

Bồi dưỡng
Học sinh giỏi Vật lí
Trung học phổ thông

Điện học 2

(Tái bản lần thứ ba)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Hiện nay, ở hầu hết các tỉnh và thành phố trong cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần (dưới một nửa) số học sinh của các lớp này sẽ được chọn để dự kì thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc theo một chương trình chuyên mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quy định. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Việc viết một bộ sách giáo khoa chung mà nội dung bao hàm cả hai chương trình nói trên, cần phải có thời gian suy nghĩ và thử nghiệm. Trước mắt, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai nội dung trên viết những tài liệu bổ sung cho sách giáo khoa Vật lí nâng cao dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là sách bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có mà chưa đủ sâu. Các giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, đưa những kiến thức của chương trình chuyên trong sách bồi dưỡng kết hợp với kiến thức của sách giáo khoa trong từng chương, từng tiết học ; không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn một chút so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau : Mỗi quyển sách bồi dưỡng chia ra thành từng phần gọi là chủ đề (hoặc chương); mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương, hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kỹ năng giải bài tập cho học sinh được coi trọng đặc biệt, có nhiều chương của sách giáo khoa không cần phải bổ sung về lý thuyết, nhưng rất cần có thêm những bài tập khó, ngang với trình độ thi học sinh giỏi toàn quốc.

Cuốn Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông – Điện học 2 gồm các chủ đề :

- Tù trường trong chân không và trong vật chất. Tù tính của các chất.
- Tự cảm. Hồ cảm.
- Động điện xoay chiều.
- Dao động điện từ.

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS. VŨ VĂN HÙNG

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Ủy viên Hội đồng Thành viên kiêm Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội
PHAN XUÂN THÀNH
Phó Tổng biên tập PHẠM THỊ HỒNG

Biên tập lần đầu :

VŨ THANH MAI

Biên tập tái bản :

ĐINH THỊ THÁI QUỲNH

Trình bày bìa :

TẠ THANH TÙNG

Sửa bản in :

ĐINH THỊ THÁI QUỲNH

Chép bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI)

TÙ TRƯỜNG TRONG CHÂN KHÔNG VÀ TRONG VẬT CHẤT. TÙ TÍNH CỦA CÁC CHẤT

Mỗi chủ đề có các mục :

- **Lí thuyết và bài tập ví dụ :** Phần lý thuyết được biên soạn trên cơ sở học sinh đã học sách giáo khoa Nâng cao, kèm theo là các ví dụ (xem như dạng bài tập mẫu).
- **Bài tập :** Gồm các bài tập thuộc các dạng cơ bản và nâng cao ; các bài tập khó đều có gợi ý cách giải. Trong số các bài tập có các bài trích từ Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia môn Vật lí các năm qua.
- **Hướng dẫn giải và đáp số các bài tập.**

Khi biên soạn tập sách này, tác giả đã tham khảo và sử dụng tư liệu trong một số tài liệu ghi ở cuối sách.

Hi vọng rằng sách bồi dưỡng sẽ giúp các bạn học sinh tự học, nắm vững kiến thức và rèn luyện kỹ năng giải toán vật lí, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp quốc gia, đạt kết quả tốt trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia và xét tuyển vào các trường Đại học, Cao đẳng.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu bộ sách *Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông* với bạn đọc và mong rằng khi điều kiện chín muồi, sẽ có bộ sách giáo khoa chính thức dùng cho các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. *Những ý kiến góp ý cho sách xin gửi về Ban Vật lí - Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội - 187 Giảng Võ, Hà Nội.*

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

I – TÙ TRƯỜNG CỦA DÒNG ĐIỆN TRONG CHÂN KHÔNG

1. Định luật Bi-ô-Xa-va

a) Phân tử dòng điện

Thực nghiệm đã cho biết, từ trường của dòng điện phụ thuộc vào cường độ dòng điện, vào hình dạng dây dẫn và vào khoảng cách từ dây dẫn đến điểm khảo sát. Vì vậy, không thể thiết lập một công thức chung để xác định một cách tổng quát từ trường của một dây dẫn bất kỳ, mà chỉ có thể thiết lập công thức tính cảm ứng từ của từ trường do một phân tử dòng điện gây ra tại một điểm trong không gian.

Phân tử dòng điện là một đoạn dây dẫn rất nhỏ mang dòng điện, có tiết diện ngang và chiều dài rất nhỏ so với khoảng cách từ nó đến điểm khảo sát. Mỗi phân tử dòng điện được đặc trưng bằng *cường độ dòng điện I* chạy qua nó, *độ dài Δl của nó* và *chiều của dòng điện* (tức là hướng của nó trong không gian), nghĩa là được đặc trưng bằng $I \cdot \Delta l$, với Δl là một vectơ có độ lớn bằng Δl và có chiều trùng với chiều của dòng điện I. Khái niệm về phân tử dòng điện trong định luật về tương tác từ giống như khái niệm về diện tích điểm trong định luật Cu-lông.

b) Định luật Bi-ô-Xa-va

Xét một điểm M cách phân tử dòng điện $I \cdot \Delta l$ một khoảng r và kí hiệu \vec{r} là vectơ có độ dài r, có chiều hướng từ phân tử dòng điện đến điểm M.

Theo định luật Bi-ô-Xa-va, vectơ cảm ứng từ $\vec{\Delta B}$ do phân tử dòng điện $I \cdot \Delta l$ gây ra tại điểm M là một vectơ có gốc tại điểm M ; có độ lớn ΔB (còn gọi là cảm ứng từ) được xác định bằng công thức : $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \Delta l \sin \theta}{r^2}$ (1.1)

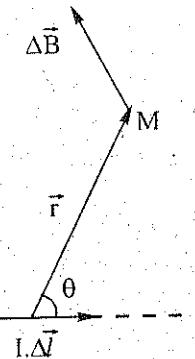
(với μ_0 là một hằng số gọi là hằng số từ, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$; θ là góc giữa vecto Δl và vecto \vec{r}) ;

- Có phương vuông góc với mặt phẳng P chứa phần tử dòng điện $I \cdot \Delta l$ và điểm M.

- Có chiều được xác định bằng quy tắc định ốc (hay quy tắc vặn nút chai) : đặt định ốc (cái vặn nút chai) tại M theo phương vuông góc với mặt phẳng P và quay định ốc (cái vặn nút chai) theo chiều từ $I \cdot \Delta l$ đến \vec{r} , thì chiều tiến của định ốc (vặn nút chai) là chiều của ΔB (ΔB có chiều sao cho 3 vecto $I \cdot \Delta l$, \vec{r} và ΔB , theo thứ tự, hợp thành một tam diện thuận (Hình 1.1)).

Vecto ΔB được biểu diễn dưới dạng tích vecto :

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[I \cdot \Delta l \cdot \vec{r}]}{r^3}$$



Hình 1.1

Với $[I \cdot \Delta l \cdot \vec{r}]$ là tích vecto của 2 vecto $I \cdot \Delta l$ và \vec{r} , có phương và chiều được xác định như trên và có độ lớn bằng $I \cdot \Delta l \sin \theta \cdot r$.

c) *Nguyên lý chồng chất từ trường*

Để xác định vecto cảm ứng từ của từ trường của dòng điện bất kì, người ta chia dây dẫn mang dòng điện thành các phần tử dòng điện $I \cdot \Delta l$, và áp dụng định luật Bi-ô-Xa-va để xác định vecto cảm ứng từ ΔB do từng phần tử dòng điện gây ra tại điểm khảo sát. Theo nguyên lí chồng chất từ trường, vecto cảm ứng từ \vec{B} do cả dòng điện gây ra bằng tổng các vecto cảm ứng từ \vec{B} do tất cả các phần tử dòng điện đó gây ra tại điểm đó : $\vec{B} = \sum \Delta \vec{B}$ (1.2)

2. Áp dụng định luật Bi-ô-Xa-va để xác định cảm ứng từ của một số dòng điện

a) *Dòng điện tròn*

Xét dòng điện cường độ I chạy trong dây dẫn mảnh có dạng đường tròn bán kính R . Ta xác định cảm ứng từ do dòng điện sinh ra tại điểm M nằm trên trục của đường tròn cách tâm O một đoạn h (Hình 1.2).

Ta chia dòng điện thành các phần tử $I \cdot \Delta l$, mỗi phần tử này gây ra tại M một vecto cảm ứng từ ΔB có độ lớn :

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \cdot \Delta l}{4\pi r^2} \quad (\text{ở đây } \sin \theta = 1, \text{ vì } \Delta l \perp \vec{r})$$

Ta hãy xét hai phần tử dòng điện $I \cdot \Delta l_1$, và

$I \cdot \Delta l_2$, có cùng độ lớn và đối xứng nhau qua tâm O (Hình 1.2) ; ta thấy các vecto cảm ứng từ ΔB_1 và ΔB_2 do chúng gây ra tại M có cùng độ lớn và đối xứng với nhau qua trục OM, do đó vecto cảm ứng từ tổng hợp $\Delta B_1 + \Delta B_2$ có phương OM. Từ đó, suy ra vecto cảm ứng từ do dòng điện tròn gây ra tại M có phương là OM, điều đó cũng có nghĩa là chỉ có thành phần ΔB_n của ΔB trên phương OM là có đóng góp vào vecto cảm ứng từ \vec{B} của cả dòng điện.

$$\text{Như vậy, ta có : } B = \sum_{(L)} \Delta B_n \quad (1.3)$$

Với $\Delta B_n = \Delta B \cos \beta$ (β là góc giữa OM và ΔB_1).

$$\text{Do đó : } B = \frac{\mu_0 I \cos \beta}{4\pi r^2} \sum_{(L)} \Delta l$$

Nhưng $\sum_{(L)} \Delta l = \text{chu vi dòng điện tròn} = 2\pi R$, $\cos \beta = \frac{R}{r}$; $r = \sqrt{R^2 + h^2}$.

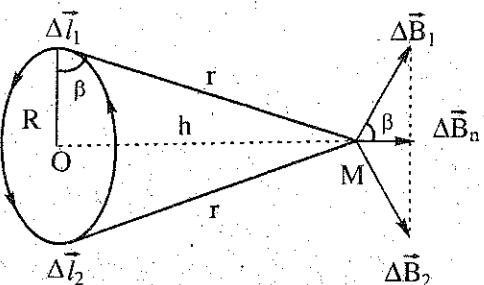
$$\text{Vì vậy : } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\pi R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I S}{2\pi (R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (1.4)$$

Với $S = \pi R^2$ là diện tích của dòng điện tròn.

Chú ý : * Để đặc trưng cho dòng điện tròn, cũng như các dòng điện kín khác, về tính chất từ, người ta đưa vào đại lượng momen từ của dòng điện kín, có biểu thức :

$$P_m = IS \quad (1.5)$$

Hay, dưới dạng vecto : $\vec{P}_m = IS \vec{n}$ (1.6)



Với \vec{n} là vecto đơn vị pháp tuyến dương của mặt giới hạn bởi dòng điện (vận dinh ốc quay theo chiều dòng điện thì định ốc tiến theo chiều của \vec{n}) (Hình 1.3). Vecto momen I từ \vec{p}_m của dòng điện kín có vai trò tương tự như vecto momen điện \vec{p}_e của lưỡng cực điện (xem Điện học 1).

Vecto cảm ứng từ của dòng điện tròn còn được viết dưới dạng :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi(R^2 + h^2)^2} \cdot \frac{I}{3} \cdot \vec{p}_m \quad (1.7)$$

Momen từ có đơn vị đo là ampe nhân mét vuông, kí hiệu là $A.m^2$. Vecto momen từ \vec{p}_m của một dòng điện kín hoàn toàn đặc trưng cho nó không những về từ trường do nó sinh ra, mà cả về tác dụng của từ trường khác lên nó.

Chính vì vậy, người ta còn gọi *một dòng điện kín là một lưỡng cực từ* và gọi \vec{p}_m là *vecto momen lưỡng cực từ*.

* Bằng phương pháp tương tự như trên, người ta đã xác định được vecto cảm ứng từ của các dòng điện khác.

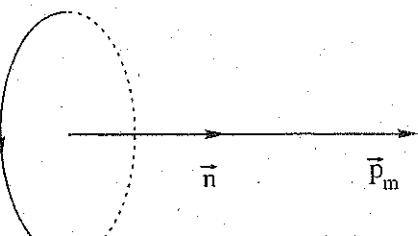
b) Dòng điện thẳng.

Cảm ứng từ do một đoạn dây dẫn thẳng mang dòng điện I gây ra tại điểm M cách đoạn dây một khoảng R (Hình 1.4) được tính theo công thức :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (1.8)$$

Với θ_1, θ_2 là góc giữa hướng của dòng điện và các vecto có gốc là hai đầu dây dẫn, có ngọn là điểm M . Vecto \vec{B} có phương vuông góc với mặt phẳng chứa dây dẫn mang dòng điện và điểm M , có chiều tuân theo quy tắc định ốc : quay (vận) định ốc cho nó tiến theo chiều dòng điện, thì chiều quay của định ốc chỉ cho ta chiều của vecto \vec{B} (Hình 1.4). (Có thể dùng quy tắc nắm tay phải).

Nếu dây dẫn rất dài (xem như dây dẫn thẳng dài vô hạn) thì $\theta_1 = 0; \theta_2 = \pi$, từ đó :



Hình 1.3

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (1.9)$$

Chú ý : Vì dòng điện bao giờ cũng khép kín, nên không thể quan niệm có một dây dẫn thẳng dài vô hạn. Khi xét từ trường của dòng điện thẳng dài vô hạn tức là ta xét từ trường của một phần thẳng của một dòng điện kín mà phần này có độ dài lớn hơn nhiều so với khoảng cách từ nó đến điểm M mà ta xét ; các phần còn lại của dòng điện ở xa điểm M đến nỗi từ trường do chúng tạo ra tại M có thể bỏ qua so với từ trường đã xét.

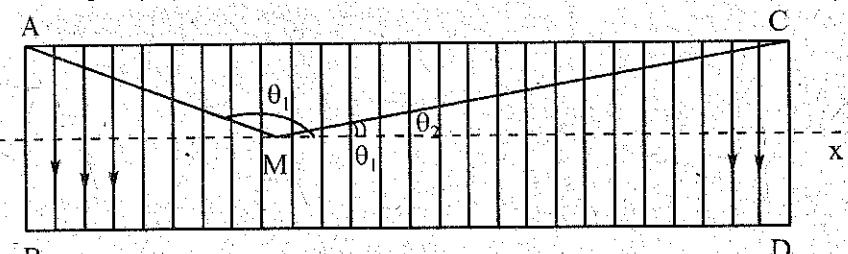
c) Ống dây thẳng (xôlênoit) mang dòng điện

Xét một ống dây thẳng gồm các vòng dây quấn xít nhau trên một khung hình trụ tròn, thường được gọi là xôlênoit.

Trên hình 1.5 là thiết diện cắt của một xôlênoit ABCD, $x'x$ là trục ống. Cảm ứng từ do dòng điện I chạy qua ống gây ra tại điểm M nằm trên trục $x'x$ của ống có biểu thức :

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \quad (1.10)$$

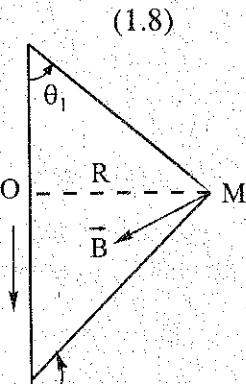
(n là số vòng dây quấn trên một đơn vị độ dài của ống)



Hình 1.5

với θ_1 và θ_2 là góc giữa các vecto nối điểm M đến hai đầu ống và trục $x'x$ (Hình 1.5). Phương của vecto cảm ứng từ \vec{B} trùng với $x'x$, chiều của nó tuân theo quy tắc định ốc (vận dinh ốc theo chiều dòng điện chạy trong các vòng dây thì chiều tiến của định ốc là chiều của \vec{B}). Ống dây có dòng điện, về phương diện từ trường, được xem là tương đương một nam châm thẳng có cực Bắc là đầu mà vecto \vec{B} di ra khỏi ống dây và cực Nam là đầu mà vecto \vec{B} hướng vào trong ống.

Nếu độ dài của ống dây là khá lớn so với bán kính tiết diện của nó (bán kính các vòng dây) thì có thể xem ống dây là dài vô hạn, khi đó ta có $\theta_2 = 0$ và $\theta_1 = \pi$, do đó cảm ứng từ của ống dây, kí hiệu là B_∞ sẽ bằng :



Hình 1.4

$$B_\infty = \mu_0 n I \quad (1.11)$$

d) Chú ý : Có thể dùng quy tắc nắm tay phải để xác định chiều của vectơ \vec{B} (xem SGK Vật lí 11 Nâng cao).

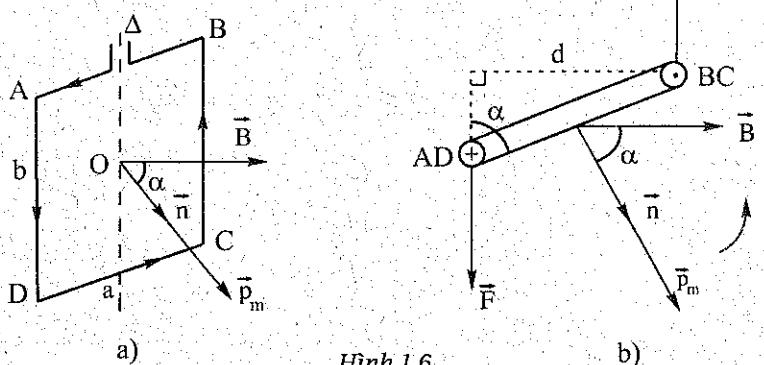
II- LỰC TỪ. CÔNG CỦA LỰC TỪ. NĂNG LƯỢNG (TỪ) CỦA MẠCH ĐIỆN

1. Tác dụng của từ trường lên dòng điện kín

a) Xét một khung dây dẫn kín ABCD hình chữ nhật có các cạnh là a, b và có dòng điện I chạy qua, được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với cạnh b. Giả sử khung cứng, không bị biến dạng. Kí hiệu góc giữa vectơ pháp tuyến của khung và vectơ cảm ứng từ \vec{B} là α (Hình 1.6a). Xét lực tác dụng lên các cạnh của khung, ta thấy :

– Hai lực tác dụng lên các cạnh a có phương vuông góc với chúng và với từ trường chỉ có tác dụng kéo dãn khung.

– Hai lực tác dụng lên các cạnh b có độ lớn : $F = IbB$.



Hình 1.6

có phương vuông góc với các cạnh b và hướng ngược chiều nhau, tạo thành một ngẫu lực có tác dụng làm quay khung sao cho pháp tuyến dương \vec{n} của khung trùng với hướng của cảm ứng từ \vec{B} , nghĩa là sao cho mặt phẳng của khung vuông góc với vectơ \vec{B} (Hình 1.6b). Ngẫu lực này có momen :

$$M = IbB \sin \alpha = ISB \sin \alpha$$

Với $S = ab$ = diện tích mặt khung

Nhưng $IS = p_m$ là độ lớn của vectơ momen từ \vec{p}_m của khung. Vì vậy ta có :

$$M = p_m B \sin \alpha \quad (1.12)$$

hay, dưới dạng vectơ :

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \cdot \vec{B}] \quad (1.13)$$

Vectơ momen ngẫu lực \vec{M} có phương vuông góc với \vec{p}_m (với \vec{n}) và \vec{B} , có chiều trùng với chiều tiến của đinh ốc khi xoay nó từ \vec{p}_m đến \vec{B} .

Ngẫu lực này có tác dụng quay khung sao cho vectơ momen từ \vec{p}_m định hướng song song với từ trường. Khi đó khung ở vị trí cân bằng vì $M = 0$. Vị trí cân bằng bền ứng với $\alpha = 0$, khi \vec{p}_m cùng chiều \vec{B} . Ngoài ra khung còn có vị trí cân bằng không bền ứng với $\alpha = \pi$.

b) Kết quả nói trên cũng đúng cho trường hợp khung dây có hình dạng bất kì, không nhất thiết là hình chữ nhật.

c) Trong trường hợp tổng quát khi khung dây mang dòng điện được đặt trong một từ trường không đều thì ngoài momen ngẫu lực có tác dụng làm khung quay còn xuất hiện lực từ kéo khung về phía từ trường mạnh hơn, lực này có độ lớn :

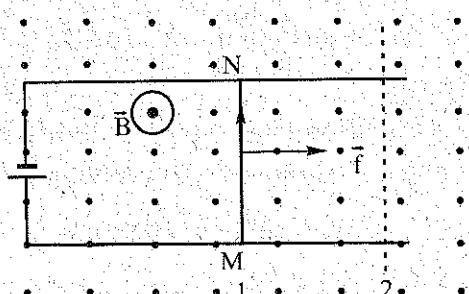
$$F = p_m \cdot \frac{\Delta B}{\Delta x} \quad (1.14)$$

(ΔB là độ biến thiên của cảm ứng từ trên đoạn Δx).

2. Công của lực từ

a) Công của lực từ khi một đoạn dây dẫn mang dòng điện dịch chuyển trong từ trường đều

Xét một mạch điện đặt trong từ trường đều \vec{B} , vuông góc với mặt phẳng của mạch điện (là mặt phẳng nằm ngang) (Hình 1.7). Dòng điện chạy trong mạch có cường độ I được giữ không thay đổi. Một phần của mạch điện là một đoạn dây dẫn MN có chiều dài l có thể trượt không ma sát song song với chính nó trên hai nhánh của mạch điện. Lực tác dụng lên đoạn dây MN có cường độ $f = I/B$ có phương vuông góc với \vec{B} và với đoạn MN. Dưới tác dụng của lực này, đoạn dây MN dịch chuyển một đoạn nhỏ Δx , công cơ học mà lực từ f thực hiện là :



Hình 1.7

$$\Delta A = f \cdot \Delta x = IB/\Delta x = IB \cdot \Delta S = I \cdot \Delta \Phi \quad (1.15)$$

trong đó ΔS là diện tích của MN quét được trong quá trình dịch chuyển, $\Delta\Phi$ là từ thông qua diện tích đó. Công thức (1.15) vẫn đúng cho trường hợp từ trường không vuông góc với mạch điện (khi đó $\Delta\Phi = B_n \cdot \Delta S$ với B_n là thành phần của \vec{B} vuông góc với mạch).

Nếu MN dịch chuyển một quãng đường hữu hạn, với điều kiện dòng điện trong mạch không đổi, từ vị trí 1 đến vị trí 2, thì công của lực là :

$$A = \sum \Delta A = I \cdot \Delta\Phi \quad (1.16)$$

Ở đây $\Delta\Phi$ là từ thông gửi qua toàn bộ diện tích bị quét. Ta thấy $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, trong đó Φ_1 là từ thông qua cả mạch kín ở vị trí đầu ; Φ_2 là từ thông qua cả mạch kín ở vị trí cuối của MN. Như vậy $\Delta\Phi$ lại chính là độ biến thiên từ thông qua mạch, và ta có : $A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$ (1.17)

b) Công thức (1.17) áp dụng cả cho trường hợp từ trường là không đều và đoạn mạch có dạng bất kì.

c) Công thức (1.17) cũng áp dụng được cho trường hợp một mạch điện kín dịch chuyển trong từ trường, khi đó Φ_1, Φ_2 là từ thông gửi qua mạch điện ở vị trí ban đầu và ở vị trí cuối.

d) *Chú ý :*

Ta cần chú ý rằng, để xét công của lực từ tác dụng lên dòng điện, ta luôn luôn phải giả thiết rằng dòng điện được giữ không đổi trong suốt quá trình ta xét. Điều này rất quan trọng, vì khi một dây dẫn dịch chuyển trong từ trường còn xảy ra hiện tượng cảm ứng điện từ làm thay đổi cường độ dòng điện chạy trong mạch, nên ta phải có biện pháp để giữ cho dòng điện đó không đổi.

3. Năng lượng (tử) của mạch điện

Một mạch điện kín, có diện tích S , mang dòng điện cường độ I đặt trong từ trường có cảm ứng từ \vec{B} , có một năng lượng từ (thể năng) xác định. Năng lượng này có giá trị bằng công cần thực hiện để đưa nó vào trong vùng không gian có từ trường, công này biến thành năng lượng tử W của mạch điện, ta có :

$$W = -I\Phi = -IBS\cos\alpha = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} \quad (1.18)$$

trong đó Φ là từ thông qua mạch khi đó, \vec{p}_m là vectơ momen từ của mạch.

Người ta gọi năng lượng W này là thể năng của mạch điện kín trong từ trường, hay còn gọi là thể năng của luồng cực từ trong từ trường.

III – SỰ TỬ HOÁ CỦA CÁC CHẤT. TỪ TRƯỜNG TRONG VẬT CHẤT

1. Sự từ hóa của các chất

a) *Thí nghiệm*

Có nhiều thí nghiệm chứng tỏ sự từ hóa các chất đặt trong từ trường.

– Đưa một thỏi sắt lại gần một cục nam châm ta thấy thỏi sắt bị nam châm hút. Điều đó có nghĩa là thỏi sắt đã bị từ hóa (hay nhiễm từ) và trở thành một nam châm.

– Treo một thỏi nhôm bằng sợi dây và đưa vào từ trường không đều của một nam châm điện mạnh, ta thấy thỏi nhôm cũng bị hút về phía từ trường mạnh, nhưng bị hút rất yếu nên phải quan sát kĩ mới thấy được. Thay thỏi nhôm bằng thỏi đồng, ta lại thấy thỏi đồng bị đẩy ra khỏi nơi có từ trường mạnh, nhưng bị đẩy rất yếu, phải quan sát kĩ mới thấy được ; điều đó chứng tỏ đồng bị từ hóa trái chiều với sắt và nhôm.

Các chất có khả năng bị từ hóa mạnh thường được gọi là vật liệu từ.

b) *Phân loại các chất về mặt từ tính*

Bằng nhiều thí nghiệm tương tự như trên, người ta đã đi đến kết luận : *mọi chất đặt trong từ trường đều bị từ hóa*.

Khi đó, chúng trở nên có từ tính và sinh ra một từ trường phụ \vec{B}' , khiến cho từ trường tổng hợp \vec{B} trong chất bị từ hóa trở thành :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (1.19)$$

Trong đó \vec{B}_0 là vectơ cảm ứng từ của từ trường gây ra sự từ hóa (*từ trường từ hóa*).

Tùy theo tính chất và mức độ từ hóa người ta phân biệt ba loại chất chính sau đây :

– *Chất thuận từ*, là chất có \vec{B}' cùng chiều với \vec{B}_0 , và $\vec{B}' \ll \vec{B}_0$; nhôm, vonfram, platin, nitơ, không khí... là chất thuận từ.

– *Chất nghịch từ*, là chất có \vec{B}' ngược chiều với \vec{B}_0 , và $\vec{B}' \ll \vec{B}_0$. Bitmut, đồng, vàng, bạc, thủy tinh, nước... là chất nghịch từ.

– *Chất sắt từ*, là chất có \vec{B}' cùng chiều với \vec{B}_0 và \vec{B}' có thể lớn hơn \vec{B}_0 hàng chục nghìn lần ; sắt, kẽm, coban, một số hợp kim chứa sắt... là chất sắt từ.

c) Lí thuyết chứng tỏ đối với chất thuận từ và nghịch từ đơn nhất ta có :

$$\vec{B}' = \chi_m \vec{B}_0 \quad (1.20)$$

trong đó χ_m là hệ số phụ thuộc bản chất của vật, được gọi là *độ cảm từ* của chất.

Đối với chất thuận từ thì $\chi_m > 0$, còn đối với chất nghịch từ thì $\chi_m < 0$.

2. Từ trường tổng hợp trong vật chất

Khi đặt trong từ trường ngoài \vec{B}_0 , vật bị từ hoá và sinh ra một từ trường phụ \vec{B}' từ trường phụ này phụ thuộc vào bản chất của vật. Do đó, từ trường tổng hợp bên trong vật sẽ là :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = (1 + \chi_m) \vec{B}_0 \quad (1.21)$$

Đại lượng $\mu = 1 + \chi_m$ được gọi là độ từ thẩm của vật. Như vậy :

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (1.22)$$

Đối với chất thuận từ, $\chi_m > 0$ nên $\mu > 1$; còn đối với chất nghịch từ thì $\chi_m < 0$ nên $\mu < 1$. χ_m có trị số rất nhỏ, chẳng hạn đối với không khí $\chi_m = +0,36 \cdot 10^{-6}$; đối với nhôm $\chi_m = 2,3 \cdot 10^{-5}$; đối với đồng $\chi_m = -1,03 \cdot 10^{-5}$; đối với nước $\chi_m = -9 \cdot 10^{-6}$.

Chú ý : * Độ từ thẩm của chất sắt từ có trị số rất lớn, có thể tới hàng vạn, cá biệt tới hàng triệu. Ngoài ra, độ từ thẩm của chất sắt từ phụ thuộc vào độ lớn của cảm ứng từ của từ trường ngoài (từ trường từ hoá); nó đạt tới giá trị cực đại ở một giá trị xác định của B_0 , sau đó lại giảm đi. Như vậy, độ từ thẩm μ của chất sắt từ chỉ có giá trị lớn trong một khoảng biến thiên xác định của B_0 .

* Với chất sắt từ có chu trình từ trễ. Các chất sắt từ có tính từ dư, tức là vật sắt từ vẫn còn giữ được từ tính khi ngắt từ trường ngoài \vec{B}_0 . Khi đó, muốn cho từ tính của vật sắt từ mất đi, cần phải đặt vật vào từ trường khử từ.

IV- SỰ LỆCH CỦA CHÙM HẠT MẠNG ĐIỆN TRONG TỪ TRƯỜNG

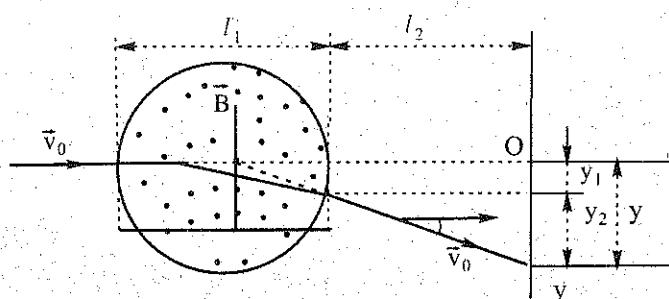
HIỆU ÚNG HÔN

1. Sự lệch của chùm hạt mang điện trong từ trường

Ta xét sự lệch của một chùm hạt mang điện chuyển động với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 đi qua một khu vực chiều dài l_1 trong đó có từ trường, vectơ cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với vận tốc \vec{v}_0 , khoảng cách từ màn tới khu vực có từ trường là l_2 (Hình 1.8). Trong khu vực có từ trường hạt chuyển động theo một cung tròn bán kính :

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

Khi ra khỏi khu vực đó, hạt bị lệch theo phương Oy vuông góc với \vec{v}_0 một đoạn y_1 tính theo công thức (hệ thức trong tam giác vuông) :

$$l^2 = y_2(2R - y_1).$$


Hình 1.8

Xét trường hợp sự lệch của hạt là nhỏ, ta có $l_1^2 \approx 2Ry_1$, suy ra :

$$y_1 = \frac{l_1^2}{2R} = \frac{qB}{2m} \frac{l_1^2}{v_0} \quad (1.23)$$

Khi ra khỏi khu vực có từ trường, hạt chuyển động đều theo phương lập với phương chuyển động ban đầu một góc β tính theo công thức :

$$\tan \beta = \frac{y_1}{l_1} = \frac{2y_1}{l_1} = qB \frac{l_1}{mv_0}$$

Do đó, sau khi ra khỏi khu vực có từ trường, hạt bị lệch thêm theo phương Oy một khoảng y_2 :

$$y_2 = l_2 \tan \beta = \frac{qBl_1l_2}{mv_0} \quad (1.24)$$

Như vậy, độ lệch tổng cộng của hạt mang điện do tác dụng của từ trường \vec{B} là :

$$y = y_1 + y_2 = \frac{qBl_1}{mv_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) = \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) \tan \beta$$

Ta thấy, khi rời khỏi từ trường hạt chuyển động thẳng tựa như là nó đã xuất phát từ tâm của khu vực có từ trường mà phương chuyển động lập với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 một góc β .

Theo (1.24) ta nhận thấy sự lệch của hạt mang điện trong từ trường có tỉ lệ với diện tích riêng $\frac{q}{m}$ của hạt, tỉ lệ với cảm ứng từ B và phụ thuộc vận tốc ban đầu \vec{v}_0

của hạt. Những hạt có cùng điện tích riêng $\frac{q}{m}$ và vận tốc \vec{v}_0 sẽ bị lệch như nhau và đập vào cùng một điểm trên màn chắn.

2. Hiệu ứng Hôen

a) Thí nghiệm Hôen

Năm 1879, nhà Vật lí học Mihail Hôen phát hiện thấy hiện tượng sau : Khi dòng điện không đổi I chạy qua bản M bằng vàng đặt vuông góc với từ trường (Hình 1.9a) thì giữa hai điểm A và C trên hai mặt trên và dưới xuất hiện một hiệu điện thế $V_A - V_C$. Hiệu điện thế này tỉ lệ với tích của cường độ dòng điện I và độ lớn cảm ứng từ B , và tỉ lệ nghịch với chiều dày b của bản M :

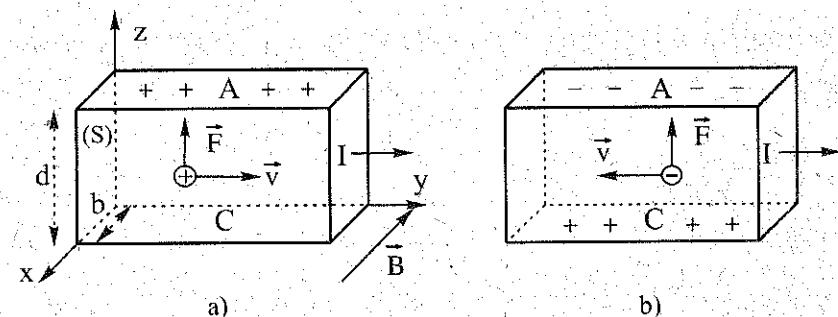
$$V_A - V_C = k \frac{IB}{b} \quad (1.25)$$

Hệ số tỉ lệ k được gọi là *hằng số Hôen*.

Các nghiên cứu về sau chứng tỏ rằng hiệu ứng Hôen xảy ra ở mọi kim loại và bán dẫn. Hằng số Hôen k tùy thuộc loại vật liệu.

b) Giải thích

+ Hiệu ứng Hôen có thể giải thích bằng thuyết electron và được xem là kết quả tác dụng của lực Lo-ren-xo. Thực vậy, theo lí thuyết electron dòng điện I là dòng dịch chuyển có hướng của các electron. Giả sử \vec{v} là vận tốc định hướng trung bình của các electron theo phương dòng điện. Lực Lo-ren-xo tác dụng lên electron có



Hình 1.9

phương vuông góc với phương dòng điện và cảm ứng từ \vec{B} , và có độ lớn : $F_B = evB$.

Dưới tác dụng của lực Lo-ren-xo \vec{F}_B , electron dịch chuyển và tập trung trên mặt biên trên ; kết quả là mặt biên trên tích điện âm, còn mặt dưới thiếu electron tích điện dương (Hình 1.9b). Trong bản kim loại xuất hiện điện trường \vec{E} . Lực mà điện trường \vec{E} tác dụng lên electron là \vec{F}_E : $\vec{F}_E = e\vec{E}$.

$$\text{Biết: } E = \frac{V_A - V_C}{d}; \text{ ta suy ra: } F_E = e \frac{(V_A - V_C)}{d}.$$

Trong trạng thái dừng, lực \vec{F}_E mà điện trường tác dụng lên electron cân bằng với lực Lo-ren-xo :

$$F_E = F_B \Rightarrow \frac{e(V_A - V_C)}{d} = evB \Rightarrow V_A - V_C = vBd$$

Mặt khác, cường độ dòng điện I lại có thể biểu diễn dưới dạng :

$$I = en_0Sv = en_0bdv$$

trong đó n_0 là mật độ electron tự do trong kim loại.

$$\text{Từ đó: } v = \frac{I}{en_0bd}$$

$$\text{Và } V_A - V_C = \frac{1}{en_0} \cdot \frac{IB}{b} \quad (1.26)$$

So sánh (1.26) với (1.25) ta thấy hằng số Hôen k bằng :

$$k = \frac{1}{n_0e} \quad (1.27)$$

Ta thấy dấu của hằng số k và do đó dấu của hiệu điện thế $V_A - V_C$ tùy thuộc vào dấu của điện tích e .

c) *Chú ý* : Trên hình (1.9a, b) có minh họa cả hai trường hợp khi phân tử tải điện tích điện dương và âm.

Thực nghiệm đã xác nhận, đối với kim loại hằng số Hôen có dấu âm, vì electron là phân tử tải điện trong kim loại. Như vậy, do hằng số Hôen đối với các chất bán dẫn có thể phán đoán về phân tử tải điện trong bán dẫn. Khi $k < 0$ phân tử tải điện là electron ; khi $k > 0$ phân tử tải điện trong bán dẫn là lô trống. Khi đồng thời tồn tại cả hai loại phân tử tải điện trong bán dẫn, hằng số k cho biết loại phân tử tải điện nào là cơ bản.

Cần chú ý thêm rằng, công thức (1.27) chưa thật sự chính xác. Phép tính chính xác hơn cho kết quả :

$$k = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n_0e} \quad (1.28)$$

Hiệu ứng Hôen được ứng dụng để xác định nồng độ, dấu của hạt tải điện trong vật (kim loại, bán dẫn), để đo từ trường (theo công thức (1.26)).

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Ví dụ 1

Người ta nối hai điểm A, B của một vòng dây dẫn kín hình tròn với hai cực của nguồn điện. Phương của các dây nối đi qua tâm của vòng dây, chiều dài của chúng coi như lớn vô cùng. Xác định cảm ứng từ tại tâm của vòng dây (Hình 1.10).

Giải

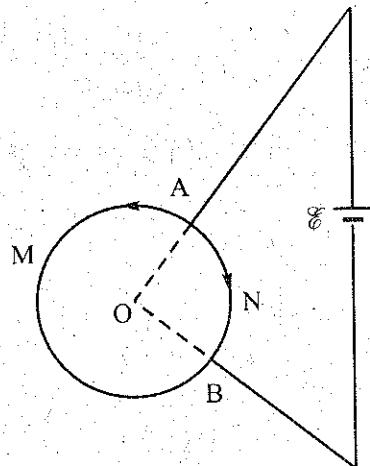
Áp dụng nguyên lý chông chất từ trường. Kí hiệu \vec{B}_1 , \vec{B}_2 lần lượt là các vectơ cảm ứng từ do đoạn dây AMB và đoạn dây ANB gây ra tại O; \vec{B}_3 là cảm ứng từ do các dây nối gây ra tại O. Rõ ràng là $\vec{B}_3 = 0$, do đó cảm ứng từ tổng hợp tại O bằng: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Để xác định cảm ứng từ do các đoạn dây AMB và ANB gây ra tại O, chia đoạn dây thành các đoạn rất nhỏ chiều dài Δl ; mỗi đoạn này được xem là một đoạn thẳng, gây ra tại O vectơ cảm ứng từ $\Delta\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Các vectơ $\Delta\vec{B}$ đều có độ lớn bằng nhau. Nếu xét toàn bộ vòng dây (chu vi $2\pi R$) $\Delta\vec{B}$ thì cảm ứng từ tại O bằng: $B = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I}{R}$.

Nếu chia vòng dây làm n đoạn nhỏ Δl dài bằng nhau, thì mỗi đoạn nhỏ gây ra tại O là một cảm ứng từ bằng: $\Delta B = \frac{B}{n} = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I}{R} \frac{1}{n} = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I}{R} \frac{\Delta l}{2\pi R}$.

Do đó, kí hiệu I_1 , I_2 là cường độ dòng điện chạy trên các đoạn dây AMB và ANB, l_1 và l_2 là chiều dài các cung \widehat{AMB} và \widehat{ANB} , ta có:

$$\begin{aligned} B_1 &= 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_1}{R} \cdot \frac{l_1}{2\pi R} \\ B_2 &= 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{I_2}{R} \cdot \frac{l_2}{2\pi R} \end{aligned} \quad (1)$$



Hình 1.10

Căn cứ vào chiều của các dòng điện I_1 và I_2 trên hình 1.10, ta thấy B_1 và B_2 ngược chiều nhau, do đó cảm ứng từ tổng hợp B có độ lớn:

$$B = B_1 - B_2 = \frac{10^{-7}}{R^2} (I_1 l_1 - I_2 l_2) \quad (2)$$

Mặt khác theo định luật Ôm: $r_1 I_1 = r_2 I_2$, (3)

với r_1 , r_2 là các điện trở của các đoạn dây AMB và ANB: $r_1 = \rho \frac{l_1}{S}$; $r_2 = \rho \frac{l_2}{S}$, do đó từ (3) ta có: $I_1 l_1 = I_2 l_2$, và ta suy ra: $B = 0$.

Ví dụ 2

Trong khoảng giữa hai mặt phẳng P, Q song song với nhau, cách nhau $d = 2\text{cm}$ có tồn tại một từ trường đều $B = 2\text{mT}$ có các đường sức từ song song với P và Q.

Một electron có vận tốc ban đầu bằng 0, được tăng tốc bởi một hiệu điện thế U rồi sau đó được đưa vào từ trường tại một điểm A trên mặt phẳng P theo phương vuông góc với P (Hình 1.11). Hãy xác định thời gian electron chuyển động trong từ trường, và phương chuyển động của electron khi nó ra khỏi từ trường trong những trường hợp sau đây:

- a) $U = 35,20\text{V}$ b) $U = 188,8\text{V}$.

Giải :

Vận tốc của electron sau khi được điện trường tăng tốc được xác định bằng định luật bảo toàn năng lượng:

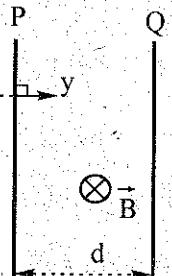
$$\frac{mv^2}{2} = eU \text{ suy ra } v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (1)$$

Khi electron lọt vào từ trường, lực Lo-ren-xô sẽ đóng vai trò lực hướng tâm và làm cho electron chuyển động tròn đều. Ta có: $evB = \frac{mv^2}{R}$ (2)

từ (1) và (2), ta có biểu thức của bán kính quỹ đạo R của electron trong từ trường:

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}} \quad (3)$$

- a) Trường hợp $U = 35,20\text{V}$.



Hình 1.11

Thay số vào (3) ta được $R = 1\text{cm}$. Vì $R < d$ nên electron sẽ chuyển động trong từ trường theo một nửa đường tròn và ra khỏi từ trường tại một điểm trên mặt phẳng P theo chiều ngược với chiều đi vào từ trường (Hình 1.12).

Thời gian hạt chuyển động trong từ trường :

$$t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{eB}$$

Thay số ta có : $t \approx 0,9 \cdot 10^{-9} \text{s}$.

b) Trường hợp $U = 188,8 \text{ V}$.

Thay số vào (3) ta được $R = 2,3\text{cm}$.

Vì $R > d$ nên electron sẽ ra khỏi từ trường tại một điểm trên mặt phẳng Q theo phương lệch với phương ban đầu một góc φ xác định bởi (Hình 1.13) :

$$\sin \varphi = \frac{d}{R} = \frac{2}{2,3} \approx 0,86 \text{ hay } \varphi \approx 60^\circ$$

Như vậy, cung tròn mà electron chuyển động trong từ trường chỉ chiếm $\frac{1}{6}$ đường tròn, và thời gian electron chuyển động trong từ trường là :

$$t = \frac{1}{6} \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi m}{3eB}. \text{ Thay số ta có } t \approx 0,3 \cdot 10^{-9} \text{s.}$$

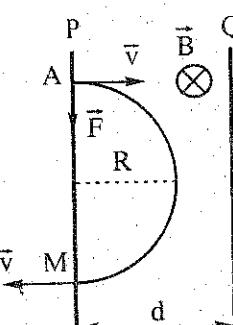
Ví dụ 3

Một thanh kim loại MN có chiều dài l , khối lượng m , được treo nằm ngang trên hai lò xo giống nhau, hệ số đàn hồi mỗi lò xo đều bằng k (Hình 1.14). Hệ được đặt trong từ trường đều \vec{B} hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

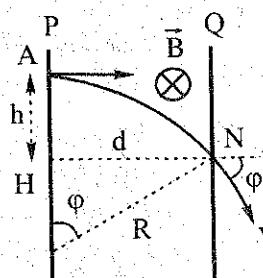
Khi thanh đang đứng cân bằng, người ta phóng vào thanh một dòng điện có cường độ I trong thời gian τ rất ngắn. Hỏi thanh MN có thể rời khỏi vị trí cân bằng của nó một đoạn A lớn nhất là bao nhiêu ? (Bỏ qua dịch chuyển của thanh trong thời gian phóng điện τ).

Giải :

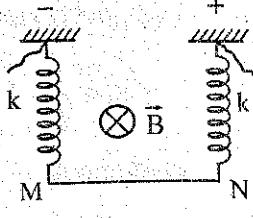
Độ dãn x_0 của mỗi lò xo khi thanh MN ở vị trí cân bằng được xác định bởi : $mg = 2kx_0$ hay $x_0 = \frac{mg}{2k}$



Hình 1.12



Hình 1.13



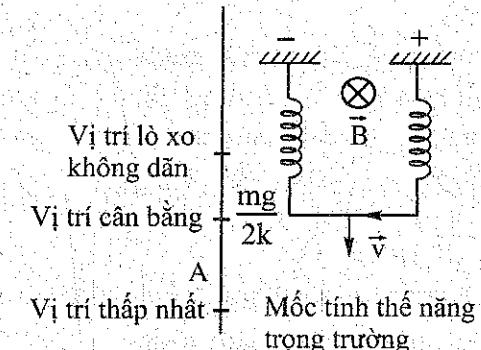
Hình 1.14

Trong thời gian phóng điện, thanh chịu tác dụng của lực từ $F = BIl$. Sau thời gian τ , thanh đạt vận tốc v được xác định bởi định luật Niu-ton II :

$$\frac{mv}{\tau} = F \text{ suy ra } v = \frac{BIl}{m}\tau$$

Vì ta bỏ qua dịch chuyển của thanh trong thời gian τ , nên cũng bỏ qua tác dụng của dòng cảm ứng trong thời gian này.

Thanh sẽ di xuống tới vị trí thấp nhất, cách vị trí cân bằng một đoạn A (Hình 1.15).



Hình 1.15

Ta quy ước vị trí thấp nhất đó là mối tính thế năng trọng trường.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{mv^2}{2} + 2 \cdot \frac{k}{2} \left(\frac{mg}{2k} \right)^2 + mgA = 2 \cdot \frac{k}{2} \left(\frac{mg}{2k} + A \right)^2$$

(những hệ số 2 ở các biểu thức thế năng đàn hồi là do có 2 lò xo).

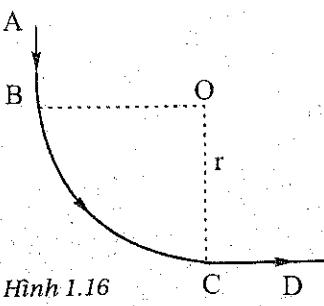
$$\text{Từ đó rút ra : } A = v \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$\text{Thay } v \text{ vào biểu thức của } A \text{ ta có : } A = \frac{BIl\tau}{\sqrt{2mk}}$$

(Nếu phóng điện theo chiều ngược lại, thanh dịch chuyển lên phía trên một đoạn cũng như vậy).

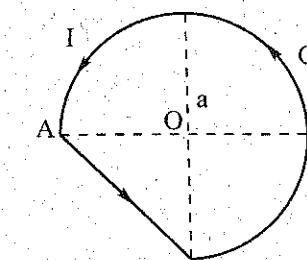
B. BÀI TẬP

- 1.1. Một dây dẫn ABCD mang dòng điện $I = 10A$, gồm 2 đoạn thẳng dài BA và CD và đoạn BC uốn cong thành một cung tròn bán kính $r = 10\text{cm}$ với góc ở tâm $\widehat{BOC} = 90^\circ$ (Hình 1.16). Xác định cảm ứng từ \vec{B} tại tâm O.



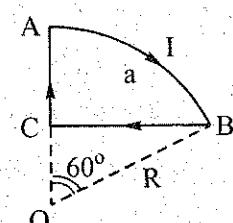
Hình 1.16

- 1.2. Một đoạn dây dẫn được uốn thành mạch điện kín ABC như trên hình 1.17 trong đó, AB là đoạn thẳng, còn ACB là ba phần tư đường tròn bán kính $a = 2\text{cm}$. Cho dòng điện cường độ $I = 10A$ chạy trong mạch. Xác định cảm ứng từ tại tâm O.



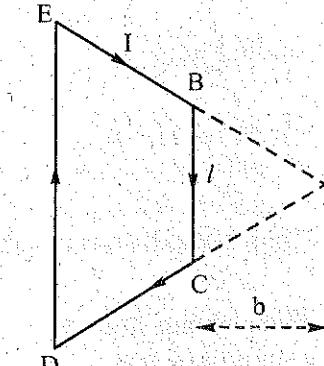
Hình 1.17

- 1.3. Cho mạch điện ABC như trên hình 1.18, trong đó AB là cung tròn bán kính $OA = OB = R = 10\text{cm}$, góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$, còn AC và CB là các đoạn thẳng, $AC \perp CB$. Xác định cảm ứng từ tại O.



Hình 1.18

- 1.4. Một đoạn dây dẫn được uốn thành hình chữ nhật, có các cạnh $a = 16\text{cm}$, $b = 30\text{cm}$, trong đó có dòng điện cường độ $I = 6A$ chạy qua. Xác định cảm ứng từ tại tâm hình chữ nhật.

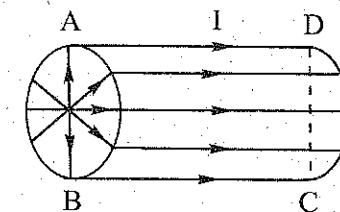


Hình 1.19

- 1.5. Một dây dẫn được uốn thành một hình thang cân có dòng điện cường độ $I = 3,14A$ chạy qua (Hình 1.19). Tỉ số chiều dài 2 dây $\frac{ED}{BC} = 2$, với $BC = l = 40\text{cm}$, và khoảng cách từ A (giao điểm của các đường kéo dài của hai cạnh EB và DC) đến BC là $b = 10\text{cm}$. Xác định cảm ứng từ tại A trong không khí.

- 1.6. Một dòng điện cường độ $I = 8A$ chạy trong khung dây dẫn có dạng một tam giác đều cạnh $a = 60\text{cm}$. Xác định cảm ứng từ tại tâm của tam giác.

- 1.7. Trên một lõi hình trụ tròn, bằng gỗ, chiều cao h, đường kính dây AB = d, người ta quấn bốn vòng dây dẫn hình chữ nhật, mặt phẳng của hai vòng dây kế tiếp hợp với nhau góc $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Cho dòng điện cường độ I chạy trong các vòng dây như trên hình 1.20.



Hình 1.20

Xác định cảm ứng từ tổng hợp do các vòng dây đó gây ra tại trung điểm M của trục lõi.

- 1.8. Tìm tỉ số chiều dài l và đường kính d của một ống dây điện dài (xôlênoít) sao cho có thể dùng công thức tính cảm ứng từ của ống dây dài vô hạn để tính cảm ứng từ tại tâm của ống dây đó mà không sai quá 0,5%.

- 1.9. Cho dòng điện cường độ I chạy qua dây dẫn được uốn thành một đa giác đều n cạnh, nội tiếp trong đường tròn bán kính R. Xác định cảm ứng từ tại tâm O của đa giác. Xét trường hợp $n = \infty$. Cho biết khi $x \rightarrow 0$ thì $\frac{\tan x}{x} \rightarrow 1$.

- 1.10. Cảm ứng từ tại tâm của một vòng dây dẫn hình tròn bằng B khi hiệu điện thế giữa 2 đầu dây bằng U. Hỏi nếu bán kính vòng dây tăng lên gấp đôi mà muốn giữ cho cảm ứng từ tại tâm vòng dây vẫn không đổi, thì hiệu điện thế giữa 2 đầu dây phải thay đổi như thế nào?

- 1.11. Hai vòng dây giống nhau có cùng bán kính R được đặt song song, có trục trùng nhau và 2 tâm O_1, O_2 cách nhau một đoạn $O_1O_2 = a$.

1. Cho $R = 10\text{cm}$, $a = 20\text{cm}$. Xác định cảm ứng từ tại O_1, O_2 và tại trung điểm O của O_1O_2 trong hai trường hợp :

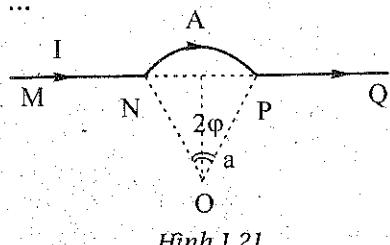
- a) Dòng điện chạy trên các vòng dây có cường độ $I_1 = I_2 = 3A$ và cùng chiều.
b) Dòng điện chạy trên các vòng dây có cùng cường độ $I_1 = I_2 = 5A$ và ngược chiều nhau.

2. Bây giờ giả sử dòng điện chạy trên các dây có cùng cường độ I và cùng chiều. Mô tả các biến thiên khả dĩ theo tỉ số $\frac{a}{R}$ của cảm ứng từ B tại một điểm M bất kì trên đoạn O_1O_2 với $OM = x$. Tỉ số $\frac{a}{R}$ phải có trị số bằng bao nhiêu

để đảm bảo từ trường là đều (B có trị số gần như không thay đổi) tại lân cận điểm O . Cho biết nếu b là một số nhỏ thì :

$$(1+b)^n = 1 + nb + \frac{n(n-1)}{2} b^2 + \dots$$

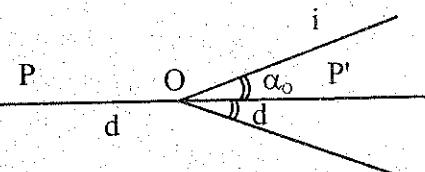
- 1.12. Cho dòng điện cường độ I chạy trên đoạn mạch $MNAPQ$ có dạng như trên hình 1.21, trong đó MN và PQ là 2 đoạn thẳng dài $MN = PQ = a$, còn NAP là một cung tròn tâm O , bán kính a , góc chắn cung



Hình 1.21

$\widehat{NOP} = 2\phi$. Xác định cảm ứng từ do đoạn mạch đó gây ra tại O . Xét trường hợp các đoạn NM và PQ rất dài.

- 1.13. Trong số những thành công đầu tiên mà Am-pe đã đạt được khi đoán nhận hiện tượng từ, có việc tính từ trường B sinh ra bởi dây dẫn có dòng điện chạy qua và so sánh nó với cách nhận định của Bi-ô và Xa-va. Một trường hợp riêng rất lí thú là trường hợp của một sợi dây rất dài có dòng điện chảy qua bị bẻ gập lại thành hai nửa đường thẳng hợp thành chữ "V", với nửa góc ở đỉnh là α (Hình 1.22). Theo cách tính của Am-pe thì độ lớn của từ trường ở một điểm P cho trước nằm trên trực của chữ "V", và ở phần



Hình 1.22

ngoài của nó, cách đỉnh một khoảng d thì tỉ lệ với $\tan \frac{\alpha}{2}$. Công trình của

Am-pe sau này đã nằm trong lí thuyết điện từ của Mác-xoen và được toàn thế giới công nhận. Dựa vào những hiểu biết hiện đại của điện từ học, em hãy :

- a) Xác định phương và chiều của vectơ cảm ứng từ \vec{B} tại điểm P .
- b) Biết rằng cảm ứng từ này tỉ lệ nghịch với $\tan \frac{\alpha}{2}$, hãy tìm hệ số tỉ lệ K trong

$$\text{biểu thức } |B(P)| = K \tan \frac{\alpha}{2}.$$

- c) Tính vectơ cảm ứng từ \vec{B} tại điểm P' đối xứng đối với P đối với đỉnh O của chữ "V", nghĩa là nằm trên trực và cách đỉnh một khoảng d , nhưng ở bên trong chữ "V" (Hình 1.22).

- d) Để đo từ trường, ta đặt tại P một kim nam châm nhỏ có momen quán tính I và momen lưỡng cực từ μ ; nó dao động quanh một điểm cố định trong mặt phẳng chứa phương của \vec{B} . Tính chu kì của các dao động nhỏ của kim ấy như một hàm của B .

Trong cùng điều kiện Bi-ô và Xa-va lại cho rằng từ trường tại P (viết theo kí hiệu hiện đại) có dạng $B(P) = \frac{i\mu_0 \alpha}{\pi^2 d}$, trong đó μ_0 là độ từ thẩm của chân không. Các

ông này dự định kiểm tra hai dự đoán nói trên (của Am-pe và của Bi-ô – Xa-va) bằng thí nghiệm, bằng cách đo chu kì dao động của kim nam châm phụ thuộc theo khung dây dẫn hình chữ "V". Với một vài giá trị α , thì sự sai khác là quá nhỏ để có thể đo được một cách dễ dàng.

- e) Nếu như để có thể phân biệt được hai dự đoán về từ trường nói trên, thì đối với chu kì dao động T của kim nam châm tại P ta cần phải có sự sai khác ít nhất là 10% nghĩa là $T_1 > 1,1T_2$ (T_1 là chu kì tính theo dự đoán của Am-pe, T_2 là chu kì tính theo dự đoán của Bi-ô và Xa-va), hãy chỉ rõ ta phải chọn nửa góc đỉnh α của chữ "V" trong khoảng nào để có thể kết luận về sự đúng - sai của hai dự đoán nói trên.

Gợi ý : Tùy theo cách làm bài của em, công thức lượng giác sau đây có thể phải dùng đến $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}$.

(Trích Đề thi Olympic Vật lí quốc tế, năm 1999 ở Italia)

- 1.14. Khung dây của một điện kế có diện tích $S = 1\text{cm}^2$ gồm $n = 200$ vòng dây mảnh, được treo bằng một sợi dây đàn hồi trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 5 \cdot 10^{-3}\text{T}$ sao cho mặt phẳng của khung song song với các đường cảm ứng từ. Khi cho dòng điện $I = 2\mu\text{A}$ qua điện kế, thì khung quay đi một góc $\alpha = 30^\circ$. Tính hằng số xoắn C của dây treo.

- 1.15. Hai khung dây mang dòng điện, có cùng momen từ bằng $p_m = 0,01\text{A.m}^2$, được đặt cách nhau $d = 50\text{cm}$ sao cho momen từ của khung dây thứ hai vuông góc với trực của khung dây thứ nhất, kích thước của các khung rất nhỏ so với khoảng cách giữa 2 khung. Tính momen lực từ tác dụng lên khung thứ hai.

- 1.16. Một vòng dây hình tròn bán kính $R = 10\text{cm}$, đường kính tiết diện dây $d = 0,1\text{mm}$, được đặt nằm ngang trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} hướng thẳng đứng. Cho dòng điện $I = 10\text{A}$ chạy qua vòng dây.

- a) Tính lực căng F đặt lên vòng dây do tác dụng của từ trường khi $B = 0,2\text{T}$.
 b) Với giá trị nào của cảm ứng từ B thì vòng dây sẽ bị lực từ kéo đứt. Cho biết giới hạn bền của dây là $\sigma_b = 2,3 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

(Trích Đề thi chọn đội tuyển học sinh giỏi quốc gia tham dự Olimpic Vật lý quốc tế, năm 1999)

Gợi ý : Chia vòng dây thành từng đoạn nhỏ, xác định lực từ tác dụng lên từng đoạn dây rồi xác định hợp lực.

- 1.17. Một hình trụ bằng gỗ dài $l = 10\text{cm}$, mang một khung dây phẳng hình chữ nhật gồm 10 vòng dây đặt sát vào hình trụ và mặt phẳng khung dây đi qua trục hình trụ ; khối lượng tổng cộng của hình trụ $m = 0,25\text{kg}$. Đặt hình trụ lên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,5\text{T}$ và hướng thẳng đứng lên trên. Ban đầu mặt phẳng khung dây song song với mặt phẳng nghiêng. Để cho hình trụ không lăn trên mặt phẳng nghiêng phải cho dòng điện có cường độ I_0 bằng bao nhiêu chạy qua khung dây ? Nếu cường độ dòng điện qua khung dây bằng $2I_0$ thì hình trụ sẽ lăn di một góc bằng bao nhiêu ? Coi rằng ma sát trượt giữa hình trụ và mặt phẳng nghiêng là rất lớn.

Gợi ý : Áp dụng điều kiện cân bằng của hình trụ.

- 1.18. Hai cuộn dây nhỏ giống nhau được đặt sao cho trục của chúng nằm trên cùng một đường thẳng. Khoảng cách giữa hai cuộn dây $l = 20\text{cm}$ rất lớn so với kích thước các cuộn dây. Số vòng trên mỗi cuộn dây đều bằng $N = 200$ vòng, bán kính của các vòng dây $R = 1\text{cm}$. Cho cùng một dòng điện cường độ $I = 1\text{A}$ chạy qua 2 cuộn dây đó. Tính lực tương tác giữa 2 cuộn dây đó.

Gợi ý : Tính thế năng (tử) của một cuộn dây đặt trong từ trường của cuộn dây, từ đó xác định lực từ.

- 1.19. Một đoạn dây dẫn thẳng dài $l = 10\text{cm}$, mang dòng điện $I = 2\text{A}$, chuyển động với vận tốc $v = 20\text{cm/s}$ trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,5\text{T}$ theo phương vuông góc với đường sức từ. Dây dẫn chuyển động theo chiều sao cho lực từ sinh công cảm. Tính công cảm đó sau thời gian $t = 10$ giây.

- 1.20. Một electron chuyển động trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 5 \cdot 10^{-3}\text{T}$, theo hướng hợp với đường sức từ một góc $\alpha = 60^\circ$. Năng lượng của electron bằng $W = 1,64 \cdot 10^{-16}\text{J}$. Trong trường hợp này, quỹ đạo của electron là một đường định ốc. Hãy tìm vận tốc của electron ; bán kính của vòng định ốc và chu kỳ quay của electron trên quỹ đạo, và bước của đường định ốc.

- 1.21. Cho một tụ điện mà hai bán của nó là một phần của hai mặt trục bán kính $R_1 = 5\text{cm}$ và $R_2 = 6\text{cm}$. Tụ điện được đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,2\text{T}$ và phương của \vec{B} song song với trục chung của 2 bán tụ điện. Một chùm hạt α có năng lượng mỗi hạt $W = 1000\text{ eV}$, bay vào trong tụ điện qua một khe hẹp ở cách đều 2 bán tụ điện. Khi lọt qua khe các hạt α có vận tốc vuông góc với trục và với đường kính thiết diện của mặt trục. Tìm hiệu điện thế giữa hai bán tụ điện, biết rằng khi chuyển động hạt α luôn luôn cách đều 2 bán. Cho biết: bán ngoài của tụ điện có điện thế âm ; điện dung của tụ điện: $C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(\frac{R_1}{R_2})}$, với l là chiều dài của các mặt trục ; hạt α có điện tích $+2e$ và có khối lượng $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27}\text{kg}$; bỏ qua hiệu ứng bờ ở các mép bán và tác dụng của trọng lực.

- 1.22. Một electron sau khi được gia tốc bằng hiệu điện thế $U = 300\text{V}$ thì chuyển động song song với một dây dẫn thẳng dài và cách dây dẫn một khoảng $a = 4\text{mm}$. Xác định lực tác dụng lên dây dẫn, biết rằng dòng điện chạy trong dây dẫn có cường độ $I = 5\text{A}$.

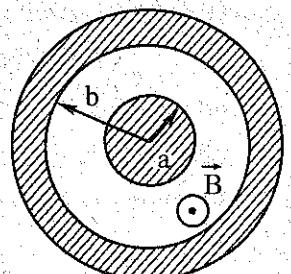
- 1.23. Một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 5 \cdot 10^{-4}\text{T}$ có đường sức từ vuông góc với đường sức của một điện trường đều có cường độ $E = 10^3\text{V/m}$. Một chùm electron bay vào vùng không gian có điện trường và từ trường nói trên với vận tốc \vec{v} vuông góc với mặt phẳng chứa \vec{E} và \vec{B} .

a) Tìm vận tốc \vec{v} của electron biết rằng chùm electron không bị lệch do tác dụng đồng thời của điện trường và từ trường.

b) Xác định bán kính quỹ đạo của electron khi chỉ có tác dụng của từ trường.

- 1.24. Tìm độ lớn của cảm ứng từ B trong máy gia tốc xioclôtron biết rằng bán kính cực đại của quỹ đạo của prôtôn (hạt nhân nguyên tử hidrô) trước khi bắn vào bia là $R_{max} = 60\text{cm}$ và năng lượng của prôtôn khi đó bằng $W = 4\text{MeV}$. Cho biết khối lượng prôtôn $m = 1,6725 \cdot 10^{-27}\text{kg}$.

- 1.25*. Khoảng không gian giữa một cặp vật dẫn hình trụ đồng trục đã được rút chân không. Bán kính hình trụ trong là a , bán kính trong của hình trụ ngoài là b (Hình 1.23). Hình trụ ngoài gọi là anôt và có thể đặt



Hình 1.23

ở điện thế dương V so với hình trụ trong. Người ta thiết lập một từ trường không đổi, đồng nhất (\vec{B}) song song với trục hình trụ và hướng vuông góc với mặt hình trụ như hình vẽ. Bỏ qua các điện tích cảm ứng trên các vật dẫn.

Trong bài này, ta nghiên cứu phương trình động lực học của electron khỏi lượng nghỉ m , tích điện $-e$; các electron này phát ra từ bề mặt của hình trụ trong.

a) Thoạt đầu ta đặt điện thế V nhưng $\vec{B} = 0$. Các electron được giải phóng từ mặt khối trụ trong với vận tốc không đáng kể. Hãy tính tốc độ của nó khi nó đập vào anôt; cho kết quả trong 2 trường hợp: phi tương đối tính và tương đối tính. Trong các phần còn lại của bài toán chỉ cần xét trường hợp phi tương đối tính.

b) Bây giờ cho $V = 0$ và cho tác dụng của từ trường \vec{B} . Một electron phát ra theo phương bán kính với vận tốc \vec{v}_0 . Khi từ trường lớn hơn một giá trị tới hạn B_C , electron không tới được anôt. Vẽ quỹ đạo của electron khi B hơi lớn hơn B_C . Từ đây vê sau, ta cho tác dụng đồng thời của V và từ trường đồng nhất \vec{B} .

c) Từ trường sẽ gây ra cho electron một momen động lượng đối với trục hình trụ khác không. Hãy viết một phương trình cho ta tốc độ thay đổi $\frac{dL}{dt}$ của momen động lượng. Chứng tỏ rằng phương trình đó nói lên đại lượng $(L - KeBr^2)$ không thay đổi khi electron chuyển động, trong đó K là một số xác định không có thứ nguyên, r là khoảng cách tính đến trục hình trụ. Xác định giá trị của K .

d) Xét một electron phát ra hình trụ trong với tốc độ không đáng kể và không đến được anôt, nhưng đạt được khoảng cách tối đa r_m đối với trục hình trụ. Xác định tốc độ v tại điểm mà khoảng cách theo phương bán kính là lớn nhất theo r_m .

e) Chúng ta muốn dùng từ trường để điều khiển dòng electron đi tới anôt. Với B lớn hơn từ trường tối hạn B_C thì electron phát ra từ bề mặt khối trụ trong với vận tốc không đáng kể sẽ không đến được anôt. Xác định B_C .

f) Nếu electron được phát ra bằng cách đốt nóng khối trụ trong, thì chúng có thể có tốc độ khác không ở bề mặt khối trụ trong. Thành phần vận tốc ban đầu song song với \vec{B} là v_B , thành phần vuông góc với \vec{B} là v_r (theo phương bán

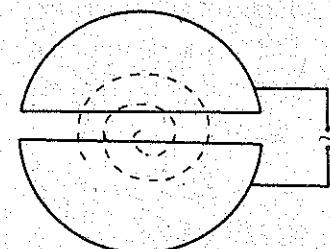
kính) và v_ϕ (theo phương vuông góc với bán kính). Hãy xác định từ trường tối hạn để electron đạt tới anôt trong bối cảnh ấy.

