

# Nhiều xạ ánh sáng

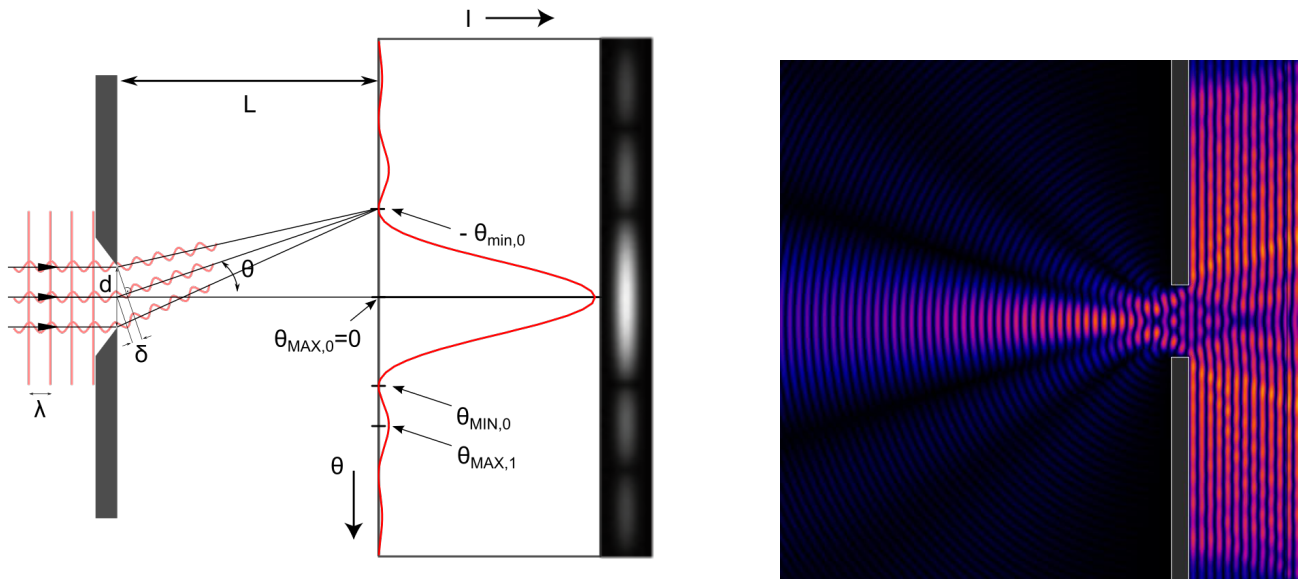
ZincMutation

Ngày 29 tháng 9 năm 2021

## Tóm tắt nội dung

Nhiều xạ là hiện tượng quan sát được khi sóng lan truyền qua khe nhỏ hoặc mép vật cản (rõ nhất với các vật cản có kích thước tương đương với bước sóng), trong đó sóng bị lệch hướng lan truyền, lan toả về mọi phía từ vị trí vật cản, và tự giao thoa với các sóng khác lan ra từ vật cản. Trong Vật lí cổ điển hiện tượng nhiễu xạ xảy ra do cách mà sóng được lan truyền; nó được mô tả bởi Nguyên lí Huyghens - Fresnel và Nguyên lí chồng chập. Sự truyền của sóng có thể được hình dung bằng cách coi mọi chất điểm trong môi trường truyền của đầu sóng là một nguồn điểm của một sóng cầu thứ cấp.

