ,  $O_2$  cách  $O$  một khoảng  $\frac{l}{2}$  nên ta có :

$$E_1 = E_2 = \frac{nq}{3\epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{l}{2} = \frac{nql}{6\epsilon_0 \epsilon}$$

Vì vậy (Hình 3.10G) ta có :

$$E_0 = E - E_1 - E_2 = E - \frac{nql}{3\epsilon_0 \epsilon} \quad (5)$$

Bây giờ ta tìm cường độ điện trường  $E_A$  tại điểm bất kì  $A$  (Hình 3.11G). Kí hiệu  $r_1$ ,  $r_2$  tương ứng là khoảng cách từ  $A$  đến các tâm  $O_1$ ,  $O_2$  ta có :

$$\vec{E}_A = \vec{E} + \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \quad (6)$$

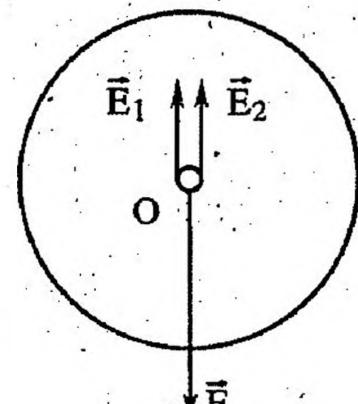
Trong đó  $\vec{E}'_1$ , và  $\vec{E}'_2$  có phương  $AO_1$  và  $AO_2$  như trên hình 3.11G và có độ lớn :

$$\vec{E}'_1 = \frac{nqr_1}{3\epsilon_0 \epsilon} \text{ và } \vec{E}'_2 = \frac{nqr_2}{3\epsilon_0 \epsilon}.$$

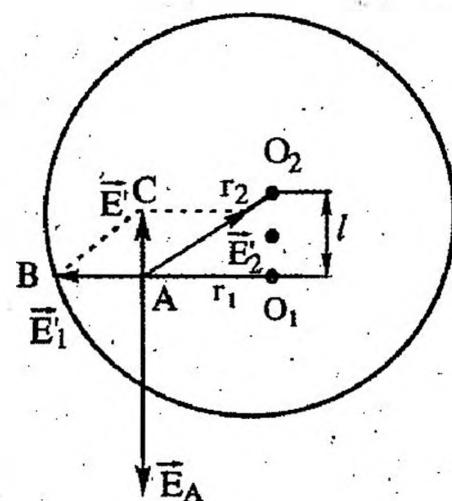
Trước hết ta tìm vectơ :  $\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2$ .

Hai tam giác  $AO_1O_2$  và  $ABC$  đồng dạng vì có góc  $\widehat{ABC} = \widehat{O_1AO_2}$  và :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{O_1A}{O_2A}$$



Hình 3.10G



Hình 3.11G

Từ đó suy ra :

$$\vec{E}' \parallel O_1O_2, \text{ và } \frac{E'}{E_1} = \frac{O_1O_2}{O_1A} \Rightarrow E' = E_1 \frac{O_1O_2}{O_1A} = \frac{nql}{3\epsilon_0\epsilon}$$

Kết quả là :  $\vec{E}_A$  cùng phương và chiều với  $\vec{E}$  và có độ lớn :

$$E_A = E - \frac{nql}{3\epsilon_0\epsilon}$$

Ta thấy độ lớn của  $E_A$  không phụ thuộc vị trí điểm A. Có nghĩa là điện trường bên trong quả cầu điện môi hoàn toàn phân cực là điện trường đều.

**3.40.** Áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki – Gao-xơ ta tìm được cường độ điện trường tạo ra bởi một mặt trụ tích điện với mật độ điện dài  $\lambda$  :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

Với  $r$  là khoảng cách từ điểm tính điện trường đến trục của mặt trụ.

Kí hiệu  $\lambda_0$  là mật độ điện ứng với điện trường đánh thủng lớp điện môi thứ nhất (giấy), ta có :

$$E_g = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 R_1}$$

Suy ra :  $\lambda_0 = 2\pi\epsilon_0\epsilon R_1 E_g$ .

Hiệu điện thế giữa hai mặt trụ kim loại là :

$$V_1 - V_3 = - \int E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \int_{R_2}^{R_3} \frac{dr}{r}$$

$$V_1 - V_3 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_3}{R_2} \right)$$

Đặt  $\lambda = \lambda_0$  ta có hiệu điện thế  $U_{max}$  ứng với sự đánh thủng điện môi :

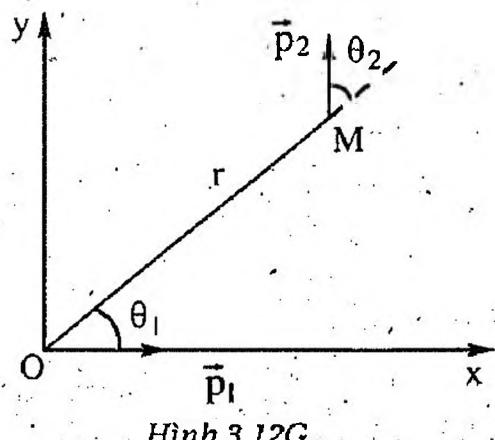
$$U_{max} = \epsilon_1 R_1 E_g \left( \frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_3}{R_2} \right) \Rightarrow U_{max} = 45000V$$

3.41\*. 1. Điện thế tại M do lưỡng cực điện có momen

$$\vec{p}_1 \text{ gây ra là : } V = \frac{p_1 \cos \theta_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Điện trường tại M là :

$$\vec{E} \begin{cases} E_{1r} = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p_1 \cos \theta_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \\ E_{1\theta} = -\frac{\partial V}{r \partial \theta_1} = \frac{p_1 \sin \theta_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{cases}$$



Hình 3.12G

Lưỡng cực  $\vec{p}_2$  nằm trong điện trường  $\vec{E}_1$  chịu tác dụng của ngẫu lực có momen  $\vec{M} = \vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$ . Khi cân bằng  $\vec{M} = \vec{0}$

$$\vec{p}_2 \begin{cases} p_{2r} = p_2 \cos \theta_2 \\ p_{2\theta} = p_2 \sin \theta_2 \end{cases}$$

$$\vec{M} = \vec{p}_2 \times \vec{E}_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ p_{2r} & p_{2\theta} & 0 \\ E_{1r} & E_{1\theta} & 0 \end{vmatrix} = [0, 0, p_2 (E_{1\theta} \cos \theta_2 - E_{1r} \sin \theta_2)]$$

$$M = 0 \text{ khi } E_{1\theta} \cos \theta_2 - E_{1r} \sin \theta_2 = 0$$

$$\text{Từ đó, ta có } \tan \theta_2 = \frac{E_{1\theta}}{E_{1r}} = \frac{1}{2} \tan \theta_1$$

$$\text{với : } \theta_1 = 0 \text{ thì } \theta_2 = 0$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4} \text{ thì } \theta_2 = \arctan 0,5 = 26^\circ 30'$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \text{ thì } \theta_2 = 90^\circ$$

2. a) Năng lượng của  $p_2$  là :  $W = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1 = -(p_2 \cos \theta_2 E_{1r} + p_2 \sin \theta_2 E_{1\theta})$

Ở vị trí cân bằng của  $p_2$  (ứng với  $\theta_2 = \theta_{2C}$ ), năng lượng là :

$$W = -\frac{p_1 p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta_1 \cos \theta_{2C} + \sin \theta_1 \sin \theta_{2C})$$

b) Năng lượng có cực trị khi  $\frac{dW}{d\theta_1} = 0$ , hay

$$-2 \sin \theta_1 \cos \theta_{2C} - 2 \cos \theta_1 \sin \theta_{2C} \frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1} + \cos \theta_1 \sin \theta_{2C} + \sin \theta_1 \cos \theta_{2C} \frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1} = 0$$

Khi  $p_2$  nằm cân bằng thì  $\sin \theta_1 \cos \theta_{2C} = 2 \cos \theta_1 \sin \theta_{2C}$ , nên các hệ số của  $\frac{d\theta_{2C}}{d\theta_1}$  triệt tiêu, và  $3 \cos \theta_1 \sin \theta_{2C} = 0$ . Do đó, năng lượng đạt cực trị :

– Nếu  $\cos \theta_1 = 0$  hay  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  và  $\theta_{2C} = \frac{\pi}{2}$ , khi đó  $W = -\frac{P_1 P_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ .

– Nếu  $\sin \theta_{2C} = 0$  hay  $\theta_{2C} = 0$  và  $\theta_1 = 0$ , khi đó  $W = -\frac{2P_1 P_2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ .

Đó là năng lượng ở trạng thái cân bằng bền, mà lực hút là  $F = -\frac{dW}{dr}$

$$\text{hay } F = \frac{6P_1 P_2}{4\pi\epsilon_0 r^4}$$

3. Mỗi liên kết O-H có một momen lưỡng cực p. Phân tử nước có momen lưỡng cực bằng  $2p \cos(\frac{\pi}{2}) = 2,4 \cdot 10^{-30} \cos 52,5^\circ = 4,87 \cdot 10^{-30}$  C.m.

Năng lượng cực tiểu là  $W_{\min} = -1,58 \cdot 10^{-20}$  J  $\approx -0,1$  eV.

Lực hút giữa hai phân tử là  $F = 1,58 \cdot 10^{-10}$  N.

**3.42\*. 1.** Điện trường  $\vec{E}_1$  do ion A<sub>2</sub> có điện tích q<sub>2</sub> và momen lưỡng cực cảm ứng p<sub>2</sub> tác dụng lên A<sub>1</sub> là tổng của hai số hạng :

– Điện trường của điện tích điểm q<sub>2</sub> :  $\vec{E}_1' = -\frac{q_2 \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

– Điện trường của lưỡng cực p<sub>2</sub> :  $\vec{E}_1'' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p_2 \cos \pi}{r^3} \left( \frac{-\vec{r}}{r} \right) = \frac{2p_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

$$\text{Vậy } \vec{E}_1 = \vec{E}'_1 + \vec{E}''_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( q_2 - \frac{2p_2}{r} \right) \frac{\vec{r}}{r}.$$

Tương tự, điện trường  $\vec{E}_2$  gây ra ở  $A_2$  bởi điện tích  $q_1$  và momen  $p_1$  đặt ở  $A_1$  là :

$$\vec{E}_2 = \vec{E}'_2 + \vec{E}''_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( q_1 - \frac{2p_1}{r} \right) \frac{\vec{r}}{r}.$$

Dưới tác dụng của các trường đó, mỗi ion trở thành một lưỡng cực có momen:

$$\vec{p}_1 = \alpha_1 \vec{E}_1 = 4\pi\epsilon_0 \beta_1 \vec{E}_1$$

$$\vec{p}_2 = \alpha_2 \vec{E}_2 = 4\pi\epsilon_0 \beta_2 \vec{E}_2$$

$$\text{Vậy : } \vec{p}_1 = -\frac{\beta_1}{r^2} \left( q_2 - \frac{2p_2}{r} \right) \frac{\vec{r}}{r} = -\frac{\beta_1}{r^2} \left( q_2 - \frac{8\pi\epsilon_0 \beta_2 E_2}{r} \right) \frac{\vec{r}}{r}$$

$$= -\frac{\beta_1}{r^2} \left[ \left( q_2 - \frac{2\beta_2}{r^3} q_1 \right) \frac{\vec{r}}{r} + \frac{4\beta_2}{r^4} \vec{p}_1 \right]$$

$$\text{Từ đó rút ra : } \vec{p}_1 = -\beta_1 \frac{q_2 - 2q_1 \frac{\beta_2}{r^3}}{1 + \frac{4\beta_1 \beta_2}{r^6}} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\text{Tương tự cho } \vec{p}_2 : \vec{p}_2 = \beta_2 \frac{q_1 + 2q_2 \frac{\beta_1}{r^3}}{1 + \frac{4\beta_1 \beta_2}{r^6}} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

2. a) Điện trường do phân tử có cực  $A$ , với momen lưỡng cực  $p_1$  gây ra tại  $A_2$  là :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p_1}{r^3} \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\vec{p}_1}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

Phân tử không có cực đặt ở  $A_2$ , có hệ số phân cực  $\alpha$ , bị biến dạng dưới tác dụng của điện trường này, thu được momen lưỡng cực cảm ứng :

$$\vec{p}_2 = \alpha \vec{E} = 4\pi\epsilon_0 \beta \vec{E},$$

$$\text{hay } p_2 = \frac{2\beta}{r^3} p_1$$

b) Thể năng của phân tử đặt ở  $A_2$ , cũng tức là năng lượng liên kết giữa hai phân tử là :  $W = -\vec{p}_2 \vec{E}$  hay  $W = -\frac{\beta p_1^2}{\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^6}$ .

Lực hút giữa 2 phân tử là :  $\vec{F} = -\text{grad}W$ , hay  $F = -\frac{dW}{dr}$ ,  $F = \frac{6\beta p_1^2}{\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^7}$ .

Đó chính là lực Van-de-Van.