(Trích đề thi Olympic Vật lí quốc tế, năm 1996 ở Na-uy)

1.26. Một electron bay vào trong khoảng giữa 2 bản của một tụ điện phẳng có các bản nằm ngang chiều dài $l = 5\text{cm}$, và giữa 2 bản có điện trường cường độ $E = 100\text{V/cm}$. Hướng bay của electron song song với các bản và vận tốc khi bay vào tụ điện bằng $v_0 = 10^7 \text{m/s}$. Khi ra khỏi tụ điện electron bay vào một từ trường có cảm ứng từ $B = 0,01\text{T}$ và có đường sức vuông góc với đường sức điện trường. Tìm bán kính quỹ đạo định ốc của electron trong từ trường và bước của định ốc đó.

1.27. Xiclôtron là máy gia tốc gồm 2 hộp rỗng bằng kim loại hình chữ D, cách nhau một khe (Hình 1.24).

1.24. Có một từ trường với cảm ứng từ \vec{B} không đổi vuông góc với mặt hộp. Gần tâm của 2 hộp đó có nguồn phát ra hạt tích điện với vận tốc \vec{v} vuông góc với \vec{B} . Biết khối lượng m và điện tích q của hạt.



Hình 1.24

a) Chứng minh rằng quỹ đạo của hạt trong từ trường là đường tròn. Tính bán kính đường tròn này.

b) Có một hiệu điện thế xoay chiều đặt vào 2 hộp D với tần số thích hợp để hạt được tăng tốc mỗi lần đi qua khe. Quỹ đạo của hạt gần giống đường xoắn ốc. Chính xác thì quỹ đạo ấy có dạng như thế nào?

c) Tính tần số quay của hạt, cho nhận xét về tần số này. Tần số của hiệu điện thế xoay chiều phải bằng bao nhiêu để hạt được tăng tốc mỗi lần đi qua khe? Trong phần dưới đây, xét trường hợp hạt prôtôn có khối lượng $m_p = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ và điện tích $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$. Hiệu điện thế đặt vào các D có tần số $f = 10^7 \text{Hz}$. Vòng cuối cùng của prôtôn trước khi ra khỏi xiclôtron có bán kính $0,42\text{m}$.

d) Tính cảm ứng từ B và động năng cuối cùng của prôtôn (động năng tính bằng MeV).

e) Cực đại của hiệu điện thế giữa các D là 20kV . Tính số vòng mà prôtôn đã quay trước khi ra khỏi xiclôtron.

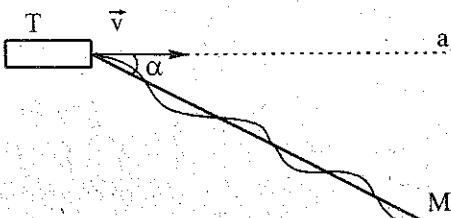
(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1991 – 1992)

1.28. Các electron được gia tốc bởi một hiệu điện thế U và bắn vào chân không từ một ống phóng T theo đường thẳng a (Hình 1.25). Ở một khoảng cách nào đó đối với ống phóng người ta đặt một máy thu M sao cho khoảng cách $TM = d$ tạo với đường thẳng a một góc α . Hỏi :

a) Cảm ứng từ của từ trường đều có đường sức vuông góc với mặt phẳng tạo bởi đường thẳng a và điểm M phải bằng bao nhiêu để các electron đi vào máy thu ?

b) Cảm ứng từ của từ trường đều có đường sức song song với đường thẳng TM phải bằng bao nhiêu để các electron đi tới máy thu ?

Ghi chú : Lúc đầu giải bài tập dưới dạng tổng quát, sau đó tính toán với các giá trị : $U = 1000V$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$; $\alpha = 60^\circ$; $d = 5,0cm$; $B < 0,03T$.



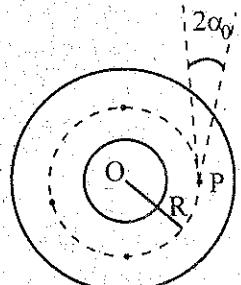
Hình 1.25

1.29*. Trong lòng một buồng hình xuyên có từ trường với cảm ứng từ \vec{B} có độ lớn B không đổi. Từ nguồn điểm P phát ra một chùm electron theo phương các đường sức từ, các electron này đã được tăng tốc bởi hiệu điện thế U_0 . Góc mở $2\alpha_0$ của chùm là rất nhỏ ($2\alpha_0 \ll 1rad$). P ở trên bán kính R của hình xuyên (Hình 1.26). Bỏ qua tương tác giữa các electron trong chùm.

1. Để giữ cho chùm electron chuyển động trong hình xuyên phải có một từ trường (gọi là từ trường "lái") \vec{B}_1 . Tính B_1 với một electron chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính R .

2. Tìm giá trị B sao cho chùm electron hội tụ tại bốn điểm cách nhau $\frac{\pi}{2}$ như trong hình 1.26. Khi xét quỹ đạo của electron, có thể bỏ qua sự cong của các đường sức từ.

3. Không thể giữ cho chùm electron chuyển động trong hình xuyên nếu không có từ trường "lái" \vec{B}_1 . Thế nhưng electron vẫn có một chuyển động vuông góc với mặt phẳng của hình xuyên mà ta gọi là chuyển động "trôi".



Hình 1.26

a) Chứng minh rằng độ lệch của bán kính quỹ đạo của electron so với bán kính ban đầu R là hữu hạn.

b) Xác định chiều của vận tốc "trôi".

Cho biết $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{-11} C/kg$; $U_0 = 3kV$; $R = 50 mm$.

Gợi ý : Có thể bỏ qua góc mở của chùm electron. Sử dụng các định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn momen động lượng.

(Trích Đề thi Olympic Vật lí quốc tế, năm 1987 ở Đức).

1.30. Một hình hộp có các cạnh a , b , c ($a \gg b \gg c$) làm bằng chất bán dẫn InSb, có dòng điện I chạy song song với cạnh a . Thanh đó đặt trong từ trường có cảm ứng từ B song song với cạnh c . Từ trường do dòng I sinh ra có thể bỏ qua. Hat mang dòng trong InSb là các electron. Vận tốc trung bình các electron trong chất bán dẫn khi chỉ có điện trường tác dụng là $v = \mu E$, trong đó μ là độ linh động. Nếu có thêm từ trường thì điện trường tổng cộng không song song với dòng điện nữa, hiện tượng này gọi là hiệu ứng Hôen.

a) Xác định độ lớn và hướng của điện trường tổng cộng trong thanh, vẽ hình.

b) Tính hiệu điện thế giữa 2 điểm đối diện trên 2 mặt của thanh vuông góc với cạnh b .

c) Tìm biểu thức của thành phần không đổi của hiệu điện thế đã tính trong câu b, nếu dòng điện và từ trường đều là xoay chiều : $I = I_0 \sin \omega t$, $B = B_0 \sin(\omega t + \varphi)$.

d) Hãy nghĩ ra và vẽ sơ đồ một mạch điện có thể khai thác kết quả ở câu c) để đo công suất tiêu thụ bởi 1 máy điện nối với mạng điện xoay chiều, giải thích hoạt động của sơ đồ. Cho các số liệu sau đây : Độ linh động của electron trong InSb bằng $7,8 m^2/v.s$. Nồng độ electron trong InSb bằng $2,5 \cdot 10^{22} m^{-3}$; $I = 1,0A$; $c = 1mm$; $B = 0,1T$; $b = 1,0cm$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$.

(Trích Đề thi Olympic Vật lí quốc tế, năm học 1995 ở Nam Tư).

1.31. Một khung dây hình chữ nhật cạnh $a = 5cm$, $b = 10cm$ được đặt sao cho cạnh b song song với một dây dẫn thẳng dài và cũng nằm trong mặt phẳng của khung dây dẫn. Cạnh b của khung gần dây dẫn hơn cách dây một đoạn $x_0 = 2,5cm$. Cho biết dây dẫn thẳng mang dòng điện $I_1 = 10A$; khung dây mang dòng điện $I_2 = 2A$. Hãy tính công cần thực hiện trong hai trường hợp sau :

a) Tính tiến khung một đoạn a theo phương vuông góc với dây dẫn.

b) Quay khung 180° xung quanh cạnh b xa dây dẫn hơn. Giải thiết trong khi khung chuyển động, dòng điện trong khung và trong dây dẫn thẳng đều không đổi.

Gợi ý : Áp dụng công thức $A = I \cdot \Delta\Phi$.

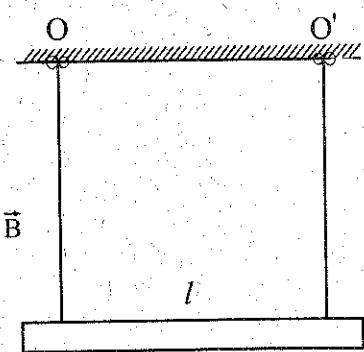
1.32. Trong một thiết bị dùng để xác định thành phần các đồng vị (phổ kí khối lượng) của nguyên tố kali, các ion dương kali của hai đồng vị, được tích điện như nhau, có số khối (nguyên tử lượng) $A_1 = 39$ và $A_2 = 41$, được tăng tốc trong điện trường rồi đi vào từ trường đều \vec{B} vuông góc với hướng chuyển động của chúng. Trong quá trình thí nghiệm, do sự không hoàn hảo của thiết bị tăng tốc, hiệu điện thế có trị số biến đổi từ $U_0 - \Delta U$ đến $U_0 + \Delta U$. Muốn cho các chùm hạt đồng vị kali không chồng chéo lên nhau, thì độ sai lệch tương đối của hiệu điện thế $\frac{\Delta U}{U_0}$ chỉ cho phép tối đa bằng bao nhiêu ? Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

1.33. Cho một bản kim loại khối lượng m diện tích S ; bề dày d chuyển động thẳng đứng với vận tốc v trong từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} song song với mặt đất. Mặt của bản kim loại song song với vectơ \vec{B} và vuông góc với mặt đất.

a) Tìm độ lớn của điện tích xuất hiện trên bản.

b) Cho bản rơi thẳng xuống. Tìm gia tốc rơi của bản.

1.34. Thanh cứng MN dẫn điện có chiều dài l và khối lượng m được treo bằng hai dây không trọng lượng với xà ngang (Hình 1.27). Hệ thống đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} hướng thẳng đứng lên trên. Cho dòng điện I_0 chạy qua mạch trong thời gian ngắn Δt . Xác định độ lệch cực đại của thanh MN so với mặt phẳng thẳng đứng.



Hình 1.27

1.35. Một hạt tích điện bay vào trong một môi trường. Hạt chịu lực cản của môi trường tỉ lệ với vận tốc và di được một đoạn $l_0 = 10\text{cm}$ thì dừng lại. Khi tạo ra trong môi trường một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với vận tốc đầu, thì hạt đó chuyển động cong và dừng lại tại một điểm cách điểm đầu $l_1 = 6\text{cm}$.

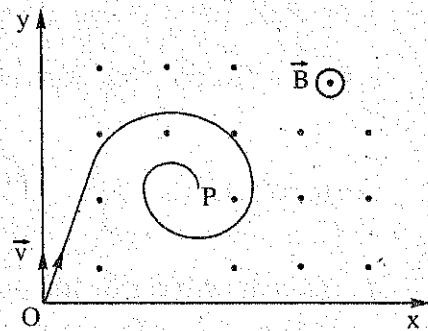
Hỏi nếu độ lớn của cảm ứng từ \vec{B} giảm còn một nửa, thì nó dừng lại cách điểm đầu l_1 bằng bao nhiêu ?

Gợi ý : Áp dụng định luật II Niu-ton với lực từ $\vec{F}_t = q[\vec{v} \times \vec{B}]$.

1.36. Một đĩa kim loại hình tròn, bán kính R , bề dày d ($d \ll R$) rơi trong từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} song song với mặt đất. Tính gia tốc của đĩa. Biết rằng khi rơi, đĩa chỉ chuyển động tịnh tiến và trực của đĩa luôn luôn vuông góc với \vec{B} .

Gợi ý : Khi đĩa rơi, giữa hai mặt đĩa có hiệu điện thế và có thể xem đĩa như một tụ điện.

1.37. Trong miền không gian phẳng xOy ở phía $y > 0$ có một từ trường đều \vec{B} , \vec{B} có phương z, chiều hướng ra phía ngoài mặt phẳng hình 1.28. Một hạt mang điện tích q , khối lượng m , chuyển động dọc theo trực y với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 đi vào miền không gian đó. Khi chuyển động trong miền không gian đó, hạt chịu tác dụng của lực cản tỉ lệ với vận tốc : $\vec{F}_c = -a\vec{v}$.



Hình 1.28

Lực cản này có trị số lớn sao cho hạt luôn luôn ở trong miền không gian đó. Sau khi vào trong miền không gian đó, hạt chuyển động theo một quỹ đạo “xoắn ốc” di đến điểm P.

Hãy xác định vị trí điểm P. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

Gợi ý : Chiếu phương trình định luật II Niu-ton lên hai trực Ox , Oy và lưu ý :

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}, a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \dots$$

1.38. Xét một đám mây electron hình trụ, bán kính R , dài vô hạn. Mật độ electron có giá trị đồng đều n_0 , diện tích của electron là $-e$ và khối lượng của electron là m . Quanh đám mây là chân không. Có một từ trường đều, không đổi dọc theo trực của hình trụ (trục z) sao cho $\vec{B}_0 = B_0 \vec{k}$ với $B_0 > 0$ và \vec{k} là vectơ đơn vị theo phương z. Đám mây electron quay xung quanh trực z với vận tốc

TỰ CẢM. HỒ CẨM

góc ω (Hình 1.29). Các vận tốc không tương đối tính. (Một chất khí gồm các hạt tích điện gọi là một "plasma").

a) Tìm cường độ điện trường tại điểm nằm cách trục một khoảng r ($r < R$) bên trong đám mây.

b) Tìm hợp lực tác dụng lên một electron nằm cách trục một khoảng r bên trong đám mây. Bỏ qua từ trường sinh ra bởi chuyển động quay của đám mây. (Sự bỏ qua này sẽ được xác nhận ở câu f).

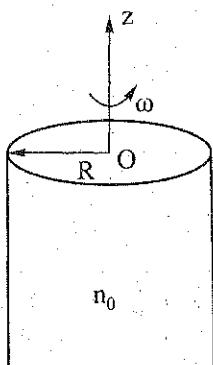
c) Bằng cách sử dụng định luật II Niu-ton, hãy chỉ ra rằng có hai giá trị của ω là khả dĩ đối với các electron để cho hệ là ổn định. Hãy viết các giá trị ω này theo hai tần số khác liên quan đến bài toán, đó là tần số xiết lôtron $\omega_C = \frac{eB_0}{m}$

và tần số "plasma" $\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m}}$, trong đó ϵ_0 là hằng số điện.

d) Tìm mật độ electron lớn nhất $n_{0\max}$ để đám mây electron có thể bị giam giữ bởi từ trường $B_0 \vec{k}$. Hãy viết câu trả lời theo mật độ năng lượng $\frac{B_0^2}{2\mu_0}$ và năng lượng nghỉ mc^2 của electron.

e) Hãy tính từ trường \vec{B} sinh ra bởi chuyển động quay của đám mây tại một điểm nằm cách trục một khoảng r trong đám mây hình trụ.

f) Hãy xác định lực tác dụng lên một điện tích trong đám mây hình trụ do từ trường \vec{B} gây nên. Hãy chỉ ra rằng tỉ số của lực này và lực điện trường bằng $\frac{v^2}{c^2}$, trong đó v là vận tốc của hạt tích điện còn c là tốc độ ánh sáng. (Điều đó chứng tỏ rằng tác dụng của từ trường \vec{B} là không đáng kể khi vận tốc quay là không tương đối tính).



Hình 1.29

I – CÔNG THỨC CỦA SUẤT ĐIỆN ĐỘNG CẢM ỨNG

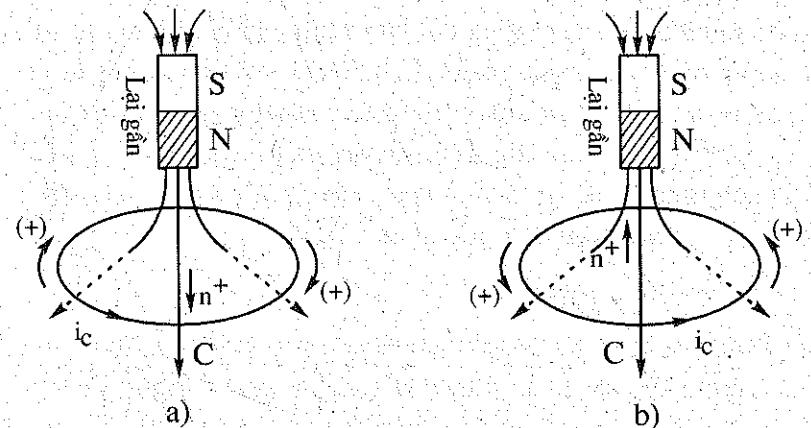
1. Suất điện động cảm ứng

Suất điện động sinh ra dòng điện cảm ứng gọi là suất điện động cảm ứng. Về mặt toán học nó được xác định bằng công thức sau đây :

$$e_c = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi(t)$$

2. Ta hãy làm rõ sự xuất hiện dấu trừ (-) trong công thức trên. Thực vậy, để có được công thức diễn tả một cách định lượng định luật cảm ứng điện từ của Fa-ra-daye và định luật Len-xơ, người ta đã phải đưa ra các quy ước sau đây :

a) Trước hết chọn một chiều dương cho mạch kín (C) rồi chọn chiều của pháp tuyến dương cho thuận với chiều dương của mạch (C) (tức là tuân theo quy tắc cái định ốc thuận hay quy tắc nắm tay phải). Khi ấy cả Φ và i_c đều là những đại lượng đại số.



Hình 2.1

Ta hãy vận dụng các quy ước về chiều dương vào thí nghiệm được miêu tả ở hình 2.1.

Theo cách chọn các chiều dương như ở hình 2.1a thì $\Phi > 0$. Khi đưa nam châm lại gần (C) thì từ thông tăng, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$. Thí nghiệm cho thấy dòng điện cảm ứng chạy theo chiều ngược với chiều dương đã chọn : $i_c < 0$.

Theo cách chọn các chiều dương như ở hình 2.1b thì $\Phi < 0$. Khi đưa nam châm lại gần (C) thì từ thông giảm, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} < 0$. Thí nghiệm cho thấy dòng điện cảm ứng chạy theo chiều dương của (C) : $i_c > 0$.

Ta nhận thấy trong cả hai cách chọn chiều dương thì i_c luôn luôn trái dấu với $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

b) Ta còn phải thêm một quy ước cho e_c . Ta quy ước $e_c > 0$ nếu $i_c > 0$ và $e_c < 0$ nếu $i_c < 0$. Như vậy xét về độ lớn và về dấu thí nghiệm về hiện tượng cảm ứng điện từ cho ta : $e_c = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi'(t)$.

II – TỰ CẢM. MẠCH RL

1. Suất điện động tự cảm

a) Hiện tượng tự cảm

Hiện tượng cảm ứng điện từ xảy ra trong mọi trường hợp mà từ thông qua diện tích giới hạn bởi mạch biến đổi, và hoàn toàn không phụ thuộc vào nguyên nhân gây ra sự biến thiên từ thông đó. Nói riêng, sự biến thiên từ thông này có thể do chính dòng điện chạy trong mạch đó biến đổi với thời gian gây ra ; khi đó trong mạch kín ta xét có xuất hiện một dòng điện cảm ứng mà người ta gọi là *dòng điện tự cảm*, và hiện tượng cảm ứng điện từ xảy ra khi đó được gọi là *hiện tượng tự cảm*. Một cách tổng quát, *khi trong mạch kín có dòng điện biến đổi theo thời gian thì trong mạch sẽ xuất hiện hiện tượng tự cảm*.

b) Độ tự cảm (hệ số tự cảm)

Theo định luật Bi-ô-Xa-ya thì cảm ứng từ B tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện i tạo ra từ trường và mặt khác, theo định nghĩa thì từ thông Φ lại tỉ lệ thuận với cảm ứng từ B . Vì vậy ra có thể kết luận rằng, từ thông toàn phần gửi qua mạch điện tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện i chạy trong mạch, nghĩa là ta có thể viết :

$$\Phi = Li \quad (2.1)$$

Trong đó, hệ số tỉ lệ L phụ thuộc hình dạng, kích thước của mạch điện và vào môi trường bao quanh mạch. L được gọi là *độ tự cảm* hay *hệ số tự cảm* của mạch. L chỉ có giá trị không đổi nếu trong mạch không có vật sắt từ, nếu có vật sắt từ thì L là hàm của cường độ dòng điện i .

Nếu ta chọn một chiều dương cho mạch (C) thì i và Φ là những đại lượng đại số, cùng dương hoặc cùng âm.

Trong hệ SI, đơn vị của độ tự cảm là henri, kí hiệu là H. Ta có thể tính được độ tự cảm của xôlênoit. Với xôlênoit khá dài, từ trường bên trong nó có thể xem là đều, có cảm ứng từ :

$$B = \mu\mu_0 nI = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I \quad (\mu \text{ là độ từ thẩm của môi trường})$$

Kí hiệu S là diện tích một vòng dây, ta có từ thông gửi qua ống dây :

$$\Phi = NBS = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} IS$$

Từ đó, theo (2.1), độ tự cảm của xôlênoit là :

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} \quad (2.2)$$

c) Suất điện động tự cảm

Suất điện động tạo ra dòng điện tự cảm được gọi là suất điện động tự cảm e_{tc} . Theo (2.1) ta có :

$$e_{tc} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(Li)}{\Delta t} \quad (2.3)$$

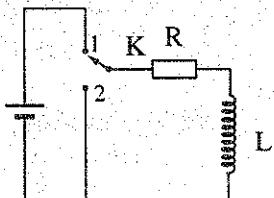
Nếu trong mạch không có vật sắt từ ta có :

$$e_{tc} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -Li' \quad (2.4)$$

(i' là đạo hàm của i theo thời gian t).

2. Mạch RL

Mạch RL gồm điện trở R và cuộn dây có độ tự cảm L (thường gọi là cuộn cảm) mắc nối tiếp. Ta xét mạch RL mắc theo sơ đồ như trên hình 2.2 (trong đó \mathcal{E} là nguồn điện có điện trở trong không đáng kể) và khảo sát



Hình 2.2

sự biến thiên của cường độ dòng điện trong mạch RL khi đóng mạch và khi ngắt khoá K.

a) Khi khoá K nối vào điểm 1 (đóng mạch), cường độ dòng điện trong mạch tăng. Giả sử ở thời điểm t cường độ dòng điện là i , trong mạch, ngoài suất điện động \mathcal{E} còn có suất điện động tự cảm $-Li'$ (giả sử cuộn cảm không có lõi sắt từ).

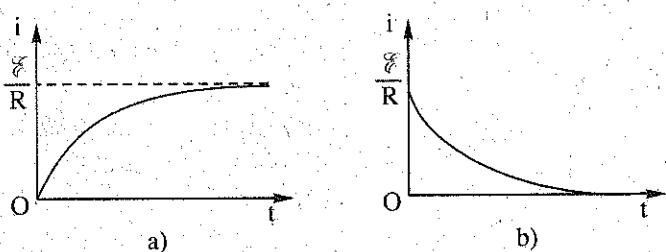
Áp dụng định luật Ôm cho mạch kín ta có : $\mathcal{E} - Li' = Ri$

$$\text{hay } iR + Li' = \mathcal{E}. \quad (2.5)$$

Bởi vì ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) $i = 0$ nên từ (2.5) phép tính chi tiết cho ta :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (2.6)$$

Đại lượng $\tau = \frac{L}{R}$ có thứ nguyên thời gian, gọi là hằng số thời gian tự cảm. Trên hình 2.3 có vẽ đồ thị về sự phụ thuộc của dòng điện vào thời gian khi đóng mạch. Sau khoảng thời gian $t = \tau$, dòng điện trong mạch tăng đến giá trị bằng $0,63 \frac{\mathcal{E}}{R}$.



Hình 2.3

b) Sau khi dòng điện trong mạch đã đạt giá trị ổn định $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$, ta cho khoá K

nối vào điểm 2 (ngắt mạch). Ở thời điểm t , cường độ dòng điện i chạy trong mạch thoả mãn phương trình :

$$iR + Li' = 0 \quad (2.7)$$

Bởi vì ở thời điểm ban đầu ($t = 0$), $I = i = \frac{\mathcal{E}}{R}$, nên từ (2.7) phép tính chi tiết

$$\text{cho ta: } i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.8)$$

Ta có đồ thị trên hình 2.2b. Sau thời gian $t = \tau = \frac{R}{L}$; dòng điện trong mạch

$$\text{chỉ còn } 0,37 \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

3. Chú ý

a) Hiện tượng tự cảm không những xảy ra trong một mạch điện, như đã xét ở trên, mà còn xảy ra ngay trong lòng một dây dẫn có dòng điện biến đổi chạy qua.

Thí nghiệm chứng tỏ : khi dòng điện biến thiên nhanh (có tần số lớn) chạy qua một dây dẫn thì do hiện tượng tự cảm, dòng điện đó *hầu như không chạy ở trong lòng dây dẫn mà chỉ chạy ở mặt ngoài của nó*. Hiệu ứng đó được gọi là *hiệu ứng bê mặt*.

b) Một ống dây mang dòng điện i có tích trữ một năng lượng (tử) vì nó tạo ra một từ trường (từ trường này gây ra lực từ và có khả năng sinh công), năng lượng này là : $W = \frac{Li^2}{2}$

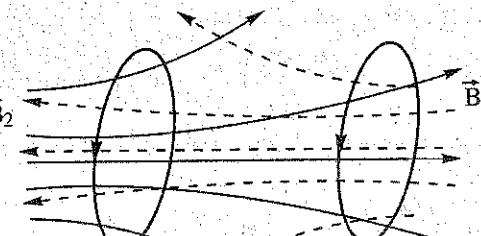
Năng lượng này cũng chính là năng lượng của từ trường trong ống dây đó. Mật độ năng lượng từ trường là : $w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$ (μ là độ từ thẩm của môi trường).

c) Trong hiện tượng cảm ứng điện từ nói chung, trong mạch kín xuất hiện dòng điện cảm ứng. Điều này được giải thích là khi đó xuất hiện *diện trường xoáy* (có đường sức khép kín), làm các electron trong mạch kín chuyển động, tạo nên dòng điện trong mạch.

III- HỘ CẢM. NĂNG LƯỢNG (TỬ) CỦA HỆ HAI MẠCH ĐIỆN KÍN

1. Hiện tượng hộ cảm

Đặt hai vòng dây dẫn kín (1) và (2) (mạch điện kín) cạnh nhau, trong đó có các dòng điện i_1 và i_2 chạy qua (Hình 2.4). Nếu cường độ dòng điện i_1 và i_2 biến thiên, thì từ thông do mỗi vòng dây tạo ra gửi qua diện tích của vòng kia sẽ thay đổi theo. Theo định luật cảm ứng



Hình 2.4

diện từ, trong cả hai vòng dây đó đều xuất hiện suất điện động cảm ứng. Hiện tượng này được gọi là *hiện tượng hổ cảm* và các suất điện động cảm ứng xuất hiện khi đó được gọi là các *suất điện động hổ cảm*. Hai vòng dây dẫn nối trên còn được gọi là *mạch liên kết điện từ* hay *mạch liên kết cảm ứng* (gọi tắt là *mạch liên kết*).

2. Suất điện động hổ cảm. Hệ số hổ cảm

Từ thông Φ_{12} , do dòng điện i_1 của vòng dây 1 tạo ra và gửi qua diện tích của vòng dây 2, là tỉ lệ thuận với i_1 , ta có :

$$\Phi_{12} = M_{12} i_1 \quad (2.9)$$

trong đó, hệ số tỉ lệ M_{12} được gọi là *hệ số hổ cảm* của vòng dây 1 đối với vòng dây 2. Một cách tương tự, từ thông Φ_{21} do dòng i_2 của vòng dây 2 tạo ra và gửi qua diện tích của vòng dây 1 là tỉ lệ thuận với i_2 , ta có : $\Phi_{21} = M_{21} i_2$.

Người ta chứng minh rằng, nếu không có vật sắt từ thì ta luôn luôn có :

$$M_{21} = M_{12} = M \quad (2.10)$$

với M là *hệ số hổ cảm của hai vòng dây 1 và 2*. Hệ số hổ cảm M phụ thuộc vào hình dạng, kích thước, vị trí tương đối của các mạch điện và vào môi trường bao quanh các mạch điện.

Đối chiếu các công thức (2.9), (2.10), (2.1) ta thấy, đơn vị đo M cũng là đơn vị đo L , nghĩa là, trong hệ SI, đơn vị của M cũng là henri (H).

Theo định luật cảm ứng điện từ, suất điện động hổ cảm xuất hiện trong mạch 2 và mạch 1 là

$$e_{hc2} = -\frac{\Delta \Phi_{12}}{\Delta t} = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = -Mi_1 \quad (2.11)$$

$$e_{hc1} = -\frac{\Delta \Phi_{21}}{\Delta t} = -M \frac{\Delta i_2}{\Delta t} = -Mi_2 \quad (2.12)$$

(i_1 và i_2 là đạo hàm của i_1 và i_2 theo t)

Chú ý

a) Cần lưu ý rằng, khi các dòng điện i_1 và i_2 biến thiên ngoài hiện tượng hổ cảm mà ta xét ở đây, trong bản thân từng mạch còn có hiện tượng tự cảm do dòng

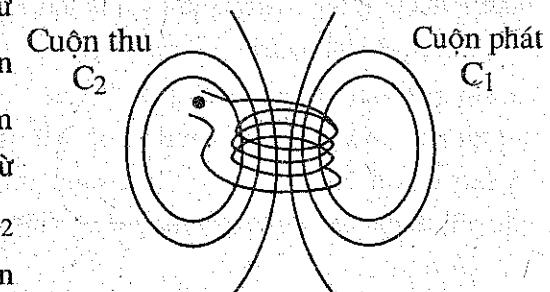
diện trong mạch đó biến thiên, như đã xét ở mục I. Do đó có cả suất điện động tự cảm và suất điện động hổ cảm :

$$e_{c_1} = -L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} - M \frac{\Delta i_2}{\Delta t}, \quad (2.13)$$

$$e_{c_2} = -L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t} - M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}, \quad (2.14)$$

trong đó L_1, L_2 tương ứng là độ tự cảm của mạch 1 và mạch 2.

b) Hiện tượng hổ cảm được ứng dụng trong nhiều bộ phận của các thiết bị và dụng cụ điện tử khác nhau. Ta xét một ứng dụng thực tế là dụng cụ dùng để dò tìm các vật bằng kim loại bị thất lạc, hoặc cất dấu, tại một chỗ nào đó (gọi là máy dò kim loại). Cấu tạo cơ bản của máy này gồm có hai cuộn dây đặt vuông góc với nhau, cuộn C_1 (cuộn phát) và cuộn C_2 (cuộn thu) (Hình 2.5). Khi cho dòng điện xoay chiều i_1 chạy qua cuộn C_1 thì từ trường của C_1 không cảm ứng dòng điện C_2 . Nhưng khi đó nếu có một vật bằng kim loại bị vùi (hoặc cất dấu) ở gần máy thì từ trường này cảm ứng một dòng điện i_2 trong cuộn dây C_2 nhờ đó máy phát hiện cho ta sự có mặt của vật cần tìm.



Hình 2.5

3. Năng lượng (tử) của hệ hai mạch điện kín mang dòng điện liên kết cảm ứng

Xét hai mạch điện kín đặt cạnh nhau (mạch liên kết cảm ứng) có độ tự cảm L_1, L_2 (không có lõi sắt từ) mang dòng điện i_1, i_2 tương ứng. Do hiện tượng hổ cảm nên năng lượng từ trường W của hệ bao gồm năng lượng từ trường W_1, W_2

$$\text{của từng mạch : } W_1 = \frac{L_1 i_1^2}{2}, \quad W_2 = \frac{L_2 i_2^2}{2}$$

và năng lượng hổ cảm :

$$W_{12} = Mi_1 i_2 \quad (2.15)$$

(M là hệ số hổ cảm giữa hai mạch). Năng lượng hổ cảm có giá trị dương hoặc âm tùy theo từ thông do mạch này gửi qua mạch kia là dương hay âm, nghĩa là tùy thuộc vào chiều của dòng điện i_1 và i_2 chạy trong hai mạch. Vì vậy ta có thể viết :

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} \pm M i_1 i_2 \quad (2.16)$$

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Ví dụ 1

Một thanh kim loại MN, chiều dài MN = l , điện trở R, khối lượng m = 100g, đặt vuông góc với hai thanh ray song song nằm ngang và nối với nguồn điện có suất điện động \mathcal{E} . Hệ thống đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} hướng thẳng đứng xuống dưới và độ lớn B. Hệ số ma sát giữa thanh MN và các thanh ray bằng μ . Bỏ qua điện trở các thanh ray, điện trở tại các chỗ tiếp xúc (Hình 2.6). Mô tả chuyển động của thanh MN. Giải thích vì sao thanh MN chuyển động sang trái với gia tốc biến đổi nhưng sau đó lại chuyển động với vận tốc không đổi. Tính vận tốc đó.

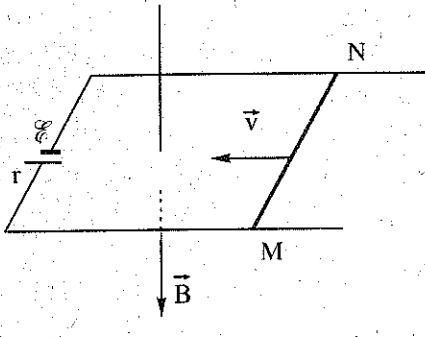
Giai :

Khi nối với nguồn, trong mạch có dòng điện I : $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$

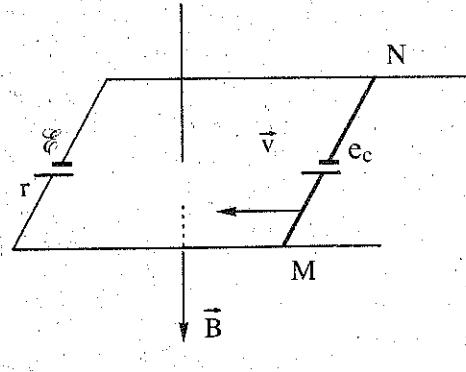
Vì điện trở của các thanh ray và dây dẫn không đáng kể nên cường độ dòng điện I không phụ thuộc vào vị trí của thanh MN.

Dòng điện I nằm trong từ trường \vec{B} nên chịu tác dụng của lực từ \vec{F} . Lực này có phương vuông góc với mặt phẳng chứa thanh MN và \vec{B} , có chiều xác định theo quy tắc bàn tay trái : $F = BIl = B \frac{\mathcal{E}}{R+r} l$

$$F = B \frac{\mathcal{E}}{R+r} l$$



Hình 2.6



Hình 2.7

Lực từ F làm cho thanh MN chuyển động sang trái.

Thanh MN chuyển động cắt vuông góc các đường cảm ứng từ, nên ở hai đầu thanh có suất điện động cảm ứng e_c : $e_c = Blv$ ($\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$)

Áp dụng quy tắc bàn tay phải, ta xác định được chiều dòng điện cảm ứng I_c trong mạch hướng từ N → M (Hình 2.7).

Khi đó thanh MN chịu thêm tác dụng của :

– Lực \vec{F}' ngược chiều với \vec{F} (theo quy tắc bàn tay trái) và có độ lớn :

$$F' = BI_c l = B \cdot \frac{e_c}{R+r} l = \frac{B^2 l^2 v}{R+r} \quad (F' tăng theo v)$$

– Lực ma sát \vec{F}_{ms} cùng phương và ngược chiều với \vec{F} , có độ lớn :

$$F_{ms} = \mu mg$$

Áp dụng định luật II Niu-ton : $F - F' - F_{ms} = ma$

$$\begin{aligned} Bl \frac{\mathcal{E}}{R+r} - \frac{B^2 l^2 v}{R+r} - \mu mg &= ma \\ a &= \frac{Bl(\mathcal{E} - Blv)}{m(R+r)} - \mu g \end{aligned} \quad (*)$$

(*) cho thấy khi v tăng thì a giảm.

Gia tốc a triệt tiêu khi :

$$\frac{Bl(\mathcal{E} - Blv_{max})}{m(R+r)} = \mu g$$

$$\Rightarrow v_{max} = \frac{\mathcal{E}Bl - \mu mg(R+r)}{B^2 l^2}$$

Ví dụ 2

Ống dây có độ tự cảm $L = 0,01H$ được nối vào mạch như hình 2.8. Cho biết : $\mathcal{E} = 1,6V$; $r = 1\Omega$; $R = 7\Omega$. Khoá K đang ngắt, lúc $t = 0$, đóng K.

a) Tính cường độ dòng điện trong mạch ngay khi đóng K ($t = 0$).

b) Sau khoảng thời gian bao lâu, thì cường độ dòng điện trong mạch bằng 0,2A ?

Giải :

Khi đóng K, trong mạch có hiện tượng tự cảm suất điện động từ cảm bằng $-L \frac{\Delta i}{\Delta t}$. Định luật Ôm cho toàn mạch :

$$\mathcal{E} - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = (R + r)I$$

a) Trước khi đóng khoá K ($t < 0$), $i = 0$. Khi đóng mạch ($t = 0$) có hiện tượng tự cảm, dòng điện không tăng lên ngay được, $I(t = 0) = 0$.

b) Thay $I = 0,2A$ vào phương trình trên : $\frac{\mathcal{E}}{(R + r)} - \frac{L}{(R + r)} \frac{\Delta i}{\Delta t} = I$

$$\text{trong đó : } \frac{\mathcal{E}}{(R + r)} = \frac{1,6}{8} = 0,2A = I$$

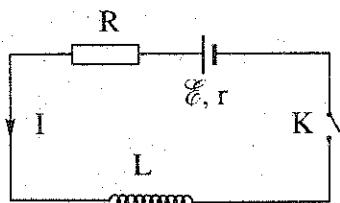
$$\text{Vậy : } \frac{L}{(R + r)} \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0$$

Khi $\frac{L}{(R + r)} \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta i \approx 0$ nghĩa là i không biến thiên. Lúc đó phải có :

$$\frac{\Delta i}{\Delta t(R + r)} \approx 0 \Rightarrow \frac{\Delta t(R + r)}{L} \gg 1 \Rightarrow \Delta t \gg \frac{L}{R + r}$$

Đại lượng : $\tau = \frac{L}{R + r}$, có thứ nguyên là thời gian được gọi là hằng số thời gian của mạch : $\tau = \frac{L}{R + r} = \frac{0,01}{8} = 1,25 \cdot 10^{-3} s$.

Vậy khi : $\Delta t \gg 1,25 \cdot 10^{-3} s$, thì cường độ dòng điện trong mạch bằng 2A.



Hình 2.8

Ví dụ 3

Hai vòng dây siêu dẫn giống nhau được đặt đồng trục xa nhau : mặt phẳng các vòng dây vuông góc với trục chung của hai vòng. Mỗi vòng có hệ số tự cảm L, có dòng điện i cùng chiều chạy qua. Cho hai vòng dây tịnh tiến lại gần nhau.

- a) Tính cường độ dòng điện trong mỗi vòng khi chúng sát nhau.
- b) So sánh năng lượng trước và sau của hệ.

Giải :

a) Do các vòng dây là siêu dẫn nên chúng không có điện trở. Vì vậy, nếu đưa các vòng dây lại gần nhau, sự gia tăng suất điện động có thể làm cho dòng điện tăng lên vô hạn.

Khi các vòng dây còn ở xa nhau, từ thông qua mỗi vòng dây là : $\Phi_i = Li$ với $i = 1, 2$ và $i_1 = i_2 = i$.

Khi đưa các vòng dây lại sát nhau, do tác dụng hổ cảm mà có thêm từ thông qua mỗi vòng dây (vì hai vòng dây giống nhau nên khi hai vòng dây sát nhau $M = L$), do đó từ thông qua mỗi vòng dây khi đó bằng : $\Phi_f = Li' + Li' = 2Li'$

với i' là cường độ dòng điện qua mỗi vòng dây khi đó.

Để tránh dòng điện tăng vô hạn ta phải có : $\Phi_i = \Phi_f \Rightarrow i' = \frac{i_1}{2} = \frac{i}{2}$

b) Độ biến thiên năng lượng của hệ : $\Delta W = W_f - W_i$

$$\text{với : } W_i = \frac{1}{2} Li_1^2 + \frac{1}{2} Li_2^2 = Li^2$$

$$W_f = \frac{1}{2} Li'^2 + \frac{1}{2} Li'^2 + Mi \cdot i' = 2Li'^2 = \frac{Li^2}{2}$$

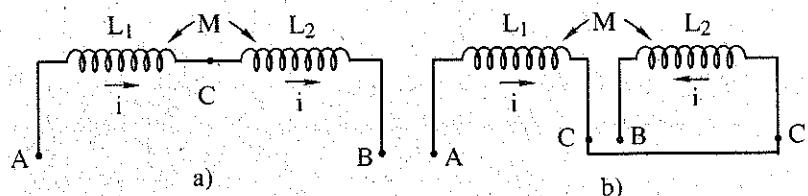
$$\text{Từ đó : } \Delta W = -\frac{Li^2}{2}$$

Đó chính là năng lượng cần thiết để đưa các vòng dây lại gần nhau. Trong trường hợp này, $\Delta W < 0$, vì các vòng dây hút nhau.

Ví dụ 4

a) Hai cuộn thuần cảm L_1 và L_2 mắc nối tiếp sao cho từ thông sinh ra bởi chúng cùng chiều (Hình 2.9a). Chứng minh rằng độ tự cảm tương đương bằng : $L = L_1 + L_2 + 2M$

b) Nếu từ thông sinh ra bởi chúng trái chiều nhau (Hình 2.9b) thì độ tự cảm tương đương bằng bao nhiêu ?



Hình 2.9

Giải :

a) (Hình 2.9a)

Suất điện động cảm ứng trong cuộn 1 gây ra bởi độ tự cảm của nó là : $e_{11} = -L_1 i^*$

Suất điện động cảm ứng trong cuộn 1 gây ra bởi sự thay đổi dòng điện trong cuộn 2 là : $e_{12} = -Mi^*$

Vì từ thông hổ cảm cùng chiều với từ thông tự cảm nên ta có :

$$u_{AC} = -(e_{11} + e_{12}) = (L_1 + M)i^* \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } u_{CB} = -(e_{22} + e_{21}) = (L_2 + M)i^* \quad (2)$$

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = (L_1 + L_2 + 2M)i^* = Li^*$$

$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

b) Trong trường hợp này từ thông hổ cảm chống lại từ thông tự cảm.

Đối với cuộn 1 : $e_{11} = -L_1 i^*$ và $e_{12} = Mi^*$

$$u_{AC} = -(e_{11} + e_{12}) = (L_1 - M)i^*$$

Đối với cuộn 2 :

$$u_{CB} = -(e_{22} + e_{21}) = (L_2 - M)i^*$$

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = (L_1 + L_2 - 2M)i^* = Li^*$$

$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

Ví dụ 5

Hai cuộn cảm L_1 và L_2 , điện trở không đáng kể được mắc song song (Hình 2.10). M là hệ số hổ cảm của chúng. Hãy tìm độ tự cảm tương đương của mạch.

Xét hai trường hợp :

a) Từ thông hổ cảm bổ sung cho từ thông tự cảm của hai cuộn.

b) Từ thông hổ cảm chống lại từ thông tự cảm của hai cuộn.

Giải :

$$\text{a) Cuộn 1 : } e_{11} = -L_1 i_1^*$$

$$e_{12} = -Mi_2^*$$

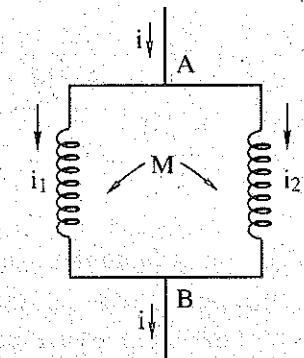
$$u_{AB} = -(e_{11} + e_{12}) = L_1 i_1^* + Mi_2^*$$

$$\text{Cuộn 2 : Tương tự: } u_{AB} = L_2 i_2^* + Mi_1^*$$

$$\text{Suy ra: } i_1^* = u_{AB} \cdot \frac{1 - \frac{M}{L_2}}{L_1 - \frac{M}{L_2}}$$

$$i_2^* = u_{AB} \cdot \frac{1 - \frac{M}{L_1}}{L_2 - \frac{M}{L_1}}$$

$$i^* = i_1^* + i_2^* = u_{AB} \left(\frac{1 - \frac{M}{L_2}}{L_1 - \frac{M}{L_2}} + \frac{1 - \frac{M}{L_1}}{L_2 - \frac{M}{L_1}} \right) = u_{AB} \frac{L_1 + L_2 - 2M}{L_1 L_2 - M^2}$$



Hình 2.10

$$u_{AB} = Li \Rightarrow L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

b) Làm tương tự như trên, ta được :

$$u_{AB} = L_1 i_1 - Mi_2$$

$$u_{AB} = L_2 i_2 - Mi_1$$

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$$

B. BÀI TẬP

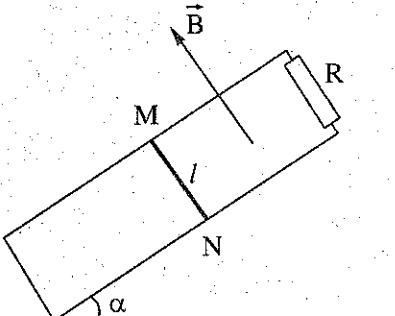
2.1. Trong một mặt phẳng nghiêng α so với mặt phẳng nằm ngang, có 2 thanh kim loại cố định song song cách nhau một khoảng l , nối với nhau bằng điện trở R (Hình 2.11). Một thanh kim loại MN, có khối lượng m , có thể trượt không ma sát trên hai thanh kia và luôn vuông góc với chúng. Điện trở của thanh không đáng kể. Có một từ trường đều không đổi \vec{B} vuông góc với mặt phẳng chứa các thanh và hướng lên phía trên. Người ta thả cho thanh MN trượt không có vận tốc ban đầu.

a) Mô tả hiện tượng và giải thích tại sao vận tốc v của thanh MN tăng tới giá trị cực đại v_{\max} . Tính v_{\max} (giả thiết hai thanh song song có chiều dài đủ lớn).

b) Thay điện trở bằng một tụ điện có điện dung C . Chứng minh rằng lực cản chuyển động tỉ lệ với gia tốc a của thanh. Tính gia tốc này. Gia tốc của trọng trường bằng g .

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1985-1986)

2.2. Tại tâm của một khung dây dẫn tròn phẳng bán kính $r = 20\text{cm}$ có một khung dây thứ hai có diện tích của mặt phẳng khung $S = 1\text{cm}^2$. Khung dây thứ nhất có $n_1 = 50$ vòng dây, khung dây thứ hai có $n_2 = 100$ vòng. Cho khung dây thứ hai quay xung quanh một trong các đường kính của khung dây thứ nhất với



Hình 2.11

tốc độ $\omega = 300 \text{ rad/s}$. Tìm giá trị cực đại của suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây thứ hai khi cho dòng điện $I = 10\text{A}$ chạy qua khung thứ nhất. Cho biết lúc đầu mặt phẳng hai khung trùng nhau.

2.3. Hai thanh kim loại đặt nằm ngang, song song với nhau, cách nhau $l = 20\text{cm}$, có điện trở không đáng kể được đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1,5\text{T}$ và vuông góc với mặt phẳng chứa hai thanh; hai đầu của hai thanh nối với một nguồn điện có suất điện động $\mathcal{E} = 0,5\text{V}$. Một đoạn dây dẫn thẳng có điện trở $R = 0,02\Omega$ được đặt trên hai thanh, vuông góc với hai thanh và trượt trên hai thanh đó do tác dụng của lực từ với vận tốc $v = 1\text{m/s}$.

Hãy tính lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn, cường độ dòng điện I chạy qua đoạn dây dẫn, công suất \mathcal{P}_1 làm đoạn dây dẫn chuyển động, công suất \mathcal{P}_2 làm nóng đoạn dây dẫn và công suất \mathcal{P}_3 của nguồn điện.

2.4. Một vòng dây dẫn đường kính d được đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} song song với trục của vòng dây. Hai thanh kim loại mảnh có một đầu gắn với trục đi qua tâm O của vòng dây và vuông góc với mặt phẳng vòng dây; cả hai thanh đều tiếp xúc điện với vòng dây và tiếp xúc điện với nhau tại O.

1. Ban đầu hai thanh sát vào nhau, sau đó một thanh đứng yên và thanh kia quay quanh O với tốc độ góc ω . Tính cường độ dòng điện qua 2 thanh và qua vòng dây sau thời gian t . Cho biết điện trở của mỗi đơn vị dài của thanh kim loại và của vòng dây dẫn là r .

2. Bây giờ cho cả hai thanh quay với tốc độ góc ω_1 và ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$). Tìm hiệu điện thế giữa hai đầu mỗi thanh. Xét hai trường hợp : hai thanh quay cùng chiều và hai thanh quay ngược chiều nhau.

Gợi ý : Trước hết, chứng minh công thức của suất điện động cảm ứng

$$e_c = \frac{Bl^2 \omega}{2}$$

2.5. Trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 60^\circ$ so với mặt phẳng nằm ngang có 2 thanh kim loại cố định được đặt song song với đường dốc chính, cách nhau một khoảng $l = 20\text{cm}$, nối với nhau ở một đầu bằng điện trở $R = 2\Omega$. Một đoạn dây dẫn thẳng AB, điện trở $r = 1\Omega$, khối lượng $m = 10\text{g}$, đặt vuông góc với 2 thanh, có thể trượt không ma sát trên hai thanh và tiếp xúc điện với hai thanh đó. Hệ thống được đặt trong một từ trường đều \vec{B} có cảm ứng từ $B = 2,5\text{T}$

hướng thẳng đứng lên trên. Người ta thả cho đoạn dây dẫn AB trượt không có vận tốc ban đầu (Hình 2.12).

- a) Mô tả hiện tượng và giải thích tại sao vận tốc v của đoạn dây AB chỉ tăng đến giá trị v_{\max} , chiều và cường độ dòng điện qua R.

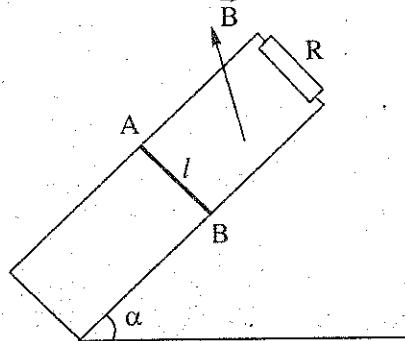
- b) Thay đổi điện trở R bằng bộ tụ điện có điện dung $C = 0,08F$. Chuyển động của AB có tính chất thế nào?

- 2.6. Một đoạn dây dẫn thẳng vô hạn được cuộn thành một góc $\widehat{xOy} = 2\beta$, đặt trong mặt phẳng nằm ngang. Một đoạn dây dẫn MN trượt trên Ox, Oy và luôn luôn tiếp xúc với Ox, Oy; trong quá trình trượt MN luôn luôn vuông góc với đường phân giác của góc \widehat{xOy} (Hình 2.13); vận tốc trượt giữ không đổi bằng v . Toàn bộ hệ thống trong một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với mặt phẳng xOy.

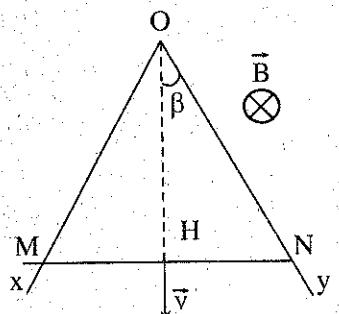
Giả sử ban đầu đoạn dây MN chuyển động từ O. Xác định cường độ dòng điện chạy qua MN. Các dây dẫn trong mạch đều làm bằng cùng một chất, đều cùng tiết diện và có điện trở r trên mỗi đơn vị dài.

- 2.7. Một khung dây dẫn hình vuông cạnh a, có khối lượng m và điện trở R, ban đầu nằm trong mặt phẳng thẳng đứng xOz (các cạnh song song với trục Ox và Oz), trong một từ trường có vectơ cảm ứng từ \vec{B} hướng theo trục Oy vuông góc với xOz và có độ lớn B biến thiên theo toạ độ z (trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới) theo quy luật $B = B_0 - kz$, (B_0 và k là các hằng số). Truyền cho khung một vận tốc ban đầu \vec{v}_0 theo phương ngang Ox và khung chuyển động trong mặt phẳng xOy. Người ta thấy sau một thời gian, khung đạt được vận tốc không đổi bằng v . Hãy tính v_0 . Xem như từ thông gửi qua khung được tính theo công thức $\Phi = a^2 B$, với B là cảm ứng từ tại tâm O của khung.

- 2.8. Hai cuộn dây siêu dẫn (có điện trở bằng 0) mắc song song, có độ tự cảm là L_1, L_2 nối qua điện trở R với nguồn điện có suất điện động \mathcal{E} , điện trở trong r.



Hình 2.12



Hình 2.13

Đóng K. Tìm cường độ dòng điện ổn định trong các cuộn dây đó và cường độ dòng điện mạch chính. Bỏ qua sự hỗ cảm giữa các cuộn dây (Hình 2.14).

- 2.9. Hai ống dây có độ tự cảm lần lượt bằng $L_1 = 0,003H$ và $L_2 = 0,005H$ được mắc nối tiếp với nhau sao cho từ trường do chúng gây ra cùng chiều; khi đó độ cảm ứng của hệ (bao gồm cả độ tự cảm và hệ số hỗ cảm) bằng $L = 0,01H$. Tìm độ cảm ứng của cả hệ nếu nối lại các ống dây sao cho từ trường do chúng gây ra có chiều đối nhau (song vẫn giữ nguyên vị trí của chúng đối với nhau như trước).

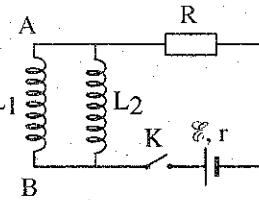
- 2.10. Hai vòng dây dẫn phẳng hình tròn, tâm O_1 và O_2 ($O_1O_2 = a$), bán kính R_1 và R_2 ($R_1, R_2 \ll a$) có cùng trục. Tính hệ số hỗ cảm M của chúng.

- 2.11. Trong mạch ở hình 2.15 các cuộn dây có độ tự cảm L_1 và L_2 (diện trở thuần không đáng kể) pin có suất điện động \mathcal{E} và điện trở trong r . Ban đầu hai khoá mở. Người ta đóng khoá K_1 và khi dòng trong L_1 đạt giá trị I_0 thì đóng khoá K_2 . Tính các giá trị cuối cùng I_1 và I_2 (khi đã không đổi) của các dòng i_1 và i_2 chạy qua 2 cuộn dây.

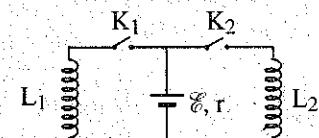
Xét trường hợp đồng thời đóng hai khoá, tính I_1 và I_2 ?

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1991 – 1992)

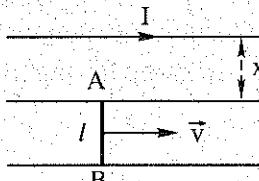
- 2.12*. Trong cùng một mặt phẳng với một dây dẫn thẳng dài vô hạn mang dòng điện $I = 40A$ người ta đặt hai thanh kim loại song song với dây dẫn, cách dây dẫn một khoảng $x_0 = 1cm$ và cách nhau $l = 0,5cm$ (Hình 2.16). Một đoạn dây dẫn AB dài l được đặt tiếp xúc điện với 2 thanh. Tim hiệu điện thế xuất hiện giữa 2 đầu dây AB khi cho AB trượt tịnh tiến trên 2 thanh với vận tốc không đổi $v = 3m/s$.



Hình 2.14



Hình 2.15



Hình 2.16

Gợi ý: Áp dụng công thức $d\Phi = BdS$

2.13. Một đĩa kim loại bán kính $R = 25\text{cm}$ quay quanh trục của nó với tốc độ góc $\omega = 1000$ vòng/phút. Tìm hiệu điện thế xuất hiện giữa tâm đĩa và một điểm trên mép đĩa trong 2 trường hợp :

a) Khi không đặt trong từ trường.

b) Khi đĩa quay trong từ trường \vec{B} vuông góc với đĩa và có cảm ứng từ $B = 0,01\text{T}$.

2.14. Một cuộn dây dài $l = 20\text{cm}$, gồm 200 vòng dây, đường kính $d = 2\text{cm}$ và tiết diện của dây $S_0 = 0,1\text{mm}^2$, điện trở suất $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Mắc cuộn dây vào một nguồn điện không đổi có suất điện động $\mathcal{E} = 10\text{V}$ như trên hình

2.17, điện trở $R_1 = 5\Omega$; điện trở trong của nguồn, của

dây nối và khoá K không đáng kể. Ban đầu khoá K ở vị trí 1. Sau khi dòng điện trong ống dây đã ổn định, người ta đảo rất nhanh khoá K từ vị trí 1 sang vị trí 2. Tim nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R_1 .

2.15*. Một khung dây dẫn MNPQ hình chữ nhật, có các cạnh a và b, chuyển động tịnh tiến với vận tốc \vec{v} không đổi theo phương vuông góc với một dây dẫn thẳng dài vô hạn nằm trong mặt phẳng của khung và song song với cạnh PQ của khung (Hình 2.18). Trong dây dẫn thẳng có dòng điện I chạy theo chiều như trên hình vẽ. Tim suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung khi cạnh PQ của khung cách dây dẫn một khoảng d. Xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong khung.

Gợi ý : Áp dụng định nghĩa suất điện động của nguồn (bằng công của lực lị làm dịch chuyển một đơn vị điện tích) : $\mathcal{E} = \sum \vec{E}^* \cdot \vec{\Delta l}$, với $\vec{E}^* = \frac{\vec{F}}{q}$, \vec{F} là lực lị, \vec{E}^* là điện trường lị.

2.16. Một từ trường không đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} với độ lớn phụ thuộc vào vị trí trong không gian (hệ toạ độ Oxyz) được xác định như sau :

$$B_x = -kx; B_y = 0; B_z = kz + B_0$$

(Trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên; k và B_0 là các hằng số cho trước).

a) Hãy mô tả từ trường đó.

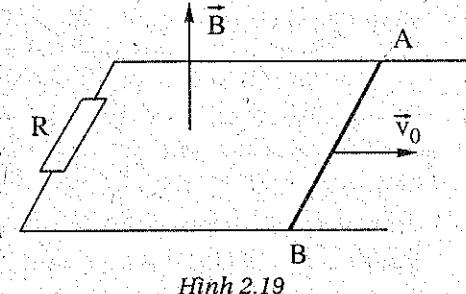
b) Một khung dây siêu dẫn uốn thành hình vuông cạnh d, không biến dạng, khối lượng m, độ tự cảm L, được đặt nằm ngang trong từ trường đó. Ban đầu tâm của khung trùng với gốc toạ độ O và các cạnh song song với trục Ox, Oy; người ta thả khung cho nó chuyển động. Mô tả chuyển động của khung và viết biểu thức của cường độ dòng điện cảm ứng chạy trong khung.

Gợi ý : Vì khung siêu dẫn có điện trở $R = 0$ nên $e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$.

2.17. Một ống kim loại hình trụ rỗng, tiết diện là một hình vành khăn có bán kính $R_1 = 12\text{cm}$; $R_2 = 14\text{cm}$ và chiều cao $h = 10\text{cm}$ được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} hướng dọc theo trục ống. Tìm cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong ống khi cảm ứng từ có độ lớn tăng tỉ lệ với thời gian t : $B = kt$, với $k = 10^{-3} \text{T/s}$. Cho biết điện trở suất của kim loại làm ống $\rho = 1,2 \cdot 10^7 \Omega \cdot \text{m}$.

2.18. Hai thanh kim loại nằm trên mặt phẳng nằm ngang, song song với nhau, cách nhau một khoảng l , được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} hướng thẳng lên phía trên; hai đầu của hai thanh nối với một điện trở R (Hình 2.19).

Một đoạn dây AB khối lượng m, được đặt vuông góc với hai thanh có thể trượt không ma sát trên hai thanh sao cho hai đầu A, B luôn luôn tiếp xúc điện với 2 thanh. Biết đoạn dây AB trượt với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 như trên hình 2.19. Tim biểu thức cường độ dòng điện I qua điện trở R.



2.19. Một thanh OM dẫn điện, có khối lượng m, chiều dài r có thể quay trong mặt phẳng nằm ngang quanh một đầu O cố định. Đầu M của thanh có thể trượt không ma sát trên một dây dẫn thành một cung tròn AB tâm O bán kính r, mặt phẳng của cung tròn AB nằm ngang, I là điểm chính giữa của cung (xem hình 2.20). Tâm O và đầu A của cung dây dẫn nối với nhau qua một cuộn dây có độ tự cảm L, ta có một mạch điện kín OMALO mà điện trở bằng không.

Tạo một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} thẳng đứng trong vòng tròn tâm O bán kính r .

Ban đầu, đầu M của thanh đứng yên ở vị trí I. Vào thời điểm $t = 0$, ta truyền cho M vận tốc v theo hướng tiếp tuyến với cung tròn AB tại I.

a) Thanh M sẽ chuyển động thế nào? Viết phương trình chuyển động của thanh ấy.

b) Vận tốc v có giá trị như thế nào thì thanh OM không quay quá 90° so với OI?

Cho biết momen quán tính của một thanh đồng nhất chiều dài r , khối lượng m

$$\text{đối với trục vuông góc với thanh qua một đầu thanh } I = \frac{mr^2}{3}.$$

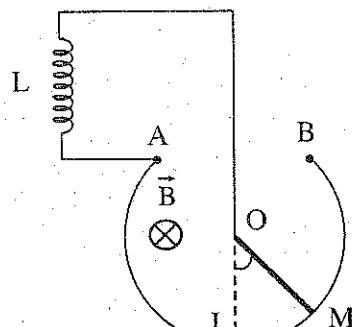
(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1998 – 1999).

2.20*. Một vòng dây mảnh cách điện khối lượng m , mang điện tích q phân bố đều trên vòng, được đặt trên mặt phẳng nằm ngang trong một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} song song với trục của vòng. Khi độ lớn của cảm ứng từ \vec{B} giảm đều đến giá trị bằng 0 thì vòng dây sẽ quay quanh trục của nó. Tìm tốc độ góc ω_0 của chuyển động đó. Bỏ qua mọi ma sát.

2.21. Hai vòng dây siêu dẫn khép kín có hệ số tự cảm $2L$ (vòng thứ nhất) và L (vòng thứ hai) được lồng vào một thanh hình trụ không có từ tính, mặt phẳng của mỗi vòng được giữ cho vuông góc với trục của thanh (Hình 2.21). Vòng thứ nhất được giữ cố

định ở vị trí A, vòng thứ hai có thể trượt không ma sát dọc theo thanh. Ban đầu có dòng điện cường độ $I = 1A$ trong vòng thứ nhất, vòng thứ hai ở rất xa vòng thứ nhất và không có dòng điện. Người ta đưa vòng thứ hai lại gần vòng thứ nhất, tới vị trí B, khi đó có dòng điện cường độ $I_2 = 0,5A$ trong vòng thứ hai. Hãy tính: hệ số hổ cảm M giữa 2 vòng dây; cường độ I của dòng điện trong vòng thứ nhất; công cần thiết để đưa vòng thứ hai như trên.

2.22. a) Hai vòng dây có bán kính lần lượt là r và R ($r = R$) được đặt sao cho chúng có cùng một trục và tâm của hai vòng dây cách nhau là h (Hình 2.22). Cường độ dòng điện trong một vòng dây là I_1 , trong vòng dây kia là I_2 . Tính lực tương tác giữa hai vòng dây.



Hình 2.20

b) Tính hệ số hổ cảm giữa hai vòng dây ở vị trí như câu 1.

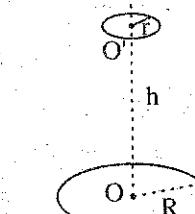
c) Hai vòng dây làm bằng chất siêu dẫn, vòng lớn có hệ số tự cảm L_2 , vòng nhỏ có hệ số tự cảm L_1 . Hai vòng có vị trí tương ứng như ở câu b, với $h = R$, cường độ dòng điện trong vòng lớn là I_2 , trong vòng nhỏ là I_1 , dòng điện trong hai vòng cùng chiều. Nếu giữ nguyên trục của vòng nhỏ (trùng với trục của vòng lớn) đưa vòng nhỏ lại gần làm cho tâm của chúng trùng nhau ($h = 0$) thì cường độ dòng điện trong vòng nhỏ sẽ có giá trị I_1 bằng bao nhiêu?

(Trích Đề thi đội tuyển quốc gia tham dự kì thi Olympic vật lí Quốc tế năm 1997)

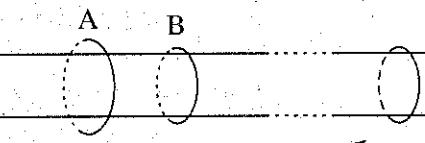
2.23. Hai thanh kim loại song song, thẳng đứng, một đầu nối với một tụ điện C. Một đoạn dây dẫn MN, độ dài l , khối lượng m ti vào hai thanh kim loại, tự do trượt không ma sát xuống dưới và luôn luôn vuông góc với hai thanh kim loại đó. Toàn bộ hệ thống đặt trong một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với mặt phẳng hai thanh kim loại (Hình 2.23). Bỏ qua điện trở mạch.

a) Tính giá tốc a của MN và sự biến đổi năng lượng trong mạch.

