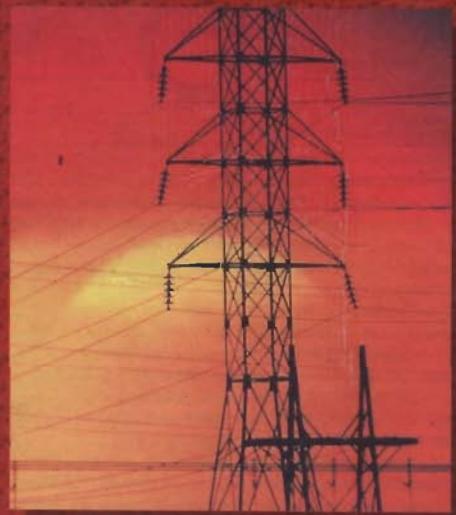


# VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG

## CÁC NGUYỄN LÍ VÀ ỨNG DỤNG

BIÊN KHẢO : TRẦN NGỌC HỢI (CHỦ BIÊN) - PHẠM VĂN THIỀU

Tập hai :  
**Điện, từ, dao động và sóng**



# **VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG**

**Tập hai : ĐIỆN, TỪ, ĐẠO ĐỘNG VÀ SÓNG**

*Biên khảo :* TRẦN NGỌC HỢI (Chủ biên) - PHẠM VĂN THIỀU

**NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC**



# LỜI NHÀ XUẤT BẢN

Hướng tới kỉ niệm 50 năm thành lập Nhà xuất bản Giáo dục và thực hiện chiến lược mở rộng, phát triển sản phẩm mới, trong những năm gần đây, bên cạnh việc xuất bản, phát hành kịp thời, đồng bộ, sách giáo khoa và các loại sách tham khảo phục vụ giáo dục phổ thông, Nhà xuất bản Giáo dục còn rất chú trọng tổ chức biên soạn, xuất bản các bộ sách tham khảo lớn, có giá trị khoa học và thực tiễn cao, mang ý nghĩa chính trị, văn hoá, giáo dục sâu sắc, được trình bày và in ấn đẹp, gọi là sách tham khảo đặc biệt. Các sách này được xuất bản nhằm đáp ứng nhu cầu học tập, nghiên cứu, giảng dạy của học sinh, sinh viên, nghiên cứu sinh, giáo viên phổ thông, giảng viên đại học, cao đẳng, dạy nghề, cán bộ nghiên cứu, cán bộ quản lí giáo dục và đồng đảo bạn đọc, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục, dân trí xã hội trong thời kì mới, giữ gìn, "xây dựng và phát triển nền văn hoá Việt Nam tiên tiến, đậm đà bản sắc dân tộc" theo tinh thần nghị quyết Hội nghị Trung ương 5 của Ban Chấp hành Trung ương Đảng khoá VIII, từng bước đưa giáo dục Việt Nam hòa nhập với thế giới. Đây là những cuốn sách nghiên cứu chủ trương, đường lối của Đảng, của Chủ tịch Hồ Chí Minh về văn hoá, giáo dục ; các chuyên khảo phản ánh kết quả nghiên cứu mới ; tuyển tập các công trình nghiên cứu tiêu biểu của các nhà khoa học, nhà giáo đặc biệt là các nhà khoa học, nhà giáo đã được tặng Giải thưởng Nhà nước, Giải thưởng Hồ Chí Minh ; các sách về danh nhân văn hoá Việt Nam và thế giới ; những bộ tư liệu, thư tịch và những pho sử cổ có giá trị lịch sử, văn hoá cao ; các sách tra cứu, những bộ từ điển tường giải tiếng Việt, các từ điển chuyên ngành, từ điển đối dịch tiếng nước ngoài với tiếng Việt, tiếng Việt với tiếng các dân tộc anh em ; các bộ sách dịch có giá trị văn hoá,

khoa học, giáo dục đặc sắc có tác dụng làm tăng trưởng nhanh chóng tri thức khoa học hiện đại, thay đổi tư duy quản lí, tư duy công việc, lối sống và cách hưởng thụ văn hoá trong xã hội kinh tế tri thức.

*Tham gia biên soạn mang sách tham khảo đặc biệt là các nhà khoa học đầu ngành, các nhà giáo, nhà quản lí giỏi, nhiều kinh nghiệm thuộc các lĩnh vực khác nhau, có uy tín đối với độc giả trong và ngoài nước.*

*Bộ sách Vật lí đại cương - Các nguyên lí và ứng dụng thuộc mang sách tham khảo đặc biệt do các tác giả Trần Ngọc Hợi và Phạm Văn Thiều biên khảo. Trong bộ sách này, các tác giả đã trình bày những vấn đề cơ bản và quan trọng của Vật lí đại cương, cũng như một số thành tựu đặc sắc của Vật lí hiện đại. Ngoài ra, nội dung sách cũng rất chú trọng đến các ứng dụng của Vật lí học trong khoa học và công nghệ, giải thích một số hiện tượng Vật lí xảy ra trong thực tiễn cuộc sống. Các kiến thức Vật lí trình bày trong bộ sách phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí đại cương ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Vì vậy, bộ sách này có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và Khoa học tự nhiên, cũng như các cán bộ kỹ thuật, cán bộ nghiên cứu có liên quan tới Vật lí và các thầy cô giáo giảng dạy Vật lí ở các trường phổ thông.*

*Bộ sách được xuất bản lần đầu nên chắc không tránh khỏi một số thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của các thầy cô giáo, các nhà khoa học và đồng đảo bạn đọc để những lần xuất bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Mọi góp ý xin gửi về : Nhà xuất bản Giáo dục, 187B Giảng Võ - Ba Đình - Hà Nội.*

Hà Nội, tháng 7 năm 2005  
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

# LỜI TÁC GIẢ

Việc viết những cuốn sách vật lí đáp ứng được các yêu cầu cơ bản, hiện đại có tính ứng dụng thực tế cao là một việc làm khó, đòi hỏi nhiều thời gian, công sức và kiến thức sâu rộng. Chính vì vậy, chúng tôi đã tham khảo nhiều sách về Vật lí đại cương dùng cho một số trường Đại học và Cao đẳng ở một số nước Âu - Mĩ và Liên Xô cũ, nhất là cuốn *Physics Classical and Modern*, để biên khảo bộ sách "Vật lí đại cương - Các nguyên lí và ứng dụng" cho phù hợp với thực tế ở Việt Nam.

Bộ sách đề cập đến tất cả các vấn đề cơ bản và quan trọng của vật lí, phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Về mặt hình thức, sách được trình bày dưới dạng giáo trình, các kiến thức được viết cô đọng, rõ ràng nhưng cẩn kẽ, chú trọng đến bản chất vật lí, nhằm giúp cho bạn đọc cách tư duy, lí giải trước các hiện tượng vật lí.

Bộ sách này gồm 41 chương, được chia thành ba tập :

**Tập một : Cơ học và Nhiệt học (15 chương)**

**Tập hai : Điện, Từ, Dao động và Sóng (15 chương)**

**Tập ba : Quang học và Vật lí lượng tử (11 chương)**

Trong mỗi tập sách, ngoài phần trình bày lí thuyết, còn rất chú trọng đến các ứng dụng thực tiễn, có nhiều ví dụ sinh động xảy ra trong tự nhiên và ứng dụng trong khoa học, công nghệ. Sau mỗi chương đều có các câu hỏi, bài tập. Bên cạnh đó còn có nhiều bài đọc thêm về thân thế sự nghiệp của các nhà vật lí lỗi lạc, các vấn đề thời sự và đặc sắc của vật lí.

Bộ sách này nhằm phục vụ cho việc học tập vật lí của sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và

*Khoa học tự nhiên. Các thầy, cô giáo giảng dạy ở các trường Đại học và Cao đẳng cũng như ở các trường Trung học phổ thông có thể dùng làm tài liệu tham khảo, tìm thấy trong bộ sách nhiều kiến thức bổ ích và nâng cao. Tuỳ theo yêu cầu và thời lượng của môn học tại các trường, bộ sách cũng có thể đáp ứng được ở nhiều mức độ và trình độ thích hợp.*

*Tham gia biên khảo bộ sách này gồm có :*

*– TS. Trần Ngọc Hợi - Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội (Biên khảo chính - Chủ biên).*

*– Ông Phạm Văn Thiều - Hội Vật lí Việt Nam.*

*Trong tập hai của bộ sách này, các tác giả xin trân trọng cảm ơn các nhà giáo, đồng thời cũng là các nhà chuyên môn có nhiều kinh nghiệm và kiến thức sâu rộng dưới đây đã đóng góp một số tư liệu cho tập sách :*

*– PGS. TS. Lê Băng Sương - Đại học Bách khoa Hà Nội.*

*– GS. TSKH. Lâm Quang Thiệp - Đại học Quốc gia Hà Nội.*

*– Ông Nguyễn Quang Hậu - Ban biên tập sách Vật lí Nhà xuất bản Giáo dục.*

*Chúng tôi biên khảo bộ sách này với mong muốn giới thiệu với bạn đọc những kiến thức vật lí ở mức cơ bản, hiện đại, thực tế sinh động nhưng cũng rất sâu sắc, đồng thời cũng muốn góp phần vào việc làm phong phú hơn, chính xác hơn một số nội dung kiến thức vật lí trong chương trình giảng dạy ở bậc Đại học và Trung học phổ thông.*

*Cuối cùng, chúng tôi xin chân thành cảm ơn Trung tâm nghiên cứu Chiến lược và phát triển Chương trình giáo dục Trung học chuyên nghiệp, Đại học và Sau Đại học (trước đây là Trung tâm nghiên cứu Giáo dục Đại học) và Ban biên tập sách Vật lí, Nhà xuất bản Giáo dục đã nhiệt tình cổ vũ, ủng hộ chúng tôi để hoàn thành bộ sách này.*

#### **CÁC TÁC GIẢ**

# **MỤC LỤC TOÀN BỘ**

## **Tập một : CƠ HỌC VÀ NHIỆT HỌC**

**Chương 1.** Mở đầu

**Chương 2.** Chuyển động một chiều

**Chương 3.** Chuyển động hai chiều

**Chương 4.** Các định luật chuyển động của Newton

**Chương 5.** Chuyển động tròn và lực hấp dẫn vũ trụ của Newton

**Chương 6.** Công và năng lượng

**Chương 7.** Động lượng và chuyển động của hệ

**Chương 8.** Chuyển động quay

**Chương 9.** Cân bằng tĩnh của một vật rắn

**Chương 10.** Chất rắn và chất lưu

**Chương 11.** Nhiệt độ và sự truyền nhiệt

**Chương 12.** Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

**Chương 13.** Lí thuyết động học của các chất khí

**Chương 14.** Định luật thứ hai của nhiệt động lực học

**Chương 15.** Khí thực và chuyển pha

## **Tập hai : ĐIỆN, TỪ, DAO ĐỘNG VÀ SÓNG**

**Chương 16.** Định luật Coulomb và điện trường

**Chương 17.** Định luật Gauss

**Chương 18.** Điện thế

**Chương 19.** Điện dung, điện môi và năng lượng của điện trường

**Chương 20.** Dòng điện và điện trở

**Chương 21.** Từ trường

**Chương 22.** Các nguồn của từ trường

**Chương 23.** Định luật Faraday

**Chương 24.** Độ tự cảm

**Chương 25.** Từ trường trong khối chất

**Chương 26.** Dao động cơ học

**Chương 27.** Sóng cơ học

**Chương 28.** Sóng âm

**Chương 29.** Dao động điện từ và mạch điện xoay chiều

**Chương 30.** Các phương trình Maxwell và sóng điện từ

### **Tập ba : QUANG HỌC VÀ VẬT LÍ LƯỢNG TỬ**

**Chương 31.** Quang hình học

**Chương 32.** Giao thoa ánh sáng

**Chương 33.** Nhiều xạ ánh sáng

**Chương 34.** Phân cực ánh sáng

**Chương 35.** Thuyết tương đối

**Chương 36.** Lượng tử hóa bức xạ điện từ

**Chương 37.** Cơ học lượng tử

**Chương 38.** Nguyên tử và bảng tuần hoàn các nguyên tố

**Chương 39.** Vật rắn tinh thể và laze

**Chương 40.** Hạt nhân nguyên tử và hạt cơ bản

**Chương 41.** Vật lí các sao

## **MỤC LỤC TẬP HAI**

	<i>Trang</i>
<i>Lời nhà xuất bản</i>	3
<i>Lời tác giả</i>	5
 <b>Chương 16. ĐỊNH LUẬT COULOMB VÀ ĐIỆN TRƯỜNG TĨNH</b>	
<b>16-1. Điện tích và vật chất</b>	14
<b>16-2. Định luật Coulomb</b>	16
<b>16-3. Điện trường và đường sức của điện trường</b>	20
<b>16-4. Cách tính điện trường</b>	22
<b>16-5. Hạt điện tích trong điện trường đều</b>	30
 <b>Chương 17. ĐỊNH LUẬT GAUSS</b>	
<b>17-1. Thông lượng</b>	42
<b>17-2. Định luật Gauss</b>	44
<b>17-3. Rút ra định luật Gauss từ định luật Coulomb</b>	46
<b>17-4. Dùng định luật Gauss để tìm E</b>	49
<b>17-5. Các tính chất tĩnh điện của vật dẫn</b>	55
<b>Bài đọc thêm : Micheal Faraday</b>	59
 <b>Chương 18. ĐIỆN THẾ</b>	
<b>18-1. Thế năng điện</b>	69
<b>18-2. Điện thế</b>	71
<b>18-3. Hiệu điện thế</b>	75
<b>18-4. Hệ thức giữa E và V</b>	78
<b>18-5. Các mặt đẳng thế</b>	79
<b>18-6. Nói thêm về những tính chất tĩnh điện của một vật dẫn</b>	80
 <b>Chương 19. ĐIỆN DUNG, ĐIỆN NĂNG VÀ ĐIỆN MÔI</b>	
<b>19-1. Hiện tượng điện hướng</b>	92
<b>19-2. Tụ điện và điện dung</b>	93
<b>19-3. Các tụ điện mắc nối tiếp và song song</b>	97
<b>19-4. Điện năng và mật độ năng lượng</b>	98
<b>19-5. Những tính chất tĩnh điện của các vật cách điện (điện môi)</b>	102

<b>19-6.</b> Giải thích các tính chất của điện môi	105
<b>19-7.</b> Các chất điện môi và định luật Gauss	109

## **Chương 20. DÒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN TRỎ**

<b>20-1.</b> Dòng điện	121
<b>20-2.</b> Điện trở và định luật Ohm	124
<b>20-3.</b> Các điện trở mắc nối tiếp và song song	129
<b>20-4.</b> Mô hình Drude về kim loại	130
<b>20-5.</b> Sự dẫn điện trong các chất bán dẫn	132
<b>20-6.</b> Suất điện động và điện trở trong của một bộ pin	137
<b>20-7.</b> Năng lượng và công suất điện	140
<b>20-8.</b> Các quy tắc Kirchhoff	142
<b>20-9.</b> Mạch điện RC	145

## **Chương 21. TỪ TRƯỜNG**

<b>21-1.</b> Từ trường	161
<b>21-2.</b> Lực tác dụng lên dây dẫn có dòng điện chạy qua	163
<b>21-3.</b> Momen lực tác dụng lên một dòng điện kín	167
<b>21-4.</b> Chuyển động của hạt tích điện trong từ trường	172
<b>Bài đọc thêm :</b> Từ trường và các máy gia tốc hạt	178

## **Chương 22. CÁC NGUỒN CỦA TỪ TRƯỜNG**

<b>22-1.</b> Định luật Biot - Savart	190
<b>22-2.</b> Định luật Ampere	196
<b>22-3.</b> Ứng dụng của định luật Ampere	200
<b>22-4.</b> Lực tương tác giữa các dòng điện	203
<b>22-5.</b> Từ thông và định luật Gauss đối với từ trường	205
<b>22-6.</b> Dòng điện dịch và định luật Ampere	207
<b>Bài đọc thêm :</b> James Clerk Maxwell	211

## **Chương 23. ĐỊNH LUẬT FARADAY**

<b>23-1.</b> Định luật Faraday	222
<b>23-2.</b> Suất điện động cảm ứng của một thanh dây dẫn chuyển động trong từ trường	226
<b>23-3.</b> Các máy phát điện một chiều và xoay chiều	228

<b>23-4. Điện trường cảm ứng</b>	232
<b>Bài đọc thêm : Những vấn đề đặc sắc của Vật lí hiện đại</b>	245
Tính thuận trái - phải của tự nhiên	
<b>Chương 24. ĐỘ TỰ CẢM</b>	
<b>24-1. Suất điện động tự cảm và độ tự cảm</b>	251
<b>24-2. Mạch LR</b>	254
<b>24-3. Năng lượng tồn trữ trong cuộn cảm</b>	258
<b>24-4. Hỗn cảm</b>	261
<b>24-5. Máy biến thế</b>	265
<b>Bài đọc thêm : Joseph Henry</b>	268
<b>Chương 25. TỪ TRƯỜNG TRONG KHỐI CHẤT</b>	
<b>25-1. Dòng điện nguyên tử, lưỡng cực từ nguyên tử và sự từ hoá</b>	278
<b>25-2. Nghịch từ</b>	282
<b>25-3. Thuận từ</b>	284
<b>25-4. Sắt từ</b>	286
<b>25-5. Cường độ từ trường H</b>	289
<b>25-6. Từ trường Trái Đất</b>	291
<b>Chương 26. DAO ĐỘNG CƠ</b>	
<b>26-1. Động học của dao động điều hoà</b>	300
<b>26-2. Động lực học của dao động điều hoà</b>	303
<b>26-3. Năng lượng của dao động điều hoà</b>	305
<b>26-4. Các ví dụ về dao động điều hoà</b>	307
<b>26-5. Dao động điều hoà và chuyển động tròn đều</b>	314
<b>26-6. Dao động điều hoà tắt dần</b>	316
<b>26-7. Dao động cưỡng bức và cộng hưởng</b>	319
<b>Bài đọc thêm : Hỗn độn (Chaos)</b>	322
<b>Chương 27. SÓNG CƠ</b>	
<b>27-1. Các đặc trưng của sóng</b>	337
<b>27-2. Các sóng điều hoà</b>	343
<b>27-3. Phương trình sóng suy từ định luật hai Newton</b>	346

<b>27-4.</b> Công suất của một sóng	348
<b>27-5.</b> Sự giao thoa của các sóng điều hoà	353
<b>Bài đọc thêm :</b> Nguyên tử, sóng đứng và sự lượng tử hoá	358
Những vấn đề đặc sắc của Vật lí hiện đại : Soliton	367

## **Chương 28. SÓNG ÂM**

<b>28-1.</b> Sóng âm	374
<b>28-2.</b> Sự nghe	377
<b>28-3.</b> Phân tích Fourier các sóng tuần hoàn	381
<b>28-4.</b> Các nguồn nhạc âm	382
<b>28-5.</b> Sự giao thoa của các sóng âm và phách	384
<b>28-6.</b> Hiệu ứng Doppler	388
<b>28-7.</b> Phương trình sóng đối với sóng âm	392

## **Chương 29. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỬ VÀ MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU**

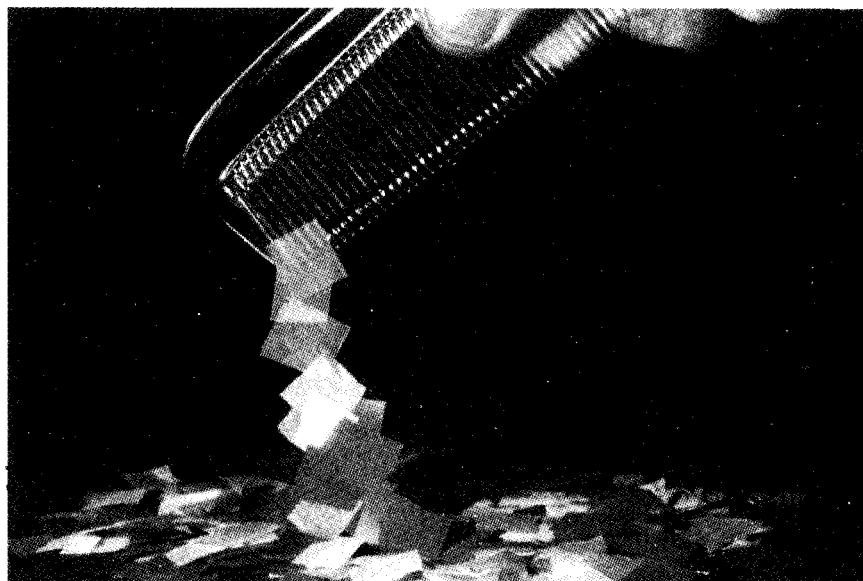
<b>29-1.</b> Dao động của mạch LC	404
<b>29-2.</b> Mạch RLC mắc nối tiếp	407
<b>29-3.</b> Nguồn điện xoay chiều mắc với một điện trở	409
<b>29-4.</b> Nguồn điện xoay chiều mắc với một tụ điện	410
<b>29-5.</b> Nguồn điện xoay chiều mắc với một cuộn dây thuần cảm	412
<b>29-6.</b> Mạch RLC nối tiếp mắc có nguồn điện xoay chiều	414
<b>29-7.</b> Công suất của mạch RLC mắc nối tiếp có nguồn điện xoay chiều	419

## **Chương 30. CÁC PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL VÀ SÓNG ĐIỆN TỬ**

<b>30-1.</b> Các phương trình Maxwell	432
<b>30-2.</b> Phương trình sóng đối với các vectơ <b>E</b> và <b>B</b>	432
<b>30-3.</b> Các sóng điện từ	439
<b>30-4.</b> Cường độ sóng điện từ	441
<b>30-5.</b> Áp suất bức xạ	443
<b>30-6.</b> Sự phát xạ các sóng điện từ	446
<b>30-7.</b> Phổ điện từ	448
<b>Bài đọc thêm :</b> Tốc độ ánh sáng	450

## CHƯƠNG 16

# ĐỊNH LUẬT COULOMB VÀ ĐIỆN TRƯỜNG TĨNH



- 16-1. Điện tích và vật chất
- 16-2. Định luật Coulomb
- 16-3. Điện trường và đường sức điện trường
- 16-4. Cách tính điện trường
- 16-5. Hạt tích điện trong một điện trường đều

*Chiếc lược nhiễm điện hút các mảnh giấy nhỏ, một hiện tượng tĩnh điện thường gặp hằng ngày*

Tương tác điện từ liên kết các electron và hạt nhân với nhau để tạo nên nguyên tử, chúng cũng liên kết các nguyên tử lại với nhau để tạo nên phân tử và chúng cũng liên kết các phân tử lại với nhau để tạo thành các vật thể vĩ mô. Các thành phần tạo nên cơ thể chúng ta, tức các nguyên tử và phân tử của nó, cũng được liên kết với nhau bởi lực điện từ. Nhiều hiện tượng chúng ta nhìn thấy xảy ra xung quanh thực chất là kết quả của các lực điện từ. Thuật ngữ điện từ luôn luôn kết hợp với nhau. Vì hai hiệu ứng điện và từ đều gắn với một thuộc tính của vật chất, thuộc tính mà ta gọi là điện tích. Mặc dù các hiện tượng điện và từ có quan hệ mật thiết với nhau, mối gắn kết ấy không phải là không thể tách rời. Nếu chúng ta tiến hành nghiên cứu các điện tích ở trạng thái nghỉ, và chúng giữ nguyên trạng thái nghỉ đó (tĩnh điện), thì chúng ta có thể tách điện ra khỏi từ. Chúng ta sẽ thực hiện điều đó ở các chương mở đầu này.

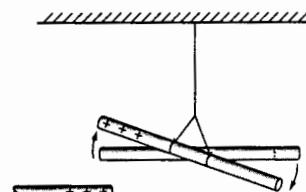
## 16-1. ĐIỆN TÍCH VÀ VẬT CHẤT

### Điện tích

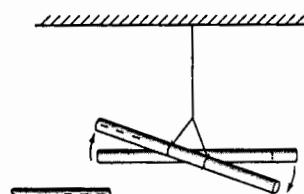
Giả sử chúng ta cọ xát một đầu của chiếc đũa thuỷ tinh bằng miếng lụa và treo chiếc đũa thuỷ tinh trên một sợi dây. Đầu bị cọ xát của đũa được biểu diễn trên hình 16-1a bằng các dấu cộng. Sau đó, chúng ta dùng miếng lụa cọ xát đầu của một chiếc đũa thuỷ tinh khác và đưa đầu của chiếc đũa thuỷ tinh thứ hai đến gần đầu chiếc đũa thuỷ tinh thứ nhất. Như trên hình vẽ đã chỉ rõ, chiếc đũa thuỷ tinh thứ nhất bị đẩy ra xa chiếc đũa thứ hai, điều đó cho thấy giữa chúng có một lực đẩy. Hai chiếc đũa được làm như vậy gọi là "được tích điện" và lực mà chúng tác động lên nhau được gọi là *lực điện*.

Một thí nghiệm tương tự bằng đũa nhựa thay cho đũa thuỷ tinh và một mảnh lông thú thay cho miếng lụa cũng cho kết quả tương tự (hình 16-1b). Trong trường hợp này đầu bị cọ xát của các chiếc đũa được biểu diễn bởi các dấu trừ. Khi các đầu bị cọ xát của hai chiếc đũa nhựa được đưa đến gần nhau, chiếc đũa nhựa treo sẽ quay, hai chiếc đũa bị đẩy ra xa nhau.

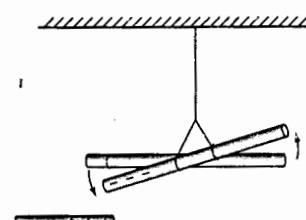
Nếu đầu chiếc đũa thuỷ tinh bị cọ xát được đưa đến gần đầu chiếc đũa nhựa bị cọ xát đang treo ở dây, đũa nhựa sẽ quay đến gần đũa thuỷ tinh (hình 16-1c), chứng tỏ đang có một lực hút. Hơn nữa, đũa thuỷ tinh đã tích điện nhờ cọ xát bằng mảnh lụa cũng bị miếng lụa hút. Điều đó có nghĩa là miếng lụa cũng bị tích điện như chiếc đũa thuỷ tinh. Tương tự, một chiếc đũa nhựa bị tích điện do cọ xát miếng lông thú cũng bị miếng lông thú hút.



(a)



(b)



(c)

**Hình 16-1.** Các chiếc đũa tích điện treo trên sợi dây

- Sau khi cọ xát bằng mảnh lụa, hai chiếc đũa được tích điện đẩy nhau ;
- Sau khi cọ xát bằng mảnh lông thú, hai chiếc đũa nhựa tích điện đẩy nhau ;
- Một chiếc đũa nhựa tích điện hút một chiếc đũa thuỷ tinh tích điện.

Từ thí nghiệm trên và các thí nghiệm với các vật chất khác cho thấy có hai loại điện tích : một loại gọi là điện tích dương, một loại gọi là điện tích âm. Những phép đo định lượng cho thấy khi có hai vật cọ xát với nhau nếu một vật trở thành tích điện thì vật kia cũng trở thành tích điện, nhưng với loại điện tích trái dấu lại và độ lớn điện tích của chúng bằng nhau.

## Mẫu

Chúng ta sẽ đưa ra một mẫu (mô hình), có thể "giải thích" được các hiệu ứng điện đó gọi là *thuyết electron của vật chất* :

1. Vật chất chứa hai loại điện tích, được gọi là *dương* và *âm*. Các vật thể không tích điện chứa điện tích mỗi loại với độ lớn như nhau và khi vật thể tích điện bằng cọ xát, điện tích sẽ chuyển từ vật này sang vật kia. Sau khi quá trình tích điện kết thúc, một trong hai vật sẽ có điện tích dương nhiều hơn và vật kia có điện tích âm nhiều hơn.
2. Các vật có điện tích cùng dấu thì đẩy nhau.
3. Các vật có điện tích khác dấu thì hút nhau.

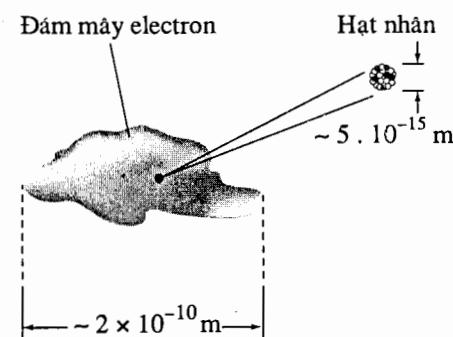
Mẫu này gần giống như mẫu mà Benjamin Franklin (1706 - 1790) đã đề xuất. Bản chất của mẫu này là định luật bảo toàn điện tích : **Điện tích không thể được tạo ra hoặc mất đi, chúng chỉ có thể di chuyển**. Khi một vật được gọi là "nhiễm điện", chúng ta hiểu rằng chúng có các điện tích dư thừa.

## Cấu tạo nguyên tử

Mẫu nguyên tử hiện nay của chúng ta chứa đựng mẫu về điện của Franklin. Nó chỉ ra rằng các nguyên tử chứa ba loại hạt : electron, proton và neutron. Các electron

và proton có điện tích, còn neutron trung hoà về điện. Điện tích của một electron có độ lớn cũng giống như của proton nhưng khác dấu. Các nguyên tử trung hoà có số lượng electron và proton bằng nhau. Việc chọn dấu của Franklin cho vật tích điện được thế giới công nhận và tồn tại cho đến ngày nay, đó là gán điện tích âm cho electron và điện tích dương cho các proton.

Các proton và neutron của một nguyên tử được liên kết với nhau trong một hạt nhân nhỏ bé, còn hạt nhân được bao quanh bởi một đám mây electron (hình 16-2). Một hạt nhân có thể chứa từ 1 đến khoảng 100 proton, phụ thuộc vào nguyên tố hoá học, và thường chứa một số lượng các neutron cùng cỡ như vậy. Chẳng hạn, hạt nhân của một nguyên tử nhôm chứa 13 proton và 14 neutron. Mỗi proton và mỗi neutron có khối lượng cỡ như nhau, bằng khoảng 2000 lần khối lượng electron. Do đó, một hạt nhân nguyên tử thường có khối lượng cỡ bằng 4000 lần tổng khối lượng của các electron thuộc nguyên tử đó.



**Hình 16-2. Mẫu nguyên tử. Hình vẽ cho thấy phạm vi của đám mây electron và hình ảnh phóng đại của một hạt nhân.**

Kích thước của các hạt nhân nguyên tử bé hơn nhiều so với kích thước của đám mây electron, như được thấy trên hình 16-2. Một hạt nhân thường có đường kính cỡ

$5.10^{-15}$ m, trong khi đàm mây electron có kích thước cỡ  $2.10^{-10}$ m. Như vậy, kích thước của một nguyên tử bằng cỡ 40000 lần kích thước hạt nhân của nó.

Một đặc điểm của điện tích trong mẫu

nguyên tử của chúng ta là *sự lượng tử hóa của điện tích*, điều đó có nghĩa là điện tích của một vật bất kì luôn bằng một số nguyên lần của **điện tích nguyên tố**, đó là điện tích nhỏ nhất được biết trong tự nhiên, có độ lớn  $e = 1,6.10^{-19}$ C.

## 16-2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

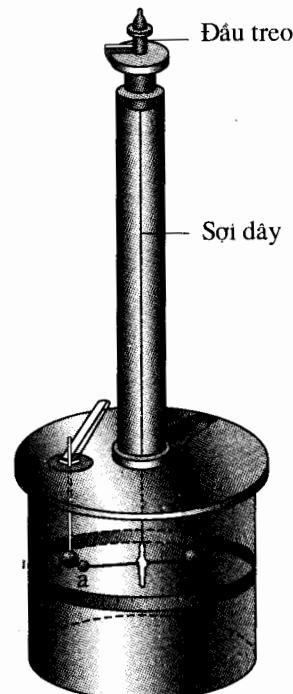
Định luật về lực của các hạt tích điện đứng yên đã được Charles Augustin Coulomb (1736 -1806) xác định vào năm 1784. Sử dụng một cân dây xoắn (hình 16-3), ông đã xác định được sự phụ thuộc của lực điện vào điện tích. Để ghi nhận công lao của ông, đơn vị về điện tích trong hệ SI được gọi là culông, kí hiệu là (C).

Để mô tả sự tương tác giữa hai hạt 1 và 2, có các điện tích  $q_1$  và  $q_2$ , chúng ta dùng hệ toạ độ diễn tả trên hình 16-4. Hạt 1 nằm ở gốc cách hạt 2 một khoảng  $r$ , và một vectơ đơn vị  $\hat{r}$  hướng từ 1 ra dọc theo đường nối 1 và 2. Thí nghiệm chỉ ra rằng biểu thức của lực  $F_{12}$  do 1 tác dụng lên 2 là :

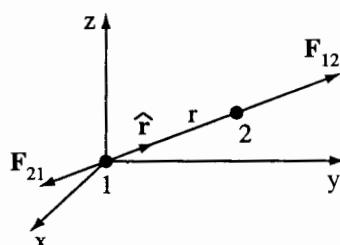
$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (16-1)$$

Trong đó  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  là một hằng số tỉ lệ độc lập với khoảng cách và độ lớn điện tích của các hạt. Phương trình (16-1) được gọi là **định luật Coulomb**. Lưu ý rằng, lực điện giữa các hạt tích điện tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách,  $F \sim \frac{1}{r^2}$ , tương tự như định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton.

Định luật Coulomb chưa đựng kết quả là các hạt có điện tích cùng dấu thì đẩy nhau



Hình 16-3. Cân dây xoắn của Coulomb. a và b là các quả cầu tích điện.



Hình 16-4. Nếu các hạt 1 và 2 có điện tích cùng dấu (như biểu diễn ở hình vẽ), thì lực  $F_{12}$  do 1 tác dụng lên 2 có hướng đi ra từ 1, lực  $F_{21}$  do 2 tác dụng lên 1 có hướng đi ra từ 2, phù hợp với định luật thứ ba của Newton.

và khác dấu thì hút nhau. Nếu  $q_1$  và  $q_2$  có cùng dấu thì tích  $q_1 q_2$  là dương và hướng của lực  $F_{12}$  trong phương trình (16-1) là trùng với hướng của  $\hat{r}$ , điều đó mô tả sự đẩy giữa 2 và 1. Nếu  $q_1$  và  $q_2$  có dấu ngược nhau, thì tích  $q_1 q_2$  là âm và  $F_{12}$  sẽ có hướng ngược với  $\hat{r}$ , điều này chứng tỏ lực giữa 1 và 2 là lực hút. Độ lớn của lực phụ thuộc vào độ lớn của tích các điện tích :  $F_{12} \sim |q_1 q_2|$ . Điều đó có nghĩa là độ lớn của lực phụ thuộc tuyến tính vào độ lớn của mỗi điện tích.

Cũng như đối với các lực khác, lực điện được tìm ra từ thực nghiệm là một đại lượng vectơ. Tác dụng của hai hoặc ba lực điện đồng thời lên một hạt được xác định bằng cách cộng vectơ các lực thành phần. Hơn nữa, sự tương tác điện cũng tuân theo định luật thứ ba của Newton. Nếu  $F_{12}$  là lực của 1 tác dụng lên 2, thì lực tác dụng của 2 lên 1 là  $F_{21} = -F_{12}$ .

Thừa số  $\epsilon_0$  được gọi là hằng số điện môi của chân không (vacuum). Giá trị của  $\epsilon_0$  là :

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2.$$

Từ đó :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,987 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2.$$

## VÍ DỤ 16-1

**Sự mất cân bằng về electron.** Giả sử đồ thị trên hình 16-5 tương ứng với sự tương tác giữa hai quả bóng có điện tích như nhau, cùng khối lượng  $M = 0,15\text{kg}$ . Hãy : (a) Xác định điện tích ; (b) Xác định số lượng các electron bị thiếu và (c) Ước lượng tỉ phân các electron bị thiếu.

**Giải.** (a) Chúng ta sẽ dùng  $q$  để biểu diễn cả  $q_1$  và  $q_2$  trong phương trình (16-1) và giải phương trình đó để tính  $q$  :

$$q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 r^2 F}$$

Hệ số tỉ lệ  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  là một con số lớn vì

Coulomb là một đơn vị điện tích lớn. Giả sử có hai hạt, mỗi hạt tích điện  $1\text{C}$ , nằm cách nhau  $1\text{m}$ . Từ định luật Coulomb có thể tính được độ lớn lực  $F$  giữa chúng :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_a q_b|}{r^2} \\ = (9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(1\text{C})(1\text{C})}{(1\text{m})^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N.}$$

Độ lớn của lực này là khổng lồ, tương đương với trọng lượng của khoảng 15 triệu con người. Proton và electron có các điện tích bằng nhau và ngược dấu. Độ lớn của điện tích cơ bản này được kí hiệu là  $e$  và giá trị của nó là :

$$e = 1,60167 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Điện tích của proton là  $+e$ , và điện tích của electron là  $-e$ . Nếu  $N_e$  là số lượng electron trong một vật và  $N_p$  là số lượng proton, thì điện tích  $q$  của vật đó là :

$$q = (N_p - N_e)e$$

Vậy  $N_p > N_e$  đối với các vật tích điện dương,  $N_p = N_e$  đối với các vật trung hoà và  $N_p < N_e$  đối với vật tích điện âm.

Chúng ta có thể chọn các giá trị  $F$  và  $r$  từ bất kỳ điểm nào trên đường cong ở hình 16-5. Giả sử chúng ta chọn  $F = 9,0\mu\text{N}$  và  $r = 4,0\text{m}$ :

$$q = \sqrt{\frac{(4,0\text{m})^2(9,0\mu\text{N})}{9,0 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2}} \approx 126\text{nC.}$$

(b) Gọi  $n$  là số lượng các electron bị thiếu trên mỗi quả bóng ( $n = N_p - N_e$ ), chúng ta có  $q = ne$ , hoặc :

$$n = \frac{q}{e} = \frac{130\text{nC}}{1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}} = 7,9 \cdot 10^{11} \text{ electron}$$

Đối với một vật thể vĩ mô có một điện tích lớn, số lượng electron bị thiếu hoặc dôi ra phải rất lớn vì điện tích của một electron đơn lẻ rất bé.

(c) Tỉ phần của các electron bị thiếu là  $\frac{n}{N_p}$  vì rằng  $N_p$  (số lượng proton) cũng bằng số

lượng electron trong một vật thể trung hoà. Một quả bóng có khối lượng khoảng  $0,15\text{kg}$ , khoảng một nửa khối lượng đó ứng với proton và khoảng một nửa ứng với nơtron. Ta sẽ ước lượng được  $N_p$ :

$$N_p \approx \frac{M}{m_p + m_n} = \frac{0,15\text{kg}}{2 \cdot (1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg})} \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ proton.}$$

Như vậy :

$$\frac{n}{N_p} \approx \frac{7 \cdot 10^{11} \text{ electron mất đi}}{5 \cdot 10^{25} \text{ proton}} \approx 2 \cdot 10^{-14}.$$

Điều đó có nghĩa là cứ  $50$  nghìn tỉ electron thì có một electron đã bị di chuyển khỏi mỗi quả bóng.

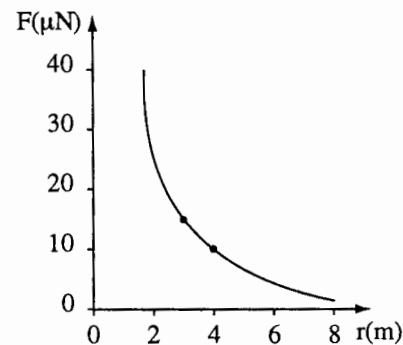
### Bài tự kiểm tra 16-1

- (a) Giả sử một đồng xu có điện tích  $-3,2\text{nC}$ . Hỏi đồng xu đó có bao nhiêu electron thừa ? (b) Khối lượng đồng xu cỡ  $3,3\text{g}$ . Ước lượng tỉ phần các electron thừa trong đồng xu đó.

**Đáp số :** (a)  $2,0 \cdot 10^{10}$  electron, (b)  $2,0 \cdot 10^{-14}$ .

### VÍ DỤ 16-2

**So sánh với lực hấp dẫn.** Hãy so sánh độ lớn của các lực điện và lực hấp dẫn giữa một electron và một proton.



**Hình 16-5.** Ví dụ 16-1. Sự phụ thuộc vào khoảng cách của lực điện giữa hai hạt tích điện. Lực điện là một lực tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách.

**Giải.** Độ lớn của lực điện và lực hấp dẫn giữa một proton (diện tích = e, khối lượng =  $m_p$ ) và một electron (diện tích = -e, khối lượng =  $m_e$ ) tương ứng là :

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad \text{và} \quad F_G = G \frac{m_p m_e}{r^2}$$

Tỉ số giữa chúng :  $\frac{F_E}{F_G} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{e^2}{m_p m_e}$

Thay số ta được :  $\frac{F_E}{F_G} \approx 2.10^{39}$ .

Giữa một electron và một proton, lực hấp dẫn là không đáng kể so với lực điện.

### VÍ DỤ 16-3

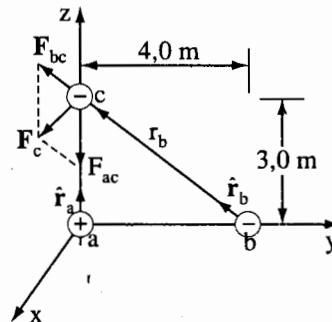
**Tổng vectơ của các lực điện.** Hãy xác định lực tác dụng lên hạt c trên hình 16-6 do các hạt a và b gây nên. Điện tích của các hạt là  $q_a = 3,0 \mu C$ ,  $q_b = -6,0 \mu C$  và  $q_c = -2,0 \mu C$ .

**Giải.** Dùng định luật Coulomb chúng ta tìm được lực do hạt a tác dụng lên hạt c là :

$$\mathbf{F}_{ac} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_c q_a}{r_a^2} \hat{\mathbf{r}}_a$$

Từ hình vẽ  $r_a = 3,0 \text{ m}$ . Hơn nữa hệ toạ

độ được bố trí sao cho vectơ đơn vị  $\hat{\mathbf{r}}_a$  **Hình 16-6.** Ví dụ 16-3. Tìm lực do các hạt tích điện a và b tác dụng lên hạt tích điện c.



$$\mathbf{F}_{ac} = (9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(-2,0 \mu C)(3,0 \mu C)}{(3,0 \text{ m})^2} \mathbf{k} = (-6,0 \cdot 10^{-3} \text{ N}) \mathbf{k} = -(6,0 \text{ mN}) \mathbf{k}$$

Hướng của lực là hút vì  $q_a$  và  $q_c$  có dấu ngược nhau. Tương tự như vậy, lực do hạt b tác dụng lên hạt c là :

$$\mathbf{F}_{bc} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_c q_b}{r_b^2} \hat{\mathbf{r}}_b$$

Từ hình vẽ,  $r_b = \sqrt{(3,0 \text{ m})^2 + (4,0 \text{ m})^2} = 5,0 \text{ m}$ . Vectơ đơn vị  $\hat{\mathbf{r}}_b$  hướng từ b tới c, vì  $\mathbf{r}_b = (-4,0 \text{ m}) \mathbf{j} + (3,0 \text{ m}) \mathbf{k}$ , ta có :

$$\hat{\mathbf{r}}_b = \frac{\mathbf{r}_b}{r_b} = \frac{(-4,0 \text{ m}) \mathbf{j} + (3,0 \text{ m}) \mathbf{k}}{5,0 \text{ m}} = -(0,80) \mathbf{j} + (0,60) \mathbf{k}$$

Thay các giá trị trên vào phương trình của  $\mathbf{F}_{bc}$  ta thu được :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{bc} &= (9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(-2,0\mu\text{C})(-6,0\mu\text{C})}{(5,0\text{m})^2} \cdot [(-0,80)\mathbf{j} + (0,60)\mathbf{k}] \\ &= (-3,5\text{mN})\mathbf{j} + (2,6\text{mN})\mathbf{k}\end{aligned}$$

Lực tổng hợp  $\mathbf{F}_c$  là tổng của hai lực  $\mathbf{F}_{ac}$  và  $\mathbf{F}_{bc}$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_c &= \mathbf{F}_{ac} + \mathbf{F}_{bc} = (-6,0 \text{ mN})\mathbf{k} + [(-3,5 \text{ mN})\mathbf{j} + (2,6 \text{ mN})\mathbf{k}] \\ &= (-3,5 \text{ mN})\mathbf{j} + (-3,4 \text{ mN})\mathbf{k}\end{aligned}$$

Độ lớn của lực là :

$$F_c = \sqrt{(-3,5\text{mN})^2 + (-3,4\text{mN})^2} \approx 4,9\text{mN}.$$

### Bài tự kiểm tra 16-3

(a) Với bố trí các hạt như trong ví dụ trên, hãy xác định lực do hạt b và hạt c tác dụng lên hạt a. (b) Độ lớn của lực đó là bao nhiêu ?

**Đáp số :** (a)  $\mathbf{F}_a = (10\text{mN})\mathbf{j} + (6,0 \text{ mN})\mathbf{k}$ , (b)  $F_a = 12\text{mN}$ .

## 16-3. ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐƯỜNG SỨC CỦA ĐIỆN TRƯỜNG

### Điện trường

Trường là một đại lượng gắn kết với vị trí. Chẳng hạn, nhiệt độ không khí trong một phòng có một giá trị xác định ở mỗi điểm trong phòng đó. Nếu T biểu diễn nhiệt độ thì tồn tại một hàm  $T(x, y, z)$  cho nhiệt độ ở mỗi điểm  $(x, y, z)$ . Hơn nữa, nhiệt độ có thể biến đổi theo thời gian, trong trường hợp đó nó còn là hàm của thời gian,  $T(x, y, z, t)$ . Vì nhiệt độ là một đại lượng vô hướng nên  $T(x, y, z, t)$  là ví dụ về một *trường vô hướng*.

Cùng với trường vô hướng còn có các *trường vectơ*, đó là các đại lượng vectơ tồn tại ở mỗi điểm của không gian. Gió trong khí quyển Trái Đất là ví dụ về một trường vectơ. Ở mỗi điểm trong khí quyển

Trái Đất có một vận tốc  $v$  của không khí. Ba thành phần của trường vectơ đó là các hàm của vị trí và thời gian. Dùng hệ toạ độ Descartes chúng ta có thể viết các thành phần đó là  $v_x(x, y, z, t)$ ,  $v_y(x, y, z, t)$  và  $v_z(x, y, z, t)$ .

Ở chương 5 chúng ta đã đưa vào trường hấp dẫn  $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m}$ , trong đó  $\mathbf{F}$  là lực hấp dẫn tác dụng lên một vật có khối lượng  $m$ . Trường hấp dẫn là một ví dụ về trường vectơ.

Định nghĩa của **điện trường** giống như định nghĩa của trường hấp dẫn. Hãy xét điện trường được sinh ra bởi một cụm các hạt tích điện nằm xung quanh gốc toạ độ

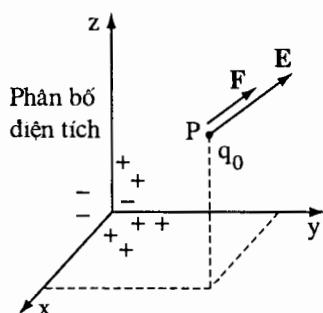
ở hình 16-7. Một nhóm hạt tích điện giống như vậy được gọi là một **phân bố điện tích**, một hạt điện tích thử được đặt ở P.

*Cường độ điện trường E ở điểm P được xác định như lực điện F tác dụng bởi phân bố điện tích lên hạt điện tích thử chia cho diện tích của hạt thử đó*

$$E = \frac{F}{q_0} \text{ (trong đó } q_0 \text{ là bé)} \quad (16-2)$$

Điện trường E phụ thuộc vào giá trị và vị trí của các điện tích trong phân bố điện tích, và nó cũng tùy thuộc vào vị trí của điểm đo trường. Chúng ta thấy điện trường như là một trạng thái được thiết lập trong không gian bởi phân bố điện tích. Điện trường tồn tại bất kể là có điện tích thử để đo nó hay không.

Giá trị của E là độc lập đối với diện tích thử. Để đảm bảo cho E độc lập với diện tích thử, điện tích  $q_0$  phải chọn đủ bé để cho ảnh hưởng của nó lên các hạt trong phân bố điện tích là có thể bỏ qua. Mục đích của điện tích thử là để đo điện trường, cũng như mục đích của nhiệt biểu là để đo nhiệt độ.



**Hình 16-7.** Ở điểm P, cường độ điện trường E do một phân bố điện tích sinh ra được xác định như là lực điện F do phân bố điện tích đó tác dụng lên hạt điện tích thử đặt tại điểm P chia cho giá trị điện tích  $q_0$  của hạt thử đó :  $E = \frac{F}{q_0}$ .

Vì lực F là đại lượng vectơ nên, E là trường vectơ và tuân theo nguyên lí chồng chập. Hướng của E trùng với hướng của lực tác dụng lên điện tích thử dương, hoặc ngược với lực tác dụng lên điện tích thử âm. Thú nguyên của cường độ điện trường là lực chia cho điện tích, và đơn vị của nó trong hệ SI là niuton trên culông (N/C).

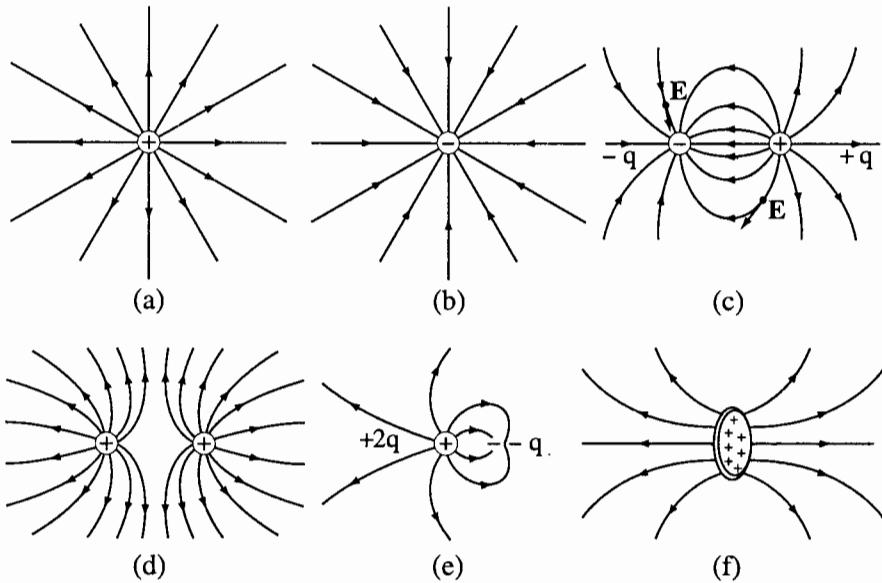
Nếu biết E ở một điểm, thì lực tác dụng lên một điện tích thử  $q_0$  đặt ở điểm ấy có thể tìm được bằng cách giải phương trình (16-2) đối với F

$$F = q_0 E. \quad (16-3)$$

### *Đường sức của điện trường*

Các đường sức điện trường cho ta một hình ảnh trực quan về trường, về bản chất nó là một bản đồ của trường. Tuy rằng chúng ta vẽ các đường sức trên giấy hai chiều hoặc trên bảng đen, nhưng chúng ta cần hình dung sự tồn tại của trường trong không gian ba chiều. Sau này chúng ta cũng sẽ dùng các đường tương tự để mô tả cả từ trường nữa. Khái niệm này đã được nhà vật lý thực nghiệm vĩ đại người Anh, Michael Faraday (1791 - 1867) đưa vào lần đầu.

Hình 16-8 biểu diễn các đường sức điện trường đối với một số trường hợp. Một đường sức được vẽ sao cho E có phương tiếp tuyến ở mỗi điểm của đường, và các đầu mũi tên chỉ hướng của trường. Chẳng hạn ở gần điện tích điểm, các đường sức là đường xuyên tâm (hình 16-8a và b), chúng hướng đi ra từ điện tích dương và đi vào điện tích âm. Để minh họa E là tiếp tuyến của các đường sức của trường, trên hình 16-8c có vẽ điện trường E ở hai



**Hình 16-8.** Các đường sức điện trường (a) của hạt tích điện dương, (b) của hạt tích điện âm, (c) của lưỡng cực điện, (d) của hai hạt tích điện dương bằng nhau, (e) của hai hạt với điện tích  $+2q$  và  $-q$ , (f) của đĩa tích điện đều.

điểm trên các đường sức điện trường của một lưỡng cực.

Trên một hình vẽ xác định, khoảng cách giữa các đường sức mô tả độ lớn của trường. Ở những vùng các đường sức sát nhau thì  $E$  lớn, còn ở những vùng các đường sức xa nhau thì  $E$  bé. Thực tế, mật độ đường sức tỉ lệ với độ lớn của  $E$ , một

sự kiện mà định luật Gauss - đối tượng nghiên cứu của mục sau sẽ chỉ ra.

Vì mật độ của các đường sức tỉ lệ với  $E$ , nên số lượng các đường sức hướng ra từ một điện tích dương hoặc hướng vào một điện tích âm sẽ tỉ lệ với  $|q|$ . Một điện trường đều được biểu diễn bởi các đường sức thẳng, song song cách đều nhau.

## 16-4. CÁCH TÍNH ĐIỆN TRƯỜNG

Điện trường sinh ra bởi một phân bố điện tích có thể tìm được theo định luật Coulomb và nguyên lí chồng chập.

### Điện trường tạo bởi các hạt tích điện

Hãy xét điện trường gây ra bởi một hạt điện tích  $q$  đặt tại gốc toạ độ (hình 16-9). Theo định luật Coulomb, lực điện tác dụng bởi hạt ấy lên điện tích thử  $q_0$  là :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Chia cho  $q_0$ , ta sẽ được cường độ điện trường tại điểm đặt  $q_0$ :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (16-4)$$

Một hạt tích điện thường được gọi là một **điện tích điểm** và phương trình (16-4) là

cường độ điện trường gây ra bởi điện tích điểm  $q$ . Những tính chất quan trọng của điện trường đó là :

1. Độ lớn điện trường  $E$  tỉ lệ với  $|q|$ .

2.  $E$  tỉ lệ với  $\frac{1}{r^2}$ .

3. Vector  $E$  hướng đi ra nếu điện tích là dương hoặc hướng đi vào nếu điện tích là âm.

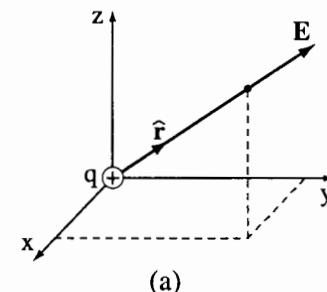
Bây giờ hãy xét trường sinh ra bởi hai hoặc nhiều hạt tích điện. Từ nguyên lí chồng chập, lực  $F$  tác dụng lên điện tích thứ là tổng vector của các lực riêng biệt :

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots \\ &= \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \end{aligned}$$

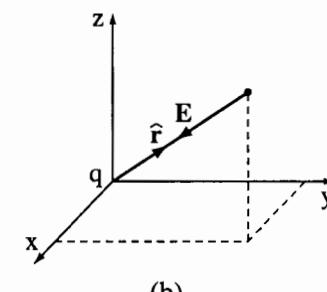
trong đó  $q_i$  là điện tích của hạt thứ  $i$ ,  $r_i$  là khoảng cách từ hạt thứ  $i$  đến điểm  $P$ . Chia cho  $q_0$  ta sẽ được cường độ điện trường ở  $P$  :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (16-5)$$

Điện trường do hai hoặc nhiều điện tích điểm gây ra là tổng vector của các trường



(a)



(b)

**Hình 16-9.** Điện trường do một điện tích điểm đặt ở gốc toạ độ gây ra.

(a)  $q$  dương, (b)  $q$  âm.

riêng biệt gây ra bởi từng điện tích riêng  $r_i$ . Việc tìm điện trường do một phân bố điện tích điểm gây ra là một bài toán đòi hỏi phải cộng vector. Chúng ta sẽ cho hai quy trình, tương đương trong các ví dụ, một quy trình dùng các vector đơn vị và một quy trình dùng các thành phần. Ví dụ 16-3 đã minh họa cho quy trình thứ nhất và ví dụ sau đây sẽ mô tả quy trình thứ hai.

## VÍ DỤ 16-4

**Nguyên lí chồng chập.** Hai hạt 1 và 2 với điện tích  $q_1 = +16nC$  và  $q_2 = +28nC$ , nằm ở các vị trí có tọa độ  $(x, y, z)$  tương ứng là  $(0, 0, 0)$  và  $(0, -2, 0)$  (hình 16-10). Hãy tìm  $E$  : (a) Ở điểm  $P_a (0, 1m, 0)$  và (b) Ở  $P_b (0, 0, 1,5m)$ .

**Giải.** (a) Độ lớn của hai đóng góp vào điện trường  $E$  ở  $P_a$  là :

$$E_1 = (9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{16nC}{(1,0m)^2} = 140 \text{ N/C.}$$

$$E_2 = (9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{28nC}{(3,0m)^2} = 28 \text{ N/C.}$$

Vì ở  $P_a$  cả  $E_1$  và  $E_2$  đều theo phương  $y$ , nên :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= (140\text{N/C})\mathbf{j} + (28\text{N/C})\mathbf{j} = (170\text{N/C})\mathbf{j} \end{aligned}$$

(b) Trước khi tìm trường ở  $P_b$ , để tiện lợi ta lưu ý rằng khoảng cách từ  $q_2$  đến  $P_b$  là  $\sqrt{(1,5\text{m})^2 + (2,0\text{m})^2} = 2,5\text{m}$ . Độ lớn của hai đóng góp vào trường  $E$  ở  $P_b$  là :

$$E_1 = (9,0 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2) \frac{16\text{nC}}{(1,5\text{m})^2} = 64\text{N/C}.$$

$$E_2 = (9,0 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2) \frac{28\text{nC}}{(2,5\text{m})^2} = 40\text{N/C}.$$

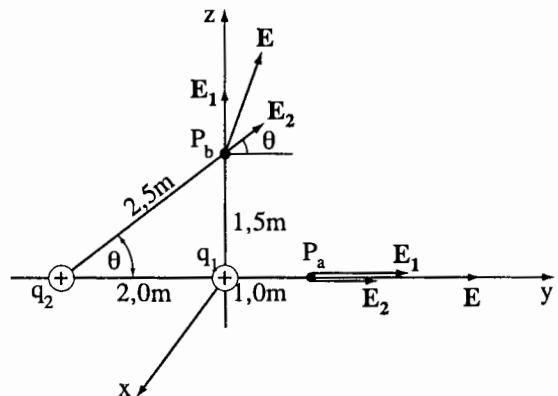
Trong trường hợp này hai đóng góp vào trường không song song với nhau :  $E_1 = E_1 \mathbf{k}$  và  $E_2 = (E_2 \cos\theta)\mathbf{j} + (E_2 \sin\theta)\mathbf{k}$ . Từ hình 16-10,  $\cos\theta = \frac{2\text{m}}{2,5\text{m}} = 0,80$  và  $\sin\theta = \frac{1,5\text{m}}{2,5\text{m}} = 0,6$ .

(Lưu ý rằng  $\cos\theta$  và  $\sin\theta$  là các thành phần của vectơ đơn vị  $\hat{\mathbf{r}}_2$  hướng từ  $q_2$  đến  $P_b$ ,  $\hat{\mathbf{r}}_2 = 0,80\mathbf{j} + 0,6\mathbf{k}$ ). Trường ở  $P_b$  là :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= (64\text{N/C})\mathbf{k} + [(40\text{N/C})(0,8)\mathbf{j} + (40\text{N/C})(0,6)\mathbf{k}] \\ &= (32\text{N/C})\mathbf{j} + (88\text{N/C})\mathbf{k}. \end{aligned}$$

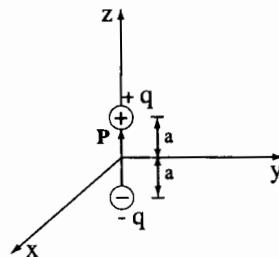
### Lưỡng cực điện

Một trường hợp quan trọng của phân bố điện tích là lưỡng cực điện. Một lưỡng cực chứa hai điện tích điểm có độ lớn như nhau nhưng ngược dấu. Khi nói đến lưỡng cực, ta thường dùng  $q$  để biểu diễn độ lớn của điện tích, cho nên một hạt có điện tích  $+q$  và hạt kia có điện tích  $-q$ . Trên hình 16-11 hạt có điện tích dương nằm ở vị trí  $(0, 0, a)$  và hạt có điện tích âm nằm ở vị trí  $(0, 0, -a)$ . Momen lưỡng cực điện  $\mathbf{p}$  được định nghĩa là một vectơ có độ lớn là tích số của  $q$  và khoảng cách  $2a$  :  $\mathbf{p} = 2aq$ . Hướng của momen lưỡng cực từ hạt



Hình 16-10. Ví dụ 16-4. Tìm  $E$  ở  $P_a$  và  $P_b$  do các hạt tích điện 1 và 2 gây ra.

có điện tích âm đến hạt có điện tích dương. Trong trường hợp nêu ở hình vẽ :  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$ .



Hình 16-11. Một lưỡng cực điện nằm ở gốc toạ độ và hướng theo chiều  $+z$ . Momen lưỡng cực là  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$ .

## VÍ DỤ 16-5

**Trường của một lưỡng cực tại những điểm nằm trong mặt phẳng trung trực của nó.** (a) Hãy tìm biểu thức của điện trường trên mặt phẳng trung trực của lưỡng cực. (b) Áp dụng kết quả tìm được ở (a) để tính  $\mathbf{E}$  tại những điểm cách lưỡng cực một khoảng lớn hơn nhiều so với khoảng cách giữa hai điện tích điểm của lưỡng cực.

**Giải.** (a) Hình 16-12 biểu diễn lưỡng cực được đặt ở gốc toạ độ với mặt phẳng xy là mặt phẳng trung trực. Hãy xét  $\mathbf{E}$  ở điểm P trên trục y. Hai đóng góp vào  $\mathbf{E}$  là  $\mathbf{E}_+$  gây ra bởi điện tích dương và  $\mathbf{E}_-$  gây ra bởi điện tích âm :  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$  trong đó :

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2} \hat{\mathbf{r}}_+ \quad \text{và} \quad \mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{r_-^2} \hat{\mathbf{r}}_-$$

Khoảng cách  $r_+$  từ  $+q$  đến P cũng bằng khoảng cách  $r$  từ  $-q$  đến P

$$r_+ = r_- = r = \sqrt{y^2 + a^2}$$

Vector  $\mathbf{r}_+$  từ  $+q$  đến P là  $(y\mathbf{j} - a\mathbf{k})$ , nên vector đơn vị là  $\hat{\mathbf{r}}_+ = \frac{y\mathbf{j} - a\mathbf{k}}{r}$ . Từ đó :

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{y\mathbf{j} - a\mathbf{k}}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (y\mathbf{j} - a\mathbf{k})$$

Tương tự :

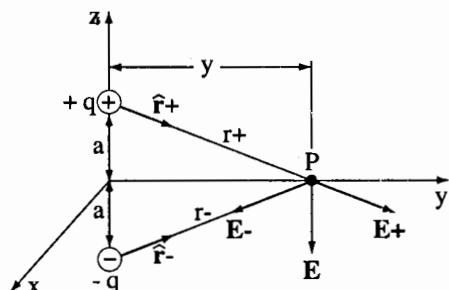
$$\mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-q}{r^2} \cdot \frac{y\mathbf{j} + a\mathbf{k}}{r} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (-y\mathbf{j} - a\mathbf{k})$$

Khi chúng ta cộng  $\mathbf{E}_+$  và  $\mathbf{E}_-$  để thu được  $\mathbf{E}$ , các thành phần y bị triệt tiêu, còn các thành phần z cho :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2aq}{r^3} \mathbf{k}$$

Lưu ý rằng điện trường phải có tính đối xứng trục đối với trục z. Như vậy  $\mathbf{E}$  có giá trị như nhau ở mọi điểm trên mặt phẳng xy cách gốc toạ độ cùng khoảng R. Do đó có thể thay y bằng R trong biểu thức của r, có nghĩa là  $r = \sqrt{R^2 + a^2}$ . Như vậy, trường ở một điểm bất kì trên mặt phẳng trung trực của lưỡng cực là :

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{(R^2 + a^2)^{3/2}}$$



**Hình 16-12. Ví dụ 16-5 : Tìm  $\mathbf{E}$  trên mặt phẳng trung trực của lưỡng cực. Hai đóng góp vào trường là  $\mathbf{E}_+$  và  $\mathbf{E}_-$**

Trong đó  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$  là momen lưỡng cực. Dấu âm chỉ ra rằng điện trường hướng ngược với momen lưỡng cực  $\mathbf{p}$ , như biểu diễn trên hình vẽ.

(b) Ở các điểm cách xa lưỡng cực so với khoảng cách giữa hai điện tích điểm của nó,  $R \gg a$  và  $\sqrt{R^2 + a^2} \approx R$ , ta có :

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}}{R^3}$$

### *Điện trường do các phân bố điện tích liên tục gây nên*

Điện tích trên các vật thể vĩ mô là do sự mất cân bằng của electron và proton gây ra. Chúng ta có thể xem điện tích đó như là một phân bố liên tục của các yếu tố tích điện vô cùng bé  $dq$ . Áp dụng phương trình (16-4) vào trường hợp đó, chúng ta tính được điện trường vô cùng bé  $d\mathbf{E}$  do yếu tố điện tích  $dq$  gây ra :

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (16-6)$$

trong đó  $r$  là khoảng cách từ yếu tố tích điện  $dq$  đến điểm P cần tính điện trường, và  $\hat{\mathbf{r}}$  là vectơ đơn vị hướng từ  $dq$  đến P. Điện trường  $\mathbf{E}$  do tất cả yếu tố gây ra có thể tìm được bằng cách lấy tích phân :

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E},$$

hay

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (16-7)$$

trong đó các cận tích phân được xác định bởi phạm vi của phân bố điện tích.

### VÍ DỤ 16-6

**Điện tích của một dây.** Xét một dây dài và mảnh tích điện đều có **mật độ điện tích dài**  $\lambda$ , mật độ này bằng điện tích  $Q$  chia cho chiều dài  $L$  của dây :  $\lambda = \frac{Q}{L}$ . Hãy xác định  $\mathbf{E}$  trong mặt phẳng trung trực của một dây thẳng, dài, tích điện đều.

**Giải.** Hình 16-13 biểu diễn một dây có tâm ở gốc toạ độ và hướng dọc theo trục z. Để tiện lợi ta kí hiệu chiều dài của dây là  $2l$ , tức là  $\lambda = \frac{Q}{2l}$ . Một yếu tố dài  $dz$  có điện tích  $dq$ , do điện tích phân bố đều nêu :

$$dq = \frac{Q}{2l} dz = \lambda dz$$

Điện trường vô cùng bé  $d\mathbf{E}$  do  $dq$  gây ra là :

$$d\mathbf{E} = dE_y \mathbf{j} + dE_z \mathbf{k} = (dE \cos\theta) \mathbf{j} - (dE \sin\theta) \mathbf{k}$$

Ở đây độ lớn của  $dE$  là :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dz}{(y^2 + z^2)}$$

Từ hình vẽ chúng ta thấy rằng :

$$\cos\theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

$$\text{và } \sin\theta = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

[Lưu ý rằng vectơ đơn vị  $\hat{r}$  hướng từ  $dz$  đến  $P$  là  $\hat{r} = (\cos\theta)\mathbf{j} - (\sin\theta)\mathbf{k}$ ].

Trước hết hãy xét thành phần theo trục  $y$  của trường

$$E_y = \int dE_y = \frac{\lambda y}{4\pi\epsilon_0} \int_{-l}^{+l} \frac{dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Giới hạn của tích phân từ  $-l$  đến  $+l$  liên quan đến vùng có điện tích. Từ các bảng tích phân, ta tìm được :

$$\int_{-l}^{+l} \frac{dz}{(y^2 + z^2)^{3/2}} = \left. \frac{-z}{y^2(y^2 + z^2)^{1/2}} \right|_{-l}^{+l} = \frac{2l}{y^2 \sqrt{y^2 + l^2}}$$

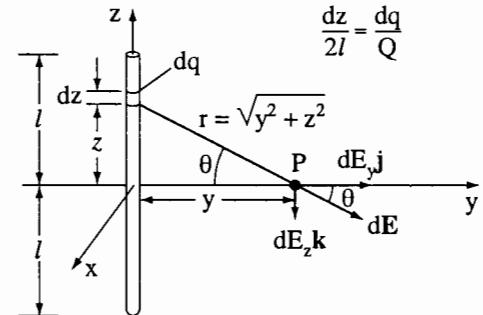
Thay thế vào biểu thức của  $E_y$  ta có :

$$E_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{y} \cdot \frac{l}{\sqrt{y^2 + l^2}}$$

Thực hiện tích phân cho thành phần theo  $z$  của  $E$  sẽ có  $E_z = 0$ . Kết quả đó có thể đoán nhận qua tính đối xứng của phân bố điện tích qua mặt phẳng  $xy$ . Đối với mỗi yếu tố điện tích với toạ độ  $z$  dương sẽ có một yếu tố điện tích tương ứng với toạ độ  $z$  âm, và đóng góp của chúng sẽ triệt tiêu nhau.

Có thể khái quát hóa kết quả của chúng ta cho mọi điểm trên mặt phẳng  $xy$  bằng cách lưu ý rằng  $E$  phải có sự đối xứng trục đối với trục  $z$ , giống như đối với lưỡng cực ở ví dụ 16-5. Do đó :

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{|\lambda|}{R} \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}} \quad (16-8)$$



**Hình 16-13.** Ví dụ 16-6 : Điện trường  $E$  trên mặt phẳng trung trực của một dây thẳng có điện tích phân bố đều. Vì tính đối xứng, thành phần hướng theo trục  $bằng không$ ,  $E_z = 0$ , do đó trong mặt phẳng  $xy$  điện trường có hướng xuyên tâm. Sau đây chúng ta sẽ thấy rằng nếu phân bố điện tích là rất dài,  $l \gg R$ , thì  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$  trong đó  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

ở đây  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Hướng của  $\mathbf{E}$  ở mọi điểm trong mặt phẳng  $xy$  là thẳng từ gốc toạ độ ra ngoài (giả thiết  $\lambda$  là dương). Một trường hợp đặc biệt khi điểm  $P$  gần dây nhưng xa hai đầu dây, khi đó  $l \gg R$  và

$$E \approx \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|\lambda|}{R} \quad (16-9)$$

### VÍ DỤ 16-7

**Vòng dây tròn tích điện.** Hãy xác định  $E$  ở các điểm nằm trên trục của một vòng dây tròn tích điện có bán kính  $a$  và điện tích  $Q$ . Điện tích trên vòng dây phân bố đều và dây mảnh để có thể xem là điện tích dài, giống như kiểu khối lượng phân bố trên chiếc vòng của trò lắc vòng trong rạp xiếc.

**Giải.** Hình 16-14 biểu diễn một vòng tròn dây có tâm ở gốc toạ độ và nằm trong mặt phẳng  $yz$ . Điện trường vô cùng bé  $dE$  do một điện tích  $dq$  gây ra có thể phân tích thành hai thành phần:  $dE_x$  hướng theo trục  $x$  và  $dE_\perp$  thẳng góc với trục  $x$ . Tính đối xứng của phân bố điện tích đòi hỏi sao cho  $\int dE_\perp = 0$ , vì các yếu tố điện tích ở các phía đối nhau qua tâm vòng dây tạo ra các điện trường vô cùng bé  $dE_\perp$  triệt tiêu nhau. Như vậy, điện trường phải hướng dọc theo trục  $x$ . Thành phần theo trục là :

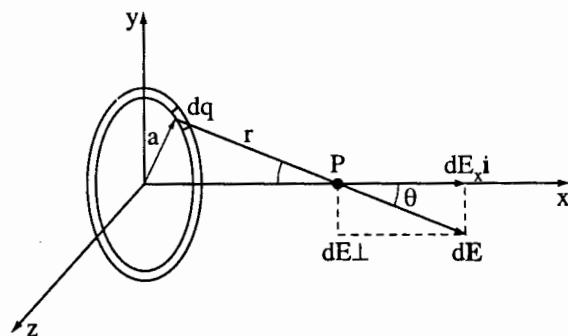
$$E = \int dE_x = \int dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \cos \theta$$

Thừa số  $\frac{\cos \theta}{r^2}$  có thể được đưa ra ngoài dấu tích phân vì  $\theta$  và  $r$  là nhau đối với mọi yếu tố điện tích  $dq$ . Từ đó :

$$E_x = \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int dq = \frac{Q \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Chúng ta có thể biểu diễn  $E_x$  theo  $x$  và  $a$ . Từ hình vẽ ta thấy :

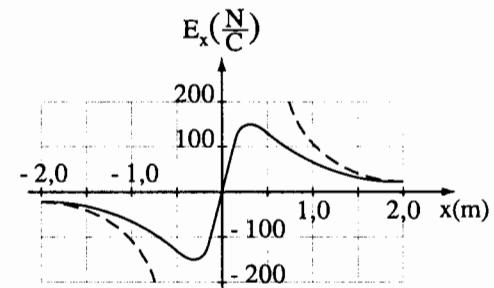
$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \text{và} \quad r^2 = x^2 + a^2$$



**Hình 16-14.** Ví dụ 16-7 : Điện trường  $E$  trên trục của một vòng tích điện đều. Vòng có tâm đặt ở gốc toạ độ và nằm trong mặt phẳng  $yz$ . Do đối xứng, thành phần của  $E$  vuông góc với trục  $x$  bằng không.

Do đó :  $E_x = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (16-10)$

Hình 16-15 biểu diễn một đồ thị của  $E_x$  theo  $x$  đối với trường hợp khi  $a = 0,50m$  và  $Q = +11,1nC$ . Bạn có ngạc nhiên khi thấy  $E_x$  âm khi  $x$  âm không ? Lí do làm cho  $E_x$  dương khi  $x$  dương và âm khi  $x$  âm là do điện trường hướng ra xa vòng dây tích điện dương. Lưu ý rằng điện trường bằng không ở tâm vòng dây. Để so sánh chúng ta còn biểu diễn  $E_x$  của một điểm có điện tích  $+11,1nC$  đặt ở gốc toạ độ. Điện trường của vòng dây tiệm cận với điện trường của điện tích điểm khi  $|x|$  trở nên lớn hơn nhiều so với  $a$ .



**Hình 16-15.** Ví dụ 16-7 : Thành phần điện trường  $E_x$  theo  $x$  trên trực của vòng dây tích điện mô tả trên hình 16-14 với  $Q = 11,1nC$  và  $a = 0,50m$ . Đường cong đứt nét là  $E_x$  đối với một hạt tích điện có cùng điện tích như của vòng dây được đặt ở gốc toạ độ. Hai thành phần điện trường đều tiệm cận đến các giá trị như nhau khi  $|x|$  trở nên lớn hơn nhiều so với  $a$ .

### Bài tự kiểm tra 16-7

Một vòng dây bán kính  $0,4m$  có điện tích dương  $16nC$  phân bố đều xung quanh nó. Tính độ lớn điện trường  $E$  ở một điểm trên trực cách tâm vòng dây một khoảng  $0,30m$ .

**Đáp số :**  $E = 430N/C$ .

### VÍ DỤ 16-8

**Điện tích của một mặt hình đĩa.** Đôi khi điện tích của một vật thể trải trên bề mặt vật đó thành một lớp mỏng giống như một lớp sơn. Một phân bố điện tích như vậy được gọi là **điện tích mặt**. **Mật độ điện tích mặt**  $\sigma$  của một mặt tích điện đều bằng  $\sigma = \frac{Q}{A}$ . Tìm  $\mathbf{E}$  trên trực của một phân bố điện tích có dạng đĩa mỏng bán kính  $R_0$ . Phân bố điện tích là đều, giống như phân bố khối lượng của một đĩa hát (không có lỗ).

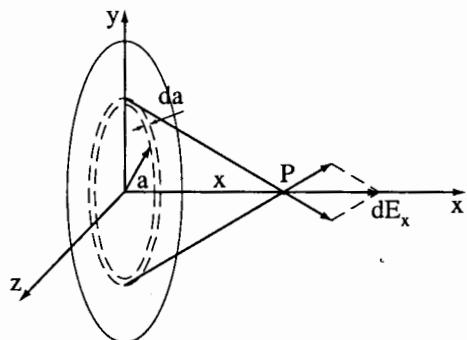
**Giải.** Vì phân bố điện tích là đều và có hình dạng như một đĩa mỏng nên mật độ điện tích mặt là  $\sigma = \frac{Q}{\pi R_0^2}$ , chúng ta chia đĩa ra thành các vành với độ rộng vô cùng bé da

(hình 16-16). Như vậy, diện tích của một vành bán kính  $a$  và độ rộng da là  $2\pi a \cdot da$  và diện tích của nó là  $dq = \sigma 2\pi a \cdot da$ . Từ kết quả của ví dụ trước  $dE_x$  trên trực của vòng dây bán kính  $a$  và điện tích  $dq = \sigma 2\pi a \cdot da$  là :

$$dE_x = \frac{(\sigma 2\pi a \cdot da)x}{4\pi\epsilon_0(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Bằng cách lấy tích phân biểu thức trên theo  $a$  từ 0 đến  $R_0$ :

$$E_x = \frac{2\pi\sigma x}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{R_0} \frac{a \cdot da}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (16-11)$$



Kết quả lấy tích phân cho ta :

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left( \frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right)$$

vì  $\frac{1}{\sqrt{x^2}}$  luôn lớn hơn so với  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}}$ , nên

**Hình 16-16.** Ví dụ 16-8 : điện trường  $E$  trên trục của một đĩa tích điện đều. Tâm đĩa đặt tại gốc toạ độ và đĩa nằm trong mặt phẳng  $yz$ . Điện trường là tổng của vô hạn các điện trường gây ra bởi các vòng dây tích điện có  $dq = \sigma 2\pi a da$ .

dấu của  $E_x$  cũng giống như dấu của  $x$  (giả thiết  $\sigma$  dương), tức là  $E_x$  là dương khi  $x$  dương và âm khi  $x$  âm. Vậy  $E$  có hướng đi ra từ tâm đĩa tích điện dương. Một trường hợp đặc biệt khi điểm khảo sát ở gần bờ mặt, khi đó có thể xem  $|x| \ll R_0$  và

$$E_x \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2}}$$

Trong biểu thức đó thừa số  $\frac{x}{\sqrt{x^2}}$  bằng +1 khi  $x > 0$  và -1 khi  $x < 0$ . Điều đó có nghĩa

là đối với  $\sigma$  dương,  $E_x$  là dương khi  $x$  dương và  $E_x$  là âm khi  $x$  âm, hoặc  $E$  hướng từ mặt tích điện ra ngoài khi mặt tích điện dương. Độ lớn của trường ở gần mặt là :

$$E_x \approx \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \quad (|x| \ll R_0) \quad (16-12)$$

Như vậy trường hầu như là đều ở gần một mặt phẳng tích điện. Nếu  $E = 80\text{N/C}$  tại  $x = 10\text{cm}$  thì tại  $x = 16\text{cm}$ ,  $E \approx 80\text{N/C}$ .

## 16-5. HẠT ĐIỆN TÍCH TRONG ĐIỆN TRƯỜNG ĐỀU

Trong mục 16-4 chúng ta đã xác định điện trường do một số kiểu phân bố điện tích gây ra. Một khi đã biết điện trường, chúng ta có thể dùng phương trình (16-3)  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$  để xem xét lực tác dụng của trường lên một hạt. Nếu lực điện là lực

đuyn nhất đáng kể tác dụng lên hạt, thì  $q\mathbf{E}$  là lực tổng hợp và định luật thứ hai của Newton cho ta :

$$q\mathbf{E} = m\mathbf{a} \quad \text{hoặc} \quad \mathbf{a} = \frac{q\mathbf{E}}{m}$$

Chúng ta sẽ xét hai trường hợp : (1) hạt ban đầu ở trạng thái nghỉ trong một trường đều và (2) hạt được phóng với vận tốc  $v_0$  vào một trường đều, với  $v_0$  thẳng góc với  $E$ .

**1. Hạt tích điện từ trạng thái nghỉ trong một điện trường đều sẽ chuyển động với gia tốc không đổi dọc theo một đường song song với  $E$  cũng giống như một viên đá từ trạng thái nghỉ trong một trường hấp dẫn sẽ rơi thẳng đứng xuống dưới dọc theo một đường song song với  $g$ . Nếu chúng ta đặt gốc tọa độ ở điểm nghỉ với trục  $x$  hướng theo  $E$  và đặt  $t = 0$  khi  $x = 0$ , thì các phương trình động học cho ta :**

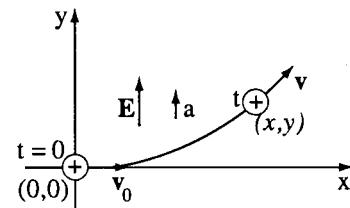
$$a = \frac{qE}{m}, \quad v_x = \frac{qE}{m}t, \quad x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2.$$

Khử  $t$  trong các phương trình  $v_x$  và  $x$ , chúng ta cũng tìm được :

$$v_x^2 = \frac{2qE}{m}x \quad (16-13)$$

**2. Nay giờ hãy xét hạt đi vào vùng điện trường đều với vận tốc  $v_0$  hướng thẳng góc với  $E$ . Chuyển động sẽ giống như trường hợp một quả bóng được ném theo phương nằm ngang trong trường hấp dẫn đều của Trái Đất (xem mục 3-2 tập 1). Trên hình 16-17 chúng ta cho trục  $y$  hướng song**

song với  $E$  và biểu diễn hạt tích điện dương có vận tốc  $v_0 i$  ở gốc tọa độ khi  $t = 0$ . Cũng từ các phương trình động học, chúng ta có :



**Hình 16-17. Một hạt tích điện trong điện trường đều chuyển động theo một đường parabol. Hạt được biểu diễn có điện tích dương.**

$$a_y = \frac{qE}{m} \quad a_x = 0 \quad a_z = 0$$

$$v_y = \left( \frac{qE}{m} \right) t \quad v_x = v_0 \quad v_z = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \left( \frac{qE}{m} \right) t^2 \quad x = v_0 t \quad z = 0$$

Như vậy, chuyển động xảy ra trong mặt phẳng  $xy$ . Khử  $t$  trong các phương trình của  $y$  và  $x$  ta sẽ có quỹ đạo parabol của hạt :

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{mv_0^2} x^2 \quad (16-14)$$

Quỹ đạo được vẽ trên hình 16-17 ứng với hạt tích điện dương. Nếu điện tích là âm,  $a_y$  sẽ âm và đường cong quỹ đạo của hạt thay vì hướng lên sẽ hướng xuống dưới.

### VÍ DỤ 16-9

**Một electron được gia tốc thẳng từ trạng thái nghỉ.** Hãy xác định tốc độ của một electron di chuyển một khoảng 8,3mm sau khi khởi động từ trạng thái nghỉ trong một điện trường đều  $4,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ .

**Giải.** Cho trục  $x$  hướng dọc theo  $E$  sao cho  $E = Ei$ . Từ phương trình (16-13), tốc độ  $v$  là :

$$v = \sqrt{v_x^2} = \sqrt{\frac{2qE}{m}x}$$

Trong phương trình đó  $x$  là âm vì  $q$  ( $= -e$ ) âm. Hướng của lực tác dụng lên electron tích điện âm ngược với hướng của điện trường. Vì electron khởi động từ trạng thái nghỉ ở gốc toạ độ nên khi chuyển động toạ độ  $x$  của nó là âm. Thay các giá trị bằng số vào, ta được :

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})(4,0 \cdot 10^3 \text{N/C})}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}} \cdot (-8,3 \text{mm})}$$

$$= 3,4 \cdot 10^6 \text{m/s.}$$

### Bài tự kiểm tra 16-9

Hãy xác định tốc độ của một proton sau khi chuyển động được cùng một khoảng cách (bắt đầu từ trạng thái nghỉ) giống như electron trong ví dụ trên và trong một điện trường đều có cùng cường độ. Hãy so sánh kết quả bạn tính được với trường hợp electron. Tỉ số của các vận tốc như thế nào ?

**Đáp số :**  $v = 8,0 \cdot 10^4 \text{m/s}$ ; tỉ số là  $43 \approx \sqrt{1800}$ .

### VÍ DỤ 16-10

**Electron bị làm lệch hướng.** Một electron chuyển động nằm ngang với tốc độ  $3,4 \cdot 10^6 \text{m/s}$  đi vào vùng của một điện trường đều hướng lên trên, có  $E = 520 \text{N/C}$ . Phạm vi trường tồn tại theo phương nằm ngang là trong khoảng  $45 \text{mm}$  (hình 16-18). Hãy xác định : (a) Khoảng dịch chuyển thẳng đứng và (b) Tốc độ của electron khi nó đi ra khỏi vùng trường.

**Giải.** (a) Hình 16-18 biểu diễn gốc toạ độ ở điểm mà electron đi vào vùng trường và nó ra khỏi trường ở  $x = l$ , trong đó  $l = 45 \text{ mm}$ . Dùng phương trình (16-14), chúng ta tìm được toạ độ  $y$  của hạt khi nó vừa ra khỏi trường :

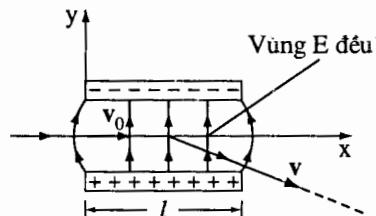
$$y = \frac{1}{2} \frac{qEl^2}{mv_0^2} = \frac{1}{2} \frac{(-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})(520 \text{N/C})(45 \cdot 10^{-3} \text{m})^2}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg})(3,4 \cdot 10^6 \text{m/s})^2}$$

$$\approx -8,0 \cdot 10^{-3} \text{m} = -8,0 \text{mm.}$$

Như vậy, điện trường làm cho electron bị lệch xuống dưới  $8,0 \text{mm}$ .

(b) Thành phần  $x$  của vận tốc vẫn còn không đổi là  $3,4 \cdot 10^6 \text{m/s}$  nhưng thành phần  $y$  của nó thay đổi. Thời gian  $t_1$  cần thiết để hạt đi qua vùng trường được cho bởi :

$$l = v_0 t_1 \quad \text{hay} \quad t_1 = \frac{l}{v_0}.$$



**Hình 16-18. Ví dụ 16-10 : Electron bị lệch xuống dưới khi đi qua vùng điện trường đều  $E$  hướng lên.**

Thay vào phương trình cho  $v_y$  ta được :

$$\begin{aligned} v_y &= \frac{qEt_1}{m} = \frac{qE}{mv_0} = \frac{(-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(520 \text{ N/C})(4,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(3,4 \cdot 10^6 \text{ m/s})} \\ &= -1,2 \cdot 10^6 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Khi ra ngoài vùng trường hạt sẽ chuyển động thẳng theo hướng của  $v$ .

## Bài tự kiểm tra 16-10

Hãy xét một proton di chuyển với cùng vận tốc như electron trong ví dụ trên khi nó đi vào vùng điện trường. Proton sẽ bị lệch nhiều hơn, ít hơn hay cũng như trường hợp electron ? Nó sẽ bị lệch cùng hướng hay ngược hướng ?

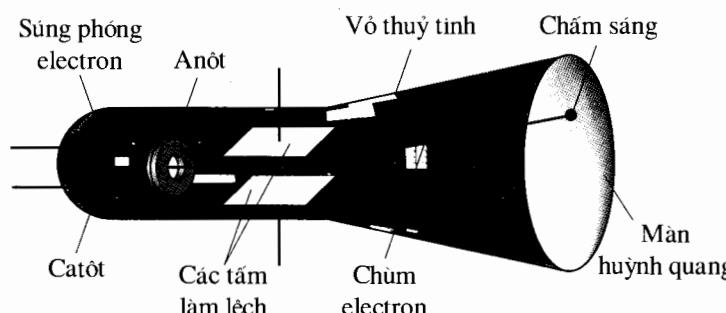
**Đáp số :** Proton sẽ bị lệch ít hơn so với electron và theo hướng ngược lại.

## Ống tia âm cực

Hình 16-19 diễn tả sơ đồ một dụng cụ được gọi là ống tia âm cực (CRT). Trong một CRT, các electron trước hết được gia tốc (như ví dụ 16-9) và sau đó bị làm lệch (như ví dụ 16-10). CRT được dùng làm đèn hình máy thu hình, màn hình máy tính, máy hiện sóng...

Các electron được phát ra từ một dây nung đốt nóng và được gia tốc bởi một điện trường ngang do các bản tích điện trong "súng phóng electron" tạo nên. Các electron đi ra từ lỗ của tấm anôt tạo nên

chùm tia, giống như các viên đạn được phỏng ra từ nòng súng máy. Sau đó chùm electron đi qua một vùng có điện trường đều thẳng góc với phương của chùm. Trường làm lệch đó được tạo nên bởi các tấm kim loại tích điện gọi là *các tấm làm lệch*. Trường làm lệch chỉnh hướng cho chùm electron đi đến điểm đã định trên một màn hình huỳnh quang, tạo ra một chấm sáng. Các tấm làm lệch được biểu diễn trên hình vẽ là các tấm làm lệch thẳng đứng, chúng điều khiển vị trí



**Hình 16-19.** Sơ đồ một ống tia âm cực (CRT) cho thấy một súng phóng electron và bộ các tấm làm lệch.

theo phương thẳng đứng của chấm sáng. Tương tự, có các tia làm lệch ngang mà trên hình không vẽ. Ở một số CRT, như loại dùng trong các tivi, để

làm lệch chùm electron người ta thường dùng từ trường thay cho điện trường. Chúng ta sẽ thảo luận điều này trong chương từ trường.

## ?) CÂU HỎI

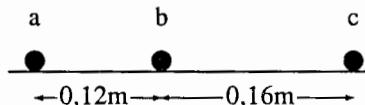
- 1** Giả sử rằng độ lớn điện tích của electron và proton là không bằng nhau, mà khác nhau cỡ 0,1%. Khi ấy, thế giới sẽ có thay đổi nhiều không ? Giải thích.
- 2** Giả sử rằng dấu điện tích của electron và proton là đổi cho nhau : dấu dương cho electron và âm cho proton. Khi ấy thế giới có thay đổi nhiều không ? Giải thích.
- 3** Nếu bạn tích điện cho quả bóng bay bằng cách cọ xát nó vào len, nó sẽ dính chặt vào tường. Vì sao ? Có một điện tích được sinh ra trên tường hay không ? Quả bóng bay cuối cùng sẽ rơi xuống. Vì sao ?
- 4** Sau khi hai đôi tất được lấy khỏi một máy sấy áo quần, đôi A dính khá lâu nhưng đôi B thì không. Đôi nào được làm bằng vật liệu dẫn điện tốt hơn ?
- 5** So sánh khối lượng trong định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton với điện tích trong định luật Coulomb. Chúng giống nhau và khác nhau như thế nào ?
- 6** Các đại lượng sau đây, có thể được mô tả như các trường hay không ? Nếu có, chúng là trường vô hướng hay vectơ?
  - (a) Tiềng trong nhà băng.
  - (b) Vận tốc của nước trong dòng chảy.
  - (c) Mật độ khối lượng của bêtông.
- 7** Giả thiết rằng  $E = 100N/C$  ở  $r = 40cm$  từ một điện tích điểm. Điện trường  $E$  ở khoảng cách  $r = 20cm$  bằng bao nhiêu ?
- 8** Hãy xem xét  $E$  trên mặt phẳng trung trực của một lưỡng cực ở các điểm mà  $R \gg a$ , trong đó  $R$  là khoảng cách từ lưỡng cực và  $2a$  là khoảng cách giữa các điện tích. Nếu  $E \approx 100N/C$  ở  $R = 40cm$  thì  $E$  ở  $R = 20cm$  sẽ là bao nhiêu ?
- 9** Ở khoảng cách  $R = 40cm$  từ một dây thẳng tích điện đều và xa hai đầu dây  $E = 100N/C$ . Điện trường  $E$  ở khoảng cách  $R = 20cm$  sẽ bằng bao nhiêu ?
- 10** Ở khoảng cách  $|x| = 40cm$  tính từ một mặt phẳng rộng tích điện đều trên mặt và ở xa so với biên giới của mặt,  $E = 100N/C$ . Điện trường  $E$  ở  $|x| = 20cm$  bằng bao nhiêu ?

- 11** Hình 16-15 cho đồ thị của  $E_x$  theo  $x$  trên trục của một vòng dây tròn tích điện dương có tâm ở gốc toạ độ. Giả thiết có một proton hướng chạy dọc theo trục  $x$  được thả từ trạng thái nghỉ ở  $x = 1,0\text{m}$ .
- (a) Proton sẽ thực hiện loại chuyển động nào ?
- Tương tự, hãy xét :
- (b) Một proton được thả ở  $x = -1,0\text{m}$  ;
- (c) Một electron được thả ở  $x = -1,0\text{m}$  ;
- (d) Một electron được thả ở  $x = 0,1\text{m}$ .
- 12** Khi được thả từ trạng thái nghỉ trong một điện trường, một hạt tích điện dương sẽ bắt đầu chuyển động dọc theo đường sức. (Giả thiết rằng lực điện là lực duy nhất tác dụng).
- (a) Quỹ đạo của hạt có theo đường sức của điện trường không, nếu đường sức của điện trường là thẳng ?
- (b) Quỹ đạo của hạt có theo đường sức của điện trường không, nếu đường sức không thẳng ? Nếu hạt không đi theo đường sức, quỹ đạo của nó sẽ cong nhiều hay ít so với đường sức của điện trường ?
- 13** Hãy giải thích vì sao các đường sức của điện trường không thể cắt nhau ? Giả thiết rằng các đường sức cắt nhau ở một điểm nào đó : sẽ nói như thế nào về lực tác dụng lên một hạt tích điện đặt ở điểm đó ?
- 14** Các phần đóng góp vào điện trường từ hai nguồn điểm cùng dấu đặt cách nhau một khoảng  $l$  có thể triệt tiêu nhau làm cho  $E = 0$  ở một điểm nào đó hay không ? Nếu có, hãy mô tả các vị trí đó. Nếu các điện tích có độ lớn khác nhau, điểm không của điện trường sẽ ở gần điện tích lớn hơn hay gần điện tích nhỏ hơn ?
- 15** Các thành phần đóng góp vào điện trường do hai điện tích điểm ngược dấu nhau và độ lớn khác nhau, cách nhau một khoảng  $l$  có thể triệt tiêu nhau để cho cường độ điện trường  $E = 0$  ở điểm nào đó hay không ? Nếu có, hãy mô tả vị trí của điểm ấy. Điểm có cường độ điện trường bằng không ấy nằm gần điện tích lớn hơn hay gần điện tích nhỏ hơn ?
- 16** Hãy xét một lưỡng cực trong điện trường đều. Có một lực điện tổng hợp tác dụng trên lưỡng cực hay không ? Nếu có, hướng của lực đó đối với  $E$  như thế nào ? Nếu momen lưỡng cực  $p$  hướng thẳng góc với  $E$ , có một momen lực tác dụng trên lưỡng cực không ? Nếu có, momen lực đó có xu hướng làm cho momen lưỡng cực song song cùng chiều với  $E$  hay ngược chiều với  $E$  ?

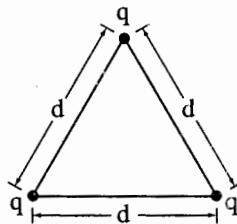
## BÀI TẬP

### Mục 16-2. Định luật Coulomb

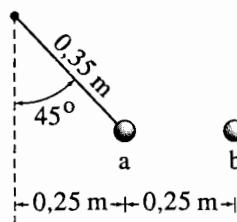
1. Hai hạt điện tích hút nhau một lực  $3,6\mu\text{N}$  ở khoảng cách 120mm. Nếu một trong hai hạt có điện tích  $+1,2\text{nC}$ , điện tích trên hạt kia sẽ thế nào ?
2. (a) Nếu một vật có điện tích  $+1,0\text{nC}$ , nó đã thiếu bao nhiêu electron ?  
 (b) Nếu một vật có điện tích  $-3,0\text{nC}$ , nó chứa bao nhiêu electron thừa ?
3. (a) Hai proton trong phân tử  $\text{H}_2$  nằm cách nhau cỡ  $10^{-10}\text{m}$ . Độ lớn lực điện của một hạt tác dụng lên hạt kia là bao nhiêu ? (b) Hai proton trong hạt nhân heli cách nhau cỡ  $10^{-15}\text{m}$ . Độ lớn lực điện của một hạt tác dụng lên hạt kia là bao nhiêu ? (c) Tính tỉ số các lực điện đã tìm được ở (b) và (a).
4. Ba hạt với điện tích  $q_a = +14\text{nC}$ ,  $q_b = -26\text{nC}$  và  $q_c = +21\text{nC}$  nằm dọc một đường thẳng (hình 16-20). Hạt b nằm ở khoảng giữa a và c, cách a 120mm và cách c 160mm. (a) Hãy xác định  $F_{ab}$ ,  $F_{cb}$  và độ lớn của lực tổng hợp tác dụng lên b. Lực tổng hợp tác dụng lên b hướng đến a hay c ? (b) Hãy xác định  $F_{ac}$ ,  $F_{bc}$  và độ lớn lực tổng hợp tác dụng lên c. Lực tổng hợp tác dụng lên c hướng về phía b hay từ phía b ?
5. Các hạt có điện tích q như nhau nằm ở các đỉnh một tam giác đều cạnh d (hình 16-21). Hãy xác định lực tác dụng lên mỗi hạt.
6. Hai hạt a và b có khối lượng  $2,6\text{g}$  như nhau và độ lớn điện tích như nhau nhưng ngược dấu. Hạt a được treo từ trần nhà trên một dây dài  $0,35\text{m}$  với khối lượng không đáng kể (hình 16-22). Khi a và b nằm cách nhau một khoảng  $0,25\text{m}$  theo phương nằm ngang thì a ở trạng thái cân bằng tĩnh, dây treo lập một góc  $45^\circ$  với phương thẳng đứng. Hãy xác định q.



Hình 16-20



Hình 16-21



Hình 16-22

### Mục 16-3. Điện trường và đường sức điện trường

7. Điện trường do một phân bố điện tích tác dụng lên một hạt có điện tích  $2,6\text{nC}$  đặt ở vị trí P một lực hướng thẳng đứng lên trên, với  $F = 0,58\mu\text{N}$ .

- (a) Ở P điện trường E do phân bố điện tích gây ra như thế nào ? (b) Tính lực điện do điện trường đó tác dụng lên hạt đặt ở P có điện tích  $-13\text{nC}$ .
- 8 Trong khí quyển của Trái Đất có tồn tại một điện trường, độ lớn trung bình của nó cỡ  $150\text{N/C}$ , hướng xuống dưới. (a) Xác định tỉ số điện tích trên khối lượng (tính theo  $\text{C/kg}$ ) để một vật chịu tác dụng của lực điện và lực hấp dẫn có thể nằm lơ lửng trong không khí. (b) Giả thiết rằng số proton và neutron là bằng nhau. Hãy xác định tỉ phần electron thừa trong vật đó.

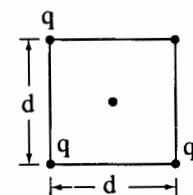
#### Mục 16-4. Cách tính điện trường

- 9 Một hạt có điện tích  $+5,8\text{nC}$  được đặt ở gốc toạ độ. Xác định cường độ điện trường do hạt trên gây ra tại các vị trí  $(x, y, z)$  sau :  $(15\text{cm}, 0, 0)$ ;  $(15\text{cm}, 15\text{cm}, 0)$ ;  $(15\text{cm}, 15\text{cm}, 15\text{cm})$ ;  $(10\text{cm}, 16\text{cm}, 0)$ .
- 10 (a) Hãy xác định điện trường do hạt a và c gây ra ( $q_a = +14\text{nC}$  và  $q_c = +21\text{nC}$ ) ở vị trí của hạt b trên hình 16-20. (b) Hãy xác định điện trường do các hạt a và b ( $q_b = +14\text{nC}$ ) gây ra ở vị trí của hạt c trên hình 16-20.
- 11 Hãy xác định điện trường : (a) Ở tâm của hình vuông và (b) Ở đỉnh còn trống, trên hình 16-23.
- 12 Một lưỡng cực có momen  $p = 2aqk$  có tâm đặt ở gốc toạ độ. Hãy xác định  $E$  dọc theo trục z tại các điểm ở cách xa lưỡng cực,  $|z| \gg a$ .
- 13 (a) Hãy chứng tỏ rằng tích phân để tính  $E_z$  do một dây dài tích điện ở ví dụ 16-6 là :

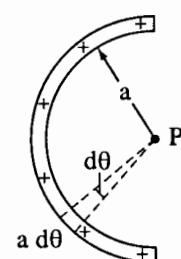
$$E_z = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-l}^{+l} \frac{zdz}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$$

(b) Hãy chỉ ra rằng  $E_z = 0$ .

- 14 Một vòng dây tròn tích điện đều như biểu diễn trên hình 16-14 có điện tích  $Q = 11,1\text{nC}$  và bán kính  $0,5\text{m}$ , có tâm đặt ở gốc toạ độ và nằm trong mặt phẳng yz. Hãy xác định  $E_x$  ở :  $(1,0\text{m}, 0, 0)$  và  $(-0,5\text{m}, 0, 0)$ .
- 15 Momen lưỡng cực của phân tử nước có độ lớn  $6,2 \cdot 10^{-30}\text{C.m}$ . Nếu phân tử nước được thay bởi một lưỡng cực với  $p = 2ae$ , trong đó e là độ lớn của điện tích electron, thì a sẽ thế nào ?
- 16 Một thanh có dạng nửa vòng tròn tích điện với mật độ điện tích dài đều, như vẽ trên hình 16-24. Hãy lập biểu thức tính độ lớn của điện trường ở tâm P theo điện tích Q và bán kính a của thanh.



Hình 16-23



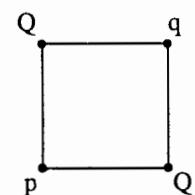
Hình 16-24

## Mục 16-5. Hạt tích điện trong điện trường đều

- 17 Một electron được gia tốc từ trạng thái nghỉ trong một điện trường đều đạt đến tốc độ  $2,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  trên khoảng cách 14mm. Độ lớn của điện trường như thế nào ?
- 18 Một hạt tích điện được gia tốc từ trạng thái nghỉ trong một điện trường đều có độ lớn  $E = 5,6 \cdot 10^3 \text{ N/C}$  đạt tới giá trị  $5,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  sau khi di chuyển một khoảng cách 0,30m. (a) Tỉ số điện tích và khối lượng của hạt đó như thế nào ? (b) Hạt đó là một proton hay một electron ?
- 19 Hãy chứng minh rằng góc giữa trục x và quỹ đạo theo đường thẳng của electron khi nó đi ra khỏi vùng trường trên hình 16-18 được tính theo biểu thức  $\theta = \arctg\left(\frac{qEl}{mv_0^2}\right)$ . Hãy đánh giá góc nói trên khi dùng các giá trị bằng số được cho ở ví dụ 16-10.
- 20 Một hạt a có điện tích +65nC được đặt ở (0,0m ; 3,0m) và một hạt b có điện tích - 88nC được đặt ở gốc toạ độ. (a) Hãy xác định  $\mathbf{E}$  tại điểm P nằm ở (4,0m ; 3,0m). Hãy viết đáp số của bạn qua các vectơ đơn vị. (b) Nếu một hạt thử có điện tích +2,0nC được đặt tại P, lực F tác dụng lên nó như thế nào ?
- 21 Một chiếc đũa thẳng và mảnh dài 1,6m tích điện đều với điện tích 640nC. (a) Xác định độ lớn của trường ở điểm trong mặt phẳng trung trực của đũa tại khoảng cách 1,4m kể từ tâm đũa. (b) Hướng của trường như thế nào ?
- 22 Một đĩa tròn, mỏng tích điện đều ; có bán kính 0,28m và điện tích -580nC. (a) Hãy xác định độ lớn E của trường ở một điểm trên trực của đĩa và cách tâm của nó 0,41m. (b) Hướng của trường ấy như thế nào ?
- 23 Một súng electron trong một ống tia âm cực gia tốc các electron qua một khoảng cách 4,1mm trong một trường có độ lớn 5,9kN/C. Tính tốc độ của electron phát ra.
- 24 Trong một ống tia âm cực, các bản làm lệch có kích thước 57mm theo hướng đi vào của chùm electron, độ lớn của điện trường giữa các bản là 280N/C, còn các electron bắt đầu đi vào trường làm lệch với tốc độ  $2,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ . Hãy tính góc mà chùm tia bị lệch.

### ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

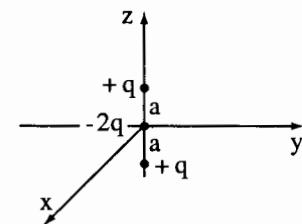
- 1 **Lực bằng không trên các hạt tích điện Q.**  
Bốn hạt tích điện được đặt nằm ở bốn đỉnh của một hình vuông cạnh a (hình 16-25). Các hạt nằm ở các đỉnh đối nhau có điện tích bằng



Hình 16-25. BTNC 1

nhau. (a) Hãy tìm hệ thức giữa  $Q$  và  $q$  sao cho lực trên mỗi hạt có điện tích  $Q$  bằng không. (b) Với mối quan hệ giữa  $Q$  và  $q$  tìm được theo câu (a), hãy xác định độ lớn của lực tác dụng lên mỗi hạt có điện tích  $q$ .

- 2 Tứ cực.** Một tứ cực là một phân bố điện tích có đặc điểm là điện tích tổng cộng (momen đơn cực) bằng không và momen lưỡng cực tổng hợp bằng không. Phân bố điện tích được mô tả trên hình 16-26 là một ví dụ về tứ cực như vậy, nó có thể xem như là hai lưỡng cực hướng ngược nhau. Với tứ cực này hãy chứng tỏ rằng  $E$  biến đổi theo khoảng cách như  $r^4$  ở các điểm dọc theo trục  $y$  và trục  $z$  khi  $r \gg a$ . (Lưu ý rằng  $E$  biến đổi theo khoảng cách như  $r^2$  đối với một đơn cực,  $r^3$  đối với một lưỡng cực và  $r^4$  đối với một tứ cực ở các điểm cách xa phân bố điện tích).



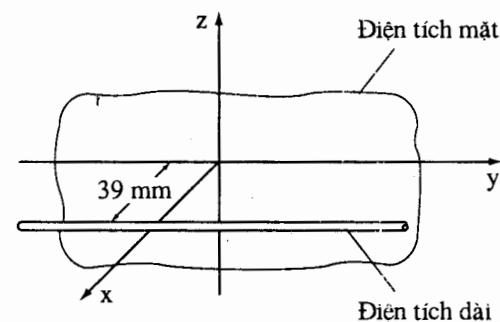
Hình 16-26. BTNC 2

**3 Các điểm có  $E_x$  cực đại và cực tiểu trên**

**trục của vòng dây tròn tích điện.** Hãy chứng tỏ rằng  $E_x$  trên trục của một vòng dây tròn tích điện dương bán kính  $a$  có giá trị cực đại ở  $x = +a\sqrt{2}$  và giá trị cực tiểu ở  $x = -a\sqrt{2}$ . Dùng hình 16-15 kiểm tra lại đáp số của bạn.

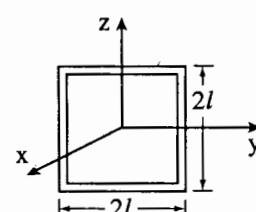
- 4 Điện trường gây ra bởi cả điện tích dài và điện tích mặt.** Hãy xác định gần đúng điện trường ở một điểm gần hai phân bố điện tích : điện tích trên dây thẳng dài và một điện tích mặt trên mặt phẳng rộng (hình 16-27). Điện tích mặt do một đĩa mỏng có bán kính rất lớn tích điện đều ( $\sigma = +42nC/m^2$ ). Đĩa nằm trong mặt phẳng  $yz$  và tâm đặt ở gốc toạ độ.

Điện tích dài là đều ( $\lambda = +15nC/m$ ) và song song với trục  $y$ , với tâm nằm trên trục  $x$  ở điểm (+39mm ; 0, 0). Hãy xác định các thành phần của  $E$  tại (55mm ; 0,62mm).



Hình 16-27. BTNC 4

- 5 Điện trường trên trục của một khung hình vuông tích điện.** Hãy xác định  $E$  ở các điểm trên trục của



Hình 16-28. BTNC 5

một khung dây tích điện hình vuông có cạnh là  $2l$  và mật độ điện tích dài đều  $\lambda$  (hình 16-28). So sánh đáp số của bạn với các kết quả trong ví dụ về vòng dây tích điện tròn (ví dụ 16-7).

- 6 Chuyển động của một hạt dọc theo trục của một vòng dây tích điện.** Hãy khảo sát chuyển động của một hạt tích điện âm (diện tích  $q$  và khối lượng  $m$ ) chỉ dịch chuyển dọc theo trục  $x$  và đồng thời chịu tác dụng của một lực điện do một vòng dây tích điện (dương) đã thảo luận ở ví dụ 16-7 gây ra. (a) Hạt sẽ thực hiện loại chuyển động nào khi được thả ở một điểm nào đó ngoài gốc toạ độ ? (b) Hãy tìm biểu thức cho chu kì  $T$  của chuyển động của hạt, nếu hạt được thả ở  $x = x_0$ , trong đó  $x_0 \ll a$ .
- 7 Điện trường trên trục của nửa vòng dây tròn.** Đối với phân bố điện tích dài đều mô tả trên hình 16-24, hãy xác định một biểu thức của  $E$  dọc theo một trục thẳng góc với mặt phẳng chứa nửa vòng tròn và đi qua  $P$ . Lưu ý rằng  $E$  có cả thành phần song song và thẳng góc với trục đó.
- 8 Điện trường sinh ra bởi một phân bố điện tích mặt có dạng một dải thẳng dài.** Hãy xét một phân bố điện tích có dạng một dải thẳng dài với mật độ điện tích mặt đều  $\sigma$ . Hãy đặt mặt phẳng  $yz$  trùng với mặt phẳng của dải, với trục  $y$  nằm dọc theo chiều dài của dải và trục  $z$  nằm dọc theo chiều rộng của dải, và gốc đặt ở tâm dải sao cho trục  $x$  vuông góc với mặt của dải. Dải có bề rộng nằm trong khoảng từ  $z = -l$  đến  $z = +l$ , chiều rộng của nó bằng  $2l$ . Chiều dài của dải lớn hơn nhiều so với  $l$  và lớn hơn nhiều so với khoảng cách  $|x|$  từ dải đến điểm tính trường. (a) Hãy chứng minh rằng  $E_x$  ở điểm  $P$  trên trục  $x$  là :

$$E_x = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0} \operatorname{arctg} \left( \frac{l}{x} \right)$$

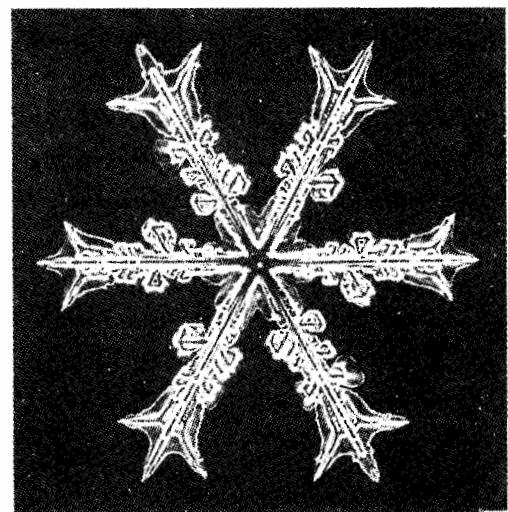
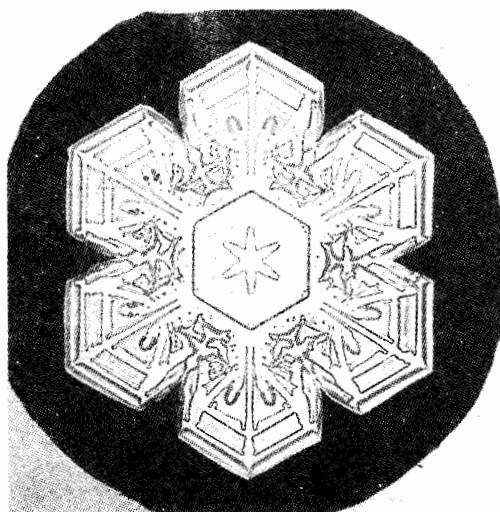
- (b) Hãy chỉ ra rằng trong trường hợp khi  $l$  lớn hơn nhiều so với  $|x|$  thì  $E \approx \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$ .

## CHƯƠNG 17

# ĐỊNH LUẬT GAUSS

- 17-1. Thông lượng
- 17-2. Định luật Gauss
- 17-3. Rút ra định luật Gauss từ định luật Coulomb
- 17-4. Dùng định luật Gauss để tìm E
- 17-5. Các tính chất tĩnh điện của vật dẫn

*Bài đọc thêm : Micheal Faraday*



*Đối xứng toán học của định luật Gauss cũng làm cho ta thích thú như vẻ đẹp đối xứng của các bông hoa tuyết.*

## 17-1. THÔNG LƯỢNG

Điện trường do các vật tích điện đứng yên tạo ra có thể tìm được bằng hai cách tương đương : bằng định luật Coulomb và bằng định luật Gauss. Định luật Coulomb cho ta một cách đơn giản và trực tiếp để tính toán các lực điện. Định luật Gauss còn tinh tế hơn và đôi khi còn hữu dụng hơn. Để hiểu định luật Gauss trước hết ta xét khái niệm thông lượng của điện trường.



*Thiên tài của Karl Friedrich Gauss (1777 – 1855) bộc lộ từ rất sớm. Tài năng tính nhẩm của ông đã trở thành huyền thoại. Sở thích của ông là thiên văn học và vật lý học, song các công trình quan trọng nhất của ông lại thuộc về toán học. Ông đã đặt nền móng cho phần lớn công cụ toán của vật lí lý thuyết ở cuối thế kỷ XIX đầu thế kỷ XX, kể cả lí thuyết Einstein về hấp dẫn.*

### Thông lượng của một trường đều qua một bề mặt phẳng

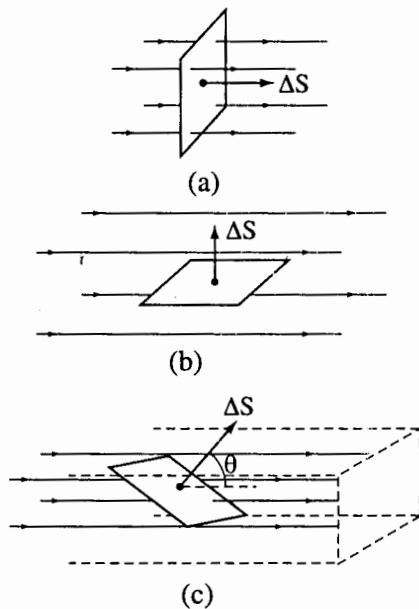
Thông lượng  $\Phi$  của một trường vectơ bao gồm : Điện trường và bề mặt mà ở đó thông lượng được tính. Để tìm thông lượng đối với một mặt, ta biểu diễn mặt bằng vectơ diện tích. Vectơ diện tích  $\Delta S$  đối với một bề mặt phẳng có độ lớn  $\Delta S$  bằng diện tích của mặt và hướng vuông góc với mặt đó.

Hướng của vectơ diện tích có tính không xác định vì một mặt phẳng có hai hướng cùng vuông góc với mặt đó, nhưng ngược chiều nhau. Ta có thể chọn một chiều xác định làm chiều của vectơ diện tích  $\Delta S$ . Chúng ta định nghĩa :

*Thông lượng  $\Phi_E$  của một điện trường đều  $E$  qua mặt phẳng  $\Delta S$  là tích vô hướng của  $E$  và  $\Delta S$  :*

$$\Phi_E = E \cdot \Delta S = E \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha \quad (\text{chỉ đối với mặt phẳng và điện trường đều } E)$$

Tích vô hướng đã tính đến sự định hướng của mặt đối với hướng của điện trường. Như được chỉ ra trên hình 17-1, thừa số



**Hình 17-1.** Thông lượng  $\Phi_E$  đi qua các mặt phẳng với các định hướng khác nhau trong điện trường đều  $E$  được biểu diễn bằng các đường sức điện trường. (a)  $E$  song song với  $\Delta S$ ,  $\Phi_E = E \cdot \Delta S$ . (b)  $E$  vuông góc với  $\Delta S$ ,  $\Phi_E = 0$ . (c) Trường hợp tổng quát  $E$  và  $\Delta S$ , làm với nhau góc  $\theta$ . Chú ý rằng trong biểu thức  $E \cdot \Delta S \cos\theta$ , thừa số  $\Delta S \cos\theta$  có thể được xem như là diện tích hiệu dụng của bề mặt.

$\Delta S \cos\theta$  là diện tích hình chiếu của bề mặt lên mặt phẳng vuông góc với  $\mathbf{E}$  (hình 17-1c) và có thể được xem như là diện tích hiệu dụng đối với thông lượng. Vì được định nghĩa là tích vô hướng, nên thông lượng là một đại lượng vô hướng. Đơn vị của thông lượng điện trong hệ đơn vị SI là niuton trên culông nhân với bình phương của met ( $[N/C](m^2)$ ) hay  $Nm^2/C$ .

Thường thì sẽ rất có ích nếu dùng các đường sức điện trường để tạo ra bức tranh dễ mường tượng về thông lượng (hình 17-1). Như ta thấy ở mục sau, số các đường sức đi qua một mặt tỉ lệ với thông lượng qua mặt đó. Cách đặc trưng bằng đường sức này giúp ta dễ hình dung về thông lượng song lại không tiện cho tính toán do bản chất gián đoạn của các đường sức.

## VÍ DỤ 17-1

**Thông lượng qua một mặt có hình nêm.** Một mặt có dạng hình nêm vẽ trên hình 17-2 nằm trong miền của một trường đều  $\mathbf{E} = (600N/C)\mathbf{i}$ . (a) Xác định thông lượng điện đối với từng mặt của nêm. (b) Tìm thông lượng tổng cộng đi qua toàn bộ bề mặt kín của nêm.

**Giải.** (a) Thông lượng bằng không đối với hai mặt bên có dạng tam giác và cả đối với mặt dưới của nêm vì hướng của vectơ diện tích đối với mỗi mặt này đều vuông góc với  $\mathbf{E}$  cho nên  $\cos\theta = \cos 90^\circ = 0$ . Đối với mặt vuông bên phía trái  $\Delta S = (3,0m)(3,0m)(-\mathbf{i}) = -(9,0m^2)\mathbf{i}$  và

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \mathbf{E} \cdot \Delta S = [(600N/C)\mathbf{i}] \cdot [-(9,0m^2)\mathbf{i}] \\ &= -5400Nm^2/C.\end{aligned}$$

Đối với mặt nghiêng của nêm :

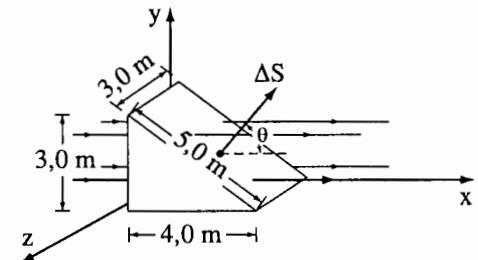
$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta S = E \Delta S \cos\theta$$

Từ hình vẽ,  $\Delta S = (3,0m)(5,0m) = 15m^2$  và  $\cos\theta = \frac{3,0m}{5,0m} = 0,60$ . Do đó, thông lượng đi qua

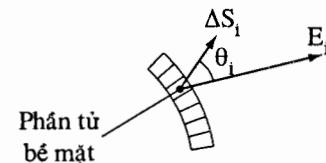
mặt nghiêng này là :

$$\begin{aligned}\Phi_E &= (600N/C) \cdot (15m^2) \cdot (0,60) \\ &= 5400Nm^2/C.\end{aligned}$$

(b) Ba trong số năm mặt nêm có thông lượng bằng không ; thông lượng đi qua hai mặt kia là  $5400Nm^2/C$  và  $-5400Nm^2/C$ . Do vậy thông lượng tổng cộng đi qua mặt kín của nêm cũng bằng không. Chú ý rằng, đóng góp vào thông



**Hình 17-2.** Ví dụ 17-1 : Điện trường đều  $E$  được biểu diễn bằng các đường sức, và vectơ diện tích đối với mặt nghiêng được vẽ trên hình.



**Hình 17-3.** Để tìm thông lượng đi qua một mặt cong hoặc điện trường không đều, mặt được chia thành một số lớn các phần tử mặt nhỏ bé và thông lượng đi qua mỗi phần tử được cộng lại. Trong giới hạn khi kích thước của các phần tử dần tới không và số phần tử dần tới vô hạn, tổng các thông lượng sẽ dần tới một tích phân. Tích phân này được gọi là tích phân mặt.

lượng qua một mặt kín là dương đối với phần mặt ở đó trường hướng từ trong ra ngoài của thể tích bị bao bọc và âm đối với phần mặt ở đó trường hướng vào phía trong thể tích bị bao bọc.

### **Định nghĩa tổng quát thông lượng điện trường**

Xét một điện trường  $\mathbf{E}$  và một mặt  $S$  trong điện trường đó. Khi mặt là cong như trên hình 17-3 hoặc khi điện trường biến thiên từ điểm này qua điểm khác trên mặt, ta chia mặt đó thành các phần tử mặt  $dS$  đủ nhỏ để có thể xem là phẳng và điện trường trên mỗi phần tử là không đổi. Thông lượng đi qua cả mặt khi đó là tổng của các đóng góp cá thể vào thông lượng từ mỗi phần tử mặt nhỏ bé đó. Khi lấy giới hạn, cho kích thước của mỗi phần tử dần tới không và số phần tử lớn lên vô hạn, tổng sẽ trở thành tích phân

$$\Phi_E = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i E_i \Delta S_i = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

hay  $\Phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int E \cos \theta dS$  (17-1)

Tích phân ở phương trình (17-1) được lấy theo bề mặt mà thông lượng qua nó được tính và được gọi là *tích phân mặt*. Như vậy, định nghĩa tổng quát của thông lượng điện trường là :

Thông lượng  $\Phi_E$  của điện trường  $E$  qua mặt  $S$  là tích phân mặt của  $E$  theo mặt này.

### **Định nghĩa mặt Gauss**

Thường thì ta sẽ chỉ quan tâm đến thông lượng qua một mặt kín. Khi mặt lấy tích phân là kín, người ta dùng dấu  $\oint$  để chỉ phép tích phân theo mặt kín đó

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (17-2)$$

Mặt kín mà thông lượng qua nó được tính thường là một mặt tưởng tượng hoặc giả thiết và được gọi là *mặt Gauss*.

*Mặt Gauss* là một mặt kín tưởng tượng được dùng để tính thông lượng qua nó.

Chiều của vectơ  $d\mathbf{S}$  của mặt kín thường được chọn hướng ra phía ngoài mặt kín. Mặt Gauss không nhất thiết phải tương ứng với mặt của một vật. Mỗi khi bạn dùng định luật Gauss, bạn có thể nghĩ ra một mặt có kích thước và hình dáng bất kì để dùng làm mặt Gauss. Lựa chọn kích thước và hình dáng phù hợp cho mặt Gauss là một trong những yếu tố then chốt trong việc sử dụng định luật Gauss.

## **17-2. ĐỊNH LUẬT GAUSS**

**Định luật Gauss** có thể được phát biểu như sau :

Thông lượng đi qua một mặt kín bất kì bằng tổng các điện tích được mặt đó bao bọc chia cho  $\epsilon_0$ .

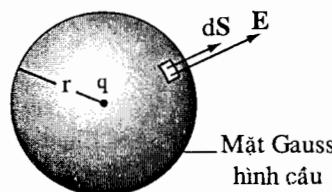
Dưới dạng phương trình

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \text{ hay } \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad (17-3)$$

ở đây mặt kín (mặt Gauss) qua đó thông lượng được tính có thể có kích thước và hình dáng bất kì, còn kí hiệu  $\Sigma q$  để chỉ tổng điện tích chứa trong thể tích được mặt đó bao bọc.

## Dùng định luật Gauss để tìm điện trường của một điện tích điểm

Để làm ví dụ đầu tiên về ứng dụng định luật Gauss, ta hãy tìm biểu thức điện trường của một điện tích điểm. Hình 17-4 vẽ mặt Gauss hình cầu có bán kính  $r$  và một điện tích điểm  $q$  đặt ở tâm hình cầu đó. Khi lấy tích phân thông lượng  $\oint E \cdot dS$ , từ tính đối xứng ta thấy  $E$  hướng từ điện



**Hình 17-4.** Tìm thông lượng của điện trường do điện tích điểm đặt ở tâm mặt Gauss hình cầu gây ra.

tích  $q$  dọc theo bán kính ra bên ngoài, có nghĩa là  $E$  song song với  $dS$  ở mỗi điểm trên mặt cầu, hay  $E \cdot dS = EdS$ . Cũng từ tính đối xứng, ta thấy rằng  $E$  chỉ phụ thuộc vào khoảng cách  $r$  tính từ  $q$ , sao cho  $E$  là như nhau ở mỗi điểm trên mặt cầu, hay  $E$  là hằng số đối với phép lấy tích phân. Như vậy, thông lượng đối với mặt cầu là :

$$\Phi_E = \oint E \cdot dS = E \oint dS = E(4\pi r^2)$$

Ở đây tích phân  $\oint dS$  đơn giản chỉ là diện tích mặt cầu  $4\pi r^2$ . Vì điện tích tổng cộng chứa trong mặt cầu Gauss là  $\Sigma q = q$ , định luật Gauss cho ta :

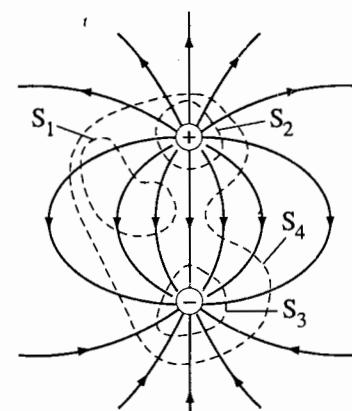
$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Đó cũng chính là kết quả mà ta đã tìm được bằng định luật Coulomb.

## Đoán nhận $\Sigma q$ trong định luật Gauss

Khi dùng định luật Gauss, bạn phải luôn nhớ rằng  $\Sigma q$  là *tổng đại số* các điện tích bị giam trong mặt kín, nghĩa là điện tích dương trừ điện tích âm ở trong mặt. Ta có thể khảo sát tỉ mỉ đặc điểm này của định luật Gauss bằng cách xét thông lượng đi qua bốn mặt Gauss khác nhau trong trường của một lưỡng cực được vẽ trên hình 17-5. Mặt  $S_1$  không chứa điện tích, cho nên từ định luật Gauss suy ra thông lượng qua mặt  $S_1$  là  $\Phi_{E1} = 0$ . Các đường sức trên hình 17-5 minh chứng cho sự kiện thông lượng qua  $S_1$  bằng không. Ba đường sức hướng vào trong và ba đường sức hướng ra ngoài, cho nên số đường sức tổng cộng hướng ra ngoài bằng không. Mặt  $S_2$  chứa điện tích  $q$ , cho nên định luật Gauss cho  $\Phi_{E2} = \frac{q}{\epsilon_0}$ . Từ các đường sức trên hình

17-5 suy ra  $\Phi_{E2}$  là dương vì các đường



**Hình 17-5.** Bốn mặt Gauss trong điện trường của một lưỡng cực. Các mặt Gauss được vẽ theo tiết diện ngang, và các đường nét là đường giao của các mặt này với mặt phẳng của hình vẽ. Bằng cách đếm các đường sức, bạn có thể xác nhận rằng  $\Phi_{E1} = 0$ ,  $\Phi_{E2} > 0$ ,  $\Phi_{E3} < 0$ ,  $\Phi_{E4} = 0$ .

sức đều hướng ra ngoài thể tích được bao bọc ở mỗi điểm trên mặt  $S_2$ . Tương tự, thông lượng qua mặt  $S_3$  là  $\Phi_{E3} = -\frac{q}{\epsilon_0}$  suy từ định luật Gauss, vì các đường sức đều

hướng vào phía trong thể tích bị bao bọc ở mỗi điểm trên mặt  $S_3$ . Mặt  $S_4$  chứa hai hạt, sao cho diện tích tổng cộng bị giam trong mặt kín là  $\sum q = q - q = 0$ . Kết quả là định luật Gauss đòi hỏi  $\Phi_{E4} = 0$ .

### 17-3. RÚT RA ĐỊNH LUẬT GAUSS TỪ ĐỊNH LUẬT COULOMB

Ở chương 16, ta đã trình bày định luật Coulomb như kết quả của thí nghiệm và dùng nó để viết điện trường của một điện tích điểm là :

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

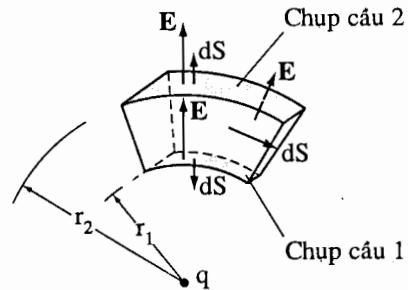
Biểu thức trên đây đối với điện trường của một điện tích điểm là dạng của định luật Coulomb mà ta sẽ dùng để suy ra định luật Gauss.

#### *Thông lượng đi qua một mặt tùy ý có hạt tích điện ở ngoài*

Xét thông lượng đi qua một mặt Gauss kín như được vẽ trên hình 17-6. Trường do một hạt tích điện tạo ra, còn mặt gồm bốn mặt bên phẳng và hai chụp cầu. Mỗi mặt bên nằm dọc theo hướng bán kính với hạt, còn mỗi chụp cầu là một mảnh của mặt cầu lấy hạt làm tâm. Do đó thông lượng qua mỗi mặt bên là bằng không vì  $\mathbf{E}$  vuông góc với  $d\mathbf{S}$  ở mỗi điểm trên các mặt này. Thông lượng  $\Phi_{E1}$  qua chụp cầu 1 là :  $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = - \int E dS$  với :  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$ .

Như vậy :

$$\Phi_{E1} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \int dS = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \Delta S_1$$



**Hình 17-6.** Thông lượng của điện trường do một hạt tích điện tạo ra qua một mặt Gauss kín. Mặt được bao bởi hai chụp cầu và bốn mặt bên phẳng. Thông lượng qua mỗi mặt bên bằng không, còn thông lượng qua hai chụp cầu bằng nhau và trái dấu, cho nên thông lượng qua cả mặt bằng không.

ở đây  $\Delta S_1$  là diện tích của chụp cầu 1. Tương tự, thông lượng  $\Phi_{E2}$  qua chụp cầu 2 là :

$$\Phi_{E2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \Delta S_2$$

ở đây  $\Delta S_2$  là diện tích của chụp cầu 2. Vì hai chụp cầu được bao bởi các mặt bên nằm dọc theo bán kính, tỉ số hai diện tích này bằng bình phương tỉ số hai bán kính :

$$\frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \text{ hay } \Delta S_2 = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Delta S_1. \text{ Thay kết}$$

quả này vào phương trình cho  $\Phi_{E2}$  ta được :

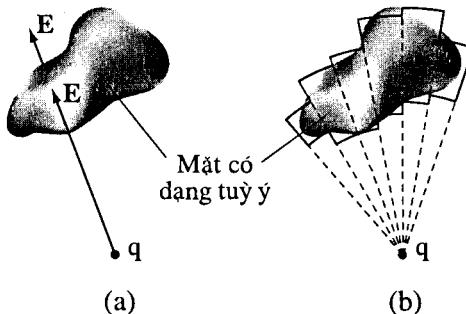
$$\Phi_{E2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \frac{r_2^2}{r_1^2} \Delta S_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \Delta S_1 = -\Phi_{E1}$$

Thông lượng tổng cộng qua mặt kín đã cho bằng :

$$\Phi_E = \Phi_{E2} + \Phi_{E1} = 0$$

Thông lượng tổng cộng bằng không vì thông lượng đi qua chụp cầu 1 bằng và ngược dấu với thông lượng đi qua chụp cầu 2.

Bây giờ ta đưa vào một khái định khác : *Một mặt có hình dáng bất kì có thể được xây dựng từ một số vô hạn các chụp cầu vô cùng bé và các mặt bên phẳng*. Hình 17-7a cho ta tiết diện ngang của một mặt kín có hình dáng bất kì với một điện tích  $q$  nằm ngoài thể tích bị bao bọc. Hình 17-7b vẽ cũng vẫn mặt này trong phép gân đúng chồng hình bao gồm một số các chụp cầu có tâm ở hạt tích điện và các mặt bên phẳng nằm dọc theo bán kính với hạt. Bạn có thể thấy rằng mặt này có thể được xem như giới hạn của một số vô hạn các chụp cầu và các mặt phẳng vô cùng bé. Vì thông lượng qua các chụp cầu khử nhau từng đôi một và thông lượng qua các



**Hình 17-7.** (a) Hạt tích điện nằm ngoài thể tích kín của một mặt Gauss có dạng tuỳ ý. (b) Phép gân đúng chồng hình, áp dụng cho mặt ở (a) bao gồm một số các chụp cầu và các mặt bên phẳng. Thông lượng qua mỗi mặt bên phẳng bằng không còn thông lượng đối với mỗi cặp chụp cầu bằng nhau và trái dấu :  $\Phi_E = 0$ .

mặt bên phẳng bằng không, cho nên đối với một mặt có hình dáng tuỳ ý được vẽ trên hình 17-7a, thông lượng do một hạt tích điện nằm ngoài thể tích bị bao bọc là bằng không

$\Phi_E = 0$  (mặt kín có dạng tuỳ ý,  $q$  nằm bên ngoài)

### Thông lượng đi qua mặt tuỳ ý có hạt tích điện nằm bên trong

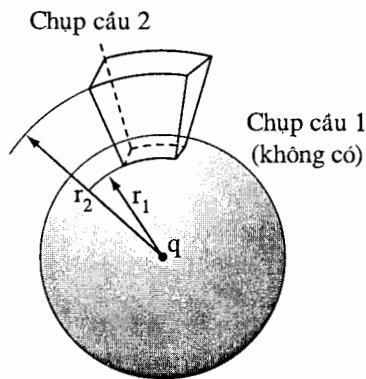
Bây giờ ta xét thông lượng do một điện tích điểm  $q$  đặt ở tâm một mặt Gauss hình cầu bán kính  $r$  gây ra (hình 17-4). Tại mỗi điểm trên mặt,  $E$  song song với  $dS$  ( $E.dS = EdS$ ) và  $E$  có cùng một giá trị nên ta có thể đưa nó ra ngoài dấu tích phân ( $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ). Như vậy :

$$\Phi_E = \oint E \cdot dS = E \oint dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Vì  $\Phi_E$  không chứa  $r$  nên thông lượng là giống nhau đối với các mặt cầu có bán kính bất kì.

