

# ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA MÔN VẬT LÝ 2015

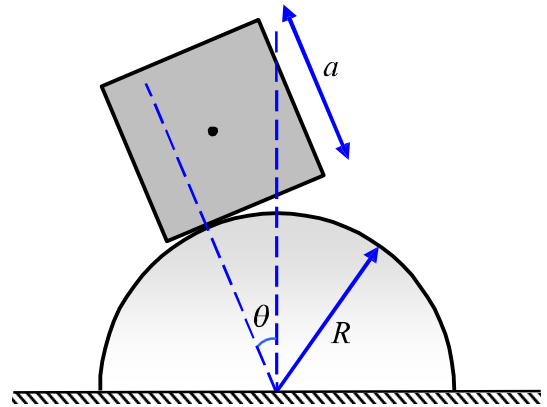
Đề thi số 0

Nguyễn Ngọc Tuấn

## Bài 1 (4 điểm).

Một khối lập phương đồng chất có cạnh là  $a$  được đặt trên đỉnh của một nửa hình trụ bán kính đáy  $R$ . Nửa hình trụ được giữ cố định sao cho mặt phẳng của nó luôn nằm ngang. Ở thời điểm ban đầu tâm khối lập phương ở ngay trên đỉnh của nửa hình trụ. Khối lập phương có thể dao động quanh vị trí cân bằng này. Giả thiết dao động này là không trượt.

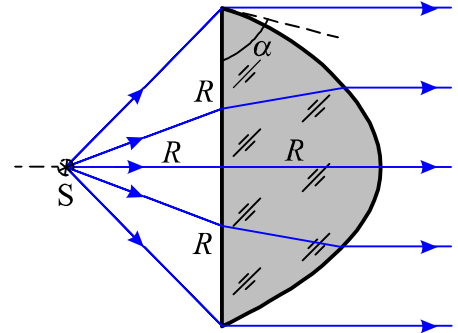
- 1) Hãy tìm liên hệ giữa bán kính hình trụ và chiều dài cạnh khối lập phương để vị trí cân bằng ở đỉnh là bền.
- 2) Với điều kiện 1) thỏa mãn, tìm chu kỳ dao động nhỏ
- 3) Tìm biên độ góc cực đại  $\theta_{max}$  để dao động là ổn định.



## Bài 2 (2.5 điểm).

Một thấu kính phẳng-lồi được làm từ một chất trong suốt đồng chất. Độ dày của kính bằng bán kính  $R$  của mặt cầu lồi. Góc  $\alpha$  tạo bởi mặt phẳng và mặt lồi tại mép của thấu kính có giá trị nhỏ hơn  $90^\circ$ . Trên trục của thấu kính và nằm cách mặt phẳng của thấu kính một khoảng bằng  $R$  có đặt một nguồn sáng điểm S. Biết rằng mọi tia sáng xuất phát từ nguồn S tới thấu kính đều không bị phản xạ, và sau khi đi qua thấu kính đều có phương song song với trục thấu kính.

- 1) Tìm chiết suất của chất làm thấu kính
- 2) Tìm góc  $\alpha$ .



## Bài 3 (4 điểm).

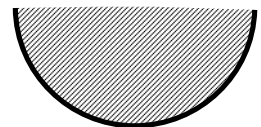
Một khối khí coi lý tưởng có khối lượng mol  $\mu$  nằm giữa vùng không gian tạo bởi hai bản phẳng, rộng, đặt nằm ngang cách nhau một đoạn  $L$ . Nhiệt độ bản dưới là  $T_1$  và bản trên là  $T_2 < T_1$ .

- 1) Giả thiết không có sự đối lưu và nhiệt độ các lớp khí biến thiên đều theo độ cao. Hãy tìm sự phụ thuộc của áp suất khí vào độ cao tính từ bản dưới.
- 2) Một quả bóng thể tích  $V$  không đổi được gắn vào một đầu lò xo độ cứng  $k$ . Đầu kia của lò xo gắn vào bản trên. Ở vị trí cân bằng độ dài lò xo là  $L_0$ . Giả thiết chuyển động của quả bóng trong khí không chịu lực cản. Tìm chu kỳ dao động của quả bóng.
- 3) Tìm điều kiện để không có sự đối lưu xảy ra. Biết rằng nếu có quá trình đối lưu xảy ra thì trong quá trình đối lưu, một lượng khí nào đó đi lên và đi xuống đủ nhanh để không kịp trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh.