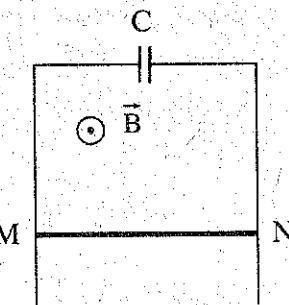
b) Bây giờ đặt hai thanh kim loại nghiêng với mặt phẳng nằm ngang một góc α . Độ lớn và chiều của cảm ứng từ \vec{B} vẫn như cũ, Ban đầu MN được thả từ vị trí cách đầu dưới của thanh kim loại một đoạn a . Tìm thời gian để MN bắt đầu rời khỏi thanh kim loại và vận tốc của MN khi đó.



Hình 2.22



Hình 2.21



Hình 2.23

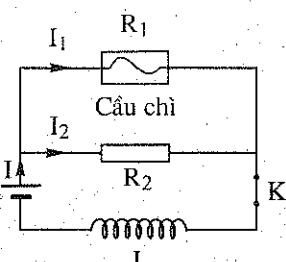
2.24. a) Hãy chứng tỏ không thể có từ trường tăng theo trục Z nếu từ trường này chỉ có thành phần theo Z . Xét một ống trụ có chứa các đường súc từ, hãy chứng tỏ: $B_r = \frac{r}{2dz} dB_z$.

b) Một vòng dây tròn điện trở R , bán kính r , khối lượng m rơi vào từ trường không đều, có các đường súc đối xứng xung quanh trục hình trụ. Tâm của vòng tròn nằm trên trục hình trụ, còn mặt phẳng vòng tròn vuông góc với các đường súc từ. Cảm ứng từ biến thiên dọc theo trục Z ($\frac{dB_z}{dz} \neq 0$).

Viết phương trình biểu thị chuyển động rơi của vòng dây trong từ trường. Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc theo thời gian. Tìm vận tốc cuối của vòng dây.

(Trích Đề thi chọn Đội tuyển Olympic Vật lí Canada tháng 3/2000).

- 2.25. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 2.24. Cầu chì có điện trở $R_1 \ll R_2$ và chỉ chịu được dòng điện đi qua nó có cường độ nhỏ hơn $I_{\max} = 3A$. Người ta đóng khoá K lúc $t = 0$. Hỏi sau bao lâu cầu chì sẽ bị đứt? Cho biết nguồn điện không đổi $\mathcal{E} = 10V$, điện trở trong r nhỏ không đáng kể, cuộn dây L thuần cảm có độ tự cảm $L = 5H$. Bỏ qua điện trở khoá K và các dây nối.

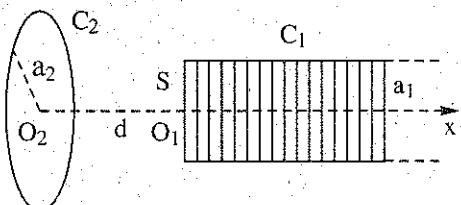


Hình 2.24

- 2.26. Một ống dây bán vô hạn C_1 (là một nửa của một ống dây dài vô hạn) có trục O_1x , mặt giới hạn là S, các vòng dây có bán kính a_1 , số vòng dây trên một đơn vị chiều dài là n. Đặt đồng trục với C_1 , trước C_1 , một vòng dây dẫn phẳng hình tròn C_2 có tâm O_2 , bán kính a_2 cách C_1 một khoảng $O_1O_2 = d$, với $d \gg a_1, d \gg a_2$. Vòng dây C_2 có điện trở R và hệ số tự cảm L (Hình 2.25).

- a) Chứng minh rằng, hệ số hooke cảm M giữa C_1 và C_2 có biểu thức :

$$M = \frac{\mu_0 \pi n a_1^2 a_2^2}{4d^2}$$

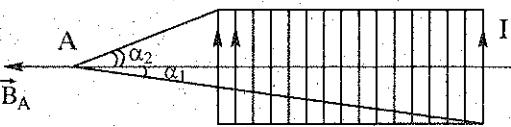


Hình 2.25

- b) Người ta nối hai đầu ống dây C_1 với một nguồn điện không đổi để tạo ra dòng điện cường độ I_1 chạy qua ống dây. Hãy mô tả hiện tượng xảy ra ở C_2 khi đó. Tính điện lượng tổng cộng Q đã chạy qua tiết diện thẳng dây dẫn C_2 . Cho biết cảm ứng từ do một ống dây mang dòng điện I gây ra tại điểm A bên ngoài ống, nằm trên trục ống có biểu thức (Hình 2.26) :

$$B_A = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Với n là số vòng dây trên một đơn vị chiều dài ống dây.



Hình 2.26

- 2.27. Một dây dẫn bằng đồng, tiết diện đều được uốn thành một vòng tròn đường kính $d = 40$ cm. Thả vòng rơi trong một từ trường đều có cảm ứng từ B biến thiên theo độ cao H theo quy luật :

$$B = B_0(1 + aH) \text{ với } B_0 = 0,2T; a = 0,8.$$

Giả thiết trong khi rơi, mặt phẳng vòng dây luôn luôn nằm ngang. Tìm vận tốc rơi đều của vòng dây.

Bỏ qua sức cản của không khí, cho biết khối lượng riêng và điện trở suất của đồng là : $D = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

- 2.28. Xincrôfazôtron là máy gia tốc hạt năng lượng cao, trong đó từ trường $B(t)$ và tần số góc $\omega(t)$ của điện áp xoay chiều đặt vào máy biến thiên "đồng bộ" theo thời gian t.

a) Hãy tìm biểu thức liên hệ giữa $\omega(t)$ và $B(t)$ để hạt được gia tốc chuyển động trên quỹ đạo ổn định với bán kính không đổi R.

b) Quỹ đạo ổn định gồm các nửa đường tròn và đoạn thẳng. Trên các đoạn đường cong, do tác dụng của từ trường, các hạt chuyển động tròn với bán kính $R = 33m$. Bán kính này được giữ nguyên trong suốt quá trình tăng tốc. Trên các đoạn đường thẳng, hạt được gia tốc bởi điện trường. Tổng chiều dài quỹ đạo là $l = 208$ m. Các hạt prôtôn (năng lượng nghỉ $E_0 = 938$ MeV) bắt đầu được tăng tốc với động năng ban đầu 9 MeV. Sau quá trình tăng tốc, chúng có năng lượng 10 GeV. Cho biết trong quá trình tăng tốc, tốc độ tăng trung bình của từ trường là $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,4 T/s$. Hãy xác định :

a) Trị số ban đầu và trị số cuối của tần số f của điện áp xoay chiều. Giả thiết độ tăng năng lượng của hạt sau mỗi vòng quay là rất nhỏ.

b) Khoảng thời gian tăng tốc tổng cộng Δt .

c) Độ tăng năng lượng trung bình ΔE của hạt sau mỗi vòng quay.

d) Số vòng quay và tổng chiều dài đường đi của prôtôn trong quá trình tăng tốc này.

Bỏ qua ảnh hưởng của điện trường do sự thay đổi của từ trường gây nên.

- 2.29*. Một thanh kim loại OA khối lượng m, chiều dài a, có thể quay tự do quanh trục thẳng đứng Oz. Đầu A của thanh tựa trên một vòng kim loại hình tròn, tâm O, bán kính a, đặt cố định nằm ngang. Đầu O của thanh và một điểm của vòng kim loại được nối với điện trở thuần R, tụ điện C, khoá K và nguồn điện E,

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

tạo thành mạch điện như hình 2.27. Hệ thống được đặt trong từ trường đều, không đổi, có vectơ cảm ứng từ \vec{B} hướng thẳng đứng lên trên.

Điện trở của thanh OA và của vòng dây, điện trở của khoá K và các dây nối, điện trở tại các điểm tiếp xúc và điện trở của nguồn E là nhỏ không đáng kể so với điện trở R. Bỏ qua hiện tượng tự cảm, mọi ma sát và lực cản không khí.

Ban đầu, khoá K mở, tụ điện C chưa tích điện và thanh OA nằm yên. Tại thời điểm $t = 0$, đóng khoá K.

1. Thiết lập hệ thức giữa tốc độ góc ω của thanh OA và diện tích q của tụ điện sau khi đóng K.

2. Giả sử nguồn E có suất điện động không đổi E_0 .

a) Tìm biểu thức của ω và q theo thời gian t.

b) Tính ω và q sau thời gian t đủ lớn. Khi đó hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện có bằng E_0 không? Tại sao? Tìm nhiệt lượng tổng cộng tỏa ra ở điện trở R.

3. Giả sử E là nguồn điện xoay chiều có điện áp $e = E_0 \cos \omega_0 t$

a) Tìm biểu thức của cường độ dòng điện i trong mạch và tốc độ góc ω của thanh theo t.

b) Tính cường độ dòng điện trong mạch và tốc độ góc ω của thanh sau thời gian đủ lớn.

Cho biết:

– Momen quán tính của thanh OA đối với trục quay OZ bằng $\frac{1}{3}ma^2$.

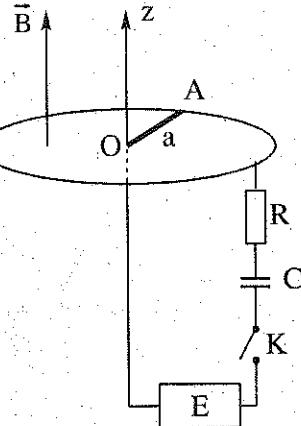
– Nghiệm của phương trình vi phân $\frac{dx}{dy} + ay = F$ (với $y = y(x)$ và a là hằng số)

có dạng:

$$\text{Nếu } F = d = \text{hằng số} \text{ thì: } y = Ae^{-ax} + \frac{d}{a}.$$

Nếu $F = d \cos bx$ (d, b là hằng số) thì:

$$Y = Ae^{-ax} + \frac{d}{a^2 + b^2} (b \sin bx + a \cos bx)$$



Hình 2.27

A. LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP VÍ DỤ

I – MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CÓ R, L, C MẮC SONG SONG VÀ HỐN HỢP

1. Ta đã biết: để giải các bài toán mạch điện xoay chiều có R, L, C mắc nối tiếp cần vận dụng định luật Ôm cho mạch điện xoay chiều và công thức tính công suất dòng điện xoay chiều:

$$I = \frac{U}{Z} \text{ và } P = UI \cos \varphi = RI^2 \quad (\text{với } \cos \varphi = \frac{R}{Z}) \quad (3.1)$$

với $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$, $Z_L = \omega L$, $Z_C = \frac{1}{\omega C}$ và ngoài ra, cần chú ý rằng do đặc tính của R, L và C (suy từ các kết quả đã biết) mà điện áp (hay hiệu điện thế) tức thời u_R trên điện trở R cùng pha với cường độ tức thời i của dòng điện trong mạch, điện áp tức thời u_L trên cuộn dây thuận cảm sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với i, và

diện áp tức thời u_C giữa 2 bản tụ điện trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với i. Nói chung, giữa điện áp u đặt vào mạch và i có độ lệch pha φ mà $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$.

Tuy nhiên để giải nhiều bài toán, đặc biệt là các bài toán mạch điện phức tạp, người ta còn vận dụng một số phương pháp giải thuận tiện được nêu dưới đây.

2. Áp dụng phương pháp giản đồ Fre-nen cho mạch điện xoay chiều

Ta dùng cách vẽ Fre-nen để biểu diễn cường độ dòng điện, điện áp (và cả tổng trở) trong mạch hay một phần của mạch điện xoay chiều.

a) Trong trường hợp mạch gồm R, L, C ghép nối tiếp, dòng điện qua R, L, C là như nhau. Do đó ta chọn trục Δ là trục dòng điện, nghĩa là ta vẽ vectơ \vec{I} có phương và chiều trùng với Δ (Δ còn được gọi là trục pha). Bởi vì điện áp u_L giữa

hai đầu cuộn cảm L sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với cường độ dòng điện i , còn điện áp u_C

giữa hai bản tụ điện trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với cường độ dòng điện i , và điện áp u_R giữa

hai đầu điện trở thuần R cùng pha với i , nên ta vẽ :

vectơ \vec{U}_R có cùng hướng với vectơ \vec{i} ; vectơ \vec{U}_L

vuông góc với \vec{i} và hướng lên trên, còn vectơ \vec{U}_C

vuông góc với \vec{i} và hướng xuống dưới (\vec{U}_L và \vec{U}_C

cùng phương và ngược chiều) (Hình 3.1). Khi đó điện

áp đặt vào mạch là :

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C \quad (3.2)$$

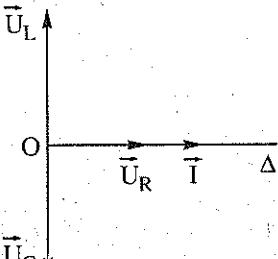
$$\text{Vì tổng trở của mạch bằng : } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (3.2)$$

nên đôi khi, một cách hình thức, người ta vẽ giản đồ vectơ tổng trở; vẽ vectơ \vec{R} có cùng phương và chiều với trục Δ , vectơ \vec{Z}_L vuông góc với \vec{R} và hướng lên trên, còn vectơ \vec{Z}_C vuông góc với \vec{R} hướng xuống dưới (\vec{Z}_L và \vec{Z}_C có cùng phương nhưng ngược chiều); khi đó vectơ tổng trở \vec{Z} là $\vec{Z} = \vec{R} + \vec{Z}_L + \vec{Z}_C$, do đó từ giản đồ vectơ suy ra biểu thức (Hình 3.2) : $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$.

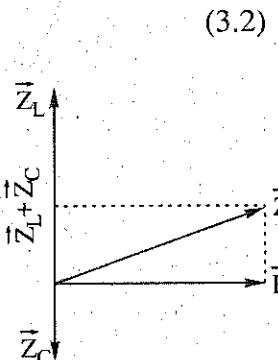
b) Trong trường hợp mạch gồm R , L , C ghép song song thì điện áp giữa hai đầu của R , L , C là như nhau. Do đó ta chọn trục pha Δ là trục điện áp của mạch, nghĩa là ta vẽ vectơ \vec{U} có phương và chiều trùng với Δ . Khi đó vectơ \vec{i}_R (dòng qua R) cùng hướng với \vec{U} , vectơ \vec{i}_L (dòng qua L) vuông góc

với \vec{U} và hướng xuống dưới (Hình 3.3), vectơ \vec{i}_C

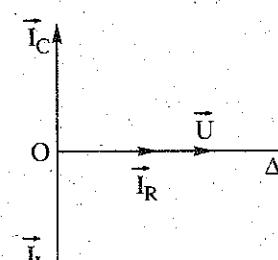
(dòng qua C) vuông góc với \vec{U} và hướng lên trên (\vec{i}_C và \vec{i}_L có cùng phương nhưng ngược chiều). Dòng điện chính của mạch là :



Hình 3.1



Hình 3.2



Hình 3.3

$$\vec{I} = \vec{i}_R + \vec{i}_L + \vec{i}_C \quad (3.3)$$

c) Trong trường hợp mạch gồm các phân tử ghép hỗn hợp (gồm các đoạn mạch nối tiếp và các đoạn mạch này có chứa các phân tử ghép song song) thì ta dựa vào cách vẽ nêu trên để vẽ giản đồ vectơ quay cho từng đoạn mạch, rồi cho cả mạch điện.

Dựa vào giản đồ Fre-nen ta có thể xác định được biên độ và giá trị hiệu dụng (bằng biên độ chia cho $\sqrt{2}$) của đại lượng cần tìm, cũng như độ lệch pha của các đại lượng biến đổi điều hoà.

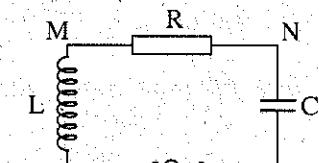
3. Bài tập ví dụ

Ví dụ 1

Cho mạch điện như trên hình 3.4. Cho biết :

$$u_{AB} = 120\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (V)};$$

$$L = \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \text{ H} ; C = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} 10^{-3} \text{ F}$$



Hình 3.4

Tìm biểu thức cường độ dòng điện i trong mạch.

Giai :

Ta có $U_0 = 120\sqrt{2} \text{ V}$, và do đó, $U = 120 \text{ V}$, $\omega = 100\pi \text{ (rad/s)}$

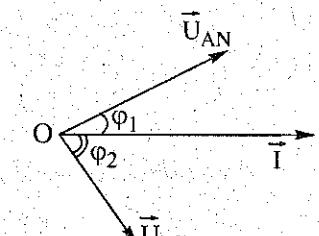
$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = 20\sqrt{2}\Omega, Z_L = L\omega = 40\sqrt{2}\Omega$$

Đoạn mạch AN gồm R và L ghép nối tiếp nên u_{AN} sớm pha so với cường độ dòng điện i chạy trong mạch

góc φ_1 mà $\tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{R}$. Còn đoạn mạch MB gồm R

và C ghép nối tiếp nên u_{MB} trễ pha so với i một góc φ_2

$$\text{mà } \tan \varphi_2 = \frac{Z_C}{R}$$



Hình 3.5

Theo đề bài u_{AN} lêch pha so với u_{MB} một góc $\frac{\pi}{2}$, do đó ta có giản đồ Fre-nen như trên hình 3.5.

Theo giản đồ: $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$; suy ra: $\tan \varphi_1 = \frac{1}{\tan \varphi_2}$,

$$\text{Hay } \frac{Z_L}{R} = \frac{1}{\frac{Z_C}{R}} \Rightarrow R^2 = Z_L Z_C = 40\sqrt{2} \cdot 20\sqrt{2} \Rightarrow R = 40\Omega.$$

$$\text{Ta có: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 20\sqrt{6}\Omega,$$

$$I = \frac{U}{Z} = \sqrt{6}A; I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{12} \approx 3,46A$$

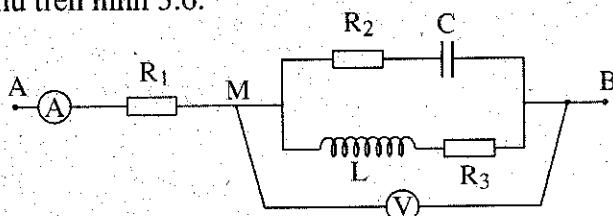
$$\text{Và } \tan \varphi = -\frac{(Z_L - Z_C)}{R} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = -\arctan \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i \text{ trễ pha so với } u.$$

Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:

$$i = 3,64 \cos(100\pi t - \arctan \frac{\sqrt{2}}{2})(A)$$

Ví dụ 2

Cho mạch điện như trên hình 3.6.



Hình 3.6

Cho biết: $R_1 = 25\Omega; R_2 = 15\Omega; R_3 = 15\Omega;$

$$C = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi} F; L = \frac{0,2}{\pi} H; R_A \approx 0; R_V = \infty;$$

$$u_{AB} = 165\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$$

Tìm số chỉ của vôn kế và ampe kế. Viết biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính và của điện áp u_{MB} . Tính tổng trở toàn mạch.

Giải:

Xét đoạn mạch MB, ta có: $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 20\Omega$.

$$Z_1 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = 25\Omega; I_1 = \frac{U_{MB}}{Z_1} = \frac{U_{MB}}{25}$$

i_1 sớm pha so với U_{MB} một góc φ_1 . Ta có:

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_C}{R_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_1 = \arctan \frac{4}{3} \approx 0,3\pi$$

Ta lại có:

$$Z_L = L\omega = 20\Omega; Z_2 = \sqrt{R_3^2 + Z_L^2}$$

$$I_2 = \frac{U_{MB}}{Z_2} = \frac{U_{MB}}{25} = I_1$$

$$i_2 \text{ trễ pha so với } U_{MB} \text{ một góc } \varphi_2, \text{ mà } \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R_3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1.$$

Vẽ giản đồ Fre-nen cho đoạn mạch MB. Chọn trục Δ là trục điện áp \vec{U}_{MB} và vẽ \vec{I}_1, \vec{I}_2 (Hình 3.7). Vì $I_1 = I_2$ và $\varphi_1 = \varphi_2$, nên vectơ cường độ dòng điện mạch chính $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ nằm dọc theo trục \vec{U}_{MB} nghĩa là dòng điện mạch chính i cùng pha với u_{MB} . Điện áp u_{AM} cùng pha với i (vì đoạn mạch AM chỉ chứa điện trở thuần R_1), do đó vectơ \vec{U}_{AM} có hướng trùng với \vec{U}_{MB} và có độ lớn $U_{AM} = R_1 I = 25I$. Vectơ điện áp của mạch điện $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$ có cùng hướng với \vec{U}_{MB} (cùng hướng với \vec{I}) và có độ lớn:

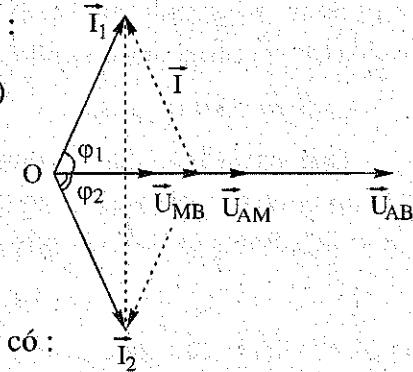
$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = 25I + U_{MB} \quad (1)$$

Từ giản đồ Fre-nen ta có:

$$I = 2I_1 \cos \varphi_1 = 2 \frac{U_{MB}}{25} \cdot \frac{R_2}{Z_1} = \frac{6U_{MB}}{125}$$

$$\text{suy ra: } U_{MB} = \frac{125I}{6}. \text{ Và, kết hợp với (1), ta có:}$$

$$U_{AB} = \frac{275}{6} I$$



Hình 3.7

Theo đề bài $U_{AB} = 165V$ suy ra $I = 3,6A$.

Số chỉ của ampe kế là $3,6A$.

$$\text{Số chỉ của vôn kế là : } U_{MB} = \frac{125I}{6} = 75V.$$

Biểu thức của cường độ dòng điện chính (cùng pha với u_{AB}) :

$$i = 3,6\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (A)}$$

Biểu thức của điện áp u_{MB} (cùng pha với u_{AB}) :

$$u_{MB} = 75\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (V)}$$

$$\text{Tổng trở của toàn mạch : } Z = \frac{U}{I} = \frac{165}{3,6} \approx 46\Omega.$$

Chú ý : Ta thấy trong trường hợp mạch điện ghép hỗn hợp (và ghép song song) thuận tiện là dùng phương pháp giản đồ Fre-nen.

II – PHƯƠNG PHÁP DÙNG SỐ PHỨC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

1. Khái niệm về số phức. Các phép tính với số phức

Trong tập hợp các số thực, bình phương của mọi số là số không âm nên không thể lấy căn bậc hai của số âm. Điều đó cản trở việc thực hiện các phép toán, do đó người ta mở rộng tập hợp các số thực thành tập hợp các số phức. Việc mở rộng cũng đã tỏ ra rất có ích trong lịch sử phát triển của toán học. Nó cũng có nhiều ứng dụng trong lĩnh vực vật lí học, đặc biệt là khi nghiên cứu về các hiện tượng dao động và sóng và trong nhiều lĩnh vực khác của vật lí.

a) Biểu diễn số phức

Đưa vào kí hiệu j , gọi là đơn vị ảo (trong toán học dùng kí hiệu i , nhưng ở đây để không bị nhầm với kí hiệu cường độ dòng điện quen dùng, ta dùng kí hiệu j) thì, nói một cách đơn giản, mỗi số phức z được viết dưới dạng $a + bj$ (với a, b là số thực).

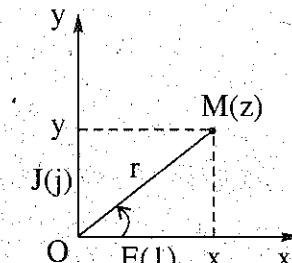
$$z = a + bj \quad (3.4)$$

và ta tiến hành các phép toán cộng và nhân số phức như đối với nhị thức và khi gặp j^2 ta thay bằng -1 :

$$j^2 = -1 \quad (3.5)$$

Biểu thức (3.4) là dạng đại số của số phức, a được gọi là phần thực của z (thường kí hiệu $\text{Re } z$), còn b được gọi là phần ảo của z (thường kí hiệu $\text{Im } z$). Số phức mà phần ảo bằng 0 là số thực, còn số phức mà phần thực bằng 0 là số ảo.

Ta xét biểu diễn hình học số phức. Trong mặt phẳng P , lấy một hệ toạ độ \hat{D} – các vuông góc Oxy thì mỗi điểm M của P xác định bởi toạ độ (x, y) của nó trong hệ toạ độ đó (Hình 3.8). Nay giờ ta gọi số phức $z = x + yj$ là *toạ vị* của M (đối với hệ toạ độ đó), cũng viết $M(z)$ và gọi P (với hệ toạ độ Oxy) là *mặt phẳng phức*. Các điểm thuộc Ox là các điểm có toạ độ vị thực nên còn gọi Ox là *trục thực*, các điểm thuộc Oy là các điểm có toạ độ vị thuần ảo nên còn gọi Oy là *trục ảo*. Điểm E có toạ vị 1 thuộc Ox gọi là *điểm đơn vị*, điểm J có toạ độ j thuộc Oy gọi là *điểm đơn vị ảo*.



Hình 3.8

Ta biết mỗi điểm M xác định bởi vectơ \vec{OM} gọi là bán kính vectơ của M (đối với gốc O), và khi nói M có toạ độ (x, y) đối với hệ toạ độ Oxy cũng có nghĩa là vectơ \vec{OM} có toạ độ (x, y) . Vì vậy, ở đây khi đã nói M có toạ vị z thì cũng có thể nói vectơ \vec{OM} có toạ vị z , và ta viết $\vec{OM}(z)$.

Ta chuyển sang xét dạng lượng giác của số phức. Ta thấy điểm M , biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức, hoàn toàn được xác định bởi độ dài đoạn thẳng OM , tức r (còn kí hiệu $|z|$) và bởi góc định hướng $\varphi = (\text{Ox}, OM)$ tạo bởi tia Ox (tia đầu) và tia OM (tia cuối) (Hình 3.8). Số đo (đo bằng radian) của góc định hướng đó được xác định sai khác một bội nguyên của 2π (φ thường được gọi là argumem của z , kí hiệu $\text{arg } z$).

Ta có : $x = r\cos\varphi$; $y = r\sin\varphi$, vì vậy ta có thể viết :

$$z = r(\cos\varphi + j\sin\varphi) \quad (3.6)$$

với $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (r còn được gọi là *môđun* của z).

Biểu thức (3.6) là *dạng lượng giác* của số phức.

$$\text{Áp dụng công thứcOLE: } \cos\varphi + j\sin\varphi = e^{j\varphi} \quad (3.7)$$

$$\text{Từ (3.6) ta thấy số phức } z \text{ còn được viết dưới dạng: } z = re^{j\varphi} \quad (3.8)$$

(e là cơ số của lôgarit tự nhiên)

Cách viết này rất tiện lợi khi thực hiện các phép tính nhân, chia số phức.

b) Một số ví dụ về phép tính với số phức

+ Cho 2 số phức $z_1 = a_1 + b_1j$; $z_2 = a_2 + b_2j$. Ta có :

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1j) + (a_2 + b_2j) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)j;$$

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a_1 + b_1j)(a_2 + b_2j) = a_1 a_2 + a_1 b_2 j + a_2 b_1 j + b_1 b_2 j^2 \\ &= (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)j \end{aligned}$$

Số phức $\bar{z} = a - bj$ được gọi là số phức liên hợp của z , ta có :

$$z + \bar{z} = 2a; z - \bar{z} = 2bj; z\bar{z} = a^2 + b^2 \quad (3.9)$$

Trong các phép chia người ta thường dùng tính chất (3.9) để nhận được biểu thức có mẫu số là số thực.

$$\text{Ví dụ : } \frac{2-j}{1+j} = \frac{(2-j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{(2-j)(1-j)}{1-j^2} = \frac{1-3j}{2}$$

+ Nếu các số phức được biểu diễn dưới dạng lượng giác :

$$z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2)$$

thì ta có :

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

Dễ dàng thấy rằng nếu viết :

$$z_1 = r_1 e^{j\varphi_1}, z_2 = r_2 e^{j\varphi_2}$$

thì ta có ngay :

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$\text{và } \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

Vì vậy để thuận tiện, khi tiến hành các phép nhân chia số phức người ta thường viết số phức dưới dạng $z = re^{j\varphi}$ (3.10)

+ Dễ dàng chuyển một số phức từ dạng đại số hoặc dạng lượng giác sang dạng $re^{j\varphi}$, hoặc ngược lại (theo công thức Ole).

Thực vậy ta có :

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}; \tan \varphi = \frac{b}{a} \quad (3.11)$$

Một số trường hợp riêng đáng chú ý :

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j \quad (3.12)$$

$$e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j \sin(-\frac{\pi}{2}) = -j \quad (3.13)$$

2. Phương pháp dùng số phức để giải bài toán mạch điện xoay chiều

a) Đối chiếu công thức (3.6) với biểu thức của dòng điện xoay chiều, ta thấy : một đại lượng biến thiên điều hoà theo thời gian $a = A \cos(\omega t + \varphi)$ có thể biểu diễn bằng một số phức, kí hiệu là a^* :

$$a \Leftrightarrow a^* = Ae^{j(\omega t + \varphi)} \quad (3.14)$$

Bởi vì, trong bài toán mạch điện xoay chiều, tần số góc ω có trị số xác định, nên, để thuận tiện trong tính toán, ta quy ước

$$a \Leftrightarrow a^* = Ae^{j\varphi} = A(\cos \varphi + j \sin \varphi) = a_1 + ja_2 \quad (3.15)$$

với $a_1 = A \cos \varphi$ là phần thực, $a_2 = A \sin \varphi$ là phần ảo của số phức a ; φ chính là pha ban đầu hoặc độ lệch pha (so với dao động khác) của đại lượng biến thiên điều hoà a mà ta xét.

Như vậy, nếu điện áp có biểu thức : $u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ (V) thì nó được biểu diễn bằng số phức $u = 100\sqrt{2} V$ (vì $\varphi = 0$); còn nếu cường độ dòng điện có dạng :

$$i = 5\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{(A)}$$

thì nó được biểu diễn bằng số phức : $\vec{I} = 5\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}} = 5 + j5 \text{ (A)}$

Và, ngược lại, nếu có $\vec{U} = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$ thì ta có thể viết biểu thức :

$$u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (V)}$$

Hoặc nếu $\vec{I} = 5 + j5$ thì ta có biểu thức :

$$i = 5\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{(A)}$$

$$\text{Vì } I_0 = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ và } \tan \varphi = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{4}$$

Ngoài ra, vì R gắn với \vec{U}_R , Z_L gắn với \vec{U}_L , Z_C gắn với \vec{U}_C nên đối chiếu hình 3.2 và hình 3.7, ta thấy tổng trở Z của mạch RLC ghép nối tiếp cũng được biểu diễn bằng một số phức :

$$Z \Leftrightarrow Z = R + j(Z_L - Z_C) \quad (3.16)$$

b) Khi đó định luật Ôm cho đoạn mạch RLC ghép nối tiếp (công thức (3.1)) được viết dưới dạng :

$$\vec{I} = \frac{*U}{*Z} \text{ hay } U = IZ \quad (3.17)$$

Nếu mạch gồm nhiều đoạn ghép nối tiếp thì :

$$Z = Z_1 + Z_2, \dots ; U = U_1 + U_2 + \dots \quad (3.18)$$

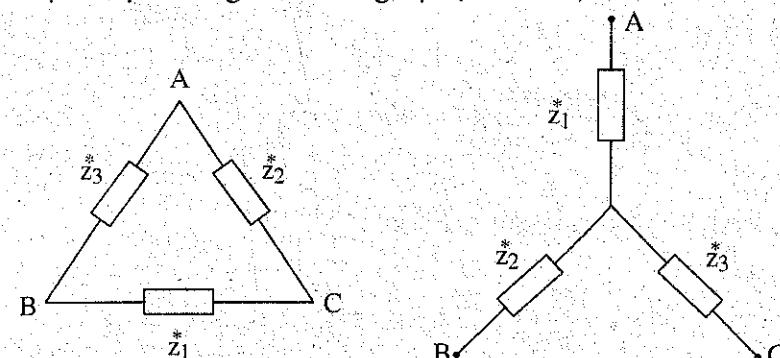
Với Z_i và U_i là tổng trở và điện áp của đoạn mạch thứ i .

c) Còn nếu mạch gồm nhiều đoạn mạch ghép song song thì tổng trở của toàn mạch và dòng điện chính trong mạch là :

$$\frac{1}{*Z} = \frac{1}{*Z_1} + \frac{1}{*Z_2} + \dots ; I = I_1 + I_2 \dots \text{ với } I_1 = \frac{*U}{*Z_1}, I_2 = \frac{*U}{*Z_2} \quad (3.19)$$

d) Nếu mạch gồm các phân tử ghép hỗn hợp, thì phân tích mạch thành các đoạn mạch ghép nối tiếp, mỗi đoạn mạch đó lại gồm các phân tử ghép song song rồi vận dụng cách tính nói trên.

e) Ngoài ra, khi cần thiết, để giải bài toán được thuận lợi có thể sử dụng phép biến đổi tam giác - sao đổi với tổng trở phức, giống như với điện trở thuận trong các bài toán mạch điện không đổi. Chẳng hạn (Hình 3.9) :



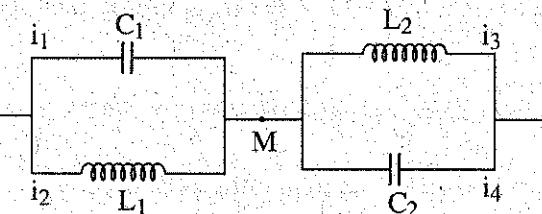
Hình 3.9

$$Z_1 = \frac{z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3}; Z_2 = \frac{z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3}; Z_3 = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2 + z_3} \quad (3.20)$$

3. Bài tập ví dụ

Ví dụ 1

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.10.



Hình 3.10

Cho biết :

$$C_1 = 32\mu F; C_2 = 8\mu F; L_1 = L_2 = \frac{2}{\pi} H; u_{AB} = 150 \cos 100\pi t \text{ (V)}$$

Hãy tính các cường độ hiệu dụng I, I_1, I_2, I_3, I_4 và điện áp hiệu dụng U_{AM}, U_{MB} . Hãy viết biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính.

Giai :

$$\text{Ta có: } Z_{L_1} = Z_{L_2} = L_1\omega = 200\Omega ;$$

$$Z_{C_1} = \frac{1}{C_1\omega} = 100\Omega ; Z_{C_2} = \frac{1}{C_2\omega} = 400\Omega ;$$

$$\frac{1}{Z_{AM}} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{L_1}} \Rightarrow Z_{AM}^* = \frac{200j(-100j)}{200j + (-100j)} = -200j$$

$$Z_{MB}^* = \frac{200j(-400j)}{200j + (-400j)} = 400j$$

$$\text{Từ đó: } Z_{AB} = Z_{AM} + Z_{MB} = 200j ;$$

$$I^* = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{150}{200j} = 0,75(-j) \Rightarrow I_0 = 0,75A \text{ và } \varphi = -\frac{\pi}{2},$$

$$\text{hay } i = 0,75\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (A).}$$

Ta lại có :

$$U_{AM}^* = I \cdot Z_{AM}^* = (-0,75j)(-200j) = -150$$

$$\Rightarrow U_{AM0} = 150V$$

$$\Rightarrow U_{AM} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 75\sqrt{2} V \text{ (và } u_{AM} \text{ ngược pha với } u_{AB}).$$

$$\text{Tương tự, } U_{MB}^* = I \cdot Z_{MB}^* = (-0,75j)(400j) = 300V$$

$$\Rightarrow u_{MB} = \frac{300}{\sqrt{2}} = 150\sqrt{2}V \text{ (và } u_{MB} \text{ cùng pha với } u_{AB}).$$

$$\text{Ta lại có: } I_1^* = \frac{U_{AM}}{Z_{C_1}} = \frac{-150}{-100j} = -1,5j \Rightarrow I_1 = \frac{1,5}{\sqrt{2}}(A)$$

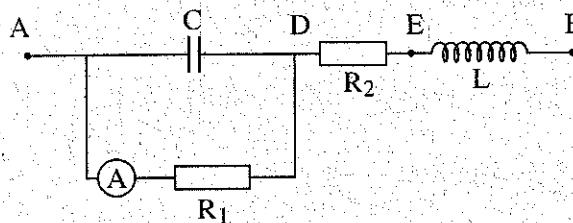
$$I_2^* = \frac{U_{AM}}{Z_{L_1}} = \frac{-150}{200j} = 0,75j \Rightarrow I_2 = \frac{0,75}{\sqrt{2}}A$$

$$I_3^* = \frac{U_{MB}}{Z_{L_2}} = \frac{300}{200j} = -1,5j \Rightarrow I_3 = \frac{1,5}{\sqrt{2}}A \text{ và}$$

$$I_4^* = \frac{U_{MB}}{Z_{C_2}} = \frac{300}{-400j} = 0,75j \Rightarrow I_4 = \frac{0,75}{\sqrt{2}}A$$

Chú ý rằng, căn cứ vào các kết quả thu được ta cũng có thể viết các biểu thức của $u_{AM}, u_{MB}, i_1, i_2, i_3, i_4$ và tính Z_{AB} .

Ví dụ 2. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.11.



Hình 3.11

Cho biết: $C = \frac{10^{-5}}{\pi} F$; $R_A \approx 0$; $R_1 = 1k\Omega$; $R_2 = 282\Omega$; $L = \frac{5}{\pi} H$.

Cường độ dòng điện qua ampe kế có biểu thức: $i_A = 0,1\cos 100\pi t A$.

Tìm biểu thức của cường độ dòng điện qua C và qua R2, các biểu thức của điện áp u_{DE}, u_{EB}, u_{AB} .

Giai :

$$\text{Ta có: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 1000\Omega ; Z_L = L\omega = 500\Omega$$

Theo đề bài: $I_A = 0,1A$, suy ra $U_{AD} = I_A R_1 = 100V$ và

$$I_C^* = \frac{U_{AD}}{Z_C} = \frac{100}{-1000j} = 0,1j$$

Hay $i_C = 0,1 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ (A)

Ta có: $Z_{AD}^* = 1000 \frac{1(-j)}{1+(-j)} = 500(1-j)$

Suy ra: $I = I_{R2}^* = \frac{U_{AD}^*}{Z_{AD}^*} = \frac{0,2}{(1-j)} = 0,1(1+j)$

Hay: $i = 0,1\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

Ta có: $U_{DE}^* = IR_2 = 0,1(1+j).282 = 28,2(1+j)$,

hay: $u_{DE} = 40 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (V)

$U_{EB}^* = I^* Z_L = 0,1(1+j).(500j) = 50(-1+j)$

Hay: $u_{EB} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (V);

và: $U_{AB}^* = U_{AD}^* + U_{DE}^* + U_{EB}^* = 78,2(1+j)$

Hay: $u_{AB} = 110 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (V).

Ví dụ 3. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.12. Cho biết:

$$R = 50\Omega, L = \frac{1}{2\pi} (\text{H}); u_{AB} = U_0 \cos(100\pi t) (\text{V}).$$

Tìm trị số của C để dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB} .

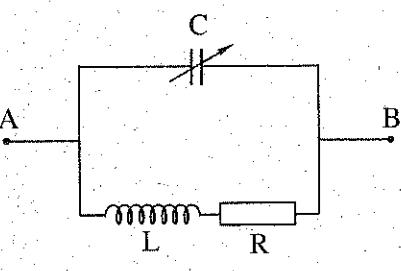
Giải

$$Z_L = L\omega = 50\Omega$$

$$Z_2^* = Z_{LR} = 50 + 50j$$

$$Z_1^* = -jx, \text{ với } x = \frac{1}{\omega C}$$

Ta có:



Hình 3.12

$$\begin{aligned} I^* &= \frac{U_{AB}^*}{Z} = U_0 \left(\frac{1}{Z_1^*} + \frac{1}{Z_2^*} \right) = U_0 \left(\frac{1}{-jx} + \frac{1}{50(1+j)} \right) = \\ &= \left[\frac{x + j(100-x)}{100x} \right] U_0 \end{aligned}$$

Muốn cho dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB} , phải có $\varphi = 0$, hay $100 - x = 0$
 $\Rightarrow x = 100 \Omega$ và từ đó :

$$C = \frac{1}{\omega x} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$$

4. Chú ý

a) Ta đã thấy việc giải bài toán mạch điện xoay chiều bằng phương pháp dùng số phức là rất thuận tiện cho trường hợp mạch điện phức tạp.

b) Nếu xem nguồn điện xoay chiều với hiệu điện thế U và đoạn mạch RLC như một mạch kín thì định luật Ôm viết dưới dạng :

$$U^* = I^* Z^* = I^* [R + j(Z_L - Z_C)] = I^* R + jZ_L I^* - jZ_C I^* \quad (3.21)$$

có dạng như định luật Kiéc-xốp cho mạch điện không đổi, trong đó $jZ_L I^*$ là suất điện động tự cảm (phức), nghĩa là ta cũng có định luật Kiéc-xốp cho mạch điện xoay chiều, được viết tổng quát dưới dạng phức như sau :

$$\sum I^* Z^* = \sum E^* \quad (3.22)$$

Với E^* là suất điện động phức.

Khi có hai mạch điện xoay chiều $R_1 L_1 C_1$ và $R_2 L_2 C_2$ với hai cuộn dây L_1 và L_2 liên kết cảm ứng (đặt cạnh nhau hoặc lồng vào nhau) thì, như đã biết (*chú đề 2*), ngoài suất điện động tự cảm, trong mỗi mạch còn có suất điện động hổ cảm do dòng điện của mạch kia gây ra. Nếu kí hiệu M là hệ số hổ cảm của 2 mạch (các cuộn dây không có lõi sắt) thì suất điện động hổ cảm ở mạch 1 chẳng hạn có biểu thức (phức) (do dòng I_2 gây ra) :

$$e_{hc1} = j\omega M I_2 \quad (3.23)$$

Để làm ví dụ ta xét bài toán sau đây :

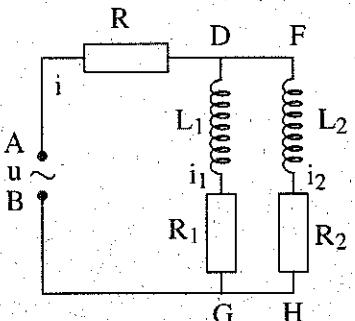
Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.13. L_1 và L_2 là hai cuộn dây thuần cảm có $L_1 = 0,2H$; $L_2 = 0,3H$; hệ số hooke cảm giữa 2 cuộn dây đó

$$M = 0,15H; R = R_1 = 100\Omega; R_2 = 50\Omega;$$

$$u = 220\cos 100\pi t (V).$$

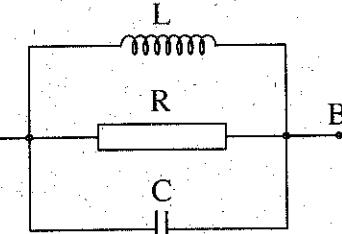
Tìm biểu thức các cường độ dòng điện i , i_1 , i_2 .

Hình 3.13



III - CỘNG HƯỚNG ĐỘNG

Xét mạch điện gồm ba phần tử R , L , C mắc song song (Hình 3.14). Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp u . Kí hiệu i_L , i_R , i_C tương ứng là các cường độ dòng điện chạy trên các nhánh chứa L , R , C . Ta vẽ giản đồ Fre-nen : Vẽ vectơ \vec{U} (Hình 3.15), sau đó vẽ các vectơ dòng điện \vec{I}_R , \vec{I}_C và \vec{I}_L (\vec{I}_R nằm dọc theo trục điện áp, còn \vec{I}_C và \vec{I}_L thì vuông góc với trục điện áp và ngược chiều nhau).



Hình 3.14

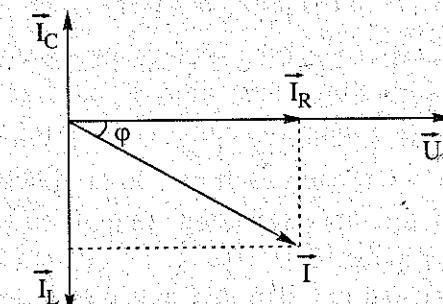
$$\text{Ta biết: } I_R = \frac{U}{R}, I_C = UC\omega$$

$$\text{và } I_L = \frac{U}{L\omega} \quad (3.24)$$

Từ hình 3.15 ta có :

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} \quad (3.25)$$

$$\text{và } \tan \phi = \frac{I_L - I_C}{I_R}. \quad (3.26)$$



Hình 3.15

Thay (3.24) vào (3.25) ta có :

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right)^2} \quad (3.27)$$

Gọi $Z = \frac{U}{I}$ là tổng trắc tương đương của đoạn mạch song song AB, từ (3.27)

ta rút ra :

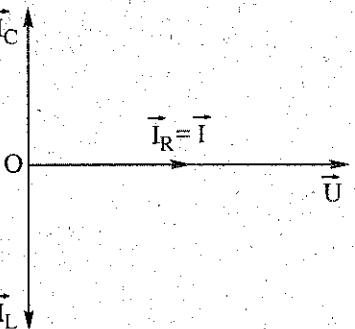
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right)^2} \quad (3.28)$$

Thay (3.24) vào (3.26) ta suy ra độ lệch pha ϕ giữa i và u :

$$\tan \phi = \frac{\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{R}} = R \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right) \quad (3.29)$$

Từ (3.28) và (3.29) ta thấy khi $Z_L = Z_C$, hay $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ (3.30) thì : u và i cùng pha, tổng trở Z là cực đại, và dòng điện trong mạch chính sẽ cực tiểu và bằng $I = \frac{U}{R}$. Khi đó, trong mạch có hiện tượng cộng hưởng. Khi có cộng hưởng, các dòng điện i_L và i_C qua các nhánh L và C có biên độ bằng nhau nhưng lại ngược pha nhau và dòng điện trong mạch chính chỉ bằng dòng điện qua nhánh R . Bởi vì khi có cộng hưởng, dòng điện chạy vòng trong hai nhánh L và C có thể rất lớn nên người ta gọi hiện tượng cộng hưởng này là *cộng hưởng dòng*. Trên hình 3.16 vẽ giản đồ Fre-nen trong trường hợp cộng hưởng dòng.

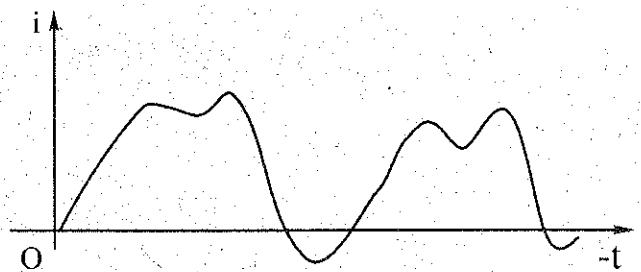
Nếu bằng cách nào đó ta giữ cho I không đổi thì, khi có cộng hưởng dòng : điện áp giữa hai đầu của mạch sẽ rất lớn (vì $U = IZ$ mà Z lại cực đại). Kết quả này dẫn đến một ứng dụng quan trọng : nó cho phép tách một điện áp tần số ω ra khỏi một dao động điện phức tạp (gồm nhiều dao động điện có tần số khác nhau).



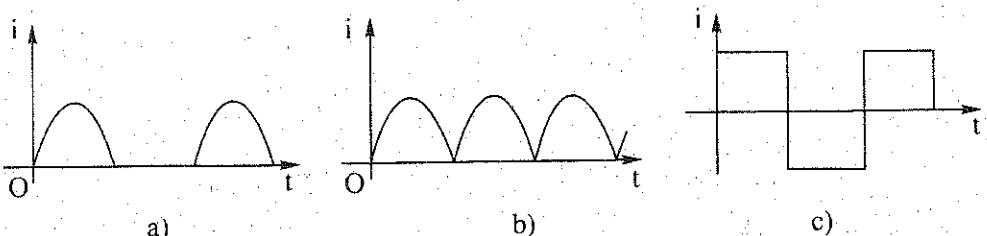
Hình 3.16

IV – DÒNG ĐIỆN BIẾN THIÊN PHI ĐIỀU HOÀ

1. Dòng điện biến thiên phi điều hoà (không sin tính) là dòng điện biến thiên tuần hoàn không theo quy luật dạng sin với thời gian t , chẳng hạn dòng điện có đồ thị biến thiên như trên hình 3.17. Những nguồn dòng điện tuần hoàn phi điều hoà thường gặp là nguồn chỉnh lưu nửa chu kì (Hình 3.18a), hoặc cả 2 nửa chu kì (Hình 3.18b), nguồn phát dao động điện hình chữ nhật (Hình 3.18c), hoặc do trong mạch có phần tử phi tuyến (xem Điện học 1).



Hình 3.17



Hình 3.18

Trong trường hợp tổng quát, điện áp do nguồn đặt vào mạch ta xét có thể biểu diễn dưới dạng :

$$u = U_0 + U_{1\max} \cos(\omega t + \varphi_1) + U_{2\max} \cos(2\omega t + \varphi_2) + \dots$$

Trong đó U_0 là thành phần không đổi của điện áp u , $U_{1\max} \cos(\omega t + \varphi_1)$ là thành phần điều hoà cơ bản có tần số bằng tần số biến thiên của u , các thành phần tiếp sau có tần số gấp đôi, gấp ba ... tần số của u . Chẳng hạn, điện áp chỉnh lưu của nửa chu kì có dạng :

$$u = \frac{U_{\max}}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3} \cos 2\omega t \dots \right);$$

hoặc điện áp chỉnh lưu cả 2 nửa chu kì có dạng :

$$u = \frac{2U_{\max}}{\pi} \left(1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t \dots \right)$$

(với ω là tần số góc của điện áp xoay chiều căn chỉnh lưu).

2. Cũng như đối với dòng điện xoay chiều hình sin, căn cứ vào định nghĩa của giá trị hiệu dụng của điện áp, cường độ dòng điện và trị trung bình của công suất ta có :

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \quad (3.31)$$

với U_1, U_2 là trị số hiệu dụng của các thành phần điện áp :

$$U_1 = \frac{U_{1\max}}{\sqrt{2}}, U_2 = \frac{U_{2\max}}{\sqrt{2}} \dots;$$

$$\text{tương tự : } I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} \quad (3.32)$$

$$\text{với } I_1 = \frac{I_{1\max}}{\sqrt{2}} \dots ;$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots \quad (3.33)$$

$$\text{hay } \mathcal{P} = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \dots \quad (3.34)$$

Với $\mathcal{P}_0, \mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ là công suất do các thành phần của u tạo ra.

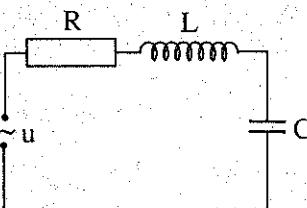
3. Để giải bài toán mạch điện có dòng điện phi điều hoà ta áp dụng phương pháp xếp chồng như đối với mạch điện không đổi : lần lượt giải bài toán mạch điện có từng nguồn riêng rẽ $u_0, u_1, u_2 \dots$ sau đó chồng chất các nghiệm ($i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots$).

4. Bài tập ví dụ

Xét mạch điện RLC mắc nối tiếp như trên hình

3.19. Cho điện áp u có biểu thức :

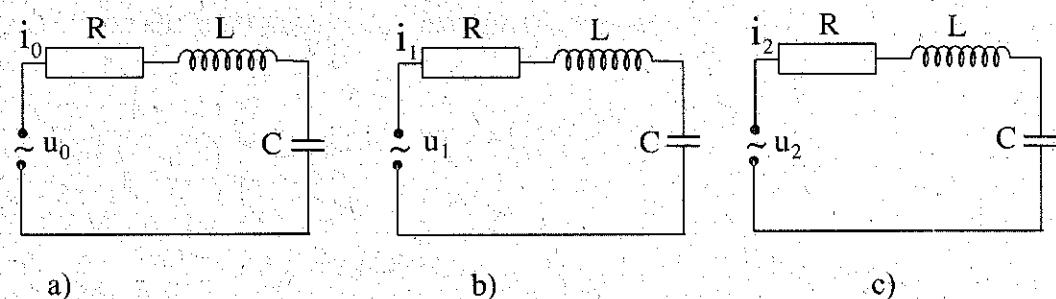
$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_1 + u_2 \\ &= U_0 + U_{01} \cos \omega t + U_{02} \cos 2\omega t \end{aligned}$$



Hình 3.19

Tìm cường độ dòng điện trong mạch và công suất tiêu thụ.

Giải : Ta thấy nguồn $u(t)$ bằng 3 nguồn u_0, u_1, u_2 và giải các mạch điện a, b, c có từng nguồn riêng rẽ (Hình 3.20 a, b, c).



Hình 3.20

Với mạch a), ta có : $I_0 = 0$

$$\text{Với mạch b), ta có : } I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}; i_1 = I_{01} \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$\text{Với mạch c), ta có : } I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + \left(2\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2}}$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{R}; i_2 = I_{02} \cos(2\omega t - \varphi_2)$$

Dòng điện cần tìm :

$$i = I_0 + i_1 + i_2 = I_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) + I_{02} \cos(2\omega t - \varphi_2)$$

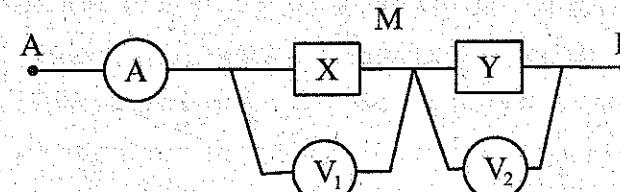
có cường độ hiệu dụng : $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$.

Công suất tiêu thụ trong mạch :

$$\mathcal{P} = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 = RI^2$$

B. BÀI TẬP

3.1. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.21. Trong đó X và Y là hai hộp linh kiện, mỗi hộp chỉ chứa hai trong ba loại linh kiện mắc nối tiếp ; điện trở thuận, cuộn dây thuận cảm, tụ điện ; ampe kế và vôn kế có $R_A \approx 0, R_V$ rất lớn.



Hình 3.21

Ban đầu mắc hai điểm A và M của mạch vào hai cực của một nguồn điện không đổi, thì vôn kế V_1 chỉ 45V, ampe kế chỉ 1,5A.

Sau đó mắc A và B vào nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = 120\cos 100\pi t$ (V) thì thấy ampe kế chỉ 1A, hai vôn kế có cùng số chỉ như nhau và u_{AM} lèch pha

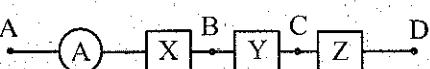
góc $\frac{\pi}{2}$ so với u_{MB} .

a) Hỏi hộp X và Y có chứa các linh kiện nào? Tính trị số của chúng. Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch.

b) Thay tụ điện có trong mạch bằng một tụ điện C' khác sao cho số chỉ của V_2 đạt trị số lớn nhất U_{2max} . Tính trị số của C', U_{2max} và công suất tiêu thụ của mạch khi đó.

3.2. Cho mạch điện, gồm 3 hộp linh kiện X, Y, Z mắc nối tiếp với ampe kế (có điện trở không đáng kể); mỗi hộp linh kiện chỉ chứa 1 trong 3 linh kiện cho trước: điện trở thuần R, cuộn cảm L, và tụ điện C (Hình 3.22). Đặt vào hai đầu A, D của mạch một điện áp xoay chiều $u_{AD} = 32\sqrt{2}\cos 2\pi ft$ (V). Khi $f = 100Hz$, dùng một vôn kế (có điện trở rất lớn) đo lần lượt được $U_{AB} = U_{BC} = 20V$, $U_{CD} = 16V$, $U_{BD} = 12V$; dùng oát kế đo công suất tiêu thụ của mạch khi đó ta được $\mathcal{P} = 6,4W$. Người ta thấy khi $f > 100Hz$ hoặc $f < 100Hz$ thì số chỉ ampe kế giảm đi.

a) Mỗi hộp kín X, Y, Z chứa linh kiện gì? Tìm giá trị các linh kiện đó.

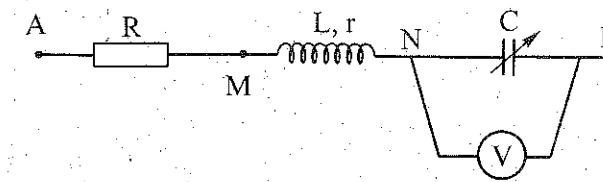


Hình 3.22

b) Viết biểu thức của u_{BC} khi $f = 100Hz$.

3.3. Cho mạch điện gồm điện trở thuần, cuộn cảm và tụ điện mắc nối tiếp như trên hình 3.23 (R_V rất lớn). Điều chỉnh điện dung C của tụ, chọn R, r và Z_L (với một tần số xác định của điện áp đặt vào mạch điện) sao cho thoả mãn điều kiện:

$$R = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \frac{Z_C}{2} = \frac{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{2} \quad (1)$$



Hình 3.23

a) Chứng minh rằng, muốn cho số chỉ vôn kế đạt trị số cực đại U_{Cmax} khi đặt vào mạch điện áp xoay chiều, thì phải giảm điện dung C đi hai lần so với trị số ban đầu ở (1).

b) Chúng tỏ rằng, hệ số tăng thêm k của số chỉ vôn kế $k = \frac{U_{Cmax}}{U_{C(ban\ đầu)}}$, phụ

thuộc vào hệ số công suất của cuộn cảm $\cos \varphi_d = \frac{r}{Z_d}$ (với $Z_d = \sqrt{r^2 + Z_L^2}$)

theo hệ thức: $k^2(1 + \cos \varphi_d) = 2$ (2)

Kiểm chứng lại kết luận này trong trường hợp $U_{AB} = 100V$; $R = 50\Omega$; $r = 30\Omega$.

3.4. Cho mạch điện xoay chiều như trên hình

3.24: $R_A \approx 0$, cuộn dây có điện trở R và có hệ số tự cảm L thay đổi được nhờ di chuyển lõi sắt dọc theo trục cuộn dây. Đặt vào hai đầu mạch điện áp: $u = 20\sqrt{2}\cos 500t$ (V). Di chuyển lõi sắt ta thấy có một vị trí của lõi sắt ampe kế có số chỉ cực đại I_{max} . Sau đó, dịch chuyển lõi sắt quanh vị trí đó ta thấy

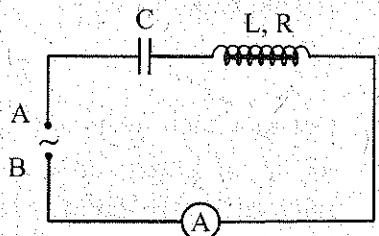
có hai vị trí của lõi sắt ampe kế đều chỉ $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$, ở hai vị trí này hệ số tự cảm

của cuộn dây là $L_1 = 0,9H$ và $L_2 = 1,1H$.

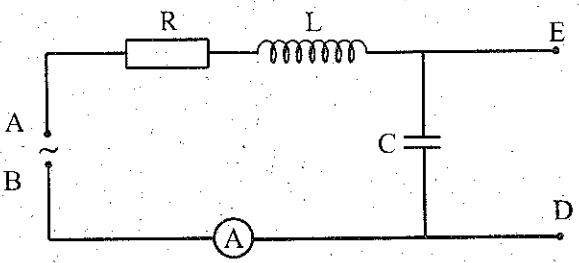
a) Giải thích hiện tượng đó. Tính C và R.

b) Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch ứng với hai vị trí đó của lõi sắt.

3.5. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.25: L là cuộn dây thuần cảm. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều u_{AB} có tần số f thay đổi được.



Hình 3.24



Hình 3.25

Mắc vào hai đầu E, D một ampe kế ($R_A \approx 0$) và cho tần số $f = 1000\text{Hz}$ thì số chỉ ampe kế là $I_1 = 0,1\text{A}$ và dòng qua ampe kế trễ pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} ; khi giảm tần số f thì thấy số chỉ ampe kế tăng.

Điều chỉnh tần số về giá trị cũ rồi thay ampe kế bằng một vôn kẽ (R_V rất lớn), thì vôn kẽ chỉ 20V và điện áp trên vôn kẽ trễ pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} . Khi biến đổi tần số thì có thể tìm được một trị số f_0 của tần số làm cho điện áp trên vôn kẽ vuông pha với u_{AB} .

- Tính R, L, C .
 - Tính f_0 .
- 3.6. Đặt một điện áp $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$, với U, ω không đổi vào hai đầu mạch điện AB (Hình 3.26). Người ta thấy rằng, khi điều chỉnh biến trở đến giá trị $R = 75\Omega$ thì đồng thời có :

- Biến trở R tiêu thụ công suất lớn nhất,
- Thêm bất kì một tụ điện C nào vào đoạn mạch NB, dù nối tiếp hoặc song song với tụ điện C , đều thấy U_{NB} giảm.

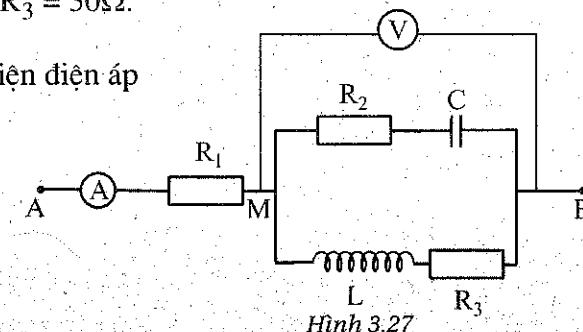
Hãy tính r, Z_L, Z_C , và Z_{AB} , biết rằng chúng đều có trị số nguyên.

- 3.7. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.27. Cho biết

$$R_1 = 50\Omega; R_2 = 30\Omega; C = \frac{2,5}{\pi} \cdot 10^{-4} \text{F};$$

$$R_A \approx 0; L = \frac{0,4}{\pi} \text{H}; R_V = \infty; R_3 = 30\Omega.$$

Đặt vào 2 đầu A, B của mạch điện điện áp $u_{AB} = 330\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V).

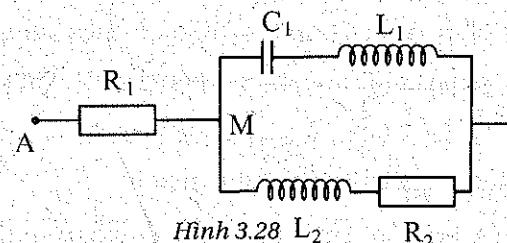


Hình 3.27

a) Tìm số chỉ của vôn kẽ và ampe kế. Viết biểu thức của cường độ dòng điện chính và của điện áp u_{MB} .

b) Tính công suất tiêu thụ của mạch điện và tổng trở của toàn mạch.

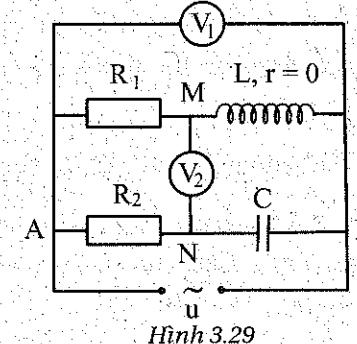
- 3.8. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.28. Cho biết $R_1 = 40\Omega; R_2 = 60\Omega; L_2 = \frac{1}{5\pi} \text{H}; u_{AB} = 400\cos^2\omega t$ (V), với $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$; trị số của L_1 và C_1 thoả mãn hệ thức $4\omega^2 L_1 C_1 = 1$. Tìm biểu thức các cường độ dòng điện mạch chính và nhánh rẽ.



Hình 3.28 L_2

- 3.9. Cho mạch điện xoay chiều như trên hình

3.29. Cho biết $R_V = \infty$; cuộn dây có hệ số tự cảm L và điện trở không đáng kể ($r = 0$). Hãy tìm công thức liên hệ giữa R_1, R_2, L và C sao cho các vôn kẽ V_1 và V_2 chỉ cùng một giá trị.



Hình 3.29

- 3.10. Cho mạch điện mắc theo sơ đồ như trên hình 3.30, với $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$.

a) Muốn cho hệ số công suất của toàn mạch bằng 1 thì R_1 , R_2 , L , C và ω phải thoả mãn hê thức nào?

b) Cho $R_1 = 200\Omega$; $C = \frac{50}{\pi}\mu F$ và tần số

$f = 50Hz$. Hãy tính các giá trị R_2 và L để hệ số công suất của toàn mạch bằng 1, đồng thời điện áp u_{AM} và u_{MB} có cùng một giá trị hiệu dụng.

3.11. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.31 :

hai đầu A, B của mạch điện nối với một nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng không đổi $U_{AB} = 100V$ và có tần số f thay đổi được. Hai vôn kế xoay chiều V_1 và V_2 có điện trở rất lớn (coi như lớn vô cùng), ampe kế A và các dây nối có điện trở không đáng kể.

1. Mắc vào hai chốt A và D một tụ điện có điện dung C và mắc vào hai chốt D, E một cuộn cảm có độ tự cảm L, điện trở R và cho tần số $f = f_0 = 250Hz$.

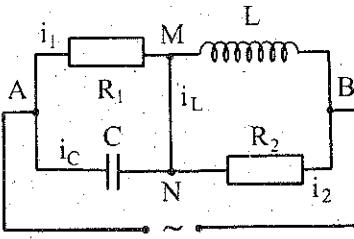
Người ta thấy vôn kế V_1 chỉ $U_1 = 200V$, vôn kế V_2 chỉ $U_2 = 100\sqrt{3}V$, ampe kế chỉ 1A. Tính các giá trị C, L, R của mạch.

2. Thay hai linh kiện trên bằng hai linh kiện khác (thuộc loại điện trở, tụ điện, cuộn dây) thì số chỉ của các dụng cụ đo vẫn như trước, và hơn nữa, khi thay đổi tần số f của nguồn điện thì số chỉ của ampe kế giảm đi.

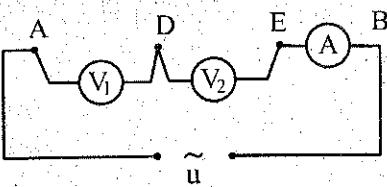
a) Hỏi đã mắc các linh kiện nào vào các chốt nói trên và giải thích tại sao? Tìm các giá trị R' , L' , C' (nếu có) của mạch và độ lệch pha giữa u_{AD} và u_{DE} .

b) Giữ nguyên tần số $f = f_0 = 250Hz$ và mắc thêm 2 linh kiện nữa giống hệt hai linh kiện của câu 2a vào mạch. Hỏi phải mắc thế nào để thoả mãn một trong 2 yêu cầu sau :

α) Số chỉ của các vôn kế vẫn như trước, nhưng số chỉ của ampe kế tăng lên gấp đôi hoặc giảm đi một nửa. Trong các trường hợp đó, nếu thay đổi tần số f của nguồn điện thì số chỉ của ampe kế thay đổi như thế nào?



Hình 3.30



Hình 3.31

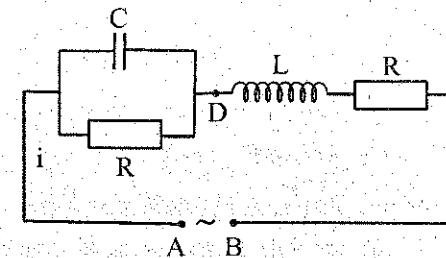
β) Số chỉ của 2 vôn kế là như nhau. Tìm số chỉ của ampe kế, vôn kế, cường độ hiệu dụng của dòng điện qua các linh kiện và độ lệch pha giữa i và u_{AB} khi đó.