## 1 Nhiễu xạ sóng phẳng (Fraunhofer)



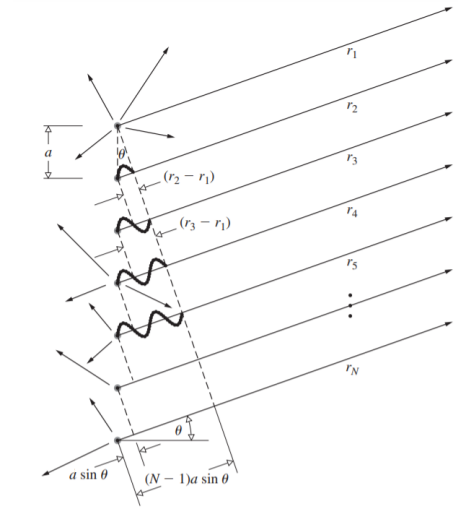
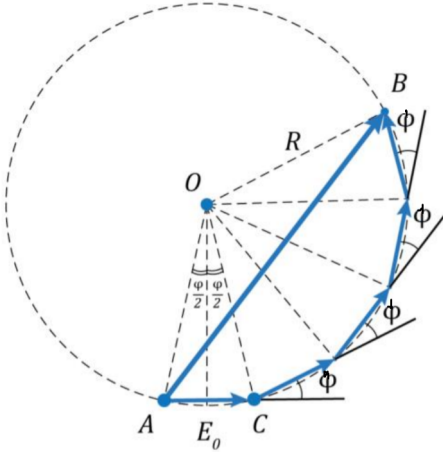
Hình 1: Nhiễu xạ của khe có độ rộng

## 1.1 Giao thoa của $N$ khe hẹp

Để tiếp cận đến hiện tượng giao thoa, đầu tiên ta sẽ tìm phân bố cường độ sáng trên màn của hệ  $N$  khe hẹp cách đều nhau một khoảng  $a$  nhỏ được lắp đặt như thí nghiệm Young.

Hiệu quang trình của hai tia sáng gần như song song là:  $\Delta l = a \sin \alpha \approx \frac{a}{D} \cdot y$ . Độ lệch pha của hai tia sáng của hai khe liên tiếp là:  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \frac{2\pi a}{D\lambda} \cdot y$

### \*Cách 1: Phương pháp giản đồ vector



Hình 2: Giản đồ vector của giao thoa  $N$  khe hẹp

Từ giản đồ, ta tính được bán kính của vòng tròn là:

$$R = \frac{E_0}{2 \sin \frac{\phi}{2}}.$$

Biên độ dao động của sóng tổng hợp trên màn là:

$$E_T = 2R \sin \frac{N\phi}{2} = E_0 \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}.$$

Cường độ sóng tổng hợp trên màn theo  $y$  là:

$$I = \frac{1}{2} \langle E_T^2 \rangle = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}.$$

### \*Cách 2: Phương pháp số phức

Sử dụng phương trình của Euler, ta sẽ chuyển hàm dao động thành hàm phức:

$$E^* = E_0 e^{i(kx - \omega t)} + E_0 e^{i(kx - \omega t + \phi)} + E_0 e^{i(kx - \omega t + 2\phi)} + \dots + E_0 e^{i(kx - \omega t + (N-1)\phi)}.$$

$$E^* = \sum_{n=0}^{N-1} E_0 e^{i(kx - \omega t + n\phi)} = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \cdot \frac{e^{iN\phi} - 1}{e^{i\phi} - 1} = E_0 e^{i(kx - \omega t + \frac{N-1}{2}\phi)} \cdot \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}.$$

Li độ sóng tổng hợp trên màn là:

$$E = \Re(E^*) = E_0 \cos \left( kx - \omega t + \frac{N-1}{2}\phi \right) \cdot \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}.$$

Cường độ sóng tổng hợp trên màn là:

$$I = \langle E^2 \rangle = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}.$$

Từ đó, ta có một công thức rất quan trọng về phân bố cường độ sáng trên màn là:

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}} = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{N\pi a}{\lambda D} \cdot y \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda D} \cdot y \right)}.$$

