

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 23/05/2014

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Người ta ném một vật từ mặt đất lên với tốc độ đầu v_0 theo phương hợp với phương ngang một góc α . Gia tốc trọng trường là g . Bỏ qua sức cản của không khí. Chọn hệ quy chiếu có gốc tọa độ O tại vị trí ném, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên, trục Ox hướng theo phương ngang sao cho vật chuyển động trong mặt phẳng xOy.

- Với giá trị vận tốc đầu v_0 xác định, vật chỉ có thể đi tới các vị trí nằm bên trong một đường giới hạn. Xác định phương trình đường giới hạn này.
- Khi rơi trở lại mặt đất, vật không bị nảy lên khỏi mặt đất ($v_y = 0$). Hệ số ma sát giữa vật và mặt đất là μ .
 - Tìm tốc độ của vật ngay sau khi chạm đất. Coi phản lực khi va chạm lớn hơn rất nhiều so với trọng lực.
 - Với góc α bằng bao nhiêu thì vị trí vật dừng lại nằm xa O nhất.

Bài 2: Một khẩu súng đơn giản được chế tạo từ một ống trụ có chiều dài L_0 và bán kính trong r . Một đầu ống được nút kín bởi một pittông có thể dịch chuyển được tự do trong ống, đầu còn lại có đặt một viên đạn hình trụ. Viên đạn được giữ trong ống nhờ ma sát với thành ống và chỉ bắt đầu chuyển động nếu áp suất bên trong ống vượt quá giá trị áp suất giới hạn P_{gh} .

- Có hai cách để đẩy viên đạn ra khỏi ống: đun nóng khí trong ống hoặc là đẩy pittông nén khí trong ống lại. Trong cả hai trường hợp, ta đều giả thiết rằng khí trong ống là khí lưỡng nguyên tử, và cột khí ban đầu có chiều dài L_0 , nhiệt độ T_0 và áp suất P_0 .
 - Nung nóng khí trong ống trong khi giữ nguyên pittông. Cần nung khí đến nhiệt độ nhỏ nhất nào để đẩy viên đạn ra?
 - Đẩy nhanh pittông nén khí trong ống lại. Coi quá trình diễn ra đủ nhanh nên khí không trao đổi nhiệt với bên ngoài ($Q = 0$). Tìm chiều dài cột khí khi viên đạn bắt đầu chuyển động?
- Viên đạn ban đầu có dạng hình trụ, chiều cao $h \ll L_0$ và bán kính đáy r' lớn hơn một chút so với r ($\Delta r = r' - r$ khá nhỏ so với r). Nếu bị nén bởi áp suất P theo một phương nhất định, viên đạn bị biến dạng theo phương đó, tuân theo biểu thức: $\frac{\Delta x}{x} = -\frac{P}{E}$ với E là suất Young của viên đạn. Hệ số ma sát nghỉ giữa viên đạn và thành ống là μ . Áp suất của không khí bên ngoài là P_0 . Tìm biểu thức của áp suất giới hạn P_{gh} .

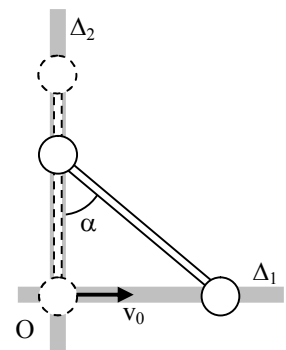
Bài 3: Xét điện tích điểm Q được giữ cố định tại điểm O trong chân không. Một điện tích điểm khác có khối lượng m và điện tích q ($qQ > 0$) chuyển động với tốc độ v_0 từ xa vô cùng lại gần điện tích trên. Bỏ qua lực tương tác hấp dẫn giữa các điện tích.

- Tìm khoảng cách gần nhất giữa các điện tích, biết:

- a. Điện tích q chuyển động theo một đường thẳng đi qua Q .
 - b. Điện tích Q nằm cách phương chuyển động ban đầu của điện tích q một đoạn là d .
2. Trả lời các câu hỏi ở ý 1 trong trường hợp điện tích điểm Q có khối lượng m và có thể chuyển động tự do trong chân không.

Bài 4: Cho hệ gồm hai quả cầu nhỏ có cùng khối lượng m , được nối với nhau bởi một thanh thẳng có khối lượng không đáng kể. Các quả cầu chỉ có thể chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai đường rãnh vuông góc với nhau Δ_1 và Δ_2 . Ban đầu, chúng được đặt ở vị trí thể hiện bằng đường nét đứt trên hình 1. Tại thời điểm $t = 0$, người ta truyền cho quả cầu nằm tại giao điểm O của hai rãnh một vận tốc v_0 dọc theo Δ_1 . Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Tại vị trí thanh hợp với Δ_2 một góc α , tìm:

1. Vận tốc của các quả cầu.
2. Gia tốc của các quả cầu.
3. Thời điểm t thanh quay đến vị trí này.



Hình 1

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 23/05/2014

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Người ta ném một vật từ mặt đất lên với tốc độ đầu v_0 theo phương hợp với phương ngang một góc α . Gia tốc trọng trường là g . Bỏ qua sức cản của không khí. Chọn hệ quy chiếu có gốc tọa độ O tại vị trí ném, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên, trục Ox hướng theo phương ngang sao cho vật chuyển động trong mặt phẳng xOy.

- Với giá trị vận tốc đầu v_0 xác định, vật chỉ có thể đi tới các vị trí nằm bên trong một đường giới hạn. Xác định phương trình đường giới hạn này.
- Khi rơi trở lại mặt đất, vật không bị nảy lên khỏi mặt đất ($v_y = 0$). Hệ số ma sát giữa vật và mặt đất là μ .
 - Tìm tốc độ của vật ngay sau khi chạm đất. Coi phản lực khi va chạm lớn hơn rất nhiều so với trọng lực.
 - Với góc α bằng bao nhiêu thì vị trí vật dừng lại nằm xa O nhất.

Bài 2: Một khẩu súng đơn giản được chế tạo từ một ống trụ có chiều dài L_0 và bán kính trong r . Một đầu ống được nút kín bởi một pittông có thể dịch chuyển được tự do trong ống, đầu còn lại có đặt một viên đạn hình trụ. Viên đạn được giữ trong ống nhờ ma sát với thành ống và chỉ bắt đầu chuyển động nếu áp suất bên trong ống vượt quá giá trị áp suất giới hạn P_{gh} .

- Có hai cách để đẩy viên đạn ra khỏi ống: đun nóng khí trong ống hoặc là đẩy pittông nén khí trong ống lại. Trong cả hai trường hợp, ta đều giả thiết rằng khí trong ống là khí lưỡng nguyên tử, và cột khí ban đầu có chiều dài L_0 , nhiệt độ T_0 và áp suất P_0 .
 - Nung nóng khí trong ống trong khi giữ nguyên pittông. Cần nung khí đến nhiệt độ nhỏ nhất nào để đẩy viên đạn ra?
 - Đẩy nhanh pittông nén khí trong ống lại. Coi quá trình diễn ra đủ nhanh nên khí không trao đổi nhiệt với bên ngoài ($Q = 0$). Tìm chiều dài cột khí khi viên đạn bắt đầu chuyển động?
- Viên đạn ban đầu có dạng hình trụ, chiều cao $h \ll L_0$ và bán kính đáy r' lớn hơn một chút so với r ($\Delta r = r' - r$ khá nhỏ so với r). Nếu bị nén bởi áp suất P theo một phương nhất định, viên đạn bị biến dạng theo phương đó, tuân theo biểu thức: $\frac{\Delta x}{x} = -\frac{P}{E}$ với E là suất Young của viên đạn. Hệ số ma sát nghỉ giữa viên đạn và thành ống là μ . Áp suất của không khí bên ngoài là P_0 . Tìm biểu thức của áp suất giới hạn P_{gh} .

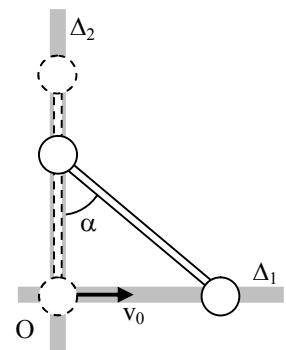
Bài 3: Xét điện tích điểm Q được giữ cố định tại điểm O trong chân không. Một điện tích điểm khác có khối lượng m và điện tích q ($qQ > 0$) chuyển động với tốc độ v_0 từ xa vô cùng lại gần điện tích trên. Bỏ qua lực tương tác hấp dẫn giữa các điện tích.

- Tìm khoảng cách gần nhất giữa các điện tích, biết:

- a. Điện tích q chuyển động theo một đường thẳng đi qua Q .
 - b. Điện tích Q nằm cách phương chuyển động ban đầu của điện tích q một đoạn là d .
2. Trả lời các câu hỏi ở ý 1 trong trường hợp điện tích điểm Q có khối lượng m và có thể chuyển động tự do trong chân không.

Bài 4: Cho hệ gồm hai quả cầu nhỏ có cùng khối lượng m , được nối với nhau bởi một thanh thẳng có khối lượng không đáng kể. Các quả cầu chỉ có thể chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai đường rãnh vuông góc với nhau Δ_1 và Δ_2 . Ban đầu, chúng được đặt ở vị trí thể hiện bằng đường nét đứt trên hình 1. Tại thời điểm $t = 0$, người ta truyền cho quả cầu nằm tại giao điểm O của hai rãnh một vận tốc v_0 dọc theo Δ_1 . Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Tại vị trí thanh hợp với Δ_2 một góc α , tìm:

1. Vận tốc của các quả cầu.
2. Gia tốc của các quả cầu.
3. Thời điểm t thanh quay đến vị trí này.



Hình 1

ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM
ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 23/05/2014

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1 (6,0 điểm):		
1.1	<p>Phương trình chuyển động của vật là: $\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$</p> <p>Phương trình quỹ đạo của vật là:</p> $y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = -\frac{gx^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2}$ <p>Vật không đến được các vị trí không cho ta nghiệm $\tan \alpha$, tức là:</p> $\Delta = x^2 - 4 \frac{gx^2}{2v_0^2} \left(y + \frac{gx^2}{2v_0^2} \right) < 0 \Rightarrow y > \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$ <p>Đường giới hạn cần tìm là parabol $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$.</p>	<p>0,75</p> <p>0,75</p> <p>0,50</p>
1.2.a	<p>Khi rơi trở lại mặt đất, vật có tốc độ v_0 hợp với phương ngang một góc α như lúc ném. Dùng định luật biến thiên động năng:</p> $\begin{cases} N \Delta t = mv_0 \sin \alpha \\ F_{ms} \Delta t = m(v_0 \cos \alpha - v) \Rightarrow v = \begin{cases} v_0 (\cos \alpha - \mu \sin \alpha); & \cot \alpha \geq \mu \\ 0 & \cot \alpha < \mu \end{cases} \\ F_{ms} = \mu N \end{cases}$	<p>0,50</p> <p>0,50</p>
1.2.b	<p>Tầm xa $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.</p> <p>Sau khi chạm đất, vật đi được thêm một đoạn là:</p> $s = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2 \quad (\mu \leq \cot \alpha)$ <p>Vị trí vật dừng lại cách nơi ném là: $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{v_0^2}{2\mu g} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)^2$</p> <p>Lấy đạo hàm theo α rồi đặt bằng 0, ta có:</p> $d'_\alpha = \frac{2v_0^2}{g} \cos 2\alpha - \frac{v_0^2}{\mu g} (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ $= \frac{2v_0^2}{g} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \frac{v_0^2}{\mu g} (\sin \alpha \cos \alpha + \mu \cos^2 \alpha - \mu \sin^2 \alpha - \mu^2 \sin \alpha \cos \alpha)$ $= \frac{v_0^2}{g} \left[(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \frac{1-\mu^2}{\mu} \sin \alpha \cos \alpha \right] = \frac{v_0^2}{g} \left[\cos 2\alpha - \frac{1-\mu^2}{2\mu} \sin 2\alpha \right]$	<p>0,50</p> <p>0,50</p> <p>0,75</p>

	$d'_\alpha = 0 \Leftrightarrow \tan 2\alpha = \frac{2\mu}{1-\mu^2} \Rightarrow \tan \alpha = \mu$ <p>* Biện luận: $+\mu \leq 1$ thì $\tan \alpha = \mu$. $+\mu > 1$ thì $\alpha = 45^\circ$ (ứng với góc có tầm ném xa cực đại)</p>	0,50
		0,75
Bài 2 (3,5 điểm):		
2.1.a	Xét quá trình đẳng tích: $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_{gh}}{T} \Rightarrow T = \frac{P_{gh}}{P_0} T_0$.	1,00
2.1.b	Xét quá trình đoạn nhiệt: $P_0 L_0^\gamma = P_{gh} L^\gamma \Rightarrow L = L_0 \left(\frac{P_0}{P_{gh}} \right)^{1/\gamma}$, ở đây với khí lý tưởng lượng nguyên tử $\gamma = 1,4$.	1,00
2.2	<p>Áp suất thành bình ép lên viên đạn là: $P = E \frac{\Delta r}{r}$</p> <p>Lực ma sát: $F_{ms} = \mu N = \mu PS = \mu E \frac{\Delta r}{r} \cdot h \cdot 2\pi r$</p> <p>Mặt khác: $F_{ms} = (P_{gh} - P_0) \pi r^2$</p> <p>Vậy: $P_{gh} = P_0 + \frac{2\mu E h \Delta r}{r^2}$</p>	0,50 0,25 0,25 0,50
Bài 3 (6,0 điểm):		
3.1.a	Bảo toàn năng lượng: $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{kqQ}{r_{min}} \Rightarrow r_{min} = \frac{2kqQ}{m v_0^2}$	1,00
3.1.b	<p>Tại vị trí gần nhau nhất, q có vận tốc v vuông góc với đường nối hai điện tích. Áp dụng các định luật bảo toàn:</p> $\begin{cases} \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{kqQ}{r_{min}} \\ m v_0 d = m v r_{min} \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{1}{r_{min}^2} + \frac{2kqQ}{m v_0^2 d^2} \frac{1}{r_{min}} - \frac{1}{d^2} = 0$ $\Rightarrow r_{min} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{kqQ}{m v_0^2 d^2} \right)^2 + \frac{1}{d^2}} - \frac{kqQ}{m v_0^2 d^2}}$	0,50 0,75 0,75
3.2.a	<p>Chuyển qua xét trong hệ quy chiếu khối tâm của hai điện tích. Dùng bảo toàn năng lượng:</p> $2 \frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{4} = \frac{kqQ}{r_{min}} \Rightarrow r_{min} = \frac{4kqQ}{m v_0^2}$	1,00
3.2.b	<p>Tương tự 1b, ta cũng có:</p> $\begin{cases} 2 \frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{2} = 2 \frac{1}{2} m v^2 + \frac{kqQ}{r_{min}} \\ 2 m \frac{v_0}{2} \frac{d}{2} = 2 m v \frac{r_{min}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} m v_0^2 = 2 m v^2 + \frac{2kqQ}{r_{min}} \\ m v_0 d = 2 m v r_{min} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2 r_{min}^2} + \frac{2kqQ}{m v_0^2 d^2} \frac{1}{r_{min}} - \frac{1}{d^2} = 0$	1,25

	$\Rightarrow r_{\min} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{kqQ}{mv_0^2 d^2}\right)^2 + \frac{1}{2d^2} - \frac{kqQ}{mv_0^2 d^2}}}$	0,75
Bài 4 (4,5 điểm):		
4.1	<p>Liên hệ giữa các vận tốc là: $v_1 \sin \alpha = v_2 \cos \alpha$</p> <p>Kết hợp với bảo toàn năng lượng: $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$</p> <p>Ta tìm được: $v_1 = v_0 \cos \alpha; v_2 = v_0 \sin \alpha$.</p>	0,50 1,00
4.2	<p>Chọn hệ quy chiếu gắn với m_1, ta nhận thấy tốc độ tương đối của m_2 so với m_1 là v_0, hướng vuông góc với thanh.</p> <p>Gọi a_1 và a_2 lần lượt là gia tốc của hai vật trong HQC mặt đất. Thành phần gia tốc của m_2 trong HQC trên là:</p> $\begin{cases} a_2 \cos \alpha - a_1 \sin \alpha = \frac{v_0^2}{L} \\ a_2 \sin \alpha + a_1 \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{v_0^2}{L} \cos \alpha \\ a_1 = -\frac{v_0^2}{L} \sin \alpha \end{cases}$	0,75 1,25
4.3	Trong hệ quy chiếu gắn với m_1 , m_2 chuyển động tròn đều $\Rightarrow t = \frac{\alpha L}{v_0}$.	1,00

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 24/05/2014

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Xét hệ gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m được nối vào điểm treo O cố định nhờ một sợi dây mảnh, nhẹ, không giãn có chiều dài L . Ban đầu, vật được giữ ở vị trí sao cho dây treo căng và hợp với phương thẳng đứng một góc α_0 . Thả nhẹ cho vật bắt đầu chuyển động. Cho gia tốc trọng trường là g .

1. Xác định vận tốc của vật và độ lớn của lực căng dây tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α . Tìm vị trí mà tại đó gia tốc toàn phần của vật đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Khi đang chuyển động, dây bị vướng vào một cái đinh tại O' , nằm phía dưới O theo phương thẳng đứng và cách O một khoảng là l . Tìm điều kiện của l để dây luôn căng trong suốt quá trình chuyển động.
3. Giả sử rằng l nhận giá trị lớn nhất thỏa mãn điều kiện tìm được trong ý 2. Tại vị trí nào, áp lực của dây lên đinh là lớn nhất.
4. Ta xét trường hợp $\alpha_0 = 90^\circ$ (dây treo ban đầu nằm ngang).
 - a. Biết l không thỏa mãn điều kiện tìm được trong ý 2, xác định vị trí lực căng dây giảm đến 0. Mô tả chuyển động của vật sau đó.
 - b. Tìm giá trị lớn nhất của l để sợi dây quấn được quanh O' ít nhất một vòng.