## CHỦ ĐỀ 4

4.1. Giả sử các dòng điện có chiều như trên hình 4.28. Áp dụng phương pháp Kiết-xốp. Tại các nút B, C, A và D, ta có :

$$I = I_1 + I_5 = I_3 + I_4 \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (2)$$

$$I_4 = I_2 + I_5 \quad (3)$$

Chọn chiều đường đi f cho các mặt mạng như trên hình 4.28 (đường nét đứt có mũi tên). Đối với các mặt ACBA ; BCDB và CDAC ta có phương trình :

$$\mathcal{E}_2 = R_1 I_1 + R_3 I_3 + (r_2 + R_A) I \Rightarrow 8 = 5I_1 + 2,5I_3 + I \quad (4)$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = (R_5 + r_1) I_5 + R_4 I_4 + (r_2 + R_A) I \Rightarrow 20,5 = 5I_5 + 2,5I_4 + I \quad (5)$$

$$0 = R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_3 I_3 \Rightarrow 5I_2 + 2,5I_4 - 2,5I_3 = 0 \quad (6)$$

Từ (4) và (5) suy ra :

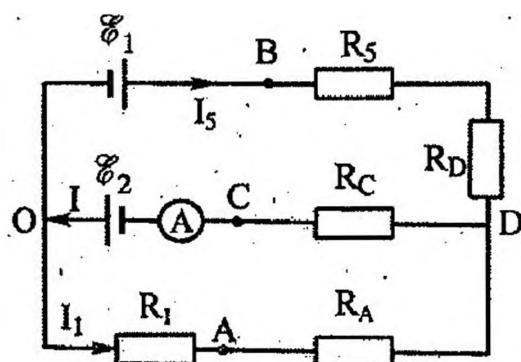
$$2I + 5(I_1 + I_5) + 2,5(I_3 + I_4) = 28,5 \quad (7)$$

$$\text{Từ (7) và (1)} \Rightarrow 9,5I = 28,5 \Rightarrow I = 3A.$$

Từ (2) (1) và (6) suy ra :

$$5(I_1 - I_3) + 2,5(I - I_3) - 2,5I_3 = 0$$

$$\Rightarrow 5I_1 - 10I_3 = -2,5I = -7,5 \quad (8)$$



Hình 4.1G

Từ (4) và (8) rút ra  $I_3 = 1A$ ;  $I_1 = 0,5A$ .

Từ đó:  $I_5 = I - I_1 = 2,5A$ ;  $I_2 = I_1 - I_3 = -0,5A$ ;  $I_4 = I_2 + I_5 = 2A$ .

Ta thấy  $I_2 < 0$ ; chứng tỏ dòng điện  $I_2$  chạy trên đoạn AD theo chiều từ D đến A.

Số chỉ ampe kế:  $I_A = I = 3A$ .

**Chú ý:** Có thể dùng phép biến đổi tam giác – sao để biến đổi sơ đồ mạch điện thành mạch có sơ đồ như trên hình 4.1G, trong đó :

$$R_A = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{14,5}{10} = 1,25\Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6,25}{10} = 0,625\Omega$$

$$R_D = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{12,5}{10} = 1,25\Omega$$

Áp dụng định luật Ôm, ta có :

$$U_{DO} = (R_1 + R_A)I_1 = 6,25I_1 \quad (1)$$

$$U_{DO} = \mathcal{E}_2 - (R_C + r_2 + R_A)I = 8 - 1,625I \quad (2)$$

$$U_{DO} = (R_5 + R_D + r_1)I_5 - \mathcal{E}_1 = 6,25I_5 - 12,5 \quad (3)$$

$$\text{Ngoài ra: } I = I_1 + R_5 \quad (4)$$

Từ (1) và (3):  $6,25I - 12,5 = 16 - 3,25I \Rightarrow I = 3A \Rightarrow U_{DO} = 3,125V$ .

Từ đó:  $I_1 = \frac{U_{DO}}{R_1 + R_A} = 0,5A$ ;  $I_5 = I - I_1 = 2,5A$ .

$$U_{AC} = R_A I_1 + R_C I = 2,5V; I_3 = \frac{U_{AC}}{R_3} = 1A$$

$$I_2 = I_{DA} = I_3 - I_1 = 0,5A; I_4 = I_5 - I_2 = 2A$$

**4.2.** Giả sử dòng điện qua các điện trở có chiều như trên hình 4.29 và kí hiệu hiệu điện thế giữa hai điểm A và B là  $U_{AB} = U$ . Áp dụng phương pháp điện thế nút và chọn  $V_B = 0$ , từ đó  $V_A = U$ . Tại các nút C và D ta có :

$$I_1 = I_2 + I_5; I_4 = I_3 + I_5 \quad (1)$$

Áp dụng định luật Ôm ta có :

$$U_{AB} = U = \mathcal{E} - I(r + R) = 26 - 4I \quad (2)$$

$$I_1 = \frac{V_A - V_C}{R_1} = \frac{U - V_C}{5}$$

$$I_2 = \frac{V_C - V_B}{R_2} = \frac{V_C}{2}$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_D}{R_3} = \frac{U - V_D}{10}$$

$$I_4 = \frac{V_D - V_B}{R_4} = \frac{V_D}{30}$$

$$I_5 = \frac{V_C - V_D}{R_5} = \frac{V_C - V_D}{5}$$

Thay các biểu thức của các dòng điện vào (1) ta có 2 phương trình :

$$\frac{U - V_C}{5} = \frac{V_C}{2} + \frac{V_C - V_D}{5}$$

$$\frac{V_D}{30} = \frac{U - V_D}{10} + \frac{V_C - V_D}{5}$$

Giải hệ phương trình này tìm được :

$$V_C = \frac{U}{3}; V_D = \frac{U}{2} \quad (3)$$

Từ đó :  $I_1 = \frac{2U}{15}; I_3 = \frac{U}{20}$

$$\text{và } I = I_1 + I_3 = \frac{11U}{60} \quad (4)$$

Suy ra :  $R_{AB} = \frac{U}{I} = \frac{60}{11} \approx 5,45\Omega$ .

Thay (4) vào (2) tìm được  $U = 15V$ .

Từ đó tìm được :  $I_1 = 2A; I_2 = 2,5A; I_3 = 0,75A; I_4 = 0,25A; I_5 = 0,5A$ .

**Chú ý :** Có thể dùng phương pháp biến đổi tam giác – sao để biến đổi sơ đồ mạch điện thành dạng đơn giản hơn và áp dụng định luật Ôm.

4.3.  $R_4 = 2\Omega$ ; dòng điện qua  $A_1$  có chiều từ C đến D và có cường độ 1,2A.

4.4. a)  $U_1 = U_2 = 4V$ ;  $U_3 = 8V$

b) Cách mắc 1 :  $I_1 = I_2 = 1A$ ;  $I_3 = 2A$ .

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2 = 4W; \mathcal{P}_3 = 16W$$

c)  $H_1 = 60\%$ ,  $H_2 = 40\%$ .

4.5. Ta vẽ lại mạch điện như trên hình 4.2G. Ta thấy dòng điện I chỉ chạy trong mạch ABFGHD. Giả sử  $\mathcal{E}_4 > \mathcal{E}_1$ , dòng điện chạy theo chiều mũi tên và có cường độ :

$$I = \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4R} \quad (1)$$

Chọn điện thế tại điểm F bằng 0,  $V_F = 0$ , ta tính điện thế tại các điểm khác của mạch. Áp dụng định luật Ôm, ta có :

$$V_B = RI$$

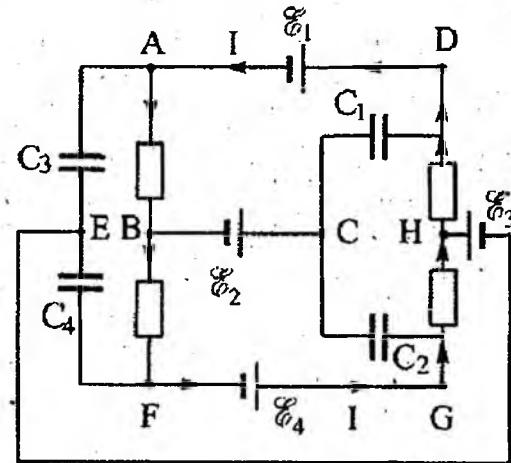
$$V_A = 2RI$$

$$V_D = 2RI + \mathcal{E}_1$$

$$V_G = 4RI + \mathcal{E}_1$$

$$V_C = RI + \mathcal{E}_2$$

$$V_H = 3RI + \mathcal{E}_1; V_E = 3RI + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$$



Hình 4.2G

Suy ra hiệu điện thế  $U_1, U_2, U_3, U_4$  đặt vào các tụ  $C_1, C_2, C_3, C_4$ :

$$U_1 = V_D - V_C = RI + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad (2)$$

$$U_2 = V_G - V_C = 3RI + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 \quad (3)$$

$$U_3 = V_E - V_A = RI + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 \quad (4)$$

$$U_4 = V_E - V_F = 3RI + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 \quad (5)$$

Tổng năng lượng W tích trong các tụ điện đó là :

$$W = \frac{1}{2} (C_1 U_1^2 + C_2 U_2^2 + C_3 U_3^2 + C_4 U_4^2) \quad (6)$$

Áp dụng bằng số : Từ (1) ta có :  $IR = \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4} = 3V$ .

$$V_A = RI_1 - \mathcal{E}_1; V_B = 2RI_1 - \mathcal{E}_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{2R}$$

Kí hiệu  $I_4$  là dòng điện chạy qua điện trở R theo chiều từ G đến H, ta có :

$$V_G = RI_4; V_F = RI_4 - \mathcal{E}_4; V_H = 2RI_4 - \mathcal{E}_4$$

$$V_H = 0 \Rightarrow I_4 = \frac{\mathcal{E}_4}{2R}$$

Suy ra hiệu điện thế đặt vào tụ điện  $C_2$  :

$$U_2 = V_G - V_C = RI_4 - \mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_4}{2} - \mathcal{E}_2.$$

Điện tích của tụ điện  $C_2$  khi nối đoạn mạch H và B :

$$q_2 = C_2 U_2 = C_2 \left( \frac{\mathcal{E}_4}{2} - \mathcal{E}_2 \right)$$

Áp dụng bằng số tìm được :  $q_2 = C_2 (8 - 8) = 0$ .

$$4.6. R_2 = 10\Omega; R_5 = 20\Omega; P_1 = 18,75W; P_2 = 15W.$$

4.7. a) Giả sử điện trở của mạch điện vô hạn nằm ở bên phải giữa 2 điểm C, D (Hình 4.33a) có giá trị là  $r_n$ . Xét mạch điện nằm ở bên trái CD ta thấy có một điện trở r mắc song song với  $r_n$ ; điện trở tương đương của chúng là :  $\frac{rr_n}{r + r_n}$ .

Do đó điện trở của mạch AB là :  $R_{AB} = r + \frac{rr_n}{r + r_n}$ . Vì mạch điện là vô hạn nên có thể bỏ qua ảnh hưởng của một nhánh có dạng nửa chữ T, điều đó cho phép ta coi điện trở mạch AB bằng  $r_n$ , nghĩa là :

$$R_{AB} = r_n = r + \frac{rr_n}{r + r_n}$$

Từ đó suy ra :

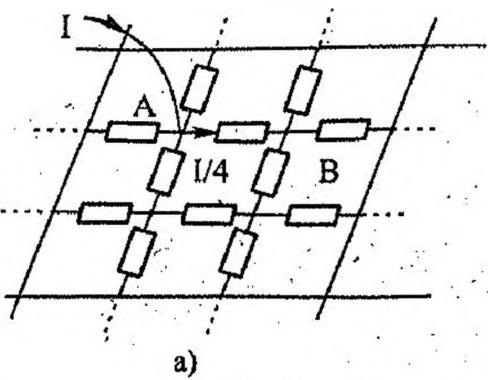
$$r_n = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} r = R_{AB}.$$

b) Áp dụng nguyên lí chồng chất các trạng thái điện và chú ý đến tính đối xứng của hệ. Xét trạng thái (a) của hệ trong đó một dây dẫn được nối (hàn) và nút A của mạng, dẫn vào mạng một dòng điện  $I$  (Hình 4.3Ga). Muốn vậy, các phần ở xa vô hạn (rất xa) của mạng có điện thế bằng 0, còn điểm A có điện thế dương. Do tính đối xứng của mạng, cường độ  $I$  được phân bố đều trên 4 nhánh nối với A, và do đó dòng điện chạy

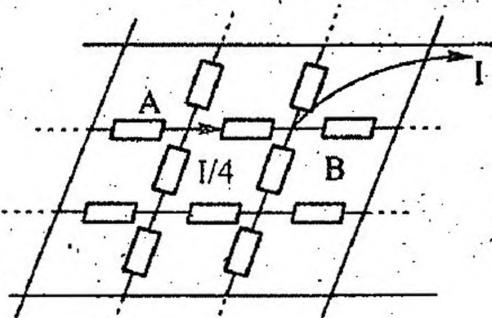
trên đoạn AB có cường độ bằng  $\frac{I}{4}$ . Bây giờ

ta xét trạng thái khác (b), của hệ, trong đó một dây dẫn được hàn (nối) vào nút B và ta bố trí sao cho dây dẫn này mang dòng điện  $I$  đi ra từ mạng (Hình 4.3Gb). Cũng giống như trên, do tính đối xứng của mạng, có thể khẳng định rằng dòng điện trên đoạn AB có

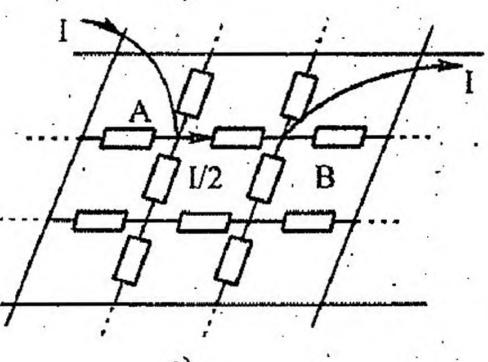
cường độ  $\frac{I}{4}$ ,



a)



b)



c)

Hình 4.3G

Chồng chất 2 trạng thái a và b ta có trạng thái c (Hình 4.3Gc) trong đó dòng điện  $I$  đi đến A vào mạng và đi ra khỏi mạng từ B. Khi đó, cường độ dòng điện chạy trên đoạn AB sẽ bằng : tổng của 2 dòng trước đây :  $I_{AB} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = \frac{I}{2}$ .