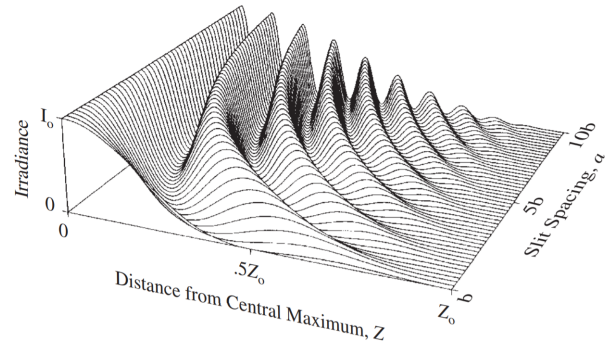
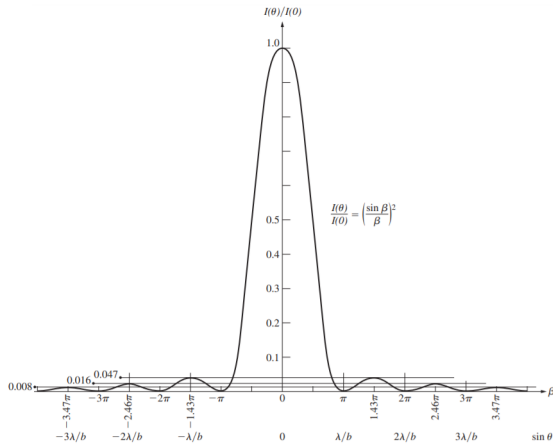
## 1.2 Nhiều xạ khe có độ rộng

Ta sẽ xét sự phân bố cường độ sáng trên màn của một khe có độ rộng  $b$  không nhỏ. Khi đó, ta sẽ coi như một khe có độ rộng là hệ vô số khe hẹp cách nhau một khoảng rất nhỏ  $a$ .

Điều đó có nghĩa là:  $b = N \cdot a$ ,  $N \rightarrow \infty$ .

Từ công thức phân bố cường độ ở phần 1.1, ta có:

$$I \approx N^2 I_0 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y \right)}{\left( \frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y \right)^2} = I(0) \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y \right).$$

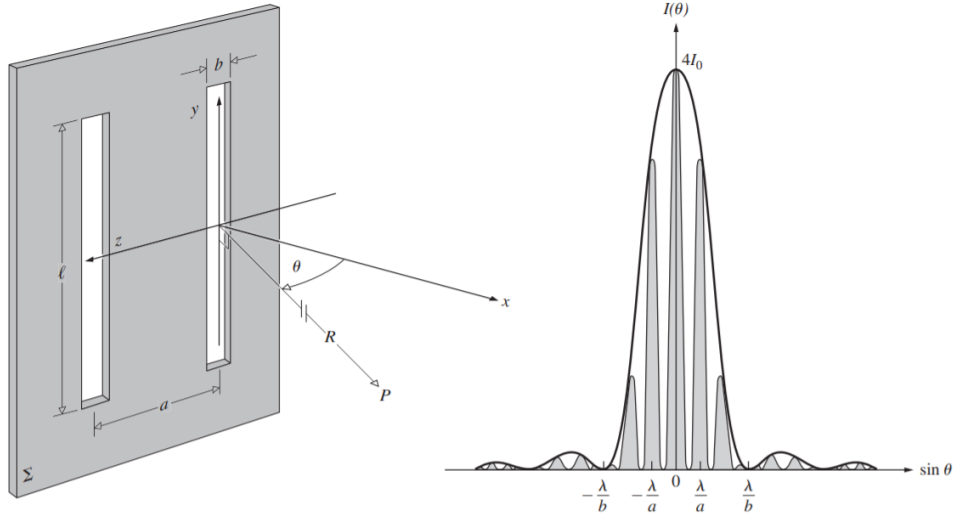


Hình 3: Phân bố cường độ sáng trên màn bởi nhiễu xạ một khe

Ta sẽ tìm được những cực đại nhiễu xạ khi ta đạo hàm hàm  $I$  theo biểu thức trong hàm lượng giác, sau một vài biến đổi ta tìm được tại đó:

$$\tan\left(\frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y\right) = \frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y$$

