

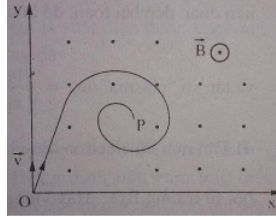
21-09-2024

Trong miền không gian phẳng xOy ở phía $y > 0$ có một từ trường đều \vec{B} , \vec{B} có phương z , chiều hướng ra phía ngoài mặt phẳng như . Một hạt mang điện tích q , khối lượng m , chuyển động dọc theo trục Oy với vận tốc ban đầu \vec{v}_0 đi vào miền không gian đó. Khi chuyển động trong miền không gian đó, hạt chịu tác dụng của lực cản tỉ lệ với vận tốc: $\vec{F}_C = -k\vec{v}$.

a. Vẽ phác họa quỹ đạo chuyển động của electron (lập luận, giải thích).

b. Tìm điểm $Q(x, y)$ là điểm dừng cuối cùng của electron trong suốt quá trình.

c. Hãy xác định quãng đường mà electron đi được khi nó đi đến điểm $C(x_0, y_0)$ bất kì nằm trong quỹ đạo chuyển động của nó.



$$-k\vec{v} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$$

$$-k\vec{v} + q \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = m\vec{a}$$

$$Ox : -kv_x + qBv_y = ma_x \Leftrightarrow \dot{v}_x = -\frac{k}{m}v_x + \frac{qB}{m}v_y \quad (1)$$

$$Oy : -kv_y - qBv_x = ma_y \Leftrightarrow \dot{v}_y = -\frac{k}{m}v_y - \frac{qB}{m}v_x \quad (2)$$

Nguyên hàm 2 vế và tìm hằng số => Có hệ 2 phương trình

Áp dụng cho trạng thái cuối khi v_x và v_y có giá trị 0, tìm (x, y) của vị trí

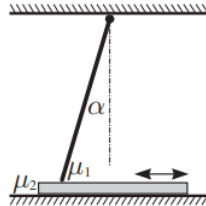
c) Sử dụng

$$a = \frac{v dv}{ds} = -\frac{Kv}{m}$$

Vì thế có : $ds = -dv \frac{m}{K}$

Nguyên hàm hoặc tích phân đều được, sau đó tìm thành phần v_x v_y để xác định v tại tọa độ (x, y)

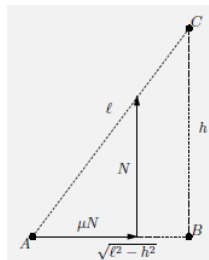
Một thanh có chiều dài l được gắn bản lề vào trần nhà có chiều cao $h < l$. Phía dưới, một tấm ván đang được kéo trên sàn. Thanh được thiết kế để chặn chuyển động của tấm ván theo một hướng trong khi cho phép nó di chuyển theo hướng ngược lại. Điều kiện nào cần được đáp ứng để thanh thực hiện được nhiệm vụ của nó? Hệ số ma sát là μ_1 giữa tấm ván và thanh, và μ_2 giữa tấm ván và sàn.



Phương án 1:

Xét trường hợp khi lực tác dụng tiến đến vô cùng. Để duy trì trạng thái cân bằng, lực ma sát giữa thanh và tấm ván cũng phải tăng lên. Lực ma sát này cũng sẽ tiến đến vô cùng. Khi giải quyết các lực lớn, ta có thể bỏ qua các lực không đổi như trọng lượng của cả tấm ván và thanh.

Do đó, vì trọng lượng của thanh không đáng kể, ta có thể coi nó như một thanh không khối lượng. Ta cũng biết rằng các lực ở hai đầu của một thanh không khối lượng sẽ luôn hướng dọc theo thanh. Ví dụ, lực tác dụng lên thanh bởi tấm ván cũng phải hướng dọc theo thanh. Góc của lực này chỉ phụ thuộc vào hệ số ma sát μ_1 .



Vì vậy:

$$\tan \alpha < \frac{\mu_1 N}{N} \Rightarrow \mu_1 > \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h}$$

Phương án 2

Ta muốn rằng khi tấm ván ở trên bờ vực trượt, thì thanh sẽ tác dụng một lực lớn hơn lên tấm ván (thanh sẽ được kéo về phía tấm ván chứ

không phải đẩy ra xa nó). Xét mômen xoắn trên thanh quanh điểm bản lề. Ta muốn mômen xoắn này phải theo chiều kim đồng hồ khi khối ở trên bờ vực trượt.