Còn hiệu điện thế giữa hai điểm A và B là :

$$U_{AB} = V_A - V_B = r \frac{I}{2} \quad (1)$$

Mặt khác, kí hiệu  $R$  là điện trở tương đương giữa 2 điểm A và B của mạng ta lại có :  $U_{AB} = RI$ . (2)

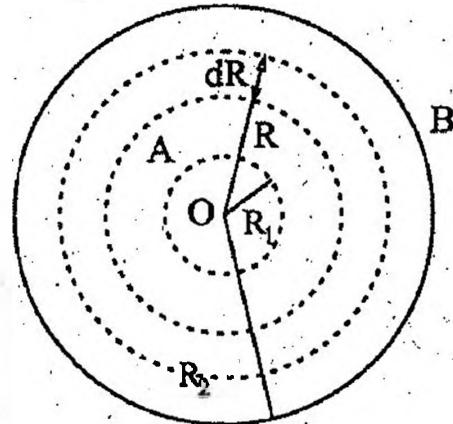
Từ (1) và (2) rút ra :  $R = \frac{r}{2} = 0,5\Omega$ .

4.8\*. Hệ có tính đối xứng cầu, dòng điện chạy theo bán kính và mật độ dòng điện là như nhau tại các điểm cách tâm một khoảng  $r$  như nhau. Xét một lớp vật liệu mỏng bề dày  $dR$  giới hạn bởi 2 mặt cầu bán kính  $R$  và  $R + dR$ . Lớp này có điện trở  $dr$  (Hình 4.4G) :

$$dr = \frac{\rho dR}{4\pi R^2}.$$

Như vậy, toàn bộ khối vật liệu giữa 2 mặt cầu A, B bán kính  $R_1, R_2$  được xem như gồm các điện trở  $dr$  ghép nối tiếp, dòng điện qua các điện trở này là  $I$ . Do đó hiệu điện thế  $dU$  giữa 2 mặt giới hạn của lớp vật liệu đó được xác định theo định

$$\text{luật Ôm : } dU = Idr = \frac{\rho I}{4\pi} \frac{dR}{R^2}.$$



Hình 4.4G

Từ đó hiệu điện thế đặt vào toàn bộ khối vật liệu đó, tức là đặt vào hai mặt cầu A, B, bằng tổng các hiệu điện thế đó, ta có :

$$U = \sum dU = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho I}{4\pi} \frac{dR}{R^2} = \frac{\rho I}{4\pi} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{Từ đó : } I = \frac{U}{r} = \frac{4\pi}{\rho} \frac{R_1 R_2}{(R_2 - R_1)} U,$$

$$\text{với } r = \frac{\rho}{4\pi} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\rho(R_2 - R_1)}{(4\pi R_1 R_2)}.$$

$$4.9. R_7 = 8\Omega; \mathcal{E} = 24V$$

4.10. a) Công suất do nguồn điện cung cấp bằng tổng công suất mạch ngoài và công suất mạch trong, ta có :

$$\mathcal{E}I = \mathcal{P} + rI^2 \Rightarrow rI^2 - \mathcal{E}I + \mathcal{P} = 0, \quad (1)$$

với  $I$  là cường độ dòng điện mạch chính :

+ Khi  $\mathcal{E}_1 = 30V$ ,  $r_1 = 2\Omega$ , từ (1) ta tìm được :  $I_1 = 3A$ ;  $I_2 = 12A$ ; Điện trở mạch ngoài :  $R = \frac{\mathcal{P}}{I^2}$  tương ứng bằng  $R_2 = 8\Omega$  và  $R'_2 = 0.5\Omega$ .

+ Khi  $\mathcal{E}_2 = 36V$ ;  $r_2 = 4\Omega$ , từ (1) ta tìm được  $I'_1 = 3A$ ;  $I_1 = 6A$ .

Điện trở mạch ngoài tương ứng bằng  $R_1'' = 8\Omega$  và  $R_2'' = 2\Omega$ . Vì điện trở ngoài phải giữ nguyên không thay đổi, nên đổi chiều các kết quả vừa tìm được, ta thấy điện trở mạch ngoài phải bằng :  $R = R_1 = R_1'' = 8\Omega$ , và do đó phải có  $I = 3A$ .  
Mặt khác, theo hình 4.35, điện trở mạch ngoài có biểu thức :

$$R = \frac{R_d(R_d + R_{12} + R_{34})}{2R_d + R_{12} + R_{34}}$$

Thay  $R = 8\Omega$ ;  $R_{12} = 6\Omega$ ,  $R_{34} = 6\Omega$  ta rút ra (loại bỏ nghiệm âm) :  $R_d = 12\Omega$ .

Hiệu điện thế định mức của đèn  $D_1$  :  $U_{d1} = U_{AB} = RI = 24V$ .

Từ đó :  $\mathcal{P}_{d1} = \frac{U_{d1}^2}{R_d} = 48W$ , và  $I_{d1} = \frac{\mathcal{P}_{d1}}{U_{d1}} = 2A$

Cường độ định mức của đèn  $D_2$  :  $I_{d2} = \frac{U_{AB}}{R_d + R_{12} + R_{34}} = 1A$ .

Hiệu điện thế định mức và công suất định mức đèn  $D_2$  :

$$U_{d2} = I_{d2} \cdot R_d = 12V; \mathcal{P}_{d2} = R_d \cdot I_{d2}^2 = 12W$$

Hiệu suất của các nguồn điện  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  :

$$H_1 = \frac{U_{AB}}{\mathcal{E}_1} = \frac{R}{R + r_1} = 80\%$$

$$H_2 = \frac{U_{AB}}{\mathcal{E}_1} = \frac{R}{R + r_2} = 67\% < H_1 : \text{dùng nguồn } \mathcal{E}_1 \text{ lợi hơn.}$$

b) Ta có :  $H_3 = \frac{R}{R + r_3} = 50\% \Rightarrow r_3 = R = 8\Omega$ .

Hai đèn văn sáng bình thường nên cường độ dòng điện mạch chính văn phải bằng :

$$I = I_{d1} + I_{d2} = 3A \Rightarrow \mathcal{E}_3 = (R + r_3)I = 48V$$

**4.11.** Giả sử các dòng điện có chiều như trên hình 4.36. Tại nút C ta có :

$$I_2 = I_4 + I_6 \quad (1)$$

Và tại nút B :  $I_5 + I_6 = I_1 \quad (2)$

Mặt khác, áp dụng định luật Ôm cho đoạn mạch AD, ta có :

$$V_A - V_D = \mathcal{E}_2 = 3V$$

Đặt  $V_D = 0$ , ta có :  $V_A = 3V$ .

Với đoạn mạch AB :  $V_A - V_B = \mathcal{E}_1 - I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \mathcal{E}_1 - V_A + V_B = 2 + V_B$

Ngoài ra :  $I_2 = \frac{V_A - V_C}{R_2 + R_3} = \frac{3 - V_C}{2}$

$$I_4 = \frac{V_C - V_D}{R_4} = V_C$$

$$I_5 = \frac{V_D - V_B}{R_5} = -V_B$$

$$I_6 = \frac{V_C - V_B}{R_6} = V_C - V_B$$

Thay các biểu thức trên vào (1) và (2) ta được :

$$\frac{3 - V_C}{2} = V_C + V_C - V_B \Rightarrow 5V_C - 2V_B = 3$$

$$-V_B + V_C - V_B = 2 + V_B \Rightarrow V_C = 2 + 3V_B$$

Từ đó ta tìm được :

$$V_C = \frac{5}{13}V, \text{ và } V_B = -\frac{7}{13}V.$$

Suy ra :  $I_1 = \frac{19}{13} \approx 1,46A ; I_2 = \frac{17}{13} \approx 1,31A$

$$I_4 = \frac{5}{13} \approx 0,38A ; I_5 = \frac{7}{13} \approx 0,54A ;$$

$$I_6 = \frac{12}{13} \approx 0,92A ; I = I_2 - I_1 = -\frac{2}{13} = -0,15A$$

Như vậy dòng điện qua nguồn  $\mathcal{E}_2$  có chiều từ A đến D ; ngoài ra :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \mathcal{E}_1 - I_1 R_1 = 3,54V.$$

$$4.12. Ta có: R_{AB} = \frac{Rr'}{R + r'} \Rightarrow I_{AB} = \frac{U}{\frac{r'R}{R + r'} + r}$$

$$\text{Từ đó: } U_{AB} = I_{AB}R_{AB} = \frac{URr'}{R(r + r') + rr'}$$

$$\mathcal{P} = \frac{U_{AB}^2}{R} = \frac{U^2 r'^2 R}{[R(r + r') + rr']^2}$$

$$\text{Đặt } y = f(R) = \frac{R}{[R(r + r') + rr']^2}$$

$$\text{Lấy đạo hàm y theo R: } y' = \frac{r^2 r'^2 - R^2 (r + r')^2}{[R(r + r') + rr']^4}$$

Như vậy, nếu  $y' = 0$  thì y qua cực trị, y và  $\mathcal{P}$  hầu như không đổi khi R biến thiên nhỏ quanh giá trị:

$$R_0 = \frac{rr'}{r + r'}, \text{ ứng với } \mathcal{P}_0 = \frac{U^2 r'}{4r(r + r')}$$

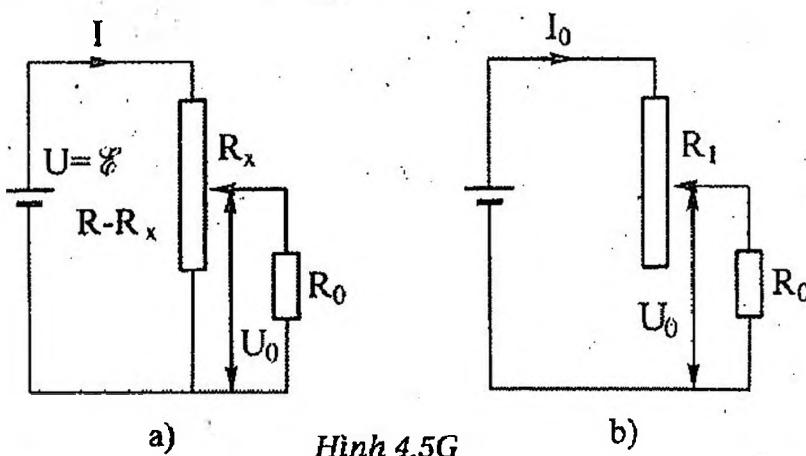
Thay số tính được:

$$r = 8\Omega; R_0 = 4\Omega; R_{AB} = \frac{8}{3}\Omega$$

$$\Rightarrow I_{AB} = \frac{15}{2}A \Rightarrow \mathcal{P} = UI_{AB} = 600W$$

$$4.13. U_{V_2} = 20V$$

4.14. a) Sơ đồ mắc đèn vào hai cực của acquy như trên hình 4.5G. Theo sơ đồ đó, áp dụng định luật Ôm ta có (đặt  $U = \mathcal{E}$ ):



$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x} \quad (1)$$

$$U - U_0 = IR_x \quad (2)$$

và hiệu suất là :  $\eta = \frac{\mathcal{P}_d}{\mathcal{P}_{ng}} = \frac{U_0^2}{R_0 UI}$  (3)

Dòng điện chạy qua biến trở phải nhỏ hơn dòng điện I đi qua nguồn điện ; theo (3) I có biểu thức :

$$I = \frac{U_0^2}{R_0 U \eta} \quad (4)$$

Ta thấy I tỉ lệ nghịch với hiệu suất  $\eta$ . I sẽ đạt giá trị cực đại khi hiệu suất có giá trị cực tiểu  $\eta_0$ . Vì vậy, dòng điện mà biến trở chịu, để hiệu suất không nhỏ hơn  $\eta_0$ , phải nhỏ hơn dòng điện  $I'$  với :

$$I' = \frac{U_0^2}{R_0 U \eta_0} = \frac{(4,5)^2}{2.6.0,6} = 2,81A.$$

Thay biểu thức I ở (4) vào (1) và (2) ta có :

$$\frac{U_0}{R_0 U \eta_0} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x} \quad (5)$$

$$U - U_0 = \frac{R_x U_0^2}{R_0 U \eta} \quad (6)$$

Khử  $R_x$  trong (5) và (6) ta tìm được điện trở tổng cộng của biến trở :

$$R = R_0 \frac{U}{U_0} \frac{\left[ 1 - \eta \left( \frac{U}{U_0} - 1 \right) \right]}{\left( \frac{U_0}{U \eta} - 1 \right)}$$

Lấy đạo hàm biểu thức của R theo  $\eta$  :

$$\frac{dR}{d\eta} = R_0 \frac{U}{U_0} \frac{1}{\eta^2 \left( \frac{U_0}{U \eta} - 1 \right)^2} \cdot \left[ \left( \frac{U}{U_0} - 1 \right) \eta^2 + 2 \left( \frac{U_0}{U} - 1 \right) \eta + \frac{U_0}{U} \right]$$

Ta thấy biệt số của phương trình bậc 2 đối với  $\eta$  (trong dấu mốc vuông) là âm :

$$\left(\frac{U_0}{U} - 1\right)^2 - \frac{U_0}{U} \left(\frac{U}{U_0} - 1\right) = \frac{U_0}{U} \left(\frac{U_0}{U} - 1\right) < 0$$