Bài 2: Một quả khí cầu có một lỗ hở ở phía dưới để trao đổi khí với môi trường xung quanh, có thể tích không đổi $V = 1,1 \text{ m}^3$. Vỏ khí cầu có thể tích không đáng kể và khối lượng $m = 0,187 \text{ kg}$. Nhiệt độ của không khí là $t_1 = 20^\circ\text{C}$, áp suất khí quyển tại mặt đất là $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Trong các điều kiện đó, khối lượng riêng của không khí là $1,20 \text{ kg/m}^3$. Gia tốc trọng trường tại mặt đất là $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Tìm khối lượng mol trung bình của không khí.
2. Để quả khí cầu lơ lửng trong không khí, ta cần nung nóng khí bên trong khí cầu đến nhiệt độ t_2 bằng bao nhiêu?
3. Nung nóng khí bên trong khí cầu đến nhiệt độ $t_3 = 110^\circ\text{C}$. Tìm lực cần thiết để giữ khí cầu đứng yên.
4. Sau khi nung nóng khí bên trong khí cầu, người ta bịt kín lỗ hở lại và thả cho quả khí cầu bay lên. Cho nhiệt độ khí bên trong khí cầu $t_3 = 110^\circ\text{C}$ không đổi, nhiệt độ của khí quyển $t_1 = 20^\circ\text{C}$ và gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$ coi như không đổi theo độ cao.
 - a. Tìm khối lượng riêng của không khí tại độ cao h so với mặt đất.
 - b. Tìm độ cao cực đại mà quả khí cầu lên được.

Bài 3: Tụ điện phẳng gồm hai bản tụ phẳng có diện tích S , đặt song song cách nhau một đoạn d , được nối vào hiệu điện thế U không đổi. Phần không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi một chất có hằng số điện môi biến thiên theo phương vuông góc với mặt bản theo quy luật:

$$\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon_1}{1 + \frac{x}{d}} \text{ với } x \text{ là khoảng cách đến bản tích điện dương.}$$

1. Độ lớn của vectơ cường độ điện trường tại một vị trí trong điện môi tuân theo quy luật:

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon(x)}. \text{ Tìm biểu thức của } E_0.$$

2. Tìm năng lượng của tụ điện.
3. Tìm mật độ điện tích khối tại vị trí cách bản dương một đoạn x .

Bài 4: Núi trên Trái Đất không thể cao quá một giá trị cực đại. Khi chiều cao của núi tăng lên, áp suất ép lên phần chân ngọn núi cũng tăng lên. Khi giá trị này vượt quá một giá trị xác định, phần đất đá ở chân núi bị biến dạng và làm ngọn núi “chìm” xuống. Trong bài này, ta coi rằng độ cao cực đại của một ngọn núi chỉ phụ thuộc vào gia tốc trọng trường g , khối lượng riêng ρ và giới hạn bền σ (áp suất lớn nhất vật liệu còn chịu được) của đất đá cấu tạo nên ngọn núi.

1. Giả thiết rằng biểu thức độ cao cực đại có dạng $h = C \times \sigma^\alpha \times \rho^\beta \times g^\gamma$ với C là một hằng số không có đơn vị. Tìm α , β và γ .
2. Ước lượng giá trị độ cao cực đại mà một ngọn núi trên Trái Đất có thể đạt được với các số liệu $C \approx 1$; $\sigma = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$; $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$. Liên hệ với thực tế: Đỉnh núi cao nhất trên Trái Đất là đỉnh Everest, cao hơn mực nước biển khoảng 8,8 km.

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 24/05/2014

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: Xét hệ gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m được nối vào điểm treo O cố định nhờ một sợi dây mảnh, nhẹ, không giãn có chiều dài L . Ban đầu, vật được giữ ở vị trí sao cho dây treo căng và hợp với phương thẳng đứng một góc α_0 . Thả nhẹ cho vật bắt đầu chuyển động. Cho gia tốc trọng trường là g .

- Xác định vận tốc của vật và độ lớn của lực căng dây tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α . Tìm vị trí mà tại đó gia tốc toàn phần của vật đạt giá trị nhỏ nhất.
- Khi đang chuyển động, dây bị vướng vào một cái đinh tại O' , nằm phía dưới O theo phương thẳng đứng và cách O một khoảng là $L - l$. Tìm điều kiện của l để dây luôn căng trong suốt quá trình chuyển động.
- Giả sử rằng l nhận giá trị lớn nhất thỏa mãn điều kiện tìm được trong ý 2. Tại vị trí nào, áp lực của dây lên đinh là lớn nhất.
- Ta xét trường hợp $\alpha_0 = 90^\circ$ (dây treo ban đầu nằm ngang).
 - Biết l không thỏa mãn điều kiện tìm được trong ý 2, xác định vị trí lực căng dây giảm đến 0. Mô tả chuyển động của vật sau đó.
 - Tìm giá trị lớn nhất của l để sợi dây quấn được quanh O' ít nhất một vòng.

Bài 2: Một quả khí cầu có một lỗ hờ ở phía dưới để trao đổi khí với môi trường xung quanh, có thể tích không đổi $V = 1,1 \text{ m}^3$. Vỏ khí cầu có thể tích không đáng kể và khối lượng $m = 0,187 \text{ kg}$. Nhiệt độ của không khí là $t_1 = 20^\circ\text{C}$, áp suất khí quyển tại mặt đất là $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Trong các điều kiện đó, khối lượng riêng của không khí là $1,20 \text{ kg/m}^3$. Gia tốc trọng trường tại mặt đất là $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tìm khối lượng mol trung bình của không khí.
- Để quả khí cầu lơ lửng trong không khí, ta cần nung nóng khí bên trong khí cầu đến nhiệt độ t_2 bằng bao nhiêu?
- Nung nóng khí bên trong khí cầu đến nhiệt độ $t_3 = 110^\circ\text{C}$. Tìm lực cần thiết để giữ khí cầu đứng yên.
- Sau khi nung nóng khí bên trong khí cầu, người ta bịt kín lỗ hờ lại và thả cho quả khí cầu bay lên. Cho nhiệt độ khí bên trong khí cầu $t_3 = 110^\circ\text{C}$ không đổi, nhiệt độ của khí quyển $t_1 = 20^\circ\text{C}$ và gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$ coi như không đổi theo độ cao.
 - Tìm khối lượng riêng của không khí tại độ cao h so với mặt đất.
 - Tìm độ cao cực đại mà quả khí cầu lên được.

Bài 3: Tụ điện phẳng gồm hai bản tụ phẳng có diện tích S , đặt song song cách nhau một đoạn d , được nối vào hiệu điện thế U không đổi. Phần không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi một chất có hằng số điện môi biến thiên theo phương vuông góc với mặt bản theo quy luật:

$$\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon_1}{1 + \frac{x}{d}} \text{ với } x \text{ là khoảng cách đến bản tích điện dương.}$$

1. Độ lớn của vectơ cường độ điện trường tại một vị trí trong điện môi tuân theo quy luật:

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon(x)}. \text{ Tìm biểu thức của } E_0.$$

2. Tìm năng lượng của tụ điện.
3. Tìm mật độ điện tích khối tại vị trí cách bản dương một đoạn x .

Bài 4: Núi trên Trái Đất không thể cao quá một giá trị cực đại. Khi chiều cao của núi tăng lên, áp suất ép lên phần chân ngọn núi cũng tăng lên. Khi giá trị này vượt quá một giá trị xác định, phần đất đá ở chân núi bị biến dạng và làm ngọn núi “chìm” xuống. Trong bài này, ta coi rằng độ cao cực đại của một ngọn núi chỉ phụ thuộc vào gia tốc trọng trường g , khối lượng riêng ρ và giới hạn bền σ (áp suất lớn nhất vật liệu còn chịu được) của đất đá cấu tạo nên ngọn núi.

1. Giả thiết rằng biểu thức độ cao cực đại có dạng $h = C \times \sigma^\alpha \times \rho^\beta \times g^\gamma$ với C là một hằng số không có đơn vị. Tìm α , β và γ .
2. Ước lượng giá trị độ cao cực đại mà một ngọn núi trên Trái Đất có thể đạt được với các số liệu $C \approx 1$; $\sigma = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$; $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$. Liên hệ với thực tế: Đỉnh núi cao nhất trên Trái Đất là đỉnh Everest, cao hơn mực nước biển khoảng 8,8 km.

ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM
ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2014

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 24/05/2014

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1 (6,0 điểm):		
1.1	<p>Dùng bảo toàn năng lượng:</p> $\frac{1}{2}mv^2 = mgL(\cos \alpha - \cos \alpha_0) \Rightarrow v = \sqrt{2gL(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$ <p>Định luật Newton cho thành phần hướng tâm:</p> $T - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{L} \Rightarrow T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$ <p>Gia tốc của vật:</p> $a_{ht} = \frac{v^2}{L} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0); a_{tt} = g \sin \alpha$ $\Rightarrow a = \sqrt{a_{ht}^2 + a_{tt}^2} = g\sqrt{4\cos^2 \alpha - 8\cos \alpha_0 \cos \alpha + 4\cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha}$ $= g\sqrt{3\cos^2 \alpha - (8\cos \alpha_0)\cos \alpha + (1 + 4\cos^2 \alpha_0)}$ <p>Trường hợp 1: $\cos \alpha_0 \leq \frac{3}{4}$</p> $\Rightarrow a_{\min} = g\sqrt{1 - \frac{4}{3}\cos^2 \alpha_0} \text{ khi } \cos \alpha = \frac{4\cos \alpha_0}{3}$ <p>Trường hợp 2: $\cos \alpha_0 > \frac{3}{4}$</p> $\Rightarrow a_{\min} = 2g(1 - \cos \alpha_0) \text{ khi } \alpha = 0$	<p>0,50</p> <p>0,50</p> <p>0,50</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
1.2	<p>Ta đi xét chuyển động của vật sau khi dây vướng vào đinh.</p> <p>Khi dây chưa chuyển động đến vị trí nằm ngang ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$), thì dây luôn có một phần cân bằng với thành phần trọng lực hướng theo dây nên dây luôn căng.</p> <p>TH1: Nếu dây dừng lại trước khi dây nằm ngang:</p> $-mg\ell \geq -mgL \cos \alpha_0 \Rightarrow 0 \leq \ell \leq L \cos \alpha_0$ <p>TH2: Nếu dây chuyển động qua vị trí dây nằm ngang. Tại vị trí dây treo hợp với phương ngang một góc α ($0 \leq \alpha \leq 180^\circ$).</p> $\begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 = mgL(1 - \cos \alpha_0) - mg(L - \ell)(1 - \cos \alpha) \\ T - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{(L - \ell)} \end{cases}$ $\Rightarrow T = \frac{2mgL(1 - \cos \alpha_0)}{L - \ell} - mg(2 - 3 \cos \alpha)$ <p>Dây luôn căng: $T \geq 0; \forall \alpha \Rightarrow \frac{L(3 + 2 \cos \alpha_0)}{5} \leq \ell \leq L$</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p> <p>0,50</p>
1.3	<p>Giá trị lớn nhất của ℓ là L (Đoạn dây còn lại rất ngắn). Để thấy vị trí áp lực lớn nhất là khi $\alpha = 180^\circ$.</p>	0,50

1.4.a	$T = \frac{2mgL}{L-\ell} - mg(2-3\cos\alpha) = 0 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{2}{3} \frac{\ell}{L-\ell}.$ <p>Khi đó: $v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}g\ell}$</p> <p>Sau đó vật chuyển động ném xiên theo quỹ đạo parabol trong không khí với tốc độ đầu v_0 theo phương hợp với phương ngang một góc $(180^\circ - \alpha)$.</p>	1,00 0,50
1.4.b	<p>Do sai sót về đề nên câu này trở nên rất dễ, đáp án theo đề là: $\ell \simeq L$</p> <p>Bỏ xung, giá trị nhỏ nhất của ℓ tính như sau: Chọn hệ trục tọa độ Mxy với gốc tọa độ M tại vị trí của vật khi $T = 0$, trục Mx hướng dọc theo sợi dây về phía O', ta có:</p> $\begin{cases} y = v_0 t - \frac{1}{2} g \cos(\alpha - 90^\circ) t^2 = v_0 t - \frac{1}{2} g \sin\alpha \cdot t^2 \\ x = \frac{1}{2} g \sin(\alpha - 90^\circ) t^2 = -\frac{1}{2} g \cos\alpha \cdot t^2 \end{cases}$ <p>Để dây quấn quanh đỉnh ít nhất một vòng, ta cần có: $x \geq L - \ell$ khi $y = 0$</p> <p>hay: $-\frac{1}{2} g \cos\alpha \left(\frac{2v_0}{g \sin\alpha} \right)^2 = -\frac{2v_0^2 \cos\alpha}{g \sin^2\alpha} \geq L - \ell$</p> $\Rightarrow \frac{2 \frac{2}{3} g \ell \frac{2}{3} \frac{\ell}{L-\ell}}{g \left(1 - \frac{4}{9} \frac{\ell^2}{(L-\ell)^2} \right)} \geq L - \ell$ $\Rightarrow 8\ell^2 \geq 9(L-\ell)^2 - 4\ell^2$ $\Rightarrow \ell \geq \frac{3}{3+2\sqrt{3}} L$	0,50
Bài 2 (5,5 điểm):		
2.1	<p>Từ phương trình trạng thái của khí lý tưởng:</p> $PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}; \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} \right)$ $\Rightarrow M = \frac{\rho_1 RT}{P} = \frac{1,2.8,31.293}{1,013.10^5} \approx 28,84.10^{-3} \text{ kg/mol} = 28,84 \text{ g/mol}$	1,00
2.2	<p>Để khí cầu lơ lửng, ta cần có:</p> $\rho_1 Vg = mg + \rho_2 Vg \Rightarrow \rho_1 V = m + \frac{\rho_1 T_1}{T_2} V$ $\Rightarrow T_2 = \frac{\rho_1 T_1 V}{\rho_1 V - m} = \frac{1,2.293.1,1}{1,2.1,1 - 0,187} = 341,36 \text{ K} \approx 68,36^\circ \text{C}$	1,00
2.3	<p>Lực cần giữ quả khí cầu là:</p> $F = \rho_1 Vg - mg + \rho_3 Vg = \left(\rho_1 V - m + \frac{\rho_1 T_1}{T_3} V \right) g$ $= \left(1,2.1,1 - 0,187 + \frac{1,2.293}{383} \cdot 1,1 \right) \cdot 10 \approx 21,4 \text{ N.}$	1,00
2.4.a	<p>Chia không khí thành các lớp rất mỏng có độ dày dh, ta có:</p> $P(h) = P(h + dh) + \rho g \cdot dh$	0,50

	$\Rightarrow dP = -\rho g \cdot dh = -\frac{MP}{RT} g \cdot dh$ $\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dh \Rightarrow P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ $\Rightarrow \rho = \rho_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{P_0} h}$	1,00
2.4.b	<p>Quả khí cầu cân bằng khi:</p> $\rho'_1 Vg = mg + \rho_2 Vg \Rightarrow \rho'_1 = \frac{m}{V} + \frac{\rho_1 T_1}{T_2} = \frac{0,187}{1,1} + \frac{1,2 \cdot 293}{383} \approx 1,088 \text{ kg/m}^3$ $h = -\frac{P_0}{\rho_0 g} \ln \frac{\rho'_1}{\rho_0} = -\frac{1,013 \cdot 10^5}{1,2 \cdot 10} \ln \frac{1,088}{1,2} \approx 827 \text{ m.}$	1,00
Bài 3 (5,0 điểm):		
3.1	<p>Hiệu điện thế giữa hai bản tụ:</p> $U = \int E(x) dx = \int_0^d \frac{E_0 \left(1 + \frac{x}{d}\right)}{\epsilon_1} dx = \frac{E_0}{\epsilon_1} \left(x + \frac{x^2}{2d}\right) \Big _0^d = \frac{3E_0 d}{2\epsilon_1}$ $\Rightarrow E_0 = \frac{2\epsilon_1 U}{3d}.$	1,00 0,50
3.2	<p>Năng lượng của tụ điện:</p> $W = \int w \cdot dV = \int_0^d \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 S dx = \int_0^d \frac{1}{2} \frac{\epsilon_1}{1 + \frac{x}{d}} \epsilon_0 \frac{E_0^2 \left(1 + \frac{x}{d}\right)^2}{\epsilon_1^2} S dx$ $= \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 E_0^2 S}{\epsilon_1} \int_0^d \left(1 + \frac{x}{d}\right) dx = \frac{3\epsilon_0 E_0^2 S d}{4\epsilon_1} = \frac{3\epsilon_0 S d}{4\epsilon_1} \cdot \frac{4\epsilon_1^2 U^2}{9d^2}$ $W = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 S U^2}{3d}$	1,00 0,50
3.3	<p>Chọn mặt Gauss có dạng hình trụ chiều dày dx, mặt bên song song với các đường sức điện, các mặt đáy có diện tích S. Thông lượng điện trường qua mặt Gauss kể trên là:</p> $\Phi = \int E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow (E(x+dx) - E(x))S' = \frac{\rho S' \cdot dx}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow \frac{E_0}{\epsilon_1} \frac{dx}{d} \cdot S' = \frac{\rho S' \cdot dx}{\epsilon_0 \epsilon_1} \left(1 + \frac{x}{d}\right)$ $\Rightarrow \rho = \frac{\epsilon_0 E_0}{x+d} = \frac{2\epsilon_0 \epsilon_1 U}{3d(x+d)}$	0,50 1,00 0,50
Bài 4 (3,5 điểm):		
4.1	<p>Ta sử dụng phương pháp so sánh thứ nguyên: h có đơn vị là m (thứ nguyên L); σ có đơn vị Pa hay $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ (thứ nguyên $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$); ρ có đơn vị $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (thứ nguyên ML^{-3}) và g có đơn vị là $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ (thứ nguyên LT^{-2}) So sánh hai vế $h = C \times \sigma^\alpha \times \rho^\beta \times g^\gamma$ ta thu được: $L = (\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2})^\alpha \cdot (\text{ML}^{-3})^\beta \cdot (\text{LT}^{-2})^\gamma = \text{M}^{\alpha+\beta} \text{L}^{-\alpha-3\beta+\gamma} \text{T}^{-2\alpha-2\gamma}$</p>	1,00 0,50

	Ta có: $\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -\alpha - 3\beta + \gamma = 1 \\ -2\alpha - 2\gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \\ \gamma = -1 \end{cases} \Rightarrow h = C \frac{\sigma}{\rho g}$	1,00
4.2	<p>Thay số ta được: $h \approx 6,7 \text{ km}$.</p> <p>Đây là độ cao cực đại so với phần đất đá xung quanh (chân núi), chứ không phải so với mực nước biển nên kết quả này không mâu thuẫn với trường hợp độ cao của Everest.</p>	0,50 0,50

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2015

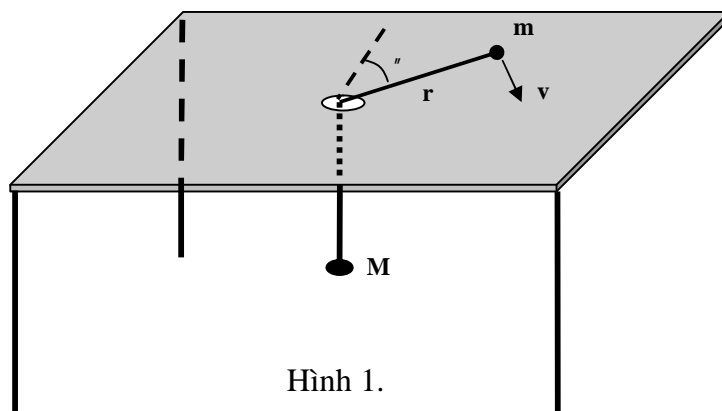
Môn thi: Vật lý

Ngày thi thứ 1 (09/05/2015)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát

Câu 1. [10 điểm]

Một vật khối lượng m có thể trượt do trên mặt bàn không ma sát và nằm ở vị trí M treo phía dưới bàn nhờ sợi dây luồn qua một chiếc đinh trên mặt bàn (xem hình 1). Giả sử rằng vật M chuyển động theo phương thẳng đứng và sợi dây này luôn luôn căng. Ký hiệu r và θ là các biến như trên hình vẽ. Vận tốc truy cập của vật tại vị trí ban đầu v_0 theo hướng vuông góc với sợi dây tại nó và giả sử r_0 là giá trị ban đầu của r .