## Bài 4 (3 điểm).

Cần xác định hệ số ma sát trượt giữa nhôm và sắt. Dụng cụ bao gồm một nửa vành tròn hình lòng máng bằng nhôm và có đáy bịt kín, một vật nhỏ làm bằng sắt có thể trượt trong máng, một thước êke có vạch chia ở hai cạnh, các vật nặng để cố định vành tròn. Yêu cầu:

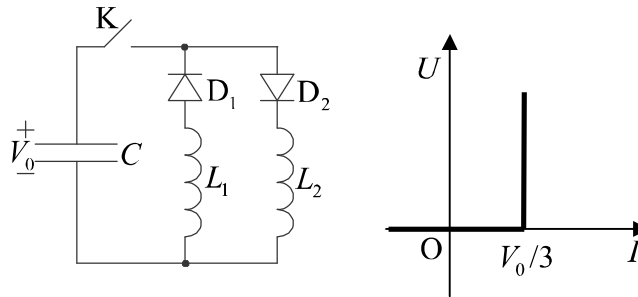
- 1) Hãy nêu phương án thí nghiệm, thiết lập công thức cần thiết



- 2) Nêu các bước tiến hành phép đo
- 3) Nêu cách xử lý kết quả.

### Bài 5 (3 điểm).

- 1) Mạch điện được cấu tạo bởi các đi ốt lý tưởng, tụ điện  $C$  và hai cuộn cảm có độ tự cảm  $L_2 = 4L_1$ . Ban đầu khóa K mở, tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế  $V_0$ . Người ta đóng khóa K. Hãy viết biểu thức của dòng điện đi qua  $L_2$ .
- 2) Giải lại bài trên nếu đi ốt không lý tưởng mà có đường đặc trưng Volt-Ampe như hình dưới. Ghi chú  $V_0$  trong hình vẽ là có giá trị ở ý trên.



### Bài 6 (3.5 điểm).

Một dây cáp dẫn tín hiệu bao gồm hai lớp kim loại mỏng hình trụ đồng trục có bán kính trong và ngoài tương ứng là  $a$  và  $b$ . Tín hiệu đi từ nguồn dọc theo lớp trụ bên trong với cường độ  $I$  và quay trở về nguồn theo lớp trụ ngoài. Coi dây cáp là rất dài.

- 1) Sử dụng định lý Ampe tìm biểu thức của cảm ứng từ tại một điểm cách tâm dây cáp khoảng  $a < r < b$ .
- 2) Xét một khung dây tương tự hình chữ nhật chiều dài  $1\text{m}$ , chiều rộng  $(b - a)$  có hai cạnh nằm trên hai mặt kim loại và song song với trục dây cáp, hai cạnh còn lại vuông góc với trục cáp. Tính từ thông gửi qua khung dây này, từ đó tính độ tự cảm của một mét dây cáp.
- 3) Tính năng lượng từ trường chứa trong  $1\text{m}$  dây cáp. Từ đó tìm lại kết quả câu 2).

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN

### Bài 1:

1) Khi khối hộp bị nghiêng đi một góc nhỏ khỏi vị trí cân bằng, mô men lực cần kéo nó trở lại. Để điều này xảy ra, phương của trọng lực phải ở bên phải của điểm tiếp xúc B giữa khối hộp và mặt trụ, tức là

$$x_G < x_B.$$

Ta có:  $x_B = R \sin \theta$

$$x_G = x_I - IG \cdot \cos \theta$$

Mặt khác, do khối hộp lăn không trượt nên

$$IG = BK = \widehat{AB} = R\theta$$

Từ đây  $x_G = (R + \frac{a}{2}) \sin \theta - R\theta \cdot \cos \theta$

Ta cần có  $(R + \frac{a}{2}) \sin \theta - R\theta \cdot \cos \theta < R \sin \theta$  khi  $\theta \rightarrow 0$  hay  $R > \frac{a}{2}$ .