Nên :  $\frac{dR}{d\eta} > 0$ : Hàm  $R(\eta)$  là hàm đồng biến đối với  $\eta$ . Như vậy để hiệu suất không nhỏ hơn  $\eta_0 = 0,6$ , điện trở của biến trở phải thoả mãn điều kiện :

$$R \geq R_0 \frac{U}{U_0} \frac{\left[1 - \eta \left(\frac{U}{U_0} - 1\right)\right]}{\frac{U_0}{U\eta_0} - 1} = 8,53\Omega$$

b) Trừ cường độ dòng điện  $I$ , còn tất cả các đại lượng khác ở về phải của phương trình (3) đều có giá trị xác định. Rõ ràng là giá trị cực tiểu của  $I$  chính là  $I_0$ . Giá trị đó đạt được khi toàn bộ dòng điện  $I$  chạy qua đèn, nghĩa là :

$$I = I_0 = \frac{U_0}{R_0}$$

nghĩa là khi ta mắc các dụng cụ theo sơ đồ như trên hình 4.5G. Đồng thời từ (3), rút ra :

$$\eta_{\max} = \frac{U_0^2}{R_0 UI_0} = \frac{U_0}{U} = 75\%.$$

Điện trở của phần biến trở có dòng điện chạy qua là :

$$R_1 = \frac{U - U_0}{I_0} = \frac{U - U_0}{U_0} R_0 = \left(\frac{U}{U_0} - 1\right) R_0 \approx 0,66\Omega$$

4.15. a) Khi K đóng, ghép  $\mathcal{E}$ ,  $r$  với  $R_2$  thành nguồn tương đương  $\mathcal{E}_1$ ,  $r_1$ , với

$$r_1 = \frac{rR_2}{r + R_2} = 1\Omega, \quad \mathcal{E}_1 = r_1 \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}}{2}. \quad \text{Ta thấy } \mathcal{E}_1, r_1 \text{ nối tiếp với}$$

$$R_{1b} = \frac{R_1 R_b}{R_1 + R_b} = \frac{18R_b}{18 + R_b}$$

Ghép  $\mathcal{E}_1$ ,  $r_1$  với  $R_{1b}$  thành nguồn tương đương  $\mathcal{E}_0$ ,  $r_0$ , trong đó :

$$r_0 = r_l + R_{lb} = 1 + \frac{18R_b}{18 + R_b}$$

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_1 = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

Khi đó đèn coi như mắc trực tiếp vào nguồn  $\mathcal{E}_0$ ,  $r_0$ .

Muốn cho đèn có công suất tiêu thụ cực đại thì phải có :

$$R_d = r_0, \text{ với } R_d = \frac{U_d^2}{P} = 7\Omega \Rightarrow R_b = 9\Omega.$$

Mặt khác, khi đạt công suất tiêu thụ cực đại thì :

$$U_d = \frac{\mathcal{E}_0}{2} = \frac{\mathcal{E}}{4} \Rightarrow \mathcal{E} = 4U_d = 28V$$

b) Khi K mở, điện trở mạch ngoài :

$$R_n = \frac{401}{18}\Omega \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_n + r} = 1,153A.$$

Cường độ dòng điện qua đèn là :  $I_d = \frac{I \cdot R_{2bd}}{R_d} = 0,705A$ .

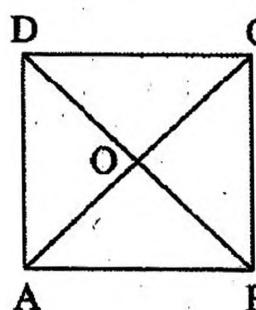
Biết  $I_d = \frac{P_d}{U_d} = 1A > I_d$  : đèn sáng yếu hơn bình thường.

**4.16.**  $I_1 = 1,5 A$  ;  $I_A = 1,2 A$

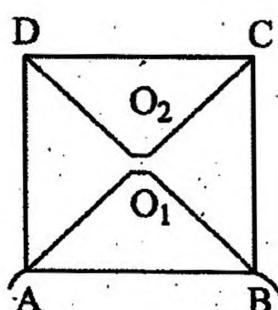
**4.17.** Để thuận tiện, ta vẽ mạng điện dưới dạng hình phẳng (Hình 4.6G).

a) Do tính đối xứng của mạng điện đối với AC, ta có :

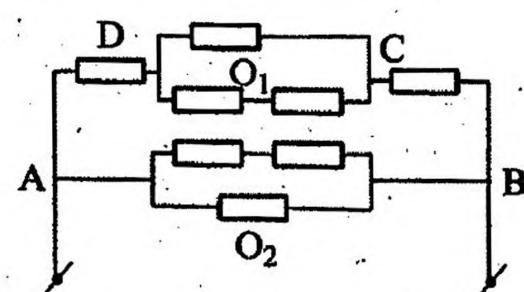
$$V_B = V_D = \frac{V_C - V_A}{2} = V_0$$



a)



Hình 4.6G



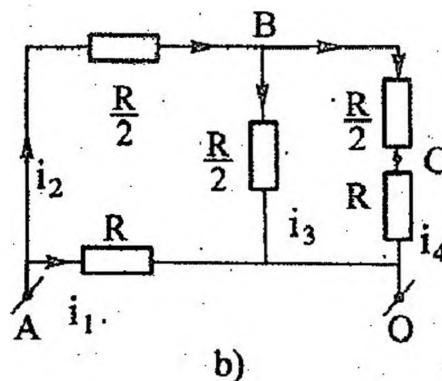
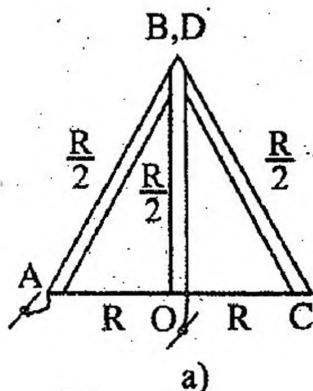
b)

Như vậy có thể bỏ đi các đoạn OB và OD trong mạng. Từ đó dễ dàng tính được :  $R_{AC} = \frac{2R}{3}$ .

b) Để tính  $R_{AB}$ , ta thấy nếu tách các dây ở O như trong hình 4.6Ga thì, vì đối xứng  $V_{O1} = V_{O2}$ , việc tách ra hay chập lại không có tác dụng gì đến các dòng điện. Mạng mới tương đương với mạng đã cho. Khi đó ta có 2 mạch song song như hình vẽ 4.6Gb ; từ đó tính được :  $R_{AC} = \frac{8R}{15}$ .

c) Để tính  $R_{AO}$  ta thấy cũng do đối xứng  $V_B = V_D$ . Nếu chập ABC với ADC ta có mạng như trên hình 4.7Ga tương đương với mạng hình 4.7Gb.

$$R_{BO} = \frac{3R}{8}; R_{ABO} = \frac{7R}{8}, \text{ và } R_{AO} = \frac{7}{15}R.$$



Hình 4.7G

Nếu  $U_{AO} = 7V$ ,  $r = 1\Omega$ , thì  $I_{AO} = 7A$  ( $I_{OA}$  là  $i_1$  ở hình 4.7Gb). Mạch ABO có điện trở  $\frac{7R}{8}$  nên dòng điện qua mạch đó là :  $i_2 = \frac{8}{7}i_1 = 8A$ . Vì  $i_2$  là tổng

hai dòng trong AB và AD nên ta suy ra :  $I_{AB} = I_{AD} = \frac{i_2}{3} = 4A$ . Dòng  $i_2$  lại chia theo tỉ lệ nghịch các điện trở  $\frac{R}{2}$  và  $\frac{3R}{2}$  (Hình 4.7Gb) nên

$I_3 = \frac{3}{4}I_2 = 6A$ ;  $I_4 = \frac{I_2}{4} = 2A$ . Mặt khác  $I_3$  lại là tổng của hai dòng trong BO và DO, vì vậy ta có :  $I_{BO} = I_{DO} = \frac{I_3}{2} = 3A$ ;  $I_{CO} = I_4 = 2A$ .

Cuối cùng  $I_{BC} = I_{DC} = 1A$ .

Sự phân bố các dòng điện trong mạng được ghi rõ trên hình 4.8G (trên đó có ghi các trị số cường độ dòng điện ở từng đoạn). Ta thấy dòng điện mạch chính bằng :

$$I = I_{AB} + I_{AO} + I_{AD} = 4 + 7 + 4 = 15A$$

4.18.  $I_{A1} = 2,63 A ; I_{A2} = 1,13 A$ .

$$I_{A1} = 2,28 A ; I_{A2} = 1,36 A$$

4.19. a) Khi đóng cả  $K_1$ ,  $K_2$  và  $K_3$ , dòng chính qua nguồn là :

$$I_3 = \frac{\mathcal{E} - 18}{r} = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{18}{r} = \frac{18}{R_V} + \frac{18}{R_1} + \frac{18}{R_2} + \frac{18}{4,8} \quad (1)$$

Khi chỉ đóng  $K_1$  và  $K_2$ , dòng chính qua nguồn :

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{24}{r} = \frac{24}{R_V} + \frac{24}{R_1} + \frac{24}{R_2} \quad (2)$$

Khi chỉ đóng  $K_1$ , dòng chính qua nguồn :

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{27}{r} = \frac{27}{R_V} + \frac{27}{R_1} \quad (3)$$

Khi  $K_1$ ,  $K_2$  và  $K_3$  đều mở, dòng chính qua nguồn :

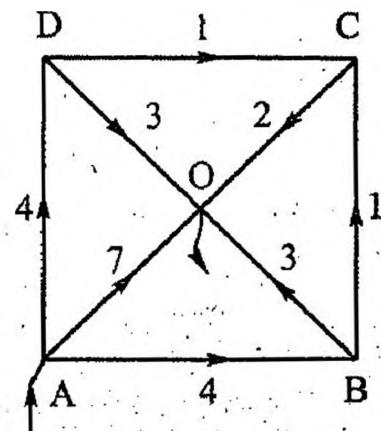
$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{30}{r} = \frac{30}{R_V} \quad (4)$$

Từ đó suy ra :

$$4I_3 - 3I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r} = 15 \Rightarrow \mathcal{E} = 15r.$$

$$9I_2 - 8I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{216}{R_2} \Rightarrow R_2 = 14,4\Omega$$

$$10I_1 - 9I = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{27}{R_1} \Rightarrow R_1 = 1,8\Omega$$



Hình 4.8G

$$b) \text{Theo đề bài: } \mathcal{P} = 270W = \mathcal{E}I_3 = \mathcal{E}\left(\frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{18}{r}\right) \Rightarrow \mathcal{E} = 36V.$$

Từ đó:  $r = \frac{\mathcal{E}}{15} = 2,4\Omega$  và  $R_V = 12\Omega$ . Bởi vì khi cả  $K_1, K_2, K_3$  đóng có

$R_3 = 4,8\Omega$  và  $U_V = 18V = \frac{\mathcal{E}}{2}$  nên mạch ngoài đạt công suất cực đại. Vì vậy

cho con chạy C dịch sang trái hay sang phải, công suất mạch ngoài đều giảm.

4.20.  $\mathcal{E}_2 = 3,2V$ , cực dương nối với A.

4.21. a)  $Q_1 = 12 \mu C$ ;  $Q_2 = 12 \mu C$

b)  $R_2 = 32\Omega$ ; điện tích dương  $26 \mu C$  chuyển qua  $R_1$  theo chiều từ  $C_1$  đến E, điện tích dương  $8 \mu C$  chuyển qua  $R_2$  theo chiều từ F đến E.

4.22.  $R_2 = \frac{20}{27}\Omega$ ;  $R_4 = \frac{17}{9}\Omega$ ;  $I_{R2} = 0,75A$ .

4.23. 1. Dòng điện chạy trong mạch có cường độ là :

$$I = \frac{3\mathcal{E}}{R}$$

Vậy:  $U = V_B - V_A = I \frac{R}{2} - \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{2}$ . Như vậy:  $V_B > V_A$ ,

bản nối với B tích điện dương, điện tích của tụ:

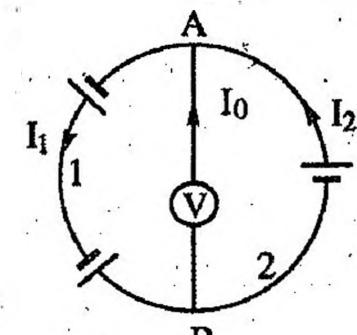
$$Q = CU = \frac{C\mathcal{E}}{2}$$

2. Giả sử dòng điện có chiều như trên hình vẽ (Hình 4.9G). Áp dụng định luật Kiết-xốp :

$$I_1 \frac{R}{2} + I_0 R_0 = 2\mathcal{E}; \quad I_2 \frac{R}{2} - I_0 R_0 = \mathcal{E}; \quad I_1 = I_0 + I_2$$

Từ đó tìm được :

a) Cường độ dòng điện qua vôn kế:  $I_0 = \frac{2\mathcal{E}}{R + 4R_0} > 0$ ,



Hình 4.9G

và chỉ số vôn kế là :  $U_0 = I_0 R_0 = \frac{2\mathcal{E} R_0}{R + 4R_0}$ .

b) Cường độ dòng điện chạy qua 2 nửa vòng tròn là :

$$I_1 = \frac{4\mathcal{E}(R + 3R_0)}{R(R + 4R_0)} ; \quad I_2 = \frac{2\mathcal{E}(R + 6R_0)}{R(R + 4R_0)}$$

3. Trong biểu thức :  $U_0 = \frac{2\mathcal{E} R_0}{R + 4R_0}$  cho  $R_0 \Rightarrow \infty$  ta thấy lại giá trị

$$U = \frac{2\mathcal{E}}{4} = \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

4.24. Khi K đóng :  $I_{A1} = 1,39$  A.

Khi K mở :  $I_{A1} = 0,75$  A ;  $I_{A2} = 3,88$  A.