Hình 1.

- (a) Hãy xác định vận tốc góc của chuyển động của m như là một hàm số của r . [2]
- (b) Xác định gia tốc của M theo r . [2]
- (c) Tìm vận tốc của M theo $\{v_0, r_0, M, m, g\}$ [3]
- (d) v_c là giá trị của v_0 để chuyển động tròn? Biểu diễn v_c theo $\{r_0, M, m, g\}$. [1]
- (e) Giả sử rằng $\delta = |v_0 - v_c| \ll v_c$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của r theo $\{v_0, r_0, M, m, g\}$. [2]

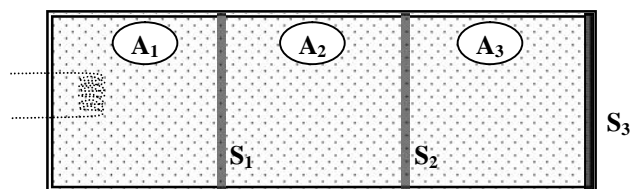
Gợi ý: công thức sau có thể hữu ích: $(1+x)^n = 1 + n.x + \frac{1}{2}n(n-1)x^2 + \frac{1}{1.2.3}n(n-1)(n-2)x^3 + \dots$

Câu 2. [10 điểm]

Xét một xy lanh kín. Hình thành của nó là cách nhiệt tốt từ đáy duy nhất (mặt S3 trong hình 2) là dẫn nhiệt. Xy lanh có tiết diện ngang và chia thành ba ngăn A_1, A_2 và A_3 bởi hai vách ngăn cách nhiệt S_1 và S_2 có thể di chuyển không ma sát

d c theo xy lanh. Lúc u m i ng n ch a n mol khí hê li áp su t P_0 , nhi t T_0 và th tích V_0 . Hê li c xem là m t khí lý t ng n nguyên t , $C_V = 3R/2$, $C_P = 5R/2$ và $\gamma = 5/3$.

Truy n nhi t th t ch m cho khí trong ng n A_1 cho n khi nhi t c a khí trong ng n A_2 tr thành $T_2 = a.T_0$ (a là m t h ng s nào ó), trong khi nhi t c a ng n A_3 c gi không i.



Hình 2.

- Xác nh các thông s tr ng thái m i c a các ng n A_1, A_2, A_3 : $\{P_1, V_1, T_1\}$, $\{P_2, V_2, T_2\}$ và $\{P_3, V_3, T_3\}$, bi u di n k t qu theo P_0, V_0, T_0 . [4]
- Tính t ng nhi t l ng truy n cho khí trong ng n A_1 và công mà khí trong ng n A_1 truy n cho ng n A_2 , t ng n A_2 truy n cho ng n A_3 theo $\{P_0, V_0\}$ và các i l ng liên quan khác. [3]
- Ti p theo, h nóng ch m khí trong ng n A_3 cho n khi th tích c a khí trong ng n A_3 t l i giá tr V_0 ban u. Xác nh nhi t cu i cùng trong ba ng n. [3]

Câu 3. [10 i m]

Hai i n tích i m, d ng, gi ng h t nhau ($q_1 = q_2 = q$) c t t i hai i m A và B cách nhau m t kho ng $2L$. M t ph ng P i qua trung i m O c a AB và vuông góc v i AB (P là m t ph ng i x ng).

- Hãy v phác ho ng s c i n tr ng c a h này. [2]
- t x là kho ng cách t i m M trên P n O.
 - V i x b ng bao nhiêu thì c ng i n tr ng t i M t c c i? [2]
 - V th ph thu c c a c ng i n tr ng E t i M theo x. [2]
- Xét m t ng s c i ra t i n tích t t i A và t o v i AB m t góc α .
 - Tìm kho ng cách nh nh t gi a ng s c này và m t ph ng P. [3]
 - ng s c này khi i ra xa vô cùng s t o v i ng th ng BA m t góc b ng bao nhiêu? [1]

H t ngày 1.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ÁP ÁN THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2015

Môn thi: Vật lý

Ngày thi thử 1 (09/05/2015)

Câu 1. [10 điểm]

(a) Do lực căng dây luôn hướng về phía trục nên momen động lượng của m trong chuyển động quay quanh trục cố định bảo toàn:

$$L = mr^2 \cdot \dot{\theta} = \text{const} = L_0 = mr_0 v_0$$

Tốc độ góc của chuyển động là:

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{r_0 v_0}{r^2} \quad (1)$$

(b) Xét chuyển động của hệ theo s i dây:

$$\begin{cases} M\ddot{r} = T - Mg \\ m\ddot{r} = m\omega^2 r - T \end{cases} \Rightarrow (M+m)\ddot{r} = m\omega^2 r - Mg \quad (2)$$

Thay (1) vào (2):

$$\Rightarrow (M+m)\ddot{r} = m \cdot \frac{r_0^2 v_0^2}{r^4} r - Mg = \frac{mr_0^2 v_0^2}{r^3} - Mg$$

$$\Rightarrow a_M = \ddot{r} = \frac{mr_0^2 v_0^2}{(M+m)r^3} - \frac{Mg}{M+m}$$

(c) Tốc độ của M luôn bằng 0 $\Leftrightarrow a_M = \ddot{r} = 0 \Leftrightarrow r^3 = \frac{mr_0^2 v_0^2}{Mg} \quad (3)$

Bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2} M v_M^2 + \frac{1}{2} m (v_M^2 + r^2 \omega^2) + Mg(r - r_0) = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (M+m) v_M^2 &= \frac{1}{2} m v_0^2 - Mg(r - r_0) - \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m v_0^2 - Mg \left(\sqrt[3]{\frac{mr_0^2 v_0^2}{Mg}} - r_0 \right) - \frac{1}{2} m r^2 \frac{r_0^2 v_0^2}{r^4} \\ &= \frac{1}{2} m v_0^2 - Mg \left(\sqrt[3]{\frac{mr_0^2 v_0^2}{Mg}} - r_0 \right) - \frac{1}{2} m r_0^2 v_0^2 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{Mg}{mr_0^2 v_0^2}} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} m v_0^2 + Mgr_0 - \frac{3}{2} \sqrt[3]{mM^2 g^2 r_0^2 v_0^2} \end{aligned}$$

Suy ra, tốc độ của M:

$$v_M = \sqrt{\frac{mv_0^2 + 2Mgr_0 - 3\sqrt{mM^2g^2r_0^2v_0^2}}{M+m}}$$

(d) i u ki n m chuy n ng tròn :

$$\dot{r} = \ddot{r} = 0 \Big|_{r=r_0} \xrightarrow{(3)} r^3 = \frac{mr_0^2v_0^2}{Mg} = r_0^3 \Rightarrow v_c = v_0 = \sqrt{\frac{Mgr_0}{m}}$$

(e) T i th i i m r = r_{min/max} → v_M = ḡ = 0

Thay vào (4):

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.r^2\omega^2 + Mg(r - r_0) = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\text{Hay } \frac{1}{2}m.\frac{v_0^2r_0^2}{r^2} + Mg(r - r_0) = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\text{t } \varepsilon : \quad \varepsilon = r_{\min/\max} - r_0$$

$$\frac{1}{2}m.\frac{v_0^2r_0^2}{(r_0 + \varepsilon)^2} + Mg\varepsilon = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{r_0}\right)^{-2} + Mg\varepsilon = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 \left[1 - 2\frac{\varepsilon}{r_0} + 3\left(\frac{\varepsilon}{r_0}\right)^2 - 4\left(\frac{\varepsilon}{r_0}\right)^3 + \dots\right] + Mg\varepsilon = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow \left(Mg - \frac{mv_0^2}{r_0}\right)\varepsilon + \frac{3}{2}\frac{mv_0^2}{(r_0)^2}\varepsilon^2 - 2\frac{mv_0^2}{(r_0)^3}\varepsilon^3 + \dots = 0 \quad (5)$$

Do i u ki n: $\delta = |v_0 - v_c| \ll v_c \Rightarrow \varepsilon \ll r_0$.

Lo i b các s h ng b c cao trong (5), gi l i n b c 2 ta c k t qu :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \varepsilon = 0 \\ \varepsilon = \frac{2(mv_0^2 - Mgr_0)r_0^2}{3mv_0^2} \end{cases} \\ & \Rightarrow \{r_{\min}, r_{\max}\} = \left\{ r_0, r_0 + \frac{2(mv_0^2 - Mgr_0)r_0^2}{3mv_0^2} \right\} \end{aligned}$$

Câu 2: [10 i m]

cho thu n tỉ n, trong l i gi i này, chúng ta dùng h ng s a^2 thay cho h ng s a
 \tilde{a} cho trong ph n bài g c. Ngh a là $T_2 = a^2.T_0$ thay vì $T_2 = a.T_0$.
 (có l i gi i úng v i bài g c $T_2 = a.T_0$. thì trong m i k t qu d i ây,
 nh ng ch nào có a thì nh nhâ n thêm h s $^{1/2}$ vào s m c a a)

(a) Vì các vách ng n S_1 và S_2 có th chuy n ng không ma sát đ c theo xy lanh và nhi t
 l ng c truy n m t cách ch m rãi nên áp su t các ng n luôn b ng nhau.

$$P_1 = P_2 = P_3 = P.$$

Khí ng n A_2 bi n i o n nhi t nên:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^{1/(\gamma-1)} = a^{-3} \Rightarrow V_2 = a^{-3} \cdot V_0$$

$$\frac{P_2}{P_0} = \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^{\gamma} = a^5 \Rightarrow P_2 = a^5 P_0$$

Ng n A_3 bi n i ng nhi t nên:

$$P_3 V_3 = P_0 V_0 \Rightarrow \frac{V_3}{V_0} = \frac{P_0}{P_3} = \frac{P_0}{P_2} = a^{-5} \Rightarrow V_3 = a^{-5} V_0.$$

Vì xy lanh kín nên t ng th tích ba ng n không thay i, t ó:

$$V_1 = 3V_0 - V_2 - V_3 = (3 - a^{-3} - a^{-5})V_0$$

Suy ra nhi t ng n A_1 :

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = \frac{a^5 P_0 (3 - a^{-3} - a^{-5}) V_0}{nR} = \frac{(3a^5 - a^2 - 1) P_0 V_0}{nR} = (3a^5 - a^2 - 1) T_0$$

B ng k t qu i chi u:

	Ng n A_1	Ng n A_2	Ng n A_3
Áp su t	$a^5 P_0$	$a^5 P_0$	$a^5 P_0$
Th tích	$(3 - a^{-3} - a^{-5}) V_0$	$a^{-3} \cdot V_0$	$a^{-5} \cdot V_0$
Nhi t	$(3a^5 - a^2 - 1) T_0$	$a^2 T_0$	T_0

i chi u k t qu theo bài g c v i $T_2 = a.T_0$:

	Ng n A_1	Ng n A_2	Ng n A_3
Áp su t	$a^{5/2} P_0$	$a^{5/2} P_0$	$a^{5/2} P_0$
Th tích	$(3 - a^{-3/2} - a^{-5/2}) V_0$	$a^{-3/2} \cdot V_0$	$a^{-5/2} \cdot V_0$
Nhi t	$(3a^{5/2} - a^{2/2} - 1) T_0$	$a T_0$	T_0

(b) Nhiệt độ ra của ng n A₃:

$$Q_3 = W_{23} = nRT_0 \ln(V_0/V_3) = nRT_0 \ln a^5 = 5P_0 V_0 \ln a.$$

Do nguyên lý bảo toàn và chuyển hoá năng lượng, nhiệt lượng truyền vào ng n A₁ để chuyển hoá thành nhiệt năng của khí trong ng n A₁, A₂ và công thực hiện trên ng n A₂ vào ng n A₃ (W₂₃):

$$\begin{aligned} Q_1 &= \Delta U_1 + \Delta U_2 + W_{23} \\ &= nC_v(T_1 - T_0) + nC_v(T_2 - T_0) + W_{23} \\ &= \frac{3}{2}nR(T_1 + T_2 - 2T_0) + 5P_0 V_0 \ln a \\ &= \frac{9}{2}nRT_0(a^5 - 1) + 5P_0 V_0 \ln a \\ &= (4.5 \times a^5 + 5 \ln a - 4.5)P_0 V_0 \end{aligned}$$

Công của khí ng n A₁ thực hiện trên ng n A₂:

$$W_{12} = Q_1 - \Delta U_1 = \Delta U_2 + W_{23} = \frac{3}{2}nRT_0(a^2 - 1) + 5P_0 V_0 \ln a = \frac{3}{2}(a^2 - 1)P_0 V_0 + 5P_0 V_0 \ln a.$$

(c) Ng n A₁ và A₂ nén đẳng nhiệt.

$$P_1'(V_1')^\gamma = P_1(V_1)^\gamma; \quad P_2'(V_2')^\gamma = P_2(V_2)^\gamma$$

$$V_1' + V_2' = 3V_0 - V_0 = 2V_0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_1'}{V_1} \right)^\gamma = \frac{P_1}{P_1'} = \frac{P_2}{P_2'} = \left(\frac{V_2'}{V_2} \right)^\gamma$$

$$\Rightarrow \frac{V_1'}{V_1} = \frac{V_2'}{V_2} = \frac{V_1' + V_2'}{V_1 + V_2} = \frac{2V_0}{(3 - a^{-5})V_0} = \frac{2}{3 - a^{-5}}$$

$$\Rightarrow V_1' = \frac{2}{3 - a^{-5}} V_1 = \frac{2(3 - a^{-3} - a^{-5})}{3 - a^{-5}} V_0$$

$$V_2' = \frac{2}{3 - a^{-5}} V_2 = \frac{2a^{-3}}{3 - a^{-5}} V_0$$

$$\frac{P_1'}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_2'} \right)^\gamma = \frac{(3 - a^{-5})^{5/3}}{2^{5/3}} \Rightarrow P_1' = P_2' = P_3' = \frac{(3 - a^{-5})^{5/3}}{2^{5/3}} a^5 P_0 = \frac{(3a^3 - a^{-2})^{5/3}}{2^{5/3}} P_0$$

Nhiệt độ của các ng n:

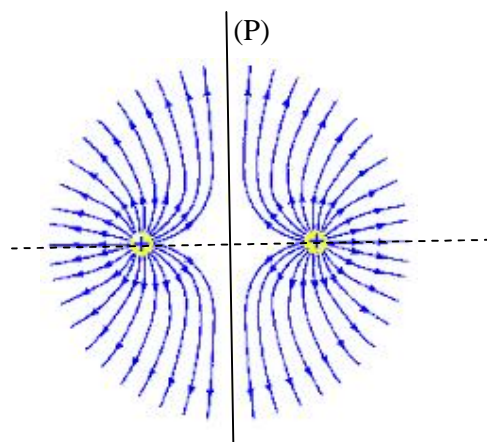
$$T_1' = \frac{P_1' V_1'}{nR} = \frac{(3a^3 - a^{-2})^{5/3}}{2^{5/3}} \frac{2(3 - a^{-3} - a^{-5})}{3 - a^{-5}} T_0 = \frac{(3 - a^{-5})^{2/3} (3 - a^{-3} - a^{-5}) a^5}{2^{2/3}} T_0$$

$$T_2' = \frac{P_2' V_2'}{nR} = \frac{(3a^3 - a^{-2})^{5/3}}{2^{5/3}} \frac{2a^{-3}}{3 - a^{-5}} T_0 = \frac{(3 - a^{-5})^{2/3} a^2}{2^{2/3}} T_0$$

$$T_3' = \frac{P_3' V_3'}{nR} = \frac{(3a^3 - a^{-2})^{5/3}}{2^{5/3}} T_0$$

Câu 3. [10 i m]

(a) Hình d ạng ường sức nh hình v :



(b) C ường i n tr ường t i M:

i. Giá tr l n nh t c a E_M :

$$E_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q \cdot x}{(x^2 + L^2)^{3/2}}$$

$$E_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{(x^{4/3} + L^2 x^{-2/3})^{3/2}}$$

$$x^{4/3} + L^2 x^{-2/3} = x^{4/3} + \frac{L^2 x^{-2/3}}{2} + \frac{L^2 x^{-2/3}}{2} \geq 3 \sqrt[3]{x^{4/3} \cdot \frac{L^2 x^{-2/3}}{2} \cdot \frac{L^2 x^{-2/3}}{2}} = 3 \sqrt[3]{\frac{L^4}{4}} = 3 \left(\frac{L^{4/3}}{4^{1/3}} \right)$$

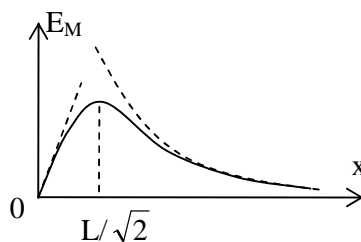
$$\Rightarrow E_M \leq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{\left(3 \left(\frac{L^{4/3}}{4^{1/3}} \right)\right)^{3/2}} = \frac{q}{3\sqrt{3}\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$E_M = (E_M)_{\max} = \frac{q}{3\sqrt{3}\pi\epsilon_0 L^2} = \frac{4kq}{3\sqrt{3}L^2} \Leftrightarrow x = L/\sqrt{2}$$

ii. th E_M theo x .