Gọi tổng phản lực pháp tuyến và lực ma sát trên thanh là f (pháp tuyến hướng lên trên và ma sát hướng sang phải). Khi khối ở trên bờ vực trượt, hợp lực tạo một góc $\tan^{-1} \mu$ từ pháp tuyến. Ta có:

$$\tau = mg \sin \alpha \frac{l}{2} + f \sin (\tan^{-1} \mu - \alpha)$$

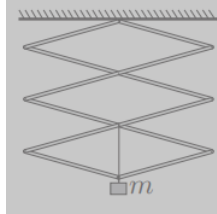
xét mômen xoắn theo chiều kim đồng hồ là dương. Khi lực tác dụng lên khối tăng lên, f cũng tăng lên không giới hạn và vì ta muốn mômen xoắn theo chiều kim đồng hồ bất kể ta tác dụng bao nhiêu lực, nên có thể bỏ qua thành phần mg . Vậy nên

$$f \sin (\tan^{-1} \mu - \alpha) \geq 0$$

Vì cả $\tan^{-1} \mu$ và α đều nhỏ hơn 90° , ta có thể kết luận rằng

$$\tan^{-1} \mu \geq \alpha \implies \mu \geq \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{h}$$

Bốn thanh dài và bốn thanh ngắn bằng một nửa chiều dài được gắn bản lề vào nhau tạo thành ba hình thoi giống hệt nhau. Một đầu của hệ thống được gắn bản lề vào trần nhà, đầu còn lại được gắn vào một vật nặng có khối lượng m . Bản lề cạnh vật nặng được nối với bản lề phía trên bằng một sợi dây. Hãy tìm lực căng trong sợi dây.



Chúng ta sẽ sử dụng phương pháp công ảo. Trong tình huống tĩnh, tổng lực sẽ bằng 0 và do đó thế năng sẽ ở mức tối thiểu. Bất kỳ sự dịch chuyển nhỏ nào cũng sẽ không tạo ra sự thay đổi về thế năng ở bậc một.

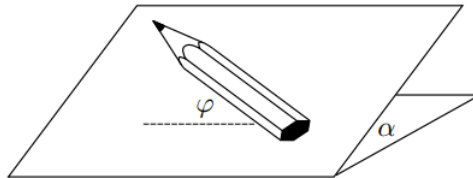
Xem xét điều gì xảy ra khi khối lượng được hạ xuống một khoảng cách dh . Thế năng sẽ giảm đi $-mgdh$. Khoảng cách giữa các bản lề sẽ tăng lên $dh/3$ để bù lại sự tăng chiều dài. Điều này có nghĩa là dây bị kéo dài thêm $dh/3$. Năng lượng dự trữ do đó là:

$$Tdh/3$$

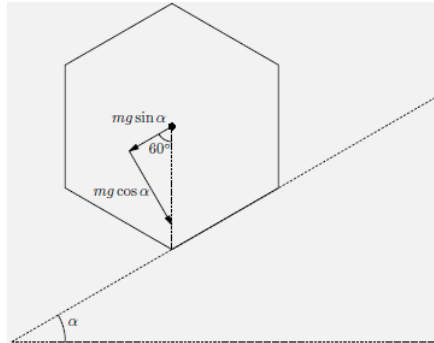
Đặt những thay đổi này bằng 0 cho ta:

$$-mgdh + Tdh/3 = 0 \implies T = 3mg$$

Một bút chì hình lục giác nằm trên một mặt dốc có góc nghiêng α ; góc giữa trục của bút chì và đường giao tuyến của mặt dốc và mặt phẳng nằm ngang là ϕ . Trong điều kiện nào thì bút chì sẽ không lăn xuống?



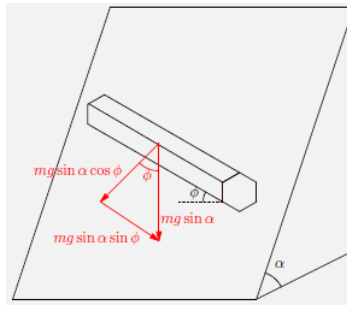
Ta giả sử điều kiện $\mu > \tan \alpha$ được thỏa mãn để với mọi góc ϕ , bút chì sẽ không trượt xuống. Tuy nhiên, nó có thể lăn. Để một vật bắt đầu lăn, lực hấp dẫn cần tạo thành một đường thẳng đứng. Trước tiên, hãy xem xét trường hợp đơn giản khi $\phi = 0$



Ta phân tích lực hấp dẫn thành hai thành phần. Một thành phần vuông góc với mặt phẳng $mg \cos \alpha$, và thành phần còn lại nằm dọc theo mặt phẳng và vuông góc với trục của bút chì $mg \sin \alpha$. Để bắt đầu lăn, tổng của hai thành phần này cần nằm trên một cạnh, điều này được thỏa mãn khi:

$$\tan 30^\circ = \frac{mg_{\perp}}{mg_{\text{normal}}} = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha}$$

Khi $\phi \neq 0$, ta thực hiện một nhiệm vụ tương tự, tuy nhiên bút chì sẽ không còn lăn trực tiếp xuống dốc mà sẽ lăn theo một góc.