Ta có thể dùng kết quả này để tìm thông lượng đi qua mặt Gauss vẽ trên hình 17-8. Mặt này hầu như là mặt cầu có tâm ở hạt ngoại trừ chụp cầu có diện tích  $\Delta S_1$  bị cắt bỏ và thay bằng diện tích  $\Delta S_2$  được bao bọc bằng các mặt phẳng (nằm dọc theo bán kính với hạt) sao cho mặt vẫn là một mặt kín. Thông lượng đi qua mặt này cũng bằng thông lượng đi qua mặt cầu vì thông lượng đi qua các mặt phẳng bằng không và thông lượng đi qua chụp cầu 2 bằng thông lượng qua chụp cầu 1, do đó

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

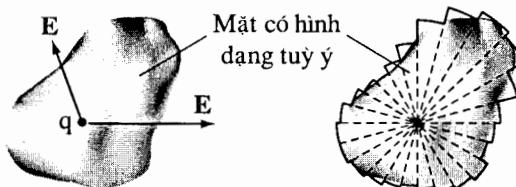


**Hình 17-8.** Thông lượng của điện trường do một điện tích điểm đặt ở tâm mặt Gauss gây ra, nó gần như là một mặt cầu ngoại trừ một mặt cầu lồi ra. Thông lượng đi qua chụp cầu 2 bằng thông lượng bị mất do không có chụp cầu 1, cho nên thông lượng đi qua cả mặt cũng chính là thông lượng đi qua mặt cầu

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Nếu mặt Gauss có dạng bất kì thì cũng như ở trên nó có thể được xem như giới hạn của một số vô hạn các chụp cầu và các mặt bên phẳng vô cùng bé (hình 17-9). Do đó thông lượng do điện tích  $q$  nằm trong thể tích được mặt đó bao bọc gây ra cũng là  $\frac{q}{\epsilon_0}$ .

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\text{mặt kín có hình dáng tùy ý, } q \text{ ở bên trong mặt})$$



**Hình 17-9.** Một hạt tích điện nằm trong thể tích kín của một mặt Gauss có hình dáng tùy ý được vẽ theo tiết diện ngang.

### Thông lượng đi qua một mặt tùy ý, các hạt tích điện nằm trong và ngoài mặt

Ta đã xét thông lượng do một hạt tích điện đơn lẻ gây ra. Nay giờ giả sử có nhiều hạt được xem xét. Để cụ thể, ta xét thông lượng do ba hạt tích điện gây ra qua một mặt như hình 17-10. Từ nguyên lí chồng chập, điện trường là tổng vectơ của các đóng góp cá thể của từng hạt :  $E = E_1 + E_2 + E_3$ . Thông lượng là :

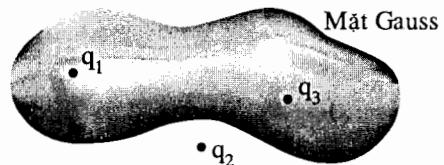
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint (E_1 + E_2 + E_3) d\mathbf{S}$$

Vì tích phân của tổng bằng tổng các tích phân, ta có :

$$\Phi_E = \oint E_1 d\mathbf{S} + \oint E_2 d\mathbf{S} + \oint E_3 d\mathbf{S}$$

Các hạt 1 và 3 nằm bên trong mặt cho nên đóng góp của chúng cho thông lượng tương ứng là  $\frac{q_1}{\epsilon_0}$  và  $\frac{q_3}{\epsilon_0}$ . Hạt 2 nằm ngoài mặt cho nên đóng góp của nó cho thông lượng bằng không. Vậy  $\Phi_E = \frac{q_1}{\epsilon_0} + 0 + \frac{q_3}{\epsilon_0}$ .

Nói chung, đối với một số bất kì các hạt tích điện, thông lượng đi qua một mặt kín



**Hình 17-10.** Trong số ba hạt tích điện, các hạt 1 và 3 nằm bên trong mặt Gauss, còn hạt 2 thì không. Dùng nguyên lí chồng chập,  $E = E_1 + E_2 + E_3$ , ta tìm được thông lượng đi qua mặt là  $\Phi_E = \frac{(q_1 + q_3)}{\epsilon_0}$ . Nghĩa là hạt 2 không có đóng góp gì cho thông lượng.

có hình dáng tuỳ ý là :

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad \oint E \cdot dS = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0}$$

Đó là định luật Gauss. Cách rút ra định luật này của chúng ta cho thấy một cách rõ ràng là trường  $E$  trong tích phân thông lượng là trường do tất cả các hạt tích điện gây ra, cả các hạt nằm trong và nằm ngoài thể tích được bao bọc, song các diện tích được đưa vào trong tổng  $\Sigma q_i$  chỉ là các diện tích của hạt nằm trong thể tích được mặt đó bao bọc.

### So sánh định luật Gauss và định luật Coulomb

Vì định luật Gauss có thể được rút ra từ định luật Coulomb [dưới dạng

$E = \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \hat{r}$ ] và nguyên lí chồng chập, nên định luật Gauss cũng là một phát biểu về cùng một tính chất của tự nhiên như định luật Coulomb (trong tĩnh điện học). Cả hai định luật đều là hệ quả của lực điện tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách, phụ thuộc tuyến tính vào điện tích và có phương dọc theo đường nối giữa các điện tích. Tuy nhiên định luật Gauss tổng quát hơn định luật Coulomb và phạm vi ứng dụng của nó rộng lớn hơn. Điện trường  $E$  là sản phẩm của định luật Coulomb chỉ do các diện tích đứng yên gây ra. Ở chương 23 ta sẽ thấy rằng từ trường biến thiên theo thời gian cũng sinh ra một điện trường cảm ứng.  $E$  trong định luật Gauss biểu diễn cả điện trường cảm ứng cũng như điện trường của các diện tích đứng yên.

## 17-4. DÙNG ĐỊNH LUẬT GAUSS ĐỂ TÌM E

Định luật Gauss có thể được dùng để tìm điện trường do một *phân bố điện tích có đối xứng cao* gây ra. Nếu phân bố điện tích có tính đối xứng cao, khi đó một vài tính chất của trường như phương của nó chẳng hạn, có thể được suy ra mà không cần phải tính toán. Khi đó bạn có thể chọn mặt Gauss làm sao lợi dụng được

tính đối xứng này, xác định thông lượng đi qua mặt Gauss theo  $E$ , và giải định luật Gauss để tìm  $E$ . Bước thứ nhất là bước quyết định nhất. Mặt được chọn làm mặt Gauss phải là mặt mà thông lượng đi qua nó có thể được xác định một cách dễ dàng. Các ví dụ dưới đây minh họa cho kĩ thuật này.

### VÍ DỤ 17-2

**Trường ở gần một dây dài tích điện.** Tìm biểu thức gần đúng cho  $E$  ở gần một dây thẳng dài tích điện đều (với mật độ điện tích dài là  $\lambda$ ) tại điểm  $P$  nằm cách xa cả hai đầu dây.

**Giải.** Bước thứ nhất trong việc tìm  $E$  bằng định luật Gauss là chọn mặt Gauss. Trên hình 17-11 dây được đặt dọc theo trục  $z$ , còn điểm  $P$  nằm trong mặt phẳng  $xy$  cách trục  $z$  một khoảng  $R$  ( $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ ). Vì  $P$  nằm xa hai đầu dây, từ tính đối xứng của phân bố điện tích, cường độ điện trường  $E$  sẽ hướng thẳng từ trục  $z$  ra (giả sử  $\lambda$  dương) và song

song với mặt phẳng xy. Hơn nữa E sẽ phụ thuộc chỉ vào khoảng cách R. Mặt Gauss có thể lợi dụng được các tính chất đối xứng này của trường là mặt tròn thẳng (kể cả hai mặt đáy) có trục nằm dọc theo trục z (hình 17-11). Đối với mặt Gauss này thông lượng đi qua mặt trên và dưới hình trụ bằng không vì E vuông góc với  $dS$  tại mỗi điểm của đáy trên và đáy dưới của mặt trụ, và thông lượng đi qua mặt trụ đơn giản chỉ là E nhân với diện tích mặt trụ vì E song song với  $dS$  tại mỗi điểm của mặt này và độ lớn của nó là như nhau ở mỗi điểm trên mặt trụ. Do đó :

$$\Phi_E = \oint E \cdot dS = E(2\pi Rh)$$

ở đây  $2\pi Rh$  là diện tích của mặt trụ bán kính R và chiều cao h.

Từ định luật Gauss ta có :

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad \text{với} \quad \Sigma q = \lambda h$$

Giải phương trình này tìm E ta được :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

Đây là kết quả gần đúng đối với các điểm nằm xa hai đầu của một dây dài tích điện ; nó chỉ đúng hẳn đối với một dây tích điện dài vô hạn.. Kết quả này cũng đã thu được bằng định luật Coulomb (phương trình 16-9).

## Bài tự kiểm tra 17-2

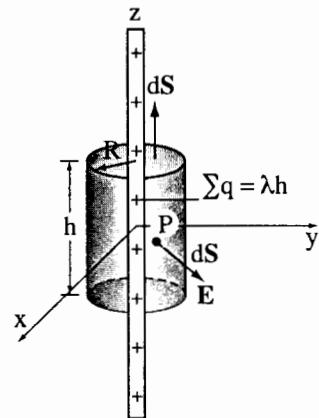
Điện trường ở điểm nằm cách một dây dài tích điện đều 0,15m (và ở xa hai đầu dây) là 200N/C. Hỏi điện trường ở khoảng cách 0,03m bằng bao nhiêu ?

**Đáp số :** 100N/C.

## VÍ DỤ 17-3

**Trường ở gần một tấm phẳng lớn tích điện.** Tìm biểu thức gần đúng cho E do một tấm phẳng lớn tích điện đều với mật độ điện tích mặt là  $\sigma$  gây ra tại điểm nằm gần tấm phẳng nhưng ở xa các mép của tấm.

**Giải.** Trước tiên ta xác định tính đối xứng của trường và chọn mặt Gauss. Trên hình 17-12, tấm phẳng tích điện nằm trong mặt phẳng yz, còn điểm P nằm gần trục x. Vì P nằm xa các mép của tấm phẳng nên từ tính đối xứng của bài toán ta cho rằng trường phải hướng thẳng từ tấm phẳng đi ra (giả sử  $\sigma$  dương) dọc theo trục x. Hơn nữa nếu E



**Hình 17-11. Ví dụ 17-2 :** Ta dùng hình trụ làm mặt Gauss để xác định trường ở gần một dây tích điện đều và ở xa hai đầu dây. Diện tích nằm trong mặt trụ là  $\Sigma q = \lambda h$ .

nói chung còn phụ thuộc vào vị trí thì nó chỉ có thể phụ thuộc x. Ta lợi dụng tính đối xứng này bằng cách lấy mặt Gauss là một hình trụ tròn thẳng có tâm ở gốc toạ độ và có trục nằm dọc theo trục x. Đối với mặt này thông lượng đi qua mặt trụ bằng không vì  $\mathbf{E}$  vuông góc với  $d\mathbf{S}$  tại mỗi điểm trên mặt trụ, và thông lượng đi qua mỗi đáy của mặt trụ đơn giản chỉ là  $E$  nhân với diện tích  $\Delta S$  của đáy vì  $\mathbf{E}$  là đều và song song với  $d\mathbf{S}$  ở mỗi điểm trên hai đáy. Do đó :

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E\Delta S + E\Delta S = 2E\Delta S$$

Từ hình vẽ ta thấy, diện tích nằm bên trong hình trụ Gauss là tích của mật độ điện tích mặt  $\sigma$  và diện tích tiết diện ngang của hình trụ. Đó cũng chính là diện tích  $\Delta S$  của đáy hình trụ. Như vậy  $\Sigma q = \sigma \Delta S$ .

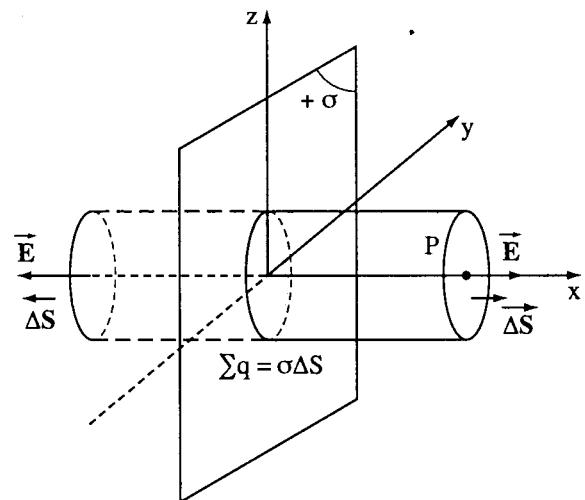
Định luật Gauss cho ta :

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad 2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}$$

Giải phương trình này tìm  $E$ , ta có :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Chú ý rằng đây chỉ là biểu thức gần đúng cho  $E$  ở gần tấm phẳng tích điện và ở xa các mép của tấm. Đó cũng chính là kết quả đã tìm được bằng định luật Coulomb (phương trình 16-12).



**Hình 17-12.** Ví dụ 17-3 : Ta dùng hình trụ làm mặt Gauss để tìm trường ở gần tấm phẳng tích điện đều và xa các mép tấm. Hình trụ Gauss kéo dài qua tấm phẳng để nó chứa một diện tích  $\Sigma q = \sigma \Delta S$  bên trong.

### Bài tự kiểm tra 17-3

**Tụ điện phẳng.** Xét hai tấm kim loại phẳng song song mà khoảng cách giữa chúng rất nhỏ so với kích thước các tấm phẳng, hai tấm này mang các điện tích bằng nhau và trái dấu (gọi là tụ điện phẳng). Mật độ điện tích là đều :  $\sigma = \frac{Q}{A}$  với  $Q$  và  $A$  là điện tích và diện tích mỗi mặt phẳng. Tìm cường độ điện trường  $E$  giữa hai bản phẳng của tụ điện.

**Đáp số :** Áp dụng định luật Gauss ; điện trường giữa hai bản là đều và bằng :

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad E = \frac{Q}{A\epsilon_0}.$$

## VÍ DỤ 17-4

**Lớp cầu tích điện.** Xác định  $E$  tại các điểm bên trong và bên ngoài một lớp cầu mỏng tích điện đều có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ . Phân bố điện tích ở đây giống với phân bố khối lượng của một quả bóng bàn.

**Giải.** Để chọn mặt Gauss, ta xác định tính đối xứng của trường. Vì phân bố điện tích là đối xứng cầu,  $E$  chỉ có thành phần xuyên tâm và độ lớn của nó chỉ phụ thuộc vào khoảng cách  $r$  tính từ tâm của phân bố điện tích. Mặt Gauss lợi dụng được tính đối xứng này là mặt cầu có cùng tâm với lớp cầu tích điện. Trước tiên ta xét trường ở các điểm nằm bên trong lớp cầu bằng cách tìm thông lượng đi qua mặt Gauss cầu với bán kính  $r$  nhỏ hơn bán kính  $r_0$  của lớp cầu (hình 17-13a). Vì  $E$  phải có hướng xuyên tâm và chỉ phụ thuộc vào  $r$ , nên thông lượng đi qua mặt cầu Gauss là :  $\Phi_E = E(4\pi r^2)$ .

Từ hình 17-13a, ta thấy điện tích nằm bên trong mặt cầu Gauss bằng không vì nó nằm gọn bên trong lớp cầu tích điện. Định luật Gauss cho ta :

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad E(4\pi r^2) = 0$$

Suy ra :  $E = 0$

Như vậy, trường bằng không ở tất cả các điểm nằm bên trong lớp cầu tích điện :  $E = 0$  ( $r < r_0$ )

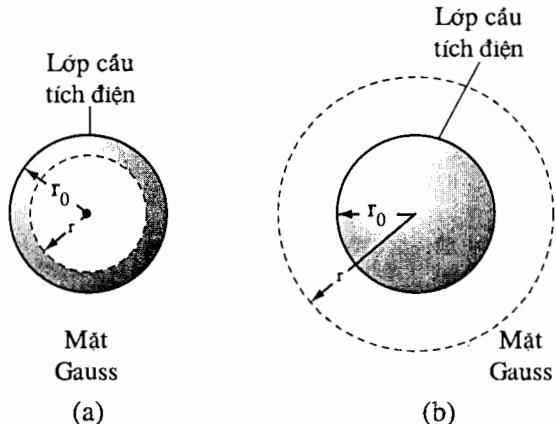
Bây giờ ta xét trường ở các điểm nằm ngoài lớp cầu tích điện, bằng cách tìm thông lượng đi qua mặt Gauss cầu có bán kính  $r$  lớn hơn bán kính  $r_0$  của lớp cầu tích điện (hình 17-13b). Một lần nữa, do tính đối xứng cầu, biểu thức cho thông lượng đi qua mặt Gauss là  $\Phi_E = E(4\pi r^2)$ . Mặt này chứa toàn bộ điện tích  $Q$  của lớp cầu tích điện ở bên trong nó, tức  $\Sigma q = Q$ , cho nên định luật Gauss cho ta :

$$\Phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Giải phương trình này tìm  $E$ , ta có :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > r_0) \quad (17-4)$$

Biểu thức này của  $E$  là một biểu thức quen thuộc, nó là biểu thức của điện trường do một điện tích điểm  $Q$  đặt ở tâm lớp cầu gây ra.



Hình 17-13. Ví dụ 17-4 : (a) Mặt Gauss nằm bên trong lớp cầu tích điện,  $\Sigma q = 0$ . (b) Mặt Gauss nằm ngoài lớp cầu tích điện,  $\Sigma q = Q$ .

Hình 17-14 cho ta đồ thị biểu diễn  $E$  đối với một lớp cầu tích điện đều như một hàm số của khoảng cách  $r$  tính từ tâm. Hãy chú ý tới tính đơn giản khác thường của kết quả này. Trường ở tất cả các điểm bên trong lớp cầu tích điện bằng không, còn trường ở ngoài lớp đó thì chính là trường do một hạt có điện tích  $Q$  đặt tại tâm của lớp cầu gây ra.

### VÍ DỤ 17-5

**Hình cầu tích điện đều.** Xác định  $E$  tại các điểm nằm trong và nằm ngoài một phân bố điện tích cầu, đều, có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ . Phân bố điện tích này giống như phân bố khối lượng của quả cầu bi-a, nó liên tục và đều trong khắp thể tích quả cầu.

**Giải.** Cũng như trong ví dụ trước,  $E$  chỉ có thành phần xuyên tâm và phụ thuộc chỉ vào khoảng cách tới tâm. Do đó ta dùng các mặt Gauss cầu có cùng tâm như của phân bố điện tích. Để tìm điện trường bên trong phân bố điện tích, ta dùng mặt cầu Gauss có bán kính nhỏ hơn bán kính của phân bố điện tích,  $r < r_0$  (hình 17-15a).

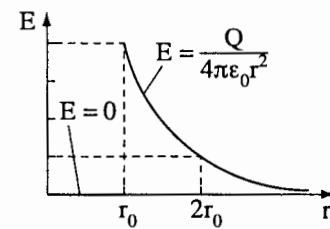
Biểu thức cho thông lượng đi qua mặt này vẫn là  $\Phi_E = E(4\pi r^2)$ . Điện tích chứa trong mặt cầu Gauss này phụ thuộc vào bán kính  $r$  của mặt cầu Gauss. Ta hãy gọi  $\rho$  là mật độ điện tích khối :

$$\rho = \frac{Q}{4\pi r_0^3}$$

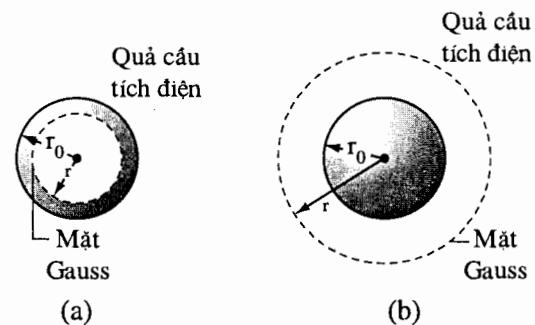
ở đây  $Q$  là điện tích tổng cộng của khối cầu còn  $\frac{4\pi r^3}{3}$  là thể tích của khối cầu đó.

Lượng điện tích nằm trong mặt cầu Gauss bán kính  $r$  là tích của mật độ điện tích và thể tích của nó :

$$\Sigma q = \rho \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{Q}{4\pi r_0^3} \frac{4\pi r^3}{3} = Q \frac{r^3}{r_0^3}$$



**Hình 17-14.** Ví dụ 17-4 : Đồ thị biểu diễn  $E$  theo  $r$  đối với một lớp cầu tích điện đều.



**Hình 17-15.** Ví dụ 17-5 : (a) Mặt Gauss nằm bên trong phân bố cầu có mật độ điện tích khối đều,  $\Sigma q = \frac{r^3}{r_0^3} Q$ . (b) Mặt Gauss nằm ngoài phân bố điện tích cầu,  $\Sigma q = Q$ .

$$Q \frac{r^3}{r_0^3}$$

Định luật Gauss,  $\Phi_E = \sum \frac{q}{\epsilon_0}$ , trong trường hợp này là :  $E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0 r^2}$

Giải để tìm E ta được :

$$E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 r_0^3} \quad (r < r_0) \quad (17-5)$$

Điện trường tăng tuyến tính theo r tại các điểm nằm bên trong hình cầu tích điện.

Việc tìm điện trường bên ngoài hình cầu tích điện hoàn toàn tương tự như ví dụ trước. Ta dùng mặt cầu Gauss có  $r > r_0$ , như được vẽ trên hình 17-15b. Biểu thức cho thông lượng lại là  $E(4\pi r^2)$ , còn điện tích nằm trong hình cầu Gauss là điện tích tổng cộng Q của hình cầu tích điện đó. Định luật Gauss cho ta :

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

cho nên :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > r_0)$$

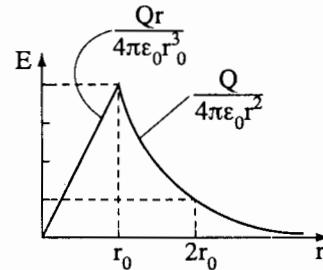
Biểu thức của trường tại một điểm nằm ngoài hình cầu cũng chính là biểu thức cho bởi lớp cầu tích điện hay bởi một điện tích điểm. Đồ thị của E do phân bố điện tích cầu đều gây ra được vẽ trên hình 17-16.

Từ các ví dụ 17-4 và ví dụ 17-5 cho thấy một đặc điểm chung của các phân bố điện tích đối xứng cầu :

*Trường ở ngoài phân bố điện tích đối xứng cầu có hướng xuyên tâm, có độ lớn :*

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

ở đây r là khoảng cách tính từ tâm của phân bố điện tích. Kết quả này không phụ



**Hình 17-16.** Ví dụ 17-5 : Đồ thị biểu diễn E theo r đối với phân bố cầu có mật độ điện tích khối đều.

thuộc vào việc điện tích được phân bố theo hướng xuyên tâm như thế nào. Tuy nhiên, trường bên trong phân bố đối xứng cầu lại phụ thuộc vào việc điện tích được phân bố theo hướng xuyên tâm ra sao. Hai ví dụ xét trên đây minh họa hai khả năng đó.

### Các phương pháp giải bài tập

Định luật Gauss có thể được dùng để tìm biểu thức cho điện trường do một phân bố điện tích gây ra khi phân bố này có tính đối xứng cao. Hơn nữa, nếu phân bố chỉ là gần

như đối xứng, thì định luật Gauss cũng có thể được dùng để cho ta một cái nhìn gần đúng về dáng điệu không gian của trường. Dưới đây là một số chỉ dẫn :

1. *Hãy xem xét tính đối xứng của phân bố điện tích để lựa chọn mặt Gauss. Nếu phân bố điện tích có đối xứng trục, giống như một dây thẳng tích điện, khi đó ta chọn mặt Gauss hình trụ. Nếu phân bố điện tích có đối xứng cầu, giống như lớp cầu tích điện, khi đó ta chọn mặt Gauss hình cầu. Thông lượng qua các mặt như thế biểu thị qua  $E$  có thể được đánh giá bằng việc xem xét cụ thể.*
2. *Hãy xác định điện tích nằm bên trong mặt Gauss mà bạn đã chọn theo mật độ điện tích thích hợp  $-\lambda$ ,  $\sigma$  hay  $\rho$ .*
3. *Đặt các kết quả mà bạn tìm được từ các bước 1 và 2 vào định luật Gauss rồi giải để tìm  $E$ .*

## 17-5. CÁC TÍNH CHẤT TĨNH ĐIỆN CỦA VẬT DẪN

Phân lớn các chất có thể được xếp vào một trong hai loại : Chất dẫn điện (vật dẫn) hoặc chất cách điện (điện môi). Chất dẫn điện là chất dễ dàng cho điện tích chạy qua, trong nó có chứa các hạt mang điện tự do. Các kim loại như vàng, nhôm... là các vật dẫn. Trong kim loại, các nguyên tử được sắp xếp một cách có trật tự tạo thành mạng tinh thể, chúng dao động xung quanh vị trí cân bằng. Các electron hoà trị do liên kết yếu với hạt nhân dễ dàng tách khỏi nguyên tử và trở thành các electron "tự do" có thể di chuyển trong vật dẫn. Như vậy, trong vật dẫn kim loại hạt mang điện tự do là các electron, chúng ta gọi nó là các hạt tải điện. Số lượng electron "tự do" trong một chất dẫn điện phụ thuộc vào chất đó, nhưng vào cỡ một electron tính trên một nguyên tử. Trong một chất lỏng dẫn điện, chẳng hạn như nước muối, thực tế hầu như không có electron tự do nhưng nó vẫn là chất dẫn điện tốt. Trong trường hợp này muối hòa tan trong nước thành các ion

dương và âm, chúng có thể chuyển động trong chất lỏng, trở thành các hạt tải điện.

Còn chất cách điện là chất không cho điện tích chạy qua, trong nó không có các hạt mang điện tự do. Chúng ta sẽ nghiên cứu các chất cách điện trong chương 19.

### *Trường và điện tích bên trong vật dẫn*

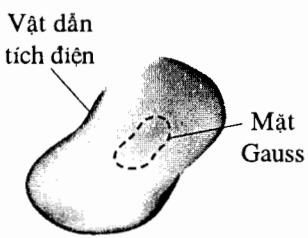
Trong tĩnh điện học,  $E = 0$  bên trong vật dẫn vì tĩnh điện học là bộ môn nghiên cứu các hiệu ứng điện của các điện tích đứng yên và vật dẫn chứa các phần tử tải điện, chúng chuyển động trong vật liệu khi có một điện trường tác động lên vật liệu. Khi ta thảo luận về vật dẫn trong bối cảnh của tĩnh điện học, thì các phần tử tải điện của vật dẫn không chuyển động, điều đó đòi hỏi :

$$E = 0 \text{ (bên trong vật dẫn trong các điều kiện tĩnh)}$$

Nếu  $E \neq 0$  trong vật dẫn, khi đó các phần tử tải điện sẽ chuyển động và trong vật

dẫn có dòng điện. Các dòng điện sẽ được thảo luận ở chương 20.

Khi cho  $\mathbf{E} = 0$  trong vật dẫn, ta có thể dùng định luật Gauss để xác định xem điện tích dư thừa của vật dẫn cư trú ở đâu. Hình 17-17 vẽ một vật dẫn với mặt Gauss nằm trong vật dẫn. Vì  $\mathbf{E}$  bằng không khắp nơi trong vật dẫn, nên  $\Phi_E = 0$  đi qua mặt

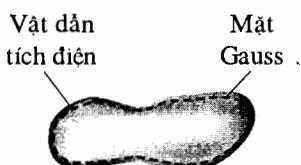


Hình 17-17. Vật dẫn với mặt Gauss nằm trong bên trong nó.

này bằng không. Do đó định luật Gauss đòi hỏi rằng điện tích tổng cộng nằm trong vật dẫn bằng không.

Điều đó đúng với một mặt kín bất kì chỉ cần là mặt này nằm trong vật dẫn. Như vậy, không một điện tích dư thừa nào có thể tồn tại ở bất cứ đâu bên trong vật dẫn - nghĩa là, mật độ điện tích khói ρ phải bằng không đối với vật dẫn. Mật độ điện tích khói toàn phần chỉ có thể tồn tại trong các chất cách điện.

Nếu không có một điện tích dư thừa nào của vật dẫn có thể cư trú bên trong vật dẫn, vậy thì điện tích cư trú ở đâu? Nó phải cư trú trên bề mặt vật dẫn. Hình 17-18 cho



Hình 17-18. Vật dẫn với mặt Gauss nằm ngay bên trong mặt của nó.

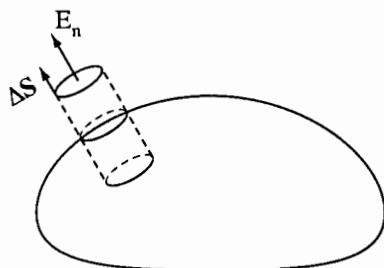
thấy một vật dẫn tích điện với mặt Gauss ngay sát bên trong bề mặt thực của vật dẫn. Trường bằng không ở mỗi điểm trên mặt Gauss cho nên  $\Phi_E = 0$  và điện tích nằm trong mặt Gauss bằng không. Do đó điện tích dư thừa của vật dẫn cư trú ở ngoài mặt Gauss. Điều đó có nghĩa là nó phải cư trú trên bề mặt thực của vật dẫn. Nếu vật dẫn có điện tích dư thừa, khi đó điện tích này được phân bố như mật độ điện tích mặt  $\sigma$ .

Nói chung mật độ điện tích mặt  $\sigma$  trên vật dẫn thay đổi theo vị trí trên bề mặt của vật dẫn. Ví dụ vật dẫn trung hoà có thể có mật độ điện tích dương trên một phần bề mặt của nó và mật độ điện tích âm trên một phần khác sao cho điện tích tổng cộng bằng không.

### Trường ở ngay bên ngoài vật dẫn

Định luật Gauss có thể được dùng để nghiên cứu điện trường ở ngay bên ngoài vật dẫn. Xét một điểm sát gần với mặt vật dẫn đến mức mặt có thể được xem là phẳng. Khi đó trường có thể được chia thành hai thành phần: thành phần  $E_t$  tiếp tuyến với mặt và thành phần  $E_n$  vuông góc với mặt. Ta có thể chứng minh rằng  $E_t = 0$  vì nếu  $E_t \neq 0$  thì các hạt điện tử tự do chuyển rời có hướng, trái với điều kiện cân bằng của tĩnh điện. Như vậy, ở ngay phía ngoài vật dẫn điện trường hướng vuông góc với mặt vật dẫn, hoặc hướng về phía mặt hoặc từ mặt hướng ra ngoài. Böyle giờ ta sẽ dùng định luật Gauss để tìm  $E_n$  ở ngay phía ngoài mặt vật dẫn. Vì  $\mathbf{E}$  vuông góc với mặt vật dẫn, ta chọn mặt Gauss là một hình trụ nhỏ cắm sâu vào mặt vật dẫn

(hình 17-19). Các mặt đáy của hình trụ song song với mặt vật dẫn và mặt bên của



**Hình 17-19.** Vật dẫn tích điện với mặt Gauss hình trụ cắt mặt vật dẫn.

hình trụ vuông góc với mặt vật dẫn. Thông lượng đi qua mặt bên hình trụ bằng không vì  $E_t = 0$ . Thông lượng đi qua đáy hình trụ nằm trong vật dẫn bằng không vì  $E = 0$  bên trong vật dẫn. Đóng góp duy nhất cho thông lượng đi qua hình trụ Gauss là do trường ở ngay sát ngoài mặt vật dẫn. Đặt  $\Delta S$  là diện tích của đáy hình

trụ nằm ở ngoài vật dẫn, ta có :

$$\Phi_E = E_n \Delta S$$

Điện tích nằm trong hình trụ Gauss là  $\sigma \Delta S$ , với  $\sigma$  là mật độ điện tích trên mặt vật dẫn. Định luật Gauss cho ta :

$$E_n \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} \quad \text{hay} \quad E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Như vậy, các đặc trưng của trường ở ngay sát ngoài vật dẫn là :

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{và} \quad E_t = 0 \quad (17-6)$$

Ở những điểm trên mặt mà  $\sigma$  dương, trường ở ngay sát mặt ngoài vật dẫn hướng ra ngoài ( $E_n$  dương), còn ở các điểm trên mặt mà  $\sigma$  âm, trường ở ngay sát mặt ngoài vật dẫn hướng về phía mặt này ( $E_n$  âm).

## VÍ DỤ 17- 6

**Vật dẫn hình cầu tích điện.** Tìm độ lớn của điện trường ở ngay sát ngoài vật dẫn hình cầu có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ .

**Giải.** Vì lí do đối xứng mà mật độ điện tích mặt của hình cầu là đều, nên đơn giản nó bằng điện tích  $Q$  chia cho diện tích  $4\pi r_0^2$  của mặt cầu :  $\sigma = \frac{Q}{4\pi r_0^2}$ .

Dùng phương trình (17-6), độ lớn của trường là :

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{|Q|}{4\pi \epsilon_0 r_0^2}$$

## Bài tự kiểm tra 17-6

Điện trường có độ lớn  $430\text{N/C}$  tại một điểm rất gần một khối cầu bằng nhôm có bán kính  $0,055\text{m}$ . Trường hướng từ hình cầu ra ngoài. Điện tích của khối cầu này bằng bao nhiêu ?

**Đáp số :**  $0,14\text{nC}$ .

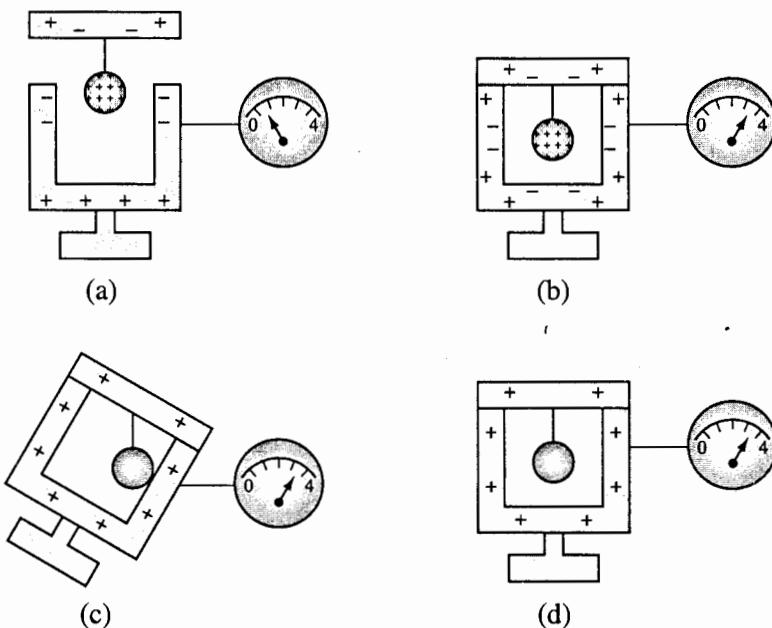
## Thí nghiệm lồng Faraday

Trong các điều kiện tĩnh, bên trong vật dẫn không có cả điện trường lẫn mật độ điện tích khối. Giả sử có một miền rỗng bên trong một vật dẫn tích điện. Trong miền rỗng này có điện trường không? Có điện tích dư thừa cư trú trên bề mặt phía trong của vật dẫn không? Để trả lời các câu hỏi này ta xét một thí nghiệm được gọi là thí nghiệm lồng Faraday.

Giả sử ta treo một quả cầu kim loại tích điện bằng một sợi chỉ cách điện vào trong một thùng kim loại kín. Thùng có điện tích toàn phần bằng không và được đặt lên

(nhiễm điện) khi quả cầu được thả vào trong thùng kim loại (hình 17-20a) và tích điện nhiều nhất khi quả cầu nằm trọn trong thùng kín (hình 17-20b). Khi thùng được làm nghiêng (hình 17-20c) sao cho quả cầu và thành thùng tiếp xúc nhau, thùng và quả cầu làm thành một vật dẫn, song số đo trên điện kế lại không bị thay đổi. Nếu quả cầu được lấy ra khỏi thùng kim loại và được thử xem nó có tích điện không ta thấy rằng nó không còn tích điện nữa.

Định luật Gauss tiên đoán rằng điện tích cảm ứng trên **mặt trong** của thùng kim loại trên hình 17-20b là bằng nhưng trái



**Hình 17-20.** Thí nghiệm lồng Faraday. (a) Quả cầu kim loại tích điện được thả vào một chiếc thùng kim loại trung hoà về điện đặt trên một giá cách điện. Điện kế báo cho biết mặt ngoài của thùng kim loại trở nên tích điện khi quả cầu được thả xuống. (b) Thùng kim loại bao kín hoàn toàn quả cầu. (c) Thùng kim loại được làm nghiêng để quả cầu chạm vào thành trong của thùng. (d) Quả cầu có điện tích bằng không sau khi tiếp xúc, và thành ngoài của thùng có điện tích bằng điện tích ban đầu của quả cầu.

một giá cách điện (hình 17-20). Điện kế, một dụng cụ đo điện, báo cho biết là thành ngoài của thùng đã trở nên tích điện

dấu với điện tích trên quả cầu (bạn có thể tự chứng minh). Vì mới đâu thùng kim loại trung hoà điện và được cách điện với

đất, cho nên diện tích tổng cộng của nó bằng không. Do đó diện tích trên mặt ngoài của thùng kim loại phải bằng diện tích trên quả cầu. Như vậy có tồn tại một điện trường trong miền rỗng của thùng kim loại trên hình 17-20b. Khi cho quả cầu và mặt trong thùng kim loại **tiếp xúc** với nhau như được vẽ trên hình 17-20c, diện tích trên mặt ngoài của thùng vẽ trên hình 17-20d bằng diện tích quả cầu, còn

diện tích trên quả cầu bằng không sau khi tiếp xúc, ta kết luận rằng : không còn diện tích nào trên mặt trong của thùng kim loại sau khi tiếp xúc nữa (hình 17-20d). Thực tế chẳng những diện tích tổng cộng trên mặt trong bằng không, mà cả mật độ diện tích mặt ở mỗi điểm trên mặt trong cũng bằng không. Như vậy, điện trường bên trong một vật dẫn rỗng tích điện là bằng không trên hình 17-20d.

## Bài đọc thêm

### MICHAEL FARADAY



Michael Faraday

Trong suốt quá trình nghiên cứu điện từ học của chúng ta, thường thấy xuất hiện tên tuổi của Michael Faraday. Các định luật của điện và từ học có được là nhờ những khám phá thực nghiệm của Faraday hơn là của bất kì một người nào khác. Ông là tác giả của khái niệm về trường ; ông khám phá ra hiện tượng cảm ứng điện từ, một hiện tượng đã đưa ông tới sáng chế ra máy phát điện một chiều (dinamo), tiền thân của máy phát điện và là người giải

thích được hiện tượng điện phân thông qua các lực điện ở mức phân tử.

Faraday sinh ra tại Newington, vùng Surrey nước Anh vào năm 1791, con trai một người thợ rèn. Khi còn nhỏ ông chỉ được học chính quy cho đến biết đọc, biết viết và làm toán số học. Ông trở thành thợ đóng sách tập sự ở tuổi 14 và rất ham đọc sách. Ông say mê khoa học suốt đời kể từ khi ngẫu nhiên đọc được mục về điện học trong cuốn *Encyclopaedia Britanica\** (Bách Khoa toàn thư) được khách hàng đưa đến đóng lại.

Thường thì thế giới khoa học ở thế kỉ XIX là một cấm địa đối với những người có trình độ học vấn như Faraday, nhưng vận may đã đến với ông. Ông Humphry Davy, một nhà hoá học nổi tiếng, không may không nhìn được trong một thời gian vì một tai nạn tại phòng thí nghiệm ở Học viện Hoàng gia năm 1812 và Davy đã thuê ông làm trợ lí phòng thí nghiệm. Như vậy, Faraday bắt đầu sự nghiệp khoa học của mình với tư cách là trợ lí cho nhà hoá học, song ông đã nhanh

chóng vượt qua người thầy của mình. Trong thời gian này, Faraday đã phát hiện và mô tả benzen và là người đầu tiên khám phá ra các hợp chất của clo (Cl) và cacbon (C).

Ngoài Davy ra, một nhà khoa học lớn khác đó là nhà vật lí lý thuyết người Scotlend tên là James Clerk Maxwell cũng đóng vai trò quan trọng trong cuộc đời của Faraday. Mặc dù hầu hết các nhà khoa học đương thời đều bác bỏ ý tưởng của Faraday về điện trường và từ trường, Maxwell đã chộp lấy ý tưởng này và xây dựng cơ sở toán học cho nó. Như bạn sẽ thấy dưới đây, các định luật của điện và từ học, được gọi là các *phương trình Maxwell*, thường được phát biểu thông qua các điện trường và từ trường. Maxwell đã chứng minh được bằng toán

học rằng các trường này chứa năng lượng và xung lượng như Faraday đã dự đoán. Maxwell đã công bố các công trình này trong những năm 1860, nhưng lúc đó Faraday đã bị ngã bệnh não suy và qua đời sau đó mấy năm.

Faraday có biệt tài giải thích các kết quả khoa học cho công chúng và làm cho họ quan tâm tới khoa học. Ông là người đã đề xướng các Bài giảng chiêu thứ sáu hàng tuần tại Học viện Hoàng gia, mà tới nay vẫn được duy trì như một cơ hội giao lưu giữa các nhà khoa học và những người không thông hiểu về chuyên môn. Nhờ các bài giảng của mình mà ông đã được giới trẻ biết đến và thừa nhận. Cuốn sách "Lịch sử hoá học của cây nến" ông viết cho trẻ em là một cuốn sách kinh điển và đến nay vẫn còn được tái bản.

## ?

### CÂU HỎI

- 1** Nếu  $E = 0$  ở mỗi điểm trên mặt, thông lượng đi qua mặt đó có nhất thiết phải bằng không ? Giả sử mặt là kín, bạn có thể nói gì về điện tích ở bên trong mặt này ?
- 2** Nếu thông lượng đi qua một mặt bằng không, có nhất thiết  $E = 0$  ở mỗi điểm trên mặt đó không ? Giải thích.
- 3** Nếu thông lượng qua một mặt kín bằng không, có tồn tại điện tích dư thừa ở các điểm bên trong mặt đó không ? Giải thích.
- 4** Nếu điện tích tổng cộng bên trong một mặt kín bằng không, các đường sức trường có đi qua mặt đó không ? Nếu các đường sức có đi qua mặt thì bạn có thể nói gì về số đường sức hướng vào trong thể tích kín so với số đường sức hướng từ thể tích này ra ngoài ?
- 5** Trường  $E$  trong tích phân thông lượng của định luật Gauss là do chỉ các điện tích bên trong mặt Gauss gây ra ? chỉ do các điện tích ở ngoài mặt Gauss gây ra, hay do tất cả các hạt ở khắp mọi nơi gây ra ?
- 6** Điện tích  $\Sigma q$  trong định luật Gauss có phải chỉ là các điện tích bên trong mặt Gauss ? chỉ là các điện tích ở ngoài mặt Gauss ? hay các điện tích ở khắp mọi nơi ?

7 Thông lượng qua một mặt kín bao quanh một luồng cực điện bằng bao nhiêu ?

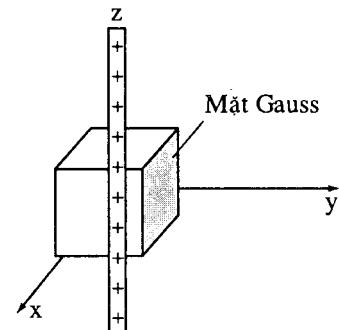
8 Mặt Gauss dạng hình lập phương liệu có thể được dùng để tìm điện trường gần đúng tại các điểm ở gần điểm chính giữa của một dây dẫn dài tích điện đều (hình 17-21) không ? Giải thích.

9 Giả sử hai hạt có điện tích khác nhau nằm gần nhau và đều bị giam trong một mặt Gauss. Nếu các hạt trao đổi vị trí cho nhau, liệu thông lượng đi qua mặt có thay đổi không ? Trường ở các điểm trên mặt có thay đổi không ?

10 Một vật dẫn trung hoà có hình dáng bất kì chứa trong nó một miền rỗng có hình dáng bất kì. Bên trong miền này có một hạt điện tích  $q = +10\text{nC}$ . Điện tích trên mặt trong của vật dẫn bằng bao nhiêu ? Giả sử hạt được chuyển sang chỗ khác bên trong miền rỗng. Liệu giá trị của điện tích trên mặt trong hay mặt ngoài vật dẫn có bị thay đổi không ? Mật độ điện tích mặt ở các điểm trên mặt trong và bên ngoài vật dẫn có bị thay đổi không ? Trường bên trong và bên ngoài vật dẫn có bị thay đổi không ?

11 Giả sử  $E$  có phương không đổi, nhưng độ lớn thì thay đổi trong một miền cho trước. Bạn có thể kết luận gì về điện tích trong miền này ?

12 Cả định luật Coulomb lẫn định luật Newton về hấp dẫn vũ trụ đều tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách, với lực tác dụng hướng dọc theo đường nối giữa hai hạt tương tác. Liệu ta có thể áp dụng định luật Gauss cho các trường hấp dẫn như cho các điện trường không ? Nếu một vật chứa trong nó một mặt Gauss, tính chất nào của vật này tỉ lệ với thông lượng hấp dẫn đi qua mặt đó ? Giải thích.



Hình 17-21

## ĐỀ TẬP

### Mục 17-1. Thông lượng

- Xác định giá trị thông lượng của một trường đều,  $E = 660\text{N/C}$ , hướng thẳng đứng từ dưới lên trên, qua một bề mặt chữ nhật phẳng (kích thước  $1,5\text{m} \times 2,1\text{m}$ ) khi : (a) Mặt nằm ngang, (b) Mặt thẳng đứng, (c) Pháp tuyến của mặt làm một góc  $32^\circ$  với đường thẳng đứng.
- Xác định giá trị thông lượng của một trường đều ( $E = 840\text{N/C}$ ) qua một chiếc bát hình bán cầu hở ( $r = 0,41\text{ m}$ ), khi : (a)  $E$  song song với trục của bát và (b)  $E$  làm với trục của bát một góc  $63^\circ$ .

- 3 Một hộp hình lập phương, cạnh  $l$ , chỉ có năm mặt vì một mặt được gỡ bỏ. Xác định giá trị thông lượng của một trường đều có độ lớn  $E_0$  qua mặt của hộp, khi : (a) Trường hướng song song với pháp tuyến của mặt bị gỡ bỏ, (b) Trường hướng vuông góc với pháp tuyến của mặt bị gỡ bỏ, (c) Trường làm với pháp tuyến mặt bị gỡ bỏ một góc  $\theta$ .
- 4 Một bê mặt phẳng diện tích  $2,8\text{m}^2$  định hướng sao cho vectơ diện tích của nó song song với một trường đều và có 98 đường sức trường đi qua bê mặt đó. Góc giữa hướng của trường và vectơ diện tích bằng bao nhiêu khi mặt định hướng sao cho chỉ có 38 đường sức trường đi qua mặt đó ?

### Mục 17-2. Định luật Gauss

- 5 Một mặt Gauss cầu bán kính  $1,0\text{m}$  có tâm đặt tại hạt có điện tích  $1,0\text{nC}$ . (a) Diện tích mặt cầu Gauss bằng bao nhiêu ? (b) Tính  $E$  tại mỗi điểm trên mặt cầu Gauss. (c) Xác định thông lượng qua mặt cầu Gauss đó. (d) Làm lại các phần (a), (b) và (c) đối với mặt cầu Gauss có bán kính  $2,0\text{m}$ .
- 6 Một mặt Gauss có dạng hình lập phương có một góc đặt ở gốc hệ toạ độ, còn góc đối diện trên đường chéo ở điểm  $(l, l, l)$  sao cho các cạnh của hình lập phương nằm dọc theo các trục toạ độ. Các hạt có điện tích và vị trí  $(x, y, z)$  của chúng tương ứng là  $q_1 = 33\text{nC}$  ở  $\left(\frac{l}{2}, 0, 2l\right)$ ,  $q_2 = -54\text{nC}$  ở  $\left(\frac{l}{3}, \frac{l}{4}, \frac{l}{3}\right)$  và  $q_3 = 28\text{nC}$  ở  $\left(\frac{l}{4}, \frac{l}{2}, \frac{l}{3}\right)$ . Thông lượng đi qua mặt Gauss này bằng bao nhiêu ?

### Mục 17-3. Rút ra định luật Gauss từ định luật Coulomb

- 7 Góc khối được nhìn từ một điểm được định nghĩa là  $\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$  ở đây  $\Delta S$  là diện tích của chỏm cầu bán kính  $r$  có tâm ở điểm này. Góc khối không có thứ nguyên, còn đơn vị của nó trong hệ SI là Steradian (sr). Cho biết rằng  $\frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$  chứng minh rằng các chụp cầu 1 và 2 trên hình 17-6 được nhìn từ vị trí của hạt tích điện với cùng một góc khối.
- 8 Gần bê mặt Trái Đất có tồn tại một điện trường trung bình cỡ  $150\text{N/C}$  hướng từ trên xuống dưới. Hãy đánh giá điện tích tổng cộng của Trái Đất. Giả sử rằng điện tích này được phân bố đều trên bê mặt Trái Đất, hãy tìm mật độ điện tích mặt.
- 9 Người ta thấy điện trường hướng từ trên xuống dưới trong bầu khí quyển Trái Đất giảm về độ lớn khi độ cao tính từ mặt đất tăng. Giả sử  $E$  bằng  $100\text{N/C}$  ở độ cao  $200\text{m}$  và bằng  $50\text{N/C}$  ở độ cao  $300\text{m}$  trên mặt đất. Hãy

tính mật độ điện tích khối trung bình trong bầu khí quyển của Trái Đất ở dải độ cao từ 200m tới 300m.

- 10 Xét một tấm chất dẻo rất rỗng có độ dày 5,4mm và mật độ điện tích đều  $\rho$ . Ở sát ngoài mặt và gần tâm tấm chất dẻo này,  $E$  hướng từ tấm chất dẻo ra phía ngoài ở cả hai phía và có độ lớn 940N/C. Hãy xác định  $\rho$ .
- 11 Một lớp cầu tích điện đều với điện tích tổng cộng  $Q = -34nC$  có tâm ở gốc hệ toạ độ (hình 17-22). Tìm thông lượng đi qua mặt Gauss hình lập phương với các cạnh nằm dọc theo các trục toạ độ và một góc nằm ở gốc toạ độ. Chiều dài các cạnh của hình lập phương lớn hơn bán kính hình cầu. Thông lượng đi qua mỗi mặt của hình lập phương bằng bao nhiêu ?
- 12 Vẽ sơ đồ tiết diện ngang của mặt Gauss cho trên hình 17-8 với một chụp cầu được lôi ra. Bạn cũng vẽ cả điện tích điểm và các đường sức của nó trên mặt phẳng của hình vẽ. Dùng sơ đồ của bạn để chứng minh rằng cách biểu diễn trường bằng đường sức phù hợp với giá trị thông lượng đi qua mặt này là  $\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ .

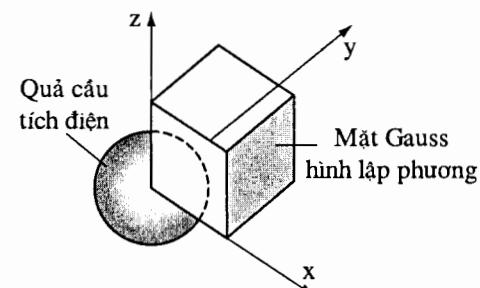
- 13 Chứng minh rằng định luật Gauss đối với trường hấp dẫn

$$\Phi_G = \oint \mathbf{g} d\mathbf{S} = -4\pi G \sum m_i$$

phù hợp với định luật Newton về hấp dẫn vũ trụ  $\Sigma m_i$  có ý nghĩa gì ? Tại sao dấu trừ ở hệ thức trên là cần thiết ? Tại sao  $4\pi$  lại có mặt trong công thức ?

#### Mục 17-4. Dùng định luật Gauss để tìm $E$

- 14 Một thanh mảnh và thẳng có điện tích  $-230nC$  phân bố đều dọc theo chiều dài 6,3m của thanh. (a) Xác định mật độ điện tích dài. (b) Đánh giá  $E$  ở gần điểm chính giữa của thanh tại khoảng cách vuông góc cách thanh 25mm.
- 15 Xét một tấm phẳng hình vuông, mỏng có mật độ điện tích đều, với  $Q = +79nC$  và diện tích  $1,2m^2$ . (a) Xác định mật độ điện tích mặt. (b) Đánh giá  $E$  ở gần điểm chính giữa tấm phẳng và cách nó 10 và 20mm tính theo đường vuông góc với tấm.
- 16 Điện trường ở điểm cách một đĩa mỏng, phẳng tích điện đều một khoảng 12mm tính theo đường vuông góc với đĩa đi qua tâm đĩa và hướng về đĩa với giá trị  $74 \cdot 10^3 N/C$ . Bán kính của đĩa là 0,91m. (a) Mật độ điện tích mặt



Hình 17-22

của đĩa bằng bao nhiêu ? (b) Điện tích trên đĩa bằng bao nhiêu ? (c) Đánh giá trường ở khoảng cách 24mm tính từ tâm đĩa trên đường vuông góc với mặt đĩa tại tâm.

- 17 Một lớp cầu mỏng tích điện đều có  $Q = -87\text{nC}$  và  $r_0 = 55\text{mm}$ . (a) Mật độ điện tích mặt  $\sigma$  của lớp cầu bằng bao nhiêu ? (b) Tìm  $E$  ở  $r = 25, 50, 75$  và  $100\text{mm}$  tính từ tâm của lớp cầu.
- 18 Chứng minh rằng độ lớn của điện trường đối với một lớp cầu tích điện đều có thể được viết theo  $\sigma$  như sau :

$$E = 0 \quad (r < r_0)$$

$$E = \frac{\sigma r_0^2}{\epsilon_0 r^2} \quad (r > r_0)$$

- 19 Xét một khối cầu tích điện đều với mật độ khối  $\rho$ , có  $Q = 61\text{nC}$  và  $r_0 = 48\text{mm}$ . (a) Xác định  $\rho$ . (b) Tìm  $E$  tại  $r = 24, 48$  và  $96\text{mm}$  tính từ tâm hình cầu.

- 20 Chứng minh rằng độ lớn của điện trường gây ra bởi một khối cầu tích điện đều với mật độ khối  $\rho$  có thể được viết theo  $\rho$  như sau :

$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad (r < r_0)$$

$$E = \frac{\rho r_0^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad (r > r_0)$$

- 21 Giả sử bạn đo được điện trường là  $284\text{N/C}$  có phương xuyên tâm hướng từ trong ra ngoài tại khoảng cách  $r = 15\text{mm}$  tính từ tâm của một điện tích phân bố khối đều hình cầu. (a) Chỉ với thông tin này, hãy xác định bất kì đại lượng nào trong số các đại lượng sau đây mà bạn có thể : điện tích  $Q$ , bán kính  $r_0$ , mật độ điện tích  $\rho$ . (b) Thêm một thông tin là  $E = 370\text{kN/C}$  tại  $r = 30\text{mm}$ , xác định bất kì đại lượng nào trong số các đại lượng còn lại từ phần (a) mà bạn có thể.

#### Mục 17-5. Các tính chất tĩnh điện của vật dẫn

- 22 Một quả cầu kim loại rắn bán kính  $62\text{mm}$  có điện tích  $+46\text{nC}$ . (a) Điện tích này được phân bố như thế nào ? (b) Tìm  $E$  tại  $r = 30, 60$  và  $90\text{mm}$ , ở đây  $r$  là khoảng cách tính từ tâm của quả cầu đến điểm ở đó  $E$  được đánh giá. (c) Đáp số cho phần (a) hay phần (b) có thay đổi không nếu quả cầu là rỗng ?
- 23 Khi một tấm dẫn điện phẳng mỏng được đặt vào một điện trường đều có phương vuông góc với tấm này, trường ở ngoài vật dẫn gần điểm chính

giữa của nó hầu như không thay đổi. Giả thiết tấm này được đặt vào một trường có độ lớn  $940\text{N/C}$ . Tìm độ lớn của mật độ điện tích mặt do cảm ứng sinh ra trên mỗi mặt của tấm này ở gần điểm chính giữa của nó.

- 24 Điện trường ở ngay phía ngoài điểm P trên mặt một vật dẫn có dạng bát kì bằng  $620\text{N/C}$  hướng từ mặt ra ngoài. Mật độ điện tích mặt tại điểm P bằng bao nhiêu?
- 25 Một mặt kín nằm gần ba điện tích điểm :  $q_1 = -7,9\text{nC}$ ,  $q_2 = -3,6\text{nC}$  và  $q_3 = 5,3\text{nC}$ . Mặt này chứa các điện tích  $q_1$  và  $q_3$  bên trong, còn điện tích  $q_2$  nằm ngoài mặt đó. Thông lượng qua mặt này bằng bao nhiêu?
- 26 Bán kính của một điện tích khối cầu đều là  $100\text{mm}$  và giá trị điện trường trên mặt của nó là  $1000\text{N/C}$ . Tìm giá trị điện trường : (a) Tại tâm hình cầu, (b) Cách tâm  $50\text{mm}$ , (c) Cách tâm  $150\text{mm}$  và (d) Cách tâm  $200\text{mm}$ .
- 27 Bán kính của một lớp cầu tích điện đều là  $100\text{mm}$  và giá trị điện trường ở sát ngay ngoài mặt của nó là  $1000\text{N/C}$ . Tìm giá trị điện trường : (a) Tại tâm, (b) Cách tâm  $50\text{mm}$ , (c) Cách tâm  $150\text{mm}$  và (d) Cách tâm  $200\text{mm}$ .

## BÀI TẬP NÂNG CAO

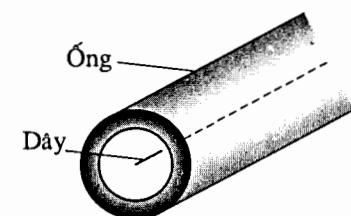
- 1 **Trường của một lớp trụ tích điện.** Xét một lớp trụ thẳng, rất dài có mật độ điện tích mặt đều  $\sigma$  và bán kính  $R_0$ . Điện tích phân bố giống như sự phân bố khối lượng trên một ống sáo dài có thành mỏng. (a) Chứng minh rằng giá trị gần đúng của điện trường tại các điểm ở xa các đầu của lớp trụ được cho bởi

$$E = 0 \quad (R < R_0)$$

$$E = \frac{\sigma R_0}{\epsilon_0 R} \quad (R > R_0)$$

ở đây  $R$  là khoảng cách vuông góc tính từ trục của lớp trụ tới điểm ở đó trường được đánh giá. (b) Chứng minh rằng kết quả này phù hợp với ví dụ 17-3 khi  $R > R_0$ . (c) Vẽ đồ thị của  $E$  theo  $R$ .

- 2 **Một dây tích điện đồng trực với một ống dẫn điện.** Một dây dẫn mảnh, thẳng dài  $12\text{m}$ , tích điện  $Q = -74\text{nC}$  và có mật độ điện tích dài đều được đặt đồng trực với một ống dẫn điện trung hoà về điện có cùng chiều dài ; bán kính trong  $6,0\text{mm}$  và bán kính ngoài  $9,0\text{mm}$  (hình 17-23). (a) Đánh giá mật độ điện tích cảm ứng tại mặt trong và mặt ngoài



Hình 17-23. BTNC 2

của ống. (b) Đối với các điểm nằm trên mặt phẳng vuông góc và chia đôi ống. Hãy vẽ đồ thị của  $E$  theo  $R$  trong khoảng từ  $R = 1,0$  đến  $15\text{mm}$ , ở đây  $R$  là khoảng cách vuông góc tính từ dây dẫn.

- 3. Hình trụ có phân bố điện tích khối đều.** Xét một khối trụ rất dài có mật độ điện tích khối đều  $\rho$ , bán kính  $R_0$ . Điện tích phân bố giống như phân bố khối lượng của một thanh đặc dài có tiết diện ngang hình tròn như một cái cán chổi. (a) Chứng minh rằng giá trị của điện trường ở các điểm nằm xa hai đầu của phân bố điện tích được cho bởi

$$E = \frac{R\rho}{2\epsilon_0} \quad (R < R_0)$$

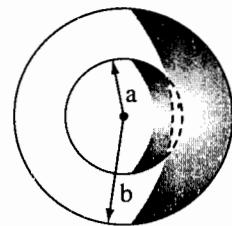
$$E = \frac{R_0^2\rho}{2\epsilon_0 R} \quad (R > R_0)$$

ở đây  $R$  là khoảng cách vuông góc tính từ trục của khối trụ tính điện tới điểm ở đó  $E$  được đánh giá. (b) Chứng minh rằng kết quả này phù hợp với ví dụ 17-2 khi  $R > R_0$ . (c) Vẽ đồ thị của  $E$  theo  $R$ .

- 4. Các lớp cầu tích điện trái dấu.** Xét hai lớp cầu đồng tâm có các mật độ điện tích mặt đều  $\sigma_a$  và  $\sigma_b$  và bán kính  $a$  và  $b$ ,  $b > a$ , như được vẽ trên hình 17-24. Hai lớp cầu có điện tích bằng nhau và trái dấu :  $q_a = -Q$  và  $q_b = +Q$ , với  $Q > 0$ .

(a) Tìm các biểu thức của  $E$  trong ba miền không gian :  $r < a$ ,  $a < r < b$ , và  $r > b$ , ở đây  $r$  là khoảng cách tính từ tâm của các hình cầu đến điểm ở đó  $E$  được đánh giá.

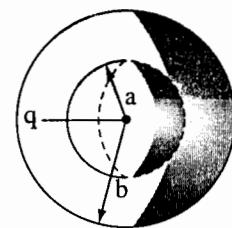
(b) Vẽ đồ thị của  $E$  theo  $r$ , từ  $r = 0$  tới  $3a$  đối với trường hợp  $b = 2a$ .



Hình 17-24. BTNC 4

**Các lớp cầu tích điện.** Làm lại bài toán trên nhưng với  $q_b = +2Q$ .

- 5. Lớp cầu dẫn điện đồng tâm với một điện tích điểm.** Một lớp cầu dẫn điện có bán kính trong  $a = 30\text{mm}$ , bán kính ngoài  $b = 50\text{mm}$ , trung hoà về điện và có một hạt tích điện  $q = 28\text{nC}$  ở tâm của nó (như được cho trên hình 17-25). (a) Xác định mật độ điện tích ở các mặt trong và ngoài của vật dẫn. (b) Tìm  $E$  như một hàm số của khoảng cách  $r$  tính từ hạt và vẽ đồ thị của  $E$  từ  $r = 20$  tới  $70\text{mm}$ .



Hình 17-25. BTNC 5

- 6. Lớp cầu dày có mật độ điện tích khối đều.** Xét một lớp cầu dày có mật độ điện tích khối đều  $\rho$ , điện tích  $Q$ , bán kính trong  $a$  và bán kính ngoài  $b$ . (a) Chứng minh rằng :

$$E = 0 \quad (r < a) ; \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{r^3 - a^3}{b^3 - a^3} \quad (a < r < b) ; \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > b)$$

ở đây  $r$  là khoảng cách tính từ tâm hình cầu tới điểm ở đó  $E$  được đánh giá.

(b) Vẽ đồ thị của  $E$  theo  $r$ .

- 7 **Điện tích khối không đều đối xứng cầu.** Một phân bố điện tích đối xứng cầu có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ . Mật độ điện tích khối tăng tuyến tính từ tâm ra,  $\rho = Ar$ , với  $A$  là hằng số. Chứng minh rằng

$$A = \frac{Q}{\pi r_0^4} ; \quad E = \frac{Qr^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^4} \quad (r < r_0) ; \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > r_0)$$

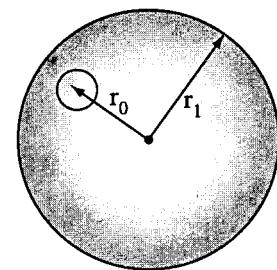
(Gợi ý : Thể tích nguyên tố thích hợp cho phân bố điện tích đối xứng cầu là lớp cầu mỏng có bề dày  $dr$  :  $dV = 4\pi r^2 dr$ ).

- 8 **Điện tích khối cầu đều với một hốc cầu không đồng tâm.** Một phân bố điện tích cầu đều có một hốc cầu nằm trong nó (hình 17-26). Vectơ vị trí từ tâm của hình cầu đến tâm của hốc là  $r_0$ . Chứng minh rằng trường ở trong

$$\text{hốc là đều và song song với } r_0 : E = \frac{\rho r_0}{3\epsilon_0} .$$

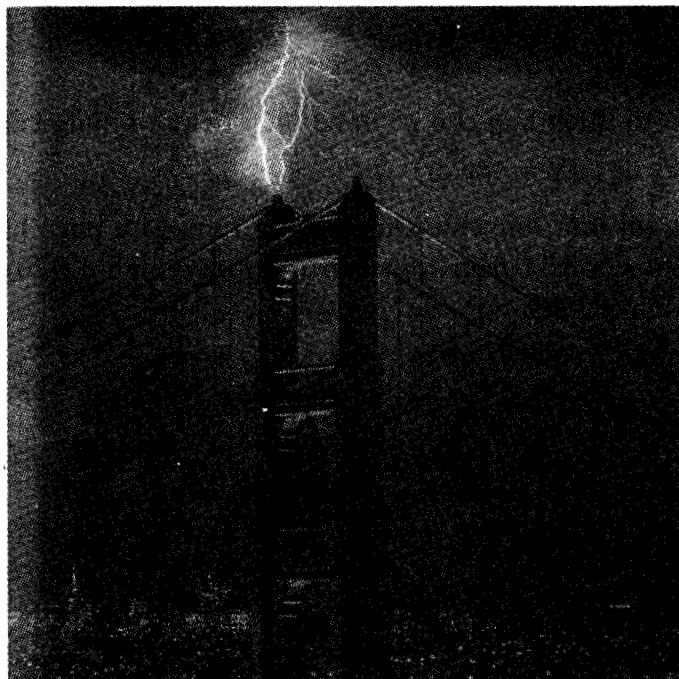
Chú ý rằng kết quả này không phụ thuộc vào bán kính của cả hình cầu lỗn của hốc.

(Gợi ý : Xem hốc như là có mật độ điện tích đều và âm chống lên mật độ điện tích đều dương của hình cầu).



Hình 17-26. BTNC 8

# ĐIỆN THẾ



- 18-1. Thể năng điện
- 18-2. Điện thế
- 18-3. Hiệu điện thế
- 18-4. Hệ thức giữa  $E$  và  $V$
- 18-5. Các mặt đẳng thế
- 18-6. Nói thêm về những tính chất tĩnh điện của một vật dẫn

Các điện tích dương và âm hình thành trong các đám mây dông tạo ra một hiệu điện thế đến hàng trăm triệu volt và sự phóng điện đã xảy ra

Trong hai chương trước, tác dụng điện của một phân bố điện tích có thể được mô tả bằng điện trường do phân bố đó gây ra. Trong chương này ta sẽ giới thiệu thêm một dạng khác của trường, được gọi là **điện thế**. Điện trường  $E$  được định nghĩa là *lực trên một đơn vị điện tích* và vì lực là một vectơ, nên  $E$  là một trường vectơ. Điện thế  $V$  được định nghĩa như là *thể năng trên một đơn vị điện tích*, và vì thể năng là một đại lượng vô hướng, nên  $V$  là một trường vô hướng. Vì  $V$  là một vô hướng, nên dùng nó thường thuận tiện hơn  $E$ , tuy nhiên đại lượng này có thể được suy ra từ đại lượng kia. Thực tế mối quan hệ giữa  $E$  và  $V$  cũng tương tự như mối quan hệ giữa một lực bảo toàn và thể năng gắn liền với nó.

## 18-1. THẾ NĂNG ĐIỆN

*Thế năng của một hạt thử trong điện trường của một điện tích điểm*

Ta hãy xét công thực hiện bởi lực điện khi có một hạt thử mang điện tích  $q_0$  chuyển động trong điện trường của một điện tích điểm cố định  $q$ .

Trên hình 18-1a, hạt thử  $q_0$  di chuyển trên một quỹ đạo bất kì từ điểm 1 đến điểm 2. Lực điện tác dụng lên  $q_0$  là  $\mathbf{F} = q_0\mathbf{E}$  với  $\mathbf{E}$  là điện trường do điện tích  $q$  gây ra. Công của lực tĩnh điện trong chuyển rời vô cùng bé  $d\mathbf{l}$  là :

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = q_0 E dl \cos\phi$$

trong đó  $\phi$  là góc giữa  $\mathbf{E}$  và  $d\mathbf{l}$ . Hình 18-1b biểu diễn một dịch chuyển vô cùng bé  $d\mathbf{l}$  (đã được phóng đại cho  $r_0$ ). Ta thấy  $dl \cos\phi = dr$ .

Do đó :

$$dW = q_0 E dr = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

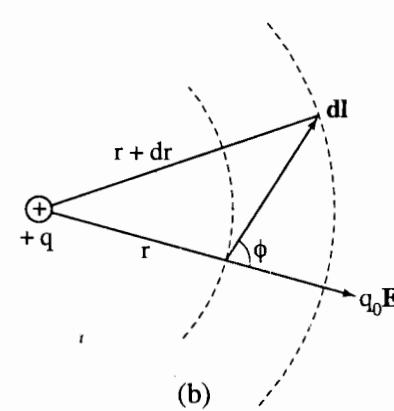
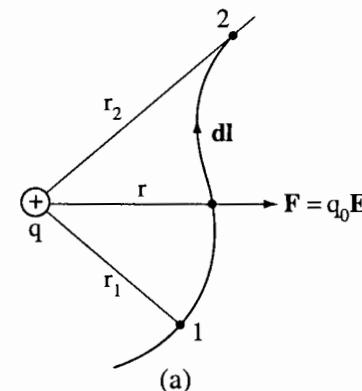
Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển  $q_0$  trên một quỹ đạo bất kì từ điểm 1 đến điểm 2 là :

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 dW = \int_1^2 \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (18-1)$$

Phương trình này cho thấy :

*Công của lực tĩnh điện trong sự di chuyển điện tích  $q_0$  trong điện trường của một điện tích điểm  $q$  không phụ thuộc vào hình*

*dạng của đường đi mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối.*



Hình 18-1. (a) Hạt thử  $q_0$  di chuyển theo một quỹ đạo bất kì. (b) Độ biến thiên  $dr = dl \cos\phi$ .

Nếu công do một lực thực hiện không phụ thuộc đường đi thì lực đó gọi là **lực bảo toàn** (chương 6), và độ biến thiên của thế năng bằng công thực hiện bởi lực bảo toàn với dấu ngược lại :

$$U_2 - U_1 = -W = - \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} \quad (18-2)$$

Thay giá trị của  $W$  từ phương trình (18-1), ta tìm được độ biến thiên thế năng của hạt thử là :

$$U_2 - U_1 = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (18-3)$$

Mặc dù chỉ có những thay đổi về thế năng mới có ý nghĩa vật lí, nhưng nếu ta chọn một vị trí mốc (hay vị trí quy chiếu) mà tại đó thế năng được xác định bằng không, thì sẽ thuận tiện hơn nhiều. Bằng cách này ta có thể nói về thế năng của một hạt tích điện tại một điểm nào đó, nhưng luôn nhớ rằng giá trị của nó phụ thuộc vào vị trí mốc đã lựa chọn. Từ phương trình (18-3), ta có thể lựa chọn thế năng  $U(r)$  ở khoảng cách  $r$  là :

$$U(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (18-4)$$

Thay  $r = \infty$  vào phương trình (18-4) ta được  $U = 0$  tại  $r = \infty$ . Điều đó có nghĩa là : thế năng được chọn bằng không khi hai hạt bị đẩy khá xa nhau đến mức mà tác động điện do chúng gây ra đối với nhau là không đáng kể. Điều đó có nghĩa là ta đã chọn mốc tính thế năng tại  $\infty$  ( $U_\infty = 0$ ).

Đặt điểm 2 trong phương trình (18-2) tương ứng với một khoảng cách  $r$  [ $r_2 = r$ ,  $U_2 = U(r)$ ] và đặt điểm 1 tương ứng với một khoảng cách rất lớn ( $r_1 = \infty$ ,  $U_\infty = 0$ ). Phương trình (18-2) sẽ trở thành :

$$U(r) = - \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_r^{\infty} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} \quad (18-5)$$

Từ biểu thức này, ta có thể thấy rằng  $U(r)$  bằng giá trị âm của công do lực điện thực hiện khi hạt thử bị di chuyển từ một điểm rất xa tới nơi cách một điện tích điểm một khoảng  $r$ . Giá trị âm của công do một lực thực hiện cũng chính là công được sinh ra để chống lại lực đó. Thành thử ta có thể

coi  $U(r)$  như là công sinh ra để chống lại lực điện (bởi một tác nhân bên ngoài) khi hạt thử bị di chuyển từ một điểm rất xa tới nơi ở cách điện tích điểm một khoảng  $r$ , hoặc có thể coi  $U(r)$  như công của lực điện sinh ra khi hạt thử di chuyển từ  $r$  đến vô cùng.

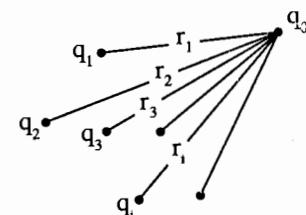
### *Thế năng của một hạt thử trong điện trường của nhiều điện tích điểm*

Giả thiết hạt thử ở trong điện trường của hai điện tích điểm  $q_1$  và  $q_2$ . Theo nguyên lý chồng chập thì lực điện  $\mathbf{F}$  tác dụng lên hạt thử mang điện tích  $q_0$  là :

$$\mathbf{F} = q_0 \mathbf{E} = q_0 (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)$$

trong đó  $\mathbf{E}_1$  và  $\mathbf{E}_2$  là các phần đóng góp vào điện trường do  $q_1$  và  $q_2$  gây ra. Công thực hiện bởi lực  $\mathbf{F}$  để làm hạt thử di chuyển từ 1 đến 2 là :

$$\int_{1'}^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 q_0 (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot d\mathbf{l}$$



**Hình 18-2.** Thế năng của một hạt thử phụ thuộc vào các khoảng cách từ nó tới từng hạt khác.

Có thể tách công thành hai phần đóng góp mà mỗi phần đều không phụ thuộc vào đường đi từ 1 đến 2. Theo phương pháp đã được sử dụng ở trên, ta có :

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

trong đó  $r_1$  và  $r_2$  là các khoảng cách giữa hạt thử và các điện tích điểm 1 và 2, tương ứng. Mở rộng cho trường hợp mà hạt thử ở trong điện trường của nhiều điện tích điểm, ta được :

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \quad (18-6)$$

Trong đó  $r_i$  là khoảng cách giữa hạt thử và điện tích điểm  $i$  (hình 18-2).

## 18-2. ĐIỆN THẾ

Trong chương 16, ta đã thấy tỉ số  $\frac{F}{q_0}$  phụ thuộc vào phân bố điện tích nhưng không phụ thuộc  $q_0$ . Tỉ số này được định nghĩa như là điện trường  $E$ . Phương trình (18-6) gọi một cách làm tương tự đối với thế năng điện  $U$ . Nếu chia  $U$  cho  $q_0$ , thì đại lượng thu được cũng không phụ thuộc  $q_0$ . Thành thử **điện thế**  $V$  được định nghĩa là :

$$V = \frac{U}{q_0} \quad (q_0 \text{ nhỏ}) \quad (18-7)$$

*Điện thế*  $V$  tại một điểm  $P$  bằng thế năng điện  $U$  của một hạt thử đặt tại  $P$  chia cho điện tích  $q_0$  của hạt thử đó.

Cũng giống như  $E$ ,  $V$  là một đại lượng đặc trưng cho trường, nó có một giá trị tại mỗi điểm trong không gian. Vì  $U$  là một vô hướng nên  $V$  là một trường vô hướng. Từ phương trình (18-7), ta suy ra đơn vị điện thế trong hệ SI là jun trên culông (J/C) và được gọi là vôn ( $V$ ).

Điện thế  $q_0$  của hạt thử được sử dụng để đo điện thế phải nhỏ như đã chỉ rõ trong phương trình (18-7). Nếu điện tích  $q_0$  của

hạt thử không nhỏ, thì sự có mặt của nó có thể làm thay đổi phân bố điện tích đã gây ra điện thế, và do đó làm thay đổi điện thế cần đo.

### Điện thế do các hạt tích điện gây ra

Khi chia phương trình (18-6) cho  $q_0$ , ta thu được tại một điểm  $P$ , một điện thế do một phân bố các hạt tích điện gây ra :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \quad (18-8)$$

trong đó  $r_i$  là khoảng cách giữa hạt  $i$  và điểm  $P$ . Ứng dụng đơn giản nhất của phương trình (18-8) là xác định được điện thế  $V$  do chỉ một hạt mang điện tích  $q$  gây ra tại một điểm cách xa  $r$  :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (18-9)$$

Một khi đã biết điện thế do một phân bố điện tích gây ra, thì có thể xác định được thế năng của một hạt tích điện (đối với  $U_\infty = 0$ ). Giả sử một hạt mang điện tích  $q$  được đặt tại một điểm có điện thế  $V$ , thì thế năng điện  $U$  của hạt tại điểm đó sẽ là  $U = qV$ .

### VÍ DỤ 18-1

**Mẫu Bohr của nguyên tử hidrô.** Có một mô hình quan trọng của nguyên tử gọi là mẫu Bohr theo tên nhà phát minh Niels Bohr. Ở trạng thái cơ bản hay

trạng thái năng lượng thấp nhất của nguyên tử hiđrô, electron chuyển động trên một quỹ đạo tròn bán kính  $0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Xung quanh hạt nhân (là một proton). (a) Xác định điện thế do hạt nhân gây ra tại một điểm trên quỹ đạo của electron. (b) Xác định thế năng của electron ra jun và electron - vôn ( $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ ).

**Giải.** (a) Mọi điểm trên quỹ đạo tròn của electron đều ở cách xa proton một khoảng  $r = 0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Thành thử điện thế do proton gây ra tại bất kỳ điểm nào trên quỹ đạo của electron đều bằng :

$$V = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$= (9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2) \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}}{0,529 \cdot 10^{-10} \text{m}} \approx 27,2 \text{V}.$$

(b) Thế năng  $U$  của một hạt điện tích  $q$  tại điểm có điện thế  $V$  là  $U = qV$ .

Do đó thế năng của electron tính ra jun là :

$$U = (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}) \cdot (27,2 \text{V}) = -4,35 \cdot 10^{-18} \text{J} = -27,2 \text{eV}.$$

### Bài tự kiểm tra 18-1

Theo mẫu Bohr, khi electron ở trạng thái kích thích thứ nhất của nguyên tử hiđrô, thì bán kính quỹ đạo của nó bằng  $2,116 \cdot 10^{-10}$ m. (a) Xác định điện thế do proton gây ra tại một điểm trên quỹ đạo tròn của electron. (b) Xác định thế năng của electron ra electron vôn.

**Đáp số:** (a)  $V = 6,80 \text{V}$ ; (b)  $U = -6,80 \text{ eV}$ .

### VÍ DỤ 18-2

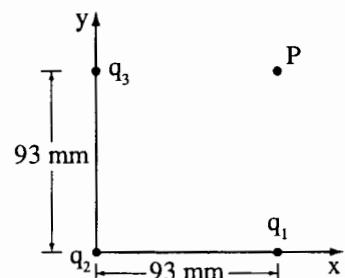
**Điện thế gây bởi các điện tích điểm.** Tìm điện thế tại điểm P trên hình 18-3 trong đó  $q_1 = 33\text{nC}$ ,  $q_2 = -51\text{nC}$  và  $q_3 = 47\text{nC}$ .

**Giải.** Từ phương trình 18-8, ta có :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

$$= (9,0 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2) \left( \frac{33\text{nC}}{93\text{mm}} + \frac{-51\text{nC}}{130\text{mm}} + \frac{47\text{nC}}{93\text{mm}} \right) = 4,2 \cdot 10^3 \text{V}$$

trong đó ta đã dùng  $\sqrt{(93\text{mm})^2 + (93\text{mm})^2} \approx 130\text{mm}$ .



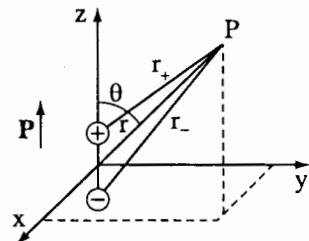
Hình 18-3. Ví dụ 18-2

## VÍ DỤ 18-3

**Điện thế do một lưỡng cực điện gây ra.** Hình 18-4a cho một lưỡng cực điện với momen  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$ , đặt tại gốc toạ độ. Xác định điện thế do lưỡng cực gây ra ở những khoảng cách lớn hơn khoảng cách  $2a$  giữa các hạt tích điện tạo nên lưỡng cực.

**Giải.** Gọi  $V_+$  và  $V_-$  là các phần đóng góp vào điện thế do các hạt mang điện dương và âm tương ứng gây ra, ta có :

$$\begin{aligned} V &= V_+ + V_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_-} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \end{aligned}$$



(a)

Nếu  $r \gg a$  thì từ hình 18-4a, ta suy ra :  $r_+ \approx r_- \approx r$  và từ hình 18-4b,  $r_- - r_+ \approx 2a \cos \theta$ . Vì vậy :

$$V \approx \frac{2aq \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

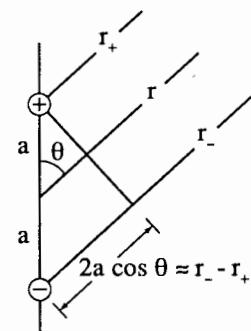
Sử dụng vectơ đơn vị  $\hat{\mathbf{r}}$  xuất phát từ gốc toạ độ và hướng về phía điểm P, ta có thể viết như sau :

$$V \approx \frac{\mathbf{p} \hat{\mathbf{r}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (18-10)$$

Điện thế do lưỡng cực gây ra bằng không tại mọi điểm trong mặt phẳng xy ( $\theta = 90^\circ$ ) điện thế sẽ dương tại mọi điểm ở phía trên mặt phẳng xy ( $0 \leq \theta < 90^\circ$ ) điện thế sẽ âm tại mọi điểm ở phía dưới mặt phẳng xy ( $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ).

### Điện thế do các phân bố điện tích liên tục gây ra

Phương trình (18-8) có thể được biến đổi thành phương trình cho điện thế do một phân bố điện tích liên tục gây ra. Phân bố điện tích liên tục được phân thành một số vô hạn các điện tích vô cùng nhỏ  $dq$ , và khi lấy giới hạn, tổng trong phương trình (18-8) sẽ trở thành một tích phân :



(b)

**Hình 18-4.** Ví dụ 18-3 (a) Điện thế gây ra tại điểm P, bởi một lưỡng cực với momen  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$  đặt tại gốc toạ độ. (b) Khi  $r \gg a$ ,  $r_- - r_+ \approx 2a \cos \theta$ .

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Hay là :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (18-11)$$

trong đó tích phân được lấy theo toàn vùng phân bố điện tích và  $r$  là khoảng cách từ  $dq$  tới điểm P mà ta cần tính điện thế.

## VÍ DỤ 18-4

**Điện thế do một vòng tròn tích điện gây ra.**

Xác định điện thế tại các điểm nằm dọc theo trục của một vòng tròn tích điện đều có bán kính  $a$  và điện tích toàn phần  $Q$ . Vòng khá mảnh để có thể coi là một điện tích dài.

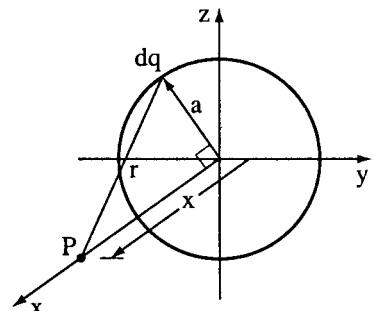
**Giải.** Hình 18-5 biểu diễn vòng tròn tích điện nằm trong mặt phẳng  $yz$ , tâm trùng với gốc toạ độ sao cho trục của nó là trục  $x$ . Điện thế tại điểm  $P$  là :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

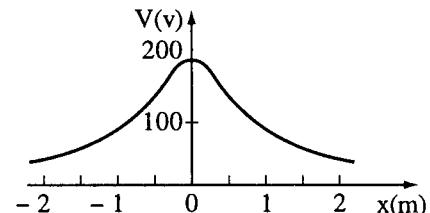
trong đó tích phân bao hàm việc cộng các phần đóng góp vào điện thế do mỗi phần tử điện tích  $dq$  quanh vòng tích điện gây ra. Vì  $x$  và  $a$  là không đổi khi tích phân, ta có :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}} \quad (18-12)$$

Hình 18-6 cho đồ thị của  $V$  theo  $x$  đối với trường hợp  $a = 0,50\text{m}$  và  $Q = +11,1\text{nC}$



**Hình 18-5.** Ví dụ 18-4 : Một vòng tích điện nằm trong mặt phẳng  $yz$ , có tâm ở gốc toạ độ.



**Hình 18-6.** Ví dụ 18-4 :  $V(x)$  ở dọc theo trục của vòng tích điện trên hình 18-5;  $Q=11,1\text{nC}$ ,  $a = 0,50\text{m}$ .

## Bài tự kiểm tra 18-4

Xác định điện thế do một vòng tích điện gây ra tại một điểm trên trục của vòng và cách xa tâm  $0,40\text{m}$ . Vòng có bán kính  $0,30\text{m}$  và điện tích  $45\text{nC}$ .

**Đáp số :**  $810\text{V}$ .

## VÍ DỤ 18-5

**Điện thế do một đĩa tích điện gây ra.** Xác định điện thế tại các điểm nằm dọc theo trục của một đĩa tích điện đều, mỏng, có bán kính  $R_0$  và mật độ điện mặt  $\sigma$ .

**Giải.** Theo hình vẽ 18-7, đĩa nằm trong mặt phẳng  $yz$  có tâm ở gốc toạ độ và có trục trùng với trục  $x$ . Đĩa được chia thành các vành vô cùng nhỏ diện tích  $2\pi rada$ , và diện tích vô cùng nhỏ của mỗi vành là  $dq = \sigma 2\pi rada$ . Sử dụng kết quả trong ví dụ trước, ta có :

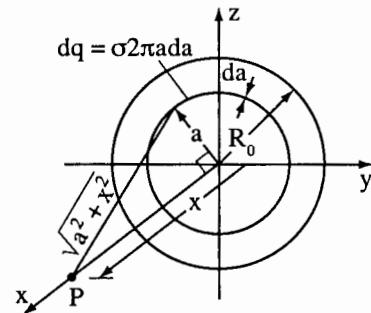
$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma 2\pi rada}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V = \int dV = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^{R_0} \frac{ada}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{x^2 + a^2} \right]_0^{R_0}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{x^2 + R_0^2} - \sqrt{x^2} \right)$$

Vì  $\sigma = \frac{Q}{\pi R_0^2}$  trong đó Q là điện tích của đĩa, ta cũng có thể viết điện thế như sau :

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_0^2} \left( \sqrt{x^2 + R_0^2} - \sqrt{x^2} \right) \quad (18-13)$$



Hình 18-7. Ví dụ 18-5 : Một đĩa mỏng với điện tích mặt phân bố đều.

### Bài tự kiểm tra 18-5

Xác định điện thế do một đĩa tích điện đều, mỏng gây ra tại một điểm trên trục đĩa và ở cách tâm một khoảng 0,40m. Đĩa có bán kính 0,30m và điện tích 45nC.

Đáp số : 900V.

## 18-3. HIỆU ĐIỆN THẾ

Định nghĩa của ta về điện thế là dựa vào vị trí mốc mà ta chọn cho thế năng :  $U = 0$  tại  $r = \infty$ . Vì thế, vị trí mốc của ta đối với điện thế V cũng là tại  $r = \infty$ . Nói cách khác, V được coi như bằng không tại các điểm ở khá xa các phân bố điện tích ( $V_\infty = 0$ ). Tuy nhiên việc lựa chọn một vị trí mốc chỉ đơn giản là vấn đề thuận tiện. Khi xét các mạch điện chương 21 thì vị trí mốc thuận tiện lại là mặt đất, hay "đất". Chỉ có sự biến đổi về thế năng mới có ý nghĩa vật lí, và tương ứng, chỉ có sự biến đổi về điện thế, hay *hiệu điện thế* mới có ý nghĩa vật lí.

Gọi  $U_1 - U_2$  là hiệu thế năng điện của một hạt thử mang điện tích  $q_0$  khi nó bị di chuyển từ điểm 1 tới điểm 2. Khi đó hiệu điện thế  $V_1 - V_2$  giữa các điểm 1 và 2 được định nghĩa là :

$$V_1 - V_2 = \frac{U_1 - U_2}{q_0} \quad (q_0 \text{ nhỏ}) \quad (18-14)$$

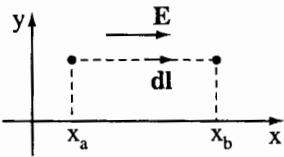
Vì hiệu thế năng của một hạt thử với điện tích  $q_0$  là giá trị âm của công thực hiện bởi lực điện, nên ta có :

$$U_2 - U_1 = -q_0 \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

chia cho  $q_0$ , ta được hiệu điện thế biểu thị theo điện trường :

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (18-15)$$

Vì lực điện là lực bảo toàn, nên bất kì đường đi nào nối các điểm 1 và 2 đều có thể được sử dụng để tính tích phân đường trong phương trình (18-15).



**Hình 18-8.** Tìm  $V_b - V_a$  trong một điện trường đều hướng theo chiều  $+x$ .

Một ứng dụng đơn giản của phương trình (18-15) là xác định hiệu điện thế giữa các điểm trong một **điện trường đều**. Trên hình 18-8, ta đặt trục  $x$  hướng dọc theo chiều của điện trường sao cho  $E = E\hat{i}$ . Vì  $E$  vuông góc với mặt phẳng  $yz$ , nên điện thế là không đổi tại mọi điểm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng  $yz$ . Để tìm được hiệu điện thế, giữa các mặt phẳng khác nhau song song với mặt phẳng  $yz$ , ta thực hiện tích tích phân đường trong phương trình (18-15) dọc theo đường

thẳng song song với trục  $x$ , có nghĩa là dọc theo đường sức của điện trường. Trong trường hợp này  $dl = dx\hat{i}$ , nên :

$$V_2 - V_1 = - \int_{x_1}^{x_2} (E\hat{i}) \cdot (dx\hat{i}) = - \int_{x_1}^{x_2} Edx$$

Vì  $E$  không đổi nên ta có :

$$V_2 - V_1 = - E(x_2 - x_1) \text{ hay là } \Delta V = - E\Delta x$$

gọi  $V_0$  là điện thế của các điểm ở trong mặt phẳng  $yz$  ( $x = 0$ ), và gọi  $V(x)$  là điện thế của các điểm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng  $yz$  với toạ độ  $x$ . Do đó, ta được :

$$V(x) - V_0 = - Ex \quad (18-16)$$

Trong một điện trường đều, hiệu điện thế thay đổi tuyến tính theo  $x$  và giảm dọc theo chiều của điện trường.

## VÍ DỤ 18-6

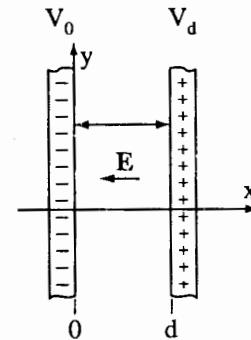
**Hiệu điện thế giữa các bản của một tụ điện phẳng.** Vẽ đồ thị của hiệu điện thế  $V(x) - V_0$  trong khoảng không gian giữa các bản của một tụ điện phẳng được biểu diễn theo tiết diện ngang trên hình 18-9 và xác định  $\Delta V$  giữa các bản tụ điện. Cho kích thước các cạnh của mỗi bản đều khá lớn so với khoảng cách giữa hai bản là  $d = 0,50\text{mm}$ , và độ lớn của mật độ điện mặt trên mỗi bản tụ là  $|\sigma| = 1,8\mu\text{C/m}^2$ .

**Giải.** Vì kích thước các cạnh của mỗi bản tụ đều khá lớn so với khoảng cách giữa các bản, nên ta có thể giả

thiết  $E$  là đều. Trên hình 18-9,  $E$  hướng theo chiều  $-x$ , độ lớn của  $E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}$ . Do đó,

$$E = - E\hat{i} = - \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}\hat{i} \text{ và từ phương trình (18-16), ta có :}$$

$$V(x) - V_0 = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}x = (2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C})x$$



**Hình 18-9.** Ví dụ 18-6 : Tiết diện ngang của một tụ điện phẳng.

Đồ thị biểu diễn hiệu điện thế được cho trên hình 18-10.

Hiệu điện thế  $\Delta V$  giữa các bản tụ điện là :

$$\Delta V = V_x - V_0 = Ed = (2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}) \cdot (0,50 \text{ mm}) = 100 \text{ V}.$$

Hiệu điện thế giữa bản âm và mặt phẳng tại  $x = 0,25 \text{ mm}$  bằng bao nhiêu ?

### VÍ DỤ 18-7

**Thể năng của một lưỡng cực trong một điện trường đều.** Xác định thể năng của một lưỡng cực trong một điện trường đều.

**Giải.** Hình 18-11 biểu diễn một lưỡng cực có hướng lập một góc  $\theta$  với một điện trường đều dọc theo trục x. Toạ độ x của các điện tích điểm dương và âm tương ứng là  $x_0 + a \cos\theta$  và  $x_0 - a \cos\theta$ . Đối với một điện trường đều theo chiều x phương trình (18-16) thì  $V(x) = -Ex + V_0$ , trong đó  $V_0$  là điện thế tại các điểm trên mặt phẳng yz ( $x = 0$ ). Do đó thể năng  $U_+$  của điện tích điểm dương là :

$$U_+ = q[-E(x_0 + a \cos\theta) + V_0]$$

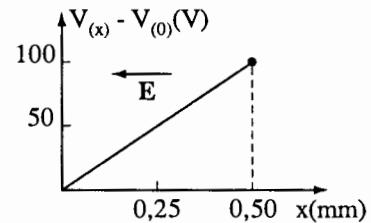
và thể năng  $U_-$  của điện tích điểm âm là :

$$U_- = -q[-E(x_0 - a \cos\theta) + V_0]$$

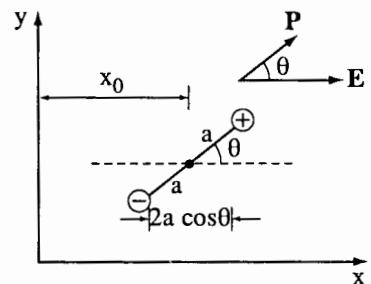
Ta không đưa vào thể năng tương tác của hai hạt vì nó phụ thuộc vào khoảng cách giữa hai hạt mà khoảng cách này lại được giả thiết là cố định. Thành thử thể năng U của lưỡng cực là :

$$\begin{aligned} U &= U_+ + U_- \\ &= q[-E(x_0 + a \cos\theta) + V_0] - q[-E(x_0 - a \cos\theta) + V_0] \\ &= -2aqE \cos\theta = -pE \cos\theta \\ U &= -p \cdot E \end{aligned} \tag{18-17}$$

trong đó  $p$  là momen lưỡng cực. Thể năng của một lưỡng cực trong một điện trường đều không phụ thuộc vị trí  $x_0$  của nó. Nhưng nó lại phụ thuộc vào sự định hướng của momen lưỡng cực đối với chiều của điện trường. Thể năng sẽ bằng  $-pE$  khi lưỡng cực song song với điện trường ( $\theta = 0, \cos\theta = +1$ ), và nó bằng không khi lưỡng cực hướng vuông góc với điện trường ( $\theta = 90^\circ, \cos\theta = 0$ ) ; thể năng của lưỡng cực sẽ bằng  $+pE$  khi lưỡng cực ngược chiều với điện trường ( $\theta = 180^\circ, \cos\theta = -1$ ).



**Hình 18-10.** Ví dụ 18-6 : Trong khoảng không gian giữa các bản của một tụ điện, thì  $V(x) - V_0$  biến đổi tuyến tính từ một bản này sang một bản kia và tăng theo chiều ngược với  $E$ .



**Hình 18-11.** Ví dụ 18-7 : Thể năng của một lưỡng cực trong một điện trường đều,  $E = E_x i$ .

## Bài tự kiểm tra 18-7

Tính thế năng của một lưỡng cực có momen lưỡng cực lập một góc  $131^\circ$  với một điện trường đều có độ lớn  $1200\text{N/C}$ . Độ lớn của momen lưỡng cực là  $5,9 \cdot 10^{-12}\text{C.m}$ .

Đáp số :  $4,6 \cdot 10^{-9}\text{J}$ .

### 18-4. HỆ THỨC GIỮA E VÀ V

Từ định nghĩa của điện thế  $V = \frac{U}{q_0}$  với  $U$

là thế năng được tính theo phương trình (18-5), ta có :

$$\begin{aligned} V &= -\frac{1}{q_0} \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -\int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_r^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned} \quad (18-18)$$

Như vậy, điện thế chính là công làm di chuyển một đơn vị điện tích dương từ  $r$  ra đến vô cùng.

Nếu ta đã biết biểu thức của  $E$  do một phân bố điện tích gây ra, thì có thể xác định được  $V$ , bằng cách dùng phương trình (18-18). Ngược lại nếu ta biết biểu thức của  $V$  thì có thể tìm được biểu thức của  $E$ .

Thật vậy, ta sử dụng phương trình (18-15) để tìm hiệu điện thế giữa hai điểm gần nhau  $a = (x, y, z)$  và  $b = (x + \Delta x, y, z)$ . Vì hai điểm có cùng các toạ độ  $y$  và  $z$  nên :  $d\mathbf{l} = dx' \mathbf{i}$  (ta dùng  $x'$  làm biến số tích phân vì  $x$  đã được dùng trong các cận). Do vậy :

$$E \cdot d\mathbf{l} = E_x dx'$$

Từ phương trình (18-15), ta có :

$$V(x + \Delta x, y, z) - V(x, y, z) = - \int_x^{x+\Delta x} E_x dx'$$

Bây giờ ta sẽ xét giới hạn khi  $\Delta x$  tiến gần đến không. Khi đó :

$$V(x + \Delta x, y, z) - V(x, y, z) \approx -E_x \Delta x$$

Chia cho  $\Delta x$  và lấy giới hạn khi  $\Delta x \rightarrow 0$ , ta được :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

Như vậy  $E_x$  bằng đạo hàm riêng của điện thế theo  $x$  lấy với dấu âm.

Các biến đổi vô cùng nhỏ của điện thế theo các chiều  $y$  và  $z$  đều cho các kết quả tương tự. Do đó :

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} & E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \quad (18-19)$$

Nếu viết dưới dạng vectơ ta có :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\left( \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{z} \right) \\ &= -\text{grad } V \end{aligned} \quad (18-20)$$

Trong đó vectơ  $\text{grad } V$  là gradien của điện thế. Từ công thức trên ta thấy *vectơ cường độ điện trường luôn hướng theo chiều giảm của điện thế*.

Nếu ta đã biết biểu thức của  $V$  do một phân bố điện tích gây ra, thì có thể sử

dụng phương trình (18-19) để tìm  $E$ . Đặc biệt nếu một phân bố điện tích có tính **đối xứng cầu**, thì  $V$  sẽ chỉ phụ thuộc vào toạ độ xuyên tâm  $r$  và  $E$  chỉ có một thành phần xuyên tâm  $E_r$ . Trong trường hợp này :

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \quad (18-21)$$

Điện thế và điện trường là các đại lượng có liên quan trực tiếp với nhau. Nếu

một trong hai đại lượng có thể được xác định từ một phân bố điện tích, thì đại lượng còn lại có thể được xác định từ đại lượng kia.

Các phương trình (18-19) và (18-21) chứng tỏ rằng thứ nguyên của điện trường là điện thế chia cho khoảng cách. Do đó trong hệ SI, đơn vị điện trường có thể được viết là volt trên met ( $V/m$ ) cũng như niuton trên culông ( $N/C$ ). Trong thực tế  $V/m$  được dùng thường xuyên hơn  $N/C$ .

## 18-5. CÁC MẶT ĐẲNG THẾ

Mặt đẳng thế là quỹ tích của những điểm có cùng điện thế. Các mặt đẳng thế có các tính chất như sau :

**1.** Các mặt đẳng thế *không cắt nhau* vì tại mỗi điểm của điện trường chỉ có một giá trị xác định của điện thế.

**2.** Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một điện tích thử  $q_0$  trên một mặt đẳng thế là *bằng không*. Thật vậy, công của lực điện  $F$  khi di chuyển điện tích  $q_0$  từ điểm 1 đến điểm 2 là :

$$W = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = q_0 \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}.$$

Nhưng từ phương trình (18-15) ta suy ra :

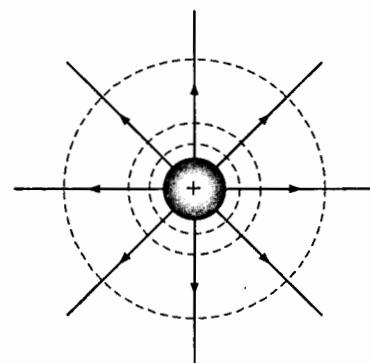
$$W = q_0(V_1 - V_2)$$

vì hai điểm 1 và 2 trên cùng mặt đẳng thế nên  $V_1 = V_2$  và công  $W = 0$ .

**3.** Nếu ta xét một di chuyển vô cùng bé  $dl$  của điện tích thử  $q_0$  trên mặt đẳng thế thì  $dW = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ . Điều này có nghĩa là vectơ  $\mathbf{E}$  vuông góc với vectơ  $dl$ , do  $dl$  lấy

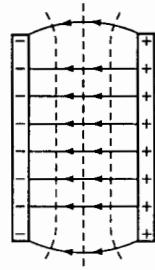
bất kì trên mặt đẳng thế, cho nên  $\mathbf{E}$  vuông góc với mọi  $dl$  vẽ qua điểm khảo sát. Vậy *vectơ cường độ điện trường tại mỗi điểm trên mặt đẳng thế đều vuông góc với mặt đẳng thế tại điểm đó*.

Vì các đường sức điện trường biểu diễn phương chiêu của vectơ cường độ điện trường, do đó ta suy ra các đường sức điện trường luôn vuông góc với các mặt đẳng thế. Hình 18-12 biểu diễn các mặt



**Hình 18-12.** Các mặt đẳng thế ở bên ngoài một quả cầu tích điện đều. Các mặt đều có dạng cầu (được biểu diễn theo tiết diện ngang như những vòng tròn đứt nét) và đồng tâm với quả cầu tích điện trên hình cũng chỉ rõ các đường xuyên tâm của điện trường.

đẳng thế và các đường sức điện trường ở bên ngoài một quả cầu tích điện đều. Các mặt đẳng thế là những mặt cầu đồng tâm. Hình 18-13 biểu diễn các mặt đẳng thế và các đường sức điện trường giữa hai bản của một tụ điện phẳng. Các mặt đẳng thế trong một điện trường đều là các mặt phẳng song song và cùng vuông góc với  $\mathbf{E}$ .



**Hình 18-13.** Các mặt đẳng thế trong điện trường đều giữa các bản tụ (được biểu diễn theo tiết diện ngang bằng các đường nét) là các mặt phẳng. Trên hình cũng biểu thị các đường sức của điện trường.

## 18-6. NÓI THÊM VỀ NHỮNG TÍNH CHẤT TĨNH ĐIỆN CỦA MỘT VẬT DẪN

Trong mục 17-5, ta đã thấy rằng  $\mathbf{E} = 0$  ở bên trong một vật dẫn trong các điều kiện tĩnh. Ta cũng đã chứng minh rằng vì  $\mathbf{E} = 0$  nên không có một điện tích dư nào có thể tồn tại được ở trong lòng vật dẫn, điện tích của vật dẫn chỉ định xứ ở trên bề mặt của vật dẫn. Hơn nữa điện trường ngay sát phía ngoài vật dẫn cũng vuông góc với bề

mặt vật dẫn và có độ lớn bằng  $E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ .

Sử dụng khái niệm về điện thế, bây giờ ta sẽ nói thêm về những tính chất tĩnh điện của vật dẫn.

1. Vì  $\mathbf{E} = 0$  ở trong lòng một vật dẫn, nên **vật dẫn là một vật đẳng thế**. Để chứng tỏ điều này, ta áp dụng phương trình 18-15 cho hai điểm a và b ở bên trong vật dẫn :

$$V_a - V_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

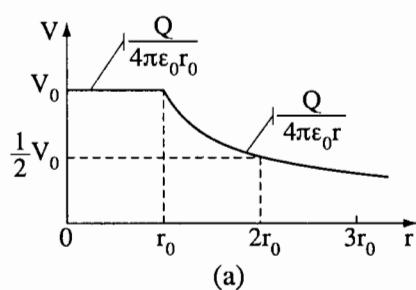
Vì  $\mathbf{E} = 0$  tại mỗi điểm dọc theo đường đi bên trong vật dẫn, nên tích phân bằng

không và  $V_a = V_b$ . Điều này đúng đối với hai điểm bất kì ở bên trong vật dẫn, nên tất cả các điểm trong vật dẫn đều có cùng một điện thế. Do tính liên tục của điện thế nên điện thế của một điểm sát mặt vật dẫn bằng điện thế tại một điểm trên mặt vật dẫn, do đó vật dẫn là vật đẳng thế.

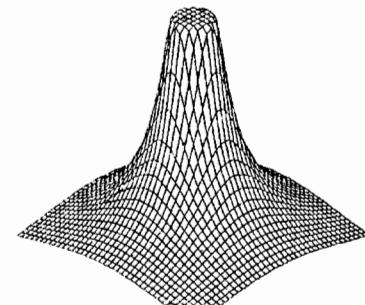
Xét một quả cầu kim loại đặc cô lập, bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ . Hình 18-14 biểu diễn  $V$  theo  $r$ ,  $V$  là đều ở bên trong và giảm theo  $\frac{1}{r}$  ở bên ngoài. Ở trên mặt quả cầu và bên trong thể tích quả cầu, thì

$$V = V(r_0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

2. Do tính chất điện tích chỉ phân bố ở trên bề mặt vật dẫn nên ta có khoét rỗng một vật dẫn đặc thì sự phân bố điện tích trên mặt vật dẫn không hề bị thay đổi. Do đó đối với một hố trong một vật dẫn ở



(a)



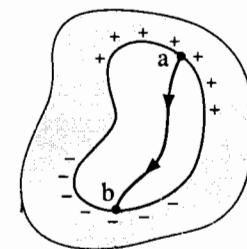
(b)

**Hình 18-14.** Điện thế do một quả cầu tích điện đều gây ra. (a) Đồ thị của  $V(r)$ , theo  $r$ . Bên trong phân bố điện tích ( $r < r_0$ ) điện thế là đều. Bên ngoài phân bố điện tích ( $r > r_0$ ) điện thế giảm theo  $\frac{1}{r}$ . (b) Đồ thị mặt lưới của điện thế tại các điểm trên một mảng di qua tâm của phân bố.

trạng thái cân bằng tĩnh điện, *diện trường ở phần rỗng và tại thành trong* của hốc cũng bằng không. Điều này cũng có nghĩa là không có điện tích trên bề mặt hốc, các điện tích đã được chuyển hết ra *mặt ngoài* của vật dẫn như trong thí nghiệm của lồng Faraday. Như vậy, có thể duy trì một vùng không gian không có điện trường bằng cách dùng một vật dẫn bao quanh vùng đó. Một phương pháp như vậy gọi là lập màn chắn tĩnh điện, vật dẫn rỗng được gọi là **màn điện**. Màn điện được ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật và đời sống.

3. Sự phân bố điện tích trên bề mặt vật dẫn chỉ phụ thuộc vào hình dạng của vật đó. Đối với những vật có tính đối xứng cao như hình cầu, mặt phẳng vô hạn, mặt trụ dài vô hạn... điện tích được phân bố đều. Còn đối với những vật có hình dạng bất kì, sự phân bố điện tích sẽ không đều, thường mật độ điện tích mặt lớn hơn ở chỗ có bán kính cong nhỏ, đặc biệt rất lớn ở các đầu nhọn của vật dẫn. Do đó tại vùng lân cận mũi nhọn điện trường rất

mạnh, một số các ion dương và electron có trong không khí sẽ chuyển động có gia



**Hình 18-15.**  $E = 0$  bên trong hốc của vật dẫn và  $\sigma = 0$  trên bề mặt trong. Đường sức giữa hai điểm  $a$  và  $b$ , thực tế, không thể tồn tại.

tốc và mau chóng có tốc độ lớn. Chúng va chạm vào các phân tử không khí, gây ra hiện tượng ion hóa, số ion sinh ra càng nhiều. Các hạt điện trái dấu với điện tích trên mũi nhọn sẽ bị hút vào, do đó điện tích trên mũi nhọn mất dần do trung hoà điện, còn các hạt điện cùng dấu với điện tích trên mũi nhọn bị đẩy ra xa, tạo thành một luồng gió, gọi là **gió điện**. Hiệu ứng mũi nhọn bị mất dần điện tích và tạo thành gió điện gọi là **hiệu ứng mũi nhọn**.

## VÍ DỤ 18-8

**Máy phát điện Van de Graaff.** Máy phát Van de Graaff (hình 18-16) là một dụng cụ được dùng để chứng minh các hiệu ứng điện. Nó cung cấp liên tục điện tích cho phía trong của một mặt vòm kim loại mà từ đó điện tích lại được dẫn ra bề mặt ngoài. Điện tích và điện thế cuối cùng của mặt vòm gần hình cầu phụ thuộc vào bán kính mặt vòm và tính chất của các vật cách điện xung quanh (không khí, ống đỡ...). Các máy phát Van de Graaff lớn được sử dụng trong các phòng thí nghiệm nghiên cứu để tăng tốc các hạt dưới nguyên tử đến những động năng cao để nghiên cứu các hiệu ứng do va chạm của chúng. Giả thiết độ lớn cực đại của điện

tích ( $Q_{\max}$ ) và điện thế ( $V_{\max}$ ) của vòm trong máy phát tĩnh điện Van de Graaff được xác định bởi độ bền điện môi của không khí bao quanh ( $E_{\max} = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ).

Bán kính của mặt vòm là  $r_0 = 0,13 \text{ m}$ .

Tìm  $Q_{\max}$  và  $V_{\max}$  (Chú thích : **độ bền điện môi** của không khí là độ lớn cực đại của điện trường  $E_{\max}$  mà không gây ra sự đánh thủng điện).

**Giải.** Coi mặt vòm như một vật dẫn hình cầu có lập được tích điện, ta có :

$$E = \frac{|Q|}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = \frac{|V|}{r_0}$$

Như vậy điện tích cực đại  $Q_{\max}$  và điện thế cực đại  $V_{\max}$  đối với một quả cầu dẫn điện bao quanh bởi một vật cách điện với độ bền điện môi  $E_{\max}$  là :

$$Q_{\max} = E_{\max} 4\pi\epsilon_0 r_0^2 \quad \text{và} \quad V_{\max} = E_{\max} r_0$$

Trong không khí, một quả cầu bán kính  $0,13 \text{ m}$  có :

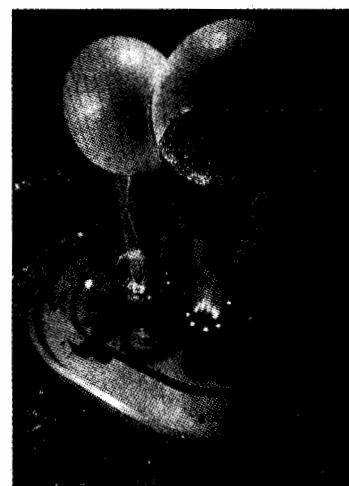
$$Q_{\max} = \frac{(3 \cdot 10^6 \text{ V/m}) \cdot (0,13 \text{ m})^2}{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2} = 6 \mu\text{C}$$

$$\text{và} \quad V_{\max} = (3 \cdot 10^6 \text{ V/m}) \cdot (0,13 \text{ m}) \approx 400 \text{ kV.}$$

Lưu ý rằng một mặt vòm có bán kính lớn gấp đôi có thể chứa một điện tích lớn gấp bốn lần và ở một điện thế lớn gấp đôi.



**Hình 18-16. Ví dụ 18-8 : Hai em bé trai này đang làm một thí nghiệm dựng đứng tóc nhờ một máy phát tĩnh điện Van de Graaff nhỏ.**



*Các máy phát Van de Graaff khổng lồ này có thể sinh ra một điện thế lớn.*

## Bài tự kiểm tra 18-8

Tính điện tích và điện thế cực đại đối với một quả cầu dẫn điện bán kính 0,25m. Quả cầu đặt trong không khí và được đỡ nhờ một vật cách điện có độ bền điện môi lớn hơn độ bền điện môi của không khí.

Đáp số :  $Q_{\max} = 21\mu\text{C}$  và  $V_{\max} = 750\text{kV}$ .

### ?

### CÂU HỎI

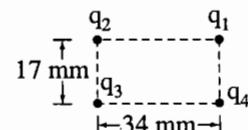
- 1** Tính chất nào khiến cho lực điện là lực bảo toàn ? Có phải là do lực điện là một lực tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách ? Hay là do lực điện hướng dọc theo đường nối giữa hai hạt ? Hay là do lực tỉ lệ với độ lớn điện tích của mỗi hạt ?
- 2** Nếu một hạt tích điện dương được di chuyển theo chiều của một điện trường, thì thế năng điện của hạt sẽ tăng, giảm hay vẫn giữ nguyên không đổi. Còn nếu là hạt tích điện âm thì sao ?
- 3** Một hạt tích điện được di chuyển theo chiều của một điện trường và thế năng của hạt tăng. Xét dấu điện tích của hạt đó.
- 4** Hãy xem xét các thuật ngữ đúng được dùng khi bàn đến thế năng điện và điện thế. Trong số các cách nói sau đây, cách nào là đúng : (a) Thế năng của một electron hay điện thế của một electron ? (b) Thế năng của một điểm trong không gian hay điện thế của một điểm trong không gian ? (c) Thế năng do một electron gây ra hay điện thế do một electron gây ra ?
- 5** Nếu hiệu điện thế giữa hai điểm bằng không, thì liệu có nhất thiết phải có một đường đi giữa hai điểm đó sao cho tại mỗi điểm của nó điện trường cũng phải bằng không. Nếu ví dụ khẳng định cho câu trả lời của bạn.
- 6** Nếu như tồn tại một đường đi trên đó điện trường bằng không tại mỗi điểm, thì hiệu điện thế giữa hai điểm trên đường đi đó có nhất thiết phải bằng 0 không ? Nếu một ví dụ khẳng định cho câu trả lời của bạn.
- 7** Nếu bạn biết được một biểu thức về điện trường biểu thị theo các tọa độ trong một vùng không gian nào đó, thì liệu bạn có thể sử dụng thông tin này để tìm hiệu điện thế giữa hai điểm ở trong vùng đó được không ? Nếu được thì làm thế nào ?
- 8** Nếu bạn biết trị số của điện thế tại một điểm nào đó trong không gian, thì bạn có thể dùng thông tin đó để tìm điện trường tại điểm đó được không ? Nếu được thì làm thế nào ?
- 9** Nếu như bạn biết được một biểu thức đối với điện thế trên toàn một vùng không gian, thì bạn có thể dùng thông tin này để tìm điện trường trong vùng đó được không ? Nếu được, thì làm thế nào ?

- 10** Giả sử bạn đổi chỗ các vị trí của hạt 1 và 3 trên hình 18-3 (ví dụ 18-2). Liệu điện thế V tại P có bị thay đổi không ? Điện trường E tại P có bị thay đổi không ?
- 11** Giải thích tại sao thế năng của một lưỡng cực trong một điện trường đều, lại phụ thuộc vào sự định hướng của nó đối với điện trường, mà không phụ thuộc vào vị trí của nó. Tại sao thế năng của nó lại cực tiểu khi lưỡng cực song song với chiều điện trường và cực đại khi nó gióng thẳng nhưng ngược chiều với chiều điện trường ? Nếu một lưỡng cực nằm trong một điện trường không đều, thì bạn có cho rằng thế năng của nó phụ thuộc vào vị trí của nó không ?
- 12** Liệu có khả năng một vật dẫn tích điện dương lại ở một điện thế âm không ? Nếu có bạn hãy mô tả tình huống đó. Nếu không thì tại sao không ?
- 13** Ông chủ của bạn cho bạn biết phải cất giữ trong kho một thiết bị tinh xảo sao cho không bị tác dụng của các điện trường. Giải thích làm thế nào mà bạn có thể thực hiện được điều đó ?
- 14** Các dụng cụ dùng mạch tích hợp thường được bọc trong một vật liệu dẫn điện khi được cất giữ trong kho hay được chuyên chở bằng tàu thuỷ. Tại sao ?

## ■ ĐỀ TẬP

### Mục 18-1. Thế năng điện

- 1 Một hạt thử với điện tích  $q_0 = 4,0\text{nC}$  được di chuyển từ vị trí a, ở cách 35mm một hạt cố định với điện tích  $q = 85\text{nC}$ , tới vị trí b, ở cách 76mm hạt cố định trên. (a) Tính thế năng (đối với  $U_\infty = 0$ ) của hạt thử ở vị trí a và ở vị trí b. (b) Tính độ biến thiên thế năng của hạt thử trong chuyển dời đó. (c) Tính công thực hiện bởi lực điện tác dụng lên hạt thử trong chuyển dời đó.
- 2 Giả sử có một hạt thử với điện tích  $q_0 = -6,0\text{nC}$  và khối lượng  $m_0 = 0,22\text{kg}$  được buông ra từ trạng thái nghỉ tại một điểm ở khoảng cách 78mm đối với một hạt cố định mang điện tích  $q = 55\text{nC}$ . Nếu lực điện là lực duy nhất tác dụng lên hạt thử, thì : (a) Động năng và (b) Tốc độ của hạt thử sẽ là bao nhiêu khi nó ở cách hạt cố định 32mm ?
- 3 Tìm thế năng U (đối với  $U_\infty = 0$ ) của hạt 1 trên hình 18-17 : (a) Khi  $q_1 = 2,0\text{nC}$  và (b) Khi  $q_1 = 4,0\text{nC}$ . Các điện tích khác có giá trị  $q_2 = 25\text{nC}$ ,  $q_3 = 38\text{nC}$  và  $q_4 = 32\text{nC}$ .



Hình 18-17

### Mục 18-2. Điện thế

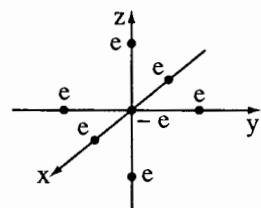
- 4 (a) Dùng phương trình (18-7) và kết quả của bài tập 3, phần (a) để tìm điện thế do các hạt 2, 3, 4 gây ra tại vị trí của hạt 1 trên hình 18-17. (b) Dùng

phương trình (18-7) và kết quả của bài tập 3, phần (b) để tìm điện thế do các hạt 2, 3, 4 gây ra tại vị trí của hạt 1 trên hình 18-17. (c) Dùng phương trình (18-8) để tìm điện thế do các hạt 2, 3, 4 gây ra tại vị trí của hạt 1 trên hình 18-17.

- 5 Tìm điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) tại điểm  $(0,4\text{m}, 0,2\text{m}, -0,5\text{m})$  do một hạt mang điện tích  $q = 75\text{nC}$  định xứ tại gốc toạ độ gây ra.
- 6 Một hạt với điện tích  $27\text{nC}$  nằm tại một vị trí mà điện thế ở đó là  $450\text{V}$  (so với  $V_\infty = 0$ ). Tìm thế năng của hạt (đối với  $U_\infty = 0$ ).
- 7 Trong một vài loại tinh thể muối, người ta thấy cứ một ion lại được bao quanh bởi sáu ion trái dấu ở kề gần nhất. Hãy xét sáu ion đó, biết rằng mỗi ion đều có cùng một điện tích  $e$  và cách gốc toạ độ Descartes dọc theo các trục một khoảng  $1,5 \cdot 10^{-10}\text{m}$  như cho trên hình 18-18. Coi các ion như các hạt tích điện. (a) Tìm điện thế ở gốc toạ độ do sáu ion gây ra. (b) Tìm thế năng (ra electron - vôn) của một ion với điện tích  $-e$  ở gốc toạ độ.
- 8 Khảo sát điện thế  $V$  gây ra bởi một lưỡng cực điện với momen  $\mathbf{p} = (2aq)\mathbf{k}$  định vị tại gốc toạ độ với  $q = e$  và  $a = 0,4 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Đánh giá  $V$  dọc theo trục z từ  $z = -1,2 \cdot 10^{-10}\text{m}$  đến  $1,2 \cdot 10^{-10}\text{m}$  cách nhau từng khoảng  $0,2 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . (Kết quả của ví dụ 18-3 không thể được dùng ở đây. Tại sao?). Biểu diễn vẽ kết quả trên giấy vẽ đồ thị và phác họa  $V(z)$ . Đồ thị của  $V$  theo x dọc theo trục x có dạng như thế nào?

### Mục 18-3. Hiệu điện thế

- 9 Xét một điện trường đều :  $\mathbf{E} = - (220\text{V/m})\mathbf{i}$ . (a) Tính hiệu điện thế giữa điểm ở gốc toạ độ và điểm  $(1,5\text{m} ; 0 ; 0)$ . (b) Tính hiệu điện thế giữa điểm gốc và điểm  $(1,5\text{m} ; 1,0\text{m} ; 0)$ . (c) Tính hiệu điện thế giữa  $(1,5\text{m} ; 0 ; 0)$  và điểm gốc. (d) Tính hiệu điện thế giữa điểm gốc và điểm  $(3,0\text{m} ; 0 ; 0)$ . (e) Tính hiệu điện thế giữa  $(1,5\text{m} ; 0 ; 0)$  và  $(3,0\text{m} ; 0 ; 0)$ .
- 10 Độ lớn của điện tích trên mỗi bán của một tụ điện phẳng là  $260\text{nC}$ . Khoảng cách giữa hai bán là  $0,32\text{mm}$  và diện tích của mỗi bán là  $2,2 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$ . Giả thiết các bán tụ khe sát nhau để điện trường được coi là đều. (a) Tìm độ lớn  $E$  của điện trường giữa các bán và (b) Hiệu điện thế  $\Delta V$  giữa các bán.
- 11 Các bán của một tụ điện phẳng cách nhau  $0,25\text{mm}$ , và mỗi bán có diện tích  $4,6 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$ . Hiệu điện thế giữa các bán là  $\Delta V = 540\text{V}$ . Giả thiết điện trường giữa các bán là đều, tìm : (a)  $E$ , (b)  $|Q|$  và (c)  $|Q|$ .



Hình 18-18

- 12 (a) Tính động năng ra electron - vôn của một electron được phóng ra khỏi một súng electron với hiệu điện thế giữa catôt và anôt là 970V. (b) Tính tốc độ của electron khi thoát khỏi súng.
- 13 Một phân bố điện tích khối đều đối xứng cầu với điện tích tổng cộng  $78\text{nC}$  và bán kính  $53\text{mm}$  có tâm tại gốc toạ độ. (a) Tính điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) tại điểm  $(-12\text{mm} ; 17\text{mm} ; 22\text{mm})$ . (b) Tính điện thế tại điểm  $(28\text{mm} ; -45\text{mm} ; -42\text{mm})$ .
- 14 Xét một phân bố điện tích khối đều đối xứng cầu với  $Q = 45\text{nC}$  và  $r_0 = 74\text{mm}$ . Xác định điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) tại những khoảng ở cách tâm : (a)  $r = 0$ ; (b)  $r = 37\text{mm}$ ; (c)  $r = 74\text{mm}$ ; (d)  $r = 148\text{mm}$ .
- 15 Ước tính thô điện thế tại các điểm trên bề mặt trái đất (đối với  $V_\infty = 0$ ). Giả thiết độ lớn của điện trường ở trên mặt đất là  $150\text{V/m}$  và giảm tuyến tính theo độ cao ở bên trên mặt đất cho đến khi bằng ở độ cao  $50\text{km}$ , và tiếp tục bằng không ở ngoài  $50\text{km}$ . Điện trường hướng về tâm Trái Đất. (Độ lớn của đáp số lớn hơn khoảng 10 lần so với thực tế do sự đơn giản trong các giả thiết).

#### Mục 18-4. Hệ thức giữa E và V

- 16 Điện thế trong một vùng không gian được xác định bởi biểu thức :

$$V = \frac{A}{(x^2 + a^2)^2}$$

- (a) Cho  $A = 200\text{Vm}^4$  và  $a = 0,5\text{m}$ , xác định  $V$  ở  $x = 0,5\text{m}$ . (b) Tìm biểu thức đối với  $E$  ở trong vùng đó. (c) Tính  $E$  tại  $x = 0,5\text{m}$ .
- 17 Trong ví dụ 18-4, ta đã chứng tỏ rằng điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) đọc theo trục của một vòng tích điện là  $V(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2 + a^2}}$ . Xác định  $E_x$  đọc theo trục đó.
- 18 Trong ví dụ 18-5, ta đã chứng tỏ rằng điện thế đọc theo trục của một đĩa tròn tích điện đều là  $V(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{a^2}\right)$ . Xác định  $E_x$  đọc theo trục đó.
- 19 Điện trường trong một vùng không gian giữa  $x = 1,0\text{m}$  và  $x = 3,0\text{m}$ , được xác định bởi biểu thức :

$$E = [(380\text{V/m})e^{-x/a}]i$$

trong đó  $a = 2,0\text{m}$ . Xác định hiệu điện thế giữa  $x = 3,0\text{m}$  và  $x = 1,0\text{m}$ .

## Mục 18-5. Các mặt đanding thế

- 20 Các bản của một tụ điện phẳng cách nhau 0,64mm và có diện tích bề mặt là  $0,33\text{m}^2$  mang các điện tích trái dấu và có cùng độ lớn là  $390\text{nC}$ . Nếu ta muốn biểu diễn sáu mặt đanding thế ở giữa các bản kể cả các mặt đanding thế ở trên bề mặt các bản, thì hiệu điện thế giữa các cặp mặt đanding thế kế tiếp nhau bằng bao nhiêu ?
- 21 Một phân bố điện tích đối xứng cầu có bán kính 41mm và một điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) trên bề mặt của phân bố là 600V. (a) Tính bán kính của mặt đanding thế 300V. (b) Tính bán kính của mặt đanding thế 150V.

## Mục 18-6. Nói thêm về những tính chất tĩnh điện của một vật dẫn

- 22 (a) Tính điện tích của một quả cầu dẫn điện cô lập bán kính 76mm khi điện thế của nó (đối với  $V_\infty = 0$ ) là 530V. (b) Tính mật độ điện tích mặt của quả cầu. (c) Tính điện trường ở ngay sát phía ngoài bề mặt của quả cầu.
- 23 Xác định điện tích cực đại và điện thế cực đại trong không khí khô trên một quả cầu kim loại bán kính 45mm.

## ĐỀ TẬP NÂNG CAO

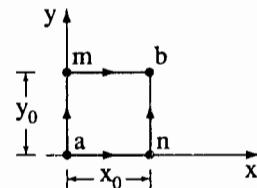
- 1 **Một trường không bảo toàn.** Chứng tỏ rằng điện trường  $\mathbf{E} = Ay\mathbf{i} + Bx\mathbf{j}$  là không bảo toàn nếu  $A \neq B$ . (Gợi ý : Xét tích phân đường của  $\mathbf{E}$  từ a đến b dọc theo hai đường đi cho trên hình 18-19).
- 2 **Momen lực tác dụng lên một lưỡng cực điện đặt trong điện trường đều.** Xét một lưỡng cực đặt trong một điện trường đều (hình 18-11).  
 (a) Chứng tỏ rằng lực điện tổng hợp tác dụng lên lưỡng cực bằng không.  
 (b) Chứng tỏ rằng momen lực tác dụng lên lưỡng cực (đối với một trục vuông góc với momen lưỡng cực và đi qua tâm của lưỡng cực) có khuynh hướng làm lưỡng cực giống thẳng với  $\mathbf{E}$  là :

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

(c) Dùng kết quả của Ví dụ 18-7 để chứng tỏ rằng độ lớn của momen lực có thể được viết dưới dạng :

$$M = \frac{dU}{d\theta}$$

- 3 **Mẫu Bohr của nguyên tử hidrô.** Mẫu Bohr của nguyên tử hidrô có một electron chuyển động theo quỹ đạo xung quanh một proton tương tự như



Hình 18-19. BTNC1

một hành tinh quay quanh Mặt Trời. Giả thiết electron có một quỹ đạo tròn và proton cố định có khối lượng lớn hơn nhiều. (a) Áp dụng định luật Newton thứ hai cho chuyển động tròn đều ( $\Sigma F = \frac{mv^2}{r}$ ) và định luật Coulomb để chứng minh rằng giữa động năng K và thế năng U có hệ thức  $2K = -U$  (chú ý là  $U < 0$ ).

(b) Chứng minh rằng cơ năng ( $K + U$ ) đối với quỹ đạo tròn này được biểu thị theo khoảng cách  $r$  giữa electron - proton bởi biểu thức  $-\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$ .

(c) Năng lượng ion hoá là năng lượng cần thiết để tách electron ra khỏi proton. Đây chính là hiệu cơ năng giữa trạng thái liên kết của hệ electron - proton và trạng thái trong đó cả thế năng và động năng đều bằng không. Cho biết năng lượng ion hoá của nguyên tử hiđrô là 13,6eV, hãy xác định bán kính quỹ đạo của electron.

(d) Tìm tốc độ của electron trên quỹ đạo.

**4 Năng lượng phân hạch.** Khi một hạt nhân urani phân hạch (vỡ thành hai hạt nhân nhỏ hơn các mảnh khác), thì diện tích tổ hợp của hai hạt nhân nhỏ hơn đúng bằng diện tích của hạt nhân urani ban đầu ( $92e$ ) và chúng có một động năng tổ hợp cỡ 200MeV khi tách xa nhau. Giả thiết hai hạt nhân xấp xỉ có cùng bán kính  $r_0$  và diện tích  $46e$ , hãy ước tính  $r_0$ .

**5 Điện thế tại các điểm ở gần một đĩa tích điện.** Trong ví dụ 18-5, ta đã thấy là điện thế (đối với  $V_\infty = 0$ ) tại các điểm ở dọc theo trục của một đĩa tròn tích điện đều bán kính được tính theo công thức :

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{x^2 + R_0^2} - \sqrt{x^2} \right)$$

(a) Chứng tỏ rằng tại các điểm trên trục ở gần tâm của đĩa ( $|x| \ll R_0$ ), điện thế xấp xỉ bằng :

$$V \approx \frac{\sigma R_0}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{|x|}{R_0} \right)$$

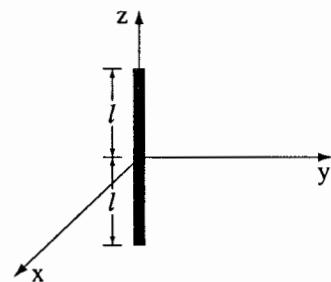
(b) Dùng đáp số ở phần (a) để tìm  $E_x$  tại các điểm ở trên trục ( $|x| \ll R_0$ ). (Gợi ý : khi  $x > 0$ ,  $|x| = x$  và khi  $x < 0$ ,  $|x| = -x$ ).

**6 Điện thế trong mặt phẳng trung trực của một thanh tích điện đều.** Xét một thanh tích điện đều có chiều dài  $2l$  và mật độ điện dài  $\lambda$  (bằng  $\frac{Q}{2l}$ ) với

tâm ở tại điểm gốc toạ độ và hướng dọc theo trục z (hình 18-20). Chứng tỏ rằng điện thế tại các điểm trong mặt phẳng trung trực (mặt phẳng xy) là :

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + R^2}}{R}$$

với  $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ .



Hình 18-20. BTNC 6

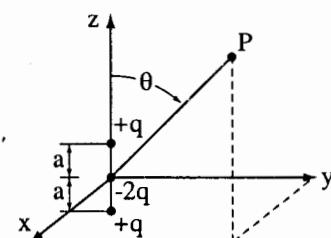
- 7 **Điện trường trong mặt phẳng trung trực của một thanh tích điện đều.** Dùng lời giải của bài toán trước để tìm E trong mặt phẳng trung trực của một điện tích dài đều. (Gợi ý : Khi V có tính đối xứng trục xung quanh trục z,  $E_R = -\frac{\partial V}{\partial R}$ ).