- Khi $x \ll L \rightarrow E_M$ t l thu n v i x .
- Khi $x \gg L \rightarrow E_M$ t l ngh ch v i x^2

\Rightarrow th E_M theo x :



(C) N là i m trên ường s c ang xét và g n m t ph ng P nh t $\Rightarrow \vec{E}_N // (P)$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{(1 + \cos \alpha)(3 - \cos \alpha)}/3}{2} - \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

{ Ví d khi $r = 60^\circ \rightarrow \cos x = 7/8; \cos S = 3/8$ }

* Do ó, kho ng cách g n nh t t ng s c n m t ph ng P: $d = L - r_1 \cdot \cos \beta$

$$\text{ây: } \frac{r_1}{\sin x} = \frac{2L}{\sin(S + x)}.$$

$$\Rightarrow d = L - \frac{2L \sin \gamma \cos \beta}{\sin(\beta + \gamma)}$$

(S d ng β và γ ã xác nh c trên)

ii. ng s c t i vô c c.

T ng t trên, ta có i n thông c a h xuyên qua áy hình nón có góc m là 2σ tính t tâm O (xem hình v) có th c xác nh b i các bi u th c:

$$\begin{cases} \Phi = \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right) \frac{2\pi(1 - \cos \alpha)}{4\pi} \\ \Phi = \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right) \frac{2\pi(\cos \sigma - \cos(\pi - \sigma))}{4\pi} = \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right) \frac{2\pi(2 \cos \sigma)}{4\pi} \end{cases}$$

Do v y:

$$\Rightarrow \cos \sigma = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \Rightarrow \sigma = \arccos \left(\frac{1 - \cos \alpha}{2} \right)$$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2015

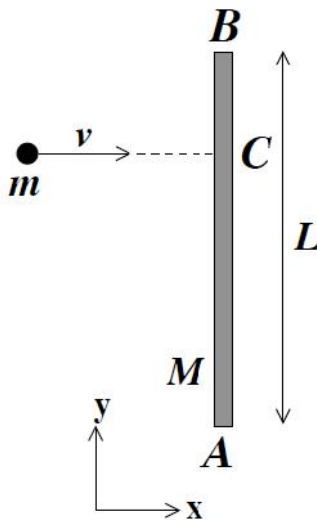
Môn thi: Vật lý

Ngày thi thứ 2 (10/05/2015)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát

Câu 1: [7 điểm]

Thanh AB đồng chất, khối lượng M , chiều dài $AB = L$ nằm trên mặt phẳng ngang không ma sát, dọc theo trục Ox . Một vật khối lượng m (coi như một chất điểm) chuyển động dọc theo trục Ox với vận tốc v và va chạm đàn hồi với thanh tại điểm C .



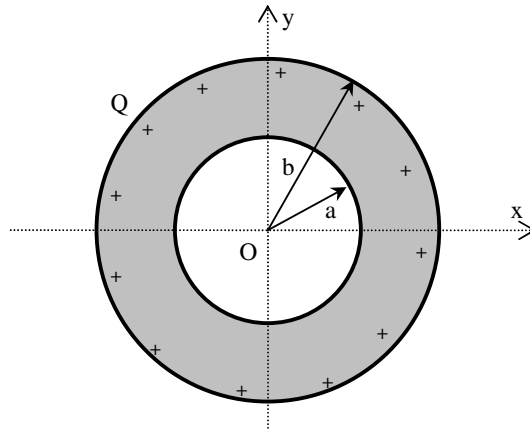
(a) Điểm C phải ở vị trí nào ngay sau khi va chạm, thanh sẽ quay quanh trục quay tức thời đi qua A ? [3]

(b) Xét trường hợp $AC = \frac{3}{4}L$; $m = M$ và va chạm là đàn hồi. Sau va chạm, vào thời

điểm thanh AB nằm dọc theo trục Ox lần đầu tiên thì khoảng cách giữa chất điểm m và đầu B của thanh bằng bao nhiêu? [4]

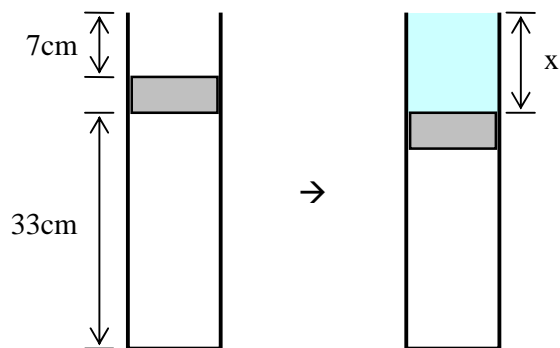
Câu 2: [10 điểm]

Một điện tích điểm q đặt bên trong phần rỗng của mặt vỏ cầu vật dẫn tích điện Q ($Q = q$). Chiều có bán kính trong là a và bán kính ngoài bằng b ($b = 2a$). Lấy tâm của chiều có làm gốc tọa độ.



- (a) Giả sử điện tích điểm q đặt tại gốc tọa độ - tâm của vòng.
- Hãy xác định cường độ điện trường tại các điểm nằm trên trục x theo giá trị của x ($-\infty < x < \infty$). [2]
 - Vẽ đồ thị hình thức thay đổi của cường độ điện trường dọc theo trục x . [1]
 - Tìm hàm số xác định sự phụ thuộc của cường độ điện trường trên trục x theo x ($-\infty < x < \infty$). [2]
 - Vẽ đồ thị của cường độ điện trường trên trục x theo giá trị của x . [1]
- (b) Bây giờ ta giả sử điện tích điểm q đặt trên trục x tại điểm $x = a/2$.
- Vẽ hình minh họa sự phân bố điện trường tại các điểm trên trục này. [2]
 - Lập biểu thức tính cường độ điện trường tại các điểm bên ngoài vòng này theo trục x ($|x| \geq b$). [0.5]
 - Xác định cường độ điện trường trên trục x với $|x| \geq a$. [0.5]
 - Vẽ đồ thị thay đổi của cường độ điện trường dọc theo trục x (có thể em phải đoán dạng của đồ thị khi $-a < x < a$). [1]

Câu 3: [8 điểm]



Trong một chiếc xy lanh thẳng đứng, tiết diện $S = 20 \text{ cm}^2$, một chiếc piston nặng $7,2 \text{ kg}$ nhúng một cột khí cao 33 cm ở 0°C và chiều cao của cột khí khác phía trên

của piston này (xem hình vẽ). Áp suất khí quyển bằng 10^5 Pa , khối lượng riêng của thu ngân và không khí trong bình kín ban đầu này lần lượt là 13600 kg/m^3 và $1,8 \text{ kg/m}^3$. Nhiệt dung riêng của áp suất không khí là 700 J/(kg.K) . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

(a) Thu ngân được thả vào trong bình rồi để cho nó nguội dần rồi mới đổ thu ngân đã thêm vào. Có quá trình là gì?

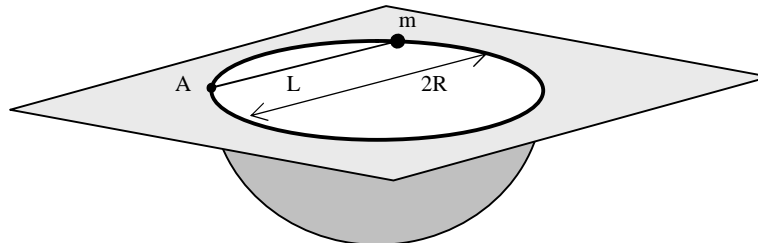
[4]

(b) Khi khí được đun nóng rồi cho nó nguội dần rồi để cho nó nguội dần. Tìm nhiệt độ của khí trong quá trình này.

[4]

Câu 4: [5 điểm]

Trong một trò chơi mô phỏng, một vật nhỏ có khối lượng m trượt trên một bán cầu bán kính R (xem hình vẽ). Người chơi thả vật từ vị trí A cách trục đối xứng một khoảng L và vật trượt xuống không va chạm với trục đối xứng. Vật còn lại ở vị trí B cách trục đối xứng một khoảng L trên mặt phẳng ngang. Nếu vật luôn tiếp xúc với trục đối xứng trong quá trình. Bỏ qua ma sát, trọng lực và sức cản của dây. Kích thước của vật và bán kính của bán cầu so với L .



(a) Hãy xác định quỹ đạo chuyển động của vật.

[2]

(b) Tìm vận tốc của vật khi nó rời khỏi dây cáp khi nó đi qua vị trí B.

[3]

Hết thi ngày 2.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2015

Môn thi: Vật lý

Ngày thi: 2 (10/05/2015)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát

Câu 1: [7 điểm]

- (a) Một vật v' là vật chuyển động thẳng đều sau va chạm, S và v_M là vận tốc góc và vận tốc của trục quay, x là khoảng cách từ trục quay đến tâm của thanh.
Chọn chiều dương và mô men động lượng là chiều dương của trục quay và trục quay là trục quay của thanh.

$$mv = mv' + Mv_M \quad (1)$$

$$mv \cdot x = mv' \cdot x + \frac{1}{12} ML^2 \ddot{\theta} \quad (2)$$

Trục quay của thanh là trục quay của thanh, trục quay của thanh là trục quay của thanh.

$$v_M - \ddot{\theta} \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow v_M = \frac{\ddot{\theta} L}{2} \quad (3)$$

Sử dụng (1); (2) và (3) ta có:

$$\left. \begin{aligned} m(v - v') &= Mv_M \\ m(v - v')x &= \frac{1}{12} ML^2 \frac{2v_M}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{L}{6} \Rightarrow AC = \frac{2L}{3}$$

- (b) Từ các phương trình trên, ta có các phương trình động học:

$$mv = mv' + Mv_M$$

$$mv \cdot \frac{L}{4} = mv' \cdot \frac{L}{4} + \frac{1}{12} ML^2 \ddot{\theta}$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv'^2 + \frac{1}{2} Mv_M^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} ML^2 \right) \ddot{\theta}^2$$

Với $m = M$:

$$v = v' + v_M \quad (4)$$

$$3v = 3v' + L \ddot{\theta} \quad (5)$$

$$12v^2 = 12v'^2 + 12v_M^2 + \ddot{\theta}^2 L^2 \quad (6)$$

Từ (4) và (5) ta có: $v_M = \frac{\ddot{\theta} L}{3}$;

$$(6) \Rightarrow 12 \left(\frac{v - v'}{\frac{\ddot{\theta} L}{3}} \right) (v + v') = 12 \left(\frac{\ddot{\theta} L}{3} \right)^2 + \ddot{\theta}^2 L^2$$

$$\Rightarrow 4\tilde{S}L(v+v') = \frac{21}{9}\tilde{S}^2L^2 \Rightarrow v+v' = \frac{7}{12}\tilde{S}L$$

Giải các phương trình trên:

$$\Rightarrow v' = \frac{3}{11}v; \tilde{S} = \frac{24v}{11L}; v_M = \frac{8}{11}v$$

Vì không có ma sát nên các vận tốc trên đều không đổi sau va chạm. Thanh AB sẽ trượt nên nó đi theo trục x vào thời điểm T:

$$\tilde{S}T = \frac{f}{2} \Rightarrow T = \frac{11fL}{48v}$$

Khi đó, mô men:

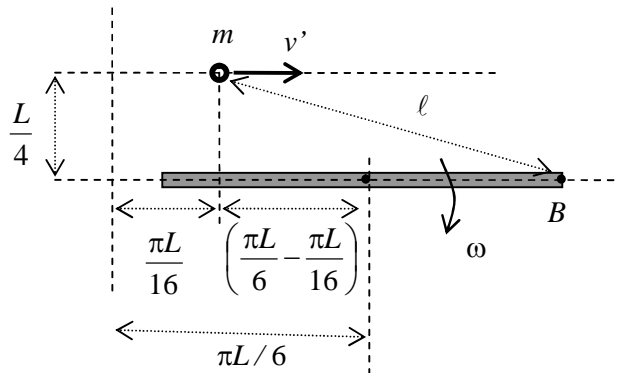
$$\Delta x = v'T = \frac{fL}{16}$$

Tâm của thanh dịch chuyển:

$$\Delta x_M = v_M T = \frac{fL}{6} > \frac{L}{2}$$

Khoảng cách từ trục quay B của thanh (xem hình vẽ) là:

$$l = \sqrt{\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \left(\frac{5fL}{48} + \frac{L}{2}\right)^2} \approx 0.864L$$



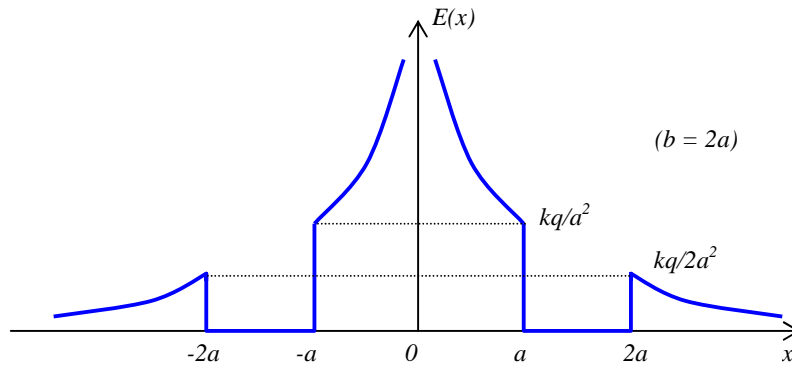
Câu 2: [10 điểm]

(a) Tính điện tích q của từng tâm của hai.

- i. Điện trường trong lòng vật dẫn bằng không do vậy điện tích chỉ nằm ở mặt ngoài của vỏ cầu và trái dấu với q (theo định luật Gauss). Do đó điện tích mặt ngoài sẽ là $2 \times q$. Do tính đối xứng nên các điện tích sẽ phân bố đều.

$$\begin{cases} E(x) = \frac{2kq}{x^2} & (|x| \geq b) \\ E(x) = 0 & (a < |x| < b) \\ E(x) = \frac{kq}{x^2} & (|x| \leq a) \end{cases}$$

- ii. Tìm công suất điện trường dọc theo trục x:



iii. i n th đ c theo tr c x ($0 \leq x < \infty$).

V c u là m t v t đ n nên là m t ng th . i n th t i $r = a$ b ng i n th t i $r = b$. T i i m bên ngoài v c u, do tính i x ng và dùng nh lu t Gauss, h t ng ng nh m t i n tích i m t t i tâm c u. Do ó:

$$V(r \geq b) = \frac{k2q}{r} = \frac{2kq}{x}$$

$$\Rightarrow V(r = a) = V(r = b = 2a) = V(r, a \leq r \leq b) = \frac{2kq}{b} = \frac{kq}{a}$$

V i $x < a$:

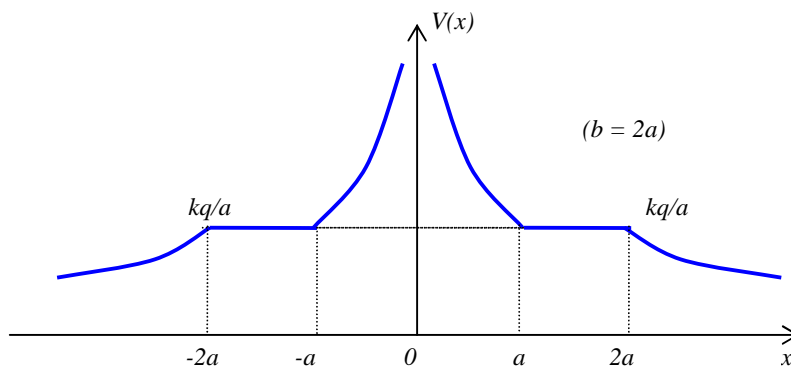
$$V(x) - V(a) = \int_x^a E(r) dr = \frac{kq}{x} - \frac{kq}{a}$$

$$\Rightarrow V(x) = V(a) + \frac{kq}{x} - \frac{kq}{a} = \frac{kq}{x}$$

Tóm l i:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{2kq}{x} & (x \geq b) \\ \frac{kq}{a} & (a \leq x \leq b) \\ \frac{kq}{x} & (x \leq a) \end{cases}$$

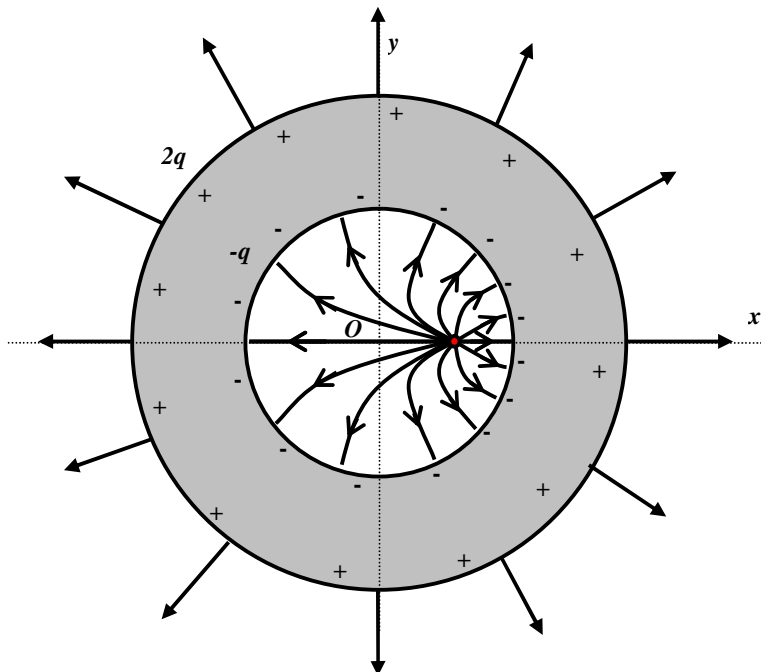
iv. th i n th đ c theo tr c x .