2) Xét tâm quay tức thời tại B. Mô men động lượng của hộp với điểm B

$$L = I_B \omega = (I_G + m \cdot BG^2) \omega = [\frac{ma^2}{6} + m(\frac{a^2}{4} + R^2 \theta^2)] \omega = (\frac{5ma^2}{12} + mR^2 \theta^2) \omega$$

Biến thiên mô men động lượng:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{5ma^2}{12} \frac{d\omega}{dt} + 2mR^2 \theta \frac{d\theta}{dt} \omega = \frac{5ma^2}{12} \frac{d\omega}{dt} + 2mR^2 \theta \omega^2 \approx \frac{5ma^2}{12} \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

Chỉ có trọng lực gây nên mô men lực:

$$M = -mg(x_B - x_G) = -mg(R\theta \cdot \cos \theta - \frac{a}{2} \sin \theta) \approx -mg\theta(R - \frac{a}{2})$$

Từ định luật biến thiên mô men động lượng  $\frac{dL}{dt} = M$  suy ra:

$$\frac{5ma^2}{12} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx -mg\theta(R - \frac{a}{2})$$

Vậy tần số dao động nhỏ:  $\Omega^2 = \frac{12g}{5a^2} \left( R - \frac{a}{2} \right)$

Chú ý: cách làm với tâm quay tức thời sử dụng ở đây rất nguy hiểm, nếu thạo phương pháp năng lượng thì nên sử dụng.

3. Dao động sẽ mất ổn định khi giá trọng lực nằm bên trái của B, khi đó không còn mô men lực hồi phục. Tại giá trị giới hạn  $x_B = x_G \Rightarrow \frac{\tan \theta_{\max}}{\theta_{\max}} = \frac{2R}{a}$ .

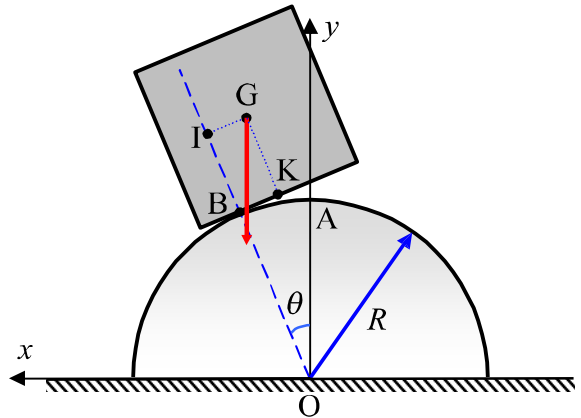
### Bài 2:

1) Xét hai tia đi từ S: một tia qua quang tâm và một tia đi qua điểm rìa thấu kính. Quang trình đi từ S đến mặt sóng qua đỉnh mặt cong bằng nhau ( $l_{ABC} = l_{ADE}$ ):

$$R\sqrt{2} + R = R + Rn. \text{ Suy ra } n = \sqrt{2}.$$

2) Xét tia đến rìa thấu kính với góc tới  $i = \frac{\pi}{4}$ , khúc xạ với góc  $r$ :  $\sin r = \frac{\sin \pi/4}{\sqrt{2}} \rightarrow r = \frac{\pi}{6}$