4.25. 1. Kí hiệu các dòng điện và giả thiết chúng có chiều như trên hình 4.10G. Điều kiện để không có dòng qua Đ là :

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = a I_1 \quad (1)$$

Viết phương trình Kiéc-xốp cho các mạng BCDEB và BDEB ta có :

$$R_5(I_1 + I_2 - I_4) = R_4 I_4 + R_3 I_2$$

$$\Rightarrow 2R(I_1 + I_2 - I_4) = R(I_2 + I_4) \Rightarrow 2I_1 + I_2 = 3I_4 \quad (2)$$

$$\text{và } (R + R_6) I_2 = R_6 I_4 \quad (3)$$

hay, chia cho  $R = R_3$

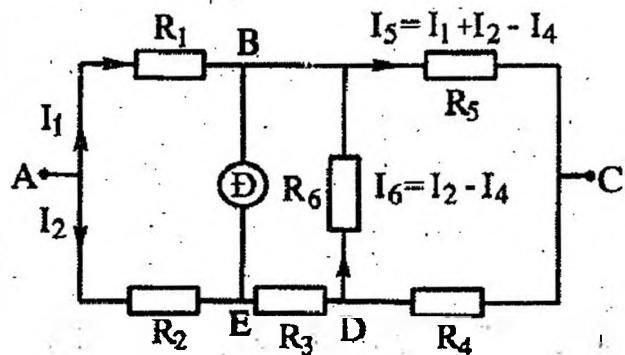
$$(1 + b) I_2 = b I_4 \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow I_2 \left(1 + \frac{2}{a}\right) = 3I_4 \quad (5)$$

Chia (4) cho (5) ta được hệ thức giữa a và b khi không có dòng qua điện kế :

$$\frac{1+b}{1+\frac{2}{a}} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = \frac{3a}{2(1-a)} \text{ hoặc } a = \frac{2b}{2b+3}$$

Đây cũng là điều kiện để không có dòng qua Đ (chứng minh bằng phản chứng).



Hình 4.10G

2. a) Ta vẫn có :  $I_2 = aI_1$

Hai mạng BCDEB và BDEB bây giờ cho ta :

$$R_5(I_1 + I_2 - I_4) = R_4I_4 + R_3I_2 \quad (6)$$

$$\text{và } 2I_2 = I_4 \quad (7)$$

$$\text{Từ (7) và (1)} \Rightarrow I_4 = 2aI_1 \quad (8)$$

$$\text{và, do đó : } I_5 = (1-a)I_1, \quad (9)$$

$$I_6 = -aI_1 \quad (10)$$

Từ (1), (8) và (6) :

$$R_5(1-a)I_1 = R_4 \cdot 2aI_1 + R_3aI_1 \Rightarrow R_5(1-a) = R_4 \cdot 2a + R_3a$$

Chia phương trình này cho  $(R_3 + R_4)$ , ta có :

$$d(1-a) = 2ac + \frac{R_3}{R_3 + R_4}a \quad (11)$$

$$\text{Để dàng thấy rằng : } \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 1 - c.$$

Vì vậy (11) trở thành :  $d(1-a) = 2ac + (1-c)a \Rightarrow d = a(c+d+1)$

$$\text{hay } a = \frac{d}{c+d+1} \text{ hoặc } d = \frac{a(1+c)}{1-a} \quad (12)$$

b) Nếu đặt vào A, C hiệu điện thế U, ta có :

$$U = R_1I_1 + R_5I_5 = R_1I_1 + R_5(1-a)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2(1-a)}$$

như vậy  $I_1$  chỉ phụ thuộc vào U,  $R_1$ ,  $R_5$  và a, tức là phụ thuộc vào  $R_1$ ,  $R_2$  và  $R_5$ .

Các hệ thức (1), (8), (9) và (10) chứng tỏ  $I_2 = I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$  chỉ phụ thuộc vào  $I_1$  và a, nghĩa là chỉ phụ thuộc vào U và 3 điện trở  $R_1$ ,  $R_2$  và  $R_5$ . Có thể lấy tùy ý giá trị của 1 trong 2 điện trở  $R_4$  và  $R_3 = R_6$

c)  $a = 0,5$ ;  $c = 0,25$ . Theo (12) thì  $d = 1,25$ ; vậy  $R_5 = 5\Omega$ ;  $I_1 = \frac{7}{3,5} = 2A$ ;

$I_2 = I_3 = 1A$ ;  $I_4 = 2A$ ;  $I_5 = 1A$ ;  $I_6 = -1A$ , nghĩa là dòng qua  $R_6$  chạy từ B về D.

$$4.26. R_b = 72\Omega; \quad \mathcal{E} = 36V; \quad I_A = \frac{13}{12}A.$$

4.27. Trong mỗi trường hợp, vẽ lại mạch điện và chú ý rằng vôn kế là một điện trở ( $R_V$ ) và số chỉ vôn kế bằng  $U_V = I_V R_V$ , với  $I_V$  là cường độ dòng điện chạy qua vôn kế.

a) Muốn cho đèn sáng bình thường (sáng hơn so với trước), cường độ dòng điện qua đèn phải tăng lên, suy ra phải bỏ  $R_2$ , nhưng nếu chỉ bỏ  $R_2$  thì điện trở toàn mạch tăng và dòng qua vôn kế  $V_1$  giảm đi, do đó muốn cho cường độ dòng điện qua vôn kế  $V_1$  không thay đổi (số chỉ của  $V_1$  không thay đổi) ta phải bỏ thêm  $R_1$ .

Bỏ bớt  $R_1$  và  $R_2$ , vẽ lại mạch. Theo đề bài :

$$I = I_{V1} = 5I_{V2} \Rightarrow I_3 = I - \frac{I}{5} = \frac{4I}{5} = 4I_{V2} \Rightarrow R_V = 4R_3 = 40\Omega.$$

Ngoài ra đèn sáng bình thường có nghĩa là công suất tiêu thụ của đèn đã tăng lên 4 lần, dòng điện qua đèn có cường độ tăng lên 2 lần. Do đó khi có  $R_2$  thì dòng điện mạch chính đã rẽ sang nhánh có  $R_2$  mất  $\frac{1}{2}$  (để cho dòng điện qua  $V_1$  có cường độ không đổi) suy ra :

$$R_4 + R_{3V2} = R_2 \Rightarrow R_4 = R_2 - R_{3V2} = 10 - 8 = 2\Omega$$

Khi chưa bỏ  $R_1$  và  $R_2$  điện trở toàn mạch là :

$$R_{tm} = R_{V1} + \frac{R_2}{2} + 2r = 45 + 2r.$$

Khi đã bỏ  $R_1$  và  $R_2$  điện trở toàn mạch là :

$$R'_{tm} = R_{V1} + R_4 + R_{3V2} + r = 50 + r.$$

Muốn cường độ dòng điện mạch chính  $I$  như cũ phải có :

$$R'_{tm} = R_{tm} \Rightarrow r = 5\Omega.$$

b) Khi đã bỏ  $R_1$  và  $R_2$  thì  $I = \sqrt{\frac{P_4}{R_4}} = 2A$ .

Biết  $R_{tm} = 50 + r = 55\Omega$ , suy ra  $\mathcal{E} = IR_{tm} = 110V$ .

$$4.28. 1. R_g = 10\Omega ; \quad R_V = 600\Omega$$

$$2. a) R = 32\Omega ; \quad b) R = 16\Omega$$

4.29. a) Vẽ lại mạch điện, ta thấy mạch điện được mắc theo sơ đồ :  $\mathcal{E} // \mathcal{E}_1 // R_3 // R_b$

Áp dụng định luật Ôm tìm được :

$$U_{AB} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{R_1} + \frac{\mathcal{E}}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_b}} \quad (1)$$

$$\text{và công suất tiêu thụ trên } R_b \text{ là : } P_b = \frac{U_{AB}^2}{R_b} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : với cùng một giá trị của  $R_b$ ,  $P_b$  nhỏ nhất khi  $U_{AB}$  nhỏ nhất, mà  $U_{AB}$  nhỏ nhất khi  $r = 2\Omega$  (lấy đạo hàm  $U_{AB}$  theo  $r$  và đặt biểu thức đạo hàm bằng 0).

Với  $r = 2\Omega$ ,  $P_b = \frac{676R_b}{(5R_t + 4)^2}$ . Khảo sát sự biến thiên của  $P_b$  đạt cực tiểu khi

$$R_b = 0,5\Omega.$$

b) Vẽ lại mạch điện, khi đó mạch có sơ đồ :

$$[(\mathcal{E}_1 // R_b) nt (R_1 // R_2)] // R_3 // \mathcal{E}.$$

Áp dụng định luật Ôm cho đoạn mạch sẽ rút ra :

$$I_{R1} = I_{R2} = \frac{13}{56} \approx 0,23A.$$

4.30. Ta xét các trường hợp :

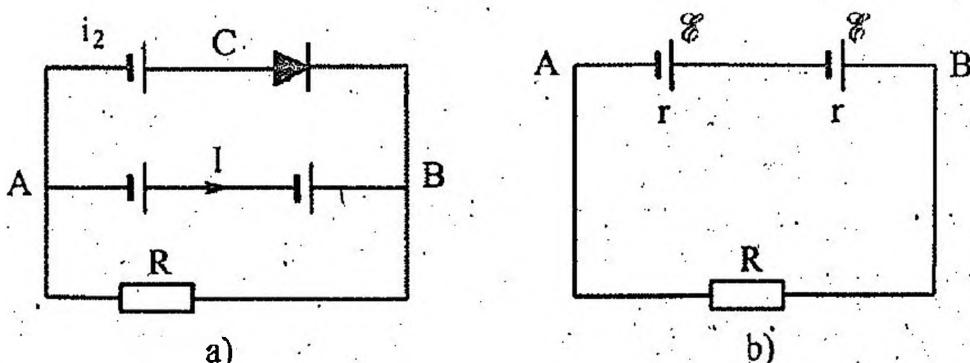
a) Khi  $R$  lớn thì dòng  $I$  qua 2 pin giữa nhỏ.

Nếu quy ước đặt  $V_A = 0$ , ta có :  $V_B = 2\mathcal{E} - 2rI \approx V_B \approx 2\mathcal{E}$ .

Dòng  $i_2$  qua pin trên (nếu có) cũng nhỏ :  $V_C = \mathcal{E} - ri_2 \approx \mathcal{E}$ .

Ta thấy  $V_B > V_C$ , đít đóng, không có dòng  $i_2$ , sơ đồ mạch điện có thể rút lại như trên hình 4.11Gb. Từ đó ta có thể thấy ngay :

$$I = \frac{2\mathcal{E}}{R + 2r}, \text{ và } U_R = \frac{2\mathcal{E}R}{R + 2r} \quad (1)$$



Hình 4.11G

b) Nếu  $R$  giảm thì  $I$  tăng,  $V_B$  giảm ; khi  $V_B = V_C = \mathcal{E}$  thì diốt bắt đầu mở. Lúc đó :  $U_R = V_B = \mathcal{E}$ . (2)

Đưa vào (1), ta tính ra giá trị đặc biệt  $R = R_0 = 2r$ .

c) Khi  $R < 2r$  thì sơ đồ mạch điện là sơ đồ hình 4.11Ga nhưng có thể bỏ qua diốt, vì lúc này diốt mở, nên ta có sơ đồ như ở hình 4.12G

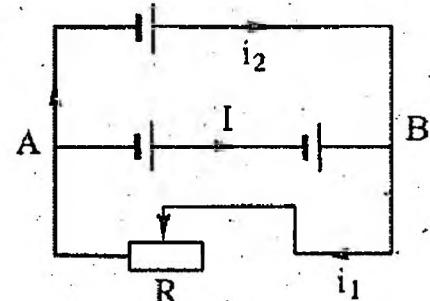
Áp dụng định luật Ôm :

$$V_B = Ri_1 = 2\mathcal{E} - 2rI = \mathcal{E} - ri_2$$

$$i_1 = I + i_2$$

Từ đó tìm được :

$$i_1 = \frac{4\mathcal{E}}{3R + 2r}; \quad U_R = \frac{4\mathcal{E}R}{3R + 2r} \quad (3)$$



Hình 4.12G

Vậy khi  $R$  giảm thì  $U_R$  giảm theo biểu thức (1), bằng  $\mathcal{E}$  khi  $R = 2r$ , diốt bắt đầu mở, rồi giảm theo biểu thức (3).