- 8 **Điện thế dọc theo trục của một thanh tích điện đều.** Hình 18-20 biểu diễn một điện tích dài đều ( $\lambda = \frac{Q}{2l}$ ) có chiều dài  $2l$  nằm dọc theo trục z và có tâm ở tại gốc toạ độ. Chứng tỏ rằng điện thế tại các điểm dọc theo trục z ( $|z| > l$ ) là :

$$V(z) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{|z| + l}{|z| - l}$$

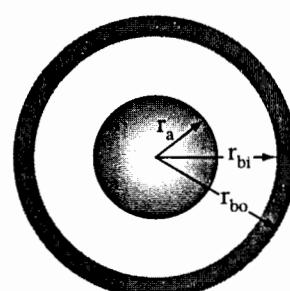
- 9 **Điện thế do một tứ cực điện tuyến tính gây ra.** Chứng tỏ rằng tại điểm P ( $r \gg a$ ) điện thế do một tứ cực điện tuyến tính (hình 18-21) gây ra là :

$$V \approx \frac{qa^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} (3\cos^2 \theta - 1)$$



Hình 18-21. BTNC 9

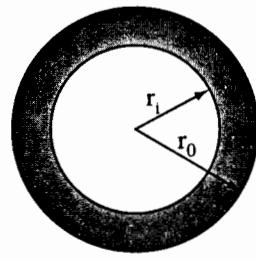
- 10 **Điện thế của hai quả cầu đồng tâm.** Một lớp vỏ cầu dẫn điện thành mỏng, bán kính ngoài  $r_{bo}$ , bán kính trong  $r_{bi}$ , đồng tâm với một quả cầu dẫn điện đặc bán kính  $r_a$ , như được cho trên hình 18-22. Vỏ cầu b có điện tích  $Q_b$ , quả cầu a có điện tích  $Q_a$  và cả hai điện tích trên cùng dấu. (a) Tính điện thế của vỏ cầu b. (b) Tính hiệu điện thế giữa vỏ cầu b và quả cầu a. (c) Tính điện thế của quả cầu a.



Hình 18-22. BTNC 10

- 11. Điện thế do một lớp vỏ dày có điện tích khói gây ra.** Xét một phân bố cầu đều của điện tích  $Q$  ở giữa một bán kính trong  $r_i$  và một bán kính ngoài  $r_0$  với tiết diện ngang được cho trên hình 18-23. Tìm điện thế trong cả ba vùng không gian :

$$r > r_0, r_0 > r > r_i \text{ và } r < r_i.$$



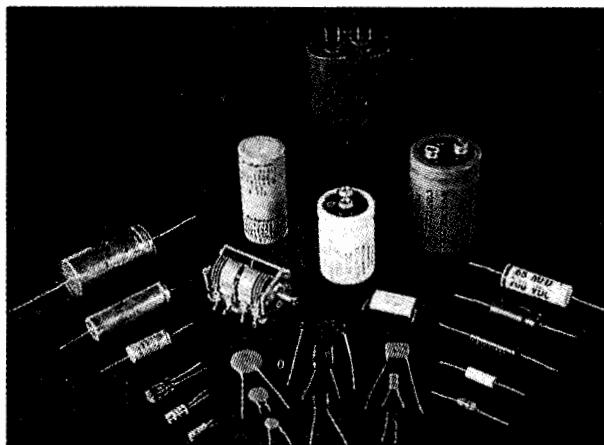
Hình 18-23. BTNC 11

- 12. Điện thế do một điện tích khói cầu đều gây ra.** Trong ví dụ 17-5, ta đã tìm được điện trường  $E$  ở khoảng cách  $r$  đối với tâm. Hãy tìm biểu thức của điện thế trên các khoảng cách  $r < r_0$  và  $r > r_0$ .
- 13. Điện trường do một lưỡng cực gây ra.** Từ ví dụ 18-3, điện thế do một lưỡng cực điện với momen  $p = (2aq)k$  định vị tại gốc toạ độ gây ra là  $V = \frac{pcos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , trong đó  $r$  là khoảng cách từ gốc toạ độ tới điểm mà ta cần tính  $V$  và  $\theta$  là góc giữa trục  $z$  và đường nối gốc toạ độ với điểm đó (hình 18-4). (a) Viết biểu thức này đổi với  $V$  theo các toạ độ Descartes  $x, y, z$  có nghĩa là thay  $cos\theta$  và  $r$  bằng các toạ độ Descartes. (b) Dùng kết quả của bạn từ phần (a) và phương trình (18-19) để chứng tỏ rằng các thành phần Descartes của điện trường do lưỡng cực gây ra có dạng :

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3xz}{r^5}; \quad E_y = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3yz}{r^5}; \quad E_z = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{3z^2}{r^5} - \frac{1}{r^3} \right)$$

## CHƯƠNG 19

# ĐIỆN DUNG, ĐIỆN NĂNG VÀ ĐIỆN MÔI



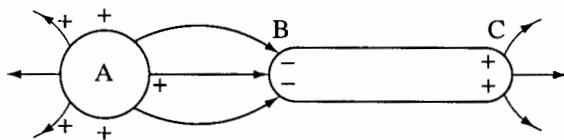
Các loại tụ điện dùng trong các thiết bị điện.

- 19-1. Hiện tượng điện hưởng
- 19-2. Tụ điện và điện dung.
- 19-3. Tụ điện mắc nối tiếp và song song
- 19-4. Điện năng và mật độ năng lượng
- 19-5. Những tính chất tĩnh điện của các vật cách điện (điện môi)
- 19-6. Giải thích các tính chất của điện môi
- 19-7. Các chất điện môi và định luật Gauss

## 19-1. HIỆN TƯỢNG ĐIỆN HƯỚNG

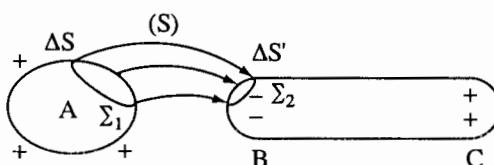
**Hiện tượng điện hướng. Định lí các phần tử tương ứng**

Khi đặt một quả cầu A mang điện dương ở gần một vật dẫn BC chưa mang điện (hình 19-1a) thì dưới tác dụng của lực điện trường, trên các bề mặt B và C của vật dẫn xuất hiện các **điện tích cảm ứng**.



Hình 19-1a

Đầu B tích điện âm, đầu C tích điện dương, hiện tượng trên được gọi là **hiện tượng điện hướng**. Do hiện tượng điện hướng mà các đường sức của điện trường ngoài của quả cầu A đã bị thay đổi. Hình 19-1a cho thấy một số đường sức điện trường bị gián đoạn trên vật dẫn, chúng bị cong lại và đi từ A đến B, rồi lại xuất phát từ C có điện tích cảm ứng dương. Như vậy, giữa điện tích của vật A mang điện và điện tích cảm ứng trên vật dẫn BC có quan hệ với nhau. Xét một tập hợp các đường sức tựa chu vi của một phần tử diện tích  $\Delta S$  trên vật A mang điện, các đường sức này tới tận cùng trên một chu vi của phần tử diện tích  $\Delta S'$  trên vật dẫn BC (hình 19-1b). Các phần tử  $\Delta S$  và  $\Delta S'$



Hình 19-1b

được chọn như trên được gọi là **các phần tử tương ứng**. Gọi  $\Delta q$  là điện tích trên phần tử  $\Delta S$  và  $\Delta q'$  là điện tích trên phần tử  $\Delta S'$ , chúng ta sẽ chỉ ra rằng  $\Delta q = -\Delta q'$ . Thật vậy, ta chọn một mặt kín Gauss tưởng tượng  $\Sigma$  bao gồm mặt ( $S$ ) tạo bởi ống đường sức trên và hai mặt  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  lấy trong vật A và BC. Mặt  $\Sigma_1$  tựa trên chu vi của  $\Delta S$  và mặt  $\Sigma_2$  tựa trên chu vi của  $\Delta S'$ . Áp dụng định lí Gauss cho mặt kín  $\Sigma$  trên, ta có :

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_{(S)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \int_{\Sigma_1}^{(1)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \int_{\Sigma_2}^{(2)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \int_{(3)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

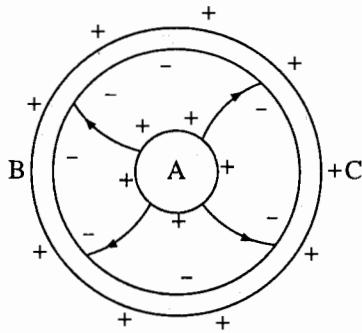
$$= \frac{\Delta q + \Delta q'}{\epsilon_0}$$

trên mặt  $S$  của ống đường sức  $E$  luôn vuông góc với  $dS$  nên tích phân (1) bằng không. Còn trên hai mặt  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_2$  thì do điện trường trong lòng vật A và vật dẫn BC bằng không, do đó các tích phân (2) và (3) cũng bằng không. Từ đó suy ra  $\Delta q = -\Delta q'$ .

Vậy **diện tích cảm ứng trên các phần tử tương ứng có độ lớn bằng nhau và trái dấu**. Đây là nội dung của **định lí các phần tử tương ứng**.

**Điện hướng một phần và điện hướng toàn phần**

Nếu gọi  $Q$  là điện tích tổng cộng trên vật mang điện A và  $Q'$  là điện tích cảm ứng xuất hiện trên vật dẫn BC, thì ta thấy trên hình 19-1b chỉ có một số đường sức xuất phát từ A tới tận cùng trên vật dẫn BC,



Hình 19-2

còn một số đường sức khác xuất phát từ A lại đi ra vô cùng. Trường hợp này gọi là **điện hưởng một phần**. Áp dụng định lí về các phân tử tương ứng, ta thấy độ lớn của điện tích  $|Q'| < |Q|$ . Vậy trong trường

hợp điện hưởng một phần, độ lớn của điện tích cảm ứng nhỏ hơn độ lớn của điện tích trên vật mang điện.

Trong trường hợp của hình 19-2, vật dẫn BC bọc kín hoàn toàn vật mang điện A, vì vậy toàn bộ đường sức xuất phát từ A đến tận cùng trên vật dẫn BC. Khi đó ta nói rằng có **hiện tượng điện hưởng toàn phần**. Trong trường hợp này theo định lí của các phân tử tương ứng, ta có :  $|Q'| = |Q|$ . Vậy trong trường hợp điện hưởng toàn phần, độ lớn của điện tích cảm ứng bằng độ lớn của điện tích trên vật mang điện.

## 19-2. TỤ ĐIỆN VÀ ĐIỆN DUNG

Tụ điện là một trong số nhiều loại linh kiện được sử dụng trong các mạch điện của các máy thu thanh, máy tính và thiết bị tương tự khác. Các tụ điện có tác dụng tích trữ tạm thời năng lượng trong các mạch điện ; chúng cũng có thể được chế tạo để tồn trữ và giải phóng điện năng phù hợp với các chức năng của mạch điện. Tính chất của tụ điện đặc trưng cho khả năng lưu trữ năng lượng là *điện dung* của nó. Người ta định nghĩa :

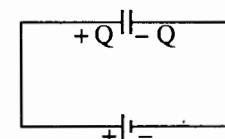
*Một tụ điện là một dụng cụ gồm hai vật dẫn đặt rất gần nhau nhưng cách điện với nhau trong điều kiện điện hưởng toàn phần.*

Bất kể hình dạng của chúng ra sao các vật dẫn này đều được coi như các "bản tụ". Trong thời gian hoạt động bình thường, cả hai bản tụ đều có điện tích với độ lớn bằng nhau nhưng ngược dấu. Điện tích được phân bố chủ yếu như một điện tích

mặt trên khắp hai bề mặt đối diện nhau của các bản tụ.

### Nạp điện cho một tụ điện

Một tụ điện có thể được nạp điện bằng cách nối các dây dẫn từ các bản tụ điện tới các cực của một bộ pin (hình 19-3). Khi một bộ pin được nối với một tụ điện,



Hình 19-3. Sơ đồ của một tụ điện nối với một bộ pin.

thì nó sẽ làm di chuyển các hạt tải điện từ bản tụ này sang bản tụ khác. Nếu bộ pin vẫn còn được nối với tụ điện cho tới khi cân bằng được thiết lập (có nghĩa là các hạt tải điện ngừng chuyển động), thì khi đó hiệu điện thế giữa bản âm và bản

dương cũng là hiệu điện thế giữa các cực của bộ pin. Nó thường được gọi là **hiệu điện thế** hay **điện áp** ở tụ điện. Thường hay kí hiệu hiệu điện thế bằng chữ U. Bạn đọc chú ý phân biệt với chữ U trong chương 18 để chỉ thế năng điện.

### **Định nghĩa của điện dung**

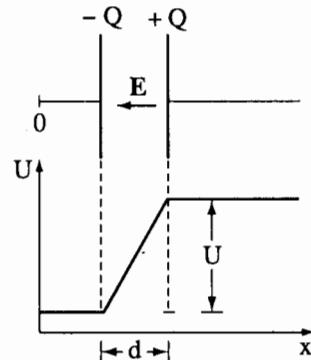
Ta hãy khảo sát mối liên hệ giữa điện tích Q của một tụ điện và hiệu điện thế U trên nó. Từ thực nghiệm ta thấy khi nạp điện cho một tụ điện nhờ một hiệu điện thế U thì điện tích trên tụ là Q. Nếu ta nạp điện cho cùng tụ điện đó với một hiệu điện thế 2U thì điện tích trên tụ là 2Q. Như vậy, tỉ số  $\frac{Q}{U}$  là không đổi và nó đặc trưng cho một tụ điện đã cho. Ta gọi tỉ số này là **điện dung C** của tụ điện.

**Điện dung** của một tụ điện là tỉ số của độ lớn Q của điện tích trên mỗi bản chia cho độ lớn của hiệu điện thế U giữa các bản đó :

$$C = \frac{Q}{U} \quad (19-1)$$

Theo quy ước, tất cả các đại lượng trong phương trình (19-1) đều là dương : Q được xác định là độ lớn của điện tích trên mỗi bản, còn U là độ lớn của hiệu điện thế giữa các bản. Kết quả là điện dung C bao giờ cũng dương.

Thuật ngữ "điện dung" có ý nói rằng đó là số đo của một lượng gì đó mà tụ điện có thể chứa được. Vậy thì tụ điện chứa cái gì ? Tụ điện chứa các điện tích bằng nhau nhưng trái dấu trên mỗi bản của nó. Điện dung của một tụ điện là số đo khả năng tụ điện chứa các điện tích đó. Sau này ta còn thấy rằng một tụ điện tích điện cũng chứa cả năng lượng nữa.



**Hình 19-4.** *Hiệu điện thế giữa các bản của một tụ điện.*

Từ phương trình (19-1), thứ nguyên của điện dung là điện tích chia cho điện thế và trong hệ SI đơn vị điện dung là culông chia cho vôn  $\left(\frac{C}{V}\right)$ . Đơn vị SI này được gọi là fara (F) để tỏ lòng trân trọng đối với Michael Faraday :  $1F = 1\frac{C}{V}$ . Một fara là đơn vị khá lớn của điện dung ; điện dung của các tụ điện diễn hình trong các mạch điện đều ở trong phạm vi từ  $10^{-12}F$ , hay  $1pF$  (picofara), đến  $10^{-6}F$  hay  $1\mu F$  (microfara).

### **Điện dung của một tụ điện phẳng**

Như ta đã thấy (các ví dụ 17-3 và 18-6), nếu kích thước các bản của một tụ phẳng lớn hơn nhiều so với khoảng cách giữa hai bản, thì mật độ điện tích mặt trên các bản tụ là đều ( $|\sigma| = \frac{Q}{A}$ ), điện trường trong không gian giữa các bản tụ cũng là đều ( $E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}$ ) và hiệu điện thế thay đổi tuyến tính theo khoảng cách từ bản tụ này tới bản tụ kia (hình 19-4). Do vậy hiệu điện

thể ở tụ điện là :

$$U = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Do đó điện dung C bằng :

### VÍ DỤ 19-1

- Tụ điện phẳng.** (a) Tính điện dung của một tụ điện phẳng có các bản tụ hình vuông mỗi cạnh 122mm và cách nhau 0,24mm, ở giữa là chân không.  
 (b) Tính điện tích tụ điện, nếu hiệu điện thế ở tụ là 45V.

**Giai.** (a) Sử dụng phương trình (19-2), ta có :

$$C = \frac{(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m})(0,122 \text{ m})^2}{2,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}}$$

$$\approx 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 0,55 \text{ nF} = 550 \text{ pF}$$

(b) Giải phương trình (19-1) đối với Q, ta được :

$$Q = CU = (0,55 \text{ nF}) \cdot (45 \text{ V}) = 25 \text{ nC.}$$

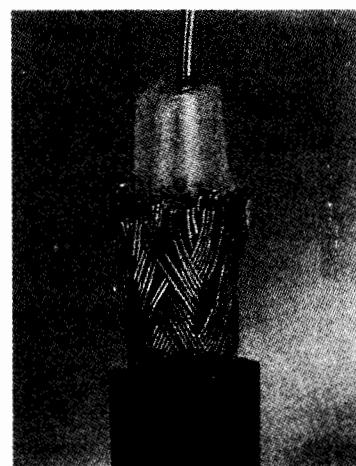
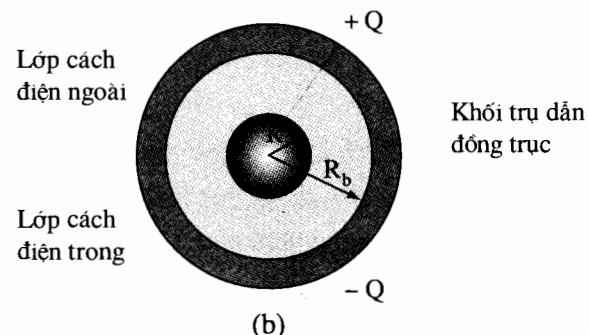
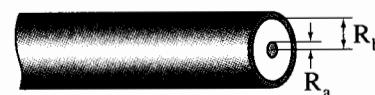
### Điện dung của tụ điện trụ (cáp đồng trục)

Cáp đồng trục thường được dùng để truyền các tín hiệu điện, và một tính chất quan trọng của cáp đồng trục là điện dung của nó. Cáp gồm một dây dẫn được bao quanh bởi một lớp trụ dẫn đồng trục, xen giữa là một chất cách điện (hình 19-5a). Một tụ điện thiết kế theo kiểu này được gọi là tụ điện trụ. Chiều dài của cáp thường lớn hơn nhiều so với bán kính của nó. Ta hãy xác định điện dung của cáp đồng trục có chiều dài L. Ở giai đoạn này, ta tạm giả thiết là chân không ở giữa dây dẫn và lớp vỏ trụ.

Ta coi dây dẫn như một bản tụ dương và vỏ trụ như bản tụ âm của một tụ điện trụ (hình 19-5b). Để sử dụng phương trình (19-1) đối với điện dung, trước tiên ta phải tìm biểu thức đối với U ở tụ điện. Vì cáp rất dài so với bán kính của nó, nên ta có thể bỏ qua các hiệu ứng ở đầu nút và dùng lời giải của ví dụ 17-2 đối với E trong khoảng giữa các bản tụ :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (19-2)$$

Điện dung của một tụ điện phẳng phụ thuộc vào diện tích các bản tụ và khoảng cách giữa hai bản.



**Hình 19-5.** Một dây cáp đồng trục là một tụ điện trụ. Một dây dẫn đặt bên trong chạy xuyên qua giữa một vật liệu cách điện bằng chất dẻo. Vật liệu này được bao quanh bởi một vỏ bằng dây dẫn bện lại. Dây bện lại được bọc ngoài bằng lớp vỏ cao su cách điện.

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \text{ với } \lambda = \frac{Q}{L} \text{ là mật độ điện}$$

dài. Dùng phương trình (18-15) và lấy tích phân dọc theo một đường sức từ bán dương a đến bán âm b, ta được :

$$\begin{aligned} U &= \int_a^b E \cdot dl = \int_{R_a}^{R_b} EdR \\ &= \int_{R_a}^{R_b} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} dR = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_{R_a}^{R_b} \frac{dR}{R} \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_b}{R_a} \end{aligned}$$

Vì  $C = \frac{Q}{U}$ , nên :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)} \quad (19-3)$$

Điện dung của một tụ điện trụ phụ thuộc vào chiều dài của các mặt trụ và tỉ số của các bán kính (tỉ số của bán kính trong của lớp vỏ trụ ngoài chia cho bán kính ngoài của hình trụ trong). Điện dung cũng phụ thuộc vào tính chất của vật cách điện ở giữa hai mặt trụ, nhưng ta sẽ nghiên cứu vấn đề này ở mục 19-5.

## Bài tự kiểm tra

Bán kính của dây dẫn trong cáp đồng trực là 0,86mm và bán kính trong của lớp vỏ trụ dẫn đồng trực là 1,75mm. Xác định điện dung của 1,0m cáp đó. Giả thiết là chân không ở giữa dây dẫn và lớp vỏ trụ dẫn.

Đáp số : 78pF.

## Điện dung của tụ điện cầu

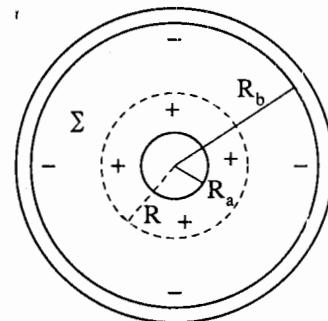
**Tụ điện cầu** là một hệ gồm hai lớp vỏ cầu dẫn điện đồng tâm tích điện trái dấu (hình 19-6). Ta vẫn tạm giả thiết là giữa hai lớp vỏ cầu là chân không. Chọn mặt Gauss  $\Sigma$  là một mặt cầu bán kính  $R$  đồng tâm với hai vỏ cầu. Áp dụng định luật Gauss ta có :

$$\oint_{\Sigma} E \cdot dS = E 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

suy ra :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Từ phương trình tính hiệu điện thế (18-15), lấy tích phân dọc theo đường sức từ bán dương a đến bán âm b, ta có :



Hình 19-6. Mặt cắt của một tụ điện cầu.

$$U = \int_{R_a}^{R_b} E \cdot dl = \int_{R_a}^{R_b} \frac{Q dR}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_b - R_a}{R_a R_b}$$

Từ đó điện dung của tụ điện cầu là :

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_a R_b}{R_b - R_a} \quad (19-4)$$

## Điện dung của một quả cầu cô lập

Ta có thể gán điện dung cho một vật dẫn hình cầu cô lập có bán kính  $R$  bằng cách giả thiết "bản tụ bị thiếu" là một vỏ cầu dẫn điện có bán kính vô hạn. Do đó từ

phương trình (19-4) ta cho  $R_b \rightarrow \infty$  và kí hiệu  $R_a = R$ , ta có :

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (19-5)$$

Như vậy, điện dung của quả cầu cô lập tỉ lệ thuận với bán kính của nó.

## 19-3. CÁC TỤ ĐIỆN MẮC NỐI TIẾP VÀ SONG SONG

Các phần tử mạch điện có thể được mắc theo nhiều cách khác nhau. Có hai cách mắc đơn giản tương ứng với các phần tử được mắc nối tiếp và song song.

### Các tụ điện mắc nối tiếp

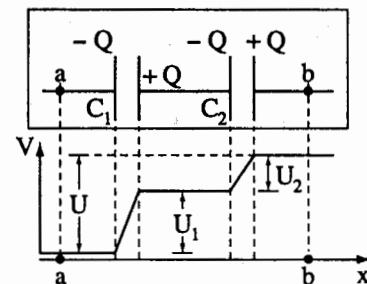
Hình 19-7 biểu diễn hai tụ điện với điện dung  $C_1$  và  $C_2$  mắc nối tiếp, tụ nọ tiếp sau tụ kia. Hình vẽ cũng biểu diễn sự biến thiên của điện thế dọc theo các dây nối và xuyên qua các tụ điện. Dưới các điều kiện tĩnh điện, thì điện thế là đều dọc theo các dây dẫn. Chú ý rằng hiệu điện thế đặt vào tổ hợp hai tụ trên,  $U = V_b - V_a$ , bằng tổng các hiệu điện thế ở từng tụ điện :  $U = U_1 + U_2$ . Đây chỉ là một ví dụ của quy tắc tổng quát :

**Hiệu điện thế đặt vào một dây các dụng cụ điện được mắc nối tiếp bằng tổng các hiệu điện thế ở từng dụng cụ riêng rẽ.**

Bây giờ ta tìm *điện dung tương đương*  $C_{12}$  của hai tụ điện 1 và 2 mắc nối tiếp.

*Điện dung tương đương* của một bộ tụ điện là *điện dung* của một tụ điện duy nhất mà khi được sử dụng thay thế cho bộ, sẽ cho cùng một hiệu ứng bên ngoài như bộ đó.

Để cho cùng một hiệu ứng bên ngoài giống như các tụ điện 1 và 2 mắc nối tiếp



**Hình 19-7. Hai tụ điện mắc nối tiếp.** Xem vùng chứa hai tụ là cô lập điện và ban đầu là trung hoà, nên điện tích trên mỗi tụ điện là như nhau.

nhau, thì tụ điện duy nhất này phải có điện tích với độ lớn  $Q$  trên mỗi bản của nó khi hiệu điện thế ở tụ điện này cũng là  $U$ . Có nghĩa là :

$$C_{12} = \frac{Q}{U} \quad \text{hay} \quad U = \frac{Q}{C_{12}}$$

$$\text{nhưng } U_1 = \frac{Q}{C_1} \text{ và } U_2 = \frac{Q}{C_2}.$$

Thay vào  $U = U_1 + U_2$ , ta có :

$$\frac{Q}{C_{12}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

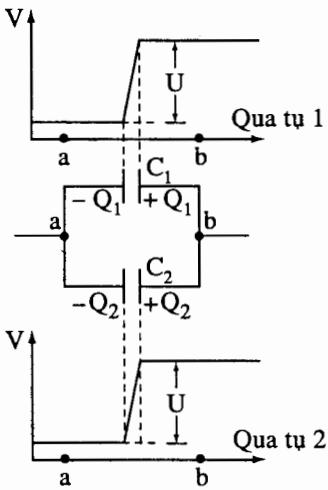
$$\text{Do đó : } \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Tổng quát, *điện dung tương đương*  $C_{1d}$  của một số bất kì các tụ điện mắc nối tiếp là :

$$\frac{1}{C_{td}} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (19-6)$$

### Các tụ điện mắc song song

Hình 19-8 là sơ đồ minh họa hai tụ điện với điện dung  $C_1$  và  $C_2$  được mắc song song



nhau. Từ hình vẽ, bạn có thể thấy là hiệu điện thế đặt vào mỗi tụ điện là như nhau :  $V_b - V_a = U_1 = U_2 = U$ . Đây chỉ là một ví dụ của quy tắc tổng quát :

**Hiệu điện thế đặt vào các phân tử mạch điện được mắc song song với nhau thì như nhau.**

Để cho có cùng một hiệu ứng bên ngoài như các tụ điện 1 và 2 mắc song song, thì tụ điện duy nhất với điện dung  $C_{12}$  phải có điện tích  $Q = Q_1 + Q_2$  khi hiệu điện thế đặt vào nó là  $U$ . Như vậy có nghĩa là :

$$C_{12} = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U}$$

Vì  $C_1 = \frac{Q_1}{U}$  và  $C_2 = \frac{Q_2}{U}$  nên ta có :

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

Tổng quát, điện dung tương đương  $C_{td}$  của một số bất kì các tụ điện mắc song song nhau là :

$$C_{td} = \Sigma C_i \quad (19-7)$$

## 19-4. ĐIỆN NĂNG VÀ MẬT ĐỘ NĂNG LƯỢNG

### Điện năng được lưu trữ trong một tụ điện

Để nạp điện cho một tụ điện phải có một tác nhân bên ngoài thực hiện một công để chuyển các hạt tải điện (các electron) từ bản tụ này sang bản tụ kia. Điện trường được thiết lập giữa hai bản tụ có xu hướng chống lại sự chuyển điện tích tiếp theo. Như vậy, khi điện tích được tích tụ trên bản tụ cần phải thực hiện một công lớn dần lên để chuyển các hạt điện

tiếp theo. Trong thực tế công này được thực hiện nhờ một nguồn điện như acquy, pin... Công cần để nạp điện cho tụ được *dự trữ dưới dạng thế năng điện W* trong điện trường giữa hai bản tụ (còn gọi là **năng lượng của tụ điện**). Ta có thể thu lại năng lượng đó bằng cách cho tụ điện phóng điện qua một mạch, giống như có thể thu lại thế năng đã được giữ lại trong một cái cung đã kéo dây bằng cách thả dây cung để bắn tên đi. Gọi  $q$  và  $u$  là điện tích và hiệu điện thế của tụ

đang thay đổi ở một thời điểm t bất kì. Khi đó độ biến thiên thế năng của tụ điện khi có một chuyển rời điện tích dq là (xem phương trình (18-15)):

$$dW = u dq$$

Công cần để nạp điện để đưa điện tích của tụ điện đến giá trị Q cuối cùng là W. W cũng là thế năng điện của tụ điện được tính theo công thức :

$$W = \int_0^Q u dq \text{ vì } u = \frac{q}{c}$$

$$\text{nên : } W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Gọi U là hiệu điện thế cuối của tụ điện

## VÍ DỤ 19-2

**Máy chống rung tim.** Khả năng dự trữ năng lượng của tụ là cơ sở của một thiết bị y tế là máy chống rung tim. Một acquy (mặc dù hiệu điện thế thấp) có thể tích điện cho tụ đến một điện thế cao, dự trữ một năng lượng lớn trong thời gian chưa đầy một phút. Các điện cực đặt trên ngực của người bệnh, khi đóng khoá, tụ điện gửi một phần năng lượng từ điện cực này đến điện cực kia qua người bệnh. Ví dụ một tụ  $70\mu F$  trong máy được nạp tới  $5000V$ , năng lượng của tụ là :

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = 875J$$

Gần  $200J$  của năng lượng này được truyền qua người trong một xung gần  $2,0ms$ . Công suất của xung bằng :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{200J}{2,0 \cdot 10^{-3}s} = 100kW$$

Công suất này rất lớn so với công suất của chính acquy.

## Mật độ năng lượng của một điện trường

Theo những điều trình bày ở trên, ta đã gắn năng lượng của một tụ điện với thế năng của các điện tích. Một cách nhìn nhận khác là quy năng lượng này cho điện trường tồn tại giữa các bản tụ. Đối với

$U = \frac{Q}{C}$ , ta có thể viết lại thế năng điện của tụ điện như sau :

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU \quad (19-8)$$

Việc nạp điện cho một tụ điện cũng tương tự như việc đào một cái giếng. Đào phần đầu của giếng bao giờ cũng dễ dàng hơn đào phần sau vì đất lấy từ giếng lên trong thời gian đào phần đầu không phải đưa lên quá cao như khi đào phần cuối. Cũng giống như vậy, độ tăng thế năng của các hạt tải điện đầu tiên bị bộ pin dời chuyển bao giờ cũng nhỏ hơn độ tăng về thế năng của các hạt tải điện lúc cuối vì hiệu điện thế ở tụ điện đã lớn hơn so với lúc đầu.

một tụ điện phẳng (với khoảng cách giữa các bản nhỏ, còn diện tích mỗi bản lại lớn), thì  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$  và  $U = Ed$  nên :

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

Thừa số Ad là thể tích của vùng không gian ở giữa hai bản, tương ứng với thể tích choán bởi điện trường (bỏ qua các hiệu ứng ở mép). Vì năng lượng tỉ lệ với thể tích choán bởi điện trường, nên ta đưa vào khái niệm mật độ năng lượng w (nghĩa là năng lượng trên một đơn vị thể tích) trong khoảng không gian chứa điện trường :

$$w = \frac{W}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 (Ad)}{Ad} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad (19-9)$$

Phương trình (19-9) chứng tỏ rằng ta có thể xem điện năng của một phân bố điện tích như một thực thể tồn tại của điện trường do phân bố điện tích gây ra. Mặc dù không chứng minh ở đây, nhưng phương trình (19-9) là tổng quát ; nó xác định mật độ năng lượng tại các điểm trong không gian của một điện trường sinh ra bởi một phân bố điện tích bất kì nào. Mật độ điện năng cũng là một ví dụ về trường vô hướng.

### VÍ DỤ 19-3

**Mật độ năng lượng do một quả cầu tích điện gây ra.** Tính mật độ năng lượng tại một điểm ở 0,15m cách tâm của một phân bố điện tích đối xứng cầu bán kính 55mm và điện tích 18nC.

**Giải.** Vì điểm được nêu ở ngoài phân bố điện tích, nên điện trường tại đây giống như điện trường do một điện tích điểm đặt tại tâm của phân bố điện tích gây ra :

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \text{ Phương trình (19-9) cho :}$$

$$w = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4} = \frac{(18nC)^2}{32\pi^2(8,85 \cdot 10^{-12} F/m)(0,15m)^4} = 230 \mu J/m^3.$$

### VÍ DỤ 19-4

**Mật độ năng lượng và tụ điện trụ.** Hãy chứng tỏ rằng phương trình (19-9) cũng xác định năng lượng của một tụ điện trụ tích điện, trong đó điện trường giữa các bản tụ là không đều.

**Giải.** Ta đã biết E giữa các bản của một tụ điện trụ là :  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 RL}$ , trong

đó L là chiều dài của tụ điện. Do vậy, điện trường vẫn như nhau tại mỗi điểm trong một phần tử thể tích vô cùng nhỏ là một lớp trụ bán kính R, chiều dài L, chiều dày dR và thể tích  $2\pi RLdR$  (hình 19-9). Vì điện trường này chỉ tồn tại giữa các bản tụ, nên năng lượng W do điện trường sinh ra là :

$$W = \int_{R_a}^{R_b} w(2\pi RLdR)$$

Mật độ năng lượng  $w$  là :

$$w = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left( \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 RL} \right)^2 = \frac{Q^2}{8\pi^2\epsilon_0 L^2 R^2}$$

Thế giá trị trên vào phương trình đổi với  $W$  và đưa các thừa số không đổi ra ngoài dấu tích phân, ta được :

$$W = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L} \int_{R_a}^{R_b} \frac{dR}{R} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_b}{R_a}$$

Đối với một tụ điện trục (phương trình 19-3) :

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \left( \frac{R_b}{R_a} \right)}$$

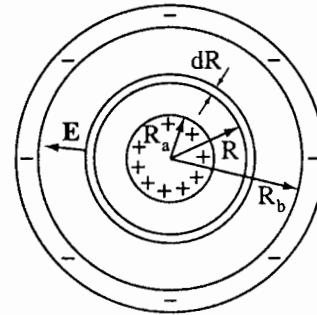
Vì vậy mà năng lượng của điện trường giữa các bán tụ là  $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ , tương ứng với thế năng của các điện tích trên các bán tụ xác định bởi phương trình (19-8).

### VÍ DỤ 19-5

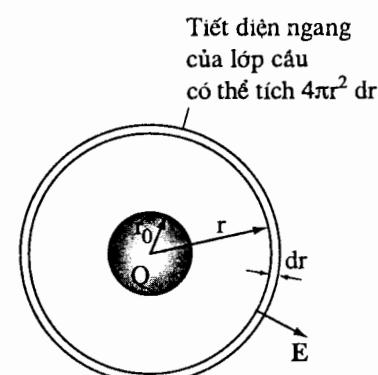
**Năng lượng của một quả cầu kim loại tích điện.** (a) Xác định biểu thức cho điện năng của một quả cầu kim loại cô lập có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$ .  
 (b) Trong ví dụ 18-8, ta đã chứng tỏ rằng mặt vòm kim loại của một máy phát điện Van de Graaff dùng trong thí nghiệm chứng minh với  $r_0 = 0,13\text{m}$ , có thể có một điện tích  $Q = 6\mu\text{C}$ . Ước tính  $W$  đổi với một máy phát như vậy.

**Giải.** (a) Điện năng của một quả cầu tích điện có thể được quy cho điện trường do điện tích đó gây ra. Để tìm năng lượng, ta tích phân (lấy tổng) mật độ năng lượng theo toàn bộ thể tích bị choán bởi điện trường. Điện năng ở bên trong quả cầu kim loại bằng không vì  $E = 0$  ở bên trong một vật dẫn. Ở bên ngoài quả cầu,  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , nên điện trường choán toàn không

gian ở bên ngoài quả cầu. Vì  $E$  có tính đối xứng cầu, nên điện trường là như nhau tại mỗi điểm ở trong một phần tử thể tích là một lớp cầu mỏng bán kính  $r$ , chiều dày vô cùng nhỏ  $dr$  và thể tích  $4\pi r^2 dr$  (hình 19-10). Vì vậy :



**Hình 19-9.** Ví dụ 19-4 : Tiết diện ngang của một tụ điện trục. Độ lớn của điện trường  $E$  là như nhau tại mỗi điểm trong lớp trục có chiều dày vô cùng nhỏ  $dR$  và thể tích  $2\pi RLdR$ .



**Hình 19-10.** Ví dụ 19-5 : Tìm năng lượng của điện trường do một quả cầu kim loại tích điện gây ra. Độ lớn  $E$  của điện trường là như nhau tại mỗi điểm trong một lớp với chiều dày vô cùng nhỏ  $dr$  và thể tích  $4\pi r^2 dr$ .

$$W = \int_{r_0}^{\infty} w 4\pi r^2 dr = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_{r_0}^{\infty} \left( \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0 r_0}$$

(b) Đối với mặt vòm kim loại của máy phát Van de Graaff :

$$W = (9 \cdot 10^9 N.m^2/C^2) \frac{(6\mu C)^2}{2(0,13m)} = 1J.$$

### Bài tự kiểm tra 19-5

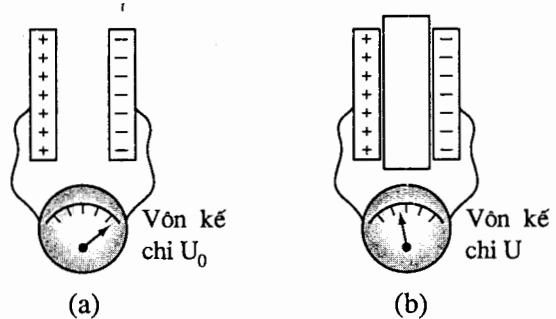
Hai quả cầu kim loại có bán kính tương ứng bằng 0,10m và 0,20m, và mỗi quả cầu đều được nạp cùng một điện tích như nhau. Nếu năng lượng của quả cầu lớn hơn là 0,4J thì năng lượng của quả cầu nhỏ hơn là bao nhiêu ?

Đáp số : 0,8J.

## 19-5. NHỮNG TÍNH CHẤT TĨNH ĐIỆN CỦA CÁC CHẤT CÁCH ĐIỆN (ĐIỆN MÔI)

Cho đến nay, ta mới chỉ nghiên cứu các trường hợp không có bất kỳ vật liệu nào trong khoảng không gian giữa các bản của một tụ điện. Nay giờ ta sẽ khảo sát hiệu ứng xảy ra khi lấp đầy không gian đó bằng một chất cách điện.

Xét một tụ điện phẳng với chân không ở giữa các bản tụ, nạp điện cho tụ điện bằng cách nối tụ với một bộ pin, rồi ngắt nó khỏi bộ pin nạp điện. Đo hiệu điện thế giữa các bản tụ như trên hình 19-11a và gọi giá trị này là  $U_0$ . Giờ ta đưa vật liệu cách điện mà ta muốn nghiên cứu vào khoảng không gian giữa các bản tụ và lại đo hiệu điện thế  $U$  giữa hai bản tụ, ta thấy  $U < U_0$  trong mọi trường hợp.



**Hình 19-11.** (a) Với chân không ở giữa các bản của một tụ điện tích điện, vôn kế chỉ  $U_0$ . (b) Với một chất điện môi ở giữa các bản tụ của một tụ điện tích điện, vôn kế chỉ  $U$ , và bao giờ ta cũng có  $U_0 > U$ .

Sự giảm hiệu điện thế từ  $U_0$  xuống  $U$  do việc đưa chất cách điện vào không phải do sự giảm điện tích trên các bản tụ, vì nếu

bỏ chất cách điện ra thì giá trị của hiệu điện thế sẽ lại tăng từ  $U$  trở về  $U_0$ . Với các loại vật liệu cách điện khác nhau, ta thấy là tỉ số  $\frac{U_0}{U}$  phụ thuộc vào loại vật liệu. Một chất cách điện thường được gọi là *một chất điện môi*, nên tỉ số này được gọi là *hằng số điện môi*  $\epsilon$ :

*Hằng số điện môi của một vật liệu là tỉ số của hiệu điện thế giữa các bản của một tụ điện khi có chân không giữa các bản chia cho hiệu điện thế khi có vật liệu đó ở giữa các bản tụ :*

$$\epsilon = \frac{U_0}{U} \quad (19-10)$$

Bảng 19-1 liệt kê các giá trị của  $\epsilon$  đối với một số vật liệu tiêu biểu (cũng liệt kê các giá trị của độ bền điện môi  $E_{max}$  là giá trị cực đại của điện trường mà vật liệu không bị đánh thủng điện). Đối với chân không,  $\epsilon$  đúng bằng 1 vì hằng số điện môi được

xác định đối với chân không. Hằng số điện môi của không khí ở nhiệt độ phòng và áp suất khí quyển rất gần hằng số điện môi của chân không ; các giá trị này chỉ sai khác nhau khoảng 0,0006. Vì  $U < U_0$  trong mọi trường hợp, nên  $\epsilon > 1$  đối với tất cả các vật liệu cách điện.

Bây giờ ta sẽ xem xét một số đại lượng khác ( $E$ ,  $C$ ,  $W$ ) thay đổi như thế nào khi có một chất cách điện được đặt xen vào giữa các bản của một tụ tích điện (đã được ngắt khỏi bộ pin). Trước tiên ta xét điện trường giữa các bản tụ, vì  $U = Ed$  và  $U_0 = E_0 d$  nên :

$$\epsilon = \frac{U_0}{U} = \frac{E_0 d}{Ed} = \frac{E_0}{E}$$

hay :  $E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (19-11)$

Cũng như hiệu điện thế, độ lớn của điện trường giảm đi  $\epsilon$  lần khi có một chất điện môi được đưa xen vào.

**Bảng 19-1.** Các tính chất của một số vật liệu điện môi ( $\vartheta 20^\circ C$ )

Vật liệu	Hằng số điện môi $\epsilon$	Độ bền điện môi $E_{max} 10^6 V/m$
<i>Chân không</i>	1	
<i>Chất khí</i>		
Không khí khô (1atm)	1,00059	3
Cacbon dioxit (1atm)	1,00098	
Heli (1atm)	1,00007	
Ethanol (100°C, 1atm)	1,0061	
<i>Chất lỏng</i>		
Benzen	3,1	
Glycerol	43	
Ethanol	25	
Nước	80	

Vật liệu	Hằng số diện môi $\epsilon$	Độ bền điện môi $E_{\max} 10^6 \text{V/m}$
<b>Chất rắn</b>		
Teflon	2,1	60
Polystyrene	2,6	25
Nilon	3,4	14
Giấy	3,6	15
Thạch anh nóng chảy	3,8	8
Dầu biến thế	4,5	
Bakelit	4,9	24
Thuỷ tinh pyrex	5	14
Sứ	6,5	
Neopren	6,8	12
Nhôm oxit	10,3	
Silic	12	
Gecmani	16	
Gốm titan	130	
Stronti titanat	$\approx 250$	
Bari stronti titanat	$\approx 10^4$	8

Tiếp theo, ta lại xét ảnh hưởng của một chất điện môi lên điện dung. Vì  $U = \frac{Q}{C}$

$$\text{và } U_0 = \frac{Q}{C_0}, \text{ nên : } \epsilon = \frac{U_0}{U} = \frac{C_0}{\frac{Q}{C}} = \frac{C}{C_0}$$

$$\text{Do đó : } C = \epsilon C_0$$

Việc đưa xen vào chất điện môi làm cho điện dung tăng lên  $\epsilon$  lần.

Trong trường hợp năng lượng của một tụ điện, thì  $W = \frac{1}{2} Q U$  hay  $U = \frac{2W}{Q}$ , nên :

$$\epsilon = \frac{U_0}{U} = \frac{\frac{2W_0}{Q}}{\frac{2W}{Q}} = \frac{W_0}{W}$$

$$\text{Do đó : } W = \frac{W_0}{\epsilon} \quad (19-12)$$

Năng lượng của một tụ điện giảm đi  $\epsilon$  lần khi chất điện môi được đưa vào. Khi lựa chọn một chất điện môi dùng cho một tụ điện thực thì phải kể đến nhiều yếu tố.

Một là, vì  $C$  tỉ lệ với  $\epsilon$ , nên một hằng số điện môi lớn được ưa dùng hơn để có thể làm cho  $C$  lớn mà không phải làm cho diện tích của các bản tụ quá lớn. Hai là, độ bền điện môi  $E_{\max}$  lớn sẽ cho phép tụ điện chịu được một điện trường lớn mà chất điện môi không bị đánh thủng. Đối với một tụ điện phẳng  $U = Ed$  kéo theo

$U_{\max} = E_{\max}d$ . Do đó  $E_{\max}$  lớn sẽ cho phép  $d$  có giá trị nhỏ mà không phải hạn chế hiệu điện thế hoạt động cực đại. Hơn nữa một giá trị nhỏ hơn của  $d$  có nghĩa là

một điện dung lớn hơn. Như vậy, cần phải có một chất điện môi với  $\epsilon$  lớn, nếu như muốn có  $U$  lớn, hoặc muốn có  $d$  nhỏ. Ba

là, một chất cách điện rắn sẽ cung cấp một trụ đỡ cứng giữa các bản tụ khiến chúng không thể tiếp xúc dẫn điện với nhau.

## VÍ DỤ 19-6

**Tụ điện với một chất điện môi ở giữa các bản.** Một tụ điện phẳng được chế tạo bằng cách ghép chặt một tờ giấy chiều dày 0,14mm giữa hai lá nhôm. Kích thước của tờ giấy và các lá nhôm là 15mm  $\times$  480mm. Xác định (a) điện dung của tụ điện và (b) hiệu điện thế cực đại có thể đặt vào tụ điện mà không đánh thủng chất điện môi. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép.

$$\text{Giải. (a)} \quad \text{Vì } C = \epsilon C_0 \text{ và } C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \text{ nên : } C = \frac{\epsilon \epsilon_0 A}{d}$$

Từ bảng 19-1,  $\epsilon = 3,6$  đối với giấy nên :

$$C = \frac{(3,6)(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m})(1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})(0,48 \text{ m})}{1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 1,6 \text{ nF}$$

(b) Đối với một tụ điện phẳng, thì  $U_{\max} = E_{\max} d$  và từ bảng 19-1,  $E_{\max} = 15 \cdot 10^6 \text{ V/m}$  đối với giấy. Do đó :

$$U_{\max} = (15 \cdot 10^6 \text{ V/m}) \cdot (1,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}) = 2,1 \text{ kV.}$$

## 19-5. GIẢI THÍCH CÁC TÍNH CHẤT CỦA ĐIỆN MÔI

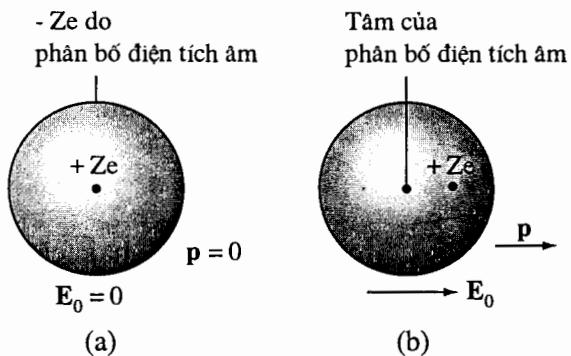
Khi một chất điện môi được đặt vào giữa các bản của một tụ tích điện đã được ngắt khỏi bộ pin nạp thì điện trường giữa các bản bị giảm đi mặc dù điện tích trên các tấm vẫn còn cố định. Vậy thì những điện tích nào đã gây ra sự giảm đó trong điện trường và các điện tích đó nằm ở đâu ? Các điện tích gây ra sự suy giảm của điện trường được gọi là các *diện tích liên kết*, hay các *diện tích phân cực* và chúng ở trên bề mặt của chất điện môi. Nay giờ ta sẽ mô tả nguồn gốc của các điện tích này theo các phân tử cấu thành chất điện môi.

Tuỳ theo sự phân bố electron xung quanh hạt nhân, người ta phân biệt hai loại phân

tử điện môi : *phân tử không tự phân cực* và *phân tử phân cực*.

*Phân tử không tự phân cực* là loại phân tử có phân bố electron đối xứng xung quanh hạt nhân.

Hình 19-12a biểu diễn một mẫu đơn giản về phân tử có một nguyên tử : hạt nhân được xem như một điện tích điểm ( $+Ze$ ) được bao quanh bởi một phân bố đối xứng cầu của điện tích âm ( $-Ze$ ) do các electron gây ra. Vì có lực hút điện giữa hạt nhân và các electron, nên tâm của điện tích âm trùng với vị trí của hạt nhân. Khi nguyên tử được đặt trong một điện trường ngoài  $E_0$  (hình 19-12b), thì lực do



**Hình 19-12.** Một mẫu đơn giản về nguyên tử. Hạt nhân với điện tích  $+Ze$  ở tâm của một phân bố điện tích đối xứng cầu  $-Ze$  của các electron. (a) Khi không có điện trường ngoài, tâm của điện tích âm trùng với điện tích điểm dương (hạt nhân). (b) Khi có điện trường ngoài  $E_0$ , tâm của điện tích âm và điện tích điểm dương bị dịch chuyển; nguyên tử có một momen lưỡng cực cảm ứng.

điện trường tác dụng lên hạt nhân sẽ ngược với chiều của lực do điện trường tác dụng lên các electron. Ở trạng thái cân bằng, vị trí của hạt nhân và tâm của điện tích âm bị xê dịch do hai tập hợp các lực: Các lực tác dụng lên hạt nhân và các electron do  $E_0$  gây ra (có khuynh hướng tách hạt nhân ra xa các electron) và Các lực giữa hạt nhân và các electron của nó (có khuynh hướng làm chống hạt nhân lên tâm của điện tích âm). Như vậy do điện trường ngoài mà nguyên tử có một momen lưỡng cực điện cảm ứng và một nguyên tử như vậy được gọi là *bị phân cực*.

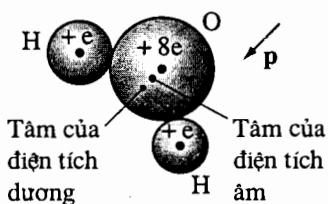
Với các phân tử không tự phân cực có nhiều nguyên tử (ví dụ  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $Cl_2$ ...) khi chưa đặt trong điện trường ngoài thì các trọng tâm của các điện tích dương và âm trùng nhau, phân tử không phải là một lưỡng cực điện. Nhưng khi đặt trong điện trường ngoài, các trọng tâm của các điện tích dương bị đẩy theo chiều điện trường,

còn trọng tâm của các điện tích âm bị đẩy ngược chiều điện trường. Lúc đó phân tử trở thành một lưỡng cực điện và có momen lưỡng cực cảm ứng  $p$  khác không.

Người ta đã chứng minh được momen lưỡng cực điện cảm ứng  $p$  tỉ lệ thuận với cường độ điện trường  $E$  theo công thức :

$$p = \epsilon_0 \alpha E \quad (19-13)$$

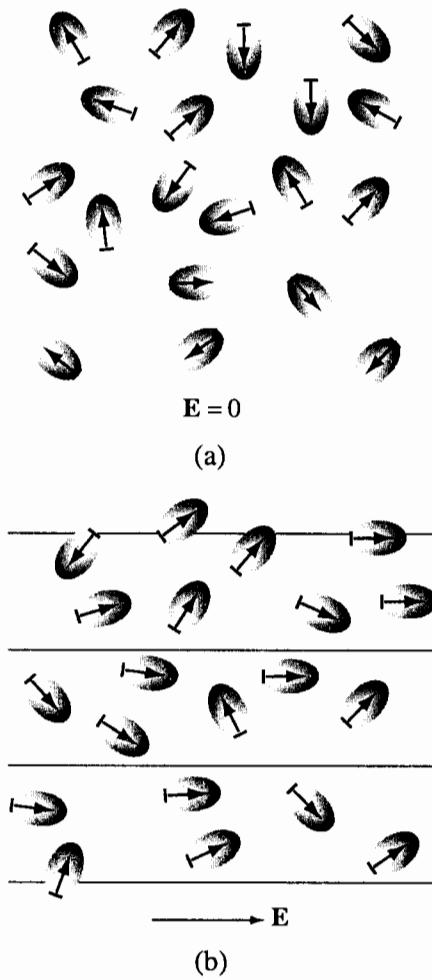
trong đó  $\alpha$  gọi là *độ phân cực của phân tử*. Phân tử phân cực là loại phân tử có phân bố electron không đối xứng xung quanh hạt nhân. Một số lớn các chất điện môi có phân tử thuộc loại này, ví dụ  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $HCl$ ... Do đó ngay khi chưa đặt trong điện trường ngoài thì tâm của điện tích dương và điện tích âm không trùng nhau. Hình 19-13 mô tả phân tử nước là một phân tử phân cực khi không có điện trường ngoài,



**Hình 19-13.** (a) Phân tử nước có một momen lưỡng cực cố định.

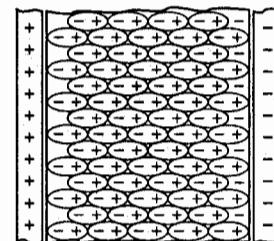
các lưỡng cực phân tử này định hướng một cách ngẫu nhiên (hình 19-14a). Nếu một lưỡng cực có momen  $p$  được đặt trong một điện trường  $E$ , thì điện trường này có khuynh hướng làm cho  $p$  nằm dọc theo chiều của  $E$ .

Tuy nhiên sự giống thằng này là không hoàn toàn vì do chuyển động nhiệt của các phân tử (hình 19-14b). Vì vậy một đặc trưng của loại phân cực này là sự phụ thuộc nhiệt độ tương đối mạnh của nó, hiệu ứng phân cực sẽ giảm khi nhiệt độ tăng.

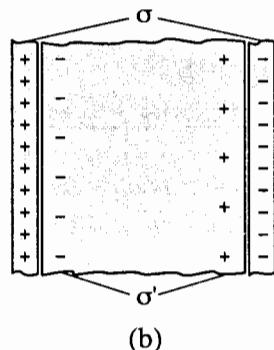


**Hình 19-14.** (a) Momen lưỡng cực của các phân tử có cực định hướng ngẫu nhiên khi không có điện trường ngoài. (b) Các phân tử có khuynh hướng giống thẳng theo một điện trường ngoài, nhưng sự giống hàng này không hoàn toàn là do chuyển động nhiệt.

Giả sử một phiến điện môi được đặt vào trong một điện trường đều  $E_0$  giữa các bản của một tụ điện phẳng (hình 19-15a). Chất điện môi trở thành bị phân cực khi các lưỡng cực được cảm ứng bởi điện trường hoặc các lưỡng cực cố định được giống thẳng nhờ điện trường. Vì có sự phân cực này, mà mật độ điện mặt  $\sigma'$  được tạo ra trên hai mặt của chất điện môi áp



(a)



(b)

**Hình 19-15.** (a) Một phiến điện môi bị phân cực trong điện trường đều của một tụ điện phẳng. (b) Một mật độ điện mặt  $\sigma'$  được hình thành trên các mặt của chất điện môi kề với các bản tụ.

sát với các bản tụ (hình 19-15b). Còn dấu của điện tích cảm ứng này ở trên mỗi mặt của phiến điện môi thì ngược với dấu của điện tích trên bản tụ kề với nó. Để phân biệt điện tích trên bản tụ với  $\sigma'$ , ta kí hiệu mật độ điện tích trên các bản tụ là  $\sigma$ . Vì điện tích trên các bản tụ không bị ảnh hưởng bởi việc đưa chất điện môi vào (bộ pin đã bị ngắt), nên  $\sigma$  cũng chính là mật độ điện tích trên bản tụ khi không có chất điện môi.

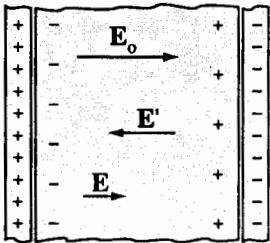
Điện trường  $E$  trong chất điện môi là do sự đóng góp của hai thành phần :  $E_0$  do  $\sigma$  gây ra ( $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ) và  $E'$  do  $\sigma'$  gây ra ( $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$ ).

Hai thành phần đóng góp cho điện trường này có chiều ngược nhau, như được minh họa trên hình 19-16. Như vậy :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$$

Nếu ta đặt trục x dọc theo  $\mathbf{E}$ , thì có thể viết :

$$Ei = E_0 i + (-E') i = (E_0 - E') i$$



**Hình 19-16.** Điện trường trong chất điện môi do hai thành phần đóng góp :  $E'$  và  $E_0$ . Hai thành phần này có chiều ngược nhau. Vẽ độ lớn  $E = E_0 - E'$ .

Và hệ thức giữa độ lớn của các điện trường là :

$$E = E_0 - E'$$

Biểu thị theo mật độ điện tích, ta có :

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0} \quad (19-14)$$

Từ phương trình (19-11), ta có :

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$$

nên :

$$\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}$$

$$\text{Từ đó suy ra : } \sigma' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma \quad (19-15)$$

Vì thừa số  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$  nhỏ hơn 1 nên bao giờ  $\sigma'$  cũng nhỏ hơn  $\sigma$ .

Bây giờ ta có thể hiểu tại sao hiệu điện thế lại giảm khi đưa một chất điện môi vào trong một tụ đã có điện tích cố định trên các bản của nó. Điện trường, do điện tích tự do trên các bản tụ gây ra, sẽ cảm ứng một điện tích liên kết nhưng có dấu ngược lại trên các mặt sát kề của chất điện môi. Phần đóng góp vào điện trường do điện tích liên kết (ở trên bề mặt chất điện môi) gây ra ngược dấu với phần đóng góp vào điện trường do điện tích tự do (trên bề mặt bản tụ) gây ra, nên điện trường (và hiệu điện thế) bị giảm do sự có mặt của chất điện môi.

## VÍ DỤ 19-7

**Điện trường và các mật độ điện tích đối với một tụ điện.** Giả sử hiệu điện thế ở một tụ điện phẳng trong ví dụ 19-6 là 180V. Xác định : (a)  $E$ , (b)  $E_0$ , (c)  $E'$ , (d)  $\sigma$  và (e)  $\sigma'$ .

**Giải.** (a) Đối với tụ điện trong ví dụ 19-6  $d = 0,14\text{mm}$  nên độ lớn của điện trường giữa các bản tụ là :

$$E = \frac{U}{d} = \frac{180\text{V}}{0,14\text{mm}} = 1,3 \cdot 10^6 \text{V/m.}$$

(b) Vì giấy ( $\epsilon = 3,6$ ) được đặt giữa các bản tụ, nên độ lớn của phần đóng góp vào điện trường do điện tích tự do gây ra là :

$$E_0 = \epsilon E = (3,6) \cdot (1,3 \cdot 10^6 \text{V/m}) = 4,6 \cdot 10^6 \text{V/m.}$$

(c) Vì  $E = E_0 - E'$  nên độ lớn của phần đóng góp vào điện trường do điện tích liên kết gây ra là :

$$E' = E_0 - E = (4,6 \cdot 10^6 \text{V/m}) - (1,3 \cdot 10^6 \text{V/m}) = 3,3 \cdot 10^6 \text{V/m}.$$

(d) Độ lớn của mật độ điện tích tự do là :

$$\sigma = \epsilon_0 E_0 = (8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}) \cdot (4,6 \cdot 10^6 \text{V/m}) = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2.$$

(e) Độ lớn của mật độ điện tích liên kết là :

$$\sigma' = \epsilon_0 E' = (8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}) \cdot (3,3 \cdot 10^6 \text{V/m}) = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2.$$

Ta cũng có thể tìm được  $\sigma'$  từ phương trình (19-15) :

$$\sigma' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma = \frac{3,6 - 1}{3,6} (4,1 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2) = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2.$$

## Bài tự kiểm tra 19-7

Làm lại các tính toán trong ví dụ trên, nhưng dùng polystyren làm chất điện môi.

**Đáp số :** (a)  $1,3 \cdot 10^6 \text{V/m}$ . (b)  $3,3 \cdot 10^6 \text{V/m}$ .

(c)  $2,1 \cdot 10^6 \text{V/m}$ . (d)  $3,0 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2$ .

(e)  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{C/m}^2$ .

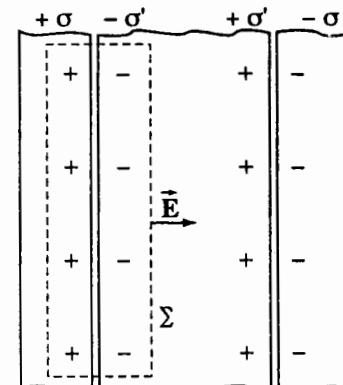
## 19-7. CÁC CHẤT ĐIỆN MÔI VÀ ĐỊNH LUẬT GAUSS

Trong chương 17, chúng ta đã thảo luận về định luật Gauss nhưng ta đã giả thiết các điện tích tồn tại trong chân không. Nay giờ chúng ta xét định luật Gauss trong chất điện môi. Hình 19-17 cho thấy một tụ điện phẳng có điện tích trên mỗi bản tụ là  $q = \sigma A$ ,  $A$  là diện tích của bản tụ. Nếu giữa hai bản tụ là chân không thì theo định luật Gauss, ta có :

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

hay

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



Hình 19-17. Tụ điện phẳng có chứa điện môi. Một mô hình đơn giản để áp dụng định luật Gauss.

Nếu giữa hai bản tụ có chất điện môi, thì trên bề mặt chất điện môi xuất hiện điện tích liên kết  $q' = \sigma' A$ . Chọn bề mặt Gauss Σ như trên hình 19-17, áp dụng định luật Gauss :

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

E là cường độ điện trường trong chất điện môi, ta có :

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

Nhưng mặt khác ta biết :

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon A}$$

do đó suy ra :  $q - q' = \frac{q}{\epsilon}$ .

Bằng cách thay  $q - q' = \frac{q}{\epsilon}$  vào, ta có thể viết lại định luật Gauss dưới dạng :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (19-16)$$

Mặc dù được suy ra cho một tụ điện phẳng nhưng *phương trình (19-16) là dạng tổng quát của định luật Gauss đối với chất điện môi.*

Ở đây ta chú ý những điều sau : (a) Điện tích q nằm trong mặt Gauss là *diện tích tự do*, điện tích mặt cảm ứng đã được tính đến khi có mặt hằng số điện môi ε ; (b) Phương trình (19-16) chỉ khác phương trình (17-3) ở chỗ  $\epsilon_0$  được thay bằng  $\epsilon_0 \epsilon$ . Nếu như hằng số điện môi ε không phải là hằng số trên toàn mặt Gauss thì phải đặt ε trong dấu tích phân. Khi đó định luật Gauss là :

$$\oint \epsilon \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (19-17)$$

Bảng sau đây chỉ ra các đại lượng điện khi có mặt chất điện môi :

**Bảng 19-2.** Bảng tổng kết các đại lượng điện trong chất điện môi

Đại lượng điện	Trong chân không	Trong chất điện môi
• Cường độ điện trường	$E_0$	$E = \frac{E_0}{\epsilon}$
• Hiệu điện thế	$U_0$	$U = \frac{U_0}{\epsilon}$
• Điện thế	$V_0$	$V = \frac{V_0}{\epsilon}$
• Điện dung	$C_0$	$C = \epsilon C_0$
• Mật độ năng lượng	$w_0$	$w = \frac{w_0}{\epsilon} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2$
• Định luật Gauss	$\oint E_0 \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0}$	$\oint \epsilon E \cdot dS = \frac{q}{\epsilon_0}$

?

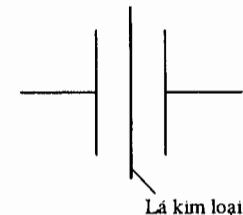
## CÂU HỎI

- 1** Giải thích ý nghĩa của câu "điện tích Q của một tụ điện". Có phải toàn bộ tụ điện có điện tích này không ?
- 2** Giải thích ý nghĩa của câu "hiệu điện thế U ở một tụ điện". Biểu thị theo tích phân đường thì ta có :

$$U = V_b - V_a = - \int_a^b E \cdot dI$$

Điểm a và điểm b nằm ở đâu ? Liệu có nhiều cách lựa chọn cho vị trí của a (hay b) không ? Giải thích.

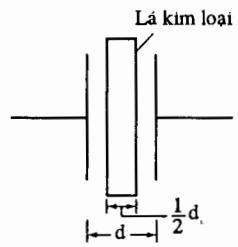
- 3** Giả sử hiệu điện thế đặt vào một tụ điện tăng gấp đôi. Khi đó tỉ số  $\frac{Q}{U}$  sẽ biến đổi như thế nào ?
- 4** Khi một bộ pin nạp điện cho một tụ thì điện tích trên các bản tụ có độ lớn bằng nhau, nhưng có dấu ngược nhau. Tại sao ? Nếu các bản có kích thước khác nhau, thì điện tích của chúng có còn cùng độ lớn nữa không ?
- 5** Giả sử mỗi bản của một tụ điện lúc đầu có một điện tích dương q ; sau đó tụ điện được nối với một bộ pin. Hỏi điện tích sau đó trên các tấm bản có còn bằng nhau và ngược dấu nữa không ? Tính điện tích trên mỗi bản theo q, C và U.
- 6** Giả sử có một tụ điện phẳng được nạp điện và sau đó được ngắt khỏi bộ pin nạp. Sau đó khoảng cách giữa hai bản được tăng gấp đôi. Hãy mô tả bất kì một sự thay đổi nào trong mỗi đại lượng dưới đây do sự thay đổi khoảng cách giữa các bản tụ gây ra (bỏ qua các hiệu ứng ở mép) : (a) Điện tích của các bản, (b) Điện dung, (c) Điện trường giữa các bản, (d) Hiệu điện thế ở tụ điện, (e) Năng lượng của tụ điện, (f) Mật độ năng lượng giữa các bản tụ, (g) Năng lượng trong điện trường.
- 7** Giả sử có một tụ điện phẳng được nạp điện và vẫn được nối với bộ pin nạp. Sau đó khoảng cách giữa các tấm tụ được tăng lên gấp đôi. Hãy mô tả bất kì một sự thay đổi quan trọng nào trong mỗi đại lượng dưới đây do sự thay đổi khoảng cách giữa hai bản tụ gây ra (bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ) :
  - (a) Hiệu điện thế ở tụ điện, (b) Điện dung, (c) Điện tích trên các bản, (d) Điện trường giữa các bản, (e) Năng lượng của tụ điện, (f) Mật độ năng lượng giữa các bản, (g) Năng lượng trong điện trường.
- 8** Giả sử một lá kim loại mỏng được đặt chính giữa khoảng cách hai bản của một tụ điện phẳng (hình 19-18). Lá kim loại được cách điện với mọi vật



Hình 19-18

khác, và chiều dày lá kim loại nhỏ không đáng kể so với khoảng cách giữa các bản tụ. Hỏi điện dung của tụ điện sẽ thay đổi như thế nào khi đưa lá kim loại vào giữa tụ điện. Đáp số của bạn liệu có phụ thuộc vào việc lá kim loại có ở chính giữa hay không ?

- 9.** Giả sử có một tụ điện phẳng được nạp điện và sau đó được ngắt khỏi bộ pin. Người ta đưa vào khoảng cách giữa các bản tụ một tấm kim loại như trên hình 19-19 ; chiều dày của tấm bằng nửa khoảng cách giữa các bản. Xác định hệ số biến đổi của từng đại lượng dưới đây : (a) Điện dung, (b) Điện tích trên các bản tụ, (c) Hiệu điện thế giữa các bản tụ, (d) Điện trường giữa các bản trừ vùng thể tích của tấm kim loại, (e) Mật độ năng lượng giữa các bản (trừ vùng thể tích của tấm kim loại), (f) Điện năng của hệ. (g) Dựa vào những khảo sát về năng lượng, bạn có cho rằng có một lực điện tác dụng lên tấm kim loại trong khi nó được đưa vào giữa các bản tụ không ? Nếu có thì bạn hãy xác định chiều của lực đó và giải thích.
- 10.** Năng lượng của một tụ là  $3,0\mu J$  sau khi được nạp điện bằng một bộ pin  $1,5V$ . Tính năng lượng của tụ điện sau khi được nạp nhờ một bộ pin  $3,0V$ .
- 11.** Vì một điện trường ngoài tác dụng lực lên các hạt nhân và các electron theo những hướng ngược nhau, vậy làm thế nào mà các nguyên tử vẫn bền vững trong một điện trường ?
- 12.** Giả sử người ta yêu cầu bạn chế tạo một tụ điện chiếm ít không gian, nhưng lại có điện dung lớn và hoạt động ở điện thế cao. Hỏi những tính chất nào của các vật liệu chế tạo là quan trọng ? Bạn cần chấp nhận giải pháp dung hòa như thế nào ?
- 13.** Bạn có thể thu lượm các mẩu giấy nhỏ bằng một cái lược tích điện cho dù là giấy trung hoà về điện. Giả thiết rằng giấy có tính chất giống như một chất cách điện lí tưởng, bạn hãy giải thích hiện tượng trên thông qua sự phân cực của các nguyên tử trong giấy. Hiệu ứng có phụ thuộc vào dấu của điện tích trên cái lược không ? (Gợi ý : điện trường do các điện tích trên chiếc lược gây ra giảm theo khoảng cách tính từ đầu tích điện của chiếc lược).
- 14.** Nếu điện tích liên kết trên một chất điện môi lấp đầy khoảng không giữa hai bản của một tụ điện phẳng phải bằng nửa số điện tích tự do thì giá trị của hằng số điện môi phải là bao nhiêu ?
- 15.** Khi một chất điện môi với hằng số điện môi  $\epsilon$  lấp đầy khoảng không giữa các bản của một tụ điện đã tích điện, thì độ lớn của điện trường giảm đi  $\epsilon$  lần và mật độ năng lượng cũng giảm đi  $\epsilon$  lần. Cho biết  $w$  tỉ lệ với  $E^2$ , vậy làm thế nào lại có thể xảy ra điều nói ở trên ?

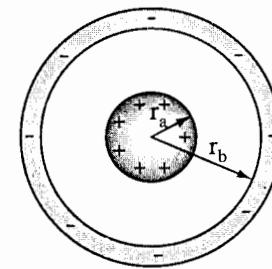


Hình 19-19

## ĐÀI TẬP

### Mục 19-2. Tụ điện và điện dung

- 1 Có bao nhiêu điện tích được di chuyển từ bản tụ này sang bản tụ kia nhờ một bộ pin 6,0V khi nó nạp điện cho một tụ điện  $3,0\text{nF}$  ?
- 2 Nếu điện tích của một tụ điện là  $14,5\mu\text{C}$  khi hiệu điện thế ở nó là  $25\text{V}$ , thì điện dung của tụ điện là bao nhiêu ?
- 3 Giả sử bạn muốn chế tạo một tụ điện phẳng  $1\text{F}$  mà khoảng cách giữa các bản là  $10\text{mm}$ . Nếu các bản tụ là hình vuông và có chân không ở giữa thì mỗi cạnh của bản tụ phải là bao nhiêu ?
- 4 Tính điện dung của một tụ điện trụ dài  $220\text{mm}$ , giữa các bản là chân không. Bán kính ngoài của hình trụ trong là  $33\text{mm}$ , và bán kính trong của hình trụ ngoài là  $45\text{mm}$ .
- 5 Một tụ điện cầu gồm một quả cầu dẫn điện bán kính  $r_a$  bao quanh bởi một vỏ cầu dẫn điện đồng tâm có bán kính trong  $r_b$  (hình 19-20). (a) Chứng tỏ rằng nếu khoảng cách giữa các bản của tụ điện cầu,  $d = r_b - r_a$ , là rất nhỏ so với hai bán kính, thì điện dung của tụ cầu gần giống điện dung của một tụ phẳng có diện tích  $A = 4\pi r_a^2 \approx 4\pi r_b^2$ .  
(b) Bề mặt của Trái Đất (bán kính  $6400\text{km}$ ) và tầng điện li ở độ cao  $100\text{km}$  có thể được coi là các bản của một tụ điện cầu. Dùng kết quả của phần (a), xác định điện dung của tụ điện này, giả thiết giữa hai bản tụ là chân không.

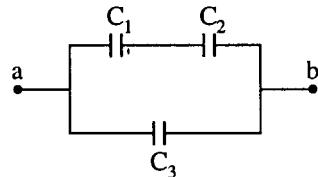


Hình 19-20

### Mục 19-3. Các tụ điện mắc nối tiếp và song song

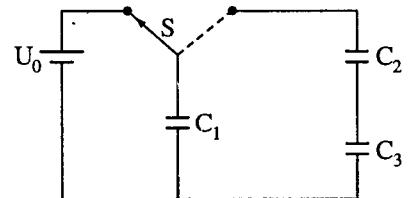
- 6 Một tụ điện  $2,4\mu\text{F}$  được mắc nối tiếp với một tụ điện  $3,1\mu\text{F}$ . Sau đó tổ hợp được nạp điện nhờ một bộ pin  $6,1\text{V}$ . (a) Tính điện dung tương đương của tổ hợp. (b) Tính điện tích của mỗi tụ điện. (c) Tính hiệu điện thế đặt vào mỗi tụ điện.
- 7 Một tụ điện  $2,4\mu\text{F}$  được mắc song song với một tụ điện  $3,1\mu\text{F}$ . Sau đó tổ hợp được nạp điện nhờ một bộ pin  $6,1\text{V}$ . (a) Tính điện dung tương đương của tổ hợp. (b) Tính hiệu điện thế đặt vào mỗi tụ điện. (c) Tính điện tích của mỗi tụ điện.
- 8 Giả sử bạn cần một điện dung  $3,6\mu\text{F}$  trong một mạch điện, nhưng bạn chỉ có sẵn một hộp đầy các tụ điện có điện dung  $2,4\mu\text{F}$  và thấp hơn. Tính giá trị điện dung của một tụ điện mà bạn có thể kết hợp với một tụ điện  $2,4\mu\text{F}$  để có được một điện dung tương đương là  $3,6\mu\text{F}$ . Bạn sẽ mắc hai tụ điện đó như thế nào, nối tiếp hay song song ?

- 9 Giả sử bạn cần một điện dung  $1,7\mu F$  trong một mạch điện, nhưng bạn chỉ có sẵn một hộp đầy các tụ điện có điện dung  $2,4\mu F$  và cao hơn. Tính giá trị điện dung của một tụ điện mà bạn có thể kết hợp với một tụ điện  $2,4\mu F$  để có được một điện dung tương đương là  $1,7\mu F$ . Bạn sẽ mắc hai tụ điện đó như thế nào, nối tiếp hay song song?
- 10 Một tụ điện  $62nF$  được nạp điện nhờ một bộ pin  $12V$ . Sau đó tụ được ngắt khỏi bộ pin. Các dây đầu ra của tụ điện được nối với các đầu ra của một tụ điện  $38nF$  chưa được nạp điện. (a) Tính điện tích cuối cùng của mỗi tụ sau khi chúng được nối với nhau.
- 11 Một tụ điện  $62nF$  và một tụ điện  $38nF$  được nạp điện riêng rẽ nhờ một bộ pin  $12V$ , và sau đó được ngắt khỏi bộ pin. Giả sử hai dây đầu ra từ các bản dương của các tụ điện được nối với nhau, và hai dây đầu ra từ các bản âm của hai tụ điện được nối với nhau. (a) Tính điện tích cuối cùng ở mỗi tụ điện. (b) Tính hiệu điện thế cuối cùng ở mỗi tụ điện. Bây giờ giả sử ta đảo ngược các dây đầu ra của các tụ điện sao cho các bản tụ có điện tích trái dấu được nối với nhau. (c) Tính điện tích cuối cùng của mỗi tụ điện. (d) Tính hiệu điện thế cuối cùng ở mỗi tụ điện.
- 12 Đối với sự sắp xếp như trên hình 19-21,  
 $C_1 = 4,0\mu F$ ,  $C_2 = 6,0\mu F$  và  $C_3 = 5,0\mu F$   
(a) Tính điện dung tương đương của tổ hợp. Giả thử  $V_b - V_a = 65V$ . (b) Tính hiệu điện thế ở mỗi tụ điện. (c) Tính điện tích của mỗi tụ điện.



Hình 19-21

- 13 Trên hình 19-22, tụ điện 1 lúc đầu được tích điện đến một hiệu điện thế  $U_0$  bằng cách bật công tắc S sang trái. (a) Tính điện tích của tụ điện 1. Giả sử bây giờ ta bật công tắc S sang phải. (b) Tính điện tích cuối cùng của mỗi tụ điện và tính hiệu điện thế cuối cùng ở mỗi tụ điện.



Hình 19-22

Biểu thị các đáp số của bạn theo  $U_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  và  $C_3$ . (c) Tính các đáp số của bạn cho trường hợp  $U_0 = 35V$ ,  $C_1 = 4,0\mu F$ ,  $C_2 = 6,0\mu F$ ,  $C_3 = 2,0\mu F$ .

#### Mục 19-4. Điện năng và mật độ năng lượng

- 14 Một tụ điện  $1,0\mu F$  được nạp điện nhờ một bộ pin  $10V$ . (a) Tính năng lượng của tụ điện. (b) Tính năng lượng của tụ điện nếu nó được nạp điện bằng một bộ pin  $20V$ .
- 15 Một tụ điện phẳng  $0,25\mu F$  được nạp điện nhờ một bộ pin  $96V$ . (a) Tính năng lượng của tụ điện. (b) Nếu các bản cách nhau  $0,12mm$ , tính điện

trường giữa các bản tụ. (c) Tính mật độ năng lượng giữa các bản tụ. (Bỏ qua các hiệu ứng ở mép và giả thiết ở giữa các bản tụ là chân không).

- 16 Như một phép gán đúng thô đối với điện trường trong khí quyển Trái Đất, người ta xem rằng điện trường đó là đều và có độ lớn  $100\text{V/m}$  trong vùng giữa bề mặt Trái Đất và tầng điện li, và bằng không ở phía trên tầng điện li. (a) Tính mật độ điện năng trong khí quyển. (b) Cho bán kính Trái Đất là  $6400\text{km}$  và độ cao của tầng điện li vào khoảng  $100\text{km}$ , đánh giá điện năng chứa trong khí quyển của Trái Đất.
- 17 Xác định điện năng của bộ các tụ điện được cho trong bài tập 12 và được minh họa trên hình 19-21.
- 18 Chứng tỏ rằng khi hai tụ điện được mắc nối tiếp, thì tổng các năng lượng riêng lẻ của chúng  $W = W_1 + W_2$  cũng chính là năng lượng của một tụ điện duy nhất có điện dung là điện dung tương đương của hai tụ đã cho và điện tích bằng điện tích của mỗi tụ điện riêng lẻ.
- 19 Giả thiết proton có thể được biểu diễn như một quả cầu dẫn tích điện, bán kính  $10^{-15}\text{m}$ . Dùng mô hình này, đánh giá điện năng của một proton ra MeV. (Gợi ý : xem ví dụ 19-5).
- 20 Xét một tụ điện phẳng, trong đó khoảng cách  $x$  giữa các bản có thể thay đổi được trong khi điện tích trên các bản vẫn giữ nguyên cố định. (a) Chứng tỏ rằng lực do bản này tác dụng lên bản kia có độ lớn bằng  $\frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$  (Gợi ý : Hãy nhớ lại phương trình (6-21)  $F_x = -\frac{dU}{dx}$ . (b) Dùng đáp số ở phần (a) để tìm công thực hiện bởi các lực điện khi khoảng cách thay đổi từ  $d$  đến  $3d$ . (c) So sánh đáp số của bạn ở phần (b) với độ biến thiên về năng lượng của tụ điện do sự thay đổi khoảng cách đó.

#### Mục 19-5. Những tính chất tĩnh điện của các vật cách điện (điện môi)

- 21 Tính điện dung của một tụ điện phẳng với diện tích mỗi bản là  $0,024\text{m}^2$  và khoảng cách giữa hai bản là  $0,26\text{mm}$ . Biết rằng giữa hai bản tụ là một phiến neopren (neopren là một loại cao su rất bền chịu được dầu và mài mòn) (xem bảng 19-1). Bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ.
- 22 Tính điện dung của dây cáp đồng trục dài  $1\text{m}$ , trong đó bán kính dây lõi là  $0,91\text{mm}$  và bán kính trong của lớp trụ dẫn đồng trục là  $1,22\text{mm}$ . Chất cách điện ở giữa là nilon. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép.
- 23 Một tụ điện phẳng với diện tích mỗi bản tụ là  $0,087\text{m}^2$  và khoảng cách giữa hai bản  $1,8\text{mm}$ , có điện dung  $2,4\text{nF}$  khi có một chất điện môi lấp đầy không gian giữa các bản. Tính hằng số điện môi của chất điện môi đó.

- 24 Một tụ điện phẳng có khoảng cách giữa các bản 0,97mm và điện dung 1,4nF khi giữa các bản tụ là chân không. Tụ điện được nạp bằng bộ pin 9,6V và được ngắt với bộ pin sau đó. (a) Tính điện trường giữa các bản tụ. (b) Tính điện tích trên các bản tụ. Nay giờ vẫn được ngắt khỏi bộ pin, nhưng khoảng không gian giữa các bản tụ được lấp đầy một chất điện môi với hằng số điện môi là 8,2. (c) Tính điện trường giữa các bản tụ. (d) Tính điện tích trên các bản tụ.
- 25 Tính mật độ điện năng cực đại có thể tồn tại trong không khí ở nhiệt độ phòng và ở áp suất khí quyển.
- 26 Giả sử bạn cần phải thiết kế một tụ điện phẳng có điện dung 3,6nF và hoạt động ở một hiệu điện thế cực đại là  $4 \cdot 10^4$ V. Chất điện môi ở giữa các bản tụ là polystyren. Tính điện tích cực tiểu của các bản tụ mà bạn có thể sử dụng được.

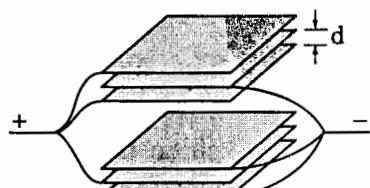
#### Mục 19- 6. Giải thích các tính chất của điện môi

- . 27 Một tụ điện phẳng với một tấm bakelit ở giữa các bản tụ, có diện tích mỗi bản là  $0,070m^2$  và một điện dung 4,0nF. Tụ được nạp điện nhờ bộ pin 10,0V. (a) Tìm mật độ điện tích tự do trên các bản tụ. (b) Tìm mật độ điện tích liên kết trên mặt chất điện môi. (c) Tính độ lớn của điện trường. (d) Tính độ lớn của phần đóng góp vào điện trường do điện tích tự do gây ra. (e) Tính độ lớn của phần đóng góp vào điện trường do điện tích liên kết gây ra.
- 28 Có một tụ điện phẳng đã tích điện với chất điện môi là teflon ở giữa các bản tụ. Xác định tỉ số của điện tích liên kết trên teflon và điện tích tự do trên các bản tụ.

### ĐÀI TẬP NÂNG CAO

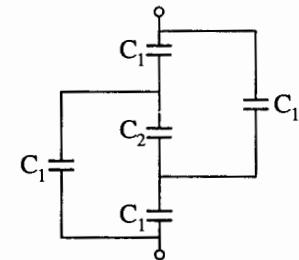
1. **Tụ điện được cấu tạo bởi nhiều tấm song song.** Xét một tụ điện gồm  $n$  tấm dẫn điện song song, cách đều nhau, như trên hình (19-23). Các tấm này được nối với nhau tạo thành bản dương xen kẽ với các tấm còn lại được nối với nhau thành bản âm. Chứng tỏ rằng điện dung của tụ điện được bố trí như trên bằng :

$$C = \frac{(n - 1)\epsilon_0 A}{d}$$



Hình 19-23. BTNC1

trong đó  $A$  là diện tích mỗi tấm mỏng và  $d$  là khoảng cách giữa chúng. Giả thiết giữa các tấm là chân không và bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ.



2. **Một cách mắc đổi xứng các tụ điện.** Tính điện dung tương đương của bộ tụ điện được mắc như trên hình 19-24.

3. **Một loại tụ điện biến đổi được.** Một đoạn mạch điện bao gồm bản phải của tụ điện a (khoảng cách giữa các bản là  $d_a$ ) và bản trái của tụ điện b (khoảng cách giữa các bản là  $d_b$ ) cho trên hình 19-25 có thể được tịnh tiến qua lại để làm thay đổi đồng thời điện dung của cả hai tụ điện. Trong thời gian tịnh tiến,  $d = d_a + d_b$  được giữ nguyên không đổi. (a) Chứng tỏ rằng điện dung tương đương của cách bố trí này là :

$$C_{td} = \frac{\epsilon_0 A d}{d_a(d - d_a)}$$

trong đó A là diện tích các bản của mỗi tụ điện. (b) Vẽ đồ thị của  $C_{td}$  theo  $d_a$ . Ở những giá trị nào của  $d_a$  thì  $C_{td}$  là đạt cực tiểu ? Liệu  $C_{td}$  có một giá trị cực đại không ? Giải thích.

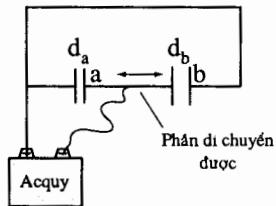
4. **Điện dung của hai quả cầu dẫn điện ở xa nhau.** Xét hai quả cầu dẫn điện a và b, mỗi quả có một bán kính ( $r_a$  và  $r_b$ ) nhỏ hơn nhiều so với khoảng cách d giữa các tâm của chúng. (a) Coi hai quả cầu như các bản của một tụ điện, chứng tỏ rằng điện dung của các quả cầu đó xấp xỉ bằng :

$$C \approx \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} - \frac{2}{d}}$$

(Gợi ý : Vì  $d \gg r_a$  và  $d \gg r_b$ , nên bạn có thể coi mật độ điện mặt trên mỗi quả cầu là đều). (b) Tính điện dung của hai quả cầu dẫn điện với  $r_a = r_b = 20\text{mm}$  và ở cách xa nhau 1m.

5. **Điện dung kí sinh.** Điện dung đều được biểu hiện bởi các hệ vật dẫn trong các mạch điện, dù nó có được chủ tâm đưa vào trong mạch điện hay không. Các dây dẫn dùng để nối các linh kiện trong mạch điện bao giờ cũng có một điện dung nào đó, mặc dù trong phần lớn các trường hợp là rất nhỏ. Ví dụ, hai dây dẫn trong một dây điện đèn bình thường có thể coi như một tụ điện. Điện dung tồn tại không chủ ý trong một mạch điện, gọi là *điện dung kí sinh*. Ta hãy thử ước tính điện dung của hai dây dẫn dài, thẳng, song song, mỗi dây có chiều dài L, bán kính R, cách nhau một khoảng D tính từ hai tâm của chúng. (a) Giả thiết  $L \gg D \gg R$ , chứng tỏ rằng điện dung của hai dây dẫn xấp xỉ bằng :

Hình 19-24. BTNC2



Hình 19-25. BTNC3

$$C \approx \frac{\pi \epsilon_0 L}{\ln \frac{D}{R}}$$

(Gợi ý : Vì  $L \gg D$ , nên ta có thể bỏ qua các hiệu ứng ở các đầu dây, và vì  $D \gg R$ , nên bạn có thể coi rằng mật độ điện mặt trên mỗi dây dẫn là gần đều).

(b) Tính điện dung của hai dây dẫn đó với  $R = 1\text{mm}$ ,  $D = 10\text{mm}$  và  $L = 1\text{m}$ .

- 6. Ống đếm Geiger-Muller.** Ống đếm Geiger – Muller là một dụng cụ dùng để đo bức xạ ion hoá. Ống chủ yếu là một tụ điện trụ gồm một dây dẫn coi như một bản tụ, và một vỏ trụ dẫn điện đồng trục coi như một bản tụ khác, ở giữa có một chất khí là một chất điện môi ( $\epsilon \approx 1$ ). Ống được vận hành sao cho điện trường gần sợi dây là rất lớn. Vì vậy, khi một hạt ion hoá chuyển động xuyên qua chất khí, sẽ gây ra phóng điện, và hạt được phát hiện nhờ sự tăng đột ngột của dòng điện từ bản tụ này sang bản tụ kia.
- (a) Chứng tỏ rằng hiệu điện thế  $U$  giữa các bản tụ có thể được viết là :

$$U = ER_a \ln \frac{R_b}{R_a}$$

trong đó  $E$  là độ lớn của điện trường ở ngay sát ngoài dây dẫn,  $R_a$  là bán kính dây dẫn, và  $R_b$  là bán kính trong của vỏ trụ. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép. (b) Xác định  $U$  đối với trường hợp mà  $R_a = 0,30\text{mm}$ ,  $R_b = 20,0\text{mm}$  và  $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{V/m}$ . (c) Tính độ lớn của điện trường ở trong ống và ở rất gần vỏ trụ.

- 7. Năng lượng của một quả cầu có mật độ điện tích đều.** (a) Chứng tỏ rằng điện năng của một điện tích khối đều đối xứng cầu có bán kính  $r_0$  và điện tích  $Q$  là :

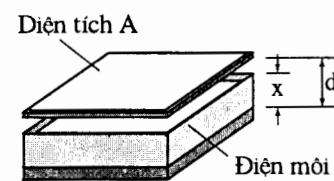
$$W = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 r_0}$$

Giả thiết  $\epsilon \approx 1$  ở khắp mọi nơi. (b) Xác định tỉ phần trong năng lượng toàn phần do điện trường bên trong phân bố điện tích gây ra. (c) Ước tính điện năng của một proton (ra MeV), giả thiết rằng proton có thể được xem như một điện tích khối đều đối xứng cầu có bán kính  $1 \cdot 10^{-15}\text{m}$ . Cho rằng  $\epsilon \approx 1$  và so sánh đáp số của bạn với đáp số tìm được ở bài tập 19.

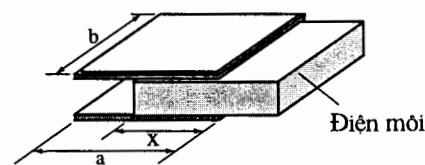
- 8. Tìm bán kính của một dây dẫn bằng cách đo điện dung.** Một dây dẫn thẳng có chiều dài  $1,6\text{m}$  và chưa biết bán kính, được cách điện bằng neopren sao cho bán kính ngoài của lớp neopren là  $6\text{mm}$ . Một tụ điện trụ được tạo thành bằng cách sơn lên mặt ngoài của neopren một lớp bạc dán điện, và điện dung đo được là  $0,6\text{nF}$ . Tìm bán kính của dây. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ.

- 9 Tụ điện lắp dây một phần bằng một chất điện môi.** Một tụ điện phẳng với diện tích của mỗi bản là A và khoảng cách giữa các bản là d, được lắp dây một phần bằng một chất điện môi có chiều dày x, hằng số điện môi  $\epsilon$  như cho trên hình 19-26. Tìm biểu thức tính điện dung của tụ đó. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ.

- 10 Tụ điện với một chất điện môi đưa vào một phần.** Một phiến điện môi được đưa vào sâu một khoảng x giữa các bản của một tụ điện phẳng với khoảng cách giữa các bản là d và các chiều dài các cạnh của bản là  $a_1$  và  $b_2$ , như cho trên hình 19-27. (a) Chứng tỏ rằng điện dung  $C = \frac{\epsilon b_2(\epsilon x + a_1 - x)}{d}$ , trong đó  $\epsilon$  là hằng số điện môi của chất điện môi. (b) Giả sử tụ điện được nạp điện và sau đó được ngắt khỏi bộ pin nạp trước khi đưa chất điện môi vào. Tìm biểu thức tính lực điện tác dụng lên phiến điện môi và tìm chiều của lực đó. Bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ.

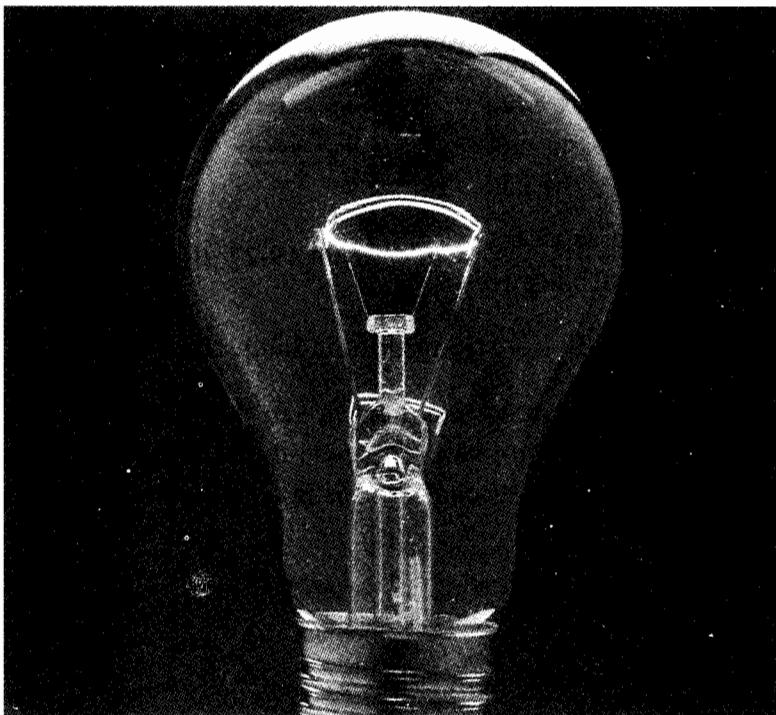


Hình 19-26. BTNC 9



Hình 19-27. BTNC 10

# **ĐỒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN TRỞ**



- 20-1. Dòng điện
- 20-2. Điện trở và định luật Ohm
- 20-3. Điện trở mắc nối tiếp và song song
- 20-4. Mô hình Drude về kim loại
- 20-5. Sự dẫn điện trong các chất bán dẫn
- 20-6. Suất điện động và điện trở trong của một bộ pin
- 20-7. Năng lượng và công suất điện
- 20-8. Các quy tắc Kirchhoff
- 20-9. Mạch điện RC

*Sự nóng sáng của các sợi dây đốt trong bóng đèn là do có dòng điện chạy qua dây đốt. Năng lượng điện được chuyển thành năng lượng nhiệt làm nhiệt độ sợi đốt tăng cao và làm nó phát sáng.*

Trong một số chương trước, ta đã đề cập chủ yếu tới tĩnh điện, nghĩa là nói tới tác dụng do các điện tích đứng yên gây ra. Nay giờ ta bắt đầu khảo sát chuyển động của các hạt tải điện, tức là khảo sát sự dẫn điện. Trong tĩnh điện, điện trường ở trong lòng một vật dẫn bằng không ( $E = 0$ ). Nhưng nếu duy trì một điện trường khác không ở bên trong một vật dẫn, ví dụ bằng cách nối vật dẫn với một bộ pin, thì khi đó các hạt tải điện của vật dẫn sẽ chuyển động thành dòng và sinh ra một dòng điện. Trong chương này, ta sẽ mô tả các hiệu ứng của các dòng điện ổn định và nghiên cứu các mô hình giúp ta hiểu được sự dẫn điện trong vật chất.

## 20-1. DÒNG ĐIỆN

Vật dẫn là vật liệu trong đó có một số hạt tích điện chuyển động tự do. Các hạt đó là các hạt tải điện của vật dẫn. Ví dụ : Trong kim loại, các hạt tải điện là các electron tự do, chúng có thể di chuyển xuyên suốt mạng tinh thể của kim loại.

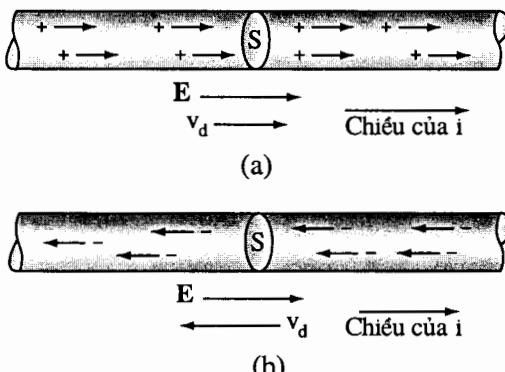
### Cường độ dòng điện

Cường độ dòng điện đặc trưng cho dòng điện tích chảy qua một vật liệu. Hình 20-1a biểu diễn một đoạn dây dẫn trong đó các hạt tải điện dương di chuyển về phía phải. Gọi  $dQ$  là độ lớn của điện tích truyền qua tiết diện ngang S trong thời gian  $dt$ .

*Cường độ dòng điện I trong dây dẫn là tốc độ truyền điện tích qua mặt S của dây dẫn :*

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (20-1)$$

Như vậy, cường độ dòng điện là lượng điện tích chuyển qua mặt S trong một đơn vị thời gian.



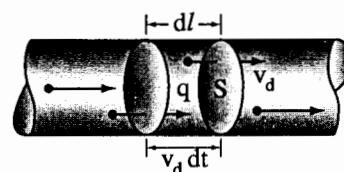
**Hình 20-1.** (a) Dòng điện trong một dây dẫn với các hạt tải điện dương. (b) dòng điện trong dây dẫn với hạt tải điện âm. Trong cả hai trường hợp, chiều dòng điện đều hướng về phía phải.

Đơn vị cường độ dòng điện trong hệ SI là **Ampe** (A) và bằng một culông trên giây :  $1A = 1C/s$ . Ampe là tên nhà khoa học Andre – Marie Ampere (1775 – 1836).

Cường độ dòng điện I là một đại lượng *vô hướng*, mặc dù vậy, trong thực tế ta vẫn thường phải nói tới "chiều" của dòng điện. Ta quy ước chiều dòng điện là *chiều của dòng các hạt tải điện dương*. Ví dụ dòng điện trên hình 20-1a có chiều từ trái sang phải.

### Vận tốc trôi

Khi có một điện trường ngoài tồn tại bên trong một dây dẫn thì điện trường đó sẽ tác dụng lên mỗi hạt tải điện của dây dẫn và buộc các hạt tải đó chuyển động xuyên qua vật liệu. Nếu các hạt tải điện không chịu các lực khác tác dụng thì chúng có một gia tốc. Tuy nhiên các hạt mang điện tích còn có tương tác với các hạt khác của vật liệu. Tác dụng tổng hợp của tương tác này và điện trường ngoài buộc các hạt tải điện chuyển động với vận tốc trung bình không đổi gọi là **vận tốc trôi**.



**Hình 20-2.** Tìm hệ thức giữa I và  $v_d$ . Giả thiết mỗi hạt tải điện có vận tốc  $v_d$ , ta sẽ thấy toàn bộ các hạt tải điện ở trong hình trụ thể tích  $Adl = Av_d dt$  đều đi qua mặt S trong thời gian  $dt$ .

$$\text{Do vậy } I = \frac{dQ}{dt} = \frac{nAv_d dt | q |}{dt} = nAv_d | q |.$$

Bây giờ ta sẽ tìm hệ thức giữa cường độ dòng điện  $I$  và vận tốc trôi  $v_d$  trong một dây dẫn có diện tích tiết diện ngang là  $A$ . Gọi  $n$  là mật độ các hạt tải điện trong dây dẫn và gọi  $q$  là điện tích của mỗi hạt tải đó. Trên hình 20-2 ta giả thiết mỗi hạt tải di chuyển với vận tốc  $v_d$  sao cho toàn bộ các phần tử tải trong hình trụ chiều dài  $dl = v_d dt$  đều đi xuyên qua mặt S trong thời gian  $dt$ . Vì  $(nAdl)$  là số hạt tải điện ở

trong hình trụ cũng là số hạt tải đi qua mặt S trong thời gian  $dt$ , nên lượng điện tích đã chuyển qua mặt S là :

$$dQ = nAdl \cdot |q| = nAv_d \cdot dt \cdot |q|$$

Từ phương trình (20-1)  $I = \frac{dQ}{dt}$ , ta có :

$$I = nAv_d |q| \quad (20-2)$$

Ta thấy cường độ dòng điện tỉ lệ với vận tốc trôi.

## VÍ DỤ 20-1

**Mật độ hạt và vận tốc trôi trong một dây dẫn bằng đồng.** (a) Xác định mật độ  $n$  của các hạt tải điện trong một dây dẫn bằng đồng với giả thiết có một hạt tải (electron) tính trên một nguyên tử đồng. (b) Cường độ dòng điện cực đại cho phép trong một dây dẫn bằng đồng  $c_9 - 14$  (bán kính bằng  $0,81\text{mm}$ ,  $A = 2,1 \cdot 10^{-6}\text{m}^2$ ) thường lắp đặt trong các mạch điện gia đình là  $15\text{A}$ . Dùng đáp số của phần (a) để xác định vận tốc trôi của các hạt tải điện trong trường hợp trên.

**Giải.** (a) Với một electron tự do tính trên một nguyên tử thì mật độ các hạt tải cũng bằng mật độ các nguyên tử. Thành thử  $n = \frac{N_A \rho_m}{M}$ , trong đó  $N_A$  là số Avogadro,  $\rho_m$  là khối lượng riêng của đồng ( $= 8,95 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ ) và  $M$  là khối lượng mol của đồng ( $= 63,5\text{g/mol}$ ) :

$$n = \frac{(6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}) \cdot (8,95 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3)}{63,5\text{g/mol}} \approx 8,48 \cdot 10^{28} \text{ hạt tải/m}^3$$

(b) Giải phương trình (20-2) cho  $v_d$  và thay giá trị  $|q| = e$ , ta được :

$$v_d = \frac{I}{nAe} = \frac{15\text{A}}{(8,48 \cdot 10^{28} \text{ hạt tải điện/m}^3)(2,1 \cdot 10^{-6} \text{m}^2)(1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})} \approx 5,3 \cdot 10^{-4} \text{m/s} \approx 2\text{m/h.}$$

Vận tốc trôi rõ ràng là chậm hơn cả vận tốc của con ốc sên.

## Bài tự kiểm tra 20-1

Xác định vận tốc trôi của các hạt tải trong một dây dẫn bằng đồng  $c_9 - 14$  có dòng điện cường độ  $5,0\text{A}$ .

Đáp số :  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{m/s}$ .

## Mật độ dòng điện

Cường độ dòng điện  $I$  đặc trưng cho dòng điện tích chạy qua toàn bộ tiết diện ngang của một dây dẫn. Để mô tả dòng điện tích ở các điểm bên trong một dây dẫn, ta đưa vào khái niệm **mật độ dòng điện  $J$**  là một đại lượng vectơ. Theo định nghĩa : Vectơ mật độ dòng  $J$  tại một điểm  $M$  là một vectơ có gốc tại  $M$ , có chiều là chiều chuyển động của hạt điện dương đi qua điểm đó, có độ lớn bằng cường độ dòng điện qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với hướng đó :

$$J = \frac{dI}{dS_n}$$

Nếu mật độ dòng điện là đồng đều thì độ lớn  $J$  của mật độ dòng điện sẽ bằng cường độ dòng điện  $I$  chia cho diện tích tiết diện ngang  $A$  của dây dẫn :

$$J = \frac{I}{A} \quad (J \text{ đồng đều}) \quad (20-3)$$

Thế phương trình (20-2) vào phương trình (20-3), ta tính được  $J$  theo vận tốc trôi  $v_d$  :

$$J = \frac{nAv_d |q|}{A} = nv_d |q|$$

Kết quả trên có thể được biểu diễn dưới dạng một phương trình vectơ bằng cách dùng vectơ vận tốc trôi  $v_d$

$$J = nqv_d \quad (20-4)$$

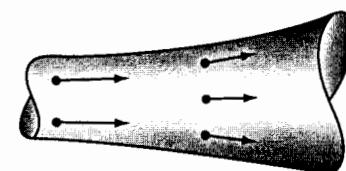
Chú ý là ta đã bỏ đi dấu giá trị tuyệt đối của  $|q|$  trong phương trình (20-4). Do đó mật độ dòng điện hướng theo chiều của  $v_d$  đối với các hạt tải điện dương và hướng theo chiều ngược với  $v_d$  đối với các hạt tải điện âm. Kết quả là chiều của

$J$  trùng với chiều của dòng điện trong một dây dẫn.

Nếu dây dẫn chứa nhiều loại hạt tải điện thì mỗi loại hạt đó đều đóng góp vào  $J$ . Giả sử có hai loại hạt tải điện  $a$  và  $b$ , thì ta sẽ có :

$$J = n_a q_a v_{da} + n_b q_b v_{db} \quad (20-5)$$

trong đó các chỉ số dưới  $a$  và  $b$  biểu thị mỗi loại hạt tải điện.



**Hình 20-3.** Vận tốc trôi được biểu diễn khi nó thay đổi trong một vật dẫn theo sự thay đổi của tiết diện ngang. Các mũi tên chỉ giá trị của  $v_d$  ở một vài điểm tiêu biểu. Nếu các hạt tải điện là dương thì các mũi tên đó cũng có thể được sử dụng để biểu diễn  $J$ . Còn nếu các hạt tải điện là âm thì sao ?

Các phương trình (20-4) và (20-5) có hiệu lực đối với *bất kì loại phân bố dòng nào*, còn phương trình (20-3) chỉ được áp dụng khi mật độ dòng là đồng đều. Nếu vận tốc trôi của các hạt tải thay đổi từ điểm này sang điểm khác ở trong lòng một vật liệu như biểu diễn trên hình 20-3, thì khi đó mật độ dòng điện cũng thay đổi tương ứng. Trong trường hợp đó cường độ dòng điện  $I$  đi qua một mặt có thể được tính theo tích phân mặt của mật độ dòng điện  $J$ .

$$I = \int J \cdot dS$$

Như vậy, cường độ dòng điện đi qua một mặt là thông lượng của mật độ dòng điện đi qua mặt đó.

## VÍ DỤ 20-2

**Mật độ dòng điện trong một dây dẫn bằng đồng cỡ – 14.** Giả thiết  $J$  là đều, hãy xác định mật độ dòng điện trong dây dẫn ở ví dụ trước.

**Giải.** Đối với dây dẫn trong ví dụ này ta có  $I = 15A$  và  $A = 2,1 \cdot 10^{-6} m^2$ . Từ phương trình (20-3) ta suy ra độ lớn của mật độ dòng điện là :

$$J = \frac{I}{A} = \frac{15A}{2,1 \cdot 10^{-6} m^2} \approx 7,1 \cdot 10^6 A/m^2.$$

Vì các hạt tải điện là các electron âm nên chiều của  $J$  phải ngược với chiều của vận tốc trôi.

## Bài tự kiểm tra 20-2

Một dây dẫn có diện tích tiết diện ngang  $A = 3,5 \cdot 10^{-6} m^2$  tải một dòng điện  $I = 10,0A$ . Xác định mật độ dòng điện trong dây dẫn với giả thiết mật độ dòng là đều.

**Đáp số :**  $2,9 \cdot 10^6 A/m^2$ .

## 20-2. ĐIỆN TRỞ VÀ ĐỊNH LUẬT OHM

Nếu ta tác dụng lên một đoạn dây dẫn (dây kim loại chẳng hạn) một hiệu điện thế  $U$  thì trong dây dẫn sẽ sinh ra một dòng điện  $I$ . Độ lớn của hiệu điện thế cần thiết để sinh ra dòng điện phụ thuộc vào một tính chất của đoạn dây dẫn đó gọi là *điện trở*. Điện trở  $R$  được định nghĩa như sau :

$$R = \frac{U}{I} \quad (20-6)$$

*Điện trở của một đoạn dây dẫn là tỉ số giữa hiệu điện thế trên đoạn đó và cường độ dòng điện chạy qua.*

Điện trở là tên gọi thích hợp đối với một đoạn dây dẫn cho trước, nó là số đo sự cản trở của đoạn dây đó đối với dòng điện tích.

Đối với nhiều loại dây dẫn, cường độ dòng điện trong một đoạn dây dẫn tỉ lệ

thuận với hiệu điện thế qua đoạn dây đó, vì thế điện 'trở không phụ thuộc  $U$  hoặc  $I$ '. Ví dụ nếu hiệu điện thế qua một đoạn dây dẫn lớn gấp đôi thì cường độ dòng điện cũng lớn gấp đôi. Như thế ta có thể viết :

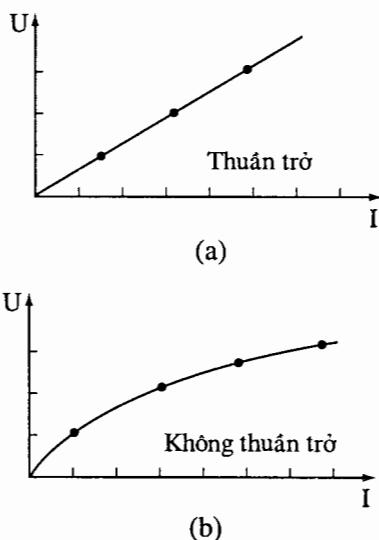
$$U = IR \quad (R \text{ không phụ thuộc } U \text{ hoặc } I) \quad (20-7)$$

Phương trình (20-7) gọi là định luật Ohm theo tên nhà khoa học George Simon Ohm (1787–1854). Đơn vị điện trở trong hệ SI là ôm ( $\Omega$ ) :  $1\Omega = 1V/A$ .

Định luật Ohm (20-7) chỉ là một biểu thức thực nghiệm mô tả chính xác hành vi của nhiều vật liệu trong một phạm vi giá trị nhất định của  $U$  thường gặp trong các mạch điện.

Các vật liệu "tuân theo" định luật Ohm gọi là các vật liệu **thuần trở**, còn các vật liệu không tuân theo định luật Ohm thì

gọi là vật liệu **không thuần trو**. Một dây dẫn thuần trو được đặc trưng bởi một giá trị *diện tro duy nhất* như chỉ ra trên hình 20-4a : đồ thị của U theo I là một đường thẳng sao cho độ dốc tại mỗi điểm trên đồ thị đều như nhau. Còn một dây dẫn không thuần tro thì không được đặc trưng bởi một giá trị điện tro duy nhất, nên đồ thị của U theo I đối với một dây dẫn không thuần tro thì không phải là một đường thẳng (hình 20-4b).

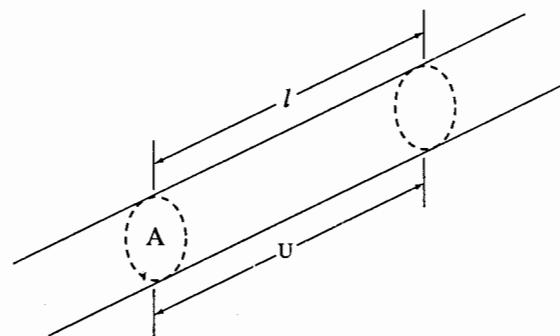


**Hình 20-4.** (a) *Đồ thị của U theo I đối với một điện tro làm bằng vật liệu thuần tro. Độ dốc của đường thẳng cho biết R.* (b) *Đồ thị của U theo I đối với một điện tro làm bằng vật liệu không thuần tro. Đây chỉ biểu diễn một trong số các mối quan hệ có thể có.*

### Điện tro suất

Điện tro của một đoạn dây dẫn phụ thuộc vào kích thước, hình dạng và thành phần cấu tạo của nó. Xét một đoạn dây dẫn có chiều dài  $l$  và diện tích tiết diện ngang A đồng đều như trên hình 20-5. Nếu đặt một hiệu điện thế  $U$  lên đoạn đó, thì trong mạch sẽ xuất hiện một dòng điện  $I$  và

điện tro  $R$  của đoạn dây đó là  $R = \frac{U}{I}$ . Bây giờ ta giả sử cũng đặt hiệu điện thế  $U$  đó lên một đoạn dây dẫn có chiều dài lớn gấp đôi chiều dài đoạn dây trước thì thấy dòng điện có cường độ bằng nửa giá trị trước, nghĩa là điện tro của nó lớn gấp đôi. Các phép đo chứng tỏ rằng *diện tro tỉ lệ thuận với chiều dài của một đoạn dây dẫn* :  $R \sim l$ . Giả sử bây giờ ta lại đặt cùng một hiệu điện thế  $U$  lên một đoạn dây dẫn có diện tích tiết diện ngang lớn gấp đôi so với đoạn trước, nhưng có các thông số khác như nhau. Lúc này ta thấy cường độ dòng điện lớn gấp đôi giá trị trước nghĩa là điện tro đã giảm đi một nửa. Các phép



**Hình 20-5.** *Điện tro của một đoạn dây dẫn tỉ lệ thuận với l và tỉ lệ nghịch với A :*

$$R = \rho \frac{l}{A}.$$

đó như vậy chứng tỏ *điện tro tỉ lệ nghịch với diện tích tiết diện ngang của một đoạn dây dẫn* :

$$R \sim \frac{1}{A}.$$

Ngoài sự phụ thuộc về kích thước nói trên, điện tro của một đoạn dây dẫn còn phụ thuộc vào vật liệu tạo thành đoạn dây đó. Sự phụ thuộc vật liệu của điện

trở được đặc trưng bằng một hệ số tỉ lệ gọi là **điện trở suất**. Vì vậy điện trở của một đoạn dây dẫn có chiều dài  $l$ , diện tích tiết diện ngang A và điện trở suất  $\rho$  bằng :

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (20-8)$$

Điện trở suất của một số vật liệu tiêu biểu được cho trong bảng 20-1.

**Bảng 20-1.** Các điện trở suất ở 20°C

Vật liệu	$\rho, \Omega.m$
<b>Kim loại</b>	
Bạc	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Đồng	$1,673 \cdot 10^{-8}$
Vàng	$2,35 \cdot 10^{-8}$
Nhôm	$2,655 \cdot 10^{-8}$

Tungsten	$5,65 \cdot 10^{-8}$
Kẽm	$6,84 \cdot 10^{-8}$
Sắt	$9,71 \cdot 10^{-8}$
Platin	$10,6 \cdot 10^{-8}$
Chì	$20,65 \cdot 10^{-8}$
<b>Chất bán dẫn</b>	
Silic	$4,3 \cdot 10^3$
Gecmani	0,46
<b>Chất cách điện</b>	
Thuỷ tinh	$10^{10} - 10^{14}$
Thạch anh	$7,5 \cdot 10^{17}$
Lưu huỳnh	$10^{15}$
Teflon	$10^{13}$
Cao su	$10^{13} - 10^{16}$
Gỗ	$10^8 - 10^{11}$
Cacbon	
(Kim cương)	$10^{11}$

### VÍ DỤ 20-3

**Điện trở của một dây dẫn bằng đồng.** Dòng điện cực đại cho phép trong một dây dẫn bằng đồng cỡ -12 (bán kính = 1,03mm, A =  $3,31 \cdot 10^{-6} m^2$ ) mắc trong mạch điện gia đình là 20A. (a) Tính điện trở của một đoạn dây dẫn bằng đồng cỡ - 12 có chiều dài  $l = 1,00m$ . (b) Tính hiệu điện thế đặt lên đoạn dây dẫn đó khi cường độ dòng điện là 20A.

**Giải.** (a) Sử dụng phương trình (20-8) và điện trở suất của đồng trong bảng 20-1, ta tính được :

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(1,673 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m) \cdot (1,00m)}{3,31 \cdot 10^{-6} m^2} = 5,05 \cdot 10^{-3} \Omega = 5,05 m\Omega.$$

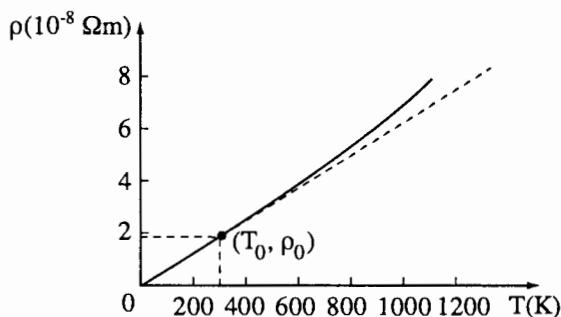
(b) Muốn có cường độ dòng điện bằng 20A thì ta phải có

$$U = IR = (20A) \cdot (5,05 m\Omega) = 100mV.$$

Điện trở của đoạn dây đồng dài 1m này nhỏ vì thế hiệu điện thế đặt lên đoạn dây đó cũng nhỏ tương ứng, mặc dù cường độ dòng điện tương đối lớn. Điện trở suất nhỏ của một số kim loại ví như đồng (bảng 20-1) giải thích vì sao chúng được sử dụng rộng rãi làm dây dẫn trong các mạch điện.

## Sự phụ thuộc nhiệt độ của điện trở suất của kim loại

Điện trở suất của nhiều kim loại tinh khiết thay đổi gần như tuyến tính theo nhiệt độ trong một khoảng nhiệt độ khá rộng, như biểu diễn trên hình 20-6 đối với đồng vì thông thường đồ thị của  $\rho$  theo T



**Hình 20-6.** Đồ thị của  $\rho$  theo  $T$  đối với đồng. Trong miền đồ thị ở gần điểm  $(T_0, \rho_0)$ , đường cong gần như một đường thẳng.

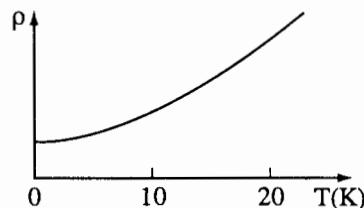
đối với các kim loại chỉ hơi cong chút ít nên ta có thể viết :

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \quad (20-9)$$

trong đó  $\rho$  là điện trở suất ở nhiệt độ  $T$ ;  $\rho_0$  là điện trở suất ở nhiệt độ quy chiếu  $T_0$ , còn  $\alpha$  được gọi là **hệ số nhiệt điện trở**. Như vậy có nghĩa là đối với một phạm vi nhiệt độ giới hạn nào đó, ta có thể coi đồ thị hơi cong của  $\rho$  theo  $T$  là một đường thẳng. Hệ số nhiệt độ của điện trở suất đối với một số vật liệu tiêu biểu được ghi trong bảng 20-2.

Các giá trị của  $\rho$  ghi trong bảng 20-1 tương ứng với  $20^\circ\text{C}$  (293K), nên có thể coi các giá trị đó là của  $\rho_0$  trong phương trình (20-9) và  $20^\circ\text{C}$  (hay 293K) là nhiệt độ  $T_0$ . Các giá trị của  $\alpha$  ghi trong bảng 20-2 cũng tương ứng với  $20^\circ\text{C}$ .

Sự phụ thuộc nhiệt độ của điện trở suất của các kim loại không còn tính tuyến tính nữa ở các nhiệt độ thấp dưới 20K. Tính chất điển hình đó được biểu diễn trên hình 20-7. Ở những nhiệt độ thấp này, điện trở của một kim loại phụ thuộc



**Hình 20-7.** Tính chất điển hình ở nhiệt độ thấp của điện trở suất của một kim loại.

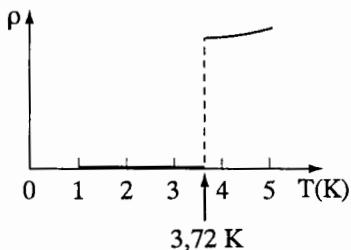
mạnh vào lượng tạp chất trong kim loại. Thực tế các phép đo điện trở suất ở nhiệt độ thấp thường được sử dụng để đánh giá lượng tạp chất trong một kim loại.

Đối với một số kim loại được làm lạnh đến nhiệt độ rất thấp thì thấy xuất hiện một hiện tượng đặc biệt : điện trở của kim

**Bảng 20-2.** Các hệ số nhiệt điện trở ở  $20^\circ\text{C}$

Vật liệu	$\alpha, \text{K}^{-1}$
<b>Kim loại</b>	
Bạc	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Đồng	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Vàng	$3,4 \cdot 10^{-3}$
Nhôm	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Tungsten	$4,5 \cdot 10^{-3}$
Kẽn	$6 \cdot 10^{-3}$
Sắt	$5 \cdot 10^{-3}$
Platin	$3,93 \cdot 10^{-3}$
Chì	$4,3 \cdot 10^{-3}$
<b>Chất bán dẫn</b>	
Silic	$-7,5 \cdot 10^{-2}$
Gecmani	$-4,8 \cdot 10^{-2}$

loại hoàn toàn biến mất ! Tính chất đó được biểu diễn trên hình 20-8. Hiện tượng này



**Hình 20-8.** Điện trở suất của thiếc ở các nhiệt độ thấp. Thiếc trở thành siêu dẫn dưới  $3,72K$ .

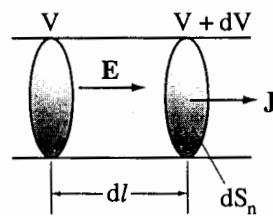
gọi là **hiện tượng siêu dẫn** được nhà bác học H.Kamerlingh Onnes phát hiện năm 1911. Ngày nay siêu dẫn trở thành một lĩnh vực nghiên cứu sôi động trong vật lí và có tầm quan trọng ngày càng tăng trong kĩ thuật.

### Định luật Ohm dưới dạng vi phân

Nếu tác dụng một điện trường  $\mathbf{E}$  lên một vật liệu điện thì trong vật liệu sẽ sinh ra một mật độ dòng điện  $\mathbf{J}$ . Mật độ dòng tại mỗi điểm trong vật liệu phụ thuộc vào điện trường tại điểm đó. Để tìm hiểu mối liên hệ giữa  $\mathbf{J}$  và  $\mathbf{E}$ , ta xét hai diện tích nhỏ  $dS_n$  nằm vuông góc với mật độ dòng  $\mathbf{J}$  và cách nhau một khoảng nhỏ  $dl$  (hình 20-9). Gọi  $V$  và  $V + dV$  là điện thế tại hai diện tích đó,  $dI$  là cường độ dòng điện qua chúng.

Theo định luật Ohm, ta có :

$$dI = \frac{V - (V + dV)}{R} = -\frac{dV}{R}$$



**Hình 20-9.** Để thiết lập dạng vi phân của định luật Ohm.

Với  $R = \rho \frac{dl}{dS_n}$  ta có :

$$dI = \frac{1}{\rho} \left( -\frac{dV}{dl} \right) dS_n$$

$$\text{suy ra mật độ dòng } J = \frac{dI}{dS_n} = \frac{1}{\rho} \left( -\frac{dV}{dl} \right)$$

Trong chương 18, ta biết rằng phương trình (18-19) :  $E = -\frac{dV}{dl}$ , do đó :

$$J = \frac{1}{\rho} E.$$

Vì hai vectơ  $\mathbf{J}$  và  $\mathbf{E}$  luôn cùng phương, chiều với nhau nên ta có thể viết :

$$J = \frac{1}{\rho} E = \sigma E \quad (20-10)$$

đại lượng  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  gọi là **điện dẫn suất** của vật liệu. Phương trình (20-10) được gọi là **định luật Ohm dạng vi phân**, biểu thị quan hệ giữa  $J$  và  $E$  tại mỗi điểm.

### VÍ DỤ 20-4

**Điện trường  $E$  ở bên trong một dây dẫn mang dòng điện.** Giả thiết  $J$  là đều, tìm điện trường  $E$  bên trong một dây dẫn bằng đồng trong các ví dụ 20-1 và 20-2.

**Giải.** Giả thiết  $J$  là đều trong ví dụ 20-2, ta tìm được  $J = 7,1 \cdot 10^6 A/m^2$ . Từ bảng 20-1, ta có  $\rho = 1,673 \cdot 10^{-8} \Omega m$  đối với đồng. Từ đó :

$$E = \rho J = (1,673 \cdot 10^{-8} \Omega m) \cdot (7,1 \cdot 10^6 A/m^2) = 0,12 V/m.$$

Ta thấy rằng điện trường này nhỏ hơn rất nhiều so với các điện trường giữa các tấm của một tụ điện.

### 20-3. CÁC ĐIỆN TRỞ MẮC NỐI TIẾP VÀ SONG SONG

Các mạch điện thường chứa các tổ hợp điện trở. Khái niệm về điện trở tương đương của một tổ hợp điện trở thường rất hữu ích để tìm cường độ dòng điện trong nhiều nhánh khác nhau của một mạch điện.

*Điện trở tương đương của một tổ hợp điện trở là một điện trở duy nhất mà, nếu được dùng thay thế cho tổ hợp thì nó sẽ có cùng một cường độ dòng điện như tổ hợp điện trở khi cùng được đặt một hiệu điện thế như nhau.*

Dưới dạng phương trình :

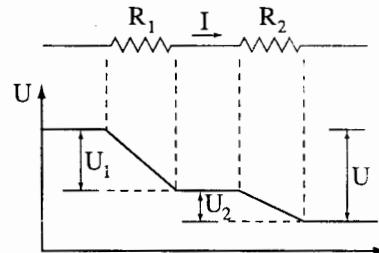
$$R_{td} = \frac{U}{I}$$

trong đó  $R_{td}$  là điện trở tương đương của tổ hợp,  $U$  là hiệu điện thế đặt lên tổ hợp,  $I$  là cường độ dòng điện qua tổ hợp.

#### Điện trở mắc nối tiếp

Hình 20-10a biểu diễn hai điện trở  $R_1$  và  $R_2$  mắc nối tiếp. Hình vẽ cũng cho biết sự thay đổi điện thế dọc theo chiều tương ứng với chiều của dòng điện. Chú ý là hiệu điện thế  $U$  trên tổ hợp điện trở thì bằng tổng các hiệu điện thế trên từng điện trở :  $U = U_1 + U_2$ . Vì điện trở mắc nối tiếp nên qua mỗi điện trở có cùng một dòng điện  $I$  sao cho  $U_1 = IR_1$  và  $U_2 = IR_2$ . Do đó :

$$U = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$



**Hình 20-10a.** Hai điện trở mắc nối tiếp. Hiệu điện thế  $U$  trên cả hai điện trở bằng tổng các hiệu điện thế trên từng điện trở :  $U = U_1 + U_2$ . Cường độ dòng điện  $I$  trong mỗi điện trở đều như nhau.

Do vậy điện trở tương đương  $R_{12}$  là :

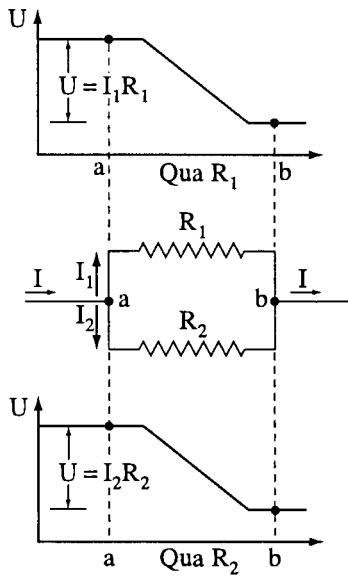
$$R_{12} = \frac{U}{I} = R_1 + R_2$$

Điện trở duy nhất  $R_{12}$  có thể thay thế hai điện trở trên và duy trì cùng một hiệu ứng bên ngoài như nhau. Tương tự nếu có nhiều điện trở mắc nối tiếp thì ta có điện trở tương đương :

$$R_{td} = \sum R_i \quad (20-11)$$

#### Điện trở mắc song song

Hình 20-10b biểu diễn hai điện trở  $R_1$  và  $R_2$  mắc song song. Chú ý rằng hiệu điện thế  $U$  phải như nhau trên mỗi đoạn mạch :  $U_1 = U_2 = U$ . Vì không có điện tích tích luỹ tại các điểm a và b, gọi là *các điểm phân nhánh* (hay *các điểm nút*) nên cường độ dòng điện  $I$  trong mạch chính bằng



**Hình 20-10b.** Hai điện trở mắc song song. Hiệu điện thế  $U$  trên mỗi điện trở đều như nhau. Cường độ dòng điện  $I$  đi vào tổ hợp thì bằng tổng các cường độ dòng điện trong từng điện trở :  $I = I_1 + I_2$ .

tổng các cường độ dòng điện  $I_1$  và  $I_2$  trong các điện trở 1 và 2, nghĩa là :

$$I = I_1 + I_2$$

Vì  $U = R_1 I_1$  và  $U = R_2 I_2$  nên ta có  $I_1 = \frac{U}{R_1}$

và  $I_2 = \frac{U}{R_2}$  nên ta có :

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Điện trở tương đương  $R_{12}$  của các điện trở 1 và 2 mắc song song được xác định bởi :

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Tương tự đối với nhiều điện trở mắc song song, ta có điện trở tương đương tính như sau :

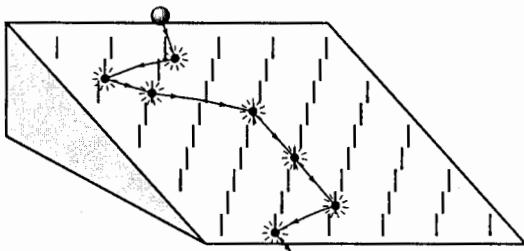
$$\frac{1}{R_{\text{td}}} = \sum \frac{1}{R_i} \quad (20-12)$$

## 20-4. MÔ HÌNH DRUDE VỀ KIM LOẠI

Năm 1900, P. K. Drude (1863 – 1906) đã đưa ra một mô hình cho phép hiểu được bản chất của sự dẫn điện trong kim loại. Trước tiên ta nhận xét rằng, khi kết hợp phương trình (20-4)  $\mathbf{J} = nqv_d$  và phương trình (20-10)  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , ta thấy  $v_d$  và  $\mathbf{E}$  tỉ lệ với nhau. Như vậy, có nghĩa là một điện trường được đặt từ bên ngoài sẽ khiến các hạt tải điện chuyển động với một vận tốc trung bình không đổi  $v_d$ . Nhưng nếu chỉ có lực điện trường tác dụng thì hạt tải điện sẽ có một gia tốc không đổi, còn vận tốc lại thay đổi. Điều này có nghĩa là khi một hạt tải điện chuyển động xuyên qua kim loại thì còn phải có các lực khác cũng

tác dụng lên nó. Các lực khác này này sinh là do va chạm của hạt tải điện với các hạt khác trong vật liệu. Nếu lấy trung bình qua nhiều va chạm thì các lực này bằng và ngược chiều với lực điện trường. Kết quả là lực tác dụng tổng hợp lên một hạt tải điện trung bình là bằng không. Khi đó vận tốc trôi  $v_d$  sẽ không đổi. Theo mô hình Drude trong kim loại, các hạt tải điện là các electron hoá trị do liên kết yếu với hạt nhân nên chúng bứt ra và chuyển động tự do trong kim loại.

Ý tưởng trên giống như khi cho một viên bi lăn xuống một bảng gỗ nghiêng có đóng các đinh gỗ cách nhau (hình 20-11).



**Hình 20-11.** Một hòn bi lăn xuống một bảng gỗ nghiêng có đóng các đinh gỗ cách đều nhau. Qua một khoảng thời gian dài thì chuyển động của hòn bi được đặc trưng bởi vận tốc trôi trung bình không đổi hướng xuống phía dưới bảng.

Khi vừa thả, hòn bi chuyển động có gia tốc xuống phía dưới do chịu tác dụng của lực trọng trường. Nhưng do va chạm với đinh nên hòn bi chuyển động zíc – zắc, nếu lấy trung bình qua nhiều va chạm thì lực do các đinh gỗ tác dụng lên hòn bi cũng sẽ bằng nhưng ngược chiều với thành phần của lực trọng trường, hướng xuống dưới bảng. Do đó hòn bi có vận tốc trung bình không đổi. Theo mô hình Drude electron tự do tương tự như hòn bi, còn các ion trong mạng giống như các đinh gỗ, điện trường ngoài giống như thành phần của lực trọng trường. Drude giả thiết các hạt tải điện là các electron hoá trị do liên kết yếu với hạt nhân nên chúng bứt ra và chuyển động tự do trong kim loại.

Chuyển động của electron trong điện trường  $E$  là tổng hợp của chuyển động do các va chạm hỗn loạn và do điện trường  $E$ . Khi lấy trung bình thì các chuyển động hỗn loạn không đóng góp gì vào vận tốc trôi. Như vậy, vận tốc trôi chỉ do tác dụng của điện trường  $E$ . Theo định luật II Newton, một electron khi đặt trong điện trường  $E$  sẽ có một gia tốc  $a = -\frac{eE}{m}$ .

Trong thời gian trung bình giữa các va chạm  $\tau$ , còn gọi là **thời gian tự do trung bình** hay **thời gian hồi phục**, một electron trung bình thu được vận tốc trôi :

$$v_d = a\tau = -\frac{eE}{m}\tau$$

Kết hợp với phương trình (20-4) ta có :

$$v_d = -\frac{J}{ne} = -\frac{eE}{m}\tau$$

suy ra :

$$J = \frac{ne^2\tau}{m}E$$

So sánh kết quả trên với phương trình (20-10)  $J = \sigma E$  ta được :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (20-13)$$

Vì  $\rho = \frac{1}{\sigma}$  nên ta cũng có :

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad (20-14)$$

Nếu  $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$  không phụ thuộc  $E$  thì mô hình sẽ dẫn đến định luật Ohm. Ta thấy các thừa số  $n$ ,  $e$ ,  $m$  rõ ràng là không phụ thuộc  $E$  nhưng còn  $\tau$  thì sao ? Ta nghĩ rằng  $\tau$  phụ thuộc vào  $\langle v \rangle$ , còn  $E$  có thể làm thay đổi  $\langle v \rangle$  một lượng không quá  $v_d$ . Nhưng ở trên ta đã biết là  $\langle v \rangle \approx 10^6 \text{ m/s}$  và  $v_d \approx 10^{-4} \text{ m/s}$  nghĩa là giữa  $\langle v \rangle$  và  $v_d$  có một sự khác biệt quá lớn. Vì thế ta có thể cho rằng  $\tau$  về cơ bản là độc lập với  $E$  nên mô hình Drude phải dẫn đến định luật Ohm.

Ta có thể biểu thị  $\sigma$  và  $\rho$  theo tốc độ trung bình  $\langle v \rangle$  bằng cách đưa vào khoảng cách

trung bình mà một electron đi được giữa các va chạm gọi là *quãng đường tự do trung bình*  $\lambda$

$$\lambda = \langle v \rangle \tau$$

Thay thế giá trị của  $\tau$  từ biểu thức trên vào phương trình (20-13) và (20-14) ta được :

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{m \langle v \rangle} \text{ và } \rho = \frac{m \langle v \rangle}{ne^2\lambda}$$

## VÍ DỤ 20-5

**Thời gian tự do trung bình trong đồng.** (a) Ước tính thời gian tự do trung bình trong đồng ở  $20^\circ\text{C}$  ( $= 293\text{K}$ ) với giả thiết có một electron tự do tính trên một nguyên tử đồng. (b) Giả thiết rằng tốc độ trung bình của các electron tự do là vào cỡ  $10^6\text{m/s}$ , hãy tính quãng đường tự do trung bình trong đồng.