### 1.3 Nhiễu xạ của hai khe có độ rộng



Hình 4: Phân bố cường độ sáng trên màn bởi nhiễu xạ hai khe

Ta sẽ xét sự phân bố cường độ sáng trên màn của hệ hai khe có độ rộng  $b$  cách nhau một khoảng  $a$  sao cho  $b \ll a$ . Sau một vài phép biến đổi toán học đơn giản, ta có:

$$I = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda D} \cdot y\right) \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y\right).$$

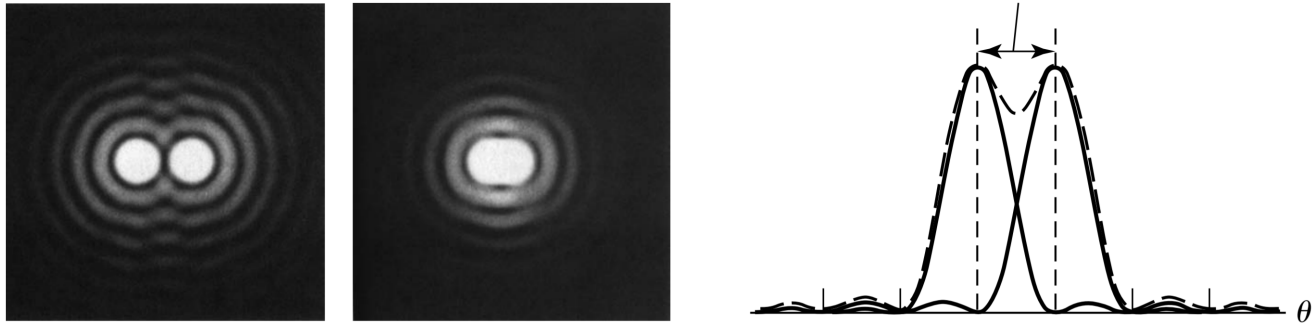
## 2 Độ phân giải của các dụng cụ quang học

Ta xét một dụng cụ quang học, ví dụ một vật kính có khẩu độ (đường kính) là  $D$  của một kính thiên văn. Rayleigh đã đề ra một tiêu chuẩn như sau: Hai ảnh nhiễu xạ còn có thể phân biệt được nếu tâm của cực đại trung tâm này nằm trên mép của cực đại trung tâm kia.

Từ đó, ta sẽ suy ra được góc trông nhỏ nhất  $\theta_m$  giữa hai ngôi sao mà ta còn có thể phân biệt được ảnh của chúng trong kính thiên văn được gọi là **năng suất phân giải của kính thiên văn** đó, và thỏa mãn tiêu chuẩn Rayleigh:

$$\sin \theta_m \approx \theta_m = 1.22 \frac{\lambda}{D}.$$

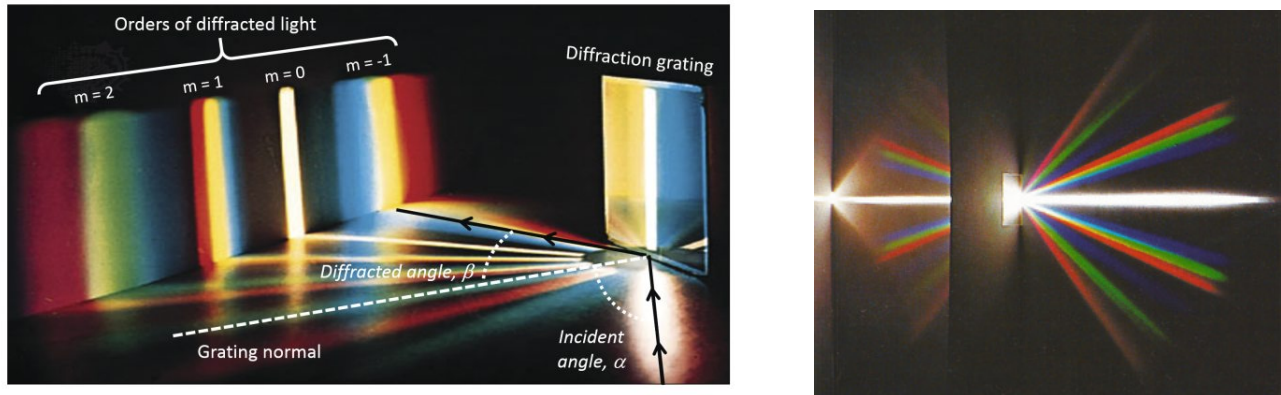
Từ đó ta có thể thấy khẩu độ vật kính càng lớn, hay ta sử dụng ánh sáng có bước sóng càng nhỏ thì năng suất phân giải của dụng cụ càng cao.