4.31. a) Khi K mở, điện trở toàn mạch mắc theo sơ đồ :

$$[(R_1 \parallel R_2) \parallel R_d] \parallel R_3$$

$$\Rightarrow R_{tm} = \frac{900 + 68R_d}{50 + R_d} \Rightarrow I = \frac{100(50 + R_d)}{900 + 68R_d}$$

$$\Rightarrow I_d = I_C \cdot \frac{R_d i_2}{R_d} \frac{5000}{900 + 68R_d} \Rightarrow U_d = 73,53 - 13,23i_d$$

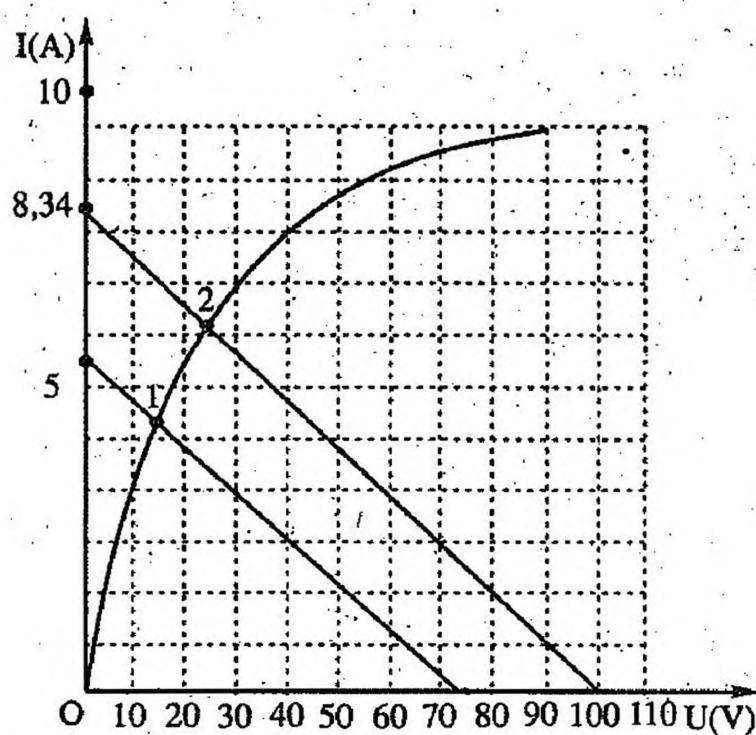
$$\text{hay } I_d = 5,56 - 0,076 U_d \quad (1)$$

Khi K đóng ta lại có :  $I_d = \frac{100}{R_d + 2} \Rightarrow U_d = 100 - 12I_d$

hay  $I_d = 8,34 - 0,084 U_d$  (2)

Vẽ các đồ thị biểu diễn (1) và (2) như trên hình 4.13G. Căn cứ vào đồ thị, ta tìm được toạ độ 2 giao điểm 1 và 2 :

Điểm 1 có  $i_{d1} = 4,575 A$ ;  $U_{d1} = 13V$  suy ra :  $R_{d1} = \frac{U_{d1}}{i_{d1}} = 2,842\Omega$



Hình 4.13G

Điểm 2 có :  $i_{d2} = 6,55A$ ;  $U_{d2} = 24V$ , suy ra  $R_{d2} = 3,66\Omega$ .

b) Ta có  $R_{d2} \approx R_{d1} (1 + \alpha \cdot \Delta t^0)$ , với  $\Delta t^0$  là độ chênh lệch nhiệt độ.

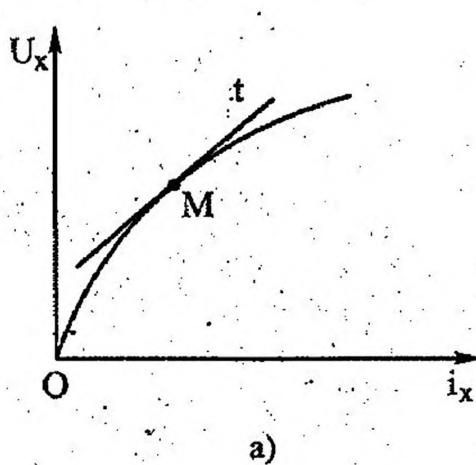
Suy ra :  $\Delta t^0 = \frac{R_{d2} - R_{d1}}{R_{d1} \cdot \alpha} \approx 960K$ .

4.32. a) Vì  $i_x = kU_x^2$  nên  $U_x = \sqrt{\frac{i_x}{k}}$  và  $R = \frac{dU_x}{di_x} = \frac{1}{2\sqrt{k i_x}}$ , R giảm khi  $i_x$  tăng.

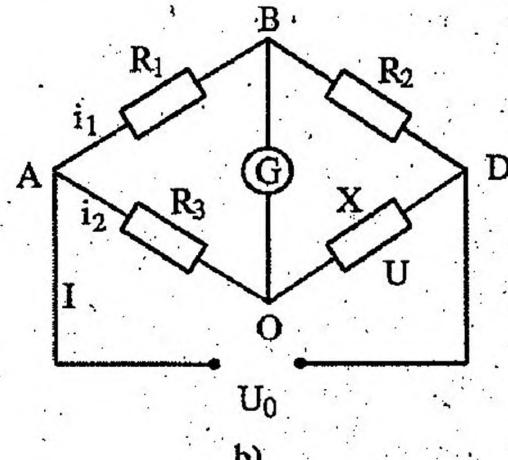
Vậy điện trở tức thời của varistor giảm từ  $\infty$  đến 0 khi  $i_x$  tăng từ 0 đến  $+\infty$ . Ta vẽ được đường đặc trưng volt – ampe như trên hình 4.14G. Hệ số góc của tiếp tuyến Mt chính là R.

b) Trường hợp cầu cân bằng, ta có (Hình 4.14G):

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_3}{R_1} \rightarrow i_2 = 2i_1 \rightarrow U_x = U_{BD} = 4i_1 = 2i_2$$



a)



b)

Hình 4.14G

$$U_x = 2k U_x^2 \Rightarrow U_x = \frac{1}{2k} = 2V$$

$$i_2 = k U_x^2 = 1A \Rightarrow i_1 = 0,5A$$

$$\mathcal{P}_x = U_x I_x = 2W$$

$$U_0 = i_2 R_3 + U_x = 3V.$$

$$c) \bullet U_{AB} = U_{AC} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_3}{R_1} \quad (1)$$

$$\text{và } i_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}; i_2 = \frac{U_0 R_2}{R_3(R_1 + R_2)}$$

$$\bullet U_{BD} = U_{OD} \Rightarrow i_1 R_2 = U = i_2 \sqrt{\frac{1}{i_2 k}} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{1}{i_2 k}} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{R_3(R_1 + R_2)}{U_0 R_2 k}} \quad (2)$$

$$\bullet \text{Từ (1) và (2) rút ra: } U_0 = \frac{(R_1 + R_2)R_1}{R_3 R_2^2 k}$$

$$\bullet I = i_1 + i_2 = \frac{(R_1 + R_3)R_1}{k R_2^2 R_2^3}$$

$$\bullet B_e = \frac{dU_x}{dI_x} \Rightarrow R_x = \frac{1}{2\sqrt{k k_2}} \Rightarrow R_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_3 R_2}{R_1}$$

$$I = i_1 + i_2 = \frac{U_0(R_1 + R_3)}{R_3(R_1 + R_2)} = \frac{R_1(R_1 + R_3)}{k(R_2 R_3)^2}$$

Cầu này và cầu Uyt-xton giống nhau ở điều kiện cân bằng là  $v_G = 0$ . Nhưng

Cầu Uyt-xton có :  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R}$ , còn ở cầu này không có  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{X}$

Ở cầu Uyt-xton đã biến đổi giá trị R để có cân bằng với hiệu điện thế  $U_0$  bất kì. Ở cầu này để có cân bằng ta phải biến đổi  $U_0$  đến giá trị (2). Khi ấy nếu đã biết 2 trong 3 điện trở  $R_1, R_2, R_3$  thì (2) cho ta điện trở thứ ba cần đo (hệ số k đã ghi trên varito).

**4.33.** Khi  $t = 0$ ,  $u(t) = U_M > U_0$  đít mở, hiệu điện thế giữa hai cực của đít bằng  $U_0$  (xem hình 4.68b). Sau đó  $u(t)$  biến thiên theo thời gian một cách tuần hoàn, lúc tăng lúc giảm, do đó có lúc  $u(t) < U_0$  và đít đóng (không có dòng qua  $R_1$ ) ; và có lúc  $u(t) > U_0$ , đít mở (có dòng điện qua  $R_1$ ). Ta tìm cường độ dòng điện qua  $R_0$  khi đít đóng và khi đít mở. Khi  $u(t) < U_0$ , đít đóng và dòng điện chỉ chạy trong mạch chứa  $R_0$  và  $R_1$  mắc nối tiếp với cường độ :

$$i_d = \frac{u}{R_0 + R} \quad (1)$$

Khi  $u(t) \geq U_0$ , đít mở, hiệu điện thế giữa hai cực của nó luôn luôn bằng  $U_0$  và không đổi. Áp dụng định luật Kiéc-xốp ta có :

$$i_m = i_1 + i_2 \quad (2)$$

$$U_0 + i_2 R - i_1 R = 0 \quad (3)$$

$$i_1 R + i_m R_0 = u(t) \quad (4)$$

(Với  $i_m, i_1$  và  $i_2$  là dòng điện qua  $R_0, R_1$  và  $R_2$ ). Từ (2), (3), (4) ta có :

$$i_m = \frac{2u - U_0}{R + 2R_0} \quad (5)$$

Mạch chuyển từ chế độ diốt đóng sang chế độ diốt mở, và ngược lại, tại các thời điểm t được xác định từ điều kiện :

$$i_d = i_m \Rightarrow u = U_0 \frac{R_0 + R}{R} \Rightarrow \cos \omega t = \frac{U_0}{U_M} \frac{R_0 + R}{R}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\omega} \left[ \arccos \left( \frac{U_0(R_0 + R)}{U_M R} \right) + 2k\pi \right], \text{ với } k = 0, 1, 2, \dots$$

4.34. I. a) Giả sử đèn đóng, ta có mạng điện trở như hình 4.59a nhưng không có dòng điện chạy qua Q. Có thể coi như các điện trở mắc như sau :

$$(R_1 \text{ nt } R_3) // (R_2 \text{ nt } R_4).$$

Từ đó tìm được :  $I' = \frac{1}{40} A ; I'' = \frac{1}{60} A$

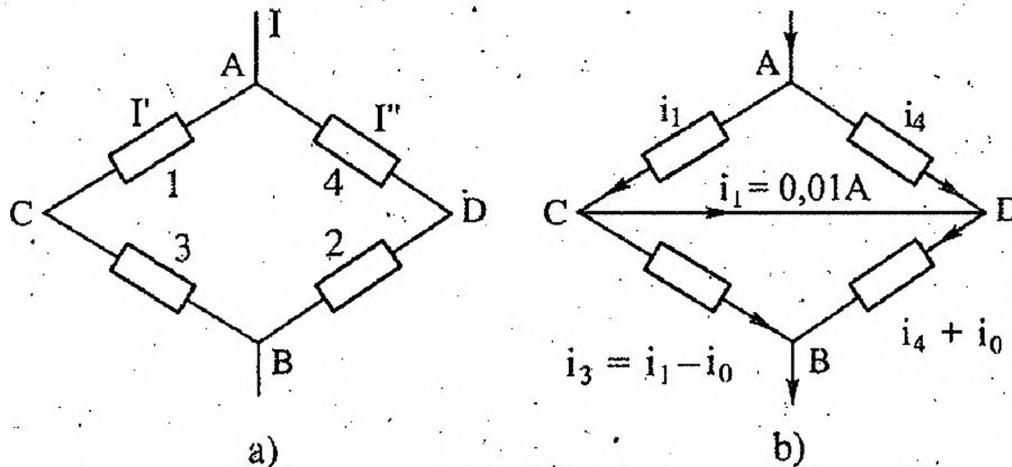
$$\text{Đặt } V_B = 0 \text{ thì } V_C = \frac{1}{40} \cdot 3000 = 75V ; V_D = \frac{1}{60} \cdot 2000 = 33,3V$$

Như vậy  $V_C > V_D$ , nên đèn mở (nghĩa là điều ta giả thiết không xảy ra).

b) Đèn mở. Xét mạch ACB (Hình 4.15G) ta có :

$$1000i_1 + 3000(i_1 - 0,01) = 100 \Rightarrow i_1 = 13,3 \text{ mA và}$$

$$i_3 = i_1 - i_0 = 22,5 \text{ mA}$$



Hình 4.15G

Xét mạch ADB, ta có :

$$4000i_4 + 2000(i_4 + 0,01) = 100 \Rightarrow i_4 = 13,3 \text{ mA}$$

$$i_2 = i_4 + i_0 = 23,3 \text{ mA}$$

$$\text{Vậy: } V_C = \frac{3000.22,5}{1000} = 67,5 \text{ V.}$$

$$V_D = \frac{2000.23,5}{1000} = 46,6 \text{ V; } U_C = V_C - V_D = 20,9 \text{ V}$$

2. a) Nếu  $V_C - V_D > 20 \text{ V}$  thì diốt mở và có điện trở bằng  $\frac{30 - 20}{0,01} = 1000\Omega$ ,

còn khi  $V_C - V_D < 20 \text{ V}$  thì diốt đóng và khi đó điện trở của diốt được xem là bằng  $\infty$ .

b) Tương tự như ở câu 1, ta lập được các phương trình cho trường hợp này là (Hình 4.16G):  $1000i_1 + 3000i_3 = 100$ ;

$$4000i_4 + 2000(i_1 - i_3 + i_4) = 100$$

$$1000i_1 + 1000(i_1 - i_3) - 4000i_4 = 0$$

Từ đó tìm được:

$$i_1 = 30 \text{ mA; } i_2 = 21,2 \text{ mA;}$$

$$i_3 = 23,2 \text{ mA; } i_4 = 14,2 \text{ mA}$$

Dòng qua diốt là:  $i_1 - i_3 = 7 \text{ mA}$ .

*Chú ý: Có thể kiểm nghiệm lại: diốt mở:*

$$V_C = 3000.23,2 \cdot 10^{-3} = 69,6 \text{ V; } V_D = 2000.21,2 \cdot 10^{-3} = 42,4 \text{ V}$$

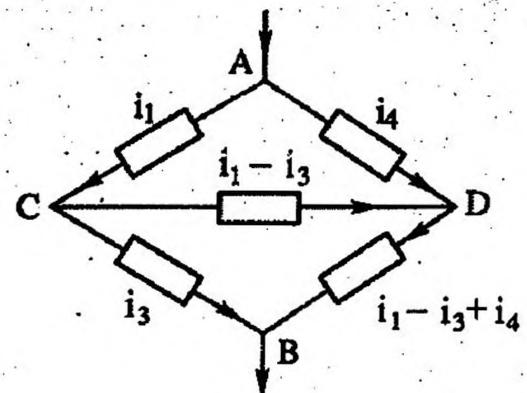
và từ đó:  $V_C - V_D = 27 \text{ V} > 20 \text{ V}$ .