(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1998 — 1999)

3.12. Cho mạch điện như ở hình 3.32. Cho biết

$C = 0,25\mu F$; $L = 62,5 mH$; $R = 1,5 k\Omega$.

Hỏi tần số của dòng điện phải bằng bao nhiêu để cường độ dòng điện mạch chính i và điện áp đặt vào mạch cùng pha.



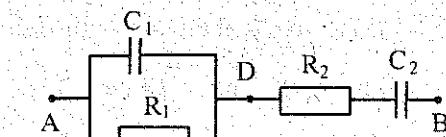
Hình 3.32

3.13. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.33.

Cho biết : $C_1 = 250\mu F$; $R_1 = 2\Omega$; $R_2 = 25\Omega$;

$C_2 = 40\mu F$. Đặt vào mạch một điện áp xoay chiều tần số f . Hỏi f phải có trị số bằng bao nhiêu để u_{AD} cùng pha với u_{AB} và tính tỉ số

$\frac{U_{AD}}{U_{AB}}$ khi đó.



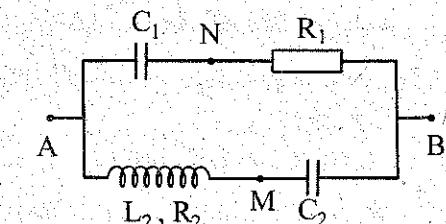
Hình 3.33

3.14. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.34.

Cho $R_1 = 40\Omega$, $C_1 = \frac{\sqrt{3}}{12\pi} \cdot 10^{-3} F$; cuộn

dây có điện trở thuần $R_2 = 60\Omega$ và hệ số

tự cảm $L = \frac{\sqrt{3}}{5\pi} H$; $C_2 = \frac{\sqrt{3}}{12\pi} \cdot 10^{-3} F$.



Hình 3.34

Đặt vào 2 đầu mạch điện áp : $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$.

Tìm biểu thức các cường độ dòng điện mạch chính và dòng điện nhánh rẽ.

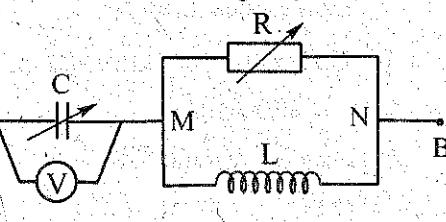
Tính U_{AN} , U_{AM} và U_{MN} .

3.15. Cho mạch điện như trên hình 3.35

trong đó điện dung C và điện trở R có

thể thay đổi được : $L = \frac{1}{\pi} H$; vôn kế

có điện trở rất lớn.



Hình 3.35

Đặt vào mạch điện một điện áp $U = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V).

a) Với $R = 100\sqrt{3}\Omega$, chọn C sao cho số chỉ của vôn kế đạt trị số cực đại. Tìm số chỉ và trị số của C khi đó.

b) Với giá trị nào của C thì số chỉ của vôn kế giữ không thay đổi khi R biến đổi.

3.16. Một đoạn mạch AB gồm 2 nhánh mắc song song: nhánh thứ nhất có tụ điện $C_1 = 0,2\text{pF}$; nhánh thứ hai gồm cuộn cảm (diện trở không đáng kể) có hệ số tự cảm $L = 1\text{H}$ mắc nối tiếp với tụ điện $C_2 = 0,2\text{pF}$. Tìm trị số của tần số điện áp đặt vào đoạn mạch để cho tổng trở của mạch:

a) $Z = 0$; b) $Z = \infty$.

3.17. Cho mạch điện mắc như trên hình 3.36:

Cho biết: $R = 100\Omega$; $C = \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-4}\text{F}$;

$R_{AB} = 200\Omega$; vôn kế có điện trở vô cùng lớn; $u_{MN} = 400\cos 100\pi t$ (V). Tìm vị trí con chay Q để u_{PQ} vuông pha với u_{MN} và tìm số chỉ vôn kế khi đó.

3.18. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.37.

Cho biết :

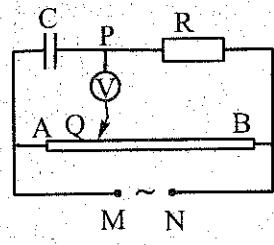
$R_1 = R_2 = R = 40\Omega$; $L = 0,8\text{mH}$;

$R_G \approx 0$. Khi đặt vào 2 đầu A và B của mạch một điện áp xoay chiều $u = U_0 \sin \omega t$ thì người ta thấy u luôn luôn cùng pha với cường độ dòng điện mạch chính i với mọi giá trị của ω .

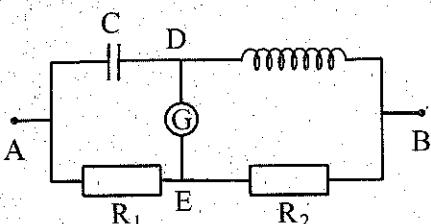
a) Tính C theo L và R.

b) Viết biểu thức của i khi $\omega = 100$ rad/s, $U_0 = 400\sqrt{2}$ V.

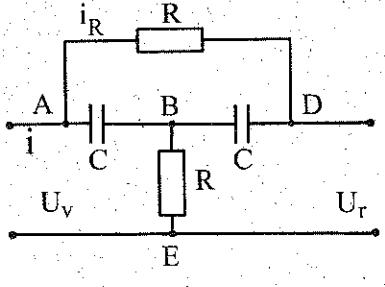
3.19. Trong sơ đồ mạch điện ở hình 3.38 mỗi điện trở có giá trị R, mỗi tụ điện có điện dung C. Điện áp đặt vào u_V là xoay chiều, điện áp ra u_r đặt vào tải có tổng trở



Hình 3.36



Hình 3.37



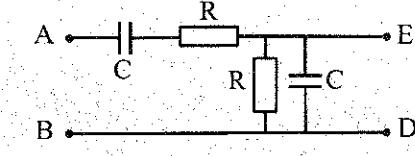
Hình 3.38

vô cùng lớn. Tính tần số góc ω_0 của u_V để u_V và u_r đồng pha. Tính tỉ số $\frac{U_r}{U_V}$ ứng với tần số ấy.

(Trích đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1985 - 1986; Bài này có dạng tương tự với một phần đề thi Olimpic Vật lí quốc tế lần thứ 15 tại Thuỵ Điển).

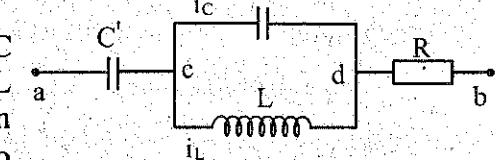
3.20. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.39.

Cho biết $R = 60\Omega$. Đặt vào hai đầu A, B một điện áp xoay chiều $u_1 = U_1\sqrt{2}\sin 100\pi t$ người ta thấy điện áp giữa hai đầu DE có biểu thức: $u_2 = U_2\sqrt{2}\cos 100\pi t$. Tìm trị số của C và tính U_2 khi $U_1 = 12V$.



Hình 3.39

3.21. Một điện trở R, hai tụ có điện dung C và C' và một cuộn dây có độ tự cảm L được lắp như trong hình 3.40. Một điện áp xoay chiều $u = U_0\cos \omega t$ được đặt vào hai đầu a, b của đoạn mạch.



Hình 3.40

Vẽ giản đồ Fre-nen và tính tổng trở của cả đoạn mạch đó. Cho tần số ω tăng từ 0 lên tới một giá trị $\omega = \omega_0$, xảy ra hiện tượng đặc biệt trong đoạn mạch. Tính ω_0 và mô tả hiện tượng đó.

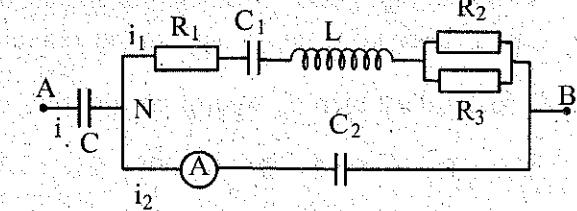
(Trích Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia môn Vật lí, năm học 1986-1987)

3.22. Cho mạch điện như trên hình 3.41. Cho biết :

$R_1 = R_2 = 2R_3$;

$C = C_1 = 2C_2 = \frac{10^{-4}}{\pi}\text{F}$;

$L = \frac{2}{\pi}\text{H}$.



Hình 3.41

Điện trở của cuộn dây L, của ampe kế và dây nối không đáng kể.

Đặt vào hai đầu A, B một điện áp $u = U_0\cos 100\pi t$ (V) thì ampe kế chỉ 0,5A và độ lệch pha giữa u và dòng điện chính i qua tụ điện C là $\frac{\pi}{3}$. Hãy viết biểu thức của i và tính U_0 .

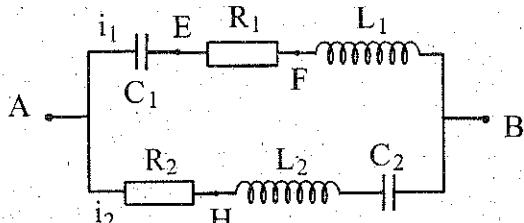
3.23. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.42. Cho biết :

$$R_1 = 40\Omega; L_1 = \frac{3\sqrt{3}}{5\pi} H;$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{3}}{3\pi} 10^{-4} F; R_2 = 120\Omega;$$

$$L_2 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} H; C_2 = \frac{\sqrt{3}}{18\pi} 10^{-3} F;$$

$$U_{HE} = 300\sqrt{3} (V); \text{tần số dòng điện } f = 50\text{Hz}. \text{Tính } U_{HF} \text{ và } U_{AB}.$$



Hình 3.42

3.24. Mạch điện gồm điện trở $R = 50\Omega$, cuộn dây thuần cảm $L = 0,1 H$, tụ điện có điện dung $C = 20\mu F$ mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp $u = 50 + 100\sqrt{2}\cos\omega t + 50\sqrt{2}\cos 3\omega t (V)$, với $\omega = 314\text{rad/s}$. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện i và điện áp u_C giữa 2 bản tụ điện. Vẽ đồ thị $i(t)$ và $u_C(t)$. Giải bằng phương pháp dùng số phức.

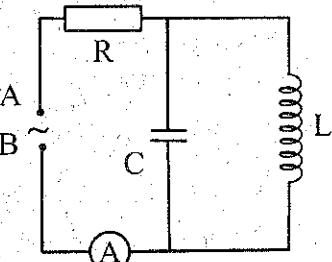
3.25. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.43. Cho

$$\text{biết } R = \omega L = 10\Omega; \frac{1}{\omega C} = 25\Omega; R_A \approx 0. \text{Đặt}$$

vào đoạn mạch một điện áp

$$u_{AB} = 0,5 + \sqrt{2}\cos\omega t + 0,4\sqrt{2}\cos 3\omega t (V).$$

Tìm biểu thức cường độ dòng điện mạch chính. Tìm số chỉ ampe kế và công suất tiêu thụ của mạch.



Hình 3.43

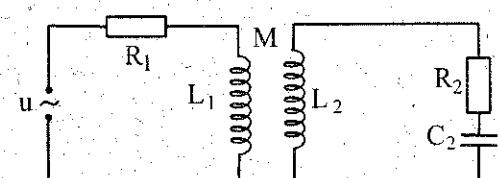
3.26. Sơ đồ máy biến áp không có lõi thép, có tải R_2, C_2 vẽ trên hình 3.44. Cho biết : $R_1 = 100\Omega$; $R_2 = 500\Omega$; $L_1 = \frac{5}{\pi} H$; $L_2 = \frac{15}{\pi} H$; hệ số hõ cảm của

$$2 \text{ cuộn dây } M = \frac{7}{\pi} H; C_2 = \frac{10^{-4}}{18\pi} F.$$

Đặt vào cuộn sơ cấp điện áp

$$u = 10\sqrt{2}\cos(100\pi t) (V)$$

Tìm biểu thức của cường độ dòng điện sơ cấp và cường độ dòng điện thứ cấp.



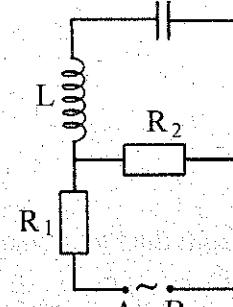
Hình 3.44

3.27. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.45 $R_1 = 4k\Omega$; $R_2 = 200\Omega$; $L = 0,02H$; $C = 50nF$. Đặt vào A, B điện áp : $u_{AB} = U_0\cos\omega t$ với $U_0 = 2V$.

a) Dùng cách vẽ Fre-nen tính biên độ u_{CO} của điện áp giữa hai bản của tụ điện theo U_0 .

b) Muốn cho u_{CO} đạt trị số khả dĩ nhất U_{Cmax} thì tần số góc ω phải bằng bao nhiêu ? Tính U_{Cmax} ?

c) Nếu thay điện trở R_2 bằng điện trở khác $R_3 = 2k\Omega$ thì trị số khả dĩ nhất của U_{C0} ứng với tần số góc nào ?

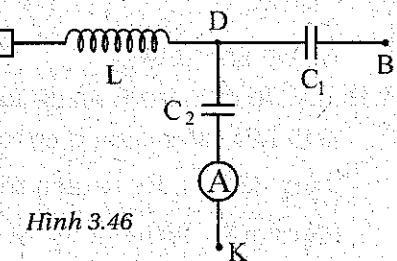


Hình 3.45

3.28. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 3.46. L là cuộn dây thuần cảm có $Z_L = 100\Omega$; $Z_{C1} = 200\Omega$; $Z_{C2} = 100\Omega$; $R_A \approx 0$. Hai đầu A, B của mạch nối với điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}\cos\omega t (V)$. Biết rằng khi nối K vào đầu A của mạch thì ampe kế chỉ $0,5A$, và qua tụ C_1 có dòng điện :

$$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) (A)$$

Hỏi sau khi chuyển K sang nối với đầu B của mạch thì số chỉ của ampe kế sẽ là bao nhiêu ?



Hình 3.46

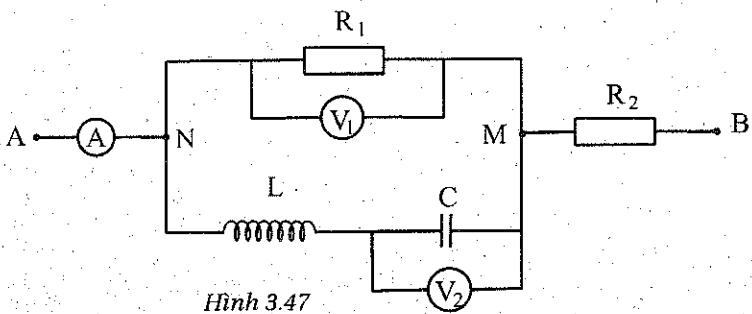
Vẽ giản đồ Fre-nen chính xác khi nối K với A.

3.29. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 3.47. Cho biết : $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $C = 100nF$; L là cuộn dây thuần cảm với $L = 0,1H$; $R_A \approx 0$; $R_{V1} = R_{V2} = \infty$. Ampe kế và vôn kế là ampe kế và vôn kế nhiệt.

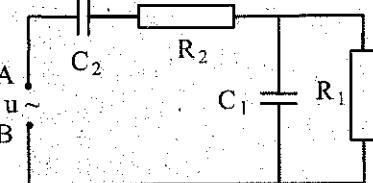
Đặt vào hai đầu A, B điện áp $u_{AB} = 5\sqrt{2}\cos\omega t (V)$.

a) Dùng cách vẽ giản đồ vectơ Fre-nen tìm biểu thức của các điện áp hiệu dụng U_{R1}, U_C và cường độ dòng điện hiệu dụng qua R_2 theo điện áp hiệu dụng $U = U_{AB}$, R_1, R_2, L, C và ω .

b) Tìm điều kiện của ω để ampe kế có số chỉ lớn nhất có thể. Tìm số chỉ của các vôn kế V_1 và V_2 khi đó.



3.30. Cho mạch điện như hình 3.48. Biết $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$. Điện áp xoay chiều đặt vào 2 điểm A và B có biểu thức $u = U_0 \sin \omega t$, trong đó biên độ U_0 được giữ không đổi còn tần số góc ω có thể thay đổi trong một khoảng giá trị rộng.

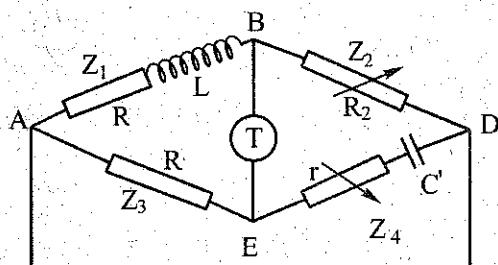


- a) Điện áp hiệu dụng U_1 giữa hai đầu điện trở R_1 có thể đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu?
b) Khi U_1 đạt giá trị cực đại thì điện áp hiệu dụng U_{R_2} giữa hai đầu điện trở R_2 đạt giá trị nào?

3.31. Để đo điện trở R và độ tự cảm L của một cuộn dây, ta dùng mạch cầu ở hình 3.49 nối vào nguồn điện xoay chiều có tần số góc ω . C là một tụ điện có điện dung đã biết, R_3 là điện trở có giá trị đã biết, R_2 và r là hai biến trở, r lắp nối tiếp với C . Biến đổi R_2 và r để cầu cân bằng (không có dòng qua tai nghe T), ta đọc được R_2 và r . Gọi các tổng trở của các đoạn AB, DB, AE, ED lần lượt là Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 .

- a) Vẽ giàn đồ Fre-nen. Suy ra mối liên hệ giữa R, L và C, r, ω .
b) Tính các tổng trở Z_i và tìm mối liên hệ giữa chúng. Suy ra mối liên hệ nữa giữa R, L và C, r, R_3, R_2 .
c) Tính R và L theo các giá trị đã biết R_3, R_2, C, r, ω .

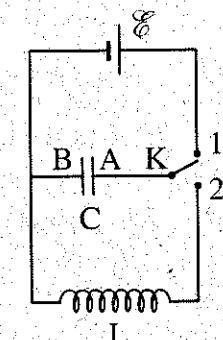
Áp dụng số: $R_2 = R_3 = 100\Omega$; $R = 500\Omega$; $C = 0,2\mu F$; $\omega = 1000 \text{ rad/s}$, tính R và L .



I - DAO ĐỘNG ĐIỆN TÙ TỰ DO

1. Mạch dao động LC

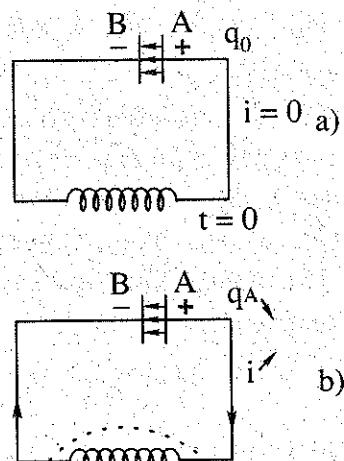
Xét một mạch điện gồm một tụ điện có điện dung C và một cuộn dây có hệ số tự cảm L (Hình 4.1); coi điện trở toàn mạch không đáng kể. Trước hết, ta nối hai bản của tụ điện với hai cực của một nguồn điện không đổi (một bộ acquy chẳng hạn) để tích điện cho tụ điện (khóa K đóng vào chốt 1); sau đó đóng K vào chốt 2. Thí nghiệm cho thấy trong mạch LC điện tích của một bản của tụ điện (bản A chẳng hạn), cường độ dòng điện chạy trong mạch, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện, điện trường giữa 2 bản tụ điện, từ trường trong cuộn dây..., biến thiên điều hoà với biên độ không đổi. Nói khác đi, *trong mạch có dao động điện từ điều hoà và do đó, mạch được gọi là mạch dao động LC*.



2. Khảo sát quá trình hình thành dao động điện từ điều hoà trong mạch LC theo quan điểm năng lượng

Giả sử lúc đầu hai bản của tụ điện đã được nạp điện, điện tích của bản A (tích điện dương) là q_0 , hiệu điện thế giữa hai bản A và B là $u_0 = \frac{q_0}{C}$,

năng lượng điện trường của tụ điện $W_0 = \frac{q_0^2}{2C}$. Khi đóng khoá K vào chốt 2, tụ điện C bắt đầu phóng điện qua cuộn dây L, dòng điện do tụ điện phóng ra tăng từ giá trị 0, dòng điện này gửi qua cuộn dây L một từ thông tăng dần. Trong cuộn dây L xuất hiện một dòng điện tự cảm ngược chiều với dòng điện do



tụ điện phóng ra (theo định luật Len-xơ). Kết quả là dòng điện tổng hợp i trong mạch sẽ tăng dần từ 0 đến giá trị cực đại I_0 , còn điện tích q của bản A thì giảm dần từ giá trị cực đại q_0 . Về mặt năng lượng thì năng lượng điện trường của tụ điện giảm

đần, còn năng lượng từ trường $W_m = \frac{Li^2}{2}$ của ống dây tăng dần. Vậy đã có sự

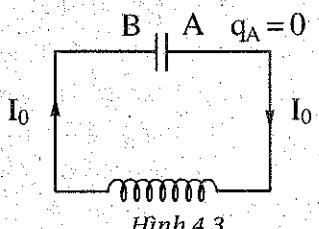
chuyển hóa dần năng lượng điện trường thành năng lượng từ trường. Trong giai đoạn này, cuộn dây đóng vai trò là nguồn thu. Khi bản A của tụ điện C phóng hết điện ($q = 0$), năng lượng điện trường $W_E = 0$, dòng điện trong mạch đạt giá trị cực đại $I_{max} = I_0$, năng lượng từ trường của cuộn

dây L cũng đạt cực đại $W_{max} = \frac{LI_0^2}{2}$ (Hình 4.3).

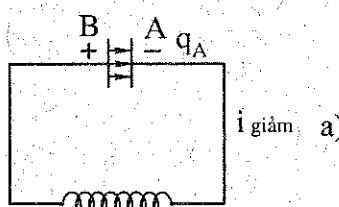
Sau đó vì tụ điện C không còn tác dụng duy trì dòng điện nữa, nên dòng điện do nó phóng ra bắt đầu giảm. Nhưng khi đó trong cuộn dây L lại xuất hiện một dòng điện tự cảm cùng chiều với dòng điện do tụ điện phóng ra (theo định luật Len-xơ). Kết quả là, dòng điện tổng hợp trong mạch giảm dần từ giá trị I_0 . Trong giai đoạn này, cuộn dây L đóng vai trò của một nguồn điện nạp điện lại cho tụ điện C, nhưng theo chiều ngược với trước. Bản A tích điện âm với giá trị tuyệt đối tăng dần. Nếu xét về mặt đại số, thì điện tích q của bản A tiếp tục giảm dần từ 0 đến giá trị $-q_0$. Về mặt năng lượng, thì năng lượng từ trường của cuộn dây giảm dần, còn năng lượng điện trường của tụ điện tăng dần. Vậy đã có sự chuyển hóa dần từ năng lượng từ trường thành năng lượng điện trường. Khi cuộn dây L đã giải phóng hết năng lượng từ trường ($i = 0$) thì điện tích bản A của tụ điện C đạt đến giá trị $-q_0$, khi đó năng lượng

điện trường lại đạt giá trị cực đại $W_E = \frac{q_0^2}{2C}$

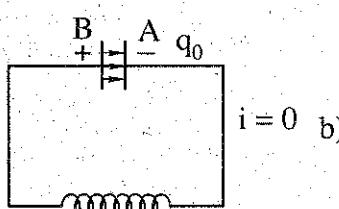
(Hình 4.4). Từ đây toàn bộ quá trình biến đổi



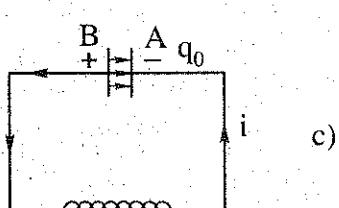
Hình 4.3



i giảm a)



i = 0 b)



i c)

Hình 4.4

trên lại được tái diễn: tụ điện C lại phóng điện, nhưng ngược chiều ban đầu, để cuộn dây tích năng lượng, cuộn dây L lại giải phóng năng lượng để tụ điện C được nạp điện. Cuối cùng, mạch dao động trở về trạng thái ban đầu và một dao động điện từ toàn phần đã được thực hiện.

3. Lập phương trình dao động điện từ

a) Nhận thức chung

- Trong mạch dao động LC, các đại lượng q , u , i là những đại lượng đại số và tức thời.

- Tại một thời điểm bất kỳ trong quá trình dao động, ta không thể biết chắc được dòng điện chạy theo chiều nào, bản cực nào của tụ điện mang điện tích dương, đâu nào của cuộn dây là đầu vào của dòng điện.

- Khi lập phương trình dao động ta không cần giả thiết tụ nạp điện hay phóng điện.

b) Các quy tắc tổng quát

Trước khi lập phương trình dao động ta phải tuân thủ hai quy tắc sau đây :

Quy tắc 1 : Chọn điện tích của một bản cực bất kỳ trong hai bản cực của tụ điện. Ví dụ chọn điện tích q của bản A : $q = q_A$.

Quy tắc 2 : Chọn một chiều bất kỳ của đoạn mạch làm chiều dương : $i > 0$ nếu dòng điện chạy theo chiều dương.

– $i < 0$ nếu dòng điện chạy ngược chiều dương.

c) Các công thức áp dụng cho từng đoạn mạch (đúng cho mọi thời điểm sau khi trong mạch có dao động điện từ).

- Đoạn mạch chứa tụ điện (Hình 4.5). Vì $u_{AB} = \frac{q}{C}$ a)

luôn luôn cùng dấu với q_A nên ta có :

$$u_{AB} = \frac{q_A}{C} = \frac{q}{C}$$

$$(4.1) \quad \text{b) } \frac{B}{(+)} \parallel \frac{q}{(+)} \parallel \frac{A}{(+)}$$

(Cũng theo hình vẽ thì $u_{BA} = -\frac{q}{C}$)

Hình 4.5

- Chọn chiều dương đi tới bản A (Hình 4.5a). Vì dòng điện, theo quy ước, là dòng của các điện tích dương nên nếu dòng điện chạy theo chiều dương tới bản A

thì i và dq_A đều dương. Còn nếu dòng điện chạy ra khỏi bản A tức là theo chiều ngược với chiều dương, thì cả i và dq_A đều âm. Như vậy ta luôn có :

$$\frac{i}{(+)} = \frac{dq}{dt} = q' \quad (4.2a)$$

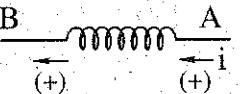
Còn nếu ta chọn chiều dương đi ra khỏi bản A (Hình 4.5b) thì ta luôn có :

$$\frac{i}{(q(+))} = -\frac{dq}{dt} = -q' \quad (4.2b)$$

• Đoạn mạch chứa cuộn dây

Vì cuộn dây đóng vai trò như một nguồn điện (lúc thu, lúc phát) nên ta áp dụng được định luật Ôm (dạng đại số) cho một đoạn mạch chứa nguồn. Nếu ta chọn chiều dương từ A đến B (Hình 4.6) thì ta luôn có :

$$u_{AB} = ri - e_{tc} = 0 - \left(-L \frac{di}{dt} \right)$$



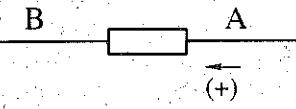
$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} = Li' \quad (4.3)$$

Hình 4.6

(Cũng theo hình 4.6 thì $u_{BA} = -Li'$)

• Đoạn mạch chứa điện trở (mạch dao động điện từ tắt dần). Chọn chiều dương là chiều từ A đến B (Hình 4.7). Nếu dòng điện chạy từ A đến B, thì $i > 0$ và $u_{AB} > 0$. Ngược lại, nếu dòng điện chạy từ B đến A thì $i < 0$ và $u_{AB} < 0$. Như vậy, ta luôn luôn có i cùng dấu với u_{AB} :

$$\frac{u_{AB}}{(+)} = Ri \quad (4.4)$$



Hình 4.7

(Cũng theo hình 4.7 thì $u_{BA} = -ri$)

Đối với các mạch dao động điện từ phức tạp ta có thêm hai quy tắc sau đây :

Quy tắc 3 : Ghép nối các đoạn mạch theo quy tắc sau đây :

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$

Quy tắc 4 : Viết định luật Kiéc-xốp cho điểm nút của mạch điện căn cứ vào chiều dương quy ước chứ không căn cứ vào chiều của dòng điện vì ta chưa biết chắc chắn.

Ví dụ 1 (Hình 4.8a)

$$i_1 + i_2 = i_3$$

Ví dụ 2 (Hình 4.8b)

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

d) *Lập phương trình dao động của mạch LC* (Hình 4.9)

Cách 1 : Chọn q là điện tích của bản A ($q = q_A$) và chọn chiều dương đi tới bản A. Khi ấy ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} i = q' \\ u_{AB} = \frac{q}{C} \\ u_{BA} = Li' \\ u_{AB} + u_{BA} = 0 \end{cases}$$

Từ đó suy ra phương trình : $\frac{q}{C} + Li' = 0$

$$\frac{q}{C} + Lq'' = 0$$

hay : $q'' + \frac{1}{LC}q = 0$

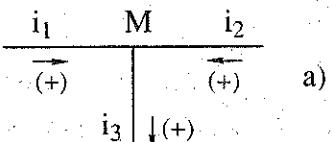
$$q'' + \omega_0^2 q = 0 \text{ với } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Phương trình này có nghiệm là : $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (4.5)

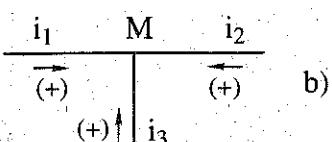
Dựa vào điều kiện ban đầu ta sẽ xác định được q_0 và φ .

Cách 2 : Chọn q là điện tích của bản A ($q_A = q$) và chọn chiều dương đi ra khỏi bản A (Hình 4.10). Khi ấy ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} i = -q' \\ u_{AB} = \frac{q}{C} \\ u_{AB} = Li' \end{cases}$$

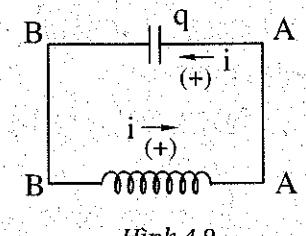


a)

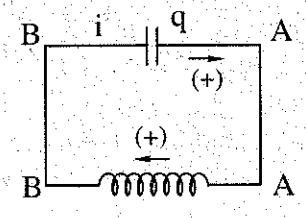


b)

Hình 4.8



Hình 4.9



Hình 4.10

Giải hệ phương trình :

$$\frac{q}{C} = L i' = -L q''$$

$$\frac{q}{C} + L q'' = 0$$

$$q'' + \omega_0^2 q = 0 \text{ với } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

e) Ta cũng có thể lập phương trình dao động bằng phương pháp năng lượng dựa trên cơ sở năng lượng toàn phần của mạch dao động, bao gồm năng lượng điện trường và năng lượng từ trường, không đổi theo thời gian.

Cách 1 : Chọn q là điện tích của bản A và chọn chiều dương đi tới bản A (Hình 4.9).

$$W_E + W_m = \text{const}$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \text{const}$$

$$\text{Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian : } \frac{qq'}{C} + Lii' = 0$$

Thay $i = q'$ và $i' = q''$ vào, ta được :

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0 \text{ hay } q'' + \omega_0^2 q = 0 \text{ với } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Cách 2 : Chọn q là điện tích của bản A và chọn chiều dương đi ra khỏi bản A (Hình 4.10).

$$W_E + W_m = \text{const}$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \text{const}$$

$$\text{Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian : } \frac{1}{C} qq' + Lii' = 0$$

$$\text{Thay } i = -q' \text{ và } i' = -q'' \text{ vào, ta được : } q'' + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$\text{hay } q'' + \omega_0^2 q = 0 \text{ với } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Vậy điện tích một bản tụ điện (bản A chẳng hạn) biến thiên (dao động) điều

hoà với tần số $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (là tần số riêng của mạch) theo phương trình :

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (4.6)$$

Theo điều kiện đặt ra, khi $t = 0$, $q = q_0$ ta có $\phi = 0$. Vì vậy :

$$q = q_0 \cos \omega_0 t \quad (4.7)$$

Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch LC phụ thuộc vào việc chọn chiều dương cho mạch.

Nếu chọn chiều dương đi tới bản q thì ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \sin \omega_0 t = \omega_0 q_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.8)$$

Nếu chọn chiều dương đi ra khỏi bản q thì ta có :

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) = \omega_0 q_0 \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.9)$$

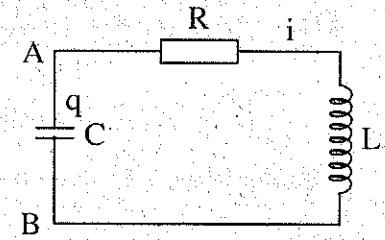
Các phương trình chứng tỏ dao động điện từ riêng của mạch LC là một dao động điều hoà với chu kì riêng :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (4.10)$$

II – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ TẮT DÀN

1. Giả sử trong mạch dao động bảy giờ có thêm điện trở R tượng trưng cho điện trở của toàn mạch, mà trên thực tế không bỏ qua được (Hình 4.11). Ta cũng tiến hành nạp điện cho tụ điện C, sau đó cho tụ điện này phóng điện qua điện trở R và cuộn dây L (theo cách như ở Hình 4.2).

Tương tự như đã trình bày ở đoạn I. Ở đây cũng có sự chuyển hoá giữa năng lượng điện trường của tụ điện C và năng lượng từ trường của cuộn dây L. Nhưng khác với trước đây, bảy giờ năng lượng của mạch bị giảm dần do sự tỏa nhiệt trên điện trở R. Chính vì vậy mà sự biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện xoay chiều trong mạch, cũng như điện tích của bản tụ điện, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện... không theo quy luật hàm sin nữa, mà biến độ của chúng giảm dần theo thời gian, và khi đó dao động điện từ trong mạch là dao động điện từ tắt dần.



Hình 4.11

2. Ta hãy thiết lập phương trình dao động điện từ tắt dần

Chọn q là điện tích của bản A và chọn chiều dương đi tới bản A (Hình 4.12).

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} i = q' \\ u_{AB} = \frac{q}{C} \\ u_{CA} = Ri \\ u_{BC} = Li' \\ u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó, ta được : } \frac{q}{C} + Ri + Li' = 0$$

$$\text{Đạo hàm theo thời gian cả hai vế : } \frac{q'}{C} + Ri' + Li'' = 0$$

Thay $i = q'$ vào ta được :

$$\frac{i}{C} + Ri' + Li'' = 0$$

$$\text{hay : } i'' + \frac{R}{L}i' + \frac{1}{LC}i = 0$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \text{ và } \frac{R}{L} = 2\beta, \text{ ta được}$$

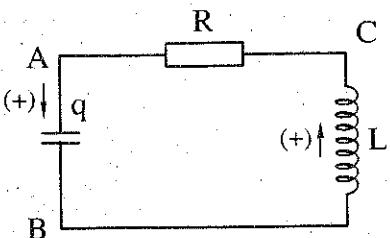
$$i'' + 2\beta i' + \omega_0^2 i = 0 \quad (4.11)$$

Phương trình 4.11 là *phương trình vi phân của dao động điện từ tắt dần*

3. Thiết lập phương trình dao động điện từ tắt dần bằng phương pháp năng lượng

Ta biết trong quá trình dao động điện từ tắt dần một phần năng lượng của dao động biến thành nhiệt toả trên điện trở R . Giả sử trong khoảng thời gian dt , năng lượng của dao động giảm một lượng $-dW$ và nhiệt toả trên điện trở R là $Ri^2 dt$. Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$-dW = Ri^2 dt \quad (4.12)$$



Hình 4.12

Nhưng $W = W_E + W_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$, nên ta có :

$$\begin{aligned} -d\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) &= Ri^2 dt \text{ hay } \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) = -Ri^2 \\ \Rightarrow \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} &= -Ri^2. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Theo hình 4.12 thì $i = \frac{dq}{dt}$ nên ta có thể viết :

$$\frac{q}{C}i + Li \frac{di}{dt} = -Ri^2 \text{ hay } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = -Ri$$

Lấy đạo hàm hai vế phương trình này theo thời gian ta được :

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \text{ hay } \frac{d^2i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

$$\Rightarrow i'' + 2\beta i' + \omega_0^2 i = 0 \quad (4.11)$$

trong đó ta đặt $\frac{R}{L} = 2\beta$ và $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ (4.12) với ω_0 là tần số góc riêng của mạch dao động.

Phép tính chi tiết cho ta kết quả sau :

Khi $\omega_0 > \beta$ hay $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ (hay $4\frac{L}{C} > R^2$) (4.13), nghiệm của phương

trình (4.11) có dạng :

$$i = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi) \quad (4.14)$$

Phương trình này chính là *phương trình của dao động điện từ tắt dần*. Các đại lượng I_0 và ϕ được xác định từ điều kiện ban đầu. Còn ω là tần số góc của dao động tắt dần và có giá trị :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (4.15)$$

Từ đó, chu kì của dao động điện từ tắt dần bằng :

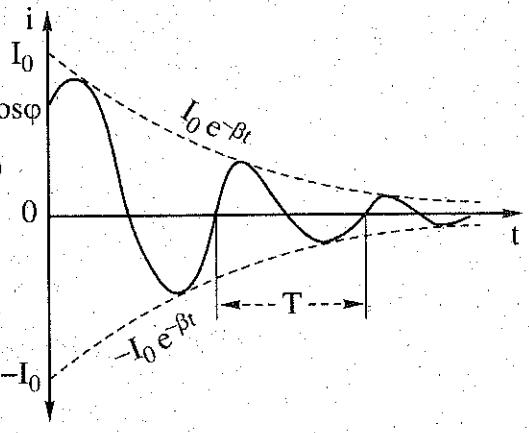
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (4.16)$$

Đại lượng $I_0 e^{-\beta t}$ trong biểu thức 4.14 chính là *biên độ của dao động tắt dần*. Ta thấy biên độ dao động giảm dần với thời gian theo quy luật hàm mũ.

Đường biểu diễn của i theo thời gian t trên Hình 4.13 cho thấy rõ tính chất đó (đường này nằm nối tiếp giữa hai đường cong $-I_0 e^{-\beta t}$ và $I_0 e^{-\beta t}$). Để đặc trưng cho mức độ tắt dần của dao động điện từ người ta đưa vào đại lượng gọi là *giảm lượng logarit*, kí hiệu là δ , có trị số bằng logarit tự nhiên (cơ số e) của tỉ số giữa hai trị số liên tiếp của biên độ dao động cách nhau một thời gian bằng một chu kì T, nghĩa là :

$$\delta = \ln \left[\frac{I_0 e^{-\beta t}}{I_0 e^{-\beta(t+T)}} \right] \quad (4.17)$$

$$\delta = \beta T = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}$$



Hình 4.13

Ta thấy chu kì dao động điện từ tắt dần lớn hơn chu kì $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ của dao động điện từ riêng của mạch.

4. Cần chú ý rằng dao động điện từ trong mạch LCR ghép nối tiếp chỉ xảy ra khi $\omega_0 > \beta$ hay $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Trị số điện trở $R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (4.17) được gọi là *diện trở tối hạn* của mạch. Nếu $R \geq R_0$ ($\omega_0 \leq \beta$) thì trong mạch không có hiện tượng dao động (cường độ dòng điện biến thiên theo quy luật hàm mũ).

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Ví dụ 1.

Có một mạch điện như hình 4.14. Tụ điện C_1 được tích điện đến hiệu điện thế U_1 , tụ điện C_2 được tích điện đến hiệu điện thế U_2 ($U_1 > U_2$). Cuộn dây có độ tự cảm L và có điện trở không đáng kể. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch sau khi đóng khóa K.

Giai:

Chọn q_1 , q_2 là điện tích của hai bản trên của hai tụ điện và chọn chiều dương của mạch như ở hình 4.15. Tại một thời điểm bất kì sau khi đóng khóa K, ta có hệ phương trình :

$$i = -q_1' = q_2 \quad (1)$$

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$

$$-Li'' + \frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} = 0 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình trên

Đạo hàm theo thời gian phương trình (2)

$$Li''' + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1} = 0 \quad (3)$$

Thay (1) vào (3) ta được :

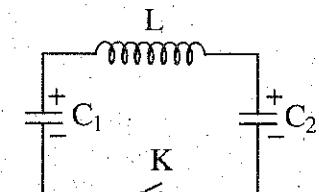
$$Li''' + \frac{i}{C_2} + \frac{i}{C_1} = 0$$

hay $i''' + \frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2} i = 0$

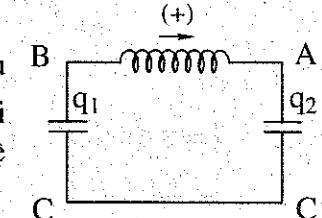
$$i''' + \omega^2 i = 0$$

Suy ra :

$$\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}} \text{ và } i = A \cos(\omega t + \phi)$$



Hình 4.14



Hình 4.15

Để xác định A và φ ta sử dụng điều kiện ban đầu :

$$t = 0 \begin{cases} i = A \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \\ i' = -A\omega \sin \varphi \\ Li' = -LA\omega \sin \varphi = U_{BA} = U_1 - U_2 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \end{cases}$$

Suy ra : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ và $A = \frac{U_1 - U_2}{L\omega}$

$$\text{Vậy } i = \frac{U_1 - U_2}{L\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$$

Ví dụ 2.

Có mạch điện như hình 4.16 : $C_1 = C_2 = C$

Khi K mở, tụ C_1 có điện tích Q_0 (bản trên tích điện dương), tụ C_2 chưa tích điện. Hỏi sau khi đóng K, điện tích của các bản của hai tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch biến thiên theo thời gian như thế nào ?

Giai :

Chọn q_1 và q_2 là điện tích của hai bản trên của hai tụ điện. Chọn chiều dương của mạch điện như hình 4.17,

Tại thời điểm bất kỳ sau khi đóng K, ta có hệ phương trình :

$$i = q_1' = q_2' \quad (1)$$

$$u_{BA} = Li' \quad (2)$$

$$u_{AB} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{1}{C}(q_1 + q_2) \quad (3)$$

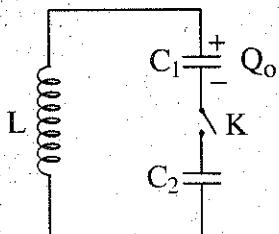
Theo định luật bảo toàn điện tích :

$$-q_1 + q_2 = -Q_0 \quad (4)$$

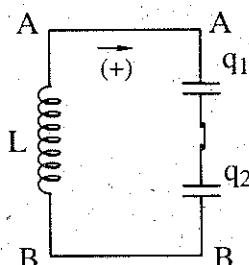
Giai hệ phương trình trên :

$$u_{AB} + u_{BA} = 0$$

$$Li' + \frac{1}{C}(q_1 + q_2) = 0 \quad (5)$$



Hình 4.16



Hình 4.17

Thay (1) và (4) vào (5), ta được :

$$Lq_1'' + \frac{1}{C}[q_1 + (q_1 - Q_0)] = 0$$

$$q_1'' + \frac{2}{LC}\left(q_1 - \frac{Q_0}{2}\right) = 0$$

$$\left(q_1 - \frac{Q_0}{2}\right)'' + \frac{2}{LC}\left(q_1 - \frac{Q_0}{2}\right) = 0$$

$$\text{Suy ra : } \omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

$$q_1 - \frac{Q_0}{2} = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Lúc } t = 0 \begin{cases} q_{10} = A \cos \varphi + \frac{Q_0}{2} = Q_0 \Rightarrow \cos \varphi > 0 \\ i = -A\omega \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra : } \varphi = 0 \text{ và } A = \frac{Q_0}{2}$$

$$\text{Vậy : } q_1 = \frac{Q_0}{2}(\cos \omega t + 1)$$

$$q_2 = \frac{Q_0}{2}(\cos \omega t - 1)$$

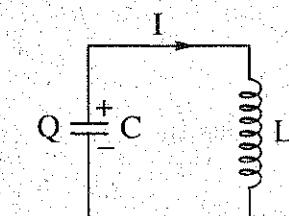
$$i = -\frac{Q_0 \omega}{2} \sin \omega t = \frac{Q_0 \omega}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ví dụ 3.

Một mạch dao động gồm một tụ điện C và một cuộn cảm thuận L. Tại thời điểm khi điện tích của tụ là Q và cường độ dòng điện qua cuộn cảm là I (với dấu của hai bản tụ điện và chiều của dòng điện như hình 4.18), thì người ta mắc thêm một cuộn cảm 2L nữa song song với cuộn cảm L.

a) Tìm biểu thức của điện tích q của một bản của tụ điện.

b) Khi điện tích của tụ đạt giá trị cực đại thì i_1 và i_2 qua hai cuộn cảm bằng bao nhiêu và có chiều như thế nào ?



Hình 4.18

Giải :

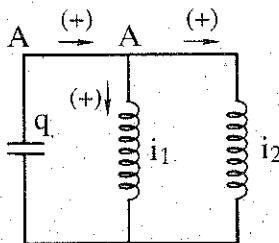
a) Chọn q là điện tích của bản trên của tụ điện. Chọn chiều dương cho các đoạn mạch như ở hình 4.19.

Tại một thời điểm bất kỳ sau khi mắc thêm cuộn cảm, ta có hệ phương trình :

$$i = -q' \quad (1)$$

$$i = i_1 + i_2 \quad (2)$$

$$u_{AB} = \frac{q}{C} = Li_1 = 2Li_2 \quad (3)$$



Hình 4.19

Giải hệ phương trình trên :

Đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình (1) và (2)

$$i' = -q'' = i_1' + i_2' \quad (4)$$

Kết hợp (4) với (3) ta được :

$$\begin{aligned} -q'' &= \frac{q}{LC} + \frac{q}{2LC} = \frac{3q}{2LC} \\ q'' + \frac{3}{2LC}q &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } \omega = \sqrt{\frac{3}{LC}}$$

$$q = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$t = 0 \begin{cases} q = A \cos \phi = Q \\ i = -q' = A\omega \sin \phi = I \end{cases}$$

$$\text{Suy ra : } \tan \phi = \frac{I}{\omega Q} \text{ hay } \phi = \arctan \frac{I}{\omega Q}$$

$$A = \sqrt{Q^2 + \frac{I^2}{\omega^2}}$$

b) Khi $q = q_{\max} = A$ thì $i = -q' = 0$. Từ (2) ta có :

$$i_1 = -i_2 \quad (5)$$

Từ $u_L = L \frac{di_1}{dt} = 2L \frac{di_2}{dt}$, suy ra $di_1 = 2di_2$

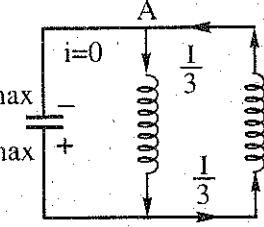
$$\int_{-q_{\max}}^{q_{\max}} di_1 = 2 \int_0^0 di_2$$

$$i_1 - I = 2i_2$$

Thay (5) vào : $i_1 - I = 2i_2$.

$$\text{Hay } i_1 = \frac{I}{3} \text{ và } i_2 = -\frac{I}{3}.$$

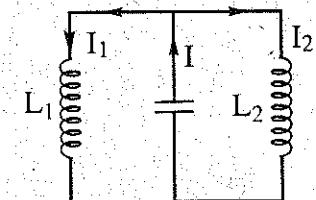
Như vậy tại thời điểm khi $q = q_{\max} = A$ thì dòng điện chạy từ A qua cuộn 1 tới B và chạy từ B qua cuộn 2 tới A với cường độ bằng $\frac{I}{3}$ (Hình 4.20).



Hình 4.20

Ví dụ 4.

Một mạch điện gồm 2 cuộn dây có độ tự cảm L_1 và L_2 và một tụ điện C mắc song song (Hình 4.21). Ở thời điểm ban đầu ($t = 0$), dòng điện chạy qua hai cuộn dây cùng chiều và có cường độ I_1 và I_2 , còn tụ điện thì chưa tích điện. Hãy tìm :



Hình 4.21

a) Tần số góc ω của mạch điện.

b) Biểu thức của dòng điện qua mỗi cuộn dây và của điện tích của một bản của tụ điện. Bỏ qua điện trở của hai cuộn dây.

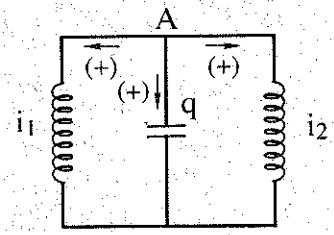
Giải :

Chọn q là điện tích của bản trên của tụ điện. Chọn chiều dương cho mỗi đoạn mạch như hình 4.22. Tại thời điểm bất kỳ ($t > 0$), ta có hệ phương trình :

$$i = q' \quad (1)$$

$$i + i_1 + i_2 = 0 \quad (2)$$

$$u_{AB} = \frac{q}{C} = L_1 i_1 = L_2 i_2 \quad (3)$$



Hình 4.22

Giải hệ phương trình trên :

Đạo hàm theo thời gian phương trình (1) và (2)

$$i' = q'' \quad (4)$$

$$i' + i_1 + i_2 = 0 \quad (5)$$

Thay (3) và (4) vào (5) ta được :

$$q'' + \frac{q}{L_1 C} + \frac{q}{L_2 C} = 0$$

$$q'' + \frac{L_1 + L_2}{CL_1 L_2} q = 0$$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{CL_1 L_2}}$

$$q = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$t=0 \begin{cases} q = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ i = -A \omega \sin \phi = -I = -(I_1 + I_2) \Rightarrow \sin \phi > 0 \end{cases}$$

Suy ra : $\phi = \frac{\pi}{2}$ và $A = \frac{I_1 + I_2}{\omega}$

$$q = \frac{I_1 + I_2}{\omega} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Theo (3) : $i_1 = \frac{q}{CL_1} = \frac{A}{CL_1} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$i_1 = \frac{A}{\omega CL_1} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + B$$

Tại $t=0$: $i_1 = I_1 = \frac{A}{\omega CL_1} + B$

Suy ra : $B = I_1 - \frac{I_1 + I_2}{\omega^2 CL_1} = I_1 - \frac{(I_1 + I_2)CL_1 L_2}{(L_1 + L_2)CL_1}$

$$B = \frac{L_1 I_1 - L_2 I_2}{L_1 + L_2}$$

$$i_1 = \frac{I_1 + I_2}{\omega^2 CL_1} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{L_1 I_1 - L_2 I_2}{L_1 + L_2}$$

$$i_1 = \frac{L_2(I_1 + I_2)}{L_1 + L_2} \cos \omega t + \frac{L_1 I_1 - L_2 I_2}{L_1 + L_2}$$

Tương tự $i_2 = \frac{L_1(I_1 + I_2)}{L_1 + L_2} \cos \omega t + \frac{L_2 I_2 - L_1 I_1}{L_1 + L_2}$

Ví dụ 5. Có một mạch điện như hình 4.23

K mở : $U_0 = 12V$

$\mathcal{E} = 5V$ (diện trở trong $r = 0$)

$L = 2H$

$C = 20\mu F$

Đóng K. Hỏi :

a) Cường độ dòng điện biến thiên theo thời gian như thế nào ? Cường độ dòng điện cực đại bằng bao nhiêu ?

b) Hiệu điện thế của hai bản của tụ điện khi đạt chế độ ổn định.

Giải :

a) Chọn q là điện tích của bản cực A của tụ điện, chọn chiều dương là chiều thuận qua diốt (Hình 4.24). Tại thời điểm khi có dòng điện chạy trong mạch (điốt mở) ta có hệ phương trình :

$$i = -q' \quad (1)$$

$$u_{CB} + u_{BA} + u_{AC} = 0$$

$$Li' - \frac{q}{C} + \mathcal{E} = 0 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình trên :

Đạo hàm theo thời gian phương trình (2)

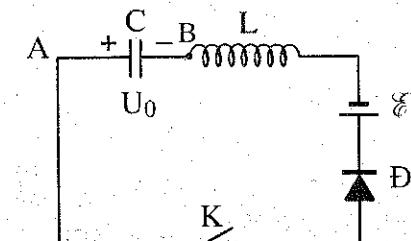
$$Li'' - \frac{q'}{C} = 0 \quad (3)$$

Thay (1) vào (3) : $Li'' + \frac{i}{C} = 0$

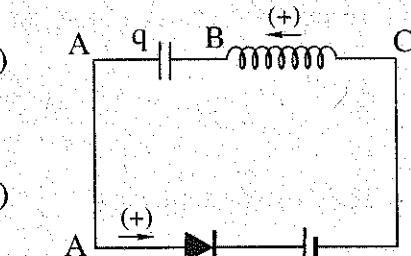
hay : $i'' + \frac{1}{LC} i = 0$

suy ra : $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 158 \approx 160 \text{ rad/s}$

$$i = A \cos(\omega t + \phi)$$



Hình 4.23



Hình 4.24

Lúc $t = 0$

$$\begin{cases} i = A \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \\ i' = -A\omega \sin \varphi \\ L i' = -LA\omega \sin \varphi = u_{CB} = -\mathcal{E} + U_0 = -5 + 12 = 7V \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi < 0$$

Suy ra : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$$A = \frac{U_0 - \mathcal{E}}{L\omega} = 7\sqrt{10} \cdot 10^{-3} \approx 22 \cdot 10^{-3} A$$

$$i = 22 \cdot 10^{-3} \cos\left(160t - \frac{\pi}{2}\right) (A)$$

Sau $t = \frac{T}{2}$ thì $i < 0$, dòng điện đổi chiều nên không qua được diốt (diốt đóng).

Như vậy sau $t \geq \frac{T}{2}$ thì $i = 0$ và đạt chế độ ổn định. Suy ra $i_{max} = 22 \cdot 10^{-3} A$.

b) Bây giờ ta tìm u của tụ tại $t = \frac{T}{2}$:

$$i' = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

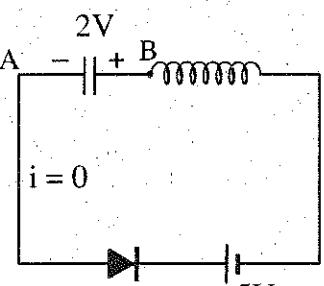
Thay vào phương trình (2), ta được :

$$-LA\omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - u_{AB} + \mathcal{E} = 0$$

tại $t = \frac{T}{2}$: $-LA\omega - u_{AB} + \mathcal{E} = 0$

$$u_{AB} = -LA\omega + \mathcal{E} = 2\mathcal{E} - U_0 = -2V$$

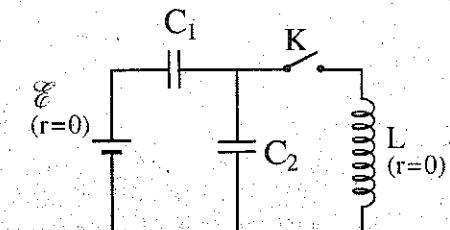
(bản A tích điện âm, bản B tích điện dương) (Hình 4.25)



Hình 4.25

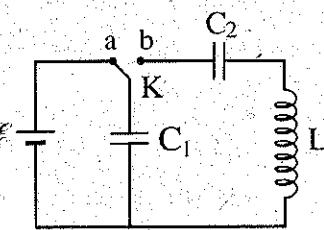
B. BÀI TẬP

4.1. Cho mạch điện như hình 4.26. Các phần tử trong mạch điện đều lí tưởng. K đang mở thì đóng lại.



Hình 4.26

4.2. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 4.27. Hai tụ điện C_1, C_2 có điện dung bằng nhau $C_1 = C_2 = C$; cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm L ; nguồn điện có suất điện động \mathcal{E} . Bỏ qua điện trở dây nối và khoá K. Ban đầu khoá K ở chốt a, sau đó đóng sang chốt b.

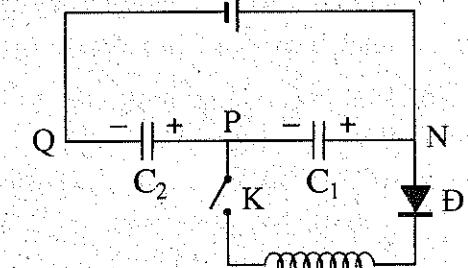


Hình 4.27

a) Tìm biểu thức chỉ số phụ thuộc vào thời gian của điện tích các bản của hai tụ điện C_1, C_2 khi đóng K sang chốt b. Lấy mốc thời gian là lúc K đóng vào chốt b.

b) Tính điện lượng chạy qua tiết điện thẳng của dây dẫn sau một chu kỳ biến đổi của điện tích trên tụ điện C_1 . Áp dụng số : $C = 0,5 \mu F$; $L = 5mH$; $\mathcal{E} = 6V$.

4.3. Có một mạch điện như hình 4.28. $C_1 = 2C$; $C_2 = C$. Nguồn lí tưởng có suất điện động \mathcal{E} , cuộn cảm thuận có độ tự cảm L , diốt lí tưởng. Lúc đầu K mở và hai tụ được tích điện. Sau đó đóng K.



Hình 4.28

a) Khảo sát sự phụ thuộc vào thời gian của cường độ dòng điện qua cuộn cảm và của hiệu điện thế u_{NP} giữa hai điểm N và P.

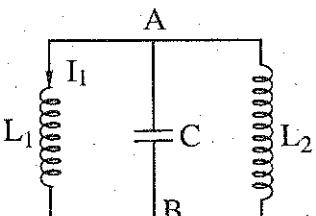
b) Sau đó đóng K bao lâu thì dòng điện qua cuộn cảm bằng 0? Khi ấy hiệu điện thế u_{NP} bằng bao nhiêu?

c) Vẽ các đường biểu diễn sự phụ thuộc của i_L và u_{NP} vào thời gian.

- 4.4. Trong mạch điện như hình 4.29, tụ điện có điện dung là C , hai cuộn dây L_1 và L_2 có độ tự cảm lần lượt là $L_1 = L$, $L_2 = 2L$; điện trở của các cuộn dây và dây nối không đáng kể. Ở thời điểm $t = 0$, không có dòng qua cuộn L_2 , tụ điện không tích điện, còn dòng qua cuộn dây L_1 là I_1 có chiều như hình vẽ.

- Tính chu kỳ của dao động điện từ trong mạch.
- Lập biểu thức của cường độ dòng điện qua mỗi cuộn dây theo thời gian.
- Tính hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ.

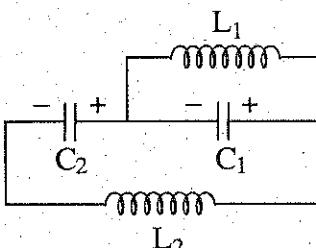
(Trích đề thi cho học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT môn Vật lí năm 2003)



Hình 4.29

- 4.5. Hai tụ điện có điện dung $C_1 = 2C$ và $C_2 = C$, ban đầu mỗi cái được tích điện đến hiệu điện thế U_0 , sau đó được ghép nối tiếp với nhau. Bản âm của tụ C_1 được nối với bản dương của tụ C_2 . Cùng lúc đó người ta nối chúng với hai cuộn cảm thuận L_1 (có độ tự cảm L) và L_2 (có độ tự cảm $2L$) như trên hình 4.30. Hãy tìm:

- Tần số ω của mạch dao động.
- Biểu thức của cường độ dòng điện qua mỗi cuộn cảm.

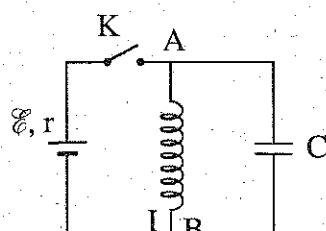


Hình 4.30

- c) Cường độ dòng điện cực đại qua mỗi cuộn cảm. Sau bao lâu kể từ lúc mắc các cuộn cảm vào mạch thì dòng điện qua mỗi cuộn cảm đạt cực đại?

Gợi ý: Đây là mạch dao động điện từ liên kết. Trong trường hợp tổng quát, mạch này có hai mốc dao động với hai tần số cơ bản là ω_1 và ω_2 .

- 4.6. Một mạch dao động (Hình 4.31), gồm một tụ điện và một cuộn dây được nối qua một khoá K với một bộ pin có điện trở trong r . Mới đầu khoá K đóng. Khi dòng điện đã ổn định thì người ta mở khoá và trong mạch có dao động điện với chu kỳ T biết rằng hiệu điện thế cực đại giữa hai bản của tụ lớn gấp n lần suất điện động của bộ pin, hãy tính

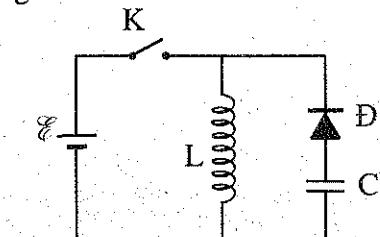


Hình 4.31

theo T và n điện dung C của tụ và độ tự cảm L của cuộn dây. Điện trở thuần của cuộn dây nhỏ không đáng kể.

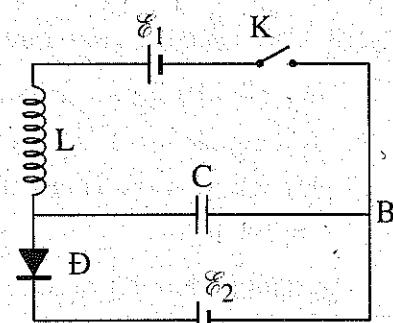
Gợi ý: Bài này nên dùng phương pháp năng lượng.

- 4.7. Cho mạch dao động gồm cuộn cảm L , tụ điện C và diode lí tưởng \mathcal{D} như trên hình 4.32. Ban đầu tụ điện chưa được tích điện. Đóng khoá K trong thời gian t_0 , sau đó ngắt K . Tìm sự phụ thuộc của hiệu điện thế trên tụ vào thời gian t sau khi ngắt K . Bỏ qua điện trở trong của nguồn và điện trở thuần của cuộn dây.



Hình 4.32

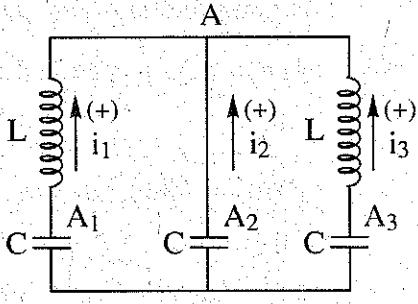
- 4.8. Mạch có sơ đồ như hình 4.33. Suất điện động \mathcal{E}_2 của nguồn 2 lớn hơn suất điện động \mathcal{E}_1 của nguồn 1. Hãy xác định điện tích chuyển qua nguồn 2 khi đóng khoá K , nếu coi rằng điện trở trong của cả hai nguồn và của cuộn dây là rất nhỏ. Coi diode \mathcal{D} là lí tưởng (diện trở thuần bằng không, còn điện trở ngược là vô cùng lớn). Trước lúc đóng khoá K , tụ điện C chưa được tích điện.



Hình 4.33

Gợi ý: Nên phối hợp phương pháp đại số với phương pháp năng lượng.

- 4.9. Giữa hai điểm A, B có hai đoạn mạch điện mắc song song như ở hình 4.34. Mỗi đoạn mạch đều có một tụ điện điện dung C ; có hai đoạn mạch chứa cuộn cảm có độ tự cảm L ; tất cả các cuộn cảm và dây nối đều có điện trở thuần bằng không. Hai cuộn cảm đặt cách nhau để có thể bỏ qua ảnh hưởng của từ trường của cuộn cảm này lên cuộn cảm kia. Trong mạch có dao động điện.



Hình 4.34

- Kí hiệu q_1, q_2, q_3 lần lượt là điện tích của bản A_1, A_2, A_3 của tụ điện; i_1, i_2, i_3 lần lượt là cường độ dòng điện đi từ các bản A_1, A_2, A_3 của tụ điện tới A (chiều dương được chọn là chiều của mũi tên trên hình 4.12).

- Viết phương trình cho mối quan hệ giữa cường độ dòng điện i_k và biến thiên điện tích q_k ($k = 1, 2, 3 \dots$).

b) Viết biểu thức của hiệu điện thế $u_{BA} = V_A - V_B$ theo các dữ kiện của từng đoạn mạch BA_1A , BA_2A , BA_3A .

2. Tìm biểu thức cho sự phụ thuộc vào thời gian của cường độ dòng điện i_2 trong đoạn mạch không chứa cuộn cảm.

3. Chứng tỏ rằng, cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch có chứa cuộn cảm là tổng của hai số hạng biến đổi điều hoà theo thời gian với tần số góc khác nhau. Hãy tính các tần số góc đó.

4. Xét trường hợp đặc biệt khi $i_1(t) = i_3(t)$ và $i_1(t) = -i_3(t)$.

Gợi ý : Đây là mạch dao động điện từ liên kết có hai tần số cơ bản.

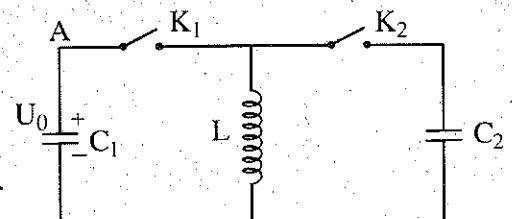
4.10. Cho mạch điện như hình 4.35. Hai tụ điện C_1 và C_2 giống nhau, có cùng điện dung C . Tụ điện C_1 được tích điện đến hiệu điện thế U_0 , cuộn dây có độ tự cảm L , các khóa K_1 và K_2 ban đầu đều mở. Điện trở của cuộn dây, của các dây nối, của các khóa là rất nhỏ, nên có thể coi dao động điện từ trong mạch là điều hoà.

1. Đóng khóa K_1 tại thời điểm $t = 0$.

Hãy tìm biểu thức chỉ sự phụ thuộc vào thời gian t của :

a) Cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây.

b) Điện tích q_1 trên bán nồi với A của tụ điện C_1 .



Hình 4.35

2. Sau đó đóng K_2 . Gọi T_0 là chu kỳ dao động riêng của mạch LC_1 và q_2 là điện tích trên bán nồi với K_2 của tụ điện C_2 . Hãy tìm biểu thức chỉ sự phụ thuộc vào thời gian t của cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây và của q_2 trong hai trường hợp :

a) Khoa K_2 được đóng ở thời điểm $t_1 = \frac{3T_0}{4}$.

b) Khoa K_2 được đóng ở thời điểm $t_2 = T_0$.

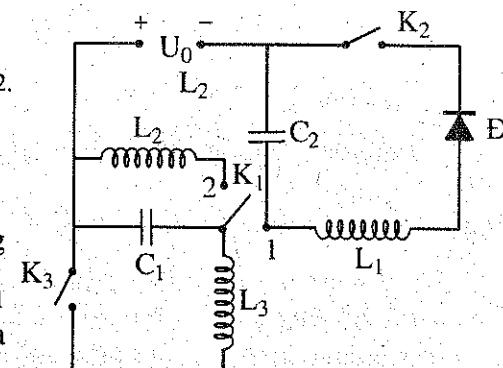
3. Tính năng lượng điện từ của mạch điện ngay trước và ngay sau thời điểm t_2 theo các giả thiết ở câu 2b. Hiện tượng vật lí nào xảy ra trong quá trình này ?