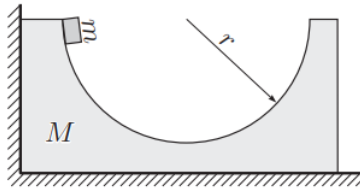


Ta phân tích lực hấp dẫn thành ba thành phần. Một thành phần vuông góc với mặt phẳng $mg \cos \alpha$, thành phần thứ hai nằm dọc theo mặt phẳng và vuông góc với bút chì $mg \sin \alpha \cos \phi$, và thành phần thứ ba nằm dọc theo mặt phẳng và song song với bút chì $mg \sin \alpha \sin \phi$. Ta lưu ý rằng thành phần song song không đóng góp vào việc bút chì có lăn xuống hay không. Một lần nữa, tổng của hai thành phần đầu tiên cần nằm trên một cạnh, điều này được thỏa mãn khi:

$$\tan 30^\circ = \frac{mg_{\perp}}{mg_{\text{normal}}} = \frac{mg \sin \alpha \cos \phi}{mg \cos \alpha}$$

$$\implies \tan \alpha \cos \phi < \tan 30^\circ$$

Một khối có khối lượng M nằm trên một bề mặt trơn trượt nằm ngang và cũng chạm vào một bức tường thẳng đứng. Ở mặt trên của khối, có một hốc rỗng có hình dạng nửa hình trụ với bán kính r . Một viên nhỏ có khối lượng m được thả ở mép trên của hốc, ở phía gần tường hơn. Vận tốc tối đa của khối trong quá trình chuyển động tiếp theo là bao nhiêu? Bỏ qua ma sát.



Trước tiên, ta chọn một hệ quy chiếu để giải quyết bài toán này. Để loại bỏ càng nhiều biến càng tốt, ta nên làm việc trong hệ quy chiếu của khối lớn khi nó bắt đầu chuyển động.

Từ điểm quy chiếu là đáy của hốc tròn, thế năng ban đầu của khối nhỏ ở đỉnh là mgr . Khi nó đến đáy của hốc tròn, nó thu được động năng là $\frac{1}{2}mv^2$. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr \implies v = \sqrt{2gr}$$

Khi khối nhỏ ở đáy hốc, nó sẽ chuyển động lùi lại với vận tốc v_1 trong hệ quy chiếu của khối lớn, trong khi khối lớn tự chuyển động với vận tốc v_2 về phía trước. Do đó, bảo toàn động lượng và năng lượng cho ta

$$Mv_1 - mv_2 = m\sqrt{2gr}$$

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = mgr$$

Từ phương trình bảo toàn động lượng, ta có

$$v_2 = \frac{M}{m}v_1 - \sqrt{2gr}$$

Do đó, bằng cách thay v_2 trở lại vào phương trình bảo toàn động lượng, ta có kết quả

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{M}{m}v_1 - \sqrt{2gr}\right)^2 = mgr$$

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{M^2}{m^2}v_1^2 + 2gr - \frac{2M}{m}v_1\sqrt{2gr}\right) = mgr$$

Mở rộng $\frac{1}{2}m$ vào bên trong cho ta

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}\frac{M^2}{m}v_1^2 + mgr - Mv_1\sqrt{2gr} = mgr$$

Trừ đi mgr từ cả hai vế và chia cả hai vế cho Mv_1 ta có

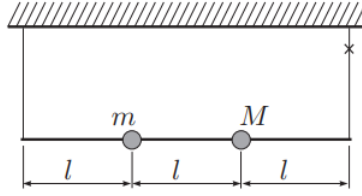
$$\frac{1}{2}v_1 + \frac{M}{2m}v_1 - \sqrt{2gr} = 0$$

Đưa thừa số chung và chuyển $\sqrt{2gr}$ sang vế phải ta có

$$v_1\left(\frac{M+m}{2m}\right) = \sqrt{2gr}$$

$$v_1 = 2\frac{m}{M+m}\sqrt{2gr}$$

Một thanh nhẹ có chiều dài $3l$ được gắn vào trần nhà bằng hai sợi dây có chiều dài bằng nhau. Hai quả cầu có khối lượng m và M được gắn cố định vào thanh, khoảng cách giữa chúng và khoảng cách từ chúng đến các đầu thanh đều bằng l . Tìm lực căng trong sợi dây thứ hai ngay sau khi sợi dây thứ nhất bị cắt.