(b) tính tích điện q trên trục x từ $x = -a/2$ đến $x = a/2$.

- i. Công thức tính điện tích q trong lòng vật dẫn cân bằng điện tích không, dùng định luật Gauss ta thấy, tác động tổng thể của không gian điện tích bên trong vật dẫn cân bằng (tích điện bên trong vật dẫn vào trong) ra bên ngoài là bằng không, như thể vật trung hòa điện. Vì vậy tích điện bên trong vật dẫn cân bằng $-q$, tuy nhiên sự phân bố điện tích sẽ không còn đều. Vật dẫn ngoài vì thế sẽ không bằng điện tích bên trong nên có tích điện bằng $2q$ và phân bố đều. Phía ngoài vật dẫn, điện trường và điện thế không thay đổi so với trường hợp vật dẫn cân bằng.

Hình vẽ minh họa phân bố điện tích và đường sức điện trường như hình vẽ (chú ý các điện tích trong vật dẫn cân bằng).



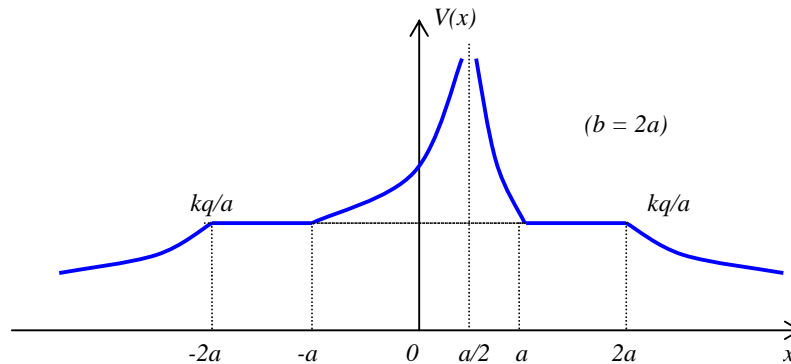
- ii. Công thức tính điện tích q vị trí có trục x:

$$\begin{cases} E(x) = \frac{2kq}{x^2} & (|x| \geq b) \\ E(x) = 0 & (a < |x| < b) \end{cases}$$

iii. i n th ph thu c vào x ($a \leq x < \infty$).

$$V(x) = \begin{cases} \frac{2kq}{x} & (x \geq b) \\ \frac{kq}{a} & (a \leq x \leq b) \end{cases}$$

iv. th i n th đ c theo tr c x .



Câu 3: [8 i m]

(a) Ký hi u S là ti t di n xy lanh, m là kh i l ng piston, h là cao ban u c a c t khí, h_1 là cao ph n r ng phía trên piston, p_0 là áp su t khí quy n, ρ_{Hg} và ρ_1 là kh i l ng riêng c a thu ngân và không khí (tr ng thái ban u ã cho) c v nhi t dung mol ng tích.

Áp su t lúc u và lúc sau là:

$$p_2 = [p_0 + (m + m_{Hg})g / S] = p_0 + mg / S + \rho_{Hg}gx$$

Theo nh lu t Boyle:

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1$$

Thay các bi u th c c a p_1, p_2, V_1 và V_2 , ta có:

$$\begin{aligned} (h + h_1 - x)S &= \frac{p_0 + mg / S}{p_0 + mg / S + \rho_{Hg}gx} \cdot S \cdot h \\ \Rightarrow (p_0 + mg / S + \rho_{Hg}gx)(h + h_1 - x) &= (p_0 + mg / S)h \end{aligned}$$

S p l i ph ã ng tr ãnh:

$$\rho_{Hg} g x^2 - [\rho_{Hg} g (h + h_1) - (p_0 + mg / S)] x - (p_0 + mg / S) h_1 = 0$$

Thay s ã li u:

$$p_0 = 10^5 Pa; \frac{mg}{S} = 3,6 \times 10^4 Pa; \rho_{Hg} g = 1,36 \times 10^5 N / m^3$$

Ta ã c ph ã ng tr ãnh:

$$1,36 \times 10^5 x^2 - [1,36 \times 10^5 \times 0,4 - (10^5 + 3,6 \times 10^4)] x - (10^5 + 3,6 \times 10^4) \times 0,07 = 0$$

Hay:

$$x^2 + 0,6x - 0,07 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0,1m = 10cm.$$

Kh ã i l ã ng thu ã ng ãn $m_{Hg} = \rho_{Hg} Sx$:

$$m_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot V_{Hg} = 1,36 \cdot 10^4 \times 2 \times 10^{-4} = 2,72(kg)$$

(b) Nhi t l ã ng c p cho kh ã ã c x ác ã nh theo nguy ãn lý s ã I c ã a nhi t ã ng l c h c:

$$Q = \Delta U + W_{gas} \quad (1)$$

Trong ó W_{gas} công th c hi ã n b ã i kh ã.

b ã n ã i n ã i n ã ng:

$$\Delta U = c_v m \Delta T \quad (2)$$

Công th c hi ã n b ã i kh ã i kh ã có th ã tính b ã i bi u th c:

$$W_{gas} = \frac{p_2 + p_3}{2} \Delta V \quad (3)$$

Áp su t kh ã lúc b ã n ã m ã nh nh t:

$$p_2 = p_0 + \frac{mg}{S} + \rho_{Hg} g x = 1,496 \times 10^5 Pa$$

Còn lúc cu ã ã cùng là:

$$p_3 = p_0 + \frac{mg}{S} = p_1 = 1,36 \times 10^5 Pa$$

Kh ã i l ã ng kh ã, tính theo lúc ã u là:

$$m_{air} = \rho_1 S h = 1,8 \times 0,20 \times 3,3 = 1,118g$$

Xét tr ã ng th á i ã u và tr ã ng th á i cu ã i ta có ph ã ng tr ãnh:

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_1} T_1$$

Hay:

$$T_3 = T_1 \frac{(h+h_1)S}{hS} = T_1 \frac{(h+h_1)}{h} = 273 \times \frac{40}{33} = 390,91K$$

thay i nh i t :

$$\Delta T = T_3 - T_1 = 57,91K \approx 58K.$$

S d ng (1), (2) và (3) và thay s ta c:

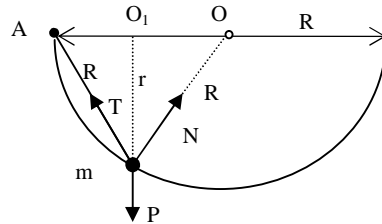
$$\begin{aligned} Q &= 700 \times 1,118 \times 58 + \frac{1,36 + 1,496}{2} \times 10^5 \times 200 \times 10^{-6} \\ &= 48,23 + 28,65 = 76,79J \end{aligned}$$

Trong quá trình này, n i n ng khí t ng lên 48,23 J, và khí th c hi n m t công 28,65 J.

Câu 4: [5 i m]

(a) Vì s i dây luôn c ng trong quá trình chuy n ng nên m luôn cách A nh ng kho ng không i. Do v y, m chuy n ng trên m t c u tâm A bán kính $L = R$.

Nh v y m n m trên c hai m t c u (O,R) và (A,R) .



\Rightarrow Qu o c a m là ng giao nhau c a hai m t c u nên s là m t ng tròn tâm O_1 t t i trung i m c a OA, bán kính r :

$$r = R \sin 60^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(b) T i i m th p nh t c a qu o, m ch u tác d ng c a ba l c nh trên hình v .

Do m luôn chuy n ng trên m t m t ph ng th ng ng $\Rightarrow T = N$.

L c h ng tâm:

$$F_c = -P + (T \times \cos 30^\circ + N \times \cos 30^\circ)$$

$$\frac{mv^2}{r} = -mg + 2T \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}T - mg \quad (1)$$

C n ng b o toàn:

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgr \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = 2mg \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \& (2)} 2mg = \sqrt{3}T - mg \Rightarrow T = \sqrt{3}mg$$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2016

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 07/05/2016

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Lò xo không chiều dài tự nhiên (zero-length spring) là loại lò xo được chế tạo sao cho lực đàn hồi của lò xo có độ lớn tỉ lệ thuận với chiều dài của nó: $F = k.l$ ($l > l_{min}$ là chiều dài của lò xo khi các vòng lò xo xếp sát nhau). Trong bài này, ta sẽ đi nghiên cứu một số bài toán sử dụng đến loại lò xo này.

1) Một thanh thẳng đồng chất, tiết diện đều, có khối lượng M và chiều dài L , có thể quay xung quanh trục O nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Đầu còn lại của thanh được gắn vào điểm A cố định nhờ một lò xo không chiều dài tự nhiên có hệ số đàn hồi là k . Điểm A nằm thẳng đứng phía trên điểm O , cách O một đoạn là H . Gia tốc trọng trường là g .

- a. Tìm các vị trí cân bằng của thanh.
- b. Biện luận tính bền của các vị trí cân bằng.

2) Treo một lò xo không chiều dài tự nhiên trong trọng trường giữa hai điểm A, B có cùng độ cao, cách nhau một khoảng L . Lò xo có khối lượng m (phân bố đều theo chiều dài ở trạng thái các vòng lò xo xếp sát nhau) và hệ số đàn hồi k . Gia tốc trọng trường là g .

a. Ban đầu giữ sao cho lò xo cân bằng nằm ngang giữa A, B rồi thả nhẹ. Chứng minh các điểm trên lò xo chỉ chuyển động theo phương thẳng đứng mà không bị lệch đi theo phương ngang.

- b. Tìm hình dạng của lò xo khi cân bằng.

Câu 2: Một động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình Carnot với nguồn nóng là 1,5 kg hơi nước ở nhiệt độ T_1 và nguồn lạnh là 8 kg nước đá ở T_2 (với $T_1 = 373K$ và $T_2 = 273K$ lần lượt là nhiệt độ hóa hơi và nóng chảy của nước). Cho biết ẩn nhiệt hóa hơi, ẩn nhiệt nóng chảy và nhiệt dung riêng của nước lần lượt: $L = 2,3 \text{ MJ/kg}$; $\lambda = 340 \text{ kJ/kg}$; $c = 4200 \text{ J/(kg.K)}$.

1) Tính hiệu suất của chu trình lúc đầu. Từ đó, tìm khối lượng nước đá đã tan ra khi toàn bộ hơi nước ở nguồn nóng ngưng tụ và tổng lượng công đã nhận được khi đó.

2) Sau khi ngưng tụ, nước ở nguồn nóng tiếp tục bị mất nhiệt nên nhiệt độ của nó bị giảm xuống. Tìm nhiệt độ nguồn nóng khi toàn bộ nước đá tan hết.

- 3) Tính công lớn nhất mà động cơ nhiệt sinh ra và nhiệt độ cuối của nguồn nóng.

Câu 3: Cho một tụ điện gồm hai bản tụ phẳng hình vuông cạnh a đặt song song cách nhau một đoạn là d , được nối vào nguồn có hiệu điện thế U không đổi. Quay nhẹ bản dương của tụ quanh một cạnh của nó đi một góc nhỏ φ .

1) Cui các đường sức trong tụ gần đúng là các cung tròn đồng tâm. Tìm biểu thức của cường độ điện trường E tại sát mặt bản dương theo khoảng cách đến cạnh cố định của bản.

2) Tính tổng điện tích trên một bản tụ điện và từ đó, tìm biểu thức của điện dung tụ điện.

3) Tìm công tối thiểu để quay bản tụ.

Câu 4: Máy bay trực thăng bay lơ lửng được nhờ phản lực từ không khí. Giả thiết lực cản của không khí lên các vật chuyển động trong nó tỉ lệ thuận với độ lớn của vận tốc tương đối và diện tích mặt cản với hệ số tỉ lệ là K . Một chiếc máy bay trực thăng trong thực tế để lơ lửng trong không khí cần tốn một công suất là P .

1) Cui rằng công suất P chỉ phụ thuộc vào các đại lượng: khối lượng riêng của vật liệu làm máy bay ρ , kích thước của máy bay L và hệ số K và có dạng: $P = C \cdot \rho^\alpha \cdot L^\beta \cdot K^\gamma$, trong đó C là một hằng số không thứ nguyên. Bằng phương pháp thứ nguyên, tìm α , β và γ .

2) Người ta chế tạo một mô hình máy bay có kích cỡ tất cả các phần nhỏ hơn máy bay thật 2 lần. Công suất mô hình tiêu thụ nhỏ hơn máy bay thật bao nhiêu lần?

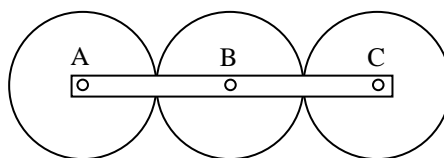
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2016

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 08/05/2016

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Xét một hệ nằm trong mặt phẳng ngang gồm ba đĩa đồng chất giống hệt nhau có cùng khối lượng m và bán kính R . Các đĩa có thể quay quanh các trục vuông góc với mặt đĩa và đi qua tâm đĩa. Gắn trục quay của các đĩa vào các điểm A, B, C trên một thanh cứng, thẳng, nhẹ sao cho các đĩa tiếp xúc nhau (B là trung điểm của AC). Giữ cố định đĩa A và tác dụng một mômen lực M lên thanh cứng theo chiều kim đồng hồ. Giả thiết rằng các mép đĩa không trượt đối với nhau.



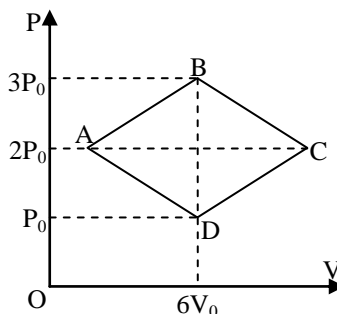
1) Tính tốc độ góc của các đĩa B, C và động năng của hệ tại thời điểm thanh cứng có tốc độ góc ω .

2) Thiết lập biểu thức vận tốc góc của thanh cứng theo thời gian trong các trường hợp sau:

a. Bỏ qua mô men cản của chuyển động quay.

b. Tại mỗi trục các đĩa A, B, C xuất hiện mô men cản chuyển động quay giống nhau, có độ lớn bằng M_c không đổi theo thời gian.

Câu 2: Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình biến đổi ABCDA được biểu diễn trên đồ thị PV là hình thoi với các thông số được cho như hình vẽ. Điểm C được chọn sao cho nhiệt độ trên đoạn BC luôn giảm và công của chu trình ABCA là lớn nhất.



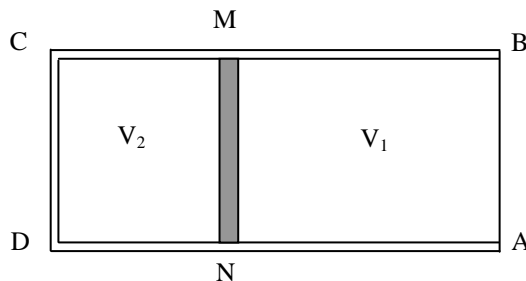
1) Tính thể tích V_C theo V_0 .

2) Xác định vị trí trên đoạn BC, khí chuyển từ thu nhiệt sang tỏa nhiệt.

3) Tính hiệu suất của chu trình ABCDA.

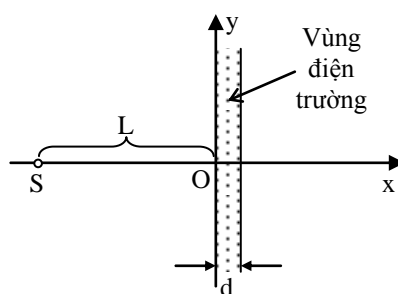
Câu 3: Cho một xilanh kín ABCD đặt nằm ngang.

Thành bên AD và BC, nắp CD và pittông MN được làm bằng vật liệu không dẫn nhiệt, trong khi đó đáy AB thì dẫn nhiệt. Pittông MN có thể chuyển động không có ma sát trong xilanh. Bên trái và bên phải pittông đều có 1 mol cùng một chất khí lí tưởng có



nhiệt dung mol đẳng tích C_V và chỉ số đoạn nhiệt γ . Khối khí ở bên phải pittông được đốt nóng (hoặc làm lạnh) làm cho pittông chuyển động rất chậm. Hãy biểu diễn nhiệt dung C_1 của khối khí này trong quá trình đang xét thông qua giá trị tức thời của thể tích V_1 và V_2 của hai khối khí.