4.11. Cho mạch điện như hình 4.36. Nguồn điện có hiệu điện thế không đổi bằng U_0 . \mathcal{D} là diốt lí tưởng. Các tụ điện có điện dung $C_1 = C$; $C_2 = 2C$, ban đầu chưa tích điện. Các cuộn dây là các cuộn thuận cảm, có độ tự cảm tương ứng là $L_1 = L$; $L_2 = 2L$; $L_3 = 3L$ (C và L là các giá trị điện dung và độ tự cảm đã biết). Điện trở của dây nối và của các khoá không đáng kể. Lúc đầu các khoá đều mở.

1. Đóng K_1 vào chốt 1, sau đó đóng K_2 .

a) Tìm cường độ dòng điện cực đại qua L_1 .

b) Sau thời gian bao lâu kể từ khi đóng K_2 thì cường độ dòng điện qua L_1 bằng không ? Tìm hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện C_1 khi đó. Bản nào tích điện dương ?



Hình 4.36

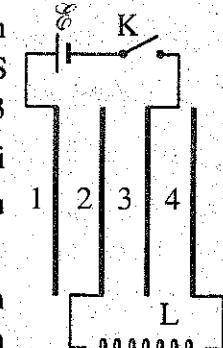
2. Khi dòng điện qua cuộn dây L_1 bằng không, đóng K_1 vào chốt 2 và sau đó một khoảng thời gian $\Delta t = \frac{\pi\sqrt{2LC}}{3}$ thì đóng tiếp K_3 .

a) Tính cường độ dòng điện qua L_2 ngay trước khi đóng K_3 . Chiều của dòng điện này thế nào ?

b) Tính cường độ của các dòng điện qua L_2 và qua L_3 khi điện tích trên tụ điện C_1 đạt cực đại (sau khi đã đóng K_3). Tính giá trị điện tích cực đại đó.

4.12. Bốn tấm kim loại phẳng đặt song song nhau, khoảng cách giữa hai tấm cạnh nhau bằng d , diện tích mỗi tấm bằng S (d có trị số nhỏ so với kích thước của tấm). Các tấm 1 và 3 được nối với nguồn điện có suất điện động \mathcal{E} không đổi qua khóa K (Hình 4.37). Các tấm 2 và 4 được nối với nhau qua cuộn thuận cảm với độ tự cảm L . Đóng khóa K .

a) Tìm biểu thức mô tả sự phụ thuộc thời gian của điện tích trên các tấm và cường độ dòng điện qua cuộn cảm. Chọn $t = 0$ là lúc đóng K .



Hình 4.37

b) Xác định điện tích trên các tấm tại thời điểm dòng điện qua cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Xác định dấu và độ lớn của điện tích trên các mặt của tấm 2 và tấm 3. Xác định giá trị cực đại của dòng điện qua cuộn cảm.

Gợi ý : - Cường độ điện trường gây ra bởi một mặt phẳng kim loại tích điện là :

$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 S}.$$

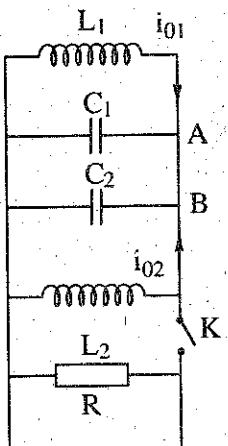
- $U = Ed$.

- Nguyên lý chồng chất điện trường : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$

4.13. Xét mạch điện vẽ trong hình 4.38, trong đó $L_1 = 10mH$;

$L_2 = 20mH$; $C_1 = 10nF$; $C_2 = 5nF$; $R = 100k\Omega$. Mở khoá K đóng (vị trí 1), người ta biến đổi tần số của nguồn điện xoay chiều sao cho biên độ cường độ dòng điện trong toàn mạch không đổi. Tính :

a) Tỉ số giữa tần số f_m ứng với công suất hoạt động trong mạch cực đại P_m , và hiệu $\Delta f = f_+ - f_-$; các tần số f_+ và f_- là các tần số khi công suất hoạt động bằng $\frac{1}{2}$ công suất cực đại P_m .



Hình 4.38

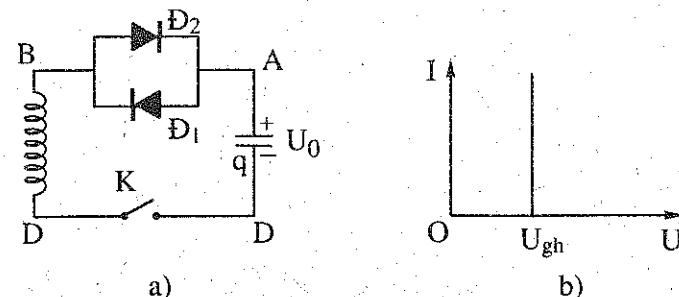
Mở khoá K. Biết rằng ở thời điểm t_0 , sau khi mở khoá cường độ các dòng trong các cuộn cảm L_1 và L_2 là $i_{01} = 0,1A$; $i_{02} = 0,2A$ (chiều các dòng điện ghi trên hình vẽ), và hiệu điện thế ở giữa hai bản của tụ điện C_1 là $U_0 = 40V$, tính :

b) Tần số riêng của các dao động điện từ trong mạch $L_1C_1C_2L_2$;

c) Cường độ dòng điện trong đoạn AB ;

d) Biên độ các dao động của dòng điện trong cuộn cảm L_1 .

4.14. Trong một mạch dao động gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 0,1H$ và một tụ điện $C = 10\mu F$, người ta đưa vào dùng một cái đóng ngắt điện tử gồm 2 diot giống nhau (Hình 4.39a) có đường đặc trưng như hình 4.39b. Hiệu điện thế ngưỡng ở đó diot mở là $U_{gh} = 0,7V$. Trước khi đóng K, hiệu điện thế trên tụ là $U_C = 4,5V$.



Hình 4.39

- a) Sau khi đóng K bao nhiêu lâu thì dao động trong mạch dừng lại và trở thành chế độ dừng ?
- b) Hiệu điện thế còn dư trên tụ bằng bao nhiêu ?
- c) Vẽ đồ thị chỉ sự phụ thuộc vào thời gian của U_{tu} .

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP SỐ

CHỦ ĐỀ 1

1.1. Cảm ứng từ \vec{B} tại O do 3 đoạn dây AB, BC, CD gây ra :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

với $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ lần lượt là cảm ứng từ của AB, BC, CD. Các vecto \vec{B}_1, \vec{B}_2 và \vec{B}_3 có cùng hướng : có phương đều vuông góc với mặt phẳng chứa dây tại O và có chiều từ trong hướng ra phía ngoài mặt hình vẽ 1.16. Để tìm B_1 và B_3 áp dụng công thức trong mục A, còn để tìm B_2 áp dụng định luật Bi-ô-Xa-va (lập luận tương tự như khi tính cảm ứng từ của dòng điện tròn). Kết quả là :

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} + \frac{\mu_0 I}{8r} + \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2r} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) = 3,57 \cdot 10^{-5} T$$

1.2. Cảm ứng từ \vec{B} có phương vuông góc với mặt phẳng mạch điện, có chiều hướng ra phía ngoài và có độ lớn :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{3}{4} \right) \approx 3,35 \cdot 10^{-4} T$$

1.3. Cảm ứng từ do đoạn CA gây ra tại O bằng không. Cảm ứng từ do đoạn AB gây ra tại O có phương vuông góc với mặt phẳng chứa mạch điện (mặt giấy) hướng ra phía sau mặt giấy và có độ lớn (áp dụng định luật Bi-ô-Xa-va) :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{12R}$$

(độ dài của cung AB bằng $\frac{1}{6}$ chu vi đường tròn). Cảm ứng từ do đoạn BC gây ra tại O có phương vuông góc với mặt giấy, hướng ra phía trước mặt giấy và có độ lớn :

$$B_2 = \frac{\mu_0 \sqrt{3}I}{4\pi R}$$

Ta thấy $B_2 > B_1$, do đó cảm ứng từ $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ do mạch điện gây ra tại O có phương vuông góc với mặt giấy, có chiều hướng ra ngoài mặt giấy và có độ lớn :

$$B = B_2 - B_1 = \left[\frac{\sqrt{3}}{4\pi} - \frac{1}{12} \right] \frac{\mu_0 I}{R} = 6,9 \cdot 10^{-6} T$$

1.4. Vecto \vec{B} có phương vuông góc với mặt phẳng mạch điện, có chiều tùy thuộc vào chiều của dòng điện trong mạch, có độ lớn :

$$B = \frac{2\mu_0 I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} \approx 3,4 \cdot 10^{-5} T$$

1.5. Cảm ứng từ do các cạnh BE và CD gây ra tại A bằng không. Do đó cảm ứng từ do toàn bộ khung dây BCED là : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$; với \vec{B}_1, \vec{B}_2 là vecto cảm ứng từ do hai dây BC và ED gây ra tại A.

Suy ra \vec{B} có phương vuông góc với mặt phẳng khung dây, có chiều hướng ra phía trước mặt giấy và có độ lớn $B = B_1 - B_2 (\mu = 1)$:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b\sqrt{l^2 + 4b^2}} \approx 1,4 \cdot 10^{-6} T$$

1.6. Nhận xét rằng ba đoạn dây dẫn (ba cạnh tam giác) gây ra cảm ứng từ như nhau (cùng phương, chiều và độ lớn). Do đó, vecto \vec{B} vuông góc với mặt phẳng khung dây, có chiều tùy thuộc chiều dòng điện và có độ lớn :

$$B = 3 \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left(\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right)$$

Với $r = \frac{a}{2} \tan \frac{\pi}{6}$. Suy ra : $B = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a} = 1,8 \cdot 10^{-5} T$.

1.7. Cảm ứng từ tại M do mỗi vòng dây gây ra (M là tâm vòng dây) có phương vuông góc với mặt phẳng vòng dây và có độ lớn :

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{2\mu_0 I \sqrt{h^2 + d^2}}{\pi hd}$$

Vector cảm ứng từ tổng hợp \vec{B} hợp với mặt phẳng chứa vòng dây ABCD (Hình 3.3) góc $22^{\circ}30'$ ($\pi/8$) và có độ lớn :

$$B = 2B_1 \left(\sin \frac{\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8} \right) \approx \frac{5,23\mu_0 I}{\pi h d} \sqrt{h^2 + d^2}$$

$$1.8. \frac{l}{d} \geq 10$$

1.9. Cảm ứng từ do mỗi cạnh của đa giác gây ra tại tâm O đều có phương vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác, có cùng chiều và có cùng độ lớn :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$\text{Với : } a = R \cos \frac{\pi}{n}; \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}; \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n}$$

$$\text{Suy ra : } B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \tan \frac{\pi}{n}.$$

Do đó, cảm ứng từ \vec{B} do cả đa giác gây ra tại tâm O, có phương vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác, có chiều tuỳ thuộc vào chiều dòng điện chạy trên mạch đa giác (nếu dòng điện chạy theo chiều kim đồng hồ, thì \vec{B} có chiều hướng vào phía trong), và có độ lớn :

$$B = nB_0 = \frac{\mu_0 n I}{2\pi R} \tan \frac{\pi}{n}$$

$$\text{Khi } n \rightarrow \infty \text{ thì } \frac{\pi}{n} \rightarrow 0 \text{ và } \frac{\tan \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} = 1 \text{ (theo đề bài), do đó : } B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(tức là đúng bằng cảm ứng từ do dòng điện tròn gây ra tại tâm).

1.10. Ta có : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ với $I = \frac{U}{r}$, r là điện trở vòng dây $r = \rho \frac{l}{S} = \frac{2\pi \rho}{S} R$ (ρ là

$$\text{điện trở suất, } R \text{ là bán kính vòng dây). Suy ra : } B = \frac{\mu_0 S}{4\pi^2 \rho} \cdot \frac{U}{R^2}.$$

Như vậy khi R tăng lên gấp đôi, mà muốn giữ cho B không đổi, thì hiệu điện thế U phải tăng lên gấp 4 lần.

1.11. Áp dụng công thức tính cảm ứng từ của dòng điện tròn.

$$1. \text{ a)} \quad B(O_1) = B(O_2) = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{1}{R} + \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \right] \approx 2,1 \cdot 10^{-5} T$$

$$B(O) = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + \frac{a^2}{4})^2} \approx 1,35 \cdot 10^{-5} T$$

$$b) \quad B(O_1) = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{1}{R} - \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \right] = 1,7 \cdot 10^{-5} T$$

$$B(O_2) = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{R} \right] = -1,7 \cdot 10^{-5} T$$

(các vectơ $\vec{B}(O_1)$ và $\vec{B}(O_2)$ ngược hướng). $B(O) = 0$.

2. Vector \vec{B}_M có phương là $O_1 O_2$ và có độ lớn :

$$B_M = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \left[\frac{1}{[R^2 + (x-a)^2]^{3/2}} + \frac{1}{[R^2 + (x+a)^2]^{3/2}} \right]$$

Trên hình 1.1G có chỉ ra 3 loại biến thiên khả dĩ của B theo x :

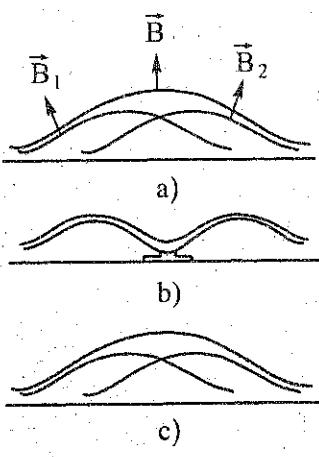
a) Các vòng dây rất gần nhau : B có một cực đại duy nhất tại O (với $x = 0$). (Tới giới hạn và với hai vòng dây trùng nhau, B biểu diễn từ trường của chỉ một vòng trên đó có cường độ $2I$ chạy. Khi đó quả thực B có một cực đại tại O (Hình 1.1Ga)).

b) Các vòng dây ở xa nhau : B có 2 cực đại, ở lân cận O_1 và O_2 , còn tại O là một cực tiểu (Tới giới hạn người ta thấy liên tiếp, khi đi dọc theo trục xx' của các vòng dây, lân lượt từ trường của vòng dây này, rồi đến từ trường của vòng dây kia) (Hình 1.1Gb).

c) Trường hợp trung gian : điểm O là “trung điểm của phần ngang” của đường cong $B(x)$: ở lân cận điểm $x = 0$, B biến thiên theo x chỉ với bậc 4 của x ; khi đó có thể thoả mãn điều kiện “đều” tối đa của B . Để tìm tỉ số $\frac{a}{R}$ thoả mãn điều kiện đó ta thấy :

$$B_1 \sim [R^2 + a^2 - 2ax + x^2]^{-\frac{3}{2}} \sim \left[1 + \frac{-2ax + x^2}{R^2 + a^2}\right]^{-\frac{3}{2}}$$

$$B_2 \sim [R^2 + a^2 + 2ax + x^2]^{-\frac{3}{2}} \sim \left[1 + \frac{2ax + x^2}{R^2 + a^2}\right]^{-\frac{3}{2}}$$



Hình 1.IG.

Tại miền lân cận điểm 0, x là nhỏ, áp dụng công thức cho trong đề bài, với

$$n = -\frac{3}{2} :$$

$$(1+b)^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2}b + \frac{15}{8}b^2 + \dots,$$

ta có :

$$\begin{aligned} B_M &= B_1 + B_2 \sim 1 - \frac{3}{2} \left[\frac{-2ax + x^2}{R^2 + a^2} \right] + \frac{15}{8} \left[\frac{-2ax + x^2}{R^2 + a^2} \right]^2 + \dots \\ &\quad + 1 - \frac{3}{2} \left[\frac{2ax + x^2}{R^2 + a^2} \right] + \frac{15}{8} \left[\frac{2ax + x^2}{R^2 + a^2} \right]^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\Rightarrow B_M \sim 2 - \frac{3x^2}{(R^2 + a^2)} + \frac{15a^2}{(R^2 + a^2)^2} x^2 + \dots$$

$$\Rightarrow B_M \sim 2 + \frac{3x^2}{(R^2 + a^2)^2} \cdot [5a^2 - (R^2 + a^2)] + \dots$$

Ta thấy B_M không phụ thuộc vào x (từ trường là đều) khi $4a^2 - R^2 = 0 \Rightarrow 2a = R$. Tức là khi điểm O cách tâm 2 vòng dây một khoảng bằng bán kính vòng dây, thì

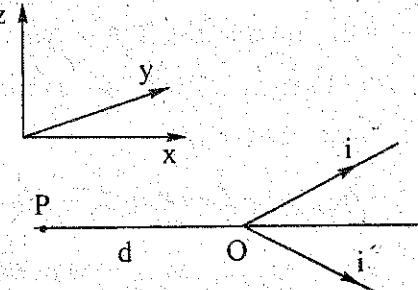
B_M không phụ thuộc vào x , ta nói rằng các vòng dây ở vị trí Hem-hôn-xo (Helmholtz).

1.12. Cảm ứng từ \vec{B} do đoạn mạch gây ra có phương vuông góc với mặt phẳng mạch điện (mặt giấy) có chiều hướng vào phía trong mặt giấy và có độ lớn :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\varphi - \tan \varphi + \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{2 \cos^2 \varphi}} \right)$$

$$\text{Nếu các đoạn NM và PQ rất dài : } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\varphi - \tan \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} \right)$$

1.13. a) Thành phần của cảm ứng từ \vec{B} do mỗi nhánh của chữ “V” đóng góp, có cùng chiều với cảm ứng từ của dòng điện thẳng dài vô hạn đặt trùng với nhánh đó. Với chiều dòng điện là chiều mũi tên như trên hình 1.2G theo quy tắc định ốc, cảm ứng từ của cả hai nhánh đều vuông góc với mặt xy và hướng theo chiều dương của trục z (Hình 1.2G) (mặt phẳng xy chứa chữ “V”).



Hình 1.2G

b) Xét trường hợp riêng $\alpha = 90^\circ$, chữ “V” trở thành một đường thẳng. Cảm ứng từ của từ trường $\vec{B}(P)$ của dây dẫn thẳng dài vô hạn cho bởi công thức :

$$B = \frac{i\mu_0}{2\pi d}, \text{ vì } \tan \frac{\alpha}{2} = \tan 45^\circ = 1$$

Trường hợp này cũng nằm trong trường hợp chung :

$$B(P) = K \tan \frac{\alpha}{2}, \text{ vậy } K = \frac{i\mu_0}{2\pi d}$$

Cũng có thể theo cách vận dụng công thức :

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Ở đây $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \alpha$, $a = ds \sin \alpha$. Suy ra cảm ứng từ do dây dẫn hình chữ “V” gây ra :

$$B = 2 \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{1 - \cos \alpha}{a \sin \alpha} = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\text{do đó tìm được: } K = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

c) Cảm ứng từ tại điểm P cũng tính như trên nhưng góc α thay bằng $(\pi - \alpha)$ và chiều dòng điện đổi ngược. Vậy cảm ứng từ \vec{B} có hướng ngược với trục z và có độ lớn :

$$B = K \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = K \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Cũng có thể tính B theo cách thứ hai trong câu 2 và thu được kết quả tương tự.

d) Momen cơ học (lực từ) tác dụng lên kim nam châm đặt tại P tính theo công thức : $M = [\vec{\mu}, \vec{B}]$

trong đó $\vec{\mu}$ là momen từ của kim nam châm.

Khi cân bằng $M = 0$, kim nam châm nằm theo phương của \vec{B} . Nếu đẩy nó ra khỏi vị trí cân bằng từ một góc nhỏ θ , momen cơ học M sẽ kéo nó trở lại vị trí cân bằng, ta có :

$$M = -\mu B \sin \theta \approx -\mu B \theta$$

Áp dụng phương trình chuyển động quay của vật rắn ta có :

$$I\theta'' = M \Rightarrow I\theta'' = -\mu B \theta$$

$$\text{hay } \theta'' + \frac{\mu B}{I} \theta = 0$$

$$\text{Phương trình này có nghiệm: } \theta = \theta_0 \sin(\omega t + \phi), \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{\mu B}{I}}$$

Nam châm dao động diệu hoà với tần số góc ω và với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu B}}$$

e) Ta tính độ lớn của chu kì T của dao động của kim nam châm theo công thức tính cảm ứng từ B_A của Am-pe mà ta đã tìm được (kí hiệu chu kì này là T_A), và

theo công thức tính cảm ứng từ B_{BX} của Bi-ô-Xa-va (kí hiệu chu kì này là T_{BX}). Ta có :

$$B_A = \frac{i\mu_0}{2\pi d} \tan\frac{\alpha}{2} \Rightarrow T_A = 2\pi \sqrt{\frac{2\pi Id}{\mu_0 \mu_i \tan\frac{\alpha}{2}}} = T_1$$

$$B_{BX} = \frac{i\mu_0}{\pi^2 d} \alpha \Rightarrow T_{BX} = 2\pi \sqrt{\frac{\pi^2 Id}{\mu_0 \mu_i \alpha}} = T_2$$

Theo điều kiện để phân biệt 2 công thức : $T_1 > 1,10 T_2$, do đó :

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi \tan\frac{\alpha}{2}}} > 1,1 \Rightarrow \frac{4}{\pi} \frac{\frac{\alpha}{2}}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} > 1,21$$

$$\Rightarrow \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\frac{\alpha}{2}} < \frac{4}{1,2\pi} = 1,052 \quad (1)$$

Theo bảng lượng giác, ta thấy khi góc α nhỏ thì $\tan\alpha$ xấp xỉ bằng α (tính bằng radian), nhưng khi α càng tăng thì $\tan\alpha$ càng khác α (tính bằng radian). Điều kiện (1) chỉ được thoả mãn khi $\frac{\alpha}{2} \leq 0,38\text{rad} \Rightarrow \alpha < 0,76\text{rad}$, hay $\alpha < 43,6^\circ$.

1.14. Khi khung nằm cân bằng : $M = C\alpha$, với $M = p_m B \sin \theta = (nIS)B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$\text{Suy ra: } C \approx 3,31 \cdot 10^{-10} \frac{\text{N.m}}{\text{rad}}$$

1.15. Coi khung dây thứ nhất như lưỡng cực có momen p_m ; cảm ứng từ do nó gây ra tại điểm đặt khung dây thứ hai (Chủ đề 1, công thức (1.7))

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi d^3}$$

Momen lực từ tác dụng lên khung thứ hai ($\theta = \frac{\pi}{2}$) :

$$M = p_m B \sin \theta = \frac{\mu_0 p_m^2}{2\pi d^3} \approx 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ N.m}$$

- 1.16. a) Lực căng \vec{F}_C đặt lên vòng dây tương ứng với lực từ tác dụng lên một phần tư vòng dây, đoạn AB chẳng hạn. Lực từ \vec{Q} tác dụng lên đoạn AB có phương là trực đối xứng $\vec{O}\vec{n}$ của \vec{AB} . Xét một đoạn dây rất nhỏ dI trên AB, lực từ dQ tác dụng lên đoạn đó có hướng \vec{OM} hợp với $\vec{O}\vec{n}$ góc θ , và có độ lớn (Hình 1.3G) :

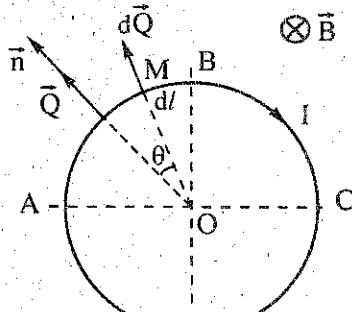
$$dQ = Ib dI$$

Do đó :

$$Q = \sum dQ_n = \int dQ \cos \theta = \int Ib dI / \cos \theta$$

Biết $I = R\theta$, suy ra $dI = Rd\theta$. Vì vậy :

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} Ib(Rd\theta) \cos \theta = \sqrt{2}IBR \\ &= 0,2\sqrt{2} \approx 0,283 \text{ N} \end{aligned}$$



Hình 1.3G

- b) Lập luận tương tự như trên ta tìm được lực từ tác dụng lên nửa vòng dây, đoạn ABC chẳng hạn, lực này là lực kéo F tác dụng lên vòng dây : $F = 2BIR$.

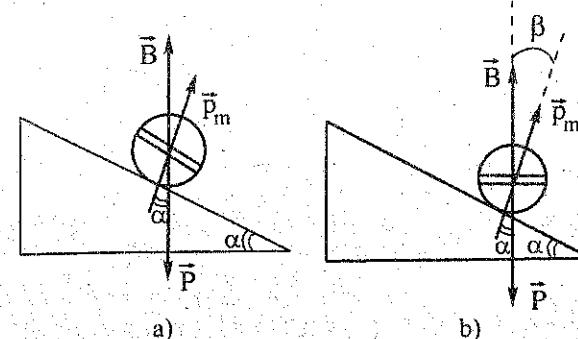
Kí hiệu B_b là cảm ứng từ làm vòng dây bị kéo đứt, lực kéo F phân phối trên 2 tiết diện thẳng ở hai đầu A, C của nửa vòng dây ta xét, do đó :

$$F_b = \sigma_b \cdot 2S \Rightarrow 2B_b IR = \sigma_b \cdot 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow B_b = \sigma_b \cdot \frac{\pi d^2}{4IR} = 1,8 \text{ T}$$

- 1.17. Momen lực từ ban đầu (Hình 1.4G) bằng : $(N \cdot I_0 \cdot l \cdot 2R)Bs \sin \alpha$, với R là bán kính tiết diện hình trụ ; $N = 10$. Momen trọng lực hình trụ bằng : $PR \sin \alpha = mgR \sin \alpha$.

Ban đầu hình trụ nằm cân bằng :

$$2NI_0/RBs \sin \alpha = mgR \sin \alpha \Rightarrow I_0 = \frac{mg}{2NBl} \approx 2,45 \text{ A}$$



Hình 1.4G

Khi cường độ dòng điện bằng $2I_0$, hình trụ lăn đến vị trí mới và nằm cân bằng tại đó (Hình 1.4Gb) ; khi đó momen từ \vec{p}_m của khung dây hợp với \vec{B} một góc β . Tương tự như trên ta có :

$$2NI/RBs \sin \beta = mgR \sin \alpha, \text{ với } I = 2I_0$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{mg \sin \alpha}{4NI_0 Bl} = 0,25 \Rightarrow \beta = 14^\circ 30'$$

Do đó góc quay của hình trụ là (Ban đầu \vec{p}_m và \vec{B} hợp với nhau góc α) : $\alpha - \beta = 15^\circ 30'$.

- 1.18. Các cuộn dây có dòng điện chạy qua sẽ tương tác với nhau (như các nam châm hay các luồng cực từ). Thế năng của cuộn dây 2 trong từ trường \vec{B} của cuộn dây 1 được tính theo công thức $W_t = -p_m B$.

(vì \vec{p}_m và \vec{B} cùng phương chiều), trong đó $p_m = NIS = NI \cdot \pi R^2$ là momen từ

$$\text{của cuộn dây 2, và } B = \frac{\mu_0 ISN}{2\pi(\sqrt{R^2 + l^2})^3} \approx \frac{\mu_0 IR^2 N}{2l^3}$$

$$\text{Do đó : } W_t = -\frac{\mu_0 \pi N^2 I^2 R^4}{2l^3}$$

Lực tác dụng lên cuộn dây theo phương l là :

$$F = -\frac{dW_t}{dl} = \frac{3\mu_0\pi N^2 l^2 R^4}{2l^4} \approx 4.10^{-7} \text{ N}$$

1.19. Áp dụng công thức $A = I.\Delta\Phi$. Suy ra : $A = -IB(lvt) = -0,2J$

$$1.20. v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 1,9.10^7 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{eB} \approx 2.10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = 7.10^{-9} \text{ s}$$

$$h = \frac{2\pi mv \cos \alpha}{eB} \approx 5.10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

1.21. Bên trong tụ điện, hạt α chịu tác dụng bởi 2 lực : lực điện trường F_E và lực từ F_B . Kí hiệu q là điện tích của hạt α ($q = 2e$) thì : $F_E = qE$, $F_B = qvB$.

Hai lực này có chiều ngược nhau và hợp lực tạo nên lực tia tốc hướng tâm để hạt α chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính R .

(Chú ý cường độ điện trường \vec{E} vuông góc với 2 bán và hướng từ trong ra ngoài) (Hình 1.5G).

$$qvB - qE = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

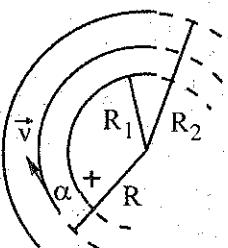
$$\text{trong đó : } R = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (2)$$

Kí hiệu Q là điện tích tụ điện, áp dụng định lí Ô-xtrô-grát-xki-Gao-xơ ta có :

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{CU}{2\pi\epsilon_0 R} \quad (3)$$

với : $C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ (4)

Từ (1), (3) và (4) rút ra :



Hình 1.5G

$$E = vB - \frac{mv^2}{qR} = \frac{U}{R \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Thay : $\frac{mv^2}{2} = W$ ta tìm được :

$$U = R \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \left(\sqrt{\frac{2W}{m}} B - \frac{2W}{qR} \right) \approx 258V$$

1.22. Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên electron : $F = evBsina$.

$$\text{Với } \alpha = 90^\circ; v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}; B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\text{Suy ra : } F = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \sqrt{\frac{2e^3 U}{m}} = 4.10^{-16} \text{ N}$$

1.23. a) Muốn cho electron không bị lệch hướng, thì lực điện trường phải cân bằng với lực Lo-ren-xơ :

$$qE = qvB \Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = 2.10^6 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } R = \frac{mv}{eB} = 2,3 \text{ cm}$$

$$1.24. B = \sqrt{\frac{2mW}{eR}} = 1,12.10^{-2} \text{ T}$$

1.25*. Thế năng mà electron nhận được chuyển thành động năng :

$$\frac{mv^2}{2} = eV \text{ (phi tương đối tính)}$$

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - mc^2 = eV \text{ (tương đối tính)}$$

Do đó : $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ (phi tương đối tính)

và $u = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{mc^2 + eV} \right)^2}$ (tương đối tính) (1)

b) Khi $V = 0$, electron chuyển động trong từ trường đều, quỹ đạo là một đường tròn, vận tốc ban đầu hướng tiếp tuyến với đường tròn ấy. Bán kính R của quỹ đạo tròn tính được bằng cách cân bằng lực Lo-ren-xo với lực hướng tâm (Hình 1.6G) :

$$eBV_0 = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mv_0}{eR} \quad (2)$$

Từ hình 1.6G, ta có :

$$b - R = \sqrt{R^2 + a^2} \Rightarrow R = \frac{b^2 - a^2}{2b}$$

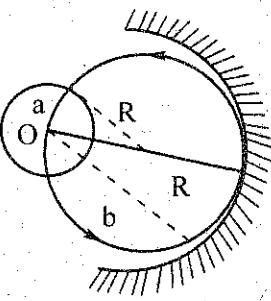
Thay giá trị này của R vào (2), ta được : $B = \frac{mv_0 \cdot 2b}{(b^2 - a^2)e}$

c) Biến đổi của momen động lượng L là do momen lực gây ra. Lực ở đây là lực Lo-ren-xo : $\vec{F} = [(-e)\vec{B}, \vec{v}]$, và momen lực là $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$. Độ lớn của \vec{M} là tích của \vec{r} với thành phần vuông góc với \vec{r} của lực \vec{F} , mà thành phần này do thành phần theo phương bán kính của \vec{v} gây ra. Vậy : $M = eB \cdot v_r \cdot r = eBr \frac{dr}{dt}$.

Áp dụng định luật biến thiên momen động lượng :

$$M = \frac{dL}{dt} = eBr \frac{dr}{dt}$$

Suy ra : $\frac{d}{dt} \left(L - \frac{eBr^2}{2} \right) = 0$ hay $L - \frac{1}{2}eBr^2 = \text{const} = C$ (3)



Hình 1.6G

So sánh với dữ kiện đề bài ta thấy đại lượng K không thứ nguyên, đưa ra trong đề bài, chính là $+ \frac{1}{2} : K = \frac{1}{2}$.

d) Áp dụng phương trình (3) cho 2 vị trí của electron ta có :

– Trên bề mặt hình trụ trong : $C = 0 - \frac{1}{2}eBa^2$.

– Tại vị trí r_m : $C = mvr_m - \frac{1}{2}eBr_m^2$.

Từ đó, tìm được : $v = \frac{eB(r_m^2 - a^2)}{2mr_m}$ (4)

e) Khi từ trường bằng từ trường tối hạn thì $r_m = b$ (electron đi tới được anôt).

Tốc độ của electron tại điểm quay lui là : $v = \frac{eB(b^2 - a^2)}{2mb}$ (5)

Vì lực Lo-ren-xo không sinh công nên động năng của electron bằng eV, nghĩa

là ta có : $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ (6)

Từ (5) và (6) ta tìm được từ trường tối hạn B_C để cho dòng điện bằng không

(electron không tới được anôt) : $B_C = \frac{2b}{b^2 - a^2} \sqrt{\frac{2mV}{e}}$ (7)

f) Vì lực Lo-ren-xo không có thành phần dọc theo phương của \vec{B} (song song với trục hình trụ) nên v_B được bảo toàn trong lúc electron chuyển động : Động năng của electron ở sát mặt hình trụ trong và sát mặt hình trụ ngoài liên hệ với nhau bằng công thức : $\frac{1}{2}m(v_B^2 + v_\phi^2 + v_r^2) + eV = \frac{1}{2}m(v_B^2 + v^2)$

hay $v = \sqrt{v_r^2 + v_\phi^2 + \frac{2eV}{m}}$ (8)

Tính hằng số C trong phương trình (3) khi electron ở mặt hình trụ a và mặt

trong của hình trụ b ta được : $amv_\phi - \frac{1}{2}eB_C a^2 = bmv - \frac{1}{2}eB_C b^2$ (9)

Thay v bằng biểu thức (8) vào phương trình (9) ta tìm được giá trị B_C :

$$B_C = \frac{2mb}{e(b^2 - a^2)} \left[\sqrt{v_r^2 + v_\phi^2 + \frac{2eV}{m}} - v_\phi \frac{a}{b} \right]$$

1.26. Vận tốc v của electron khi bay ra khỏi tụ điện:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}, \text{ với } v_1 = v_0 = 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_2 = at = \frac{eE}{m} \frac{l}{v_0}$$

$$\text{Vận tốc } \vec{v} \perp \vec{B}, \text{ do đó: } R = \frac{mv}{eB} = 5\text{mm}, \text{ và } h = \frac{2mv}{Be} = 3,6\text{cm.}$$

$$1.27. \text{a)} qBv = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

b) Trong mỗi nửa hộp thì quỹ đạo của hạt mang điện là cung tròn, cung tròn này chỉ được nối rộng khi hạt mang điện được tăng tốc, lúc nó đi qua khe. Quỹ đạo thực của hạt gần như đường xoắn ốc, chính xác thì quỹ đạo đó có dạng như hình 1.24.

$$\text{c)} \text{Tần số góc của hạt: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{Bq}{m} = \text{const} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{Bq}{2\pi m}$$

Cứ mỗi vòng quay hạt qua khe 2 lần và được tăng tốc. Tần số dòng điện đặt vào xiyclôtron đúng bằng tần số quay của hạt.

$$\text{d)} B = \frac{2\pi fm_p}{q} \approx 0,65155 \text{ T}$$

$$R = \frac{mv}{Bq} \Rightarrow R_{\max} = \frac{m_p v_{\max}}{Bq}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{BqR_{\max}}{m_p} = 2\pi f R_{\max}$$

$$\Rightarrow W_{\max} = \frac{m_p v_{\max}^2}{2} = \frac{1}{2} 4\pi^2 f^2 R_{\max}^2 m_p = 3,6 \cdot 10^8 \text{ MeV}$$

e) Sau mỗi vòng quay hạt nhận được động năng $2W_0 = 2qU_{\max}$

Coi vận tốc ban đầu của prôtôn là không đáng kể, sau n vòng quay hạt thu được động năng :

$$W = 2nqU_{\max} = W_{\max} \Rightarrow n = \frac{W_{\max}}{2qU_{\max}} = 9 \cdot 10^7 \text{ vòng.}$$

1.28. Lực Lo-ren-xơ do từ trường tác dụng lên electron đóng vai trò của lực hướng tâm: $Bev = \frac{m_e v^2}{r}$

Để cho electron rơi vào máy thu M thì TM phải là dây cung căng cung 2α của đường tròn quỹ đạo, nghĩa là phải có: $r = \frac{TM}{2 \sin \alpha} = \frac{d}{2 \sin \alpha}$

$$\text{Do đó ta có: } Bev = \frac{2m_e v^2 \sin \alpha}{d} \quad (1)$$

Mặt khác electron đạt được vận tốc v là do nó được tăng tốc bởi hiệu điện thế U , vì vậy ta có:

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) tìm được: } B = \frac{2}{d} \sin \alpha \sqrt{\frac{2m_e U}{e}} \quad (3)$$

b) Vì vận tốc \vec{v} của electron làm với phương của từ trường \vec{B} (phương TM) một góc α nên electron sẽ chuyển động theo một đường định ốc. Đó là chuyển động tổng hợp của hai chuyển động thành phần: chuyển động đều theo quỹ đạo tròn trong mặt phẳng vuông góc với \vec{B} (với TM) và chuyển động đều theo phương của \vec{B} . Thời gian chuyển động của electron là:

$$t = \frac{d}{v \cos \alpha} = \frac{N \cdot 2\pi r}{v \sin \alpha}, \text{ với } N \text{ là số bước của đường định ốc.}$$

$$\text{Suy ra: } r = \frac{d \sin \alpha}{N \cdot 2\pi \cos \alpha} \quad (4)$$

Mặt khác ta lại có:

$$Bev \sin \alpha = \frac{m_e (v \sin \alpha)^2}{r} = \frac{m_e v^2 \sin \alpha \cdot N \cdot 2\pi \cos \alpha}{d} \quad (5)$$

$$\text{Ngoài ra ta có : } \frac{m_e v^2}{2} = eU \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6) tìm được : } B = \sqrt{\frac{2m_e U}{e}} \cdot \frac{2\pi \cos \alpha}{d} \cdot N \quad (7)$$

Theo điều kiện đề bài $B < 30 \cdot 10^{-3}$ T, ta có bốn giá trị có thể có của N ($N \leq 4$) và tìm được $B = N \cdot 6,70 \cdot 10^{-3}$ T.

1.29*. 1. Nếu \vec{v}_0 là vận tốc ban đầu của chùm electron thì cần phải có một lực “lái” hướng tâm. Muốn vậy từ trường “lái” \vec{B}_1 phải vuông góc với mặt phẳng hình xuyên và hướng ra phía trước mặt phẳng hình vẽ. Lực “lái” ở đây là lực Lo-ren-xo và ta có :

$$ev_0 B_1 = \frac{mv_0^2}{R} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác : } \frac{mv_0^2}{2} = eU_0 \quad (2)$$

$$\text{Suy ra : } B_1 = \frac{1}{R} \left(\frac{2mU_0}{e} \right)^{1/2} \approx 0,37 \cdot 10^{-2} \text{ T} \quad (3)$$

2. Hạt tích điện có vận tốc ban đầu gần song song với từ trường \vec{B} sẽ chuyển động theo đường định ốc quanh đường sức từ. Hình chiếu của quỹ đạo xuống mặt phẳng vuông góc với các đường sức từ là đường tròn mà bán kính r phụ thuộc vào thành phần v_n của \vec{v}_0 vuông góc với đường sức từ, ta có :

$$\frac{mv_n^2}{r} = ev_n B \Rightarrow r = \frac{mv_n}{eB} \quad (4)$$

$$\text{Chu kỳ quay là : } T = \frac{2\pi r}{v_n} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (5)$$

Thành phần v_t của \vec{v}_0 song song với các đường sức từ là không đổi và hầu như là bằng nhau cho mọi electron vì $\alpha_0 \ll 1$ rad. Ta có :

$$v_t = v_0 \cos \alpha \approx v_0 \quad (6)$$

$$\text{Khoảng cách giữa 2 điểm hội tụ là : } d = v_t T = v_0 \frac{2\pi m}{eB} \quad (7)$$

$$\text{Mặt khác theo đề bài : } d = \frac{2\pi R}{4} \quad (8)$$

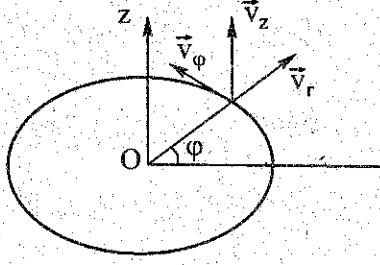
$$\text{Từ (7) và (8) tìm được : } B = \frac{4mv_0}{eR}$$

$$\text{Mặt khác : } \frac{mv_0^2}{2} = eU_0$$

$$\text{Suy ra : } B = \frac{4}{R} \left(\frac{2mU_0}{e} \right)^{1/2} = 4B_1 \quad (9)$$

$$\Rightarrow B = 1,48 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

3. Bài toán có tính đối xứng qua trục Oz vuông góc với mặt phẳng hình xuyên nên trong mặt phẳng này ta dùng các tọa độ cực r và ϕ (Hình 1.7G). Các đại lượng vectơ (như vận tốc, lực Lo-ren-xo, cảm ứng từ) cũng sẽ có các thành phần tương ứng.



Hình 1.7G

a) Vì α_0 rất nhỏ nên ta chỉ cần xét một electron được bắn vào hình xuyên tại điểm bán kính R với vận tốc \vec{v}_0 gần tiếp tuyến với đường tròn bán kính R .

Trong từ trường tĩnh, động năng của electron được bảo toàn :

$$W_d = \frac{m}{2} (v_r^2 + v_\phi^2 + v_z^2) = \frac{m}{2} v_0^2 \quad (10)$$

Những điểm đảo của quỹ đạo electron (tại đó bán kính r đi qua cực trị) được xác định bởi $v_r = 0$, tại đó, theo (10) ta có : $v_0^2 = v_\phi^2 + v_z^2$ (11)

Hiển nhiên, có một điểm đảo là : $r = R$ ($v_\phi = v_0$; $v_r = 0$; $v_z = 0$)

Để tìm được lêch cực đại theo bán kính, ta tìm một điểm đảo khác. Muốn vậy, ta phải biểu diễn v_ϕ và v_z trong (11) theo bán kính r .

Lực Lo-ren-xơ do từ trường sinh ra hiển nhiên không có thành phần theo phương ϕ song song với nó, nên momen động lượng của electron đổi với trục z được bảo toàn nghĩa là :

$$mv_\phi r = mv_0 R \Rightarrow v_\phi = v_0 \frac{R}{r} \quad (12)$$

Nhưng lực Lo-ren-xơ có thành phần theo phương r : $F_z = -eBv_r$;

$$\text{Thành phần này gây ra gia tốc : } a_z = -\frac{e}{m} B v_r$$

Điều này có nghĩa là, với B không thay đổi, một biến thiên của v_z liên hệ với một biến thiên của r theo hệ thức : $\Delta v_z = -\frac{e}{m} B \Delta r$

$$\text{Vì } \Delta r = r - R, \text{ và } \Delta v_z = v_z \text{ nên ta có : } v_z = -\frac{e}{m} B(r - R) \quad (13)$$

Thay (11), v_ϕ và v_z bằng (12) và (13), ta có :

$$v_0^2 = v_0^2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + \left[\frac{e}{m} B(r - R) \right]^2$$

$$\text{hay } 1 = \left(\frac{R}{r} \right)^2 + A^2 \left(\frac{r - R}{R} \right)^2 \quad (14)$$

$$\text{với } A = \frac{e}{m} \frac{BR}{v_0}$$

(14) là phương trình để tìm điểm đảo. Xem vẽ phải của (14) là hàm số của r :

$$y = f(r) = \left(\frac{R}{2} \right)^2 + A^2 \left(\frac{r - R}{R} \right)^2 \quad (15)$$

Đồ thị của hàm này có dạng như trên hình 1.8G, chúng tỏ ngoài nghiệm $r = R$, phương trình (14) còn có nghiệm $r = r_1$ lớn hơn R nhưng hữu hạn. Vậy độ lệch $r - R$ là hữu hạn.

$$\text{b) Vì : } R \leq r \leq r_1 \quad (16)$$

Nên điều đó chứng tỏ rằng $v_z < 0$ (xem (13)), nghĩa là vận tốc “trôi” hướng theo chiều âm của trục z.

1.30. a) Dòng điện I có biểu thức $I = jS = envbc$, trong đó j là mật độ dòng, n là nồng độ electron, v là vận tốc electron, S = bc là tiết diện của thanh. Từ đó :

$$v = \frac{I}{nebc} = 25 \text{ m/s}$$

Điện trường \vec{E} trong thanh có hai thành phần vuông góc với nhau : thành phần E_I sinh ra dòng điện I, song song với cạnh a (Hình 1.9G), theo đề bài :

$$E_I = \frac{v}{\mu} = 3,2 \text{ V/m}$$

và thành phần E_H do lực Lo-ren-xơ tác dụng lên electron $E_H = vB = 2,5 \text{ V/m}$

(vì \vec{v} ngược chiều \vec{j} nên trên hình 1.9G, \vec{E}_H hướng sang phải).

Điện trường trong thanh có cường độ : $E = \sqrt{E_I^2 + E_H^2} = 4,06 \text{ V/m}$

b) Hiệu điện thế giữa hai điểm đối diện trên hai mặt cách nhau b là hiệu điện thế Hỗn : $U_H = E_H b = 25 \text{ mV}$.

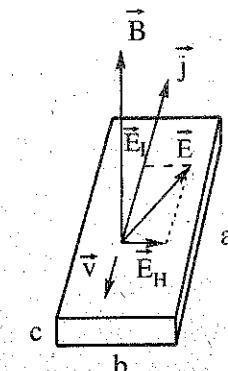
c) Nếu dòng điện I và từ trường B đều là xoay chiều, thì hiệu điện thế Hỗn biến đổi theo thời gian :

$$U_H = vBb = \frac{IB}{nec} = \frac{1}{nec} I_0 B_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi)$$

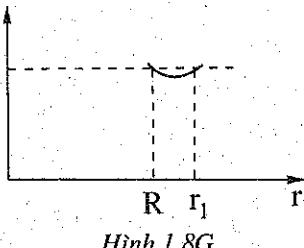
Vì $\sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$ nên thành phần không đổi

$$\text{của } U_H \text{ là : } U_H^0 = \frac{I_0 B_0 \cos \varphi}{2nec}.$$

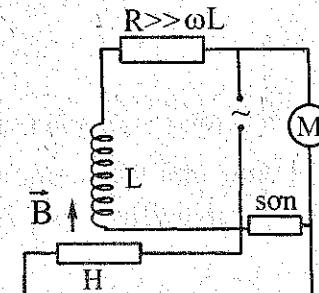
d) Trên hình 1.10G là sơ đồ mạch điện khả dĩ. M là máy điện cần đo công suất, H là thanh có hiệu ứng Hỗn. Dòng điện qua thanh tỉ lệ với dòng điện qua máy. Cảm ứng từ B tỉ lệ với hiệu điện thế đặt vào máy. Đo U_H^0 ta có một đại lượng tỉ lệ với công suất tiêu thụ bởi M.



Hình 1.9G



Hình 1.8G



Hình 1.10G

1.31. a) Công của ngoại lực làm dịch chuyển khung dây được xác định bằng công thức :

$$A = I_2 (\Phi_1 - \Phi_2)$$

Trong đó Φ_1, Φ_2 tương ứng là từ thông gửi qua khung dây khi khung ở vị trí ban đầu và ở vị trí cuối.

Cảm ứng từ do dòng điện I_1 chạy trong dây dẫn thẳng dài gây ra tại một điểm trên khung dây cách dây dẫn một khoảng x có độ lớn (Hình 1.11G) :

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

Từ thông gửi qua một diện tích nhỏ cạnh dx của khung là : $d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} b dx$

Từ đó :

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \left| \frac{x_0+a}{x_0} \right| \quad (2)$$

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \int_{x_0+a}^{x_0+2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \left| \frac{x_0+2a}{x_0+a} \right| \quad (3)$$

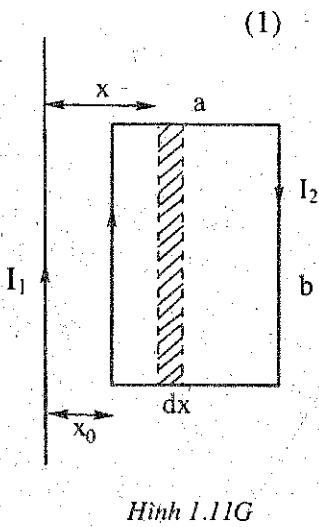
Do đó ta có :

$$A = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi} \ln \left| \frac{(x_0+a)^2}{x_0(x_0+2a)} \right| = 2,4 \cdot 10^{-7} J$$

b) Trong trường hợp quay khung dây 180° quanh cạnh b xa dây dẫn hơn, thì Φ_1 vẫn được tính theo công thức (1), còn khi tính Φ_2 thì cần chú ý rằng, ở vị trí mới vectơ pháp tuyến với mặt khung ngược chiều so với trường hợp trên, do đó ta có :

$$\Phi_2 = -\Phi_1 = -\frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \left| \frac{x_0+a}{x_0+2a} \right|$$

Như vậy ta được :



Hình 1.11G

$$A' = I_2 (\Phi'_2 - \Phi'_1) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi} \ln \left| \frac{x_0 + 2a}{x_0} \right| \Rightarrow A' = 6,4 \cdot 10^{-7} J$$

1.32. Khi các ion đi vào khu vực có từ trường \vec{B} , do tác dụng của lực từ mỗi ion chuyển động tròn đều (vì $\vec{v} \perp \vec{B}$). Kí hiệu m, q, R lần lượt là khối lượng, diện tích và bán kính chuyển động của ion, ta có (Hình 1.12G) :

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

Mặt khác, ion được tăng tốc trong điện trường có hiệu điện thế U :

$$\frac{mv^2}{2} = qU \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Để thu được những quỹ đạo riêng biệt cho các ion kali với 2 loại đồng vị có khối lượng m_1, m_2 ta phải có :

$$(U_0 + \Delta U)m_1 < (U_0 - \Delta U)m_2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_0} < \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} = 0,025 \Rightarrow \frac{\Delta U}{U} < 2,5\%$$

1.33. a) Tại thời điểm bắn có vận tốc v thì lực Lorentz-tác dụng vào bắn :

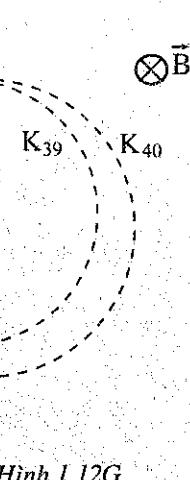
$$F_L = evB \quad (1)$$

Các electron dịch sang trái làm xuất hiện điện trường \vec{E} và hiệu điện thế :

$$U = Ed \quad (2)$$

$$\text{Các electron chịu thêm lực điện trường : } F_e = eE = e \frac{U}{d} \quad (3)$$

$$\text{Diện tích trên hai mặt bắn là : } q = CU = \frac{\epsilon_0 S}{d} U \quad (4)$$



Hình 1.12G

b) Dòng điện chạy qua bản : $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$. Lực từ tác dụng lên dòng điện là : $F_t = BId$

(\vec{F}_t hướng lên theo quy tắc bàn tay trái).

Vậy gia tốc của bản (Hình 1.13G) tính theo định luật II Niu-ton :

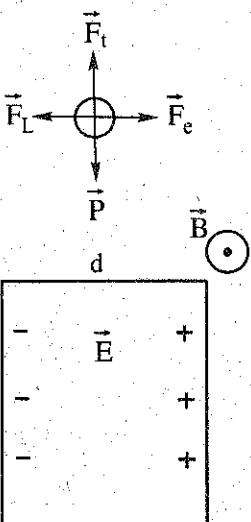
$$ma = mg - F_t \Rightarrow a = g - \frac{F_t}{m} \quad (5)$$

$$\text{Khi } F_e = F_L \Rightarrow \frac{eU}{d} = evB$$

$$\Rightarrow U = Bvd \Rightarrow q = \epsilon_0 BvS \Rightarrow I = \epsilon_0 BaS$$

$$\Rightarrow F_t = \epsilon_0 B^2 Sda$$

$$\text{Từ (5)} \Rightarrow a = g - \frac{\epsilon_0 B^2 d Sa}{m} \Rightarrow a = \frac{g}{1 + \frac{\epsilon_0 B^2 S d}{m}}$$



Hình 1.13G

1.34. Trong khoảng thời gian nhỏ Δt , lực từ tác dụng lên thanh MN là : $F = I_0 Bl$ (Hình 1.14).

Trong thời gian này, thanh nhận được động lượng :

$$p = mv = F \cdot \Delta t = I_0 Bl \cdot \Delta t$$

Động năng của thanh :

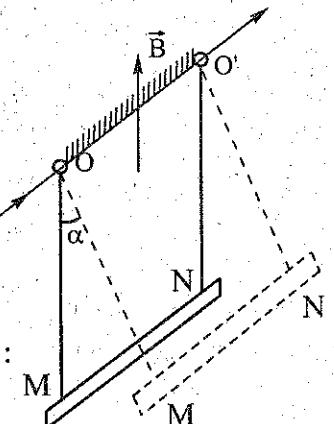
$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{I_0^2 B^2 l^2 \Delta t^2}{2m}$$

Ở vị trí giới hạn, thế năng của thanh là (Hình 1.14G) :

$$W_t = mgl(1 - \cos \alpha_{\max}) = 2mgl \sin^2 \left(\frac{\alpha_{\max}}{2} \right)$$

Định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$\frac{I_0^2 B^2 l^2 \Delta t^2}{2m} = 2mgl \sin^2 \frac{\alpha_{\max}}{2} \Rightarrow \sin \frac{\alpha_{\max}}{2} = \frac{I_0 Bl \cdot \Delta t}{2m} \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Hình 1.14G

1.35. Phương trình định luật II Niu-ton :

$$m\vec{a} = -k\vec{v} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -k\vec{v} + q[\vec{v} \times \vec{B}] \Leftrightarrow m d\vec{v} = -k\vec{v} dt + q[\vec{v} dt \times \vec{B}]$$

$$m d\vec{v} = -k d\vec{r} + q[d\vec{r} \times \vec{B}]$$

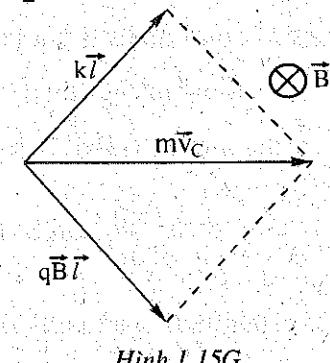
$$m \int \vec{v} d\vec{v} = -k \int d\vec{r} - q \int \vec{B} \times d\vec{r} \quad (\text{vì } [d\vec{r} \times \vec{B}] = -[\vec{B} \times d\vec{r}])$$

$$\Leftrightarrow -m\vec{v}_0 = -k\vec{r} - q[\vec{B} \times \vec{r}]$$

$$m\vec{v}_0 = +k\vec{r} + q[\vec{B} \times \vec{r}]$$

Từ giản đồ vectơ (Hình 1.15G)

$$m^2 v_0^2 = k^2 r^2 + q^2 B^2 r^2 \Rightarrow r = \frac{mv_0}{\sqrt{k^2 + q^2 B^2}}$$



(1)

$$- \text{ Khi } B = 0 : r_0 = \frac{mv_0}{k} = 10\text{cm}$$

$$- \text{ Khi } B = B : r_1 = \frac{mv_0}{\sqrt{k^2 + q^2 B^2}} = 6\text{cm}$$

$$- \text{ Khi } B' = B/2 : r_2 = \frac{mv_0}{\sqrt{k^2 + q^2 \frac{B^2}{4}}} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có : } r_0^2 k^2 = (mv_0)^2 \quad (4)$$

$$(k^2 + q^2 B^2) r_1^2 = (mv_0)^2 \quad (5)$$

$$\left(k^2 + \frac{q^2 B^2}{4} \right) r_2^2 = (mv_0)^2 \quad (6)$$

$$\text{Từ (4) và (5) } \Rightarrow k^2 r_0^2 = (k^2 + q^2 B^2) r_1^2$$

$$\Rightarrow l_0^2 = \left[1 + \left(\frac{qB}{k} \right)^2 \right] l_1^2 \Rightarrow \left(\frac{qB}{k} \right)^2 = \frac{l_0^2}{l_1^2} - 1 = \frac{16}{9}$$

Thế vào (6) ta được : $\left(1 + \frac{q^2 B^2}{4k^2} \right) l_2^2 = \left(\frac{mv_0}{k} \right)^2 = l_0^2$

$$\left(1 + \frac{4}{9} \right) l_2^2 = l_0^2 \Rightarrow l_2 = \frac{3l_0}{\sqrt{13}} = 8,32\text{cm}$$

1.36. Ở thời điểm t, đĩa có vận tốc \vec{v} . Đĩa rơi cắt các đường cảm ứng từ, trong đĩa xuất hiện suất điện động cảm ứng là : $E_C = Bvd$. Giữa hai mặt đĩa có hiệu điện thế $u = E_C = Bvd$. Khi đó đĩa tương đương với một tụ điện có điện dung là :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \text{ với } S = \pi R^2$$

Điện tích của tụ này ở thời điểm t là : $q = Cu = \epsilon_0 SBv$.

$$\text{Trong đĩa có một dòng điện : } i = \frac{dq}{dt} = \epsilon_0 SB \frac{dv}{dt} = \epsilon_0 SBa$$

với a là giá tốc của đĩa.

Dòng điện trong đĩa làm đĩa chịu tác dụng của lực từ \vec{F} ngược hướng với trọng lực \vec{P} : $F = Bid = \epsilon_0 SB^2 da$.

Gia tốc a của đĩa được xác định bằng định luật II Niu-ton :

$$a = \frac{P - F}{m} = \frac{mg - \epsilon_0 SB^2 da}{m}$$

$$\text{Từ đó : } a = \frac{g}{1 + \frac{\epsilon_0 R^2 \pi B^2 d}{m}}$$

1.37. Hợp lực tác dụng lên hạt gồm : Lực cản \vec{F}_c và lực Lo-ren-xo :

$$\vec{F} = -av + q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (1)$$

Hạt chỉ chuyển động trong mặt phẳng xOy, vì vậy vận tốc \vec{v} có thành phần theo phương z.

Hình chiếu của lực F lên 2 trục x và y là :

$$F_x = -av_x + qBv_y \quad (2)$$

$$F_y = -av_y - qBv_x \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra : } \frac{mdv_x}{dt} &= -a \frac{dx}{dt} + qB \frac{dy}{dt} \\ \frac{mdv_y}{dt} &= -a \frac{dy}{dt} - qB \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó ta lại có : } m.\Delta v_x = -a.\Delta x + qB.\Delta y \quad (4)$$

$$m.\Delta v_y = -a.\Delta y - qB.\Delta x \quad (5)$$

Kí hiệu : toạ độ của điểm P là Δx và Δy

Vận tốc ban đầu của hạt là : $\vec{v}_0 = (0, v_0, 0)$

Vận tốc cuối của hạt là : $\vec{v} = (0, 0, 0)$

Giải hệ phương trình (4) và (5) với $\Delta v_x = 0$ và $\Delta v_y = -v_0$ ta được :

$$\Delta x = \frac{mqBv_0}{a^2 + (qB)^2}; \Delta y = \frac{mv_0}{a^2 + (qB)^2}$$

1.38. a) Do tính chất đối xứng và vô hạn của đám mây hình trụ, điện trường tại điểm cách trục r có hướng vuông góc với trục.

Áp dụng định luật Gao-xo cho mặt trụ trục z, bán kính r, độ cao l.

$$E(r)2\pi rl = -\frac{\pi r^2 ln_0 e}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = -\frac{n_0 er}{2\epsilon_0}$$

$$\vec{E}(r) = -\frac{n_0 er}{2\epsilon_0} \vec{n} \quad (\vec{n} : \text{vectơ pháp tuyến, hướng ra ngoài})$$

b) Lực điện hướng ra ngoài và có độ lớn : $F_d = (e)|E| = \frac{n_0 r e^2}{2\epsilon_0}$

Lực Lorentz :

$$\vec{F}_L = -e[\vec{v} \times \vec{B}_0] \text{ có độ lớn : } F_L = eB_0\omega r \text{ và hướng vào trong. Ta có :}$$

$$F_{hl} = F_d - F_L = \frac{n_0 r e^2}{2\epsilon_0} - eB_0\omega r. F_{hl} > 0 : \text{hướng ra ; } F_{hl} < 0 : \text{hướng vào.}$$

c) Để cho hệ ổn định thì hợp lực tác dụng lên mỗi electron phải là lực hướng tâm (trạng thái dừng).

$$eB_0\omega r - \frac{n_0 r e^2}{2\epsilon_0} = m\omega^2 r$$

$$2\omega^2 - 2\omega_c\omega + \omega_p^2 = 0$$

Với $\Delta > 0$, ta có :

$$\omega_1 = \frac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2}; \quad \omega_2 = \frac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_p^2}}{2}$$

d) $\Delta \geq 0 \Rightarrow \omega_c^2 \geq 2\omega_p^2 \Rightarrow \frac{e^2 B_0^2}{m^2} \geq \frac{2n_0 e^2}{\epsilon_0 m}$

$$\Rightarrow n_0 \leq \frac{B_0^2 \epsilon_0}{2m} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{\mu_0 \epsilon_0 c^2}{mc^2} \left(c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \right)$$

$$\Rightarrow n_0 \leq \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{1}{mc^2} \Rightarrow n_{0\max} = \frac{B_0^2}{2\mu_0 mc^2}$$

e) Các electron chuyển động tròn tạo nên các dòng điện tròn. Một dây vô hạn các dòng điện tròn song song với nhau sẽ tạo ra từ trường B tại một điểm bất kỳ có hướng song song trực hình trụ.

Xét diện tích chắn bởi hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN song song với trục z, cách trục một khoảng r ($r \leq R$). Cạnh PQ nằm ngoài đám mây hình trụ. Cảm ứng từ tại các điểm nằm dọc theo MN là B_1 , dọc theo PQ là B_0 .

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I; B_1 l - B_0 l = \mu_0 I (l = AD)$$

Mặt khác : $dI = n_0 e v l dr \quad (dI = \frac{dq}{dt})$

$$I = \int_{r}^{R} dl = \int_{r}^{R} n_0 e \omega l r dr = n_0 e \omega l \frac{R^2 - r^2}{2}$$

$$B_1 = B_0 + \frac{\mu_0 n_0 e \omega (R^2 - r^2)}{2} = B_0 + B$$

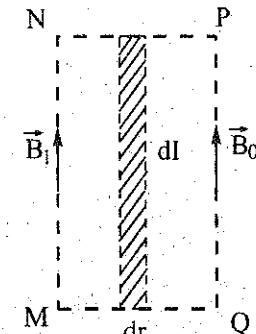
Từ trường do đám mây gây ra là : $B = \frac{\mu_0 n_0 e \omega (R^2 - r^2)}{2}$

f) Lực từ do từ trường B gây nên : $F_t = qvB = \frac{1}{2} \mu_0 n_0 e^2 \omega^2 r (R^2 - r^2)$

$$F_d = e|E| = \frac{n_0 r e^2}{2\epsilon_0}; \quad \frac{F_t}{F_d} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 (R^2 - r^2) < \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 R^2 = \frac{v^2}{c^2}$$

với $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ và $v = \omega R$.

Vì $v \ll c$ nên $\frac{F_t}{F_d} \ll 1$. Vậy lực do từ trường B tác dụng là không đáng kể.



Hình 1.16G

CHỦ ĐỀ 2

2.1.

a) Khi thanh MN trượt xuống dưới do tác dụng của trọng lực \vec{P} , từ thông qua diện tích MRN biến thiên, làm suất hiện suất điện động cảm ứng ở thanh MN

$$e_c = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = B/v$$

Với v là vận tốc trượt của thanh MN ; theo định luật Len-xơ, dòng cảm ứng sinh ra có chiều từ N đến M (để có từ trường ngược chiều với \vec{B} , Hình 2.1G).

Trong mặt phẳng nghiêng góc α , các lực tác dụng lên thanh MN là : thành phần \vec{Q} của trọng lực \vec{P} , $Q = mg \sin \alpha$; lực điện từ \vec{F} có độ lớn $F = Bil$ (tác dụng

lên đoạn MN có dòng điện i chạy qua trong từ trường \vec{B}) ; hai lực \vec{Q} và \vec{F} ngược chiều nhau (Hình 2.1G).

Lúc đầu, vận tốc trượt v của thanh còn

$$\text{nhỏ, nên dòng điện } i = \frac{e_c}{R} = \frac{Blv}{R}$$

và lực điện từ $F = Bil = \frac{B^2 l^2 v}{R}$ đều

nhỏ, độ lớn $F < Q$; Hợp lực $\vec{Q} - \vec{F}$ làm thanh có gia tốc và vận tốc v tăng.

Khi v đạt giá trị v_{\max} thì $F = Q$, thanh chuyển động đều, khi đó :

$$\frac{B^2 l^2 v_{\max}}{R} = mg \sin \alpha \Rightarrow v_{\max} = \frac{Rmg \sin \alpha}{B^2 l^2}$$

b) Thay R bằng tụ điện C thì dòng điện cảm ứng (suất điện động cảm ứng) nạp điện cho tụ điện. Kí hiệu q là điện tích tức thời của tụ điện, ta có :

$$q = Ce_c. \text{ Lực cản lên thanh (lực điện từ)} : F = Bil = lB \frac{dq}{dt} = B^2 l^2 C \frac{dv}{dt}$$

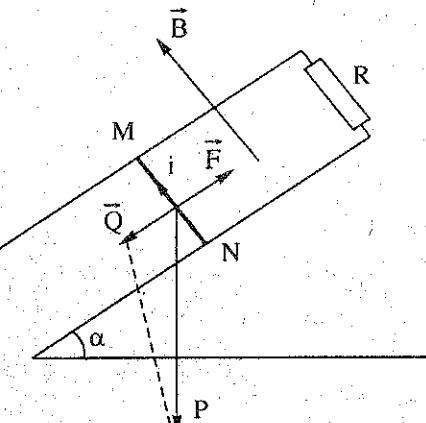
Nhưng $\frac{dv}{dt} = a$ là gia tốc của thanh. Vậy lực cản lên thanh $F = B^2 l^2 Ca$ tỉ lệ với

a. Để tính a ta viết phương trình chuyển động của thanh :

$$Q - F = ma \Rightarrow mg \sin \alpha - B^2 l^2 Ca = ma \Rightarrow a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}} < g \sin \alpha$$

Ta thấy gia tốc a nhỏ hơn gia tốc trượt của thanh MN khi không có từ trường \vec{B} và phụ thuộc khối lượng m .