4.35. Vì điện trở của nguồn điện và của ampe kế không đáng kể nên khi đóng khoá K, các tụ điện gần như lập tức được nạp điện đến hiệu

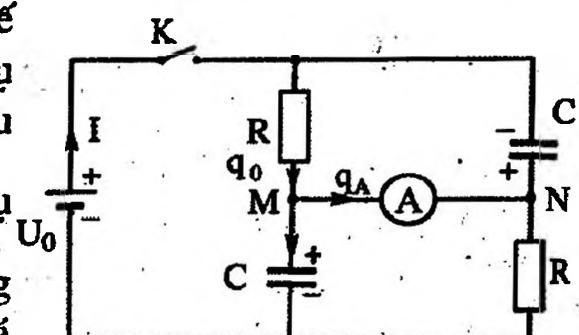
diện thế:  $U = \frac{U_0}{2}$ . Khi khoá K mở, các tụ

điện gần như phóng điện hoàn toàn. Dòng điện phỏng ở thời điểm đầu tiên mở khoá

$$(Hình 4.17G): I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{2R}$$



Hình 4.16G



Hình 4.17G

Giả sử dòng này không đổi thì tụ điện sẽ phóng hết điện sau thời gian :

$$t = \frac{q}{I_0} = \frac{CU}{I_0} = RC \quad (i = i_0 e^{-\frac{t}{RC}})$$

Trong thực tế, dòng phóng điện giảm, nhưng vì thời gian mở khoá  $\Delta t_2 = 20 \cdot 10^{-3}$  s  $\gg \Delta t_1$  nên có thể coi rằng sau thời gian  $\Delta t_2$ , tụ điện phóng hết điện.

Ta hãy tính cường độ dòng điện qua ampe kế. Khi K đóng, theo định luật bảo toàn điện tích tại điểm M, ta có :

$$q_0 = q_A + q_C$$

$$I \cdot \Delta t_1 = q_A + CU$$

Với :  $I_0 = \frac{U_0}{2R}$ ;  $U_C = \frac{U}{2}$

Trong đó :  $\left\{ \begin{array}{l} q_0 = I \cdot \Delta t_1 \text{ là điện tích đi vào M} \\ q_A \text{ là điện tích đi qua ampe kế} \\ q_C = CU \text{ là điện tích nạp cho tụ điện C} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \text{Điện lượng đi qua A trong thời gian } \Delta t_1 : q_A = \frac{U_0}{2R} \Delta t_1 - C \frac{U_0}{2}$$

Khi K mở : cả hai tụ đều phóng điện qua A, điện lượng phóng qua ampe kế trong thời gian  $\Delta t_2$  là :

$$q'_A = 2 \frac{CU_0}{2} = CU_0$$

Cường độ dòng điện trung bình qua ampe kế (là chỉ số ampe kế) :

$$I_A = I_{tb} = \frac{q_A + q'_A}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-C \frac{U_0}{2} + \frac{U_0}{2R} \Delta t_1 + CU_0}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$

$$I_A = \frac{U_0}{2R} \left( \frac{\Delta t_1 + RC}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \right)$$

Thay số ta được :  $I_A \approx 4,8 \cdot 10^{-3} A = 4,8 \text{ mA.}$

4.36. Xét trường hợp  $\mathcal{E} > U_0$ :

Gọi  $I_0$  là cường độ dòng điện qua mạch ngay sau khi K đóng:  $\mathcal{E} = U_0 + RI_0$   
 suy ra  $I_0 = \frac{\mathcal{E} - U_0}{R}$ , sau đó dòng này giảm đến bằng không khi:  $U_C = \mathcal{E} - U_0$

Dòng điện này tích điện cho tụ điện đến khi hiệu điện thế ở 2 đầu tụ bằng:

$$U_C = (\mathcal{E} - U_0)$$

Điện tích trên tụ là:  $q = CU_C = C(\mathcal{E} - U_0)$ . Trong thời gian tích điện, công do nguồn điện thực hiện:

$$A = q\mathcal{E} = C(\mathcal{E} - U_0)\mathcal{E}$$

Ta lại có công dịch chuyển điện tích  $q$  qua diốt:  $A_D = qU_0 = C(\mathcal{E} - U_0)U_0$  và năng lượng của tụ điện được tích điện:

$$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\mathcal{E} - U_0)^2}{2}$$

Do đó, nhiệt lượng tổng cộng tỏa ra trên R xác định bởi định luật bảo toàn năng lượng:

$$A = Q + A_D + W_C \Rightarrow Q = A - A_D - W_C$$

$$= C(\mathcal{E} - U_0)\mathcal{E} - C(\mathcal{E} - U_0)U_0 - \frac{1}{2}C(\mathcal{E} - U_0)^2$$

$$Q = \frac{1}{2}C(\mathcal{E} - U_0)^2.$$

Cũng có thể áp dụng công thức:  $Q = \int_0^\infty Ri^2 dt$  với  $i = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ .

4.37. Trước hết, ta hãy tính hiệu điện thế đặt vào diốt và cường độ dòng điện tại thời điểm vừa đóng khoá K. Lúc này, vì tụ điện chưa kịp tích điện nên  $U_C = 0$ , do đó  $U_d + U_R = \mathcal{E}$  hay  $U_d + IR = \mathcal{E}$ .

Từ đó:  $I = \frac{\mathcal{E} - U_d}{R}$  (1)

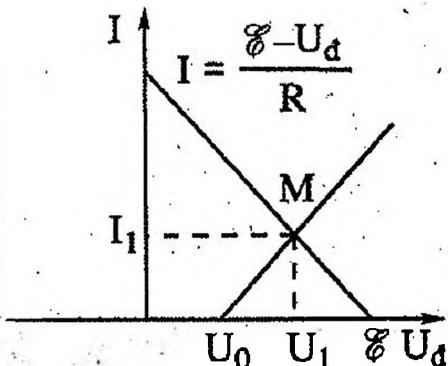
Vì  $\mathcal{E} > U_0$  nên đường thẳng điên tả (1) sẽ cắt đường đặc trưng vôn-ampe của điốt tại một điểm M trên đoạn dốc (Hình 4.18G).

Giá trị ban đầu của hiệu điện thế trên điốt (gọi là  $U_1$ ) xác định bởi :  $\frac{\mathcal{E} - U_1}{R} = k(U_1 - U_0)$  suy ra

$$U_1 = \frac{\mathcal{E} + kRU_0}{kR + 1};$$
 đưa giá trị này của  $U_1$  vào (1),

ta có cường độ dòng điện ban đầu :

$$I_1 = \frac{k(\mathcal{E} - U_0)}{kR + 1}$$



Hình 4.18G

Sau đó, tụ điện càng được tích điện thì  $I$  càng giảm, và tới khi  $I = 0$  thì  $U_d = U_0$  và lúc đó hiệu điện thế trên tụ là  $U_C = \mathcal{E} - U_0$ .

Vậy điện lượng đã chuyển trong mạch tới lúc đó là :  $q = CU_C = C(\mathcal{E} - U_0)$

Công của nguồn điện sinh ra khi làm dịch chuyển điện lượng  $q$  được chuyển hoá thành năng lượng  $W_C$  của tụ điện, thành công  $A_d$  để dịch chuyển điện tích qua điốt, và thành nhiệt lượng  $Q$  tỏa ra trên điện trở  $R$ .

$$A_{\text{nguồn}} = W_C + A_d + Q \quad (2)$$

$$\text{trong đó : } A_{\text{nguồn}} = q\mathcal{E} = C(\mathcal{E} - U_0)\mathcal{E} \quad (3)$$

$$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\mathcal{E} - U_0)^2}{2} \quad (4)$$

Bây giờ phải tính  $A_d$ , tức là công dịch chuyển điện lượng  $q$  qua điốt trong khi  $U_d$  giảm dần từ  $U_1$  tới  $U_0$ . Ta tạm coi là  $U_d$  giảm dần đều đặn, như vậy có thể tính :

$$A_d = \frac{q(U_0 + U_1)}{2} = \frac{C(\mathcal{E} - U_0)}{2} \left( U_0 + \frac{\mathcal{E} + kRU_0}{kR + 1} \right) \quad (5)$$

$$\text{Đưa (3), (4), (5) vào (2), suy ra : } Q = \frac{kR}{kR + 1} \cdot \frac{C(\mathcal{E} - U_0)^2}{2}$$

4.38. Trong thời gian nhỏ dt có thể xem như điện trở của nhiệt điện trở là không đổi và nhiệt độ tăng  $dT$  rất nhỏ.

Kí hiệu cường độ dòng điện là  $I_0$  ta có :  $CdT = I_0^2 R dt = I_0^2 \frac{A}{T} dt$ .

Với  $C$  là nhiệt dung của nhiệt điện trở. Từ đó :  $dt = \frac{C}{I_0^2 A} T dT$

Thời gian để nhiệt độ tăng từ  $T_1$  tới  $T_2$  là :

$$t_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C}{I_0^2 A} T dT = \frac{C(T_2^2 - T_1^2)}{2I_0^2 A} \quad (1)$$

Tương tự, thời gian nhiệt độ tăng từ  $T_2$  tới  $T_3$  là :

$$t_2 = \frac{C(T_3^2 - T_2^2)}{2I_0^2 A} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :  $t_2 = t_1 \frac{(T_3^2 - T_2^2)}{T_2^2 - T_1^2} \approx 43s$

**4.39.** Khi có cân bằng nhiệt (khi đó nhiệt độ sợi dây dẫn không tăng nữa) ta có :

$$RI^2 = k(t - t_0)$$

Với :  $k$  là hệ số tỉ lệ, không phụ thuộc cường độ dòng điện ;

$t$  và  $t_0$  là nhiệt độ sau cùng và nhiệt độ ban đầu của sợi dây.

Theo đề bài ta có :  $RI_1^2 = k(t_1 - t_0)$

$$RI_2^2 = k(t_2 - t_0)$$

$$RI_3^2 = k(t_3 - t_0)$$

Từ đó rút ra :  $t_3 = 580^\circ C$ .

**4.40.** Giả sử khi đặt vào linh kiện hiệu điện thế  $U = 80V$ , nhiệt độ của nó đạt đến trị số  $t_1$  và điện trở của nó vẫn là  $R_1$  ; ta có :

$$\frac{U^2}{R_1} = \alpha(t_1 - t_0) \Rightarrow t_1 = t_0 + \frac{U^2}{\alpha R_1} = 126,6^\circ C > 100^\circ C$$

Như vậy, sẽ có sự tăng đột ngột của điện trở linh kiện từ  $R_1$  đến  $R_2$  ở  $100^\circ\text{C}$ .

Khi điện trở là  $R_2 = 100\Omega$ , giả sử nhiệt độ tiếp theo mà linh kiện đạt đến là  $t_2$  và điện trở vẫn là  $R_2$ ; ta có :

$$\frac{U^2}{R_2} = \alpha(t_2 - t_0) \Rightarrow t_2 = t_0 + \frac{U^2}{\alpha R_2} = 73,3^\circ\text{C} < 99^\circ\text{C}$$

Điều đó chứng tỏ lại có sự giảm đột ngột của điện trở từ  $R_2$  đến  $R_1$  ở  $99^\circ\text{C}$ . Quá trình tương tự được lặp lại và trong mạch có hình thành dòng điện dao động.

Kí hiệu  $T_1$  là thời gian mà nhiệt độ của linh kiện tăng từ  $99^\circ\text{C}$  đến  $100^\circ\text{C}$ , ta có :

$$\frac{U^2}{R_1} T_1 = C \cdot \Delta t^0 + \alpha(t - t_0) T_1$$

$$\text{với } \Delta t^0 = 1^\circ\text{C}; t = 99,5^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = \frac{C \cdot \Delta t^0}{\frac{U^2}{R_1} - \alpha(t - t_0)} \approx 0,092\text{s}$$

Tương tự, kí hiệu  $T_2$  là thời gian mà nhiệt độ linh kiện giảm từ  $100^\circ\text{C}$  xuống  $99^\circ\text{C}$ ; ta có :

$$\frac{U^2}{R_2} T_2 = C \cdot \Delta t^0 + \alpha(t - t_0) T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{C \cdot \Delta t^0}{\alpha(t - t_0) - \frac{U^2}{R_2}} \approx 0,092\text{s}$$

Vậy chu kỳ dao động của dòng điện là :  $T = T_1 + T_2 = 0,19\text{s}$

Giá trị cực đại và cực tiểu của cường độ dòng điện là :  $I_{\max} = \frac{U}{R_1} = 1,6\text{A}$

$$I_{\min} = \frac{U}{R_2} = 0,8\text{A}$$

**4.41. a)** Độ rộng dải cấm của silic là  $E_g = 1,1\text{eV}$

$$\text{b)} \text{Ở } 20^\circ\text{C} : \frac{n_1}{n_0} = e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}} = e^{-\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}} = 1,2 \cdot 10^{-19}$$

$$\text{Ở } 100^\circ\text{C} : \frac{n_1}{n_0} = e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}} = e^{-\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}} = 1,4 \cdot 10^{-15}$$

Ta thấy khi nhiệt độ tăng từ  $20^\circ\text{C}$  lên  $100^\circ\text{C}$ , số electron dẫn trong Si tăng lên khoảng 10000 lần.

c) Số nguyên tử silic trong một mét khối là  $n_{nt} = \frac{6,023 \cdot 10^{23}}{1,2 \cdot 10^{-6}} = 5,0 \cdot 10^{29}$ .