Câu 4: Cho một nguồn S phát ra các electron có tốc độ bằng nhau và bằng v_0 . Các electron được cho bay qua một vùng điện trường hẹp có bề rộng d . Nguồn phát nằm cách biên của vùng một khoảng là L ($L \gg d$). Chọn hệ quy chiếu như hình vẽ. Khối lượng và điện tích của electron lần lượt là m và $q_e = -e$. Bỏ qua tương tác giữa các electron và tác dụng của trọng lực. (Lưu ý: Các ý 1 và 2 sau đây là hai bài toán độc lập, không liên quan tới nhau).



1) Điện trường được tạo ra bởi một hệ điện tích phân bố theo một quy luật xác định. Bỏ qua thành phần điện trường E_x . Sau khi các electron bay qua vùng điện trường, chúng chuyển động theo phương song song với trục Ox. Tìm biểu thức mật độ điện khối của vùng điện trường tại vị trí có tọa độ y .

2) Điện trường được tạo ra nhờ hai lưới kim loại đặt vuông góc với trục Ox, được nối vào hiệu điện thế U không đổi. Gọi i và r lần lượt là góc hợp giữa phương của electron đi tới và của electron rời khỏi vùng từ trường với phương của trục Ox.

a. Tìm tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$.

b. Các electron ló ra khỏi điện trường trong lân cận khá gần với trục Ox giống như được phát ra từ “ảnh” S' của nguồn S. Tìm vị trí của S' .

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2016

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 07/05/2016

Câu 1:

1) Ta sử dụng phương pháp năng lượng. Chọn mốc thế năng trọng trường tại vị trí ngang với trục quay O. Tại vị trí thanh hợp với phương OA góc φ ($0 < \varphi < \pi$), ta có:

$$\begin{aligned} W_t &= Mgh + \frac{1}{2}kl^2 = Mg \frac{L}{2} \cos \varphi + \frac{1}{2}k(L^2 + H^2 - 2HL \cos \varphi) \\ &= \frac{1}{2}k(L^2 + H^2) + \frac{1}{2}(Mg - 2kH)L \cos \varphi \end{aligned}$$

a. Dễ dàng nhận thấy, hệ có hai vị trí cân bằng ứng với $\cos \varphi = \pm 1 \Rightarrow \varphi = 0 \vee \varphi = \pi$.

b. + Nếu $Mg > 2kH$ thì $\varphi = 0$ là cân bằng không bền, $\varphi = \pi$ là cân bằng bền.

+ Nếu $Mg < 2kH$ thì $\varphi = \pi$ là cân bằng không bền, $\varphi = 0$ là cân bằng bền.

+ Nếu $Mg = 2kH$ thì hệ cân bằng phiếm định với mọi giá trị của φ .

2) a. Ban đầu lò xo cân bằng nằm ngang giữa A, B nên lực căng (lực đàn hồi) tại mọi điểm trên lò xo là bằng nhau. Điều này chứng tỏ lò xo biến dạng đều theo phương ngang.

Xét một đoạn lò xo, ta có: $F = k.l$ và hướng dọc theo trục lò xo nên: $\begin{cases} F_x = kx \\ F_y = ky \end{cases}$, nghĩa là các

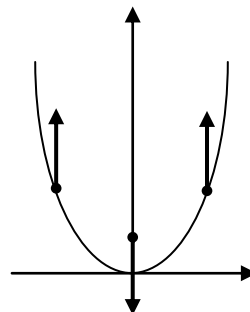
thành phần lực đàn hồi tỉ lệ thuận với độ biến dạng theo phương tương ứng.

Khi thả ra, ban đầu các vòng lò xo chuyển động theo phương thẳng đứng do tác dụng của trọng lực. Độ biến dạng theo phương ngang của chúng không đổi so với lúc ở trạng thái nằm ngang ban đầu, nên các thành phần lực đàn hồi nằm ngang cũng cân bằng như lúc đầu, không tạo ra gia tốc theo phương ngang. Vì vậy, trong toàn quá trình chuyển động, các điểm trên lò xo chỉ chuyển động theo phương thẳng đứng.

b. Chia lò xo thành các đoạn có chiều dài dl rất nhỏ. Theo phân tích ở trên, thành phần lực theo phương ngang luôn cân bằng và có độ lớn bằng kL . Ta đi xét thành phần lực theo phương thẳng đứng. Dễ thấy, do tính đối xứng, vị trí thấp nhất ứng với điểm chính giữa của lò xo.

Ta có: $2F_y = 2k^* dy = m_x \cdot g \Rightarrow 2 \frac{kL}{dx} \cdot dy = \frac{2mgx}{L}$

Tích phân lên, ta dễ dàng có được: $y = \frac{mg}{2kL^2} x^2$, lò xo có dạng parabol.



Câu 2:

1) Giai đoạn 1: Hơi nước ngưng tụ và nước đá tan chảy. Đây là giai đoạn mà nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh giữ ổn định là T_1 và T_2 .

Hiệu suất tuân theo chu trình Carnot: $H = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% \approx 26,8\%$. Khi đó: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$;

Khi hơi nước ngưng tụ hết ta có: $Q_1 = m_1 L \Rightarrow Q_2 = m_1 L \frac{T_2}{T_1}$; $A = m_1 L \frac{T_1 - T_2}{T_1} \approx 9,25 \cdot 10^5 J$.

Lượng nước đá bị tan chảy: $\Delta m = \frac{Q_2}{\lambda} = m_1 L \frac{T_2}{T_1 \lambda} = 7,43 \text{ kg}$.

Do lượng nước đá ban đầu là $m_2 = 8 \text{ kg}$, nên nước đá chưa tan hết.

2) Giai đoạn 2 từ lúc hơi nước vừa ngưng tụ hết đến lúc nước đá tan hết: Khi toàn bộ hơi nước ngưng tụ, động cơ nhiệt tiếp tục hoạt động với nhiệt độ nguồn nóng thay đổi, còn nhiệt độ nguồn lạnh không đổi (T_2).

Ta có: $\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2}$ với $dQ_1 = mc \cdot dT_1 \Rightarrow m_1 c \frac{dT_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2}$

Tích phân 2 vế: $T'_1 = T_1 \exp\left(-\frac{Q_2}{m_1 c T_2}\right) = T_1 \exp\left(-\frac{(m_2 - \Delta m) \cdot \lambda}{m_1 c T_2}\right) = 333 \text{ K}$.

3) Giai đoạn 3 tiếp theo, nhiệt độ của cả hai nguồn đều thay đổi. Gọi nhiệt độ cuối của hệ là T

ta có: $\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2} \Rightarrow \frac{m_1 c dT_1}{T_1} = -\frac{m_2 c dT_2}{T_2}$

Tích phân 2 vế ta được: $m_1 \ln \frac{T'_1}{T} = m_2 \ln \frac{T}{T_2} \Rightarrow T = T_1^{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \cdot T_2^{\frac{m_2}{m_1 + m_2}} = 281,7 \text{ K}$

Công của động cơ nhiệt được tính bằng bảo toàn năng lượng:

$$A = m_1 [L + c(T_1 - T)] - m_2 [\lambda + c(T - T_2)] = 1 \text{ MJ}.$$

Câu 3:

1) Do các đường sức trong tụ gần đúng là các cung tròn đồng tâm nên cường độ điện trường dọc theo đường sức là không đổi. Vậy:

$$E = \frac{U}{l} = \frac{U}{\varphi \cdot r} = \frac{U}{d + \varphi x}$$

2) Áp dụng định lý Gauss: $\frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} = E \cdot S \Rightarrow \sigma = \frac{\varepsilon_0 U}{d + \varphi x} = \frac{dQ}{dS}$

Tích phân cho toàn mặt bản tụ: $Q = \int_0^a \frac{\varepsilon_0 U}{d + \varphi x} a \cdot dx = \frac{\varepsilon_0 a U}{\varphi} \ln \frac{d + \varphi a}{d}$

Từ đó, ta có: $C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 a}{\varphi} \ln \left(1 + \frac{\varphi a}{d}\right) < C_0 = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}$

3) Công tối thiểu để quay bản tụ là công làm điện tích chạy ngược qua nguồn và thay đổi năng lượng của tụ:

$$A = U \cdot \Delta Q + \Delta W = \frac{1}{2}(C_0 - C)U^2 = \frac{\varepsilon_0 a U^2}{2\varphi} \left[\frac{\varphi a}{d} - \ln \left(1 + \frac{\varphi a}{d} \right) \right]$$

Lấy xấp xỉ hàm ln ta được: $A \approx \frac{\varepsilon_0 a U^2}{2\varphi} \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi a}{d} \right)^2 = \frac{\varepsilon_0 \varphi a^3 U^2}{4d^2}$

Câu 4:

1) Thứ nguyên của các đại lượng lần lượt là:

$$[\rho] = M \cdot L^{-3}; [L] = L; [K] = M \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}; [P] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

Vậy, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 1 \\ -3\alpha + \beta - 2\gamma = 2 \\ -\gamma = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 3 \end{cases}$$

2) Kích thước giảm đi 2 lần thì công suất tiêu thụ theo công thức ở ý 1 sẽ giảm đi $2^2 = 4$ lần.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2016

Môn thi: Vật lý - Ngày thi: 08/05/2016

Câu 1:

1) Khi thanh AC có vận tốc ω :

Vận tốc ω_A theo định lý Uy-lít về vận tốc góc tương đối: $\frac{\omega_A - \omega}{\omega_B - \omega} = -\frac{r}{r}$.

Với $\omega_A = 0 \Rightarrow \omega_B = 2\omega$.

Tương tự cho đĩa B và C ta tìm được vận tốc đĩa C là 0, nghĩa là đĩa C chỉ có chuyển động tịnh tiến.

Động năng của hệ gồm động năng quay và tịnh tiến của B, động năng tịnh tiến của C.

Ta tính được: $K = \frac{1}{2}m(\omega \cdot 2R)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)(2\omega)^2 + \frac{1}{2}m(\omega \cdot 4R)^2 = 11m\omega^2 R^2$.

2) Áp dụng định lý động năng cho các câu a, b:

a. Theo định lý động năng: công của mômen lực M sinh ra độ biến thiên động năng:

$$M \cdot d\varphi = dK \Rightarrow M \omega \cdot dt = 22mr^2 \omega \cdot d\omega \Rightarrow d\omega = \frac{M}{22mr^2} dt$$

Lấy tích phân 2 vế: $\omega = \frac{M}{22mr^2} t$, gia tốc góc là một hằng số: $\gamma = \frac{M}{22mr^2}$

b. Theo định lý động năng tổng đại số công của các Momen sinh ra biến thiên động năng:

$$M \cdot d\varphi - M_A \cdot d\varphi_A - M_B \cdot d\varphi_B = dK \Rightarrow (M - 3M_C) \cdot \omega \cdot dt = 22mr^2 \omega \cdot d\omega$$
$$\Rightarrow \omega = \frac{M - 3M_C}{22mr^2} t$$

Câu 2:

1) Phương trình đoạn BC: $p = 3p_o - p_o \frac{V - 6V_o}{V_c - 6V_o}$ Với V_c là thể tích của điểm C. (1)

Kết hợp phương trình Claperon: $PV = nRT$ ta được:

$$nRT = 3p_o V - p_o \frac{V^2 - 6VV_o}{V_c - 6V_o} \Rightarrow nRdT = \left(3p_o - p_o \frac{2V - 6V_o}{V_c - 6V_o} \right) dV \quad (2)$$

Nhiệt độ cực đại ứng với $dT/dV = 0$, thay vào (2) giải ra ta được:

Khi T_{\max} thể tích tương ứng đó là: $V_{\max} = \frac{3}{2}V_c - 6V_o$.

Để nhiệt độ trên BC luôn giảm thì $V_{\max} < V_B = 6V_o$. Từ đó ta có: $V_c \leq 8V_o$.

Kết hợp với điều kiện công của chu trình ABCA lớn nhất thì $V_c = 8V_o$.

2) Nhiệt lượng khí nhận trên đoạn BC: $dQ_{BC} = C_V dT + P dV$

Kết hợp với (1) và (2) ta nhận được: $dQ_{BC} = P_o \left(15 - 2 \frac{V}{V_o} \right) dV$. (3).

Để Q_{BC} là nhận thì điều kiện là $\frac{dQ_{BC}}{dV} \geq 0$

Từ đó, miền nhiệt lượng nhận vào ứng với $V \in (6V_o; 7,5V_o)$

3) Lấy tích phân 2 vế của (3) với miền V như trên ta tìm được

Nhiệt lượng thu được trên đoạn BC: $Q_1 = 2,25P_o V_o$.

Tương tự ta cũng tính được nhiệt lượng thu được trên đoạn DA: $Q_2 = P_o V_o$.

Dễ dàng tính được: Công $A = 4P_o V_o$ và $Q_{AB} = 20P_o V_o$

Vậy hiệu suất: $H = \frac{4}{23.25} \approx 17,2\%$.

Câu 3: Yếu tố nhiệt lượng mà khối khí bên phải nhận được khi nhiệt độ thay đổi một lượng dT_1 là

$$dQ_1 = C_V dT_1 + P_1 dV_1 = C_V dT_1 + RT_1 \frac{dV_1}{V_1} \quad (1)$$

Khối khí bên trái pittông không nhận nhiệt lượng nên $dQ_2 = 0$, do đó $C_2 = 0$ và

$$C_V dT_2 + RT_2 \frac{dV_2}{V_2} = 0, \quad \text{hay} \quad \frac{dT_2}{T_2} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV_2}{V_2} \quad (2)$$

Vì $P_1 = P_2$ nên $V_1 T_2 = V_2 T_1$, suy ra

$$\frac{dV_1}{V_1} - \frac{dV_2}{V_2} = \frac{dT_1}{T_1} - \frac{dT_2}{T_2} \quad (3)$$

Mặt khác, $V_1 + V_2$ không thay đổi nên

$$dV_1 = -dV_2 \quad (4)$$

Thay (2) và (4) vào (3), ta nhận được

$$dV_1 \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} + \frac{R}{C_V} \frac{1}{V_2} \right) = \frac{dT_1}{T_1}$$

Vì $R = C_P - C_V = C_V(\gamma - 1)$ nên có thể viết lại phương trình trên như sau

$$dV_1 = \frac{dT_1}{T_1} \frac{V_1 V_2}{V_2 + \gamma V_1} \quad (5)$$

Thay (5) vào (1), ta có $dQ_1 = \left(C_V + R \frac{V_2}{V_2 + \gamma V_1} \right) dT_1$.

Vậy:
$$C_1 = \frac{dQ_1}{dT_1} = \left(C_v + R \frac{V_2}{V_2 + \gamma V_1} \right) = \gamma C_v \frac{V_1 + V_2}{V_2 + \gamma V_1}$$

Câu 4:

1) Xét tia tới vùng điện trường với góc tới φ . Bỏ qua thành phần điện trường E_x , chỉ tính đến thành phần E_y coi là không đổi khi e bay qua vùng:

Thời gian bay qua vùng:
$$t = \frac{d}{v \cos \varphi}.$$

Cường độ điện trường E_y của vùng hướng theo chiều ra xa O và:

$$a = \frac{Ee}{m} = \frac{v \sin \varphi}{t} \Rightarrow E = \frac{mv^2 \sin \varphi \cos \varphi}{ed} = \frac{mv^2}{ed} \frac{yL}{y^2 + L^2} \approx \frac{mv^2}{edL} y$$

Ta có:
$$\rho = -\frac{dE}{dy} = \frac{mv^2}{ed} \frac{L(y^2 + L^2) - yL \cdot 2y}{(y^2 + L^2)^2} = \frac{mv^2}{ed} \frac{L(L^2 - y^2)}{(y^2 + L^2)^2} \approx -\frac{mv^2}{edL} \left(1 - 3 \frac{y^2}{L^2} \right)$$

2) Điện trường giữa hai lưới kim loại (đóng vai trò là các bản tụ phẳng) là đều và hướng theo trục x nên thành phần v_y của e khi qua vùng là không đổi.

a. Ta có:
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_y}{v} \cdot \frac{v'}{v_y} = \frac{v'}{v}.$$

Mà:
$$\frac{1}{2}mv^2 \pm eU = \frac{1}{2}mv'^2 \quad (\text{Dấu của } eU \text{ phụ thuộc vào chiều của hiệu điện thế})$$

Vậy:
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \sqrt{1 \pm \frac{2eU}{mv^2}}.$$

b. Ta đi tính cho trường hợp góc i và r đều khá nhỏ, bỏ qua độ rộng d của vùng điện trường và độ lệch Δy của tia vào và tia ló ra khi chuyển động của vùng điện trường.

$$\frac{\sin i}{\sin r} \approx \frac{\tan i}{\tan r} = \frac{y}{L} \cdot \frac{-L'}{y} = -\frac{L'}{L}.$$

Vậy:
$$L' = -L \sqrt{1 \pm \frac{2eU}{mv^2}}.$$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2018

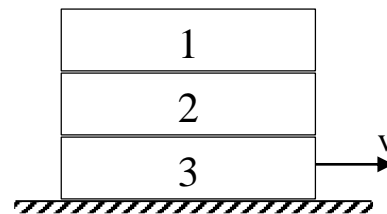
Môn thi: **VẬT LÝ**

Ngày thi thứ nhất: **05/05/2018**

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi gồm **04** câu in trên **02** trang)

Câu 1. Ba tấm ván dài có cùng khối lượng được đặt chồng lên nhau trên mặt sàn nằm ngang. Gọi tấm trên cùng là tấm số 1, tấm ở giữa là tấm số 2 và tấm ở dưới cùng là tấm số 3. Hệ số ma sát giữa tấm 1 với tấm 2, giữa tấm 2 với tấm 3 và giữa tấm 3 với sàn lần lượt là μ , 2μ và 3μ . Nếu tác dụng lên tấm 1 một xung lực theo phương ngang, truyền cho nó tốc độ đầu v , thì sau khi chuyển động một khoảng thời gian là $t_0 = 1,0$ s, tấm ván dừng lại. Tác dụng lên tấm 3 một xung lực theo phương ngang như trên, truyền cho nó tốc độ đầu v (Hình 1). Mô tả chuyển động của hệ. Tính các khoảng thời gian trong từng giai đoạn chuyển động. Các tấm ván đủ dài để không bị trượt khỏi nhau trong quá trình chuyển động.