Hình 5: Tiêu chuẩn Rayleigh

### 3 Cách tử nhiễu xạ

Hệ nhiễu xạ  $N$  khe có độ rộng  $b$  và cách đều nhau một khoảng  $a$  được gọi là cách tử nhiễu xạ, với  $N$  là số cách tử.



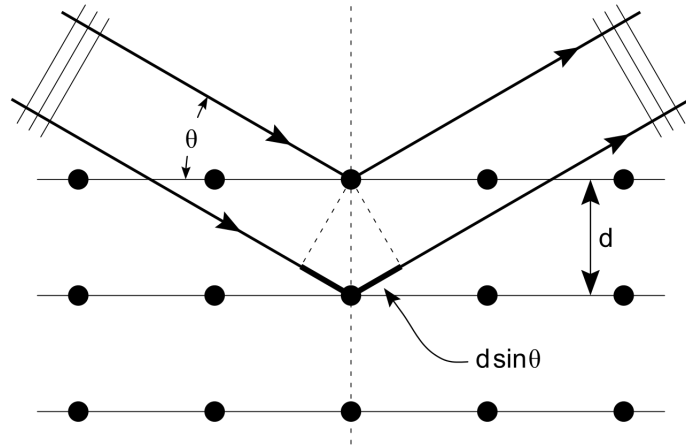
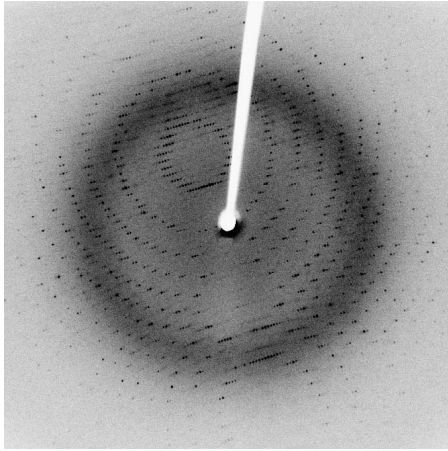
Hình 6: Cách tử nhiễu xạ

Từ công thức ở phần 1, ta có thể suy ra được phân bố cường độ sáng trên màn do cách tử nhiễu xạ gây ra:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{N\pi a}{\lambda D} \cdot y \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda D} \cdot y \right)} \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda D} \cdot y \right).$$

Cách tử nhiễu xạ có ứng dụng rất lớn và được sử dụng rất phổ biến và chủ yếu trong các máy quang phổ khả kiến, có độ chính xác cao và rõ nét hơn so với máy quang phổ lăng kính.

## 4 Nhiễu xạ tia X



Hình 7: Nhiễu xạ tia X

Ta bắn chùm tia X lệch một góc  $\theta$  so với bề mặt một cấu trúc rắn có khoảng cách liên kết giữa hai phân tử là  $d$ , khi đó chùm tia X sẽ bị nhiễu xạ tán xạ đi vào máy thu.

Hiệu quang trình giữa hai chùm tia X là:

$$\Delta l = 2d \sin \theta$$

Ta có những vân sáng tại vị trí sao cho:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m \in \mathbb{Z}).$$

Đây chính là **định luật Bragg** về nhiễu xạ tia X.

Nhiễu xạ tia X cũng có rất nhiều ứng dụng, và được áp dụng trong máy quang phổ tia X, dùng để phân tích thành phần nguyên tố trong một vật liệu rắn.