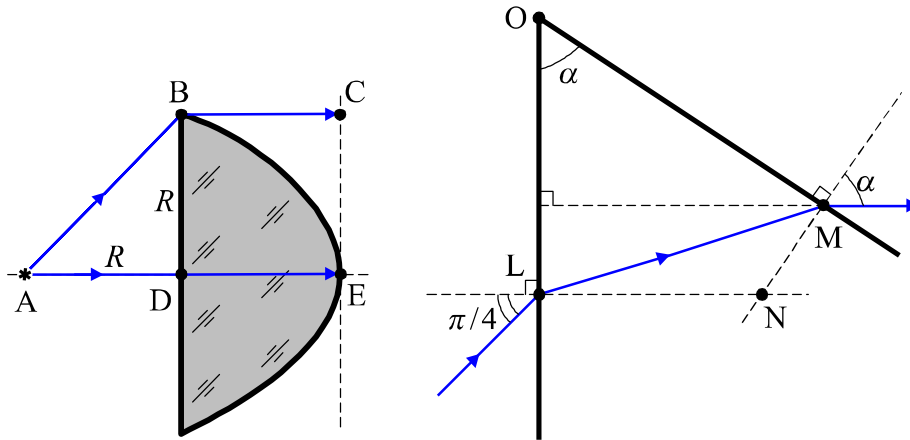
rồi đến mặt cong thấu kính với góc  $\alpha - r = \alpha - \frac{\pi}{6}$ . Tia ló song song với trục chính nên ta tính được góc ló bằng  $\alpha$ .



Theo định luật khúc xạ:  $\sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \sin \alpha$

$$\sqrt{2} \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \sin \alpha$$

$$\rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}; \alpha \approx 72^\circ$$



### Bài 3:

1) Từ giả thiết dễ dàng suy ra  $T(z) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{L} z$  (1)

Xét một lớp khí nằm song song với hai bản ở độ cao  $z$ , có chiều dày  $dz$  và diện tích  $S$ . Lớp khí này chịu áp lực do các lớp khí khác nằm phía dưới nso đẩy lên và do lớp khí ở trên đẩy xuống. Áp suất khisi ở dưới lớn hơn nên tổng hợp lực sẽ hướng lên. Độ chênh lệch của áp lực là  $Sdp$ , trong đó  $dp$  là độ chênh lệch áp suất. Lực này cân bằng với trọng lực tác dụng lên lớp khisi đang xét:

$$Sdp = -\rho g dV = -\rho g S dz.$$

Ở đây dấu trừ cho thấy áp suất giảm theo độ cao.

Mặt khác phương trình trạng thái cho lớp khí này  $p = \frac{\rho RT}{\mu}$ , suy ra

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dz = -\frac{\mu g}{RT} \frac{dz}{T_1 - \frac{T_1 - T_2}{L} z}. \quad (2)$$

Lấy tích phân hai vế ta được

$$\ln \frac{p(z)}{p_0} = \frac{\mu g L}{R(T_2 - T_1)} \ln \left( 1 - \frac{T_1 - T_2}{L T_1} z \right).$$

Cuối cùng  $p(z) = p_0 \left[ 1 - \frac{T_1 - T_2}{L T_1} z \right]^{\frac{\mu g L}{R(T_1 - T_2)}}.$

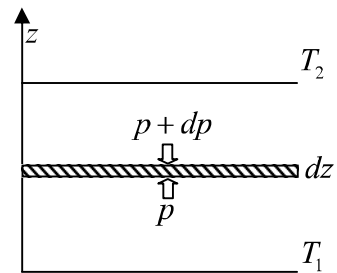
2) Sự phụ thuộc của khối lượng riêng không khí vào độ cao:

$$\rho(z) = \frac{\mu p(z)}{RT(z)} = \frac{\mu p_0}{R} \left[ 1 - \frac{T_1 - T_2}{L T_1} z \right]^{\frac{\mu g L}{R(T_1 - T_2)}} \cdot \left[ T_1 - \frac{T_1 - T_2}{L} z \right]^{-1}.$$

Sử dụng gần đúng  $(1-x)^n \approx 1-nx$ , ta đơn giản biểu thức của  $\rho$ :

$$\rho(z) = \frac{\mu p_0}{R T_1} \left[ 1 - \left( \frac{\mu g}{R T_1} - \frac{T_1 - T_2}{L T_1} \right) z \right].$$

Tại vị trí cân bằng, lực đẩy Ác si mét cân bằng với trọng lực và lực lò xo



$$\rho(L - L_0)Vg + k(L_0 - l) = mg. \quad (3)$$

Khi lệch khỏi vị trí cân bằng, lực hồi phục có dạng

$$dF = -k dz - Vg d\rho = -\left[k + \frac{\mu p_0 V}{RT_1} \left(\frac{\mu g}{RT_1} - \frac{T_1 - T_2}{LT_1}\right)\right] dz. \quad (4)$$