2.2. Vì khung dây thứ hai có kích thước rất nhỏ so với khung dây thứ nhất nên ta có thể coi từ trường trong phạm vi miềng đặt khung dây thứ hai là từ trường đều và cảm ứng từ có độ lớn bằng cảm ứng từ \vec{B} tại tâm của khung dây thứ nhất :



Hình 2.1G

$$B = \frac{\mu_0 n_1 I}{2r}$$

Ta chọn vecto pháp tuyến \vec{n} với mặt khung thứ hai sao cho ban đầu vecto \vec{n} trùng với hướng của vecto \vec{B} đó. Với quy ước đó thì khung dây thứ hai quay lệch khỏi vị trí ban đầu một góc $\varphi = \omega t$, từ thông gửi qua khung thứ hai được tính theo công thức : $\Phi = n_2 B S \cos \varphi = \frac{\mu_0 n_1 I S n_2}{2r} \cos \omega t$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây thứ hai :

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 n_1 n_2 I S \omega}{2r} \sin \omega t$$

Giá trị cực đại của suất điện động đó : $e_{\max} = \frac{\mu_0 n_1 n_2 I S \omega}{2r} \approx 0,005V$

2.3. Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mạch : $e_c = Blv = 0,3V$

Cường độ dòng điện chạy qua đoạn dây dẫn :

$$I = \frac{E - e_c}{R} = 10A$$

Lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn : $F = Bil = 3N$

Công suất \mathcal{P}_1 làm đoạn dây chuyển động : $\mathcal{P}_1 = Fv = 3W$.

Công suất tỏa nhiệt trên đoạn dây : $\mathcal{P}_2 = RI^2 = 2W$.

Công suất của nguồn : $\mathcal{P}_3 = EI = 5W$.

Nhận xét : $\mathcal{P}_3 = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2$, nghĩa là thoả mãn định luật bảo toàn năng lượng.

2.4. Trước hết ta tính suất điện động xuất hiện trên một thanh kim loại quay trong mặt phẳng vuông góc với từ trường theo công thức (chỉ tính độ lớn) :

$$e_c = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

với ΔS là diện tích mà thanh quét được trong thời gian Δt . Kí hiệu ω là tốc độ góc của thanh và l là chiều dài của thanh. Trong khoảng thời gian Δt , thanh quay được một góc $\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t$. Và quét được một diện tích :

$$\Delta S = \frac{\pi l^2}{2\pi} \cdot \Delta\phi = \frac{l^2 \omega \cdot \Delta t}{2}$$

Từ đó : $e_c = B \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{B l^2 \omega}{2}$

1. Giả sử thanh OA đứng yên, còn thanh OB quay với tốc độ góc ω . Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OB (và trên đoạn mạch BOA) bằng :

$$e_c = \frac{BR^2 \omega}{2} = \frac{Bd^2 \omega}{8} \quad (OB = R = \frac{d}{2})$$

Hai đoạn mạch BCA ($BCA = l_1$) và BDA ($BDA = l_2$; $l_1 + l_2 = 2\pi R$) mắc song song với nhau (Hình 2.2G), có các dòng điện I_1, I_2 chạy qua. Kí hiệu I là dòng điện chạy qua hai thanh, áp dụng định luật Ôm ta có :

$$U_{AB} = I_1(l_1 r) = I_2(l_2 r)$$

$$U_{AB} = e_c - I \cdot 2Rr$$

$$I = I_1 + I_2$$

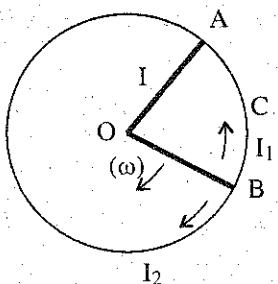
với $l_1 = R\omega t$; $l_2 = 2\pi R - l_1 = 2\pi R - R\omega t$; $R = \frac{d}{2}$.

Từ đó tìm được :

$$I = \frac{B\omega d}{4 \left(2 + \omega t - \frac{\omega^2 t^2}{2\pi} \right) r}; I_1 = \left(1 - \frac{\omega t}{2\pi} \right) I; I_2 = \frac{\omega t}{2\pi} I.$$

2. Ở hai thanh có xuất hiện hai suất điện động cảm ứng :

$$e_{c1} = \frac{B\omega_1 R^2}{2}; e_{c2} = \frac{B\omega_2 R^2}{2\pi}$$



Hình 2.2G

a) Hai nguồn điện tương đương e_{c1} và e_{c2} mắc xung đối ; bộ nguồn có suất điện động (vì $\omega_1 > \omega_2$) ;

$$e_b = e_{c1} - e_{c2} = \frac{BR^2}{2}(\omega_1 - \omega_2) = \frac{Bd^2}{8}(\omega_1 - \omega_2)$$

Lập luận tương tự như ở câu 1 ta có :

$$I = \frac{B\omega_0 d}{4 \left(2 + \omega_0 t - \frac{\omega_0^2 t^2}{2\pi} \right) r}$$

$$I_1 = \left(1 - \frac{\omega_0 t}{2\pi} \right) I; I_2 = \frac{\omega_0 t}{2\pi} I$$

Với $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$. Hiệu điện thế ở hai đầu mỗi thanh :

$$U_1 = e_{c1} - I \left(\frac{dr}{2} \right); U_2 = e_{c2} - I \left(\frac{dr}{2} \right)$$

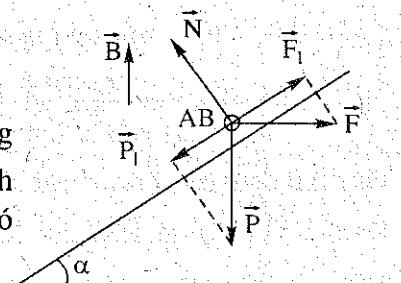
b) Kết quả tương tự như câu a, với $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$.

2.5.

a) Lập luận như ở Bài 2.1. Chiều của dòng điện cảm ứng chạy trong đoạn dây AB là từ B đến A (quy tắc bàn tay phải), do đó dòng điện cảm ứng chạy qua R theo chiều từ A đến B. Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên đoạn AB có độ lớn (Hình 2.3G) : $e_c = Blv_1 = Blv \cos \alpha$.

(vì v_1 là thành phần của \vec{v} vuông góc với \vec{B}), và do đó dòng điện trong mạch có cường độ : $I = \frac{e_c}{R+r} = \frac{Blv \cos \alpha}{R+r}$

Lực từ \vec{F} tác dụng lên AB có phương vuông góc với \vec{B} và với dây AB, có chiều xác định bằng quy tắc bàn tay trái (Hình 2.3G), và có độ lớn (vì $\vec{B} \perp AB$) :



Hình 2.3G

$$F = BIl = \frac{B^2 l^2 v \cos \alpha}{R + r}$$

Đoạn dây AB chịu tác dụng của 3 lực \vec{F} , \vec{P} và \vec{N} . Dây có vận tốc v_{max} và chuyển động đều khi $\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} = 0$. Xét theo phương chuyển động, khi đó ta có :

$$\begin{aligned} F_1 &= P_1 \Rightarrow F \cos \alpha = P \sin \alpha \\ \Rightarrow \frac{B^2 l^2 v_{max} \cos^2 \alpha}{R + r} &= mg \sin \alpha \\ \Rightarrow v_{max} &= \frac{(R + r) mg \sin \alpha}{B^2 l^2 \cos^2 \alpha} \approx 4,13 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Cường độ dòng điện chạy qua R khi đó :

$$I = \frac{mg \sin \alpha}{Bl \cos \alpha} = \frac{mg}{Bl} \tan \alpha \approx 0,346 \text{ A}$$

b) Nếu thay điện trở R bằng bộ tụ điện C, thì trong mạch vẫn có dòng điện cảm ứng, dòng này nạp điện cho tụ điện. Điện tích của tụ điện :

$q = CU = Ce_c = CB/v_1$, suy ra dòng điện trong mạch :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = CB \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = CB/l \cos \alpha \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow I = CB/a \cos \alpha,$$

Với a là giá tốc của AB.

Do đó lực từ tác dụng lên AB bằng :

$$F = BIl = B^2 l^2 Ca \cos \alpha$$

Tương tự như câu 1, xét theo phương chuyển động ta có :

$$P_1 - F_1 = ma \Rightarrow mg \sin \alpha - F \cos \alpha = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg \sin \alpha}{m + B^2 l^2 C \cos^2 \alpha} = 4,33 \text{ m/s}^2$$

Dây AB chuyển động nhanh dần đều với giá tốc bằng $4,33 \text{ m/s}^2$.

2.6. Kí hiệu H là trung điểm của MN, tại thời điểm t $OH = vt$;

$$MN = 2OH \tan \beta = 2vt \tan \beta$$

$$OM = ON = \frac{OH}{\cos \beta} = \frac{vt}{\cos \beta}$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên đoạn dây MN :

$$e_c = B \cdot MN \cdot v \sin 90^\circ = 2Bv^2 t \tan \beta$$

$$\text{Điện trở toàn mạch : } R = r (OM + ON + MN) = 2rvt \left(\frac{1}{\cos \beta} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right)$$

Cường độ dòng điện trong mạch :

$$I = \frac{e_c}{R} = \frac{Bv \sin \beta}{r(1 + \sin \beta)}$$

2.7. Ở thời điểm t khi tâm O của khung có toạ độ z

(Hình 2.4G) từ thông gửi qua khung bằng :

$$\Phi = a^2 B = a^2 (B_0 - kz)$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung (do vị trí của khung tức là toạ độ z của tâm O, biến đổi với thời gian) là :

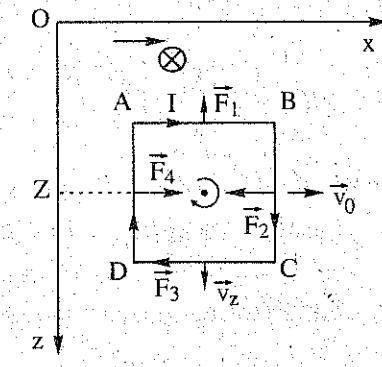
$$e_c = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = a^2 k \frac{\Delta z}{\Delta t} = a^2 kv_z$$

Với v_z là thành phần của vận tốc \vec{v} của khung theo phương Oz. Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong khung có cường độ :

$$I = \frac{e_c}{R} = \frac{a^2 kv_z}{R} \quad (I > 0)$$

Và có chiều như trên hình vẽ (áp dụng định luật Len-xo). Xét lực điện từ tác dụng lên khung ta thấy : các lực từ \vec{F}_2 và \vec{F}_4 tác dụng lên các cạnh BC và DA triệt tiêu nhau ; còn các lực điện từ tác dụng lên các cạnh AB và CD là \vec{F}_1 và \vec{F}_3 thì có hướng ngược nhau và hợp lực điện từ \vec{F} tác dụng lên khung có độ lớn :

$$F = F_3 - F_1 = (B_3 - B_1) I a = \frac{k^2 a^4 v_z}{R}$$



Hình 2.4G

và hướng thẳng đứng lên trên. Ngoài lực điện từ \vec{F} khung còn chịu tác dụng của trọng lực \vec{P} . Do đó hợp lực tác dụng lên khung bằng $\vec{P} - \vec{F}$, có độ lớn $P - F$; hợp lực này hướng xuống dưới, làm cho khung chuyển động xuống dưới. Sau một thời gian, khung đạt được vận tốc không đổi v , khi đó :

$$P = F \Rightarrow mg = \frac{k^2 a^4 v_z}{R}, \quad v_z = \frac{mgR}{k^2 a^4}$$

Độ lớn của vận tốc \vec{v} là :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_z \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + v_z^2}$$

$$\text{Suy ra: } v_0 = \sqrt{v^2 - v_z^2} = \sqrt{v^2 - \frac{m^2 g^2 R^2}{k^4 a^8}}$$

Chú ý : Có thể tìm được bằng cách áp dụng định luật bảo toàn năng lượng. Cụ thể là khi khung đã đạt đến vận tốc không đổi v , tức v_z cũng không đổi thì động năng của khung dây không đổi nữa ; khi đó độ biến thiên của thế năng (trong trường) bằng nhiệt lượng do dòng điện I tỏa ra trên R :

$$mgy_z = RI^2 \cdot \Delta t$$

$$\text{Thay vào đó: } I = \frac{ka^2 v_z}{R} \text{ ta tìm được } v_z, \text{ từ đó suy ra } v_0.$$

2.8. Tại thời điểm bắt đầu, hiệu điện thế giữa hai đầu A, B của 2 cuộn dây như nhau. Ngay sau khi đóng K trong các cuộn dây có xuất hiện các suât điện động tự cảm :

$$e_{tc1} = -L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t}; \quad e_{tc2} = -L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$

Vì các cuộn dây là siêu dẫn (có điện trở bằng không) nên theo định luật Ôm ta có :

$$L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t} \Rightarrow L_1 \cdot \Delta i_1 = L_2 \cdot \Delta i_2 \quad (1)$$

Ở thời điểm ban đầu, khi chưa đóng K, các dòng điện đều bằng 0. Do đó khi cường độ dòng điện ổn định trong 2 cuộn dây và bằng I_1, I_2 , thì theo (1) ta sẽ có :

$$L_1 I_1 = L_2 I_2 \quad (2)$$

Mặt khác áp dụng định luật Ôm cho toàn mạch :

$$\mathcal{E} = I(R + r) \quad (3)$$

$$\text{và, ngoài ra: } I = I_1 + I_2 \quad (4)$$

Từ (2), (3) và (4) ta tìm được :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}; \quad I_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{(R + r)}$$

$$I_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{(R + r)}$$

2.9. Giả sử cho dòng điện cường độ I chạy qua hệ hai ống dây. Trước khi nối lại các ống dây (Hình 2.5G), từ thông gửi qua hệ là :

$$\Phi = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \Phi_{22} + \Phi_{21} \quad (1)$$



Hình 2.5G

trong đó Φ_{ik} là từ thông của ống dây thứ i gửi qua ống dây k (Φ_{ii} là từ thông tự cảm, Φ_{ik} ($i \neq k$) là từ thông hỗn cảm giữa ống dây i đối với ống dây k) ; ở đây $i, k = 1, 2$. Sau khi nối lại các ống dây (Hình 2.5G) từ thông gửi qua hệ là :

$$\Phi = \Phi_{11} - \Phi_{12} + \Phi_{22} - \Phi_{21}, \quad (2)$$

bởi vì Φ_{11} và Φ_{21} ngược chiều nhau, Φ_{22} và Φ_{12} ngược chiều nhau (theo đề bài). Mặt khác, theo định nghĩa độ cảm ứng L và L' của hệ trước và sau khi nối lại 2 ống dây là : $\Phi = LI$ và $\Phi' = L'I$.

Ngoài ra ta có : $\Phi_{11} = L_1 I$; $\Phi_{22} = L_2 I$; $\Phi_{21} = \Phi_{12} = MI$, với M là hệ số hỗn cảm của 2 ống dây. Do đó từ (1) và (2) tìm được :

$$L = L_1 + L_2 + 2M, \quad L' = L_1 + L_2 - 2M$$

$$\text{Từ đó: } L' = 2(L_1 + L_2) - L = 0,006 \text{ H}$$

(Chú ý rằng vì độ cảm ứng L luôn luôn dương (giống như L_1 và L_2) nên luôn luôn có $L_1 + L_2 \geq 2|M|$).

2.10. Giả sử cường độ dòng điện chạy qua vòng dây 1 là I_1 . Dòng điện này gây ra

$$\text{tại } O_2 \text{ một từ trường có cảm ứng từ: } B = \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{R_1^2}{(a^2 + R_1^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

$$\text{Bởi vì } R_2 \ll a, \text{ nên ta có: } B \approx \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{R_1^2}{a^3}.$$

Ngoài ra vì $R_2 \ll a$ nên ta có thể xem từ trường là đều trên toàn bộ diện tích của vòng dây 2. Do đó từ thông do I_1 gửi qua vòng dây 2 là :

$$\Phi_{12} = (\pi R_2^2)B = \mu_0 \frac{\pi}{2} \frac{R_1^2 R_2^2}{a^3} I_1$$

$$\text{Suỵ ra hệ số hổ cảm: } M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \mu_0 \frac{\pi}{2} \frac{R_1^2 R_2^2}{a^3}$$

Ta thấy biểu thức của M có tính đối xứng đối với các chỉ số vòng 1 và 2 (vì vậy mà, nói chung, ta đã có giả thiết $M_{12} = M_{21} = M$, trừ trường hợp có lõi sắt từ).

2.11. Dòng i_1 tăng từ 0 đến I_0 (lúc $t = t_0$). Lúc $t > t_0$

ta có các dòng $i_1(t)$ và $i_2(t)$ chạy ngược chiều nhau trong mạch ngoài (Hình 2.6G). Vì các dòng tăng nên trong các cuộn có các suất điện động tự

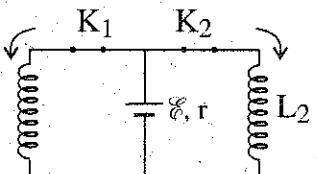
$$\text{cảm } -L_1 \frac{di_1}{dt} \text{ và } -L_2 \frac{di_2}{dt} \text{ cùng ngược chiều nhau.}$$

Áp dụng định luật Kiết-xốp cho mạch ngoài ta có :

$$L_1 \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} = 0$$

(Không có điện trở thuận ở các cuộn dây).

Suy ra $L_1 i_1(t) - L_2 i_2(t) = \text{const.}$



Hình 2.6G

Cho $t = t_0$ ta có $L_1 I_0 = \text{const.}$

$$L_1 i_1(t) - L_2 i_2(t) = L_1 I_0 \quad (1)$$

Khi t đã rất lớn rồi thì i_1 và i_2 có các giá trị ổn định I_1 và I_2 , nên ta có :

$$L_1 I_1 - L_2 I_2 = L_1 I_0$$

với $I_1 + I_2 = \frac{E}{r}$ (2)

Từ (1) và (2) tìm được :

$$I_1 = \frac{L_1 I_0}{L_1 + L_2} + \frac{L_2 E}{r(L_1 + L_2)}, \quad I_2 = \frac{L_1 E}{r(L_1 + L_2)} - \frac{L_1 I_0}{L_1 + L_2};$$

Nếu đồng thời đóng cả hai khoá thì có nghĩa là $I_0 = 0$, nên ta có :

$$I_1 = \frac{L_2 E}{r(L_1 + L_2)}, \text{ và } I_2 = \frac{L_1 E}{r(L_1 + L_2)} \text{ (xem Bài 2.8)}$$

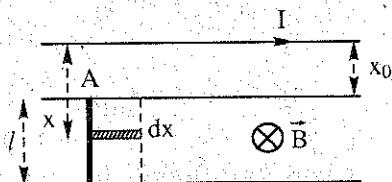
2.12*. Vì đoạn dây AB chuyển động trong từ trường của dòng điện I nên trên đoạn dây AB sẽ xuất hiện suất điện động cảm ứng. Vì mạch điện hở nên suất điện động cảm ứng từ e_c bằng hiệu điện thế U giữa 2 đầu dây. Sau thời gian t kể từ lúc bắt đầu chuyển động, từ thông quét bởi đoạn dài dx của dây (đoạn này cách dây dẫn mang dòng điện một đoạn x , Hình 2.7G) bằng :

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} vtdx$$

và từ thông quét bởi cả đoạn dây AB là :

$$\Phi = \int_{x_0}^{x_0+l} d\Phi = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi} \ln \frac{x_0+l}{x_0}$$

$$\text{Suy ra: } U = e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{x_0+l}{x_0}$$



Hình 2.7G

$$U \approx -9,7 \cdot 10^{-6} V$$

2.13. Chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất.

a) Do quán tính các electron tự do trong đĩa văng ra mép đĩa, kết quả là mép đĩa tích điện âm, còn tâm đĩa tích điện dương. Khi đạt trạng thái ổn định, giữa tâm và mép đĩa có hình thành một hiệu điện thế U , các electron chuyển động tròn đều với vận tốc góc bằng ω do tác dụng của lực hướng tâm (bằng $m\omega^2 r$) cân bằng với lực điện. Công của lực điện này từ tâm ra ngoài mép đĩa bằng :

$$-eU = - \int_0^R m\omega^2 r dr = - \frac{m\omega^2 R^2}{2}$$

Suy ra : $U = \frac{m\omega^2 R^2}{2e} \approx 2.10^{-9} V$.

b) Do có từ trường \vec{B} nên electron còn chịu tác dụng của lực Lo-ren-xo có độ lớn bằng $e\omega B$, lực này có chiều tuỳ thuộc vào chiều của \vec{B} . Khi đạt trạng thái ổn định ta có :

$$\text{lực điện từ} = \text{lực Lo-ren-xo} \pm m\omega^2 r = e\omega r B \pm m\omega^2 r$$

Thế nhưng số hạng $m\omega^2 r$ rất nhỏ so với $e\omega r B$, nên ta có lực điện từ $\approx e\omega r B$.

Do đó :

$$\begin{aligned} -eU &= \int_0^R e\omega r B dr = - \frac{e\omega BR^2}{2} \\ \Rightarrow U &= \frac{\omega BR^2}{2} \approx 0,033 V \end{aligned}$$

2.14. Điện trở và độ tự cảm của cuộn dây : $R = \rho \frac{l_0}{S_0} = \rho \frac{N \cdot \pi d}{S_0} \approx 2,16 \Omega$

$$L = \mu_0 N^2 \frac{S}{l} = \mu_0 N^2 \frac{\pi D^2}{l} \approx 0,079 mH$$

Lập luận tương tự như ở Ví dụ 2 ta tìm được cường độ dòng điện chạy qua R_1 khi khoá K ở vị trí 2 :

$$i = I_0 e^{-\left(\frac{R+R_1}{L}\right)t}$$

Với $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$. Từ đó tìm được nhiệt lượng toả ra trên điện trở R_1 :

$$Q = \int_0^\infty R_1 i^2 dt = \frac{R_1 L \mathcal{E}^2}{2R^2(R_1 + R)} \approx 0,59 mJ$$

2.15*. Từ trường \vec{B} do dòng điện sinh ra có hướng vuông góc với mặt phẳng của khung dây và có độ lớn tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ điểm khảo sát tới dây dẫn. Đó là từ trường không đều, nên khi khung dây chuyển động tịnh tiến với vận tốc \vec{v} thì từ thông gửi qua khung biến thiên, làm cho trong khung xuất hiện suất điện động cảm ứng e_c . Bản chất lực lự gây lên e_c chính là lực Lo-ren-xo $\vec{F} = e[\vec{v} \cdot \vec{B}]$ tác dụng lên các electron tự do trong khung khi chúng cùng với khung chuyển động với vận tốc \vec{v} . Do đó suất điện động là bằng công của lực lự làm di chuyển một đơn vị diện tích :

$$e_c = \sum_{(L)} \vec{E}^* \Delta \vec{l}, \text{ với } \vec{E}^* = \frac{\vec{F}}{e} = [\vec{v} \cdot \vec{B}] \text{ và tổng } \sum_{(L)}$$

MNPQ đọc theo khung. Chọn chiều dương của mạch và chiều tính các đại lượng là chiều kim đồng hồ, đồng thời chú ý rằng vecto $[\vec{v} \times \vec{B}]$ có phương vuông góc với các cạnh NP và QM (do đó đại lượng $\vec{E} \cdot \Delta \vec{l}$ tương ứng bằng 0), ta có :

$$e_c = \sum_{(L)} \vec{E}^* \cdot \Delta \vec{l} = \sum_{(MN)} \vec{E}^* \cdot \Delta l + \sum_{(PQ)} \vec{E} \cdot \Delta l$$

$$e_c = -vB_1 a + vB_2 a$$

$$\text{với } B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(r+a)}, B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(r là khoảng cách từ dây dẫn đến cạnh PQ)

$$\text{Vậy : } e_c = \frac{\mu_0 I v a^2}{2\pi(r+a)}$$

Khi cạnh PQ cách dây một khoảng d ta có : $e_c = \frac{\mu_0 I v a^2}{2\pi d(d+a)}$

Ta thấy $e_c > 0$, do đó dòng điện cảm ứng chạy trong khung theo chiều dương, chiều kim đồng hồ (tức là chiều MNPQ).

Chú ý : Có thể tìm được kết quả trên nếu nhận xét rằng suất điện động cảm ứng không xuất hiện trên các cạnh QM và NP (vì trong khi khung dây chuyển động, các cạnh này không cắt các đường cảm ứng từ), nên các suất điện động xuất hiện trên các cạnh MN và PQ thì được tính theo công thức $e_c = Blv \sin(\vec{B}, \vec{v})$, và chiều của chúng được xác định theo quy tắc bàn tay phải.

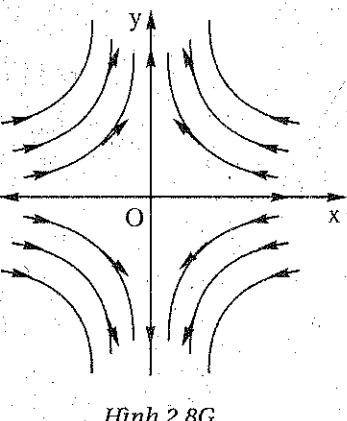
2.16.

a) Có thể xem cảm ứng từ \vec{B} là tổng của hai vectơ \vec{B}_0 và \vec{B}_1 ; \vec{B}_0 là vectơ hướng theo chiều trục Oz và có độ lớn không đổi bằng B_0 , đó là vectơ cảm ứng từ của một từ trường đều ; khi khung dây tĩnh tiến theo phương thẳng đứng thì từ thông của \vec{B}_0 qua khung dây không đổi, do đó \vec{B}_0 không có tác dụng gì đến chuyển động của khung. Còn vectơ \vec{B}_1 có các hình chiếu như sau : $B_{1x} = -kx$; $B_{1y} = 0$; $B_{1z} = kz$.

Theo các biểu thức này ta nhận xét như sau :

- Vectơ \vec{B}_1 luôn luôn song song với mặt phẳng xOz và có độ lớn không phụ thuộc toạ độ y. Như vậy chỉ cần xét sự biến đổi của \vec{B}_1 trong mặt phẳng xOz, sau đó tĩnh tiến theo trục Oy thì ta sẽ biết được các giá trị của \vec{B}_1 trong toàn không gian. Ta có thể mô tả từ trường mà vectơ cảm ứng từ là \vec{B}_1 bằng hệ thống các đường sức trong mặt phẳng xOy như trên hình 2.8G (Trên hình có vẽ vectơ \vec{B}_1 tại một số điểm). Từ trường có tính đối xứng với mặt phẳng xOy và đối với mặt phẳng yOz.

Tóm lại từ trường mà ta xét là chênh chất của hai từ trường ; một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B}_0 và một từ trường không đều có cảm ứng từ \vec{B}_1 mô tả ở trên.



Hình 2.8G

b) Kí hiệu Φ là từ thông đi qua diện tích giới hạn bởi khung dây. Khi khung dây chuyển động trong khung xuất hiện suất điện động cảm ứng $e_c = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Vì khung dây làm bằng chất siêu dẫn nên $e_c = Ri = 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = 0 \Rightarrow$ từ thông qua khung dây không biến đổi theo thời gian.

Mặt khác từ thông Φ toàn phần gửi qua khung bao gồm từ thông do từ trường có cảm ứng từ \vec{B} tạo ra và từ thông tự cảm Li :

$$\Phi = d^2 B_0 + kd^2 z + Li \quad (1)$$

Tại thời điểm ban đầu $z = 0, i = 0$, ta có :

$$\Phi = d^2 B_0$$

Từ đó suy ra tại thời điểm bất kỳ, vì Φ không đổi :

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_0 \Rightarrow kd^2 z + Li = 0 \\ \Rightarrow i &= -\frac{kd^2}{L} z \end{aligned} \quad (2)$$

Với i là cường độ dòng điện cảm ứng trong khung.

Lực từ tác dụng lên hai cạnh của khung song song với trục Oz thì có phương nằm ngang và cân bằng nhau. Còn lực từ tác dụng lên hai cạnh song song với trục Oy, thì có thành phần trên Oz là cùng chiều với nhau và bằng nhau (có độ

lớn là $d \left| k \frac{1}{2} d \right| i = \frac{kd^2 i}{2}$ còn thành phần trên Ox thì triệt tiêu lẫn nhau).

Như vậy tổng hợp lực từ tác dụng lên khung có phương song song với Oz và có biểu thức :

$$F = 2 \cdot \frac{kd^2 i}{2} = -\frac{k^2 d^4}{L} z \quad (3)$$

Phương trình chuyển động của khung theo phương Oz có dạng :

$$mz'' = -mg + F = -mg - \frac{k^2 d^4}{L} z \Rightarrow z'' = -g - \frac{k^2 d^4}{mL} z$$

Ta thấy khung tịnh tiến dao động điều hoà với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{k^2 d^4}{mL}} = \frac{kd^2}{\sqrt{mL}} \quad (4)$$

quanh vị trí cân bằng z_0 xác định bởi :

$$-g - \frac{k^2 d^4}{mL} z_0 = 0 \Rightarrow z_0 = -\frac{mgL}{k^2 d^4} \quad (5)$$

Phương trình dao động của khung : $z = A \cos \omega t + z_0$

Dựa vào điều kiện ban đầu : lúc $t = 0$, $z = 0$, ta tìm được $A = -z_0$.

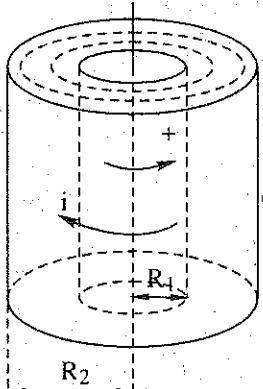
$$\text{Vậy : } z = \frac{mgL}{k^2 d^4} \left[\cos \left(\frac{kd^2}{\sqrt{Lm}} \cdot t \right) - 1 \right] \quad (6)$$

Cường độ dòng điện chạy trong khung :

$$i = -\frac{kd^2}{L} z = -\frac{mg}{kd^2} \left[\cos \left(\frac{kd^2}{\sqrt{Lm}} \cdot t \right) - 1 \right]$$

2.17. Từ trường biến thiên làm xuất hiện trong không gian một điện trường xoáy, có đường sức khép kín. Ở đây điện trường này đóng vai trò trường lực lị, có tác dụng làm dịch chuyển các electron tự do trong ống kim loại, và do đó làm xuất hiện một dòng điện cảm ứng chạy quanh thành ống. Để xác định dòng điện cảm ứng này ta chọn chiều dương di quanh thành ống đó là chiều liên hệ với chiều cảm ứng từ \vec{B} theo quy tắc đinh ốc (văn nút chai), và chia ống dây thành các ống mỏng có tiết diện là hình vành khăn có bán kính r và $r + dr$ (Hình 2.9G). Điện trở của mỗi ống mỏng là :

$$R = \rho \frac{2\pi r}{hdr}$$



Hình 2.9G

Từ thông qua tiết diện mỗi ống mỏng bằng : $\Phi = BS = kt\pi r^2$

Khi cảm ứng từ B biến thiên, suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mỗi ống mỏng bằng : $e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -k\pi r^2$.

Và dòng điện cảm ứng qua mỗi ống : $i = \frac{e_c}{R} = -\frac{khrdr}{2\rho}$

$$\text{Dòng điện qua toàn bộ ống dây : } I = \int di = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{khrdr}{2\rho} = \frac{kh}{4\rho} (R_1^2 - R_2^2)$$

Dấu trừ chứng tỏ dòng điện cảm ứng có chiều ngược với chiều dương đã chọn (phù hợp với định luật Len-xo).

2.18. Khi đoạn dây AB chuyển động, trên đoạn dây có xuất hiện suất điện động cảm ứng $e_c = Blv$, do đó có dòng điện cảm ứng i qua R ; đồng thời xuất hiện lực điện từ $F = BlI$ tác dụng lên đoạn dây AB, theo định luật Len-xo lực này có chiều chống lại sự dịch chuyển của AB, ta có :

$$i = \frac{e_c}{R} = \frac{Blv}{R} \Rightarrow F = BlI = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$\text{Áp dụng định luật II Niu-ton : } ma = -F = \frac{mdv}{dt} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} dt$$

Vì khi $t = 0$, $v = v_0$ nên phương trình trên cho ta :

$$v = v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

$$\text{Từ đó : } i = \frac{Blv}{R} = I_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}, \text{ với } I_0 = \frac{Blv_0}{R}.$$

2.19. a) Xét ở thời điểm t , góc lệch $\widehat{IOM} = \theta(t)$, cường độ dòng điện là $i(t)$. Mối quan hệ giữa θ và i có thể tìm được dựa vào định luật Ôm đối với mạch kín OMALO (Hình 2.20).

$$Ri = e_1 + e_2 \quad (1)$$

Trong đó $R = 0$; e_1 là suất điện động cảm ứng tại đoạn OM chuyển động (xem Bài 2.4)

$$e_1 = \frac{r^2 \theta' B}{2} \quad (2)$$

$$\text{với } \theta' = \frac{d\theta}{dt}$$

$$e_2 \text{ là suất điện động tự cảm tại cuộn L: } e_2 = -Li' \quad (3)$$

$$\left(i' = \frac{di}{dt} \right)$$

$$\text{Thay vào (1) } e_1 = -e_2 \Rightarrow Li' = \frac{r^2 \theta' B}{2} \Rightarrow Ldi = \frac{r^2 d\theta B}{2}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ban đầu } \theta(0) = 0, i(0) = 0 \text{ ta được: } i = \frac{Br^2}{2L} \theta$$

Phương trình động lực học của chuyển động của thanh: $J\theta'' = \text{momen lực từ}$

$$\Rightarrow \frac{mr^2}{3}\theta'' = -\left(\frac{1}{2}r.Bir\right) \Rightarrow \theta'' = -\frac{3Bi}{2m} = -\frac{3B^2 r^2}{4mL}\theta$$

$$\Rightarrow \theta'' + \omega^2 \theta = 0, \text{ với } \omega = \frac{\sqrt{3}Br}{2\sqrt{mL}}$$

Nghiệm của phương trình:

$\theta = A\sin(\omega t + \phi)$: thanh dao động quanh vị trí OI.

Tìm A và ϕ từ điều kiện ban đầu: $\theta(0) \Rightarrow A\sin\phi = 0 \Rightarrow \phi = 0$;

$$\theta'(0) = \frac{v}{r} \Rightarrow A = \frac{v}{r\omega} = \frac{2v\sqrt{mL}}{\sqrt{3}Br^2} \Rightarrow \theta = \frac{v}{r\omega} \sin\omega t$$

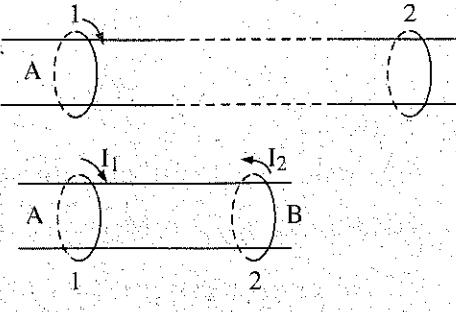
b) Muốn cho $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ thì phải có:

$$\frac{v}{r\omega} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow v \leq \frac{\pi r\omega}{2} = \frac{\pi Br^2 \sqrt{3}}{4\sqrt{mL}}$$

2.20*. Lập luận tương tự như ở Bài 2.17.

Do cảm ứng từ B biến thiên (giảm dần) nên từ thông gửi qua vòng dây biến thiên và trong vòng dây xuất hiện một suất điện động cảm ứng có độ lớn (Hình 2.10G):

$$|e_c| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right|, \text{ với } \Phi = BS = \pi R^2 B$$



Hình 2.10G

(R là bán kính của vòng dây). Mật khác nguồn gốc của suất điện động này là do trường lực lả tác dụng lên các diện tích.

$$\text{Do đó: } e_c = \sum \vec{E}^* \Delta \vec{l} = E^* . 2\pi R$$

$$\text{(Do đối xứng } E^* \text{ có cường độ như nhau tại mọi điểm của vòng dây). Như vậy}\\ \text{ta có: } 2\pi R . E^* = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác áp dụng phương trình chuyển động của vòng: } I \frac{d\omega}{dt} = M \quad (2)$$

Với M là tổng momen lực lả tác dụng lên các phân tử diện tích Δq của vòng:

$$M = \sum \Delta M = \sum (\Delta q . E^*) R = q E^* R$$

Còn I là momen quán tính của vòng dây đối với trục quay:

$$I = \sum (\Delta m) R^2 = mR^2$$

$$\text{Thay vào (2): } mR^2 \frac{d\omega}{dt} = qE^* R \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3) suy ra: } \frac{d\omega}{dt} = \frac{q}{2m} \frac{dB}{dt} \quad (4)$$

Vì lúc $t = 0$, $\omega = 0$ tại thời điểm mà $B = 0$ thì $\omega = \omega_0$, nên từ (4) tìm được : $\omega_0 = \frac{qB}{2m}$.

2.21. Trước hết ta nhận xét rằng khi đưa vòng 2 lại gần vòng 1 thì dòng điện cảm ứng trong vòng 2 sẽ ngược chiều với dòng điện trong vòng 1 để tạo ra lực đẩy chống lại quá trình đưa vòng 2 lại gần vòng 1 (theo định luật Len-xo), Khi vòng 2 còn ở xa, từ thông gửi qua vòng 1 là $2iL$, còn từ thông gửi qua vòng 2 bằng 0.

Khi vòng 2 ở vị trí B, từ thông gửi qua vòng 1 là $2Li_1 - Mi_2$, còn từ thông gửi qua vòng 2 là $Li_2 - Mi_1$ (với quy ước M có giá trị dương).

Vì các vòng có diện trở bằng không nên suất điện động cảm ứng phải bằng 0, nghĩa là từ thông gửi qua mỗi vòng giữ giá trị không đổi :

$$2Li = 2Li_1 - Mi_2 \quad (1)$$

$$0 = Li_2 - Mi_1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) rút ra : } i_1 = \frac{L}{M} i_2,$$

$$\text{Thay vào (1) ta có : } 2Li = (2L \frac{L}{M} - M)i_2$$

$$\text{Theo đề bài : } i = 1A, i_2 = 0,5A \text{ ta có : } M^2 + 4LM - 2L^2 = 0$$

$$\text{Phương trình này có nghiệm (chỉ xét nghiệm dương) : } M = -2L + \sqrt{6}L = 0,45L$$

$$\text{Từ đó : } i_1 = \frac{i_2}{-2 + \sqrt{6}} \approx 1,11A$$

$$\text{Năng lượng từ trường của hệ khi vòng 2 ở xa : } W_1 = \frac{1}{2} \cdot 2Li^2 = Li^2 = L$$

$$\text{và khi vòng 2 ở vị trí B : } W_2 = \frac{1}{2} \cdot 2Li_1^2 + \frac{1}{2} \cdot Li_2^2 - Mi_1i_2 \approx 1,11L$$

$$\text{Công A để đưa vòng 2 từ xa đến vị trí B bằng độ tăng năng lượng từ trường } A = W_2 - W_1 = 0,11L.$$

2.22.

a) Gọi $p_m = I_2S_2 = \pi r^2 I_2$ là momen từ của vòng dây 2 (bán kính r). Vì $r \ll R$ nên cảm ứng từ do vòng dây 1 bán kính R gây ra tại mọi điểm của vòng dây 2 được xem như đều có độ lớn bằng B tính theo công thức (1.4). Từ đó lực từ do vòng dây 1 tác dụng lên vòng dây 2 có cường độ là :

$$F = \left| p_m \frac{dB}{dh} \right| = \frac{3\pi\mu_0 I_1 I_2 h r^2 R^2}{2(R^2 + h^2)^2} \quad (1)$$

Lực từ do vòng dây 2 tác dụng lên vòng dây 1 cũng có cường độ như trên (theo định luật III Niu-ton).

b) Từ thông Φ do vòng dây 1 gửi qua vòng dây 2, theo lập luận như ở câu a), có độ lớn là :

$$\Phi_{12} = B_1 S_2 = B \pi r^2 = \frac{\mu_0 \pi R^2 r^2 I_1}{2(R^2 + h^2)^2}$$

Theo định nghĩa của hệ số hổ cảm, ta có hệ số hổ cảm M_{12} giữa hai vòng dây đó là :

$$M = M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 \pi R^2 r^2}{2(R^2 + h^2)^2} \quad (2)$$

c) Vòng dây siêu dẫn có diện trở $R = 0$, nên từ thông Φ gửi qua vòng dây thoả mãn hệ thức :

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = R_0 \Delta I = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \Phi = \text{const}$$

Nghĩa là từ thông Φ gửi qua vòng dây siêu dẫn có trị số luôn không đổi.

Áp dụng lần lượt cho vòng dây 1 và 2 ở trạng thái ban đầu (khi chúng cách nhau h) và trạng thái sau (khi tâm của chúng trùng nhau $h = 0$), ta có :

$$L_2 I_2 + M_1 I_1 = L_2 I_2' + M_2 I_1' \quad (4)$$

$$L_1 I_1 + M_1 I_2 = L_1 I_1 + M_2 I_2 \quad (5)$$

trong đó I_1, I_2 lần lượt là cường độ dòng điện trong vòng 2 và vòng 1 khi $h = 0$; còn M_1, M_2 là hệ số hooke cảm ứng giữa hai vòng lần lượt ứng với $h = R$,

$$\text{và } h = 0 : M_1 = \frac{\mu_0 \pi r^2}{4\sqrt{2}R}; M_2 = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R}$$

$$\text{Từ (4) và (5) ta tìm được: } I_1 = \frac{(L_1 L_2 - M_1 M_2) I_1 + L_2 (M_1 - M_2) I_2}{L_1 L_2 - M_2^2}.$$

2.23.

a) Khi đoạn dây dẫn MN bắt đầu trượt, trong mạch giới hạn bởi MN và hai thanh kim loại xuất hiện suất điện động cảm ứng. Lực từ tác dụng lên MN là: $F = BIl$, trong đó :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C \Delta e_c}{\Delta t} = CBl \frac{\Delta v}{\Delta t} = CBla$$

$$\text{Phương trình chuyển động của MN: } P - F = ma \Rightarrow a = \frac{mg}{m + CB^2 l^2}$$

Khi MN đi xuống, thế năng trọng trường của AB chuyển hóa thành động năng của MN và năng lượng điện trường trong tụ điện.

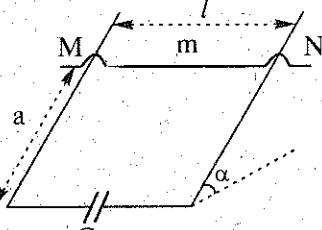
b) Khi hai thanh kim loại nghiêng góc so với mặt phẳng nằm ngang, xét theo phương chuyển động, phương trình chuyển động của AB là : (Hình 2.11G)

$$P \sin \alpha - F \sin \alpha = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg \sin \alpha}{m + CB^2 l^2 \sin \alpha}$$

Thời gian khi AB rời khỏi hai thanh kim loại :

$$d = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{mg \sin \alpha}} (m + CB^2 l^2 \sin \alpha)$$



Hình 2.11G

$$\text{Vận tốc của AB khi đó bằng: } v = at = \sqrt{\frac{2dmg \sin \alpha}{m + CB^2 l^2 \sin \alpha}}$$

2.24.

a) Nếu cảm ứng từ tăng dần theo trục z, thì mật độ đường cảm ứng từ ngày càng tăng theo trục z (Hình 2.12G). Khi đó ngoài thành phần cảm ứng từ theo trục z (B_z) còn có thành phần cảm ứng từ xuyên tâm (B_r).

Xét mặt nón hình trụ bán kính tiếp diện là r , chiều cao Δz (Hình 2.12G).

Từ thông qua hai đáy bằng: $\Phi_1 = \pi r^2 [B(z + dz) - B(z)]$

$$\Rightarrow \Phi_1 = \pi r^2 \frac{dB_z}{dz} \Delta z$$

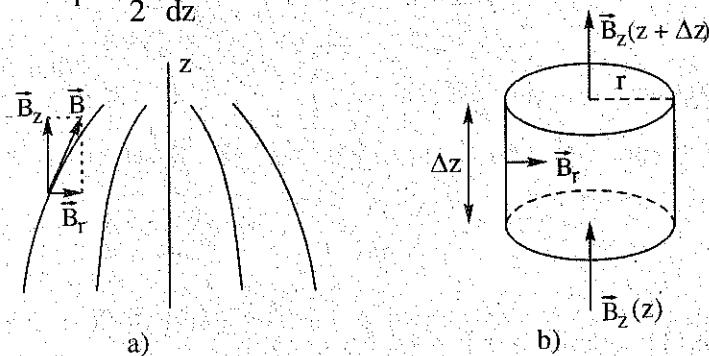
Từ thông qua mặt bên :

$$\Phi_2 = -2\pi r \Delta z B_r$$

Theo định lí Gao-xơ, từ thông qua mặt kín bất kì bằng không, do đó ta có :

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0$$

$$\Rightarrow B_r = \frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz} \quad (1)$$



Hình 2.12G

b) Độ biến thiên của từ thông qua mặt vòng dây theo thời gian :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB_z}{dt} = \pi r^2 \frac{dB_z}{dz} \frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 v \frac{dB_z}{dz}$$

với $v = \frac{dz}{dt}$ là vận tốc của vòng dây.

Độ lớn của suất điện động cảm ứng và cường độ dòng điện trong vòng dây là :

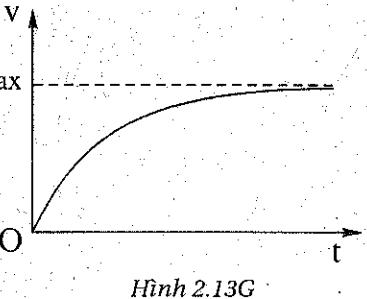
$$e_c = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \pi r^2 v \frac{dB_z}{dz}; I = \frac{e_c}{R} = \frac{\pi r^2 v}{R} \frac{dB_z}{dz}$$

Lực từ tác dụng lên vòng dây có hướng từ dưới lên do thành phần B_r tạo nên (chú ý đến (1)) :

$$F = B_r Il = 2\pi r I B_r = \pi r^2 I \frac{dB_z}{dz} \Rightarrow F = \frac{\pi^2 r^4}{R} \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^2 v$$

Ta thấy vận tốc của vòng dây tăng dần (từ trị số $v = 0$) và đến một lúc nào đó $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ vận tốc vòng dây đạt trị số cực đại v_{max} , mà :

$$\begin{aligned} mg - \frac{\pi^2 r^4}{R} \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^2 v_{max} &= 0 \\ \Rightarrow v_{max} &= \frac{mgR}{\pi^2 r^4 \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^2} \end{aligned}$$



Hình 2.13G

Đồ thị $v = v(t)$ như trên hình 2.13G.

2.25. Áp dụng định luật Ôm cho mạch kín (R là điện trở toàn mạch)

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = RI \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\mathcal{E}}{L} \quad (1)$$

$$\text{Phương trình (1) có nghiệm : } I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left[1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad (2)$$

$$\text{Trong đó : } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

$$\text{Từ đó, dòng điện chạy qua cầu chì là } I_1, \text{ tính theo công thức : } I_1 = I_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$\text{Thay các biểu thức trên vào (2) ta có : } I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \left[1 - e^{-\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L}t} \right] \quad (3)$$

$$\text{Vì } R_1 \approx 0, \text{ ta có : } 1 - e^{-\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L}t} \approx \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L}t \approx \frac{R_1 t}{L}$$

$$\text{Và từ đó : } I_1 = \frac{\mathcal{E}t}{L} \Rightarrow t = \frac{I_1 L}{\mathcal{E}} \quad (4)$$

Thay vào (4), $I_1 = I_{max} = 3A$ ta được thời gian sau khi đóng cầu chì bị đứt : $t_{max} \approx 1,5s$.

2.26. a) Giả sử có dòng điện I chạy qua ống dây C_1 , tìm từ thông do C_1 gửi qua C_2 .

$$\text{Cảm ứng từ do } C_1 \text{ gây ra tại tâm } O_2 \text{ của } C_2 \text{ là : } B_{02} = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

trong đó $\alpha_1 = 0$ (vì ống dây C_1 bán vô hạn) $\Rightarrow \cos \alpha_1 = 1$, và :

$$\cos \alpha_2 = \frac{d}{\sqrt{a_1^2 + d^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a_1}{d}\right)^2}} \approx 1 - \frac{a_1^2}{2d^2}$$

$$\text{Vì } a_1 \ll d, \text{ suy ra : } B_{02} = \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{a_1^2}{2d^2}.$$

Vì $a_2 \ll d$ nên cảm ứng từ do C_1 gây ra tại mọi điểm trên mặt giới hạn bởi C_2 đều có thành phần trên trục O_2x có độ lớn xấp xỉ bằng B_{02} . Do đó từ thông do C_1 gửi qua C_2 là : $\Phi = B_{02} \pi a^2$.

$$\text{Từ đó hệ số hổ cảm là : } M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 n \pi}{4} \frac{a_1^2 a_2^2}{d^2} \quad (1)$$

b) Trong thời gian thiết lập dòng điện I_1 trong C_1 , từ thông do C_1 gửi qua C_2 biến thiên, trong C_2 xuất hiện suất điện động hổ cảm, ngoài ra do I_2 biến thiên nên trong C_2 lại xuất hiện suất điện động tự cảm :

Vì vậy áp dụng định luật Ôm ta có :

$$\begin{aligned} -M \frac{di_1}{dt} - L \frac{di_2}{dt} &= Ri_2 \\ \Rightarrow Ri_2 dt &= -M di_1 - L di_2 = Rdq \end{aligned} \quad (2)$$

Với $dq = i_2 dt$ là điện lượng chạy qua tiết diện dây dẫn C_2 trong thời gian dt .

Khi cường độ dòng điện trong C_2 đã đạt đến trị số i_2 (xem như khi $t = \infty$) thì từ thông do C_1 gửi qua C_2 không còn biến thiên nữa, từ đó trong C_2 không còn suất điện động hổ cảm, suất điện động tự cảm và không còn có điện lượng chạy qua tiết diện dây dẫn C_2 .

Kí hiệu Q là điện lượng tổng cộng đã chạy qua tiết diện dây dẫn C_2 , từ (2) ta có :

$$RQ = -M \Delta i_1 - L \Delta i_2$$

trong đó :

$$\Delta i_2 = i_2(t = \infty) - i_2(t = 0) = 0 - 0 = 0$$

$$\Delta i_1 = i_1(t = \infty) - i_1(t = 0) = 0 - 0 = 0$$

$$\text{Suy ra : } Q = -\frac{Mi}{R} = -\frac{\mu_0 \pi n a_1^2 a_2^2}{4Rd^2} i$$

Dấu trừ trong biểu thức của Q liên quan đến chiều dòng điện trong C_1 và C_2 , chứng tỏ : dòng điện cảm ứng trong C_2 có xu hướng chống lại sự biến thiên của từ thông mà ống dây C_1 đã gây ra nó.

2.27. Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vòng dây có độ lớn là :

$$e_c = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\pi d^2}{4} B_0 a \left| \frac{\Delta H}{\Delta t} \right|$$

$$\text{Kí hiệu } v = \left| \frac{\Delta H}{\Delta t} \right| \text{ là vận tốc rơi đều của vòng dây, ta có : } e_c = \frac{\pi d^2}{4} B_0 a v$$

Dòng điện chạy trong vòng dây là :

$$i = \frac{e_c}{R} = \frac{\pi d^2 B_0 a v}{R} \quad (1)$$

Với R là điện trở vòng dây, $R = \rho \frac{\pi d}{S}$; S là tiết diện dây dẫn.

Khi vòng dây rơi đều, động năng của nó không thay đổi, do đó độ biến thiên thế năng bằng nhiệt lượng tỏa ra của vòng dây, ta có : $mg \cdot \Delta H = I^2 R t$ (2)

Với ΔH là độ cao mà vòng rơi được trong thời gian t .

$$\text{Vì } \frac{\Delta H}{t} = v, \text{ nên từ (2) ta có : } mgv = I^2 R \quad (3)$$

Thay biểu thức (1) của I vào (3) rút ra :

$$v = \frac{16mgR}{\pi^2 d^4 B_0^2 a^2} = \frac{16gD\rho}{d^2 B_0^2 a^2}$$

Vì $m = \pi d S D$. Thay số ta được : $v \approx 5,9 \text{ m/s}$.

2.28.

1. Ta có : $p = qBR$ với p , q tương ứng là động lượng và diện tích của mỗi hạt prôtôn. Từ đó rút ra : $\omega = \frac{qB}{m}$. Mặt khác : $mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ nên :

$$\omega(t) = \frac{c}{R} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{m_0 c}{q R B(t)} \right)^2}} \quad (1)$$

(m_0 là khối lượng nghỉ của hạt)

2. a) Vì sau mỗi vòng quay, độ tăng năng lượng của mỗi hạt rất nhỏ, nên thời gian của một vòng quay bằng : $T \approx \frac{l}{v}$.

Dùng công thức liên hệ giữa động lượng p và năng lượng E của hạt :

$$p = \frac{Ev}{c^2}; E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} \text{ ta có : } T \approx \frac{l}{v} = \frac{lE}{pc^2}$$

$$\Rightarrow f = \frac{c}{l} \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

Thay số ta được :

Tần số lúc đầu : $f \approx 0,141\text{MHz}$.

Tần số lúc cuối : $f' \approx 1,37\text{MHz}$.

$$b) \Delta p = qR\Delta B \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta p}{qR \frac{\Delta B}{\Delta t}} \text{ với } p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c} \Rightarrow \Delta t \approx 2,5\text{s.}$$

$$c) \text{Lực trung bình tác dụng lên hạt trong mỗi vòng quay : } \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = qR \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

$$\text{Độ tăng năng lượng sau mỗi vòng quay : } \Delta E = \bar{F}l = qRl \frac{\Delta B}{\Delta t} = 2,75\text{keV}$$

$$d) \text{Số vòng quay mỗi hạt : } N = \frac{E_{\text{cuối}} - E_{\text{đầu}}}{\Delta E} \approx 3,29 \cdot 10^6 \text{ vòng.}$$

Tổng chiều dài đường đi của hạt : $s = Nl \approx 6,75 \cdot 10^5 \text{ km.}$

2.29. 1. Sau khi đóng K, có dòng điện chạy trong mạch tích điện cho tụ điện. Khi đó thanh OA chịu tác dụng của lực từ, làm thanh quay quanh trục Oz. Khi thanh quay, trên thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng.

Kí hiệu i là dòng điện chạy qua thanh OA. Lực từ dF tác dụng lên đoạn dr của thanh là $Bi \cdot dr$. Momen lực từ tác dụng lên thanh là :

$$M = \int_0^a Bir \cdot dr = iB \frac{a^2}{2}$$

Phương trình chuyển động quay của thanh :

$$\begin{aligned} I \frac{d\omega}{dt} &= iB \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} ma^2 \frac{d\omega}{dt} = iB \frac{a^2}{2} \\ \Rightarrow d\omega &= \frac{3}{2m} Bi dt = \frac{3}{2m} dq \end{aligned}$$

Tại thời điểm $t = 0$ thì $\omega = 0$ và $q = 0$ nên suy ra $\omega = \frac{3}{2m} B q$.

2. a) Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OA :

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow e_c = \frac{Ba^2 \omega}{2} \quad (1)$$

Áp dụng định luật Ôm :

$$\mathcal{E}_0 - e_c = u_c + Ri \Rightarrow \mathcal{E}_0 - \frac{Ba^2 \omega}{2} = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) : } \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{B^2 a^2 C}{m} \right) = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \quad (3)$$

$$\text{Đặt } t_0 = \frac{RC}{3B^2 a^2 C} \text{ và } I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \quad (4)$$

$$1 + \frac{3B^2 a^2 C}{4m}$$

thì từ (3) tìm được : $q = Q_0 e^{-\frac{t}{t_0}} + I_0 t_0$

Biết khi $t = 0$, $q = 0 \Rightarrow Q_0 = -I_0 t_0$.

$$\text{Vậy ta có : } q = I_0 t_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (5)$$

$$\text{Từ (1) tìm được : } \omega = \frac{3BI_0 t_0}{2m} \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (6)$$

b) Sau thời gian t đủ lớn ($t \gg t_0$) thì $e^{-\frac{t}{t_0}} \approx 0$ và điện tích của tụ điện có trị

$$\text{số ổn định, không đổi : } q_0 = I_0 t_0 = \frac{C \mathcal{E}_0}{1 + \frac{3B^2 a^2 C}{4m}} \quad (7)$$

còn tốc độ góc của thanh đạt trị số ổn định không đổi (thanh quay đều) :

$$\omega_0 = \frac{3BI_0t_0}{2m} = \frac{6BC\mathcal{E}_0}{4m + 3B^2a^2C} \quad (8)$$

Khi đó, giữa hai đầu thanh có hiệu điện thế bằng suất điện động cảm ứng :

$$U_{th} = e_c = \frac{Ba^2\omega_0}{2} = \frac{3B^2a^2C\mathcal{E}_0}{4m + 3B^2a^2C} \quad (9)$$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là :

$$U_{co} = \frac{q_0}{C} = \frac{\mathcal{E}_0}{1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}} < \mathcal{E}_0 \quad (10)$$

Ta thấy : $U_{th} + U_{co} = \mathcal{E}_0$

$$\text{Công tổng công của nguồn : } A_E = q_0\mathcal{E}_0 = \frac{C\mathcal{E}_0^2}{1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}} \quad (11)$$

$$\text{Năng lượng của tụ điện : } W_C = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{C\mathcal{E}_0^2}{2\left(1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}$$

$$\text{Động năng của thanh : } W_{th} = \frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ma^2}{3} \cdot \frac{36B^2C^2\mathcal{E}_0^2}{16m^2 \left(1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}$$

$$W_{th} = \frac{3}{4} \cdot \frac{B^2a^2C}{m} \cdot \frac{C\mathcal{E}_0^2}{2\left(1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : $A_E = W_C + W_{th} + Q$

$$\text{ta có : } Q = A_E - (W_C + W_{th}) = \frac{C\mathcal{E}_0^2}{2\left(1 + \frac{3B^2a^2C}{4m}\right)} \quad (12)$$

3. Lập luận tương tự như ở câu 2, ta có phương trình :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{t_0} = I_0 \cos \omega_0 t \quad (13)$$

Biết khi $t = 0, q = 0$, ta được :

$$q = \frac{I_0t_0}{1 + \omega_0^2t_0^2} \left(\omega_0t_0 \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (14)$$

$$\text{và } \omega = \frac{3BI_0t_0}{2m(1 + \omega_0^2t_0^2)} \left(\omega_0t_0 \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (15)$$

Từ (14) ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2t_0^2} \left(\omega_0^2t_0^2 \cos \omega_0 t - \omega_0t_0 \sin \omega_0 t + e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \quad (16)$$

Sau thời gian t đủ lớn ($t \gg t_0$), $e^{-\frac{t}{t_0}} \approx 0$, trong mạch có “chế độ cưỡng bức” :

$$i_{od} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2t_0^2} (\omega_0^2t_0^2 \cos \omega_0 t - \omega_0t_0 \sin \omega_0 t) \quad (17)$$

$$\omega_{od} = \frac{3BI_0t_0}{2m(1 + \omega_0^2t_0^2)} (\omega_0t_0 \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t)$$

CHỦ ĐỀ 3

3.1. a) Khi mắc hai đầu của hộp X với nguồn điện không đổi trong mạch có dòng điện $1,5A$, chúng tò hộp X không thể chứa tụ điện. Nghĩa là trong hộp X chỉ có điện trở thuần R_1 và cuộn cảm thuần L . Hơn nữa, theo đề bài ta có :

$$R_1 = \frac{45}{1,5} = 30\Omega$$

Nếu trong cuộn Y chỉ có cuộn dây thuần cảm và điện trở thuần thì góc lệch pha giữa u_{AM} và u_{MB} chỉ có thể là góc nhọn, vì u_{AM} và u_{MB} khi đó đều sớm pha so với cường độ dòng điện i . Do đó, theo điều kiện đề bài, hộp Y phải chứa tụ điện C và điện trở R_2 . Và ta có giản đồ Fre-nen như trên hình 3.1G. Theo đề bài :

$$I = 1A ; u_{AB} = \frac{120}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2}V$$

$$u_{AM} = u_{MB}. Suy ra : u_{AM} = u_{MB} = \frac{u_{AB}}{\sqrt{2}} = 60V$$

$$\text{Ngoài ra : } U_{R_1} = IR_1 = 30V$$

$$\Rightarrow \sin \varphi_2 = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 \right) = \frac{U_{R_1}}{u_{AM}} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 30^\circ, \varphi_1 = 60^\circ.$$

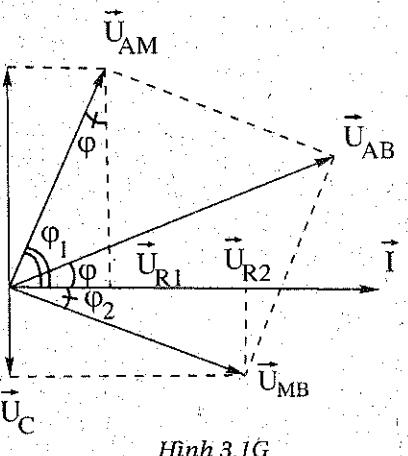
Từ đó ta có :

$$u_L = u_{AM} \sin \varphi_1 = 60 \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}V$$

$$\text{và, } Z_L = \frac{u_L}{I} = 30\sqrt{3}\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = 0,165H$$

$$\text{Ta lại có : } u_{R_2} = u_{MB} \cos \varphi_2 = 60 \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}V$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{U_{R_2}}{I} = 30\sqrt{3}\Omega$$



Hình 3.1G

$$u_C = u_{MB} \sin \varphi_2 = 60 \frac{1}{2} = 30V \Rightarrow Z_C = 30\Omega \Rightarrow C = 106\mu F$$

Từ giản đồ Fre-nen cũng thấy \vec{U}_{AB} sớm pha góc φ so với \vec{I} , mà $\varphi = \varphi_1 - 45^\circ = 15^\circ = \frac{\pi}{12}$.

Biểu thức của cường độ dòng điện : $i = \sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{12})(A)$.

b) Khi thay tụ điện C bằng tụ điện C' , đặt $Z_{C'} = \frac{1}{\omega C'} = x$, số chỉ của V_2 là :

$$U_{2max} = U_{MB} \frac{Z_2}{Z}, \text{ với } Z_2 = \sqrt{R_2^2 + x^2} \text{ và :}$$

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_L - x)^2}$$

$$\text{hay } U_{2max} = \frac{U_{MB}}{\sqrt{1 + \frac{a - bx}{c + x^2}}} \text{ với } a = R_1^2 + 2R_1R_2 + Z_L^2; b = 2Z_L; c = R_2^2$$

Dễ dàng nhận thấy rằng : $\frac{a - bx}{c + x^2}$ đạt trị số cực tiểu khi : $x = \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}c}{b}$,

(chỉ xét $x > 0$)

$$\Rightarrow Z_{C'} = 123\Omega \Rightarrow C' = 25,9\mu F \text{ khi đó } U_{2max} = 103(V) \text{ ngoài ra}$$

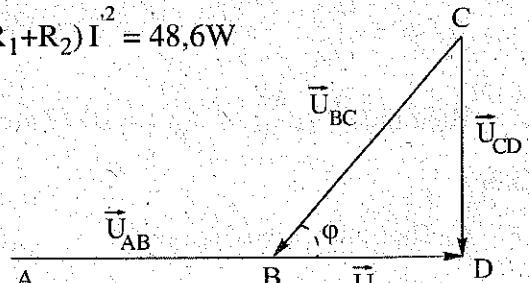
$$Z' = 100\Omega \Rightarrow I' = \frac{U_{AB}}{Z'} = 0,77A$$

Công suất tiêu thụ của mạch : $\mathcal{P} = (R_1 + R_2) I'^2 = 48,6W$

3.2. Dựa vào dữ kiện cho trong đề bài để lập luận cụ thể xem mỗi hộp X, Y, Z có thể chứa linh kiện gì.

Cũng có thể lập luận đơn giản như sau (dựa vào hình vẽ giản đồ Fre-nen).

Ta thấy theo đề bài :



Hình 3.2G

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BD} = 20 + 12 = 32V \text{ và}$$

$$U_{BC}^2 = 20^2 = U_{CD}^2 + U_{BD}^2 = 16^2 + 12^2 = 20^2$$

Căn cứ vào đó, có thể hình dung một giản đồ Fre-nen như trên hình 3.2G, trong đó $CD \perp BD$. Mặt khác, ta biết rằng, trong mạch RLC không phân nhánh, các vec tơ $\vec{U}_C \perp \vec{U}_R$.

Do đó, có thể kết luận rằng, \vec{U}_{AB} biểu diễn điện áp giữa hai đầu điện trở R (nghĩa là hộp X có chứa R); còn \vec{U}_{CD} biểu diễn điện áp hai đầu tụ điện (nghĩa là hộp Z chứa C).

Như vậy hộp Y sẽ chứa cuộn cảm L. Ta lại thấy \vec{U}_{BC} sớm pha so với \vec{U}_{AB} , chứng tỏ cuộn cảm L có điện trở thuần r, và \vec{U}_{BD} biểu diễn \vec{U}_r , còn \vec{U}_{DC} biểu diễn \vec{U}_L .

Hơn nữa, theo đề bài thì khi $f = 100Hz$ trong mạch có cộng hưởng điện (đúng như đã thấy trên giản đồ Fre-nen), và $U_L = U_C = U_{CD} = 16V$.

$$\text{Từ đó suy ra: } I = \frac{\mathcal{P}}{U_A + U_r} = \frac{6,4}{20 + 12} = 0,2A \Rightarrow R = \frac{U_{AB}}{I} = 100\Omega$$

$$Z_L = Z_C = \frac{U_{CD}}{I} = \frac{16}{0,2} = 80\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{80}{2\pi \cdot 100} = \frac{2}{5\pi} H \text{ và } C = \frac{10^{-3}}{16\pi} (F), r = \frac{U_r}{I} = \frac{U_{BD}}{I} = 60\Omega$$

Ta thấy (theo hình 3.3G) u_{BC} sớm pha một góc ϕ so với u_{AD} mà:

$$\tan \phi = \frac{U_{CD}}{U_{BD}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow \phi = 0,938\text{rad.}$$

Biểu thức của u_{BC} : $u_{BC} = 20\sqrt{2} \cos(200\pi t + 0,938) (V)$

3.3.

a) Theo điều kiện (1) ta có:

$$U_{AB} = U_C(U_{NB}) = 2U_d = 2U_R$$

$$U_d(U_{MN}) = U_R(U_{AM}) \quad (3)$$

với :

$$U_{AB} = IZ = I\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$U_C = IZ_C = U_{NB}$$

$$U_d = IZ_d = I\sqrt{(r)^2 + (Z_L)^2} = U_{MN}$$

$$U_R = IR = U_{AM}$$

Theo điều kiện đó ta vẽ giản đồ Fre-nen như trên hình 3.3G, với

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MN} + \vec{U}_{NB}$$

$$\vec{U}_{MN} = \vec{U}_d = \vec{U}_r + \vec{U}_L$$

$$\cos \phi_d = \frac{U_r}{U_d} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}}$$

Ta thấy AMN là tam giác cân (vì $U_R = U_d$)

do đó BAN là tam giác cân (vì $u_{AN} = u_{NB}$) và BMH là đường cao.