**Giải.** (a) Giải phương trình (20-14) đối với  $\tau$ , ta được :

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho}$$

Từ ví dụ 20-1 ta có  $n = 8,48 \cdot 10^{28}$  hạt tải điện, vì thế :

$$\tau = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}}{(8,48 \cdot 10^{28} \text{ hạt tải điện/m}^3)(1,60 \cdot 10^{-19} \text{C})^2(1,67 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} \approx 2,51 \cdot 10^{-14} \text{s.}$$

(b) Quãng đường tự do trung bình là :

$$\lambda = \langle v \rangle \tau = (10^6 \text{ m/s}) \cdot (2,51 \cdot 10^{-14} \text{s}) = 10^{-8} \text{m.}$$

Giá trị này lớn gấp khoảng 100 lần khoảng cách giữa các nguyên tử lân cận gần nhất trong đồng.

## Bài tự kiểm tra 20-5

Bạn hãy ước tính thời gian tự do trung bình trong đồng ở nhiệt độ  $T = 600\text{K}$ .

**Đáp số :**  $1,23 \cdot 10^{-14} \text{s.}$

## 20-5. SỰ DẪN ĐIỆN TRONG CÁC CHẤT BÁN DẪN

Ta đã phân chia các vật liệu thành hai loại tùy theo tính dẫn điện của chúng : chất dẫn điện và chất cách điện. Tuy nhiên còn một loại vật liệu thứ ba gọi là chất bán dẫn có tính dẫn điện ở mức trung gian

giữa vật dẫn điện và vật cách điện. Các chất bán dẫn giữ một vai trò trung tâm trong công nghệ hiện đại. Đó là những vật liệu đã được sử dụng trong các dụng cụ như diốt, tranzisto và các mạch vi điện tử.

Mô hình Drude đã chứng tỏ  $\sigma$  tỉ lệ thuận

$$\text{với mật độ các hạt tải điện : } \sigma = \frac{e^2 \tau}{m} n.$$

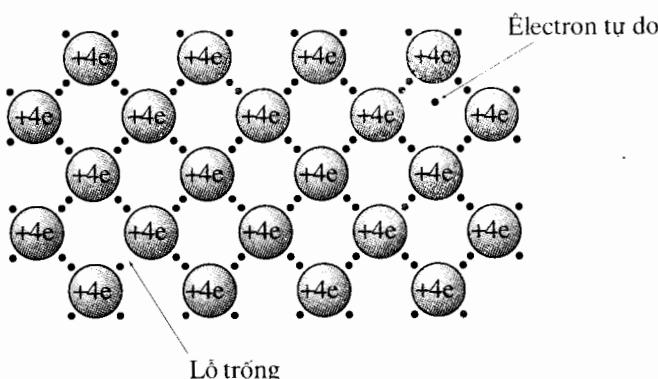
Mật độ hạt tải  $n$  là yếu tố chủ chốt trong việc điều khiển điện dẫn suất của một chất bán dẫn.

### Sự dẫn điện trong các chất bán dẫn tinh khiết

Các chất bán dẫn gồm một số nguyên tố trong các cột ở giữa bảng tuần hoàn và một nguyên tố rất thường được sử dụng là silic. Để cụ thể ta trình bày silic (Si) như là một chất bán dẫn tiêu biểu.

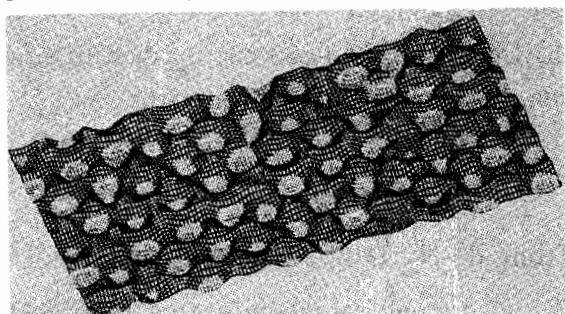
Silic ( $Z = 14$ ) có hoá trị 4 và khi các nguyên tử liên kết với nhau dưới dạng một vật rắn, thì mỗi nguyên tử Si có 4 nguyên tử lân cận gần nhất. Trên hình 20-12 là hình ảnh hai chiều của mạng tinh thể silic ba chiều, mỗi nguyên tử được biểu diễn như một lõi ion mang điện tích  $+4e$  kèm theo bốn electron hoá trị. Trong silic tinh khiết ở nhiệt độ phòng, hầu hết tất cả các electron hoá trị kể trên liên kết với các lõi ion tương ứng, nhưng các thăng giáng nhiệt về năng lượng đã khiến cho một số electron hoá trị trở thành tự do. Như vậy, có nghĩa là một phần nhỏ các nguyên tử silic đã bị ion hoá do nhiệt (ở nhiệt độ phòng thì cứ mỗi  $5.10^{12}$  nguyên tử silic lại có một nguyên tử silic bị ion hoá, thực sự đó là một tỉ lệ quá nhỏ). Các electron được giải phóng do sự ion hoá bằng nhiệt này trở thành các hạt tải điện âm.

Ngoài các electron tự do, các chất bán dẫn còn có các hạt tải mang điện dương. Hình 20-12 cho thấy nếu một electron được giải phóng ra khỏi vị trí của nó trong vật rắn, thì electron sẽ để lại phía sau một



Hình 20-12. Biểu diễn hai chiều của mạng silic ba chiều có chỉ rõ một electron tự do và một lỗ trống.

vị trí thiếu một electron gọi là *một lỗ trống* và nếu có một điện trường ngoài tác dụng thì điện trường đó có thể làm cho lỗ trống di chuyển xuyên suốt vật rắn theo hướng của trường. Do đó lỗ trống là một phần tử tải điện.



Các nguyên tử trên bề mặt một tấm silic được phát hiện nhờ kính hiển vi nguyên tử.

Chuyển động của một lỗ trống qua một chất bán dẫn dưới tác dụng của điện trường ngoài, cũng tương tự như chuyển động của một bọt không khí từ đáy bể bơi nổi lên mặt nước dưới tác dụng của trọng trường. Bọt khí dâng lên trong nước nhưng nước lại thực sự đi xuống khi bọt khí nổi lên. Vì vậy đáng lẽ mô tả nước đang đi xuống, ta thấy mô tả bọt khí đang dâng có vẻ thuận tiện hơn nhiều.

## VÍ DỤ 20-6

**Mật độ các electron tự do trong silic.** (a) Sử dụng mô hình Drude và giả thiết đơn giản là thời gian tự do trung bình  $\tau$  đối với các hạt tải điện trong silic cũng có cùng giá trị như  $\tau$  đã tìm được đối với các tải điện của đồng trong ví dụ 20-5 ( $\tau = 2,44 \cdot 10^{-14}$  s), hãy tính mật độ các electron tự do trong silic ở nhiệt độ phòng với giá trị điện trở suất lấy từ bảng 20-1. (b) Với đáp số ở phần (a) hãy tính tỉ phần của các nguyên tử silic bị ion hoá.

**Giải.** (a) Giải phương trình (20-14) đối với  $n$ , ta được :

$$n = \frac{m}{\tau e^2 \rho}$$

Các phân tử tải điện gồm cả lỗ trống và electron, nên  $n = n_e + n_h$ , trong đó các chỉ số dưới  $e$  và  $h$  liên quan tới electron và lỗ trống tương ứng. Ta giả thiết là  $n_e = n_h = \frac{1}{2} n$ .

Sử dụng giá trị điện trở suất của silic cho trong bảng 20-1, ta có :

$$n_e = \frac{\frac{1}{2}(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}{(2,44 \cdot 10^{-14} \text{ s}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2 \cdot (4,3 \cdot 10^3 \Omega \text{m})} = 1,7 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$$

(b) Để tìm tỉ phần của các nguyên tử silic bị ion hoá, trước hết ta phải tìm mật độ  $n_{Si}$  của các nguyên tử silic trong silic rắn :

$$n_{Si} = \frac{N_A \rho_m}{M}$$

Trong đó  $N_A$  là số Avogadro,  $\rho_m$  là khối lượng riêng của silic ( $= 2,33 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) và  $M$  là khối lượng mol của silic ( $= 28,1 \text{ g/mol}$ ). Nhờ đó ta tính được  $n_{Si} = 4,99 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Tỉ phần của các nguyên tử silic bị ion hoá là :

$$\frac{n_e}{n_{Si}} = \frac{1,7 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}}{4,99 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}} = 3,4 \cdot 10^{-12}$$

Như vậy số các nguyên tử silic bị ion hoá là rất nhỏ.

### Bản dẫn loại n và loại p

Từ ví dụ trên ta thấy mật độ các hạt tải trong silic là rất thấp so với mật độ các hạt tải trong các kim loại. Trong một kim loại có khoảng một hạt tải tính trên một

nguyên tử, nhưng trong silic ở nhiệt độ phòng chỉ có một hạt tải tính trên  $10^{12}$  nguyên tử. Kết quả là điện trở suất ở nhiệt độ phòng của silic cao hơn điện trở suất của đa số các kim loại cỡ  $10^{11}$  lần. Tuy nhiên, mật độ các phân tử tải trong một

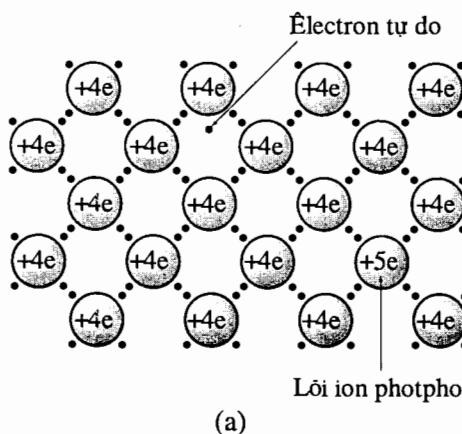
chất bán dẫn có thể được tăng lên rất lớn nếu pha thêm vào chất bán dẫn một số tạp chất nào đó.

Ta hãy nghiên cứu hiệu ứng khi đưa photpho vào silic. Photpho ( $Z = 15$ ) có năm electron hoá trị. Nếu ta đưa một lượng nhỏ photpho vào silic rắn, thì ở một vị trí nào đó của ion silic có điện tích  $+4e$  bị một ion photpho (diện tích  $+5e$ ) thay thế (hình 20-13a). Bốn trong năm electron hoá trị của nguyên tử photpho tham gia vào các liên kết với các ion silic và ở nhiệt độ phòng, thì một electron còn lại hầu như luôn luôn ở trạng thái tự do. Do vậy về cơ bản mỗi nguyên tử tạp chất photpho đóng góp (hoặc cho) *một hạt tải điện âm* cho vật liệu dưới dạng *một electron tự do*. Tạp chất có nguyên tử cho vật liệu chủ một electron tự do, như photpho trong silic, được gọi là "*chất cho*".

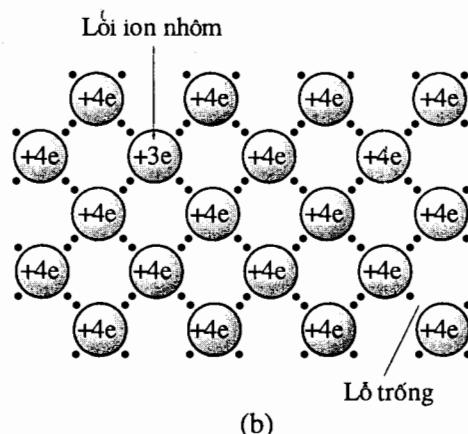
Bây giờ ta nghiên cứu hiệu ứng của nhôm trong silic, nhôm ( $Z = 13$ ) có ba electron hoá trị. Nếu ta đưa một lượng nhỏ nhôm

vào silic rắn, thì ở một vị trí nào đó của ion silic bị một ion nhôm thay thế (hình 20-13b). Ở nhiệt độ phòng, lỗ trống được hình thành do nhôm thiếu một electron hoá trị cũng sẽ gần như luôn luôn ở trạng thái tự do. Vì thế, hầu hết các ion nhôm đều có bốn electron ở xung quanh giống như hầu hết tất cả các ion silic. Như vậy, nguyên tử nhôm "*nhận*" một electron từ vật liệu chủ và vật liệu bây giờ chứa *một phần tử tải điện dưới dạng một lỗ trống*. Lỗ này có khả năng chuyển động qua khắp vật rắn mà không kết hợp với bất kì một ion riêng biệt nào. Vì vậy mỗi nguyên tử tạp chất nhôm về cơ bản đã đóng góp một lỗ trống cho vật liệu chủ. Tạp chất có nguyên tử nhận một electron từ vật liệu chủ, như nhôm ở trong silic được gọi là "*chất nhận*".

Khi một tạp chất được đưa vào một vật liệu tinh khiết khác với một mục tiêu xác định, thì ta nói vật liệu đó đã được "*pha tạp chất*". Ví dụ khi đưa photpho vào silic



(a)



(b)

**Hình 20-13.** (a) Silic pha tạp photpho. Ở nhiệt độ phòng bốn trong năm electron hoá trị của nguyên tử photpho ở trạng thái liên kết với ion, còn electron thứ năm hầu như luôn luôn tự do. Vật liệu chứa các electron tự do như các hạt tải điện âm nên vật liệu là một chất bán dẫn loại n. (b) Silic pha tạp nhôm. Nhôm có ba electron hoá trị, nhưng ở nhiệt độ phòng lại có bốn electron hầu như luôn luôn liên kết với ion nhôm. Do đó lỗ trống được tạo thành và ở trạng thái tự do các lỗ trống này là các hạt tải điện dương. Vì thế vật liệu là một bán dẫn loại p.

thì vật liệu hợp thành là silic được pha tạp photpho. Như ta đã thấy, silic được pha tạp photpho sẽ chứa các hạt tải điện âm nhiều hơn thường lệ. Một vật liệu hợp thành như thế gọi là *chất bán dẫn loại n*; chữ "n" liên quan tới *diện tích âm* (negative) của các hạt tải (electron). Còn silic được pha tạp nhôm là chất bán dẫn loại p, chữ "p" liên quan tới *diện tích dương* (positive) của các hạt tải (lỗ trống).

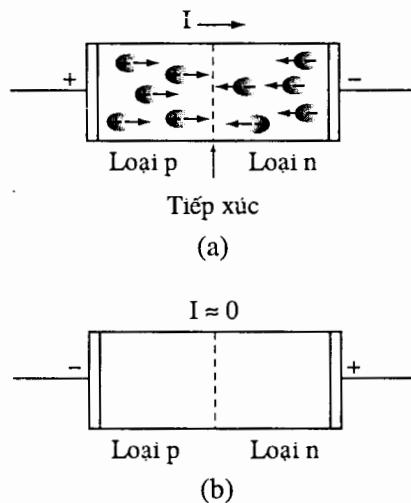
Để là một chất bán dẫn loại n, thì nồng độ chất cho phải khá cao để mật độ của các electron tự do được chất cho đưa vào phải cao hơn rất nhiều so với mật độ của các hạt tải trong vật liệu tinh khiết. Theo cách này, các electron tự do đông hơn rất nhiều so với số lỗ trống trong vật liệu loại n. Ta nói electron là các hạt tải điện chủ yếu trong vật liệu loại n.

Tương tự để một vật liệu là loại p thì nồng độ chất nhận của nó phải khá cao, sao cho mật độ lỗ trống phải cao hơn rất nhiều so với các hạt tải điện trong vật liệu tinh khiết. Vì vậy các lỗ trống phải đông hơn rất nhiều so với số electron tự do và vật liệu là loại p. Ta nói lỗ trống là các hạt tải điện chủ yếu trong vật liệu loại p.

### Điốt tiếp xúc pn

Rất nhiều dụng cụ điện tử được sử dụng phổ biến trong các mạch điện, đơn giản nhất là điốt tiếp xúc pn. "Điốt" là một phân tử mạch điện cho phép các hạt tải điện chạy theo một chiều, nhưng không theo chiều ngược lại.

Sự hoạt động của một điốt tiếp xúc pn có thể được giải thích theo lập luận đơn giản sau đây: giả sử ta cho tác dụng một hiệu điện thế lên một điốt theo chiều cho trên hình 20-14a. Phía p của điốt tiếp xúc ở



**Hình 20-14.** (a) *Điốt tiếp xúc pn định thiên thuận.* (b) *Điốt tiếp xúc pn định thiên ngược. Thực tế, không có các phân tử tải sẵn có nào có thể được sử dụng để duy trì một dòng điện từ phải sang trái.*

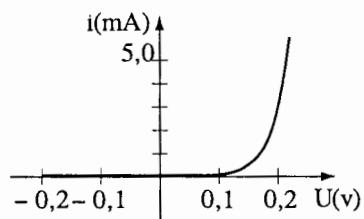
điện thế cao hơn điện thế ở phía n. Điều đó có xu hướng sinh ra một dòng điện từ trái sang phải. Muốn cho một dòng điện như thế tồn tại trong miền p thì các lỗ trống phải chạy từ trái sang phải, và muốn cho một dòng điện như thế tồn tại trong miền n thì các electron phải chạy từ phải sang trái. Điều này dễ dàng xảy ra, vì các electron có thể kết hợp với các lỗ trống tại chỗ tiếp xúc và khử lẫn nhau. Nhờ đó mà các hạt tải điện có thể chạy liên tục.

Bây giờ giả sử ta lại cho tác dụng một hiệu điện thế lên một điốt theo chiều ngược lại như trên hình 20-14b. Phía p của điốt tiếp xúc ở điện thế thấp hơn điện thế ở phía n. Điều này có khuynh hướng sinh ra một dòng điện từ phải sang trái. Để cho một dòng điện như vậy tồn tại trong miền p thì các lỗ trống phải chạy từ phải sang trái, và để cho một dòng như vậy tồn tại trong miền n thì các electron phải chạy từ trái sang phải. Muốn cho hiện tượng đó xảy ra liên tục, thì cần thiết

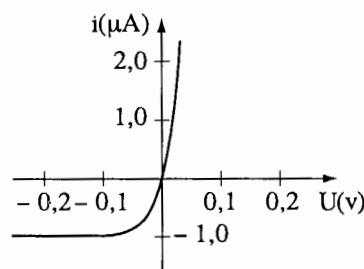
phải có một cơ chế để tạo ra các electron tự do và các lỗ trống tự do tại lớp tiếp xúc. Nhưng một cơ chế như thế lại không tồn tại trong một diốt thông thường.

Có một cách khác để một dòng điện chạy từ phải sang trái có thể tồn tại được trong diốt là các lỗ trống trong miền n phải chạy từ phải qua trái và các electron trong miền p phải chạy từ trái sang phải. Sau đó các electron và lỗ trống có thể kết hợp với nhau tại chỗ tiếp xúc. Tuy nhiên thực tế lại không có lỗ trống trong miền n và không có các electron tự do ở miền p. Vì vậy không có các hạt tải điện sẵn có để có thể duy trì một dòng điện từ phải qua trái, thực tế chỉ có một dòng điện nhỏ không đáng kể tồn tại trong trường hợp này mà thôi.

Hình 20-15 biểu diễn một đường cong  $I - U$  (cường độ dòng điện theo hiệu điện thế) đối với một diốt tiếp xúc pn tiêu biếu. Từ hình vẽ ta thấy diốt chỉ cho dòng điện chạy theo một chiều nhất định.



(a)



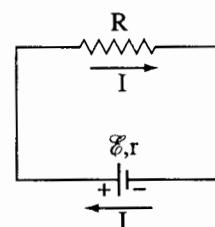
(b)

**Hình 20-15.** Đường cong  $I - U$  đối với một diốt tiếp xúc pn điển hình. (a) Trục dòng điện được chia theo đơn vị miliampe ( $10^{-3} A$ ). (b) Cung những dữ liệu như ở (a) nhưng trục dòng điện được chia theo đơn vị microampere ( $10^{-6} A$ ).

## 20-6. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG VÀ ĐIỆN TRỞ TRONG CỦA MỘT BỘ PIN

Để một mạch điện có được một dòng điện liên tục thì mạch điện phải chứa một phần tử là nguồn năng lượng điện. Phần tử đó được gọi là *nguồn suất điện động*. Một nguồn suất điện động sẽ cung cấp năng lượng điện cho các hạt tải điện trên hành trình đi quanh một mạch điện của chúng.

Bộ pin là một nguồn suất điện động quen thuộc. Khi các cực của một bộ pin được nối với một điện trở như hình 20-16, thì nó sẽ thiết lập một dòng điện trong mạch. Bộ pin sinh ra dòng điện ổn định bằng cách duy trì một hiệu điện thế gần như không đổi giữa hai cực của nó. Cực ở điện



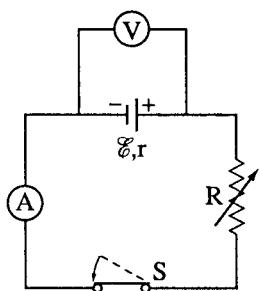
**Hình 20-16.** Một điện trở được nối với một bộ pin. Chiều của dòng điện ở bên ngoài bộ pin đi qua điện trở là từ cực dương sang cực âm. Chiều của dòng điện ở bên trong bộ pin là từ cực âm sang cực dương.

thế cao hơn gọi là *cực dương* và cực ở điện thế thấp hơn gọi là *cực âm*. Do đó chiều của dòng điện ở bên ngoài bộ pin

(đi qua điện trở) là từ cực dương sang cực âm, và chiều của dòng điện ở bên trong bộ pin là từ cực âm đi sang cực dương.

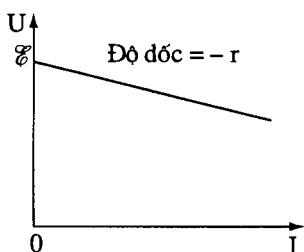
### Đo suất điện động và điện trở trong

Hai đặc trưng quan trọng của một bộ pin là suất điện động  $\mathcal{E}$  và điện trở trong  $r$  của nó. Suất điện động đặc trưng cho năng lượng mà bộ pin cung cấp cho các phần tử tải điện và điện trở trong là điện trở của chính bộ pin. Hình 20-17 chỉ rõ



**Hình 20-17.** Cách bố trí để tìm  $\mathcal{E}$  và  $r$ . Vôn kế chỉ hiệu điện thế  $U$  giữa các cực của bộ pin, còn ampe kế chỉ cường độ dòng điện  $I$ . Có thể làm thay đổi cường độ dòng điện bằng cách thay đổi giá trị điện trở  $R$  của biến trở.

cách làm để có thể xác định được suất điện động và điện trở trong của một bộ pin. Một vôn kế được nối với hai cực của bộ pin sẽ đo hiệu điện thế  $U$  giữa hai cực đó và một ampe kế sẽ đo cường độ dòng điện  $I$  ở mạch ngoài. Hình 20-18 biểu



**Hình 20-18.** Đồ thị của  $U$  theo  $I$  từ các phép đo đối với các mạch điện trên hình 20-17.

diễn đồ thị của  $U$  theo  $I$ , một đồ thị tiêu biểu cho các phép đo như thế. Phương trình cho một đồ thị như thế là :

$$U = \mathcal{E} - Ir \quad (20-15)$$

Giao điểm của đồ thị với trục tung ứng với giá trị của suất điện động  $\mathcal{E}$ , còn độ dốc của đồ thị thì cho điện trở trong  $r$ . Do vậy suất điện động  $\mathcal{E}$  của bộ pin là hiệu điện thế ở giữa hai cực của nó khi cường độ dòng điện trong bộ pin bằng không :

$$\mathcal{E} = U \quad (\text{khi } I = 0) \quad (20-16)$$

Có thể đo suất điện động của một bộ pin bằng cách mắc một vôn kế có điện trở lớn với các cực của một bộ pin. Các cực này không được nối với bất kì một vật nào khác. Bằng cách này, cường độ dòng điện sẽ rất nhỏ nên có thể bỏ qua số hạng  $Ir$  so với  $\mathcal{E}$  trong phương trình (20-15).

Suất điện động là một đại lượng vô hướng. Tuy nhiên một bộ pin phải có các cực, các cực này có thể phân biệt được bằng cách gán một chiều cho suất điện động của nó. Chiều của suất điện động của pin đi từ cực âm sang cực dương (ở bên trong bộ pin) (hình 20-19).



**Hình 20-19.** Chiều của suất điện động của một bộ pin đi từ cực âm tới cực dương của nó.

### Mô tả vật lí về suất điện động

Trong nguồn điện các hạt tải điện dương chuyển động từ nơi có điện thế thấp (cực âm) đến nơi có điện thế cao hơn (cực dương). Chuyển động này ngược với chiều của

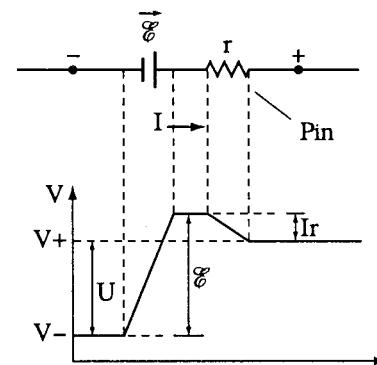
điện trường giữa các cực (hướng từ cực dương sang cực âm). Do đó phải có một nguồn năng lượng nào đó ở bên trong nguồn điện cho phép nó thực hiện công lên các điện tích và buộc chúng chuyển động từ nơi có điện thế thấp lên nơi có điện thế cao. Nguồn năng lượng này có thể là *hoá năng* trong các pin, acquy... có thể là *cơ năng* trong máy phát điện. *Sự chênh lệch nhiệt độ* cũng có thể cung cấp năng lượng như trong pin nhiệt điện hoặc *năng lượng ánh sáng* chuyển thành năng lượng điện trong pin mặt trời. Theo quan điểm công và chuyển hoá năng lượng thì trong một khoảng thời gian  $dt$ , một lượng điện tích  $dq$  đi qua một tiết diện nào đó ở mạch ngoài (hình 20-16) thì cũng có cùng một lượng điện tích như vậy đi vào từ đầu có điện thế thấp (cực âm) và rời khỏi đầu có điện thế cao (cực dương). Như vậy, nguồn điện phải thực hiện một công  $dW$  lên điện tích  $dq$  để buộc nó phải chuyển động theo đường đó. Do đó ta định nghĩa suất điện động của một nguồn điện qua công đó :

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (20-17)$$

Như vậy : *Suất điện động của một nguồn điện là công trên một đơn vị điện tích mà nguồn điện thực hiện để dịch chuyển điện tích đó từ cực có điện thế thấp đến cực có điện thế cao.*

Một nguồn điện trong thực tế luôn có sự cản trở bên trong đối với chuyển động của điện tích từ cực này sang cực kia, đại lượng đặc trưng cho sự cản trở đó là điện trở trong của nguồn.

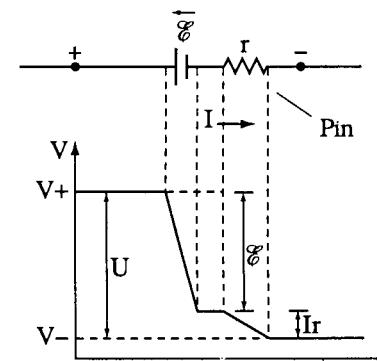
Trên hình 20-20, ta biểu diễn điện trở trong tách rời khỏi suất điện động, mặc dù là về mặt vật lí chúng không thể tách rời như thế được. Khi đi qua bộ pin dọc



**Hình 20-20.** Một bộ pin có dòng điện  $I$  chạy bên trong. Chiều của dòng điện  $I$  cũng cùng chiều với  $\mathcal{E}$ . Hiệu điện thế giữa hai cực là  $U = V_+ - V_-$ .

theo chiều của dòng điện, ta thấy rằng điện thế tăng lên một lượng đúng bằng  $\mathcal{E}$  do tác dụng hoá học của bộ pin và giảm xuống một lượng bằng  $Ir$  do điện trở của bộ pin. Sự tăng giảm đó của điện thế minh họa cho hệ thức :  $U = \mathcal{E} - Ir$ .

Nếu chiều của dòng điện trong một bộ pin cùng chiều với suất điện động của nó như trên hình 20-20 thì bộ pin được coi là *đang phóng điện*, và phương trình (20-15) áp dụng cho trường hợp này. Trái lại nếu chiều của dòng điện ngược với chiều của suất điện động, như trên hình 20-21, thì bộ



**Hình 20-21.** Một bộ acquy đang được nạp điện. Chiều của dòng điện  $I$  ngược chiều với  $\mathcal{E}$ . Hiệu điện thế giữa hai cực là  $U = V_+ - V_-$ .

pin được coi là *đang được nạp điện*. Cũng theo hình vẽ ta thấy nếu ta đi qua một bộ pin đang nạp theo chiều dòng điện, thì sau đó *diện thế giảm đi* một lượng  $\mathcal{E}$  do các phản ứng hoá học xảy ra trong bộ pin. Cũng

như với bộ pin đang phóng điện, điện thế cũng giảm đi một lượng  $Ir$  vì điện trở trong của bộ pin. Do vậy, hiệu điện thế  $U$  giữa các cực của một bộ pin đang được nạp điện là :

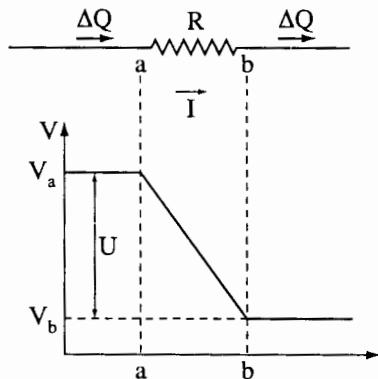
$$U = \mathcal{E} + Ir \quad (20-18)$$

## 20-7. NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT ĐIỆN

Khi có một dòng điện tồn tại trong một phần tử mạch điện thì sẽ có sự biến đổi năng lượng. Bây giờ ta sẽ nghiên cứu những biến đổi năng lượng do các dòng điện trong các phần tử mạch gây ra.

### Năng lượng tiêu tán trong một điện trở

Ta hãy khảo sát sự biến đổi năng lượng khi một điện trở  $R$  mang dòng điện  $I$  như trên hình 20-22. Hiệu điện thế trên điện trở là  $U = V_a - V_b$  và chiều dòng điện đi



**Hình 20-22.** Các hạt tải điện mất thế năng điện khi chúng đi qua một điện trở.

từ a đến b. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , có một số các hạt tải điện với điện tích tổng cộng  $\Delta Q$  đi vào điện trở tại điểm a có điện thế là  $V_a$ , và một số các hạt tải điện với điện tích tổng cộng  $\Delta Q$  bằng điện tích trên, rời khỏi điện trở ở điểm b có điện

thế  $V_b$ . Sự thay đổi năng lượng  $\Delta W$  của các hạt tải điện là :

$$\Delta W = (V_b - V_a)\Delta Q = -U\Delta Q$$

Đại lượng  $\Delta W$  là âm vì điện thế giảm dọc theo chiều dòng điện. Tốc độ mất thế năng điện của các hạt tải điện là  $-\frac{\Delta W}{\Delta t}$  và

ta gọi tốc độ đó là *công suất tiêu tán*  $P_R$  trên điện trở. Do vậy ta có :

$$P_R = -\frac{\Delta W}{\Delta t} = -\frac{-U\Delta Q}{\Delta t} = U \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Vì  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  nên :

$$P_R = UI \quad (20-19)$$

Ta có thể viết  $P_R$  theo điện trở  $R$  của dây điện trở bằng cách dùng biểu thức  $U = IR$ .

Ta có  $P_R = IU = I(IR)$  hay

$$P_R = I^2R \quad (20-20)$$

Hoặc có thể viết

$$P_R = \frac{U^2}{R} \quad (20-21)$$

Các phương trình (20-19), (20-20), (20-21) tương đương nhau và phương trình (20-20) gọi là *định luật Joule*.

Điều gì sẽ xảy ra do sự mất thế năng điện của các hạt tải điện trong một điện trở ?

Ta biết các hạt tải điện mất năng lượng do các va chạm liên quan đến điện trở của dây điện trở. Khi có dòng điện, nhiệt độ của dây điện trở có khuynh hướng tăng lên do kết quả của các va chạm đó. Nếu nhiệt độ của điện trở tăng cao hơn môi trường xung quanh thì nó sẽ truyền nhiệt cho môi trường xung quanh nó. Trong những điều kiện ổn định thì năng lượng được truyền liên tục dưới dạng nhiệt cho môi trường xung quanh. Ta nói rằng *năng lượng điện được tiêu tán dưới dạng nhiệt*. Các hiệu ứng trên đôi khi được gọi là *sự tỏa nhiệt Joule*.

### Năng lượng đi vào hoặc đi ra khỏi bộ pin

Bây giờ ta khảo sát sự biến đổi năng lượng khi có một dòng điện tồn tại trong một bộ pin. Nếu các hạt tải điện đi qua một bộ pin theo chiều của dòng điện và chiều của suất điện động (trường hợp bộ pin đang phóng điện như trên hình 20-20), thì sau đó thế năng điện của chúng sẽ tăng. Gọi  $\Delta Q$  là điện lượng đi qua bộ pin trong thời gian  $\Delta t$ . Sự thay đổi thế năng điện của các hạt tải điện là  $\Delta W = U\Delta Q$ , trong đó  $U$  là hiệu điện thế giữa các cực của bộ pin.

Trong trường hợp này  $\Delta W$  là dương vì điện thế tăng khi qua bộ pin dọc theo chiều của dòng điện (xem hình 20-20). Tốc độ thu thế năng điện của các hạt tải điện là  $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ . Ta gọi tốc độ này là *công suất ra*  $P_0$  từ bộ pin :

$$P_0 = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \frac{\Delta Q}{\Delta t} = UI$$

Sử dụng biểu thức đối với hiệu điện thế giữa các cực của một bộ pin đang phóng

điện,  $U = \mathcal{E} - Ir$ , ta có  $P_0 = IU = I(\mathcal{E} - Ir)$  hay là :

$$P_0 = \mathcal{E}I - I^2r \quad (20-22)$$

Số hạng  $\mathcal{E}I$  trong phương trình biểu diễn tốc độ tăng thế năng điện của các hạt tải điện nhờ các phản ứng hoá học trong bộ pin. Ta gọi nó là *công suất tiêu thụ bởi suất điện động* của bộ pin :

$$P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E}I$$

Số hạng  $I^2r$  là công suất tiêu tán  $P_r$  trong bộ pin do điện trở trong của nó (nhiệt độ của bộ pin có xu hướng tăng lên). Số hạng này biểu diễn tốc độ mất thế năng điện của các hạt tải điện và được đưa vào biểu thức với dấu trừ là đúng. Vì vậy phương trình (20-22) được phát biểu là : *công suất ra*  $P_0$  *của một bộ pin bằng công suất tiêu thụ bởi suất điện động*  $P_{\mathcal{E}}$  *trừ* *công suất tiêu tán dưới dạng nhiệt*  $P_r$  :

$$P_0 = P_{\mathcal{E}} - P_r$$

Phương trình (20-22) áp dụng cho một bộ pin đang phóng điện. Năng lượng được biến đổi như thế nào trong một bộ pin đang được nạp ? Nếu một bộ pin đang được nạp thì chiều của dòng điện nạp ngược với chiều của suất điện động của bộ pin. Trong trường hợp này điện thế giảm dọc theo chiều của dòng điện (xem hình 20-21), và thế năng điện của các hạt tải điện giảm khi chúng đi qua bộ pin, công suất vào bộ pin  $P_i$  sẽ bằng tốc độ mất thế năng điện của các hạt tải điện khi chúng đi qua bộ pin :

$$P_i = IU$$

Vì hiệu điện thế giữa các cực của một bộ pin đang được nạp điện là :

$U = \mathcal{E} + Ir$ , nên ta có  $P_i = IU = I(\mathcal{E} + Ir)$  hay là :

$$P_i = \mathcal{E}I + I^2r \quad (20-23)$$

Trong trường hợp này tích  $\mathcal{E} I$  biểu thị công suất do các hạt tải điện cung cấp cho suất điện động của bộ pin.

## 20-8. CÁC QUY TẮC KIRCHHOFF

Khi thiết kế một mạch điện để thực hiện một nhiệm vụ nào đó, người ta thường dùng các bộ pin (hay các nguồn điện khác) có suất điện động đã biết và các dây có điện trở đã biết. Thông thường vẫn đề đặt ra là phải làm thế nào để một dòng điện cho trước có thể được sinh ra trong một phần tử mạch cụ thể nào đó. Có hai quy tắc gọi là các quy tắc Kirchhoff theo tên nhà vật lí người Đức G.R.Kirchhoff (1824 – 1887), sẽ hướng dẫn chúng ta trong việc tìm các dòng điện. Các quy tắc này còn được gọi là *quy tắc mạch vòng* và *quy tắc điểm nút*.

### Quy tắc mạch vòng

Quy tắc mạch vòng phát biểu như sau :

Tổng đại số các hiệu điện thế dọc theo một vòng kín bất kì trong mạch điện là bằng không.

Vì điện thế trực tiếp liên quan tới thế năng của các hạt tải điện, nên quy tắc mạch vòng là một phát biểu về sự bảo toàn năng lượng. Ta có thể viết quy tắc mạch vòng như sau :

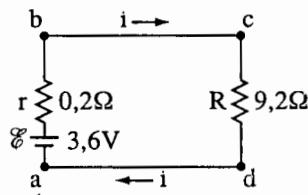
$$\Sigma U = 0 \quad (20-24)$$

Trước khi sử dụng quy tắc mạch vòng để tìm dòng điện trong mạch điện, ta đưa vào một kí hiệu mới để chỉ dòng điện,  $i$  thường thay cho  $I$  hoa. Kí hiệu  $I$  được quy ước là luôn luôn dương, còn  $i$  có thể dương hoặc âm.

Theo quy ước,  $i$  có một giá trị dương khi chiều dòng điện tương ứng với chiều chuyển động của các hạt tải điện dương.

Ta hãy xét một mạch điện cho trên hình 20-23. Chiều của dòng điện  $i$  được chỉ rõ trên hình vẽ. Ta bắt đầu từ điểm  $a$ , đi một vòng kín theo chiều kim đồng hồ. Quy tắc mạch vòng cho ta

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) + (V_d - V_c) + (V_a - V_d) = 0$$



Hình 20-23. Sử dụng quy tắc mạch vòng.

Hiệu điện thế trên đoạn từ  $a$  đến  $b$  là hiệu điện thế giữa các cực của bộ pin :  $V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$ . Các dây nối có điện trở không đáng kể, thành thử các hiệu điện thế  $V_c - V_b$  và  $V_a - V_d$  đều bằng không. Dòng điện qua  $R$  từ  $c$  đến  $d$  nên  $V_c > V_d$ . Do đó  $V_d - V_c = -iR$ . Thay các giá trị của các hiệu điện thế vào quy tắc mạch vòng, ta được :

$$(\mathcal{E} - ir) + (0) + (-iR) + (0) = 0$$

Giải đối với  $i$ , ta có :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R} \quad (20-25)$$

Thay các trị số ghi trên hình 20-23, ta tìm thấy dòng điện  $i = \frac{3,6V}{0,2\Omega + 9,2\Omega} = 0,38A$ .

Trong phân tích trên, ta đã chọn cách đi quanh vòng kín theo chiều kim đồng hồ, nhưng thực ra cách chọn đó là tuỳ ý. Giờ ta lại giả thiết đi quanh vòng kín theo chiều ngược kim đồng hồ, bắt đầu từ điểm a. Quy tắc mạch vòng cho ta :

$$(V_d - V_a) + (V_c - V_d) + (V_b - V_c) + (V_a - V_b) = 0$$

Hiệu điện thế  $(V_c - V_d)$  là  $(+iR)$  vì  $V_c > V_d$ .

Ta cũng có

$$V_a - V_b = -(V_b - V_a) = -(\mathcal{E} - ir) = -\mathcal{E} + ir.$$

Nhờ vậy ta có :  $iR - \mathcal{E} + ir = 0$

Giải đối với i, ta có :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

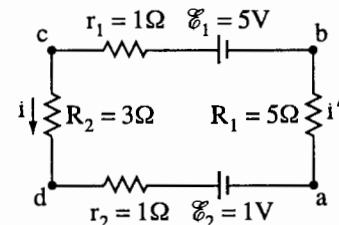
Ta thu được cùng một kết quả như trên. Như vậy đáp số không phụ thuộc vào cách thức đi theo vòng kín.

Qua việc phân tích trên thấy có *hai quy tắc* để xác định dấu đại số của các số hạng qua điện trở và qua nguồn :

- Khi đi qua điện trở R theo chiều của dòng điện i, hiệu điện thế trên điện trở là  $-iR$ . Khi đi qua điện trở R theo chiều ngược với chiều của dòng điện i, hiệu điện thế trên điện trở là  $+iR$ .
- Khi đi qua một nguồn suất điện động theo chiều của suất điện động, thì hiệu điện thế trên nguồn là  $+\mathcal{E}$ . Khi đi qua một nguồn suất điện động ngược với chiều của suất điện động, thì hiệu điện thế trên nguồn là  $-\mathcal{E}$ .

Khi dùng các quy tắc này, ta coi điện trở trong của nguồn như một điện trở tách riêng.

Với một ví dụ, ta xét mạch điện như trên hình 20-24. Vì chiều suất điện động của hai bộ pin trái ngược nhau, nên ta không



**Hình 20-24.** Trong mạch điện này,  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$  nên chiều của dòng điện là ngược chiều kim đồng hồ.

biết chắc về chiều của dòng điện i. Ta giả thiết chiều của i là ngược chiều kim đồng hồ như trên hình vẽ. Bắt đầu từ điểm a và đi ngược chiều kim đồng hồ theo vòng kín, ta viết tổng các hiệu điện thế như sau :

$$(-iR_1) + (+\mathcal{E}_1) + (-ir_1) + (-iR_2) + (-ir_2) + (-\mathcal{E}_2) = 0$$

Giải đối với dòng điện i, ta có:

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2}$$

Từ hình vẽ, ta có:

$$R_1 + R_2 + r_1 + r_2 = 10\Omega,$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 5V - 1V = 4V$$

vậy :  $i = \frac{4V}{10\Omega} = 0,4A$

Ta lưu ý rằng nếu i tính được là dương thì giả thiết về chiều dòng điện là đúng, còn nếu i âm thì chiều thực sự của dòng điện sẽ ngược lại với chiều giả thiết.

## Quy tắc điểm nút

Khi phân tích các mạch điện có hai hay nhiều vòng kín, ta sử dụng quy tắc điểm nút kết hợp với quy tắc mạch vòng. Quy tắc điểm nút phát biểu như sau :

*Tổng của các cường độ dòng điện đi vào một điểm nút (điểm rẽ nhánh) bằng tổng của các cường độ dòng điện đi ra khỏi điểm nút đó.*

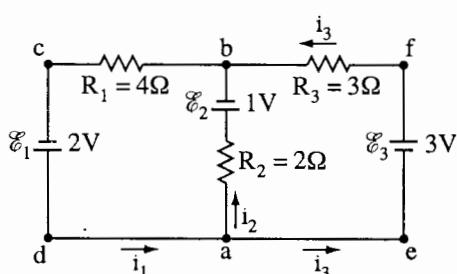
Các điểm a và b trên hình 20-25 là những ví dụ về các điểm nút (hay điểm rẽ nhánh). Vì điện tích không tích tụ tại bất kỳ một điểm nào dọc theo các dây nối, nên quy tắc điểm nút chỉ đơn giản là một cách diễn đạt *sự bảo toàn điện tích*. Quy tắc điểm nút có thể được viết như sau :

$$\Sigma i_{\text{vào}} = \Sigma i_{\text{ra}} \quad (20-26)$$

Ví dụ, áp dụng quy tắc điểm nút cho điểm a trong mạch điện trên hình 20-25, ta được :

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (20-27)$$

vì  $i_1$  là dòng điện tới a, còn các dòng điện  $i_2$  và  $i_3$  lại rời khỏi a.



Hình 20-25. Một mạch điện hai mạch vòng.

Bây giờ ta áp dụng quy tắc mạch vòng và quy tắc điểm nút để tìm các dòng điện  $i_1$ ,  $i_2$  và  $i_3$  trong mạch điện trên hình 20-25. Giả sử vòng abcda là vòng 1 và vòng aefba là vòng 2. Các dòng điện  $i_1$ ,  $i_2$  và  $i_3$  được

giả thiết như hình vẽ. Cũng để đơn giản ta gộp điện trở trong của mỗi bộ pin vào điện trở được mắc nối tiếp với bộ pin. Ví dụ điện trở trong của bộ pin 1 được gộp trong  $R_1$ .

Áp dụng quy tắc mạch vòng cho vòng 1 bắt đầu từ điểm a và đi vòng ngược chiều kim đồng hồ, ta được :

$$(-i_2 R_2) + (-\mathcal{E}_2) + (-i_1 R_1) + \mathcal{E}_1 = 0$$

Sắp xếp lại, ta có :

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = i_1 R_1 + i_2 R_2 \quad (20-28)$$

Quy tắc mạch vòng áp dụng cho vòng 2 bắt đầu từ điểm a và đi theo chiều ngược kim đồng hồ, ta có :

$$(\mathcal{E}_3) + (-i_3 R_3) + (\mathcal{E}_2) + (i_2 R_2) = 0$$

Sắp xếp lại, ta có :

$$\mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_2 = i_3 R_3 - i_2 R_2 \quad (20-29)$$

Ta có ba phương trình với ba ẩn số là các dòng điện  $i_1$ ,  $i_2$  và  $i_3$ . Thay  $i_1$  từ phương trình (20-27) vào phương trình (20-28), ta có :

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = i_2(R_1 + R_2) + i_3 R_1 \quad (20-30)$$

Thay các trị số ghi trên hình 20-25 vào các phương trình trên, ta được :

$$4V = (3\Omega)i_3 - (2\Omega)i_2$$

$$\text{và} \quad 1V = (6\Omega)i_2 + (4\Omega)i_3$$

Giải ra, ta được  $i_3 = 1A$  và  $i_2 = -0,5A$ . Thế các giá trị của  $i_2$  và  $i_3$  vào phương trình (20-27) ta có  $i_1 = 0,5A$ . Từ dấu của các đáp số, ta thấy các chiều thực sự của  $i_1$  và  $i_3$  cũng là các chiều được giả thiết ban đầu, còn chiều thực sự của  $i_2$  lại ngược với chiều đã được giả thiết.

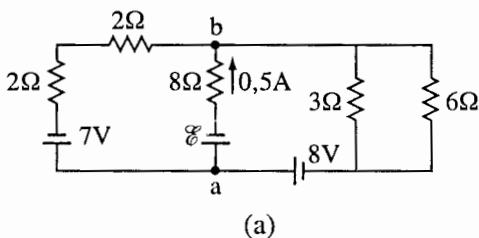
## Bài tự kiểm tra 20-1

Một mạch điện có hai mạch vòng. Cho mạch điện như trên hình 20-26.

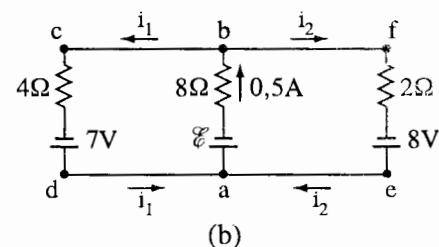
(a) Xác định giá trị của  $\mathcal{E}$  sao cho tồn tại trong điện trở  $8\Omega$  một dòng điện  $0,5A$  đi từ a đến b.

(b) Tính hiệu điện thế  $V_a - V_b$ .

Đáp số : (a)  $3V$  ; (b)  $7V$ .



(a)



(b)

Hình 20-26.

(a) Mạch điện.

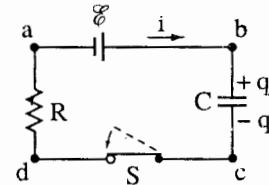
(b) Mạch điện rút gọn.

## 20-9. MẠCH ĐIỆN RC

Cho đến nay, các mạch điện của chúng ta mới chỉ chứa hai loại phần tử : điện trở và bộ pin (acquy). Nay giờ ta thêm một loại thứ ba là tụ điện. Ta sẽ khảo sát hai trường hợp đặc biệt : tụ điện chưa tích điện được nạp điện bằng cách nối các đầu cực với một bộ pin mắc nối tiếp với một điện trở ; tụ điện đã tích điện được phỏng điện bằng cách nối các đầu cực của nó với một điện trở.

### Nạp điện cho một tụ điện

Xét một tụ điện có điện dung  $C$  được mắc nối tiếp với một công tắc  $S$ , điện trở  $R$  và bộ pin có suất điện động  $\mathcal{E}$ , như được cho trên hình 20-27. (Ta gộp điện trở trong của bộ pin vào  $R$ ). Ban đầu tụ điện không tích điện, công tắc  $S$  mở, nên không tồn tại một dòng điện nào. Khi  $S$  đóng bộ pin



Hình 20-27. Bộ pin đang nạp điện cho tụ điện.

bắt đầu truyền các hạt tải điện từ một bản tụ này sang bản tụ kia, do đó phát sinh một dòng điện trong mạch. Nếu  $i$  là dòng điện trong mạch và có chiều theo chiều kim đồng hồ (từ bản tụ dương sang bản tụ âm) thì ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (20-31)$$

trong đó  $q$  là điện tích tức thời trên bản dương của tụ điện. Điều này có nghĩa là dòng điện trong mạch tương ứng với tốc độ truyền điện tích từ bản này sang bản

kia. Kết quả là cường độ dòng điện bằng tốc độ nạp điện tích cho tụ điện.

Áp dụng quy tắc mạch vòng đi theo chiều kim đồng hồ bắt đầu từ điểm a ta có :

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) + (V_d - V_c) + (V_a - V_d) = 0$$

$$\mathcal{E} + \left( \frac{-q}{C} \right) + 0 + (-iR) = 0 \quad (20-32)$$

Chú ý rằng hiệu điện thế  $V_c - V_b$  trên tụ điện là  $-\frac{q}{C}$  vì bản dương ở về phía điểm b và bản âm ở về phía điểm c nên  $V_b > V_c$ . Thay phương trình (20-31) vào phương trình (20-32) cho :

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - R \frac{dq}{dt} = 0$$

Sắp xếp lại, ta được :

$$\frac{-dq}{\mathcal{E} - q} = -\frac{1}{RC} dt$$

trong đó  $\mathcal{E}, C$  và  $R$  đều không đổi còn  $q$  thì phụ thuộc vào  $t$ . Ta đặt  $u = \mathcal{E} - q$  phương trình trở thành :  $\frac{du}{u} = -\frac{1}{RC} dt$ . Tích phân hai vế ta có :

$$\ln u = -\frac{t}{RC} + \text{constant}$$

Thay  $u = \mathcal{E} - q$ , ta có :

$$\ln(\mathcal{E} - q) = -\frac{t}{RC} + \text{constant}$$

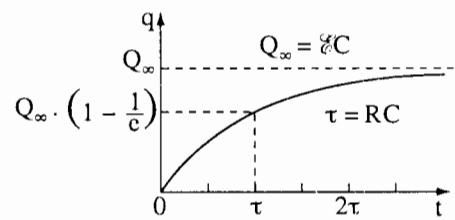
Để xác định hằng số tích phân, ta sử dụng các điều kiện ban đầu : khi  $t = 0$ ,  $q = 0$  nên  $\ln \mathcal{E} = \text{constant}$ . Thay hằng số tích phân vào, ta suy ra được :

$$\frac{\mathcal{E} - q}{\mathcal{E}} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

Giải đối với  $q$ , ta có :

$$q(t) = \mathcal{E} C (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (20-33)$$

Hình 20-28 biểu diễn đồ thị của  $q$  theo  $t$ . Ta cần lưu ý một vài điểm tiêu biểu đáng quan tâm. Khi  $t = 0$ ,  $q = \mathcal{E} C (1 - e^0) = 0$ ; khi  $t = RC$ ,  $q = \mathcal{E} C (1 - e^{-1}) = (0,63) \mathcal{E} C$  và khi  $t \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow \mathcal{E} C (1 - e^{-\infty}) = \mathcal{E} C$ . Điện tích tiến tiệm cận tới giá trị  $\mathcal{E} C$ . Đặt  $Q_\infty$  là điện tích cuối cùng trên tụ điện :  $Q_\infty = \mathcal{E} C$ .



**Hình 20-28.** Đồ thị của điện tích theo thời gian trên một tụ điện đang được nạp.

Chú ý rằng tích  $RC$  đặc trưng cho tốc độ nạp điện của tụ điện. Từ phương trình (20-33), ta suy ra đại lượng  $RC$  phải có thứ nguyên của thời gian vì đối số của một hàm mũ không có thứ nguyên. Đơn vị SI của tích  $RC$  là giây ( $1\Omega \cdot F = 1s$ ). Tích này được gọi là *hằng số thời gian*  $RC$  của mạch điện và được kí hiệu là  $\tau$  :  $\tau = RC$ . Nếu  $\tau$  lớn thì tụ điện được nạp điện chậm, còn khi  $\tau$  nhỏ thì tụ điện được nạp điện nhanh.

Thời gian cần thiết để tụ điện đạt tới một tỉ phần cho trước đối với điện tích cuối cùng của nó được xác định duy nhất bởi  $\tau$  (hay  $RC$ ).

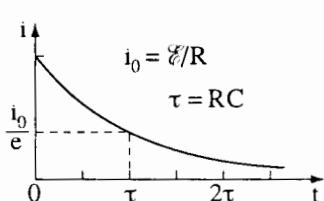
Cường độ dòng điện được tìm bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của phương trình (20-33) :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [\mathcal{E}C(1 - e^{-t/RC})]$$

hay :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = i_0 e^{-t/\tau} \quad (20-34)$$

trong đó :  $i_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$  là cường độ dòng điện ban đầu. Chú ý rằng  $i_0$  cũng chính là cường độ của một dòng điện ổn định sẽ tồn tại trong mạch điện nếu thay tụ điện bằng một dây nối. Hình 20-29 biểu diễn đồ thị của  $i$  theo  $t$ . Cần lưu ý một vài điểm tiêu biểu cần quan tâm là : khi  $t = 0$ ,  $i = i_0 e^{-0} = i_0$ ; khi  $t = \tau$ ,  $i = i_0 e^{-1} = (0,37)i_0$ ; khi  $t = 2\tau$ ,  $i = i_0 e^{-2} = (0,37)^2 i_0 = (0,14)i_0$  và  $t \rightarrow \infty$ ,  $i \rightarrow i_0 e^{-\infty} = 0$ . Cường độ dòng điện giảm với thời gian theo hàm mũ và tiến tiệm cận tới không, khi thời gian tiếp tục tăng mãi.



**Hình 20-29.** Đồ thị của cường độ dòng điện theo thời gian trong mạch điện của một tụ đang tích điện.

Bây giờ ta khảo sát cách trao đổi năng lượng trong thời gian tích điện cho tụ điện. Trong suốt toàn bộ quá trình tích điện (coi như  $t \rightarrow \infty$ ), năng lượng mà suất điện động của bộ pin truyền cho các hạt tải điện của mạch điện sẽ là :

$\mathcal{E}Q_\infty = \mathcal{E}(\mathcal{E}C) = \mathcal{E}^2C$ , vì  $\mathcal{E}$  là năng lượng trên một đơn vị diện tích được truyền bởi suất điện động của bộ pin và  $Q_\infty = \mathcal{E}C$  là điện tích đi qua bộ pin trong suốt toàn bộ quá trình nạp điện.

Trong mục 19-4, ta đã biết  $\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$  là năng lượng được lưu trữ trong một tụ điện mang điện tích  $Q$ . Năng lượng được lưu trữ trong tụ điện sau khi nạp điện hoàn toàn là  $\frac{1}{2} \frac{Q_\infty^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(\mathcal{E}C)^2}{C} = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2C$ . Do vậy chỉ có một nửa năng lượng được tiêu thụ bởi suất điện động của bộ pin là được lưu trữ trong tụ điện. Điều gì đã xảy ra đối với phần nửa năng lượng còn lại ? Năng lượng đó đã bị tiêu tán thành nhiệt trong điện trở. Thật vậy năng lượng tiêu tán trên điện trở trong thời gian nạp điện là  $-\Delta W$ . Ta có :

$$\begin{aligned} -\Delta W &= -\int dW = \int_0^\infty (i^2 R) dt \\ &= \int_0^\infty \left( \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \right)^2 R dt = \left( \frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 \left( \frac{RC}{2} \right) R \int_0^\infty e^{-x} dx \end{aligned}$$

trong đó:  $x = \frac{2}{RC}t$ , vì :

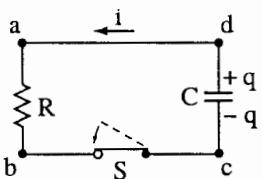
$$\int_0^\infty e^{-x} dx = 1$$

nên ta có :  $-\Delta W = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2 C$

Như vậy, một nửa năng lượng được tiêu thụ bởi suất điện động của bộ pin được lưu trữ trong tụ điện, còn một nửa năng lượng được tiêu tán thành nhiệt trong điện trở.

## Sự phóng điện của một tụ điện

Xét một tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với một công tắc  $S$  và một điện trở  $R$  như trên hình 20-30. Ban đầu tụ điện có điện tích  $Q_0$  và công tắc  $S$  mở, nên không có một dòng điện nào cả. Ở thời điểm  $S$  đóng, thì các hạt tải điện bắt đầu chạy qua mạch điện để làm trung hoà điện tích trên



Hình 20-30. Tụ điện đang phóng điện qua một điện trở.

các bản tụ điện. Dòng các hạt tải điện này tạo nên một dòng điện trong mạch. Gọi  $q(t)$  là điện tích trên tụ điện ở thời điểm  $t$ , trong đó  $t = 0$  tương ứng với lúc đóng  $S$ . Nếu  $i$  là dòng điện chạy ngược chiều kim đồng hồ (từ bản dương sang bản âm) thì ta có :

$$i = -\frac{dq}{dt} \quad (20-35)$$

Dấu trừ phải được đưa vào vì  $i$  dương và  $\frac{dq}{dt}$  âm do điện tích trên các bản tụ điện giảm.

Bắt đầu từ điểm  $a$ , ta cộng các hiệu điện thế dọc theo mạch kín đi ngược chiều kim đồng hồ. Quy tắc mạch vòng cho ta :

$$-iR + \frac{q}{C} = 0$$

hay  $iR = \frac{q}{C} \quad (20-36)$

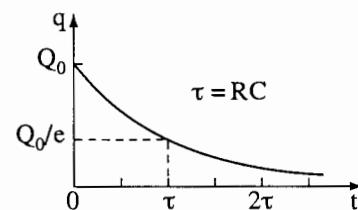
Thay phương trình (20-35) vào phương trình (20-36), ta có :

$$-\frac{dq}{dt}R = \frac{q}{C} \text{ hay } \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

Tích phân hai vế và sử dụng các điều kiện ban đầu : khi  $t = 0$  thì  $q = Q_0$  ta tìm được :

$$q(t) = Q_0 e^{-t/RC} = Q_0 e^{-t/\tau} \quad (20-37)$$

Hình 20-31 biểu diễn đồ thị của  $q$  theo  $t$ . Lưu ý là có sự tương tự giữa đồ thị này và đồ thị trên hình 20-29. Điện tích trên tụ



Hình 20-31. Đồ thị của điện tích theo thời gian trên một tụ đang phóng điện.

diện giảm với thời gian theo hàm mũ và tiến tiệm cận đến không khi thời gian tăng mãi. Nay giờ ta xét dòng điện chạy trong mạch. Vì  $i = -\frac{dq}{dt}$  nên :

$$i = -\frac{d}{dt}(Q_0 e^{-t/RC}) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$$

Hiệu điện thế ban đầu  $U_0$  trên tụ điện là  $U_0 = \frac{Q_0}{C}$  nên :

$$i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/RC} = i_0 e^{-t/\tau} \quad (20-38)$$

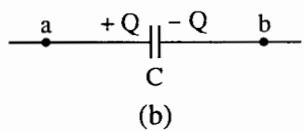
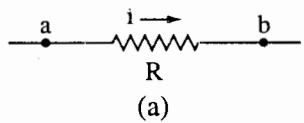
trong đó :  $i_0 = \frac{U_0}{R}$  là cường độ dòng điện ban đầu. Tương tự như điện tích trên các bản tụ điện, cường độ dòng điện giảm với thời gian cũng theo hàm mũ, và hằng số thời gian  $RC$  là  $\tau = RC$  đặc trưng cho sự suy giảm của dòng điện.

## ?

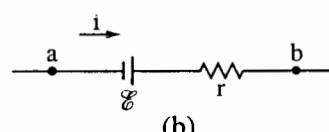
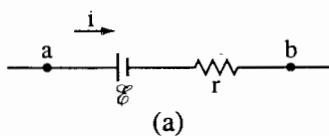
## CÂU HỎI

- 1 Hai dây dẫn a và b đều được chế tạo bằng cùng vật liệu như nhau và mang cùng một dòng điện, nhưng bán kính của dây dẫn a chỉ bằng nửa bán kính của dây dẫn b. Tính tỉ số các vận tốc trôi của hạt tải điện trong hai dây dẫn đó. Tính tỉ số các mật độ dòng điện trong hai dây dẫn.
- 2 Khi bật công tắc đèn thì đèn sáng gần như tức thời, cho dù tốc độ trôi của các phân tử tải điện trong dây dẫn chỉ vào khoảng  $10^{-4}$  m/s. Bạn hãy phác thảo một sự tương tự giữa hiệu ứng đó và sự chảy tức thời của nước ra khỏi đầu vòi của một ống nước dài dùng để tưới vườn (thoạt đầu đã chứa đầy nước) sau khi mở vòi.
- 3 Khi dẫn ra phương trình (20-2) :  $I = nAv_d|q|$  ta mới chỉ khảo sát có một loại hạt tải điện. Bạn hãy viết một phương trình tương tự cho trường hợp có hai loại hạt tải điện a và b. Liệu phương trình của bạn có còn hiệu lực nếu các hạt tải điện có dấu ngược nhau ?
- 4 Liệu biểu thức  $U = IR$  đối với một dây dẫn có mâu thuẫn với đòi hỏi của chúng ta trong tĩnh điện là  $E = 0$  ở bên trong dây dẫn ?
- 5 Giả sử bạn đo được cường độ dòng điện I trong một điện trở khi hiệu điện thế đặt vào nó là U và bạn xác định được  $R = \frac{U}{I} = 100\Omega$ . Nếu điện trở được biết là không thuần trở, thì có còn chính xác không khi nói nó là một điện trở  $100\Omega$  ? Giải thích.
- 6 Bạn hãy nêu sự khác nhau giữa điện trở và điện trở suất. Nói thế nào là đúng khi nói điện trở của một đồng xu hay điện trở suất của một đồng xu ? Nói thế nào là đúng khi nói điện trở của đồng hay điện trở suất của đồng ?
- 7 Nếu điện trở của một dây dẫn bằng đồng là  $3\Omega$  ở nhiệt độ  $300K$ , thì giá trị hợp lí của điện trở của dây dẫn đó ở  $100K$  là bao nhiêu ?
- 8 Trong sự tương tự giữa các viên bi trên một bảng đóng đinh gỗ để nghiêng và các hạt tải điện trong một dây dẫn, thì việc tăng độ nghiêng của bảng sẽ tương ứng với sự thay đổi của đại lượng vật lí nào đối với dây dẫn ? Việc thêm nhiều viên bi sẽ tương ứng với điều gì ?
- 9 Khi áp dụng biểu thức của mô hình Drude đối với điện dẫn suất ( $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ ), thì thừa số nào giải thích chủ yếu cho sự kiện là  $\sigma$  trong một chất bán dẫn tinh khiết nhỏ hơn rất nhiều so với  $\sigma$  trong các kim loại tiêu biểu ?
- 10 Có một hiệu điện thế đặt vào ba điện trở mắc nối tiếp nhau  $R_1, R_2, R_3$ . Nếu  $R_1 < R_2 < R_3$  thì điện trở nào chịu hiệu điện thế lớn nhất ? Điện trở nào chịu hiệu điện thế nhỏ nhất ?

- 11** Một dòng điện tồn tại trong ba điện trở song song  $R_1, R_2, R_3$ . Nếu  $R_1 < R_2 < R_3$  thì điện trở nào mang dòng điện lớn nhất ? Điện trở nào mang dòng điện nhỏ nhất ?
- 12** Giả sử điện trở  $R$  trên hình 20-17 tăng lên. Vậy hiệu điện thế giữa các cực của bộ pin tăng hay giảm ?
- 13** Giải thích sự khác biệt giữa suất điện động và hiệu điện thế ? Bạn có thể nói gì về bản chất của các lực có liên quan đến hai đại lượng đó.
- 14** Chiều của dòng điện trong một bộ pin có bao giờ lại ngược với chiều suất điện động của nó không ? Nếu có thì bạn hãy giải thích điều đó xảy ra như thế nào và nếu trường hợp đó xảy ra thì cực nào sẽ ở điện thế cao hơn, cực dương hay cực âm ?
- 15** Hãy khảo sát các tính chất tương phản giữa một kim loại dùng làm dây đốt nóng và một kim loại dùng làm dây cầu chì. Tính chất vật lí nào (hay những tính chất vật lí nào) cần có sự khác biệt thật lớn giữa hai kim loại đó ?
- 16** Một nhóm các bộ pin nhỏ được mắc nối tiếp sao cho tổ hợp có một suất điện động 120V. Khi nối nguồn đó với một bóng đèn 24W – 120V thì bóng đèn sáng bình thường. Tuy nhiên khi nối nguồn điện đó với một bóng đèn 300W – 120V thì bóng đèn sáng yếu hơn so với độ sáng bình thường. Hãy giải thích ?
- 17** Có hai điện trở  $R_1$  và  $R_2$  được mắc song song với nhau và có một dòng điện chạy trong tổ hợp. Nếu  $R_1 < R_2$  thì điện trở nào làm tiêu tán một lượng năng lượng lớn hơn ? Biểu thức nào trong hai biểu thức :  $P = I^2R$  hay  $P = \frac{U^2}{R}$  được sử dụng tốt hơn để trả lời câu hỏi trên ?
- 18** Có hai điện trở  $R_1$  và  $R_2$  được mắc nối tiếp với nhau và có một dòng điện chạy trong tổ hợp. Nếu  $R_1 < R_2$  thì điện trở nào làm tiêu tán nhiều năng lượng hơn ? Biểu thức nào trong hai biểu thức :  $P = I^2R$  hay  $P = \frac{U^2}{R}$  được sử dụng tốt hơn để trả lời câu hỏi trên ?
- 19** Trên hình 20-32 (a) và (b) thì biểu thức  $V_a - V_b$  như thế nào ?
- 20** Trên hình 20-33 (a) và (b) thì biểu thức  $V_a - V_b$  như thế nào ?
- 21** Khảo sát sự phóng điện của tụ điện trên hình 20-30. Lưu ý rằng vì các điện tích trên các bản tụ



Hình 20-32



Hình 20-33

điện bằng nhau về độ lớn nhưng ngược dấu, nên điện tích tổng cộng trên các bản của tụ điện bằng không trước khi tụ phóng điện, trong thời gian tụ đang phóng điện và sau khi sự phóng điện kết thúc. Theo cách nhìn đó thì tụ điện có mất điện tích tổng cộng không? Nếu tụ không mất điện tích tổng cộng thì có những đại lượng nào gắn kết với tụ điện mà có giá trị tổng cộng bị giảm không? Giải thích?

## ĐỀ TẬP

### Mục 20-1. Dòng điện

- 1 Một dòng điện ổn định  $2,5\text{A}$  chạy trong một dây dẫn kim loại. (a) Tính điện lượng đi qua một tiết diện ngang của dây dẫn trong 5 phút. (b) Có bao nhiêu electron chuyển qua mặt đó trong 5 phút.
- 2 Lượng điện tích chuyển qua một tiết diện ngang của một dây dẫn được xác định bởi biểu thức :  $Q(t) = 6,5\left(\frac{\text{C}}{\text{s}^2}\right)t^2 + 3,5\text{C}$  đối với  $t$  biến thiên giữa  $0,0$  và  $8,0\text{s}$ . (a) Tìm biểu thức xác định cường độ dòng điện  $I(t)$  trong khoảng thời gian đó. (b) Tính cường độ dòng điện ở thời điểm  $t = 3,4\text{s}$ .
- 3 Một dây dẫn bằng nhôm cỡ  $-10$  (bán kính  $1,30\text{mm}$ ) mang một dòng điện  $20\text{A}$ . Giả thiết có ba electron tự do tính trên một nguyên tử nhôm ( $\rho_m = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $M = 27,0\text{g/mol}$ ), xác định tốc độ trôi của các electron.
- 4 Xét một dung dịch muối trong một ống cách điện dài, bán kính trong bằng  $12\text{mm}$ . Dung dịch mang một dòng điện  $0,86\text{A}$  chạy dọc theo trục ống. Các hạt tải điện trong dung dịch là các ion dương  $(+e)$  và ion âm  $(-e)$  với mật độ bằng nhau :  $n_+ = n_- = 5,7 \cdot 10^{25}$  ion trong một mét khối. Giả thiết tốc độ trôi của các ion dương lớn gấp 3 lần tốc độ trôi của các ion âm. (a) Xác định phần đóng góp vào cường độ dòng điện của mỗi loại ion. (b) Giả thiết  $J$  là đều. Xác định phần đóng góp vào  $J$  của mỗi loại ion. (c) Xác định tốc độ trôi của mỗi loại ion.

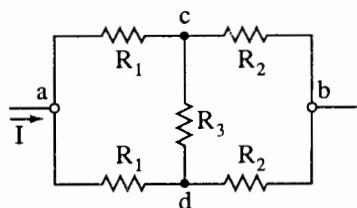
### Mục 20-2. Điện trở và định luật Ohm

- 5 Một dây dẫn dài  $1,0\text{m}$  có điện trở  $14\Omega$  và hiệu điện thế giữa hai đầu dây bằng  $4,1\text{V}$ . (a) Tính cường độ dòng điện trong dây dẫn. (b) Giả thiết  $E$  là đều, xác định  $E$  bên trong dây dẫn.
- 6 (a) Tính điện trở của một dây dẫn bằng đồng cỡ  $-10$  (bán kính  $1,3\text{mm}$ ) có chiều dài  $1,0\text{m}$  ở  $20^\circ\text{C}$  (xem bảng 20-1). (b) Tính điện trở của một dây dẫn bằng nhôm cỡ  $-10$  có chiều dài  $1,0\text{m}$  ở  $20^\circ\text{C}$ .

- 7 Có thể chế tạo một lớp kim loại rất mỏng bằng cách làm bốc hơi kim loại và cho ngưng tụ trên một đế thuỷ tinh lạnh. Có thể xác định chiều dày của lớp đó bằng cách đo điện trở. Giả sử điện trở của một lớp nhôm phủ hình chữ nhật ( $31\text{mm} \times 5,6\text{mm}$ ) ở  $20^\circ\text{C}$  là  $19\Omega$  khi có một hiệu điện thế đặt vào hai đầu cạnh dài hơn của lớp. (a) Xác định chiều dày của lớp đó. (b) Xác định điện trở của một lớp cùng loại vật liệu có cùng chiều dày nhưng hai cạnh hình chữ nhật đều có giá trị gấp đôi so với lớp trước. Liệu bạn có thể đưa ra được một phát biểu tổng quát về điện trở của một lớp vật liệu có chiều dày cho trước và các cạnh của hình chữ nhật có tỉ số cho trước?
- 8 Đường ray tải điện của một xe lửa chạy điện có tiết diện ngang là  $5,3 \cdot 10^{-3}\text{m}^2$  và được làm bằng thép có điện trở suất  $3 \cdot 10^{-7}\Omega\text{m}$ . Tính điện trở của 1km đường ray.
- 9 Một dây dẫn bằng kim loại có điện trở ở nhiệt độ phòng là  $40\text{m}\Omega$ . Dây dẫn được nấu chảy và toàn bộ kim loại được sử dụng để làm thành một dây dẫn dài gấp ba lần chiều dài ban đầu. Tính điện trở ở nhiệt độ phòng của dây dẫn mới.
- 10 Điện trở của một dây dẫn bằng đồng ở  $20^\circ\text{C}$  là  $130\text{m}\Omega$ . Xác định nhiệt độ để điện trở của dây dẫn đó bằng  $110\text{m}\Omega$ .
- 11 Một dây dẫn kim loại có chiều dài  $1,8\text{m}$  và diện tích tiết diện ngang  $2,3 \cdot 10^{-6}\text{m}^2$  mang một dòng điện  $65\text{mA}$  khi hiệu điện thế giữa hai đầu dây là  $11\text{mV}$ . (a) Giả thiết  $E$  là đều, xác định  $E$  trong dây dẫn. (b) Tính  $J$  trong dây dẫn. (c) Tính  $\sigma$  và (d) tính  $\rho$  đối với kim loại đó.

### Mục 20-3. Điện trở mắc nối tiếp và song song

- 12 Có ba điện trở  $23$ ,  $45$  và  $31\Omega$  được mắc nối tiếp nhau. (a) Tính điện trở tương đương của chúng. (b) Nếu hiệu điện thế trên bộ điện trở đó là  $36\text{V}$ , hãy xác định cường độ dòng điện trong mỗi điện trở và hiệu điện thế trên mỗi điện trở đó.
- 13 Có ba điện trở  $16$ ,  $25$  và  $31\Omega$  được mắc song song nhau. (a) Tính điện trở tương đương. (b) Nếu hiệu điện thế trên bộ điện trở là  $14\text{ V}$ , hãy xác định cường độ dòng điện trong mỗi điện trở và hiệu điện thế trên mỗi điện trở đó.
- 14 Trên hình 20-34, ta có  $R_1 = 5,0\Omega$ ,  $R_2 = 3,0\Omega$ ,  
và  $R_3 = 4,0\Omega$ . (a) Tính hiệu điện thế giữa các  
điểm c và d. (b) Tính điện trở tương đương từ  
a đến b. (c) Nếu hiệu điện thế giữa a và b là  
 $8,0\text{V}$  thì hãy tính hiệu điện thế trên mỗi điện  
trở và cường độ dòng điện trong mỗi điện trở.



Hình 20-34

- 15 Đối với một số mục đích, thì sẽ là thuận tiện hơn nếu đưa vào định nghĩa *độ dẫn điện*  $S$  của một điện trở là  $S = \frac{1}{R}$ . (a) Chứng tỏ rằng độ dẫn điện tương đương  $S_{\text{td}}$  của một tổ hợp các điện trở mắc nối tiếp là :

$$\frac{1}{S_{\text{td}}} = \sum \frac{1}{S_i}$$

- (b) Chứng tỏ rằng độ dẫn điện tương đương của một tổ hợp các điện trở mắc song song là :

$$S_{\text{td}} = \Sigma S_i$$

(Ghi chú : Đơn vị SI của độ dẫn điện được gọi là siemen (S) ;  $1S = 1\Omega^{-1}$  gọi theo tên nhà khoa học Đức E. W. Von Siemens (1816 – 1892)).

#### Mục 20-4 và 20-5. Mô hình Drude về kim loại. Sự dẫn điện trong các bán dẫn

- 16 (a) Giả thiết có ba electron tự do tính trên một nguyên tử nhôm, hãy ước tính thời gian tự do trung bình trong nhôm ở  $20^\circ\text{C}$ . (b) Cho  $\langle v \rangle \approx 10^6 \text{ m/s}$ , hãy ước tính quãng đường tự do trung bình  $\lambda$  trong nhôm.

- 17 Mật độ electron tự do  $n_e$  và mật độ lỗ trống  $n_h$  trong gecmani (một chất bán dẫn) tinh khiết ở  $20^\circ\text{C}$  vào khoảng  $2.10^{19}/\text{m}^3$  đối với mỗi loại. Giả thiết các electron tự do và lỗ trống có cùng khối lượng và thời gian tự do trung bình, hãy ước tính thời gian tự do trung bình đối với các hạt tải đó trong gecmani.

- 18 Biểu thức lí thuyết tính hoàn toàn chính xác cường độ dòng điện  $i$  trong một diốt tiếp xúc – pn theo hiệu điện thế  $U$  đặt vào diốt là :

$$i = I_0(e^{eU/kT} - 1)$$

trong đó :  $I_0$  là một thông số phụ thuộc vào loại diốt riêng biệt,  $k$  là hằng số Boltzman,  $T$  là nhiệt độ (tính ra kelvin) và  $e$  là độ lớn điện tích của electron. Ta dùng kí hiệu  $i$  thay cho  $I$  để chỉ cường độ dòng điện vì ở đây nó có thể là âm đối với  $U$  âm. Cho  $I_0 = 1,0. 10^{-6} \text{ A}$ , tính  $i$  ở  $20^\circ\text{C}$  (293K) đối với : (a)  $U = 0,20\text{V}$  và (b)  $= -0,20\text{V}$ . (c) Xác định các điện trở ứng với các hiệu điện thế trên và tìm tỉ số giữa hai điện trở đó.

#### Mục 20-6. Suất điện động và điện trở trong của một bộ pin

- 19 Một bộ pin có suất điện động  $1,5\text{V}$ , điện trở trong  $0,4\Omega$  và một dòng điện  $230 \text{ mA}$  chạy qua. Chiều dòng điện cũng là chiều của suất điện động của bộ pin. Tính hiệu điện thế giữa các cực của bộ pin.
- 20 Khi nối một vôn kế điện trở lớn với các cực của một bộ pin thì vôn kế chỉ  $6,3\text{V}$ . Vôn kế vẫn nối với một bộ pin như cũ nhưng bây giờ ta nối hai cực

của bộ pin với một điện trở mắc nối tiếp với một ampe kế. Lúc này ampe kế chỉ 150mA và vôn kế chỉ 5,9V. Xác định suất điện động và điện trở trong của bộ pin.

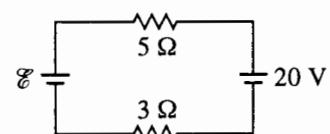
- 21 Giả sử hiệu điện thế giữa các cực của một bộ pin là 6,5V khi bộ pin đang được nạp điện với dòng điện 1,9A (chiều dòng điện ngược với chiều của suất điện động) và hiệu điện thế giữa các cực là 5,8V khi bộ pin đang phóng điện với dòng điện 1,2A (dòng điện cùng chiều với suất điện động). Tính suất điện động và điện trở trong của bộ pin.

### Mục 20-7. Năng lượng và công suất điện

- 22 Cường độ dòng điện trong một điện trở  $450\Omega$  là 32mA. (a) Tính công suất tiêu tán trong điện trở. (b) Nếu dòng điện này tồn tại trong 60 phút thì có bao nhiêu năng lượng điện được tiêu tán thành nhiệt trên điện trở. Biểu thị đáp số ra kiloat giờ (kWh) và Jun (J).
- 23 (a) Tính điện trở của một bóng đèn điện 60W – 120V khi hiệu điện thế trên đèn là 120V. (b) Tính cường độ dòng điện chạy qua bóng đèn 60W – 120V khi hiệu điện thế trên đèn là 120V. Tìm công suất tiêu tán trong bóng đèn 60W khi hiệu điện thế trên bóng là 110V. (Giả thiết điện trở của dây đốt trong khi hoạt động ở 110V khác biệt không đáng kể so với khi hoạt động ở 120V). Theo bạn thì điện trở sẽ cao hơn khi bóng đèn hoạt động ở 110V hay ở 120V?
- 24 Các điện trở được sử dụng trong các mạch điện tử đều có ghi công suất định mức cực đại. (a) Tính cường độ dòng điện cực đại cho phép trong một điện trở  $1000\Omega$  – 0,25W. (b) Tính hiệu điện thế cực đại cho phép trên một điện trở  $500\Omega$  – 0,50W.
- 25 Các điện trở được sử dụng các mạch điện tử đều có ghi công suất định mức cực đại. Giả sử có một điện trở  $200\Omega$  – 0,50W được mắc song song với một điện trở  $400\Omega$  – 0,50W. Tính cường độ dòng điện cực đại cho phép qua mạch và hiệu điện thế trên tổ hợp đó. Trong các điều kiện đó, tính công suất tiêu tán trong mỗi điện trở.
- 26 Một bộ pin 12V với điện trở trong  $0,011\Omega$  được nạp điện với một dòng điện 7,3A. (a) Tính công suất vào bộ pin. (b) Tính công suất cung cấp cho suất điện động của bộ pin. (c) Tính công suất tiêu tán thành nhiệt trong bộ pin.

### Mục 20-8. Các quy tắc Kirchhoff

- 27 Đối với mạch điện cho trên hình 20-35, (a) Hãy xác định giá trị của  $\mathcal{E}$  sao cho dòng điện trong mạch là 2A và có chiều ngược kim đồng hồ. (b) Xác định giá trị của  $\mathcal{E}$  sao cho dòng điện trong mạch là 2A và có chiều thuận kim đồng hồ.



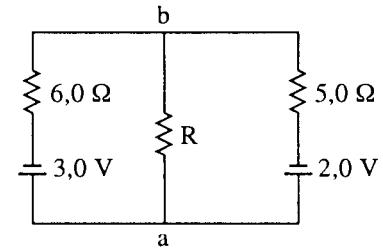
Hình 20-35

- 28 Xác định : (a) Dòng điện  $i_1$  và (b) Dòng điện  $i_2$  trong mạch điện cho trên hình 20-26. (c) Tìm cường độ dòng điện trong điện trở  $3\Omega$  trên hình 20-26a. (d) Tìm cường độ dòng điện trong điện trở  $6\Omega$  trên hình 20-26a.

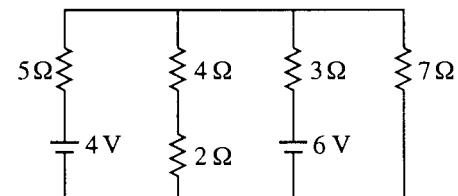
- 29 Trên hình 20-36, hãy xác định giá trị của điện trở  $R$  sao cho dòng điện trong  $R$  có cường độ dòng điện  $0,5A$  và có chiều từ a đến b.
- 30 Xác định cường độ dòng điện và hiệu điện thế trên từng điện trở trong hình 20-37.

### Mục 20-9. Mạch điện RC

- 31 Trong mạch điện cho trên hình 20-27,  $\mathcal{E} = 14V$ ,  $R = 75k\Omega$  và  $C = 0,84\mu F$ .  
 (a) Tính hằng số thời gian  $RC$  của mạch điện đó. (b) Tính điện tích của tụ điện sau khi đóng công tắc được  $50ms$ . (c) Tính cường độ dòng điện ban đầu trong mạch điện. (d) Tính cường độ dòng điện trong mạch sau khi đóng công tắc được  $50ms$ . (e) Tính điện tích cuối cùng của tụ điện.
- 32 Trong mạch điện cho trên hình 20-27, ta có  $\mathcal{E} = 21V$ ,  $R = 33k\Omega$  và  $C = 27\mu F$ . Cho  $t = 0$  tương ứng với thời điểm công tắc đóng và giả thiết điện trở trong của bộ pin là không đáng kể. (a) Tính điện tích của tụ điện lúc  $t = 60ms$ . (b) Tính năng lượng lưu trữ trong tụ điện ở thời điểm  $t = 60ms$ . (c) Tính năng lượng được truyền từ bộ pin cho các hạt tải điện trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 60ms$ . (d) Tính năng lượng tiêu tán trên điện trở trong thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 60ms$ .
- 33 Chứng tỏ rằng năng lượng lưu trữ ban đầu trong một tụ điện bằng năng lượng tiêu tán thành nhiệt trong một điện trở khi tụ điện phóng điện qua điện trở đó, bằng cách lấy tích phân theo thời gian công suất tiêu tán trên điện trở  $\int_0^{\infty} (i^2 R) dt$  trong đó  $i$  được xác định theo phương trình (20-38).
- 34 Một tụ điện được nạp điện nhờ một bộ pin  $26V$  qua một điện trở  $6,2k\Omega$ . Ở thời điểm  $3,1ms$  sau khi đóng công tắc, hiệu điện thế trên tụ điện là  $13V$ . Tính điện dung của tụ điện đó.
- 35 Một tụ điện  $1,5\mu F$  phóng điện qua một điện trở  $2,5M\Omega$ . Nếu cường độ dòng điện tại một thời điểm nào đó là  $100mA$  thì phải bao lâu sau dòng điện chỉ còn  $10mA$ .



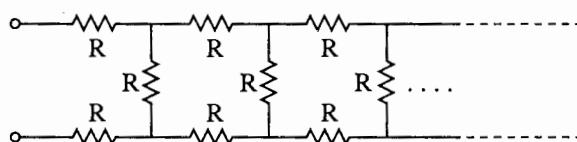
Hình 20-36



Hình 20-37

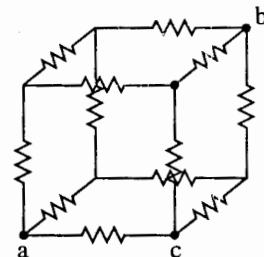
## ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 Tạo ra một điện trở không phụ thuộc nhiệt độ.** Giả sử ta muốn tạo ra một điện trở ghép mà điện trở gần như không phụ thuộc nhiệt độ bằng cách mắc nối tiếp hai điện trở a và b. Hai điện trở này có cùng diện tích tiết diện ngang và được giả thiết có cùng nhiệt độ. Chứng tỏ rằng hệ số nhiệt điện trở hiệu dụng của điện trở ghép bằng không ở nhiệt độ  $T_0$  nếu tỉ số các chiều dài của các điện trở là  $\frac{l_a}{l_b} = -\frac{\rho_{ob}\alpha_b}{\rho_{oa}\alpha_a}$ , trong đó các chỉ số dưới a và b chỉ các đại lượng liên quan với các điện trở a và b, tương ứng (tại sao  $\alpha_a$  và  $\alpha_b$  phải ngược dấu?).
- 2 Điện trở của một mạng vô hạn.** Chứng tỏ rằng điện trở tương đương của một vô hạn các điện trở được biểu diễn trên hình 20-38 là  $R_{td} = (1 + \sqrt{3})R$



Hình 20-38. BTNC 2

- 3 Các điện trở dọc theo các cạnh của một hình lập phương.** Có mười hai điện trở đều bằng R được mắc dọc theo các cạnh của một hình lập phương như trên hình 20-39. (a) Chứng tỏ rằng điện trở tương đương  $R_{ab}$  giữa đỉnh a và đỉnh b bằng  $\frac{5R}{6}$ . Chứng tỏ rằng điện trở tương đương  $R_{ac}$  giữa đỉnh a và đỉnh c là  $\frac{7R}{12}$ . (Gợi ý: Sử dụng tính đối xứng để quy toàn bộ mạng điện trở trên về các điện trở mắc nối tiếp và song song).

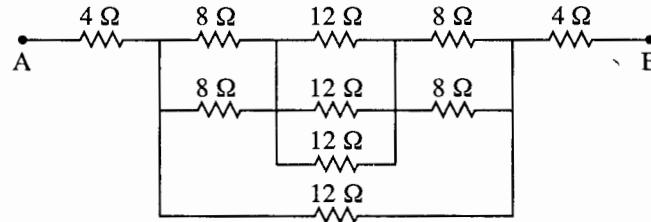


Hình 20-39. BTNC 3

- 4 Điện trở của một tụ điện.** (a) Chứng tỏ rằng điện trở  $R_c$  của một tụ điện phẳng có điện dung C là:  $R_c = \frac{\rho \epsilon_0 \epsilon}{C}$ , trong đó  $\rho$  và  $\epsilon$  là điện trở suất và hằng số điện môi của chất cách điện giữa các bản. (b) Xác định  $R_c$  trong trường hợp  $\rho = 2 \cdot 10^{13} \Omega \cdot m$ ,  $\epsilon = 5$  và  $C = 1 \mu F$ .
- 5** Có nhiều dây cáp điện được làm bằng nhiều sợi dây dẫn mảnh, nếu một dây cáp đặc biệt nào đó có 150 sợi, tải một dòng điện toàn phần là 0,75A

khi hiệu điện thế là 1V thì điện trở của mỗi sợi dây riêng biệt sẽ bằng bao nhiêu ?

- 6 Tính điện trở tương đương từ điểm A tới điểm B trong mạng điện trên hình 20-40.

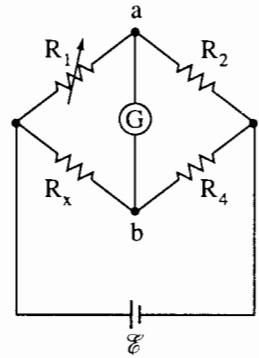


Hình 20-40. BTNC 6

- 7 Tính điện trở trên đơn vị dài của một điện trở hình trụ với vỏ ngoài bằng kim loại bán kính R và một dây dẫn đồng trực với vỏ ngoài, bán kính r, nếu lắp đầy thể tích bên trong vỏ một vật liệu có điện trở suất ρ.
- 8 **Sự truyền năng lượng trong một mạch điện.** Xét sự truyền năng lượng trong mạch điện cho trên hình 20-17. (a) Chứng tỏ rằng công suất  $P_{\mathcal{E}}$  tiêu thụ bởi suất điện động của bộ pin được xác định bởi :  $P_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}$ .  
 (b) Chứng tỏ rằng công suất  $P_R$  tiêu tán trên điện trở được xác định bởi  $P_R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$ . (c) Chứng tỏ rằng công suất  $P_r$  tiêu tán trong bộ pin được xác định bởi  $P_r = \frac{\mathcal{E}^2 r}{(R+r)^2}$ . (d) Sử dụng các đáp số của bạn ở các phần (a), (b), (c) để chứng tỏ rằng  $P_{\mathcal{E}} = P_R + P_r$ . (e) Khảo sát công suất  $P_R$  khi R thay đổi trong khi vẫn giữ  $\mathcal{E}$  và r không đổi. Chứng tỏ rằng  $P_R$  có giá trị cực đại là  $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$  khi  $R = r$ . (f) Vẽ  $P_{\mathcal{E}}$ ,  $P_R$  và  $P_r$  theo R trên cùng một đồ thị.
- 9 **Các bộ pin mắc song song.** Hai bộ pin 1 và 2 với suất điện động  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  và các điện trở trong  $r_1$ ,  $r_2$  được mắc song song với nhau. Điều đó có nghĩa là hai cực dương được nối với nhau và hai cực âm được nối với nhau và các đầu dây từ chỗ nối ở hai phía tạo thành hai cực của tổ hợp hai bộ pin. Chứng tỏ rằng suất điện động hiệu dụng  $\mathcal{E}_{12}$  của tổ hợp đó là :

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{r_1 \mathcal{E}_2 + r_2 \mathcal{E}_1}{r_1 + r_2}$$

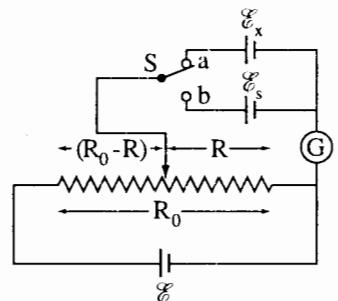
- 10 Cầu Wheatstone.** Một cầu Wheatstone được biểu diễn trên hình 20-41 là một mạch điện thường dùng để đo điện trở. Trên hình vẽ  $R_x$  là điện trở chưa biết mà ta cần đo,  $R_1$  là một điện trở biến thiên đã biết rất chính xác,  $R_2$  và  $R_4$  là các điện trở cố định đã biết chính xác. Còn  $G$  là một thiết bị phát hiện dòng điện rất nhạy, ví như một điện kế. Cầu được làm cân bằng khi cho  $R_1$  thay đổi để cường độ dòng điện trong điện kế bằng không. Chứng tỏ rằng khi cầu được cân bằng thì  $R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2}$ .



Hình 20-41. BTNC 10  
Cầu Wheatstone.

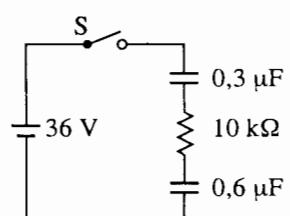
- 11 Điện thế kế.** Điện thế kế là một mạch điện thường dùng để đo suất điện động (hình 20-42). Trên hình vẽ  $\mathcal{E}_x$  là suất điện động chưa biết mà ta muốn đo,  $\mathcal{E}_s$  là suất điện động chuẩn đã biết chính xác và  $G$  là một thiết bị phát hiện dòng điện ví như một điện kế. Điện trở  $R_0$  là một điện trở biến thiên có con chạy ở trung tâm (mũi tên trên hình vẽ) chia  $R_0$  thành hai phần: một có điện trở  $R$  và một có điện trở  $R_0 - R$ . Công tắc  $S$  được dùng để nối  $\mathcal{E}_x$  hoặc  $\mathcal{E}_s$  vào mạch điện. Cầu được làm cân bằng, bằng cách điều chỉnh con chạy ở trung tâm cho đến khi dòng điện trong điện kế bằng không. Gọi  $R_x$  là giá trị của  $R$  khi cầu được cân bằng với công tắc ở vị trí a và gọi  $R_s$  là giá trị của  $R$  khi cầu được cân bằng với công tắc ở vị trí b. Chứng tỏ rằng :

$$\mathcal{E}_x = \frac{\mathcal{E}_s R_x}{R_s}.$$



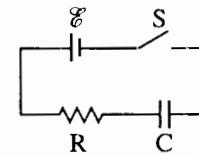
Hình 20-42. BTNC 11  
Điện thế kế.

- 12 Nạp điện cho hai tụ mắc nối tiếp nhau.** Xét mạch điện trên hình 20-43. (a) Tính hằng số thời gian RC của mạch điện đó. (b) Vẽ đồ thị của hiệu điện thế trên mỗi tụ điện theo thời gian và trên cùng đồ thị đó vẽ hiệu điện thế trên điện trở theo thời gian. Tính các hiệu điện thế trên qua từng 1ms giữa  $t = 0$  và  $t = 5\text{ms}$ . Dụng các điểm tương ứng và phác họa các đường cong qua những điểm đó.



Hình 20-43. BTNC 12

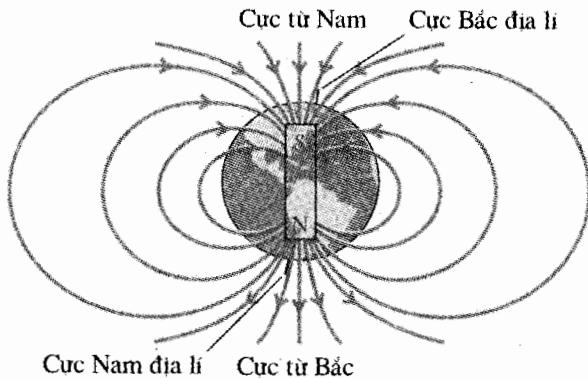
- 13 **Sự truyền năng lượng trong một mạch RC.** Xét sự truyền năng lượng trong mạch điện cho trên hình 20-27. (a) Chứng tỏ rằng công suất  $P_\epsilon$  tiêu thụ bởi suất điện động của bộ pin được xác định bởi  $P_\epsilon = \frac{\epsilon^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ . (b) Chứng tỏ rằng công suất  $P_R$  tiêu tán trên điện trở là  $P_R = \frac{\epsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}}$ . (c) Chứng tỏ rằng tốc độ điện năng được lưu trữ trong tụ điện là  $P_C = \frac{\epsilon^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ .
- (d) Sử dụng các đáp số ở (a), (b), (c) để chứng minh rằng  $P_\epsilon = P_R + P_C$ .
- (e) Chứng minh rằng  $P_C$  đạt giá trị cực đại  $\frac{\epsilon^2}{4R}$  khi  $t = \tau \ln 2$ . (f) Vẽ các đường cong của  $P_\epsilon$ ,  $P_R$ ,  $P_C$  theo  $t$  trên cùng một đồ thị ở những khoảng  $\frac{1}{2}\tau$  từ 0 đến  $3\tau$ .
- 14 Một ấm đun nước chè sôi trong 10 phút khi điện áp một chiều nuôi dây đốt ở mức bình thường. Hỏi cũng ấm đun đó chứa cùng một lượng nước như trên nhưng điện áp nuôi dây đốt thấp hơn 10% thì phải cần thời gian bao lâu mới sôi được?
- 15 Xét một mạch điện RC đơn giản như trên hình 20-44, trong đó công tắc được đóng ở thời điểm  $t = 0$ . Hiệu điện thế cuối cùng trên tụ điện tiến gần tới  $\epsilon$ . Hỏi khi nào thì năng lượng được lưu trữ trong tụ điện sẽ đạt giá trị bằng một nửa giá trị cuối cùng? Có bao nhiêu năng lượng đã tiêu tán trên điện trở trong khoảng thời gian đó?



Hình 20-44. BTNC 15

## CHƯƠNG 21

# TỪ TRƯỜNG



Từ trường của Trái Đất.

Những quan sát về các tính chất từ của quặng manhêtít ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) hoặc đá nam châm có lẽ đã được khởi đầu từ khoảng vài ngàn năm trước, khi những người cổ Hi Lạp thấy rằng các nam châm có sẵn trong tự nhiên này hút được các mẩu sắt nhỏ<sup>1</sup>. Việc dùng nam châm (như một kim la bàn) trong hàng hải đã bắt đầu vào khoảng năm 1000 trước Công nguyên, mặc dù người Trung Hoa có thể đã biết hiệu ứng gióng thẳng theo hướng Bắc - Nam của một nam châm còn sớm hơn rất nhiều.

Mặc dù có nguồn gốc từ xa xưa như thế nhưng các hiện tượng từ chỉ được hiểu rõ trong hơn hai thế kỉ gần đây. Năm 1819 Hans Christian Oersted (1777 – 1851) đã phát hiện ra rằng dòng điện cũng là một nguồn gây ra từ tính. Các thí nghiệm của Faraday ở Anh và Joseph Henry (1797–1878) ở Mĩ đã dẫn tới sự thống nhất điện và từ bởi James Clerk Maxwell vào những năm 1860. Lí thuyết vi mô về các vật liệu từ ra đời cùng với sự phát triển của lí thuyết lượng tử trong thế kỉ trước và các hiện tượng từ trong vật chất vẫn còn là một lĩnh vực nghiên cứu mạnh mẽ.

Trong chương này chúng ta sẽ thảo luận tác dụng của từ trường lên các hạt tích điện và lên các dòng điện.

### 21-1. Từ trường

21-2. Lực tác dụng lên dây dẫn có dòng điện chạy qua

21-3. Momen lực tác dụng lên dòng điện kín

21-4. Chuyển động của hạt tích điện trong từ trường

*Bài đọc thêm : Từ trường và các máy gia tốc hạt*

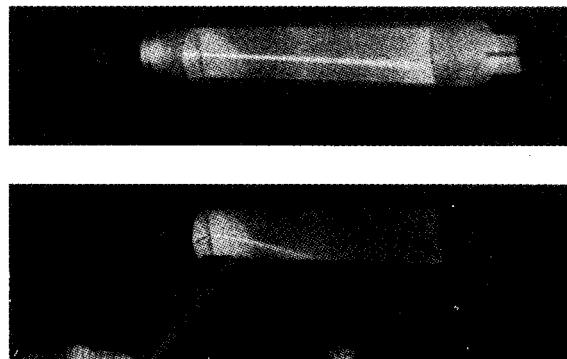
1. Manhetit được tìm thấy ở gần thành phố Magnesia nên nó mới có tên gọi như vậy.

## 21-1. TỪ TRƯỜNG

Sự khảo sát các hiện tượng tĩnh điện trong các chương 16 và 17 đã sử dụng rộng rãi khái niệm điện trường và vectơ cường độ điện trường  $\mathbf{E}$ . Điện trường tồn tại ở khắp nơi trong một vùng không gian và tác dụng một lực  $\mathbf{F}$  lên một điện tích  $q$  đặt ở một điểm nào đó trong trường

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

Các hiện tượng từ cũng sẽ được khảo sát một cách tương tự bằng cách đưa vào khái niệm *từ trường* và *vectơ cảm ứng từ B*. Trường vectơ này tác dụng một lực lên một điện tích *chuyển động*. Ví dụ từ trường của một nam châm nhỏ có thể làm lệch một chùm electron trong ống tia âm cực, như được minh họa trên hình 21-1. Theo quan sát lực làm lệch luôn luôn vuông góc với vận tốc của điện tích chuyển động. Ta hãy xét một điện tích  $q$  chuyển động với vận tốc  $v$  tại điểm P.



**Hình 21-1.** (a) Đường đi của các electron chuyển động trong ống từ trái sang phải hiện rõ trên màn huỳnh quang. (b) Từ trường của nam châm làm lệch phương chuyển động của các electron trong ống.

Từ trường có *cảm ứng từ B* tại P sẽ tác dụng lên điện tích  $q$  một lực  $\mathbf{F}$  được cho bởi :

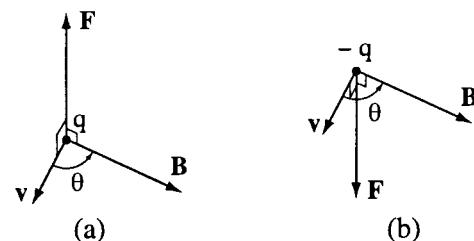
$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (21-1)$$

Để có lực tác dụng lên hạt, hạt cần phải tích điện và chuyển động. Từ trường  $\mathbf{B}$  là trường vectơ tạo ra lực từ.

Theo định nghĩa tích vectơ  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  có phương vuông góc với mặt phẳng chứa  $\mathbf{v}$  và  $\mathbf{B}$  và có chiều theo quy tắc bàn tay phải. Như vậy, phương của lực từ tác dụng lên điện tích  $q$  là vuông góc với vận tốc của điện tích và vectơ cảm ứng từ ở điểm đó. Nếu  $q$  dương thì lực đó có hướng (gồm phương và chiều) của  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , như chỉ ra trên hình 21-2a. Lực từ tác dụng lên điện tích âm sẽ có hướng ngược với hướng của  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  như chỉ ra trên hình 21-2b. Bất kể dấu của điện tích, độ lớn của lực được cho bởi :

$$F = |qvB| \sin\theta \quad (21-2)$$

ở đây  $\theta$  là góc tạo bởi  $\mathbf{v}$  và  $\mathbf{B}$ . Chú ý rằng lực từ bằng không nếu điện tích đứng yên ( $v = 0$ ) hoặc nếu  $\mathbf{v}$  và  $\mathbf{B}$  song song ( $\theta = 0$ ) hoặc đối song song ( $\theta = \pi$ ).



**Hình 21-2.** Lực từ tác dụng lên hạt tích điện có phương vuông góc  $\mathbf{v}$  và  $\mathbf{B}$  đối với : (a) Hạt tích điện dương và (b) Hạt tích điện âm.

Từ phương trình (21-2) suy ra rằng đơn vị của cảm ứng từ B trong hệ SI là  $(N/C)/(m/s)$

hay N/(Am) và được gọi là **tesla** (viết tắt là T). Một đơn vị khác của B là **gauss** (G) :  $1G = 10^{-4}T$ . Tesla là đơn vị khá lớn của cảm ứng từ. Ví dụ, độ lớn của cảm ứng từ của từ trường Trái Đất tại các điểm ở gần bề mặt của nó thay đổi, nhưng vào cỡ  $3.10^{-5}T$  hay  $0,3G$ . Từ trường ổn định lớn nhất tạo được trong phòng thí nghiệm có B cỡ 30T.

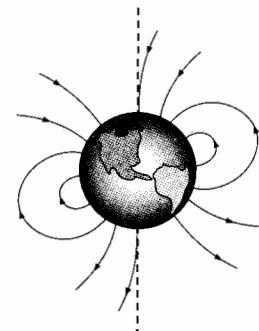
Vì lực từ tác dụng lên hạt tích điện chuyển động luôn luôn vuông góc với vận tốc của hạt, nên công thực hiện bởi lực này bằng không. Thực vậy, xét một dịch chuyển vô cùng bé  $dl$  của hạt tích điện khi nó chuyển động với vận tốc  $v$ . Công thực hiện trong dịch chuyển đó bằng  $dW = \mathbf{F}dl = \mathbf{F}.v.dt$ , ở đây tích  $vdt$  chính là độ dịch chuyển  $dl$  trong khoảng thời gian  $dt$ . Nhưng tích vô hướng của hai vectơ vuông góc bằng không ( $\mathbf{F}.v = 0$ ) nên  $dW = 0$ . Như vậy, từ trường tĩnh không sinh công thực trên hạt tích điện trong khi điện trường có thể thực hiện công trên hạt đó.

Sự phân bố không gian của từ trường trong một vùng có thể được biểu diễn bởi các đường cảm ứng từ theo cách hệt như các đường sức của điện trường. Cũng như các đường sức điện trường, các đường cảm ứng từ được vẽ sao cho hướng của  $\mathbf{B}$  trùng với tiếp tuyến của đường đó tại mỗi điểm và độ mau thưa của các đường cảm ứng từ cho biết độ lớn của  $B$ . Điều này có nghĩa là  $B$  tỉ lệ với số đường cảm ứng từ đi qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với các đường đó. Hình 21-3a là một ví dụ về việc sử dụng các đường cảm ứng từ, nó biểu diễn một cách khái lược phần các đường cảm ứng từ của từ trường Trái Đất ở phía ngoài bề mặt của nó. Các đường này được vẽ trong mặt phẳng chứa trục

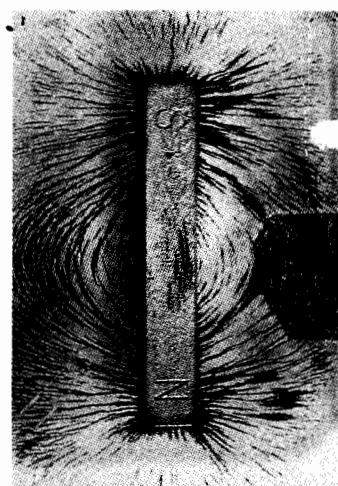
quay của Trái Đất. Mặc dù một số đường bị ngắt ở mép hình, nhưng thực tế các đường này đều xuất phát ở gần cực Nam chạy và uốn cong liên tục cho tới khi gặp bề mặt Trái Đất ở gần cực Bắc.

Bức tranh về các đường cảm ứng từ của một từ trường cũng có thể quan sát được bằng cách dùng các mạt sắt nằm dọc theo các đường cảm ứng từ, cho thấy trên hình 21-3b. Chú ý sự tương tự giữa bức tranh từ trường của Trái Đất và từ trường của thanh nam châm.

Cực Bắc địa lý



(a)



(b)

**Hình 21-3.** (a) Phản các đường cảm ứng từ ở phía ngoài bề mặt Trái Đất. (b) Mạt sắt nằm dọc theo các đường cảm ứng từ của một thanh nam châm.

## VÍ DỤ 21-1

**Proton chuyển động trong từ trường.** Một proton có vận tốc  $4,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  tạo một góc  $62^\circ$  với cảm ứng từ của một từ trường. Cảm ứng từ có độ lớn bằng  $18 \text{ mT}$ . Hãy xác định : (a) Độ lớn và (b) Hướng của lực từ tác dụng lên proton. (c) Nếu dây là lực duy nhất thì gia tốc của proton bằng bao nhiêu ? Động năng của proton thay đổi với tốc độ như thế nào ?

**Giải.** (a) Độ lớn của lực được cho bởi phương trình (21-2) :

$$\begin{aligned} F &= |(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (4,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}) \cdot (0,018 \text{ T}) \cdot \sin 62^\circ| \\ &= 1,1 \cdot 10^{-14} \text{ N} \end{aligned}$$

(b) Phương của lực tác dụng lên proton (tích điện dương) vuông góc với mặt phẳng chứa  $\mathbf{v}$  và  $\mathbf{B}$  và chiều theo quy tắc bàn tay phải như hình 21-2a.

(c) Theo định luật thứ hai của Newton, gia tốc của proton có cùng hướng như lực tổng hợp và có độ lớn bằng :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,1 \cdot 10^{-14}}{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 6,5 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

(d) Công thực hiện bởi lực từ (là lực duy nhất trong trường hợp đang xét) bằng không vì lực từ vuông góc với vận tốc. Do đó động năng của proton không thay đổi.

## Bài tự kiểm tra 21-1

Làm lại ví dụ trên cho trường hợp hạt tích điện bấy giờ là electron.

**Đáp số :** (a)  $1,1 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ . (b) Hướng như trên hình 21-2b.  
 (c)  $1,2 \cdot 10^{16} \text{ m/s}^2$ . (d) Không.

## 21-2. LỰC TÁC DỤNG LÊN DÂY DẪN CÓ ĐÒNG ĐIỆN CHẠY QUA

Cảm ứng từ được định nghĩa trong phương trình (21-1) thông qua lực tác dụng lên một điện tích chuyển động. Nếu cảm ứng từ được biết trong một vùng nào đó, thì phương trình này cũng được dùng để xác định lực từ tác dụng lên một điện tích chuyển động. Vì dòng điện trong dây dẫn

gồm các hạt tải điện chuyển động nên phương trình (21-1) cũng có thể được dùng để xác định lực từ tác dụng lên một dây dẫn có dòng điện chạy qua.

Để đơn giản ta hãy xét một đoạn dây dẫn thẳng dài  $l$  và tiết diện ngang có diện tích là  $A$ , được đặt trong một từ trường đều có

cảm ứng từ  $\mathbf{B}$  như được cho trên hình 21-4. Ta sẽ xác định tổng các lực từ tác dụng lên các hạt tải điện bằng cách dùng vận tốc trung bình hay vận tốc trôi  $v_d$  của chúng (xem mục 20-1). Số hạt tải điện trong đoạn dây dẫn có chiều dài  $l$  bằng  $N = nAl$ , với  $n$  là số hạt tải điện trong một đơn vị thể tích và  $Al$  là thể tích của đoạn dây dẫn đang xét. Nếu  $q$  là điện tích của mỗi hạt tải điện thì lực từ tổng cộng tác dụng lên tổng điện tích  $Nq$  bằng :

$$\mathbf{F} = Nq\mathbf{v}_d \times \mathbf{B} = nAlq\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$$

Sẽ là thuận tiện hơn nếu ta biểu diễn kết quả trên theo cường độ dòng điện  $I$  và độ dịch chuyển  $l$  – một vectơ có hướng trùng với  $\mathbf{v}_d$  đối với hạt tải điện dương. (Ở đây chúng ta giả thiết rằng các hạt tải tích điện dương nhưng bạn có thể chứng minh rằng lực  $\mathbf{F}$  cũng sẽ het như thế nếu các hạt tải mang điện tích âm). Mật độ dòng điện có độ lớn bằng  $J = nqv_d$  và cường độ dòng điện  $I = jA = nqv_d A$  (xem phương trình 20-2). Vì  $l$  có cùng hướng với  $\mathbf{v}_d$ , ta có thể viết  $l\mathbf{v}_d = l.v_d$ . Thay các biểu thức trên vào biểu thức của lực tổng cộng ta được :

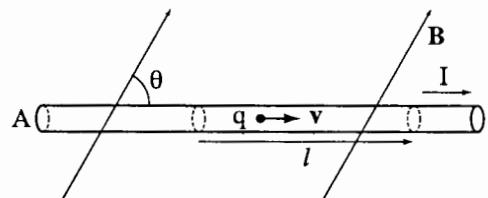
$$\mathbf{F} = nqAl\mathbf{v}_d \times \mathbf{B} = nqv_d Al \times \mathbf{B}$$

hay :  $\mathbf{F} = Il \times \mathbf{B}$  (21-3)

Lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn này có hướng là hướng của  $l \times \mathbf{B}$  và do đó vuông góc với  $l$  và  $\mathbf{B}$ . Trong hình 21-4,  $l$  và  $\mathbf{B}$  nằm trong mặt phẳng hình vẽ và hướng của lực vuông góc và đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ. Chú ý rằng hướng của độ dịch chuyển  $l$  phù hợp với chiều quy ước của dòng điện tức là chiều chuyển động của điện tích dương. Độ lớn của lực từ bằng :

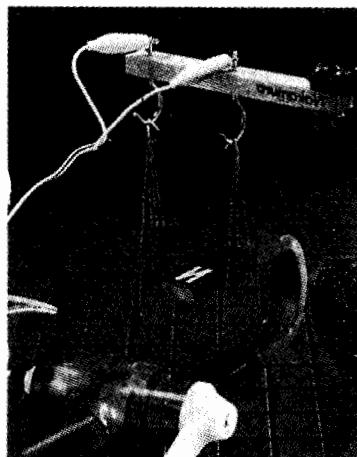
$$F = I/B \cdot \sin\theta$$

với  $\theta$  là góc tạo bởi  $l$  và  $\mathbf{B}$  như chỉ ra trên hình 21-4. Như vậy, độ lớn của lực tác dụng lên đoạn dây dẫn dài  $l$  tỉ lệ thuận với chiều dài  $l$ , với cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn và với độ lớn của cảm ứng từ  $B$ .

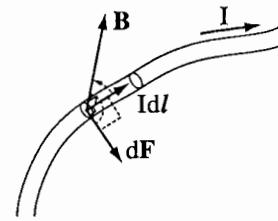


**Hình 21-4.** Đoạn dây dẫn có dòng điện chạy qua nằm trong một từ trường đều.

Phương trình (21-3) áp dụng cho một đoạn dây dẫn thẳng và mảnh ở trong một từ trường đều. Thực tế chúng ta cũng phải làm việc cả với các dây dẫn không thẳng nằm trong từ trường không đều. Trước hết chúng ta hãy áp dụng phương trình (21-3) cho một đoạn dây dẫn có chiều dài  $dl$  vô



*Thí nghiệm chứng minh lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn có dòng điện chạy qua. Dây dẫn được bố trí sao cho có một đoạn có thể dao động tự do trong từ trường. Khi có dòng điện chạy qua dây dẫn, đoạn dây sẽ lệch khỏi phương thẳng đứng.*



cùng nhỏ và có dòng điện chạy qua. Để thuận tiện, ta định nghĩa **phản tử dòng điện** vô cùng nhỏ là tích của cường độ dòng điện  $I$  và độ dài dịch chuyển  $dl$  có hướng như chiều của dòng điện trong phản tử đó (hình 21-5). Đoạn dây dẫn chứa phản tử dòng điện có thể được xem là thẳng và  $B$  không thay đổi đáng kể dọc theo độ dài  $dl$  đủ nhỏ. Theo phương trình (21-3), lực từ tác dụng lên phản tử dòng điện bằng :

$$d\mathbf{F} = Idl \times \mathbf{B} \quad (21-4)$$

Hướng của lực này được cho trên hình 21-5 và độ lớn của nó phụ thuộc vào góc  $\theta$  tạo bởi  $Idl$  và  $\mathbf{B}$  :

$$d\mathbf{F} = Idl B \sin \theta$$

Lực từ tác dụng lên một đoạn dây dài hơn có dòng điện chạy qua được xác định

**Hình 21-5.** Từ trường tác dụng một lực vô cùng bé lên một phản tử dòng điện. Lực này vuông góc với mặt phẳng chứa  $Idl$  và  $\mathbf{B}$ .

bằng cách cộng (vectơ !) lực tác dụng lên mỗi phản tử dòng điện của đoạn dây dài đó, tức là phương trình (21-4) được tích phân dọc theo dây dẫn :

$$\mathbf{F} = \int Idl \times \mathbf{B} \quad (21-5)$$

Khi áp dụng phương trình (21-5) cần nhớ rằng ở đây là *tích phân đường* của một vectơ và có liên quan đến tích vectơ.

## VÍ DỤ 21-2

**Lực nâng từ của một dây dẫn.** Một dây dẫn thẳng nằm ngang có dòng điện 16A chạy qua theo hướng từ tây sang đông, nằm trong từ trường của Trái Đất tại nơi có cảm từ  $B = 0,04\text{mT}$  và hướng nằm ngang về phía Bắc. (a) Xác định lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn trên dài 1m. (b) Nếu khối lượng của dây bằng 50g thì cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn phải bằng bao nhiêu để trọng lượng của dây cân bằng với lực từ ?

**Giải.** (a) Độ lớn của lực từ bằng :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= I\mathbf{l}\times\mathbf{B} = (16\text{A}).(4.10^{-5}\text{T}).\sin 90^\circ \\ &= 0,6\text{mN}. \end{aligned}$$

Hướng của lực là hướng của  $I \times \mathbf{B}$ . Vì  $I$  hướng về phía Đông,  $\mathbf{B}$  hướng về phía Bắc nên lực từ hướng lên trên và vuông góc với mặt phẳng Trái Đất.

(b) Với hướng của dòng điện chạy từ tây sang đông, lực từ sẽ hướng lên, ngược hướng với trọng lượng của đoạn dây dẫn. Để cân bằng, độ lớn của hai lực đó phải bằng nhau tức là  $IBl = mg$ , hay :

$$I = \frac{mg}{Bl} = \frac{(0,05\text{kg}).(9,8\text{m/s}^2)}{(4.10^{-5}\text{T}).(1\text{m})} = 10\text{kA}.$$

Điều này là không thể xảy ra đối với một dây dẫn mảnh thông thường. Thực tế độ lớn của lực từ tác dụng lên dây dẫn có dòng điện chạy qua là nhỏ.

## Bài tự kiểm tra 21-2

Một đoạn dây dẫn dài 0,50m đặt vuông góc với một từ trường đều. Nếu độ lớn của lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn này bằng 14mN khi dòng điện chạy qua dây dẫn là 9,6A, thì độ lớn của cảm ứng từ bằng bao nhiêu ?

**Đáp số :** 2,9mT.

## VÍ DỤ 21-3

**Lực tác dụng lên một đoạn dây dẫn uốn thành nửa vòng tròn.** Một dây dẫn uốn thành hình chữ U có dòng điện  $I$  chạy qua, nằm trong một mặt phẳng vuông góc với một từ trường đều. Biết rằng phần uốn thành nửa vòng tròn có bán kính  $R$ . Hãy xác định lực từ tác dụng lên phần nửa vòng tròn đó.

**Giải.** Trong hình 21-6 từ trường hướng đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ và vuông góc với mỗi phần tử dòng điện. Phương trình (21-4) cho lực tác dụng lên một phần tử dòng điện điển hình, như được cho trên hình vẽ.  $dF$  hướng ra phía ngoài theo phương bán kính và độ lớn của nó bằng

$$dF = Idl/B \cdot \sin 90^\circ = IBdl$$

Ta phân tích  $dF$  thành các thành phần  $x$  và  $y$  rồi lấy tích phân các thành phần đó một cách riêng biệt, ta có :

$$dF_x = dF \cdot \cos \phi = IB dl \cdot \cos \phi$$

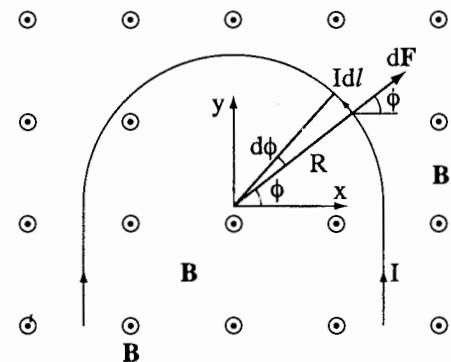
$$dF_y = dF \cdot \sin \phi = IB dl \cdot \sin \phi$$

và :  $F_x = \int IB \cdot \cos \phi dl ; \quad F_y = \int IB \cdot \sin \phi dl$

ở đây tích phân lấy theo nửa vòng tròn với  $\phi$  chạy từ 0 đến  $\pi$ . Chiều dài  $dl$  bằng  $dl = Rd\phi$ . Thay biểu thức đó vào các tích phân và đưa các hằng số  $I$ ,  $R$  và  $B$  ra ngoài dấu tích phân ta được :

$$F_x = IRB \int_0^\pi \cos \phi \, d\phi = IRB(\sin \pi - \sin 0) = 0$$

$$F_y = IRB \int_0^\pi \sin \phi \, d\phi = -IRB(\cos \pi - \cos 0) = 2IRB.$$



**Hình 21-6. Ví dụ 21-3 :** Mặt phẳng của dây dẫn hình chữ U có dòng điện chạy qua vuông góc với từ trường đều.

Vì  $F_x = 0$  nên lực tác dụng lên phần nửa vòng tròn của đoạn dây dẫn là hướng theo chiều dương của trục y và có độ lớn bằng  $F = 2IRB$ .

### Bài tự kiểm tra 21-3

Giả sử dòng điện trong dây dẫn của ví dụ trên có cường độ bằng  $5,0\text{A}$ ; độ lớn của cảm ứng từ  $B = 60\text{mT}$  và bán kính của nửa vòng tròn  $R = 0,25\text{m}$ . Xác định lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn đó.

Đáp số :  $(0,15 \text{ N})\mathbf{j}$ .

## 21-3. MOMEN LỰC TÁC DỤNG LÊN MỘT ĐÒNG ĐIỆN KÍN

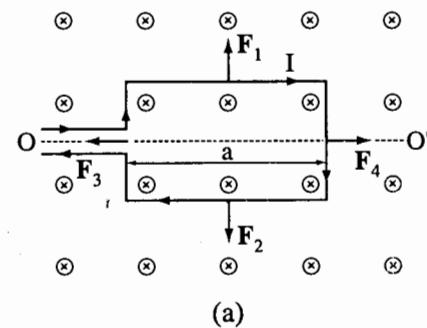
Vì từ trường tác dụng một lực lên một dây dẫn có dòng điện chạy qua nên nó cũng có thể tạo ra momen lực. Trường hợp đặc biệt đáng quan tâm là momen lực tác dụng lên một khung dây kín có dòng điện chạy qua và khung dây có thể quay quanh một trục. Chuyển động quay gây bởi một momen lực như vậy chính là cơ sở của các động cơ điện.

Ta hãy xét một khung dây kín hình chữ nhật có dòng điện chạy qua, như được cho trên hình 21-7 dưới hai góc nhìn khác nhau. Khung dây có dòng điện  $I$  chạy qua và được đặt trong một từ trường đều  $\mathbf{B}$ . Kích thước của khung hình chữ nhật là  $a$  và  $b$  sao cho diện tích của mặt khung là  $A = ab$ . Để thuận tiện ta dùng vectơ diện tích  $\mathbf{S}$  để chỉ sự định hướng của khung dây, như được minh họa trên hình 21-7b. Phương của  $\mathbf{S}$  vuông góc với mặt khung và chiều của nó theo quy tắc bàn tay phải. Để xác định chiều này, ta uốn cong các ngón tay phải theo chiều dòng điện chạy trong khung, ngón tay cái choãi ta chỉ chiều của  $\mathbf{S}$ .

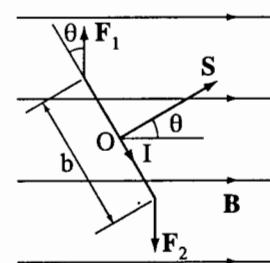
Các lực từ tác dụng lên mỗi đoạn thẳng của khung dây có thể được xác định từ

phương trình (21-3). Lực  $\mathbf{F}$  tác dụng lên cạnh trên của khung trong hình 21-7a hướng lên trên và có độ lớn :

$$\mathbf{F}_1 = Iab\mathbf{B}$$



(a)



(b)

**Hình 21-7.** Khung dây kín hình chữ nhật có dòng điện chạy qua đặt trong một từ trường đều. Vectơ diện tích  $\mathbf{S}$  vuông góc với mặt khung và có chiều xác định theo quy tắc bàn tay phải.

Lực  $F_2$  tác dụng lên cạnh dưới có cùng độ lớn nhưng có hướng ngược lại, hai lực này cộng lại bằng không. Tương tự các lực  $F_3$  và  $F_4$  tác dụng lên hai cạnh còn lại có chiều dài  $b$  cũng bằng nhau về độ lớn và ngược nhau về hướng. Như vậy, tổng từ lực tác dụng lên khung dây bằng không.

Mặc dù tổng các lực từ tác dụng lên khung dây bằng không, nhưng chúng cũng có những tác dụng nhất định. Các lực hướng ra phía ngoài khung như chỉ ra trên hình 21-7a, có xu hướng làm biến dạng khung dây. Chúng ta giả sử rằng các dây dẫn đủ cứng hoặc có các liên kết cơ học để khung không bị biến dạng đáng kể. Một tác dụng khác là các lực này tạo ra momen lực đối với trục quay của khung dây. Một cách chọn trục thuận tiện là trục nằm trong mặt phẳng của khung và vuông góc với  $B$  như trục  $OO'$  trong hình 21-7. Chú ý rằng nếu khung dây quay được quanh trục này thì momen lực từ có xu hướng làm cho khung quay quanh trục đó.

Từ hình 21-7a, ta có thể thấy rằng  $F_3$  và  $F_4$  song song với trục  $OO'$  nên không tạo momen lực đối với trục đó. Momen lực tạo bởi  $F_1$  đối với trục  $OO'$  có thể xác định được bằng cách dùng hình 21-7b. Khoảng cách từ trục  $OO'$  đến đường tác

dụng của lực này bằng  $r_\perp = \frac{1}{2}bs\sin\theta$ . Khi

đó độ lớn của momen lực bằng :

$$M_1 = \frac{1}{2}bF_1 \cdot \sin\theta = \frac{1}{2}bIBa \cdot \sin\theta$$

Trên hình 21-7b momen lực này có chiều hướng vào phía trong trang giấy. Lực  $F_2$  cũng tạo một momen lực có cùng hướng

và cùng độ lớn như momen của lực  $F_1$ . Do đó tổng momen lực có độ lớn :

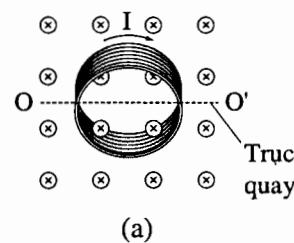
$$M = M_1 + M_2 = bIaB \cdot \sin\theta = ISB \cdot \sin\theta$$

ở đây diện tích của khung  $S = ab$ .

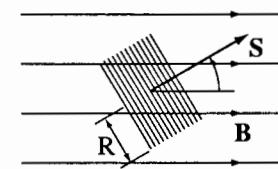
Chiều của momen lực tổng hợp  $M$  là hướng vuông góc và đi vào phía trong mặt phẳng trang giấy của hình 21-7b, đây cũng là hướng của vectơ  $S \times B$  có độ lớn bằng  $SB \cdot \sin\theta$ . Vậy vectơ momen lực từ tác dụng lên khung dây kín đặt trong từ trường đều bằng :

$$M = IS \times B \quad (21-6)$$

Phương trình (21-6) cho momen lực tác dụng lên một khung dây kín có dạng hình chữ nhật. Kết quả này cũng đúng cho một dòng điện kín phẳng có hình dạng bất kì đặt trong từ trường đều. Thay vì một dòng điện kín hay một vòng dây có dòng điện, ta có thể xét một cuộn dây có  $N$  vòng như được thấy trên hình 21-8. Nếu cuộn dây được quấn sít nhau, khi đó mỗi vòng được xem như nằm trong một mặt phẳng. Các mặt phẳng chứa các vòng dây này song song với nhau và có cùng vectơ diện tích  $S$ ,



(a)



(b)

**Hình 21-8.** Cuộn dây tròn bán kính  $R$  đặt trong một từ trường đều.

sao cho momen lực tác dụng lên mỗi vòng là  $IS \times B$ . Momen lực tác dụng lên cả cuộn dây có  $N$  vòng và có dòng điện  $I$  chạy qua đúng bằng  $N$  lần momen lực tác

dụng chỉ lên một vòng. Như vậy momen lực tác dụng lên cuộn dây đặt trong từ trường đều là :

$$M = NIS \times B \quad (21-7)$$

## VÍ DỤ 21-4

**Momen lực tác dụng lên cuộn dây có dòng điện chạy qua.** Một động cơ điện đơn giản có cuộn dây hình tròn gồm 100 vòng và bán kính 15mm, có dòng điện 65mA chạy qua được đặt trong một từ trường đều có  $B = 23mT$ . Ở một thời điểm nào đó, cuộn dây có định hướng sao cho hướng của vectơ diện tích lập với  $B$  một góc  $\theta = 25^\circ$ , như chỉ ra trên hình 21-8. Cuộn dây có thể quay quanh một trục đi qua tâm của nó và vuông góc với  $S$  và  $B$ .

- (a) Hãy xác định độ lớn và hướng của momen lực từ tác dụng lên cuộn dây.
- (b) Kết quả của bạn sẽ thay đổi như thế nào nếu đảo chiều dòng điện trong cuộn dây ? (c) Cuộn dây phải định hướng như thế nào để cho độ lớn của momen lực là lớn nhất và giá trị lớn nhất ấy bằng bao nhiêu ?

**Giải.** (a) Momen lực được cho bởi phương trình (21-7), độ lớn của nó bằng :

$$M = |NIS \times B| = NISB \cdot \sin\theta$$

Cuộn dây tròn có diện tích một vòng bằng  $S = \pi r^2 = 7,1 \cdot 10^{-4} m^2$  nên :

$$\begin{aligned} M &= (100) \cdot (0,065A) \cdot (7,1 \cdot 10^{-4} m^2) \cdot (23 \cdot 10^{-3} T) \sin 25^\circ \\ &= 4,5 \cdot 10^{-5} N.m \end{aligned}$$

Hướng của momen lực là hướng của vectơ  $S \times B$ , tức là vuông góc và đi vào phía trong mặt phẳng trang giấy của hình 21-8b. Momen lực có xu hướng làm cho cuộn dây quay theo chiều kim đồng hồ trong hình vẽ đó.

(b) Nếu đảo lại chiều dòng điện,  $S$  sẽ đảo hướng do đó hướng của  $S \times B$  cũng đảo lại. Góc giữa  $S$  và  $B$  bây giờ sẽ là  $180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$ . Độ lớn của momen lực có giá trị hệt như trên [vì  $\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$ ] nhưng hướng của nó thì đảo lại.

(c) Giá trị cực đại của momen lực tương ứng với  $\sin\theta = \pm 1$  hay  $\theta = \pm 90^\circ$  trong hình 21-8b. Giá trị cực đại này bằng

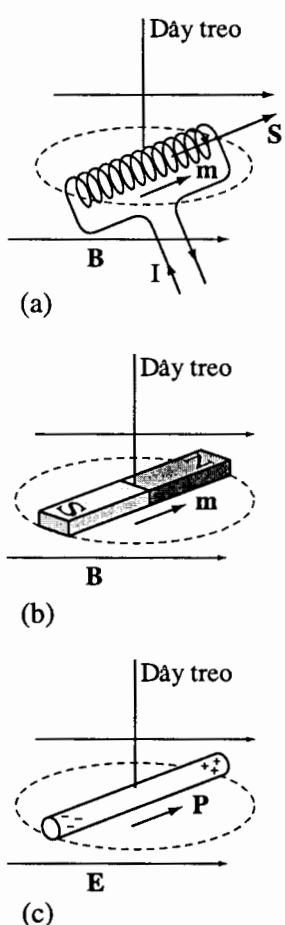
$$M = NISB = 1,1 \cdot 10^{-4} N.m$$

### **Momen lưỡng cực từ**

Nếu cuộn dây có dòng điện chạy qua được đặt trong từ trường sao cho  $S$  và  $B$

song song với nhau (tức  $\theta = 0$ ) thì momen lực từ tác dụng lên nó bằng không. Khi không có momen của các lực khác, cuộn dây sẽ ở trạng thái cân bằng quay với định

hướng đó. Tuy nhiên với các định hướng khác (trừ trường hợp  $\theta = \pi$ ), đều có một momen lực từ có xu hướng làm quay cuộn dây để  $S$  và  $B$  lại song song với nhau. Trong hình 21-9a, cuộn dây được treo trong một từ trường nằm ngang bằng một sợi dây thẳng đứng. Cuộn dây có xu hướng quay về vị trí nằm dọc theo trường (với  $S$  song song với  $B$ ) do tác dụng của momen lực từ. Thanh nam châm treo trong một từ trường đều (hình 21-9b) và một lưỡng cực



**Hình 21-9.** Ba đối tượng được treo bằng một sợi dây thẳng đứng trong một trường nằm ngang. (a) Cuộn dây có dòng điện chạy qua đặt trong từ trường. (b) Thanh nam châm đặt trong từ trường. (c) Lưỡng cực điện đặt trong điện trường.

điện trong một điện trường đều cũng có hành vi hệt như vậy (hình 21.9c).

Sự định hướng của lưỡng cực điện trong điện trường đều đã được khảo sát trong chương 18. Định hướng cân bằng – momen lưỡng cực điện  $p$  nằm dọc theo cường độ điện trường  $E$  – tương ứng với giá trị cực tiểu của thế năng  $U$  của lưỡng cực trong trường ngoài. Thế năng này phụ thuộc vào sự định hướng của momen lưỡng cực điện đối với trường đó :

$$U = - p \cdot E = - pE \cdot \cos\theta$$

ở đây  $\theta$  là góc tạo bởi  $p$  và  $E$ . Momen lực có xu hướng làm cho lưỡng cực điện nằm dọc theo điện trường được cho bởi tích vectơ

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

Biểu thức này về mặt toán học giống hệt như phương trình (21-7) cho momen lực tác dụng lên cuộn dây có dòng điện chạy qua đặt trong từ trường đều. Tương tự với momen lưỡng cực điện  $p$ , ta cũng có thể định nghĩa một momen lưỡng cực từ  $m$  của cuộn dây có dòng điện chạy qua. Phương trình (21-7) có thể viết như sau :

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (21-8)$$

trong đó

$$\mathbf{m} = NIS \quad (21-9)$$

là momen lưỡng cực từ của cuộn dây gồm  $N$  vòng có diện tích mặt là  $S$  và dòng điện  $I$  chạy qua. Phương trình (21-9) cho thấy rằng momen lưỡng cực từ có thứ nguyên của cường độ dòng điện nhân với diện tích và trong hệ SI đơn vị của nó là  $A \cdot m^2$ .