Vậy tần số dao động

$$\omega^2 = \frac{k_{hd}}{m}; \text{ với } k_{hd} \text{ và } m \text{ xác định từ các biểu thức (3) và (4).}$$

**3)** Xét một mol khí ở độ cao  $z$ . Ta tưởng tượng nó bay lên cao một đoạn  $dz$ , quá trình xảy ra rất nhanh nên khí chưa kịp trao đổi nhiệt với môi trường và ta có thể áp dụng phương trình đoạn nhiệt. Ta đi tính biến thiên nhiệt độ của khí do bay lên. Nguyên lý I:

$$pdV = -C_V dT^a \quad (a: \text{ ký hiệu cho quá trình đoạn nhiệt}).$$

Mặt khác, lấy vi phân phương trình trạng thái

$$pdV + Vdp = RdT^a.$$

Suy ra:

$$Vdp = (C_V + R)dT^a = C_p dT^a.$$

Ta chia phương trình vừa nhận được cho phương trình trạng thái:

$$\frac{dp}{p} = \frac{C_p}{R} \frac{dT^a}{T}. \quad (5)$$

Từ (2) và (5)

$$dT^a = -\frac{\mu g}{C_p} dz. \quad (6).$$

Từ (1) ta có độ biến thiên nhiệt độ của khí quyển theo độ cao:

$$dT = -\frac{T_1 - T_2}{L} dz. \quad (7).$$

Sẽ có đối lưu xảy ra nếu độ giảm nhiệt độ do khí bay đoạn nhiệt lên nhỏ hơn độ giảm nhiệt độ của khí quyển xung quanh (tức là khí bay đoạn nhiệt sẽ có nhiệt độ cao hơn, tức là nhẹ hơn khí quyển xung quanh nó và sẽ tiếp tục bay lên nữa). Vậy điều kiện cần tìm là:

$$\frac{\mu g}{C_p} > \frac{T_1 - T_2}{L}.$$

#### Bài 4.

*Cơ sở lý thuyết:*

Thả vật từ độ cao  $h_1$ , vật trôi và dừng lại ở độ cao  $h_2$ , độ giảm cơ năng bằng công của lực ma sát. Trước hết ta đi tính áp lực của vật lên máng:

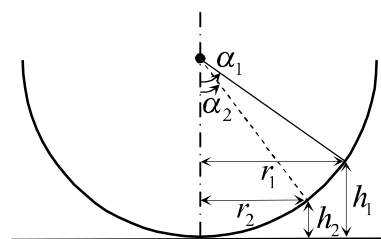
$$N - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow N = mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{R}.$$

Công của lực ma sát trong dịch chuyển vi phân

$$\begin{aligned} \delta A &= -F_{ms} ds = -\mu N R d\alpha = \\ &= -dE = -d\left(\frac{mv^2}{2}\right) - mg dh. \end{aligned}$$

Thay  $N$  vào và lấy tích phân:

$$\mu mg R \sin \alpha \Big|_{\alpha_2}^{\alpha_1} + \int \frac{mv^2}{2} d\alpha = mgh \Big|_{h_2}^{h_1}.$$



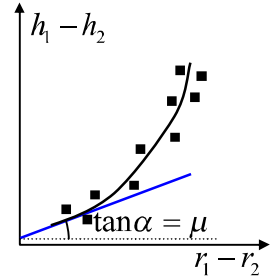
Nếu ta thả sao cho  $h_1 \rightarrow h_2$  thì  $\frac{mv^2}{2} \rightarrow 0$  và tích phân  $\int \frac{mv^2}{2} d\alpha \rightarrow 0$ . Khi đó

$$\mu mgR(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \rightarrow mg(h_1 - h_2).$$