Hình 1

Câu 2. Một nhà du hành vũ trụ sơ ý làm đổ một ít nước trong không gian giữa trạm vũ trụ (môi trường không trọng lượng). Do sức căng bề mặt nên khối nước co lại thành hai quả bóng nước hình cầu có bán kính R_1 và $R_2 = 5R_1$.

a) Sức căng mặt ngoài ép vào khối nước bên trong với áp suất $p = \frac{2\sigma}{R}$, với σ là suất căng mặt ngoài và R là bán kính mặt cầu. Biết tổng lượng nước bị đổ ra là $V = 527,8 \text{ cm}^3$, suất căng mặt ngoài của nước là $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$. Tính áp suất bên trong từng quả bóng.

b) Nếu ta nối các khối nước qua một ống nhỏ có đường kính trong $D = 1 \text{ mm}$ và chiều dài $L = 5 \text{ cm}$, thì nước sẽ chảy từ quả bóng này sang quả bóng kia. Xác định chiều chảy của nước. Giải thích.

c) Độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống được cho bởi biểu thức: $\Delta p = \frac{32\mu L v_{TB}}{D^2}$, với v_{TB} là tốc độ chảy trung bình của nước trong ống, μ là độ nhớt của chất lỏng trong ống. Độ nhớt của nước là $\mu = 0,001002 \text{ N.s/m}^2$. Tính tốc độ chảy trung bình v_{TB} của nước trong ống và tốc độ nở ra (hoặc co lại) $v_r = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ của hai quả bóng nước lúc mới nối.

d) Ước lượng thời gian để nước chảy hết sang một quả bóng. Coi trong suốt quá trình, các quả bóng có thể xem là dạng hình cầu.

Câu 3. Một xylanh thẳng đứng được hàn kín hai đầu, chia làm hai ngăn nhờ pittông tiết diện S có thể trượt không ma sát trong xylanh. Khí trong hai ngăn là khí lý tưởng lưỡng nguyên tử ban đầu có cùng nhiệt độ T_0 . Đặt xylanh thẳng đứng thì khi ổn định, thể tích hai ngăn bằng nhau: $V_1 = V_2$. Lật ngược xylanh lại thì khi ổn định, ngăn trên có thể tích gấp đôi ngăn dưới: $V'_1 = 2V'_2$.

a) Coi nhiệt độ của hệ luôn không đổi. Tìm tỉ số số mol khí trong hai ngăn.

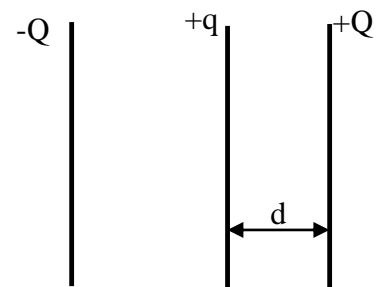
b) Để thể tích hai ngăn trở lại bằng nhau, ta có thể làm theo hai cách:

+ Giữ nguyên nhiệt độ ngăn trên, tăng từ từ nhiệt độ ngăn dưới lên.

+ Giữ nguyên nhiệt độ ngăn dưới, giảm từ từ nhiệt độ ngăn trên xuống.

Tính tỉ số nhiệt lượng cần trao đổi với các ngăn theo hai cách trên.

Câu 4. Cho ba tấm kim loại đặt song song có cùng diện tích S . Hai tấm bên ngoài được gắn cố định trên các giá cách điện, được tích cho các điện tích $\pm Q$ và đặt cách nhau một khoảng là L . Tấm thứ ba có khối lượng m , tích điện $+q$, nằm cách bản tích điện $+Q$ một khoảng là d (Hình 2). Thả nhẹ cho tấm này bắt đầu chuyển động. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi, thời gian va chạm đủ dài để điện tích kịp phân bố lại trên các bản.



Hình 2

a) Xác định điện tích trên các bản sau khi tấm thứ ba đập vào bản tích điện âm.

b) Tìm vận tốc của bản thứ ba khi trở lại vị trí ban đầu.

--- HẾT ---

* Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

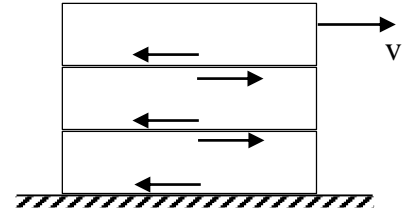
* Giám thị không giải thích gì thêm.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2018

Môn thi: **VẬT LÝ**

Ngày thi thứ nhất: **05/05/2018**

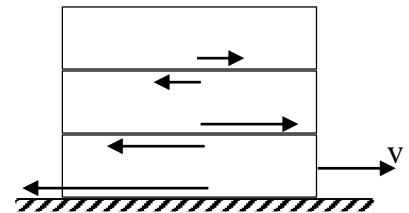
Câu 1. * Lực ma sát nghỉ cực đại giữa ván 1 và ván 2, giữa ván 2 và ván 3, giữa ván 3 và sàn lần lượt là $F_{12} = \mu mg$, $F_{23} = 4\mu mg$ và $F_{3s} = 9\mu mg$.



* Trường hợp truyền cho ván 1 tốc độ v : Chiều của các lực ma sát biểu diễn như hình vẽ. Ma sát nghỉ cực đại ở các lớp phía dưới có độ lớn lớn hơn ở các lớp phía trên nên các ván 2 và 3 không chuyển động. Vật 1 chuyển động chậm dần dưới tác dụng của lực ma sát trượt. Dễ dàng xác định được: $t_0 = \frac{v}{\mu g}$.

* Trường hợp truyền cho ván 3 tốc độ v : Chuyển động của hệ có thể chia thành các giai đoạn chính như sau:

+ Giai đoạn 1: Chiều của các lực ma sát biểu diễn như hình vẽ (hình vẽ không biểu diễn theo đúng tỉ lệ độ lớn của các lực). Ván 3 chuyển động chậm dần, ván 1 và 2 chuyển động nhanh dần cho đến khi tốc độ ván 3 bằng ván 2.

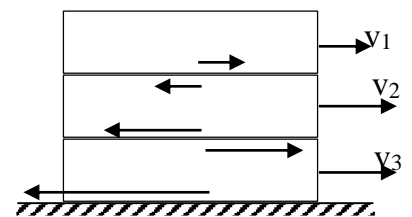


Từ đó, ta xác định được các gia tốc tương ứng: $a_{31} = -13\mu g$; $a_{21} = 3\mu g$; $a_{11} = \mu g$.

Giai đoạn này mất thời gian t_1 thỏa mãn: $v + a_{31}t_1 = a_{21}t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{a_{21} - a_{31}} = \frac{v}{16\mu g} = \frac{t_0}{16}$.

Cuối giai đoạn, các ván có vận tốc: $v_{31} = v_{21} = \frac{3v}{16}$; $v_{11} = \frac{v}{16}$.

+ Giai đoạn 2: Chiều của các lực ma sát biểu diễn như hình vẽ. Ván 3 c/động chậm dần, ván 2 chuyển động chậm dần, ván 1 chuyển động nhanh dần cho đến khi tốc độ ván 2 bằng ván 1.



Các gia tốc của các ván: $a_{32} = -5\mu g$; $a_{22} = -5\mu g$; $a_{12} = \mu g$.

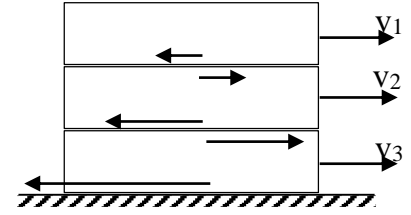
Giai đoạn này mất thời gian t_2 thỏa mãn:

$$\frac{3v}{16} + a_{22}t_2 = \frac{v}{16} + a_{12}t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v}{8(a_{12} - a_{22})} = \frac{v}{48\mu g} = \frac{t_0}{48}.$$

Cuối giai đoạn, các ván có vận tốc: $v_{32} = v_{22} = v_{12} = \frac{v}{12}$.

+ Giai đoạn 3: Chiều của các lực ma sát biểu diễn như hình vẽ. Cả 3 ván chuyển động chậm dần cho đến khi dừng lại.

Các gia tốc của các ván: $a_{13} = -5\mu g$; $a_{23} = -3\mu g$; $a_{33} = -\mu g$.



Các vật dừng lại sau những khoảng thời gian tương ứng:

$$t_{33} = \frac{v}{60\mu g} = \frac{t_0}{60}; \quad t_{32} = \frac{v}{36\mu g} = \frac{t_0}{36}; \quad t_{31} = \frac{v}{12\mu g} = \frac{t_0}{12}.$$

Các vật dừng lại theo thứ tự từ tấm ở dưới lên. Khi ván dừng lại, lực ma sát trượt ở mặt dưới giảm về cân bằng với lực ma sát trượt ở mặt trên. Do ma sát nghỉ cực đại ở các mặt dưới lớn hơn nên sau đó các ván dừng hẳn, không tiếp tục chuyển động.

+ Tổng thời gian hệ chuyển động: $t = \frac{t_0}{16} + \frac{t_0}{48} + \frac{t_0}{12} = \frac{t_0}{6} = \frac{1}{6} \text{ s}$.

Câu 2. a) Dùng công thức thể tích của hình cầu, theo giả thiết đề bài, ta có:

$$V = \frac{4\pi}{3}(R_1^3 + R_2^3) = \frac{4\pi}{3}(1 + 5^3)R_1^3 = 527,8 \text{ cm}^3$$

suy ra: $R_1 = 1 \text{ cm}$; $R_2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = \frac{2\sigma}{R_1} = 14,6 \text{ Pa}$; $P_2 = \frac{2\sigma}{R_2} = 2,92 \text{ Pa}$.

b) Áp suất trong quả cầu nhỏ lớn hơn quả cầu to nên nước lúc đầu sẽ chảy từ quả cầu nhỏ sang quả cầu lớn. Điều này làm quả cầu nhỏ càng ngày càng bé, quả cầu lớn càng ngày càng to. Cho nên, áp suất trong quả cầu nhỏ thì lớn dần trong khi áp suất trong quả cầu lớn lại nhỏ dần. Do đó, nước sau đó vẫn tiếp tục chảy từ quả cầu bé sang quả cầu lớn.

c) Áp dụng công thức cho trong đề bài, ta dễ dàng tính được:

$$v_{TB} = \frac{\Delta p \cdot D^2}{32\mu L} = \frac{\sigma D^2}{16\mu L} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 0,01457 \text{ m/s}.$$

Mặt khác, thể tích nước chảy qua ống bằng độ tăng (giảm) thể tích của các khối cầu. Xét trong thời gian Δt rất nhỏ:

$$v_{TB} \frac{\pi D^2}{4} \Delta t = -4\pi R_1^2 \Delta R_1 = 4\pi R_2^2 \Delta R_2 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{\Delta R_1}{\Delta t} = -\frac{v_{TB} D^2}{16 R_1^2} = -9,1 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}; \\ v_2 = \frac{\Delta R_2}{\Delta t} = \frac{v_{TB} D^2}{16 R_2^2} = 3,64 \cdot 10^{-7} \text{ m/s} \end{cases}$$

d) Từ các phương trình ở trên, ta viết được phương trình vi phân:

$$\frac{\pi\sigma D^4}{64\mu L} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) dt = -4\pi R_1^2 dR_1 = 4\pi R_2^2 dR_2.$$

Các cách ước lượng:

* Cách ước lượng “thô thiển” theo giá trị của v_{TB} và v_1, v_2 :

+ Coi v_{TB} không đổi (sai số rất lớn): $t \approx \frac{R_1}{-v_1} = 1099s.$

+ Lấy theo giá trị trung bình của v_{TB} lúc quả cầu bé đã nhỏ đi một nửa: $t \approx \frac{R_1}{-v_{1TB}} = 550 s.$

* Cách giải gần đúng phương trình vi phân:

+ Coi R_2 lớn hơn R_1 rất nhiều (lúc đầu gấp 5 lần, càng về sau tỉ số càng lớn), ta có thể viết gọn lại thành:

$$\frac{\pi\sigma D^4}{64\mu L R_1} dt = -4\pi R_1^2 dR_1 \Rightarrow dt \approx -\frac{256\mu L}{\sigma D^4} R_1^3 dR_1 \Rightarrow t \approx \frac{64\mu L R_1^4}{\sigma D^4} = 439s.$$

+ Ta nhận thấy, bán kính cực đại của quả cầu nước $R_{2max} = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \approx 5,016 \text{ cm}$ không

thay đổi nhiều so với giá trị ban đầu $R_2 = 5 \text{ cm}$, nên coi $R_2 = 5 \text{ cm} = \text{const.}$

$$\frac{\pi\sigma D^4}{64\mu L} \frac{R_2 - R_1}{R_2 R_1} dt = -4\pi R_1^2 dR_1 \Rightarrow dt = \frac{256\mu L}{\sigma D^4} \frac{R_2 R_1^3}{R_1 - R_2} dR_1$$

Phân tích:

$$\begin{aligned} \frac{R_2 R_1^3}{R_1 - R_2} &= \frac{R_2 R_1^2 (R_1 - R_2 + R_2)}{R_1 - R_2} = R_2 R_1^2 + \frac{R_2^2 R_1^2}{R_1 - R_2} \\ &= R_2 R_1^2 + R_2^2 R_1 + \frac{R_2^3 R_1}{R_1 - R_2} = R_2 R_1^2 + R_2^2 R_1 + R_2^3 + \frac{R_2^4}{R_1 - R_2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } t = \frac{256\mu L}{\sigma D^4} \left(-R_2 \frac{R_1^3}{3} - R_2^2 \frac{R_1^2}{2} - R_2^3 R_1 + R_2^4 \ln \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right) \approx 524 s$$

+ Chú ý: Trong các phép tính trên, ta lấy cận tích phân từ R_1 về 0. Giá trị thực tế là từ R_1 về $r = D/2$ nhưng do giá trị này rất nhỏ so với R_1 nên ta bỏ qua trong tính toán.

Câu 3.

a) Gọi áp suất trong các ngăn ban đầu lần lượt là P_1 và P_2 , lúc sau lần lượt là P'_1 và P'_2 .

Do nhiệt độ khối khí không đổi:

$$P_1 \frac{V}{2} = P'_1 \frac{2V}{3}; P_2 \frac{V}{2} = P'_2 \frac{V}{3} \Rightarrow P'_1 = \frac{3P_1}{4}; P'_2 = \frac{3P_2}{2} \quad (\text{với } V \text{ là tổng thể tích hai ngăn}).$$

Áp suất phụ do pittông nén xuống ngăn dưới bằng:

$$P_0 = P_1 - P_2 = P'_2 - P'_1 = \frac{3P_2}{2} - \frac{3P_1}{4} \Rightarrow P_2 = 0,7P_1; P_0 = 0,3P_1.$$

Áp dụng phương trình trạng thái: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \cdot \frac{RT_1}{P_1 V_1} = \frac{P_2}{P_1} = 0,7.$

b) * Thực hiện theo cách 1:

Khí ở ngăn trên bị nén về trạng thái như lúc đầu, có áp suất P_1 .

Áp suất cuối của ngăn dưới: $P'_2 = P_1 + P_0 = 1,3P_1 \Rightarrow T'_2 = T_0 \frac{P'_2 V'_2}{P_2 V_2} = \frac{13}{7} T_0.$

Độ thay đổi nội năng: $\Delta U_I = \frac{5}{2} n_2 R \frac{6}{7} T_0 = \frac{15}{7} P_2 \frac{V}{2} = 0,75P_1 V.$

Công khí ngăn dưới thực hiện để nén ngăn trên và nâng pittông lên. Công toàn phần của hai khối khí dùng để nâng pittông lên: $A_K = P_0 \Delta V = 0,3P_1 \left(\frac{2V}{3} - \frac{V}{2} \right) = 0,05P_1 V.$

Vậy: $Q_I = 0,8P_1 V.$

* Thực hiện theo cách 2:

Khí ở ngăn dưới giãn nở về trạng thái như lúc đầu, có áp suất P_2 .

Áp suất cuối của ngăn trên: $P'_1 = P_2 - P_0 = 0,4P_1 \Rightarrow T'_1 = T_0 \frac{P'_1 V'_1}{P_1 V_1} = 0,4T_0.$

Độ thay đổi nội năng: $\Delta U_{II} = \frac{5}{2} n_1 R (-0,6T_0) = -1,5P_1 \frac{V}{2} = -0,75P_1 V.$

Công toàn phần của hai khối khí dùng để nâng pittông lên: $A_K = P_0 \Delta V = 0,05P_1 V.$

Vậy: $Q_{II} = -0,7P_1 V.$

* Từ đó, thu được: $\left| \frac{Q_I}{Q_{II}} \right| = \frac{8}{7}.$

Chú ý: Ở đây, ta tính Q là tổng nhiệt lượng trao đổi với **cả hai ngăn**.

Câu 4.

Trong bài này, ta sử dụng công thức điện trường do một bản tích điện đều tạo ra quanh

nó: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}.$

a) Gọi điện tích trên các bản 3 và bản 1 (bản âm ban đầu) sau khi bản 3 đập vào bản 1 lần lượt là q' và Q' .

Cường độ điện trường giữa bản 3 và bản 1 phải bằng 0: $\frac{Q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q'}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q'}{2\varepsilon_0 S} = 0$

Định luật bảo toàn điện tích: $q' + Q' = q - Q$.