Cũng tương tự với lưỡng cực điện, lưỡng cực từ đặt trong từ trường cũng có một thế năng. Thế năng đó bằng

$$U = - \mathbf{m} \cdot \mathbf{B} = - mB \cdot \cos\theta \quad (21-10)$$

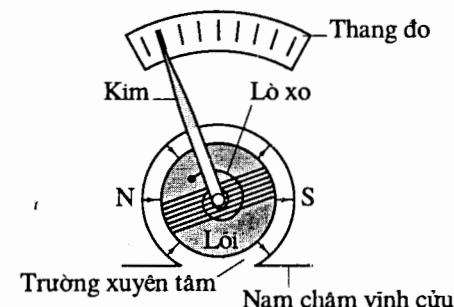
ở đây  $\theta$  là góc giữa  $\mathbf{m}$  và  $\mathbf{B}$ . Thế năng này đạt cực tiểu khi  $\mathbf{m}$  song song với  $\mathbf{B}$  (tức  $\theta = 0$ ).

Momen lực từ tác dụng lên cuộn dây cho bởi phương trình (21-7) có thể được viết dưới dạng  $M = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ . Vì chuyển động quay là kết quả tác dụng của một momen

lực lên cuộn dây, nên từ hiệu ứng trên có rất nhiều ứng dụng trong thực tế. Chẳng hạn nó là cơ sở cho sự hoạt động của các động cơ điện. Và vì momen lực phụ thuộc vào dòng điện nên điện kế – một dụng cụ dùng để đo cường độ dòng điện – cũng sử dụng hiệu ứng này.

## VÍ DỤ 21-5

**Điện kế khung quay.** Những đặc điểm chủ yếu của một điện kế đã được vẽ phác trên hình 21-10. Một nam châm vĩnh cửu và một lõi sắt mềm tạo nên một từ trường có hướng gần xuyên tâm và có độ lớn đều trong vùng không gian giữa mỗi cực và lõi. Trong vùng không gian đó các dây dẫn của một khung dây chữ nhật luôn luôn vuông góc với trường, sao cho góc hiệu dụng giữa các hướng  $\mathbf{S}$  và  $\mathbf{B}$  luôn bằng  $90^\circ$ . Cuộn dây có thể quay quanh một trục đi qua tâm của nó và có gắn một kim trỏ và một thang có chia độ để chỉ các giá trị cường độ dòng điện. Một lò xo tác dụng một lực hồi phục lên khung dây, lực này tỉ lệ với góc dịch chuyển  $\phi$  của khung dây ra khỏi vị trí cân bằng ứng với cường độ dòng điện bằng không. Độ lớn của momen lực hồi phục  $M_r$  phụ thuộc vào hằng số xoắn  $k$  của lò xo  $M_r = k\phi$ . Chứng tỏ rằng nếu có dòng điện  $I$  chạy qua điện kế thì cuộn dây sẽ ở trạng thái cân bằng quay ứng với độ dịch chuyển góc  $\phi$  tỉ lệ với cường độ dòng điện.



Hình 21-10. Ví dụ 21-5 :  
Sơ đồ một điện kế khung quay.

**Giải.** Với dòng điện  $I$  chạy qua khung dây, momen lực từ tác dụng lên khung có độ lớn bằng  $M = NISB$ . Cuộn dây sẽ quay ra khỏi vị trí cân bằng ứng với khi không có dòng điện chạy qua ( $\phi = 0$ ) tới vị trí cân bằng mới tại đó momen lực hồi phục của lò xo cân bằng với momen lực từ :

$$k\phi = NISB$$

hay

$$I = \frac{k}{NSB}\phi$$

Như vậy, cường độ dòng điện chạy qua điện kế tỉ lệ thuận với góc lệch của kim trỏ. Hiện nay phần lớn các điện kế khung quay cơ học như trên đã được thay thế bằng các đồng hồ đo điện tử trong đó không có một bộ phận nào chuyển động một cách vĩ mô.

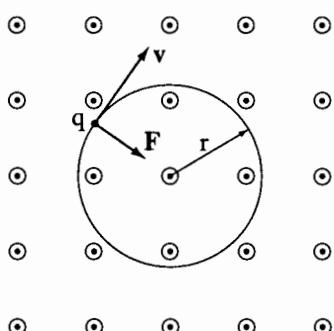
## 21- 4. CHUYỂN ĐỘNG CỦA HẠT TÍCH ĐIỆN TRONG TỪ TRƯỜNG

Để hiểu được sự hoạt động của nhiều dụng cụ và thiết bị hiện đại, chúng ta cần phải xét sự chuyển động của các hạt electron, proton và các ion khác trong điện trường và từ trường. Lực điện từ là thống trị trong chuyển động của hạt tích điện ở mức nguyên tử. Nếu điện trường  $E$  và từ trường  $B$  tồn tại trong một vùng nào đó thì lực tổng hợp  $F$  tác dụng lên hạt có điện tích  $q$  và vận tốc  $v$  được cho bởi :

$$F = qE + qv \times B \quad (21-11)$$

Lực này thường được gọi là *lực Lorentz* theo tên nhà vật lí H.A.Lorentz (1853 – 1928), người đã có nhiều đóng góp trong việc tìm hiểu các hiện tượng điện từ.

Trước hết chúng ta hãy xét chuyển động của một hạt tích điện trong một từ trường đều không có sự hiện diện của điện trường. Giả sử rằng độ lớn của cảm ứng từ là  $B$  và hướng của nó đi ra phía ngoài trang giấy như chỉ ra trên hình 21-11. Để đơn giản ta hãy xem vận tốc ban đầu của hạt vuông góc với  $B$ . Từ phương trình (21-11),



$B$  hướng ra phía ngoài trang giấy

**Hình 21-11.** Hạt tích điện dương chuyển động theo quỹ đạo tròn vuông góc với từ trường đều.

lực từ vuông góc với  $B$  và vận tốc của hạt, lực này hướng vào tâm như chỉ ra trên hình 21-11 đối với một hạt tích điện dương. Hạt tích điện khi này chuyển động theo quỹ đạo tròn có bán kính  $r$  với tốc độ  $v$  không đổi và gia tốc là gia tốc hướng tâm có độ lớn bằng  $\frac{v^2}{r}$ . Lực hướng tâm ở đây chính là lực từ có độ lớn bằng  $|qv \times B|$  nên theo định luật thứ hai của Newton

$$\frac{mv^2}{r} = |qv \times B| = |q| v B \sin 90^\circ = qvB$$

với  $m$  là khối lượng của hạt và ta giả sử rằng  $q$  có giá trị dương ( $|q| = q$ ). Ta có thể rút gọn biểu thức này và tìm một trong các đại lượng chứa trong đó, chẳng hạn bán kính quỹ đạo  $r$  theo các đại lượng khác

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (21-12)$$

Phương trình (21-12) chứng tỏ rằng bán kính quỹ đạo tròn và tốc độ của hạt tích điện chuyển động trong từ trường đều là tỉ lệ thuận với nhau. Như vậy đối với một loại hạt đã cho, những hạt có tốc độ cao hơn sẽ có bán kính cong lớn hơn. Tuy nhiên từ phương trình (21-12) cần chú ý rằng tốc độ góc  $\omega$  là như nhau đối với cùng một loại hạt

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q}{m} B \quad (21-13)$$

Trong một từ trường đều, tốc độ góc hay *tần số góc* cũng vậy của chuyển động tròn chỉ phụ thuộc vào từ trường  $B$  và *tỉ số* giữa điện tích và khối lượng  $\frac{q}{m}$  của hạt.

Vì xyclotron – một trong các loại máy gia tốc hạt đầu tiên – hoạt động dựa trên tính

chất đó, nên tần số góc trên cung thường được gọi là *tần số xyclotron* :  $\omega = \frac{qB}{m}$ .

## VÍ DỤ 21-6

**Buồng bọt.** Một hạt tích điện chuyển động qua một buồng hiđrô lỏng sẽ làm ion hoá một số phân tử dọc theo đường đi của nó. Tại những chỗ ion hoá, các bọt nhỏ tạo thành làm cho vết chuyển động của hạt trở nên nhìn thấy được. Từ trường có mặt trong vùng đó sẽ làm cho quỹ đạo chuyển động bị cong đi và độ lượng của hạt có thể được xác định từ bán kính cong của quỹ đạo (xem hình 21-12). Hãy xác định độ lớn của động lượng và tốc độ của hạt proton (có  $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$  và  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} kg$ ) tại điểm trên quỹ đạo có bán kính cong bằng  $2,67 m$  và độ lớn của cảm ứng từ  $B = 0,140 T$ .

**Giải.** Theo phương trình (21-12), độ lớn của động lượng bằng

$$\begin{aligned} p &= mv = qBr = (1,60 \cdot 10^{-19} C) \cdot (0,140 T) \cdot (2,67 m) \\ &= 5,98 \cdot 10^{-20} kg \cdot m/s. \end{aligned}$$

Tốc độ của proton bằng

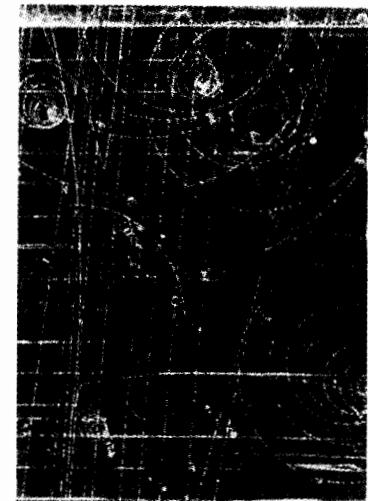
$$v = \frac{p}{m} = \frac{5,98 \cdot 10^{-20} kg \cdot m/s}{1,67 \cdot 10^{-27} kg} = 3,58 \cdot 10^7 m/s.$$

Tốc độ này bằng  $0,1c$  với  $c$  là tốc độ ánh sáng. Các hiệu ứng tương đối tính trở nên càng quan trọng khi tốc độ càng tiến gần tới tốc độ ánh sáng.

## Bài tự kiểm tra 21-6

Tại một điểm đặc biệt nào đó dọc theo vết chuyển động của nó trong buồng bọt, quỹ đạo của hạt  $\alpha$  ( $m = 6,64 \cdot 10^{-27} kg$ ;  $q = 2e = 3,20 \cdot 10^{-19} C$ ) có bán kính cong bằng  $3,15 m$ . Độ lớn của cảm ứng từ trong buồng bọt bằng  $0,19 T$ . Hãy xác định tốc độ của hạt  $\alpha$  tại điểm đó.

**Đáp số :**  $2,88 \cdot 10^7 m/s$ .



**Hình 21-12.** Ánh quỹ đạo của các hạt tích điện trong buồng bọt. Vì hạt chậm lại do tương tác với hiđrô lỏng, nên tốc độ của nó giảm. Vì tốc độ giảm, nên bán kính của mỗi đoạn cong vô cùng nhỏ của quỹ đạo cũng giảm và quỹ đạo là đường xoáy tròn ốc.

## VÍ DỤ 21-7

**Máy cyclotron.** Các hạt tích điện được gia tốc lặp đi lặp lại nhiều lần trong máy gia tốc cyclotron nhờ một hiệu điện thế xoay chiều đặt giữa khe của hai vật dẫn rỗng hình chữ D hay còn gọi là các "Đê" như được minh họa trên hình 21-13. Một từ trường đều vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và có hướng đi ra phía ngoài trang giấy. Hạt tích điện dương với tốc độ  $v$  trong "Đê" sẽ chuyển động trên một cung tròn có bán kính  $r = \frac{mv}{qB}$ .

Hạt này chỉ được gia tốc khi nó đi qua khe giữa hai "Đê", vì điện trường bên trong mỗi "Đê" đều bằng không. Vận tốc của hạt và do đó cả bán kính quỹ đạo của nó sẽ tăng mỗi lần hạt được gia tốc trong khe, nhưng tần số góc  $\omega_c$  vẫn còn không thay đổi. Điểm mấu chốt để có tốc độ hạt tăng mỗi lần qua khe là cần phải có hiệu điện thế tăng tốc cùng pha với hạt chuyển động tròn. Do đó hiệu điện thế được đặt vào nhờ một bộ dao động được điều hướng tới tần số cyclotron. Khi một chùm (tức một nhóm các hạt) đạt tới mép ngoài của máy cyclotron, một tấm làm lệch sẽ hướng chùm đi ra vùng đặt bia. Giả sử từ trường có  $B = 1,4T$  trong một máy cyclotron có bán kính  $0,50m$ . (a) Hỏi bộ dao động cần dùng phải có tần số bằng bao nhiêu để có thể gia tốc được các hạt đoteron? Biết rằng hạt đoteron có  $q = e$  và  $m = 3,3 \cdot 10^{-27} kg$  và là hạt nhân của nguyên tử đoteri hay còn gọi là hiđrô nặng. (b) Xác định tốc độ và động năng của đoteron khi ra khỏi cyclotron.

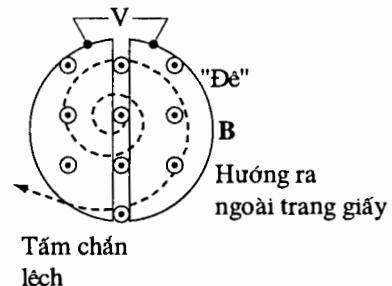
**Giải.** (a) Tần số góc của bộ dao động phải khớp với tần số cyclotron của đoteron trong từ trường đã cho. Từ phương trình (21-13), ta có :

$$\omega_c = \frac{qB}{m} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} C)(1,4T)}{3,3 \cdot 10^{-27} kg} \\ = 6,8 \cdot 10^7 \text{ rad/s.}$$

Thông thường người ta cho tần số  $v$  tính ra héc (Hz)

$$v = \frac{\omega_c}{2\pi} = 11 \text{ MHz}$$

Các bộ dao động điện từ với tần số này thường đã có sẵn.



**Hình 21-13.** Ví dụ 21-7 : Một hiệu điện thế xoay chiều gia tốc các hạt tích điện dương qua khe giữa hai "Đê" trong máy cyclotron. Từ trường hướng ra ngoài mặt phẳng hình vẽ và đều nằm trong vùng của hai "Đê".

(b) Tốc độ của đoteron ở mép ngoài của "Đê" bằng :

$$v = \omega_c r = (68 \cdot 10^6 \text{ rad/s}) \cdot (0,50 \text{ m}) \\ = 3,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

và động năng của nó bằng

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}(3,3 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(3,7 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2 \\ = 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 12 \text{ MeV}.$$

Bạn cũng có thể chứng minh được rằng động năng của một hạt tích điện đi ra từ xyclotron với bán kính R được cho bởi :

$$K = \frac{(qBR)^2}{2m}$$

Động năng cực đại đối với một xyclotron bị hạn chế do các hiệu ứng tương đối tính. Những hiệu ứng này làm cho tần số của chuyển động tròn phụ thuộc vào tốc độ đối với những tốc độ gần với vận tốc ánh sáng. Trong máy gia tốc synchroxyclotron, tần số được thay đổi đồng bộ với tần số chuyển động phụ thuộc vào tốc độ của hạt tích điện. Xem bài đọc thêm để hiểu rõ hơn về synchrotron – một loại máy gia tốc khác.

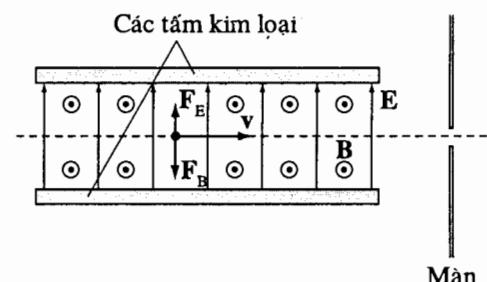
### Bài kiểm tra 21-7.

Xác định tần số xyclotron của proton trong từ trường có  $B = 1,0 \text{ T}$ .

Đáp số :  $9,6 \cdot 10^7 \text{ rad/s} = 15 \text{ MHz}$ .

### Bộ lọc vận tốc

Bây giờ chúng ta hãy xét một cấu hình của điện trường và từ trường được dùng như một bộ lọc vận tốc đối với các hạt tích điện. Giả sử trong một vùng không gian có tồn tại một điện trường và một từ trường vuông góc với nhau, như được cho trên hình 21-14. Lực tác dụng lên hạt tích điện chuyển động trong vùng này được cho bởi phương trình (21-11). Trong trường hợp được minh họa trên hình vẽ đối với hạt tích điện dương, có một vận tốc đặc biệt để lực tổng hợp tác dụng lên



Hình 21-14. Hạt tích điện dương chuyển động trong điện trường và từ trường vuông góc với nhau.

hạt bằng không. Lực điện hướng lên trên cân bằng với lực từ hướng xuống dưới làm cho lực tổng hợp bằng không. Đối với các hạt tích điện âm cũng với vận tốc đó thì hướng của hai lực điện và từ đều đảo ngược lại và lực tổng hợp cũng sẽ bằng không. Như vậy, các hạt tích điện có vận tốc này khi đi qua vùng có trường sẽ không bị lệch. Vì lực từ phụ thuộc vào vận tốc của hạt, còn lực điện thì không nên lực tổng hợp sẽ không bằng không đối với các hạt có vận tốc khác. Đối với hạt tích điện có vận tốc lớn hơn, lực điện sẽ có độ lớn nhỏ hơn lực từ. Các hạt tích điện dương với vận tốc lớn hơn đó sẽ bị lệch xuống dưới. Tương tự các hạt tích điện dương chuyển động chậm hơn sẽ bị lệch lên trên.

Giá trị của vận tốc "được lọc" nhận được bằng cách đòi hỏi lực tổng hợp trong phương trình (21-11) bằng không

$$\mathbf{F} = 0 = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Lấy độ lớn của biểu thức trên, ta xác định được tốc độ của hạt tích điện đi qua bộ lọc mà không bị lệch

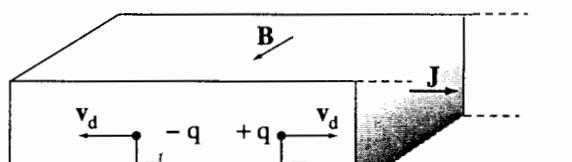
$$v = \frac{E}{B}$$

Bộ lọc vận tốc được dùng trong các dụng cụ như *khối phô kế* và trong các thí nghiệm như thí nghiệm Thomson (xem các BTNC). Một bộ lọc vận tốc "tự nhiên" hoạt động trong một hiệu ứng quan trọng các vật dẫn có tên là *hiệu ứng Hall*.

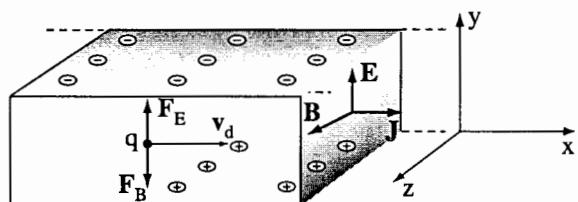
## Hiệu ứng Hall

Ta hãy xét một đoạn dây dẫn có dòng điện chạy qua đặt trong một từ trường

đều, như minh họa trên hình 21-15a. Với chiều dòng điện theo hướng dương của trục x, các hạt tải điện dương sẽ chuyển động theo hướng đó và các hạt tải điện âm theo hướng ngược lại. Cả hai loại điện tích này đều bị từ trường làm cho lệch về phía mặt dưới của dây dẫn. Nay giả sử rằng trong vật dẫn chỉ có mặt các hạt tải điện dương, khi đó mặt dưới sẽ tích điện dương và mặt trên tích điện âm vì thiếu điện tích dương. Sự tách biệt này sẽ tạo ra trong vật dẫn một điện trường, như được thấy trên hình 21-15b. Khi đạt tới trạng thái ổn định, thành phần điện trường  $E_y$  – được gọi là *diện trường Hall* – tác dụng một lực điện lên các hạt tải điện đang chuyển động làm cân bằng với lực từ tác dụng bởi thành phần cảm ứng từ  $B_z$ .



(a)



(b)

**Hình 21-15.** (a) Từ trường vuông góc với mật độ dòng  $J$  trong vật dẫn. Lực từ làm cho cả các hạt tải điện dương và âm lệch xuống phía mặt dưới. (b) Các lực điện và từ cân bằng đối với hạt tải điện dương chuyển động với vận tốc trôi.

Về trung bình, điện trường và từ trường vuông góc này có tác dụng như một *bộ lọc vận tốc* với tốc độ trôi  $v_d$ . Chúng ta sẽ chỉ ra rằng điện trường Hall  $E_y$  tỉ lệ thuận với  $J_x B_z$  và *hệ số Hall*  $R_H = \frac{E_y}{J_x B_z}$  được cho bởi :

$$R_H = \frac{1}{nq}$$

với  $n$  là mật độ hạt tải, mỗi hạt có điện tích là  $q$ .

Thật vậy, ta xét một hạt có điện tích  $q$  chuyển động với vận tốc trôi  $v_d = v_{dx} \cdot \mathbf{i}$ , trong đó  $\mathbf{i}$  là vectơ đơn vị nằm dọc theo trục  $x$ . Mật độ dòng  $\mathbf{J}$  trong vật dẫn bằng

$$\mathbf{J} = J_x \mathbf{i} = nq v_{dx} \mathbf{i}$$

Dùng phương trình (21-11), ta đòi hỏi thành phần  $y$  của lực bằng không

$$F_y = q(E_y - v_{dx} B_z) = 0$$

hay  $E_y = v_{dx} B_z$

Nhân hai vế phương trình trên với mật độ các hạt tải điện và dùng hệ thức  $J_x = nqv_{dx}$ , ta có :

$$nqE_y = nqv_{dx}B_z = J_x B_z$$

hay  $E_y = \frac{J_x B_z}{nq}$

Vậy  $E_y$  tỉ lệ với  $J_x B_z$  và hệ số Hall chính là hệ số tỉ lệ

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} = \frac{1}{nq}$$

Chú ý rằng hệ số Hall có giá trị dương tương ứng với giả thiết của chúng ta cho rằng các hạt tải điện là dương. Bạn cũng có thể chứng minh được rằng hệ số Hall sẽ đảo dấu nếu tất cả các hạt tải tích điện âm. Như vậy, hệ số Hall cho ta thông tin về dấu điện tích của các hạt tải điện. Vì  $E_y$  phụ thuộc vào  $B_z$ , nên cũng lưu ý rằng hiệu ứng Hall có thể được dùng để xác định từ trường trong vùng bằng cách đo điện trường Hall trong một vật dẫn đã được định cỡ trước.

## Bài tự kiểm tra

Một hạt tích điện chuyển động theo quỹ đạo thẳng vuông góc với một từ trường đều  $\mathbf{B}$  và một điện trường đều  $\mathbf{E}$ . Biết rằng  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{E}$  vuông góc với nhau. Cho  $B = 0,28\text{T}$  và  $E = 160\text{V/m}$  hãy xác định tốc độ của hạt.

**Đáp số :**  $5,7 \cdot 10^2 \text{m/s.}$

## Bài đọc thêm

### TỪ TRƯỜNG VÀ CÁC MÁY GIA TỐC HẠT

Dường như có một quy tắc chung trong vật lí nói rằng đối tượng nghiên cứu càng nhỏ thì các thiết bị cần dùng càng lớn. Không có ở đâu quy tắc này lại hiển nhiên hơn trong vật lí hạt, một lĩnh vực của vật lí nghiên cứu cấu trúc cơ bản của vật chất. Cấu trúc này sẽ được bộc lộ trong sự va chạm của các hạt, chẳng hạn như va chạm của proton với phản proton (một hạt có cùng khối lượng nhưng có điện tích ngược dấu so với proton). Nếu năng lượng của các hạt va chạm đủ lớn, sẽ có nhiều hạt được tạo ra trong các va chạm đó. Các tính chất của những hạt này sẽ cho chúng ta manh mối về cấu trúc của vật chất ở thang nhỏ nhất. Cấu trúc này hiện nay được thể hiện qua một mẫu (mô hình) có liên quan đến các hạt cơ bản có tên là quark.

Ta biết rằng năng lượng va chạm càng cao thì các hạt tạo ra càng phong phú, do vậy luôn có sự thúc ép phát triển các máy gia tốc lớn để tạo ra năng lượng còn cao hơn nữa cho các hạt va chạm. Vì vậy kích thước của các máy gia tốc này lớn một cách khủng khiếp từ những máy gia tốc đặt vừa trọn trong một phòng tới những máy vừa được đề xuất với kích thước tới hàng chục kilômét.

Từ trường là một yếu tố căn bản trong sự hoạt động của các máy gia tốc hạt. Trong một máy gia tốc, các hạt tích điện trong chùm được gia tốc trong một ống hay một vùng chân không bởi một điện trường, như được mô tả cho xyclotron ở mục 21-4. Từ trường thường được dùng để làm lệch chùm hạt hay nói cách khác

là làm cho nó chuyển động theo một quỹ đạo cong. Trong xyclotron – loại máy gia tốc tương đối nhỏ – từ trường chủ yếu là đều trên toàn tiết diện ngang. Vì các hạt trong chùm có thêm năng lượng nên bán kính của quỹ đạo tăng dần,  $r = \frac{mv}{qB}$ , từ bán kính rất nhỏ lúc đầu tới bán kính cuối cùng ở mép thiết bị. Như vậy, trong loại máy gia tốc này, kích thước của vùng có từ trường là nhân tố hạn chế năng lượng mà hạt nhận được.

Một loại máy gia tốc lớn hơn nhiều là synchrotron được thiết kế để hạt chuyển động theo quỹ đạo cố định trong một ống khoanh tròn. Vì từ trường chỉ cần có trong ống để uốn cong và dẫn hướng cho chùm hạt, nên các vòng gia tốc có đường kính lớn là khả thi. Khi hạt chuyển động xung quanh vòng tròn gia tốc, vị trí của một nhóm hạt trong chùm được đồng bộ với các giai đoạn tăng tốc làm tăng năng lượng. Các dòng điện tạo ra từ trường cũng được làm đồng bộ với nhóm hạt đó, sao cho lực từ tác dụng lên các hạt tích điện vẫn uốn cong quỹ đạo của chúng và giữ cho chúng luôn luôn chuyển động dọc theo tâm của ống.

Một trong số các máy gia tốc synchrotron lớn là máy gia tốc ở phòng thí nghiệm Fermilab (Hoa Kỳ) có đường kính vòng tròn gia tốc là 1,9km. Trong các máy gia tốc đó, chẳng hạn như máy *Tevatron*, các proton được gia tốc tới động năng  $1\text{TeV}$  ( $10^{12}\text{eV}$ ) và có vận tốc gần vận tốc ánh sáng. Các phản proton cũng được gia tốc tới năng lượng như vậy

nhưng vì có điện tích âm nên nó chuyển động tròn theo hướng ngược lại. Khi quỹ đạo của proton và phản proton giao nhau chúng sẽ va chạm với năng lượng 2TeV. Đây là một ưu điểm lớn của máy va chạm. Vì không có năng lượng nào liên kết với chuyển động của khối tâm, nên toàn bộ năng lượng được dùng cho các quá trình va chạm. Một synchrotron lớn hơn nhiều hiện đang được hoạch định. Đó là máy siêu va chạm siêu dẫn (viết tắt là SSC) được thiết kế như một máy va chạm proton – proton. Nó sẽ dùng các

cuộn dây siêu dẫn để tạo từ trường được đặt xung quanh vòng gia tốc dài tới 80km. Hai nhóm hạt proton sẽ được gia tốc tới khoảng 20TeV và cho va chạm với nhau, vì thế năng lượng khả dụng cho các quá trình va chạm lên tới 40TeV. Với năng lượng được cung cấp bởi máy gia tốc này, người ta hi vọng một số vấn đề cơ bản về cấu trúc của vật chất sẽ được giải đáp. Và chắc cũng không có ai sẽ ngạc nhiên nếu các thí nghiệm lại đặt ra những câu hỏi mới, đòi hỏi phải có những năng lượng cao hơn.

## ?

### CÂU HỎI

- 1** Liệu có trường hợp lực từ tác dụng lên hạt tích điện chuyển động trong từ trường bằng không hay không ? Giải thích.
- 2** Lực từ tác dụng lên một điện tích chuyển động ( $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ) có luôn luôn vuông góc với  $\mathbf{v}$  không ? với  $\mathbf{B}$  không ?  $\mathbf{v}$  có luôn luôn vuông góc với  $\mathbf{F}$  không ? với  $\mathbf{B}$  không ? Giải thích.
- 3** Bạn được cho các thông tin sau : (a) Lực tác dụng lên điện tích  $q = 2,4 \cdot 10^{-14} C$  đứng yên tại một điểm bằng  $3,7 \cdot 10^{-12} N$  theo hướng dương của trục z ; (b) lực tác dụng lên điện tích ấy ở chính điểm đó khi chuyển động theo hướng dương của trục x với tốc độ  $v = 2,2 \cdot 10^3 m/s$  là  $3,1 \cdot 10^{-12} N$  theo hướng dương của trục z ; (c) chỉ có lực điện và lực từ là đáng kể. Liệu bạn có thể xác định được hoàn toàn điện trường ở điểm đó không ? Bạn có thể xác định được hoàn toàn từ trường ở điểm đó không ? Nếu bạn không thể xác định được hoàn toàn một trường nào thì cần phải có thêm thông tin gì nữa ?
- 4** Cường độ điện trường  $E$  được định nghĩa thông qua lực  $\mathbf{F}$  tác dụng lên một điện tích thử nhỏ  $q$  :  $E = \frac{\mathbf{F}}{q}$ . Có thể giải thích tương tự phương trình (21-1) đối với  $\mathbf{B}$  không ? Giải thích.
- 5** Các hạt tải điện (electron) trong một dây kim loại ở nhiệt độ T tham gia chuyển động nhiệt hỗn loạn mặc dù dòng điện trong dây đó bằng không. Đặt dây kim loại này vào trong một từ trường. Hỏi có lực từ tác dụng lên mỗi hạt tải điện không ? Có lực từ tác dụng lên dây dẫn đó không ? Giải thích.
- 6** Trong một dây dẫn có dòng điện chạy qua, một từ trường tác dụng lên các electron chuyển động trong dây dẫn. Hỏi lực tác dụng lên dây dẫn bằng bao nhiêu ?

- 7** Một động cơ điện đơn giản gồm một khung dây có dòng điện chạy qua quay trong một từ trường tĩnh do có momen lực từ tác dụng lên khung dây. Hãy giải thích tại sao động cơ có thể sản ra công năng trong khi từ trường tĩnh lại không sinh công trên diện tích chuyển động ?
- 8** Phương trình (21-10) cho thế năng của một lưỡng cực từ trong một từ trường đều. Hỏi lưỡng cực định hướng như thế nào thì có thế năng thấp nhất ? thế năng cao nhất ? thế năng bằng không ?
- 9** Đối với (những) định hướng nào của khung dây có dòng điện chạy qua đặt trong một từ trường đều thì độ lớn của momen lực từ tác dụng lên khung dây là cực đại ? là cực tiểu ?
- 10** Momen lực từ tác dụng lên một lưỡng cực từ đặt trong một từ trường đều ( $M = m \times B$ ) bằng không nếu  $m$  và  $B$  song song với nhau hoặc nếu chúng cùng phương ngược chiều nhau. Trong hai định hướng đó, định hướng nào ứng với trạng thái cân bằng bền ? Giải thích.
- 11** Chứng minh rằng chuyển động của một hạt tích điện trong điện trường và từ trường chỉ phụ thuộc vào khối lượng và điện tích của nó thông qua tỉ số  $\frac{q}{m}$ . Như vậy, khi quan sát chuyển động của hạt trong điện từ trường, ta chỉ có thể xác định được tỉ số  $\frac{q}{m}$  chứ không xác định được  $q$  và  $m$  riêng biệt.
- 12** Bộ lọc vận tốc có cho qua cả các hạt proton lẫn hạt  $\alpha$  ( $q_\alpha = 2e$ ,  $m_\alpha = 4m_p$ ) với cùng vận tốc không ? Cũng hỏi như thế với proton và electron. Giải thích.
- 13** Có thể dùng từ trường để tách các hạt proton và electron với cùng vận tốc không ? Cũng hỏi như vậy đối với các hạt proton và hạt  $\alpha$ . Giải thích.
- 14** Giả sử rằng có hai hạt tích điện chuyển động theo quỹ đạo tròn có cùng bán kính trong một từ trường đều. Các hạt này có cần phải có cùng vận tốc không ? Cùng điện tích không ? Cùng khối lượng không ? Bạn có thể nói gì về hai hạt đó nếu chúng có cùng tần số cyclotron ? Giải thích.
- 15** Một proton từ trạng thái đứng yên được thả vào một vùng có điện trường và từ trường đều và song song với nhau. Proton sẽ chuyển động như thế nào ? Một electron cũng được làm như thế có biểu hiện gì khác không ? Giải thích.
- 16** Nếu một vật dẫn có cả hạt tải điện dương và âm thì hệ số Hall có thể dương không ? âm không ? bằng không không ? Giải thích.

## ■ ĐỀ TẬP

### Mục 21-1. Từ trường

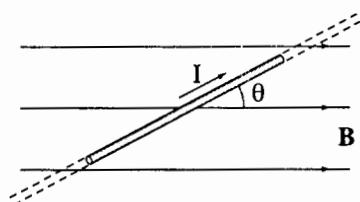
- 1** Một proton có vận tốc  $2,45 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  tại điểm có  $B = 0,117 \text{ T}$ . Hướng của vận tốc tạo với hướng của từ trường một góc  $134^\circ$ . (a) Vẽ trên sơ đồ hướng của

v, B và lực từ F tác dụng lên proton. (b) Xác định độ lớn của lực từ. (c) Cung hồi như trên với electron có cùng vận tốc.

- 2 (a) Xác định lực từ tác dụng lên một electron với các thành phần vận tốc  $v_x = 4,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ,  $v_y = -3,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  và  $v_z = 0$  tại điểm có các thành phần cảm ứng từ bằng  $B_x = 0$ ,  $B_y = -12 \text{ mT}$ ,  $B_z = 12 \text{ mT}$ . (b) Biểu diễn hướng của các vectơ đó trên sơ đồ.
- 3 Hãy so sánh độ lớn trọng lượng của một electron ở gần mặt Trái Đất và lực từ điển hình do từ trường của Trái Đất (với  $B = 10^{-5} \text{ T}$ ) tác dụng lên một electron có tốc độ  $10^6 \text{ m/s}$ .
- 4 Hãy so sánh độ lớn của lực từ điển hình do từ trường của Trái Đất (với  $B = 10^{-5} \text{ T}$ ) tác dụng lên một electron ở gần bề mặt Trái Đất có tốc độ  $v = 10^6 \text{ m/s}$  và lực điện do điện trường của khí quyển (với  $E = 100 \text{ N/C}$ ) tác dụng lên một electron.
- 5 Một hạt mưa đá nặng  $2 \text{ g}$  có điện tích  $-7 \cdot 10^{-12} \text{ C}$  rơi xuống theo phương thẳng đứng với tốc độ  $80 \text{ m/s}$ . Trong vùng hạt mưa rơi trường hấp dẫn, điện trường và từ trường có  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ;  $E = 120 \text{ N/C}$ ;  $B = 40 \mu\text{T}$  tương ứng. Các trường  $g$  và  $E$  hướng xuống dưới theo phương thẳng đứng còn phương của  $B$  nằm ngang và hướng về phía bắc. (a) Hãy xác định độ lớn và hướng của lực do mỗi trường trên tác dụng lên hạt mưa đá. (b) Lực nào trong số các lực đó là nhỏ có thể bỏ qua. (c) Liệt kê các lực có độ lớn đáng kể tác dụng lên hạt mưa đá.

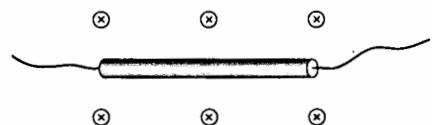
### Mục 21-2. Lực tác dụng lên dây dẫn có dòng điện chạy qua

- 6 Một đoạn dây dẫn thẳng có độ dài  $0,40 \text{ m}$ , có dòng điện  $I = 7,0 \text{ A}$  chạy qua và đặt sao cho lập một góc  $\theta = 27^\circ$  với một từ trường đều có  $B = 1,2 \text{ T}$  như được cho trên hình 21-16. (a) Hãy xác định độ lớn và hướng của lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn đó. (b) Câu trả lời ở phần (a) sẽ thay đổi như thế nào nếu  $I$  tăng gấp đôi ? nếu  $B$  tăng gấp đôi ? nếu  $\theta$  tăng gấp đôi.
- 7 Người ta thấy có một lực  $2,2 \text{ N}$  tác dụng lên một đoạn dây dẫn dài  $250 \text{ mm}$  có dòng điện chạy qua và đặt vuông góc với một từ trường có  $B = 340 \text{ mT}$ . (a) Xác định cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn. (b) Chỉ ra chiều của dòng điện, hướng của lực và từ trường trên một sơ đồ.
- 8 Xét một dây dẫn nằm ngang có mật độ khối lượng  $\rho$  và diện tích tiết diện  $A$ , đặt vuông góc với từ trường  $B$  nằm ngang, như được cho trên hình 21-17.



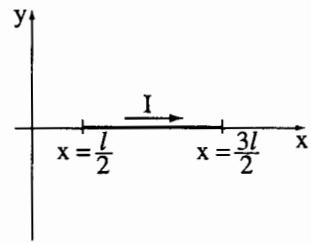
Hình 21-16

Nối với hai đầu của thanh là hai dây chì mềm có dòng điện  $I$  chạy qua sao cho lực từ cân bằng với trọng lượng của thanh. (a) Hãy xác định cường độ dòng điện  $I$  qua  $\rho$ ,  $A$ ,  $g$  và  $B$ . (b) Xác định chiều của dòng điện. (c) Tính  $I$  nếu cho  $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $A = 100 \text{ mm}^2$ ;  $B = 200 \text{ mT}$  và  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



Hình 21-17

- 9 Một dây dẫn dài  $l$  tạo nên một đoạn mạch có dòng điện  $I$  chạy qua. Đoạn dây dẫn này nằm dọc theo trục  $x$  như được cho trên hình 21-18. Tại các điểm dọc theo trục này, cảm ứng từ chỉ có thành phần  $y$  và biến thiên theo quy luật  $B_y = \frac{A}{x}$ , với



Hình 21-18

$A$  là một hằng số dương. Hãy xác định (a) hướng và (b) độ lớn của lực từ tác dụng lên đoạn dây dẫn đó qua  $I$ ,  $A$  và  $l$ .

### Mục 21-3. Momen lực tác dụng lên một dòng điện kín

- 10 Một cuộn dây hình tròn có 100 vòng dây, mỗi vòng có bán kính 15mm. Cuộn dây có dòng điện 250mA chạy qua và có thể quay xung quanh một trục vuông góc với một từ trường đều có  $B = 0,40\text{T}$  như được cho trên hình 21-8. Hãy xác định momen lực từ tác dụng lên cuộn dây nếu hướng của vectơ diện tích tạo với  $B$  một góc : (a)  $60^\circ$ ; (b)  $90^\circ$  và (c)  $120^\circ$ .
- 11 Khung dây quay trong điện kế xét ở ví dụ 21-6 có 12 vòng dây và diện tích mặt khung là  $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . Biết từ trường xuyên tâm có  $B = 140 \text{ mT}$  và lò xo có hệ số xoắn bằng  $6,7 \cdot 10^{-7} \text{ N.m rad}^{-1}$ . Hỏi dòng điện có cường độ bằng bao nhiêu sẽ làm cho kim lệch một độ chia trên thang nếu các độ chia này cách nhau một góc  $0,10 \text{ rad}$ ?
- 12 Một cuộn dây có 1200 vòng, tiết diện hình vuông mỗi cạnh dài 12mm. Cuộn dây có dòng điện 150mA chạy qua và được đặt trong một từ trường đều có  $B = 1,2\text{T}$ . (a) Xác định momen lưỡng cực từ của cuộn dây. (b) Xác định độ lớn cực đại của momen lực từ tác dụng lên lưỡng cực. (c) Lưỡng cực phải định hướng như thế nào để momen lực tác dụng lên nó có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại?
- 13 Một kim la bàn có độ lớn momen lưỡng cực từ bằng  $0,1 \text{ Am}^2$ . Nó chỉ về phía Bắc tại nơi từ trường của Trái Đất cũng chỉ về phía Bắc và có  $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . (a) Tính công cần thực hiện để làm thay đổi định hướng của kim từ phía

Bắc đến phía Đông trong trường hợp đó. (b) Xác định momen lực từ tác dụng lên kim khi nó chỉ hướng Đông. (c) Tính momen lực từ và thế năng nếu kim chỉ hướng Nam.

- 14 Momen lực từ tác dụng lên một cuộn dây nhỏ gồm 400 vòng và với dòng điện  $150\text{mA}$  chạy qua có độ lớn cực đại bằng  $1,6 \cdot 10^{-3}\text{Nm}$  trong một từ trường đều có  $B = 400\text{mT}$ . (a) Xác định momen lưỡng cực từ của cuộn dây. (b) Xác định diện tích của vòng dây. (c) Nếu lưỡng cực từ lập với hướng của từ trường một góc  $40^\circ$  thì thế năng của lưỡng cực từ bằng bao nhiêu? (d) Hỏi một tác nhân bên ngoài cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để quay lưỡng cực  $180^\circ$  từ vị trí nằm song song với trường tới vị trí ngược hướng với trường?

#### Mục 21-4. Chuyển động của các hạt tích điện trong từ trường

- 15 Một hạt  $\alpha$  ( $q = 2e$ ,  $m = 6,7 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ) chuyển động trong một mặt phẳng vuông góc với một từ trường đều có  $B = 0,55\text{T}$ . (a) Hãy xác định độ lớn động lượng của hạt nếu bán kính quỹ đạo của nó bằng  $0,27\text{m}$ . (b) Xác định tốc độ và (c) động năng của hạt  $\alpha$  ra eV.
- 16 Các proton có động năng  $7\text{MeV}$  được phóng theo phương vuông góc vào một vùng với một từ trường đều có  $B = 0,60\text{T}$ . (a) Hãy xác định bán kính quỹ đạo của một proton. (b) Bán kính quỹ đạo sẽ tăng hay giảm bao nhiêu lần nếu động năng của proton tăng gấp đôi? Xác định tần số cyclotron cho cả hai trường hợp xét ở trên.
- 17 Đotteri ( $q = e$ ,  $m = 3,3 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ ) với động năng  $12\text{keV}$  được phóng vào gần tâm của một máy gia tốc cyclotron có  $B = 1,7\text{T}$  và đường kính  $1,1\text{m}$ . (a) Hỏi tần số góc của máy phát dao động cần phải dùng bằng bao nhiêu để gia tốc được các đotteri đó? Xác định bán kính cong ban đầu của quỹ đạo. (c) Tính động năng cuối cùng của đotteri ra eV. (d) Hỏi hạt phải quay bao nhiêu vòng nếu hiệu điện thế gia tốc giữa hai "Đê" là  $500\text{V}$ ?
- 18 Hệ số Hall đối với Cu là  $R_H = -6 \cdot 10^{-11} \text{VmA}^{-1}\text{T}^{-1}$ . (a) Hãy xác định mật độ hạt tải điện (electron) trong Cu. (b) Khối lượng riêng của Cu là  $8,9 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$  và khối lượng của nguyên tử Cu là  $1,06 \cdot 10^{-25}\text{kg}$ . Hỏi trung bình mỗi nguyên tử Cu phải đóng góp bao nhiêu electron tự do? Xác định tỉ lệ số electron đó đối với tổng số  $29$  electron có trong nguyên tử Cu trung hoà.
- 19 Hình 21-19 cho vết quỹ đạo của một hạt tích điện trong buồng bọt. Giả sử từ trường đi vào



B hướng vào trong  
trang giấy

Hình 21-19

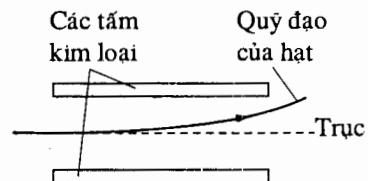
phía trong trang giấy và có  $B = 0,4T$ . Sở dĩ quỹ đạo là đường xoắn ốc là do hạt mất năng lượng vì gây ion hóa các phân tử dọc theo đường đi của nó. (a) Hỏi phần nào của quãng đường tương ứng với động năng cao hơn của hạt ? (b) Điện tích của hạt là dương hay âm ? (c) Biết bán kính cong nằm trong khoảng từ 70 đến 100mm. Xác định khoảng giá trị độ lớn động lượng của hạt nếu điện tích của nó có độ lớn bằng e.

- 20 Đối với hạt có tốc độ  $v$  so được với vận tốc ánh sáng  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , phương trình (21-12) cần phải được viết lại như sau :

$$\frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = qBr$$

ở đây  $m$  là khối lượng nghỉ của hạt (sẽ được thảo luận ở chương 35 Thuyết tương đối). (a) Xác định tốc độ của proton (có khối lượng nghỉ là  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) trên quỹ đạo có bán kính cong 6,43m trong một từ trường đều có  $B = 800 \text{ mT}$ . (b) Xác định tần số góc của chuyển động tròn này và so nó với tần số cyclotron  $\omega_c = \frac{qB}{m}$ . Chính hiệu ứng tương đối tính này đã giới hạn cyclotron chỉ gia tốc được các hạt đến các vận tốc nhỏ so với vận tốc ánh sáng.

- 21 Một chùm electron bị làm lệch bởi một điện trường có độ lớn  $E = 4kN/C$  trong vùng giữa hai bản tích điện, như được chỉ ra trên hình 21-20. Động năng của mỗi electron trong chùm là 7keV. (a) Xác định hướng của điện trường. (b) Xác định độ lớn và hướng của từ trường đặt vào vùng đó để chùm electron đi qua mà không bị lệch. (c) Tính tốc độ và động năng của proton có thể đi qua không bị lệch trong vùng có các trường được xác định ở trên.



Hình 21-20

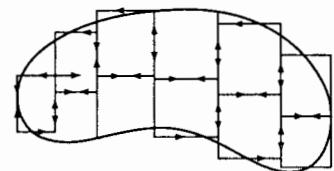
- 22 Lân cận các sao neutron có tồn tại từ trường rất lớn. (a) Hãy xác định tần số cyclotron của một proton ở trong vùng có  $B = 10^5 \text{ T}$ . (b) Xác định tốc độ của proton chuyển động theo quỹ đạo tròn có bán kính  $1\mu\text{m}$  trong trường đó. (c) Tính tốc độ ấy khi  $r = 1\text{m}$  (xem Bài tập 20).
- 23 Một hạt chuyển động theo quỹ đạo tròn có bán kính 93mm với tốc độ  $5,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ . Mặt phẳng vòng tròn quỹ đạo vuông góc với phương của từ trường có  $B = 1,3 \text{ T}$ . Xác định tỉ số điện tích và khối lượng của hạt.
- 24 Một hạt tích điện chuyển động theo phương ngang hướng về phía Bắc với vận tốc  $35 \text{ km/s}$  trong một điện trường đều có  $E = 420 \text{ V/m}$  hướng thẳng

đứng lên trên. Xác định từ trường đặt vào để lực tổng hợp tác dụng lên hạt bằng không. Giả sử rằng chỉ có lực điện và lực từ là những lực đáng kể tác dụng lên hạt.

- 25 Độ lệch kinh thang của một điện kế ứng với góc quay của kim trỏ là  $35^\circ$ . Độ lớn của cảm ứng từ trong điện kế là  $83\text{mT}$ , hệ số xoắn của lò xo là  $3,0\text{mN/rad}$  và diện tích mỗi vòng dây là  $51 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$ . Hãy xác định số vòng của khung dây, biết rằng dòng điện  $10\text{mA}$  sẽ làm cho kim trỏ lệch kinh thang.
- 26 Momen lưỡng cực từ có độ lớn  $7,6 \cdot 10^{-4}\text{Am}^2$  ban đầu hướng vuông góc với từ trường có  $B = 97\text{mT}$ . Nếu định hướng cuối cùng của lưỡng cực là song song với hướng của trường thì công do trường thực hiện trên lưỡng cực trong quá trình quay bằng bao nhiêu ?

## ◆ ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 **Momen từ của dòng điện kín, phẳng có hình dạng tuỳ ý.** Xét một dòng điện kín, phẳng có hình dạng tuỳ ý với cường độ  $I$  đặt trong một từ trường đều. Dòng điện kín này có thể được làm xấp xỉ bằng nhiều dòng điện kín hình chữ nhật, mỗi dòng có cường độ  $I$  như được cho trên hình 21-21. Dọc theo các cạnh chung của hai dòng, chiều của các dòng ngược nhau do đó cường độ tổng cộng bằng không, cũng như lực tác dụng lên các đoạn dây dẫn tương ứng đó cũng bằng không. Dùng cách xây dựng xấp xỉ này chứng tỏ rằng momen lưỡng cực từ của dòng điện kín phẳng nói trên được cho bởi công thức :  $m = IS$  với  $S = \int dS$  là diện tích giới hạn bởi dòng điện.
- 2 **Định hướng của thanh nam châm dao động trong từ trường.** Giả sử một thanh nam châm (hay một cuộn dây có dòng điện chạy qua), có momen lưỡng cực từ  $m$  được treo như cho trên hình 21-9 bởi một sợi dây thẳng đứng có hệ số xoắn nhỏ không đáng kể. Nam châm ở trạng thái cân bằng quay khi nằm dọc theo chiều của một từ trường đều. Nếu quay nam châm trong mặt phẳng nằm ngang một góc  $\theta$  nhỏ, trường sẽ tác dụng lên nó một momen lực. (a) Chứng minh rằng chu kỳ dao động bé của nam châm được cho bởi công thức



Hình 21-21. BTNC 1

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mB}}$$

với  $I_0$  là momen quán tính của thanh nam châm đối với trục quay và  $m$  là độ lớn của momen lưỡng cực từ. Phương pháp này có thể được dùng trong

một từ trường đã biết trước để đo m của thanh nam châm hoặc của cuộn dây, hoặc để đo B nếu m đã biết ( $m = NIS$  đối với cuộn dây). (b) Một cuộn dây mảnh và dài có khối lượng 24g, có 450 vòng quấn trên chiều dài 85mm, có diện tích tiết diện bằng  $0,75\text{mm}^2$  và có dòng điện 140mA chạy qua. Hãy xác định B nếu cuộn dây dao động như mô tả ở trên với chu kì bằng 5,4s.

- 3. Quỹ đạo xoắn ốc của hạt tích điện trong từ trường.** Một hạt có khối lượng m, và điện tích q chuyển động trong một từ trường đều có  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$ . Giả sử rằng vận tốc ban đầu của hạt là  $\mathbf{v}_0 = v_{0x}\mathbf{i} + v_{0z}\mathbf{k}$ . Quỹ đạo chuyển động của hạt trong trường hợp này là đường xoắn ốc (giống như lò xo giảm xóc của xe máy) có trục đối xứng nằm dọc theo hướng của từ trường. Chứng minh rằng bán kính của đường xoắn ốc được cho bởi :

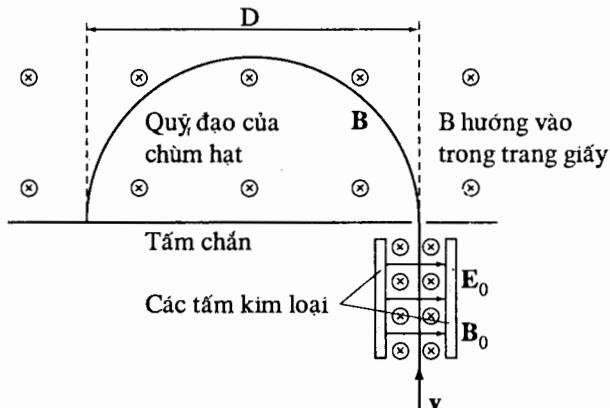
$$r = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

và bước của đường xoắn ốc tương ứng với khoảng cách

$$d = \frac{2\pi mv_{0z}}{qB}$$

mà hạt dịch chuyển được theo phương song song với trục của đường xoắn ốc sau mỗi vòng.

- 4. Khối phổ kế.** Một loại khối phổ kế được dùng để xác định chính xác khối lượng của các nguyên tử có sơ đồ được cho trên hình 21-22. Các ion với vận tốc  $v$  từ nguồn đi qua bộ lọc vận tốc có các trường  $E_0$  và  $B_0$ , rồi đi vào vùng có từ trường đều  $B$  và không có điện trường. Bán kính cong của quỹ đạo các ion này



Hình 21-22. BTNC 4

phù thuộc vào tỉ số giữa diện tích và khối lượng  $\left(\frac{q}{m}\right)$  của chúng. (a)

Chứng tỏ rằng khối lượng của hạt bằng :

$$m = \frac{qBB_0D}{2E_0}$$

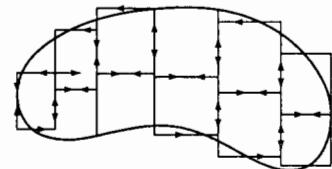
ở đây D là đường kính của quỹ đạo đối với một loại ion cụ thể nào đó. Trong vật lí nguyên tử, các khối lượng thường được biểu diễn bằng đơn vị

đứng lên trên. Xác định từ trường đặt vào để lực tổng hợp tác dụng lên hạt bằng không. Giả sử rằng chỉ có lực điện và lực từ là những lực đáng kể tác dụng lên hạt.

- 25 Độ lệch kinh thang của một điện kế ứng với góc quay của kim trỏ là  $35^\circ$ . Độ lớn của cảm ứng từ trong điện kế là  $83\text{mT}$ , hệ số xoắn của lò xo là  $3,0\text{mN/rad}$  và diện tích mỗi vòng dây là  $51 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$ . Hãy xác định số vòng của khung dây, biết rằng dòng điện  $10\text{mA}$  sẽ làm cho kim trỏ lệch kinh thang.
- 26 Momen luồng cực từ có độ lớn  $7,6 \cdot 10^{-4}\text{Am}^2$  ban đầu hướng vuông góc với từ trường có  $B = 97\text{mT}$ . Nếu định hướng cuối cùng của luồng cực là song song với hướng của trường thì công do trường thực hiện trên luồng cực trong quá trình quay bằng bao nhiêu ?

## ◆ ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 **Momen từ của dòng điện kín, phẳng có hình dạng tuỳ ý.** Xét một dòng điện kín, phẳng có hình dạng tuỳ ý với cường độ  $I$  đặt trong một từ trường đều. Dòng điện kín này có thể được làm xấp xỉ bằng nhiều dòng điện kín hình chữ nhật, mỗi dòng có cường độ  $I$  như được cho trên hình 21-21. Dọc theo các cạnh chung của hai dòng, chiều của các dòng ngược nhau do đó cường độ tổng cộng bằng không, cũng như lực tác dụng lên các đoạn dây dẫn tương ứng đó cũng bằng không. Dùng cách xây dựng xấp xỉ này chứng tỏ rằng momen luồng cực từ của dòng điện kín phẳng nói trên được cho bởi công thức :  $\mathbf{m} = IS$  với  $S = \int dS$  là diện tích giới hạn bởi dòng điện.



Hình 21-21. BTNC 1

- 2 **Định hướng của thanh nam châm dao động trong từ trường.** Giả sử một thanh nam châm (hay một cuộn dây có dòng điện chạy qua), có momen luồng cực từ  $m$  được treo như cho trên hình 21-9 bởi một sợi dây thẳng đứng có hệ số xoắn nhỏ không đáng kể. Nam châm ở trạng thái cân bằng quay khi nằm dọc theo chiều của một từ trường đều. Nếu quay nam châm trong mặt phẳng nằm ngang một góc  $\theta$  nhỏ, trường sẽ tác dụng lên nó một momen lực. (a) Chứng minh rằng chu kì dao động bé của nam châm được cho bởi công thức

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mB}}$$

với  $I_0$  là momen quán tính của thanh nam châm đối với trục quay và  $m$  là độ lớn của momen luồng cực từ. Phương pháp này có thể được dùng trong

một từ trường đã biết trước để đo m của thanh nam châm hoặc của cuộn dây, hoặc để đo B nếu m đã biết ( $m = NIS$  đối với cuộn dây). (b) Một cuộn dây mảnh và dài có khối lượng 24g, có 450 vòng quấn trên chiều dài 85mm, có diện tích tiết diện bằng  $0,75\text{mm}^2$  và có dòng điện 140mA chạy qua. Hãy xác định B nếu cuộn dây dao động như mô tả ở trên với chu kì bằng 5,4s.

- 3 Quỹ đạo xoắn ốc của hạt tích điện trong từ trường.** Một hạt có khối lượng m, và điện tích q chuyển động trong một từ trường đều có  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$ . Giả sử rằng vận tốc ban đầu của hạt là  $\mathbf{v}_0 = v_{0x}\mathbf{i} + v_{0z}\mathbf{k}$ . Quỹ đạo chuyển động của hạt trong trường hợp này là đường xoắn ốc (giống như lò xo giảm xóc của xe máy) có trục đối xứng nằm dọc theo hướng của từ trường. Chứng minh rằng bán kính của đường xoắn ốc được cho bởi :

$$r = \frac{mv_{0x}}{qB}$$

và bước của đường xoắn ốc tương ứng với khoảng cách

$$d = \frac{2\pi mv_{0z}}{qB}$$

mà hạt dịch chuyển được theo phương song song với trục của đường xoắn ốc sau mỗi một vòng.

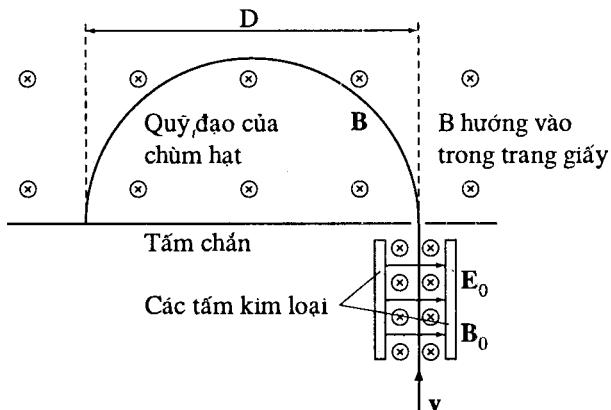
- 4 Khối phổ kế.** Một loại khối phổ kế được dùng để xác định chính xác khối lượng của các nguyên tử có sơ đồ được cho trên hình 21-22. Các ion với vận tốc  $v$  từ nguồn đi qua bộ lọc vận tốc có các trường  $E_0$  và  $B_0$ , rồi đi vào vùng có từ trường đều  $\mathbf{B}$  và không có điện trường. Bán kính cong của quỹ đạo các ion này

phụ thuộc vào tỉ số giữa điện tích và khối lượng  $\left(\frac{q}{m}\right)$  của chúng. (a)

Chứng tỏ rằng khối lượng của hạt bằng :

$$m = \frac{qBB_0D}{2E_0}$$

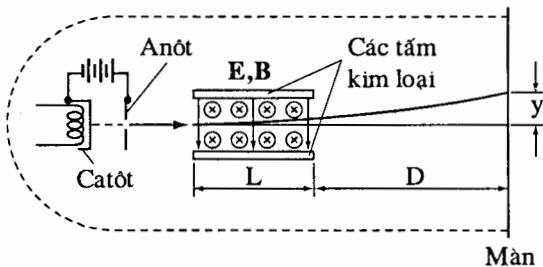
ở đây D là đường kính của quỹ đạo đối với một loại ion cụ thể nào đó. Trong vật lí nguyên tử, các khối lượng thường được biểu diễn bằng đơn vị



Hình 21-22. BTNC 4

khối lượng nguyên tử u ( $1u = \frac{1}{12}$  khối lượng của nguyên tử  $^{12}\text{C}$  – một đồng vị của cacbon có 6 proton và 6 nơtron). (b) Nếu đường kính của quỹ đạo đối với  $^{12}\text{C}$  là 732,4mm và đối với một đồng vị của bo là 671,9mm, thì khối lượng (tính theo u) của ion bo đó bằng bao nhiêu ? (c) Có cần phải tính đến khối lượng của (các) electron đã mất trong các ion đó không ? Giải thích.

- 5. Thí nghiệm Thomson.** Bằng cách đo tỉ số của điện tích và khối lượng electron ( $\frac{e}{m}$ ), J.J. Thomson vào năm 1897 đã xác lập được một cách định lượng bản chất của tia catôt (còn gọi là tia âm cực) – đó là các tia đi ra từ catôt của một ống tương tự với đèn hình TV. Hình 21-23 cho thấy rằng với điện trường  $E$  và không có từ trường trong vùng không gian giữa hai tấm làm lệch, thì chùm electron bị lệch một đoạn  $y$  trên màn thu. (a) Chứng minh rằng độ lệch  $y$  bằng



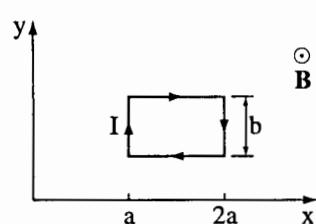
Hình 21-23. BTNC 5

$$y = \frac{eE}{mv^2} \left( DL + \frac{1}{2}L^2 \right)$$

ở đây  $v$  là tốc độ của các electron khi đi vào vùng làm lệch. Sau đó Thomson đã điều chỉnh từ trường  $B$  đặt vào cho tới khi chùm electron không còn bị lệch trong bộ lọc vận tốc đó. (b) Chứng minh rằng tỉ số của điện tích và khối lượng electron được biểu diễn qua các đại lượng đo được như sau :

$$\frac{e}{m} = \frac{yE}{B^2 \left( DL + \frac{1}{2}L^2 \right)}$$

- 6. Khung dây trong từ trường không đều.** Một khung dây hình chữ nhật có dòng điện  $I$  chạy qua với kích thước các cạnh là  $a$  và  $b$  được đặt trong một từ trường không đều. Khung dây nằm trong mặt phẳng  $xy$  như được cho trên hình 21-24 và vuông góc với phương của từ trường. Hướng của từ trường đi ra phía



Hình 21-24. BTNC 6

ngoài mặt phẳng hình vẽ. Tại các điểm trong mặt phẳng, cho  $B_x = B_y = 0$  và  $B_z = \frac{B_0 a}{x}$  với  $B_0$  là một hằng số. Như vậy, từ trường hướng theo trục z và phụ thuộc vào toạ độ x. Hãy xác định lực từ tác dụng lên : (a) Mỗi cạnh của khung dây, (b) Toàn bộ khung dây. (c) Xác định momen lực từ tác dụng lên khung dây đối với trục đi qua tâm khung và song song với trục y. Chú ý rằng phương trình (21-7) chỉ áp dụng được với điện trường đều.

- 7. Gia tốc hạt trong các trường E và B vuông góc nhau.** Một điện trường đều  $E$  hướng theo trục y và một từ trường đều  $B$  hướng theo trục z cùng tồn tại trong một vùng không gian. Một hạt tích điện xuất phát từ trạng thái đứng yên ở gốc toạ độ. Chứng minh rằng chuyển động của hạt được xác định từ hệ phương trình chuyển động sau :

$$a_x = \omega_c v_y$$

$$a_y = \frac{qE}{m} - \omega_c v_x$$

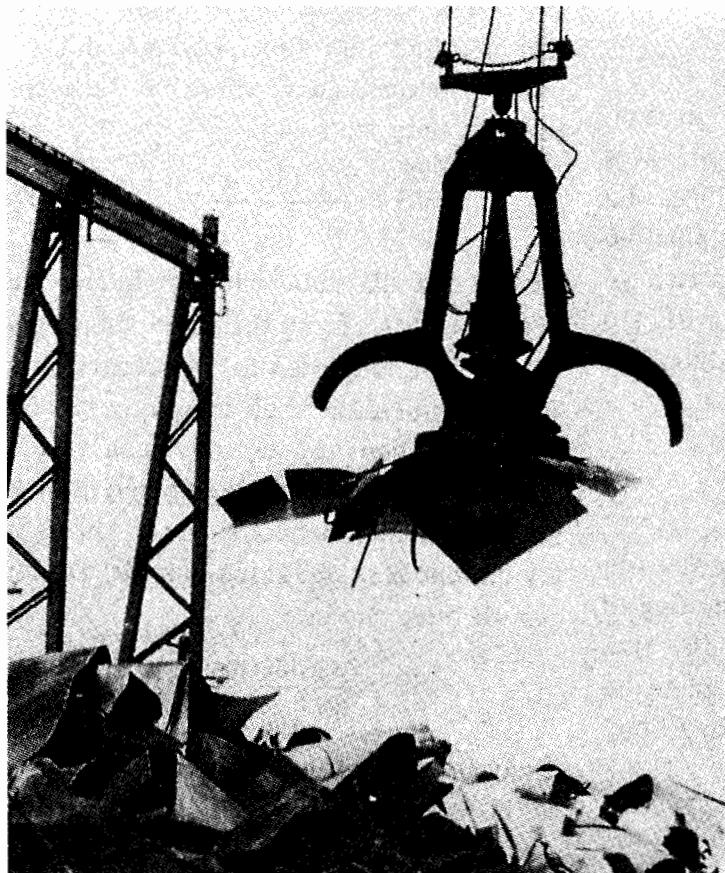
$$a_z = 0$$

ở đây  $\omega_c = \frac{qB}{m}$  là tần số xyclotron.

- 8.** Một thanh có khối lượng m trượt không ma sát trên hai thanh ray song song cách nhau một khoảng bằng d. Thanh được giữ luôn luôn vuông góc với ray trong quá trình chuyển động của nó. Một máy phát điện một chiều nối với hai thanh ray để duy trì một dòng điện có cường độ I đi qua thanh. Thanh bắt đầu chuyển động từ trạng thái đứng yên ở thời điểm  $t = 0$ . Tìm vận tốc của thanh như một hàm của thời gian nếu có một từ trường B (phương thẳng đứng và hướng lên trên) trong toàn vùng đang xét.
- 9.** Thổ tinh có từ trường rất mạnh so với Trái Đất. Thực tế các electron có chủ quay quanh các đường cảm ứng từ của trường mà người ta quan sát được chỉ là 1ns ! Nếu xem các electron này là phi tương đối tính (vận tốc của chúng nhỏ hơn  $0,1c$ ), hãy xác định độ lớn của B trong vùng đang xét.

## CHƯƠNG 22

# CÁC NGUỒN CỦA TỪ TRƯỜNG



Nam châm điện được dùng trong các bãi sắt thép phế thải.

Trong chương trước chúng ta chủ yếu khảo sát lực do từ trường tác dụng lên một điện tích chuyển động hoặc lên một vật dẫn có dòng điện chạy qua. Chương này sẽ xét tới nguồn của một từ trường. Chúng ta đã từng làm quen với lực tác dụng giữa các nam châm. Nhưng một nam châm cũng có thể tác dụng một lực từ lên dây dẫn có dòng điện chạy qua hoặc lên một điện tích chuyển động. Như vậy, nam châm chính là nguồn của từ trường.

Năm 1819, Oersted đã phát hiện ra rằng kim la bàn đặt cạnh một dây dẫn sẽ bị lệch khi dây dẫn đó có dòng điện chạy qua. Như vậy, dòng điện cũng là nguồn của từ trường đã tác dụng một momen lực lên kim la bàn.

Bây giờ chúng ta sẽ bắt đầu với từ trường được tạo bởi một phân bố ổn định của dòng điện.

22-1. Định luật Biot–Savart

22-2. Định luật Ampere

22-3. Những ứng dụng của định luật Ampere

22-4. Lực tác dụng giữa các dòng điện

22-5. Từ thông và định lí Gauss đối với từ trường

22-6. Dòng điện dịch và định luật Ampe

*Bài đọc thêm : James Clerk Maxwell*

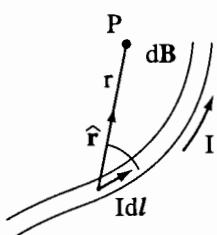
## 22-1. ĐỊNH LUẬT BIOT-SAVART

Ngay sau khi Oersted phát hiện ra rằng dòng điện là một nguồn của từ trường, các thí nghiệm của A.M. Ampere (1775–1836) cùng với các thí nghiệm của J.B. Biot (1774–1862) và F. Savart (1791–1841) đã dẫn tới một định luật mà ngày nay chúng ta gọi là *định luật Biot–Savart*.

Định luật Biot–Savart tương tự với định luật Coulomb trong tĩnh điện học. Một cách biểu diễn định luật Coulomb là cho cường độ điện trường tạo bởi một phân bố điện tích. Nếu  $dq$  là phân tử điện tích vô cùng bé thì cường độ điện trường  $dE$  tạo bởi điện tích đó tại một điểm P được cho bởi phương trình (16-6) :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

ở đây  $r$  là khoảng cách từ điện tích  $dq$  đến điểm P và  $\hat{r}$  là vectơ đơn vị hướng từ điện tích đó đến điểm P. Khi lấy tích phân biểu thức của  $dE$  toàn bộ phân bố điện tích, ta được cường độ điện trường tại điểm P :  $E = \int dE$ .



**Hình 22-1.** Phân tử dòng điện  $Idl$  tạo đóng góp  $dB$  vào cảm ứng từ tại điểm P. Nếu  $Idl$  và  $\hat{r}$  nằm trong mặt phẳng hình vẽ, thì  $dB$  vuông góc và đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ.

Bây giờ ta xét một phân tử dòng điện như được cho trên hình 22-1. Phân tử dòng điện  $Idl$  tạo đóng góp  $dB$  vào cảm ứng từ tại điểm P. Giả sử  $r$  là khoảng cách từ phân tử dòng điện  $Idl$  đến điểm P và  $\hat{r}$  là vectơ đơn vị hướng từ phân tử đó đến P. Khi đó định luật Biot – Savart đối với phân tử dòng điện vô cùng bé được cho bởi biểu thức sau :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \times \hat{r}}{r^2} \quad (22-1)$$

Hướng của  $dB$  được cho bởi hướng của tích vectơ  $Idl \times \hat{r}$ , cụ thể là nó vuông góc với phân tử dòng điện  $Idl$  và vectơ đơn vị  $\hat{r}$  và có chiều xác định bằng quy tắc bàn tay phải. Theo quy tắc này, nếu ta uốn cong các ngón tay phải theo chiều quay từ hướng của  $Idl$  tới hướng của  $\hat{r}$  thì ngón tay cái choai ra chỉ chiều của  $dB$ . Độ lớn của  $dB$  được cho bởi :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin\theta}{r^2} \quad (22-2)$$

ở đây  $\theta$  là góc giữa các hướng của  $Idl$  và  $\hat{r}$ . Hằng số  $\mu_0$  được gọi là *hằng số từ thấm* đối với chân không và tương tự như hằng số điện môi  $\epsilon_0$  đối với chân không trong tĩnh điện học. Vì các mối liên hệ giữa điện và từ nên các giá trị của  $\mu_0$  và  $\epsilon_0$  không độc lập với nhau. Giá trị của  $\mu_0$  trong hệ đơn vị SI được xác định từ định nghĩa của Ampe (A) và chính xác bằng  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}$  (xem mục 22-4).

Các tính chất từ của không khí cũng gần giống như đối với chân không, nên hằng

số từ thẩm  $\mu_0$  đối với chân không cũng có thể được dùng cho không khí.

Có nhiều điểm tương tự giữa định luật Biot – Savart cho từ trường và định luật Coulomb tương ứng cho điện trường. Cụ thể là :

1. Cả hai định luật đều có sự phụ thuộc tỉ lệ nghịch vào bình phương khoảng cách từ điểm nguồn  $\left(\frac{1}{r^2}\right)$  với  $Idl$  như là nguồn đối với  $d\mathbf{B}$  và  $dq$  như là nguồn đối với  $d\mathbf{E}$ .
2. Hằng số  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  cho cường độ của tương tác điện và hằng số  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  cho cường độ của tương tác từ.

Tuy nhiên cũng có những điểm khác nhau căn bản giữa hai định luật trên. Cụ thể là :

1. Hướng của  $d\mathbf{E}$  là xuyên tâm đối với điện tích  $dq$  (tức là hướng của  $dq\hat{r}$ ), trong khi hướng của  $d\mathbf{B}$  lại vuông góc với mặt phẳng chứa  $Idl$  và  $\hat{r}$ .
2. Mặc dù phân bố điện tích đơn giản nhất là một điện tích điểm cô lập, nhưng lại không tồn tại một phân tử dòng điện cô lập đối với một dòng điện ổn định. Thay vào đó các điện tích cần phải đi vào phân tử đó ở một đầu và đi ra khỏi phân tử ở đầu kia. Do đó phương trình (22-1) luôn luôn cần phải được lấy tích phân dọc theo (các) đường của phân bố dòng điện. Như vậy ở điểm P, từ trường do một phân bố dòng điện gây ra được cho bởi dạng tích phân của định luật Biot – Savart :

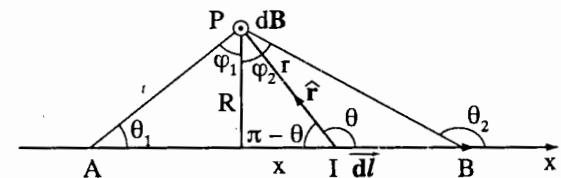
$$\mathbf{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \times \hat{r}}{r^2} \quad (22-3)$$

ở đây tích phân được lấy dọc theo toàn bộ phân bố dòng điện. Điều này có nghĩa là từ trường tại một điểm là tổng chập tuyếntính của các đóng góp vectơ do các phân tử dòng điện vô cùng bé tạo ra.

### **Từ trường tạo bởi dòng điện thẳng và dài**

Để minh họa cho việc sử dụng các phương trình (22-1) và (22-3), ta hãy xác định từ trường tạo bởi một dòng điện ổn định I trong một dây dẫn thẳng và dài.

Nếu không nói gì khác ta sẽ giả sử rằng các dây dẫn có dòng điện chạy qua đều có chiều dày nhỏ đáng kể, do đó có thể biểu diễn chúng bằng các đường (thẳng hoặc cong). Phân tử dòng điện  $Idl$  điển hình được cho trên hình 22-2, trong đó điểm P ở cách dây dẫn một khoảng cách vuông góc là R.



**Hình 22-2.** Một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện I chảy qua. Phân tử dòng điện  $Idl$  cho đóng góp  $d\mathbf{B}$  vào cảm ứng từ tại điểm P. Hướng của  $d\mathbf{B}$  vuông góc và đi ra phía ngoài trang giấy.

Đóng góp  $d\mathbf{B}$  vào cảm ứng từ tại P được cho bởi phương trình (22-1). Áp dụng quy tắc bàn tay phải đối với tích vectơ ta thấy hướng của  $d\mathbf{B}$  vuông góc và đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ.

Dạng tích phân của định luật Biot – Savart – phương trình (22-3) có chứa tích phân của một vectơ. Điều cần đặc biệt quan tâm khi

lấy tích phân của một vectơ là xử lí hướng. Đối với trường hợp đang xét, ở vị trí bất kì, hướng của  $d\mathbf{B}$  đều là vuông góc và đi ra phía ngoài trang giấy. Như vậy tích phân biểu diễn tổng các đóng góp đó, tất cả đều có cùng một hướng. Kết quả là hướng của  $\mathbf{B}$  tại P là vuông góc và hướng ra ngoài mặt phẳng hình vẽ và độ lớn của nó được cho bởi

$$B = \int_A^B d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_A^B \frac{Idx \cdot \sin\theta}{r^2}$$

Để tính tích phân này ta cần biến đổi, biết

$$\frac{x}{R} = \cot(\pi - \theta) = -\cot\theta$$

Lấy vi phân

$$dx = \frac{Rd\theta}{\sin^2\theta}$$

Mặt khác

$$\frac{R}{r} = \sin(\pi - \theta) = \sin\theta$$

$$\text{suy ra : } r = \frac{R}{\sin\theta}$$

Thay vào biểu thức tích phân, ta có :

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\cos\theta_1 - \cos\theta_2] \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2] \end{aligned}$$

Các góc  $\theta_1, \theta_2, \varphi_1, \varphi_2$  như trên hình vẽ.

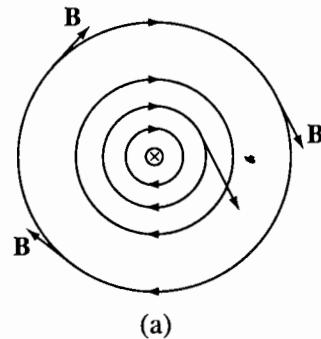
Khi dây dẫn dài vô hạn thì  $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$  lúc đó :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (22-4)$$

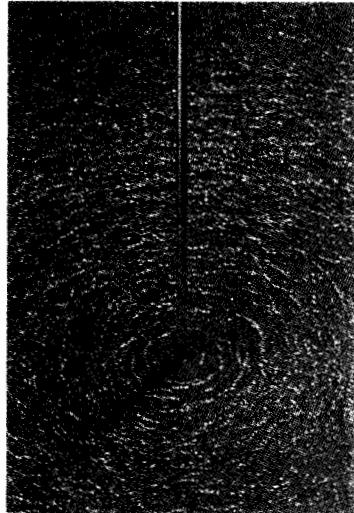
Phương của từ trường tại một điểm là vuông góc với mặt phẳng chứa dây dẫn và điểm đó, còn chiều được xác định theo quy tắc bàn tay phải

Nắm dây dẫn bằng tay phải sao cho ngón tay cái choãi ra chỉ chiều dòng điện, khi đó các ngón tay uốn cong chỉ chiều của từ trường.

Các đường cảm ứng từ trong mặt phẳng vuông góc với dây dẫn được cho trên hình 22-3a. Đó là các vòng tròn khép kín. Hình ảnh này được thấy rõ trong bức tranh các mạt sắt ở gần một dây dẫn có dòng điện chạy qua (hình 22-3b).



(a)



(b)

**Hình 22-3.** (a) Các đường cảm ứng từ liên tục biểu diễn từ trường tạo bởi một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện chạy qua. Dây dẫn vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và dòng điện có chiều đi vào phía trong trang giấy. (b) Bức tranh tạo bởi các mạt sắt dưới tác dụng của từ trường do dòng điện trong dây dẫn sinh ra.

## VÍ DỤ 22-1

**Đồ thị của trường tạo bởi dây dẫn thẳng và dài.** Một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện 20A chạy qua. Hãy xác định độ lớn của cảm ứng từ tại các điểm ở cách dây dẫn một khoảng 10, 20 và 50mm. Hãy dựng đồ thị biểu thị sự phụ thuộc của B vào khoảng cách R.

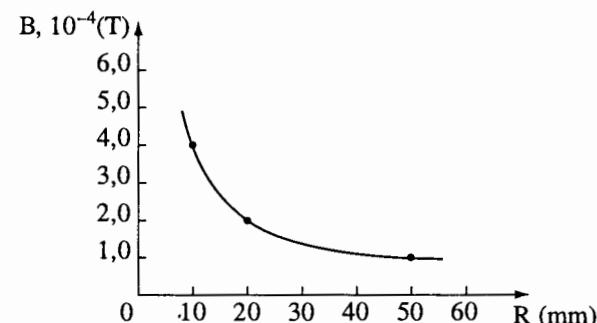
**Giải.** Độ lớn của cảm ứng từ được cho bởi phương trình (22-4). Đối với  $R = 10\text{mm}$ , ta có (chú ý rằng  $\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7}\text{T.m/A}$ )

$$B = \frac{(2 \cdot 10^{-7}\text{T.m/A})(20\text{A})}{0,01\text{m}} = 4 \cdot 10^{-4}\text{T}$$

Vì B tỉ lệ ngược với R nên độ lớn cảm ứng từ ở điểm cách dây dẫn 20mm bằng

$\frac{1}{2}$  giá trị của nó ở điểm cách dây dẫn

10mm hay  $B = 2 \cdot 10^{-4}\text{T}$ . Tương tự ở điểm cách dây dẫn 50mm,  $B = 0,8 \cdot 10^{-4}\text{T}$ . Các giá trị vừa tính được ghi trên đồ thị trong hình 22-4, đồ thị minh họa sự phụ thuộc của B vào R.



Hình 22-4. Ví dụ 22-1

## VÍ DỤ 22-2

**Từ trường tạo bởi hai dòng điện song song.** Hai dòng điện thẳng và dài, đặt song song nhau và cách nhau 240mm với cường độ tương ứng bằng  $I_1 = 20,0\text{A}$  và  $I_2 = 30,0\text{A}$ . Hai dòng điện có cùng chiều như được chỉ ra trên hình 22-5. Định luật Biot – Savart đã hàm ý và thực nghiệm cũng chứng tỏ rằng từ trường do nhiều dòng điện tạo ra bằng tổng các từ trường tạo bởi từng dòng điện nằm riêng biệt. Hãy xác định cảm ứng từ tại một điểm P nằm trong mặt phẳng của hai dòng điện và ở chính giữa khoảng cách giữa hai dòng điện đó.

**Giải.** Cảm ứng từ tại điểm P là tổng vectơ của cảm ứng từ  $\mathbf{B}_1$  do dòng điện  $I_1$  gây ra và  $\mathbf{B}_2$  do  $I_2$  gây ra. Độ lớn của  $\mathbf{B}_1$  và  $\mathbf{B}_2$  được cho bởi phương trình (22-4)

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1} \text{ và } \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_2}$$

Hướng của mỗi cảm ứng từ được cho trên hình 22-5a và được xác định bằng quy tắc bàn tay phải. Tại điểm P:  $\mathbf{B}_1$  và  $\mathbf{B}_2$  ngược hướng nhau. Tổng vectơ  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$  có

hướng của  $\mathbf{B}_2$  vì trong hai vectơ đó  $\mathbf{B}_2$  có độ lớn lớn hơn và độ lớn của vectơ tổng được cho bởi :

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{\mathbf{I}_2}{R_2} - \frac{\mathbf{I}_1}{R_1} \right) \\ &= (2 \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}) \cdot \left( \frac{30,0 \text{ A}}{0,12 \text{ m}} - \frac{20,0 \text{ A}}{0,12 \text{ m}} \right) \\ &= 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ T.} \end{aligned}$$

Giả sử rằng  $I_2$  ngược chiều với  $I_1$ , bạn hãy tự chứng minh khi đó  $B = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  tại điểm P.

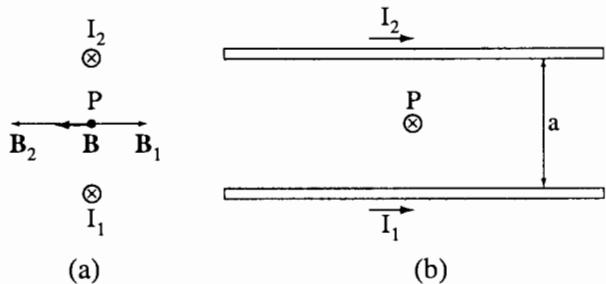
## Bài tự kiểm tra 22-2

Với hai dòng điện như trong ví dụ trên, hãy xác định khoảng cách từ dây dẫn 1 mà tại đó cảm ứng từ tổng hợp  $B = 0$ .

**Đáp số :** 0,096m.

### Từ trường của dòng điện tròn

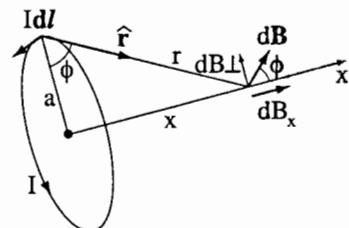
Một ứng dụng khác của định luật Biot – Savart là xét từ trường tạo bởi một dòng điện tròn có cường độ I và bán kính a. Chúng ta sẽ giới hạn chỉ tính toán đối với các điểm nằm trên trực đối xứng của dòng điện tròn. Những điểm này có tính chất là cách đều các điểm nằm trên dòng điện. Phần tử dòng điện diển  $Idl$  được cho trên hình 22-6, trên đó trục x được chọn là trục đối xứng của dòng điện. Đóng góp  $d\mathbf{B}$  vào trường tại một điểm trên trục được cho bởi phương trình (22-1) và cũng được chỉ rõ trên hình. Đối với một điểm bất kì trên dòng điện, phần tử dòng điện  $Idl$  và vectơ đơn vị  $\hat{r}$  đều vuông góc với nhau. Do đó độ lớn của đóng góp  $d\mathbf{B}$  bằng (chú ý  $\theta = 90^\circ$  và  $\sin \theta = 1$  trong phương trình (22-2)) :



**Hình 22-5.** Ví dụ 22-2 : Từ trường tại điểm P bằng tổng đóng góp của hai dòng điện. (a) nhìn từ một đầu, (b) nhìn từ phía bên.

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{2\pi r^2}$$

Đối với mỗi phần tử dòng điện trên khắp vòng tròn dòng điện, độ lớn của  $d\mathbf{B}$  là như nhau nhưng hướng của chúng thay đổi. Chúng ta phân tích  $d\mathbf{B}$  thành các thành phần  $d\mathbf{B}_x = dB \cos \phi$  dọc theo trục đối



**Hình 22-6.** Phần tử dòng điện của dòng điện tròn tạo đóng góp  $d\mathbf{B}$  vào từ trường tại điểm P nằm trên trực đối xứng của dòng điện. Các vectơ  $Idl$  và  $\hat{r}$  vuông góc với nhau.

xứng của dòng điện và  $dB_{\perp} = dB \cdot \sin\phi$  vuông góc với trục đó. Từ tính chất đối xứng của bài toán, thành phần  $dB_{\perp}$  cộng lại hoặc tích phân sẽ cho kết quả bằng không đối với cả vòng tròn dòng điện. Vậy chúng ta chỉ cần tích phân thành phần dọc theo trục đối xứng, tức là  $dB_x$ .

Như vậy, từ trường tại một điểm trên trục của dòng điện tròn có hướng nằm theo trục đó và thành phần trên trục của nó là :

$$B_x = \int dB_x = \int \frac{\mu_0 I dl / \cos\phi}{4\pi(x^2 + a^2)}.$$

ở đây ta đã dùng hệ thức  $r^2 = x^2 + a^2$

Khi chúng ta tích phân  $dl$  xung quanh vòng tròn dòng điện, các thừa số trong tích phân là không đổi nên được đưa ra ngoài dấu tích phân, chỉ còn  $\int dl = l = 2\pi a$  chính là chu vi của vòng tròn dòng điện. Từ hình vẽ trong hình 22-6,  $\cos\phi$  có thể biểu diễn qua  $a$  và  $x$  như sau :

$$\cos\phi = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{(x^2 + a^2)}}$$

Thay những biểu thức trên vào phương trình cho  $B_x$  ta có :

$$B_x = \frac{\mu_0 I 2\pi a^2}{4\pi(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Kết quả này có thể được biểu diễn đơn giản hơn qua momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m} = IS$ , từ phương trình (21-9). Chú ý rằng nhân tử  $\pi a^2$  ở tử số chính là độ lớn  $S$  của diện

tích dòng điện tròn và tích  $I\pi a^2$  là độ lớn momen lưỡng cực từ ( $m = IS$ ) của dòng điện đó. Cũng chú ý rằng hướng của  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{m}$  là như nhau và đều nằm dọc theo hướng dương của trục  $x$ . Kết quả ta có :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathbf{m}}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (22-5)$$

Đối với các điểm nằm trên trục của dòng điện, độ lớn cảm ứng từ đạt cực đại tại  $x = 0$  tức là ở tâm dòng điện tròn. Độ lớn của cảm ứng từ giảm theo khoảng cách dọc theo trục  $x$ . Ở những điểm rất xa dòng điện có  $|x| \gg a$ , sao cho  $(x^2 + a^2)^{3/2} \approx (x^2)^{3/2} = |x|^3$ , độ lớn của cảm ứng từ có giá trị gần đúng bằng :

$$B \approx \frac{\mu_0 m}{2\pi|x|^3}$$

Sự phụ thuộc tỉ lệ nghịch của  $B$  vào lập phương khoảng cách từ dòng điện tròn (ở rất xa dòng điện đó) là một tính chất đặc trưng của trường lưỡng cực. Trong chương 21 chúng ta đã thấy rằng dòng điện kín với cường độ  $I$  và diện tích (vectơ)  $\mathbf{S}$  có tác dụng như một lưỡng cực từ, với momen lưỡng cực  $\mathbf{m} = IS$ . Điều này có nghĩa là momen lực do một *từ trường ngoài*  $\mathbf{B}_n$  tác dụng lên dòng điện kín được cho bởi phương trình (21-8)  $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}_n$ . Nay giờ chúng ta thấy rằng dòng điện kín còn biểu hiện như một lượng cực từ trên một phương diện khác. Từ trường tạo bởi dòng điện kín là trường lưỡng cực từ tại các điểm ở xa dòng điện đó.

## VÍ DỤ 22-3

**Từ trường trên trục của một lưỡng cực từ.** Một dòng điện tròn có bán kính 25mm và cường độ 750mA với chiều được cho trên hình 22-6. Hãy xác định

cảm ứng từ tạo bởi dòng điện trên tại các điểm có  $x = 0$ ,  $x = 25\text{mm}$  và  $x = -2,0\text{m}$  với gốc toạ độ đặt tại tâm vòng tròn dòng điện.

**Giải.** Độ lớn của cảm ứng từ tại một điểm bất kì trên trục được cho bởi phương trình (22-5). Momen lưỡng cực từ của dòng điện kín có độ lớn bằng :

$$m = IS = I\pi a^2 = (0,750\text{A}) \cdot \pi \cdot (0,025\text{m})^2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ A.m}^2$$

Tại  $x = 0$  độ lớn của cảm ứng từ bằng :

$$B = (2 \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}) \cdot \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Am}^2}{[(0)^2 + (0,025)^2]^{3/2}} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ T.}$$

Tính toán tương tự cho  $B = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ T}$  tại  $x = 0,025\text{m}$  và  $B = 3,7 \cdot 10^{-11} \text{ T}$  tại  $x = -2,0\text{m}$ .

## 22-2. ĐỊNH LUẬT AMPERE

Độ lớn của cảm ứng từ do dòng điện  $I$  chạy trong một dây dẫn thẳng và dài tạo ra tại một điểm được cho bởi phương trình (22-4) :

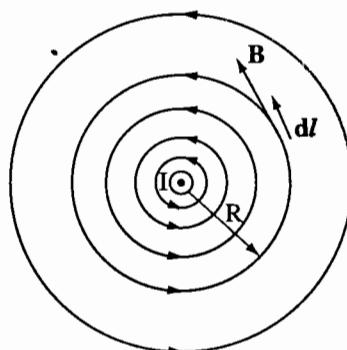
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

với  $R$  là khoảng cách từ điểm đó đến dây dẫn.

Hướng của cảm ứng từ là tiếp tuyến với đường cảm ứng từ như được cho trên hình 22-7, trong đó chiều của dòng điện là đi ra phía ngoài trang giấy. Từ trường được tạo bởi một dòng điện ổn định là tĩnh và các đường cảm ứng từ biểu diễn phân bố từ trường là không chuyển động, mỗi một đường đều khép kín và bao quanh dây dẫn có dòng điện chạy qua. Đặc điểm bao quanh này của từ trường do dòng điện sinh ra có thể được biểu diễn định lượng trong một kết quả tổng quát được gọi là *định luật Ampere*. Xét một đường cong kín  $\mathcal{C}$  nằm trong từ trường. Gọi  $dl$  là vectơ dịch chuyển vô cùng bé dọc theo

đường cong đó và  $B$  là cảm ứng từ tại đó. Ta xét một tích phân đường của  $B$  dọc theo một đường kín  $\mathcal{C}$  là  $\oint BdI$ . Đại lượng này còn gọi là *lưu số của từ trường dọc theo đường cong kín*. Để dẫn ra định luật này trước hết xét trường hợp đơn giản của dòng điện thẳng dài mà đường cong  $\mathcal{C}$  là đường tròn được minh họa trên hình 22-7.

Ta thấy  $B$  và  $dl$  song song với nhau tại



**Hình 22-7.** Các đường cảm ứng từ đối với dây dẫn thẳng và dài có dòng điện chạy qua là những vòng tròn bao quanh dây dẫn. Tại điểm bất kì trên vòng tròn,  $B$  và  $dl$  đều song song với nhau.

mỗi điểm trên đường tròn, do vậy tích vô hướng  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \cos 0 = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ . Hơn nữa cảm ứng từ tại mọi điểm trên đường tròn đều có độ lớn như nhau nên  $\mathbf{B}$  có thể đưa ra ngoài dấu tích phân. Kết quả ta có :

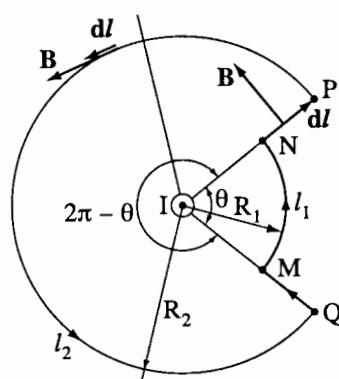
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B(2\pi R)$$

ở đây tích phân của  $d\mathbf{l}$  xung quanh đường tròn chính là chu vi  $2\pi R$  của vòng tròn đó. Thay  $B$  từ phương trình (22-4) ta có :  $B(2\pi R) = \mu_0 I$ . Do đó đối với đường tròn cho trên hình 22-7, tích phân đường của  $\mathbf{B}$  xung quanh đường kín đó chỉ phụ thuộc cường độ dòng điện  $I$  xuyên qua đường kín đó và hằng số từ thâm  $\mu_0$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \quad (22-6)$$

Chú ý rằng kết quả trong phương trình này độc lập với bán kính  $R$  của đường tròn.

Bây giờ ta xét một trường hợp phức tạp hơn, đó là đường kín PQMNP được cho trên hình 22-8 gồm hai cung tròn có tâm đều nằm trên trực dây dẫn và hai đoạn bán kính nối hai cung đó. Tích phân đường của  $\mathbf{B}$  theo đường kín này là tổng của bốn tích phân đường : Hai tích phân đường dọc theo mỗi cung tròn và hai tích



Hình 22-8. Đường kín gồm hai cung tròn  $PQ$  và  $MN$  và hai đoạn bán kính  $QM$  và  $NP$ .

phân đường dọc theo hai đoạn bán kính. Dọc theo mỗi đoạn bán kính, chẳng hạn như đoạn NP, cảm ứng từ  $\mathbf{B}$  vuông góc với độ dịch chuyển  $d\mathbf{l}$  do đó tích vô hướng  $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$ . Còn dọc theo cung MN bán kính  $R_1$  tích phân đường dễ dàng tính được theo cách đã dùng ở trên đối với cả đường tròn :

$$\int_M^N \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_M^N B_1 d\mathbf{l} = B_1 \int_M^N d\mathbf{l} = B_1 l_1$$

ở đây  $l_1$  chiều dài cung đối diện với góc  $\theta = \frac{l_1}{R_1}$ . Thay giá trị của  $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1}$ , ta có :

$$B_1 l_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{l_1}{R_1} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta$$

Tương tự ta tính được đóng góp từ cung tròn PQ bán kính  $R_2$  là :

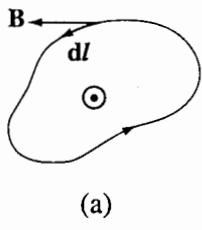
$$B_2 l_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} (2\pi - \theta)$$

Cộng cả bốn đóng góp lại, ta có :

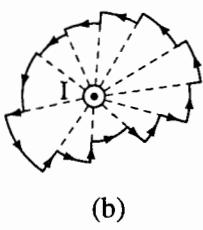
$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \int_M^N \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_N^P \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_P^Q \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_Q^M \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta + 0 + \frac{\mu_0 I}{2\pi} (2\pi - \theta) + 0 = \mu_0 I \end{aligned}$$

Do đó tích phân đường của  $\mathbf{B}$  dọc theo một đường kín chỉ phụ thuộc vào dòng điện liên kết với đường đó  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ .

Một đường kín khác còn tổng quát hơn nữa, nằm trong mặt phẳng vuông góc với dây dẫn và bao quanh dòng điện  $I$ , được cho trên hình 22-9a. Đường kín này được làm xấp xỉ bằng một tập các cung tròn và các đoạn bán kính như trên hình 22-9b và sự xấp xỉ này sẽ trở thành chính xác



(a)



(b)

**Hình 22-9.** (a) Đường kín. (b) Đường kín được làm xấp xỉ bằng tập hợp các cung tròn và các đoạn bán kính.

trong phép chuyển giới hạn tới một số vô hạn các cung tròn và các đoạn bán kính vô cùng bé. Đóng góp dọc theo các đoạn bán kính đều bằng không và tổng đóng góp theo các cung tròn lại cho phương trình (22-6). Phương trình này vẫn đúng thậm chí nếu đường kín bao quanh dòng điện  $I$  không nằm trong một mặt phẳng.

Bây giờ chúng ta sẽ xét một đường kín không bao quanh dòng điện thẳng và dài. Đường kín trong hình 22-10a có hai cung tròn đối diện với cùng góc  $\theta$  ở một tâm chung và hai đoạn bán kính. Các đóng góp của  $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$  dọc theo cung có bán kính  $R_2$  cho đóng góp là  $B_2 l_2$  với  $l_2 = R_2 \theta$  và  $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2}$ .

Nhưng dọc theo cung bán kính  $R_1$ ,  $\mathbf{B}_1$  và  $d\mathbf{l}$  ngược hướng nhau nên  $\mathbf{B}_1 d\mathbf{l} = B_1 d\mathbf{l} \cdot \cos 180^\circ = -B_1 d\mathbf{l}$ . Đóng góp của phần này của đường kín bằng  $-B_1 l_1$  với  $l_1 = R_1 \theta$  và  $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1}$ . Tóm lại tích phân của  $\mathbf{B}$  dọc

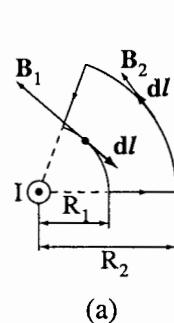
theo đường kín này bằng :

$$B_2 l_2 - B_1 l_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} \cdot R_2 \theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} R_1 \theta = 0$$

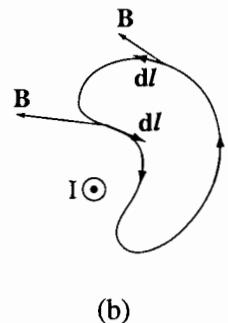
Như vậy đối với đường kín không bao quanh dòng điện :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (22-7)$$

Phương trình (22-7) cũng đúng với một đường kín tổng quát hơn cho trên hình 22-10b. Điều này có nghĩa là tích phân của  $\mathbf{B}$  dọc theo một đường kín không bao quanh dòng điện là bằng không.



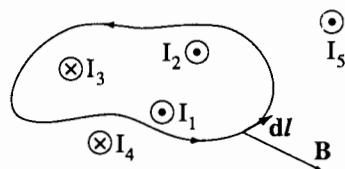
(a)



(b)

**Hình 22-10.** Hai đường kín không bao quanh dòng điện.

Sau khi đã tính được tích phân đường của  $\mathbf{B}$  dọc theo một đường kín cho một số trường hợp, bây giờ chúng ta sẽ phát biểu kết quả tổng quát. Ta hãy xét một đường kín tùy ý như được cho trên hình 22-11. Có một số dòng điện xuyê qua



**Hình 22-11.** Các dòng  $I_1, I_2, I_3$  xuyê qua đường kín ; các dòng  $I_4, I_5$  không xuyê qua đường cong kín.

đường kín đó và một số dòng điện này có thể có dạng tổng quát, không nhất thiết phải chạy trong một dây dẫn thẳng và dài. Giả sử  $\Sigma i$  biểu diễn tổng

các dòng điện xuyên qua đường kín đó, khi ấy :

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \sum i \quad (22-8)$$

Đây chính là **định luật Ampere**.

Chú ý rằng chỉ có những dòng điện xuyên qua đường kín mới được bao hàm trong tổng  $\Sigma i$ . Đối với trường hợp được minh họa trên hình 22-11, các dòng điện  $I_4$ ,  $I_5$  không xuyên qua đường cong kín nên không được đưa vào trong tổng. Các dòng  $I_1$ ,  $I_2$  và  $I_3$  xuyên qua đường kín và được cộng đại số trong tổng. Đối với trường hợp này ta có

$$\Sigma i = I_1 + I_2 - I_3 \quad (22-9)$$

Dấu cho mỗi dòng điện được xác định theo quy tắc bàn tay phải.

*Uốn cong các ngón tay phải theo chiều lấy tích phân dọc theo đường kín, ngón tay cái choãi ra sẽ cho chiều dòng điện có đóng góp dương.*

Định luật Ampere cho từ trường có thể được xem là tương tự với định luật Gauss cho điện trường. Định luật Ampere là

phát triển tổng quát về các trường được tạo bởi các dòng điện ổn định. Bất kì một từ trường nào được tạo ra theo cách đó đều phải tuân theo định luật Ampere. Dùng công cụ toán học phức tạp hơn người ta có thể chứng minh được rằng mọi từ trường nhận được từ định luật Biot – Savart và định luật Ampere là tương đương theo cùng một nghĩa như sự tương đương của định luật Coulomb và định luật Gauss.

Định luật Gauss đã được sử dụng để xác định điện trường tạo bởi một số loại phân bố điện tích có bậc đối xứng cao. Định luật Ampere cũng có thể được sử dụng để xác định từ trường được tạo bởi một phân bố dòng điện có đối xứng thích hợp.

Sự tương tự của định luật Gauss và định luật Ampere không phải là hoàn toàn. Điều cơ bản cần phải chú ý là định luật Ampere liên quan đến tích phân đường theo một đường kín, còn định luật Gauss liên quan đến tích phân mặt theo một mặt kín. Do đó các từ trường tĩnh hoàn toàn không giống các điện trường tĩnh.

## VÍ DỤ 22-4

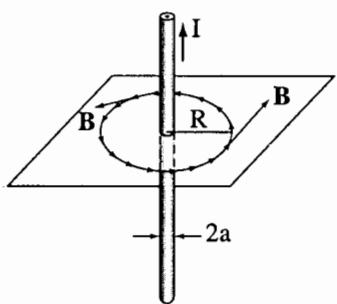
**Tích tích phân đường của  $\mathbf{B}$ .** Xác định tích phân đường của  $\mathbf{B}$  theo đường kín cho trên hình 22-11 với các dòng điện có giá trị tương ứng là  $I_1 = 1,6A$ ,  $I_2 = 1,4A$ ,  $I_3 = 1,7A$ ,  $I_4 = 4,0 A$  và  $I_5 = 0,8A$ .

**Giải.** Giá trị của tích phân đường được xác định từ định luật Ampere, tức phương trình (22-8). Các dòng điện xuyên qua đường kín đó là  $I_1$  và  $I_2$  có chiều dương và  $I_3$  có chiều âm. Do đó :

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} d\mathbf{l} &= \mu_0 \sum i = \mu_0 (1,6A + 1,4A - 1,7A) \\ &= \mu_0 (1,3A) = 1,6 \cdot 10^{-6} T.m. \end{aligned}$$

## 22-3. ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LUẬT AMPERE

Định luật Ampere  $\oint \mathbf{B} dl = \mu_0 \sum i$  có thể được dùng để xác định từ trường tạo bởi một số phân bố dòng điện có bậc đối xứng cao. Để làm ví dụ ta xét một dây dẫn thẳng và dài có bán kính  $a$  mang dòng điện  $I$  (hình 22-12). Vì định luật Ampere áp dụng được cho một đường kín bất kì



Hình 22-12.  $B$  và  $dl$  song song với nhau, đồng thời  $B$  không đổi tại các điểm trên đường tròn.

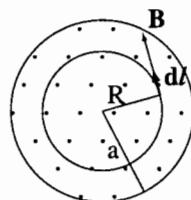
nên ta sẽ chọn đường có lợi thế đối xứng thích hợp. Ở đây ta chọn một đường tròn có bán kính  $R$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của dây dẫn và có tâm nằm trên trục đó. Ta sẽ áp dụng định luật Ampere cho đường kín này. Từ tính đối xứng của bài toán, ta nhận thấy rằng: Cảm ứng từ  $B$  phải song song với độ dịch chuyển  $dl$  sao cho  $\mathbf{B} dl = B dl$  và độ lớn  $B$  phải có giá trị như nhau tại mỗi điểm trên đường tròn đã chọn. Khi đó phương trình (22-8) trở thành :

$$\oint \mathbf{B} dl = \oint B dl = B(2\pi R) = \mu_0 \sum i$$

ở đây tích phân của  $dl$  theo cả đường tròn bằng chu vi  $2\pi R$  của nó và vì  $R > a$  chỉ có dòng điện duy nhất  $I$  xuyên qua đường đó, hay  $\Sigma i = I$ . Giải cho  $B$  ta được

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (R > a) \quad (22-4)$$

dây chính là phương trình (22-4), nó đúng cho mọi điểm ở bên ngoài dây dẫn thẳng và dài. Nay giờ chúng ta sẽ xét một điểm ở bên trong dây dẫn, cách trục dây dẫn một khoảng  $R$  với  $R < a$  (hình 22-13). Ta lại chọn đường tròn bán kính  $R$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của dây dẫn và có tâm nằm trên trục đó. Dựa trên



Hình 22-13. Chỉ có một phần của dòng điện xuyên qua đường tròn có bán kính  $R$  với  $R < a$ . Dòng điện phân bố đều trên tiết diện của dây dẫn và hướng của nó đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ.

những lập luận về đối xứng như đã làm ở trên, ta thấy rằng  $\oint \mathbf{B} dl = B dl$  và  $B$  có giá trị không đổi dọc theo đường tròn nên có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, ta có :

$$\oint \mathbf{B} dl = B(2\pi R) = \mu_0 \sum i$$

và  $B = \frac{\mu_0 \Sigma i}{2\pi R}$

Để xác định  $\Sigma i$  ta chú ý rằng chỉ có một phần dòng điện  $I$  là xuyên qua đường tròn này. Nếu dòng điện phân bố đều trên toàn tiết diện của dây dẫn thì mật độ dòng điện có độ lớn bằng  $J = \frac{I}{\pi a^2}$ . Vì phần tiết diện của dây dẫn nằm trong đường tròn có diện

tích bằng  $\pi R^2$  nên dòng điện xuyên qua với đường tròn kín bằng :

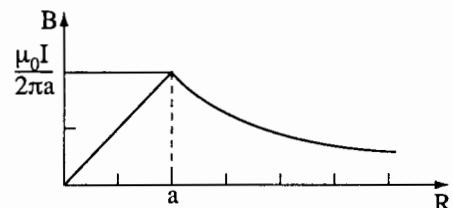
$$\sum i = J\pi R^2 = \frac{I}{\pi a^2} \cdot \pi R^2 = I \frac{R^2}{a^2}$$

Thay kết quả trên vào phương trình cho B ta được :

$$B = \frac{\mu_0 I R}{2\pi a^2} \quad (R < a) \quad (22-10)$$

Theo phương trình (22-10) thì cảm ứng từ bằng không tại điểm nằm trên trục của dây dẫn ( $R = 0$ ). Độ lớn của cảm ứng từ tăng tuyến tính (bậc nhất) theo khoảng cách R và tại bề mặt dây dẫn  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ . Ở

bên ngoài dây dẫn, cảm ứng từ được cho bởi phương trình (22-4) và giảm tỉ lệ nghịch với R. Các đặc điểm trên được tổng kết bằng đồ thị trên hình 22-14.



**Hình 22-14.** Độ lớn của cảm ứng từ được tạo bởi dòng điện trong dây dẫn thẳng và dài, bán kính a tại các điểm bên trong dây dẫn ( $R < a$ ) và bên ngoài dây dẫn ( $R > a$ ).

## VÍ DỤ 22-5

**Từ trường bên trong và bên ngoài dây dẫn thẳng và dài.** Một dây dẫn thẳng và dài có bán kính 3,0mm mang dòng điện 25A. (a) Hãy xác định độ lớn của cảm ứng từ tại bề mặt của dây dẫn. (b) Ở khoảng cách nào từ trục của dây dẫn B có giá trị bằng một nửa giá trị của nó tại bề mặt của dây dẫn ?

**Giải.** (a) Tại bề mặt của dây dẫn  $R = a$ , cả hai phương trình (22-4) và (22-10) đều cho cùng một giá trị của B

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot mA^{-1}) \cdot (25A)}{2\pi(3,0 \cdot 10^{-3} m)} = 1,7mT.$$

(b) Theo phương trình (22-4), ở bên ngoài dây dẫn độ lớn của cảm ứng từ giảm tỉ lệ nghịch với khoảng cách. Vì vậy B giảm chỉ còn một nửa giá trị ở bề mặt của nó tại  $R = 2a = 6,0\text{mm}$ . Bên trong dây dẫn theo phương trình (22-10) tại  $R = \frac{a}{2} = 1,5\text{mm}$  sẽ có giá trị bằng một nửa giá trị của nó ở bề mặt dây dẫn. Những kết quả này dễ dàng nhận thấy trên hình 22-14.

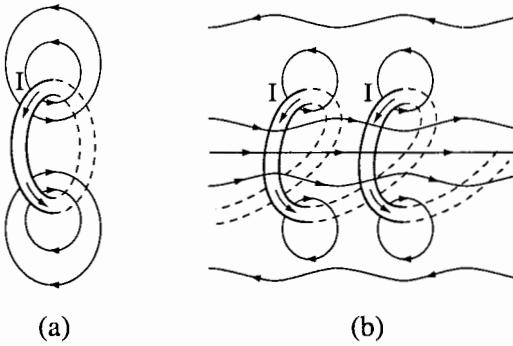
## Từ trường trong một ống dây

Ống dây được tạo thành bằng cách quấn một dây dẫn lên một hình trụ mà thường là hình trụ tròn xoay. Các vòng tròn dây sẽ tạo ra một cuộn dây xoáy ốc có chiều

dài được đo theo trục của ống dây thường là lớn hơn đường kính của ống.

Để hiểu một từ trường tạo bởi dòng điện trong một ống dây, trước hết ta hãy xem xét một cách định tính từ trường tạo bởi một dòng điện tròn. Các đường cảm ứng

từ được vẽ phác trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng dòng điện được cho trên hình 22-15a. Còn các đường cảm ứng từ đối với một ống dây quấn thừa được vẽ phác trên hình 22-15b. Đối với cuộn dây được quấn sít hơn, mỗi vòng sẽ cho đóng

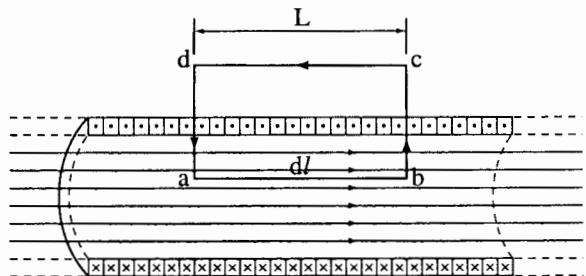


**Hình 22-15.** Một số đường cảm ứng từ nằm trong một mặt phẳng đối với : (a) Dòng điện tròn và (b) Một ống dây quấn thừa.

góp vào từ trường tương tự như đóng góp của một dòng điện tròn. Bên trong ống dây, các đóng góp vào từ trường có xu hướng tăng cường lẫn nhau. Trường tạo thành khi đó gần như là đều và song song với trục của ống dây. Ở bên ngoài ống dây, các đóng góp vào từ trường từ mỗi vòng dây có xu hướng triệt tiêu nhau và trường tổng hợp tạo thành tương đối nhỏ.

Trong trường hợp lí tưởng cho trên hình 22-16, phân bố dòng điện trong các vòng dây tương đương với một vỏ hình trụ có dòng điện chạy qua và ống dây có chiều dài đủ để xem là vô hạn. Từ trường ở bên trong ống dây lí tưởng này có hướng song song với trục của ống và bên ngoài ống trường bằng không.

Cảm ứng từ bên trong ống dây lí tưởng có thể xác định được bằng cách áp dụng định luật Ampere cho đường kín trên hình 22-16. Tích phân theo đường kín



**Hình 22-16.** Phân bố dòng điện trong một ống dây lí tưởng tương đương với một vỏ hình trụ có dòng điện chạy qua.

này là tổng của các tích phân lấy dọc theo bốn đoạn thẳng :

$$\oint \mathbf{B} dl = \int_a^b \mathbf{B} dl + \int_b^c \mathbf{B} dl + \int_c^d \mathbf{B} dl + \int_d^a \mathbf{B} dl$$

Tích phân dọc theo đoạn bc và da bằng không vì tại mỗi điểm trên các đoạn đó  $\mathbf{B}$  và  $dl$  vuông góc với nhau nên  $\mathbf{B} dl = 0$ . Dọc theo đoạn cd ở bên ngoài ống dây lí tưởng  $\mathbf{B} = 0$ , nên tích phân dọc theo đoạn thẳng này cũng bằng không. Đóng góp khác không duy nhất vào tích phân theo đường kín là từ đoạn ab. Trên đoạn này  $\mathbf{B}$  và  $dl$  song song với nhau nên  $\mathbf{B} dl = \mathbf{B} dl$  và  $\mathbf{B}$  có giá trị như nhau tại mỗi điểm trên đoạn thẳng đó. Vậy :

$$\oint \mathbf{B} dl = \int_a^b \mathbf{B} dl = BL$$

ở đây L là chiều dài của đoạn ab. Đối với ống dây có n vòng trên một đơn vị dài, số vòng nằm trong đường kín đã chọn là  $nL$ . Vì mỗi vòng mang một dòng điện I nên tổng dòng điện xuyên qua đường kín trên là :

$$\sum i = nLI$$

Dùng các kết quả trên vào định luật Ampere ta có :

$$\oint \mathbf{B} dl = BL = \mu_0 nLI$$

hay  $B = \mu_0 n I$  (22-11)

Mặc dù phương trình (22-11) nhận được đối với một ống dây lí tưởng nhưng nó

cũng cho một gần đúng tốt đối với trường ở bên trong một ống dây quấn sít tại những điểm ở gần trục và xa hai đầu ống.

### VÍ DỤ 22-6

**Từ trường bên trong ống dây.** Một ống dây có 250 vòng quấn trên một ống trụ có đường kính 15,0mm và dài 125mm. Cho cường độ dòng điện trong ống dây là 0,32A, hãy tính độ lớn của cảm ứng từ bên trong ống dây đó.

**Giải.** Vì chiều dài ống dây khá lớn so với đường kính của nó, nên từ trường bên trong ống dây tại những điểm ở gần trục và xa hai đầu ống được cho xấp xỉ bởi phương trình (22-11). Số vòng trên một đơn vị dài (đơn vị "vòng" là không thứ nguyên) là :

$$n = \frac{250 \text{ vòng}}{0,125\text{m}} = 2,00 \cdot 10^3 \text{ vòng/m}$$

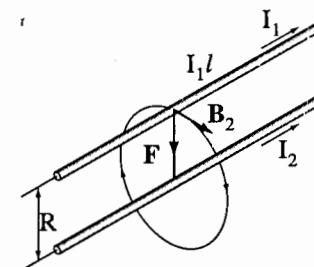
và độ lớn của cảm ứng từ bằng

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n I = (4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}) \cdot (2,00 \cdot 10^3 \text{ vòng/m}) \cdot (0,32\text{A}) \\ &= 8,04 \cdot 10^{-4} \text{ T.} \end{aligned}$$

## 22-4. LỰC TƯƠNG TÁC GIỮA CÁC ĐÒNG ĐIỆN

Ta xét hai dây dẫn dài có dòng điện  $I_1$  và  $I_2$  chạy qua, đặt song song và cách nhau một khoảng là  $R$  như hình vẽ trên hình 22-17. Giả sử rằng khoảng cách  $R$  giữa hai dây dẫn là nhỏ so với chiều dài của chúng sao cho chiều dài có thể xem là vô hạn. Lực từ tác dụng lên một đoạn của dây dẫn có dòng điện  $I_1$  và chiều dài  $l$ , là do từ trường tạo bởi dòng điện  $I_2$  gây ra. Giả sử  $\mathbf{B}_2$  là từ trường do dòng  $I_2$  sinh ra tại vị trí dây dẫn có dòng  $I_1$  chạy qua. Hướng của từ trường này được chỉ ra trên hình 22-17 và độ lớn của cảm ứng từ được cho bởi phương trình (22-4) :

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$$



Hình 22-17. Từ trường của dòng điện  $I_2$  tác dụng lên một đoạn của dòng điện  $I_1$ .

Lực  $\mathbf{F}$  do từ trường này tác dụng lên phần tử dòng điện  $I_1 l$  nhận được từ phương trình (21-3) :  $\mathbf{F} = I_1 l \times \mathbf{B}_2$ . Hướng của lực này được cho trên hình và độ lớn của nó bằng

$$F = I_1 l \cdot B_2$$

Thay giá trị của  $B_2$ , ta sẽ nhận được độ lớn của lực do dòng điện thẳng và dài  $I_2$

tác dụng lên một đoạn dài  $l$  của dòng điện  $I_1$  đặt song song với nó

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} l \quad (22-12)$$

Khi rút ra phương trình (22-12), ta đã xét lực do từ trường của dòng điện  $I_2$  tác dụng lên một đoạn dây dẫn mang dòng điện  $I_1$ . Ngược lại lực do từ trường của dòng điện  $I_1$  tác dụng lên một đoạn dây dẫn có dòng điện  $I_2$  chạy qua cũng được cho bởi phương trình (22-12) và hướng của lực tác dụng lên dây dẫn 2 ngược với hướng của lực tác dụng lên dây dẫn 1. Như vậy, hai dây dẫn có dòng điện cùng chiều thì hút nhau. Nếu hai dây dẫn có dòng điện ngược chiều thì đẩy nhau (bạn đọc tự chứng minh).

Giả sử cả hai dòng điện trong phương trình (22-12) đều có cường độ là 1A và hai dây dẫn cách nhau 1m. Khi đó độ lớn của lực tác dụng lên 1m của mỗi dây sẽ là :

$$F = \frac{\mu_0 (1A)(1A)}{2\pi(1m)} = 2 \cdot 10^{-7} N$$

## VÍ DỤ 22-7

**Cân dòng điện.** Trong cân dòng điện, lực tác dụng lên một đơn vị dài của một dây dẫn bởi một dây dẫn khác có thể đo được bằng cách làm cân bằng lực từ trên đoạn dây dẫn này với một lực cơ học. Giả sử có hai dây dẫn thẳng và dài đặt cách nhau 15,0mm và lực cân bằng trên một đơn vị dài của dây dẫn là  $7,11 \cdot 10^{-6} N/m$ , cả hai dây dẫn đều có cùng dòng điện  $I$  chạy qua. Tính giá trị của  $I$ .

**Giải.** Vì  $I_1 = I_2 = I$ , từ phương trình (22-12) ta có :

$$I^2 = \frac{2\pi RF}{\mu_0 l} = \frac{2\pi(0,015m)(7,11 \cdot 10^{-6} N/m)}{(4\pi \cdot 10^{-7} T.m/A)(1m)} = 0,533 A^2$$

Lấy căn bậc hai ta được :  $I = 0,730 A$ .

Mặc dù Ampe được định nghĩa qua cấu hình của hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song nhưng một cân dòng điện hiện đại cũng đạt được một độ chính xác rất tốt.

Chính kết quả này đã được dùng để định nghĩa Ampe (A) – đơn vị của cường độ dòng điện – qua các đại lượng cơ học : đó là lực và chiều dài.

*Ampe là cường độ của dòng điện tồn tại trong hai dây dẫn thẳng, dài (vô hạn) đặt song song và cách nhau 1m trong chân không tương ứng với lực tác dụng lên mỗi 1m dây dẫn bằng  $2 \cdot 10^{-7} N$ .*

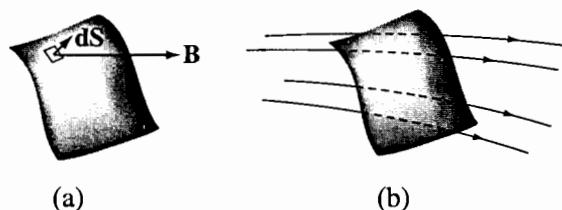
Hệ quả của định nghĩa này là định nghĩa Culông :

*Culông (C) là đơn vị điện tích được định nghĩa là điện lượng đi qua một tiết diện của dây dẫn có dòng điện cường độ 1A chạy qua trong một đơn vị thời gian (1 giây) :  $1C = I(A)(s)$ .*

Sở dĩ định nghĩa đơn vị cường độ dòng điện và sau đó là định nghĩa đơn vị của điện tích phải theo thủ tục này là do lực từ giữa các dòng điện không đổi trong thực tế có thể được đo thuận tiện hơn là lực giữa các điện tích đã biết.

## 22-5. TỪ THÔNG VÀ ĐỊNH LUẬT GAUSS ĐỐI VỚI TỪ TRƯỜNG

Tương tự với thông lượng điện  $\phi_E$  được giới thiệu ở chương 17, chúng ta định nghĩa *từ thông*  $\phi_B$  của từ trường đối với một mặt. Xét một phần tử diện tích  $dS$ , trên mặt đó được cho trên hình 22-18a cùng với từ trường  $B$  tại điểm đó. Từ thông  $d\phi_B$  đối với phần tử diện tích  $dS$  là :



**Hình 22-18.** (a) *Từ thông đối với một diện tích vô cùng bé  $dS$  được cho bởi  $d\phi_B = B.dS$ .* (b) *Từ thông đối với một mặt tỉ lệ với số đường cảm ứng từ cắt xuyên qua mặt đó.*

$$d\phi_B = B.dS$$

Từ thông đối với một mặt tùy ý nhận được bằng cách lấy tích phân (hoặc lấy tổng) các đóng góp  $d\phi_B$  theo toàn mặt đó. Vậy :

$$\phi_B = \int B.dS \quad (22-13)$$

*Từ thông đối với một mặt là tích phân mặt của cảm ứng từ trên toàn mặt đó.*

Trong hệ SI, đơn vị của từ thông là vебе (Wb) với  $1\text{Wb} = 1\text{Tm}^2$ . Từ thông đối với một mặt có thể được giải thích thông qua các đường cảm ứng từ, những đường biểu diễn phân bố không gian của từ trường. Tương tự với các đường sức điện và được gọi ý trong hình 22-18b, số đường cảm ứng từ cắt xuyên qua mặt tỉ lệ với từ thông đối với mặt đó.

### VÍ DỤ 22-8

**Từ thông đối với tiết diện bên trong ống dây.** Hãy xác định từ thông đối với tiết diện tròn của một ống dây lí tưởng cho trên hình 22-16. Giả sử bán kính trong của ống dây là 7,5mm, số vòng dây trên một đơn vị dài là  $2,00 \cdot 10^3 \text{m}^{-1}$  và cường độ dòng điện trong ống dây là 320mA.

**Giải.** Cảm ứng từ ở bên trong ống dây song song với trục và độ lớn của nó (xem ví dụ 22-6) được cho bởi phương trình (22-11) :

$$B = \mu_0 n I = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{T}.$$

Mỗi phần tử vectơ diện tích  $dS$  trên tiết diện tròn bán kính  $R$  của ống dây đều song song với trục và song song với  $B$  sao cho  $B.dS = BdS$ , đồng thời  $B$  là đều bên trong ống dây. Do đó :

$$\begin{aligned} \phi_B &= \int B.dS = \int BdS = B(\pi R^2) \\ &= (8,0 \cdot 10^{-4} \text{T})\pi (7,5 \cdot 10^{-3} \text{m})^2 = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{Wb} \end{aligned}$$

## Bài tự kiểm tra 22-8

Đối với ống dây trong ví dụ trên, hãy xét một mặt tròn phẳng ở bên trong ống dây và có một đường kính nằm dọc theo trục ống dây. Xác định từ thông đối với mặt đó.

Đáp số : bằng không.

### Định luật GAUSS đối với từ trường

Định luật Gauss cho điện trường liên quan đến thông lượng điện đối với một **mặt kín**. Hướng của phần tử diện tích đối với một mặt kín được quy ước chọn hướng ra phía ngoài. Định luật Gauss đối với  $\mathbf{E}$  phát biểu rằng : thông lượng điện đối với một mặt kín chỉ phụ thuộc vào diện tích ở bên trong mặt kín đó. Cụ thể là

$$\phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad (17-3)$$

ở đây  $\sum q$  là tổng đại số điện tích ở trong thể tích được giới hạn bởi mặt kín đó. Dạng của định luật Gauss nhắc chúng ta nhớ rằng trong tĩnh điện, diện tích là nguồn của điện trường. Thực vậy, nguồn đơn giản nhất của điện trường là một điện tích điểm.

Vậy định luật Gauss tương ứng đối với từ trường là gì ? Nó sẽ cho giải thích nào về nguồn của từ trường ? Ta hãy xét một **mặt kín** tuỳ ý và từ thông đối với mặt đó :

$$\phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Ta hãy hình dung mặt kín này được vẽ ở đâu đó trong các hình 22-3, 22-15 hay 22-16. Từ thông qua mặt kín bất kì đều bằng không đối với tất cả các từ trường đó. Mỗi một đường cảm ứng từ xuyên vào mặt kín đó ở một điểm rồi lại xuyên ra ở một điểm khác. Do vậy tổng số các đường

cảm ứng từ cắt mặt kín đó bằng không. Định luật Gauss đối với từ trường được phát biểu như sau

*Từ thông đối với một mặt kín bất kì bằng không.*

Hay dưới dạng phương trình :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (22-14)$$

đối với một mặt kín bất kì. Chú ý rằng kết quả này không áp dụng cho một mặt hở, tức là mặt không bao một thể tích. Từ thông đối với một mặt hở có thể có giá trị bất kì.

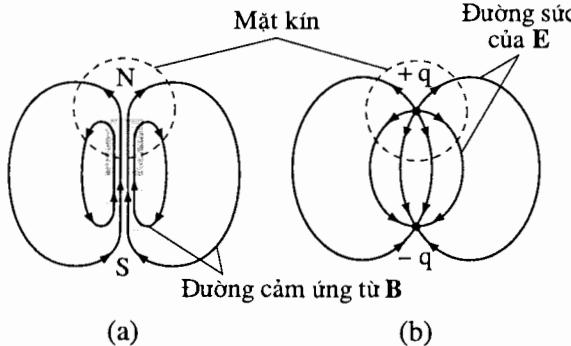
Theo định luật Gauss đối với điện trường, thông lượng điện đối với một mặt kín chỉ phụ thuộc vào diện tích ở trong mặt đó và

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

định luật Gauss đối với  $\mathbf{B}$  từ thông bằng không đối với mọi mặt kín  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ .

Điều này có nghĩa là đường như không có đối ứng từ của diện tích. Nếu cái được gọi là "từ tích" tồn tại, nó sẽ tương ứng với một **đơn cực từ**, tức là một cực từ cô lập (ví dụ một cực bắc cô lập chẳng hạn). Hiện chưa có quan sát nào khẳng định sự tồn tại của đơn cực từ. Khi không có đơn cực từ, nguồn đơn giản nhất của từ trường là lưỡng cực từ.

Sự không tồn tại đơn cực từ (hay từ tích) cũng có thể được minh họa nhờ các đường cảm ứng từ. Một đường biểu diễn từ trường  $\mathbf{B}$  luôn luôn tự khép kín, không có



**Hình 22-19.** (a) Các đường biểu diễn  $\mathbf{B}$  đối với thanh nam châm không có điểm bắt đầu cũng không có điểm kết thúc. Từ thông đối với mặt kín là  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ . (b)

Các đường biểu diễn  $\mathbf{E}$  đối với luồng cực điện bắt đầu ở điện tích dương và kết thúc ở điện tích âm. Thông lượng điện đối

$$\text{với mặt kín là } \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \sum \frac{q}{\epsilon_0}.$$

điểm đầu và điểm cuối. Một thanh nam châm có momen luồng cực từ đều có cực bắc ở một đầu và cực nam ở một đầu. Các

đường biểu diễn từ trường cả ở trong lẫn ngoài thanh nam châm được vẽ phác trên hình 22-19a. Mỗi một đường đều tự khép kín khiến cho từ thông đối với một mặt kín bất kì đều bằng không. Cần chú ý sự khác nhau căn bản giữa trường luồng cực từ trong hình 22-19a và trường luồng cực điện trong hình 22-19b. Thông lượng điện đối với mặt kín trong hình 22-19b là khác không nhưng từ thông đối với mặt tương ứng trong hình 22-19a là bằng không.

Sự so sánh trên minh họa khác nhau cơ bản giữa điện trường và từ trường tĩnh, sự khác nhau trong định luật Gauss đối với  $\mathbf{E}$  và định luật Gauss đối với  $\mathbf{B}$ . Đối với một mặt kín bất kì

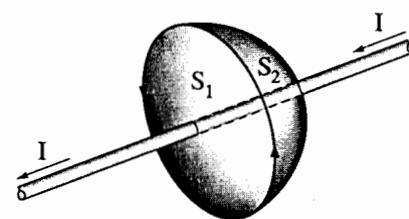
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

## 22-6. DÒNG ĐIỆN DỊCH VÀ ĐỊNH LUẬT AMPERE

Việc sử dụng định luật Ampere, tức là phương trình (22-8) cho tới nay chỉ giới hạn đối với các từ trường được tạo bởi những dòng điện thuộc loại tồn tại trong các dây dẫn liên tục. Tuy nhiên có tồn tại các phân bố dòng điện tổng quát hơn và định luật Ampere cần phải được sửa đổi. Sự tổng quát hoá này được phát minh bởi Maxwell và nó biểu hiện một bước tiến lớn trong sự phát triển những hiểu biết sâu sắc hơn về các hiện tượng điện và từ, kể cả sự hiểu biết về bản chất của ánh sáng.

Ta hãy xét một đường kín bao quanh một dây dẫn có dòng điện không đổi  $I$  chạy qua, trên hình 22-20. Ta gọi *dòng điện*

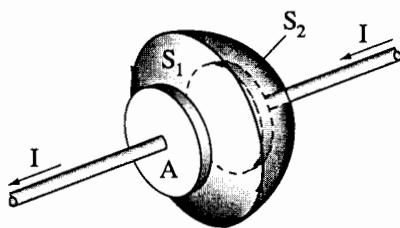


**Hình 22-20.** Đường kín tạo nên biên của hai mặt  $S_1$  và  $S_2$ . Mỗi mặt đều được dòng điện  $I$  xuyên qua.

liên kết với một đường kín là *dòng điện xuyên qua* mặt có biên là đường kín đó. Ta xét hai mặt  $S_1$  và  $S_2$  trên hình 22-20. Mỗi mặt đều được giới hạn bởi đường kín đã cho. Nếu dòng xuyên qua  $S_1$  khác với

dòng xuyên qua  $S_2$  thì sẽ có sự tích tụ điện tích ở trong dây dẫn nằm giữa hai mặt đó. Vì trong trường hợp đang xét không có sự tích tụ điện tích nên mỗi mặt đều được xuyễn qua bởi cùng một dòng điện  $I$ . Do đó mặt nào được dùng để xác định dòng điện liên kết với đường kín cũng được.

Nhưng một tình huống được cho trên hình 22-21 sẽ khác cơ bản. Ở đây một tụ phẳng đang được tích điện và  $I$  là dòng điện *tức thời* trong dây nối. Mặt  $S_2$  được xuyễn qua bởi dòng điện  $I$  như trước, còn mặt  $S_1$  không được dòng điện đó xuyễn qua vì mặt đó nằm trong vùng không gian giữa



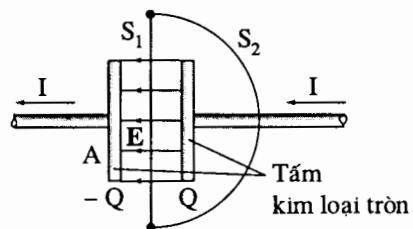
**Hình 22-21.** Mặt  $S_1$  nằm trong vùng không gian giữa hai bản tụ điện, nơi không có dòng điện chạy qua, dòng điện  $I$  chỉ xuyễn qua  $S_2$ .

hai bản tụ điện. Có một sự tích tụ điện tích trên bản tụ ở giữa  $S_1$  và  $S_2$  vì tụ đang được tích điện. Tốc độ tích điện  $\frac{dQ}{dt}$  trên bản đó đúng bằng (theo định luật bảo toàn điện tích) dòng điện xuyễn qua mặt  $S_1$ . Do vậy :

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

ở đây  $Q$  là giá trị điện tích tức thời trên bản tụ. Vì dòng điện liên kết với đường kín ở đây lại phụ thuộc vào mặt nào được chọn nên điều này không phù hợp với định luật Ampere.

Sự sửa đổi của Maxwell đối với định luật Ampere để áp dụng cho trường hợp trên hình 22-21 bao gồm việc xét dòng điện tương đương về mặt toán học xuyễn qua mặt  $S_1$ . Khi đó dòng điện liên kết với đường kín sẽ là nhau đối với mặt bắt kè có biên là đường kín đó. Hình 22-22 minh họa tiết diện của tụ điện và điện



**Hình 22-22.** Thông lượng điện đối với mặt phẳng  $S_1$  là  $\phi_E = EA$  với  $A$  là diện tích của bản tụ. Các hiệu ứng ở mép tụ được bỏ qua.

trường trong vùng giữa hai bản của nó và giả sử môi trường giữa hai bản là chân không. Ta biết (chương 17) độ lớn của điện trường này bằng

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

ở đây  $|\sigma| = \frac{Q}{A}$  là độ lớn mật độ điện tích mặt trên bản tụ có diện tích là  $A$ . Độ lớn  $Q$  của điện tích trên bản tụ có thể được biểu diễn qua thông lượng điện  $\phi_E = \int E \cdot dS$  đối với mặt  $S_1$ . Thông lượng đó bằng  $\phi_E = EA$  vì trường chỉ tồn tại trong vùng giữa hai bản tụ. Do vậy ta được :

$$Q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 \phi_E$$

Lấy đạo hàm theo thời gian của  $Q$ , ta có :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

Về phải của phương trình trên chứa đạo hàm của thông lượng điện xuyên qua mặt  $S_1$  trong khi  $I$  là dòng điện xuyên qua mặt

$S_2$ . Điều này có nghĩa là đối với mặt  $S_1$  thì  $\varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$  tương đương về mặt toán học với

dòng điện  $I$  xuyên qua mặt  $S_2$ . Dòng điện hiệu dụng này được gọi là **dòng điện dịch**

$I_d$  và được định nghĩa là :

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad (22-15)$$

Chúng ta nhấn mạnh rằng dòng điện  $I$  xuyên qua mặt  $S_2$  trên hình 22-22, còn dòng điện dịch  $I_d$  xuyên qua mặt  $S_1$  và  $I = I_d$ .