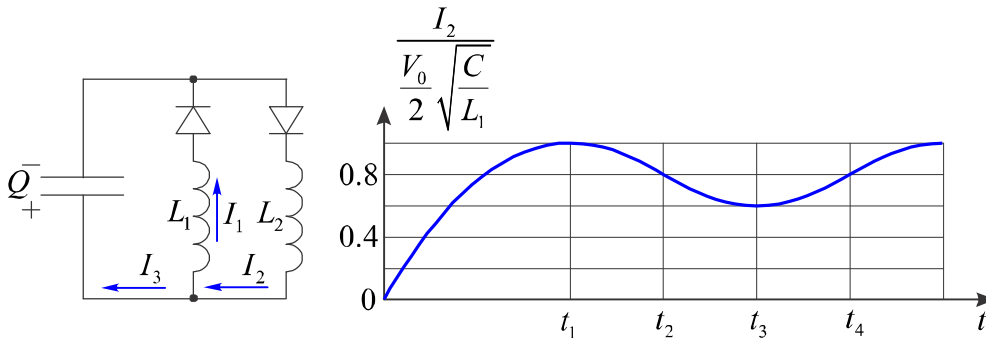
$$\mu = \lim \frac{h_1 - h_2}{R(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)} = \frac{h_1 - h_2}{r_1 - r_2}.$$

*Phép đo và xử lý số liệu:*

Thả vật ra từ độ cao  $h_1$ , bán kính  $r_1$ . Sau khi vật dừng lại ghi lại  $h_2$ , bán kính  $r_2$ . Cho  $h_1$  giảm dần ta sẽ thu được đồ thị  $(r_1 - r_2)$  phụ thuộc vào  $(h_1 - h_2)$ . Từ các điểm tìm được dựng đường cong. Tìm đường tiệm cận của đường con này. Hệ số góc của tiệm cận sẽ là  $\tan \alpha = \mu$ .



### Bài 5:



1) Khi K vừa đóng, không có dòng đi qua  $D_1$ , khung dây dao động chỉ bao gồm tụ điện và cuộn

$L_2$ , có tần số  $\omega_{02} = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$ .

Dòng qua  $L_2$  có biểu thức  $I_2(t) = I_{02} \sin \omega_{02} t$ .

Biên độ xác định từ bảo toàn năng lượng  $\frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} L_2 I_{02}^2$ .

Từ đây  $I_2(t) = V_0 \sqrt{\frac{C}{L_2}} \sin \sqrt{\frac{1}{L_2 C}} t$ .

Sau nửa chu kỳ, tụ phóng hết điện còn dòng  $I_2$  đạt giá trị cực đại, cuộn bắt đầu nạp trở lại cho tụ và tụ đổi cực, khi đó dòng sẽ đi qua cả hai diode.

Định luật Kirchoff cho khung chứa hai cuộn cảm:

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow L_1 I_1 + L_2 I_2 = \text{const} = L_2 I_{02} = V_0 \sqrt{CL_2}.$$

Định luật Kirchoff cho nút  $I_1 + I_2 = I$

Định luật Kirchoff cho khung chứa tụ và cuộn cảm  $L_2$

$$L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L_2 \frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{I}{C} = 0.$$

Thế các phương trình vào nhau ta được

$$\frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C} I_2 = \frac{V_0}{L_1 \sqrt{CL_2}}.$$

Đổi biến  $u = I_2 - \frac{V_0}{L_1 + L_2} \sqrt{\frac{L_2}{C}}$  ta đưa phương trình về dạng

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C} u = 0.$$

Đây là phương trình điều hòa với nghiệm

$$I_2 = V_0 \sqrt{\frac{C}{L_2}} \frac{L_1}{L_1 + L_2} \left[ \cos \omega_2 t + \frac{L_2}{L_1} \right], \text{ với } \omega_2 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}.$$

Với  $L_2 = 4L_1$  ta được kết quả cuối cùng:

$$I_2 = \frac{V_0}{10} \sqrt{\frac{C}{L_1}} [\cos \omega_2 t + 4], \text{ với } \omega_2 = \sqrt{\frac{5}{4L_1 C}}.$$

Đồ thị của  $I_2$  được biểu diễn trên hình vẽ, với  $t_1 = \pi \sqrt{L_1 C}$ ,  $t_2 = \pi \sqrt{L_1 C} (1 + \frac{1}{\sqrt{5}})$ ,  $t_3 = \pi \sqrt{L_1 C} (1 + \frac{2}{\sqrt{5}})$ ,  $t_4 = \pi \sqrt{L_1 C} (1 + \frac{3}{\sqrt{5}})$ .