Hình 3.3G

Kí hiệu góc $\widehat{NAM} = \beta$, ta có các góc có trị số bằng β như trên hình 3.3G và góc $\phi_d = 2\beta$.

Dễ dàng chứng minh rằng nếu chỉ thay đổi C (tức là thay đổi Z_C) thì U_C sẽ đạt được trị số cực đại, nếu như Z_C thoả mãn điều kiện: $Z_C Z_L = (R+r)^2 + Z_L^2$ hay: $(R+r)^2 = Z_L(Z_C - Z_L) \Rightarrow \overline{AK}^2 = \overline{KN} \cdot \overline{KB}$, nghĩa là tam giác NAB phải vuông góc tại A.

Nói cách khác, thay Z_C phải có Z_C , tức là thay cho $\vec{U}_C (\overrightarrow{NB})$ sẽ có $\vec{U}_{C'} (\overrightarrow{NB'})$ sao cho tam giác NAB' vuông tại A.

Vì $BA = BN$ nên ta có $NB' = 2NB$ ($BB' = AB$) $\Rightarrow Z'_C = 2Z_C \Rightarrow C' = \frac{C}{2}$:
phải giảm điện dung C đi hai lần (đ.p.c.m).

b) Từ hình 3.3G ta có :

$$Z' = Z \cdot 2 \cos \beta = Z \cdot 2 \cos \frac{\phi_d}{2} = Z \sqrt{2(1 + \cos \phi_d)}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{U}{Z'} = \frac{ZI}{Z'} = \frac{I}{\sqrt{2(1 + \cos \phi_d)}}$$

$$\text{Ta có: } U_{C\max} = Z'_C \cdot I' = 2Z_C \frac{I}{\sqrt{2(1 + \cos \phi_d)}} = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos \phi_d}} U_C$$

$$\text{Suy ra: } k = \frac{U_{C\max}}{U_C(\text{ban đầu})} = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos \phi_d}}$$

$$\text{hay } k^2(1 + \cos \phi_d) = 2 \text{ (đpcm)}$$

Xét trường hợp $U_{AB} = 100V$; $R = 50\Omega$; $r = 30\Omega$:

$$\text{Theo (3) ta có: } U_R = U_d = \frac{u_{AB}}{2} = 50V; u_C = 100V$$

$$\text{từ đó: } I = \frac{U_R}{R} = 1A \Rightarrow Z_C = 100\Omega$$

$$Z_d = 50\Omega \Rightarrow Z_L = \sqrt{Z_d^2 - r^2} = 40\Omega$$

$$\cos \phi_d = \frac{r}{Z_d} = \frac{3}{5}$$

Khi C giảm đi hai lần ta có: $Z'_C = 2Z_C = 200\Omega$

$$I' = \frac{I}{\sqrt{2(1 + \cos \phi_d)}} = \frac{1}{\sqrt{3,2}}$$

$$U_{C\max} = Z'_C \cdot I' = \frac{200}{\sqrt{3,2}} = \frac{100\sqrt{5}}{2} = 50\sqrt{5} V$$

nghĩa là ta có: $k = \frac{U_{C\max}}{U_C} = \frac{50\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Từ đó: } k^2(1 + \cos \phi_d) = \frac{5}{4} \left(1 + \frac{3}{5}\right) = 2$$

Như vậy hệ thức (2) được nghiệm đúng.

3.4.

a) Số chỉ ampe kế cho ta cường độ hiệu dụng trong mạch, xác định bằng công thức :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

Với $U = 20V$, $\omega = 500\text{rad/s}$.

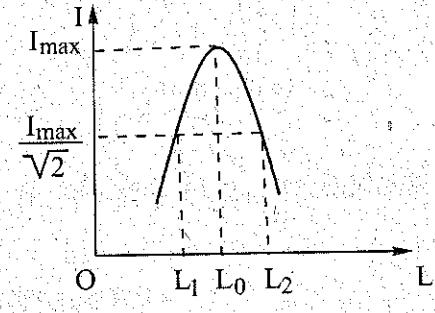
Ta thấy số chỉ của ampe kế phụ thuộc L . Số chỉ cực đại của ampe kế ứng với trường hợp công hưởng điện $L_0\omega = \frac{1}{C\omega}$, khi đó số tự cảm của cuộn dây có trị số L_0 .

Khi dịch chuyển lõi sắt quanh vị trí đó, L có trị số lớn hơn, hoặc nhỏ hơn L_0 nên $I < I_{\max}$. Và sẽ có hai vị trí của lõi sắt ứng với cùng số chỉ ampe kế, đặc biệt là ứng với số chỉ $\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$ như minh họa trên hình 3.4G.

Ứng với hai vị trí đó, ta có :

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$



Theo đề bài: $I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2$

$$\sqrt{R^2 + \left(L_1\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Suy ra hai trường hợp khả dĩ :

$$L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = L_2\omega - \frac{1}{C\omega} \quad (1)$$

$$L_1\omega - \frac{1}{C\omega} = -\left(L_2\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \quad (2)$$

Vì $L_1 \neq L_2$ nên loại (1). Từ (2) rút ra : $C = \frac{2}{\omega^2(L_1 + L_2)} \approx 4\mu F$.

Biết $I_{max} = \frac{U}{R}$, ta có : $\frac{U}{R\sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \Rightarrow R = 50\Omega$.

b) Thay số : $I_{max} = \frac{U}{R} = 0,4A$

$$I_1 = I_2 = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0,2\sqrt{2} A$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{L_1\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = -1 \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{và } \tan \varphi_2 = \frac{L_2\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

Biểu thức cường độ dòng điện là : $i_1 = 0,4 \sin\left(500t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$

$$i_2 = 0,4 \sin\left(500t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$$

3.5.

a) Khi mắc ampe kế vào 2 đầu E, D ta có sơ đồ mạch điện như trên hình 3.5G, nghĩa là có thể xem như mạch gồm R, L mắc nối tiếp với ampe kế. Suy ra :

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{R} = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{U_R}{U} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow U = \frac{2U_R}{\sqrt{3}} = \frac{2I_A R}{\sqrt{3}} = \frac{0,2R}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Khi mắc vôn kế vào E, D thì vôn kế chỉ U_C .

Vì U_C trễ pha góc $\varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ so với A, B nên U_{AB} trễ pha $\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_2\right) = \frac{\pi}{3}$ so với dòng điện i trong mạch.

Ta có (chú ý đến (1)) :

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L + R\sqrt{3} = \frac{4R}{\sqrt{3}} \Rightarrow Z_C = 4Z_L \quad (3)$$

Theo đề bài $U_C = 20V$, suy ra, (theo (3)) :

$$IZ_C = 4IZ_L \Rightarrow U_C = 4U_L \Rightarrow U_L = 5V$$

$$\text{Ta lại có : } \cos \varphi_2 = \frac{U_C - U_L}{U} = \cos \frac{\pi}{6}$$

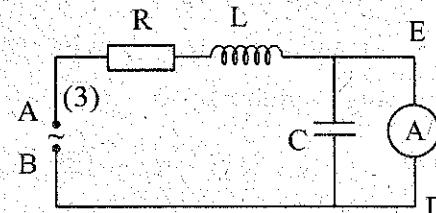
$$\text{Suy ra : } U = 10\sqrt{3} (V) \quad (4)$$

$$\text{Từ đó, theo (2) tìm được : } R = \frac{U\sqrt{3}}{0,2} = 150\Omega$$

$$Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}} = 50\sqrt{3}\Omega \Rightarrow L \approx 13,8mH$$

$$\text{và } Z_C = 4Z_L = 200\sqrt{3}\Omega \Rightarrow C \approx 0,46\mu F$$

b) Ở tần số f_0 điện áp trên vôn kế vuông pha với U_{AB} nghĩa là U_C vuông pha với U_{AB} , điều đó chỉ xảy ra khi có công hưởng điện :



Hình 3.5G

$$L\omega_0 = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow 2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 2000\text{Hz}$$

3.6. Công suất tiêu thụ trên biến trở R là : $\mathcal{P} = RI^2 = \frac{U^2 R}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$$\Rightarrow \mathcal{P} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2 + r^2}{R} + 2r} \quad (1)$$

Điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch NB là : $U_{NB} = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

$$\Rightarrow U_{NB} = \frac{U}{\sqrt{\frac{(R + r)^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - 2\frac{Z_L}{Z_C} + 1}} \quad (2)$$

Theo đề bài, khi $R = 75\Omega$, \mathcal{P} và U_{NB} đạt trị số cực trị. Muốn vậy từ (1) và (2) suy ra phải có :

$$R^2 = (Z_L - Z_C)^2 + r^2 \quad (3)$$

$$\text{và } Z_L Z_C = (R + r)^2 + Z_L^2 \quad (4)$$

Từ (3) suy ra : $r < R = 75\Omega$

$$\text{và } (Z_L - Z_C)^2 = R^2 - r^2$$

Từ đó tổng trở của mạch có biểu thức :

$$\begin{aligned} Z_{AB} &= \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{2R(R + r)} \\ Z_{AB} &= \sqrt{150(75 + r)} = 5\sqrt{6(75 + r)} \end{aligned} \quad (5)$$

Để r và Z_{AB} là số nguyên (theo đề bài) phải có :

$$75 + r = 6k^2 \quad (6)$$

Với k là số nguyên.

Bởi vì $0 < r < 75\Omega$ nên từ (6) ta phải có :

$$75 < 6k^2 < 150 \Rightarrow 3,53 < k < 5 \Rightarrow k = 4$$

Từ đó theo (6) : $r = 21\Omega$, và theo (5) : $Z_{AB} = 120\Omega$

$$\text{Ngoài ra từ (4) ta có : } Z_L(Z_C - Z_L) = (R + r)^2 > 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow Z_C > Z_L$$

$$\text{Vì vậy từ (3) ta có : } Z_C - Z_L = \sqrt{R^2 - r^2} = 72 \quad (8)$$

Từ (5) và (6) ta tìm được :

$$Z_L = 128\Omega \text{ và } Z_C = 200\Omega$$

3.7.

a) Xét đoạn mạch MB. Ta có :

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 40\Omega ;$$

$$Z_1 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = 50\Omega ;$$

$$I_1 = \frac{U_{MB}}{Z_1} = \frac{U_{MB}}{50} .$$

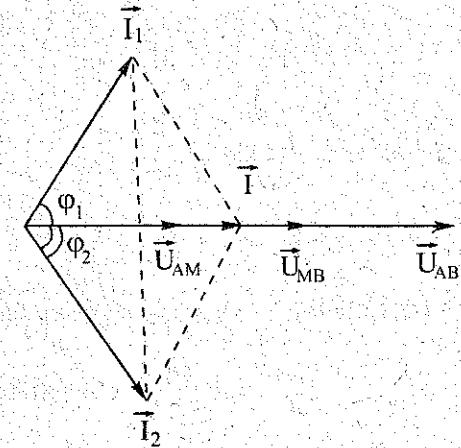
i_1 sớm pha so với u_{MB} một góc φ_1 mà

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_C}{R_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_1 = \arctan \frac{4}{3} \approx 0,3\pi$$

$$\text{Ta lại có : } Z_L = \omega L = 40\Omega ; Z_2 = \sqrt{R_3^2 + Z_L^2} = 50\Omega$$

$$I_2 = \frac{U_{MB}}{Z_2} = \frac{U_{MB}}{50} = I_1$$

$$i_2 \text{ trễ pha so với } u_{MB} \text{ một góc } \varphi_2 \text{ mà : } \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R_3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 .$$



Hình 3.6G

Vẽ giản đồ Fre-nen cho đoạn mạch MB : Chọn điện áp \vec{U}_{MB} làm trục gốc ; vẽ \vec{I}_1 và \vec{I}_2 (Hình 3.6G). Vì $I_1 = I_2$ và $\varphi_1 = \varphi_2$ nên vectơ cường độ dòng điện chính $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ nằm dọc theo trục \vec{U}_{MB} , nghĩa là cường độ dòng điện chính i cùng pha với u_{MB} . Mật khác điện áp u_{AM} cùng pha với i (vì đoạn mạch AM chỉ chứa điện trở thuận R_1). Do đó vectơ \vec{U}_{AM} có hướng trùng với \vec{U}_{MB} và có độ lớn $U_{AM} = R_1 I = 50I$. Vectơ điện áp của toàn mạch AB là $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$ có cùng hướng với \vec{U}_{MB} và \vec{I} , và có độ lớn : $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = 50I + U_{MB}$ (1)

Từ giản đồ Fre-nen ở hình 3.6G ta có :

$$I = 2I_1 \cos \varphi_1 = 2 \frac{U_{MB}}{50} \cdot \frac{R_2}{Z_1} = \frac{3U_{MB}}{125}$$

$$\text{suy ra : } U_{MB} = \frac{125I}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } U_{AB} = \frac{275I}{3}.$$

Theo đề bài : $U_{AB} = 330V$, suy ra :

$$I = \frac{3U_{AB}}{275} = 3,6A \text{ và } U_{MB} = \frac{125I}{3} = 150V$$

Số chỉ của ampe kế là 3,6A, và số chỉ của vôn kế là 150V. Biểu thức của cường độ dòng điện chính (cùng pha với u_{AB}) : $i = 3,6\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ (A)

Biểu thức của điện áp u_{MB} (cùng pha với u_{AB}) :

$$u_{MB} = 150\sqrt{2} \cos(100\pi t) (V)$$

b) Công suất tiêu thụ của mạch điện :

$$\mathcal{P} = R_1 I^2 + R_2 I_1^2 + R_3 I_2^2$$

$$\text{Ta có : } I_1 = I_2 = \frac{U_{MB}}{50} = 3A \Rightarrow \mathcal{P} = 1188W.$$

(Có thể tính \mathcal{P} theo công thức : $\mathcal{P} = UI \cos \varphi = UI$)

$$\text{Tổng trở toàn mạch AB : } Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} \approx 91,7\Omega.$$

$$3.8. \text{ Vì } \cos^2 \omega t = \frac{1 + \cos 2\omega t}{2}$$

$$\text{nên có thể viết lại } u_{AB} \text{ dưới dạng : } u_{AB} = \frac{U_0}{2} + \frac{U_0}{2} \cos 2\omega t$$

$$(với U_0 = 400V ; \omega = 100\pi \text{ rad/s})$$

Như vậy điện áp đặt vào mạch gồm 2 thành phần : một thành phần không đổi $\frac{U_0}{2}$ và một thành phần xoay chiều $\frac{U_0}{2} \cos \omega t$ với tần số góc $2\omega = 200\pi \text{ rad/s}$.

Vì dòng điện không đổi không chạy qua tụ điện nên dòng điện đó chỉ chạy qua nhánh R_2, L_2 . Như vậy điện áp không đổi $\frac{U_0}{2} = 200V$ đã gây ra một dòng điện không đổi chạy qua R_1, R_2 và L_2 , dòng này có cường độ :

$$I_{R_1} = \frac{U_0}{2(R_1 + R_2)} = 2A$$

$$\text{Xét thành phần xoay chiều } u_1 \text{ của } u_{AB} : u_1 = \frac{U_0}{2} \cos 2\omega t = U_1 \cos \omega_1 t$$

$$\text{với } U_1 = \frac{U_0}{2} = 200V ; \omega_1 = 2\omega = 200\pi \text{ rad/s.}$$

Xét đoạn mạch MB. Ở nhánh $C_1 L_1$, ta có :

$$Z_{L_1} = L_1 \omega_1 ; Z_{C_1} = \frac{1}{C_1 \omega_1}$$

$$\text{Tổng trở của hai nhánh này: } Z_1 = \left| L_1 \omega_1 - \frac{1}{C_1 \omega_1} \right| = \frac{1}{C_1 \omega_1} (L_1 C_1 \omega_1^2 - 1)$$

$$\text{Vì theo đề bài : } L_1 C_1 \omega_1^2 = 4\omega^2 L_1 C_1 = 1 \text{ nên } Z_1 = 0.$$

$$\text{Xét nhánh } L_2 R_2, \text{ ta có tổng trở : } Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (\omega_1 L_2)^2} = 40\sqrt{2}\Omega \neq 0$$

Vì $Z_1 = 0$ và $Z_2 \neq 0$ nên dòng điện xoay chiều do thành phần u_1 tạo ra sẽ không chạy qua nhánh $L_2 R_2$ mà chỉ chạy qua nhánh $C_1 L_1$, nghĩa là khi đó

dòng điện xoay chiều chỉ chạy qua $R_1L_1C_1$. Nhưng trong phần mạch $R_1L_1C_1$, ta lại có $L_1\omega_1 = \frac{1}{C_1\omega_1}$, nghĩa là xảy ra một cộng hưởng điện với tần số ω_1 , vì vậy cường độ cực đại là : $I_{01} = \frac{U_1}{R_1} = 5A$ và biểu thức của cường độ

$$i_1 = I_{R_1} + i_1 = 2 + 5 \cos(200\pi t) \text{ (A)}$$

dòng điện i_1 (cùng pha với u_{AB}) là : $i_1 = 5 \cos 2\omega t$ (A).

Như vậy ta có :

– Biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính :

$$i = I_{R_1} + i_1 = 2 + 5 \cos(200\pi t) \text{ (A)}$$

– Biểu thức cường độ dòng điện qua nhánh L_1C_1 :

$$i_1 = 5 \cos(200\pi t) \text{ (A)}$$

– Biểu thức của dòng điện qua nhánh L_2R_2 :

$$i_2 = I_{R_1} = 2A$$

3.9. Có thể giải bài toán bằng phương pháp giản đồ Fre-nen và bằng cách áp dụng định luật Ôm. Ta dùng phương pháp tính toán theo định luật Ôm. Xét nhánh

$$\text{AMB: } I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + Z_L^2}}, \tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{R_1}$$

$$\text{Suy ra: } U_{R_1} = \frac{UR_1}{\sqrt{R_1^2 + Z_L^2}}; \cos \varphi_1 = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + Z_L^2}}; \sin \varphi_1 = \frac{Z_L}{\sqrt{R_1^2 + Z_L^2}}$$

$$\text{Xét nhánh ANB: } I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + Z_C^2}}; \tan \varphi_2 = -\frac{Z_C}{R_2}$$

$$\text{suy ra: } U_{R_2} = \frac{UR_2}{\sqrt{R_2^2 + Z_C^2}}, \cos \varphi = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + Z_C^2}}; \sin \varphi_2 = \frac{-Z_C}{\sqrt{R_2^2 + Z_C^2}}$$

Từ đó : $u_{MN} = u_{R_1} - u_{R_2}$, hay

$$U_{MN}^2 = U_{R_1}^2 + U_{R_2}^2 - 2U_{R_1}U_{R_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1)$$

Thay các giá trị trên vào (1) ta được :

$$U_{MN}^2 = U^2 \left[\left(\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + Z_L^2}} \right)^2 + \left(\frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + Z_C^2}} \right)^2 - 2 \frac{R_1 R_2 (R_1 R_2 - Z_L Z_C)}{(R_1^2 + Z_L^2)(R_2^2 + Z_C^2)} \right] \quad (2)$$

Theo đề bài $U_{V_1} = U_{V_2} \Rightarrow U_{MN} = 0$, từ (2) rút ra hệ thức cần tìm :

$L = R_1 R_2 C$, hệ thức này không phụ thuộc vào tần số góc ω của điện áp (!)

3.10. Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen.

a) Xét các đoạn mạch AM và MB ta có các giản đồ tương ứng (Hình 3.7G a và b), sau đó ghép hai giản đồ đó dùng vectơ \vec{I} làm trục, hình 3.7Gc, vẽ các vectơ \vec{U}_{AM} và \vec{U}_{MB} sao cho vectơ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$ cùng phương với \vec{I} .

Từ các giản đồ đó suy ra :

$$I_1 = I \cos \alpha; I_2 = I \cos \beta$$

với

$$\tan \alpha = \frac{I_C}{I_1} = R_1 \omega C$$

$$\tan \beta = \frac{I_L}{I_2} = \frac{R_2}{\omega L}$$

$$U_{AM} = R_1 I \cos \alpha$$

$$U_{MB} = R_2 I \cos \beta \quad (1)$$

và, ngoài ra :

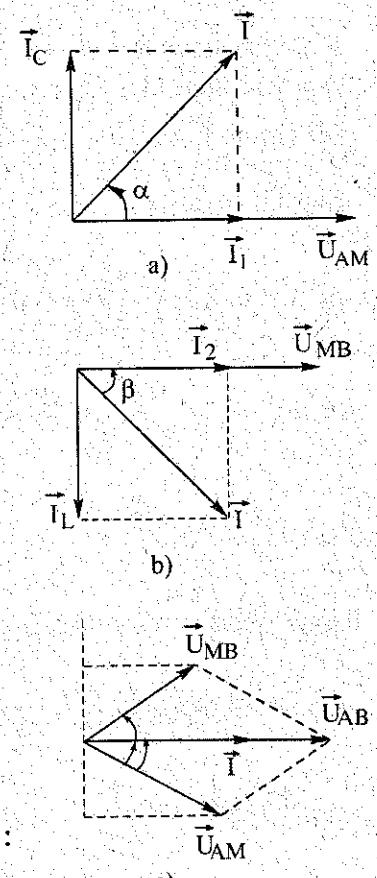
$$U_{MB} \sin \beta = U_{AM} \sin \alpha \quad (2)$$

Từ đó rút ra hệ thức :

$$\frac{R_1 C}{R_2 L} = \frac{1 + R_1^2 \omega^2 C^2}{R_2^2 + \omega^2 L^2} \quad (3)$$

b) Muốn cho $U_{AM} = U_{MB}$ thì theo (1), ta có :

$$R_1 \cos \alpha = R_2 \cos \beta \quad (4)$$



Hình 3.7G

$$\text{với } \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2 \omega^2 L^2}} ; \cos\beta = \frac{\omega L}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L^2}} \quad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) suy ra :

$$R_1 = R_2 = 200\Omega ; \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{2}{\pi} H$$

3.11. 1. Vẽ giản đồ Fre-nen. Nhận xét rằng các vectơ \vec{U}_{AD} , \vec{U}_{DE} và \vec{U}_{EA} tạo thành nửa tam giác đều. Suy ra : $R = \frac{Z\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \approx 86,6\Omega$

$$L = \frac{0,3}{\pi} \approx 0,0955H ; C = \frac{10^{-5}}{\pi} \approx 3,18\mu F$$

2. a) Lập luận để thấy rằng phải mắc một cuộn cảm và một tụ điện vào mạch. Dựa vào điều kiện là I giảm khi f tăng hoặc giảm, suy ra có cộng hưởng điện với tần số f_0 và phải mắc cuộn cảm vào hai chốt A, D và mắc tụ điện vào hai chốt D, E. Suy ra : $R = \frac{U}{I} = 100\Omega$,

$$\text{và } Z_L = Z_C = \frac{U_2}{I} = 100\sqrt{3}\Omega$$

$$\text{Từ đó : } C' = \frac{10^{-4}}{5\sqrt{3}\pi} \approx 3,08\mu F ;$$

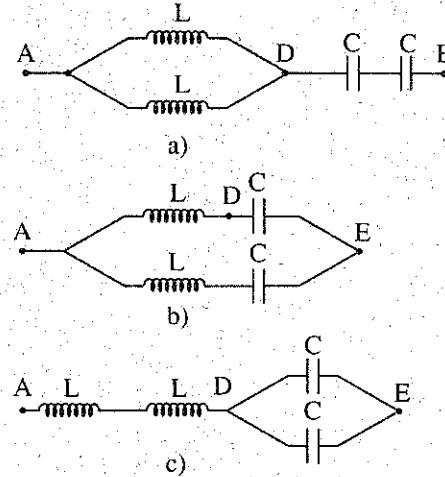
$$L = \frac{\sqrt{3}}{5\pi} \approx 0,11H$$

Dòng điện i sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với

u_{DE} và trễ pha góc $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AD} , nên

u_{AD} sớm pha góc $\frac{5\pi}{6}$ so với u_{DE} .

b) α) Số chỉ ampe kế tăng lên gấp đôi : Sơ đồ a) và b) hình 3.8G. Số chỉ ampe kế giảm đi còn một nửa : Sơ đồ c) hình 3.8G.

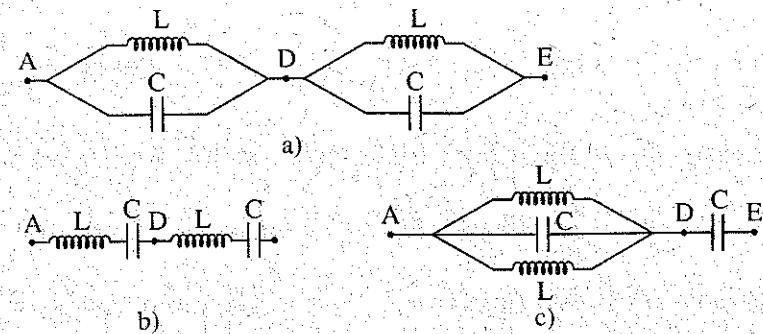


Hình 3.8G

Ta thấy với $f = f_0 = 250Hz$ thì $Z_L = Z_C$ nghĩa là có cộng hưởng điện trong mạch, nên nếu thay đổi tần số f thì số chỉ ampe kế giảm đi.

β) Ta phải có $U_{AD} = U_{DE} = U_m$, suy ra $Z_{AD} = Z_{DE}$. Có 2 cách mắc :

+ Với cách mắc I (sơ đồ a) trên hình 3.9G : Số chỉ ampe kế $I = \frac{1}{4\sqrt{3}} = 0,15A$;



Hình 3.9G

Số chỉ vôn kế : $50V$; $I_C = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,29A$; $I_d = 0,25A$, I sớm pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AE} .

+ Với cách 2 (Hình 3.9G). Xét đoạn mạch AD. Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen. Tính I_1, I_2, I_3 theo $U_{AD} = U_m$, suy ra $I = I_1 + I_2 + I_3$, từ đó thấy i trễ pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AD} .

Với đoạn mạch DE thì i sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với u_{DE} .

Suy ra u_{AD} sớm pha góc $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}$ so với u_{DE} .

Vẽ các vectơ \vec{U}_{DE} , \vec{U}_{AD} và $\vec{U} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DE}$,

suy ra $U_{AD} = U_{DE} = U = 100V$, và i sớm pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} . Như vậy các vôn kế chỉ 100V.

Ta có : $I_d = 0,5A$; $I_C = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,58A = I$ (số chỉ ampe kế).

3.12. Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen. Xét đoạn mạch AD : chọn $U_{AD} = U_1$

làm trục gốc, vẽ \vec{I}_R , \vec{I}_C và $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$, với : $I_R = \frac{U_1}{R}$; $I_C = U_1 C \omega$

Ta có : $\sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U_1 \sqrt{\frac{1}{R^2} + C^2 \omega^2}$; $\tan \phi_1 = \frac{1}{RC\omega}$.

Xét đoạn mạch DB. Chọn \vec{I} làm trục gốc, vẽ \vec{U}_L , \vec{U}_R và $\vec{U}_2 = \vec{U}_L + \vec{U}_R$;

$\tan \phi_2 = \frac{z_L}{R} = \frac{L\omega}{R}$. Ở giản đồ này, vẽ vectơ \vec{U}_1 hợp với \vec{I} góc ϕ_1 (lưu ý là u_1 trễ pha so với i), sao cho $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$, nằm trên trục \vec{I} (vì theo đề bài i và U_{AB} cùng pha).

$$\text{Từ điều kiện } \phi = 0 \Rightarrow \tan \phi = 0 \Rightarrow U_1 \sin \phi_1 = U_2 \sin \phi_2 \quad (1)$$

Từ giản đồ Fre-nen ta có :

$$U_2 \sin \phi_2 = U_L = IL\omega \Rightarrow U_2 \sin \phi_2 = L\omega U_1 \sqrt{\frac{1}{R^2} + (C\omega)^2}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}}, f = \frac{1}{2\pi C} \sqrt{\frac{C}{L} - \frac{1}{R^2}} \approx 1200\text{Hz}$$

3.13. Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen.

Xét đoạn mạch AD : Chọn \vec{U}_{AD} làm trục gốc, vẽ \vec{I}_{C_1} , \vec{I}_{R_1} và

$\vec{I} = \vec{I}_{R_1} + \vec{I}_{C_1}$, với $\tan \phi_1 = \frac{I_{C_1}}{I_{R_1}} = \frac{R_1}{Z_{C_1}} = R_1 C_1 \omega$.

Xét đoạn mạch DB. Chọn \vec{I} làm trục gốc, vẽ \vec{U}_{R_2} , \vec{U}_{C_2} và

$\vec{U}_{DB} = \vec{U}_{R_2} + \vec{U}_{C_2}$; $\tan \phi_2 = \frac{U_{C_2}}{U_{R_2}} = \frac{1}{R_2 C_2 \omega}$; từ đó vẽ

\vec{U}_{AD} và $\vec{U} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$. Theo đề bài \vec{U}_{AD} và \vec{U} cùng pha nên \vec{U}_{AD}

nằm trên trục \vec{U} , suy ra cũng phải có \vec{U}_{DB} nằm trên trục \vec{U} , nghĩa là \vec{U}_{AD} và \vec{U}_{DB} cùng pha $\Rightarrow \phi_1 = \phi_2$.

$$\Rightarrow \tan \phi_1 = \tan \phi_2 \Rightarrow \frac{1}{R_2 C_2 \omega} = R_1 C_1 \omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \text{ và } f = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \approx 318\text{Hz}$$

$$\text{Ta lại có : } U = U_{AD} + U_{DB}, \text{ suy ra : } \frac{U_{AD}}{U} = \frac{1}{1 + \frac{U_{DB}}{U_{AD}}} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, ta có (xét đoạn mạch AD) : } I = U_{AD} \sqrt{\frac{1}{R_1^2} + (C_1 \omega)^2}; \quad (2)$$

$$\text{và (xét đoạn mạch DB) : } U_{DB} = I \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{(C_1 \omega)^2}} \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) : } \frac{U_{DB}}{U_{AD}} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

$$\text{và, từ đó : } \frac{U_{AD}}{U} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}} = \frac{1}{26}$$

$$\text{3.14. Xét nhánh } C_1 R_1 : Z_{C1} = 40\sqrt{3}\Omega; Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{C1}^2} = 80\Omega;$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 2,5A; \text{ dòng điện } i_1 \text{ sớm pha so với } u \text{ một góc } \phi_1 \text{ mà}$$

$$\tan \phi_1 = \frac{Z_{C1}}{R_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \phi_1 = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Biểu thức của } i_1 : i_1 = 2,5\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (A).}$$

Ngoài ra $u_{C_1} = u_{AN}$ trễ pha so với i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ vì vậy u_{C_1} trễ pha so với u một góc $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$. Mặt khác : $U_{C_1} = U_{AN} = I_1 \cdot Z_{C_1} = 100\sqrt{3} \text{ V}$

Xét nhánh LR_2C_2 : $Z_L = 20\sqrt{3}\Omega$; $Z_{C_2} = 40\sqrt{3}\Omega$;

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2} = 40\sqrt{3}\Omega; I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ A}$$

Dòng i_2 sớm pha so với u (vì $Z_L < Z_{C_2}$) một góc φ_2 mà

$$\tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Biểu thức của i_2 : $I_2 = \frac{5\sqrt{6}}{3} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (A)}$.

Tổng trở cuộn dây : $Z_d = \sqrt{R_2^2 + Z_L^2} = 40\sqrt{3}\Omega$.

$U_{AM} = I_2 Z_d = 200 \text{ V}$. Ngoài ra u_{AM} sớm pha so với i_2 một góc :

$$\tan \varphi_d = \frac{Z_L}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi_d = \frac{\pi}{6}$$

Vì i_2 sớm pha so với u góc $\frac{\pi}{6}$ nên u_{AM} sớm pha so với u một góc

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}.$$

Để tìm cường độ dòng điện chính i , vẽ giản đồ Fre-nen với \vec{U} làm trục pha. Cũng có thể áp dụng công thức tính tổng hợp hai dao động điều hoà. Ta có :

$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$. Suy ra : $I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$;

$$\tan \phi = \frac{I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2}{I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2}$$

Thay số ta được : $I_1 = 5,2 \text{ A}$; $\tan \phi = 0,96$.

Biểu thức cường độ dòng điện mạch chính :

$$i = 7,34 \cos(100\pi t + \arctan 0,96) \text{ (A)}$$

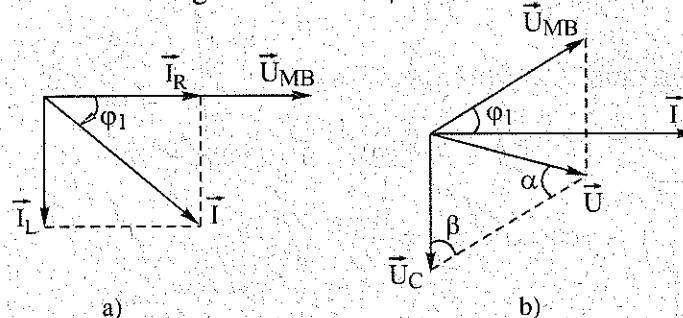
Ta có : $u_{MN} = u_{MA} + u_{AN} = u_{AN} - u_{AM}$. Biết u_{AN} trễ pha so với u góc $\frac{\pi}{6}$, còn u_{AM} sớm pha so với u góc $\frac{\pi}{3}$, như vậy góc lập bởi \vec{U}_{AN} và \vec{U}_{AM} là $\frac{\pi}{2}$. Suy ra :

$$U_{MN} = \sqrt{U_{AN}^2 + U_{AM}^2} = 100\sqrt{7} \approx 264,5 \text{ V}$$

3.15.

a) Vẽ các giản đồ Fre-nen cho các đoạn mạch MB và AB (Hình 3.10G a và b).

Áp dụng định lí hàm sìn ở giản đồ b ta được :



Hình 3.10G

$$\frac{U}{\sin \beta} = \frac{U_C}{\sin \alpha} \quad (1)$$

$$\text{với } \sin \beta = \cos \varphi_1 = \frac{I_R}{I} = \frac{Z_{MB}}{R},$$

$$\text{còn } \frac{1}{Z_{MB}^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{Z_L^2}, \text{ với } Z_L = \omega L = 100\Omega.$$

$$\text{Vậy : } \sin \beta = \cos \varphi_1 = \frac{100\sqrt{3}}{100\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

Từ (1) ta có : $U_C = \frac{U \sin \alpha}{\sin \beta} = 2U \sin \alpha.$

Vậy : $U_{C_{max}} = 2U = 440V$ khi $\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}.$

Khi đó : $U_C^2 = U^2 + U_{MB}^2 \Rightarrow Z_C^2 = Z^2 + Z_{MB}^2 \quad (2)$

trong đó : $Z^2 = Z_C^2 + Z_{MB}^2 - 2Z_C Z_{MB} \sin \phi_1 \quad (3)$

Từ (2) và (3) :

$$\begin{aligned} Z_C^2 &= Z_C^2 + Z_{MB}^2 - 2Z_C Z_{MB} \sin \phi_1 + Z_{MB}^2 \\ \Rightarrow Z_C &= Z_{MB} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 100\Omega \Rightarrow C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F) \end{aligned}$$

b) Áp dụng định lí cosin ở giản đồ b :

$$U^2 = U_C^2 + U_{MB}^2 - 2U_C U_{MB} \sin \phi_1$$

với $\sin \phi_1 = \frac{I_L}{I} = \frac{U_{MB}}{Z_L} \cdot \frac{Z_C}{U_C} =$

$$\Rightarrow U^2 = U_C^2 + U_{MB}^2 - 2U_{MB}^2 \frac{Z_C}{Z_L} = U_C^2 + U_{MB}^2 \left(1 - 2 \frac{Z_C}{Z_L} \right)$$

Ở đây U cố định, do đó để U_C không đổi khi R biến đổi thì trong biểu thức trên của U^2 không được chứa U_{MB} (phụ thuộc vào R). Muốn vậy hệ số của

$$U_{MB}^2$$
 phải triệt tiêu : $1 - 2 \frac{Z_C}{Z_L} = 0 \Rightarrow Z_C = \frac{Z_L}{2}$

$$\Rightarrow C = \frac{2}{\omega^2 L} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F)$$

3.16. Xét mạch C_1 : $Z_1 = \frac{1}{\omega C_1}$, và $I_1 = \frac{U}{Z_1} = UC_1\omega \quad (1)$

(U là điện áp hiệu dụng đặt vào trong mạch). Xét nhánh LC_2 :

$$Z_2 = \left| \omega L - \frac{1}{C_2 \omega} \right|$$

$$\text{và } I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\left| \omega L - \frac{1}{C_2 \omega} \right|} \quad (2)$$

Vẽ giản đồ Fre-nen lấy \vec{U} làm trục pha, $\vec{I}_1 \perp \vec{U}$ và i_1 sớm pha so với u . Còn với \vec{I}_2 thì tùy thuộc mạch LC_2 có tính cảm kháng ($L\omega > \frac{1}{C_2 \omega}$), hay tính dung kháng ($L\omega < \frac{1}{C_2 \omega}$) mà i_2 sẽ trễ pha, hay sớm pha, so với u , ngoài ra $\vec{I}_2 \perp \vec{U}$. Ta có $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$. Nếu $L\omega > \frac{1}{C_2 \omega}$ thì $I = |I_1 - I_2|$. Tổng trở của mạch là $Z = \frac{U}{I}$.

a) Muốn cho $Z = 0$ thì I phải có giá trị vô cùng lớn. Vì ω có trị số hữu hạn nên I_1 có trị số hữu hạn. Do đó muốn cho $Z = 0$ thì I_2 phải có trị số vô cùng lớn. Theo (2) điều kiện này đạt được khi $Z_C = 0$, hay $L\omega = \frac{1}{C_2 \omega}$. Suy ra :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC_2}}, \text{ và } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} \approx 3,56 \cdot 10^5 \text{ Hz}$$

b) Muốn cho $Z = \infty$ thì phải có $I = 0$; muốn vậy phải có :

$$L\omega > \frac{1}{C_2 \omega}, \text{ và } I_1 = I_2$$

Suy ra : $\frac{1}{\left| L\omega - \frac{1}{C_2 \omega} \right|} = \omega C_1 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_2} \pm \frac{1}{C_1} \right).$

Theo điều kiện : $L\omega > \frac{1}{C_2\omega}$, ta có $\omega^2 > \frac{1}{LC_2}$. Như vậy phải có :

$$\omega^2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} \right)$$

$$\text{và, do đó : } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} \right)} \approx 3,57 \cdot 10^5 \text{ Hz}$$

Nhận xét : Ta thấy rằng chỉ cần điều chỉnh tần số f một chút là trị số tổng trở Z của mạch có thể thay đổi từ $Z = 0$ sang $Z = \infty$, và ngược lại. Đoạn mạch trên chính là sơ đồ tương đương của một mẫu thạch anh áp điện.

3.17. Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen. $Z_C = 100\Omega = R$, suy ra $U_C = U_R$. Ta có

u_{MQ} và u_{QN} cùng pha, còn u_C trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$

so với u_R . Chọn vectơ \vec{I}_1 (cường độ dòng điện chạy qua AB) làm trục gốc (Hình 3.11G), vẽ \vec{U}_{MQ} và \vec{U}_{QN}

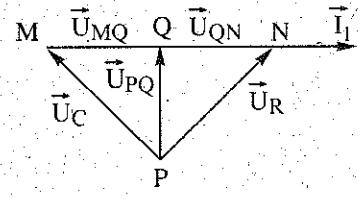
(cùng pha với i) ; sau đó vẽ $QP \perp MN$ sao cho $MP = PN$ và $MP \perp PN$ (xem hình). Suy ra tam giác PMN là tam giác vuông cân. Từ đó ta có :

$$U_{MQ} = U_{QN} \Rightarrow R_{AQ} = R_{QB} \Rightarrow \text{con chạy Q phải ở giữa AB. Ngoài ra :}$$

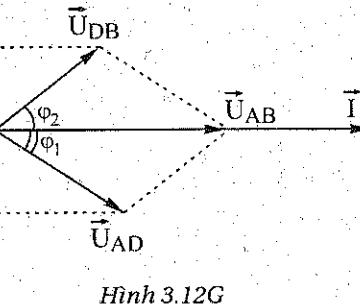
$$U_{PQ} = \frac{U_{MN}}{2} = \frac{400}{\sqrt{2} \cdot 2} = 100\sqrt{2} (\text{V}) : \text{vôn kẽ chỉ } 100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ V.}$$

3.18. a) Theo đề bài $u_{DE} = 0$, nên có thể xem mạch điện AB gồm 2 đoạn mạch AD và DB ghép nối tiếp. Kí hiệu i_1, i_2 là các cường độ dòng điện qua các đoạn mạch AR_1E và ER_2B ta có :

$$U_{AD} = U_{AE} \Rightarrow I_1 R = I_C \cdot \frac{1}{C\omega} \quad (1)$$



Hình 3.11G



Hình 3.12G

$$U_{DB} = U_{EB} \Rightarrow I_L L \omega = I_2 R \quad (2)$$

Chú ý rằng u_{AD} cùng pha với i_1 và trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với i_C , do đó i_C sớm pha so với i_1 góc $\frac{\pi}{2}$. Cũng như vậy i_L trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với i_2 . Vẽ giản đồ

Fre-nen với \vec{U}_{AD} và \vec{U}_{DB} làm trục gốc rồi vẽ $\vec{I}_1, \vec{I}_C, \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_C$, sau đó vẽ $\vec{I}_2, \vec{I}_L, \vec{I} = \vec{I}_2 + \vec{I}_L$. Suy ra u_{AD} trễ pha góc ϕ_1 so với i mà :

$$\tan \phi_1 = \frac{I_C}{I_1} = RC\omega \quad (3)$$

$$\text{Còn } u_{DB} \text{ sớm pha góc } \phi_2 \text{ so với } i \text{ mà : } \tan \phi_2 = \frac{I_L}{I_2} = \frac{L\omega}{R} \quad (4)$$

Ngoài ra ta có :

$$I_1 = I \cos \phi_1 \quad (5)$$

$$\text{và } I_2 = I \cos \phi_2 \quad (6)$$

Vẽ giản đồ Fre-nen (Hình 3.12G) với \vec{I} làm trục pha ; vẽ $\vec{U}_{AD}, \vec{U}_{DB}$ rồi vẽ $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$ với chú ý rằng \vec{U}_{AB} trùng hướng với \vec{I} (Hình 3.12G). Từ hình vẽ suy ra : $U_{AD} \sin \phi_1 = U_{DB} \sin \phi_2$ (7)

Từ (1) đến (4), ta có :

$$\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{I_1 R}{I_2 R} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_2} = \frac{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}{L \omega \sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \quad (8)$$

Từ (7), (3) và (4) :

$$\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{\sqrt{1 + R^2 L^2 \omega^2}}{\omega L \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \quad (9)$$

Từ (8) và (9) tìm được phương trình cho C :

$$R^2 L \omega^2 C^2 - (R^2 + L^2 \omega^2) C + L = 0 \quad (10)$$

$$\text{Phương trình này có nghiệm : } C = \frac{(R^2 + L^2\omega^2) \pm (R^2 - L^2\omega^2)}{2R^2L\omega^2}$$

Để thỏa mãn điều kiện u và i luôn cùng pha với mọi ω ta phải có : $C = \frac{L}{R^2}$.

b) Thay số ta được $C = 0,5 \mu F$. Từ giản đồ Fre-nen ta lại có :

$$U_{AD} \sin \varphi_1 + U_{DB} \sin \varphi_2 = U_{AB}$$

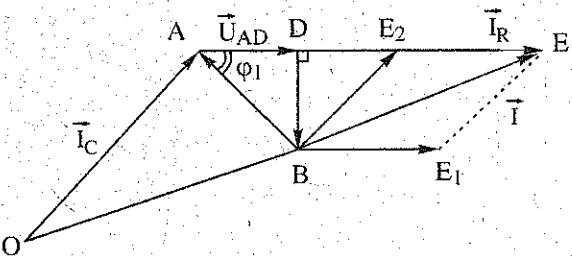
Thay số vào (5) và (8) ta thấy :

$$U_{DB} \ll U_{AD} \text{ nghĩa là } U_{AD} \approx U_{AB} = \frac{400\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 400V.$$

$$\text{Từ đó : } I = \frac{I_1}{\cos \varphi_1} = \frac{U_{AD}}{R} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_1} \approx \frac{400}{40} = 10V$$

Suy ra : $i = 10\sqrt{2} \sin 100\pi t$ (A).

3.19. Vẽ giản đồ Fre-nen (Hình 3.13G). Vẽ \vec{I}_R (dòng điện chạy qua nhánh ARD), từ đó vẽ \vec{U}_{AD} (cùng pha với \vec{I}_R). Vì tải có tổng trở vô cùng lớn nên dòng điện qua tải có cường độ không đáng kể, do đó dòng điện qua đoạn mạch DB cũng có cường độ là i_R . Vì đoạn mạch DB chỉ có tụ điện C, nên $\vec{U}_{DB} \perp \vec{I}_R$ từ đó vẽ được $\vec{U}_{DB}(\overline{DB})$, rồi $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$ ($\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$). Dòng \vec{I}_C qua đoạn mạch AB vuông pha với \vec{U}_{AB} và có chiều như trên hình (\vec{I}_C sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với \vec{U}_{AB}). Để cho $u_V(u_{AE})$ và $u_I(DE)$ cùng pha thì $\vec{U}_{DE}(\overline{DE})$, phải cùng phương với \vec{I}_R (vì $\vec{U}_{AE} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DE}$ và đã có \vec{U}_{AD} cùng hướng với \vec{I}_R). Hơn nữa, dòng điện chạy qua BRE là tổng của dòng i_R (qua DB) và dòng i_C (qua AB), do đó dòng qua BRE cũng là dòng chính i ($\vec{i} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$) vì vậy ta sẽ được vectơ \vec{i} trùng hướng với $\vec{U}_{BE}(\overline{BE})$ như trên hình vẽ



Hình 3.13G

(và tìm được gốc O của các vectơ \vec{I}_C và \vec{i}).

$$\text{Ta có : } U_{AD} = RI_R ; U_{DB} = I_R Z_C ; U_{AB} = I_C Z_C ; U_{BE} = RI . \quad (1)$$

$$\text{Ta nhận thấy : } \vec{BE} = \vec{U}_{BE} = R\vec{i} = R\vec{I}_R + R\vec{I}_C = \vec{BE}_1 + \vec{BE}_2$$

với $\vec{BE}_1 \equiv R\vec{I}_R$ là vectơ song song với \vec{I}_R và $\vec{BE}_2 \equiv R\vec{I}_C$ là vectơ song song với \vec{I}_C như trên hình 3.13G. Ta thấy 2 tam giác vuông ABD và AE₂B có góc A

$$\text{chung nên đồng dạng, suy ra : } \frac{AB}{BE_2} = \frac{AD}{BD} \Rightarrow \frac{I_C Z_C}{R I_C} = \frac{RI_R}{I_R Z_C}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{R} = \frac{R}{Z_C} \Rightarrow R = Z_C \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \quad (2)$$

$$\text{Suy ra : } U_{AD} = RI_R = Z_C I_R = U_{DB} \Rightarrow AD = DB$$

Tam giác ADB là tam giác vuông cân $\Rightarrow \varphi_1 = 45^\circ \Rightarrow$ Tam giác ABE₂ là tam giác vuông cân $\Rightarrow AD = DE_2 = BE_1 = E_2 E_1$ (vì $BE_1 = RI_R = AD$)

$$\Rightarrow DE = \frac{2}{3} AE, \text{ nghĩa là } U_r = \frac{2}{3} U_V.$$

3.20. Vì $u_1 = u_{AB} = u_{AE} + u_{ED} = u_{AE} + u_2$, nên muốn cho u_1 và u_2 có biểu thức cho trong đề bài, thì u_{AE} phải cùng pha với u_1 và u_2 . Xét độ lệch pha của dòng điện chính i so với u_{AE} và u_2 .

Với đoạn mạch AE, i sớm pha một góc φ_1 so với u_{AE} mà

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{RC\omega} \quad (1)$$

$$\text{Ngoài ra : } Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2}. \quad (2)$$

Xét đoạn mạch ED : i_R cùng pha với u_2 , còn i_C sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với u_2 và $i = i_R + i_C$. Vẽ giản đồ Fre-nen, suy ra :

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U_2 \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{RZ_C},$$

$$\text{từ đó : } Z_{ED} = Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{RZ_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \quad (3)$$

$$\text{ngoài ra } \tan \varphi_2 = \frac{I_C}{I_R} = RC\omega. \quad (4)$$

nghĩa là i sớm pha góc φ_2 so với u_2 .

Từ đó muốn cho u_{AE} và u_2 cùng pha phải có :

$$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Rightarrow C = \frac{1}{R\omega} \approx 53\mu F$$

Vì u_1 , u_{AE} và u_2 cùng pha nên tổng trở của mạch là :

$$Z = \frac{U_1}{I} = Z_1 + Z_2$$

$$\text{Từ (2) và (3) ta thấy : } \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{RZ_C} = 2$$

$$\text{và } Z = Z_1 + Z_2 = 3Z_2$$

$$\text{Từ đó : } \frac{U_2}{U_1} = \frac{IZ_2}{IZ} = \frac{1}{3} \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{3} = 4V$$

3.21. Đặt $u_{ac} = u_1$; $u_{cd} = u_2$; $u_{db} = u_3$. Ta có i_L và i_C ngược pha nhau;

$$U_1 = IZ_C; U_2 = I_C Z_C = I_L Z_L, \text{ và } U_3 = RI.$$

a) Nếu ω lớn, $Z_L > Z_C$ thì $I_C \left(= \frac{U_2}{Z_C}\right) > I_L \left(= \frac{U_2}{Z_L}\right)$, ta có giản đồ Fre-nen

núi trên hình 3.14G. \vec{U}_1 và \vec{U}_2 cùng pha vì đều trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với \vec{I} và \vec{I}_C còn $\vec{U}_3 = R\vec{I}$ thì cùng pha với \vec{I} , từ đó ta vẽ được \vec{U} .

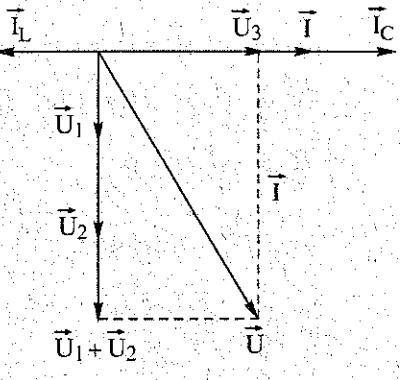
Ta có : $U_2 Z_L = (Z_C I_C) Z_L$;

$$U_2 Z_C = (Z_L I_L) Z_C$$

$$\Rightarrow U_2 (Z_L - Z_C) = Z_C Z_L (I_C - I_L) = Z_C Z_L I$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{Z_C Z_L}{Z_C - Z_L} I$$

$$\text{Do đó : } U_1 + U_2 = \left(Z_C + \frac{Z_C Z_L}{Z_C - Z_L} \right) I$$



Hình 3.14G

$$U^2 = (U_1 + U_2)^2 + U_3^2 = \left[\left(\frac{1}{C\omega} + \frac{\omega L}{LC\omega^2 - 1} \right)^2 + R^2 \right] I^2 = Z^2 I^2$$

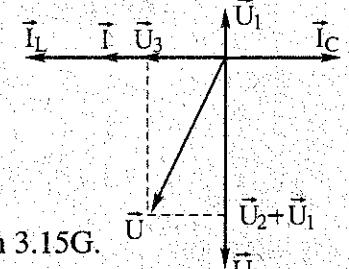
$$\Rightarrow Z = \sqrt{\left(\frac{1}{C\omega} + \frac{\omega L}{LC\omega^2 - 1} \right)^2 + R^2} \quad (1)$$

a) Nếu ω nhỏ, $Z_C > Z_L$

thì $I_C < I_L$,

$$I = I_L - I_C,$$

\vec{U}_1 và \vec{U}_2 ngược pha nhau như trên hình 3.15G.



Hình 3.15G

$$\text{Khi đó : } U = U_2 - U_1 = \left| \frac{Z_C Z_L}{Z_C - Z_L} - Z_C \right| I,$$

$$\text{Suy ra : } Z = \sqrt{\left(\frac{1}{C\omega} - \frac{L\omega}{LC\omega^2 - 1}\right)^2 + R^2} \quad (2)$$

Khi ω tăng từ 0 lên thì đầu tiên Z biến thiên theo (2). Khi $LC\omega_0^2 = 1$ hay

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ thì $Z_L = Z_C \Rightarrow Z = \infty \Rightarrow I = 0$: trong mạch LC có dao động

duy trì, không lấy năng lượng từ ngoài vào (công hưởng dòng).

3.22. Ta có : $Z_{C2} = 200\Omega$; $Z_{C1} = 100\Omega = Z_C$; $Z_L = 200\Omega$.

Xét nhánh NC_1B :

$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2}$, với R là điện trở tương đương của R_1, R_2, R_3 ;

$$\sin \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{Z_1} = \frac{100}{Z_1}.$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng trong 2 nhánh NC_1B và NC_2B :

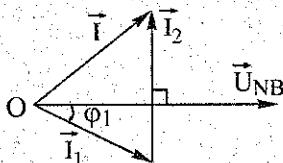
$$I_1 = \frac{U_{NB}}{Z_1}; I_2 = \frac{U_{NB}}{Z_{C2}} \Rightarrow U_{NB} = I_2 Z_{C2} = 100V$$

Vẽ giản đồ Fre-nen cho đoạn mạch NB, chọn \vec{U}_{NB} làm trục pha (Hình 3.16G):

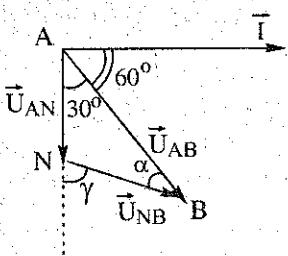
$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Suy ra : $I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \sin \varphi$

$$\Rightarrow I^2 = U_{NB}^2 \left(\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_{C2}^2} - \frac{2(Z_L - Z_{C1})}{Z_{C2} Z_1} \right).$$



Hình 3.16G



Hình 3.17G

Vì $2(Z_L - Z_{C1}) = Z_{C2}$, nên từ đó :

$$I^2 = U_{NB}^2 \cdot \frac{1}{Z_{C2}^2} \Rightarrow I = \frac{U_{NB}}{Z_{C2}} = \frac{100}{200} = 0,5A,$$

và $U_{AN} = IZ_C = 50V$.

Vẽ giản đồ Fre-nen cho mạch điện AB, chọn \vec{I} làm trục pha, vẽ $\vec{AN} (\equiv \vec{U}_{AN}) \perp \vec{I}$, vẽ $\vec{AB} (\vec{U}_{AB})$ hợp với \vec{I} góc $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$ và $\vec{NB} (\vec{U}_{NB})$, và $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AN} + \vec{U}_{NB}$ (Hình 3.17G).

$$\begin{aligned} \text{Từ hình vẽ ta có : } \frac{U_{AN}}{\sin \alpha} &= \frac{U_{NB}}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{U_{AN} \sin 30^\circ}{U_{NB}} \\ &\Rightarrow \sin \alpha = \frac{50}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{và } \gamma &= \alpha + 30^\circ \Rightarrow \sin \gamma = \sin(\alpha + 30^\circ) \\ &\Rightarrow \sin \gamma = \sin \alpha \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos \alpha \approx 0,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác : } \frac{U_{AB}}{\sin \gamma} &= \frac{U_{NB}}{\sin 30^\circ} \Rightarrow U_{AB} = U_{NB} \frac{\sin \gamma}{\sin 30^\circ} \approx 140V \\ &\Rightarrow U_0 = U_{AB} \sqrt{2} \approx 198V. \end{aligned}$$

Biểu thức của i :

$$i = I\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})(A)$$

Nhận xét : Kết quả tìm được không phụ thuộc vào giả thiết $R_1 = R_2 = 2R_3$ (!).

3.23. Ta có : $Z_{C1} = 100\sqrt{3}\Omega$; $Z_{C2} = 60\sqrt{3}\Omega$

$$Z_{L_1} = 60\sqrt{3}\Omega$$
; $Z_{L_2} = 100\sqrt{3}\Omega$

Tính tổng trở các nhánh AR_1B và AR_2B :

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_2})^2} = 80\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 80\sqrt{3}\Omega$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng ở các nhánh :

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{80}; I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{80\sqrt{3}} \text{ với } U = U_{AB}$$
(1)

Vì $Z_{C_1} > Z_{L_1}$ nên i_1 sớm pha so với u_{AB} một góc ϕ_1 mà

$$\tan \phi_1 = \frac{Z_{C_1} - Z_{L_1}}{R_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \phi_1 = \frac{\pi}{3}$$
(2)

Vì $Z_{L_2} > Z_{C_2}$ nên i_2 trễ pha so với u_{AB} một góc ϕ_2 mà

$$\tan \phi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{R_2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \phi_2 = \frac{\pi}{6}$$
(3)

Ta có $u_{HE} = u_{HA} + u_{AE}$. Vì u_{AE} trễ pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với i_1 mà i_1 sớm pha

góc $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB} nên u_{AE} trễ pha góc $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} . Mặt khác

u_{AH} cùng pha với i_2 , nên i_2 trễ pha góc $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} nên u_{AH} trễ pha góc

$\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} , có nghĩa là u_{AH} cùng pha với u_{AE} và, do đó, u_{AE} ngược pha

với u_{HA} . Như vậy ta có : $U_{HE} = U_{AE} - U_{AH} = U_{C2} - U_{R2}$,

$$\text{trong đó : } U_{C_1} = I_1 Z_{C_1} = \frac{5\sqrt{3}}{4} U; U_{R_2} = I_2 R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} U.$$

$$\text{Từ đó : } U_{HE} = \frac{3\sqrt{3}}{4} U.$$

Theo đề bài $U_{HE} = 300\sqrt{3}$ (V),

suy ra : $U = U_{AB} = 400V$.

Ta có : $u_{HF} = u_{AH} + u_{AF}$. Vẽ giản đồ Fre-nen. Mạch AF là mạch $C_1 R_1$.

$$u_{AF} \text{ trễ pha so với } i_1 \text{ góc } \phi_3, \text{ mà } \tan \phi_3 = \frac{Z_{C1}}{R_1} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \phi_3 \approx 77^\circ.$$

Mặt khác ta đã biết i_1 sớm pha góc $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$ so với u_{AB} , do đó u_{AF} trễ pha so

với u_{AB} một góc $\phi_4 = 77 - 60 = 17^\circ$ (Hình 3.18G). Ta lại biết u_{AH} trễ pha

góc $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$ so với u_{AB} , như vậy (Hình 3.18G). \vec{U}_{AH} và \vec{U}_{AF} hợp với nhau

một góc : $\phi_5 = 30 - 17 = 13^\circ$

$$\text{Ta có : } \vec{U}_{HF} = \vec{U}_{AF} - \vec{U}_{AH}.$$

$$\text{Từ hình vẽ ta có : } U_{HF}^2 = U_{AH}^2 + U_{AF}^2 - 2U_{AH}U_{AF} \cos \phi_5, \quad \text{Hình 3.18G}$$

$$\text{trong đó : } U_{AH} = U_{R_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} U = 200\sqrt{3} V$$

$$U_{AF} = I_1 \sqrt{R_1^2 + Z_{C_1}^2} = 512\sqrt{3} V$$

$$\text{Suy ra : } U_{HF} \approx 556V.$$

3.24. Điện áp đặt vào mạch gồm : thành phần không đổi $u_0 = 50V$; thành phần có

tần số góc ω , $u_1 = 100\sqrt{2} \cos \omega t$ thành phần có hệ số góc 3ω

$$u_2 = 50\sqrt{2} \cos 3\omega t.$$

Xét tác dụng của thành phần u_0 : $i_0 = 0$; $u_{C0} = u_0 = 50V$.

Xét tác dụng của thành phần u_1 : $Z_1 = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 50 - 127,6j$.

$$i_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{100}{50 - 127,6j} = 0,266 + 0,679j$$

$$\dot{U}_{C_1} = -J \cdot \frac{1}{\omega C} \dot{I} = 107,96 - 42,29j$$

Chuyển về dạng tần số:

$$i_1 = 0,73\sqrt{2} \cos(314t + 1,197) \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_{C_1} = 116\sqrt{2} \cos(314t - 0,373) \text{ (V)}$$

Xét tác dụng của thành phần \dot{U}_2 :

$$Z_2 = R + j(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}) = 50 + 41,2j$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{50}{50 + 41,2j} = 0,772 - 0,636j$$

$$\dot{U}_{C_2} = -J \cdot \dot{I}_2 = -33,71 - 40,92j$$

Chuyển về dạng tần số:

$$i_2 = \sqrt{2} \cos(942t - 0,69) \text{ (A)}$$

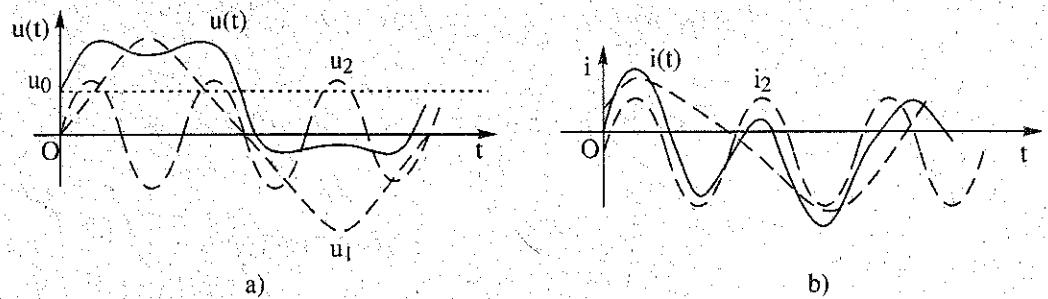
$$\dot{U}_{C_3} = 53\sqrt{2} \cos(942t - 2,26) \text{ (V)}$$

Biểu thức của dòng tổng cộng trong mạch:

$$i = 0,73\sqrt{2} \cos(314t + 1,197) + \sqrt{2} \cos(942t - 0,69) \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_C = 50 + 116\sqrt{2} \cos(314t - 0,373) + 53\sqrt{2} \cos(942t - 2,26) \text{ (V)}$$

Đồ thị biểu diễn $i(t)$ và $\dot{U}_C(t)$ như trên hình 3.19G:



$$3.25. i = 0,05 + 0,515\sqrt{2} \cos(\omega t - 1,029) + 0,0261\sqrt{2} \cos(3\omega t + 0,857) \text{ (A)}$$

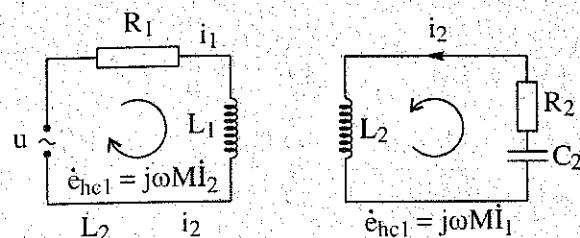
Số chỉ ampe kế $I = 0,519 \text{ A}$; $P = 1,40 \text{ W}$.

3.26. Áp dụng phương pháp dùng số phức. Ở cuộn sơ cấp có suất điện động tự cảm

$$\dot{e}_{tc_1} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \text{ và suất điện động hõ cảm } \dot{e}_{hc_1} = j\omega L_2 \dot{I}_2.$$

Ở cuộn thứ cấp có suất điện động tự cảm $\dot{e}_{tc_2} = j\omega L_2 \dot{I}_2$ và suất điện động hõ cảm

$$\dot{e}_{hc_2} = j\omega M \dot{I}_1. Áp dụng định luật Kiéc-xốp cho mạch sơ cấp và mạch thứ cấp (Hình 3.20G)$$



Hình 3.20G

$$(R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = U$$

$$j\omega M \dot{I}_1 + \left[R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}) \right] \dot{I}_2 = 0$$

Thay số vào ta được :

$$(100 + 500j) \dot{I}_1 + 700j \dot{I}_2 = 10$$

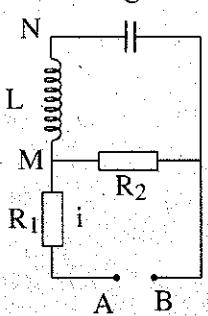
$$700j \dot{I}_1 + (500 - 300j) \dot{I}_2 = 0$$

Giải hệ phương trình này tìm được \dot{I}_1 và \dot{I}_2 . Chuyển sang dạng theo t ta được :

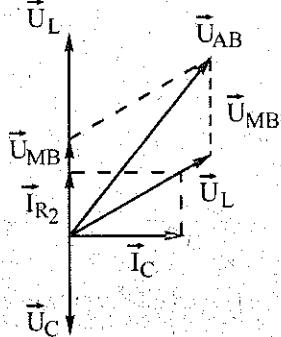
$$i_1 = 8,1 \cos(100\pi t - 0,85) \text{ (mA)}$$

$$i_2 = 9,7 \cos(100\pi t + 4,40) \text{ (mA)}$$

3.27. a) Kí hiệu i, i_{R_2}, i_C tương ứng là dòng điện chạy qua R_1 , qua R_2 và qua L, C . Vẽ giản đồ Fre-nen như trên hình 3.21G.



Hình 3.21G



$$\text{Ta có: } u_C = \frac{i_C}{C\omega}; u_L = i_C L\omega$$

$$u_{MB} = i_C \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = RI_{R_2} \quad (1)$$

$u_{AM} = R_1 i$. Chiều hệ thức vectơ $\vec{u}_{AB} = \vec{u}_{AM} + \vec{u}_{MB}$ lên các trục Ox (trùng với \vec{I}_C) và Oy (trùng với \vec{I}_{R_2}). Ta được :

$$u_{ABx} = R_1 i_C$$

$$u_{ABy} = R_1 I_{R_2} + R_2 I_{R_2} = (R_1 + R_2) I_{R_2}$$

$$\text{Từ đó: } u_{AB}^2 = (R_1 i_C)^2 + (R_1 + R_2)^2 I_{R_2}^2 \quad (1)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow i_{R_2} = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \frac{i_C}{R_2}$$

Thay vào (2) ta được (chú ý $I_C = U_C \cdot C\omega$):

$$U_{AB}^2 = \left[R_1^2 + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right)^2 \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right] (C\omega)^2 U_C^2$$

$$\Rightarrow U_{CO} = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{C\omega \sqrt{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$$

$$\text{b) Đặt } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 190,5\Omega \text{ ta có:}$$

$$U_{CO} = U_0 \frac{R}{R_1} \frac{1}{C\omega \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$$

Ta thấy U_{CO} đạt trị số cực đại khi mẫu số có trị số cực tiểu, nghĩa là khi (lấy đạo hàm mẫu số theo ω , rồi đặt biểu thức đạo hàm bằng không):

$$4C^2 L^2 \omega^2 + 2(C^2 R^2 - 2LC)\omega = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} = \omega_0^2 \left(1 - \frac{R^2 C}{2L} \right)$$

$$\text{Với: } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 3,16 \cdot 10^4 \text{ Hz} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 (1 - 0,09) \Rightarrow \omega = 0,95 \omega_0 = 3 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

Như vậy, khi $\omega = 3 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ thì biên độ U_{CO} đạt trị số cực đại $U_{CO \max}$.