Bây giờ đã có thể phát biểu dạng tổng quát của định luật Ampere sau khi được Maxwell sửa đổi. Ngoài các dòng điện thực  $\sum i$  liên kết với đường kín còn phải

thêm vào dòng điện dịch  $I_d$  liên kết với đường kín đó. Vậy bây giờ định luật Ampere là :

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 (\sum i + I_d)$$

hay

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \left( \sum i + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right) \quad (22-16)$$

Bằng cách đưa vào dòng điện dịch, dòng điện tổng cộng liên kết với đường kín là như nhau đối với một mặt bất kỳ có biên là đường kín đó.

Dòng điện dịch và dạng đã sửa đổi của định luật Ampere sẽ là một phần căn bản trong việc nghiên cứu sóng điện từ của chúng ta. Trừ những tình huống được mô tả trong ví dụ dưới đây còn tác dụng của dòng điện dịch thường là nhỏ không đáng kể trong các mạch điện có dòng và trường biến thiên chậm.

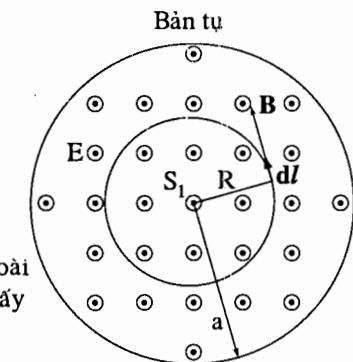
## VÍ DỤ 22-9

### Từ trường giữa hai bản tụ tích điện.

Một tụ điện phẳng có hai bản hình tròn bán kính  $a$  đang được tích điện. Hãy xác định cảm ứng từ của từ trường tại một điểm trong không gian giữa hai bản tụ cách trục của tụ một khoảng  $R$  với  $R \leq a$  (xem hình 22-23). Hãy biểu diễn kết quả theo cường độ dòng điện tức thời  $I$  trong mạch nạp điện. Giả sử rằng dây dẫn nối với tụ là thẳng, dài và nối với tâm của các bản tụ (hình 22-21) để dụng cụ trên có tính đối xứng trục.

**Giải.** Chọn đường kín là vòng tròn bán kính  $R$  có tâm nằm trên trục đối xứng của tụ điện và mặt phẳng của vòng tròn song song với các bản tụ. Thông lượng điện đối với mặt phẳng  $S_1$  (có diện tích  $\pi R^2$ ) là :

$$\phi_E = E \cdot \pi R^2$$



Hình 22-23. Ví dụ 22-9 : Hình vẽ một bản tụ và điện trường hướng ra phía ngoài trang giấy. Thông lượng điện qua mặt  $\phi_E = E \cdot \pi R^2$ .

$$\text{Độ lớn của cường độ điện trường} E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \pi a^2}$$

ở đây  $\pi a^2$  là diện tích của một bản tụ và  $Q$  là điện tích tức thời của tụ. Khi đó thông lượng điện bằng :

$$\phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0 \pi a^2} \pi R^2 = \frac{QR^2}{\epsilon_0 a^2}$$

Dòng điện dịch liên kết với đường tròn bán kính  $R$  được cho bởi  $I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = I \frac{R^2}{a^2}$

$$\text{vì } I = \frac{dQ}{dt}.$$

Bây giờ chúng ta sẽ áp dụng định luật Ampere cho đường kín trên. Từ tính chất đối xứng của bài toán, ta thấy rằng  $B$  và  $dl$  song song với nhau tại mỗi điểm trên vòng tròn đang xét sao cho  $B dl = B dl$ . Hơn nữa độ lớn của cảm ứng từ là nhau tại mỗi điểm của vòng tròn này nên :

$$\oint B \cdot dl = \oint Bd l = B \cdot 2\pi R$$

Vì mặt phẳng  $S_1$  nằm trong không gian giữa hai bản tụ nên chỉ có dòng điện dịch là xuyên qua mặt này. Vết phải của định luật Ampere bây giờ là :

$$\mu_0(\Sigma i + I_d) = \mu_0(0 + I_d) = \frac{\mu_0 IR^2}{a^2}$$

Thay các kết quả trên vào định luật Ampere đã được sửa đổi, tức phương trình (22-16), ta có :

$$B \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 IR^2}{a^2}$$

$$\text{Giải ra } B \text{ ta được : } B = \frac{\mu_0 IR}{2\pi a^2} \quad (R \leq a)$$

Độ lớn của cảm ứng từ bằng 0 tại trục của tụ điện ( $R = 0$ ) và tăng tuyến tính theo khoảng cách từ trục (đối với  $R \leq a$ ).

### Bài tự kiểm tra 22-9

Vẫn xét ví dụ trên nhưng với mặt phẳng song song với các bản tụ và ở chính giữa hai bản tụ. Hãy xác định độ lớn của cảm ứng từ tại các điểm trên mặt phẳng đó với  $R > a$  ?

$$\text{Đáp số : } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

## Bài đọc thêm

### JAMES CLERK MAXWELL

Nhà vật lí người Scotland, James Clerk Maxwell sinh ngày 13 tháng 6 năm 1831. Phụ thân ông có tên gốc là John Clerk, sau khi được hưởng một gia tài thông qua đám cưới với một người thuộc dòng họ Maxwell đã thêm họ Maxwell vào tên của mình. Khi còn là một thiếu niên, James đã tỏ ra là một học sinh có nhiều hứa hẹn. Năm 14 tuổi, cậu đã hoàn thành công trình về tổng quát hóa đường elip. Công trình này đã được trình tới Hội Hoàng gia, Edinburgh và đã được công bố sau đó với tựa đề "Các đường cong hình bầu dục".

Năm 1847, Maxwell vào học trường Đại học Edinburgh, tại đây được sự đỡ đầu của một giáo sư vật lí, ông đã được phép sử dụng ngoài giờ một số máy móc. Ông đã dành nhiều buổi tối để tiến hành thí nghiệm và học tập. Thậm chí ông dùng cả thời gian nghỉ hè để tiến hành thực nghiệm. Ông còn lập cả một phòng thí nghiệm riêng "ở trên phòng tắm" và để làm bàn thí nghiệm, ông phải dùng "một cánh cửa cũ kê trên hai thùng rượu và hai chiếc ghế trong đó một chiếc là cái két sắt...". Năm 1849 ông đã hoàn tất hai bài báo nữa, một với đầu đề "Các đường cong lăn" và một với đầu đề "Sự cân bằng của các vật rắn đàn hồi".

Maxwell là người đã đóng góp chủ yếu trong việc phát triển hình thức luận toán học của các trường điện và từ. Việc dùng các đường sức do Faraday đưa ra để hiểu các hiện tượng điện và từ chủ yếu chỉ mang tính chất định tính cho đến tận năm 1855 khi Maxwell công bố một mô hình toán học đầy tiện ích. Trong bài báo

của ông với nhan đề "Về các đường sức của Faraday", Maxwell đã phát triển một sự tương tự về mặt toán học giữa các đường biểu diễn các trường và dòng chất lỏng không chịu nén. Cường độ trường, ví dụ cường độ điện trường  $E$  trong sự tương tự đó tương ứng với vận tốc  $v$  của chất lỏng. Sự tương tự này mặc dù không hoàn chỉnh, nhưng vẫn còn được phản ánh trong ngôn ngữ mà chúng ta thường dùng để mô tả các trường. Chẳng hạn chúng ta nói thông lượng  $\phi_E$  của điện trường như là nó có liên quan đến dòng của một chất lỏng vậy.

Việc sử dụng sự tương tự với chất lỏng của Maxwell còn được tiếp tục trong bài báo nổi tiếng gồm 4 phần của ông, đó là bài "Về các đường sức vật lí" được công bố năm 1861. Ở đây mô hình chất lỏng có chứa các xoáy : các đường cảm ứng từ được biểu diễn bởi trực các xoáy và lực từ liên hệ với áp suất của các xoáy đó. Mô hình này khá là phức tạp vì các xoáy lân cận cần phải xoay theo cùng một chiều. Do vậy Maxwell cần phải đưa vào các hạt tiếp xúc lăn giữa các xoáy đó. Ông đã nhận được các hệ thức toán học giữa các dòng điện và từ trường bằng cách xét chuyển động của các hạt tiếp xúc trong chất lỏng mô hình. Chính mô hình này cũng dẫn Maxwell tới việc xem ánh sáng như một hiện tượng điện từ "ánh sáng là những lượn sóng ngang của chính môi trường đã tạo ra các hiện tượng điện và từ".

Các hệ thức toán học giữa các trường điện từ do Maxwell đưa ra (được gọi là

phương trình Maxwell và sẽ được thảo luận trong chương 30) cho chúng ta một cơ sở lý thuyết hoàn chỉnh đối với tất cả các hiện tượng điện từ. Những phương trình này đã được Boltzmann xem là đẹp ở tính đơn giản và rõ ràng tới mức ông đã phải tự hỏi bằng cách trích lời của Goethe "Liệu có phải Chúa đã viết ra những dòng đó hay không ...?".

Năm 1871 Maxwell được phong Giáo sư đầu tiên về vật lí thực nghiệm ở trường Đại học Cambridge và được bổ nhiệm làm Giám đốc phòng thí nghiệm Cavendish lúc đó còn đang xây dựng. Chính ở đây cho tới tận lúc qua đời vào năm 1879, dưới sự dẫn dắt ban đầu của

ông phòng thí nghiệm Cavendish đã trở thành một trong những trung tâm hàng đầu về nghiên cứu vật lí cơ bản.

Công trình của Maxwell về điện và từ đã hợp nhất hai lĩnh vực tưởng chừng như tách rời nhau thành một lý thuyết thống nhất bao quát tất cả các hiện tượng điện từ. Ngoài công lao thống nhất các hiện tượng điện và từ, Maxwell còn có những đóng góp căn bản đối với nhiệt động lực học và cơ học thống kê. Vì những đóng góp to lớn này, Maxwell thường được đặt ngang hàng với Galileo, Newton và Einstein, như một người mà ngày nay chúng ta đứng trên vai của họ để nhìn tới những chân trời xa hơn của tự nhiên.

## ?

### CÂU HỎI

- 1** Nếu sự giống nhau và khác nhau giữa cường độ điện trường  $dE$  tạo bởi một phần tử điện tích  $dq$  và cảm ứng từ  $d\mathbf{B}$  tạo bởi phần tử dòng điện  $dI$ .
- 2** Nếu sự giống nhau và khác nhau đối với điện trường tạo bởi dây dài tích điện đều (xem phương trình 16-9) và từ trường tạo bởi dòng điện trong một dây dẫn thẳng và dài (xem phương trình 22-4).
- 3** Giả sử chiều của tất cả các dòng điện trong hình 22-11 đều đảo ngược lại. Khi đó cảm ứng từ  $\mathbf{B}$  tại một điểm đã cho có thay đổi không ? Giá trị của tích phân đường trong ví dụ 22-4 sẽ thay đổi như thế nào ?
- 4** Câu trả lời cho câu hỏi 3 sẽ thế nào nếu chỉ có chiều của các dòng điện  $I_4$  và  $I_5$  đảo ngược lại ?
- 5** Thường thường hai dây nối đến một dụng cụ điện được xoắn chặt với nhau (tạo thành một đường xoắn kép). Dùng định luật Ampere để mô tả một cách định tính những đặc điểm của từ trường tạo bởi cặp dây xoắn mang dòng điện ngược chiều nhau.
- 6** Hình 22-14 biểu diễn sự phụ thuộc vào khoảng cách  $R$  của cảm ứng từ ở bên trong và bên ngoài một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện chạy qua. Liệu từ trường trong dây dẫn có tác dụng lực lên chính dây dẫn đó không ? Giải thích.
- 7** Phương trình (22-4) nhận được từ định luật Biot – Savart với giả thiết rằng dây dẫn là thẳng, dài và có độ dày nhỏ không đáng kể. Chính phương trình

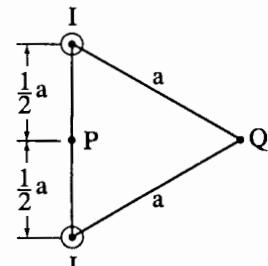
này cũng lại nhận được từ định luật Ampere. Trong tính toán ở trường hợp sau ta đã đưa ra những giả thiết gì về phân bố dòng điện ?

- 8** Xét từ trường tại một điểm ở giữa hai dây dẫn thẳng và dài có dòng điện chạy qua. Độ lớn của trường sẽ lớn hơn trong trường hợp hai dòng điện trong dây dẫn cùng chiều hay ngược chiều ? Giải thích. Trong hai trường đó, ở vị trí nào độ lớn của trường là lớn nhất ? Ở vị trí nào là nhỏ nhất ?
- 9** Một dòng điện chạy trong một dây dẫn mảnh uốn thành vòng tròn. Theo bạn thì tại điểm nào trong mặt phẳng vòng tròn từ trường là mạnh nhất : ở tâm vòng tròn hay ở một điểm gần dây dẫn. Câu trả lời của bạn có phụ thuộc vào độ dày của dây dẫn không ? Giải thích.
- 10** Một ống dây được quấn sai theo cách sau : Một lớp vòng dây tạo thành một đường xoáy ốc thuận, sau đó nó được cuộn đè lên một lớp có chiều xoáy ngược lại. Nếu có một dòng điện  $I$  chạy qua ống dây thì từ trường tại các điểm ở trong và gần trục ống dây gần như bằng không. Giải thích kết quả đó.
- 11** Tại sao từ thông đối với một mặt hở lại khác không trong khi từ thông đối với mặt kín lại bằng không ?
- 12** Đối với tình huống cho trên hình 22-22, hãy giải thích tại sao dòng điện  $I_d$  xuyên qua mặt  $S_1$  lại phải bằng dòng điện  $I$  trong các dây nối ?

## BÀI TẬP

### Mục 22-1. Định luật Biot – Savart.

1. Độ lớn cảm ứng từ của từ trường Trái Đất có giá trị trung bình khoảng  $2 \cdot 10^{-5} T$ . Hỏi cường độ dòng điện trong một dây dẫn thẳng và dài phải bằng bao nhiêu để cảm ứng từ do nó sinh ra tại điểm cách trục dây dẫn 10mm có thể so được với từ trường của Trái Đất ?
2. Hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song với nhau có chiều đi ra ngoài mặt phẳng của hình 22-24. Hãy xác định độ lớn và hướng của cảm ứng từ tại : (a) Điểm P và (b) Điểm Q. Biểu diễn  $B$  qua  $\mu_0$ ,  $I$  và  $a$ . (c) Tính  $B$  tại P và Q cho trường hợp  $I = 12A$  và  $a = 250mm$ . Làm lại bài tập khi hai dòng điện có chiều ngược nhau.
3. Dùng định luật Biot – Savart xác định cảm ứng từ tại tâm một dòng điện tròn. Hãy biểu diễn trên hình vẽ chiều của dòng điện  $I$  và hướng của  $B$  tại tâm.



Hình 22-24

4. Hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song cách nhau một khoảng là D, tương ứng có các dòng điện  $I_1$  và  $I_2 = 2I_1$  cùng chiều chạy qua. (a) Hỏi tại khoảng cách nào từ  $I_1$  cảm ứng từ ở khoảng giữa hai dây dẫn trên bằng không? (b) Định vị các điểm khác tại đó  $B = 0$  nếu có. Giả sử hai dòng điện có chiều ngược nhau. Xác định những điểm tại đó  $B = 0$  nếu có.

5. Xét đóng góp vào từ trường của một đoạn dây dẫn thẳng tại điểm P nằm trên trục của dây dẫn đó (xem hình 22-25). (a) Chứng minh rằng đóng góp này bằng không. (b) Lí luận của bạn có còn đúng không nếu điểm P ở bên trong dây dẫn?

6. Một dòng điện 5,0A chạy trong hai dây dẫn thẳng và dài được nối với nhau bởi một dây dẫn uốn thành nửa vòng tròn, bán kính 75 mm như được cho bởi cho trên hình 22-26. Xác định cảm ứng từ tại tâm của nửa vòng tròn.

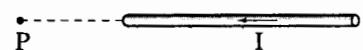
7. Một dòng điện kín gồm hai cung tròn đồng tâm và hai đoạn bán kính vuông góc với nhau như được cho trên hình 22-27. (a) Xác định cảm ứng từ tại tâm. (b) Tính B cho trường hợp  $I = 20A$ ,  $a = 30\text{mm}$  và  $b = 50\text{mm}$ .

8. Một đoạn dây dẫn thẳng, dài L có dòng điện I chạy qua. (a) Chứng minh rằng tại điểm P trên hình 22-28, cảm ứng từ do dòng điện này gây ra có độ lớn bằng:

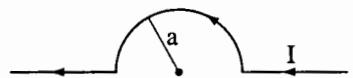
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{L}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}}$$

(b) Chứng minh rằng biểu thức này cho  $B \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$  nếu  $L \gg R$ .

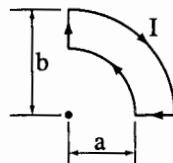
9. Xác định cảm ứng từ tại điểm Q trên hình 22-28 do dòng điện trong một đoạn dây dẫn thẳng gây ra. (b) Xác định cảm ứng từ tại điểm đó khi một đầu của dây dẫn thẳng và dài (bán vô hạn). (c) Hai dây dẫn thẳng và dài có cùng dòng điện I chạy qua cắt nhau như trên hình 22-29. Chứng minh rằng cảm



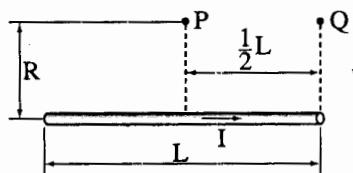
Hình 22-25



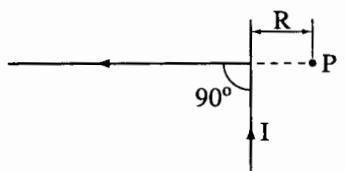
Hình 22-26



Hình 22-27



Hình 22-28



Hình 22-29

ứng từ tại điểm P hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và có độ lớn là  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ .

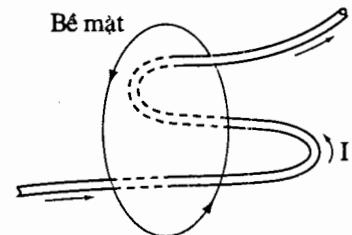
- 10 (a) Xác định biểu thức của  $B$  tại tâm một dòng điện  $I$  hình vuông cạnh  $a$ .  
 (b) Tính bằng số cho trường hợp  $I = 6,0\text{A}$  và  $a = 150\text{mm}$ . (c) Biểu diễn trên hình vẽ chiều của  $I$  và hướng của  $B$  tại tâm hình vuông.
- 11 Một dòng điện tròn có bán kính  $2,5\text{mm}$  và dòng điện  $I = 7,4\text{mA}$  chạy qua.  
 (a) Hãy xác định độ lớn của momen lưỡng cực từ của dòng điện tròn đó.  
 (b) Xác định  $B$  tại một điểm nằm trên trực và cách tâm vòng tròn  $1,0\text{m}$ . (c) Xác định độ lớn của  $B$  tại tâm vòng tròn.
- 12 Cường độ điện trường tại một điểm nằm trên mặt phẳng trung trực của một lưỡng cực điện được cho gần đúng (ở xa lưỡng cực) bởi :

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

với  $\mathbf{p}$  là momen lưỡng cực điện và  $r$  là khoảng cách từ lưỡng cực. Bằng cách tương tự hãy viết biểu thức cho  $\mathbf{B}$  tại điểm nằm trong mặt phẳng của một dòng điện kín và ở xa nó. Cho momen lưỡng cực từ của dòng điện này là  $\mathbf{m}$ .

### Mục 22-2. Định luật Ampere.

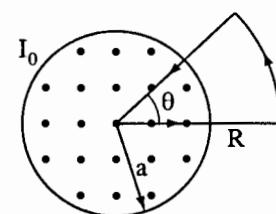
- 13 Xét một mặt có biên là đường kín cho trên hình 22-30 với  $I = 10,0\text{A}$ . (a) Hãy xác định  $\Sigma i$  cho trong hợp đó. (b) Tính giá trị của  $\oint \mathbf{B} dl$  cho đường kín đó.



Hình 22-30

### Mục 22-3. Những ứng dụng của định luật Ampere.

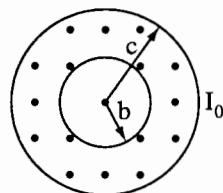
- 14 Một dây dẫn thẳng và dài có đường kính  $2,5\text{mm}$  mang dòng điện phân bố đều có cường độ  $12\text{A}$ . (a) Hỏi ở khoảng cách nào từ trực của dây dẫn  $B$  đạt giá trị cực đại ? (b) Dụng đồ thị của  $B$  theo khoảng cách  $R$  từ trực của dây dẫn đối với vùng  $0 \leq R \leq 3,0\text{mm}$ .
- 15 Một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện  $I_0$  chạy qua. Dòng điện này được phân bố đều trên toàn tiết diện của dây dẫn có bán kính  $a$ . (a) Đối với đường kín cho trên hình 22-31, hãy tính  $\oint \mathbf{B} dl$  bằng cách dùng một hoặc cả hai phương trình (22-4)



Hình 22-31

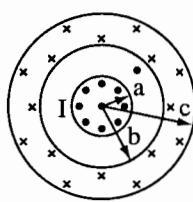
và phương trình (22-10). (b) Chứng minh rằng dòng điện liên kết với đường kín này được cho bởi  $\sum i = \frac{I_0\theta}{2\pi}$ .

- 16 Một hình trụ dài, rỗng và dẫn điện mang dòng điện  $I_0$  phân bố đều trên tiết diện của ống như được cho trên hình 22-32. Hãy xác định B tại điểm cách trục hình trụ một khoảng  $R$  với :  
 (a)  $R \leq b$  ; (b)  $b \leq R \leq c$  ; (c)  $c \leq R$ .



Hình 22-32

- 17 Tiết diện của một *cáp đồng trực* được biểu diễn trên hình 22-33. Cùng một dòng điện  $I$  nhưng có chiều ngược nhau chạy trong dây dẫn trong và dây dẫn ngoài. Giả sử rằng mật độ dòng  $J$  là đều trong mỗi dây dẫn. Xác định B tại điểm cách trục cáp một khoảng  $R$  với : (a)  $R \leq a$ .  
 (b)  $a \leq R \leq b$  ; (c)  $b \leq R \leq c$  ; (d)  $c \leq R$ .

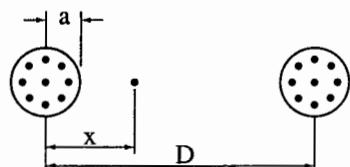


Hình 22-33

- 18 Một ống dây dài với  $850$  vòng/m có dòng điện  $2,4A$  chạy qua. (a) Hãy xác định B ở gần tâm của ống dây. (b) Nếu chiều dài của ống dây là  $200mm$  thì nó có bao nhiêu vòng dây ? (c) Tính đường kính của dây quấn.

- 19 Một ống dây tròn có diện tích tiết diện là  $260mm^2$  và dài  $150mm$ . (a) Hỏi phải quấn bao nhiêu vòng nếu từ trường ở gần tâm ống dây cần có độ lớn cực đại là  $1,8mT$  và dòng điện cực đại chạy qua là  $0,75A$  ? (b) Xác định chiều dài của dây cuộn. (c) Nếu ống dây được quấn sít bằng một lớp dây đồng có điện trở suất là  $1,7 \cdot 10^{-8}\Omega m$ , thì điện trở của ống dây bằng bao nhiêu ? Bỏ qua chiều dày của lớp cách điện. (d) Hỏi hiệu điện thế đặt vào ống dây bằng bao nhiêu để tạo được một từ trường không đổi có  $B = 1,8mT$  ?

- 20 Hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song có tiết diện được cho trên hình 22-34. Hai dây đều có dòng điện  $I$  chạy qua với chiều hướng ra phía ngoài trang giấy. Giả sử  $x$  là toạ độ của điểm nằm trong mặt phẳng chứa trục của hai dây (tức là vuông góc với mặt phẳng hình vẽ). Hãy xác định B như một hàm số của  $x$  đối với các trường hợp : (a)  $0 \leq x \leq a$  ; (b)  $a \leq x \leq D - a$  ; (c)  $D - a \leq x \leq D$ .



Hình 22-34

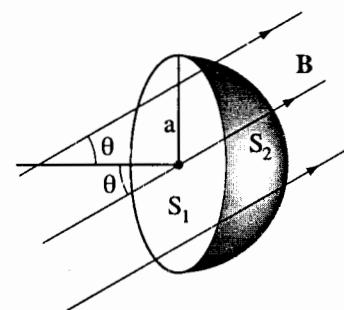
- 21 Làm lại bài tập trên với dòng điện ở bên phải có chiều ngược lại.

## Mục 22-4. Lực tương tác giữa hai dòng điện

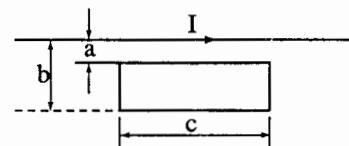
- 22 Hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song cách nhau 30 mm có dòng điện 12A và 15A chạy qua với chiều ngược nhau. (a) Biểu diễn trên hình vẽ hướng của lực do dây dẫn này tác dụng lên dây dẫn kia. (b) Xác định độ lớn của lực tác dụng lên mỗi đơn vị dài của mỗi dây. (c) Các câu trả lời cho phần (a) và (b) sẽ thay đổi thế nào nếu dòng điện trong hai dây dẫn cùng chiều.
- 23 Hai dòng điện như nhau chạy trong hai đoạn dây dẫn thẳng và dài đặt song song cách nhau 15mm. (a) Biết rằng lực từ do một dây dẫn tác dụng lên một đoạn dài 250mm của dây dẫn kia có độ lớn bằng 0,93mN, hãy xác định cường độ dòng điện chạy trong hai dây. (b) Lực tương tác giữa hai dây dẫn sẽ thay đổi bao nhiêu lần nếu cường độ dòng điện giảm đi một nửa ?

## Mục 22-5. Từ thông và định luật Gauss đối với từ trường

- 24 Một mặt là phẳng giới hạn trong một vòng tròn bán kính 250mm đặt trong một từ trường đều có  $B = 320\text{mT}$  sao cho trục đối xứng của vòng tròn lập với hướng của trường một góc  $28^\circ$ . Xác định từ thông đối với mặt đó.
- 25 Hai mặt tạo nên một mặt kín như cho trên hình 22-35. Mặt  $S_1$  là phẳng giới hạn trong vòng tròn bán kính  $a$  và mặt  $S_2$  là một bán cầu cũng có bán kính  $a$ . Giả sử rằng một từ trường đều có hướng lập một góc  $\theta$  với trục đối xứng của bán cầu. (a) Hãy xác định từ thông đối với mặt  $S_1$ . (b) Xác định từ thông đối với mặt bán cầu.
- 26 Một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện  $I$  chạy qua. (a) Tính từ thông đối với mặt phẳng giới hạn bởi hình chữ nhật cho trên hình 22-36. (b) Tính từ thông đối với hình bong bóng phồng ra khỏi mặt phẳng hình vẽ nhưng vẫn có biên là hình chữ nhật.



Hình 22-35



Hình 22-36

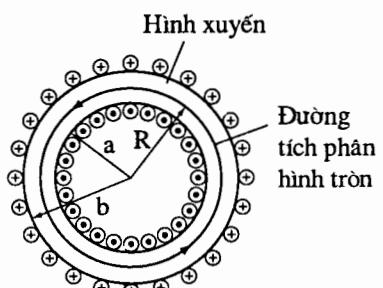
## Mục 22-6. Dòng điện dịch và định luật Ampere

- 27 Một tụ đang được tích điện như được cho trên hình 22-22. Tại một thời điểm nào đó, cường độ dòng điện trong các dây nối là 1,45A. (a) Xác định dòng điện dịch đối với mặt  $S_1$  ở cùng thời điểm. (b) Sau khi tụ điện đã nạp đầy điện không còn dòng điện trong các dây nối nữa, trong trường hợp đó dòng điện dịch đối với mặt  $S_1$  bằng bao nhiêu ? (c) Giả sử tụ đang phóng

- diện và dòng điện trong dây nối là  $2,33A$  với chiều ngược với chiều trên hình vẽ. Bây giờ dòng điện dịch đối với mặt  $S_1$  bằng bao nhiêu ?
- 28 Một dòng điện  $I$  được phân bố đều trên tiết diện tròn  $S_1$  của một dây dẫn thẳng và dài. Mật độ dòng điện có độ lớn bằng  $J = \frac{I}{A}$  với  $A$  là diện tích của  $S_1$ . Một điện trường tồn tại ở những điểm trong dây dẫn có điện trở suất là  $\rho$  (xem lại các phần có liên quan đến  $E$ ,  $J$  và  $\rho$  trong chương 20). (a) Hãy xác định thông lượng điện đối với mặt  $S_1$  qua dòng điện  $I$  xuyên qua mặt đó. (b) Trong những điều kiện nào có dòng điện dịch xuyên qua mặt đó ? (c) Tính dòng điện dịch đối với một dây đồng ( $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega m$ ) trong đó dòng điện biến thiên từ  $320$  đến  $340mA$  trong  $5,0\mu s$ . (d) Dòng điện dịch trong dây dẫn trên chiếm bao nhiêu phần trăm trong dòng điện toàn phần ?
- 29 Một tụ điện có điện dung  $30nF$  trong mạch RC (xem chương 20) được nạp điện bằng một acquy  $12V$  qua một điện trở  $10k\Omega$ , bắt đầu từ thời điểm  $t = 0\mu s$ . Xét dòng điện dịch xuyên qua một mặt, chẳng hạn như  $S_1$  trên hình 22-22. (a) Với giá trị nào của  $t$ , dòng điện dịch đạt cực đại. Tính dòng điện dịch ở : (b)  $t = 1,0ms$  và (c)  $t = 15ms$ .
- 30 Một tụ đang được tích điện như chỉ ra trên hình 22-22. Tại một thời điểm nào đó dòng điện chạy qua các dây nối là  $500\mu A$  và dòng rò từ bản này sang bản kia của tụ điện là  $40\mu A$  (đây là một tụ điện "rò", trong tụ điện lí tưởng dòng rò bằng không) (a) Hãy xác định dòng điện dịch xuyên qua mặt  $S_1$ . (b) Cho diện tích mỗi bản tụ là  $240mm^2$ , hãy tính tốc độ biến thiên của điện trường ở thời điểm đó (bỏ qua các hiệu ứng ở mép tụ điện).

## ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Ống dây hình xuyến.** Ống dây hình xuyến là ống dây có hình chiếc xăm ôtô có  $N$  vòng quấn xung quanh. Một ống dây hình xuyến điển hình được cho trên hình 22-37. Đối với ống dây hình xuyến lí tưởng, từ trường chỉ tồn tại bên trong ống dây nhưng trường không đều trên tiết diện của nó. (a) Hãy áp dụng định luật Ampere cho đường hình tròn trên hình, để chứng minh rằng độ lớn của cảm ứng từ được cho bởi :



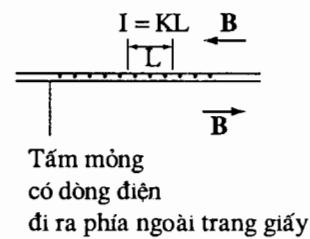
Hình 22-37. BTNC 1

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$

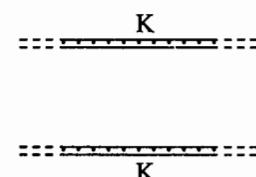
ở đây I là dòng điện trong ống dây và R là khoảng cách đến trục đối xứng của ống. (b) Tìm giá trị cực đại và cực tiểu của B đối với ống dây có N = 500, I = 300mA, a = 75mm và b = 90mm. (c) Hãy so sánh các giá trị tìm được ở trên với độ lớn của cảm ứng từ trong ống dây dài cũng có N vòng, với chiều dài  $2\pi R_0$  trong đó  $R_0 = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$ .

- 2 Trường ở tâm của ống dây có chiều dài hữu hạn.** Xác định độ lớn của cảm ứng từ tại tâm của ống dây có chiều dài L và bán kính a. Giả sử tâm của ống tại x = 0 và hai đầu của ống ở  $x = \pm \frac{L}{2}$ . Chứng tỏ rằng kết quả phù hợp với từ trường ở tâm dòng điện tròn nếu  $a \gg L$  và với trường bên trong một ống dây lí tưởng nếu  $a \ll L$ .
- 3 Trường tạo bởi một tấm có dòng điện chạy qua.** Xét một tấm lí tưởng hoá có dòng điện chạy qua như được cho trên hình 22-38. Dòng điện tồn tại khắp nơi trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng trang giấy và được mô tả bởi **mật độ dòng điện mặt K**. Dòng điện I trong đoạn dài là  $I = KL$ , nghĩa là K là cường độ dòng điện trên một đơn vị dài trên tấm. Dùng các lập luận dựa trên tính đối xứng của bài toán và định luật Ampere, chứng tỏ rằng  $B$  có hướng như được cho trên hình với độ lớn  $B = \frac{1}{2} \mu_0 K$  ở mỗi phía của tấm.
- 4 Trường tạo bởi hai tấm song song có dòng điện chạy qua.** Dùng kết quả của bài toán trước hãy xác định cảm ứng từ ở phía trên, ở phía dưới và ở giữa hai tấm có dòng điện cho trên hình 22-39.
- 5 Trường tạo bởi hạt tích điện chuyển động.** Một hạt có điện tích  $q$  chuyển động với vận tốc  $v$  không đổi. (a) Hãy giải thích tại sao có thể xem tích  $qv$  như phần tử dòng điện  $Idl$  ở vị trí tức thời của hạt. (b) Cho  $\hat{r}$  là vectơ đơn vị chỉ hướng từ hạt đến điểm cách nó một khoảng  $r$ , hãy chứng minh rằng cảm ứng của từ trường tại điểm đó do hạt tích điện chuyển động gây ra được cho bởi :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q v \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$



Hình 22-38. BTNC 3

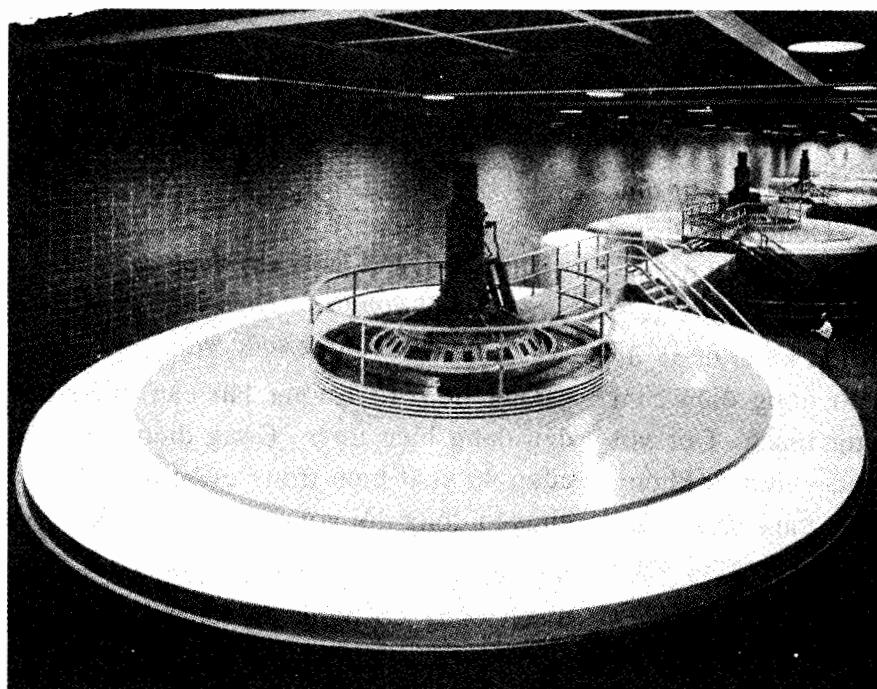


Hình 22-39. BTNC 3

6. Tìm lực tổng hợp tác dụng lên hình chữ nhật cho trên hình 22-36, nếu nó cũng mang dòng điện  $I$  với cạnh gần dây dẫn thẳng nhất có dòng điện cùng chiều với dòng điện trong dây dẫn đó.
7. Tìm cảm ứng từ ở tâm một quả cầu cách điện bán kính  $R$  quay với vận tốc góc  $\omega$  và tích điện với mật độ điện tích mặt  $\sigma$ .
8. Xét một dòng điện tròn và một dòng điện vuông với cùng chiều dài dây dẫn. Hãy so sánh độ lớn của  $B$  ở tâm hai dòng điện này khi chúng có cùng một dòng điện chạy qua. Từ trường nào mạnh hơn? Tiếp theo xét sự làm biến dạng khung dây vuông thành khung dây hình chữ nhật với cạnh dài gấp đôi cạnh ngắn. Lại so sánh độ lớn của  $B$  tại tâm như đối với trường hợp trước. Hãy biểu diễn mỗi trường như một hàm của diện tích được giới hạn trong mỗi dòng điện trên. Vì vòng tròn bao một diện tích lớn nhất so với các đường có cùng chu vi, bạn có thể rút ra kết luận gì?

## CHƯƠNG 23

# ĐỊNH LUẬT FARADAY



Một máy phát thuỷ điện dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.



Thí nghiệm chứng minh sự sinh ra dòng điện trong mạch bởi một nam châm chuyển động.

Nếu một dòng điện  $I$  tồn tại trong một mạch điện có điện trở  $R$  thì năng lượng bị tiêu tán thông qua tỏa nhiệt với tốc độ  $P = I^2R$ . Cái gì là nguồn của năng lượng này? Trong các mạch điện đơn giản được xét cho tới nay thường là pin và acquy đã cung cấp năng lượng đó. Suất điện động  $\mathcal{E}$  của một pin hoặc acquy được giải thích là năng lượng tính cho một đơn vị điện tích được truyền cho hạt tải điện thông qua các quá trình hoá học, chính nó cung cấp năng lượng cho các hạt tải điện với tốc độ  $P = I\mathcal{E}$ .

Tuy nhiên cũng có các loại suất điện động khác, các cách truyền năng lượng khác cho các hạt tải điện trong mạch. Sự truyền năng lượng không nhất thiết phải thông qua các phản ứng hoá học. Sự biến đổi cơ năng (từ một tua bin hơi nước

23-1. Định luật Faraday

23-2. Suất điện động cảm ứng của một dây dẫn chuyển động trong từ trường

23-3. Các máy phát điện một chiều và xoay chiều

23-4. Điện trường cảm ứng

*Những ván đề đặc sắc  
của vật lí hiện đại*

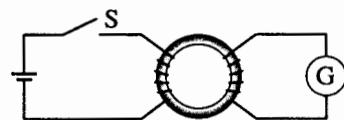
*Tính thuận trái - phải  
của tự nhiên*

quay) thành năng lượng điện ở một nhà máy điện liên quan tới một loại suất điện động khác, trong đó từ trường đóng một vai trò rất cẩn bản. Sự phát triển của quá trình quan trọng này được dựa trên những nguyên lý đã được phát hiện từ hơn 150 năm trước. Những phát hiện độc lập và hầu như đồng thời về các dòng điện cảm ứng bởi từ trường của Michael Faraday ở Anh và Joseph Henry ở Mĩ đã dẫn tới một định luật mà ngày nay chúng ta gọi là định luật Faraday về cảm ứng.

## 23-1. ĐỊNH LUẬT FARADAY

Một số nghiên cứu của Faraday về các dòng điện cảm ứng bởi từ trường đã sử dụng một bố trí thí nghiệm tương tự như được cho trên hình 23-1. Dòng điện trong cuộn dây ở bên trái tạo ra một từ trường được tập trung trong vòng sắt. Cuộn dây ở bên phải được nối với điện kế G dùng để chỉ sự có mặt của bất kì dòng điện cảm ứng nào xuất hiện trong mạch. Đối với một từ trường không đổi, người ta không thấy có một dòng điện cảm ứng nào. Nhưng một dòng điện cảm ứng sẽ xuất hiện tức thời khi khoá S được đóng mạch. Khi khoá S mở dòng điện cảm ứng cũng xuất hiện tức thời nhưng có chiều ngược lại. Như vậy, dòng điện cảm ứng chỉ tồn tại khi từ trường do dòng điện của mạch bên trái sinh ra biến đổi.

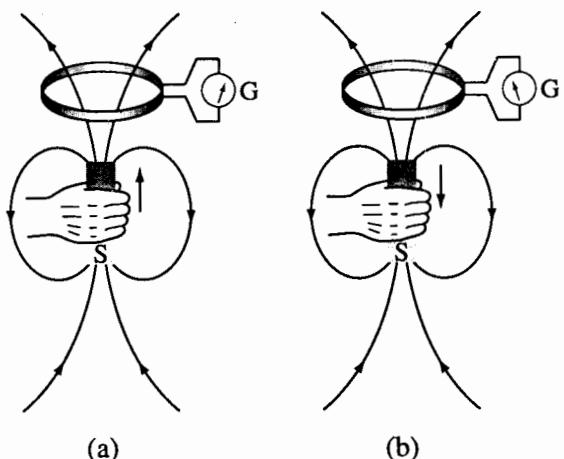
Tầm quan trọng của sự biến đổi cũng được chứng minh bởi bố trí thí nghiệm cho trên hình 23-2. Nếu thanh nam châm đứng yên đối với cuộn dây thì sẽ không có dòng điện cảm ứng nào tồn tại cả. Nhưng nếu thanh nam châm chuyển động tới gần cuộn dây thì sẽ có một dòng điện cảm ứng có chiều như trên hình 23-2a. Nếu thanh nam châm chuyển động ra xa cuộn dây, thì dòng điện cảm ứng cũng xuất hiện với chiều ngược lại như trên hình 23-2b. Chú ý rằng trong cả hai



**Hình 23-1.** Hai cuộn dây được quấn xung quanh một vòng sắt. Điện kế G lệch tức thời khi khoá S đóng hoặc mở.

trường hợp, từ trường lân cận cuộn dây đều đang biến thiên. Dòng điện cảm ứng cũng sẽ xuất hiện trong cuộn dây nếu nó chuyển động đối với nam châm.

Sự tồn tại các dòng điện cảm ứng trong mạch cũng có nghĩa là tồn tại một suất



**Hình 23-2.** (a) Dòng điện được cảm ứng trong cuộn dây, nếu nam châm chuyển động tiến tới gần cuộn dây. (b) Dòng điện cảm ứng có chiều ngược lại, nếu nam châm chuyển động ra xa cuộn dây.

điện động cảm ứng  $\mathcal{E}$ . Suất điện động cảm ứng này có mặt mỗi khi từ trường biến thiên, như đã được mô tả ở trên.

Mỗi liên hệ định lượng giữa từ trường biến thiên và suất điện động cảm ứng được biểu diễn qua từ thông  $\phi_B$  đối với một mặt. Để đơn giản ta hãy xét một vòng dây dẫn mảnh và một mặt toán học hở có biên là vòng dây đó, như hình 23-3. Từ thông đối với mặt này được cho bởi tích phân mặt :

$$\phi_B = \int \mathbf{B} d\mathbf{S}$$

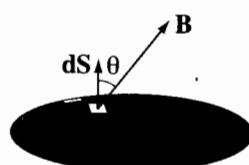
ở đây  $d\phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B dS \cos\theta$  là từ thông đối với phần tử diện tích  $d\mathbf{S}$ . Từ thông đó  $\phi_B$  được nói là *liên kết* với vòng dây.

Từ thông biến thiên liên kết với một vòng dây và suất điện động cảm ứng trong vòng dây đó liên hệ với nhau bởi **định luật Faraday**

*Khi từ thông đối với một mặt có biên là một vòng dây kín biến thiên theo thời gian, thì trong vòng dây dẫn đó xuất hiện một suất điện động cảm ứng. Suất điện động cảm ứng đó được cho bởi*

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (23-1)$$

Suất điện động  $\mathcal{E}$  phụ thuộc vào tốc độ biến thiên của từ thông. Dấu (-) trong



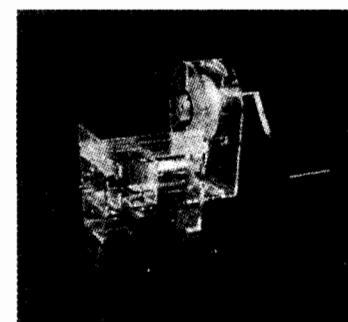
**Hình 23-3.** Vòng dây dẫn tạo nên biên của một mặt. Từ thông đối với mặt này là  $\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ .

công thức trên liên quan đến chiều của suất điện động cảm ứng trong mạch (xem định luật Lenz dưới đây). Từ định luật Faraday, chúng ta nhận được mối quan hệ giữa vêbe (Wb) – đơn vị của từ thông và volt (V) – đơn vị của suất điện động  $1V = 1Wb/s$ .

Bây giờ ta sẽ xét suất điện động cảm ứng trong một cuộn dây gồm nhiều vòng sát nhau. Mỗi một vòng dây trong cuộn dây đó được xem gần đúng như một vòng dây kín riêng biệt và ta có thể áp dụng định luật Faraday để xác định suất điện động cho mỗi vòng. Vì các vòng này là nối tiếp nhau, nên suất điện động toàn phần  $\mathcal{E}_T$  trong cuộn dây sẽ bằng tổng các suất điện động được cảm ứng trong mỗi vòng. Chúng ta giả sử rằng các vòng dây trong cuộn được cuốn sát nhau sao cho từ thông liên kết với một vòng có giá trị như nhau với tất cả các vòng. Khi đó cùng một suất điện động  $\mathcal{E}$  sẽ xuất hiện trong mỗi vòng và suất điện động toàn phần đối với cuộn có  $N$  vòng sẽ được cho bởi

$$\mathcal{E}_T = N\mathcal{E} = N \left( -\frac{d\phi_B}{dt} \right) = -N \frac{d\phi_B}{dt} \quad (23-2)$$

ở đây  $\phi_B$  là từ thông liên kết với mỗi vòng trong cuộn dây.



*Một máy phát điện được thực hiện bằng tay.*

Từ thông liên kết với một vòng của cuộn dây trong phương trình (23-2) là từ thông của từ trường toàn phần đối với mặt có biên là vòng dây đó. Đóng góp vào từ thông liên kết với vòng dây, ngoài nguồn bên ngoài như nam châm hoặc dòng điện trong một mạch khác, còn có đóng góp của chính dòng điện cảm ứng trong vòng dây. Trong chương này, chúng ta sẽ luôn giả sử rằng các vòng dây hoặc cuộn dây là một phần của mạch điện có *diện trờ lớn* sao cho *dòng cảm ứng là nhỏ*. Khi đó đóng góp vào từ thông bởi dòng điện nhỏ này sẽ là không đáng kể so với từ thông tạo bởi các nguồn khác. Như vậy, chúng ta sẽ bỏ qua ảnh hưởng của dòng điện cảm ứng trong việc xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng (cũng xem định luật Lenz dưới đây). Trong chương sau chúng ta sẽ tập trung xem xét ảnh hưởng của dòng điện cảm ứng lên chính nó.

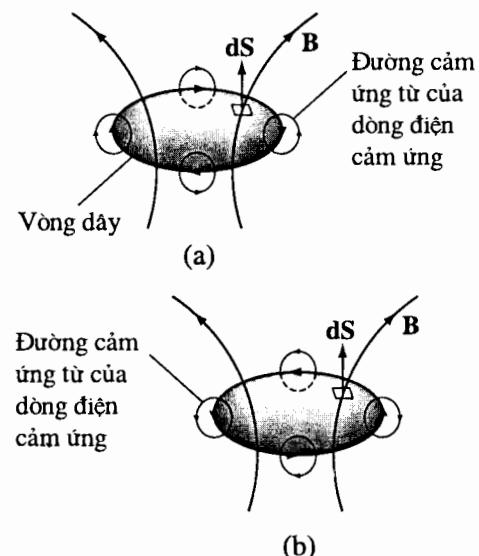
## Định luật Lenz

Dấu (-) xuất hiện trong định luật Faraday (phương trình 23-1) có liên quan đến chiều của dòng điện cảm ứng. Khi xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng theo định luật Faraday chúng ta sẽ bỏ qua dấu (-) này trong tính toán. Chiều của dòng điện cảm ứng (cũng là chiều của suất điện động cảm ứng) được xác định nhờ **định luật Lenz**, do nhà bác học Heinrich Friedrich Lenz (1804 – 1865) phát hiện ra.

*Dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó sinh ra chống lại sự biến thiên của từ thông đã sinh ra nó.*

Cách tốt nhất để hiểu và áp dụng định luật Lenz là xét các ví dụ. Giả sử rằng từ trường và do đó từ thông đối với mặt cho trên hình

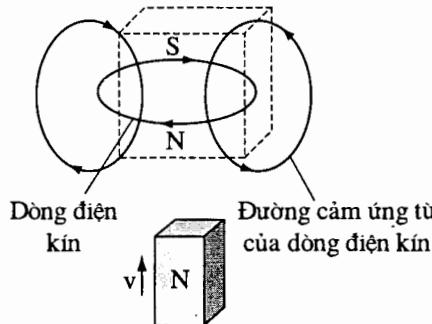
23-4a đang tăng. Chiều của dòng cảm ứng phải chống lại từ thông đang tăng này. Điều này có nghĩa là từ trường của dòng cảm ứng phải có xu hướng làm giảm giá trị đang tăng của B tại các điểm trên mặt đang xét. Tức là phải ngược hướng với từ trường ngoài B. Áp dụng quy tắc bàn tay phải (hay quy tắc vặn nút chai), chiều của dòng cảm ứng như hình 23-4a.



**Hình 23-4. Đóng góp của dòng cảm ứng vào từ trường chống lại sự biến thiên của từ thông. Từ thông đối với mặt (a) đang tăng và (b) đang giảm.**

Trong hình 23-4b, từ trường giả sử là đang giảm tại các điểm trên mặt. Như vậy, từ thông liên kết với vòng dây cũng đang giảm, và đóng góp của dòng điện cảm ứng vào từ trường làm tăng giá trị đang giảm của B. Dòng cảm ứng có chiều như được cho trên hình 23-4b. Nếu dòng này có chiều ngược lại, đóng góp của dòng cảm ứng vào từ trường sẽ càng làm cho từ thông giảm hơn nữa, nghĩa là lại vi phạm định luật Lenz.

Hình 23-5 cho một giải thích khác định luật Lenz khi áp dụng cho tình huống của



**Hình 23-5.** *Dòng điện cảm ứng trong vòng dây tạo ra một từ trường tương tự với từ trường của thanh nam châm. Hai cực bắc sẽ đẩy nhau.*

hình 23-4a. Từ thông liên kết với vòng dây đang tăng khi nam châm chuyển động tới gần vòng dây. Dòng điện cảm ứng trong vòng dây cũng sinh ra một từ trường tương tự như từ trường của một thanh nam châm khác (như được mô tả trên hình 23-5). Cực bắc của thanh nam châm tương đương này sẽ đẩy thanh nam châm thực. Điều này có nghĩa là từ trường của dòng cảm ứng sẽ tác dụng một lực lên thanh nam châm theo hướng ngược với chuyển động của nó. Theo cách đó dòng cảm ứng đã chống lại sự biến thiên của từ thông đã sinh ra nó.

## VÍ DỤ 23-1

**Suất điện động cảm ứng bởi một từ trường biến thiên theo thời gian.** Một cuộn dây tròn có 75 vòng và bán kính 35mm có trục song song với một từ trường đều theo không gian. Độ lớn cảm ứng từ của từ trường biến đổi với tốc độ đều từ 18 đến 43mT trong 240ms. Hãy xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng trong cuộn dây trong khoảng thời gian trên.

**Giải.** Vì từ trường là đều theo không gian và song song với trục của cuộn dây, nên từ thông liên kết với mỗi vòng dây bằng

$$\phi_B = B \pi R^2$$

với  $R$  là bán kính của vòng dây. Theo phương trình (23-2), suất điện động cảm ứng trong cuộn dây là :

$$\mathcal{E}_T = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d(B\pi R^2)}{dt} = -N\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

Độ lớn của cảm ứng từ  $B$  biến thiên với tốc độ không đổi, nên

$$\frac{dB}{dt} = \frac{0,043T - 0,018T}{0,24s} = 0,10T/s$$

Vậy độ lớn của s.dđ cảm ứng trong cuộn dây bằng :

$$\mathcal{E}_T = 75\pi(0,035\text{ m})^2(0,10\text{ T/s}) = 0,030\text{ V} = 30\text{mV}.$$

## Bài tự kiểm tra 23-1

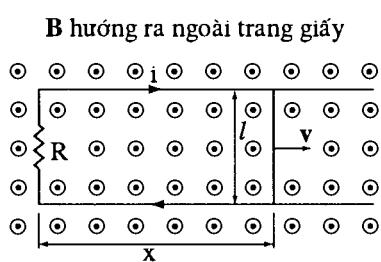
Trong ví dụ trên cho trục của cuộn dây thẳng đứng và từ trường hướng thẳng đứng lên trên. Đối với người quan sát ở ngay phía trên cuộn dây, thì chiều của dòng cảm ứng là thuận hay ngược chiều kim đồng hồ ?

**Đáp số :** Thuận chiều kim đồng hồ.

## 23-2. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG CẢM ỨNG CỦA MỘT THANH DÂY DẪN CHUYỂN ĐỘNG TRONG TỪ TRƯỜNG

Một suất điện động sẽ được cảm ứng trong một vòng dây hoặc cuộn dây dẫn đứng yên nếu từ thông liên kết với nó biến thiên. Từ thông liên kết với một vòng dây dẫn  $\phi_B = \int BdS$  có liên quan tới ba yếu tố : *từ trường, diện tích và sự định hướng*. Bất cứ sự thay đổi nào của ba yếu tố đó đều làm cho từ thông biến thiên và dẫn tới sự xuất hiện của suất điện động cảm ứng. Một cách để làm từ thông biến thiên là làm thay đổi từ trường trong vùng đặt vòng dây. Nhưng một suất điện động cũng có thể được cảm ứng trong một khung dây dẫn, nếu một phần hoặc toàn bộ khung đó chuyển động trong vùng có từ trường. Các suất điện động cảm ứng tạo thành trong trường hợp này có tầm quan trọng rất lớn trong thực tiễn. Loại suất điện động cảm ứng này thường gặp trong các máy phát điện, một dụng cụ biến cơ năng thành điện năng.

Ta xét một khung dây có thanh dây dẫn trượt đặt trong từ trường đều như trên hình 23-6. Mạch được khép kín bằng một thanh dây dẫn dài  $l$  có thể trượt trên hai



**Hình 23-6.** Từ trường đều hướng ra phía ngoài trang giấy và một suất điện động được cảm ứng trong thanh dây dẫn trượt.

cạnh của khung chữ U với vận tốc  $v$  vuông góc với  $B$ .

Để đơn giản ta giả sử rằng thanh trượt được kéo với vận tốc không đổi. Vì thanh trượt chuyển động, nên các hạt tải điện trong thanh cũng chuyển động theo. Do đó từ trường tác dụng nên các hạt tải điện một lực  $F = qv \times B$ . Hướng của lực từ tác dụng lên hạt tải điện dương hướng từ đầu trên đến đầu dưới của thanh, do đó tạo nên dòng điện cảm ứng như trong hình vẽ.

Chúng ta có thể tìm được suất điện động cảm ứng bằng cách áp dụng định luật Faraday tới khung dây đang xét. Vì từ trường vuông góc với mặt phẳng khung dây, nên từ thông đổi với mặt đó được cho bởi

$$\phi_B = \int BdS = Blx$$

ở đây  $S = lx$  là diện tích tức thời của khung dây. Thanh trượt chuyển động với vận tốc  $v = \left| \frac{dx}{dt} \right|$  nên diện tích và do đó từ thông liên kết với khung dây biến thiên. Độ lớn của tốc độ biến thiên của từ thông được cho bởi :

$$\left| \frac{d\phi_B}{dt} \right| = \left| \frac{d(Blx)}{dt} \right| = Bl \left| \frac{dx}{dt} \right| = Blv$$

Theo định luật Faraday, độ lớn của suất điện động cảm ứng trong thanh dây dẫn chuyển động là :

$$\mathcal{E} = Blv \quad (23-3)$$

Đối với trường hợp cho trên hình vẽ, chiều của dòng điện cảm ứng phù hợp với định luật Lenz. Trong trường hợp này từ

thông  $\phi_B = Bl/x$  tăng và đóng góp của dòng điện cảm ứng vào từ trường ngược chiều với từ trường ngoài. Biểu thức đổi với suất điện động cảm ứng được cho trong phương trình (23-3) đối với thanh dây dẫn trượt cũng có thể nhận được từ định luật bảo toàn năng lượng. Tốc độ năng lượng điện được cung cấp được cho bởi  $P = i\mathcal{E}$  (xem mục 20-7). Nguồn năng lượng này được xác định như sau : vì thanh trượt có dòng điện cảm ứng chạy qua được đặt trong từ trường đều, nên có một lực từ tác dụng lên nó. Theo phương trình (21-3) thì lực này có độ lớn bằng  $F = il/B$  và hướng về phía trái của hình 23-6, tức là ngược hướng với vận tốc của thanh trượt. Vì thanh chuyển động với vận tốc không đổi, nên tổng hợp lực tác dụng lên nó phải bằng không. Để cân bằng với lực từ (ở đây ta bỏ qua lực ma sát) thì lực kéo có độ lớn  $F_a = il/B$  và hướng về phía phải hình vẽ. Lực này song song với vận tốc  $v$  và thực hiện một công lên thanh trượt với tốc độ  $P = F_a \cdot v = F_a v = ilBv$ . Cân bằng tốc độ thực hiện công cơ học và tốc độ năng lượng điện được cung cấp ta có :

$$i\mathcal{E} = ilBv$$

suy ra

$$\mathcal{E} = Blv$$

hoàn toàn phù hợp với phương trình (23-3). Chú ý rằng nguồn năng lượng điện gắn liền với suất điện động cảm ứng đó chính là công được thực hiện bởi ngoại lực đặt vào.

Cường độ dòng điện cảm ứng  $i$  trong mạch bằng  $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ , thay suất điện động cảm ứng từ phương trình (23-3) ta tìm được độ lớn của lực kéo :

$$F_a = i/B = \frac{\mathcal{E}}{R}/B = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Còn tốc độ thực hiện công cơ học là :

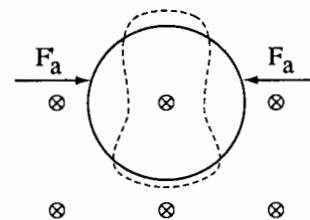
$$P_a = F_a v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

Do mạch có điện trở nên khi có dòng điện cảm ứng thì trong mạch có sự tỏa nhiệt. Công suất hay là tốc độ tỏa nhiệt được tính theo công thức :

$$P = i^2 R = \left( \frac{Blv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

Ta thấy  $P = P_a$ , như vậy công mà ta thực hiện khi kéo khung trong từ trường xuất hiện dưới dạng nhiệt lượng tỏa ra trên khung, làm nhiệt độ của khung tăng lên một chút.

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong rất nhiều tình huống có dây dẫn chuyển động trong một từ trường đều tĩnh. Một ví dụ được cho trên hình 23-7. Một vòng dây dẫn tròn đặt trong một từ trường đều có hướng vuông góc với mặt phẳng vòng dây được bóp méo bằng cách tác dụng lực đẩy từ



**Hình 23-7.** Vòng dây dẫn tròn trong từ trường được bóp méo bằng cách tác dụng lực từ hai phía làm cho diện tích của nó giảm và do đó làm cho từ thông biến thiên.

hai phía. Kết quả là diện tích của mặt vòng dây giảm và một suất điện động cảm ứng xuất hiện. Từ thông liên kết với vòng dây bằng  $\phi_B = \int BdS = BS$ , với  $S$  là diện

tích tức thời của mặt vòng dây, áp dụng định luật Faraday ta có :

$$\mathcal{E} = \left| \frac{d\phi_B}{dt} \right| = \left| \frac{d(BS)}{dt} \right| = B \left| \frac{dS}{dt} \right|$$

Suất điện động cảm ứng phụ thuộc vào tốc độ biến thiên của diện tích vòng dây  $\frac{dS}{dt}$ .

Bạn hãy thử xác định chiều của dòng cảm ứng trong hình 23-7 và tìm nguồn cung cấp năng lượng điện đó.

Từ thông liên kết với một vòng dây hoặc cuộn dây cũng sẽ thay đổi nếu chúng quay

trong một từ trường tĩnh và đều. Chúng ta sẽ xét trường hợp quan trọng này ở mục sau. Trong trường hợp tổng quát hơn, một suất điện động cảm ứng sẽ xuất hiện trong mạch nếu từ thông liên kết với nó biến thiên. Sự biến thiên này của từ thông có thể là do tổ hợp của từ trường biến thiên và sự chuyển động của mạch trong từ trường đó. Hơn nữa từ trường cũng không nhất thiết phải đều theo không gian. Định luật Faraday đều cho suất điện động cảm ứng bất kể từ thông biến thiên do một quá trình riêng biệt hay do tổ hợp của các quá trình nói trên.

## VÍ DỤ 23-2

**Suất điện động được cảm ứng bởi dây dẫn chuyển động.** Hãy xác định :

(a) Suất điện động cảm ứng và (b) Dòng điện cảm ứng trong mạch có thanh dây dẫn trượt cho trên hình 23-6, nếu cho  $l = 450\text{mm}$ ,  $B = 0,50\text{T}$  và  $v = 1,6\text{m/s}$ .

Giả sử rằng điện trở  $R = 250\Omega$  của mạch chỉ được tập trung trong phần đáy của khung chữ U và phần còn lại của khung, kể cả thanh trượt, đều có điện trở không đáng kể.

**Giải.** (a) Độ lớn của suất điện động cảm ứng được cho bởi phương trình (23-3)

$$\mathcal{E} = Blv = (0,50 \text{ T}) \cdot (0,450\text{m}) \cdot (1,6\text{m/s}) = 0,36\text{V}.$$

(b) Vì  $R$  là điện trở toàn phần của mạch, nên cường độ dòng điện trong mạch bằng

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,36}{250\Omega} = 1,4\text{mA}.$$

Hai đáp số trên có thay đổi không nếu vận tốc của thanh trượt có hướng ngược lại ? Khi đó chiều của dòng điện cảm ứng có thay đổi không ?

## 23-3. CÁC MÁY PHÁT ĐIỆN MỘT CHIỀU VÀ XOAY CHIỀU

Định luật Faraday cho ta cơ sở hay nguyên lí để biến cơ năng thành điện năng. Tâm quan trọng thực tiễn của sự biến đổi năng lượng này trong một xã hội công nghiệp là điều quá rõ ràng.

Chẳng hạn, điều này xảy ra trong máy phát điện của ôtô. Những nguyên lí hoạt động của chúng đều có thể hiểu được bằng cách xét một khung dây quay trong từ trường.

## Các máy phát điện

Xét một khung dây dẫn đặt trong vùng có từ trường, như được cho trên hình 23-8. Để đơn giản ta giả sử rằng từ trường là đều và khung dây quay quanh trục O dưới tác dụng của một tác nhân bên ngoài nào đó. Trục này nằm trong mặt phẳng của khung và vuông góc với từ trường. Mặt phẳng của khung có thể có hình dạng bất kì (không nhất thiết phải là hình chữ nhật như trên hình vẽ).

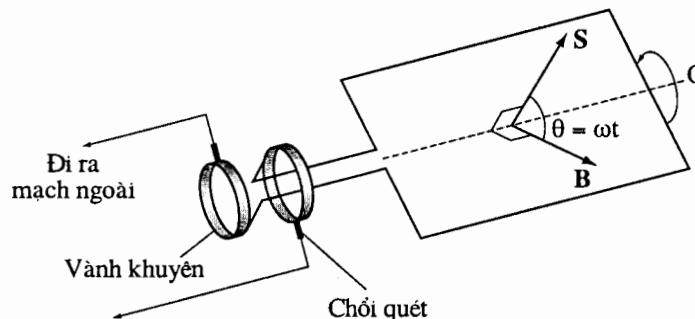
cho bởi :

$$\mathcal{E} = BS\omega \sin(\omega t) \quad (23-4)$$

Đối với khung dây có N vòng, suất điện động cảm ứng trên tồn tại trong mỗi vòng (mắc nối tiếp) và do đó suất điện động cảm ứng trong cả khung dây quay đúng bằng N lần suất điện động cảm ứng trong mỗi vòng dây

$$\mathcal{E} = NBS\omega \sin(\omega t) \quad (23-5)$$

Suất điện động được cho bởi phương trình



**Hình 23-8.** Khung dây chữ nhật quay trong từ trường đều. Tiếp xúc điện được làm bằng các chổi quét trượt trên hai vòng khuyên.

Giả sử  $\theta$  là góc hợp bởi từ trường và vectơ diện tích  $S$  ( $S$  vuông góc với mặt phẳng của khung dây). Từ thông liên kết với khung dây là :

$$\phi_B = \int B \cdot dS = BS = BS \cos \theta$$

Vì khung dây quay nên góc  $\theta$  thay đổi, dẫn đến từ thông thay đổi và do đó trong khung xuất hiện một suất điện động cảm ứng. Giả sử khung dây quay quanh trục O với vận tốc góc  $\omega$  không đổi. Khi đó  $\theta = \omega t$  và từ thông liên kết với khung dây bằng

$$\phi_B = BS \cos(\omega t)$$

S.đ.đ cảm ứng, theo định luật Faraday

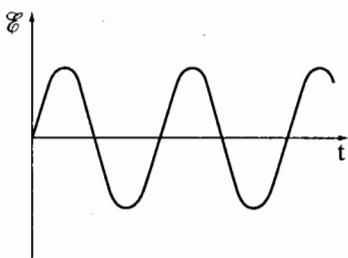
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}, \text{ trong trường hợp này được}$$

(23-4) hoặc (23-5) đều dao động điều hoà (hình sin) với tần số góc  $\omega$ , hay với tần số  $v = \frac{\omega}{2\pi}$ . Giá trị cực đại của suất điện động

cảm ứng là  $\mathcal{E}_{\max} = NBS \omega$ , nó đạt được khi  $\sin \omega t = 1$ . Như vậy giá trị của suất điện động cảm ứng sẽ dao động giữa  $+\mathcal{E}_{\max}$  và  $-\mathcal{E}_{\max}$  như hàm sin trong khoảng giữa +1 và -1. Dòng điện gắn liền với suất điện động này cũng dao động với tần số đó và được gọi là **dòng điện xoay chiều**, (tiếng Anh là alternating current, nên được viết tắt là ac). Máy phát điện cho suất điện động có dạng phương trình 23-5 được gọi là **máy phát điện xoay chiều**.

Để hoạt động như một máy phát điện đối với mạch ngoài, khung dây quay cần phải

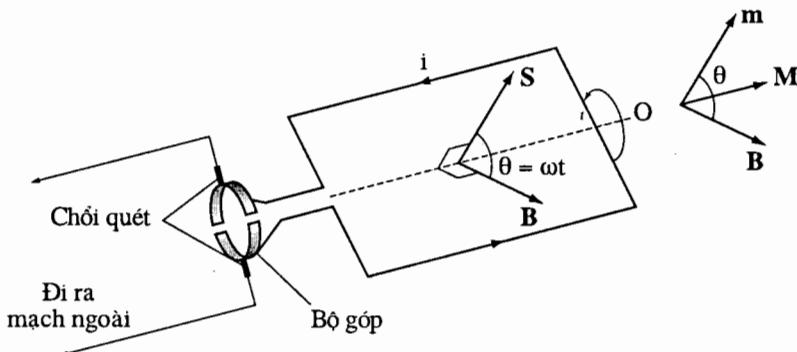
nối với mạch ngoài. Một cơ cấu nối như vậy được vẽ một cách sơ lược trên hình 23-8. Hai đầu dây dẫn từ khung ra được nối với 2 vành khuyên. Các vành khuyên này được nối với khung trên một trục (trục này không được vẽ trên hình). Tiếp xúc điện với mạch ngoài được thông qua các chổi quét dẫn điện trượt trên hai vành khuyên. Suất điện động trong khung tạo trên hai chổi quét một hiệu điện thế mạch ngoài  $U$  xấp xỉ suất điện động cảm ứng.



**Hình 23-9.** Hiệu điện thế mạch ngoài (hay suất điện động) lấy từ máy dao điện.

diện áp ra từ khung dây là dương (xem hình 23-9). Khi nửa chu kì ứng với điện áp ra là âm bắt đầu, thì các chổi quét cũng đổi vành bán khuyên của bộ gộp. Bằng cách đó bộ gộp luôn cho chiều của điện áp ra không đổi, như được chỉ ra trên hình 23-11, chứ không còn là xoay chiều nữa. Việc dùng bộ gộp mô tả ở trên cho ta **dòng điện một chiều** (tiếng Anh là *direct current*, viết tắt là *dc*) do đó dòng điện trong mạch luôn luôn duy trì cùng một chiều. Máy phát có bộ gộp điện duy trì dòng điện một chiều ở mạch ngoài được gọi là *máy phát điện một chiều*.

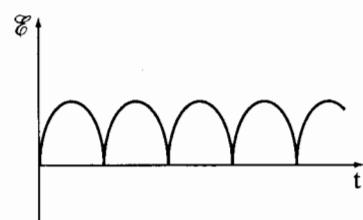
Định luật Lenz cho chiều của dòng điện cảm ứng trong khung dây. Ví dụ, chiều của dòng cảm ứng  $i$  trong khung trên hình 23-10 được cho vào thời điểm góc  $\theta$  đang tăng giữa  $0$  và  $90^\circ$ . Từ thông  $\phi_B = BS \cos\theta$  giảm và dòng cảm ứng có chiều để chống



**Hình 23-10.** Các chổi quét tạo tiếp xúc điện với bộ gộp có hai vành bán khuyên tách rời nhau.

Đối với máy phát điện *ac* mô tả ở trên, điện áp mạch ngoài cũng dao động với sự phụ thuộc thời gian như được cho trên hình 23-9.

Một loại nối khác với khung dây quay được vẽ sơ lược trên hình 23-10. Hai chổi quét tì vào hai vành bán khuyên tách rời nhau của bộ gộp. Trong một nửa chu kì



**Hình 23-11.** Điện áp ra từ máy phát điện một chiều.

lại sự giảm đó. Kết quả này có thể được biểu diễn qua momen lực do từ trường tác dụng lên khung dây đang có dòng cảm ứng i chạy qua. Trong từ trường đều, momen lực tác dụng lên khung dây có diện tích S và momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m} = iS$  được cho bởi phương trình (21-8)  $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ . Từ hình 23-10, ta nhận thấy rằng momen lực này có xu hướng làm cho khung quay

ngược với chiều đang quay của nó, nghĩa là có xu hướng làm cho khung quay trở về trạng thái đứng yên. Do đó momen lực từ chống lại momen ngoại lực làm cho khung quay. Công cơ học được thực hiện bởi tác nhân bên ngoài làm cho khung duy trì sự quay với tốc độ góc không đổi chính là nguồn năng lượng điện được "sinh ra" trong máy phát điện đó.

### VÍ DỤ 23-3

**Máy phát điện.** Một khung dây tròn bán kính  $a = 140\text{mm}$  có 25 vòng quay với tần số  $v = 60\text{Hz}$  quanh một trục vuông góc với từ trường đều có  $B = 420\text{mT}$ . Khung dây được nối với mạch ngoài bằng chổi quét và các vành khuyên như được cho trên hình 23-8. (a) Viết biểu thức điện áp ra của máy phát điện đó như một hàm của thời gian. (b) Xác định giá trị cực đại của suất điện động cảm ứng trong khung dây. (c) Xác định cường độ dòng điện cực đại trong mạch, biết điện trở toàn phần trong mạch là  $35\text{k}\Omega$ . (d) Khi cường độ dòng điện đạt giá trị cực đại khung dây định hướng như thế nào đối với từ trường? (e) Tính mômen ngoại lực cần phải cung cấp để giữ cho khung quay đều.

**Giải.** (a) Với bộ góp là chổi và hai vành khuyên như trên hình 23-8, thì đây là máy phát điện xoay chiều và điện áp ra xấp xỉ suất điện động cảm ứng được cho trong phương trình (23-5) :

$$\mathcal{E} = NSB\omega \sin(\omega t)$$

(b) Giá trị cực đại của suất điện động cảm ứng trong khung đạt được khi  $|\sin\omega t| = 1$  và  $\mathcal{E}_{\max} = NBS\omega = NBS(2\pi v)$ , ở đây  $\omega = 2\pi v$ . Diện tích của mỗi vòng dây là  $S = \pi a^2$  và

$$\mathcal{E}_{\max} = (25) \cdot (420 \text{ mT}) \cdot \pi \cdot (0,14\text{m})^2 \cdot (2\pi) \cdot (60 \text{ Hz}) = 240\text{V}.$$

(c) Vì không có suất điện động nào khác trong khung nên cường độ dòng điện cực đại bằng :

$$i_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{R} = \frac{240\text{V}}{35\text{k}\Omega} = 7,0\text{mA}.$$

(d) Cường độ dòng điện cực đại và suất điện động cảm ứng cực đại đạt được khi từ thông biến thiên nhanh nhất. Theo phần (a) ở trên, suất điện động là cực đại khi  $|\sin\omega t| = 1$ , tương ứng với  $\omega t = \theta = \pm 90^\circ$ . Vì  $\theta$  là góc giữa  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{S}$  nên sự định hướng này tương ứng với mặt phẳng của khung dây song song với  $\mathbf{B}$ .

(e) Theo phương trình (21-8), momen lực từ  $M = NiS \times B$  do từ trường tác dụng lên khung dây có độ lớn cực đại khi dòng điện đạt giá trị cực đại  $M_{\max} = Ni_{\max} SB$  hay

$$M_{\max} = (25) \cdot (7,0 \text{ mA}) \cdot \pi \cdot (0,14 \text{ m})^2 \cdot (420 \text{ mT}) \\ = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ Nm.}$$

Để giữ cho khung dây quay đều, mômen ngoại lực cần phải có độ lớn cực đại ít nhất bằng  $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ Nm.}$

### Bài tự kiểm tra 23-3

Xác định suất điện động cảm ứng cực đại của một máy phát điện 120Hz có 75 vòng dây với diện tích  $0,043 \text{ m}^2$  và từ trường có  $B = 270 \text{ mT}$ .

**Đáp số :** 660V.

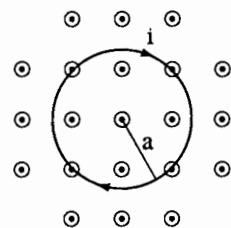
## 23-4. ĐIỆN TRƯỜNG CẢM ỨNG

Khi một dây dẫn chuyển động trong một từ trường đều thì các hạt tải điện – chuyển động cùng dây dẫn với vận tốc trung bình là  $v - s$  chịu tác dụng một lực từ ( $qv \times B$ ). Chính lực này đã tạo ra dòng điện cảm ứng trong các mạch được mô tả ở mục 23-2. Tuy nhiên, ta hãy xét một vòng hoặc một cuộn dây đứng yên có hình dạng và định hướng cố định. Điều này có nghĩa là không có phần nào của mạch điện là chuyển động cả. Từ thông liên kết với mạch điện này thay đổi nếu từ trường biến đổi, do đó theo định luật Faraday trong mạch có dòng điện cảm ứng. Vậy ở trường hợp này lực nào đã tạo ra dòng điện cảm ứng? Nó không thể là từ lực  $qv \times B$  vì vận tốc  $v$  trung bình của các hạt tải điện bằng không trước khi có dòng điện cảm ứng. Phương trình (21-11) cho ta lực điện từ tác dụng lên một hạt tích điện :

$$F = q(E + v \times B)$$

Nếu có mặt một điện trường thì lực điện sẽ tác dụng lên các hạt tải điện, thậm chí nếu ban đầu chúng đứng yên. Vậy chúng ta kết luận rằng : trong trường hợp này, lực điện đã tác dụng lên hạt tải điện và có một điện trường xuất hiện khi từ trường biến thiên.

Để nghiên cứu bản chất của điện trường này, ta hãy xét một cấu hình có tính đối xứng trục. Một vòng dây dẫn mảnh có bán



**B** hướng ra ngoài trang giấy

**Hình 23-12.** Từ trường với độ lớn đang tăng cảm ứng một dòng điện trong vòng dây dẫn tròn. Điện trường có phương tiếp tuyến làm cho các hạt tải điện chuyển động trong vòng dây.

kính a nằm bên trong một ống dây lí tưởng. Trục của vòng dây và ống dây trùng nhau sao cho mặt phẳng của vòng dây vuông góc với từ trường đều theo không gian của ống dây, như được cho trên hình 23-12. Giả sử rằng độ lớn  $B(t)$  của từ trường phụ thuộc vào thời gian. Từ thông liên kết với vòng dây khi này bằng  $\phi_B = B(t)S$  với  $S = \pi a^2$  là diện tích của vòng dây. Suất điện động cảm ứng trong vòng dây bằng  $\mathcal{E} = -S \frac{dB}{dt}$ . Chiều của dòng điện cảm ứng được xác định từ định luật Lenz và được chỉ trên hình cho trường hợp  $B(t)$  đang tăng. Từ tính đối xứng của hệ, ta thấy rằng cần phải có một lực  $F$  tác dụng lên các hạt tải điện trong đó có thành phần tiếp tuyến với vòng dây để tạo ra dòng cảm ứng. Lực có thành phần tiếp tuyến này phải là lực điện chứ không thể là lực từ. Sự đối xứng cũng cho thấy rằng lực có cùng một độ lớn tại các điểm trên vòng dẫn. Nhiều thí nghiệm cũng khẳng định rằng có tồn tại một điện trường  $E$  trong vùng đang xét và điện trường này tác dụng một lực  $F = qE$  lên bất kì điện tích  $q$  nào trong vùng đó.

Suất điện động cảm ứng khi này được giải thích như công tính cho một đơn vị điện tích được thực hiện bởi lực điện nói trên lên một phần tử tải điện khi nó chuyển động trọn một vòng quanh dây dẫn. Vậy :

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \oint \frac{FdI}{q} = \oint EdI$$

ở đây điện trường  $E = \frac{F}{q}$  cũng chính là lực tác dụng lên một đơn vị điện tích. Suất điện động cảm ứng trong mạch là hệ quả trực tiếp của điện trường này và nó được

gọi là *diện trường cảm ứng*. Mỗi liên hệ giữa chúng được cho bởi :

$$\mathcal{E} = \oint EdI \quad (23-6)$$

ở đây đường tích phân kín chính là vòng dây dẫn.

Điện trường cảm ứng trong phương trình (23-6) khác với trường tĩnh điện được đưa vào ở chương 16 thông qua định luật Coulomb. Điện trường tạo bởi một phân bố tĩnh của các điện tích là trường bảo toàn. Các trường tĩnh điện đều là bảo toàn theo nghĩa là công tính cho một đơn vị điện tích được thực hiện bởi trường tĩnh điện không phụ thuộc vào đường nối hai điểm. Một cách để biểu diễn bản chất bảo toàn của trường tĩnh điện là thông qua tích phân theo một đường kín bất kì

$$\oint EdI = 0 \text{ (đối với trường tĩnh điện)}$$

Nhưng từ phương trình (23-6) ta thấy rằng điện trường cảm ứng có tích phân theo đường kín khác không. Điều này có nghĩa là điện trường cảm ứng là điện trường *không bảo toàn*, tức là trường không thể được tạo bởi một phân bố tĩnh của các điện tích. *Điện trường được tạo ra bởi một từ trường biến thiên là không bảo toàn*.

Dùng phương trình (23-6) ta có thể biểu diễn định luật Faraday qua điện trường cảm ứng không bảo toàn. Bằng cách thay tích phân đường kín (quanh vòng dây) trong phương trình (23-6) cho suất điện động cảm ứng vào định luật Faraday ta được :

$$\oint EdI = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

với  $\phi_B = \oint BdS$  là từ thông đối với một

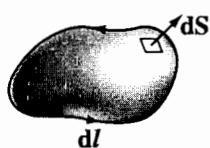
mặt bất kì có biên là đường kín trong tích phân trên.

Dạng này của định luật Faraday đã nhận được cho đường kín trùng với vòng dây dẫn, nhưng nhiều thí nghiệm chứng tỏ rằng hệ thức này là tổng quát cho bất kì đường kín nào. Điện trường cảm ứng tồn tại cả ở ngoài dây dẫn và dạng trên của định luật Faraday vẫn còn đúng, thậm chí nếu không có dây dẫn nào trong vùng đó.

Dạng của định luật Faraday biểu diễn thông qua *các trường* thường được xem là dạng cơ bản, nó là đúng bất kể có mặt dây dẫn nào hay không. (Suất điện động không còn là một khái niệm hữu ích nữa khi không có mặt các dây dẫn). *Dạng tổng quát* hay còn gọi là *dạng tích phân của định luật Faraday* được phát biểu như sau :

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (23-7)$$

ở đây tích phân đường được lấy theo đường cong bất kì và từ thông  $\phi_B = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S}$  là đối với mặt bất kì có biên là đường cong kín đó. Chiều của đường cong kín (được cho bởi hướng  $d\mathbf{l}$ ) và sự định hướng của mặt (được cho bởi hướng của yếu tố diện tích  $d\mathbf{S}$ ) được liên hệ với nhau bằng *quy tắc bàn tay phải*. Định hướng bàn tay phải sao cho các ngón tay uốn cong theo chiều của  $d\mathbf{l}$ , ngón tay cái choai ra cho hướng của yếu tố diện tích (hình 23-13).



Hình 23-13. Đường kín tạo thành biên của mặt định hướng.

Mối liên hệ này giữa chiều của đường cong kín đối với  $\mathbf{E}$  và sự định hướng của mặt đối với  $\mathbf{B}$  hoàn toàn phù hợp với định luật Lenz.

### **Dòng Foucault**

Giả sử rằng một từ trường biến thiên vuông góc với mặt của một vật dẫn quảng tính (tức là có kích thước đáng kể), chẳng hạn như một tấm dẫn điện. Điện trường cảm ứng sẽ tạo ra các dòng điện tròn, được gọi là **dòng Foucault** trong tấm đó. Các dòng Foucault như vậy cũng sẽ được tạo ra nếu một vật dẫn chuyển động qua vùng có từ trường. Các dòng điện này sẽ làm tiêu tán năng lượng thông qua tỏa nhiệt Joule (với tốc độ  $P = I^2R$ ). Một vật liệu dẫn điện cũng có thể được "nung nóng" nhờ các dòng Foucault được cảm ứng bằng cách làm biến thiên từ trường trong khối chất đó. Quá trình này được gọi là **sự nung (bằng) cảm ứng**.

Trong một số trường hợp, sự tiêu tán năng lượng do các dòng Foucault có thể là điều không mong muốn. Để làm giảm các dòng Foucault trong lõi sắt của một máy biến thế, lõi này được ghép bởi các tấm sắt mỏng và cách điện với nhau. Các lớp cách điện này làm tăng đáng kể điện trở của đường chuyển động tròn của các điện tích, dẫn tới làm giảm dòng Foucault.

### **Định luật Faraday và định luật Ampere**

Có một số điểm tương tự giữa định luật Faraday và định luật Ampere tổng quát có chứa dòng điện dịch (phương trình 22-16). Hai định luật này là :

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \left( \sum i + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right) \text{ (Định luật Ampere)}$$

$$\oint \mathbf{E} dl = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Định luật Faraday})$$

Các phương trình này sẽ giống nhau nhất nếu  $\sum i = 0$ . Chúng ta có thể giải thích định luật Ampere khi xem điện trường biến thiên như một nguồn của từ trường. Và chúng ta cũng có thể giải thích định luật Faraday khi xem từ trường biến thiên như một nguồn của điện trường. Những định luật này cùng với các định luật Gauss cho điện trường và từ trường đúng ở mọi nơi, kể cả trong những vùng ở xa các điện tích và dòng điện.

### **Một cách nhìn mới về điện thế**

Điện trường cảm ứng không phải do các điện tích đứng yên mà do từ thông biến thiên sinh ra. Mặc dù điện trường sinh ra bằng cách nào chúng cũng đều tác dụng lực lên hạt tải điện, nhưng giữa hai loại điện trường này có một sự khác biệt quan trọng. Đường sức của điện trường cảm ứng là những đường cong khép kín (hình 23-14), còn đường sức của điện trường do điện tích đứng yên sinh ra không khép kín : chúng xuất phát từ điện tích dương và kết thúc trên điện tích âm. Sự khác biệt này có thể phát biểu dưới một dạng khác.

### **VÍ DỤ 23-4**

**Điện trường cảm ứng bên trong và bên ngoài ống dây có bán kính  $a$ .** Độ lớn của một từ trường đều theo không gian trong một ống dây dài tăng với tốc độ  $\frac{dB}{dt}$  không đổi. Hãy xác định phân bố của điện trường cảm ứng trong và ngoài ống dây.

**Giải.** Điện trường cần phải đối xứng đối với trục của ống dây. Để áp dụng định luật Faraday – phương trình (23-7) – ta dùng một vòng tròn bán kính  $R < a$  có tâm nằm trên trục ống dây và mặt phẳng của nó vuông góc với trục ấy. Đường này tạo nên biên của

*Khái niệm điện thế chỉ có nghĩa đối với điện trường tĩnh, còn đối với điện trường sinh ra bằng cảm ứng thì khái niệm điện thế không còn có nghĩa nữa.*

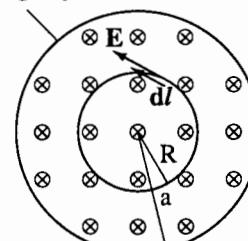
Trong điện trường tĩnh, hiệu điện thế giữa hai điểm 1 và 2 được xác định bởi biểu

$$\text{thức : } V_2 - V_1 = - \int_1^2 \mathbf{E} dl. \quad \text{Nếu } 1 \text{ và } 2 \text{ là}$$

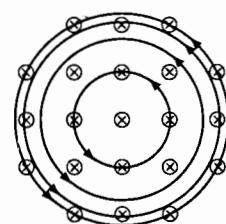
cùng một điểm thì  $\oint \mathbf{E} dl = 0$ . Tuy nhiên khi có từ trường biến thiên thì tích phân trên không triệt tiêu mà lại bằng  $-\frac{d\phi_B}{dt}$

( $\neq 0$ ). Như vậy không thể dùng khái niệm điện thế cho điện trường cảm ứng được.

Ống dây



(a)



(b)

**Hình 23-14.** Ví dụ 23-4: (a) Tích phân theo đường kín  $\oint \mathbf{E} dl$  được tính cho đường tròn bán kính  $R$ . (b) Các đường sức biểu diễn  $E$  là các vòng tròn. Trường  $E$  cũng tồn tại cả ở bên ngoài ống dây.

mặt phẳng trong vòng tròn đó. Ta chọn chiều của tích phân đường như được chỉ bởi hướng của  $dl$  trên hình 23-14a. Với sự lựa chọn này, yếu tố diện tích  $dS$  có hướng đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ và ngược hướng với  $B$ . Vì  $BdS = B.dS.\cos(180^\circ) = -BdS$  nên từ thông  $\phi_B = -BS = -B\pi R^2$ . Do tính đối xứng của hệ, điện trường  $E$  tiếp tuyến với đường đã chọn ( $Edl = E.dl$ ) và có cùng một độ lớn trên đường đó. Ta có :

$$\oint Edl = \oint Edl = E(2\pi R)$$

ở đây  $2\pi R$  là chu vi của đường. Thay các kết quả trên vào phương trình (23-7), ta được :

$$E(2\pi R) = -\frac{d}{dt}(-B\pi R^2) = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

hay

$$E = \frac{1}{2}R \frac{dB}{dt}$$

Điện trường cảm ứng bằng không trên trục của ống dây ( $R = 0$ ) và độ lớn của nó tăng tuyến tính với khoảng cách  $R$  từ trục (chú ý rằng bên trong ống dây  $\frac{dB}{dt}$  không phụ thuộc vào  $R$ ). Phân bố điện trường cảm ứng được vẽ khái lược trên hình 23-14b.

Trong trường hợp ở ngoài ống dây, ta cũng chọn vòng tròn bán kính  $R$  ( $R > a$ ). Khi đó toàn bộ từ thông đều đi qua diện tích của ống dây nên :  $\phi_B = B(\pi a^2)$ . Theo định luật Faraday ta suy ra

$$E(2\pi R) = -\frac{d\phi_B}{dt} = \pi a^2 \frac{dB}{dt},$$

độ lớn của điện trường cảm ứng là

$$E = \frac{a^2}{2R} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (R > a)$$

Điểm lí thú là mặc dù không có từ trường bên ngoài ống dây nhưng vẫn có điện trường cảm ứng, tức là vẫn có điện trường cảm ứng ở những điểm nằm ngoài từ trường biến đổi.

## ?

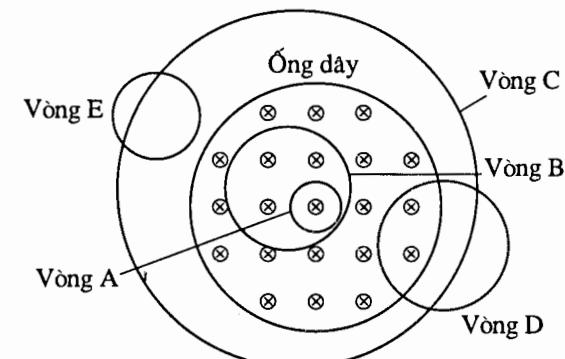
### CÂU HỎI

- 1** Nếu một số điểm giống nhau và khác nhau giữa suất điện động được cảm ứng bởi một từ trường biến thiên và suất điện động của một acquy.
- 2** Giả sử rằng suất điện động được cảm ứng trong một vòng dây dẫn bởi một từ trường biến thiên. Trong trường hợp này có điện trở trong như điện trở trong của một acquy không ? Giải thích.

- 3** Bạn có thể nghĩ ra cách nào để phân biệt được dòng điện cảm ứng trong một vòng dây dẫn bởi từ trường và dòng điện trong vòng dây dẫn tạo bởi một acquy không ? Giải thích.
- 4** Trong những điều kiện nào thì suất điện động trong một cuộn dây với N vòng bằng N lần suất điện động cảm ứng trong một vòng của cuộn dây ?
- 5** Giả sử rằng trong hình 23-2a cuộn dây chuyển động tới gần một thanh nam châm đứng yên. Hỏi kim điện kế sẽ lệch theo hướng nào ? Điều gì sẽ xảy ra khi cuộn dây chuyển động ra xa thanh nam châm đứng yên ? Giải thích (dùng định luật Lenz).
- 6** Cho thanh nam châm trên hình 23-15 chuyển động về phía bên phải. Hãy xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong hai vòng dây đứng yên A và B.
- 7** Hãy xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong hình 23-6, nếu thanh dây dẫn trượt về phía bên trái với tốc độ không đổi. Xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng trong trường hợp đó.
- 8** Giả sử rằng thanh dây dẫn dài  $l$  trong hình 23-6 đứng yên nhưng khung chữ U chuyển động về phía trái hình vẽ với vận tốc  $v$  không đổi. Hỏi trong mạch có suất điện động cảm ứng không ? Nếu có thì chiều của nó như thế nào ? Nếu không thì giải thích tại sao ?
- 9** Nếu thanh dây dẫn dài  $l$  và khung chữ U trên hình 23-6 cùng chuyển động với tốc độ  $v$  trong một từ trường đều, thì trong khung có dòng điện cảm ứng không ? Nếu có thì cho biết chiều của nó, còn nếu không thì giải thích tại sao ?
- 10** Nếu những điểm giống nhau và khác nhau giữa định luật Faraday (phương trình 23-7) và định luật Ampere (phương trình 22-16).
- 11** Tiết diện của một ống dây được cho trên hình 23-16. Độ lớn của từ trường đều theo không gian đang tăng bên trong ống dây và  $B = 0$  ngoài ống dây. Hỏi trong những vòng dây dẫn nào có dòng điện cảm ứng ? Xác định chiều của những dòng điện cảm ứng đó.
- 12** Giả sử rằng từ trường trong hình 23-16 không biến thiên. Cho vòng dây D vừa lọt qua một khe ở thành ống dây. Kéo vòng dây này ra ngoài ống dây, hãy xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong vòng dây đó. Bạn cần phải tác dụng lực theo hướng nào để kéo vòng dây đó chuyển động đều ra ngoài ống dây ?



Hình 23-15



Hình 23-16

13. Một thanh nam châm được đặt nằm dọc theo trục của một vòng dây đồng và chuyển động dọc theo trục đó tiến tới gần vòng dây. Có một điện trường cảm ứng trong vòng dây không ? Có lực từ tác dụng lên thanh nam châm không ? Giải thích.
14. Có thể có suất điện động cảm ứng trong một vòng dây dẫn (vòng C trên hình 23-16) thậm chí từ trường bằng không tại các điểm của vòng đó không ? Giải thích.

## ĐỀ TẬP

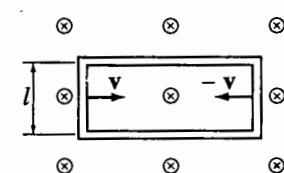
### Mục 23-1. Định luật Faraday

1. Một khung dây hình tròn bán kính 45mm đặt vuông góc với một từ trường đều theo không gian. Trong khoảng thời gian 120ms, độ lớn của cảm ứng từ biến đổi đều từ 240 tới 360mT. (a). Hãy xác định từ thông liên kết với khung dây đó ở lúc bắt đầu và kết thúc của khoảng thời gian nói trên. (b) Xác định suất điện động cảm ứng trong khung dây. (c) Vẽ hình với B hướng ra ngoài mặt phẳng hình vẽ và chỉ chiều của dòng điện cảm ứng trên hình đó.
2. Một cuộn dây có 25 vòng với diện tích bề mặt là  $78\text{mm}^2$  được đặt trong một ống dây dài, ở gần tâm của nó. Trục của cuộn dây và ống dây trùng nhau. Dòng điện trong ống dây biến đổi sao cho cảm ứng từ trong ống dây biến thiên với tốc độ không đổi từ 150mT theo một hướng tới 150mT theo hướng ngược lại trong khoảng thời gian 75ms. (a) Tính độ biến thiên của từ thông  $\Delta\phi_B$  liên kết với mỗi vòng của cuộn dây trong khoảng thời gian đó. (b) Xác định suất điện động cảm ứng trong cuộn dây. (c) Làm lại các phần (a) và (b) trong trường hợp trục của cuộn dây lập một góc  $70^\circ$  với trục của ống dây.
3. Từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn dây có  $N = 250$  vòng được cho bởi biểu thức :  $\phi_B = A + Dt^2$ , ở đây  $A = 3,0\text{mWb}$ , và  $D = 15\text{mWb/s}^2$ . (a) Chứng tỏ rằng độ lớn của suất điện động cảm ứng trong cuộn dây được cho bởi  $\mathcal{E} = (2ND)t$ . (b) Tính từ thông liên kết với mỗi vòng tại các thời điểm:  $t = 0,0 ; 1,0 ; 2,0 ; 3,0\text{s}$ . (c) Tính suất điện động cảm ứng trong cuộn dây ở các thời điểm trên.
4. Mỗi vòng trong cuộn dây gồm 250 vòng có diện tích  $S = 9,0 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$ . (a) Tính tốc độ biến thiên của từ thông liên kết với mỗi vòng nếu cho suất điện động cảm ứng trong cuộn dây bằng  $7,5\text{V}$ . (b) Cho từ trường lập với trục của cuộn dây một góc  $45^\circ$ , hỏi tốc độ biến thiên của trường phải bằng bao nhiêu để cảm ứng được một suất điện động như trên ?

- 5 Nếu từ thông liên kết với một vòng dây dẫn biến thiên một lượng là  $\Delta\phi_B$  trong một khoảng thời gian *hữu hạn*  $\Delta t$ , thì suất điện động trung bình  $\bar{\mathcal{E}}$  được cảm ứng trong vòng dây đó là  $\bar{\mathcal{E}} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  (a) Hãy xác định suất điện động trung bình được cảm ứng trong cuộn dây của bài tập 3 trong khoảng thời gian từ 0,0s đến 3,0s. (b) Ở thời điểm nào suất điện động tức thời bằng giá trị trung bình đó? (c) Tại thời điểm đó cường độ dòng điện cảm ứng bằng bao nhiêu, nếu điện trở cuộn dây bằng 15 k $\Omega$ ?
- 6 Giả sử rằng từ thông liên kết với một vòng dây biến thiên một lượng  $\Delta\phi_B = \phi_B(t_2) - \phi_B(t_1)$  trong khoảng thời gian giữa  $t_1$  và  $t_2$ . (a) Chứng minh rằng điện lượng đi qua một điểm trong vòng dây trong khoảng thời gian đó được cho bởi  $\Delta Q = \frac{\Delta\phi_B}{R}$  với  $R$  là điện trở của vòng dây. (b) Cho cuộn dây trong bài tập 3 có điện trở bằng 15 k $\Omega$ . Hãy xác định điện lượng đi qua một điểm trong vòng dây trong khoảng thời gian 3,0s bắt đầu từ thời điểm  $t = 0,0s$ .

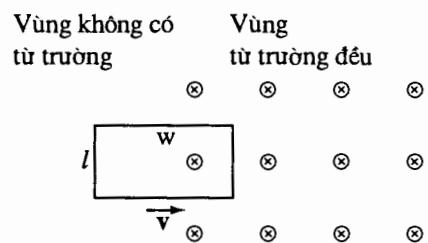
### Mục 23-2. Suất điện động cảm ứng của một thanh dây dẫn chuyển động trong từ trường

- 7 (a) Hãy xác định suất điện động cảm ứng trong mạch điện có thanh dây dẫn trượt cho trên hình 23-6, biết  $B = 430\text{mT}$ ,  $l = 150\text{mm}$  và  $v = 2,6\text{m/s}$ . (b) Giả sử rằng thanh trượt và các cạnh của khung chữ U có điện trở nhỏ không đáng kể và toàn bộ điện trở  $750\Omega$  của mạch điện được tập trung ở phía trái của hình. Xác định dòng điện cảm ứng trong mạch. (c) Xác định độ lớn và hướng của lực từ tác dụng lên thanh dây dẫn trượt.
- 8 Giả sử rằng hướng của  $\mathbf{B}$  trong mạch điện có thanh trượt trên hình 23-6 không vuông góc với mặt phẳng khung dây. Hãy xác định sđđ và vẽ hình cho các trường hợp sau : (a)  $\mathbf{B}$  song song với  $\mathbf{v}$ . (b)  $\mathbf{B}$  vuông góc với  $\mathbf{v}$  nhưng song song với mặt phẳng khung. (c)  $\mathbf{B}$  lập một góc  $\theta$  với vectơ diện tích  $\mathbf{S}$  của mặt khung.
- 9 Một ống dẫn điện hình chữ U trượt trong một ống khác như được cho trên hình 23-17 và tương tự như một bộ phận trên kèn trombon. Giả sử rằng các ống luôn có tiếp xúc điện và có một từ trường đều vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. (a) Trong trường hợp hai ống chuyển động tới gần nhau với cùng một tốc độ không đổi, hãy xác định suất điện động được cảm ứng trong mạch qua  $B$ ,  $l$  và  $v$ . (b) Xác định chiều của dòng điện cảm ứng khi đó.

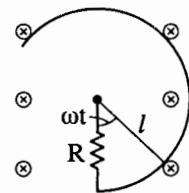


Hình 23-17

- 10** Một khung dây dẫn hình chữ nhật, như được cho trên hình 23-18, có kích thước  $w = 0,40\text{m}$  và  $l = 0,20\text{m}$ , chuyển động với tốc độ  $v = 5,6\text{m/s}$  theo phương vuông góc vào vùng có một từ trường đều. Cạnh dài đầu của khung vào vùng có trường ở thời điểm  $t = 0$  và  $B = 0,15\text{T}$ .
- (a) Hỏi ở thời điểm  $t_1$  bằng bao nhiêu cạnh sau của khung sẽ đi vào vùng có trường? (b) Xác định suất điện động cảm ứng trong khung đối với khoảng thời gian  $0 < t < t_1$ . (c) Xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong khoảng thời gian đó. (d) Xác định lực từ tổng hợp tác dụng lên khung trong khoảng thời gian đó nếu điện trở của khung là  $1200\Omega$ . (e) Liệu từ trường có thể ngắt đột ngột theo không gian như giả thiết của bài tập này không?
- 11** Một thanh dây dẫn dài  $l = 120\text{mm}$  quay xung quanh một đầu còn đầu kia trượt trên một dây dẫn tròn vuông góc với một từ trường đều có  $B = 400\text{mT}$ , như được cho trên hình 23-19. Thanh quay theo chiều ngược kim đồng hồ với vận tốc góc không đổi  $\omega = 370\text{rad/s}$ . Giả sử rằng toàn bộ điện trở  $R = 1200\Omega$  của mạch điện được tập trung ở kí hiệu điện trở trên hình. (a) Xác định biểu thức của dòng điện cảm ứng trong mạch qua  $R$ ,  $B$ ,  $\omega$  và  $l$ . (b) Tính giá trị của cường độ dòng điện cảm ứng bằng cách dùng biểu thức trên. (c) Cho biết chiều của dòng điện cảm ứng trong mạch? (d) Tính độ lớn của momen từ lực tác dụng lên thanh quay đối với trục song song với  $B$  và đi qua tâm vòng tròn. Làm thế nào thanh có thể quay với tốc độ góc không đổi?
- 12** Giả sử thanh dây dẫn trượt trong hình 23-6 từ trạng thái đứng yên bắt đầu chuyển động ở thời điểm  $t = 0$  với gia tốc không đổi về phía bên phải của hình với độ lớn  $a$ . (a) Chứng minh rằng suất điện động cảm ứng trong mạch được cho bởi  $\mathcal{E} = Blat$ . (b) Xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong mạch.



Hình 23-18



Hình 23-19

### Mục 23-3. Máy phát điện một chiều và xoay chiều

- 13** Một khung dây dẫn phẳng có diện tích mặt là  $5 \cdot 10^{-2}\text{m}^2$  và quay xung quanh trục vuông góc với một từ trường đều có  $B = 0,4\text{T}$ , như được cho trên hình 23-8. Khung quay với tần số không đổi  $v = 60\text{Hz}$ . (a) Hãy xác định tần số góc  $\omega$  của khung quay. (b) Tính suất điện động cực đại được cảm ứng trong mạch.

- 14 Với khung dây quay trong bài tập trước, hãy xác định : (a) Giá trị cực đại của từ thông liên kết với khung dây và (b) Giá trị cực đại của dòng điện cảm ứng trong khung, nếu điện trở toàn phần của mạch là  $1500\Omega$ . (c) Cho từ thông liên kết với khung dây đạt cực đại tại  $t = 0$ , hỏi ở những thời điểm nào dòng điện cảm ứng trong mạch đạt giá trị cực đại ?
- 15 Một cuộn dây có 25 vòng trong một máy phát điện quay với tần số góc  $\omega = 377\text{rad/s}$  trong một từ trường **không đều** nhưng cố định. Từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn dây được cho bởi  $\phi_B(t) = C_1 \cos \omega t + C_3 \cos 3\omega t$  với  $C_1 = 2,4 \cdot 10^{-4}\text{Wb}$  và  $C_3 = 7,1 \cdot 10^{-6}\text{Wb}$ . (a) Tìm biểu thức xác định suất điện động cảm ứng trong mỗi vòng của cuộn dây đó. (b) Xác định giá trị điện áp đầu ra cực đại của máy phát đó. (c) Tính điện áp đầu ra của máy phát đó ở thời điểm  $t = 2,1\text{ms}$ .

#### Mục 23-4. Điện trường cảm ứng

- 16 Giả sử rằng thành của một ống dây lí tưởng cho trên hình 23-14a là rất mỏng và có bán kính  $a = 8,5\text{cm}$ , sao cho  $\mathbf{B}$  là đều theo không gian với  $R < a$  và  $B = 0$  với  $R > a$  nhưng tăng với tốc độ không đổi  $\frac{dB}{dt} = 0,13\text{T/s}$ . (a) Tìm điện trường cảm ứng tại điểm có  $R = 5,2\text{cm}$  và  $R = 12,5\text{cm}$ .  
 (b) Dựng đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $E$  vào  $R$  đối với  $0 \leq R \leq 2a$ .
- 17 Độ lớn của cảm ứng từ trong ống dây lí tưởng được cho trên hình 23-14a biến thiên từ 0 ở  $t = 0\text{s}$  tới  $0,40\text{T}$  ở  $t = 1,4\text{s}$ . Ống dây có thành mỏng và có đường kính bằng  $15\text{mm}$ . Hãy xác định độ lớn của điện trường cảm ứng ở thời điểm  $t = 0,8\text{s}$  tại một điểm : (a) Trên trục ống dây, cách trục ống dây  $5,0\text{mm}$  và (b) Ở ngoài và cách trục ống dây  $10,0\text{mm}$ . (c) Cũng hỏi như các phần (a) và (b) nhưng ở thời điểm  $t = 1,2\text{s}$ .
- 18 Một vòng dây dẫn tròn được đặt trong mặt phẳng vuông góc với trục của một ống dây được mô tả ở bài tập trước. Tâm của vòng dây nằm trên trục của ống dây. Tính  $\oint \mathbf{E} dl$  ở thời điểm  $t = 0,8\text{s}$  theo đường kín trùng với vòng dây, nếu vòng dây có bán kính bằng : (a)  $5,0\text{mm}$  ; (b)  $10\text{mm}$ . (c) Trong mỗi trường hợp ở trên hãy xác định suất điện động cảm ứng trong vòng dây. (d) Đáp số ở câu (a) sẽ như thế nào nếu tâm của vòng dây ở cách trục ống dây  $1,0\text{mm}$  ?
- 19 Một thanh nam châm tạo một từ trường có tính đối xứng trục có trục trùng với trục của một vòng dây dẫn tròn bán kính  $0,25\text{m}$ . Nam châm chuyển động dọc theo trục này tiến tới gần vòng dây. Tại một thời điểm nào đó suất điện động cảm ứng trong vòng dây là  $0,17\text{V}$ . (a) Hãy xác định độ lớn của điện trường cảm ứng ở trong vòng dây, giả sử rằng tại mỗi điểm của

vòng dây E có phương tiếp tuyến với nó. (b) Hãy xác định tốc độ biến thiên của từ thông liên kết với vòng dây ở thời điểm đó.

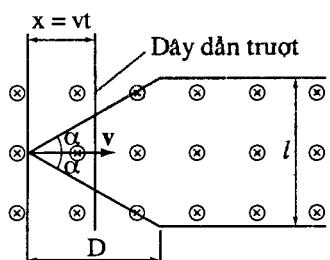
- 20 Hãy xác định số vòng của cuộn dây mà bạn cần phải dùng trong một máy phát điện xoay chiều 60Hz để suất điện động cực đại của nó bằng 170V. Biết rằng cảm ứng từ có độ lớn bằng 250mT và diện tích mỗi vòng dây là  $0,633\text{m}^2$ .
- 21 Mặt phẳng của một khung dây dẫn hình vuông ( $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ ) đặt nằm ngang và khung dây ở trong một từ trường đều hướng thẳng đứng. (a) Xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng trong khung dây tại thời điểm khi  $B = 100\text{mT}$  và đang tăng với tốc độ  $10\text{mT/s}$ . (b) Xác định độ lớn của suất điện động ở một thời điểm sau đó khi độ lớn của B bằng  $200\text{mT}$  và vẫn đang tăng với tốc độ như trước.
- 22 Trong một khoảng thời gian nào đó, từ thông liên kết với một vòng dây dẫn được cho bởi :

$$\phi(t) = (9,5 \text{ mWb}) \cdot \sin[(377 \text{ rad/s})t]$$

- Hãy xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng trong vòng dây tại thời điểm  $t = 3,0\text{s}$ .
- 23 Giả sử có một tác nhân bên ngoài làm cho thanh dây dẫn trượt trong mạch cho trên hình 23-6 chuyển động với tốc độ không đổi bằng  $0,55\text{m/s}$ . Biết thanh trượt có chiều dài  $0,26\text{m}$ ,  $B = 874 \text{ mT}$  và cường độ dòng điện cảm ứng bằng  $130 \text{ mA}$ . Hãy tính tốc độ thực hiện công của tác nhân bên ngoài đó.

## ◆ ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 Một mạch có thanh trượt khác. Xét mạch có thanh trượt cho trên hình 23-20. Thanh trượt với vận tốc không đổi và mặt phẳng của mạch vuông góc với một từ trường đều. Chứng tỏ rằng suất điện động cảm ứng trong mạch được cho bởi :  $\mathcal{E} = \frac{Blv^2 t}{D}$  đối với  $0 < t < \frac{D}{v}$ . Biểu thức cho suất điện động cảm ứng sẽ như thế nào đối với  $t > \frac{D}{v}$ .

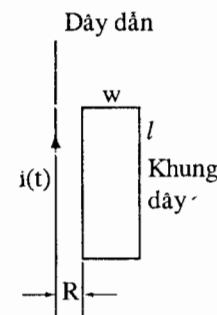


Hình 23-20. BTNC 1

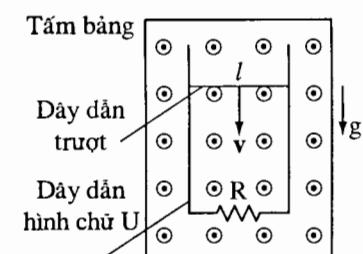
- 2 Vòng dây dẫn ở gần một dây dẫn thẳng và dài. Một vòng dây dẫn hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng chứa trực của một dây dẫn thẳng và dài có dòng điện  $i(t)$  chạy qua, như được cho trên hình 23-21. Hãy tìm các biểu

thức xác định : (a) Từ thông liên kết với vòng dây và (b) Suất điện động cảm ứng trong vòng dây qua cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng.

- 3 Vòng dây đi vào một từ trường biến thiên theo thời gian.** Một khung dây dẫn hình chữ nhật chuyển động với vận tốc không đổi từ vùng không có trường vào vùng có từ trường đều theo không gian nhưng *phụ thuộc thời gian*, như được cho trên hình 23-18. Cạnh đi đầu của khung đi vào vùng từ trường đều ở thời điểm  $t = 0$  và cạnh sau nó đi vào vùng này ở thời điểm  $t_1 = \frac{w}{v}$ . Trong khoảng thời gian đó, từ trường biến thiên với tốc độ không đổi từ  $B_0$  đến  $2B_0$ . Hãy tìm biểu thức xác định : (a) Từ thông liên kết với khung dây và (b) Suất điện động cảm ứng trong khung, đối với  $0 < t < t_1$ . (c) Tính suất điện động cảm ứng tại  $t = 0,10s$  đối với trường hợp  $B_0 = 0,30T$ ,  $w = 0,50m$ ,  $l = 0,20m$  và  $v = 4,0m/s$ .
- 4 Chuyển động của thanh dây dẫn trượt.** Giả sử mạch có thanh dây dẫn trượt cho trên hình 23-6 đặt nằm ngang, thanh có khối lượng  $m$  và trượt không ma sát. Giả sử rằng toàn bộ điện trở  $R$  của mạch được tập trung ở kí hiệu điện trở ở bên trái của hình. Cho từ trường là đều và không đổi, nhưng tốc độ  $v(t)$  của thanh trượt là biến đổi. (a) Chứng minh rằng suất điện động trong mạch được cho bởi  $\mathcal{E}(t) = Blv(t)$ . (b) Nếu  $i(t)$  biểu diễn cường độ trong mạch, hãy xác định lực từ tác dụng là thanh trượt. (c) Giả sử rằng không có một lực nằm ngang nào khác tác dụng lên thanh trượt và thanh có vận tốc  $v_0$  ở thời điểm  $t = 0$ . Bằng cách áp dụng định luật hai Newton, chứng tỏ rằng vận tốc của thanh trượt được cho bởi  $v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  với  $\tau = \frac{mR}{B^2 l^2}$  là thời gian tắt dần của chuyển động. (d) Trước khi dừng lại, thanh trượt đã đi được một quãng đường bằng bao nhiêu ?
- 5 Vận tốc cuối cùng của một thanh trượt rơi tự do.** Một mạch có thanh trượt được gắn vào một tấm bảng đặt thẳng đứng, như được cho trên hình 23-22. Giả sử rằng toàn bộ điện trở  $R$  của mạch tập trung ở đáy và thanh trượt không ma sát. Cho từ trường  $\mathbf{B}$  vuông góc với mặt phẳng của mạch. (a) Chứng minh rằng tốc độ trượt của thanh sẽ tiến tới một



Hình 23-21. BTNC 2



Hình 23-22. BTNC 5

tốc độ cuối cùng không đổi được cho bởi  $v_T = \frac{mgR}{B^2 l^2}$ , với m là khối lượng

của thanh. (b) Tìm biểu thức xác định tốc độ cuối cùng nếu bảng được đặt nghiêng sao cho mặt phẳng của nó lập với phương của từ trường nằm ngang một góc  $\theta$ .

- 6 Khung dây chuyển động từ trường biến thiên theo không gian.** Giả sử rằng khung dây hình chữ nhật trong hình 23-21 chuyển động về phía bên phải với tốc độ  $v$  không đổi, sao cho khoảng cách  $R = R_0 + vt$ . Nếu trong dây dẫn thẳng và dài có dòng điện không đổi  $I$  chạy qua, hãy tìm biểu thức xác định : (a) Từ thông liên kết với vòng dây và (b) Suất điện động cảm ứng. (c) Xác định chiều của dòng điện cảm ứng trong khung.

- 7 Điện trường cảm ứng.** Một từ trường hướng dọc theo trục z và có đối xứng trục đối với trục đó. Nếu gọi  $R$  là khoảng cách vuông góc từ trục đó, thì thành phần z của từ trường tại các điểm nằm trong mặt phẳng xy được cho bởi :

$$B_z(t) = \frac{Ct}{a^2 + R^2}$$

Với  $C = 15\text{mWb}$ ,  $a = 64\text{mm}$  và  $\tau = 2,0\text{s}$ . (a) Hãy tìm biểu thức xác định độ lớn điện trường cảm ứng  $E$  tại một điểm trong mặt phẳng xy. (a) Dựng đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $E$  vào  $R$  đối với  $0 \leq R \leq 2a$ . Giả sử rằng  $E = 0$  tại  $R = 0$ .

- 8 Cuộn lật.** *Cuộn lật* (flip coil) đôi khi được sử dụng để đo độ lớn cảm ứng từ  $B$  trong một vùng nào đó. Cuộn gồm  $N$  vòng và diện tích mỗi vòng là  $S$ . Cuộn có kích thước đủ nhỏ để trong vùng kích thước của nó từ trường có thể được xem là đều. Cuộn lật ban đầu được đặt sao cho trục của nó song song với trường cần đo. Sau đó nó bị "lật" hay quay một góc  $180^\circ$  sao cho trục của nó lại song song với phương của trường nhưng có chiều ngược lại. Trong thời gian đó cuộn dây được nối với một *diện kế xung kích*, một dụng cụ đo tổng diện tích  $\Delta Q = \int i(t)dt$  đi qua nó.

Chứng minh rằng

$$B = \frac{R \cdot \Delta Q}{2NS}$$

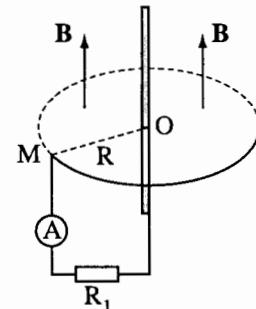
ở đây  $R$  là điện trở của mạch.

- 9 Máy phát điện một cực** là máy dùng một đĩa rắn, bán kính  $R$  dẫn điện quay quanh trục của nó. Một từ trường cố định từ nam châm bên ngoài (nam châm vĩnh cửu hoặc nam châm điện) đặt song song với trục đi qua

đĩa. Khi đĩa quay, sẽ xuất hiện một hiệu điện thế giữa trục quay và mép ngoài của đĩa. Nếu từ trường có  $B$  không đổi trong vùng đĩa và bằng không ở các nơi khác, hãy xác định suất điện động cảm ứng trên đĩa khi nó quay với tần số góc  $\omega$ .

- 10 Xét một máy phát điện đơn cực được mô tả ở bài toán 9. Từ trường ngoài có  $B$  không đổi trên toàn diện tích của một đĩa lớn và mỏng có bán kính  $R$  và khối lượng  $m$ . Ban đầu đĩa quay với tần số góc  $\omega_0$  trong một ống quay không ma sát. Tìm suất điện động trong phụ tải ngoài  $R_1$  được nối giữa trục và mép đĩa như một hàm của thời gian. Hỏi phải mất thời gian bao lâu để một nửa động năng ban đầu được chuyển ra khỏi đĩa? Suất điện động ở thời điểm đó bằng bao nhiêu?

- 11 Một cách dùng khác của máy phát điện một cực là như một bộ phanh. Hãy xét việc thiết kế một hệ thống phanh máy bay. Một máy bay nặng 50000kg có hai phanh đĩa đơn cực, mỗi một cái được đặt trong một cơ cấu hạ cánh chính. Mỗi đĩa có bán kính 20cm và lốp máy bay có bán kính gấp đôi thế. Nếu tốc độ tiếp đất là 200km/h, thì cảm ứng từ  $B$  phải đặt vào các đĩa phanh phải bằng bao nhiêu (như một hàm của điện trở tải) để làm chậm tốc độ của máy bay xuống còn 50km/h trong 5s? Giả sử rằng lực kéo đủ để giữ lốp không bị trượt. Nếu từ trường có  $B$  cực đại là 5T, thì điện trở tải phải bằng bao nhiêu?
- 12 Xét một dây dẫn thẳng và một khung dây cho trên hình 23-21. Nếu một đầu của khung dây được biến thành một thanh trượt và hai cạnh song song với dây dẫn thẳng biến thành hai đường ray dài, hãy tìm vận tốc mà thanh cần phải có để duy trì dòng điện 1A trong khung, biết rằng cường độ dòng điện trong dây dẫn dài là 100A,  $R = 1\text{mm}$  và  $w = 1,0\text{cm}$ .



Hình 23-23. BTNC 10

## Bài đọc thêm

### NHỮNG VẤN ĐỀ ĐẶC SẮC CỦA VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

#### Tính thuận trái – phải của tự nhiên

Tự nhiên có thuận cả trái lẫn phải không? Có khoảng 85% số người đang đọc trang sách này là thuận tay phải, 13% thuận tay trái và chỉ có 2% thuận cả

hai tay. Đa số các loài cây leo cũng quấn quanh các cây hoặc cọc theo một đường xoắn thuận phải (hình 1). Tương tự phần lớn các vỏ sên và vỏ ốc đều ở dạng xoắn thuận phải, mặc dù tùy thuộc vào từng loài vẫn có thể có cả hai loại. Nếu bạn

nhìn các cơ thể bất đối xứng đó qua một gương phẳng, thì tính thuận trái – phải của chúng còn gọi là **tính chiran** – (**chirality**) sẽ thay đổi từ thuận trái sang thuận phải hoặc từ thuận phải sang thuận trái. Trong nhiều trường hợp ánh của một vật qua gương không tồn tại trong thế giới thực. Trong tự nhiên một tính chiran (thuận trái hoặc thuận phải) được chiếm ưu thế.



**Hình 1.** Các cây bìm bìm luôn bện vào nhau theo chiều xoắn thuận phải. Đường xoắn này được gọi là thuận phải vì khi cong các ngón tay phải theo hướng cây leo xoắn ta sẽ đi dọc theo cây leo theo hướng ngón cái choãi ra. Ảnh qua gương của cây này không thấy có trong tự nhiên.

Ở mức phân tử, phân tử ADN là một đường xoắn kép thuận phải trong khi nhiều protêin là các đường xoắn đơn thuận phải. Mười chín trong số hai mươi axit amin – những yếu tố tạo nên các protêin trong sinh vật – đều có hai dạng là ảnh đối xứng gương của nhau. Nhưng trừ những ngoại lệ rất hiếm hoi, tất cả các axit amin xuất hiện trong các cơ thể sống đều ở dạng L (thuận trái). Sự bất đối xứng của các phân tử sinh học là hết sức quan trọng đối với các cơ thể sống. Những khuyết tật bẩm sinh do tác dụng

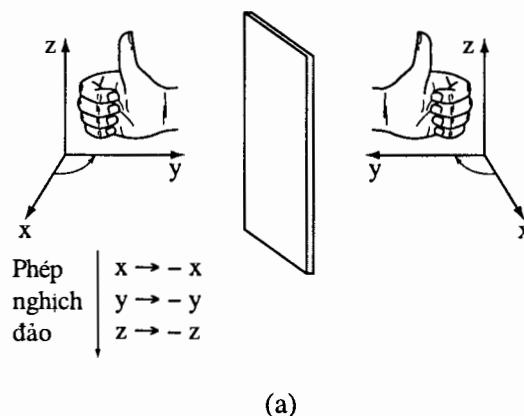
của thuốc thalidomide được dùng để điều trị bệnh nôn buổi sáng vào đầu những năm 1960, là do một dạng thuận trái hoặc phải của phân tử thuốc gây ra, trong khi chính bệnh này lại được điều trị bởi ảnh đối xứng gương của phân tử đó. Cũng do tính chiran khác nhau mà cùng một hoá chất limonene ở dạng này thì có mùi cam, ở dạng khác lại có mùi chanh.

Vậy những bất đối xứng này đã xuất hiện như thế nào? Có phải là chúng đã được "gài" sẵn trong các định luật cơ bản của vật lí hay không? Và có phải thông qua các định luật đó mà tự nhiên đã ưu ái sự định hướng này so với sự định hướng khác? Và nếu đúng như vậy thì điều này có ý nghĩa gì? Tất nhiên là có nhiều ví dụ đáng kinh ngạc về sự đối xứng trong tự nhiên, chẳng hạn như đối xứng bậc sáu của các bông tuyết và đối xứng hai phía của cơ thể con người. Nhưng liệu những ví dụ đó có phản ảnh sự đối xứng tiềm ẩn trong tự nhiên hay không? Cho đến tận năm 1957 các nhà vật lí đều nghĩ rằng các định luật cơ bản của vật lí đều là hoàn toàn đối xứng và ở mức cơ bản nhất, ảnh gương của một quá trình vật lí bất kì cũng là một quá trình khả dĩ xảy ra.



**Hình 2.** Đền Taj Mahal ở Agra, Ấn Độ có thiết kế đối xứng tuyệt đẹp.

Tới năm 1950, người ta đã biết có bốn lực cơ bản (xem bài đọc thêm ở chương 5). Lực hấp dẫn và điện từ được biết là hoàn toàn đối xứng, nghĩa là các phương trình của những lực này đều có dạng như nhau khi thực hiện phép biến đổi nghịch đảo đối với hệ toạ độ. Hình 3 cho thấy rằng một hệ toạ độ Đề các thuận phải sẽ biến thành thuận trái nếu lấy ảnh gương của nó hoặc nghịch đảo hệ toạ độ ấy. Nay giờ ta sẽ xem bằng cách nào có thể chứng tỏ được lực hấp dẫn và điện từ không thay đổi đối với phép nghịch đảo toạ độ.



**Hình 3.** *Phản xạ gương (a) và nghịch đảo toạ độ (b) là tương đương nhau vì chúng đều biến hệ toạ độ thuận thành thuận trái. Phản xạ gương chỉ làm nghịch đảo một trục toạ độ trong khi phép nghịch đảo làm nghịch đảo cả ba trục, nhưng chúng là tương đương nhau. Tính thuận phải (hoặc trái) của một hệ toạ độ được xác định như sau : ngón tay cái của bàn tay phải (trái) chỉ theo hướng dương của trục z trong khi các ngón của bàn tay đó cong theo chiều quay của trục x tiến tới trục y.*

Trước hết chúng ta hãy xác định tác dụng của phép nghịch đảo đối với các vectơ khác nhau, bắt đầu từ vectơ vị trí  $\mathbf{r}$ . Vì phép nghịch đảo làm biến đổi dấu của mỗi toạ độ, nên ta có :

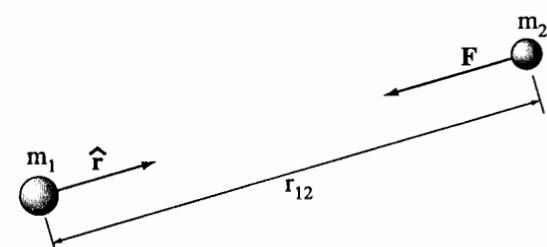
$$\mathbf{r} = xi + yj + zk \rightarrow -xi - yj - zk = -\mathbf{r}$$

Bằng cách lấy đạo hàm liên tiếp vectơ  $\mathbf{r}$  theo thời gian ta thấy rằng  $\mathbf{v} \rightarrow -\mathbf{v}$  và  $\mathbf{a} \rightarrow -\mathbf{a}$ . Hơn nữa vì  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  và  $m$  không thay đổi trong phép nghịch đảo toạ độ, nên  $\mathbf{F} \rightarrow -\mathbf{F}$ . Thực tế các vectơ *thực sự* đều đổi dấu trong phép nghịch đảo toạ độ.

Vậy điều gì sẽ xảy ra đối với định luật hấp dẫn của Newton trong phép nghịch đảo toạ độ ? Từ những điều nói trên dễ dàng thấy rằng :

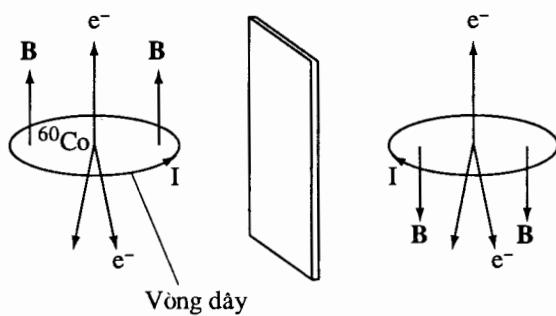
$$\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \rightarrow (-\mathbf{F}) = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}(-\hat{\mathbf{r}})$$

và sau khi ước lược các dấu trừ, ta thấy phương trình ban đầu không hề thay đổi (hình 4). Phép nghịch đảo toạ độ còn được gọi là *phép tính chẵn lẻ* và chúng ta nói rằng lực hấp dẫn bảo toàn tính chẵn lẻ. Định luật Coulomb có dạng giống hệt như định luật hấp dẫn và có thể chứng minh rằng các định luật Ampere và Faraday cũng không thay đổi. Vì vậy, cũng giống như lực hấp dẫn, các lực điện từ đều bảo toàn tính chẵn lẻ. Như vậy nếu một quá trình chỉ liên quan đến các lực điện từ và hấp dẫn, thì ảnh gương của quá trình đó cũng là một quá trình khả dĩ trên thực tế. Nhiều thực nghiệm đã chứng tỏ rằng lực hạt nhân mạnh cũng bảo toàn tính chẵn lẻ.



**Hình 4.**  *$\mathbf{F}$  là lực hấp dẫn do  $m_1$  tác dụng lên  $m_2$  và  $\hat{\mathbf{r}}$  là vectơ đơn vị hướng từ  $m_1$  đến  $m_2$ .*

Vấn đề đặt ra là nếu tất cả các lực đều đổi xứng như vậy thì làm thế nào lại xuất hiện tính bất đối xứng ở các cây leo, ở phân tử ADN và các protein? Năm 1956 T.D. Lee và C.N. Yang đã chỉ ra rằng thực tế chưa có bằng chứng nào chứng tỏ rằng tương tác yếu bảo toàn tính chẵn lẻ cả, vì vậy họ đã đề nghị một thí nghiệm dùng nguồn phát electron là  $^{60}\text{Co}$ . Mẫu được đặt trong từ trường do một dòng điện tròn sinh ra, do đó buộc mômen từ của các hạt nhân Co phải gióng thẳng song song với  $\mathbf{B}$  (hình 5). Trong quá trình nghịch đảo qua gương, dòng điện sẽ đổi chiều và theo quy tắc bàn tay phải, cảm ứng từ  $\mathbf{B}$  cũng đổi chiều. Thực nghiệm chứng tỏ rằng số electron được phát ra ngược hướng với  $\mathbf{B}$  là nhiều hơn cùng hướng với  $\mathbf{B}$ . Do vậy trong thí nghiệm nghịch đảo qua gương hẳn sẽ có nhiều electron hướng xuống dưới (tức là cùng hướng với  $\mathbf{B}$  trong thí nghiệm đó) nhưng ảnh gương của quá trình gốc đã không xảy ra.



**Hình 5.** Các electron được phát ra bởi  $^{60}\text{Co}$  ngược hướng với từ trường  $\mathbf{B}$  nhiều hơn là cùng hướng với  $\mathbf{B}$ . Trong ảnh gương dòng điện đảo chiều do đó  $\mathbf{B}$  cũng đảo chiều. Nhưng trong ảnh gương các electron phát ra hướng xuống dưới nhiều hơn. Vì thực nghiệm chứng tỏ rằng đa số các electron được phát ra đều ngược chiều  $\mathbf{B}$ , nên kết quả ảnh gương là không xảy ra.

Điều đáng ngạc nhiên là tự nhiên lại phân biệt thuận trái với thuận phải: một quá trình có thể xảy ra nhưng ảnh gương của nó lại không. Như vậy ở mức cơ bản, tương tác yếu đã thay đổi dạng của nó đối với phép nghịch đảo toạ độ.

Vì lực yếu tác dụng giữa các electron và hạt nhân, dù là ở mức rất thấp, vậy liệu nó có phải là nguồn gốc của những bất đối xứng trong tự nhiên hay không? Liệu tác dụng của lực này trong quá trình tạo ra các axit amin ba năm trước có dẫn đến sự trội hơn về số lượng các axit amin thuận trái mà người ta đã quan sát được? Tính toán cho thấy rằng lực yếu dẫn tới năng lượng hơi thấp hơn một chút đối với dạng thuận trái của một axit amin, do đó chúng cũng hơi được "ưu ái" hơn một chút trong quá trình tạo thành, nhưng chỉ với tỉ lệ một trong số  $10^{12}$  phân tử. Sự vượt trội này là quá nhỏ để có thể đo được, nhưng lại phù hợp với quan sát thấy rằng cả hai loại đều được tạo ra với số lượng như nhau trong các phản ứng ở phòng thí nghiệm. Nếu như tương tác yếu là nguồn gốc sự bất đối xứng thì rõ ràng là phải có một loại quá trình khuếch đại nào đó đã hoạt động.

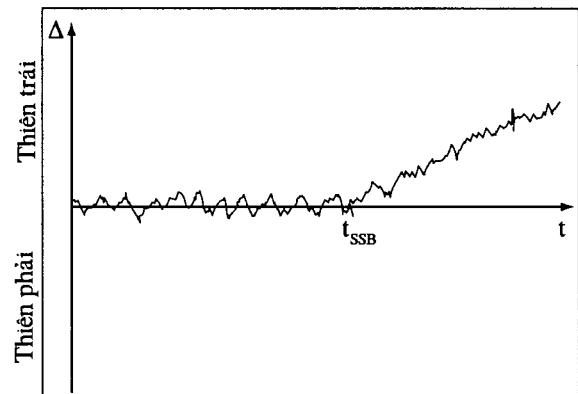
Các kỹ sư thông tin thường dùng cách lấy trung bình tín hiệu để dò ra một tín hiệu yếu bị vùi lấp trong nền nhiễu. Vì nhiễu thăng giáng một cách ngẫu nhiên giữa các giá trị âm, dương nên nếu lấy trung bình trong một thời gian dài sẽ cho giá trị bằng 0, trong khi đó tín hiệu có thể nhỏ hơn nhưng luôn luôn ở cùng một hướng nên cuối cùng cộng thành những giá trị lớn hơn nhiễu. Về mặt toán học nếu  $n$  mẫu nhiễu  $S_n$  được cộng lại, tổng sẽ tăng như  $S_n\sqrt{n}$  trong khi nếu  $n$  mẫu tín hiệu  $S_s$  được cộng lại, tổng sẽ tăng

như  $nS_s$ . Do vậy  $S_s$  thậm chí là rất nhỏ so với  $S_n$ , nhưng cuối cùng tín hiệu trung bình vẫn trội hơn nhiều trung bình vì n tăng nhanh hơn  $\sqrt{n}$ .

Cũng theo cách như vậy, trong một dung dịch gồm các hóa chất phản ứng để tạo ra các axit amin thuận trái và thuận phải, những thăng giáng ngẫu nhiên trong các phản ứng giữa các phân tử sẽ có xu hướng làm trung bình tới 0 sản lượng toàn phần của hai loại chiran, trong khi lực bất đối xứng luôn luôn đẩy hệ về cùng một hướng, dẫn tới làm cho một tính chiran này vượt trội so với tính chiran khác. Với thời gian xu hướng luôn tác động theo cùng một hướng này có thể sẽ quyết định tính thuận trái – phải của hệ.

Đặc biệt hơn, sự khuếch đại có thể đã hoạt động giống như thế. Thậm chí nếu không có lực bất đối xứng, nếu nồng độ của các chất phản ứng đủ lớn, hệ sẽ là không ổn định và sẽ tự phát nhảy tới một dạng thuận trái – phải này hay khác (thời gian  $t_{SSB}$  trong hình 5) với xác suất như nhau, một quá trình được gọi là sự *phá vỡ đối xứng tự phát* (SSB). Đồ thị biểu diễn hiệu số giữa hai tính chiran  $\Delta$  theo thời gian sẽ tựa như đồ thị cho trên hình 6. Tuy nhiên nếu đưa vào sự bất đối xứng nhỏ của lực yếu, thì những mô phỏng đã chứng tỏ được rằng nó luôn đẩy hệ về hướng được ưu ái hơn, chẳng hạn về hướng các axit amin thuận trái. Cũng hoàn toàn có thể là sự bất đối xứng quan sát được của các axit amin là do một quá trình tự phát được thúc nhẹ bởi lực yếu để hướng tới tính thuận trái. Những tính toán chứng tỏ đã chắc chắn tới 98% rằng lực

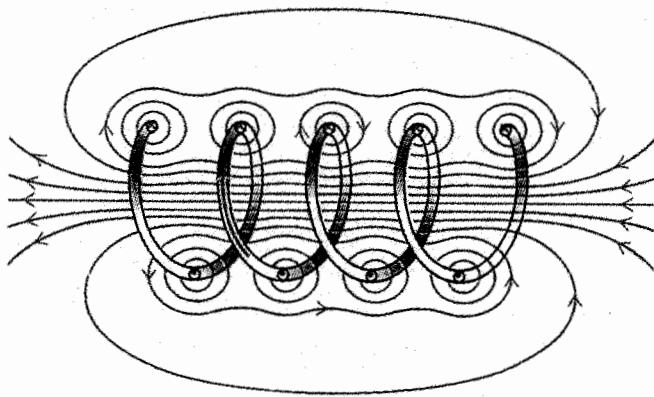
yếu đã tạo ra sự vượt trội của các phân tử axit amin thuận trái trong khoảng 100000 năm. Nhưng không có ai dám chắc rằng đó chính là điều đã thực sự xảy ra.