Phương án 1

Gọi trọng tâm của hệ là C và điểm mà dây bên phải và thanh gặp nhau là A . Gọi lực căng cần tìm là T .

Khẳng định. A phải không có gia tốc.

Chứng minh: Gia tốc của A không thể hướng xuống dưới vì dây không thể giãn ra. Nếu gia tốc của A hướng lên trên, thì dây sẽ chùng xuống và T sẽ bằng 0, do đó gia tốc của trọng tâm sẽ hướng xuống dưới và sẽ không có mômen xoắn và do đó không có chuyển động quay, ngụ ý rằng A có gia tốc hướng xuống dưới. Điều này dẫn đến một mâu thuẫn. Vì vậy, trường hợp duy nhất còn lại là A có gia tốc bằng 0.

Do đó, $a = \alpha \times AC$, trong đó a và α lần lượt là gia tốc tuyến tính của C và gia tốc góc của thanh quanh A . Ngoài ra, khoảng cách $AC = l + \frac{Ml}{M+m} = \frac{(m+2M)l}{M+m}$. Gia tốc của trọng tâm có thể được tính từ định luật thứ hai của Newton,

$$(M+m)g - T = (M+m)a \implies a = g - \frac{T}{M+m}$$

, trong đó a là dương hướng xuống dưới. Mômen xoắn trên thanh quanh A là,

$$\tau = (M+m)g \times AC = I\alpha = (m+4M)l^2 \frac{a}{AC} \implies a = \frac{(m+2M)^2}{(M+m)(m+4M)} g$$

Thay điều này vào phương trình trước đó, ta có $T = \frac{Mmg}{m+4M}$

Phương án 2

Gọi gia tốc của khối lượng m ngay sau khi cắt dây thứ hai là a , sau đó gia tốc của khối lượng thứ hai M ngay sau đó được cho bởi $2a$. Nếu lực pháp tuyến tạo ra từ khối lượng thứ nhất là N_1 và lực pháp tuyến tạo ra từ khối lượng thứ hai là N_2 thì hai phương trình $F = ma$ của chúng ta là

$$\begin{aligned} mg - N_1 &= ma \\ Mg - N_2 &= M(2a) \end{aligned}$$

Ta cũng có phương trình mômen xoắn là

$$mg\ell + Mg(2\ell) = I\alpha = (m\ell^2 + 4M\ell^2)\alpha$$

Cuối cùng, theo định luật thứ ba của Newton, lực căng được cho bởi

$$T = N_1 + N_2$$

Bây giờ ta có thể giải bài toán này với bốn phương trình và bốn ẩn số. Đầu tiên, ta biến đổi phương trình mômen xoắn.

$$\begin{aligned} mg\ell + 2Mg\ell &= (m\ell^2 + 4M\ell^2) \frac{a}{\ell} \\ mg + 2Mg &= (m + 4M)a \\ a &= \frac{m + 2M}{m + 4M} g \end{aligned}$$

Ta quay lại hai phương trình $F = ma$ đầu tiên. Ta thay thế phương trình đầu tiên để có

$$mg - N_1 = ma \implies N_1 = mg - m \left(\frac{m + 2M}{m + 4M} g \right)$$

phương trình thứ hai cho ta

$$Mg - N_2 = M(2a) \implies N_2 = Mg - 2M \left(\frac{m + 2M}{m + 4M} g \right)$$

Phương trình của chúng ta cho định luật thứ ba của Newton sau đó cho ta

$$\begin{aligned} T &= mg - m \left(\frac{m + 2M}{m + 4M} g \right) + Mg - 2M \left(\frac{m + 2M}{m + 4M} g \right) \\ &= (m + M)g - (m + 2M) \frac{m + 2M}{m + 4M} g \\ &= \frac{(m + M)(m + 4M) - (m + 2M)^2}{m + 4M} g \\ &= \frac{m^2 + 4Mm + Mm + 4M^2 - m^2 - 4Mm - 4M^2}{m + 4M} g \\ T &= \frac{Mm}{m + 4M} g \end{aligned}$$