Đây là bán dẫn tinh khiết, nên mật độ electron dẫn và mật độ lỗ trống luôn bằng nhau. Ở  $20^\circ\text{C}$ , mật độ electron dẫn  $n$  và mật độ lỗ trống  $p$  là

$$n = p = n_{nt} \cdot 4 \cdot e^{-\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}} = 5,0 \cdot 10^{29} \cdot 4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-19} = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

Chú ý rằng mỗi nguyên tử silic có 4 electron hoá trị.

Ở  $100^\circ\text{C}$  ta có :

$$n = p = n_{nt} \cdot 4 \cdot e^{-\frac{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}} = 5,0 \cdot 10^{29} \cdot 4 \cdot 1,4 \cdot 10^{-19} = 2,8 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

Ta thấy, khi nhiệt độ tăng từ  $20^\circ\text{C}$  lên  $100^\circ\text{C}$ , mật độ hạt tải tăng lên khoảng 10000 lần. Kết quả là độ dẫn điện của bán dẫn cũng tăng lên khoảng 10000 lần. Điều này được ứng dụng để chế tạo nhiệt điện trở bán dẫn, là các linh kiện có điện trở thay đổi mạnh theo nhiệt độ. Chúng được dùng để làm các nhiệt kế rất nhạy, hoặc dùng trong kỹ thuật điều chỉnh tự động nhiệt độ.

4.42.  $\vec{j} = -e\vec{v}_e + e\vec{p}\vec{v}_h$

4.43.  $\vec{j} = (-n\mu_e + p\mu_h)\vec{e}\vec{E}$

4.44. Tạp chất photpho pha vào bán dẫn Ge tạo thêm electron dẫn. Tạp chất bo pha vào Ge tạo thêm lỗ trống. Khi cả hai loại tạp chất cùng được pha vào, thì trong bán dẫn Ge có thêm nhiều electron dẫn và lỗ trống so với Ge chưa pha tạp. Ở nhiệt độ phòng, ta có thể bỏ qua các hạt tải được hình thành do sự dẫn điện riêng. Do đó, điện dẫn suất chỉ được xác định từ các hạt tải do tạp chất tạo nên, và :  $\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h$ .

Thay các giá trị bằng số, ta có:

$$\sigma = 2 \cdot 10^{22} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,38 + 10^{21} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,18 = 637 \Omega^{-1} m^{-1}$$

4.45. Ta sử dụng công thức:  $\vec{v} = \pm \mu \vec{E}$ .

Với electron dẫn  $v = -0,92 \cdot 1200 = 1104 \text{ m/s}$ .

Với lỗ trống  $v = -0,040 \cdot 1200 = 480 \text{ m/s}$ .

4.46. Mật độ dòng điện là:  $j = ne\mu E = ne\mu \frac{U}{d}$ .

với  $d$  là độ dài cạnh của mẫu hình vuông.

Cường độ dòng điện là :

$$I = jS = jdh = ne\mu \frac{U}{d} dh = ne\mu Uh = 10^{21} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,030 \cdot 20 \cdot 0,05 \cdot 10^{-2} = 0,048 \text{ A}$$

4.47\*. a) Năng lượng của phôtônen liên hệ với bước sóng qua hệ thức  $E = \frac{hc}{\lambda}$ .

Từ đó, ta có bước sóng giới hạn của GaN là :

$$\lambda_{gh} = \frac{hc}{E} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,366 \mu\text{m}$$

b) GaN trong suốt với ánh sáng có bước sóng dài hơn  $\lambda_{gh}$ , tức là ánh sáng hồng ngoại, khả kiến và tử ngoại gần. Nó không trong suốt với ánh sáng có bước sóng ngắn hơn  $\lambda_{gh}$ .

c) Nếu ta chiếu ánh sáng thích hợp để gây ra hiện tượng quang điện, tức là  $\lambda \leq \lambda_{gh}$ , thì vật liệu trở nên không trong suốt với các ánh sáng đó, và điện trở suất của vật liệu giảm mạnh, vì có nhiều cặp electron-lỗ trống được tạo thành.

4.48\*. a) Bước sóng giới hạn đối với Si là :

$$\lambda_{gh} = \frac{hc}{E} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,13 \mu\text{m}$$

b) Các electron và lỗ trống được tạo ra bị điện trường trong ở lớp chuyển tiếp p-n tách ra và chuyển về hai phía electron chuyển về phía bán dẫn loại n, còn

lỗ trống chuyển về phía bán dẫn loại p. Do đó, có dòng điện chạy qua điện trở được mắc ở mạch ngoài, theo chiều từ bán dẫn loại p sang bán dẫn loại n. Lớp chuyển tiếp p-n được chiếu sáng trở thành một nguồn điện với cực dương ở phía bán dẫn loại p, cực âm ở phía bán dẫn loại n.

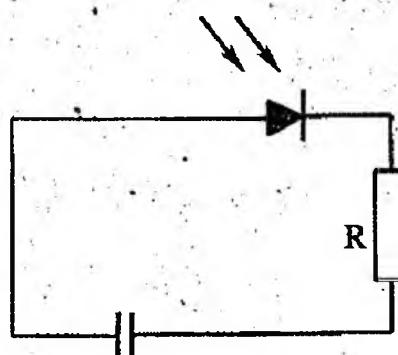
Đây là nguyên tắc của pin quang điện. Các pin Mặt Trời bằng vật liệu silic hiện đang được sử dụng rộng rãi.

c) Khi chưa có ánh sáng chiếu vào lớp chuyển tiếp, trong mạch có dòng điện ngược, rất yếu. Dòng này do các hạt tải thiểu số trong hai loại bán dẫn gây nên.

Khi có ánh sáng chiếu vào, các cặp electron-lỗ trống được tạo thêm (Hình 4.19G). Các electron và lỗ trống này làm cho dòng điện ngược tăng lên. Ánh sáng càng mạnh, thì dòng điện ngược càng mạnh.

Lớp chuyển tiếp có tính chất như vậy là những phôtôđiốt.

Phôtôđiốt được dùng làm cảm biến ánh sáng.



Hình 4.19G

**4.49\***. Bước sóng ánh sáng do điốt phát quang GaAs phát ra là

$$\lambda_{gh} = \frac{hc}{E} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,42 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,888 \mu\text{m}$$

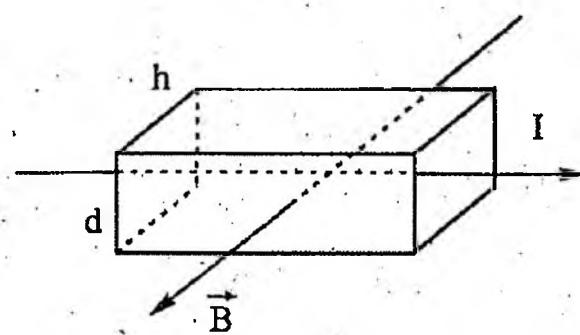
**4.50.** Bước sóng của ánh sáng phát ra ứng với  $x = 0$ , tức là với GaAs, là  $\lambda_1 = 0,888 \mu\text{m}$ . Bước sóng của ánh sáng phát ra ứng với  $x = 0,44$  là :

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,42(1 + 0,44) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,608 \mu\text{m}$$

Ánh sáng phát ra nằm trong vùng từ hồng ngoại gần đến đỏ.

**4.51.** Xét mẫu bán dẫn có dòng điện I chạy

qua (Hình 4.20G), đặt trong từ trường  $\vec{B}$  vuông góc với chiều dòng điện như trên hình. Giữa hai điểm của mặt trên và mặt dưới của mẫu, theo phương thẳng đứng, có một hiệu điện thế, gọi là hiệu điện thế Hỗn. Nguồn gốc của hiệu điện thế Hỗn chính là lực Lo-ren tác dụng lên các hạt tải điện chuyển động trong mẫu và gây nên dòng điện.



Hình 4.20G

Khi trạng thái ổn định đã đạt được, bên trong mẫu có một điện trường theo phương thẳng đứng. Điện trường này tác dụng lên các hạt tải điện một lực ngược chiều với lực Loren, và dòng điện chạy thẳng theo phương ngang.

Nếu hạt tải điện trong mẫu mang điện tích âm, thì mặt dưới cả mẫu mang điện tích âm. Ngược lại, nếu hạt tải điện mang điện tích dương, thì mặt dưới của mẫu mang điện tích dương.

$$\text{Hiệu điện thế Hön} \text{ được cho bởi : } U_H = R_H \frac{IB}{h}$$

trong đó  $h$  là độ dày của mẫu,  $R_H$  là hệ số Hön.

Nếu mật độ hạt tải điện là  $n$ , và diện tích của mỗi hạt tải điện là  $q$  thì hệ số Hön là :

$$R_H = \frac{1}{qn} = \pm \frac{1}{en}$$

Dấu của hệ số Hön trùng với dấu của điện tích hạt tải điện trong mẫu. Do đó, bằng cách xác định hệ số Hön nhờ phép đo thực nghiệm, người ta xác định được loại hạt tải điện và mật độ của chúng trong mẫu.

Trong trường hợp mẫu có hai loại hạt tải điện trái dấu nhau, như trong bán dẫn, thì biểu thức cho hệ số Hön có dạng phức tạp hơn. Tuy nhiên, với nhiều bán dẫn pha tạp thông thường, thì chỉ có hạt tải đa số là có vai trò quan trọng. Nếu xác định được hệ số Hön, ta xác định được loại hạt tải đa số trong bán dẫn và mật độ của chúng.

Từ thuyết electron về sự dẫn điện trong kim loại, ta đã xác định được biểu thức điện dẫn suất của vật liệu :  $\sigma = \frac{ne^2\tau}{2m}$

$$\text{và độ linh động : } \mu = \frac{\sigma}{en} = \frac{e\tau}{2m}$$

Từ đó, ta tính được mật độ hạt tải đa số trong mẫu (giả thiết bỏ qua hạt tải thiểu số) :

$$n = \frac{1}{eR_H} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Độ linh động của hạt tải đa số là : } \mu = \sigma \cdot R_H = 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} = 0,4 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

4.52. b) Vẽ đồ thị của  $I$  theo  $U$  (Hình 4.21G).

$$c) I = I_0 \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$

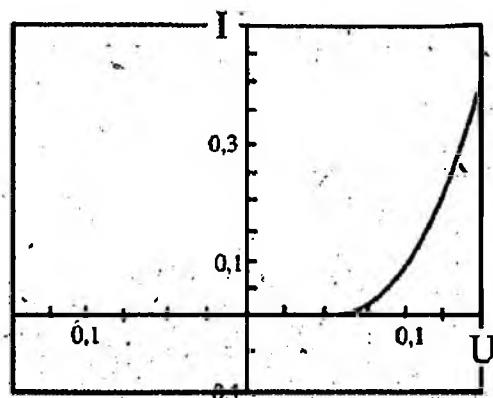
Hệ số chỉnh lưu ở một hiệu điện thế nào đó là tỉ số giữa trị số của dòng điện thuận và dòng điện ngược ở hiệu điện thế đó.

Có thể thấy rằng dòng điện ngược hầu như không phụ thuộc vào hiệu điện thế và luôn có trị số bằng  $I_0$ . Với hiệu điện thế thuận đủ lớn thì số 1 trong dấu ngoặc có thể bỏ qua. Do đó, hệ số chỉnh lưu thực tế bằng trị số của hàm mũ:

Ở nhiệt độ phòng,  $kT = 0,025$  eV. Do đó, hệ số chỉnh lưu ở 0,1V là :

$$\eta_{0,1V} = e^{\frac{0,1}{0,025}} = e^4 = 55$$

Hệ số chỉnh lưu ở 0,5V là :  $\eta_{0,5V} = e^{\frac{0,5}{0,025}} = e^{20} = 4,9 \cdot 10^8$



Hình 4.21G

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) - Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí THPT, Tập 2, Điện học 1, NXB Giáo dục 2007.
2. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) - Tuyển tập bài tập Vật lí nâng cao THPT, Tập 3, Điện và điện từ, NXB Giáo dục 2004.
3. Vũ Thanh Khiết - Các bài toán Vật lí chọn lọc THPT, Tập 2, NXB Giáo dục 2005.
4. Vũ Thanh Khiết, Vũ Quang, Lê Thị Oanh, Bài tập Vật lí 11 (dùng cho học sinh chuyên Vật lí), NXB Giáo dục, 2004.

## MỤC LỤC

	Trang
LỜI NÓI ĐẦU	3
<b>CHỦ ĐỀ 1. ĐỊNH LÍ Ô-XTRÔ-GRÁT-XKI – GAO-XO</b>	<b>4</b>
A. Lý thuyết và bài tập ví dụ	4
B. Bài tập	12
<b>CHỦ ĐỀ 2. THẾ NĂNG TƯƠNG TÁC CỦA HỆ ĐIỆN TÍCH</b>	<b>19</b>
A. Lý thuyết và bài tập ví dụ	19
B. Bài tập	30
<b>CHỦ ĐỀ 3. VẬT DẪN VÀ ĐIỆN MÔI TRONG ĐIỆN TRƯỜNG</b>	<b>39</b>
A. Lý thuyết và bài tập ví dụ	39
B. Bài tập	56
<b>CHỦ ĐỀ 4. MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU. MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN</b>	<b>69</b>
A. Lý thuyết và bài tập ví dụ	69
B. Bài tập	91
<b>HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ</b>	<b>109</b>
Chủ đề 1	109
Chủ đề 2	132
Chủ đề 3	159
Chủ đề 4	195