**Hình 6.** Đồ thị biểu diễn hiệu nồng độ các phân tử thuận trái và thuận phải như một hàm của thời gian. Mô hình được giả sử hai loại phân tử được tạo thành với xác suất như nhau bởi phản ứng của hai phân tử "dưỡng chất". Nếu tích nồng độ của hai phân tử dưỡng chất vượt quá một giá trị nào đó, hệ sẽ trở nên không ổn định và sẽ nhảy về phía trội cho một loại phân tử có tính chiran này hay khác lại cũng với xác suất như nhau. Nếu đưa vào một xu hướng nhỏ hướng tới tạo thành một loại phân tử thì sự nhảy nói trên hầu như luôn luôn về phía phân tử đó.

Như vậy, câu hỏi về nguồn gốc của tính chiran của các vỏ sò, vỏ ốc và các cây leo, cũng như câu hỏi về tính thuận tay của con người vẫn còn để ngỏ chưa có câu trả lời chắc chắn. Các mối liên hệ giữa tính chiran của các phân tử sinh học và tính chiran, chẳng hạn của các vỏ ốc vẫn còn là quá mong manh và bí ẩn để có thể rút ra một kết luận chắc chắn nào !

# **ĐỘ TỰ CẢM**



Các đường cảm ứng từ của cuộn dây.

**24-1. Suất điện động tự cảm và độ tự cảm**

**24-2. Mạch LR**

**24-3. Năng lượng tồn trữ trong cuộn cảm**

**24-4. Hỗn cảm**

**24-5. Máy biến thế**

*Bài đọc thêm : Joseph Henry*

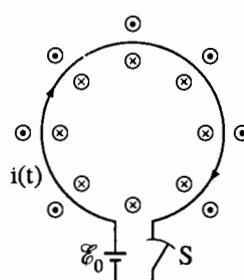
Chương trước đã giới thiệu định luật Faraday, một định luật cơ bản của điện từ học. Những khái niệm được đặc biệt nhấn mạnh là suất điện động cảm ứng và điện trường cảm ứng. Chương này tập trung xem xét ứng dụng của định luật Faraday để xác định hành vi của các phần tử mạch điện khi có dòng điện thay đổi. Một suất điện động cảm ứng có thể xuất hiện trong một phần tử mạch điện có tên là *cuộn cảm* và khi đó mạch điện được nói là có một *độ tự cảm* nào đó. Chúng ta cũng sẽ gặp một nguyên lí quan trọng của điện từ học - đó là *năng lượng* được lưu trữ trong từ trường.

## 24-1. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG TỰ CẢM VÀ ĐỘ TỰ CẢM

Nếu từ thông liên kết với một mạch điện kín thay đổi, thì trong mạch sẽ xuất hiện một suất điện động cảm ứng được xác định bởi định luật Faraday :  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}$

(phương trình 23-1). Trong chương trước chúng ta đã giả sử rằng từ thông liên kết với một mạch điện kín là do một từ trường ngoài tạo ra, chẳng hạn từ trường của một nam châm. Nay giờ chúng ta sẽ xét trường hợp từ trường được tạo bởi chính dòng điện trong mạch.

Xét mạch điện có một vòng tròn kín phẳng như được cho trên hình 24-1. Khi khoá S được đóng (ví dụ ở  $t = 0$ ), pin sẽ làm cho các hạt tải điện bắt đầu chuyển động. Tức là có một dòng điện  $i(t)$  khác không ở mọi thời điểm sau khi đóng mạch. Dòng điện trong vòng dây tạo ra một từ trường ở xung quanh nó, như được biểu diễn một



**Hình 24-1.** Dòng điện thay đổi trong mạch kín tạo ra từ thông biến thiên liên kết với mạch kín đó và một suất điện động tự cảm.

cách khái lược trên mặt phẳng hình vẽ. Như vậy, là có một từ thông liên kết với vòng dây và từ thông này là do chính dòng điện trong vòng dây tạo ra. Vì dòng điện này biến thiên nên từ thông cũng biến thiên, và theo định luật Faraday sẽ có

một suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mạch. Suất điện động này được gọi là *suất điện động tự cảm*. Định luật Faraday và định luật Lenz là các định luật tổng quát, áp dụng được cho mọi suất điện động cảm ứng. Suất điện động tự cảm chỉ là một trường hợp đặc biệt : Suất điện động tự cảm trong mạch xuất hiện là do những biến đổi trong mạch, theo một nghĩa nào đó, dòng điện biến thiên tác động ngược trở lại chính nó.

Để thấy suất điện động tự cảm trong mạch trên hình 24-1 phụ thuộc vào dòng điện biến thiên như thế nào, ta chú ý rằng từ trường do dòng điện sinh ra tại một điểm nào đó tỉ lệ với cường độ của nó. Kết quả này có thể thấy ngay từ hệ thức tuyến tính giữa  $B$  và  $i$  trong định luật Biot-Savart (phương trình 22-3) hoặc trong định luật Ampere (phương trình 22-8). Vì từ thông liên kết với vòng dây là  $\phi_B = \int BdS$  nên ta thấy từ thông cũng tỉ lệ với cường độ dòng điện trong mạch, hay

$$\phi_B = Li \quad (24-1)$$

ở đây hằng số tỉ lệ  $L$  được gọi là **độ tự cảm** hay **hệ số tự cảm** của vòng dây.

Áp dụng định luật Faraday,  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}$  ta nhận được suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_L$  trong dòng điện kín :

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (24-2)$$

Chú ý rằng suất điện động tự cảm phụ thuộc vào tốc độ biến thiên của dòng điện. Dấu trừ (-) trong công thức (24-2) xác

định chiều của suất điện động tự cảm theo định luật Lenz. Nếu độ lớn của cường độ dòng điện tăng, thì chiều của  $\mathcal{E}_L$  sẽ ngược với chiều của  $i$ . Trái lại, nếu độ lớn của cường độ dòng điện giảm thì  $\mathcal{E}_L$  sẽ cùng chiều với  $i$ . Ví dụ, giả sử rằng dòng điện trong vòng tròn trên hình 24-1 đang tăng. Khi đó từ thông cũng tăng và chiều của suất điện động tự cảm là ngược với chiều của dòng điện đang tăng đó.



Một vài loại cuộn cảm.

Mặc dù phương trình (24-2) áp dụng chỉ cho một dòng điện kín đơn giản, nhưng nhiều thí nghiệm chứng tỏ rằng nó đúng cả cho các mạch điện phức tạp hơn. Khái niệm độ tự cảm đưa vào một mạch điện gắn liền với một phần tử của mạch có tên là **cuộn cảm**. Một cuộn cảm được chế tạo bằng cách dùng các cuộn dây có nhiều vòng : một cuộn cảm thường gấp đó là ống dây. Khi không có các vật liệu từ như sắt chẳng hạn, hệ số tự cảm  $L$  của một cuộn cảm chỉ phụ thuộc vào thiết kế hình học của nó. Trong hệ SI, đơn vị của độ tự cảm  $L$  là **henry** (H), gọi theo tên nhà vật lí Joseph Henry (xem bài đọc thêm ở cuối chương này). Từ phương trình (24-2) ta có :  $1H = 1.V.s.A^{-1}$ . Henry là đơn vị khá lớn

của độ tự cảm. Trong các mạch điện tử, giá trị độ tự cảm của các cuộn cảm điển hình thường nằm trong khoảng từ  $1\mu H$  đến  $1mH$ . Các vòng dây trong cuộn cảm được quấn sít nhau sao cho có thể xem từ thông liên kết với mỗi vòng là như nhau. Như vậy, đối với cuộn dây có  $N$  vòng thì phương trình (24-1) là :

$$N\phi_B = Li \quad (24-3)$$

Để làm ví dụ, bây giờ ta sẽ tìm biểu thức xác định độ tự cảm của một ống dây lí tưởng. Một ống dây lí tưởng là một ống dây đủ dài, trong đó từ trường ở trong thể tích hình trụ của ống dây được xem là đều. Theo phương trình (22-11), độ lớn của trường này là  $B = \mu_0 ni$  với  $n = \frac{N}{l}$  là số vòng dây trên một đơn vị dài. Vì từ trường này hướng dọc theo trục của ống dây, nên từ thông liên kết với một vòng có diện tích  $S$  là :

$$\phi_B = BS = \mu_0 niS$$

Từ thông liên kết với tất cả  $N$  vòng dây là :

$$N\phi_B = (nl).\mu_0 niS = (\mu_0 n^2 Sl).i$$

Theo phương trình (24-3),  $L = N \frac{\phi_B}{i}$ , do đó độ tự cảm của một ống dây dài có các vòng quấn sít nhau với chiều dài  $l$  và diện tích tiết diện  $S$  bằng :

$$L = \mu_0 n^2 S.l \quad (24-4)$$

Chú ý rằng ngoài hằng số  $\mu_0$ , độ tự cảm chỉ phụ thuộc vào chiều dài, diện tích và số vòng dây trên một đơn vị dài của ống dây – tức là chỉ phụ thuộc vào các đại lượng hình học. Cần nhấn mạnh rằng phương trình (24-4) chỉ là một kết quả

gần đúng dựa trên trường ở trong một ống dây lí tưởng (dài vô hạn), các hiệu ứng ở mép đều đã được bỏ qua.

Việc tính độ tự cảm của một phần tử mạch điện chỉ khả thi đối với một số ít

cấu hình (xem bài toán 1). Nói chung độ tự cảm có thể đo được bằng cách quan sát tác dụng của nó đối với mạch điện chứa phần tử đó. Trong mục sau, ta sẽ xét một mạch đơn giản có độ tự cảm.

### VÍ DỤ 24-1

**Suất điện động tự cảm.** Một cuộn dây có độ tự cảm  $L = 23\mu\text{H}$  được mắc trong một mạch điện. Hãy xác định suất điện động tự cảm trong cuộn dây đó, biết rằng dòng điện trong mạch biến đổi đều từ  $1,7$  đến  $2,9\text{mA}$  trong  $50\mu\text{s}$ .

**Giải.** Vì dòng điện biến đổi đều trong khoảng thời gian  $50\mu\text{s}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{2,9\text{mA} - 1,7\text{mA}}{50\mu\text{s}} = 24\text{A/s}$$

Theo phương trình (24-2), giá trị của suất điện động tự cảm bằng :

$$\mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt} = (23\mu\text{H})(24\text{A/s}) = 550\mu\text{V}$$

Chiều của suất điện động này theo định luật Lenz, là ngược chiều với dòng điện đang tăng trong mạch.

### Bài tự kiểm tra 24-1

Tốc độ biến thiên của dòng điện trong ống dây có  $L = 9,7\text{mH}$  phải bằng bao nhiêu để tạo ra được một suất điện động tự cảm  $35\text{mV}$  ?

**Đáp số :**  $3,6\text{A/s}$ .

### VÍ DỤ 24-2

**Chế tạo một ống dây.** Một ống dây được chế tạo bằng cách quấn một dây dẫn mảnh lên một khung hình trụ có bán kính  $25\text{mm}$  và dài  $120\text{mm}$ . Hỏi phải quấn bao nhiêu vòng trên khung để ống dây có độ tự cảm bằng  $0,67\text{mH}$  ? Bỏ qua các hiệu ứng ở mép ống dây.

**Giải.** Số vòng quấn trên một đơn vị dài được xác định từ phương trình (24-4). Giải ra  $n^2$ , ta được :

$$n^2 = \frac{L}{\mu_0 S l} = \frac{0,67\text{mH}}{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{T.m.A}^{-1}) [\pi(0,025\text{m})^2] \cdot (0,12\text{m})} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ m}^{-2}$$

Lấy căn bậc hai, ta được  $n = 1500\text{m}^{-1}$ . Vậy số vòng dây quấn trên chiều dài 120 mm bằng :

$$N = nl = (1500 \text{ m}^{-1}) \cdot (0,12\text{m}) = 180 \text{ vòng}$$

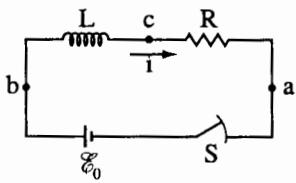
## Bài tự kiểm tra 24-2

Giả sử số vòng trong ống dây của ví dụ trên được tăng gấp đôi bằng cách quấn thêm một lớp nữa lên trên lớp các vòng đã có trước. Chiều dài của ống dây vẫn như trước và chiều dày của dây quấn đủ nhỏ để diện tích tiết diện ngang của các vòng dây quấn thêm vẫn như diện tích của các vòng dây đã quấn trước. Tính độ tự cảm của ống dây mới quấn thêm.

$$\text{Đáp số : } 2^2(0,67\text{mH}) = 2,68\text{mH.}$$

## 24-2. MẠCH LR

Giả sử rằng một ống dây được mắc với bộ pin qua một công tắc. Bắt đầu ở thời điểm  $t = 0$ , khi đóng mạch, pin sẽ làm cho các điện tích chuyển động trong mạch. Xét ống dây như trong ví dụ 24-1, có độ tự cảm  $L$  và điện trở  $R$ . Mỗi phần tử đó đều có ảnh hưởng đến dòng điện trong mạch. Các tác dụng tự cảm và điện trở của ống dây được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 24-2. Để đơn giản ta giả sử rằng toàn bộ điện trở của mạch, kể cả điện trở trong của nguồn được biểu diễn bởi  $R$ . Tương



**Hình 24-2.** Cuộn cảm  $L$  và điện trở  $R$  mắc nối tiếp với một pin có suất điện động  $E_0$ . Khoá đóng ở  $t = 0$ .

tự,  $L$  bao gồm cả độ tự cảm của các dây nối. Mạch điện chứa điện trở và cuộn cảm

mắc nối tiếp như được cho trên hình 24-2 được gọi là **mạch RL**.

Vai trò của cuộn cảm trong việc xác định dòng điện trong mạch có thể hiểu một cách định tính như sau : Khi dòng  $i(t)$  trong mạch tăng (từ  $i = 0$  ở  $t = 0$ ) có một suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$  trong cuộn cảm ngược với chiều dòng điện trong mạch đang tăng. Điều này có nghĩa là vì dòng điện đang tăng nên chiều của suất điện động cảm ứng chống lại sự tăng đó. Sự chống lại sự tăng của dòng điện giữ cho dòng điện không tăng đột ngột (tức giữ cho  $\frac{di}{dt}$  không có giá trị quá lớn).

Trái lại nếu dòng điện biến thiên không đáng kể (tức là  $\frac{di}{dt}$  rất nhỏ), thì sẽ có sự chống lại ít đối với sự biến thiên của dòng điện. Tác dụng thực sự của cuộn cảm là điều hoà hai thái cực đó để dòng điện biến thiên, nhưng không quá đột ngột.

Lấy căn bậc hai, ta được  $n = 1500\text{m}^{-1}$ . Vậy số vòng dây quấn trên chiều dài 120 mm bằng :

$$N = nl = (1500 \text{ m}^{-1}) \cdot (0,12\text{m}) = 180 \text{ vòng}$$

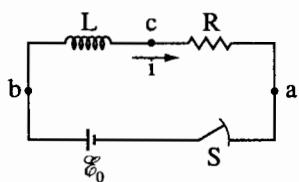
## Bài tự kiểm tra 24-2

Giả sử số vòng trong ống dây của ví dụ trên được tăng gấp đôi bằng cách quấn thêm một lớp nữa lên trên lớp các vòng đã có trước. Chiều dài của ống dây vẫn như trước và chiều dày của dây quấn đủ nhỏ để diện tích tiết diện ngang của các vòng dây quấn thêm vẫn như diện tích của các vòng dây đã quấn trước. Tính độ tự cảm của ống dây mới quấn thêm.

$$\text{Đáp số : } 2^2(0,67\text{mH}) = 2,68\text{mH}.$$

## 24-2. MẠCH LR

Giả sử rằng một ống dây được mắc với bộ pin qua một công tắc. Bắt đầu ở thời điểm  $t = 0$ , khi đóng mạch, pin sẽ làm cho các điện tích chuyển động trong mạch. Xét ống dây như trong ví dụ 24-1, có độ tự cảm  $L$  và điện trở  $R$ . Mỗi phần tử đó đều có ảnh hưởng đến dòng điện trong mạch. Các tác dụng tự cảm và điện trở của ống dây được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 24-2. Để đơn giản ta giả sử rằng toàn bộ điện trở của mạch, kể cả điện trở trong của nguồn được biểu diễn bởi  $R$ . Tương



**Hình 24-2.** Cuộn cảm  $L$  và điện trở  $R$  mắc nối tiếp với một pin có suất điện động  $E_0$ . Khoá đóng ở  $t = 0$ .

tự,  $L$  bao gồm cả độ tự cảm của các dây nối. Mạch điện chứa điện trở và cuộn cảm

mắc nối tiếp như được cho trên hình 24-2 được gọi là **mạch RL**.

Vai trò của cuộn cảm trong việc xác định dòng điện trong mạch có thể hiểu một cách định tính như sau : Khi dòng  $i(t)$  trong mạch tăng (từ  $i = 0$  ở  $t = 0$ ) có một suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$  trong cuộn cảm ngược với chiều dòng điện trong mạch đang tăng. Điều này có nghĩa là vì dòng điện đang tăng nên chiều của suất điện động cảm ứng chống lại sự tăng đó. Sự chống lại sự tăng của dòng điện giữ cho dòng điện không tăng đột ngột (tức giữ cho  $\frac{di}{dt}$  không có giá trị quá lớn).

Trái lại nếu dòng điện biến thiên không đáng kể (tức là  $\frac{di}{dt}$  rất nhỏ), thì sẽ có sự chống lại ít đối với sự biến thiên của dòng điện. Tác dụng thực sự của cuộn cảm là điều hoà hai thái cực đó để dòng điện biến thiên, nhưng không quá đột ngột.

Giá trị tức thời của dòng điện phụ thuộc vào các giá trị của  $L, R$  và suất điện động  $\mathcal{E}_0$  của pin.

### Mạch LR có nguồn điện

Sự phụ thuộc thời gian của cường độ dòng điện trong mạch LR trên hình 24-2 có thể xác định được bằng cách áp dụng quy tắc mạch vòng (xem mục 20-8). Bắt đầu từ điểm a trên hình và đi theo chiều thuận kim đồng hồ, ta lấy tổng các hiệu điện thế gấp trên đường đi và cho tổng đó bằng không :

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) + (V_a - V_c) = 0$$

$$\mathcal{E}_0 - L \frac{di}{dt} - Ri = 0$$

Chú ý rằng suất điện động ở cuộn cảm  $V_c - V_b = -L \frac{di}{dt}$  là âm, phù hợp với định luật Lenz khi i đang tăng ( $\frac{di}{dt} > 0$ ). Sắp xếp lại các số hạng trong phương trình trên ta thấy sự phụ thuộc thời gian của cường độ dòng điện trong mạch LR được mô tả bởi phương trình vi phân như sau :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \mathcal{E}_0 \quad (24-5)$$

Phương trình đối với mạch RL này, về mặt toán học, tương đương với phương trình cho mạch RC ở chương 20, nó được giải theo phương pháp tách biến số. Viết lại phương trình (24-5) như sau :

$$\frac{di}{i - \frac{\mathcal{E}_0}{R}} = -\frac{R}{L} dt$$

Tích phân hai vế phương trình trên ta được :

$$\ln\left(i - \frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) = -\frac{R}{L}t + \ln K$$

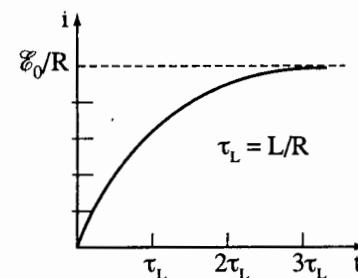
với K là hằng số tích phân. Mũ hoá phương trình trên ta được kết quả  $i - \frac{\mathcal{E}_0}{R} = Ke^{-(R/L)t}$ .

Hằng số tích phân K được xác định từ điều kiện ban đầu :  $i(0) = 0$ . Vậy  $K = -\frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . Ta đưa vào tham số thời gian đặc trưng  $\tau_L = \frac{L}{R}$ , được gọi là *hằng số thời gian tự cảm*, khi đó hàm e mũ có thể viết dưới dạng  $e^{-t/\tau_L}$ . Kết quả cường độ dòng điện trong mạch ở thời điểm t được cho bởi :

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (24-6)$$

Chú ý rằng khi  $t \rightarrow \infty$  thì cường độ dòng điện tiến tới giá trị tiệm cận  $I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . Đây là giá trị mà ta sẽ nhận được nếu bỏ qua hoàn toàn độ tự cảm.

Hằng số thời gian tự cảm  $\tau_L$  trong hàm  $e^{-t/\tau_L}$  tạo nên một thang thời gian cho mạch LR. Điều này có nghĩa là dòng điện không thể biến thiên một cách đáng kể



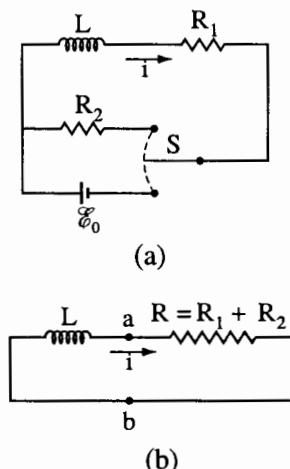
**Hình 24-3.** Cường độ dòng điện trong mạch LR tăng dần từ 0 đến giá trị tiệm cận  $\frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . Hằng số thời gian tự cảm  $\tau_L$  tạo nên một thang thời gian cho những thay đổi của dòng điện.

trong khoảng nhỏ hơn nhiều so với  $\tau_L$ . Những đặc điểm phụ thuộc thời gian này của dòng điện trong một mạch LR được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 24-3.

### Mạch LR không có nguồn điện

Độ tự cảm của mạch LR trên hình 24-2 chống lại sự tăng của dòng điện trong mạch. Chiều của suất điện động tự cảm ngược với chiều của dòng điện đang tăng. Tuy nhiên cũng có mạch LR trong đó dòng điện giảm và suất điện động tự cảm khi đó có chiều trùng với dòng điện đang giảm. Suất điện động tự cảm lại chống lại sự biến thiên của dòng điện tạo ra nó.

Hình 24-4a biểu diễn một mạch điện chứa khoá S có tác dụng để loại pin ra khỏi mạch ban đầu và tạo nên một mạch điện mới. Giả sử rằng dòng điện trong mạch điện mới, được cho như mạch tương đương trên hình 24-4b với  $R = R_1 + R_2$ , có giá trị ban đầu là  $i_0$  khi khoá S chuyển mạch tại  $t = 0$ . Dòng điện trong mạch sẽ



**Hình 24-4.** (a) Khoá S loại pin ra khỏi mạch và tạo nên mạch điện mới chứa  $L$ ,  $R_1$  và  $R_2$ . (b) Mạch tương đương có  $R = R_1 + R_2$ .

giảm từ giá trị ban đầu đó và chiều của suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$  sẽ trùng với chiều của dòng điện đang giảm ( $\frac{di}{dt} < 0$ ). Áp dụng quy tắc mạch vòng, ta được  $-L \frac{di}{dt} - iR = 0$  hay :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (24-7)$$

Phương trình này giống hệt như phương trình (24-5) cho mạch LR khi không có pin ( $\mathcal{E}_0 = 0$ ).

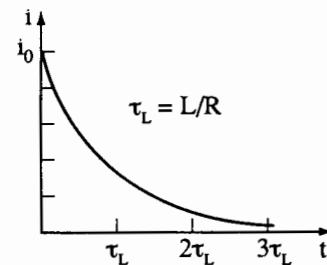
Phương trình (24-7) có thể giải bằng phương pháp đã được dùng cho mạch LR khi có pin. Nghiệm của nó là :

$$i(t) = K e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

với K là hằng số tích phân. Ta sẽ dùng điều kiện ban đầu :  $i = i_0$  tại  $t = 0$  để xác định K. Vì  $e^0 = 1$ , ta có  $K = i_0$  và dòng điện trong mạch ở thời điểm t được cho bởi :

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}} \quad (24-8)$$

Như vậy, cường độ dòng điện giảm theo hàm e mũ từ giá trị ban đầu  $i_0$  xuống

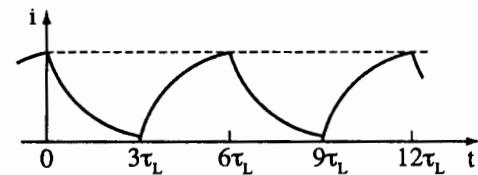


**Hình 24-5.** Cường độ dòng điện giảm theo hàm e mũ từ giá trị  $i_0$  ban đầu xuống không một cách tiệm cận.

không. Sự phụ thuộc thời gian của dòng điện được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 24-5.

Trong một số mạch điện, suất điện động bên ngoài, chẳng hạn như một pin, được đóng mở tuần hoàn vào mạch điện LR. Sự phụ thuộc của dòng điện vào thời gian sẽ luôn phiên giữa tăng như trong hình 24-3 và giảm như trong hình 24-5. Dáng điệu của dòng điện trong trường hợp này được

biểu diễn bằng đồ thị trên hình 24-6 với chu kỳ chuyển mạch  $T = 6\tau_L$ .



**Hình 24-6.** Dòng điện trong một mạch LR luôn phiên tăng và giảm khi pin mắc vào và lấy ra khỏi mạch. Sự chuyển mạch này là tuần hoàn với chu kỳ  $T = 6\tau_L$ .

### VÍ DỤ 24-3

**Đo độ tự cảm.** Độ tự cảm có thể đo được bằng cách khảo sát sự phụ thuộc thời gian của cường độ dòng điện trong một mạch LR. Giả sử ta đo được thời gian  $t_h$  để dòng điện trong mạch trên hình 24-2 đạt tới giá trị bằng một nửa giá trị ổn định  $I = \frac{I_0}{R}$ . Hãy tìm biểu thức xác định L qua các giá trị đo được của  $t_h$  và R.

**Giải.** Từ phương trình (24-6), giá trị dòng điện tại  $t = t_h$  là :

$$i(t_h) = \frac{I_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_h}{\tau_L}} \right) = \frac{I_0}{R} \left( \frac{1}{2} \right)$$

Do đó :

$$1 - e^{-\frac{t_h}{\tau_L}} = \frac{1}{2} \text{ hay } e^{-\frac{t_h}{\tau_L}} = \frac{1}{2}$$

Lấy logarit hai vế và giải ra  $\tau_L$ , ta được  $\tau_L = \frac{t_h}{\ln 2}$ . Vì  $\tau_L = \frac{L}{R}$  và  $\ln 2 = 0,693$  ta có :

$$L = \frac{t_h R}{0,693}$$

Như vậy, các giá trị đo được của  $t_h$  và R có thể được dùng để xác định L. Thường giá trị của  $t_h$  cỡ mili giây nên người ta thường dùng dao động kí để xác định thời gian đó.

### Bài tự kiểm tra 24-3

Trong một mạch LR như được cho trên hình 24-2, dòng điện đạt tới giá trị 36mA trong thời gian 2,2ms sau khi đóng mạch, và cũng sau thời gian đó dòng điện

đạt tới giá trị ổn định 72mA. Nếu điện trở của mạch là  $68\Omega$ , hãy tính độ tự cảm của mạch.

Đáp số : 220mH.

### 24-3. NĂNG LƯỢNG TỒN TRỮ TRONG CUỘN CẨM

Ta lại xét mạch LR như trên hình 24-2. Khi đóng mạch, dòng điện  $i$  tăng dần từ không đến giá trị  $I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ , không đổi theo công thức (24-6). Trong quá trình đó, trong mạch xuất hiện một dòng điện tự cảm  $i_{tc}$  ngược chiều với dòng điện chính  $I$  do nguồn phát ra làm cho dòng điện toàn phần nhỏ hơn  $I$ . Như vậy, chỉ có một phần điện năng do nguồn sinh ra biến thành nhiệt năng. Trái lại khi ngắt mạch, dòng điện chính do nguồn phát ra giảm đột ngột từ  $I$  đến không. Vì vậy trong mạch lại xuất hiện dòng điện tự cảm  $i_{tc}$  cùng chiều với dòng điện đó, làm cho dòng điện toàn phần trong mạch giảm từ từ đến không. Nhiệt lượng tỏa ra trong mạch lớn hơn năng lượng do nguồn sinh ra. Rõ ràng là khi đóng mạch, một phần điện năng do nguồn sinh ra được tồn trữ dưới một dạng năng lượng nào đó để khi ngắt mạch phần năng lượng này tỏa ra dưới dạng nhiệt trong mạch. Vì khi đóng mạch, dòng điện tăng nên từ trường trong cuộn cảm cũng tăng. Do đó phần năng lượng tiềm ẩn này chính là năng lượng của từ trường lưu trữ trong cuộn cảm. Để tìm biểu thức định lượng của năng lượng từ trường tồn trữ trong cuộn cảm, ta xuất phát từ phương trình (24-5) :

$$\mathcal{E}_0 = Ri + L \frac{di}{dt}$$

Nhân hai vế của phương trình với  $i$ , ta được :

$$\mathcal{E}_0 i = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} \quad (24-9)$$

Ta có thể đoán nhận ý nghĩa vật lí của phương trình này theo quan điểm công và năng lượng

a) Nếu một điện lượng  $dq$  chạy qua bộ pin có suất điện động  $\mathcal{E}_0$  trong thời gian  $dt$  thì bộ pin sinh ra một công trên các hạt tải điện bằng  $\mathcal{E}_0 dq$ . Tốc độ sinh công của bộ pin là  $\frac{\mathcal{E}_0 dq}{dt}$  hay  $\mathcal{E}_0 i$ . Như thế vế trái của phương trình (24-9) là tốc độ cung cấp năng lượng của nguồn suất điện động cho mạch điện.

b) Số hạng  $Ri^2$  là tốc độ chuyển đổi điện năng thành nhiệt năng trên điện trở.

c) Phần năng lượng  $Li \frac{di}{dt}$  không bị chuyển thành nhiệt theo định luật bảo toàn năng lượng sẽ được tồn trữ trong từ trường của cuộn cảm. Phương trình (24-9) là cách phát biểu định luật bảo toàn năng lượng trong mạch LR. Số hạng  $Li \frac{di}{dt}$  là tốc độ tồn trữ năng lượng từ trường của cuộn cảm. Do đó :

$$\frac{dW_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} \quad \text{hay} \quad dW_B = Lidi$$

Kí hiệu  $W_B$  để chỉ năng lượng của từ trường. Lấy tích phân hai vế, ta có :

$$\int_0^{W_B} dW_B = \int_0^i Li di'$$

Suy ra :

$$W_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad (24-10)$$

Đây là năng lượng toàn phần tồn trữ trong cuộn cảm khi có dòng điện  $i$  chạy qua. Năng lượng này là dương và độc lập với chiều của dòng điện.

## VÍ DỤ 24-4

**Năng lượng được tồn trữ trong cuộn cảm.** (a) Hãy xác định năng lượng tồn trữ trong cuộn dây 23mH mang dòng điện 2,5A. Hỏi dòng điện phải tăng bao nhiêu lần để có năng lượng tồn trữ tăng gấp đôi ?

**Giải.** (a) Áp dụng phương trình (24-10), ta có :

$$W_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} (23\text{mH}) \cdot (2,5\text{A})^2 = 72\text{mJ}$$

(b) Vì năng lượng tồn trữ tỉ lệ với bình phương cường độ dòng điện, nên muốn cho năng lượng này tăng gấp đôi thì  $i^2$  tăng gấp đôi :  $i'^2 = 2i^2$ . Vậy dòng điện  $i'$  tăng gấp  $\sqrt{2}$  lần dòng điện  $i$  hay  $i' = i\sqrt{2} = (2,5)\sqrt{2} = 3,5\text{A}$ .

## Bài tự kiểm tra 24-4

(a) Xác định công suất trong cuộn cảm 25mH tại thời điểm dòng điện trong nó có cường độ là 380mA và đang tăng với tốc độ 150mA/s. (b) Ở thời điểm đó, thế năng của các hạt tải điện tăng hay giảm ?

**Đáp số :** (a) 1,4mW. (b) Giảm.

## Năng lượng từ trường và mật độ năng lượng

Năng lượng tồn trữ trong một cuộn cảm có dòng là  $W_B = \frac{1}{2} Li^2$ , tương tự năng lượng tồn trữ trong một tụ điện tích điện  $W_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$  (phương trình 19-5). Trong chương 19 ta đã thấy rằng năng lượng tồn trữ trong tụ điện có thể được xem như năng lượng được tồn trữ trong điện

trường. Biểu thức tổng quát của mật độ năng lượng điện  $w_E$  (tức năng lượng trong một đơn vị thể tích trong điện trường) được cho bởi  $w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  (phương trình 19-6). Cũng có một sự giải thích tương tự đối với năng lượng tồn trữ trong cuộn cảm như một trường hợp đặc biệt của năng lượng được tồn trữ trong từ trường.

Để thấy rõ điều đó, ta hãy xét một ống dây dài với các vòng quấn sít nhau mang dòng điện  $i$ . Ống dây có chiều dài  $l$ , diện

tích tiết diện là  $S$  và có n vòng dây trên một đơn vị dài. Ta xem ống dây này là lí tưởng sao cho độ tự cảm của nó được cho bởi phương trình (24-4) :  $L = \mu_0 n^2 S l$ . Khi dẫn ra kết quả này ta đã xem  $B$  song song với trục của ống dây và là đều ở bên trong ống dây, với  $B = \mu_0 n i$ . Ở ngoài ống dây,  $B$  được xem là nhỏ không đáng kể. Thay biểu thức trên của  $L$  vào phương trình (24-10), ta được :

$$W_B = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 S l i^2$$

Vì  $B = \mu_0 n i$  nên :

$$W_B = \frac{B^2}{2\mu_0} S l \quad (24-11)$$

Năng lượng tồn trữ trong ống dây phụ thuộc vào bình phương của cảm ứng từ

trong ống dây và thừa số hình học  $S l$ . Thừa số này chính là thể tích của không gian bên trong ống dây, nơi từ trường tồn tại. Chia năng lượng tồn trữ  $W_B$  trong ống dây cho thể tích  $S l$  của nó ta được năng lượng trong một đơn vị thể tích  $w_B$  :

$$w_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (24-12)$$

Mật độ năng lượng này gắn liền với năng lượng tồn trữ trong từ trường. Thực nghiệm chứng tỏ rằng biểu thức trên áp dụng được cho một từ trường bất kì. Điều này có nghĩa là năng lượng được tồn trữ trong một đơn vị thể tích trong từ trường tại một điểm bất kì trong không gian được cho bởi phương trình (24-12).

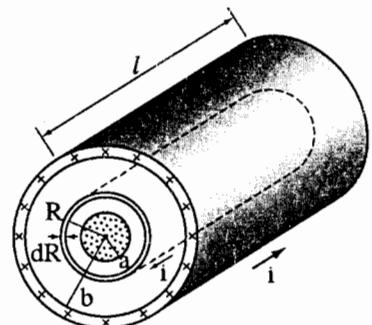
## VÍ DỤ 24-5

**Năng lượng từ trong cáp đồng trục.** Một cáp đồng trục dài, tiết diện tròn được biểu diễn trên hình 24-7. Các lớp dẫn điện trong và ngoài cùng có dòng điện  $i$  chạy qua nhưng ngược chiều. (a) Hãy xác định năng lượng tồn trữ trong từ trường ở vùng không gian giữa hai lớp dẫn điện đó trên đoạn cáp dài  $l$ . (b) Tính độ tự cảm trên một đơn vị dài của cáp đồng trục đó.

**Giải.** (a) Có thể dùng định luật Ampere như đã làm ở mục 22-3 để xác định từ trường tại một điểm ở giữa các lớp dẫn điện và cách trục một khoảng  $R$ . Độ lớn

của cảm ứng từ  $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$ . Theo phương trình (24-12) mật độ năng lượng tại điểm đó bằng :

$$w_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 R^2}$$



Hình 24-7. Ví dụ 24-5 : Từ trường tồn tại trong vùng không gian giữa hai lớp dẫn điện của một cáp đồng trục dài.

Vì mật độ năng lượng phụ thuộc vào khoảng cách R, nên ta cần phải lấy tích phân để xác định năng lượng trong vùng không gian giữa hai lớp dẫn điện. Yếu tố thể tích thích hợp cho trường hợp này là lớp vỏ trụ có bán kính R, dày dR và dài l, như được chỉ rõ trên hình. Thể tích lớp này bằng  $dV = (2\pi R).(l).(dR)$  và năng lượng tồn trữ trong yếu tố thể tích này là  $dW_B = w_B dV = w_B(2\pi R/dR)$ . Lấy tích phân biểu thức này từ bán kính trong a đến bán kính ngoài b, ta được :

$$W_B = \int_a^b \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 R^2} 2\pi R l dR = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{1}{R} dR = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Như vậy, năng lượng tồn trữ trong vùng không gian này tỉ lệ với bình phương cường độ dòng điện. Thực tế còn cả từ trường bên trong các lớp dẫn điện, tuy nhiên năng lượng từ tồn trữ trong các vùng này là nhỏ vì ở đây thể tích của các lớp dẫn điện là nhỏ so với thể tích của vùng không gian ở giữa chúng. Cũng lưu ý rằng từ trường ở ngoài dây cáp bằng không. (b) Nếu xem một đoạn cáp dài l như một cuộn cảm có độ tự cảm L, thì năng lượng tồn trữ trong cuộn cảm như đã biết được cho bởi phương trình (24-10) :

$W_B = \frac{1}{2} L i^2$ . Bỏ qua năng lượng tồn trữ bên trong các lớp dẫn điện, cân bằng  $\frac{1}{2} L i^2$  với biểu thức ở trên của năng lượng tồn trữ, ta tìm được độ tự cảm trên một đơn vị dài  $\frac{L}{l}$  là :

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Độ tự cảm trên một đơn vị dài là một tính chất quan trọng của cáp được dùng để phát các tín hiệu điện từ, chẳng hạn như cáp tivi.

### Bài tự kiểm tra 24-5

Một ống dây gồm 500 vòng có chiều dài 40mm và tiết diện ngang  $3,6 \cdot 10^{-5} m^2$ , mang dòng điện 300mA. Xem ống dây là lí tưởng, hãy xác định năng lượng từ của nó.

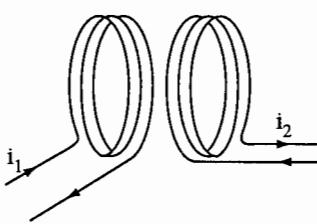
Đáp số :  $13\mu J$ .

## 24-4. HỒ CẢM

Khi dòng điện ở trong cuộn dây mắc trong mạch biến thiên, trong cuộn dây sẽ xuất hiện một suất điện động tự cảm  $\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$ . Như chúng ta đã thấy, từ thông

liên kết với mỗi vòng của cuộn dây được tạo bởi chính dòng điện trong mạch, do đó mà có thuật ngữ "tự cảm". Tuy nhiên từ trường cũng có thể lan rộng ra phía ngoài cuộn dây và ảnh hưởng tới mạch điện khác ở bên cạnh.

Hình 24-8 minh họa hai cuộn dây đứng yên thuộc hai mạch điện tách rời nhau.



**Hình 24-8.** Dòng điện biến thiên trong mỗi cuộn dây cảm ứng một suất điện động trong cuộn dây khác.

Mỗi cuộn đều mang dòng điện và các dòng điện này cùng với từ trường do chúng sinh ra có thể biến đổi. Như vậy, từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn 2 sẽ thay đổi do dòng điện trong cuộn 1 biến thiên. Tương tự, từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn 1 biến đổi do dòng điện trong cuộn 2 biến thiên. Vì suất điện động cảm ứng xuất hiện trong các cuộn dây là do sự biến thiên trong một cuộn dây khác, nên sự tương tác ở đây có tính chất tương hooke giữa các cuộn dây và hiệu ứng này được gọi là *sự hooke cảm*.

Ta hãy xét suất điện động cảm ứng ở một trong hai cuộn dây, ví dụ cuộn dây 2, tạo bởi sự biến thiên của dòng điện  $i_1$  trong cuộn 1. Từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn 2 có đóng góp của từ trường  $B_1$  của cuộn 1. Giả sử ta kí hiệu  $\phi_{21}$  là từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn 2 do đóng góp của từ trường cuộn 1. Chính phần đóng góp này sẽ biến thiên khi  $i_1$  biến thiên. Cũng giả thiết rằng từ thông liên kết với tất cả  $N_2$  vòng của cuộn 2 đều như nhau. Tích  $N_2\phi_{21}$  được gọi là *số liên kết từ thông* đối với cuộn đó. Nếu không có các vật liệu từ chẳng hạn như sắt, ở xung

quanh thì đóng góp của từ trường  $B_1$  sẽ tỉ lệ với dòng điện  $i_1$  tạo ra nó (theo định luật Biot-Savart). Khi đó cả  $\phi_{21}$  lẫn  $N_2\phi_{21}$  đều tỉ lệ với  $i_1$ . Chúng ta sẽ viết hệ thức tuyến tính giữa  $N_2\phi_{21}$  và  $i_1$  bằng cách đưa vào hằng số  $M_{21}$  – được gọi là *hệ số hooke cảm*:

$$N_2\phi_{21} = M_{21}i_1 \quad (24-13)$$

Bây giờ chúng ta sẽ áp dụng định luật Faraday để xác định suất điện động cảm ứng do cuộn 1 tạo ra trong một vòng của cuộn 2. Suất điện động cảm ứng trong mỗi vòng dây bằng  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_{21}}{dt}$  và suất điện động toàn phần  $\mathcal{E}_{21}$  cảm ứng trong cuộn dây 2 là  $N_2\mathcal{E}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{21} &= -N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_2\phi_{21}) = -\frac{d}{dt}(M_{21}i_1) \\ &= -M_{21} \frac{di_1}{dt}. \end{aligned}$$

Như vậy suất điện động cảm ứng trong cuộn 2 tỉ lệ với tốc độ biến thiên  $\frac{di_1}{dt}$  của dòng điện  $i_1$  trong cuộn 1. Hệ số  $M_{21}$  phụ thuộc vào các yếu tố hình học, như hình dáng của các cuộn dây cũng như vị trí tương đối và định hướng của chúng. Dấu trừ (-) được dùng để xác định chiều của suất điện động cảm ứng theo định luật Lenz. Tương tự ta có thể xác định được suất điện động  $\mathcal{E}_{12}$  được cảm ứng trong cuộn 1 do sự biến thiên của dòng điện trong cuộn 2. Số liên kết từ thông đối với cuộn 1 tỉ lệ với dòng điện  $i_2$ :  $N_1\phi_{12} = M_{12}i_2$ , ở đây  $M_{12}$  là hệ số được xác định bởi các yếu tố hình học. Suất điện động cảm ứng trong cuộn 1 được cho bởi

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Các hệ số  $M_{12}$  và  $M_{21}$  chỉ tính được dễ dàng đối với một số ít trường hợp đơn giản. Giá trị của các hệ số này thường được xác định bằng các phép đo trên các mạch điện. Người ta thấy rằng thực ra sự phụ thuộc hình học của  $M_{12}$  và  $M_{21}$  cũng có tính chất tương hỗ, tức là  $M_{12} = M_{21}$ . Vì vậy chúng ta có thể bỏ đi các chỉ số và kí hiệu  $M$  là độ hổ cảm của cặp cuộn dây. Khi đó suất điện động được cảm ứng trong mỗi cuộn dây do sự biến thiên

của dòng điện trong cuộn dây kia được cho bởi

$$\mathcal{E}_{12} = -M \frac{di_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_{21} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (24-14)$$

Kết quả này được áp dụng cho mọi cặp phần tử mạch điện. Cường độ dòng điện biến thiên trong mỗi phần tử của mạch cảm ứng một suất điện động trong một phần tử khác. Độ hổ cảm chỉ phụ thuộc vào hình học nếu không có các vật liệu từ nào ở gần. Trong hệ SI, đơn vị của hổ cảm là henry (H), giống như đơn vị của độ tự cảm.

## VÍ DỤ 24-6

**Suất điện động hổ cảm.** Một cuộn dây trong một mạch điện ở gần một cuộn dây khác trong một mạch điện tách rời khác. Độ hổ cảm của hai cuộn dây này là 340mH. Trong khoảng thời gian 15ms dòng điện trong cuộn 1 biến đổi đều từ 23 đến 57mA và dòng điện trong cuộn 2 biến đổi đều từ 36 đến 16mA. Hãy xác định suất điện động được cảm ứng trong mỗi cuộn dây.

**Giải.** Trong khoảng thời gian 15 ms dòng điện trong các cuộn đều biến thiên với tốc độ không đổi :

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{57\text{mA} - 23\text{mA}}{15\text{ms}} = 2,3\text{A/s}$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{16\text{mA} - 36\text{mA}}{15\text{ms}} = -1,3\text{A/s}$$

Theo các phương trình (24-14), độ lớn của các suất điện động cảm ứng bằng

$$\mathcal{E}_{21} = (340 \text{ mH}) \cdot (2,3 \text{ A/s}) = 0,77\text{V}$$

$$\mathcal{E}_{12} = (340 \text{ mH}) \cdot (-1,3 \text{ A/s}) = -0,45\text{V}$$

Cần nhớ rằng dấu trừ trong các phương trình (24-14) liên quan đến chiều của các suất điện động cảm ứng.

## Bài tự kiểm tra 24-6

Hãy xét chiều của các suất điện động được hổ cảm trong các cuộn dây trên hình 24-8 đối với người quan sát ở bên phải các cuộn dây. (a) Ở thời điểm  $i_1$  tăng, chiều của

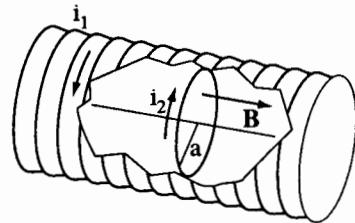
$\mathcal{E}_{21}$  là thuận hay ngược chiều kim đồng hồ ? (b) Ở thời điểm  $i_2$  giảm,  $\mathcal{E}_{12}$  là thuận hay ngược chiều kim đồng hồ ?

Đáp số : (a) : Ngược. (b) : Thuận.

## VÍ DỤ 24-7

**Tính độ hổ cảm.** Một vòng dây dẫn tròn bán kính  $a$  đặt bên trong và gần tâm của một ống dây dài quấn sít nhau với  $n$  vòng trên một đơn vị dài. Trục của vòng dây song song với trục của ống dây.

- (a) Hãy tìm biểu thức xác định độ hổ cảm của vòng dây và ống dây qua các đại lượng hình học. (b) Tính độ hổ cảm cho trường hợp  $n = 2200$  vòng/mét và  $a = 12$  mm.
- (c) Tính suất điện động được cảm ứng trong vòng dây nếu dòng điện trong ống dây biến thiên với tốc độ đều  $1,4$  A/s.
- (d) Xác định chiều dòng điện cảm ứng trong vòng dây đối với trường hợp cho trên hình 24-9.



Hình 24-9. Ví dụ 24-7 : Dòng điện cảm ứng trong vòng dây do dòng điện trong ống dây biến thiên.

**Giải.** (a) Từ trường bên trong ống dây có dòng điện  $i_1$  chạy qua được cho gần đúng bởi phương trình (24-11) :  $B = \mu_0 n i_1$ . Vì trường này vuông góc với mặt phẳng vòng dây với diện tích  $\pi a^2$  nên từ thông liên kết với vòng dây là  $\phi = B(\pi a^2) = \pi \mu_0 n a^2 i_1$ . Do chỉ có một vòng nên trong phương trình (24-13)  $N_2=1$ . Vậy  $M i_1 = N_2 \phi_{21} = \pi \mu_0 n a^2 i_1$  hay  $M = \pi \mu_0 n a^2$  là độ hổ cảm của vòng dây và ống dây.

(b) Giá trị của độ hổ cảm bằng

$$\begin{aligned} M &= \pi(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m.A}^{-1})(2200 \text{ m}^{-1})(0,012\text{m})^2 \\ &= 1,3\mu\text{H} \end{aligned}$$

(c) Suất điện động cảm ứng trong vòng dây bằng :

$$\mathcal{E}_{21} = M \frac{di_1}{dt} = (1,3\mu\text{H})(1,4\text{A/s}) \approx 1,8\mu\text{V}.$$

(d) Vì dòng  $i_1$  tăng ( $\frac{di_1}{dt} > 0$ ), nên từ thông liên kết với vòng dây cũng tăng. Theo định luật Lenz, dòng điện cảm ứng phải có chiều chống lại sự tăng của từ thông đối với mặt có biên là vòng dây. Vậy chiều của dòng điện cảm ứng trong vòng dây chính là chiều cho trên hình vẽ.

## Bài tự kiểm tra 24-7

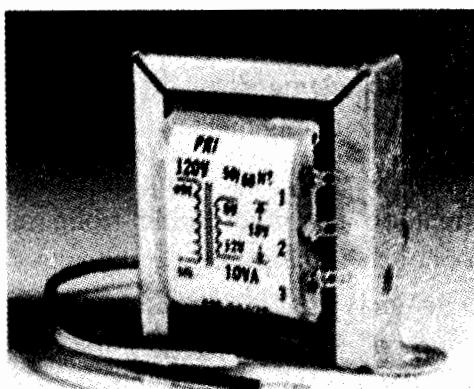
Ở một thời điểm đặc biệt nào đó, dòng điện trong vòng dây tròn ở ví dụ trên biến thiên với tốc độ  $2,0\text{A/s}$ . Xác định suất điện động được cảm ứng trong ống dây do sự biến thiên của dòng điện trong vòng dây.

Đáp số :  $2,6\mu\text{V}$ .

## 24-5. MÁY BIẾN THẾ

Hiện tượng hổ cảm – trong đó một suất điện động được cảm ứng trong một mạch do sự biến thiên của dòng điện trong một mạch khác – là một quá trình đôi khi có thể gây trở ngại. Chẳng hạn, một suất điện động không mong muốn có thể được cảm ứng trong một mạch điện tử nhạy bởi các mạch khác ở bên cạnh. Trong nhiều trường hợp khác, hiện tượng hổ cảm lại có thể hữu ích. Một số máy kích thích nhịp tim hoạt động nhờ suất điện động được cảm ứng bởi một dòng điện biến thiên trong mạch ở bên ngoài tới cơ thể bệnh nhân. Kĩ thuật này tránh được việc sử

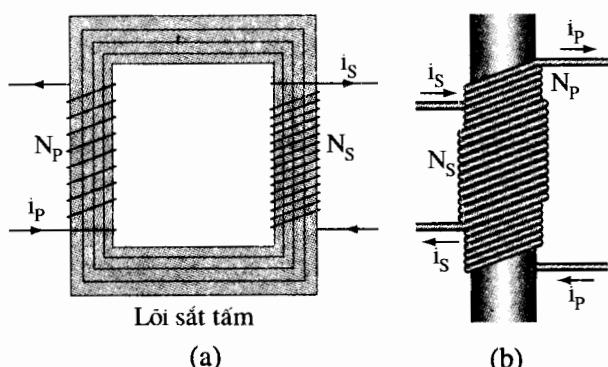
để thay đổi điện áp từ một mạch này tới một mạch khác, đó là **máy biến thế**. Một loại máy biến thế đơn giản bao gồm hai cuộn dây được cuốn quanh một lõi sắt hoặc vòng sắt, như được minh họa trên hình 24-10a. Từ trường được tạo bởi dòng điện trong hai cuộn được tập trung chủ yếu trong lõi sắt. Một cách bố trí khác có các vòng của một cuộn được quấn ngay bên trên một cuộn khác, như được minh họa trên hình 24-10b. Trong mỗi trường hợp, từ thông liên kết với tất cả các vòng dây



Máy biến thế

dụng nguồn điện bên trong và phẫu thuật để lắp đặt hoặc bảo trì nguồn điện đó.

Một thiết bị có tầm quan trọng to lớn trong thực tiễn dùng hiện tượng hổ cảm



Hình 24-10. Hai cách bố trí cho cuộn sơ cấp và thứ cấp của một máy biến thế. (a) Từ trường tập trung chủ yếu trong lõi sắt gồm nhiều tẩm mỏng ghép lại. (b) Cuộn thứ cấp được quấn xung quanh cuộn sơ cấp.

của mỗi cuộn đều như nhau. Một trong hai cuộn của máy biến thế được gọi là *cuộn sơ cấp* có  $N_p$  vòng, còn cuộn kia là

cuộn thứ cấp có  $N_s$  vòng. Thường chúng ta xem cuộn sơ cấp là cuộn đầu vào của máy biến thế và cuộn thứ cấp là cuộn đầu ra.

Lõi sắt làm cho từ thông  $\phi_B$  về cơ bản là như nhau đối với mỗi vòng của cả cuộn sơ cấp lẫn thứ cấp, và một suất điện động như nhau  $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}$  sẽ được cảm ứng trong mỗi vòng nếu từ thông đó biến thiên. Do đó suất điện động cảm ứng hay điện áp  $U_s$  trong cuộn thứ cấp có  $N_s$  vòng sẽ là :

$$U_s = N_s \mathcal{E} = -N_s \frac{d\phi_B}{dt}$$

Suất điện động cảm ứng hay điện áp  $U_p$  trong cuộn sơ cấp có  $N_p$  vòng sẽ là :

$$U_p = N_p \mathcal{E} = -N_p \frac{d\phi_B}{dt}$$

Lấy tỉ số của hai điện áp đó ta được :

$$\frac{U_s}{U_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (24-15)$$

Ví dụ nếu cuộn thứ cấp có  $N_s = 5N_p$  thì  $U_s = 5U_p$ . Một máy biến thế như vậy được gọi là *máy tăng thế*. Điều này có nghĩa là điện áp ở cuộn thứ cấp cao hơn điện áp của cuộn sơ cấp. Cuộn thứ cấp của *máy hạ thế* sẽ có số vòng ít hơn số vòng của cuộn sơ cấp và do đó điện áp của cuộn thứ cấp nhỏ hơn điện áp của cuộn sơ cấp.

Sự hoạt động của máy biến thế còn phụ thuộc vào các tính chất của những phân tử khác trong hai mạch. Chúng ta sẽ xét một trường hợp đơn giản, trong đó một suất điện động biến thiên điều hoà (hình sin) được đặt vào cuộn sơ cấp và mạch sơ cấp có điện trở nhỏ không đáng kể. Chúng ta cũng giả sử rằng cuộn thứ cấp có điện trở lớn. Hơn nữa chúng ta bỏ qua các dòng

Foucault và những mất mát khác trong lõi sắt (do nhiều tấm mỏng ghép lại). Trong những điều kiện đó máy biến thế có tác dụng truyền năng lượng từ cuộn sơ cấp sang cuộn thứ cấp. Công suất đối với cuộn sơ cấp là  $P_p = i_p U_p$  với  $i_p$  là dòng điện trong cuộn sơ cấp. Đối với trường hợp lí tưởng không có mất mát (các máy biến thế điển hình đều có hiệu suất cao tới 99%), chúng ta có thể cho công suất ở hai cuộn bằng nhau theo định luật bảo toàn năng lượng và nhận được  $i_s U_s = i_p U_p$  hay

$$\frac{i_s}{i_p} = \frac{U_p}{U_s}. \text{ Dùng phương trình (24-15), ta}$$

có thể tìm được tỉ số của hai dòng điện theo tỉ số vòng dây của hai cuộn :

$$\frac{i_s}{i_p} = \frac{N_p}{N_s} \quad (24-16)$$

So sánh các phương trình (24-15) và (24-16) chúng ta thấy rằng tỉ số  $\frac{U_s}{U_p}$  và  $\frac{i_s}{i_p}$  là

nghịch đảo của nhau trong một máy biến thế. Ví dụ đối với máy tăng thế với  $N_s > N_p$ , điện áp ở cuộn thứ cấp lớn hơn điện áp của cuộn sơ cấp, nhưng dòng điện ở cuộn thứ cấp lại nhỏ hơn dòng điện của cuộn sơ cấp.

Các máy biến thế được dùng để làm giảm mất mát do tỏa nhiệt Joule trong mạng phân phối điện năng trên các khoảng cách xa. Ở nhà máy điện, máy phát điện được nối với cuộn sơ cấp của máy tăng thế. Đường dây tải điện dẫn tới những điểm ở xa được nối với cuộn thứ cấp của máy biến thế. Dòng điện tương đối lớn có thể tồn tại trong mạch sơ cấp với điện áp  $U_p$  vừa phải được xác định bởi máy phát. Điện áp được tăng ở cuộn thứ cấp ( $U_s$  có thể lên tới 500000V) và dòng thứ cấp tương ứng là nhỏ hơn.

Việc làm giảm dòng  $i_s$  trong các đường dây tải điện sẽ làm giảm sự mất mát do tỏa nhiệt Joule  $i_s^2 R$  trên các đường dây đó. Các máy hạ thế được dùng ở đầu kia của đường

dây tải điện để hạ thấp điện áp xuống (và tăng dòng điện lên) tới mức an toàn và thuận tiện. Không có các máy biến thế việc vận tải và phân phối điện năng trên quy mô lớn sẽ không thể thực hiện được.

## VÍ DỤ 24-8

**Máy biến thế trong máy thu thanh.** Một máy biến thế được dùng để biến điện áp 120V của lưới điện thành 9,0V được dùng cho máy thu thanh. (a) Cần phải dùng máy tăng thế hay hạ thế ? (b) Nếu cuộn sơ cấp có 480 vòng, thì số vòng của cuộn thứ cấp là bao nhiêu ? (c) Xác định dòng điện trong cuộn sơ cấp, biết rằng máy thu thanh hoạt động với dòng điện 400 mA ?

**Giải.** (a) Chúng ta xem phía sơ cấp của máy biến thế như máy cung cấp năng lượng, nó có điện áp 120V. Vậy cần phải dùng máy hạ thế để giảm điện áp xuống 9,0V.

(b) Theo phương trình (24-15) :

$$N_s = N_p \frac{U_s}{U_p} = 480 \cdot \frac{9,0}{120} = 36 \text{ (vòng)}$$

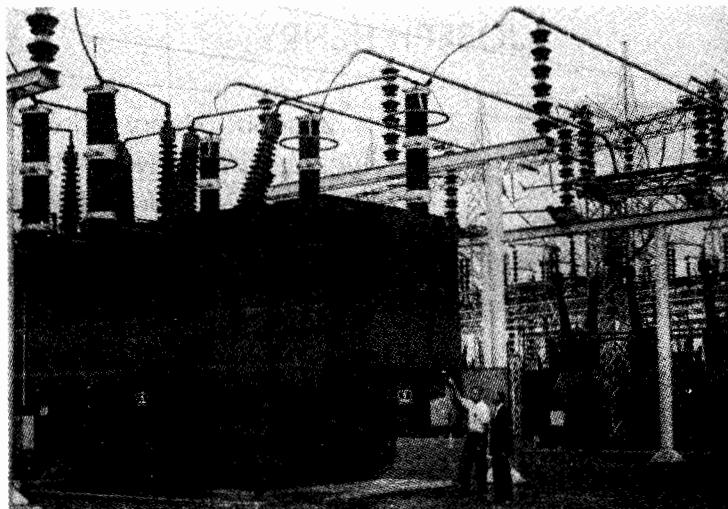
(c) Dòng sơ cấp được xác định từ phương trình (24-16) :

$$i_p = i_s \frac{N_s}{N_p} = 400 \text{mA} \cdot \frac{36}{480} = 30 \text{mA}$$

## Bài tự kiểm tra 24-8

Xác định công suất trong máy biến thế ở ví dụ trên.

Đáp số : 3,6W.



Các máy biến thế ở một trạm biến thế.

## VÍ DỤ 24-9

**Máy biến thế ở một nhà máy điện.** Một máy phát ở nhà máy thuỷ điện hoạt động ở 14kV và 12A. (Đây là các giá trị hiệu dụng, xem chương 26). Người ta dùng một máy tăng thế để nâng điện áp trên đường dây tải điện lên 140kV. (a) Hãy xác định cường độ dòng điện trong đường dây tải điện. (b) Nếu điện trở của đường dây tải điện là  $170\Omega$ , hãy tính tốc độ tỏa nhiệt Joule trên đường dây. (c) Tính tốc độ tỏa nhiệt Joule trên đường dây nếu điện áp ở đó là 14kV.

**Giải.** (a) Vì  $i_s U_s = i_p U_p$ , ta có :

$$i_s = \frac{(12A).(14kV)}{140kV} = 1,2A$$

(b) Tốc độ tỏa nhiệt Joule trên đường dây tải điện bằng :

$$P = i_s^2 R = (1,2A)^2.(170\Omega) = 240W.$$

(c) Nếu điện áp trên đường dây là 14 kV, dòng điện sẽ là 12A và tốc độ mất mát do tỏa nhiệt bằng :

$$P = (12A)^2.(170\Omega) = 24kW.$$

## Bài tự kiểm tra 24-9

Đối với máy biến thế cho trong ví dụ trên, xác định tỉ số của số vòng trong cuộn thứ cấp và số vòng trong cuộn sơ cấp.

Đáp số : 10.

## Bài đọc thêm

### JOSEPH HENRY



Joseph Henry

Joseph Henry sinh năm 1797 ở Albany, bang New York. Ông thường được xem là đồng tác giả độc lập cùng với Michael Faraday phát minh ra hiện tượng cảm ứng điện từ. Henry bắt đầu nghiên cứu khoa học từ khi ông là giáo viên ở học viện Albany, trường mà trước đó ông đã từng là sinh viên. Cố gắng bám sát những nghiên cứu đang tiến hành ở Châu Âu, ông đã cải tiến nam châm điện được mô tả bởi William Sturgeon ở Luân Đôn. Nam châm của

Sturgeon là một lõi sắt mềm hình móng ngựa được quấn chỉ một ít vòng bằng dây đồng trần. Các vòng này rất thưa nhau để tránh đoán mạch, vì số vòng ít nên nam châm này rất yếu. Henry đã sử dụng các sợi tơ được rút ra từ chiếc áo của vợ để làm cách điện sợi dây đồng. Do đó ông có thể quấn quanh lõi sắt hình móng ngựa tới 400 vòng dây phủ lên nhau, vì vậy mà nhận được một nam châm điện mạnh hơn rất nhiều.

Năm 1831, Henry đã mô tả một động cơ điện thô sơ được cung cấp năng lượng "bởi lực từ hút và đẩy". Một thanh nam châm điện có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua trọng tâm của nó với cực bắc của một nam châm vĩnh cửu được đặt dưới mỗi đầu của nam châm điện. Để đảo chiều dòng điện trong nam châm điện và làm cho nó dao động, Henry đã chế ra một cơ cấu để nhúng các đầu dây nối đi ra từ nam châm điện vào axit của các pin Vonta hoặc rút ra mỗi một chu kì. Về chiếc động cơ này, Henry nhận xét rằng "chưa có gì quan trọng lắm gắn với phát minh này, vì nó chỉ có thể được xem như một trò chơi thông thái, mặc dù...với một vài sửa đổi, nó có thể được dùng cho một số mục đích hữu ích". Henry từ chối nhận bằng sáng chế phát minh cho bất kì phát minh nào của ông bởi vì ông "không xem những bằng cấp đó thích hợp với phẩm giá của khoa học, nó không thể chỉ dành cho một cá nhân độc quyền sử dụng".

Với phát minh cảm ứng điện từ thì Faraday ở Anh đã "xác lập được sự kiện tổng quát, khi một thanh kim loại chuyển động theo một hướng nào đó... giữa các cực của một nam châm hình móng ngựa thì trong thanh kim loại đó xuất hiện dòng điện...". Henry cũng đã miêu tả công trình của ông về cảm ứng điện từ trên tờ *Gilliman's Journal* (tháng 7 năm 1832). Cũng có thể là phát minh của Henry trước Faraday, nhưng hiện chưa rõ ai đã phát minh trước.

Sau này Henry đã viết : "Trước khi biết về phương pháp được mô tả ở trên (của Faraday), tôi đã thành công tạo ra các hiệu ứng điện theo cách dưới đây, một cách khác với cách mà ngài Faraday đã dùng...". Sau đó ông mô tả các thí nghiệm của ông về hiện tượng tự cảm và kết luận : "Chúng tôi đã ... biến điện thành từ và từ này lại biến thành điện..." dù thế nào thì định luật cảm ứng cũng đã được thừa nhận là định luật Faraday và đơn vị của độ tự cảm là Henry.

Henry có một sự nghiệp khoa học dài và thành đạt. Ông đã từng giảng dạy ở đại học Princeton và là cố vấn của chính phủ Hoa Kỳ. Ông cũng đã từng 32 năm làm giám đốc của Viện Smithsonian. Trong thời gian này ông đã từ chối không nhận tăng lương. Henry cũng thường được xem là cha đẻ của ngành khí tượng, do những đóng góp của ông trong lĩnh vực này. Joseph Henry vẫn hoạt động hăng hái cho tới ngày ông qua đời ở tuổi 82 vào năm 1878.

## ?

## CÂU HỎI

- 1** Giả sử dòng điện trong một phần tử mạch điện tăng, suất điện động cảm ứng có thể làm cho dòng đó còn tăng hơn nữa không ? Giải thích.
- 2** Theo bạn thì cái nào dưới đây có độ tự cảm lớn hơn : một đoạn dây dẫn được uốn thành một vòng tròn hay cũng đoạn dây dẫn đó được quấn thành một cuộn dây nhỏ ? Giải thích.

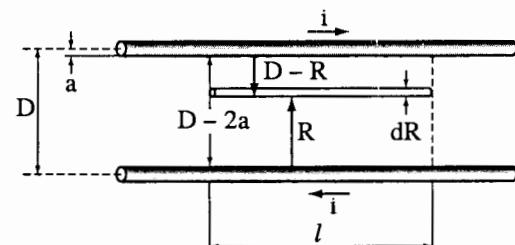
- 3** Từ trường của Trái Đất có ảnh hưởng gì đến độ tự cảm của một ống dây không ? Giải thích.
- 4** Một điện trở có dạng một ống dây được quấn hai lớp dây dẫn. Lớp đầu tiên được quấn từ đầu này tới đầu kia và lớp thứ hai quấn ngược lại để dòng điện trong hai lớp ngược chiều nhau. Nhà sản xuất điện trở đó khẳng định rằng nó có độ tự cảm nhỏ không đáng kể. Tại sao ?
- 5** Giá trị của  $\tau_L$  đổi với mạch LR sẽ thay đổi thế nào nếu  $\mathcal{E}_0$  tăng gấp đôi ? Nếu L tăng gấp đôi ? Nếu R tăng gấp đôi ? Nếu R và L đều tăng gấp đôi ?
- 6** Bao nhiêu lâu sau khi đóng mạch trên hình 24-2, dòng điện bằng  $\frac{\mathcal{E}_0}{R}$  ?  
Giải thích.
- 7** Giả sử rằng dòng điện trên hình 24-2 đang tăng. Trong hai điểm b và c điểm nào có điện thế cao hơn ? Cũng hỏi như vậy với hai điểm a và c ? Giải thích.
- 8** Dòng điện trên hình 24-4b đang giảm. Trong hai điểm a và b điểm nào có điện thế cao hơn ? Giải thích.
- 9** Cái gì cung cấp năng lượng từ được tồn trữ trong cuộn cảm của mạch điện như trên hình 24-2 ?
- 10** Hai cuộn dây khác nhau nhưng đặt gần nhau với dòng điện trong mỗi cuộn đều biến thiên. Các dòng điện có phải biến thiên với cùng tốc độ không ? Các suất điện động hỗ cảm có cần phải như nhau không ? Trong cả hai cuộn có suất điện động tự cảm không ? Giải thích.
- 11** Một số khu dân cư được phục vụ mạng lưới phân phối điện 22 kV. Một máy hạ thế đã được sử dụng để cung cấp điện 220V tới mỗi gia đình. Tại sao lại không dùng ngay lưới điện 220V, đỡ phải mua máy biến thế đắt tiền ? Tại sao không có các dụng cụ điện gia dụng hoạt động ở điện áp 22kV, khỏi cần biến thế ?
- 12** Cuộn sơ cấp trong hệ thống đánh lửa của ôtô được nối với acquy 12V của ôtô. Cuộn thứ cấp cho một điện áp cỡ vài kilovôn để tạo đánh lửa. Nếu bạn tháo rời hệ thống đánh lửa này ra bạn có thể xác định được cuộn nào là cuộn sơ cấp và cuộn nào là cuộn thứ cấp không ?
- 13** Một máy tính số học dùng bộ pin 9V. Người ta cũng có thể dùng bộ đổi điện (adapter) để cắm thẳng vào điện lưới 120V. Có gì trong bộ đổi điện đó ?  
Giải thích.
- 14** Các máy tăng thế được dùng để giảm tổn hao do toả nhiệt Joule ( $i^2R$ ) trong đường dây tải điện đi xa. (Cần nhớ rằng máy tăng thế có dòng điện ở cuộn thứ cấp nhỏ hơn). Tại sao thay vì thế, không tìm cách giảm điện trở R của đường dây ?

- 15** Các máy biến thế được dùng để làm thay đổi các điện áp trong mạch điện xoay chiều. Bạn có nghĩ ra cách gì để nâng điện áp trong các mạch điện một chiều có dòng điện không đổi không ? Giải thích.

## BÀI TẬP

### Mục 24-1. Suất điện động tự cảm và độ tự cảm

- Dòng điện trong cuộn cảm  $17\mu\text{H}$  biến thiên với tốc độ không đổi bằng  $82 \text{ A/s}$ . Hãy xác định suất điện động tự cảm trong cuộn dây.
- Một ống dây có độ tự cảm  $L = 23\text{mH}$ . Hãy xác định suất điện động tự cảm trong ống dây khi : (a) Dòng điện là  $125\text{mA}$  và tăng với tốc độ  $37\text{mA/s}$ , (b) Dòng điện bằng không và tăng với tốc độ  $37\text{mA/s}$ , (c) Dòng điện là  $125\text{mA}$  và giảm với tốc độ  $37\text{mA/s}$ , (d) dòng điện là  $125\text{mA}$  và không đổi.
- (a) Dòng điện trong cuộn  $65\text{mH}$  cần phải biến thiên với tốc độ nào để có một suất điện động tự cảm  $1,0\text{V}$  ? (b) Dòng điện cần phải tăng, giảm hay cả hai ? Giải thích.
- Một ống dây dài  $150 \text{ mm}$  có  $1200$  vòng trên một đơn vị dài và có đường kính  $16 \text{ mm}$ . (a) Xác định độ tự cảm của ống dây. (b) Nếu dòng điện trong ống dây tăng với tốc độ không đổi từ  $0$  đến  $20\mu\text{A}$  trong  $50\text{ms}$ , thì suất điện động tự cảm bằng bao nhiêu ?
- Một cuộn dây gồm  $250$  vòng có độ tự cảm  $L = 65\mu\text{H}$ . (a) Ở thời điểm khi  $i = 25\text{mA}$ , hãy xác định từ thông liên kết với mỗi vòng của cuộn dây. (b) Nếu dòng điện biến thiên với tốc độ  $96\text{mA/s}$ , hãy xác định suất điện động được cảm ứng trong cuộn dây.
- Hai dây dẫn thẳng và dài đặt song song có dòng điện  $i$  chạy qua, như được cho trên hình 24-11. Biết rằng mỗi dây dẫn đều có bán kính là  $a$  và hai trục cách nhau một khoảng bằng  $D$ . (a) Hãy dùng định luật Ampere chứng tỏ rằng tại một điểm trong khoảng giữa hai dây và nằm trong mặt phẳng chứa trục hai dây dẫn, độ lớn cảm ứng từ được cho bởi (xem chương 22).



Hình 24-11

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{D-R} \right)$$

- (b) Trong mặt phẳng đó, xét một mặt hình chữ nhật có chiều dài  $l$  và rộng  $D-2a$  nằm giữa hai dây dẫn. Hãy xác định từ thông đối với diện tích  $l(D-2a)$

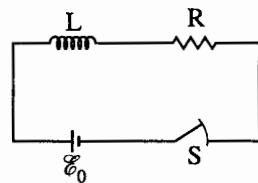
đó. Chú ý rằng từ thông đối với một dải có diện tích  $ldR$  là  $BldR$ . (c) Chứng tỏ rằng độ tự cảm trên một đơn vị dài của đường hai dây dẫn đó bằng :

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D-a}{a}$$

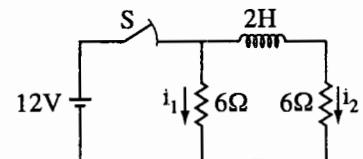
Trong tính toán công thức trên ta đã bỏ qua từ trường bên trong các dây dẫn, nên nó đúng đối với  $D \gg a$ .

## Mục 24-2. Mạch LR

- 7 Trong mạch điện trên hình 24-12, ta có  $\mathcal{E}_0 = 12V$ ,  $R = 25 \Omega$ ,  $L = 0,48 H$ . Khoá S đóng ở  $t = 0$ . Hãy xác định : (a) Hằng số thời gian tự cảm ; (b) Cường độ dòng điện tại  $t = 25 ms$  ; (c) Cường độ dòng điện ở  $1,0s$ . (d) Xác định giá trị tiệm cận của dòng điện.
- 8 Khoá S trong mạch điện trên hình 24-13 đóng ở  $t = 0$ . Hãy xác định dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  : (a) Ngay sau khi đóng mạch, (b) Sau khi mạch đã đóng khoảng vài phút, (c) Ngay sau khi ngắt khoá S. (Gợi ý : Dòng điện trong các cuộn cảm không thể biến thiên một cách gián đoạn.)
- 9 Bạn được cho một cuộn dây có độ tự cảm  $13mH$  và điện trở  $0,15\Omega$ , đồng thời được chọn thoải mái các loại pin và điện trở. Hãy thiết kế một mạch LR (chỉ rõ các giá trị của  $\mathcal{E}_0$  và  $R$ ) để dòng điện trong mạch đạt tới giá trị tiệm cận trong khoảng  $10ms$ .
- 10 Mạch LR trên hình 24-12 có  $R = 2,3\Omega$  và  $\mathcal{E}_0 = 1,2V$ , khoá S đóng ở thời điểm  $t = 0$ . Tại  $t = 33ms$ , dòng điện là  $3,6A$ . (a) Hãy xác định giá trị tiệm cận của dòng điện. (b) Hằng số thời gian của mạch này là bao nhiêu ? (c) Ở thời điểm nào dòng điện bằng  $5,0A$  ? (d) Xác định giá trị của L.
- 11 Một mạch LR có  $\mathcal{E}_0 = 9,2V$ ,  $R = 72\Omega$ ,  $L = 250\mu H$ . Cho khoá S đóng ở  $t = 0$ , hãy xác định : (a) Dòng điện trong mạch, (b) Hiệu điện thế hai đầu điện trở và (c) Hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm ở  $t = 0$ ,  $t = 3,0\mu s$ ,  $t = 7,5\mu s$  và  $t = 35\mu s$ .



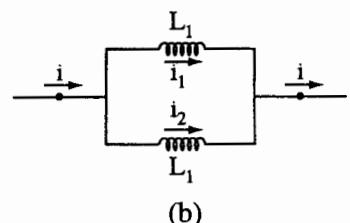
Hình 24-12



Hình 24-13



(a)



(b)

Hình 24-14. Bài tập 12

- (a) Các cuộn cảm mắc nối tiếp.  
(b) Các cuộn cảm mắc song song.

- 12 Chứng minh rằng nếu hai cuộn cảm  $L_1$  và  $L_2$  mắc nối tiếp trong mạch, như được cho trên hình 24-14a, thì tổ hợp đó tương đương với một cuộn cảm có  $L = L_1 + L_2$ . Giả sử rằng không có từ thông từ cuộn này liên kết với cuộn kia. (b) Xác định độ tự cảm tương đương của hai cuộn cảm mắc song song như được cho trên hình 24-14b.
- 13 Giả sử rằng giá trị ban đầu của dòng điện trong mạch cho trên hình 24-4b là 3,0A. Dòng điện này giảm tới 1,5A trong 65ms. (a) Hãy xác định hằng số thời gian tự cảm đối với mạch đó. (b) Cho  $R = 0,05\Omega$ , hãy tính  $L$ ? (c) Dựng đồ thị của  $i$  theo  $t$  với  $0 \leq t \leq 200\text{ms}$ .

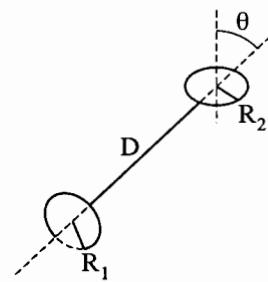
### Mục 24-3. Năng lượng tồn trữ trong cuộn cảm

- 14 Một ống dây 45mH có thể mang được dòng điện tối đa là 6,0A mà không bị quá nóng. (a) Hãy xác định năng lượng cực đại được tồn trữ trong ống dây? (b) Với cường độ dòng điện trong mạch bằng bao nhiêu, năng lượng tồn trữ bằng một nửa giá trị cực đại.
- 15 (a) Đối với mạch LR trên hình 24-4b, hãy tìm biểu thức xác định năng lượng dự trữ  $W_B(t)$  trong cuộn cảm như một hàm của thời gian. Biểu thức này cần được biểu diễn qua  $L$ ,  $i_0$ ,  $\tau_L$  và  $t$ . (b) Giả sử  $L = 1,0 \text{ H}$ ,  $i_0 = 1,0\text{A}$ ,  $\tau_L = 1,0\text{s}$ , hãy vẽ đồ thị của  $i(t)$  và  $W_B(t)$  theo  $t$ .
- 16 Tại  $t = 0$ , một năng lượng ban đầu  $W_0 = \frac{1}{2}Li_0^2$  được tồn trữ trong cuộn cảm ở mạch điện cho trên hình 24-4b. (a) Hãy xác định sự phụ thuộc tường minh vào thời gian của tốc độ tỏa nhiệt Joule tức thời  $P(t)$  trong điện trở. (b) Hãy so sánh năng lượng toàn phần bị tiêu hao trong điện trở, tức  $\int_0^\infty P(t)dt$ , với năng lượng được tồn trữ lúc đầu trong cuộn cảm.
- 17 Tại một điểm bên trong một ống dây dài và ở xa hai đầu của ống, từ trường có  $B = \mu_0ni$ . (a) Hãy xác định năng lượng trong một đơn vị thể tích được tồn trữ trong từ trường tại điểm đó, nếu biết rằng  $n = 2000$  vòng/mét và  $i = 0,05\text{A}$ . (b) Giả sử rằng mật độ đó là như nhau trong toàn bộ thể tích bên trong của ống dây dài 0,25m và có tiết diện là  $800\text{mm}^2$ , hãy xác định năng lượng được tồn trữ trong ống dây.
- 18 Một ống dây dẫn điện hình có 1000 vòng/mét và dòng điện 1A chạy qua. Một tụ điện phẳng điện hình có các bản cách nhau 0,1mm và hiệu điện thế 10V. Hãy so sánh mật độ năng lượng từ trong một ống dây điện hình và mật độ năng lượng điện trong một tụ điện hình nói trên.

## Mục 24-4. Hỗn cảm

- 19 Hai cuộn dây được bố trí sao cho độ hỗn cảm là  $75\text{mH}$ . Cuộn dây 1 ở trong mạch điện có dòng điện biến thiên với tốc độ  $12\text{ A/s}$ . Cuộn 2 là mạch hở (không có dòng). Hãy xác định suất điện động hỗn cảm trong : (a) Cuộn 1 và (b) Cuộn 2.
- 20 Một cuộn dây nhỏ gồm  $N$  vòng có diện tích  $S$  được đặt bên trong một ống dây dài có  $n$  vòng trên một đơn vị dài. Cuộn dây được đặt ở xa hai đầu của ống dây và trục của nó trùng với trục của ống dây. (a) Chứng tỏ rằng độ hỗn cảm của cặp ống dây và cuộn dây trên là  $M = \mu_0 n N S$ . (b) Tính độ hỗn cảm cho trường hợp  $N = 75$ ,  $n = 2000\text{ m}^{-1}$  và  $S = 300\text{mm}^2$ .
- 21 Hai vòng dây tròn đặt cách nhau một khoảng  $D$  lớn so với các bán kính  $R_1$  và  $R_2$  của chúng. Tâm của một vòng dây nằm trên trục của vòng dây kia và  $\theta$  là góc lập bởi trục của hai vòng dây, như được cho trên hình 24-15. Chứng minh rằng độ hỗn cảm của hai vòng dây được cho gần đúng bởi

$$M = \frac{\mu_0 \pi R_1^2 R_2^2}{2D^3} \cos \theta$$



Hình 24-15

- (Gợi ý : Từ trường tại một điểm nằm trên trục của dòng điện tròn đã được xét ở mục 22-1).

## Mục 24-5. Máy biến thế

- 22 Một máy biến thế được dùng để cung cấp tới  $100\text{A}$  ở  $240\text{V}$  cho một khu dân cư trong vùng lân cận. Điện thế của lưới phân phối điện là  $22\text{kV}$ . (a) Hãy xác định tỉ số các vòng dây của cuộn thứ cấp và sơ cấp. (b) Nếu khu dân cư "ngốn" tới  $100\text{A}$ , thì dòng điện tối thiểu trong cuộn sơ cấp là bao nhiêu ? Xác định tốc độ mà máy biến thế cấp năng lượng điện cho khu dân cư đó.
- 23 Điện áp ra  $13\text{kV}$  của một máy phát điện  $2,0\text{MW}$  được tăng thế lên  $140\text{kV}$  để đưa đến một khu công nghiệp cách xa  $40\text{km}$ . (a) Hãy xác định cường độ trên đường dây tải điện. (b) Xác định tốc độ tổn hao do toả nhiệt Joule, biết rằng điện trở của đường dây là  $20\Omega$ . (c) Tính số phần trăm tốc độ tổn hao này so với công suất được tải đi. (d) Tính đường kính của đường dây tải điện, biết rằng nó được làm bằng nhôm.
- 24 Một bếp lò dầu dùng một máy biến thế để tạo tia lửa đốt cháy nhiên liệu. Điện áp ở cuộn thứ cấp cần phải có là  $6\text{V}$  trong khi cuộn sơ cấp hoạt động ở  $120\text{V}$  và  $4,6\text{A}$ . (a) Hãy xác định các giá trị hợp lí của  $N_s$  và  $N_p$  cho máy

biến thế đó. (b) Xác định dòng điện trong cuộn thứ cấp. (c) Tính điện trở của cuộn thứ cấp. (Giả sử rằng cuộn dây có toàn bộ điện trở ở trong mạch thứ cấp).

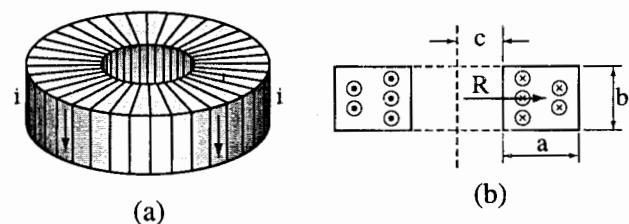
- 25 Một cuộn dây 1,2mH được tháo ra từ bộ đánh lửa của ôtô để kiểm tra. Cuộn dây được mắc nối tiếp với một acquy 13,6V và đóng mạch ở  $t = 0$ . Sau vài giây dòng điện trong mạch ổn định ở 1,60A. Hãy xác định : (a) Điện trở của mạch, (b) Hằng số thời gian tự cảm và (c) Thời gian tại đó dòng điện có cường độ là 0,8A.
- 26 Một ống dây siêu dẫn lớn được dự kiến dùng làm dụng cụ tần tru năng lượng. Thường các chất siêu dẫn không thể chịu được các từ trường vượt quá 25T. Hãy xác định năng lượng tối đa có thể được tần tru trong ống dây siêu dẫn có bán kính 5m và chiều dài 100m.
- 27 Xác định năng lượng từ tần tru trong một đoạn cáp đồng trục dài 1m. Biết rằng lớp dẫn điện trong cáp có bán kính 1,2 mm và có dòng điện 10mA chạy qua và bán kính trong của lớp dẫn điện ngoài của cáp là 3,1mm.

## ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 **Độ tự cảm của ống dây hình xuyến.** Trong ống dây hình xuyến N vòng với tiết diện hình chữ nhật và dòng điện  $i$  chạy qua, từ trường biến thiên theo khoảng cách  $R$  từ trục (BTNC 1, chương 22) :

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R}$$

- (a) Đối với ống dây hình xuyến cho trên hình 24-16, hãy tính từ thông đối với tiết diện hình chữ nhật có diện tích  $ab$ . (b) Xác định độ tự cảm của ống dây đó.

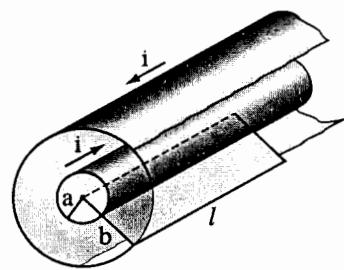


Hình 24-16. BTNC1

- (a) Ống dây vẽ theo phôi cảnh  
(b) Tiết diện ngang của ống dây

- 2 **Năng lượng từ bên trong dây dẫn.** Một dây dẫn dài và thẳng có bán kính  $a$  và mang dòng điện  $i$  được phân bố đều trên tiết diện của dây. (a) Hãy xác định năng lượng từ được tần tru bên trong đoạn dài  $l$  của dây dẫn đó (xem phương trình 22-10). (b) Áp dụng kết quả này cho cáp đồng trục trong ví dụ 24-5 và xác định độ tự cảm trên một đơn vị dài của cáp đó. Giả sử rằng lớp dẫn điện bên ngoài có độ dày nhỏ không đáng kể.
- 3 **Độ tự cảm của cáp đồng trục.** Xét mặt phẳng có chiều dài  $l$  giữa hai lớp dẫn điện của cáp đồng trục trên hình 24-17. Lớp dẫn điện bên ngoài có chiều dày nhỏ không đáng kể. (a) Xác định từ thông đối với mặt phẳng đó.

(b) Áp dụng phương trình (24-1) cho vòng tạo nên biên của mặt phẳng đó để tính độ tự cảm trên một đơn vị dài. (c) So sánh với kết quả nhận được trong ví dụ 24-5.

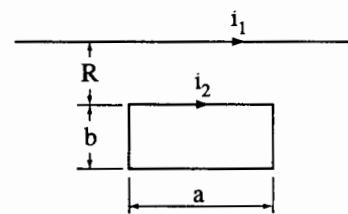


Hình 24-17. BTNC 3

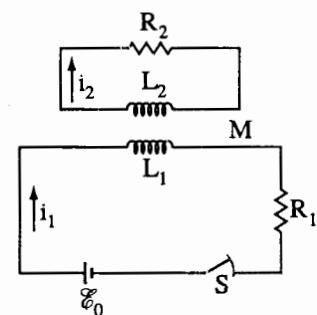
- 4. Độ hổ cảm giữa một dây dẫn thẳng, dài và một khung dây chữ nhật.** Một khung dây hình chữ nhật có một cạnh song song với một dây dẫn thẳng và dài, như được cho trên hình 24-18. (a) Hãy xác định độ hổ cảm của hệ này. (b) Xác định chiều của suất điện động hổ cảm trong khung dây, nếu dòng  $i_1$  giảm và dòng  $i_2$  tăng.
- 5. Điện trở và độ tự cảm của ống dây.** Một ống dây được thiết kế với 200 vòng dây đồng ( $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ), đường kính 1mm được quấn thành một lớp trên một ống hình trụ đường kính 25mm. Dây có một lớp cách điện mỏng để có thể quấn sát nhau. (a) Tính chiều dài của ống dây. (b) Tính độ dài cần có của dây đồng. Hãy xác định : (c) Điện trở và (d) Độ tự cảm của ống dây.
- 6. Các mạch liên kết bằng độ hổ cảm.** Hai mạch điện cho trên hình 24-19 tương tác qua độ hổ cảm  $M$  của chúng. (a) Chứng minh rằng khi áp dụng quy tắc mạch vòng cho mỗi mạch, ta có :

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 = \mathcal{E}_0$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = 0$$



Hình 24-18. BTNC 4

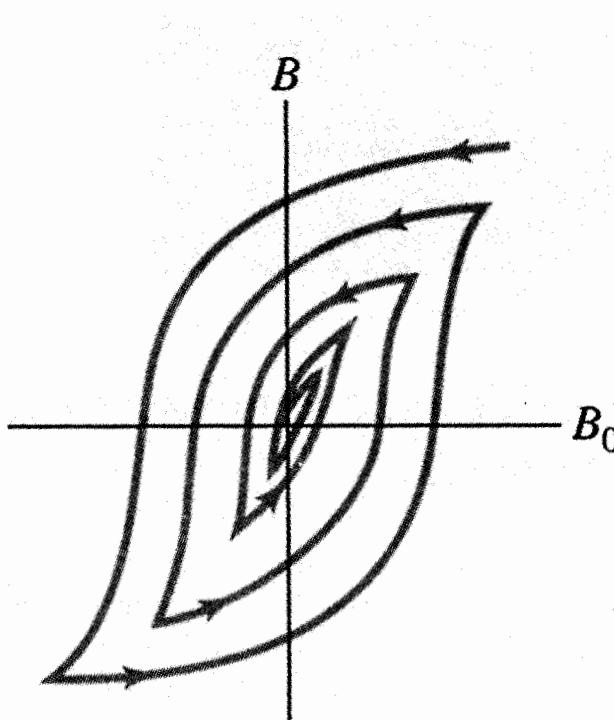


Hình 24-19. BTNC 6

Nếu  $L_1, L_2$  và  $M$  là cùng cỡ và  $R_2 \gg R_1$ , thì  $\frac{di_2}{dt}$  có thể bỏ qua so với  $\frac{di_1}{dt}$ .

Hãy giải hệ phương trình trên trong phép gần đúng đó với điều kiện ban đầu  $i_1(0) = i_2(0) = 0$ . (c) Dựng đồ thị của  $i_1(t)$  và  $i_2(t)$  theo  $t$  đối với :  $0 \leq t \leq 1,0\text{s}$ . Cho biết  $L_1 = 1,2\text{H}$ ,  $R_1 = 6,0\Omega$ ,  $M = 0,80\text{H}$ ,  $L_2 = 1,4\text{H}$ ,  $R_2 = 600\Omega$ ,  $\mathcal{E}_0 = 48\text{V}$ . (c) So sánh giá trị các hiệu điện thế cực đại ở hai đầu  $R_1$  và  $R_2$ .

# TỪ TRƯỜNG TRONG KHỐI CHẤT



25-1. Dòng điện nguyên tử, lưỡng cực từ nguyên tử và sự từ hoá

25-2. Nghịch từ

25-3. Thuận từ

25-4. Sắt từ

25-5. Cường độ từ trường H

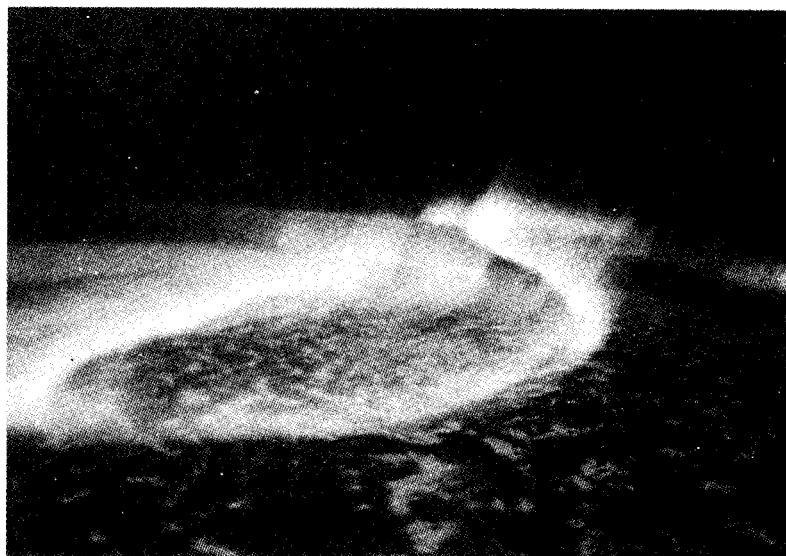
25-6. Từ trường Trái Đất

Các vòng từ trễ trong quá trình khử từ.

Các mạt sắt nhỏ được rắc lân cận một thanh nam châm bình thường được nam châm đó hút rất mạnh. Trái lại, mạt cưa lại tương tác yếu hơn rất nhiều với từ trường của nam châm. Nếu cho nam châm chuyển động qua một hỗn hợp mạt sắt và mạt cưa, thì các mạt sắt được kéo ra khỏi hỗn hợp và để mìn cưa lại. Tại sao gỗ và sắt lại có các tính chất từ khác nhau như thế ? Và cái gì đã tạo nên từ trường của một thanh nam châm vĩnh cửu ?

Chúng ta đã tiến hành những nghiên cứu về từ chủ yếu thông qua các dòng điện – các dòng điện là nguồn của từ trường. Những tính chất từ của các chất cũng sẽ được mô tả qua các dòng điện. Trong nhiều vật liệu, những dòng điện này là do sự chuyển động của electron ở mức nguyên tử. Hiệu ứng của các dòng điện vi mô này trong các vật liệu khác nhau là khác nhau.

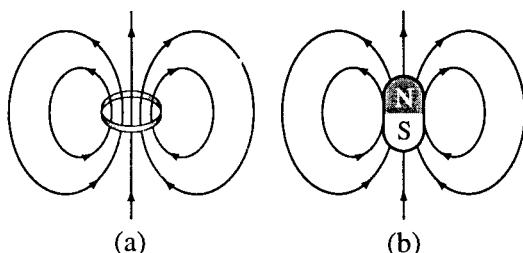
Các dòng điện như vậy cũng chính là nguồn tạo nên từ trường của nam châm. Như vậy, sự mô tả các hiện tượng từ cuối cùng đều được biểu diễn qua các dòng điện.



Hình ảnh cực quang nhìn từ vũ trụ.

## 25-1. DÒNG ĐIỆN NGUYÊN TỬ, LƯỞNG CỰC TỪ NGUYÊN TỬ VÀ SỰ TỬ HOÁ

Trong các chương trước chúng ta đã chỉ ra sự tương tự giữa một thanh nam châm vĩnh cửu và một phân bố dòng điện định xứ, chẳng hạn trong một vòng dây hoặc một cuộn dây. Cả hai đều có những đặc điểm phụ thuộc vào momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m}$ . Các từ trường tương tự nhau được tạo bởi một dòng điện tròn (chương 22) và một thanh nam châm được phác họa trên hình 25-1.



Hình 25-1. Trường lưỡng cực từ ở những điểm xa : (a) Một dòng điện tròn và (b) Một thanh nam châm.

Thêm nữa, momen lực  $\mathbf{M}$  tác dụng lên một lưỡng cực từ đặt trong một từ trường đều  $\mathbf{B}$  (xem hình 21-9) được cho bởi phương trình (21-8)  $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ . Sự tương tự về mặt từ của các dòng điện định xứ và nam châm không phải là sự trùng hợp ngẫu nhiên. Thực tế sự mô tả các hiện tượng từ trong một khối chất là dựa trên bức tranh về các dòng điện (cũng là bức tranh của momen lưỡng cực từ) ở mức phân tử.

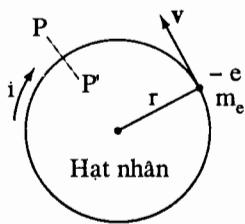
### Dòng điện và momen

Trong mẫu cổ điển của nguyên tử, các electron tích điện âm chuyển động theo các quỹ đạo tròn xung quanh hạt nhân. Những electron chuyển động tròn đó tạo nên một dòng điện cho đóng góp vào

momen lưỡng cực từ của nguyên tử. Tất nhiên, chúng ta không xem mô hình cổ điển của nguyên tử là hoàn toàn đúng. Cấu trúc điện tử của nguyên tử cần phải được mô tả bằng lí thuyết lượng tử. Nhưng một số kết quả nhận được từ lí thuyết cổ điển đơn giản lại trùng với những kết quả rút ra từ lí thuyết lượng tử. Một trong số kết quả như vậy là mối liên hệ giữa đóng góp của chuyển động quỹ đạo vào momen từ của electron trong nguyên tử.

### *Hiệu ứng từ của chuyển động quỹ đạo*

Ta xét một electron có điện tích  $-e$  và khối lượng  $m_e$  chuyển động trên một quỹ đạo tròn bán kính  $r$  với tốc độ  $v$  xung quanh một hạt nhân cố định, như được thấy trên hình 25-2. Chu kỳ quỹ đạo  $T$  là khoảng thời gian để electron đi hết một vòng với chiều dài quãng đường là  $2\pi r = vT$ . Dòng điện trung bình đối với chuyển động quỹ đạo tương ứng với diện tích của electron đi qua một mặt cắt (chẳng hạn như PP' trên hình vẽ) trong khoảng thời gian  $T$ ,



**Hình 25-2.** Một electron chuyển động tròn ngược chiều kim đồng hồ cho dòng điện có chiều thuận kim đồng hồ. Momen động lượng quỹ đạo  $\mathbf{L}$  có hướng đi ra phía ngoài trang giấy. Momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m}$  lại có hướng đi vào phía trong trang giấy, tức là ngược chiều với  $\mathbf{L}$ .

tức là  $i = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r} = \frac{ev}{2\pi r}$ . Chú ý rằng

chiều của dòng điện này ngược với chiều của chuyển động quỹ đạo vì electron mang điện âm. Momen từ của dòng điện kín được cho bởi phương trình (21-9)  $\mathbf{m} = i\mathbf{S}$ . Đối với dòng điện tròn có diện tích  $\pi r^2$  và cường độ dòng điện  $i$ , thì độ lớn của momen từ là  $\mathbf{m} = i\pi r^2$ . Thay  $i = \frac{ev}{2\pi r}$  vào, ta được :

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2}evr$$

Phương của  $\mathbf{m}$  vuông góc với mặt phẳng dòng điện. Áp dụng quy tắc bàn tay phải đối với chiều dòng điện trên hình 25-2, ta thấy  $\mathbf{m}$  hướng đi vào phía trong mặt phẳng hình vẽ.

Momen động lượng quỹ đạo (còn gọi là momen quỹ đạo) của electron,  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , có độ lớn bằng :

$$\mathbf{L} = m_e r v$$

Hướng của nó trên hình 25-2 là vuông góc và đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ, ngược hướng với momen từ  $\mathbf{m}$ . Chú ý rằng  $\mathbf{m}$  và  $\mathbf{L}$  có hướng ngược nhau, nên ta viết được hệ thức giữa hai vectơ đó như sau :

$$\mathbf{m} = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L} \quad (25-1)$$

Kết quả này là *tổng quát*, nó không chỉ đúng cho các quỹ đạo tròn. Như vậy, đóng góp của chuyển động quỹ đạo của electron vào momen từ tỉ lệ với momen quỹ đạo của nó. Hằng số tỉ lệ  $\frac{e}{2m_e}$  chỉ phụ thuộc

vào điện tích và khối lượng của electron. Hai vectơ này có hướng ngược nhau là do electron mang điện âm. Vật lí lượng tử cho thấy momen động lượng quỹ đạo của electron bị lượng tử hoá (xem chương 38, mục 38-3, tập ba). Giá trị nhỏ nhất của nó là bằng :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.}$$

Vậy độ lớn nhỏ nhất của momen từ quỹ đạo của một electron là :

$$m_L = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.})}{2,91 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \\ = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J.s.C}}{\text{kg}}$$

hay  $m_L = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$  với  $T$  (tesla) =  $\frac{\text{J.s.C}}{\text{kg}}$ .

Độ lớn này được gọi là manhêton Bohr, kí hiệu là  $\mu_B$ .

Vậy  $1\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ .

### *Hiệu ứng từ của spin*

Ngoài đóng góp của chuyển động quỹ đạo vào momen từ còn có đóng góp nữa do *momen động lượng riêng* hay còn gọi là *momen spin S* của electron (xem chương 38, mục 38-4, tập ba). Đóng góp của spin vào  $\mathbf{m}$  tỉ lệ với  $S$  với hệ số tỉ lệ gấp gần hai lần hệ số tỉ lệ trong trường hợp chuyển động quỹ đạo. Nó được cho bởi biểu thức tương tự với phương trình (25-1)

với  $\frac{e}{2m_e}$  và  $\mathbf{L}$  được thay bằng  $\frac{e}{m_e}$  và  $\mathbf{S}$  tương ứng :

$$\mathbf{m} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{S} \quad (25-2)$$

Các phương trình (25-1) và (25-2) cùng nhau cho đóng góp của electron vào momen từ của nguyên tử. Momen từ của một nguyên tử hoặc phân tử nhận được bằng cách cộng đóng góp của tất cả electron lại. (Một số hạt nhân cũng có momen từ nhưng giá trị của nó nhỏ so với đóng góp của các electron). Nhiều loại phân tử có momen từ bằng không, nếu không có một trường ngoài đặt vào. Điều này có thể được hiểu là do đóng góp của các electron triệt tiêu nhau vì hướng của các vectơ momen động lượng của các electron riêng biệt là khác nhau. Trong trường hợp momen spin, đa số các electron trong phân tử tạo thành cặp với spin ngược nhau, khiến cho cặp đó không cho đóng góp gì vào momen từ. Đối với các phân tử mà sự tạo cặp như vậy chưa hoàn toàn, thì chỉ có một số ít (thường là một) electron cho đóng góp vào momen từ. Các phân tử này có momen từ vĩnh cửu.

### *Độ từ hoá*

Cho đến đây ta mới chỉ giới hạn xem xét các nguyên tử hay phân tử *cô lập* và các momen lưỡng cực từ của chúng. Nay giờ ta sẽ xét một tập hợp lớn các phân tử, tạo nên một vật thể vĩ mô. Ở mức vĩ mô, chúng ta thường dùng các đại lượng liên quan đến việc lấy trung bình theo nhiều phân tử. Một đại lượng hữu ích liên quan với momen lưỡng cực từ trung bình đối với nhiều phân tử là vectơ *độ từ hoá M*.

Ta hãy xét một yếu tố thể tích  $\Delta V$  trong một vật liệu. Giả sử rằng  $\Delta V$  là nhỏ ở thang vĩ mô, nhưng đủ lớn để chứa một số lớn phân tử. Nếu gọi  $\mathbf{m}_i$  là momen từ của phân tử  $i$  trong  $\Delta V$ , thì momen từ trung

bình đối với thể tích đó là  $\langle \Sigma \mathbf{m}_i \rangle$ , ở đây tổng vectơ được lấy với tất cả phân tử thuộc thể tích đó.

*Độ từ hoá được định nghĩa là momen lưỡng cực từ tính trên một đơn vị thể tích của môi trường.*

$$\mathbf{M} = \frac{\langle \Sigma \mathbf{m}_i \rangle}{\Delta V} \quad (25-3)$$

Như vậy nếu độ từ hoá đã biết tại các điểm của môi trường, thì momen từ  $\mathbf{m}$  của một vùng có thể tích  $\Delta V$  trong môi trường đó sẽ bằng  $\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \Delta V$ . Chú ý rằng *độ từ hoá là một đại lượng vector*. Trong hệ SI, đơn vị của độ từ hoá là Ampe trên met ( $A/m$ ).

## VÍ DỤ 25-1

**Độ từ hoá trong một chất khí.** Một phân tử điển hình với một electron không được tạo cặp có momen từ vĩnh cửu với độ lớn cỡ  $m_i = 1.10^{-23} A.m^2$ . Giả sử có một từ trường ngoài được đặt vào chất khí của các phân tử đó ở nhiệt độ  $T = 273K$  và áp suất  $p = 1,01.10^5 Pa$ . Giả sử rằng thành phần của  $\mathbf{m}_i$  dọc theo hướng của trường ngoài trung bình bằng 1% của  $\mathbf{m}$  đối với một phân tử. (a) Hãy xác định độ từ hoá tại một điểm trong chất khí đó. Giả sử chất khí là lí tưởng. (b) Tính momen lưỡng cực từ của một vùng có thể tích  $1 mm^3$  trong chất khí đó.

**Giải.** (a) Vì tất cả các phân tử là như nhau, nên tổng theo các phân tử trong phương trình (25-3) là  $\Delta N \langle \mathbf{m}_i \rangle$ , ở đây  $\Delta N$  là số phân tử trong thể tích  $\Delta V$ . Phương trình trạng thái của khí lí tưởng,  $p \cdot \Delta V = \Delta N \cdot kT$  ( $k$  là hằng số Boltzmann) liên hệ  $\Delta V$  với  $\Delta N$ . Lấy trục  $z$  dọc theo hướng trường ngoài, ta có  $\langle m_{iz} \rangle = 0,01m_i = 1.10^{-25} A.m^2$  và đổi với thành phần  $z$  của phương trình (25-3) :

$$M_z = \frac{\Delta N \langle m_{iz} \rangle}{\Delta V} = \frac{p \langle m_{iz} \rangle}{kT} = \frac{(1,01.10^5 Pa)(1.10^{-25} A.m^2)}{(1,38.10^{-23} J.k^{-1})(273K)} M_z = 3A/m.$$

Điều này có nghĩa là  $\mathbf{M}$  hướng dọc theo trục  $z$  và có độ lớn bằng  $3A/m$ .

Vì độ từ hoá là momen từ tính trên một đơn vị thể tích, nên momen từ của một vùng có thể tích  $1mm^3$  là  $\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \Delta V$ . Như vậy, momen từ hướng dọc theo trục  $z$  và có độ lớn bằng

$$m_z = M_z \cdot \Delta V = (3A/m) (10^{-9} mm^3) = 3.10^{-9} A.m^2$$

Độ từ hoá mô tả trạng thái từ của một môi trường hay một vật liệu. Ví dụ nếu  $\mathbf{M} = 0$  ở khắp nơi trong môi trường, thì khi đó không có phần nào của môi trường có momen lưỡng cực từ cả. Trái lại, trong một mẫu thép được từ hoá, độ lớn của độ từ hoá là lớn trên toàn mẫu. Người ta cũng quan sát thấy rằng độ từ hoá sẽ thay đổi, chẳng hạn, nếu đặt mẫu vào một từ trường ngoài hoặc nếu nhiệt độ thay đổi. Các vật liệu khác nhau sẽ phản ứng lại một cách khác nhau đối với những thay đổi ở xung quanh nó. Đa số các vật liệu có tính chất từ thuộc một trong ba loại sau : *nghịch từ, thuận từ và sắt từ*, mà ta sẽ xét ở các mục sau.

## Bài tự kiểm tra 25-1

Hãy xác định độ lớn của độ từ hoá trong một chất khí mà mỗi phân tử của nó có momen từ là  $1 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$  và thành phần của  $\mathbf{m}$ , dọc theo hướng của từ trường ngoài trung bình bằng 2% $m$  của mỗi phân tử. Chất khí có áp suất 202kPa và ở nhiệt độ 295K.

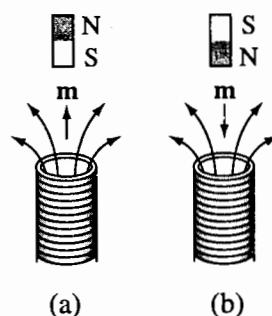
Đáp số : 10A/m.

## 25-2. NGHỊCH TỪ

Có nhiều vật liệu trong đó các phân tử riêng biệt của nó **không có momen từ** do cấu trúc điện tử đặc biệt của chúng. Thậm chí nếu các phân tử tạo nên một chất lỏng hay một chất rắn có mật độ tương đối cao, thì độ từ hoá  $M$  của đa số các vật liệu vẫn bằng không, nếu không có từ trường ngoài. Điều này có nghĩa là ngay cả khi các phân tử ở sát nhau, các electron vẫn tạo thành cặp khiến cho chất đó không có momen từ. Tuy nhiên *khi có mặt từ trường ngoài, các phân tử sẽ có momen từ nhỏ*. Các momen từ phân tử này được **cảm ứng** bởi từ trường ngoài. Hướng của momen từ cảm ứng ngược với hướng của từ trường ngoài, do đó độ từ hoá của vật liệu cũng ngược hướng với từ trường ngoài. Các vật liệu từ như vậy được gọi là **các chất nghịch từ**.

Một vật liệu nghịch từ có thể được phân biệt với vật liệu thuận từ (sẽ được xét ở mục sau) bởi hành trạng của nó trong một từ trường **không đều**. Để hiểu hiệu ứng này, ta hãy xét một lưỡng cực từ ở trong một từ trường không đều. Hãy nhớ lại rằng  $\mathbf{m}$  đối với thanh nam châm hướng từ cực nam đến cực bắc của nó. Từ trường không đều sẽ tác dụng những lực khác nhau lên hai cực (xem BTNC 3). Như vậy, lưỡng cực chịu tác dụng một lực tổng hợp

khác không khi ở trong một từ trường không đều. Hình 25-3 minh họa một lưỡng cực từ ở trong một từ trường không đều ở gần đầu của một ống dây có dòng điện chạy qua. Hướng của momen lưỡng cực từ trong hình 25-3a là trùng với hướng của trường tại những điểm nằm trên trục của ống dây. Trong trường hợp này từ trường không đều hút lưỡng cực về phía trường mạnh, tức là tới gần đầu của ống dây. Với hướng của trường như được cho trên hình 25-3b, lưỡng cực bị đẩy ra



**Hình 25-3.** (a) Momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m}$  của một nam châm nhỏ song song với  $\mathbf{B}$  ở gần đầu một ống dây. Từ trường không đều hút lưỡng cực về phía trường mạnh, vì lực hút ở cực nam của kim nam châm có độ lớn lớn hơn lực đẩy ở cực bắc của nó. (b) Momen lưỡng cực từ  $\mathbf{m}$  ngược hướng với  $\mathbf{B}$ . Từ trường không đều đẩy kim nam châm ra xa vùng trường mạnh.

xa vùng trường mạnh, tức là ra xa ống dây. Như vậy hướng của lực phụ thuộc vào hướng của momen lưỡng cực.

Giả sử một mẫu của vật liệu nghịch từ có dạng hình kim được đặt trong một từ trường không đều. Hướng của độ từ hoá trong mẫu nghịch từ ngược chiều với từ trường, giống như trong trường hợp trên hình 25-3b. Mẫu nghịch từ bị đẩy (nhưng rất yếu) ra xa vùng trường mạnh. (Hiệu ứng này đã được Faraday phát hiện vào năm 1845 và chính ông đã gọi tính chất như vậy là nghịch từ). Độ lớn của lực đẩy này nhỏ tới mức tương tác của vật liệu nghịch từ với từ trường là khó quan sát được. Và bạn chắc là chưa bao giờ thấy hiệu ứng đó.

Mối quan hệ giữa độ từ hoá  $M$  trong vật liệu nghịch từ và từ trường  $B$  có thể được xác định bằng các phép đo định lượng. Những phép đo như vậy thường cho thấy rằng độ lớn của độ từ hoá tỉ lệ thuận với độ lớn của từ trường. Điều này có nghĩa là độ từ hoá được cảm ứng bởi từ trường phụ thuộc tuyến tính vào trường đó, và vì lí do mà vật liệu này được gọi là *tuyến tính*.

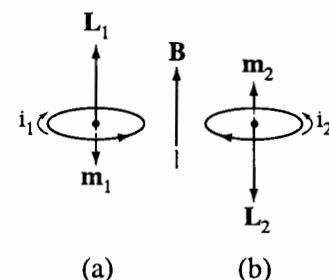
Trong các vật liệu nghịch từ đẳng hướng,  $M$  và  $B$  có hướng ngược nhau vì momen lưỡng cực từ cảm ứng ngược hướng với  $B$ , thậm chí ở mức nguyên tử. Trong khi cần phải dùng lí thuyết lượng tử để khảo sát cấu trúc điện tử của nguyên tử và phân tử, thì tính chất nghịch từ của nguyên tử trong trường ngoài có thể giải thích được bằng cách áp dụng định luật Faraday và định luật Lenz cho mẫu cổ điển đơn giản.

Ta hãy xét một electron chuyển động tròn xung quanh hạt nhân, như được minh họa trên hình 25-4. Đóng góp của chuyển động quỹ đạo vào momen từ là ngược

hướng với momen quỹ đạo và được cho bởi phương trình (25-1)  $\mathbf{m}_1 = -\frac{e\mathbf{L}_1}{2m_e}$ . Một

quỹ đạo định hướng ngược lại của một electron khác được cho trên hình 25-4b với  $\mathbf{m}_2 = -\frac{e\mathbf{L}_2}{2m_e}$ . Hai phần này của hình

được vẽ tách rời nhau cho dễ thấy. Bạn nên vẽ những quỹ đạo này có cùng một tâm. Trước khi từ trường được đặt vào, các quỹ đạo này được tạo thành cặp nếu  $\mathbf{L}_2 = -\mathbf{L}_1$ , sao cho  $\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 = 0$ .



**Hình 25-4.** Nếu đặt vào một từ trường ngoài, momen từ của các electron tạo cặp sẽ không triệt tiêu nhau vì  $m_1 > m_2$  đối với trường hợp cho trên hình, nên kết quả là có hiệu ứng nghịch từ.

Khi một từ trường đều được đặt vào theo hướng được chỉ trên hình, sẽ có một điện trường cảm ứng (xem định luật Faraday trong phương trình 23-7) làm thay đổi vận tốc quỹ đạo hoặc thay đổi tần số của hai quỹ đạo một cách khác nhau. Để áp dụng định luật Lenz, cần nhớ rằng chiều của dòng điện ngược với chiều chuyển động của electron vì nó có điện tích âm. Trong hình 25-4a dòng điện tăng để chống lại sự biến thiên tăng của từ thông. Do đó tần số góc tăng đối với quỹ đạo đó. Kết quả là độ lớn của cả  $\mathbf{L}_1$  và  $\mathbf{m}_1$  đều tăng. Chú ý rằng  $\mathbf{L}_1$  và  $\mathbf{m}_1$  có hướng ngược nhau. Lí

luận hoàn toàn tương tự cho quỹ đạo trên hình 25-4b cho thấy rằng độ lớn của  $L_2$  và  $m_2$  giảm.

Bây giờ ta thấy rằng, khi có từ trường ngoài đặt vào,  $m_1$  và  $m_2$  không còn triệt tiêu nhau hoàn toàn nữa. Vì  $m_1$  có độ lớn lớn hơn nên vectơ tổng  $m_1 + m_2$  có hướng ngược với hướng của trường ngoài. Như vậy *hướng của momen từ cảm ứng ngược với hướng của  $\mathbf{B}$  và đó chính là hiệu ứng nghịch từ*.

Mẫu cổ điển được dùng ở trên để giải thích tính nghịch từ là quá giản lược. Sự khảo sát gần với thực tế hơn chứng tỏ rằng : momen từ cảm ứng của nguyên tử

chất nghịch từ luôn *ngược hướng* với từ trường ngoài đặt vào, momen từ tỉ lệ với độ lớn của trường (dẫn tới vật liệu tuyến tính), hiệu ứng nghịch từ là rất nhỏ và tính chất nghịch từ của các vật liệu về cơ bản là độc lập với nhiệt độ.

Như vậy là chúng ta đã gắn kết tính nghịch từ với sự phản ứng của các nguyên tử hoặc phân tử có các electron tạo cặp với từ trường ngoài. (Trong các chất như kim loại, các electron cũng cho đóng góp vào các tính chất từ). Thực tế người ta thấy rằng *tất cả các nguyên tử, phân tử đều có tính chất nghịch từ*, tuy nhiên nó hoàn toàn bị che lấp trong các vật liệu thể hiện tính thuận từ và sắt từ.

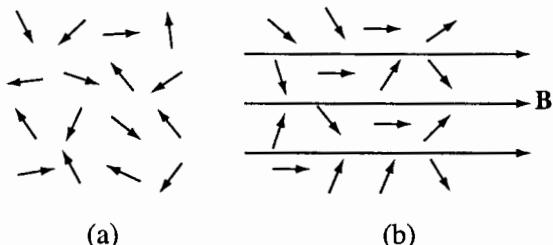
### 25-3. THUẬN TỪ

Các phân tử có một hoặc nhiều **electron chưa được tạo cặp**, chẳng hạn như Al, O<sub>2</sub> và sắt đều có **momen từ vĩnh cửu**.

Trong nhiều vật liệu chứa các phân tử này, các momen từ phân tử được **định hướng một cách ngẫu nhiên** khi không có một từ trường ngoài đặt vào (hình 25-5a). Trong tình huống đó độ từ hóa tức momen

từ trên một đơn vị thể tích là bằng không, vì nó liên quan đến việc lấy tổng theo nhiều phân tử.

Khi có một từ trường ngoài đặt vào vật liệu, thế năng của các lưỡng cực từ sẽ giảm xuống nếu nó có thể thay đổi sự định hướng và giống theo hướng của trường ngoài. Để thấy điều này, cần nhớ lại rằng thế năng của lưỡng cực từ trong một từ trường đều được cho bởi phương trình (21-10)  $U = - \mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ . Năng lượng này sẽ là thấp nhất ( $U = - m.B$ ) nếu  $\mathbf{m}$  và  $\mathbf{B}$  được giống cùng hướng và cao nhất ( $U = m.B$ ) nếu chúng ngược hướng. Như vậy, *thế năng sẽ giảm nếu lưỡng cực giống theo hướng của trường*. (Chú ý rằng ở đây chúng ta đang xét sự định hướng của các momen từ *vĩnh cửu* của phân tử chứ không phải là momen từ *cảm ứng* được xét ở mục trước).



**Hình 25-5.** (a) Momen từ của các phân tử được định hướng một cách ngẫu nhiên và độ từ hóa  $\mathbf{M} = 0$ . (b) Các momen từ có xu hướng giống theo trường ngoài khiến cho  $\mathbf{M}$  song song với  $\mathbf{B}$ .

Xin chào  
Trái với xu hướng gióng thẳng theo hướng của trường ngoài là các chuyển động nhiệt hỗn loạn của các phân tử. Mức độ gióng thẳng trung bình là sự cân bằng giữa các ảnh hưởng đó, như được chỉ ra một cách khái lược trên hình 25-5b. Ở đây có sự gióng thẳng một phần của các momen từ phân tử theo trường ngoài và kết quả là đối với các vật liệu đẳng hướng, độ từ hoá của vật liệu song song với hướng của trường ngoài. Nếu bỏ trường ngoài đi, tính ngẫu nhiên của sự định hướng lại quay trở lại và độ từ hoá lại bằng không. Các vật liệu có tính chất trên được gọi là **thuận từ**.

Tính thuận từ có được là do sự gióng thẳng một phần của các momen từ vĩnh cửu theo hướng của trường ngoài. Xu hướng gióng thẳng này sẽ tăng với sự tăng độ lớn của trường ngoài. Trái lại, hiệu ứng gây hỗn loạn của các chuyển động nhiệt sẽ tăng cùng với sự tăng của nhiệt độ. Những sự phụ thuộc này lần đầu tiên đã được quan sát bởi Pierre Curie (1859–1906) và được tổng kết trong định luật Curie, định luật liên hệ độ từ hoá  $M$  của một vật liệu thuận từ đẳng hướng với trường ngoài  $B$  và nhiệt độ Kelvin  $T$ :

$$M = \frac{CB}{\mu_0 T} \quad (25-4)$$

## VÍ DỤ 25-2

**Hằng số Curie đối với tinh thể.** Một lượng nhỏ mangan ion hoá hai lần ( $Mn^{++}$ ) được phân bố đều trong toàn khối tinh thể NaCl sao cho mẫu là đẳng hướng và thuận từ. Độ lớn của độ từ hoá là  $6,1A/m$  ở  $310K$  trong một từ trường có  $B = 0,87T$ . Hãy xác định hằng số Curie của mẫu đó.

**Giải.** Vì  $M$  và  $B$  trong vật liệu thuận từ đẳng hướng là song song, ta lấy độ lớn của phương trình (25-4) và giải cho hằng số Curie  $C$

$$C = \frac{\mu_0 M T}{B} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1})(6,1A/m)(310K)}{0,87T} = 2,7 \cdot 10^{-3} K.$$

Hằng số  $C$  – được gọi là *hằng số Curie* – đặc trưng cho vật liệu và phụ thuộc vào momen từ phân tử. Sự xuất hiện của hằng số từ thẩm  $\mu_0$  trong phương trình (25-4) làm cho hằng số Curie có thứ nguyên là nhiệt độ. Định luật Curie là đúng trừ các trường hợp trường ngoài là mạnh hoặc nhiệt độ là thấp. Nó chứng tỏ rằng ở nhiệt độ đã cho,  $M$  và  $B$  tỉ lệ với nhau và vật liệu là tuyến tính. Hơn nữa, độ từ hoá giảm khi tăng nhiệt độ. Đối với trường ngoài rất mạnh hoặc nhiệt độ rất thấp, độ từ hoá sẽ *bão hoà* (tức là sẽ tiến gần đến một giới hạn), khi này tất cả các momen từ phân tử hoàn toàn gióng thẳng theo trường ngoài. Các vật liệu thuận từ không còn là tuyến tính nữa trong những điều kiện cực đoan đó.

Một số vật liệu mà chủ yếu là *kim loại*, có các electron tự do không liên kết với một nguyên tử hay phân tử đặc biệt nào. Các electron này cũng cho đóng góp vào độ từ hoá của chất đó thông qua momen từ liên quan với momen động lượng của chúng. Tuy nhiên đóng góp này thường là nhỏ và không phụ thuộc vào nhiệt độ. Không có một mẫu cổ điển nào có thể mô tả được đầy đủ hiệu ứng này vì vậy chúng ta dừng việc thảo luận ở đây.

## Bài tự kiểm tra 25-2

Xác định độ lớn của độ từ hoá của mẫu trong ví dụ trên, khi nó được đặt trong một từ trường ngoài có  $B = 0,45\text{T}$  và nhiệt độ của tinh thể là  $280\text{K}$ .

Đáp số :  $3,5\text{A/m.}$

### VÍ DỤ 25-3

**Cỡ độ lớn của năng lượng từ và năng lượng chuyển động nhiệt.** Một khí thuận từ mà nguyên tử của nó có momen lưỡng cực từ  $1,0\mu_B$  được đặt trong từ trường ngoài có cảm ứng từ là  $1,5\text{T}$ . Hãy tính và so sánh động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến ( $W_d = \frac{3}{2}kT$ ) và năng lượng từ ( $U = 2\mu_B B$ ) ở nhiệt độ phòng ( $T = 300\text{K}$ ).

**Giải.** Động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến là :

$$W_d = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} (\text{J/K}) \cdot 300(\text{K}) = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 3,9 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$$

Còn năng lượng từ :

$$U = 2\mu_B B = 2 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} (\text{J/T}) \cdot 1,5(\text{T}) = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ J} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$$

Ta thấy  $W_d$  lớn gấp cỡ 230 lần  $U$  nên trong va chạm giữa các nguyên tử, năng lượng từ liên quan đến sự sắp xếp các lưỡng cực bị lấn át.

## 25-4. SẮT TỪ

Đối với tất cả vật liệu nghịch từ lẫn thuận từ, độ từ hoá chỉ khác không, nếu có mặt từ trường ngoài. Nếu từ trường ngoài giảm tới không, thì độ từ hoá cũng sẽ bằng không. Tuy nhiên, có một số chất, độ từ hoá vẫn giữ khác không sau khi bỏ từ trường ngoài đi. Trong các vật liệu sắt từ, tất cả các momen từ phân tử đều có xu hướng tự phát giống thẳng theo cùng một hướng. Sắt (Fe) là ví dụ hàng đầu về chất sắt từ, chính vì thế mới có từ "sắt" trong tên ghép của loại vật liệu này. Một số chất rắn của các nguyên tố như Co, Ni,

Gd và Dy cũng như các hợp kim và hợp chất chứa một nguyên tố đó đều thể hiện tính chất sắt từ.

Nam châm vĩnh cửu cũng được tạo bởi vật liệu sắt từ. Thậm chí khi không có trường ngoài đặt vào, độ từ hoá bên trong nam châm cũng khác không. Tất nhiên, có một từ trường tạo bởi chính nam châm đó. Độ từ hoá và từ trường của một nam châm vĩnh cửu có được là do sự giống thẳng theo cùng một hướng của các lưỡng cực từ.

Trong các vật liệu thuận từ, từ trường ngoài tạo một ảnh hưởng vượt trội làm

giống thẳng một phần các lưỡng cực từ. Đối với sắt từ, có một cơ chế khác. Cơ chế này liên quan đến một hiện tượng lượng tử có tên là *liên kết trao đổi* giữa các nguyên tử hoặc phân tử ở lân cận nhau, đây là một hiện tượng không thể mô tả được bằng vật lí cổ điển. Tuy nhiên hiệu ứng này khá đơn giản : một số lớn các lưỡng cực từ "hợp tác" bằng cách giống thẳng các momen từ của chúng với nhau. Điều này có nghĩa là, năng lượng tương tác của một momen từ cụ thể nào đó với các momen từ lân cận sẽ thấp hơn nếu tất cả chúng đều có cùng một định hướng. Sự giống thẳng hướng ở đây thường là hoàn hảo hơn nhiều so với sự giống thẳng có thể đạt được trong chất thuận từ. Do đó độ từ hoá trong một vật liệu sắt từ có thể rất lớn. Ví dụ, trong một nam châm thép – cacbon có dạng hình kim đặt cõi lập, độ lớn của độ từ hoá có thể đạt cõi  $M = 8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ .

Trái với sự giống thẳng có tính hợp tác của các momen lưỡng cực trong một chất sắt từ là xu hướng định hướng ngẫu nhiên, tăng cùng với sự tăng của nhiệt độ. Ở những nhiệt độ cao hơn một nhiệt độ tới hạn nào đó đặc trưng cho vật liệu, gọi là *nhiệt độ Curie*, thì liên kết trao đổi mất hiệu lực, khi đó trạng thái sắt từ là không bền. Nhiệt độ Curie đối với sắt là 1043K. Ở những nhiệt độ cao hơn, các momen lưỡng cực từ không còn tự phát giống thẳng với nhau và sắt không còn là chất sắt từ nữa, nó chỉ là chất thuận từ.

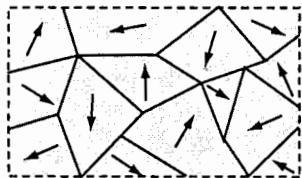
## Đômen từ

Mặc dù chúng ta nghĩ rằng đã là nam châm, tức là có một độ từ hoá vĩnh cửu, nhưng độ từ hoá vẫn có thể thay đổi.

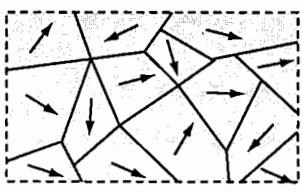
Ví dụ một chiếc kim khâu bình thường thường là không bị "từ hoá". Nhưng sau khi đặt nó vào một từ trường mạnh, nó sẽ hút được các mẩu sắt nhỏ, kim đã bị "từ hoá". Có hai điểm cần phải xem xét trong quá trình này : Tại sao kim ban đầu lại không bị từ hoá, nếu các momen từ đều được giống thẳng trong các vật liệu sắt từ ? Làm thế nào mà việc đặt một từ trường ngoài vào lại làm từ hoá được cái kim đó ?

Để hiểu được các đặc điểm này, ta cần phải thừa nhận rằng tất cả các lưỡng cực từ trong một vật rắn sắt từ không thể giống thẳng theo cùng một hướng *duy nhất*. Đúng hơn là *mẫu gồm nhiều vùng và trong mỗi vùng các lưỡng cực từ giống thẳng một khác*. Các vùng đó được gọi là các **đômen từ** (hay các **miền từ**). Trong một đômen đã cho, các lưỡng cực từ được giống thẳng theo một hướng đặc biệt nào đó là hướng của độ từ hoá trong đômen ấy. Trong đômen kề cận với nó, độ từ hoá có một hướng khác và biên giữa hai đômen này được gọi là **vách đômen**. Cấu trúc đômen được minh họa bằng sơ đồ trên hình 25-6a đối với một phần của mẫu không bị từ hoá. Trong trường hợp này, các đômen từ có hướng của độ từ hoá được phân bố *ngẫu nhiên*. Đối với toàn bộ mẫu, độ từ hoá trung bình gần bằng không.

Nếu có một từ trường ngoài được đặt vào và tăng dần cường độ thì xảy ra hai hiệu ứng cùng đóng góp vào việc từ hoá : một là mở rộng kích thước các đômen có định hướng thuận lợi, chiếm chỗ các đômen ở tư thế bất lợi. Hai là trong mỗi đômen có dịch chuyển định hướng của các lưỡng cực từ làm cho định hướng của cả đômen



(a)



Hướng của từ trường ngoài

(b)

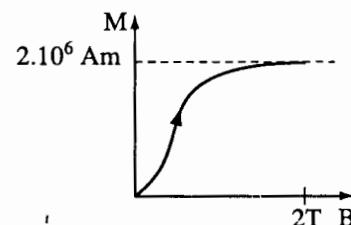
**Hình 25-6.** Các ômen từ được vẽ một cách khái lược. (a) Các ômen từ được định hướng một cách ngẫu nhiên trong một mẫu không bị từ hoá. (b) Sau khi từ trường ngoài được đặt vào các ômen được định hướng một cách ưu tiên.

gần hơn với hướng của từ trường ngoài (hình 25-6). Những thay đổi này thường không đảo ngược được khiến cho một số ômen vẫn giữ được sự định hướng ưu tiên sau khi bỏ từ trường ngoài đi. Theo cách đó, mẫu có được độ từ hoá vĩnh cửu và trở thành một nam châm vĩnh cửu.

Thực ra độ từ hoá "vĩnh cửu" của các chất sắt từ điển hình không phải là thực sự vĩnh cửu. Các ômen có xu hướng hồi phục lại trạng thái chưa bị từ hoá. Do đó về mặt từ, các vật liệu sắt từ được phân thành hai loại "mềm" và "cứng" tuỳ thuộc vào thời gian cần để có sự hồi phục đáng kể. Ví dụ, một chiếc đinh sắt thông thường là "mềm" về từ. Nó có thể bị từ hoá trong một từ trường ngoài, nhưng độ từ hoá của nó lại trở nên rất nhỏ hâu như ngay lập tức sau khi bỏ từ trường ngoài đi. Trái lại, nhiều loại thép, hợp kim và các

hợp chất khác lại "cứng" về mặt từ. Độ từ hoá của chúng chỉ thay đổi rất ít sau nhiều năm. Tính "vĩnh cửu" này là hết sức quan trọng để đảm bảo độ tin cậy trong các phương tiện lưu trữ dữ liệu như băng cassette hoặc đĩa mềm.

Độ từ hoá trong một vật liệu sắt từ có thể rất lớn, nếu nhiều ômen từ của nó có sự định hướng gần như nhau. Từ trường tạo bởi các ômen có cùng định hướng này cũng sẽ lớn. Tuy nhiên độ từ hoá trong các chất sắt từ *không tỉ lệ thuận* với từ trường đó. Có một cận trên đối với độ từ hoá, tương ứng với tình huống trong đó tất cả các ômen từ có định hướng như nhau. Độ từ hoá sẽ tiến gần tới giá trị bão hoà này khi từ trường ngoài đặt vào tăng. Độ lớn của độ từ hoá bão hoà đối với Fe



**Hình 25-7.** Trong một vật liệu sắt từ, chẳng hạn như Fe,  $M$  và  $B$  là không tỉ lệ với nhau. Độ từ hoá  $M$  sẽ bão hoà khi độ lớn của  $B$  tăng.

khoảng  $M = 2.10^6 \text{ A/m}$ , tương ứng với  $B = 2,2\text{T}$  trong vật liệu đó. Hình 25-7 minh họa hiệu ứng bão hoà phi tuyến vừa nói ở trên. Một tính phi tuyến nữa xảy ra do *tính bất thuận nghịch* của những thay đổi của các ômen từ, tức là *độ từ hoá ở một thời điểm nào đó không chỉ phụ thuộc vào giá trị hiện thời của  $B$  mà còn phụ thuộc vào những xử lí trước đó của mẫu*. Một phương trình phi tuyến liên hệ  $M$  và  $B$  có thể mô tả được mối quan hệ đó.

## 25-5. CƯỜNG ĐỘ TỪ TRƯỜNG H

Trong các chương trước ta đã giả thiết rằng  $\mathbf{B}$  được tạo ra chỉ bởi một phân bố dòng điện vĩ mô đã biết. Chúng ta đã hoàn toàn bỏ qua hiệu ứng của môi trường khi thiết lập các biểu thức xác định từ trường tạo bởi các dòng điện đó. Trong chương này, chúng ta đã thấy rằng từ trường trong một môi trường chất có thể có hai loại đóng góp. Một là đóng góp của các dòng điện vĩ mô đã biết, xem đóng góp này như một trường ngoài đặt vào. Một đóng góp khác vào  $\mathbf{B}$  là từ môi trường. Chúng ta sẽ mô tả hiệu ứng này qua độ từ hoá  $\mathbf{M}$  trong khối chất. Dòng điện trong một cuộn dây có thể hiệu chỉnh được nhưng độ từ hoá trong một mẫu yỳa phụ thuộc vào  $\mathbf{B}$  và lại vừa đóng góp vào  $\mathbf{B}$ . Do đó không phải bao giờ cũng xác định hoặc điều khiển dễ dàng được  $\mathbf{B}$  đặc biệt là đối với các vật liệu sắt từ. Trong một chất sắt từ,  $\mathbf{M}$  và  $\mathbf{B}$  đều phụ thuộc vào sự xử lí trước đó của mẫu.