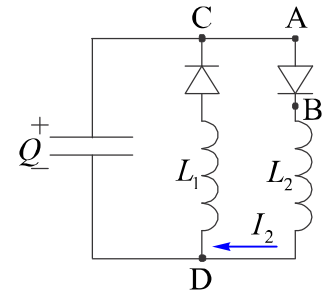
2) Khi vừa đóng khóa K,  $U_{AB} = V_0/3$   $U_{CD} = U_{AB} + U_{BD}$

$$\frac{Q}{C} = \frac{V_0}{3} - L_2 \frac{dI_2}{dt} \Rightarrow \frac{V_0}{3} = \frac{Q}{C} + L_2 \frac{d^2 Q}{dt^2}.$$

Tương tự trên ta giải ra nghiệm

$$Q = \frac{CV_0}{3} + \frac{2V_0 C}{3} \cos \omega_2 t \Rightarrow I_2 = \frac{dQ}{dt} = \frac{2}{3} V_0 C \omega_2 \sin \omega_2 t.$$

Sau nửa chu kỳ,  $\cos \omega_2 t = -1$ ,  $Q = -\frac{CV_0}{3} \Rightarrow U_{CD} = -\frac{CV_0}{3}$  không đủ để dòng đi qua  $D_1$ . Dao động dừng lại ở đây.



## Bài 6:

1) Áp dụng định lý lưu số cho khung dây hình tròn, bán kính  $r$ , nằm vuông góc và tâm trên trục của sợi cáp:

$$B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Kết quả này giống hệt từ trường sinh ra bởi dòng điện thẳng dài vô hạn.

2) Xét một khung dây hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng chứa trục sợi dây cáp, có hai cạnh song song với trục dây cáp dài 1m, hai cạnh còn lại cao  $dr$  và vuông góc với trục sợi cáp. Từ thông gửi qua khung này

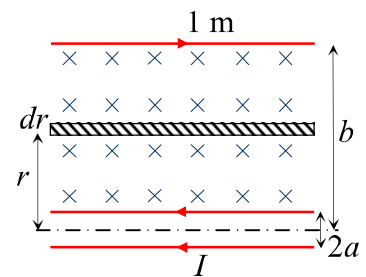
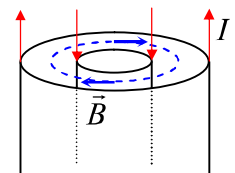
$$d\Phi = B(r) dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot dr \cdot 1m.$$

Lấy tích phân ta sẽ được từ thông gửi qua khung có hai cạnh chiều rộng  $(b-a)$  vuông góc với trục cáp và có hai cạnh còn lại dài 1m nằm trên hai mặt kim loại và song song với trục dây cáp.

$$\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a},$$

Từ đây tính được độ tự cảm của 1m dây cáp

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$



### 3) Mật độ năng lượng từ

$$w = \frac{B^2(r)}{2\mu_0}.$$

Xét một lớp vỏ trụ có bán kính  $r$ , chiều dày  $dr$ , chiều cao  $1\text{ m}$  và có trục trùng với trục sợi cáp. Năng lượng từ trường chứa trong vỏ trụ này bằng:

$$dW = w dV = \frac{B^2(r)}{2\mu_0} \cdot 2\pi r dr \cdot 1\text{ m} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \frac{dr}{r}.$$

Lấy tích phân ta sẽ được năng lượng từ chứa trong khoảng không gian giữa hai vỏ kim loại và chiều dài  $1\text{ m}$  là

$$W = \int_a^b \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

Từ đây ta tìm lại được kết quả câu 2)

$$L = \frac{2W}{I^2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$