Giải hệ phương trình, ta tìm được: $q' = \frac{q}{2} - Q$, $Q' = \frac{q}{2}$.

b) Ta đi tính công của điện trường:

Trước va chạm: $A_1 = Fs = qEs = \frac{qQ}{\epsilon_0 S}(L - d)$.

Sau va chạm: $A_2 = q'E's' = \left(\frac{q}{2} - Q\right)\left(\frac{q}{4\epsilon_0 S} - \frac{Q}{2\epsilon_0 S}\right)(L - d)$

$$\begin{aligned}\Rightarrow A = \Delta W_d &= \left(\frac{q}{2} - Q\right)\left(\frac{q}{4\epsilon_0 S} - \frac{Q}{2\epsilon_0 S}\right)(L - d) + \frac{qQ}{\epsilon_0 S}(L - d) \\ &= \frac{L - d}{2\epsilon_0 S} \left[\left(\frac{q}{2} - Q\right)^2 + 2qQ \right] = \frac{L - d}{2\epsilon_0 S} \left(\frac{q}{2} + Q\right)^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_0 = \left(\frac{q}{2} + Q\right) \sqrt{\frac{L - d}{\epsilon_0 m S}}$$

--- HẾT ---

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2018

Môn thi: **VẬT LÝ**

Ngày thi thứ hai: **06/05/2018**

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi gồm **04** câu in trên **02** trang)

Câu 1. Xét bán cầu có khối lượng m và bán kính R được đặt trên mặt sàn nằm ngang, phần mặt phẳng tiếp xúc với sàn. Người ta đặt một vật nhỏ có cùng khối lượng m trên đỉnh của bán cầu và đẩy nhẹ cho vật trượt xuống mặt cầu. Bỏ qua ma sát giữa vật với mặt cầu.

a) Lực ma sát giữa bán cầu và sàn đủ lớn để giữ cho bán cầu đứng yên. Tìm:

+ Tốc độ của vật ngay trước khi chạm sàn.

+ Vị trí vật rời khỏi mặt cầu.

b) Bỏ qua ma sát giữa bán cầu với sàn. Bán cầu chỉ chuyển động tịnh tiến theo phương ngang. Tìm tốc độ của vật ngay trước khi chạm sàn.

Câu 2. Người ta muốn phóng một vệ tinh lên quỹ đạo quanh Mặt Trời sao cho khoảng cách từ vệ tinh tới Mặt Trời và tới Trái Đất không đổi. Vệ tinh phải nằm tại vị trí đặc biệt được gọi là điểm Lagrange. Gọi M và m lần lượt là khối lượng của Mặt Trời và Trái Đất, R và r lần lượt là khoảng cách từ tâm Mặt Trời tới tâm Trái Đất và tới điểm Lagrange. Cho đơn giản, ta giả thiết Trái Đất chuyển động trên quỹ đạo tròn. Bỏ qua ảnh hưởng của các thiên thể khác lên hệ đang xét. Khối lượng của vệ tinh là nhỏ nên không ảnh hưởng tới chuyển động của Mặt Trời và Trái Đất.

a) Tìm biểu thức tốc độ góc của Trái Đất quanh khối tâm của hệ Mặt Trời – Trái Đất theo các đại lượng M , m , R và hằng số hấp dẫn G .

b) Do $M \gg m$ nên ta bỏ qua chuyển động của Mặt Trời, coi khối tâm của hệ trùng với tâm của Mặt Trời. Chứng minh mối liên hệ:

$$u^3 = 1 \pm \frac{\alpha u^2}{(1 \pm u)^2} \quad \text{với: } u = \frac{r}{R} \quad \text{và} \quad \alpha = \frac{m}{M}.$$

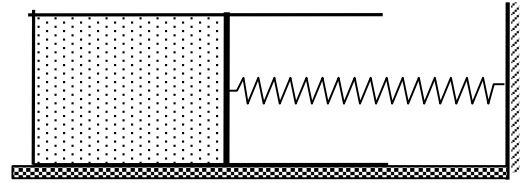
(Nêu rõ dấu “+” và dấu “-” trong biểu thức ứng với trường hợp nào).

c) Không giải phương trình trên. Xác định số nghiệm của phương trình ứng với các vị trí nằm trên đường thẳng đi qua tâm Trái Đất và tâm Mặt Trời. Vẽ phác vị trí của chúng trên giản đồ.

d) Cho $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg, $m = 6 \cdot 10^{24}$ kg. Ước lượng các giá trị $(u - 1)$ tìm được.

e) Ngoài các nghiệm nằm trên đường thẳng đi qua tâm Trái Đất và tâm Mặt Trời, ta thấy còn có các nghiệm khác. Vẽ phác vị trí của một điểm như vậy và biểu diễn các lực tác dụng lên vệ tinh.

Câu 3. Hệ gồm một xylanh có chiều dài $2L$, khối lượng m và một pittông nhẹ tiết diện S có thể dịch chuyển không ma sát bên trong xylanh. Đặt pittông trên mặt phẳng nằm ngang nhám, pittông được nối với tường qua lò xo nhẹ nằm ngang độ cứng k (Hình vẽ). Ban đầu lò xo không biến dạng, pittông nằm chính giữa xylanh và trong xylanh có chứa 1 mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử có áp suất P_0 (bằng áp suất khí quyển). Người ta nung nóng từ từ khối khí đến khi pittông dịch chuyển tới mép xylanh thì thấy xylanh bị dịch đi so với ban đầu một đoạn là $h = L/2$.



- Vẽ phác đường biểu diễn quá trình biến đổi trạng thái của khối khí trên giản đồ PV.
- Tính nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí. Bỏ qua sự trao đổi nhiệt giữa khí với thành xylanh và pittông trong thời gian đun.
- Để cho khối khí nguội dần trở lại nhiệt độ ban đầu. Tính áp suất khí lúc cuối.

Câu 4. Hai quả cầu kim loại có cùng khối lượng m và bán kính r , trung hòa về điện được đặt trong điện trường đều có cường độ điện trường E . Lúc đầu, hai quả cầu được giữ yên tại các vị trí nằm trên cùng một đường sức điện và cách nhau một khoảng là l . Nối hai quả cầu bằng một dây dẫn (có điện trở rất nhỏ) chiều dài L rồi thả cho chúng chuyển động. Cho $r \ll l < L$, bỏ qua tác dụng của trọng lực.

- Tìm lực hút tĩnh điện giữa hai quả cầu và hợp lực tác dụng lên mỗi quả cầu khi chúng cách nhau một khoảng là $2x$ ($l < 2x < L$).
- Tìm tốc độ tối đa mà mỗi quả cầu thu được.

--- HẾT ---

- * Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- * Giám thị không giải thích gì thêm.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN 2018

Môn thi: **VẬT LÝ**

Ngày thi thứ hai: **06/05/2018**

Câu 1. a) Do bán cầu không dịch chuyển, dùng định luật bảo toàn năng lượng, ta thu được:

+ Vận tốc của vật ngay trước khi chạm sàn: $v = \sqrt{2gR}$.

+ Vận tốc của vật tại vị trí góc α : $v = \sqrt{2gR(1 - \cos \alpha)}$

Theo định luật II Newton: $N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R} = mg(3 \cos \alpha - 2) = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$.

b) Gọi vận tốc của bán cầu theo phương ngang là V , các thành phần vận tốc của vật theo phương ngang và phương thẳng đứng là v_x và v_y .

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang: $mv_x = MV \Rightarrow v_x = V$.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}mV^2 = mgR(1 - \cos \alpha) \Rightarrow v_x^2 + v_y^2 + V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Trong hệ quy chiếu gắn với bán cầu, khi vật còn chưa rời mặt cầu, vật chuyển động với vận tốc v theo phương tiếp tuyến với bán cầu:

$$v_x + V = v \cos \alpha; v_y = v \sin \alpha \Rightarrow v_y = 2V \tan \alpha$$

$$\text{Vậy: } V^2(2 + 4 \tan^2 \alpha) = 2gR(1 - \cos \alpha) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{gR(1 - \cos \alpha)}{1 + 2 \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{gR(1 - \cos \alpha) \cos^2 \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}}$$

$$\text{Ta có: } V = v_x = \sqrt{\frac{gR(1 - \cos \alpha) \cos^2 \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}}; v_y = \sqrt{\frac{4gR(1 - \cos \alpha) \sin^2 \alpha}{2 - \cos^2 \alpha}};$$

$$v = \sqrt{\frac{4gR(1 - \cos \alpha)}{2 - \cos^2 \alpha}};$$

Lúc vật rời bán cầu, hợp lực tác dụng lên bán cầu bằng không, nên lúc đó hệ quy chiếu gắn với bán cầu là hệ quy chiếu quán tính.

Theo định luật II Newton:

$$N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R} = 0 \Rightarrow \cos \alpha - \frac{4(1 - \cos \alpha)}{2 - \cos^2 \alpha} = 0 \Rightarrow \frac{\cos^3 \alpha - 6 \cos \alpha + 4}{\cos^2 \alpha - 2} = 0$$

Vậy: Tổng cộng có 3 vị trí Lagrange.

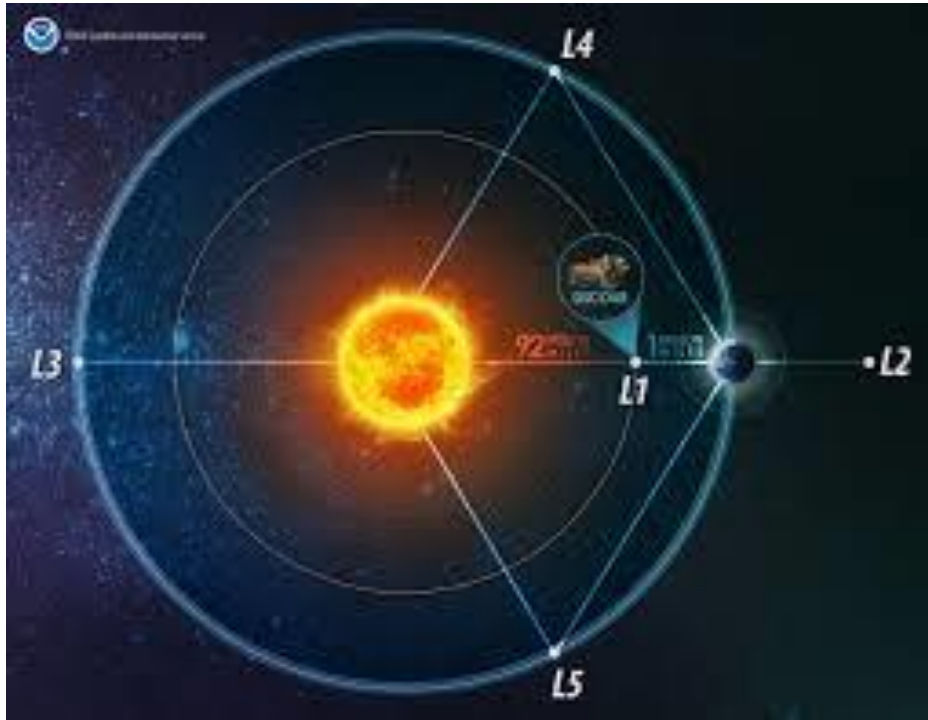
$$d) M = 2.10^{30} \text{ kg}, m = 6.10^{24} \text{ kg} \Rightarrow \alpha = 3.10^{-6}.$$

Dễ thấy, $\alpha \ll 0$ nên $u \sim 1$ hay $|u - 1| \ll 1$.

$$\text{Ta có: } u^3 = 1 \pm \frac{\alpha u^2}{(1-u)^2} \Rightarrow (1+\delta)^3 = 1 \pm \frac{\alpha(1+\delta)^2}{\delta^2} \Rightarrow 3\delta \approx \pm \frac{\alpha}{\delta^2} \Rightarrow \delta \approx \pm \left(\frac{\alpha}{3}\right)^{1/3} = \pm 10^{-2}.$$

$$\text{Và: } u^3 = 1 + \frac{\alpha u^2}{(1+u)^2} \Rightarrow (1+\delta)^3 = 1 + \frac{\alpha(1+\delta)^2}{(2+\delta)^2} \Rightarrow 3\delta \approx \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \delta \approx \pm \frac{\alpha}{12} = \frac{10^{-6}}{4}.$$

e) Trên thực tế, các thiên thể và vệ tinh chuyển động trên các quỹ đạo quanh khối tâm của hệ. Do đó, hợp lực của lực hấp dẫn của Mặt Trời và Trái Đất lên vệ tinh cần hướng về phía trọng tâm của hệ. Do đó, ngoài các điểm nằm trên đường thẳng qua tâm Mặt Trời và tâm Trái Đất, còn tồn tại các nghiệm nằm bên ngoài. Lagrange đã tìm được tổng cộng 5 vị trí được biểu diễn như trên hình vẽ bên dưới (nguồn internet).



Câu 3.

a) Chất khí biến đổi theo hai giai đoạn:

+ Giai đoạn 1: Khí được nung nóng nên giãn nở ra, đẩy pittông dịch chuyển, làm nén lò xo lại cho tới khi lực đàn hồi của lò xo đủ lớn (bằng lực ma sát nghỉ cực đại giữa xy lanh và mặt sàn). Khi đó:

$$P = P_0 + \frac{kx}{S} = P_0 + \frac{k(V - LS)}{S^2} = \left(P_0 - \frac{kL}{S}\right) + \frac{kV}{S^2} \quad (\text{đường thẳng})$$

+ Giai đoạn 2: Khí tiếp tục dẫn nở nhưng do ma sát đã đạt tới giá trị giới hạn nên sau đó, xy lanh bị dịch đi trên mặt sàn. Quá trình diễn ra chậm nên lực đàn hồi và lực ma sát tác dụng lên xy lanh luôn ở trạng thái cân bằng nên áp suất khí trong xy lanh giữ nguyên không đổi. Lúc cuối, pittông dịch đi một đoạn L so với xy lanh, xy lanh dịch đi $L/2$ so với sàn, tức pittông bị nén tối đa là $(L - L/2) = L/2$. Ta có:

$$P = P_0 + \frac{k\left(L - \frac{L}{2}\right)}{S} = P_0 + \frac{kL}{2S} \text{ (không đổi).}$$

b) Áp dụng phương trình trạng thái, ta có nhiệt độ khí lúc cuối:

$$T = T_0 \frac{P_0 + \frac{kL}{2S}}{P_0} \frac{2LS}{LS} = 2 \left(1 + \frac{kL}{2P_0S}\right) T_0$$

$$\text{Độ tăng nội năng: } \Delta U = \frac{5}{2} (P_0LS + kL^2)$$

$$\text{Công: } A_k = P_0 \frac{LS}{2} + \frac{kL^2}{8} + \left(P_0 + \frac{kL}{2S}\right) S \frac{L}{2} = P_0SL + \frac{3kL^2}{8}$$

$$\text{Vậy: } Q = \frac{7}{2} P_0SL + \frac{23}{8} kL^2.$$

c) Khi khối khí bên trong xy lanh nguội đi, thể tích của khí giảm dần. Pittông dần dần làm lực đàn hồi giảm dần nên không thắng được lực ma sát. Ma sát giữ không cho xy lanh di chuyển. Giả sử khi cân bằng, pittông dịch đi một đoạn là x . Giải phương trình:

$$\left(P_0 + k \frac{\frac{L}{2} - x}{S}\right) S(2L - x) = P_0SL \Rightarrow x^2 + \left(\frac{P_0S}{k} + \frac{5}{2}L\right)x - \left(\frac{P_0SL}{k} + L^2\right) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{P_0S}{k} + \frac{5}{2}L\right)^2 + 4\left(\frac{P_0SL}{k} + L^2\right)} - \left(\frac{P_0S}{k} + \frac{5}{2}L\right) \right]$$

$$\text{Áp suất cuối: } P = P_0 + k \frac{\frac{L}{2} - x}{S} = \frac{3P_0}{2} + \frac{7}{4} \frac{kL}{S} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(P_0 + \frac{5}{2} \frac{kL}{S}\right)^2 + 4\left(\frac{P_0kL}{S} + \frac{k^2L^2}{S^2}\right)}$$

$$\text{Vậy: } P = \frac{3P_0}{2} + \frac{7}{4} \frac{kL}{S} - \frac{1}{2} \sqrt{P_0^2 + \frac{9P_0kL}{S} + \frac{33}{4} \frac{k^2L^2}{S^2}}$$

Câu 4.

a) Các quả cầu ban đầu trung hòa về điện, dây dẫn có điện trở nhỏ nên trong quá trình chuyển động, các quả cầu luôn tích điện trái dấu và quá trình dịch chuyển điện tích được xem là rất nhanh. Khi cách nhau $2x$, các quả cầu tích điện $\pm q$ thỏa mãn:

$$\frac{kq}{r} - \frac{k(-q)}{r} = E \cdot 2x \Rightarrow q = \frac{Exr}{k}$$

Ở đây: $V = \frac{kq}{r}$ là điện thế trên mặt cầu bán kính r tích điện với điện tích q .

Lực hút tĩnh điện giữa hai quả cầu coi như là lực tương tác giữa hai điện tích trái dấu đặt tại các tâm cầu:

$$f = -\frac{kq^2}{(2x)^2} = -\frac{E^2 r^2}{4k} \text{ (luôn không đổi)}$$

Hợp lực tác dụng lên các quả cầu: $F = Eq - f = \frac{E^2 r}{k} x - \frac{E^2 r^2}{4k}$

b) Định lý động năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_{l/2}^{L/2} \left(\frac{E^2 r}{k} x - \frac{E^2 r^2}{4k} \right) dx = \frac{E^2 r (L-l)(2L+2l-r)}{8k}$$

Có thể sử dụng tính gần đúng để bỏ qua thành phần thứ hai trong phép tính.

$$v = \sqrt{\frac{E^2 r (L-l)(2L+2l-r)}{4mk}} \approx \sqrt{\frac{E^2 r (L^2 - l^2)}{2mk}}$$

--- HẾT ---