Thay trị số ω vừa tìm được vào biểu thức của U_{CO} ta được: $U_{CO \max} = 0,32 \text{ V}$

c) Nếu thay điện trở R_2 bằng điện trở $R_3 = 2k\Omega$,

$$\text{thì } R' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 1334\Omega \text{ và } C^2 R'^2 - 2LC > 0$$

Khi đó bình phương của mẫu số:

$$C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R'^2 - 2LC)\omega^2 + 1 \geq 1 \text{ và tăng đồng biến với } \omega^2.$$

Như vậy có nghĩa là, khi đó U_{CO} không có trị số cực đại và giảm khi ω tăng. Do đó, giá trị lớn nhất của U_{CO} ứng với $\omega = 0$ (!) tức là khi điện áp u_{AB} đặt vào A, B là điện áp không đổi U_0 và bằng 2V. Và khi đó ta có:

$$U_C = \frac{U_0 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{U_0}{3} = \frac{2}{3} V$$

3.28. Khi nối K với A, sơ đồ mắc các phan tử của mạch là : $[(R nt L) // C_2] nt C_1$.

Theo đề bài : $Z_L = 100\Omega$; $Z_{C_1} = Z_{C_2} = 200\Omega$; $U_{AD} = I_A \cdot Z_{C_2} = 100V$;

$$U_R = RI_R; U_L = I_R Z_L = 100I_R$$

Vẽ vectơ $\vec{U}_{AB} \equiv \vec{U}$. Theo đề bài, \vec{I} sớm pha góc $\frac{\pi}{3}$ so với \vec{U}_{AB} , và biết

$$\vec{U}_{DB} = \vec{U}_{C_1} \text{ trễ pha góc } \frac{\pi}{2} \text{ so với } I.$$

Vẽ $\vec{U}_{AD} \equiv \vec{U}_{C_1} = \vec{U} - \vec{U}_{DB}$, sau đó vẽ \vec{I}_A sớm pha góc $\frac{\pi}{2}$ so với \vec{I} ; từ đó vẽ

$$\vec{I}_R = \vec{I} - \vec{I}_A.$$

Vì $\vec{U}_L \perp \vec{I}_R$ và $\vec{U}_{AD} \perp \vec{I}_A$ nên góc $(\vec{U}_L, \vec{U}_{AD})$ bằng góc α (Hình 3.22G)

$$\text{với: } \cos \alpha = \frac{U_L}{U_{AD}} = \frac{100I_R}{100} = I_R$$

Xét tam giác hợp bởi \vec{I} , \vec{I}_A và \vec{I}_R : $I^2 = I_R^2 + I_A^2 - 2I_R I_A \cos \alpha$

$$\text{Vì } I_A = 0,5. \text{ Suy ra } I^2 = I_A^2$$

$$\Rightarrow I = I_A = 0,5A$$

$$\Rightarrow U_{C_1} = IZ_{C_1} = 100V$$

$$\Rightarrow U_{C_1} = U_{AD} = U_{C_2} \Rightarrow \text{tam giác } ADB \text{ cân}$$

$$\Rightarrow \widehat{DAB} = \widehat{DBA} = 30^\circ \Rightarrow U = 2U_{C_1} \sin 60^\circ = 100\sqrt{3}V$$

Ta lại có: góc $(\vec{I}, \vec{AD}) = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ \Rightarrow$ góc $(\vec{I}_A, \vec{I}) = 60^\circ$

nên tam giác hợp bởi \vec{I}_A , \vec{I}_R và \vec{I} là tam giác đều, do đó $\alpha = 60^\circ$ và $I_R = I_A = I = 0,5A$.

Vì $\alpha = 60^\circ$ nên $\vec{I}_R // \vec{U}$ và \vec{U}_R cùng hướng với \vec{U} .

Từ đó ta có giản đồ Fre-nen chính xác như trên hình 3.22G.

$$\text{Ta có: } U_R = U_C \cos 30^\circ = U_{AD} \cos 30^\circ = 50\sqrt{3}V$$

$$\text{từ đó: } R = \frac{U_R}{I_R} = 100\sqrt{3}\Omega.$$

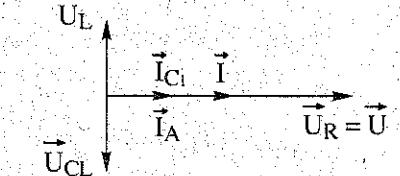
Xét trường hợp khi nối K với B, sơ đồ mắc các phan tử của mạch là :

$RntLnt(C_1 // C_2)$. Vì $Z_{C_1} = Z_{C_2}$ nên

$$I_A = I_{C_1} \text{ với } I_A \text{ là cường độ dòng điện chạy qua}$$

ampé kế trong trường hợp này, hơn nữa i_A và i_{C_1}

cùng pha. Từ đó $\vec{I} = \vec{i}_A + \vec{i}_{C_1}$ cùng hướng \vec{i}_A ,



Hình 3.23G

$I = 2I_A$ và \vec{U}_L, \vec{U}_{C_1} ngược pha nhau. Hơn nữa $U_{C_1} = I_{C_1} Z_{C_1} = 200I_{C_1} = 200I_A$ và $U_L = IZ_L = 100I = 200I_A$. Như vậy

$$U_{C_1} = U_L \text{ và } \vec{U}_L + \vec{U}_{C_1} = 0, \text{ do đó:}$$

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_{C_2} = \vec{U}_R$$

Ta có giản đồ Fre-nen trên hình 3.23G.

$$\text{Từ đó: } I_A = I_{C_1} = \frac{I}{2} = \frac{U_R}{2R} = \frac{U}{2R} \Rightarrow I_A = 0,5A$$

Như vậy số chỉ của ampe kế vẫn là 0,5A như trước.

Chú ý: Cũng có thể lập luận như sau. Vì $Z_{C_1} = Z_{C_2}$ và $C_1 // C_2$ nên đoạn

mạch chứa hai tụ điện có $Z_C = \frac{Z_{C_1}}{2} = 100\Omega$. Do đó $Z_C = Z_L$; có cộng hưởng

điện, vậy $I = \frac{U}{R} = 1A$, từ đó $I_A = I_{C_1} = 0,5A$.

$$3.29. a) \vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB} \quad (1)$$

$$U_{MB} = IR_2 \quad (2)$$

$$U_{AM} = I_{R_1} R_1 = I_L \left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right|; \quad (3)$$

Chiếu (1) lên Ox và Oy có :

$$U_{AB,x} = IR_2 \cos \alpha = IR_2 \frac{I_L}{I} = R_2 I_L$$

$$U_{AB,y} = IR_2 \sin \alpha + U_{AM}$$

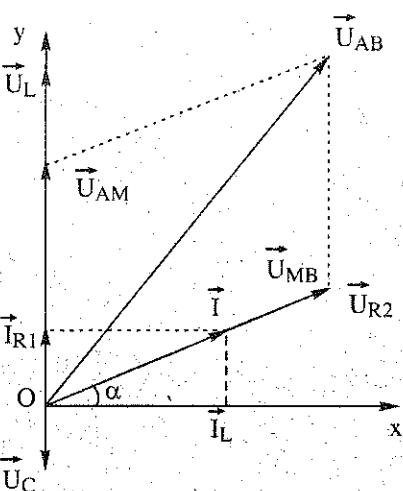
$$U_{AB,y} = I_L \left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right| \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)$$

$$\text{Do đó } U^2 = U_{AB,x}^2 + U_{AB,y}^2 = I_L^2 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right)^2 \left[\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right]$$

Đặt $R = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$ (*), chú ý tới (3) ta có :

$$I_L = \frac{UR}{R_2} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}; \quad I_{R1} = \frac{UR}{R_1 R_2} \frac{\left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}$$

$$I = \sqrt{I_L^2 + I_{R1}^2} = \frac{UR}{R_1 R_2} \sqrt{\frac{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (4)$$



Hình 3.24G

$$U_{R1} = I_{R1} R_1 = \frac{UR}{R_2} \frac{\left| L\omega - \frac{1}{C\omega} \right|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (5)$$

$$U_C = \frac{I_L}{C} \omega = \frac{UR}{R_2} \frac{1}{C\omega^2 \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (6)$$

với R tính bởi (*)

b) Xét biểu thức của I , ta thấy biểu thức dưới dấu căn (kí hiệu là y) là :

$$y = \frac{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} = 1 + \frac{R_1^2 - R^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

Bởi $R_1 > R$, y đạt cực đại, tức là số chỉ ampe kế khả dĩ lớn nhất khi $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ rad/s}$.

Khi đó theo (4), (5) và (6) : $I_{\max} = \frac{U}{R_2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ A.}$

Số chỉ của V_2 là : $U_C = \frac{U}{R_2 C \omega} = \frac{5}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4} = 2500 \text{ V!}$

Ta có : $U_{V1} = U_{V2} \Rightarrow U_{R1} = U_C \Rightarrow \frac{L\omega - 1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega}$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 1,41 \cdot 10^4 \text{ rad/s}; \quad I = \frac{RU}{R_1 R_2} \sqrt{\frac{R_1^2 + 0,25L^2\omega^2}{R^2 + 0,25L^2\omega^2}}$

với $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1,2 \Omega$; $L\omega = \sqrt{\frac{2L}{C}} = \sqrt{2 \cdot 10^3} \Omega \Rightarrow I \approx 1 \text{ A.}$

$$U_{R1} = U_C = \frac{UR}{2R_2} \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (0,5L\omega)^2}} \approx 3V$$

3.30. a) Vẽ giản đồ Fre-nen (Hình 3.25G)

Dòng qua R_2, C_2 là :

$$I = \sqrt{\left(\frac{U_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{Z_{C_1}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{U_1}{R}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{Z_C}\right)^2}$$

\vec{I} có phương trùng với phương của \vec{U}_{R_2} .

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_{R_2} + \vec{U}_{C_2}$$

Chiều \vec{U} lên phương \vec{U}_1 và phương vuông góc với \vec{U}_1 :

$$I_{R_1} = I \cos \alpha; I_{C_1} = I \sin \alpha$$

$$Z_{C_1} = 2Z_{C_2} = Z_C$$

$$U_x = U_1 + U_{R_2} \cos \alpha + U_{C_2} \sin \alpha = U_1 + 2RI \frac{I_{R_1}}{I} + \frac{1}{2} Z_C I \frac{I_{C_1}}{I} = \frac{7}{2} U_1$$

$$U_y = U_{R_2} \sin \alpha - U_{C_2} \cos \alpha = 2IR \sin \alpha - \frac{1}{2} Z_C I \cos \alpha =$$

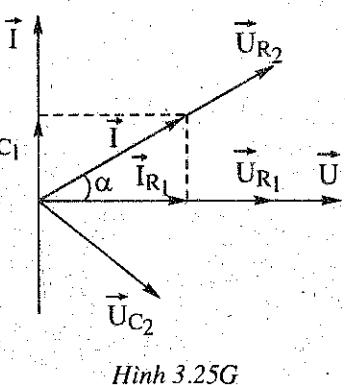
$$\frac{2I_{R_1}}{\cos \alpha} R \sin \alpha - \frac{I_{C_1}}{2 \sin \alpha} Z_C \cos \alpha = U_1 \left(2 \tan \alpha - \frac{1}{2} \cot \alpha \right)$$

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = U_1 \sqrt{\frac{49}{4} + (2 \tan \alpha - \frac{1}{2} \cot \alpha)^2}$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{49}{2} + (8 \tan \alpha - 2 \cot \alpha)^2}}$$

$$U_1 \text{ max khi } 4 \tan \alpha = \cot \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{1 \text{ max}} = \frac{U_0 \sqrt{2}}{7}$$

b) Khi đó trên R_2 có độ giảm hiệu điện thế :

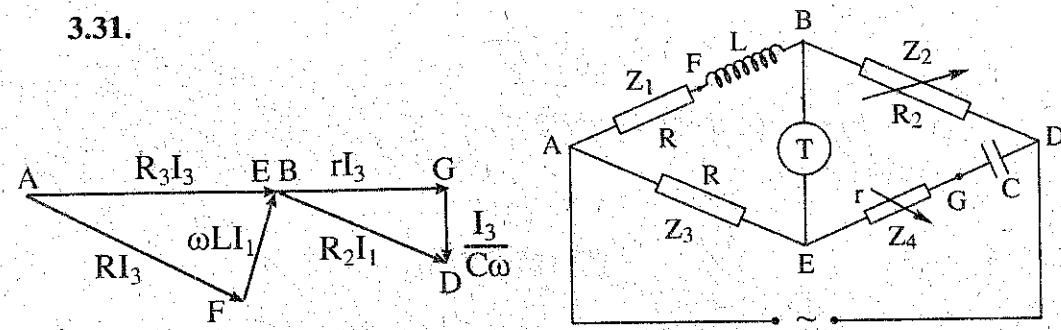


Hình 3.25G

$$U_{R_2} = 2IR = \frac{2RI_{R_1}}{\cos \alpha} = 2RI_{R_1} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} =$$

$$= 2U_{1 \text{ max}} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sqrt{10}}{7} U_0 \approx 0,45 U_0$$

3.31.



Hình 3.26G

a) Vì cầu cân bằng, E và B có cùng điện thế. Ta có giản đồ như hình 3.26G
 $AF \parallel BD$ vì $R_1 i_1$ và $R_2 i_1$ đều đồng pha với i_1 , $\widehat{EDG} = \widehat{AEF}$ (vì có cạnh tương ứng vuông góc). Hai tam giác AFB và BGD đồng dạng cho mỗi liên hệ thứ nhất :

$$\frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega Cr}, \text{ hay } \frac{R}{L} = Cr\omega^2 \quad (1)$$

$$b) \text{ Hình 3.27G : } Z_1 = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}; Z_2 = R_2; Z_3 = R_3; Z_4 = \sqrt{r^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}};$$

$$U_{AB} = U_{AE} \text{ cho } Z_1 I_1 = Z_3 I_3; U_{BD} = U_{AD} \text{ cho } Z_2 I_1 = Z_4 I_3 \quad (2)$$

Suy ra : $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$.

Thay Z_i bằng các biểu thức (2) và bình phương, ta có :

$$(R^2 + L^2\omega^2)(r^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}) = (R_2 R_3)^2$$

$$(R^2 r^2 + \frac{L^2}{C^2} + \frac{R^2}{C^2\omega^2} + (L\omega r)^2) = (R_2 R_3)^2 \quad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có :

$$\left(Rr + \frac{L}{C}\right)^2 = (R_2 R_3)^2 \Rightarrow Rr + \frac{L}{C} = R_2 R_3 \quad (4)$$

c) Hai phương trình (1) và (3) cho ta hai ẩn R và L . Thay $R = CLr\omega^2$ vào (4) ta có :

$$L(Cr^2\omega^2 + \frac{1}{C}) = R_2 R_3 \Rightarrow L = \frac{C R_2 R_3}{C^2 r^2 \omega^2 + 1} \text{ và từ đó } R = \frac{C^2 r \omega^2 R_2 R_3}{1 + C^2 r^2 \omega^2}$$

Áp dụng bằng số : $L = 0,1H$; $R = 100\Omega$.

CHỦ ĐỀ 4

4.1. a) K đóng. Chọn q_1, q_2 của hai bản cực và chọn chiều dương cho mỗi đoạn mạch như hình 4.1G. Ta có hệ phương trình :

$$i_1 = q_1; i_2 = q_2 \quad (1)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (2)$$

$$u_{DB} = \frac{q_2}{C_2} = L i_3 \quad (3)$$

$$u_{AD} + u_{DB} + u_{BA} = 0$$

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} - \mathcal{E} = 0 \quad (4)$$

Giai hệ phương trình trên

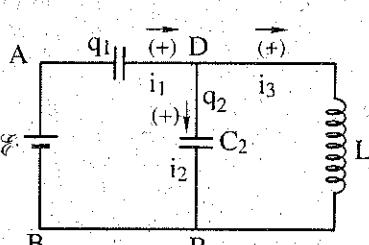
$$\text{Đạo hàm phương trình (4)}: \frac{q_1'}{C_1} + \frac{q_2'}{C_2} = 0$$

$$\frac{q_1''}{C_1} = -\frac{q_2''}{C_2} \Rightarrow q_1'' = -\frac{C_1}{C_2} q_2'' \quad (5)$$

Đạo hàm các phương trình (1) và (2) ta được

$$i_3 = i_1' - i_2' = q_1'' - q_2'' \quad (6)$$

Thay (6) và (5) vào (3) :



Hình 4.1G

$$\frac{q_2}{C_2} = L(q_1'' - q_2'') = -L\left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right)q_2''$$

$$\text{Suy ra: } q_2'' + \frac{1}{L(C_1 + C_2)}q_2 = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

$$q_2 = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Kết hợp với (4): } q_1 = -\frac{C_1}{C_2}q_2 + C_1\mathcal{E}$$

Tại $t = 0$ (K bắt đầu đóng) :

$$\begin{cases} q_1 = q_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \mathcal{E} & (\text{Hai tụ mắc nối tiếp}) \\ i_1 = i_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } A \cos \varphi = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \mathcal{E} \Rightarrow \cos \varphi > 0$$

$$-A\omega \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ và } A = \frac{C_1 C_2 \mathcal{E}}{C_1 + C_2}$$

$$q_2 = \frac{C_1 C_2 \mathcal{E}}{C_1 + C_2} \cos \omega t$$

$$q_1 = -\frac{C_1^2 \mathcal{E}}{C_1 + C_2} \cos \omega t + C_1 \mathcal{E}$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = q_1 - q_2 = C_1 \mathcal{E} \omega \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{b) } q_{2\max} = \frac{C_1 C_2 \mathcal{E}}{C_1 + C_2}$$

$$q_{1\max} \text{ khi } \cos \omega t = -1. \text{ Khi ấy } q_{1\max} = \frac{C_1 \mathcal{E}(2C_1 + C_2)}{C_1 + C_2}$$

$$i_{3\max} = C_1 \mathcal{E}\omega = \frac{C_1 \mathcal{E}}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

4.2. a) Khi đóng K (Hình 4.2G)

Chọn điện tích của hai bản cực và chiều dương như hình 4.2G. Ta có :

$$i = -q'_1 = q'_2 \quad (1)$$

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$

$$\frac{q_2}{C} + L i' - \frac{q_1}{C} = 0 \quad (2)$$

Định luật bảo toàn điện tích :

$$q_1 + q_2 = q_{10} = C\mathcal{E} \quad (3)$$

Giải hệ phương trình trên :

$$\text{Đạo hàm phương trình (1)} : i' = -q''_1 = q''_2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3)} : q_1 = C\mathcal{E} - q_2 \quad (5)$$

Thay (4), (5) vào (2) :

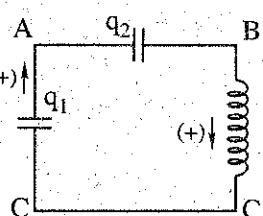
$$\frac{q_2}{C} + Lq''_2 - \mathcal{E} + \frac{q_2}{C} = 0$$

$$q''_2 + \frac{2}{LC}q_2 - \frac{\mathcal{E}}{L} = 0$$

$$\left(q_2 - \frac{\mathcal{E}}{2} \right)' + \frac{2}{LC} \left(q_2 - \frac{\mathcal{E}}{2} \right) = 0$$

$$\text{Suy ra : } \omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} ; q_2 - \frac{\mathcal{E}}{2} = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{hay } q_2 = A \cos(\omega t + \varphi) + \frac{\mathcal{E}}{2}$$



Hình 4.2G

$$t = 0 \begin{cases} q_2 = A \cos \varphi + \frac{\mathcal{E}C}{2} = 0 \Rightarrow \cos \varphi < 0 \\ i = -A\omega \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \varphi = \pi \text{ và } A = \frac{\mathcal{E}C}{2}.$$

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}C}{2} \cos(\omega t + \pi) + \frac{\mathcal{E}C}{2}$$

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}C}{2} (1 - \cos \omega t)$$

$$q_1 = \mathcal{E}C - q_2 = \frac{\mathcal{E}C}{2} (1 + \cos \omega t)$$

$$\text{b) } dq = idt = (-q'_1)dt = \frac{\mathcal{E}C\omega}{2} \sin \omega t dt$$

$$\Delta q = 4 \int_0^{\frac{T}{4}} dq = 2\mathcal{E}C\omega \int_0^{\frac{T}{4}} \sin \omega t dt = -2\mathcal{E}C \int_0^{\frac{T}{4}} d \cos \omega t = 2\mathcal{E}C$$

Áp dụng bằng số :

$$q_1 = 1,5(1 + \cos 2\sqrt{2} \cdot 10^4 t)(\mu C)$$

$$q_2 = 1,5(1 - \cos 2\sqrt{2} \cdot 10^4 t)(\mu C)$$

$$\Delta q = 6\mu C$$

4.3. a) Khi đóng K, do $u_{NP} > 0$ nên có dòng qua diốt. Ta có mạch dao động.

Chọn q_1, q_2 là điện tích của hai bản cực của hai tụ, chọn chiều dương cho các đoạn mạch (Hình 4.3G). Ta có hệ phương trình :

$$i_1 = q'_1 ; i_2 = q'_2 \quad (1)$$

$$i_1 + i_3 = i_2 \quad (2)$$

$$Li_3 + \frac{q_2}{C_2} = \mathcal{E} \quad (3)$$

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \mathcal{E} \quad (4)$$

Giải hệ phương trình trên :

Đạo hàm theo thời gian phương trình (4)

$$\frac{q_1'}{2C} + \frac{q_2'}{C} = 0 \Rightarrow q_1' = -2q_2' \quad (5)$$

$$i_1 = -2i_2$$

$$\text{Kết hợp (5) với (2) : } i_3 = i_2 - i_1 = 3i_2 \quad (6)$$

Đạo hàm theo thời gian phương trình (3) :

$$Li_3'' + \frac{q_2'}{C} = 0$$

$$Li_3'' + \frac{i_2'}{C} = 0$$

Kết hợp với (6), ta được :

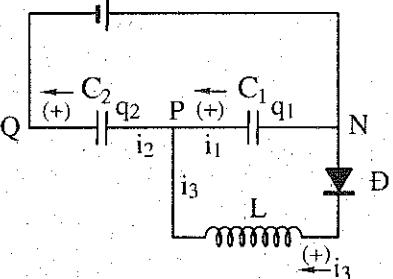
$$i_3'' + \frac{1}{3LC} i_3 = 0$$

$$\text{Suy ra : } \omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$$i_3 = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$t = 0 \begin{cases} i_3 = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ i_3' = -A\omega \sin \phi \\ Li_3'' = -LA\omega \sin \phi = u_{NP} = \frac{\mathcal{E}}{3} \Rightarrow \sin \phi < 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \phi = -\frac{\pi}{2}$$



Hình 4.3G

$$A = \frac{\mathcal{E}}{3L\omega} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{3LC}}$$

$$i_3 = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{3LC}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_{NP} = Li_3 = -\frac{\mathcal{E}}{3} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

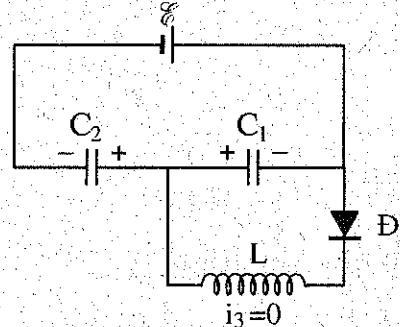
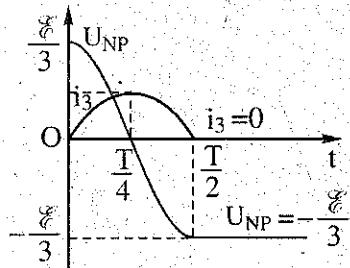
$$u_{NP} = \frac{\mathcal{E}}{3} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}}t\right)$$

b) Sau $\frac{1}{2}T$ kể từ khi đóng K thì i_3 qua cuộn cảm bằng 0.

Khi $t > \frac{T}{2}$ thì $i_3 < 0$ dòng điện i_3 đổi chiều. Khi ấy diốt đóng lại và mạch điện

bị ngắt $i_3 = 0$ và $u_{NP} = \frac{\mathcal{E}}{3}$ (Hình 4.4G).

c)



Hình 4.4G

4.4. Chọn q là điện tích của bản A, chọn chiều dương cho các đoạn mạch như hình 4.5G.

a) Khi mạch đang dao động, ta có hệ phương trình :

$$i = q' \quad (1)$$

$$i + i_1 + i_2 = 0 \quad (2)$$

$$u_{AB} = \frac{q}{C} = L_1 i_1 = L_2 i_2 \quad (3)$$

Giai hệ phương trình trên.

Đạo hàm theo thời gian phương trình (2)

$$i' + i'_1 + i'_2 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3): } i'_2 = \frac{L_1 i_1}{L_2} = \frac{1}{2} i'_1 \quad (5)$$

$$\text{Thay (5) vào (4): } i' + i'_1 + \frac{1}{2} i'_1 = 0 \Rightarrow i'_1 = -\frac{2}{3} i' \quad (6)$$

$$\text{Thay (6) vào (3): } \frac{q}{C} = -\frac{2L_1}{3} i'$$

$$q'' + \frac{3}{2LC} q = 0$$

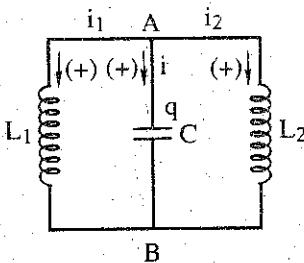
$$\text{Suy ra: } \omega = \sqrt{\frac{3}{2LC}} \text{ hay } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2LC}{3}}$$

$$\text{b) } q = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$i = -A \omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$\begin{cases} q = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ i_2 = 0 \\ i_1 = I_1 \\ i = -(i_1 + i_2) = -I_1 = -A \omega \sin \phi \Rightarrow \sin \phi > 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \phi = \frac{\pi}{2} \text{ và } A = \frac{I_1}{\omega}$$



Hình 4.5G

$$\text{Vậy } q = \frac{I_1}{\omega} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$i = q' = -I_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Theo (6): } i'_1 = -\frac{2}{3} i' = \frac{2}{3} I_1 \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$i_1 = \frac{2}{3} I_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + K$$

$$t=0: i_1 = \frac{2}{3} I_1 \sin \frac{\pi}{2} + K = I_1 \Rightarrow K = \frac{1}{3} I_1$$

$$i_1 = \frac{I_1}{3} (2 \cos \omega t + 1)$$

$$\text{Theo (2): } i_2 = -(i + i_1) = -\left(-I_1 \cos \omega t + \frac{2I_1}{3} \cos \omega t + \frac{I_1}{3}\right)$$

$$i_2 = \frac{I_1}{3} (\cos \omega t - 1)$$

$$\text{c) } u_{C_{\max}} = \frac{I_1}{C \omega} = I_1 \sqrt{\frac{2L}{3C}}$$

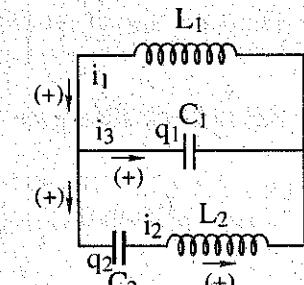
4.5. a) Ta hãy xét vào lúc mạch đang dao động. Chọn q_1, q_2 là điện tích của hai bát cực và chọn chiều dương cho các đoạn mạch như hình 4.6G. Ta có hệ phương trình:

$$i_3 = q'_1; i_2 = q'_2 \quad (1)$$

$$i_1 = i_3 + i_2 \quad (2)$$

$$\frac{q_1}{C_1} = -L_1 i'_1 \quad (3)$$

$$\frac{q_2}{C_2} + L_2 i'_2 = \frac{q_1}{C_1} \quad (4)$$



Hình 4.6G

Giải hệ phương trình : Thay (2) và (1) vào (3) :

$$\frac{q_1}{2} = -LC(i_3 + i_2) = -LC(q_1'' + q_2'') \quad (5)$$

Thay (1) vào (4) :

$$q_2 + 2LCq_2'' = \frac{q_1}{2} \quad (6)$$

Tìm tần số của mạch dao động. Giả sử ω là một tần số cơ bản của mạch, ta có :

$$q_1'' = -\omega^2 q_1 \text{ và } q_2'' = -\omega^2 q_2$$

Thay vào (5) và (6) ta được :

$$\frac{q_1}{2} = +LC\omega^2(q_1 + q_2) \Rightarrow q_1(1 - 2LC\omega^2) = 2LC\omega^2 q_2 \quad (7)$$

$$q_2 - 2LC\omega^2 q_2 = \frac{q_1}{2} \Rightarrow q_2(1 - 2LC\omega^2) = \frac{q_1}{2} \quad (8)$$

Nhân (7) với (8) vế với vế, ta được :

$$(1 - 2LC\omega^2)^2 = LC\omega^2 \\ \Rightarrow \begin{cases} LC\omega^2 = 1 \\ LC\omega^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4LC}} \end{cases}$$

$$\text{Thay } \omega_1 \text{ vào (7) ta được : } -q_1 = 2q_2 \quad (9)$$

$$\text{Thay } \omega_2 \text{ vào (7) ta được : } q_1 = q_2 \quad (10)$$

Kết hợp với điều kiện ban đầu $t = 0$

$$\begin{cases} q_{10} = -2U_0C \\ q_{20} = U_0C \end{cases}$$

ta suy ra mạch dao động với tần số $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

b) $q_1 = A \cos(\omega t + \phi)$

tại $t = 0$: $q_1 = A \cos \phi = -2U_0C \Rightarrow \cos \phi < 0$

$$q_1 = i_3 = -A\omega \sin \phi = 0 \Rightarrow \sin \phi = 0$$

Suy ra : $\phi = \pi$ và $A = 2U_0C$.

$$q_1 = 2U_0C \cos(\omega_1 t + \pi)$$

$$\text{Theo (9) : } q_2 = -U_0C \cos(\omega_1 t + \pi) = U_0C \cos \omega_1 t.$$

$$i_2 = q_2' = -U_0C \omega \sin \omega_1 t = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow i_{2\max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$i_3 = q_1' = -2U_0C \omega \sin(\omega_1 t + \pi) = 2U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \omega_1 t$$

$$i_3 = -2U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos(\omega_1 t + \frac{\pi}{2})$$

$$i_1 = i_3 + i_2 = -U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{c) } i_{1\max} = i_{2\max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$i_{1\max} \text{ và } i_{2\max} \text{ khi } \omega_1 t = \frac{\pi}{2} \text{ hay khi } t = \frac{\pi}{2\omega_1} = \frac{\pi}{2\sqrt{LC}}$$

4.6. K đóng, dòng điện ổn định có giá trị $I = \frac{\mathcal{E}}{r}$, thì trong mạch dao động chỉ có

năng lượng của cuộn dây $W = \frac{LI^2}{2}$ (tụ điện không tích điện vì $V_A = V_B$). Mở K, trong mạch LC có dao động. Khi hiệu điện thế của tụ điện đạt cực đại thì toàn bộ năng lượng là của tụ và bằng $\frac{1}{2}CU_{\max}^2 = \frac{1}{2}Cn^2\mathcal{E}^2$.

Áp dụng định luật bảo toàn cho mạch trong dao động ta có :

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}Cn^2\mathcal{E}^2.$$

$$\text{Thế } I = \frac{\mathcal{E}}{r} \text{ ta được } \frac{L}{r^2} = Cn^2. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác chu kỳ dao động : } T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{C \cdot 4\pi^2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) tìm được : $C = \frac{T}{2\pi m}$, và $L = \frac{Trn}{2\pi}$.

4.7. Khi đóng khóa K, dòng điện không đi qua diốt D, tụ không được nạp điện.

Trong thời gian này $u_{AB} = \mathcal{E} = L \frac{di}{dt} \Rightarrow di = \frac{\mathcal{E}}{L} dt$, dòng điện qua cuộn dây tăng tuyến tính theo thời gian, cho đến thời điểm ngắt K. Khi ngắt K, dòng điện đạt giá trị $I = \frac{\mathcal{E}t_0}{L}$ (Hình 4.7Ga). Ngay sau khi ngắt K, trong mạch LC xảy ra dao động. Gọi q là điện tích của bản B, chọn chiều dương như hình 4.7Gb

$$i = q'$$

$$u_{AB} = Li' = -\frac{q}{C}$$

$$\text{Suy ra: } q'' + \frac{1}{LC} q = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ hay } T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$q = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$i = q' = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$\begin{cases} q = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ i = -A\omega \sin \phi = I = \frac{\mathcal{E}t_0}{L} \Rightarrow \sin \phi < 0 \end{cases}$$

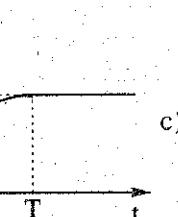
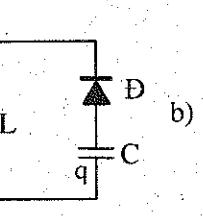
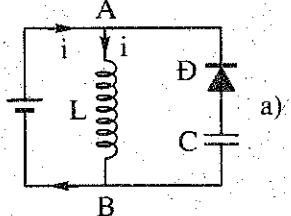
$$\text{Suy ra: } \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = \frac{\mathcal{E}t_0}{L\omega}$$

$$q = \frac{\mathcal{E}t_0}{L\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$u_C = u_{BA} = \frac{\mathcal{E}t_0}{CL\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{\mathcal{E}t_0}{\sqrt{LC}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Sau $\frac{1}{4}T$ thì $U_{C\max}$ nhưng tụ không phóng điện được vì diốt đóng. Ta có đồ

thi hình 4.7Gc.



Hình 4.7G

4.8. Ban đầu khi K đóng, chỉ có nguồn \mathcal{E}_1 nạp điện cho tụ. Ta có mạch dao động LC (Hình 4.8G)

$$i = q'$$

$$\mathcal{E}_1 = Li' + \frac{q}{C} = Lq'' + \frac{q}{C}$$

$$q'' + \frac{1}{LC} q - \frac{\mathcal{E}_1}{L} = 0$$

$$(q - \mathcal{E}_1 C)'' + \frac{1}{LC}(q - \mathcal{E}_1 C) = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ và } q = A \cos(\omega t + \phi) + \mathcal{E}_1 C$$

$$t = 0 \begin{cases} q = 0 \Rightarrow A \cos \phi + \mathcal{E}_1 C = 0 \Rightarrow \cos \phi < 0 \\ i = 0 \Rightarrow A\omega \sin \phi = 0 \Rightarrow \sin \phi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi = \pi$$

$$q = \mathcal{E}_1 C(1 - \cos \omega t)$$

Khi $u_C = \mathcal{E}_2$ thì diốt mở. Gọi I_0 là dòng điện qua L lúc đó :

Bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2}LI_0^2 + \frac{1}{2}\mathcal{E}_2^2 C = (\mathcal{E}_2 C)\mathcal{E}_1 \quad (1)$$

Khi diốt mở, điện tích chạy vào nguồn \mathcal{E}_2 cho đến khi dòng qua L bằng 0 :

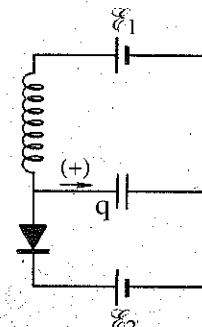
$$\frac{1}{2}LI_0^2 = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)\Delta q \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\Delta q = \frac{\mathcal{E}_2 C(2\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{2(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}$$

$$4.9. 1. a) i_1 = -q'_1; i_2 = -q'_2; i_3 = -q'_3 \quad (1)$$

$$b) u_{AB} = -Li'_1 + \frac{q_1}{C} \quad (2)$$



Hình 4.8G

$$u_{AB} = \frac{q_2}{C} \quad (3)$$

$$u_{AB} = -Li_3 + \frac{q_3}{C} \quad (4)$$

2. Xét nút A :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (5)$$

$$i_1'' + i_2'' + i_3'' = 0 \quad (6)$$

Từ (2) = (3) và kết hợp với (1) ta có :

$$\frac{q_2}{C} = -Li_1'' + \frac{q_1}{C} = -Li_1'' - \frac{i_1}{C}$$

Từ (3) = (4) và kết hợp với (1), ta có :

$$\frac{q_2}{C} = -Li_3'' + \frac{q_3}{C} = -Li_3'' - \frac{i_3}{C}$$

$$\frac{i_2''}{C} = -\frac{1}{2}[L(i_1'' + i_3'') + \frac{i_1 + i_3}{C}]$$

$$i_2'' + \frac{3}{LC}i_2 = 0 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{3}{LC}}$$

$$i_2 = A \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

3. $i_1 + i_3 = -i_2 = -A \cos(\omega_1 t + \phi_1)$

Từ (2) = (4) và kết hợp với (1), ta có :

$$-Li_1'' + \frac{q_1}{C} = -Li_3'' + \frac{q_3}{C}$$

$$(i_1'' - i_3'') + \frac{(i_1 - i_3)}{LC} = 0 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$i_1 - i_3 = B \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (7)$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{1}{2}[-A \cos(\omega_1 t + \phi_1) + B \cos(\omega_2 t + \phi_2)]$$

$$i_3 = \frac{1}{2}[-A \cos(\omega_1 t + \phi_1) - B \cos(\omega_2 t + \phi_2)]$$

4. Hai trường hợp đặc biệt :

- Khi $B = 0$: $i_1 = i_3 = -I_{01} \cos(\omega_1 t + \phi_1)$

- Khi $A = 0$: $i_1 = -i_3 = I_{02} \cos(\omega_2 t + \phi_2)$.

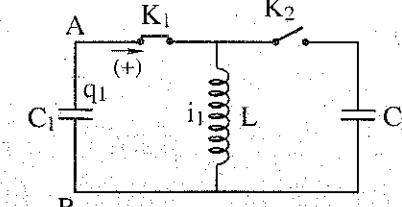
(Khi ấy $i_2 = 0$, đoạn mạch 2 không tham gia vào dao động).

4.10. 1. a) Đóng K₁. Ta có mạch dao động LC. Chọn q₁ và chọn chiều dương như ở hình 4.9G

$$i_1 = -q_1'$$

$$\frac{q_1}{C_1} = Li_1'$$

$$\frac{q_1'}{C_1} = Li_1'' \Rightarrow i_1'' + \frac{1}{LC_1}i_1 = 0$$



Hình 4.9G

Suy ra $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và $i = A \cos(\omega_0 t + \phi)$.

Khi $t = 0$ $\begin{cases} i = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ Li' = -LA\omega_0 \sin \phi = U_0 \Rightarrow \sin \phi < 0 \end{cases}$

Suy ra : $\phi = -\frac{\pi}{2}$ và $A = \frac{U_0}{L\omega_0} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$i_1 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})$$

$$b) \frac{q_1}{C} = Li' = -LA\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$q_1 = -U_0 C_1 \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) = U_0 C_1 \cos \omega t$$

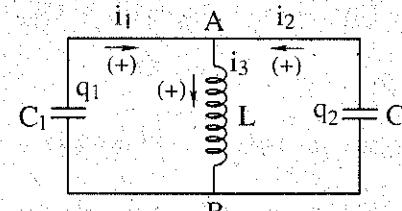
2. a) K đóng tại $t = t_1 = \frac{3T_0}{4}$. Khi ấy ta có điều kiện ban đầu (Hình 4.10G)

$$q_1 = q_2 = 0 \text{ và } I_L = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Sau khi đóng K₂ ta có mạch dao động.

$$i_1 = -q_1'; \quad i_2 = -q_2'$$

$$i_1 + i_2 = i_3$$



Hình 4.10G

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow q_1 = q_2 \Rightarrow q'_1 = q'_2 \Rightarrow i_1 = i_2$$

$$\frac{q_1}{C_1} = Li_3 = L(i_1 + i_2) \Rightarrow \frac{q_1}{C} = 2Li_1'' = -2Lq_1''$$

$$q_1'' + \frac{1}{2LC}q_1 = 0$$

Suy ra: $\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ và $q_1 = q_2 = Q_m \cos[\omega(t - t_1) + \phi]$

Để tìm $q_{1\max} = q_{2\max} = Q_m$ ta dùng phương pháp năng lượng

$$2 \cdot \frac{1}{2} \frac{(Q_m)^2}{C} = \frac{1}{2} L \left(U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \right)^2$$

$$\Rightarrow Q_m = \frac{CU_0}{\sqrt{2}}$$

Để tìm ϕ ta xét $i_2 = q'_2 = 0 \Rightarrow \phi = 0$

Vậy $q_2 = \frac{CU_0}{\sqrt{2}} \cos \omega(t - t_1)$

b) K₂ đóng tại $t_2 = T_0$. Khi ấy xảy ra sự phân bố lại một cách tức thời điện tích cho hai tụ:

$$q_{10} = q_{20} = \frac{CU_0}{2} \text{ còn } i_L = 0$$

Sau đó trong mạch xảy ra dao động điện từ. Theo câu 2a, ta viết:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}; q_1 = q_2 = Q_m \cos[\omega(t - t_2) + \phi] \text{ và}$$

$$i_1 = i_2 = -Q_m \omega \sin[\omega(t - t_2) + \phi]$$

Tại $t = t_2$: $q_1 = q_2 = Q_m$

$$i_1 = i_2 = 0$$

Suy ra: $q_2 = \frac{CU_0}{2} \cos \omega(t - t_2)$

3. Đã xảy ra sự mất mát năng lượng dưới dạng nhiệt (do điện trở dù rất nhỏ) và dưới dạng bức xạ điện từ (do đóng K₂)

$$E_0 = \frac{1}{2} CU_0^2$$

$$E = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{(CU_0)^2}{4C} = \frac{1}{4} CU_0^2$$

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{1}{4} CU_0^2$$

4.11. 1. a) Đóng K₁ vào chốt 1 (Hình 4.11Ga)

$$q_{10} = q_{20} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_0 = \frac{2U_0 C}{3}$$

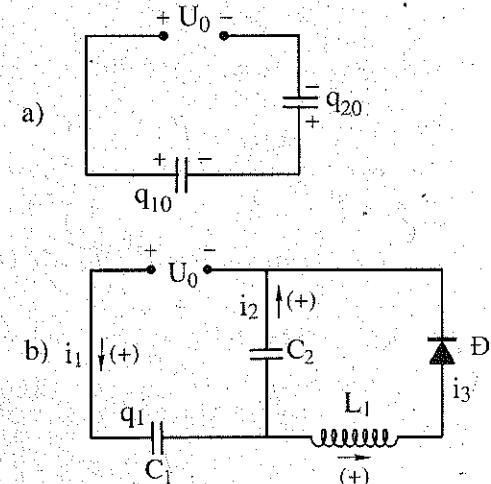
Sau đó đóng K₂ (Hình 4.11Gb). Ta có mạch dao động. Chọn q₁, q₂ và chiều dương như ở hình 4.11Gb

$$i_1 = q'_1; i_2 = q'_2$$

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{2C} = U_0$$

$$q_1 + \frac{q_2}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} i_1 + \frac{i_2}{2} = 0 \\ i_1 = -\frac{i_2}{2} \\ i_2 = -\frac{2i_3}{3} \end{cases}$$



Hình 4.11G

$$\frac{q_2}{2C} = Li_3$$

$$\frac{q'_2}{2C} = Li_3'' \Rightarrow \frac{i_2}{2C} = Li_3'' \Rightarrow -\frac{i_3}{3C} = Li_3''$$

$$i_3'' + \frac{1}{3LC}i_3 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$$i_3 = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$t=0 \begin{cases} i_3 = A \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \\ Li_3' = -LA\omega \sin \varphi = \frac{q_{20}}{2C} = \frac{U}{3} \Rightarrow \sin \varphi < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = \frac{U_0}{3L\omega} = U_0 \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$i_3 = U_0 \sqrt{\frac{C}{3L}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Cường độ cực đại qua } L_1 \text{ bằng } U_0 \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

b) Sau $\frac{1}{2}T$ thì $i_3 = 0$. Điện dòng và nó không cho dòng điện nghịch qua. Vậy

khi $t \geq \frac{T}{2}$ thì $i_3 = 0$ (Hình 4.12G).

$$q_2 = \frac{2U_0C}{3} \cos \omega t$$

$$\text{Tại } t = \frac{T}{2} \text{ thì } q_2 = -\frac{2U_0C}{3} \text{ và } U_2 = -\frac{U_0}{3}$$

$$U_1 + U_2 = U_0$$

$$U_1 - \frac{U_0}{3} = U_0 \Rightarrow U_1 = \frac{4U_0}{3}$$

2. a) Ta có mạch dao động C_1L_2 với tụ C_1 được tích điện đến $U_1 = \frac{4U_0}{3}$.

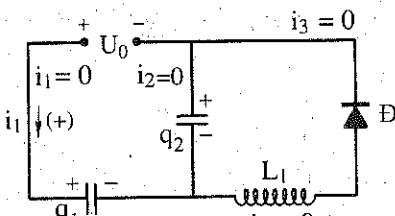
Trước khi đóng tiếp K_3 , ta có (Hình 4.13G) :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \text{ hay } T = 2\pi\sqrt{2LC}$$

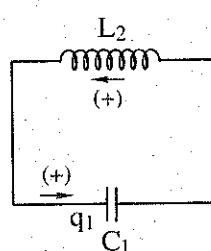
$$q_1 = \frac{4CU_0}{3} \cos \omega t$$

$$i_{L_2} = q_1' = -\frac{4CU_0\omega}{3} \sin \omega t$$

$$\text{Khi } \Delta t = \frac{\pi\sqrt{2LC}}{3} = \frac{T}{6} \text{ thì } \sin \omega t = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Hình 4.12G



Hình 4.13G

$$i_{L_2} = -\frac{4CU_0\omega \sqrt{3}}{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} CU_0 \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

$$i_{L_2} = -U_0 \sqrt{\frac{2C}{3L}}$$

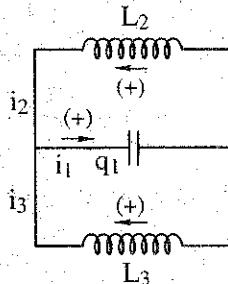
Dòng điện i_{L_2} chạy ngược chiều dương và có độ lớn bằng $U_0 \sqrt{\frac{2C}{3L}}$.

b) Khi đóng tiếp K_3 ta có mạch dao động như hình

4.14G. Tại thời điểm đóng K_3 ta có :

$$I_{20} = -U_0 \sqrt{\frac{2C}{3L}}$$

$$Q_{10} = \frac{2U_0C}{3}$$



Hình 4.14G

Chọn chiều dương như hình 4.14G. Khi điện tích của tụ đạt cực đại thì $i_1 = q_1 = 0$ và $i_2 + i_3 = 0$

hay $i_2 = -i_3 = I$

$$\text{Mặt khác : } L_2 \frac{di_2}{dt} = L_3 \frac{di_3}{dt} \Rightarrow 2di_2 = 3di_3 \Rightarrow 2(I - I_{20}) = 3(-I - 0)$$

$$\Rightarrow I = \frac{2}{5} I_{20} = -\frac{2}{5} \left(-U_0 \sqrt{\frac{2C}{3L}} \right) = \frac{2U_0}{5} \sqrt{\frac{2C}{3L}}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{2LI^2}{2} + \frac{3LI^2}{2} + \frac{Q_{\max}^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} + \frac{1}{2}(2L)I_{20}^2$$

$$\text{Suy ra : } Q_{\max} = \frac{2\sqrt{14}CU_0}{3\sqrt{5}}$$

4.12. Cách giải I

a) Gọi điện tích của các tấm 1, 2, 3, 4 lần lượt là q_1, q_2, q_3, q_4 .

Chọn chiều dương cho các vectơ điện trường gây ra bởi các tấm và chiều dương của dòng điện như ở hình 4.15G.

Theo định luật bảo toàn điện tích ta có :

$$q_3 = -q_1, \text{ và } q_4 = -q_2 \quad (1)$$

$$\mathcal{E} = u_{13} = u_{12} + u_{23} = E_{12}d + E_{23}d \quad (2)$$

Theo nguyên lý chồng chất điện trường, ta có :

$$E_{12} = \frac{q_1 - q_2 + q_1 + q_2}{2\epsilon_0 S} \text{ và } E_{23} = \frac{q_1 + q_2 + q_1 + q_2}{2\epsilon_0 S}$$

Thay vào (2) ta được :

$$\mathcal{E} = \frac{(2q_1 + q_2)d}{\epsilon_0 S} \Rightarrow q_1 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{2d} - \frac{q_2}{2} \quad (3)$$

Đạo hàm (3) ta được :

$$2q_1 = -q_2 \quad (4)$$

$$u_{24} = u_{23} + u_{34} = E_{23}d + E_{34}d$$

$$Li' = \left(\frac{q_1 + q_2 + q_1 + q_2}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_1 + q_2 - q_1 + q_2}{2\epsilon_0 S} \right) d$$

$$Li' = \frac{(2q_2 + q_1)d}{\epsilon_0 S} \quad (5)$$

$$i = -q'_2 \Rightarrow i' = -q''_2 \quad (6)$$

Thay (6) và (3) vào (5) ta được :

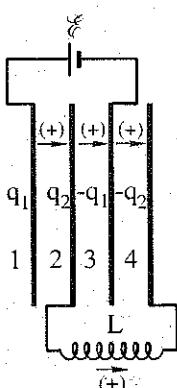
$$-Lq''_2 = \frac{3d}{2\epsilon_0 S}q_2 + \frac{\mathcal{E}}{2} \Rightarrow q''_2 + \frac{3d}{2\epsilon_0 SL}q_2 + \frac{\mathcal{E}}{2L} = 0$$

$$\text{Đặt } q_2 + \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d} = q_2^* \Rightarrow q''_2 = q_2^{**}$$

$$q_2^{**} + \frac{3d}{2\epsilon_0 SL}q_2^* = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3d}{2\epsilon_0 SL}}$$

$$q_2^* = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$q_2 = A \cos(\omega t + \phi) - \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$



Hình 4.15G

$$t = 0 \begin{cases} q_2 = A \cos \phi - \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d} = 0 \Rightarrow \cos \phi > 0 \\ i = -q'_2 = A \omega \sin \phi = 0 \Rightarrow \sin \phi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi = 0; A = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$

$$q_2 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d} (\cos \omega t - 1) \Rightarrow q_4 = -q_2$$

$$i = -q'_2 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E} \omega}{3d} \sin \omega t = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E} \omega}{3d} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Khi ấy $q_2 = -\frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$ (tấm 2 mang điện tích âm).

Từ (3) suy ra : $q_1 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{6d} (4 - \cos \omega t) \Rightarrow q_3 = -q_1$.

b) $i_{\max} = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E} \omega}{3d}$ khi $\omega t = \frac{\pi}{2}$ hay $t = \frac{T}{4}$.

Khi ấy $q_1 = \frac{2\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$ (tấm 1 mang điện tích dương)

Ta vẽ lại mạch điện bao gồm các tụ, cuộn cảm và nguồn (Hình 4.16G). Từ hình vẽ ta suy ra :

$$q_{3b} = -q_4 = q_2 = -\frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$

$$q_{2a} = -q_1 = -\frac{2\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$

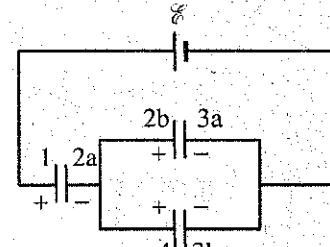
$$q_{2a} + q_{2b} + q_4 = 0$$

$$q_{2b} = -q_{2a} - q_4 = \frac{2\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d} - \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d} = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$

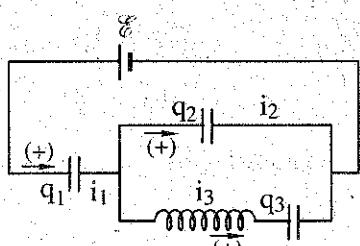
$$q_{3a} = -q_{2b} = -\frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{3d}$$

Cách giải 2.

a) Ta vẽ lại mạch điện như hình 4.17G



Hình 4.16G



Hình 4.17G

Khi mạch đang dao động, chọn q_1, q_2 và q_3 là điện tích của ba bản cực, chọn chiều dương

cho các đoạn mạch như hình vẽ. Ta có hệ phương trình :

$$i_1 = q_1; i_2 = q_2; i_3 = q_3 \quad (1)$$

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} = \mathcal{E} \text{ với } C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (2)$$

Định luật bảo toàn điện tích :

$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{q_2}{C} = Li_3 + \frac{q_3}{C} \quad (4)$$

Giai hệ phương trình.

$$\text{Đạo hàm (2)} : \frac{q'_1}{C} + \frac{q'_2}{C} = 0 \Rightarrow i_1 = -i_2 \quad (5)$$

$$\text{Đạo hàm (3)} : -q'_1 + q'_2 + q'_3 = 0$$

$$\text{Kết hợp với (1)} : -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 + i_3$$

$$\Rightarrow i_2 = -\frac{1}{2}i_3 \quad (6)$$

Đạo hàm (4) :

$$\frac{q'_2}{C} = Li''_3 + \frac{q''_3}{C}$$

$$\frac{i'_2}{C} = Li''_3 + \frac{i''_3}{C}$$

$$\text{Kết hợp với (6)} : i''_3 + \frac{3}{2LC}i_3 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3}{2LC}} = \sqrt{\frac{3d}{2\epsilon_0 SL}}$$

$$i_3 = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$Li_3 = -LA\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$t=0 \begin{cases} i_3 = A \cos \phi = 0 \Rightarrow \cos \phi = 0 \\ q_{30} = 0 \end{cases}$$

(vì cuộn cảm mắc nối tiếp với tụ C₃ nên tụ 1 và tụ 2 tích điện trước)

$$t=0 \begin{cases} q_{10} = q_{20} = \frac{C\mathcal{E}}{2} \Rightarrow U_{10} = U_{20} = \frac{\mathcal{E}}{2} \\ Li_3 = U_{20} = \frac{\mathcal{E}}{2} = -LA\omega \sin \phi \Rightarrow \sin \phi < 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra} : \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ và } A = \frac{\mathcal{E}}{2L\omega} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{6L}}$$

$$i_3 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{6L}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \mathcal{E}\sqrt{\frac{\epsilon_0 S}{6dL}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{b)} q'_3 = i_3 \Rightarrow q_3 = \frac{A}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) + K_3 \text{ (K là hằng số)}$$

$$t=0 : q_3 = \frac{A}{\omega} \sin(-\frac{\pi}{2}) + K = 0 \Rightarrow K_3 = \frac{A}{\omega} = \frac{\mathcal{E}C}{3}$$

$$q_3 = \frac{\mathcal{E}C}{3} [\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) + 1] = \frac{\mathcal{E}C}{3} (1 - \cos \omega t)$$

$$\text{Theo trên} : i_2 = -\frac{1}{2}i_3 = -\frac{1}{2}A \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$q_2 = -\frac{1}{2} \frac{A}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) + K_2$$

$$t=0 \Rightarrow q_2 = -\frac{A}{2\omega} \sin(-\frac{\pi}{2}) + K_2 = \frac{C\mathcal{E}}{2} \Rightarrow K_2 = \frac{\mathcal{E}C}{3}$$

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}C}{3} \left[1 - \frac{1}{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \right] = \frac{\mathcal{E}C}{6} (2 + \cos \omega t)$$

$$\text{Theo (3)} \quad q_1 = q_2 + q_3 = \frac{\mathcal{E}C}{6} (4 - \cos \omega t)$$

Theo hình 4.17G, ta có :

$$q_{\text{tâm 1}} = q_1 = \frac{\mathcal{E}C}{6} (4 - \cos \omega t)$$

$$q_{\text{tâm 4}} = q_3 = \frac{\mathcal{E}C}{3} (1 - \cos \omega t)$$

$$q_{\text{tâm 2}} = -q_1 + q_2 = -q_{\text{tâm 4}} = \frac{\mathcal{E}C}{3} (\cos \omega t - 1)$$

$$= q_{\text{tâm } 3} = -q_{\text{tâm } 1} = \frac{\mathcal{E}C}{6}(\cos \omega t - 4)$$

4.13.

- a) Mạch $L_1 C_1 C_2 L_2 R$ tương đương với mạch LRC như hình 4.18Ga với $L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ và $C = C_1 + C_2$.

Chọn chiều dương của các dòng điện như hình vẽ. Ta có giảm đồ Fre-nen như hình 4.18Gb.

$$I = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\mathcal{P} = I_1^2 R = \frac{U^2}{R} = \frac{I^2}{R \left(\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 \right)}$$

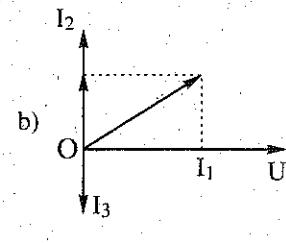
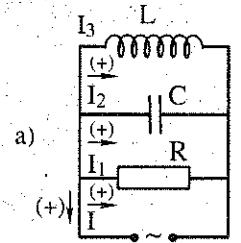
$$\mathcal{P}_{\max} = I^2 R \text{ khi } \omega_m = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\mathcal{P} = \frac{I^2 R}{2} = \frac{I^2}{R \left(\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 \right)}$$

$$\Rightarrow 2 = 1 + R^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2$$

$$I = R^2 \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} \omega^2 LC - \frac{\omega L}{R} - 1 = 0 \\ \omega^2 LC + \frac{\omega L}{R} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta\omega = \frac{\left(\frac{L}{R} + \sqrt{\frac{L^2}{R^2} + 4LC}\right) - \left(\sqrt{\frac{L^2}{R^2} + 4LC} - \frac{L}{R}\right)}{2LC} = \frac{1}{RC}$$



Hình 4.18G

$$\eta = \frac{f_m}{\Delta f} = \frac{\omega_m}{\Delta\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}} : \frac{1}{RC} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\text{Với } \begin{cases} C = C_1 + C_2 \\ L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_m}{\Delta f} = 150$$

a) K mở: chọn chiều dương và chọn q_1, q_2 như hình 4.19G.

Ta có: $i_{C_1} = q_1$; $i_{C_2} = q_2$

$$\begin{aligned} i &= i_1 - i_{C_1} \\ i_{C_2} &= i + i_2 \\ \Rightarrow i_{C_2} &= i_2 + i_1 - i_{C_1} \end{aligned} \quad (1)$$

Xét mạch:

$$\text{HCAF: } L_2 i_2 + \frac{q_1}{C_1} = 0 \Rightarrow L_2 i_2'' + \frac{i_{C_1}}{C_1} = 0$$

$$\text{HCBG: } L_2 i_2 + \frac{q_2}{C_2} = 0 \Rightarrow L_2 i_2'' + \frac{i_{C_2}}{C_2} = 0$$

$$\begin{cases} i_{C_1} = -L_2 C_1 i_2'' \\ i_{C_2} = -L_2 C_2 i_2'' \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} i_{C_1} = -L_2 C_1 i_2'' \\ i_{C_2} = -L_2 C_2 i_2'' \end{cases} \quad (3)$$

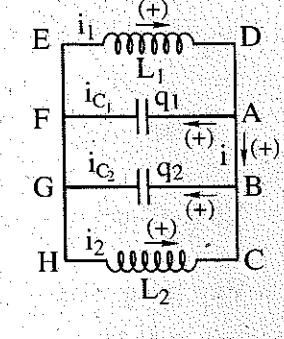
Xét mạch DCHE:

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_2}{dt} &= L_1 \frac{di_1}{dt} \Rightarrow d(L_2 i_2) - d(L_1 i_1) = 0 \\ \Rightarrow d(L_2 i_2 - L_1 i_1) &= 0 \Rightarrow L_2 i_2 - L_1 i_1 = K \quad (K \text{ là hằng số}) \\ \Rightarrow i_1 &= \frac{L_2 i_2 - K}{L_1} \end{aligned} \quad (4)$$

Khi $i_2 = i_{02}$ thì $i_1 = i_{01} \Rightarrow K = L_2 i_{02} - L_1 i_{01}$

Thay (2), (3), (4) vào (1), ta được:

$$-L_2 C_2 i_2'' = i_2 + \frac{L_2 i_2 - K}{L_1} + L_2 C_1 i_2'' = 0$$



Hình 4.19G

$$i_2'' + \frac{(L_1 + L_2)i_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)} - \frac{K}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)} = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} = 10^5 \text{ rad/s.}$$

c) $i_2 = I_0 \cos(\omega t + \phi) + \frac{K}{L_1 + L_2}$

$$i_{C_2} = -L_2 C_2 i_2'' = -L_2 C_2 (-\omega_0^2 I_0 \cos(\omega t + \phi))$$

$$i = i_{C_2} - i_2 = L_2 C_2 \omega_0^2 I_0 \cos(\omega t + \phi) - I_0 \cos(\omega t + \phi) - \frac{K}{L_1 + L_2}$$

$$\text{Vì } L_2 C_2 \omega^2 = 1 \text{ nên: } i = -\frac{K}{L_1 + L_2} = \frac{L_1 i_{01} - L_2 i_{02}}{L_1 + L_2} = -0,1 \text{ A}$$

Vậy trong đoạn AB luôn luôn có dòng không đổi và có chiều từ B → A:
 $i_{BA} = 0,1 \text{ A.}$

d) $i_1 = \frac{L_2 i_2 - K}{L_1} = \frac{1}{L_1} (L_2 I_0 \cos(\omega t + \phi) + \frac{L_2 K}{L_1 + L_2} - K)$

$$i_1 = I_1 \cos(\omega t + \phi) - \frac{K}{L_1 + L_2} \quad (I_1 = \frac{L_2 I_0}{L_1})$$

Tại thời điểm t_0 (gốc thời gian là lúc đóng K)

$$\begin{cases} I_1 \cos(\omega t + \phi) - \frac{K}{L_1 + L_2} = i_{01} = 0,2 \text{ A} \\ L_1 [-I_1 \omega \sin(\omega_0 t + \phi)] = U_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1^2 = \left(i_{01} + \frac{K}{L_1 + L_2} \right)^2 + \left(\frac{U_1}{\omega L_1} \right)^2 = 0,0416$$

⇒ Biến độ của dòng điện trong cuộn L_1 là: $I_1 = 0,204 \text{ A} \approx 0,20 \text{ A}$

4.14. a) Đóng K: Chọn q là diện tích của một bán cung và chọn chiều dương như hình 4.20G. Khi dòng điện chạy theo chiều dương ta có :

$$u_{AB} + u_{BD} + u_{DA} = 0$$

$$U_{gh} + Li' + u_C = 0 \quad (1)$$

$$i = q' = Cu_C$$

$$i' = q'' = Cu_C'' \quad (2)$$

$$\Rightarrow u_C'' + \frac{1}{LC} (u_C + U_{gh}) = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$u_C = U_m \cos(\omega t + \phi) - U_{gh}$$

$$t = 0 \begin{cases} u_C = U_m \cos \phi - U_{gh} = -U_0 \Rightarrow \cos \phi < 0 \\ i = q' = Cu_C' = CU_m \omega \sin \phi = 0 \Rightarrow \sin \phi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi = \pi \text{ và } U_m = U_0 - U_{gh}$$

$$u_C = (U_0 - U_{gh}) \cos(\omega t + \pi) - U_{gh}$$

$$i = -C(U_0 - U_{gh}) \omega \sin(\omega t + \pi) = C(U_0 - U_{gh}) \omega \sin \omega t$$

Trong $\frac{1}{2}T$ đầu, $i > 0$, và dòng điện qua D_1 . Sau $\frac{1}{2}T$ đầu thì $i < 0$ dòng

điện đổi chiều và qua D_2 còn D_1 đóng. Tại $t = \frac{T}{2}$ dòng điện bắt đầu đổi

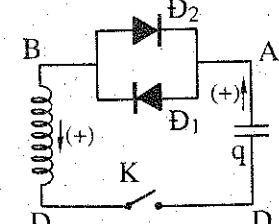
chiều và $u_C = U_0 - 2U_{gh} = U_1$. Trong $\frac{1}{2}T$ thứ hai thì phương trình (1) ở trên sẽ đổi thành :

$$u_C - U_{gh} + Li = 0 \quad (1b)$$

$$u_C'' - \frac{1}{LC} (u_C - U_{gh}) = 0$$

Chọn gốc thời gian là đầu nửa chu kỳ thứ hai, ta có nghiệm :

$$u_C = U_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{T}{2} \right) + \phi \right] + U_{gh}$$



Hình 4.20G

Tại $t = \frac{T}{2}$ $\begin{cases} u_C = U_m \cos \varphi + U_{gh} = U_0 - 2U_{gh} \Rightarrow \cos \varphi > 0 \\ i = Cu' = CU_m \omega \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \end{cases}$
 $\varphi = 0$ và $U_m = U_0 - 3U_{gh}$

$$u_C = (U_0 - 3U_{gh}) \cos(\omega t - \pi) + U_{gh}$$

Tại $t = T$: $u_C = -(U_0 - 4U_{gh})$

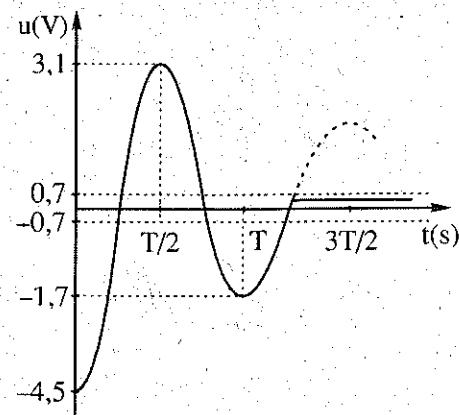
Vậy sau nửa chu kỳ thứ hai thì u_c đổi dấu và có biên độ giảm đi một lượng là $4U_{gh}$:

Suy rộng ra, sau n lần $\frac{T}{2}$ thì biên độ của u_C là $|U_C| = U_0 - 2nU_{gh}$

$$\text{Vì } |U_C| > U_{gh} \text{ nên } U_0 - 2nU_{gh} > U_{gh} \Rightarrow n < 3$$

Vậy sau 3 nửa chu kỳ thì dừng lại và u_c còn 0,3V.

c) Hình 4.21G



Hình 4.21G

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) - Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí THPT, Tập 2, Điện học 1, NXB Giáo dục 2007.
2. Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) - Tuyển tập bài tập Vật lí nâng cao THPT, Tập 3, Điện và điện từ, NXB Giáo dục 2004.
3. Vũ Thanh Khiết - Các bài toán Vật lí chọn lọc THPT, Tập 2, NXB Giáo dục 2005.
4. Vũ Thanh Khiết, Vũ Quang, Lê Thị Oanh - Bài tập Vật lí 11 (Dùng cho học sinh chuyên Vật lí), NXB Giáo dục, 2004.
5. Tạp chí Kvant (của Liên Xô cũ và của Nga hiện nay).
6. Các đề thi HSG của Liên Xô cũ và của Nga hiện nay.
7. Các đề thi HSG của Việt Nam.
8. Đề thi Olimpic Vật lí quốc tế.