Để xác định  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{M}$ , người ta thường đưa vào một trường khác. Trường vectơ này được kí hiệu là  $\mathbf{H}$  và được gọi là **cường độ từ trường**. Nó được định nghĩa bởi biểu thức  $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$ , hay tương đương :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (25-5)$$

Chú ý rằng  $\mathbf{H}$  và  $\mathbf{M}$  có cùng thứ nguyên, trong hệ SI đơn vị của  $\mathbf{H}$  là Ampe trên met ( $A/m$ ).

Theo phương trình (25-5)  $\mathbf{H}$  và  $\mathbf{M}$  (khi nhân với  $\mu_0$ ) là hai đóng góp vào  $\mathbf{B}$  (chúng ta lấy  $\mathbf{B}$  như trường cơ bản tác dụng lực lên hạt điện chuyển động  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ). Ta

hãy xét những đóng góp này cho trường hợp đơn giản của môi trường ở bên trong một ống dây dài có các vòng dây quấn sát nhau và mang dòng điện  $i$ . Chúng ta giả sử rằng các hiệu ứng mép ở đầu ống dây và sự từ hoá của các vòng của ống dây là nhỏ và sẽ được bỏ qua. Đầu tiên ta giả sử rằng vùng lõi của ống dây là *chân không*. Vì  $\mathbf{M} = 0$  đối với chân không (tại sao?), nên theo phương trình (25-5) trong trường

$$\text{hợp này } \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H} \text{ hay } \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}. \text{ Cả}$$

cảm ứng từ  $\mathbf{B}_0$  và cường độ từ trường  $\mathbf{H}$  cùng đều ở bên trong ống dây và hướng dọc theo trục của ống dây. Theo phương trình (22-11) ta có  $\mathbf{B}_0 = \mu_0 n i$  với  $n$  là số vòng dây trên một đơn vị dài. Như vậy, độ lớn của cường độ từ trường  $H = \frac{B_0}{\mu_0} = ni$ .

Ta kết luận rằng cường độ từ trường  $\mathbf{H}$  là cảm ứng từ  $\mathbf{B}_0$  ở trong chân không (chia cho  $\mu_0$ ), cũng có nghĩa là từ trường của trường ngoài. Thêm nữa  $\mathbf{H}$  ở bên trong ống dây được xác định bởi phân bố dòng điện trong các vòng của ống dây. Chú ý rằng  $\mathbf{H}$  có thể hiệu chỉnh trong thực nghiệm bằng cách thay đổi dòng điện trong ống dây.

Bây giờ ta giả sử rằng bên trong ống dây có *lấp đầy một vật liệu* nào đó. Với hình học vẫn như cũ,  $\mathbf{H}$  trong vật liệu cũng hệt như trong chân không. Điều này có nghĩa là cường độ từ trường  $\mathbf{H}$  bên trong ống dây được xác định chỉ bởi dòng điện qua ống dây. Tuy nhiên cảm ứng từ  $\mathbf{B}$  trong vật liệu là khác với trong

chân không do có đóng góp của  $M$  trong phương trình (25-5).

Vì cường độ từ trường  $H$  có thể được xác định từ cường độ dòng điện  $i$  của ống dây, nên cảm ứng từ  $B = \mu_0(H + M)$  có thể tính được nếu biết  $M$ . Trong các vật liệu nghịch từ và thuận từ *tuyến tính* điển hình,  $M$  và  $B$  tỉ lệ với nhau. Khi đó theo phương trình (25-5), trong các vật liệu đó  $H$  và  $B$  cũng tỉ lệ với nhau. Hệ thức tuyến tính giữa  $H$  và  $B$  được biểu diễn như sau :

$$B = \mu H \quad (25-6)$$

Trong đó  $\mu$  được gọi là *hằng số từ thẩm* của vật liệu tuyến tính. Đối với chân không  $M = 0$ , nên  $B = \mu_0(H + 0)$  và  $\mu = \mu_0$ .

Giả sử rằng vật liệu bên trong ống dây là chất *nghịch từ*. Khi đó hướng của  $B$  và  $M$  ngược nhau, vì vậy theo phương trình (25-5)  $H$  và  $B$  song song với nhau. Khử  $B$  từ hai phương trình (25-5) và (25-6), ta được:

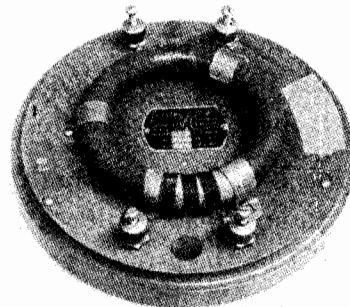
$$\mu H = \mu_0(H + M)$$

Vì  $H$  và  $M$  có hướng ngược nhau, nên  $\mu - \mu_0$  là âm và như vậy đối với vật liệu nghịch từ  $\mu < \mu_0$ . Hằng số từ thẩm  $\mu$  đối với các vật liệu nghịch từ thông thường đều hơi nhỏ hơn  $\mu_0$ . Ví dụ, bismuth là một trong số các chất nghịch từ "nhất" có hằng số từ thẩm  $\mu = 0,99983\mu_0$ . Đối với đa số các mục đích thực tiễn, các hiệu ứng nghịch từ đều có thể bỏ qua.

Đối với một chất *thuận từ* điển hình,  $M$ ,  $H$  và  $B$  đều song song với nhau nên  $\mu > \mu_0$ . Vì độ từ hoá  $M$  của một chất thuận từ phụ thuộc vào nhiệt độ, nên hằng số từ thẩm  $\mu$  cũng có xu hướng thay đổi theo nhiệt độ. Đối với nhiều chất thuận từ trên một dải

rộng nhiệt độ,  $\mu$  chỉ hơi lớn hơn  $\mu_0$ . Ví dụ, đối với Pt ở 293K :  $\mu = 1,00026\mu_0$ . Vì  $\mu \approx \mu_0$ , nên trong những điều kiện đó khi xác định  $B$  ta có thể bỏ qua các hiệu ứng thuận từ, tức là  $B = \mu H \approx \mu_0 H$ . Trong những điều kiện khác, đặc biệt là ở nhiệt độ thấp, các hiệu ứng thuận từ là quan trọng.

Trong vật liệu *sắt từ*, không có mối quan hệ tuyến tính giữa  $M$ ,  $H$  và  $B$ . Mặc dù có thể dùng phương trình (25-6) để liên hệ  $H$  và  $B$ , nhưng giá trị của  $\mu$  không đặc trưng cho vật liệu mà phụ thuộc vào sự xử lý trước đó của mẫu. Mỗi quan hệ chi tiết giữa  $B$  và  $H$  có thể đo được bằng cách dùng vật liệu sắt từ đang xét làm lõi một ống dây hình xuyến có tên là *vành Rowland*. Bố trí thí nghiệm được cho trên hình 25-8. Ống dây hình xuyến này giống như một ống dây dài được uốn cong rồi



**Hình 25-8.** Vành Rowland được dùng để đo  $B$  trong lõi sắt từ.

nối hai đầu với nhau tạo nên hình như chiếc xăm ôtô. Nếu ống dây có  $N_T$  vòng và bán kính trung bình của vành là  $a$ , thì số vòng trên một đơn vị dài sẽ là  $n = \frac{N_T}{2\pi a}$ .

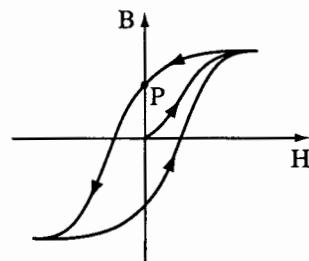
Với dạng hình học như thế, cả  $H$  và  $B$  đều được giới hạn chủ yếu trong lõi sắt từ của ống dây. Cường độ từ trường  $H = ni$  và có thể thay đổi bằng cách thay đổi dòng điện  $i$ .

Một cuộn dây thứ hai hay còn gọi là *cuộn thử* được dùng để "đo" sự thay đổi của  $B$ , vì sự biến thiên của  $B$  gây ra một suất điện động cảm ứng  $\mathcal{E} = NS \frac{dB}{dt}$  trong cuộn dây thử có  $N$  vòng.

Giả sử rằng lúc đầu lõi chưa bị từ hoá và không có dòng điện, do đó  $M = 0$ ,  $H = 0$  và  $B = 0$ . Cho dòng điện tăng tới một giá trị  $i$  nào đó, lúc đó  $H$  sẽ tăng tới ni. Trong quá trình đó,  $B$  và từ thông  $\phi_B = BS$  liên kết với mỗi vòng của cuộn dây thử cũng sẽ biến thiên, do đó có một suất điện động cảm ứng trong cuộn dây. Cuộn dây được nối với một dụng cụ, chẳng hạn như một điện kế xung kích để đo tổng điện tích  $\Delta Q$  đi qua nó. Điện tích này,  $\Delta Q = \int i_s dt$ , tương ứng với dòng điện cảm ứng  $i_s$  trong cuộn dây. Vì  $i_s$  bằng  $\frac{\mathcal{E}}{R}$ ,  $R$  là điện trở của mạch cuộn dây thử, như vậy  $i_s$  cũng tỉ lệ với suất điện động cảm ứng  $\mathcal{E} = NS \frac{dB}{dt}$  nên tích phân  $\Delta Q = \int i_s dt$  cũng bằng tích phân  $\frac{NS}{R} \int \frac{dB}{dt} dt = \frac{NS \cdot \Delta B}{R}$ . Theo cách đó, độ biến thiên của độ lớn cảm ứng từ  $\Delta B$  sẽ được xác định bằng cách đo lượng điện tích đi qua cuộn thử, tức là  $\Delta B = \frac{R \cdot \Delta Q}{NS}$ .

Bằng cách thay đổi dòng điện trong ống dây hình xuyến theo từng bước (nấc), ta

sẽ nhận được cặp giá trị của các thành phần của  $B$  và  $H$ . Hình 25-9 cho đồ thị vẽ từ những điểm tìm được bằng cách nói trên. Đây là đường cong điển hình đối với một lõi sắt từ cứng. Theo quy ước  $H$  được lấy như một biến độc lập, vì nó thay đổi bằng cách thay đổi dòng điện  $i$  trong ống dây. Tính *bất thuận nghịch* của những thay đổi trong cấu trúc các domen từ – được gọi là *tính từ trễ* – được thể hiện rõ ràng trên hình vẽ. Cường độ từ trường  $H$  thay đổi dẫn tới các điểm trên đường cong dịch chuyển theo chiều mũi tên. (Các giá trị âm của  $H$  và  $B$  tương ứng với việc đảo chiều, dấu của  $H$  thay đổi bằng cách đảo



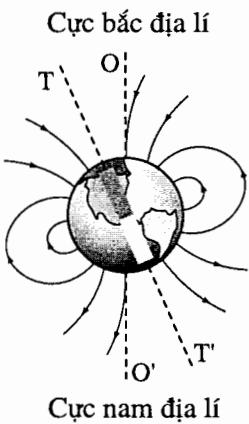
**Hình 25-9!** Vật liệu sắt từ bộc lộ tính từ trễ. Mọi liên hệ giữa  $B$  và  $H$  phụ thuộc vào sự xử lí trước đó của mẫu.

chiều dòng điện  $i$  trong các vòng của ống dây). Chú ý rằng  $H = 0$ ,  $B \neq 0$  tại điểm P trên đường cong, ở trạng thái này lõi sắt từ có một độ từ hoá vĩnh cửu. Bạn cũng có thể thấy rằng giá trị của  $B$  không được xác định một cách đơn giản bởi giá trị của  $H$ . Nghĩa là trạng thái của mẫu được xác định bởi lịch sử xử lí của mẫu đó.

## 25-6. TỪ TRƯỜNG TRÁI ĐẤT

Một chiếc la bàn đơn giản bao gồm một kim nam châm có thể quay tự do trong

một mặt phẳng. Khi được dùng cho ngành hàng hải hoặc để tìm phương hướng trên



**Hình 25-10.** *Ở ngoài bề mặt Trái Đất, từ trường gần như là một trường lưỡng cực. Ở vùng gần cực bắc địa lý (phía sao Bắc cực) các đường cảm ứng từ tương tự như ở cực nam của thanh nam châm. Các đường cảm ứng từ là liên tục và tự khép kín mặc dù đáng diệu của chúng ở sâu bên trong Trái Đất còn chưa biết chi tiết.*

mặt đất, la bàn thường được giữ để mặt phẳng của nó nằm ngang và kim của nó sẽ giống thẳng gần đúng theo định hướng bắc-nam. Đầu của kim chỉ hướng bắc được gọi là cực bắc của kim. Khi không có một nguồn từ trường nào khác, momen lực tác dụng để định hướng cho kim la bàn là do từ trường của Trái Đất tạo ra. Kim giống thẳng theo hướng của từ trường này và do đó hướng của trường chính là hướng từ cực nam đến bắc của kim la bàn.

Phân bố từ trường của Trái Đất ở ngoài bề mặt của nó được biểu diễn một cách khái lược trên hình 25-10. Ta thấy rằng các đường cảm ứng từ nói chung ló ra từ nam bán cầu và đi vào bề mặt Trái Đất ở bắc bán cầu. Các đường này na ná như các đường cảm ứng từ của trường lưỡng cực từ. Điều này có nghĩa là, ở ngoài mặt Trái Đất, từ trường về căn bản giống như

được tạo ra bởi một lưỡng cực từ đặt ở tâm Trái Đất. Từ hình vẽ ta cũng thấy rằng, các đường đi vào ở vùng gần *cực bắc địa lý* tương ứng với *cực từ nam* được định tâm ở đó. Tương tự, *cực từ bắc* được định tâm ở gần *cực nam địa lý* ở Nam cực.

Một cách gần đúng, momen lưỡng cực từ của Trái Đất có độ lớn là  $8,0 \cdot 10^{22} \text{ J/T}$ . Như trên hình 25-10, trục TT' của lưỡng cực từ tạo một góc  $11,5^\circ$  với trục quay OO' của Trái Đất. Trục TT' cắt mặt đất tại hai điểm gọi là *cực địa từ bắc* (ở Tây bắc Greenland) và *cực địa từ nam* (ở Antarctica). Do có ứng dụng thực tiễn trong hàng hải, liên lạc và thăm dò nên từ trường của Trái Đất được nghiên cứu rộng rãi. Các đại lượng quan tâm là độ lớn và hướng của từ trường tại mặt đất và không gian xung quanh. Tại hầu hết các nơi, từ trường Trái Đất đều có thành phần nằm ngang và vuông góc với bề mặt Trái Đất. Có thể dùng la bàn để xác định từ trường của Trái Đất.

Ở những điểm cách xa mặt đất khoảng vài lần bán kính Trái Đất, từ trường của Trái Đất bị méo đi do đóng góp từ gió mặt trời, tức là dòng các hạt tích điện tới từ Mặt Trời. Một số hạt này bị bẫy bởi từ trường bao quanh Trái Đất. Ánh sáng được phát ra bởi các hạt này ở tầng trên của khí quyển tạo nên hiện tượng *cực quang* đôi khi nhìn thấy ở những vùng vĩ độ cao.

Phân bố từ trường ở bên trong Trái Đất hiện còn chưa biết rõ. Vùng không thể truy cập tới này chưa sinh ra từ trường của Trái Đất. Cơ chế duy trì từ trường đó đến nay vẫn chưa hiểu được. Một lí thuyết về địa từ muốn được xem là thành công cần phải giải thích được

những đặc điểm đặc trưng bởi các thang thời gian rất khác nhau. Trên thang thời gian được đo bằng ngày hoặc năm, từ trường của Trái Đất dường như là tĩnh, không đổi và do đó rất ích lợi cho ngành hàng hải. Nhưng ở thang thời gian địa chất thì từ trường của Trái Đất rất biến động. Có những biến đổi về từ trường của một

vùng xảy ra trong khoảng thời gian hàng trăm hoặc hàng ngàn năm. Từ hướng của độ từ hoá trong các khối đá cổ, người ta đã có bằng chứng cho thấy rằng hướng của từ trường Trái Đất đã bị đảo lộn đột ngột trong những khoảng thời gian tới hàng triệu năm. Sự đảo lộn mới đây nhất dường như đã xảy ra khoảng 10000 năm trước.

## ?

### CÂU HỎI

- 1** Một electron đứng yên có momen từ  $\mathbf{m}$  là do momen spin  $\mathbf{S}$  của nó. Xác định hướng tương đối của hai vectơ đó. Proton cũng có momen động lượng riêng và momen từ riêng. Hãy xác định hướng tương đối của  $\mathbf{m}$  và  $\mathbf{S}$  đối với proton.
- 2** Các electron trong nguyên tử He cô lập được tạo cặp sao cho momen động lượng toàn phần của các electron đó bằng không. Hãy giải thích tại sao momen từ toàn phần cũng bằng không. Bạn cho rằng hêli lỏng là nghịch từ hay thuận từ ? Giải thích.
- 3** Khi ở trạng thái cô lập, một nguyên tử Na trung hoà và một nguyên tử Cl trung hoà được chờ đợi là có momen từ vĩnh cửu. Trong muối ăn (NaCl), các ion  $\text{Na}^+$  và  $\text{Cl}^-$  tạo thành một tinh thể ion có tính nghịch từ. Hãy cho một giải thích khả dĩ về hiện tượng đó.
- 4** Một mạt sắt được thả từ trạng thái đứng yên ở gần một nam châm vĩnh cửu, sẽ được gia tốc hướng tới nam châm đó. (a) Cái gì là nguồn làm tăng động năng của mạt sắt đó khi nó chuyển động tới gần nam châm. (b) Động năng đó chuyển thành cái gì khi mạt sắt chạm vào nam châm và dính chặt vào đó.
- 5** Tại sao một máy biến thế điển hình lại phải có một lõi sắt ?
- 6** Trong vật liệu thuận từ  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{M}$  song song,  $\mu$  dương. Trong vật liệu nghịch từ,  $\mathbf{M}$  và  $\mathbf{B}$  có hướng ngược nhau. Tại sao hằng số từ thẩm  $\mu$  là không âm ? Từ giá trị của  $\mu$  làm thế nào phân biệt được một vật liệu nghịch từ với một vật liệu thuận từ ?
- 7** Lõi của một ống dây dài lắp đầy bằng một loại vật liệu nào đó. Dòng điện trong các vòng dây tạo ra bên trong ống dây cường độ từ trường  $\mathbf{H}$  song song với trục của ống. Hãy xác định hướng của  $\mathbf{M}$  và  $\mathbf{B}$  bên trong ống dây đối với  $\mathbf{H}$ , nếu lõi là : (a) Chất nghịch từ và (b) Chất thuận từ. (c) Hãy giải thích tại sao câu hỏi này nói chung không có câu trả lời đối với lõi sắt từ.
- 8** Một tính chất của chất *siêu dẫn* là từ trường  $\mathbf{B}$  bị đẩy ra khỏi phần bên trong của nó (xem mục 39-6, tập ba). Nếu lõi của ống dây trong câu hỏi trước là

một chất siêu dẫn thì bên trong lõi  $\mathbf{B} = 0$ , nhưng  $\mathbf{H}$  lại khác không nếu có một dòng điện trong các vòng dây. (a) Xác định hướng của  $\mathbf{M}$  trong lõi đối với hướng của  $\mathbf{H}$ . (b) Hãy giải thích tại sao đôi khi chất siêu dẫn được gọi là "chất nghịch từ lí tưởng".

- 9** Một mẫu nhỏ không phải là sắt từ được đưa đến gần cực bắc của một nam châm mạnh – nơi trường có độ không đều cao. Mẫu bị đẩy nhẹ bởi cực bắc. (a) Mẫu này là nghịch từ hay thuận từ ? (b) Điều gì sẽ xảy ra nếu mẫu được đưa đến gần cực nam của nam châm ?
- 10** Cung hỏi như câu hỏi trước nếu mẫu bị hút bởi cực bắc?
- 11** Xét từ trường  $\mathbf{B}$  của ống dây mang dòng điện i (a) có và (b) không có lõi sắt mềm. Trong trường hợp nào  $B$  lớn hơn ? Trường hợp nào có độ tự cảm lớn hơn ? Giải thích.
- 12** Bạn được cho một mẫu gỗ nhỏ, một cốc nước và một kim đã từ hoá. Hãy giải thích xem, làm thế nào có thể tạo được một la bàn từ các vật đó ?
- 13** Giả sử bạn có chiếc la bàn ở câu hỏi trước đặt trong một phòng trống. Kim được từ hoá không có đánh dấu các cực và phòng không có cửa sổ cũng như lỗ hở nào. Trong những điều kiện đó bạn có thể xác định được đâu là hướng bắc không ? Giải thích.

## ■ ĐỀ TẬP

### Mục 25-1. Dòng điện nguyên tử, lưỡng cực từ nguyên tử và độ từ hoá

- 1** Giả sử thành phần  $z$  của momen quỹ đạo của một electron trong nguyên tử bằng  $L_z = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Hãy xác định thành phần  $z$  của momen từ quỹ đạo.
- 2** Một electron tự do đứng yên có thành phần momen từ  $m_z = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ . Hãy xác định thành phần  $S_z$  tương ứng của momen spin của electron đó.
- 3** Một số loại hạt nhân nguyên tử có momen từ và đơn vị thuận tiện đối với các momen từ hạt nhân là *manhêton hạt nhân*  $m_N = \frac{e\hbar}{4\pi m_p}$  với  $m_p$  là khối lượng của proton,  $\hbar$  là hằng số Planck bằng  $6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ . (a) Hãy xác định giá trị của manhêton hạt nhân tới ba chữ số có nghĩa. (b) Hãy so sánh các giá trị của manhêton hạt nhân và manhêton Bohr và giải thích tại sao hạt nhân các nguyên tử thường cho đóng góp không đáng kể vào tính chất từ của các vật liệu ?
- 4** Trong một nam châm vĩnh cửu mạnh, độ lớn của momen từ tính trung bình cho một nguyên tử khoảng  $1 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$ . Ước lượng độ lớn của độ từ hoá trong một nam châm có kích thước khoảng  $1 \text{ m}^3$  ( $10^{29}$  nguyên tử).

## Mục 25-2. Nghịch từ

5. Không có sự tiêu tán năng lượng đối với dòng điện trong các phân tử, vì vậy chúng không có điện trở. Để thấy tính nghịch từ liên hệ với định luật Faraday như thế nào ta hãy xét một vòng dây dẫn tròn *không điện trở*, ban đầu không có từ trường và cũng không có dòng điện trong vòng dây. Sau đó đặt một từ trường vuông góc với mặt phẳng vòng dây và một dòng điện được cảm ứng trong vòng dây. Dòng điện này vẫn còn tồn tại thậm chí sau khi từ trường ngừng biến thiên. (Tại sao?). (a) Hãy vẽ hình chỉ rõ hướng của từ trường và chiều của dòng điện cảm ứng. (b) Xác định hướng của momen từ của dòng điện tròn nói trên và giải thích tại sao mô hình này giúp ta hiểu được hiệu ứng nghịch từ.
6. Trong một từ trường ngoài có  $B = 1\text{T}$ , độ từ hoá của nước có độ lớn khoảng  $8\text{A/m}$ . Hãy xác định độ từ hoá của nước nếu : (a)  $B = 0$ ; (b)  $B = 0,5\text{T}$ .

## Mục 25-3. Thuận từ

7. Hằng số Curie đối với một muối thuận từ bằng  $1,8 \cdot 10^{-3}\text{K}$ . (a) Hãy xác định độ từ hoá của muối đó ở nhiệt độ phòng ( $T = 293\text{K}$ ) và ở trong từ trường có  $B = 0,35\text{T}$ . (b) Ở nhiệt độ nào độ từ hoá có cùng độ lớn như trên, khi nó ở trong từ trường có  $B = 0,25\text{T}$  ?
8. Hằng số Curie đối với một khí lí tưởng thuận từ ( $PV = nRT$ ) tỉ lệ với mật độ của chất khí đó. Đối với khí  $\text{O}_2$  ở mật độ tương ứng với  $293\text{K}$  và áp suất khí quyển, hằng số Curie bằng  $5,5 \cdot 10^{-4}\text{K}$  (a) Hãy xác định độ từ hoá của khí  $\text{O}_2$  với mật độ đó ở  $293\text{K}$  và ở trong từ trường có  $B = 0,50\text{T}$ . (b) Xác định độ từ hoá của chất khí đó ở trong cùng từ trường trên nhưng ở nhiệt độ  $200\text{K}$  và áp suất khí quyển. (Chú ý mật độ đã thay đổi!).
9. Định luật Curie không còn đúng ở nhiệt độ thấp hoặc đối với trường mạnh. Một cách để biểu thị điều này là thông qua tỉ số hai năng lượng  $\frac{m_0 B}{kT}$ . Đối với một hệ ở nhiệt độ  $T$ , độ biến thiên năng lượng điển hình do chuyển động nhiệt hỗn loạn là cõi  $kT$  với  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{J/K}$  là hằng số Boltzmann. (a) Xét một lưỡng cực với momen lưỡng cực vĩnh cửu có độ lớn là  $m_0$  nằm hoặc song song hoặc ngược chiều với từ trường ngoài  $\mathbf{B}$ . Chứng tỏ rằng hiệu năng lượng đối với hai định hướng đó là  $2m_0B$ . (b) Momen từ phân tử điển hình có độ lớn cõi  $m_0 = 1 \cdot 10^{-23}\text{A.m}^2$ . Tính  $m_0B$  đối với phân tử đó ở trong trường có  $B = 1\text{T}$ . (c) Định luật Curie đúng nếu  $\frac{m_0 B}{kT} \ll 1$ . Hãy xác định khoảng nhiệt độ mà định luật Curie còn đúng đối với các điều kiện được cho ở phần (b).

#### Mục 25-4. Sắt từ

- 10 Momen từ tính cho một nguyên tử trong Ni là khoảng  $6 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$  và có khoảng  $9 \cdot 10^{28}$  nguyên tử trong một  $\text{m}^3$  Ni rắn. (a) Hãy xác định độ từ hoá của mẫu chỉ có một domen, trong đó hầu hết các momen từ đều giống nhau với nhau. (b) Hãy xác định độ từ hoá của mẫu được lấy trung bình trên nhiều domen được định hướng ngẫu nhiên. (c) Hãy xác định tỉ lệ các domen được giống theo độ từ hoá trung bình để  $M$  có độ lớn bằng  $2000 \text{ A/m}$ ?
- 11 Momen từ tính cho một nguyên tử đối với Ni, Co và Fe tương ứng là  $0,6 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$ ,  $1,6 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$  và  $2,1 \cdot 10^{-23} \text{ A.m}^2$ . Hãy tính độ từ hoá cực đại (hay bão hoà) có thể tồn tại trong từng vật rắn đó (có  $10^{29}$  nguyên tử trong  $1 \text{ m}^3$ ).

#### Mục 25-5. Cường độ từ trường H

- 12 Một ống dây dài có 2500 vòng trên một mét và mang dòng điện  $4,8 \text{ A}$ . Bỏ qua hiệu ứng mép ở hai đầu ống dây hãy xác định  $B$ ,  $M$  và  $H$  trong ống dây đó với lõi là : (a) Chân không, (b) Pb (có  $\mu = 0,999984\mu_0$ ) và (c) Không khí ( $\mu = 1,0000004\mu_0$ ).
- 13 Đối với đa số các mục đích thực tiễn, hằng số từ thẩm của không khí được xem như đối chân không,  $\mu = \mu_0$ . Hãy xác định  $H$  tại điểm ở ngay bên trên mặt đất, nơi có  $B = 42 \mu\text{T}$ .
- 14 Một thanh sắt mềm được dùng làm lõi cho một ống dây dài. Bên trong lõi từ trường có  $B = 1,10 \text{ T}$  và  $H = 345 \text{ A/m}$ . (a) Hãy xác định giá trị của  $\mu$  đối với trạng thái đó. (b) Xác định độ từ hoá trong thanh sắt, cho  $H$  và  $B$  song song với nhau và song song với trục ống dây. (c) Hãy xác định phần trăm sai số khi tính  $B$  trong trường hợp này theo biểu thức gần đúng  $B \approx \mu_0 M$ .

#### Mục 25-6. Từ trường Trái Đất

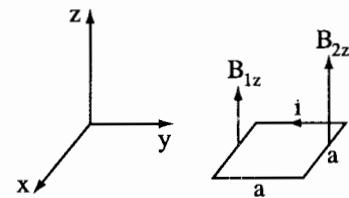
- 15 Tại một vùng có độ lớn của từ trường Trái Đất cỡ  $6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  và độ nghiêng (tức là góc giữa  $\mathbf{B}$  và mặt phẳng nằm ngang tiếp xúc với mặt Trái Đất) trung bình cỡ  $70^\circ$ . Hãy xác định thành phần thẳng đứng và nằm ngang của  $\mathbf{B}$  tại một điểm trong vùng đó.

### ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Cường độ từ trường bên trong ống dây lí tưởng.** Định luật Ampere đối với một phân bố các dòng điện không đổi, tức phương trình (22-8), thường

được viết thông qua cường độ từ trường :  $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \Sigma i$ . Hãy áp dụng dạng này của định luật Ampere và các lập luận dựa trên tính đối xứng để xác định  $\mathbf{H}$  bên trong một ống dây lí tưởng có  $n$  vòng trên một đơn vị dài và có dòng điện  $i$  chạy qua. Chú ý rằng kết quả này độc lập với vật liệu trong lõi của ống dây.

- 2 **Tìm  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{M}$  bên trong một ống dây.** Một ống dây dài có 2500 vòng trên một đơn vị dài và mang dòng điện 120mA. Lõi của ống dây là một chất sắt từ. (a) Hãy xác định  $\mathbf{H}$  bên trong ống dây. (b) Cho lõi ở trạng thái có  $\mu = 150\mu_0$ . Hãy xác định  $\mathbf{B}$  trong lõi của ống dây. (c) Xác định  $\mathbf{M}$  trong lõi của ống dây.
- 3 **Lực từ tác dụng lên dòng điện kín trong từ trường không đều.** Một dòng điện kín hình vuông, như được cho trên hình 25-11, nằm trong mặt phẳng xy vuông góc với một từ trường không đều hướng theo trục z. Thành phần z của từ trường chỉ phụ thuộc vào toạ độ y và nằm trong khoảng từ  $B_{1z}$  đến  $B_{2z}$  ( $B_{1z} < B_{2z}$ ) trên đoạn  $\Delta y = a$ . (a) Hãy cho biết hướng của momen từ  $\mathbf{m}$  của vòng dây đối với hướng của  $\mathbf{B}$ . (b) Xác định hướng của lực từ toàn phần tác dụng lên dòng điện kín trên và giải thích tại sao kết quả này giúp ta hiểu được lực do một từ trường không đều tác dụng lên một mẫu thuận từ. (c) Xét lại các phần (a) và (b) nếu chiều của dòng điện ngược với trên hình vẽ.



Hình 25-11. BTNC 3

- 4 **Tần số Larmor.** Xét một electron có tốc độ  $v$  chuyển động theo một quỹ đạo tròn bán kính  $r$  xung quanh hạt nhân. Sẽ thuận tiện hơn nếu ta xét vận tốc góc  $\omega_0 = \frac{v}{r}$  (còn gọi là tần số góc). Độ lớn của momen quỹ đạo là  $L = m_e v r = m_e r^2 \omega_0$ . Lực hướng tâm tác dụng lên electron trên quỹ đạo tròn là  $m_e \frac{v^2}{r} = m_e r \omega_0^2$  được tạo bởi lực hút tĩnh điện  $\mathbf{F}_E$  hướng về phía hạt nhân :  $m_e r \omega_0^2 = F_E$ . Nay giờ ta giả sử rằng có một từ trường ngoài  $\mathbf{B}$  được đặt vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của electron. Đối với định hướng được cho trên hình 25-4a, thì từ trường tác dụng thêm một lực bằng  $-ev \times \mathbf{B}$  lên electron. Lực này hướng theo bán kính vào phía trong làm cho electron tăng tốc độ của nó. Giả sử  $\omega_1 = \omega_0 + \omega_L$  là tần số góc đối với trường hợp này, tần số  $\omega_L$  là độ biến thiên nhỏ của tần số góc do tác dụng của từ trường ngoài. (a) Giả sử rằng bán kính của quỹ đạo thay đổi không đáng

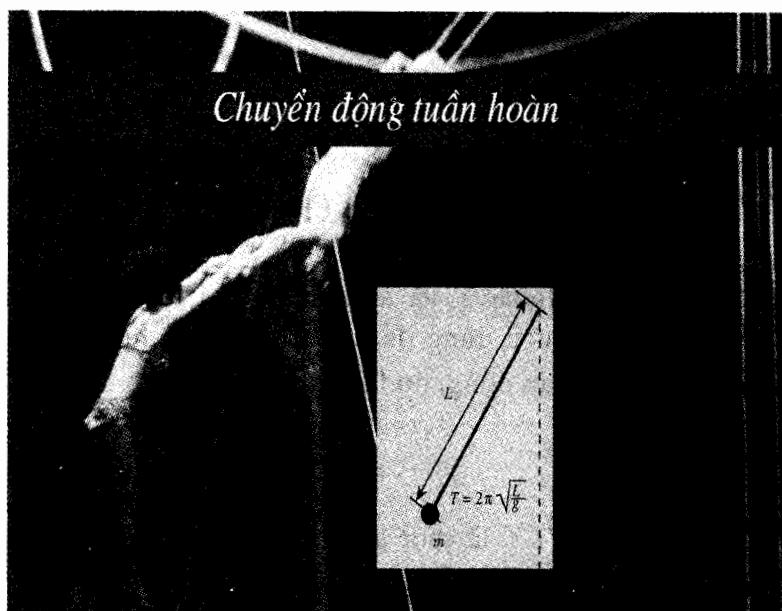
kể, hãy chứng minh rằng  $\omega_L = \frac{eB}{2m_e}$ ,  $\omega_L$  được gọi là tần số Larmor.

(b) Chứng minh rằng momen quỹ đạo của electron thay đổi một lượng  $\Delta L = \frac{1}{2}er^2B$ .

- 5. Momen từ của hai electron tạo cặp.** Áp dụng những ý tưởng của bài toán trước cho một cặp electron ở trên những quỹ đạo được cho trên hình 25-4. Chứng minh rằng mẫu giản lược này dẫn tới momen từ toàn phần  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 = -\frac{e^2 r^2 \mathbf{B}}{2m_e}$ . Tại sao mẫu này giúp ta hiểu được hiệu ứng nghịch từ?
- 6. Cường độ từ trường của một quả cầu đã bị từ hoá.** Một quả cầu thép bị từ hoá vĩnh cửu với bán kính 8,5mm có độ từ hoá đồng đều với độ lớn bằng 2500A/m. Ở những điểm ở bên trong hình cầu, từ trường có  $B = \frac{2\mu_0 M}{3}$ . Ở bên ngoài hình cầu từ trường là trường lưỡng cực do lưỡng cực từ của quả cầu tạo ra. (a) Hãy xác định hướng và độ lớn của  $\mathbf{H}$  bên trong quả cầu. (b) Xác định momen từ của quả cầu. (c) Xác định  $\mathbf{H}$  ở bên ngoài quả cầu.
- 7. Độ từ hoá trong một sao neutron.** Có một từ trường rất mạnh tồn tại trong một sao neutron – giai đoạn cuối cùng trong sự tiến hoá của các sao có khối lượng hơi lớn hơn khối lượng Mặt Trời. Trong một mô hình của sao neutron, phần bên trong của nó gồm một quả cầu nhỏ (bán kính  $a \approx 20\text{km}$ ) tạo bởi chất lỏng neutron có mật độ cực lớn ( $\rho \approx 10^{17}\text{kg/m}^3$ ) và mặc dù trung hoà nhưng hạt neutron có một momen từ với độ lớn  $m_N \approx 10^{-26}\text{A.m}^2$ . Giả sử rằng sao neutron có độ từ hoá đồng đều tương tự như quả cầu trong bài toán trước và từ trường bên trong nó có độ lớn  $B = 10^8\text{T}$ . (a) Hãy xác định độ lớn của độ từ hoá bên trong sao neutron. (b) Tính độ từ hoá bao hoà tương ứng với sự giống thẳng hoàn toàn của tất cả các momen từ của neutron. Cho khối lượng của hạt neutron  $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .

## CHƯƠNG 26

# ĐAO ĐỘNG CƠ



*Chuyển động tuần hoàn* của các diễn viên nhào lộn trên không, một ví dụ của con lắc đơn.

26-1. Động học của dao động điều hoà

26-2. Động lực học của dao động điều hoà

26-3. Năng lượng của dao động điều hoà

26-4. Những ví dụ về dao động điều hoà

26-5. Dao động điều hoà và chuyển động tròn đều

26-6. Dao động điều hoà tắt dần

26-7. Dao động cưỡng bức và cộng hưởng

*Bài đọc thêm : Hỗn độn*

Trong tự nhiên, **dao động** hay **chuyển động tuần hoàn** là những chuyển động rất thường gặp. Có nhiều hiệu ứng là tuần hoàn chẳng hạn nhịp tim của động vật, các mùa trong năm, sự lắc lư của con lắc đồng hồ, sự dao động của các nguyên tử trong chất rắn, dòng điện trong dây dẫn của bóng đèn điện... Ở thang cực vĩ, một số nhà vũ trụ học cũng tin rằng toàn thể vũ trụ cũng dao động với chu kì hàng chục tỉ năm.

Trong chương này chúng ta nghiên cứu những đặc trưng cơ bản của dao động điều hoà.

## 26-1. ĐỘNG HỌC CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Loại dao động đơn giản nhất được gọi là dao động điều hoà. Chuyển động này có thể được minh họa bằng một viên bi treo trên lò xo. Khi viên bi được nâng lên trên vị trí cân bằng rồi buông ra nó sẽ dao động theo phương thẳng đứng và dao động này là điều hoà, nếu bỏ qua các hiệu ứng hao tán năng lượng.

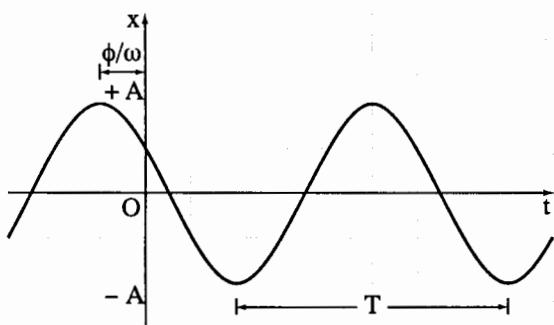
### Định nghĩa dao động điều hoà

Một vật thực hiện dao động điều hoà nếu toạ độ của nó biến thiên theo thời gian như một hàm sin hoặc cosin.

Giả sử  $x$  là toạ độ (cũng gọi là li độ) của vật dao động điều hoà, khi đó :

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (26-1)$$

Vì vật dao động theo hướng này rồi lại sang hướng kia, nên  $x$  biến thiên giữa  $x = A$  và  $x = -A$  (hình 26-1). Như vậy  $A$  được gọi là **biên độ** vì nó đặc trưng cho phạm vi dao động. Kí hiệu  $\omega$  biểu diễn **tần số góc**, nó xác định tốc độ dao động. Tham số  $\phi$  được gọi là **pha ban đầu**, nó được xác định bởi sự lựa chọn thời điểm bắt đầu ( $t = 0$ ) của chúng ta. Trong phương trình (26-1), đại lượng  $(\omega t + \phi)$  được gọi là **pha**.



Hình 26-1. Li độ của  $x$  theo thời gian của vật thực hiện dao động điều hoà

Một nét nổi bật của mọi dao động tuần hoàn kể cả dao động điều hoà, là chuyển động tự lặp lại sau một khoảng thời gian xác định được gọi là **chu kì  $T$** . Tức là **vật thực hiện một vòng trọn vẹn chuyển động của nó trong khoảng thời gian  $T$** , như được chỉ ra trên hình 26-1. Giữa  $T$  và  $\omega$  có mối liên hệ như sau :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (26-2)$$

Chu kì  $T$  tỉ lệ nghịch với  $\omega$ , tần số góc càng lớn, chu kì càng nhỏ và vật sẽ thực hiện một vòng chuyển động càng nhanh.

Ngoài  $T$  và  $\omega$ , còn có đại lượng thứ ba được dùng để đặc trưng cho nhịp độ của dao động, đó là **tần số  $v$**  :

$$v = \frac{1}{T} \quad (26-3)$$

Vì  $T$  là thời gian một chu kì, tức là thời gian của một vòng chuyển động, nên  $v$  chính là số vòng chuyển động trong một đơn vị thời gian. Thay  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  vào

phương trình (26-3), ta được  $v = \frac{\omega}{2\pi}$  hay :

$$2\pi v = \omega$$

Vì radian và vòng là không có thứ nguyên nên  $v$  và  $\omega$  có cùng thứ nguyên, cụ thể là  $[thời gian]^{-1}$ . Tuy nhiên trong hệ SI hai đại lượng liên quan mật thiết với nhau này có đơn vị khác nhau, đó là rad/s đối với  $\omega$  và  $hertz (Hz)$  đối với  $v$  (tần số 1 vòng/s = 1 Hz).

Vận tốc và gia tốc của một vật dao động điều hoà tìm được bằng cách áp dụng các

công thức ở phần Động học. Với biểu thức đã cho của  $x$ , ta có  $v_x = \frac{dx}{dt}$  và

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}. Ta\ được:$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (26-4)$$

Vi phân tiếp lần nữa, ta được :

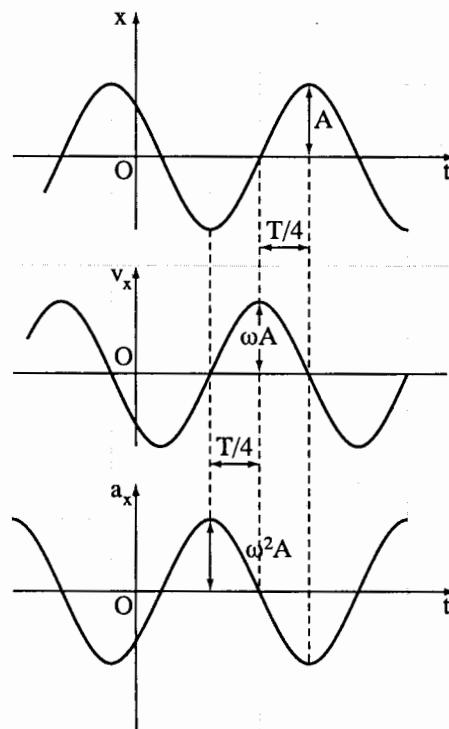
$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x \quad (26-5)$$

Ta thấy  $x$  dao động giữa  $A$  và  $-A$ ,  $v_x$  dao động giữa  $\omega A$  và  $-\omega A$  và  $a_x$  dao động

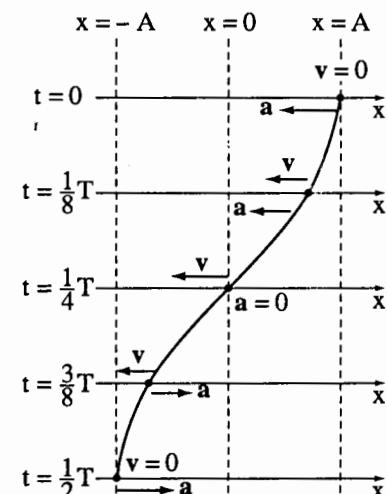
giữa  $\omega^2 A$  và  $-\omega^2 A$ . Do đó tốc độ cực đại của một vật dao động là  $v_{max} = \omega A$  và gia tốc cực đại có độ lớn là  $a_{max} = \omega^2 A$ .

Từ các biểu thức  $v_x$  và  $a_x$  và cũng từ hình vẽ 26-2, ta thấy  $v_x$  sớm pha so với  $x$  là  $90^\circ$ ,  $a_x$  sớm pha so với  $v_x$   $90^\circ$ ,  $a_x$  sớm pha so với  $x$   $180^\circ$ . Từ phương trình (26-5) ta cũng thấy rằng :

*Đối với một vật bất kì dao động điều hoà, gia tốc và độ chuyển dời của nó luôn luôn ngược hướng nhau và có độ lớn tỉ lệ với nhau.*



(a)



(b)

**Hình 26-2.** (a) Mối quan hệ giữa  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  đối với một vật dao động điều hoà :  $x$  và  $v_x$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  rad hay  $90^\circ$ ,  $v_x$  và  $a_x$  lệch pha  $90^\circ$ ,  $x$  và  $a_x$  lệch pha  $180^\circ$ . (b) Vật dao động được biểu diễn ở năm thời điểm khác nhau trong một nửa chu kỳ. Chú ý độ lớn và hướng của vận tốc và gia tốc ở mỗi thời điểm.

## VÍ DỤ 26-1

**Mô tả dao động điều hoà khi A và T đã cho.** Một dao động tử điều hoà có biên độ 0,17m và chu kỳ 0,84s. Hãy xác định : (a) Tần số, (b) Tần số góc của dao động đó. Viết biểu thức phụ thuộc thời gian của : (c) Toạ độ, (d) Thành phần vận tốc và (e) Thành phần gia tốc.

**Giải.** (a) Tần số là  $v = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,84s} = 1,2 \text{ Hz}$

(b) Tần số góc là  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,84s} = 7,5 \text{ rad/s}$

(c) Từ phương trình (26-1), ta có  $x = A \cos(\omega t + \phi)$ . Giá trị của A đã cho và  $\omega$  đã tìm được ở câu (b). Vì trong đầu bài không đòi hỏi gì khác, nên ta có thể chọn  $\phi = 0$ . Do đó :

$$x = 0,17 \cdot \cos(7,5t) \text{ (m)}$$

(d) Từ phương trình (26-4) :

$$v_x = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = -1,3 \cdot \sin(7,5t) \text{ (m/s)}$$

Chú ý rằng  $v_{\max} = 1,3 \text{ m/s}$ .

(e) Từ phương trình (26-5) :

$$a_x = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -9,5 \cdot \cos(7,5t) \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Chú ý rằng  $a_{\max} = 9,5 \text{ m/s}^2$ .

### Tìm $\phi$ và A từ điều kiện ban đầu

Thường khi một hệ dao động điều hoà, các giá trị của  $\phi$  và A không được đo trực tiếp mà chỉ biết các giá trị  $x_0$  và  $v_{x0}$ . Các đại lượng  $x_0$  và  $v_{x0}$  được gọi là **các điều kiện ban đầu**. Ta hãy xét việc tìm  $\phi$  và A từ các điều kiện ban đầu. Đặt  $t = 0$  trong các phương trình (26-1) và (26-4), ta được :

$$x_0 = A \cos \phi$$

và  $v_{x0} = -\omega A \sin \phi \quad (26-6)$

Từ đó suy ra :

$$\tan \phi = -\frac{v_{x0}}{\omega x_0}$$

$$\phi = \arctg \left( -\frac{v_{x0}}{\omega x_0} \right) \quad (26-7)$$

Bình phương hai vế các phương trình đó rồi lập tổng  $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ , ta được :

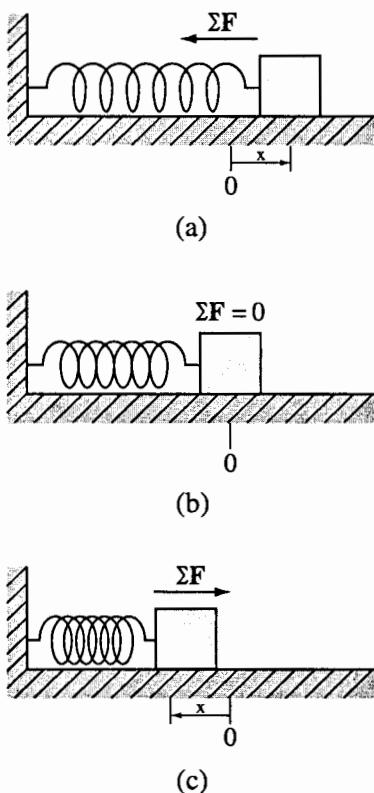
$$\left( \frac{v_{x0}}{\omega A} \right)^2 + \left( \frac{x_0}{A} \right)^2 = 1$$

hay

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_{x0}^2}{\omega^2}} \quad (26-8)$$

## 26-2. ĐỘNG LỰC HỌC CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Trong mục này chúng ta sẽ mô tả các nguyên nhân gây ra dao động điều hòa. Ta xét một vật có khối lượng  $m$  gắn với một lò xo khối lượng không đáng kể và có độ cứng là  $k$  như một dao động tử điều hòa tiêu biểu (hình 26-3). Trong hệ lí tưởng hoá này, vật trượt không ma sát



**Hình 26-3.** Vật được gắn với lò xo. Trong hệ lí tưởng này, lực ma sát được bỏ qua và khối lượng của lò xo là rất nhỏ so với khối lượng của vật. (a) Vật dịch chuyển về bên phải và  $\Sigma F$  hướng về bên trái. (b) Vật ở vị trí cân bằng,  $\Sigma F = 0$ . (c) Vật dịch chuyển về bên trái và  $\Sigma F$  hướng về bên phải.

trên mặt phẳng nằm ngang sao cho lực tác dụng từ bề mặt có độ lớn bằng và ngược hướng với trọng lượng của vật, do đó tổng

hợp lực tác dụng lên vật chỉ là lực  $F_s$  của lò xo :  $\Sigma F = F_s$ . Từ mục 8-3 ta đã biết lực đàn hồi của lò xo là :

$$F_s = - (kx)i \quad (26-9)$$

Ở đây  $x$  là toạ độ của vật được đo từ vị trí lò xo ở trạng thái tự nhiên, tức là không co dãn. Loại lực này được gọi là **lực hồi phục tuyến tính**. Nó được gọi là "tuyến tính" vì tỉ lệ tuyến tính (bậc nhất) với độ dịch chuyển  $x.i$  và được gọi là "hồi phục" vì lực luôn luôn ngược hướng với độ dịch chuyển. Nếu  $x$  dương, thì lực hướng về phía  $-x$  và nếu  $x$  âm thì lực hướng về phía  $+x$ . Lực này có xu hướng hồi phục vật về vị trí cân bằng ( $x = 0$ ) và độ dịch chuyển càng lớn thì lực này càng lớn.

Vì lực lò xo chính bằng lực tổng hợp tác dụng lên vật, nên theo định luật hai Newton  $\Sigma F = ma$ , ta có :

$$-kx = ma_x$$

Vì  $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$  và sắp xếp lại các số hạng, ta được :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (26-10)$$

Định luật hai Newton bây giờ trở thành một phương trình vi phân đối với toạ độ  $x$ . Nghiệm của phương trình (26-10) có thể được viết dưới dạng :

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (26-11)$$

Như chúng ta đã thấy đạo hàm bậc hai của  $x$  đối với  $t$  là :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (26-11)$$

Thay vào phương trình (26-10), ta được :

$$-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -\frac{k}{m} A \cos(\omega t + \phi)$$

Như vậy, phương trình (26-1) là nghiệm của phương trình (26-10) với điều kiện  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ . Điều này có ý nghĩa là vật thực hiện dao động điều hoà với tần số góc :

Đối với một lò xo khoẻ (k lớn) hoặc khối lượng của vật nhỏ, dao động diễn ra nhanh ; đối với một lò xo yếu (k nhỏ) hoặc khối lượng m lớn, dao động diễn ra chậm. Những tiên đoán này hoàn toàn phù hợp với kinh nghiệm hàng ngày đối với các hệ dao động có liên quan đến lò xo. Như vậy dao động điều hoà được gây ra bởi một lực tổng hợp là lực hồi phục tuyến tính.

## VÍ DỤ 26-2

**Mô tả dao động điều hoà khi m, k và các điều kiện ban đầu đã cho.** Giả sử vật trong hình 26-3 có khối lượng 0,31kg và lò xo có độ cứng là 63N/m. Vật được kéo về một phía sao cho lò xo dãn một đoạn bằng 0,074m và được thả cho chuyển động từ trạng thái đứng yên ở  $t = 0$ .

(a) Xác định  $\omega$ , T và v.  
 (b) Viết biểu thức của x,  $v_x$  và  $a_x$ .

**Giải.** (a) Tần số góc là :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{63N/m}{0,31kg}} = 14 \text{ rad/s}$$

Chu kì là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,31kg}{63N/m}} = 0,44 \text{ s}$$

Tần số là :

$$v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{0,31kg}{63N/m}} = 2,3 \text{ Hz}$$

(b) Vì vật được thả từ trạng thái đứng yên với lò xo dãn một đoạn bằng 0,074m nên  $x_0 = 0,074\text{m}$  và  $v_{x0} = 0$ . Do đó  $\phi = 0$ ,  $A = x_0$  và

$$x = 0,074 \cdot \cos 14t \text{ (m)}$$

Ta có  $v_{max} = \omega A = 1,1\text{m/s}$  nên :

$$v_x = -1,1 \cdot \sin 14t \text{ (m/s)}$$

Ta cũng có  $a_{max} = \omega^2 A = 15\text{m/s}^2$  nên :

$$a_x = -15 \cdot \cos 14t \text{ (m/s}^2\text{).}$$

## 26-3. NĂNG LƯỢNG CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Trong chương 6 chúng ta đã thấy rằng lực đàn hồi của lò xo là lực bảo toàn và biểu thức thế năng của lò xo có dạng  $U = \frac{1}{2}kx^2$ . Dùng phương trình (26-1),

chúng ta tìm được rằng thế năng của dao động tử điều hoà lí tưởng tạo bởi lò xo và vật trong hình 26-3 là

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k[A \cos(\omega t + \phi)]^2$$

$$\text{hay } U = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (26-12)$$

Tương tự phương trình (26-4) có thể được dùng để tìm động năng của hệ vật – lò xo :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m[-\omega A \sin(\omega t + \phi)]^2$$

$$\text{hay } K = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (26-13)$$

Giá trị cực đại của các hàm sin và cosin bình phương đều bằng 1, nên các năng lượng trên có thể được biểu diễn như sau :

$$U = U_{\max} \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$K = K_{\max} \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$\text{Với } U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 \text{ và } K_{\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2,$$

$$\text{vì } \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ nên}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\frac{k}{m}A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\text{Hay } K_{\max} = U_{\max}$$

Trong hệ dao động cho trong hình 26-3 chỉ có lực đàn hồi của lò xo thực hiện công, do đó cơ năng E của hệ bằng :

$$E = K + U$$

$$= K_{\max} \sin^2(\omega t + \phi) + U_{\max} \cos^2(\omega t + \phi)$$

Vì  $K_{\max} = U_{\max}$  và  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ , ta có  $E = K_{\max} = U_{\max}$ , hay

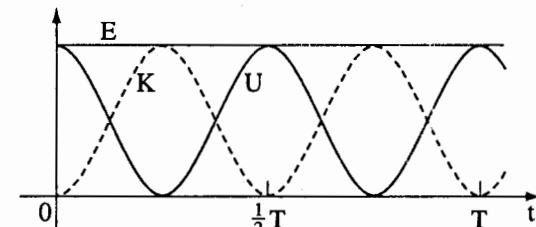
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (26-14)$$

Như vậy, cơ năng của dao động tử điều hoà là không đổi, dao động tử điều hoà là một hệ bảo toàn.

Đồ thị biểu diễn K và U theo thời gian được cho trên hình 26-4 (để đơn giản chọn  $\phi = 0$ ). Mỗi hàm đều dao động giữa không và E. Năng lượng của dao động tử biến đổi liên tục từ thế năng sang động năng, rồi lại trở về thế năng, và cứ như thế mãi.

Các phương trình (26-12) và (26-13) cho thế năng và động năng như các hàm của thời gian. Nay giờ ta sẽ xét những năng

U, K, E



**Hình 26-4.** Thế năng U và động năng K của dao động tử điều hoà biến thiên theo thời gian t ( $\phi = 0$ ). Chú ý rằng  $E = K_{\max} = U_{\max}$ .

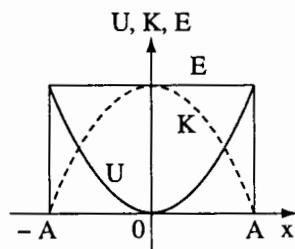
lượng đó như các hàm của li độ x. Phương trình của thế năng như hàm số của x là

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \text{ Định luật bảo toàn năng lượng}$$

sẽ được dùng để tìm K như một hàm số của li độ x :  $E = K + U = K + \frac{1}{2}kx^2$

$$\text{hay } K = E - \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2 \\ = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$$

$$x = \pm A\sqrt{2} \approx \pm 0,7A.$$



Hình 26-5 cho các đồ thị của  $U$  và  $K$  theo  $x$ . Cả hai đường cong đều là parabol có đỉnh tại  $x = 0$ . Ta hãy xác định các điểm mà hai đường cong này cắt nhau. Tại những điểm đó  $U = K$  hay  $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2$ .

Giải cho  $x$ , ta tìm được :

**Hình 26-5.** Thể năng  $U$  và động năng  $K$  của dao động tử điều hoà biến thiên theo tọa độ  $x$ .

### VÍ DỤ 26-3

**Dùng định luật bảo toàn năng lượng trong dao động điều hoà.** Giả sử hệ gồm lò xo và vật có  $k = 18\text{N/m}$  và  $m = 0,71\text{kg}$ . Hệ dao động với biên độ  $A = 54\text{mm}$ .  
 (a) Hãy xác định tần số góc của dao động. (b) Viết biểu thức vận tốc  $v$  của vật như một hàm số của  $x$ , và dùng biểu thức đó để tính  $v$  tại  $x = 34\text{mm}$ . (c) Tìm biểu thức cho khoảng cách  $|x|$  của vật tới vị trí cân bằng như một hàm số của tốc độ  $v$  và dùng biểu thức đó để tính  $|x|$  khi  $v = 0,18\text{m/s}$ .

**Giải.** (a) Tần số góc bằng :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{18\text{N/m}}{0,71\text{kg}}} = 5,0 \text{ rad/s}$$

(b) Dùng định luật bảo toàn năng lượng với  $E = \frac{1}{2}kA^2$ , ta được :

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Giải ra  $v$  ta được :

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

Ở đây ta đã sử dụng  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Tốc độ ở  $x = 34\text{mm}$  là :

$$v = (5,0 \text{ rad/s}) \sqrt{(0,054\text{m})^2 - (0,034\text{m})^2} = 0,21\text{m/s}$$

(c) Từ định luật bảo toàn năng lượng với  $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

$$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Giải cho  $|x| = \sqrt{x^2}$ , ta được :

$$|x| = \sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$$

Như vậy khi  $v = 0,18\text{m/s}$  thì :

$$|x| = \sqrt{(0,054\text{m})^2 - \left(\frac{0,18\text{m/s}}{5,0\text{rad/s}}\right)^2} = 40\text{mm}$$

### Bài tự kiểm tra 26-3

Năng lượng của dao động tử điệu hoà bằng bao nhiêu trong ví dụ trên ?

Đáp số : 26mJ.

## 26-4. CÁC VÍ DỤ VỀ DAO ĐỘNG ĐIỆU HOÀ

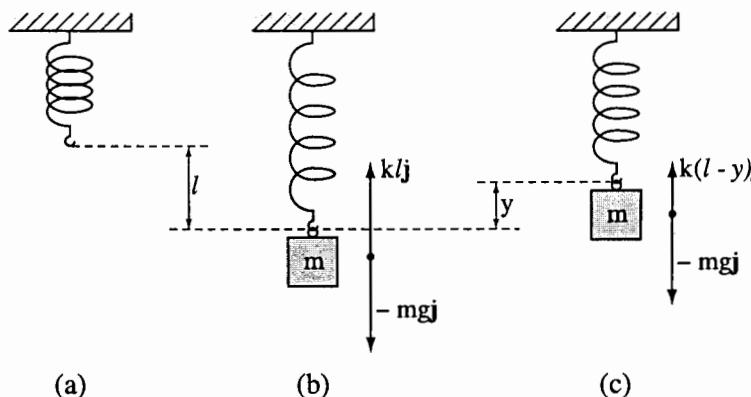
### Vật treo trên lò xo thẳng đứng

Giả sử một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng là  $k$  được treo thẳng đứng vào một giá đỡ (hình 26-6a). Ban đầu lò xo không nén cũng không dãn. Bây giờ ta gắn một vật có khối lượng  $m$  vào đầu tự do của lò xo. Vật sẽ từ từ hạ thấp xuống cho tới khi đạt trạng thái cân bằng (hình 26-6b). Trong cấu hình đó, lò xo bị dãn

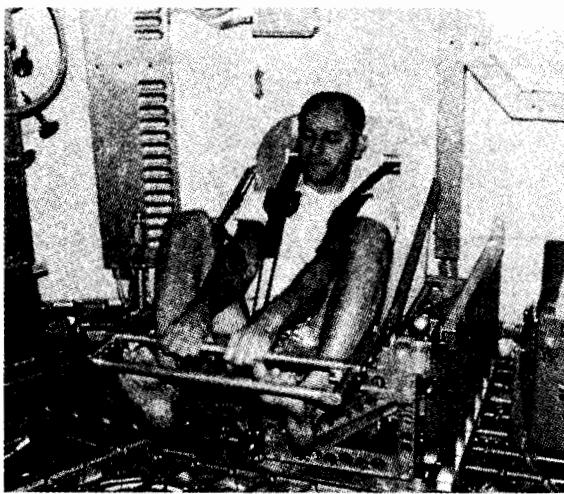
một đoạn  $l$  và tác dụng lên vật một lực hướng lên có độ lớn bằng  $kl$ . Tại vị trí đó vật ở trạng thái cân bằng, nên lực của lò xo bằng với trọng lượng của vật hướng xuống dưới và có độ lớn bằng  $mg$  :

$$kl = mg \quad (26-15)$$

Nếu một vật được đưa ra khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng, thì lực đàn hồi của lò xo không còn cân bằng với



**Hình 26-6.** (a) Một lò xo có khối lượng không đáng kể được treo thẳng đứng. (b) Vật ở vị trí cân bằng với  $j(kl - mg) = 0$ . (c) Lò xo dãn một đoạn  $l - y$  và lực tổng hợp tác dụng lên vật là  $[k(l - y) - mg]j = -kyj$  có xu hướng kéo vật về vị trí cân bằng.



Vì một nhà du hành vũ trụ trong con tàu đang quay trên quỹ đạo nên không thể cân theo cách thông thường, nên anh ta được làm thành một phần của một hệ dao động tương tự như hệ vật + lò xo. Khối lượng của nhà du hành được xác định từ phép đo chu kì dao động.

trọng lượng của vật nữa và vật sẽ có gia tốc. Ta hãy xác định gia tốc đó. Chọn gốc của trục y ở vị trí cân bằng như trong hình 26-6c. Trên hình đó cũng biểu diễn hai lực tác dụng lên vật khi nó có toạ độ là y. Chú ý rằng y cũng là độ dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng. Tuy nhiên lò xo dãn một đoạn là  $l - y$ , nên lò xo tác dụng một lực

hướng lên có độ lớn là  $k(l - y)$ . Trong khi đó trọng lượng của vật hướng xuống và có độ lớn là  $mg$ . Do đó thành phần y của lực tổng hợp tác dụng lên vật được cho bởi  $\Sigma F_y = k(l - y) - mg = ma_y$ . Áp dụng định luật hai Newton, ta được :

$$\Sigma F_y = k(l - y) - mg = ma_y$$

Kết hợp với phương trình (26-15) ta có :

$$a_y = -\frac{k}{m}y \quad (26-16)$$

Nghĩa là gia tốc của vật tỉ lệ nhưng ngược chiều với độ dịch chuyển y của nó từ vị trí cân bằng.

So sánh phương trình (26-16) với dạng chuẩn của dao động điều hoà  $a_x = -\omega^2 x$  ta thấy trừ việc dùng y thay cho x, còn các phương trình đó hoàn toàn như nhau nếu  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ . Như vậy chuyển động của vật gắn vào một lò xo thẳng đứng cũng là dao động điều hoà với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Toạ độ của vật được cho bởi :

$$y = A \cos(\omega t + \phi) \quad (\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}) \quad (26-17)$$

#### VÍ DỤ 26-4

**Dao động tử thẳng đứng.** Một đầu của lò xo khối lượng không đáng kể được gắn chặt vào một giá đỡ như được cho trên hình 26-6. Một vật nặng 5,0kg được gắn vào đầu còn tự do của lò xo và nó từ từ hạ thấp xuống tới vị trí cân bằng. Độ dãn lò xo đo được là 180mm. Sau đó vật được kéo xuống dưới thêm 75mm rồi buông ra từ trạng thái đứng yên. Hãy xác định : (a) Độ cứng của lò xo, (b) Biên độ của dao động và (c) Chu kì của dao động. (d) Xác định thế năng đàn hồi của lò xo tại thời điểm vật được buông ra.

**Giải.** (a) Từ phương trình (26-15) áp dụng cho vị trí cân bằng, ta có :

$$k = \frac{mg}{l} = \frac{(5,0\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{0,18\text{m}} = 270\text{N/m}$$

(b) Vì vật được buông ra khi ở trạng thái đứng yên tại  $y = -75\text{mm}$ , nên nó sẽ dao động giữa  $\pm 75\text{mm}$  và trong phương trình (26-17)  $A = 75\text{mm}$ .

(c) Vì  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , nên chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  bằng :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{5,0\text{kg}}{270\text{N/m}}} = 0,85\text{s}$$

(d) Thế năng đàn hồi của lò xo phụ thuộc vào độ dãn của lò xo. Ở thời điểm vật được buông ra lò xo dãn từ chiều dài tự nhiên của nó một đoạn  $180\text{mm} + 75\text{mm} = 255\text{mm}$ . Vậy thế năng đàn hồi  $U_s$  bằng :

$$U_s = \frac{1}{2}(270\text{N/m})(0,255\text{m}) = 8,8\text{J}.$$

Trong chuyển động này cơ năng bảo toàn và có sự trao đổi liên tục giữa động năng, thế năng hấp dẫn và thế năng đàn hồi của lò xo.

## Bài tự kiểm tra 26-4

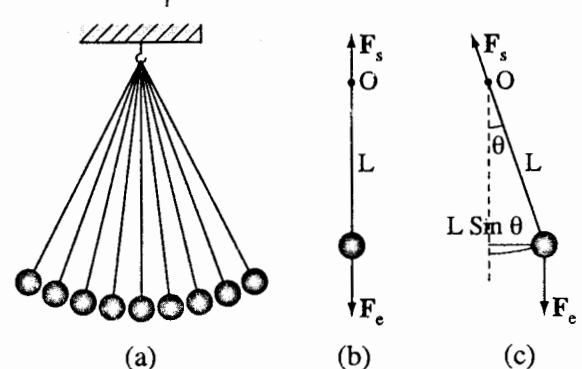
Xác định tốc độ và độ lớn gia tốc cực đại của vật trong ví dụ trên.

Đáp số :  $v_{\max} = 1,9\text{m/s}$ ;  $a_{\max} = 14\text{m/s}^2$ .

### Con lắc đơn

Chuyển động tuần hoàn của con lắc đã được sử dụng từ lâu trong đồng hồ quả lắc để điều chỉnh cơ cấu làm cho các kim chuyển động trên mặt số. Đối với những dịch chuyển nhỏ khỏi vị trí cân bằng, con lắc sẽ thực hiện dao động điều hoà. Ở đây chúng ta sẽ xét con lắc đơn, đó là con lắc có toàn bộ khối lượng tập trung vào một đầu và được treo ở đầu kia, chẳng hạn như con lắc gồm một viên bi và một sợi dây cho trong hình 26-7. Viên bi tạo thành "quả lắc" của con lắc có chiều dài  $L$ .

Hình 26-7a là bức ảnh hoạt nghiệm cho thấy các vị trí của quả lắc ở những khoảng thời gian cách đều nhau. Trong chuyển động đó có sự trao đổi năng lượng qua lại giữa động năng và thế năng. Động năng là



**Hình 26-7.** (a) Bức ảnh hoạt nghiệm cho thấy con lắc đang đưa từ phía này sang phía kia như thế nào. (b) Tổng momen lực đối với trục  $O$  bằng không khi con lắc ở vị trí cân bằng. (c) Momen của trọng lượng đối với trục  $O$  có xu hướng kéo con lắc về vị trí cân bằng. Momen của lực do giá treo tác dụng đối với trục  $O$  bằng không.

cực đại khi quả lắc ở vị trí thấp nhất còn thế năng hấp dẫn cực đại khi quả lắc ở vị trí cao nhất trong chuyển động dung đưa của nó.

Mặc dù con lắc dung đưa trong hai chiều của mặt phẳng, nhưng thực tế quả lắc chuyển động trên một cung tròn, nên ta có thể dùng một toạ độ góc và áp dụng động lực học của chuyển động quay để phân tích chuyển động của con lắc.

Hình 26-7b biểu diễn con lắc ở vị trí cân bằng. Ở đây có hai ngoại lực tác dụng : trọng lượng  $F_e$  của quả lắc và lực  $F_s$  do giá đỡ tác dụng lên đầu trên của dây. Chúng ta chọn trục O đi qua đầu trên của dây và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Ở vị trí cân bằng, momen của mỗi ngoại lực trên đối với trục O đều bằng không do đó gia tốc góc  $\alpha_z = 0$ .

Nếu con lắc dịch khỏi vị trí cân bằng như trên hình 26-7c, thì tổng momen các ngoại lực đối với trục O là momen của trọng lượng  $F_e$ . Đối với giá trị dương của góc  $\theta$  như chỉ ra trên hình, momen lực này có xu hướng làm quay theo chiều kim đồng hồ, tức là có xu hướng kéo con lắc về vị trí cân bằng. Khoảng cách vuông góc từ trục O đến đường tác dụng của  $F_e$  bằng  $L\sin\theta$ . Với trục z được chọn đi ra phía ngoài trang giấy, thì thành phần z của momen lực  $M_z = -F_e L \sin\theta = -mgL \sin\theta$ . Vì khối lượng của dây có thể bỏ qua, nên momen quán tính của con lắc đơn đối với trục O chỉ do khối lượng m cách trục một đoạn L đóng góp. Tức là  $I = mL^2$ . Bây giờ áp dụng định luật hai Newton cho chuyển động quay :  $\Sigma M_z = I\alpha_z$ , hay :

$$-mgL\sin\theta = mL^2\alpha_z$$

Giải cho thành phần gia tốc góc, ta được :

$$\alpha_z = -\frac{g}{L} \sin\theta \quad (26-18)$$

đối với chuyển động quay.

Bây giờ hãy so sánh phương trình (26-18) với phương trình (26-5) của dao động điều hoà :  $a_x = -\omega^2 x$ . Vết trái của hai phương trình là hoàn toàn tương tự nhau  $\alpha_z = \frac{d^2\theta}{dt^2}$  là thành phần gia tốc góc và  $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$  là thành phần gia tốc dài. Vết phải cũng sẽ tương ứng giống nhau nếu ta chỉ giới hạn những **dịch chuyển nhỏ** khỏi vị trí cân bằng. Khi đó  $\sin\theta \approx \theta$  với  $\theta$  được biểu thị bằng radian. Ví dụ nếu  $\theta = 0,100$  rad (hay  $5,73^\circ$ ) khi đó  $\sin\theta = 0,0998 \approx 0,100$ . Thay  $\sin\theta$  bằng  $\theta$  vào phương trình (26-18), ta được :

$$\alpha_z = -\frac{g}{L} \theta$$

Biểu thức này hoàn toàn tương tự với  $a_x = -\omega^2 x$  nếu ta thay  $\omega^2 = \frac{g}{L}$ . Vì  $\alpha_z$  tỉ lệ với  $-\theta$  đối với những dịch chuyển nhỏ khỏi vị trí cân bằng, nên con lắc sẽ thực hiện dao động điều hoà. Do đó toạ độ góc của con lắc đơn đối với những dịch chuyển nhỏ sẽ là :

$$\theta = A \cos(\omega t + \phi) \quad (\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}) \quad (26-19)$$

Vì  $\theta$  là toạ độ góc nên một số kí hiệu trong phương trình (26-19) cần phải được giải thích. Biên độ A biểu diễn toạ độ góc cực đại  $\theta_{max}$ . Tức là  $\theta$  dao động giữa  $+\theta_{max}$  (về phía phải trên hình 26-7) và  $-\theta_{max}$  (về phía trái trên hình 26-7). **Tần số** góc

của dao động là  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ , vì tần số góc là

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$  nên chu kì  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  của con lắc đơn được cho bởi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (26-20)$$

Chú ý rằng chu kì là độc lập với khối lượng của quả lắc, nó chỉ phụ thuộc vào

chiều dài của con lắc và g. Nếu chu kì của con lắc được xác định bởi các phép đo thời gian chính xác thì con lắc có thể được dùng để đo g. Các phép đo chính xác được làm với con lắc vật lí sẽ được mô tả dưới đây có thể cho phép xác định được những biến thiên địa phương của g do những biến thiên về mật độ trong lớp vỏ ngoài của Trái Đất và rất hữu dụng trong việc định vị các mỏ khoáng sản.

## VÍ DỤ 26-5

**Đo g bằng con lắc.** Một nhà thám hiểm Mặt Trăng dựng một con lắc đơn có chiều dài 860 mm và đo được chu kì dao động bé của nó là 4,6s. Hãy xác định giá trị trọng trường tại nơi dựng con lắc trên bề mặt Mặt Trăng.

**Giải.** Giải phương trình (26-20) cho g, ta được :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 (0,86m)}{(4,6s)^2} = 1,6m/s^2.$$

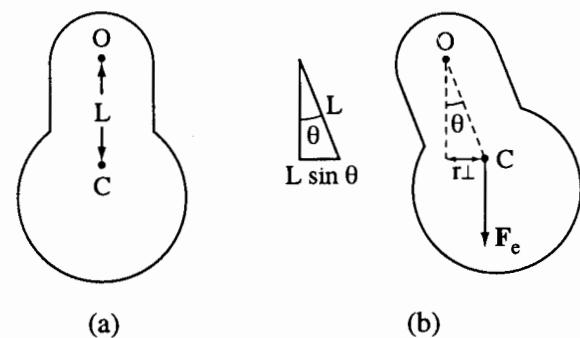
## Bài tự kiểm tra 26-5

Xác định chiều dài của con lắc đơn có chu kì 4,6s trên mặt đất.

**Đáp số :** 5,3m.

### Con lắc vật lí

Con lắc đơn có toàn bộ khối lượng tập trung ở một đầu của nó là một trường hợp đặc biệt của con lắc tổng quát hơn – đó là con lắc vật lí. **Con lắc vật lí** là một vật rắn quay quanh một trục O nằm ngang cố định như cho trên hình 26-8. Khối lượng của con lắc vật lí được phân bố dọc theo chiều dài của nó với khối tâm C cách trục quay một khoảng bằng L. Vị trí cân bằng của con lắc như được cho trên hình 26-8a với khối tâm nằm phía dưới và trên đường thẳng đứng đi qua điểm treo. Nếu con lắc được kéo ra



**Hình 26-8.** (a) Một vật rắn ở trạng thái cân bằng quay với khối tâm C nằm thẳng dưới trục quay O. (b) Thành phần của momen trọng lượng  $M_z = -r_{\perp}F_e = -(L\sin\theta)(mg)$ . Trục z đi qua O và có hướng đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ.

khỏi vị trí cân bằng (hình 26-8b), thì thành phần  $M_z$  của momen trọng lượng sẽ có xu hướng làm quay theo chiều kim đồng hồ và kéo con lắc về vị trí cân bằng.

Chuyển động của con lắc vật lí có thể phân tích theo cách hệt như với con lắc đơn, bằng cách áp dụng định luật hai Newton cho chuyển động quay. Đối với tình huống được cho trên hình 26-8b,  $L\sin\theta$  là khoảng cách vuông góc từ trục quay đến đường tác dụng của trọng lượng  $F_e$ . Thành phần momen lực  $M_z = -F_e L \sin\theta = -mgL \sin\theta$  với trục z được chọn có hướng đi ra phía ngoài mặt phẳng hình vẽ. Giả sử  $\alpha_z$  là thành phần của gia tốc góc của con lắc và I là momen quán tính của nó đối với trục O. Khi đó nếu bỏ qua momen các lực ma sát

sao cho chỉ có momen trọng lượng tác dụng, thì ta có :

$$\Sigma M_z = -mgL\sin\theta = I\alpha_z$$

Bây giờ cũng như đối với con lắc đơn, ta chỉ xét những dịch chuyển nhỏ sao cho  $\sin\theta \approx \theta$ . Khi đó :

$$\alpha_z = -\frac{mgL}{I}\theta \quad (26-21)$$

Phương trình trên lại tương tự với  $a_x = -\omega^2 x$  với  $\omega^2 = \frac{mgL}{I}$ . Do đó đối với những dịch chuyển nhỏ, con lắc vật lí thực hiện dao động điều hoà với tần số  $\omega$  được cho bởi

$$\theta = A \cos(\omega t + \phi) \quad (\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}) \quad (26-22)$$

## VÍ DỤ 26-6

**Con lắc thanh mảnh.** Một thanh mảnh mập độ đều có khối lượng m và chiều dài D quay tự do quanh một trục nằm ngang ở một đầu của nó. Xác định chu kì của con lắc đối với trường hợp dịch chuyển nhỏ quanh vị trí cân bằng.

**Giải.** Đối với những dịch chuyển nhỏ quanh vị trí cân bằng, dao động của con lắc là dao động điều hoà với tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$ . Vì L là khoảng cách từ trục quay đến khối tâm và vì thanh có mập độ đều nên  $L = \frac{1}{2}D$ . Ta cũng đã biết momen quán tính của một thanh mảnh đối với trục đi qua một đầu của nó bằng  $\frac{mD^2}{3}$ . Thay các giá trị của L và I vào biểu thức của  $\omega$ , ta được :

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}} = \sqrt{\frac{mg \cdot \frac{1}{2}D}{mD^2/3}} = \sqrt{\frac{3g}{2D}}$$

Chu kì bằng

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2D}{3g}}$$

## Bài tự kiểm tra 26-6

Chiều dài của con lắc đơn cần phải bằng bao nhiêu để có cùng chu kì với một con lắc vật lí có chiều dài D trong ví dụ trên.

$$\text{Đáp số : } \frac{2D}{3}.$$

### Đao động tử xoắn

Hai ví dụ về **đao động tử xoắn** hay **con lắc xoắn** được cho trên hình 26-9. Một sợi dây thẳng đứng được buộc vào một vật rắn chẳng hạn như một tấm tròn hoặc một thanh. Tấm trên hình 26-9a có thể quay trong một mặt phẳng nằm ngang xung quanh trục nằm dọc theo sợi dây thẳng đứng. Góc  $\theta$  cho sự định hướng của tấm đối với vị trí cân bằng. Ở vị trí cân bằng  $\theta = 0$  và sợi dây không xoắn. Khi dây xoắn một góc  $\theta$ , sợi dây sẽ tác dụng một momen lực hồi phục có xu hướng kéo tấm về vị trí cân bằng. Đối với nhiều loại dây, momen lực hồi phục tỉ lệ thuận với góc xoắn  $\theta$ . Giả sử trục z được chọn nằm dọc theo phương thẳng đứng của dây. Khi đó :

$$M_z = -k\theta \quad (26-23)$$

là thành phần momen lực, với k được gọi là **hệ số xoắn** của dây.

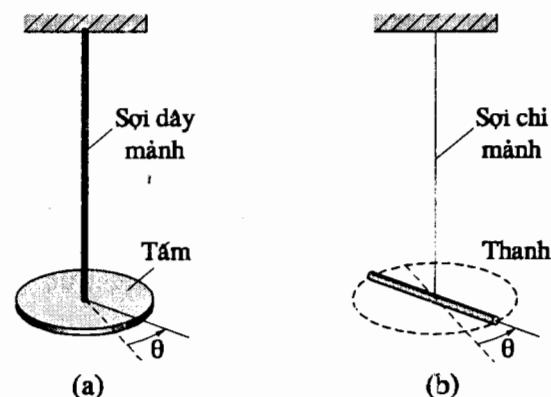
Giả sử chỉ có dây tác dụng momen lực lên tấm, tức là  $\Sigma M_z = -k\theta$ . Nếu I là momen quán tính của tấm đối với trục sợi dây, thì

phương trình của chuyển động quay là  
 $-k\theta = I\alpha_z$  hay :

$$\alpha_z = -\frac{k}{I}\theta$$

Vì cũng có dạng  $\alpha_z = -\omega^2\theta$  nên tấm thực hiện dao động điều hoà với tần số  $\omega$  và  $\omega^2 = \frac{k}{I}$  :

$$\theta = A \cos(\omega t + \phi) \quad (\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}) \quad (26-24)$$



**Hình 26-9.** Sợi dây xoắn một góc  $\theta$  tác dụng momen lực hồi phục lên (a) Một tấm nằm ngang. (b) Một thanh nằm ngang.

### VÍ DỤ 26-7

**Đao động tử xoắn.** Một sợi dây mảnh buộc vào điểm giữa của một cái bút chì. Bút chì có khối lượng 10g và dài 200mm (hình 26-9b). Hệ được đưa vào chuyển động như một dao động tử xoắn và chu kì dao động quan sát được là 4s. (a) Hãy xác định hệ số xoắn của dây. (b) Nếu biên độ dao động là 3 rad, hãy xác định độ lớn cực đại của momen lực hồi phục tác dụng lên bút chì.

**Giải.** (a) Vì  $\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$  đối với một dao động tử xoắn, ta có  $k = \omega^2 I = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$  với  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

là chu kỳ. Momen quán tính của bút chì bằng  $I = \frac{mL^2}{12}$ , do đó :

$$k = \frac{4\pi^2 mL^2}{12T^2} = \frac{m\pi^2 L^2}{3T^2} = \frac{(0,01\text{kg})\pi^2(0,2\text{m})^2}{3(4\text{s})^2} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ N.m/rad}$$

(b) Biên độ là giá trị cực đại của  $\theta = 3\text{rad}$  (Một dao động tử xoắn như vậy có thể thực hiện dao động điều hoà thậm chí nếu góc  $\theta$  không phải là nhỏ). Từ phương trình (26-23) :

$$M_{\max} = |M_z|_{\max} = k\theta_{\max} = (8 \cdot 10^{-5} \text{ N.m/rad})(3 \text{ rad}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}$$

### Bài tự kiểm tra 26-7

Xác định tốc độ góc cực đại của bút chì trong ví dụ trên, nếu biên độ cực đại  $\theta_{\max} = 3 \text{ rad}$ .

**Đáp số :** 5 rad/s.

## 26-5. DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ VÀ CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

Có một mối liên hệ gần gũi giữa *dao động điều hoà* của một vật chuyển động trên một đường thẳng, chẳng hạn như trực  $x$ , và chuyển động của một hạt với *tốc độ không đổi trên vòng tròn*. Khảo sát mối liên hệ này sẽ giúp ta hiểu rõ hơn mỗi loại chuyển động đó và thấy được một số loại chuyển động khác có quan hệ như thế nào với chuyển động điều hoà.

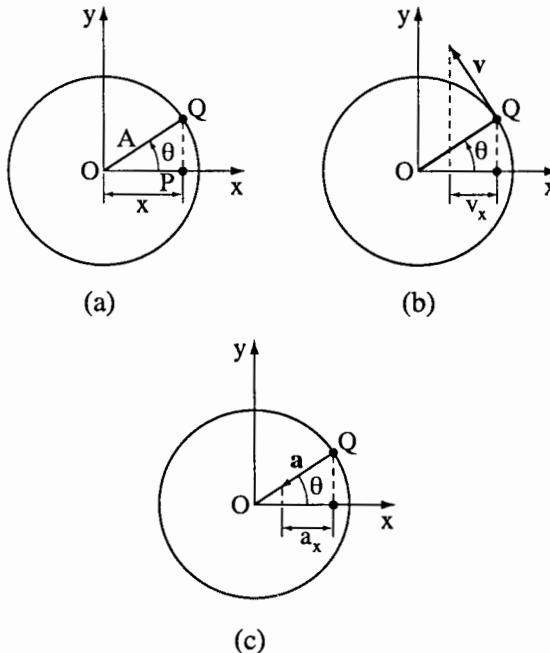
Xét một hạt hay một điểm  $Q$  chuyển động với tốc độ  $v$  không đổi trên vòng tròn bán kính  $A$  như cho trên hình 26-10a. Đường bán kính  $OQ$  kẻ từ gốc tới điểm  $Q$  tạo một góc  $\theta$  với hướng dương của trực  $x$ . Vì  $Q$  chuyển động với tốc độ không đổi, nên góc  $\theta$  biến đổi đều và  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_z$ ,

Đối với trường hợp cho trên hình,  $\omega_z$  là dương và ta có thể bỏ chỉ số  $z$  đi và dùng tốc độ góc  $\omega = \frac{v}{A}$ . Vì  $\omega$  không đổi  $\theta = \omega t + \phi$ , trong đó pha ban đầu là giá trị ban đầu của  $\theta$ .

Bây giờ có thể xác định được toạ độ  $x$  của điểm  $Q$ , cũng là toạ độ  $x$  của điểm  $P$  nằm trên trực  $x$ . Từ hình vẽ ta thấy  $x = A \cos\theta$ , hay với  $\theta = \omega t + \phi$  :

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

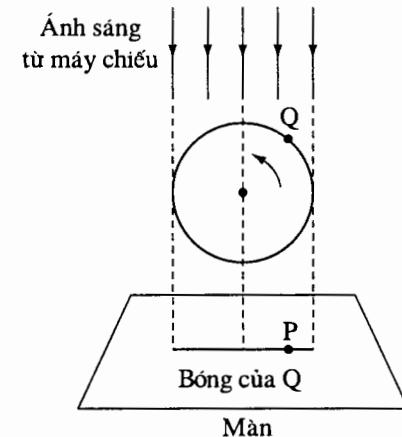
Đây chính là phương trình (26-1) cho dao động điều hoà. Như vậy, khi điểm  $Q$  chuyển động trên vòng tròn với tốc độ không đổi thì điểm  $P$  sẽ dao động điều hoà trên trực  $x$ .



**Hình 26-10.** Điểm  $Q$  chuyển động ngược chiều kim đồng hồ trên vòng tròn bán kính  $A$  với tốc độ góc  $\omega$  không đổi, sao cho  $\theta = \omega t + \phi$ . (a) Tọa độ  $x$  của điểm  $Q$  và của  $P$  là  $x = A \cos \theta = A \cos(\omega t + \phi)$ . (b) Thành phần  $x$  của vận tốc của  $Q$  và của  $P$  là  $v_x = v \cos(\theta + \pi/2) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$ . (c) Thành phần  $x$  của gia tốc của  $Q$  và của  $P$  là  $a_x = a \cos(\theta + \pi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$ .

Điểm  $P$  có thể được xem như **hình chiếu** của điểm  $Q$  trên trục  $x$ . Hình chiếu này có thể thực hiện được bằng cách dùng ánh sáng từ một đèn chiếu ở xa để quan sát trên màn bóng của điểm chuyển động trên vòng tròn. Một cách bố trí như thế được biểu diễn trên hình 26-11.

Các thành phần  $x$  của vận tốc góc và gia tốc góc của điểm  $Q$  trong chuyển động tròn đều cũng đều có thể xác định được. Vận tốc tiếp tuyến với quỹ đạo tròn (hình 26-10b). Góc giữa vận tốc và hướng dương của trục  $x$  là  $\theta + \frac{\pi}{2}$ . Vậy thành phần  $x$  của vận tốc là :



**Hình 26-11.** Ánh sáng từ đèn chiếu chiếu sáng vật  $Q$  trên đĩa quay với tốc độ góc không đổi. Bóng của  $Q$  trên màn thực hiện dao động điều hoà.

$$v_x = v \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -v \sin \theta$$

Nhưng  $v = \omega A$  và  $\theta = \omega t + \phi$  nên :

$$v_x = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

Đây chính là phương trình (26-4) đối với thành phần vận tốc của điểm  $P$  trong dao động điều hoà.

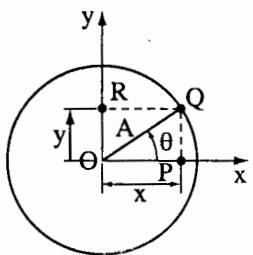
Gia tốc trong chuyển động tròn đều là gia tốc hướng tâm, nó hướng tới tâm và có độ lớn bằng  $\frac{v^2}{A} = \omega^2 A$ . Từ hình 26-10c chú ý rằng hướng của gia tốc ngược với hướng của vectơ vị trí từ  $O$  đến  $Q$ . Do đó  $a$  lập một góc  $\theta + \pi$  đối với hướng dương của trục  $x$ . Thành phần  $x$  của gia tốc là  $a_x = a \cos(\theta + \pi) = -a \cos \theta$ . Thay  $a = \omega^2 A$  và  $\theta = \omega t + \phi$ , ta được :

$$a_x = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

đây chính là phương trình (26-5) đối với thành phần gia tốc của điểm  $P$  trong dao động điều hoà.

Thông qua toạ độ, vận tốc và gia tốc ta thấy rằng thành phần x của chuyển động của hạt trên vòng tròn bán kính A với tốc độ góc  $\omega$  không đổi tương đương với dao động điều hoà của một hạt với biên độ A, tần số góc  $\omega$ . Các kết luận tương tự cũng đúng với thành phần y của chuyển động. Ví dụ toạ độ y của điểm Q trong hình 26-12 là :

$$y = A \sin(\omega t + \phi)$$



**Hình 26-12.** P là hình chiếu của Q trên trục x và R là hình chiếu của Q trên trục y.

đây cũng là toạ độ y của điểm R – hình chiếu của Q trên trục y. Chuyển động của R trên trục y cũng là dao động điều hoà với biên độ A và tần số góc  $\omega$ . Ta thấy các thành phần x và y của chuyển động lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ .

Chúng ta đã thấy rằng dao động điều hoà tương đương với hình chiếu của một chuyển

động tròn đều trên trục x hoặc trên trục y hoặc trên một đường kính bất kì của vòng tròn. Chúng ta cũng có thể đảo lại sự tương đương đó. Nghĩa là một chuyển động tròn đều tương đương với tổng hợp hai dao động điều hoà đọc theo hai đường kính vuông góc với nhau (chẳng hạn theo trục x và trục y). Hai dao động điều hoà này cần có cùng biên độ, cùng tần số góc và lệch

pha  $\frac{\pi}{2}$ . Tức là hạt chuyển động trên vòng tròn bán kính A với tốc độ góc  $\omega$  không đổi có toạ độ được cho bởi :

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\text{và } y = A \sin(\omega t + \phi) \quad (26-25)$$

Các chuyển động phức tạp hơn cũng có thể tổ hợp từ các dao động điều hoà. Những hình hai chiều lí thú – được gọi là các *hình Lissajous* – có thể được tạo thành bằng cách tổ hợp các chuyển động có dạng trong phương trình (26-25).

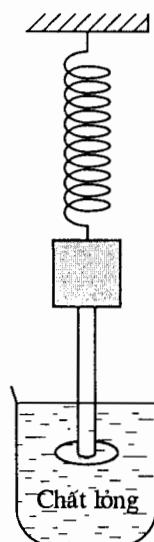
Các dao động phức tạp của nguyên tử trong tinh thể cũng có thể được biểu diễn như tổng hợp các dao động điều hoà. Trong mô hình đơn giản nhất, một nguyên tử chuyển động với ba dao động điều hoà đọc theo ba hướng từng đôi một vuông góc với nhau.

## 26-6. DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ TẮT DẦN

Trong thảo luận của chúng ta về dao động, các hiệu ứng gây hao tán năng lượng như do các lực ma sát, đều đã được bỏ qua. Thực tế các hiệu ứng này gần như luôn luôn hiện diện và chúng thường không thể bỏ qua được. Giả sử rằng một con lắc đang chuyển động. Mặc dù nó có

thể dao động qua nhiều chu kỳ trước khi có sự giảm rõ rệt trong biên độ của nó, nhưng chuyển động kết cục vẫn dừng lại hay sẽ "tắt" nếu cơ năng bị hao tán do ma sát không được bù đắp lại.

Xét một vật nối với một lò xo và dao động theo phương thẳng đứng quanh vị trí cân



**Hình 26-13.** Cánh tạo tắt dần được gắn vào vật dao động. Chất lỏng tác dụng lên cánh chuyển động một lực gây tắt dần.

bằng tại  $y = 0$ . Như ta đã thấy từ mục 26-4, thành phần lực tổng hợp  $\Sigma F_y = -ky$ , và chuyển động là dao động điều hoà nếu bỏ qua các hiệu ứng hao tán năng lượng. Ta có thể nghiên cứu các hiệu ứng hao tán bằng cách thêm vào một cơ cấu gây tắt dần như được cho trong hình 26-13. Một cánh – là một phần của vật dao động – nằm trong chất lỏng và bị chất lỏng tác dụng một lực cản hay lực gây tắt dần. Lực này sẽ tác dụng ngược chiều với vận tốc của vật. Bằng cách thay đổi hình dạng của cánh và dùng các chất lỏng khác nhau có thể làm cho lực gây tắt dần lớn hoặc nhỏ.

Một mô hình đơn giản cho lực gây tắt dần là lực tỉ lệ với vận tốc của vật nhưng ngược chiều :  $F_D = -bv$ , ở đây  $b$  là hằng số phụ thuộc bản chất của chất lỏng và hình dạng của cánh. Vì lực này ngược chiều với vận tốc, nên nó sinh công âm đối với mọi dịch chuyển của vật. Nghĩa là lực này làm cho cơ năng của dao động tử giảm dần.

Đưa lực này vào định luật hai Newton, ta có :

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= -ky - bv_y = ma_y \\ \text{hay } a_y &= -\frac{k}{m}y - \frac{b}{m}v_y \end{aligned} \quad (26-26)$$

Đây là phương trình chuyển động của **dao động tử điều hoà tắt dần**. Việc tìm nghiệm của phương trình đó liên quan tới các kỹ thuật toán học vượt ra ngoài phạm vi của giáo trình này. Chúng ta có thể đưa ra nghiệm đối với trường hợp tắt dần tương đối nhỏ.

$$y = e^{-\gamma t} \cdot A \cos(\omega_D t + \phi) \quad (26-27)$$

$$\text{ở đây } \gamma = \frac{b}{2m} \text{ và } \omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}.$$

Nghiệm này dùng được đối với  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$ .

Trừ nhân tử  $e^{-\gamma t}$ , nghiệm là dao động điều hoà với tần số góc  $\omega_D$  nhỏ hơn tần số góc

$$\text{"bình thường"} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{tần số góc khi}$$

không có tắt dần (nếu  $b = 0$ ). Nhân tử  $e^{-\gamma t}$  giảm liên tục và tiến dần tới không khi  $t$  tăng. Kết quả dao động có biên độ giảm liên tục. Đại lượng  $a(t) = Ae^{-\gamma t}$  gọi là biên độ dao động ở thời điểm  $t$ . Dao động này được gọi là **tắt dần yếu**.

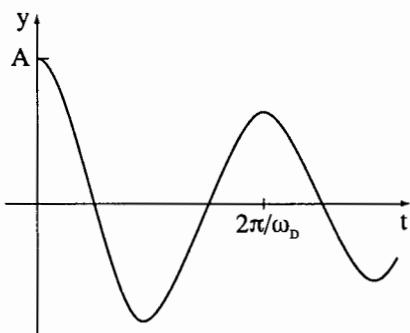
Để đặc trưng cho mức độ tắt dần yếu của dao động, người ta đưa vào một đại lượng gọi là **giảm lượng lôga**, nó có trị số bằng lôga tự nhiên của tỉ số giữa hai biên độ dao động liên tiếp cách nhau một chu kì dao động :

$$\delta = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)}$$

Thay giá trị của biên độ dao động, ta có :

$$\delta = \ln \frac{Ae^{-\gamma t}}{Ae^{-\gamma(t+T)}} = \gamma T$$

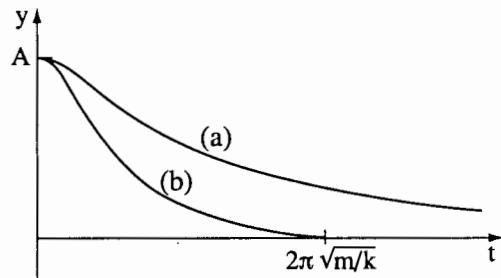
Một ví dụ được minh họa bằng đồ thị trên hình 26-14 đối với trường hợp  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 0,0050k/m$ , tức là  $\gamma = 0,071\omega_D$ .



**Hình 26-14.** Nghiệm mô tả dao động tử tắt dần yếu với  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 0,0050k/m$ , tức là  $\gamma = 0,071\omega_D$ . Dao động tử được buông từ trạng thái đứng yên ở  $t = 0$  với  $y_0 = A$ .

Nghiệm của phương trình (26-26) sẽ khác về bản chất đối với trường hợp lực gây tắt dần lớn. Nếu  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$  thì lực này sẽ thực sự ngăn cản dao động và chuyển động lúc này được gọi là **quá tắt dần**. Như được chỉ rõ trên hình 26-15 dao động

tử quá tắt dần ban đầu được dịch khỏi vị trí cân bằng sẽ chậm chạp tiến gần về vị trí cân bằng và không thể di quá vị trí đó. Dạng của nghiệm quá tắt dần sẽ được xét trong bài tập 32.



**Hình 26-15.** Dao động tử được buông từ trạng thái đứng yên với  $y = A$  ở  $t = 0$ . Có hai trường hợp trên hình : (a) dao động quá tắt dần với  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 6 k/m$  và (b) dao động tử tắt dần tới hạn với  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$ .

Nếu  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$ , thì chuyển động được gọi là **tắt dần tới hạn**. Như đã được gợi ý trong hình 26-15, dao động tử tắt dần tới hạn không dao động mà tiến dần tới vị trí cân bằng nhanh hơn dao động tử quá tắt dần. Dạng của nghiệm tắt dần tới hạn được xét trong bài tập 33.

## VÍ DỤ 26-8

**Đao động tử tắt dần yếu.** Với dao động tử tắt dần yếu cho trên hình 26-14, hãy xác định tỉ số các toạ độ ở  $t = T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$  và ở  $t = 0$ .

**Giải.** Nghiệm tắt dần yếu được cho bởi phương trình (26-27) và chuyển động trong hình 26-14 tương ứng với  $\gamma = 0,071\omega_D$ . Phần  $A \cos(\omega_D t + \phi)$  có giá trị như nhau tại  $t = 0$  và  $t = T_D$  vì  $\cos(\omega_D T_D + \phi) = \cos(2\pi + \phi) = \cos\phi$ . Do đó tỉ số của các toạ độ ở các thời điểm đó được cho bởi tỉ số của các phần e-mũ :

$$\frac{e^{-\gamma T_D}}{e^{-\gamma \cdot 0}} = \frac{e^{-\gamma 2\pi/\omega_D}}{1} = e^{-2\pi(0.071)} = 0,64$$

## Bài tự kiểm tra 26-8

Đối với dao động tử trong ví dụ trên, hãy xác định tỉ số các toạ độ ở  $t = 2T_D$  và toạ độ ở  $t = 0$ .

Đáp số : 0,41.

## 26-7. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC VÀ CỘNG HƯỚNG

Dao động tử tắt dần cuối cùng sẽ trở về trạng thái đứng yên nếu cơ năng của nó bị tiêu hao hết và không được cung cấp bởi một lực dẫn động. Ví dụ, một đứa bé ngồi trên chiếc đu có thể dung đưa hàng giờ nếu ta thỉnh thoảng lại đẩy cái đu một cái theo hướng vận tốc. Đa số dao động trong các máy móc và trong các mạch điện đều là các **dao động cường bức**, tức là các dao động được tạo ra và duy trì bởi một ngoại lực hoặc tác động bên ngoài.

Lực dẫn động đơn giản nhất là lực biến thiên tuần hoàn theo quy luật hàm sin hay cosin. Giả sử có một ngoại lực  $F_E$  như vậy tác dụng vào một dao động tử chuyển động dọc theo trục x, chẳng hạn như một vật gắn với một lò xo. Ta viết thành phần x của ngoại lực như sau :

$$F_{Ex} = F_0 \cos \omega_E t \quad (26-28)$$

ở đây  $F_0$  là độ lớn cực đại của ngoại lực và thành phần x của ngoại lực biến thiên tuần hoàn với vận tốc góc là  $\omega_E$ . Tần số của ngoại lực nói chung là khác với tần số góc tự nhiên  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  của dao động tử, tức là tần số góc của nó khi không có lực gây tắt dần cũng như lực cường bức.

Nếu đưa cả thành phần lực trong phương trình (26-28) vào định luật hai Newton đối với một dao động tử điều hoà tắt dần, ta có :

$$\Sigma F_x = F_0 \cos \omega_E t - kx - bv_x = ma_x$$

Tức là có ba lực tác dụng : ngoại lực, lực hồi phục và lực gây tắt dần. Chia hai vế của phương trình trên cho m, ta được phương trình chuyển động :

$$a_x = -\omega^2 x - 2\gamma v_x + \left( \frac{F_0}{m} \right) \cos(\omega_E t) \quad (26-29)$$

ở đây  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ,  $\gamma = \frac{b}{2m}$  như trước.

Kỹ thuật để giải phương trình (26-29) vượt ra ngoài phạm vi của giáo trình này, nhưng ta sẽ mô tả ở đây một số đặc tính của nghiệm. Nghiệm tổng quát của phương trình (26-29) là một tổng có hai số hạng. Một trong số hạng đó được gọi là **nghiệm quá độ** (hay chuyển tiếp) – đây chính là nghiệm của dao động tử điều hoà tắt dần đã được xét ở mục trước. Nghiệm này thuộc vào các điều kiện ban đầu nhưng cuối cùng sẽ tắt, còn lại là số hạng thứ hai, nó được gọi là **nghiệm ổn định**. Đó là nghiệm do có ngoại lực và sẽ còn lại mãi sau khi nghiệm quá độ tắt hẳn. Chúng ta giả sử rằng chuyển động bắt đầu từ rất

xa trong quá khứ sao cho đối với  $t \geq 0$  chỉ còn lại nghiệm ổn định.

Nghiệm ổn định cũng biến thiên diều hoà với cùng tần số như ngoại lực. Nó có biên độ ổn định hay cố định  $A_0$  và có hiệu pha xác định đối với ngoại lực. Nghiệm này có dạng :

$$x = A_0 \cos(\omega_E t - \phi_E) \quad (26-30)$$

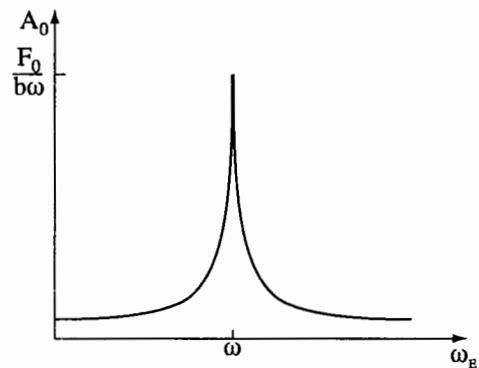
với  $A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_E^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_E^2}}$

và  $\operatorname{tg} \phi_E = \frac{2\gamma \omega_E}{\omega^2 - \omega_E^2}$

Biên độ  $A_0$  của dao động cưỡng bức tỉ lệ với biên độ của lực cưỡng bức  $F_0$ .

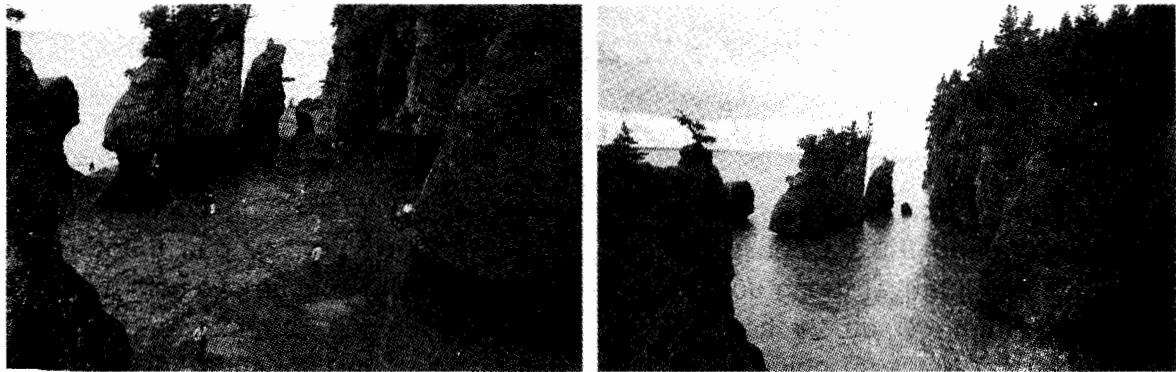
Biên độ  $A_0$  cũng phụ thuộc tần số  $\omega_E$  của lực cưỡng bức. Nghĩa là, dao động tử sẽ "phản ứng" khác nhau đối với các lực cưỡng bức có cùng độ lớn nhưng có tần số khác nhau. Để hiểu phản ứng này, bạn hãy xem tần số tự nhiên  $\omega$  cố định và tần số lực cưỡng bức  $\omega_E$  biến thiên. Đối với mỗi giá trị của  $\omega_E$  bạn sẽ nhận được một giá trị của biên độ  $A_0$ . Sự phụ thuộc này được biểu diễn trên hình 26-16 đối với dao động tử có hệ số tắt dần nhỏ. Chú ý rằng biên độ của dao động sẽ là nhỏ nếu  $\omega_E$  hoặc rất lớn hoặc rất nhỏ hơn  $\omega$ . Biên độ  $A_0$  sẽ lớn nhất khi  $\omega_E \approx \omega$ . Trong trường hợp đó lực cưỡng bức gần như cùng pha với vận tốc sao cho công thực hiện bởi lực đó là dương trong phần lớn chu kỳ. Như vậy dao động tử sẽ nhận được nhiều năng lượng hơn từ lực cưỡng bức và có biên độ lớn.

Sự tăng mạnh biên độ dao động khi  $\omega_E \approx \omega$  được gọi là **sự cộng hưởng**. Cộng hưởng



**Hình 26-16.** Biên độ  $A_0$  của dao động tử như một hàm của  $\omega_E$  trong trường hợp hệ số tắt dần nhỏ :  $\left(\frac{b}{2m}\right)^2 = 0,005 \omega^2$ . Đỉnh cộng hưởng tương ứng với  $A_0 = \frac{F_0}{b\omega}$  tại  $\omega_E \approx \omega$ .

cũng có thể xảy ra khi một hệ dao động bất kì được dẫn động bởi một hệ dao động khác hoặc liên kết với một hệ dao động khác, nếu các tần số của hai hệ gần nhau. Thực tế, sự liên kết giữa các hệ được tăng cường nếu tần số của chúng bằng nhau. Tuỳ vào hoàn cảnh mà cộng hưởng là, một hiện tượng đáng mong muốn hay không mong muốn. Ví dụ, dạng đặc trưng của cây đàn ghita cho phép có sự liên kết cộng hưởng giữa dây đàn rung và không khí rung trong hộp đàn. Radio hay máy thu hình đều được điều chỉnh để có sự cộng hưởng với tần số của tín hiệu đến máy thu. Trái lại những dao động không mong muốn trong một hệ cơ học có thể xảy ra với biên độ lớn nếu hệ ở trạng thái cộng hưởng. Một xe ôtô có tần số đặc trưng phụ thuộc vào khối lượng của nó và độ cứng của các lò xo giảm xóc. Giả sử rằng xe có một bánh "mất thăng bằng". Ở một tốc độ đặc biệt nào đó, bánh xe có thể làm cho xe rung mạnh ở cộng hưởng của nó, khiến cho hành khách tha hồ mà bị xóc.



*Thuỷ triều thấp và cao ở Vịnh Fundy. Thuỷ triều lớn khác thường như vậy xảy ra ở nhiều vũng và vịnh trên khắp thế giới. Kích cỡ lớn của thuỷ triều như thế có thể giải thích nhờ hiện tượng cộng hưởng. Chu kỳ dao động tự nhiên của nước vào và ra vịnh rất gần với tần số của thuỷ triều.*

### VÍ DỤ 26-9

**Biên độ cộng hưởng.** Hãy chứng tỏ, như chỉ ra trong hình 26-16 rằng biên độ dao động ứng với cộng hưởng tại  $\omega_E = \omega$  được cho bởi  $A_0 = \frac{F_0}{b\omega}$ .

**Giải.** Sự phụ thuộc tần số của biên độ  $A_0$  được cho bởi biểu thức ngay sau phương trình (26-30) :

$$A_0 = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_E^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega_E^2}}$$

Tại  $\omega_E = \omega$ , mẫu số trở thành :  $\sqrt{(0)^2 + 4\gamma^2\omega^2} = 2\gamma\omega$

Vậy 
$$A_0 = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\gamma\omega} = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{b}{m}\omega} = \frac{F_0}{b\omega}$$

Chú ý rằng giá trị nhỏ hơn của  $b$  tương ứng với sự tắt dần yếu hơn sẽ làm cho giá trị của biên độ  $A_0$  ở cộng hưởng lớn hơn.

### Bài tự kiểm tra 26-9

Giả sử dao động tử ở ví dụ trên có  $m = 0,050\text{kg}$ ,  $\omega = 25\text{rad/s}$  và  $\gamma = 1,8\text{s}^{-1}$ . Cho lực cưỡng bức có  $F_0 = 1,0\text{N}$ . Tính biên độ của dao động tử tại (a) cộng hưởng và (b)  $\omega_E = 50\text{ rad/s}$ .

**Đáp số :** (a)  $0,22\text{m}$ . (b)  $0,011\text{m}$ .

## Bài đọc thêm

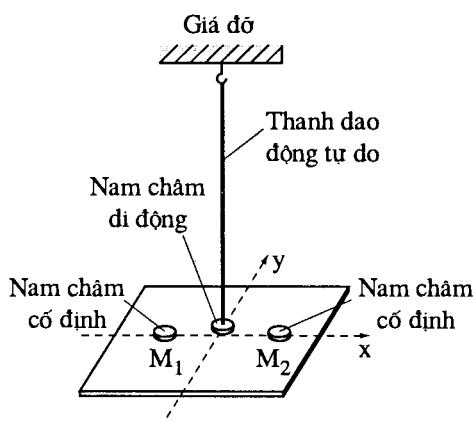
# HỖN ĐỘN (CHAOS)

Hỗn độn đã được một số người gọi là cuộc cách mạng thứ ba của vật lí học thế kỉ XX sau lí thuyết tương đối và vật lí lượng tử. Những ví dụ về hỗn độn đã được quan sát trong rất nhiều hệ và tình huống. Vậy hỗn độn là gì và những hệ quả của nó là gì ?

### Một ví dụ về hỗn độn

Hình 26-17 biểu diễn một hệ có thể minh họa cho hỗn độn. Một thanh mảnh có gắn nam châm hình một đệm cao su ở đầu dưới của nó, cả thanh và nam châm

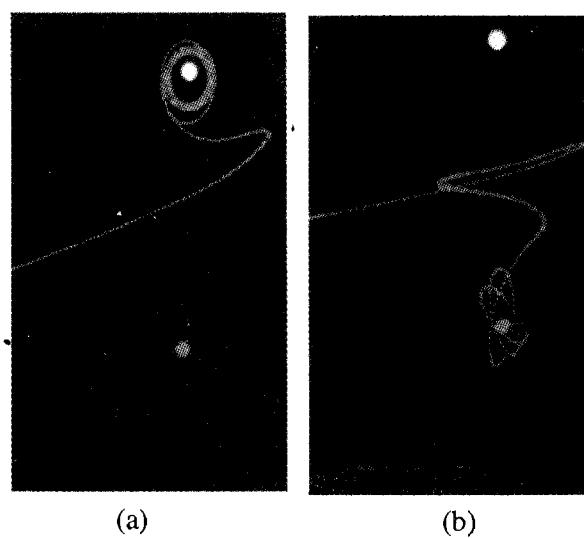
buông ra. Chuyển động có thể diễn ra khá phức tạp vì lực từ phụ thuộc mạnh vào vị trí tương đối của các nam châm. Vì có những lực gây tắt dần, nên hệ sẽ mất dần cơ năng và cuối cùng sẽ kết thúc ở một trong hai cấu hình cân bằng. Một quỹ đạo khả dĩ của đầu con lắc được phác họa trên hình 26-18a. Trong trường hợp đó, nó kết thúc ở gần nam châm  $M_1$ . Nếu con lắc xuất phát ở một vị trí khác, nó có thể sẽ kết thúc ở gần nam châm  $M_2$  như chỉ ra trên hình 26-18b.



**Hình 26-17.** Một nam châm được gắn vào đầu một thanh đung đưa bị hút bởi hai nam châm cố định.

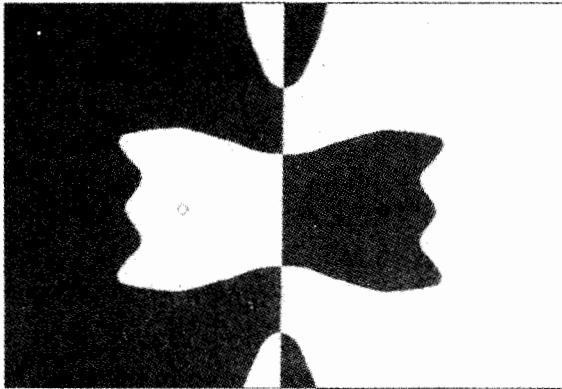
của nó có thể đung đưa như một con lắc. Hai nam châm khác đặt cố định trên mặt phẳng nằm ngang ở gần ngay dưới nam châm đung đưa. Hai nam châm này được bố trí sao cho chúng đều có tác dụng hút nam châm gắn ở đầu thanh và chỉ có hai cấu hình cân bằng bền cho hệ đó : đó là vị trí ở ngay trên mỗi nam châm cố định.

Giả sử con lắc được đưa vào chuyển động bằng cách đẩy nó sang một bên rồi



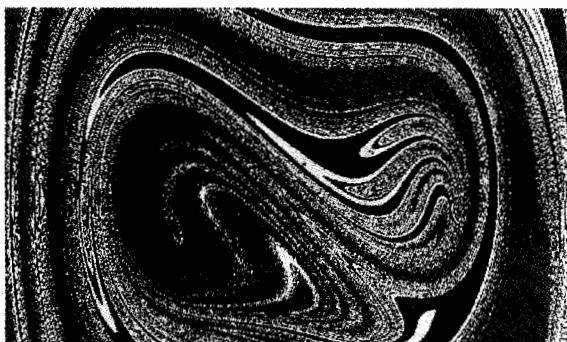
**Hình 26-18.** (a) Khi được thả ra từ trạng thái đứng yên từ một vị trí, đầu con lắc cuối cùng sẽ an bài trên nam châm  $M_1$ . (b) Khi được thả ra từ trạng thái đứng yên ở một điểm lân cận, đầu con lắc sẽ an bài trên nam châm  $M_2$ .

Hình 26-19 biểu diễn một cách khái lược một vùng của mặt phẳng được chia thành các phần như thế nào. Các phần trắng biểu diễn tập hợp các điểm ban đầu mà từ đó buông con lắc ra, nó sẽ kết



**Hình 26-19.** Các vùng màu trắng tương ứng với các điểm từ đó ta buông con lắc ra, sao cho đầu của nó cuối cùng sẽ an bài trên nam châm  $M_1$ . Các vùng màu đen tương ứng với các điểm tương tự nhưng để cho đầu con lắc sẽ an bài trên nam châm  $M_2$ .

thúc trên nam châm  $M_1$ . Các phần màu đen biểu diễn tập hợp các điểm ban đầu mà từ đó buông con lắc ra, nó sẽ kết thúc ở trên nam châm  $M_2$ . Nghĩa là mỗi màu biểu diễn một "lưu vực hút" cho mỗi nam châm. Mặc dù ranh giới giữa các phần màu đen và màu trắng trông như trơn và rách ròi, nhưng nếu nhìn trên hình được phóng đại ta sẽ thấy một cấu trúc được gọi là **fractal**, có nghĩa là cực kì phức tạp. Hình 26-20 cho ta một ví dụ về



**Hình 26-20.** Một hệ dao động khác có ba "lưu vực" hút. Trên hình biểu diễn vùng có cấu trúc fractal.

một cấu trúc fractal khác. Nó minh họa cho một hệ dao động có tới ba "lưu vực hút". Phóng đại vùng này sẽ cho thấy một cấu trúc tương tự như sự trộn một cách độc đáo các màu xoắn xuýt với nhau. Tính "tự - tương tự" là một nét đặc trưng của fractal. Độ phức tạp như thế được thể hiện ở tất cả các cấp độ phóng đại.

Bây giờ chúng ta sẽ xem xét bản chất hỗn độn của hệ con lắc từ. Một sự thay đổi dù là nhỏ nhất đối với điểm ban đầu cũng có thể dẫn tới một trạng thái kết cục rất khác, với đầu con lắc hoặc ở trên nam châm  $M_1$  hoặc ở trên nam châm  $M_2$ . Hệ cơ học vẫn còn mang tính tất định, thể hiện ở chỗ chuyển động của nó về nguyên tắc vẫn có thể xác định được khi biết vị trí ban đầu. Tuy nhiên trên thực tế, ta không thể xác định được vị trí ban đầu với độ chính xác tuyệt đối – hay nói một cách khác, ta không thể tiên đoán được nam châm nào cuối cùng sẽ bắt được đầu của con lắc.

### **Hỗn độn và tính phi tuyến**

Các dao động tử mà ta đã xét trong những mục trước của chương này – các dao động điều hoà, tắt dần và cưỡng bức – tất cả đều là các **dao động tử tuyến tính**. Điều này có nghĩa là phương trình chuyển động đối với các dao động tử này chỉ chứa toạ độ  $x$ , vận tốc  $v_x$  và gia tốc  $a_x$  với luỹ thừa bậc nhất, ví dụ xem phương trình (26-29). Các dao động tử tuyến tính cũng như các hệ tuyến tính nói chung đều không bộc lộ sự hỗn độn. Một hệ thể hiện sự hỗn độn phải là một hệ **phi tuyến**. Một ví dụ về dao động tử phi tuyến là con lắc cũng dao động cưỡng bức và tắt dần nhưng phương trình chuyển động của nó là :

$$I\alpha_z = -b\omega_z - mgL\sin\theta + M_0 \cos\Omega t$$

Ở đây số hạng có chứa  $\sin\theta$  là số hạng phi tuyến. Đối với những dao động **nhỏ**,  $\sin\theta \approx \theta$  và phương trình chuyển động lúc đó có thể xem gần đúng là tuyến tính.

Phép gần đúng tiếp theo lấy  $\sin\theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{6}$

và đây rõ ràng là phi tuyến. Trong phương trình chuyển động nói trên,  $I$  là momen quán tính của con lắc có khối lượng  $m$  với khối tâm cách trục quay một khoảng  $L$ ;  $b$  là hằng số tắt dần và  $M_0$  là độ lớn cực đại của momen ngoại lực biến thiên điều hoà với tần số góc  $\Omega$ . Với một tổ hợp nào đó của  $b$ ,  $M_0$  và  $\Omega$ , con lắc sẽ chuyển động hỗn độn, tức là chuyển động về cơ bản là không thể tiên đoán được.

Đa số các hệ trong thế giới thực đều là phi tuyến và trong những hoàn cảnh thích

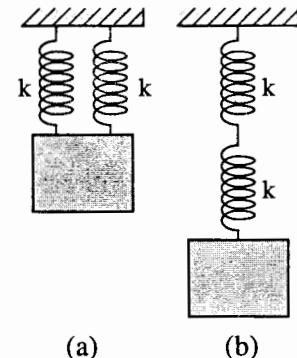
hợp chúng sẽ bộc lộ tính hỗn độn. Những ví dụ có thể tìm thấy trong các dao động cơ học, dao động điện, dòng chảy của các chất lỏng và động học dân số... Những ví dụ phức tạp khác như bầu khí quyển của Trái Đất và tương tác của nó với mặt đất và Mặt Trời cũng là phi tuyến. Nếu hệ này – hệ khí quyển của Trái Đất và các tương tác của nó – ở chế độ hỗn độn, thì những hậu quả của nó thật là khủng khiếp : một thăng giáng nhỏ, chẳng hạn như sự rơi của một chiếc lá, có thể kết cục sẽ dẫn đến một trận bão tố mà lẽ ra không đáng có, nếu chiếc lá không rơi. Dự báo thời tiết dài hạn một cách chính xác là một điều không thể cũng như không thể có sự tiên đoán đáng tin cậy những hiệu ứng do tương tác của chúng ta với môi trường.

## ?

### CÂU HỎI

- 1** Khoảng cách mà một vật dao động điều hoà với biên độ A đi được sau một chu kì bằng bao nhiêu ?
- 2** Giả sử tần số góc của một dao động tử điều hoà tăng gấp đôi. Khi đó các đại lượng sau sẽ thay đổi với hệ số bằng bao nhiêu : (a) Tần số  $v$  ? (b) Chu kì  $T$  ? (c) Biên độ A ? (d) Pha ban đầu  $\phi$  ?
- 3** Giả sử biên độ của một dao động tử điều hoà tăng gấp đôi. Hỏi các đại lượng sau sẽ thay đổi với hệ số bằng bao nhiêu : (a) Tần số góc  $\omega$  ? (b) Tần số  $v$  ? (c) Chu kì  $T$  ? (d) Vận tốc cực đại  $v_{max}$ ? (e) Độ lớn cực đại của gia tốc  $a_{max}$ ? (f) Cơ năng E ?
- 4** Trong dao động điều hoà độ dịch chuyển và vận tốc có luôn luôn cùng hướng không ? Cũng hỏi như thế với vận tốc và gia tốc ? Với độ dịch chuyển và gia tốc ?
- 5** Một nhà du hành vũ trụ sẽ ở trên quỹ đạo quay quanh Trái Đất một vài tháng. Hãy xây dựng một quy trình để theo dõi khối lượng của người đó.
- 6** Liệu bạn có thể tìm được biên độ và pha ban đầu đối với một dao động tử điều hoà nếu chỉ biết toạ độ ban đầu mà không biết vận tốc ban đầu không ? Hoặc nếu chỉ biết vận tốc ban đầu mà không biết toạ độ ban đầu không ? Giải thích.

- 7 Một vật có khối lượng  $m$  treo trên hai lò xo có khối lượng không đáng kể theo hai cách khác nhau (hình 26-21). Hai lò xo có cùng độ cứng  $k$  và cùng chiều dài tự nhiên. Xác định tần số góc của dao động khi hai lò xo mắc song song như trong hình 26-21a và mắc nối tiếp như trong hình 26-21b.



- 8 Một dao động tử điêu hoà loại vật + lò xo có  $E = 4J$ , khi  $x = A$ . Tại  $x = A$  hãy xác định : (a)  $U$  và (b)  $K$ . Tại  $x = 0$ , hãy xác định : (c)  $E$ , (d)  $U$ , (e)  $K$ . Tại  $x = -A$ , hãy xác định : (f)  $E$ , (g)  $U$ , (h)  $K$ .

Hình 26-21

- 9 Hai chiều dài thường gấp của con lắc trong đồng hồ quả lắc là 1m và  $\frac{1}{4}$  m.

Mỗi chiều dài ấy có ưu điểm gì ?

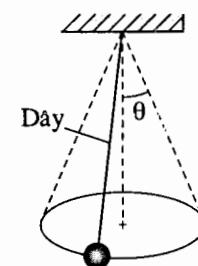
- 10 Liệu chu kì của con lắc đồng hồ ở xích đạo có bằng chu kì ở các cực không ? Bạn có thể nói gì về điều đó đối với đồng hồ lên dây dùng con lắc xoắn ? Giải thích.

- 11 Một đứa bé chơi đu, cho đu bay rất cao tới mức dây đu gần như nằm ngang. Nếu đứa bé ngừng nhún để cho biên độ dao động của đu tắt dần, hỏi chu kì đung đưa của đu thay đổi như thế nào ?

- 12 Tại sao những người lính lại ngừng đi đều bước khi hành quân qua cầu. Đôi khi người ta nói rằng một con mèo có thể làm sập cả một cây cầu. Liệu điều đó có thể không ? Giải thích.

- 13 Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời theo một quỹ đạo gần tròn. Chuyển động đó có được tạo bởi hai dao động điều hoà không ? Nếu có, thì tần số góc của hai dao động đó bằng bao nhiêu ?

- 14 Hình 26-22 biểu diễn một con lắc hình nón đung đưa theo một vòng tròn nằm ngang, chẳng hạn trong mặt phẳng xy. Hãy xác định chu kì và biên độ của chuyển động theo phương x và phương y. Con lắc này còn có thể vạch nên những hình nào khác nữa ? Bạn hãy thử xem.



Hình 26-22

## ĐÀI TẬP

### Mục 26-1. Động học của dao động điều hoà

- 1 Tần số góc của một vật chuyển động điều hoà là 5,8 rad/s. Tính chu kì và tần số của chuyển động đó.

- 2 Một vật chuyển động điều hoà với  $A = 63\text{mm}$ ,  $\omega = 4,1\text{rad/s}$  và  $\phi = 0$ .  
 (a) Viết biểu thức của  $x$ ,  $v_x$ ,  $a_x$ . (b) Xác định  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  ở  $t = 1,7\text{s}$ .
- 3 Toạ độ của một vật được cho bởi  $x = 0,057\text{m} \cdot \cos[(3,9 \text{ rad/s})t]$ . (a) Xác định  $A$ ,  $\omega$ ,  $v$ ,  $T$  và  $\phi$ . (b) Viết biểu thức của  $v_x$  và  $a_x$ . (c) Xác định  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  ở  $t = 2,3 \text{ s}$ .
- 4 Thành phần vận tốc của một vật được cho bởi  $v_x = 1,8\text{m/s} \cdot \sin[(7,1 \text{ rad/s})t]$ .  
 (a) Xác định  $A$ ,  $\omega$ ,  $v$ ,  $T$  và  $\phi$ . (b) Viết biểu thức của  $x$  và  $a_x$ . (c) Xác định  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  ở  $t = 0,25 \text{ s}$ .
- 5 Thành phần gia tốc của một vật được cho bởi  $a_x = -(16,8 \text{ rad}^2/\text{s}^2)x$ . Toạ độ ban đầu của vật là  $x_0 = 24\text{mm}$  và thành phần vận tốc ban đầu của nó là  $v_0 = 0,71\text{m/s}$ . Hãy viết biểu thức của : (a) Toạ độ ; (b) Thành phần vận tốc và thành phần gia tốc như các hàm số của thời gian.
- 6 Một vật chuyển động điều hoà với  $a_{\max} = 13\text{m/s}^2$ ,  $T = 0,94\text{s}$  và  $\phi = \frac{\pi}{2}$ .  
 (a) Viết biểu thức của  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$ . (b) Xác định  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  ở  $t = 0,54\text{s}$ .
- 7 Một vật dao động điều hoà với tần số  $v = 0,42\text{Hz}$ . Toạ độ ban đầu là  $x_0 = 0,021\text{m}$  và vận tốc ban đầu  $v_{x0} = 1,3\text{m/s}$ . Xác định  $A$ ,  $v_{\max}$  và  $a_{\max}$ .

### Mục 26-2. Động lực học của dao động điều hoà

- 8 Một dao động tử điều hoà gồm một vật và lò xo (ta gọi là con lắc lò xo) có  $k = 45\text{N/m}$  và  $m = 0,88\text{kg}$ . Xác định : (a)  $\omega$ , (b)  $v$ , (c)  $T$ .
- 9 Chu kì của một con lắc lò xo là  $T = 0,87\text{s}$ . Nếu khối lượng của vật là  $0,62 \text{ kg}$ , hãy tính độ cứng của lò xo.
- 10 Một con lắc lò xo có  $k = 27\text{N/m}$  và  $m = 0,46\text{kg}$ . Giả sử vật được thả cho dao động từ trạng thái đứng yên tại  $x_0 = 29\text{mm}$ . Hãy viết biểu thức của  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  như những hàm số của thời gian.
- 11 Tần số của một con lắc lò xo là  $1,4\text{Hz}$ . Nếu độ cứng của lò xo là  $26\text{N/m}$ , hãy xác định khối lượng của vật.
- 12 Vật có khối lượng  $1,4\text{kg}$  dao động điều hoà dưới tác dụng của lực đàn hồi của lò xo. Biên độ dao động là  $A = 0,14\text{m}$  và tốc độ cực đại của vật là  $v_{\max} = 2,3\text{m/s}$ . Xác định độ cứng của lò xo.

### Mục 26-3. Năng lượng của dao động điều hoà

- 13 Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 22\text{N/m}$  và dao động với biên độ  $A = 87\text{mm}$ . Xác định cơ năng của dao động tử đó.

- 14 Khối lượng của vật trong một con lắc lò xo là  $m = 0,49\text{kg}$ . Nếu dao động tử đó có chu kì  $T = 0,91\text{s}$  và biên độ  $A = 62\text{mm}$ , hãy xác định cơ năng của nó.
- 15 Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 31\text{N/m}$  và khối lượng của vật  $m = 0,74\text{kg}$ . Vật được thả ra cho dao động từ trạng thái đứng yên ở thời điểm  $t = 0$  và toạ độ  $x_0 = 39\text{mm}$ . Viết các biểu thức của : (a)  $U$ , (b)  $K$  như các hàm số của thời gian. (c) Vẽ trên cùng một đồ thị của  $U$  và  $K$  theo  $t$  trong một chu kì dao động.
- 16 Một con lắc lò xo dao động với biên độ  $A$  và tốc độ cực đại là  $v_{\max}$ .  
 (a) Xác định theo  $A$  khoảng cách từ vị trí cân bằng tới điểm có tốc độ bằng  $\frac{1}{2}v_{\max}$ . (b) Xác định theo  $v_{\max}$  tốc độ chuyển động của vật khi nó ở điểm cách vị trí cân bằng một khoảng bằng  $\frac{A}{2}$ .
- 17 Một con lắc lò xo với  $k = 23\text{N/m}$  và  $m = 0,47\text{kg}$  có cơ năng bằng  $25\text{mJ}$ . (a) Xác định biên độ dao động. (b) Xác định tốc độ cực đại của vật. (c) Tốc độ của vật bằng bao nhiêu khi  $x = 11\text{mm}$ ? (d) Khi vật có tốc độ  $0,25\text{ m/s}$  thì vật ở cách vị trí cân bằng một khoảng bằng bao nhiêu?

#### Mục 26-4. Các ví dụ về dao động điều hoà

- 18 Khi một khối lượng tiêu chuẩn  $1,000\text{ kg}$  treo vào một lò xo thẳng đứng có khối lượng không đáng kể thì chu kì dao động là  $1,43\text{s}$ . Khi thay vật trên bằng một vật khác có khối lượng chưa biết thì chu kì dao động là  $1,85\text{s}$ . Hãy xác định : (a) Khối lượng chưa biết đó, (b) Độ cứng của lò xo.
- 19 Một vật nặng  $3,0\text{kg}$  treo vào một lò xo thẳng đứng có độ cứng  $k = 240\text{N/m}$ . Hệ dao động thẳng đứng và tốc độ cực đại của vật là  $v_{\max} = 1,0\text{m/s}$ . Hãy xác định : (a) Biên độ  $A$ , (b) Chu kì  $T$  và (c) độ lớn cực đại của gia tốc  $a_{\max}$ . (d) Khi vật đứng yên ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn một đoạn bằng bao nhiêu?
- 20 Một vật nặng  $5,0\text{ kg}$  treo vào lò xo thẳng đứng có độ cứng bằng  $1200\text{N/m}$ . Vật ở vị trí cân bằng có  $y = 0$ . Xem thế năng của lò xo lúc không nén không dãn là bằng  $0$  và thế năng hấp dẫn của vật bằng  $0$  tại  $y = 0$ . (a) Xác định cơ năng của hệ trong cấu hình đó. (b) Kéo vật xuống phía dưới thêm một đoạn bằng  $25\text{mm}$  rồi buông nhẹ vật ra. Hãy xác định cơ năng ban đầu của hệ. (c) Xác định vị trí của vật khi tốc độ của nó đạt cực đại và giá trị cực đại ấy bằng bao nhiêu? Xác định giá trị cực đại của thế năng hấp dẫn đối với hệ trên.

- 21 Một đúra bé nặng 20kg đung đưa trên một cái đu dài 3m với biên độ 0,07 rad. Hãy xác định : (a) Chu kì T và tần số v, (b) Tốc độ dài cực đại của đúra bé trong chuyển động đó.
- 22 Một cái thước mét đồng nhất có thể quay xung quanh một trục nằm ngang ở một đầu của nó. (a) Xác định chu kì dao động nhỏ của cái thước. (b) Xác định chu kì dao động nhỏ của thước nếu nó được treo ở một lỗ nhỏ được khoan tại vạch chỉ 250mm.
- 23 Một đồng hồ cơ khí loại lên dây được định thời gian bằng chu kì của một con lắc xoắn – được gọi là bánh xe quả lắc. Bánh xe này có momen quán tính là  $2,10 \cdot 10^{-8} \text{ kg.m}^2$  và được thiết kế để có chu kì là 0,250s. (a) Hãy xác định hệ số xoắn của lò xo tác dụng như sợi dây xoắn. (b) Xác định độ lớn cực đại của gia tốc góc của bánh xe, nếu biên độ của dao động là 0,45rad.
- 24 Một đĩa tròn mật độ đều có bán kính 180mm và khối lượng 0,75kg gắn vào một sợi dây mảnh có hệ số xoắn  $k = 24\text{N.m/rad}$ , như được thấy trên hình 26-9. Đĩa được quay đi một góc 1,5rad từ vị trí cân bằng rồi buông nhẹ ra. Hãy xác định : (a) Chu kì, (b) Tần số góc, (c) Tốc độ góc cực đại, (d) Độ năng quay cực đại của đĩa.
- 25 Một chiếc bút chì dài 150mm, nặng 50g được treo như trong hình 26-9b. Nếu hai lực nằm ngang có độ lớn bằng nhau và bằng 2,2mN nhưng ngược hướng nhau đặt vào mỗi đầu và vuông góc với bút, thì bút sẽ ở một vị trí cân bằng mới quay đi một góc  $\frac{\pi}{4}$  rad so với vị trí cân bằng ban đầu. Tính :  
 (a) Chu kì dao động và (b) Độ năng quay cực đại của bút sau khi hai lực trên không còn tác dụng nữa.

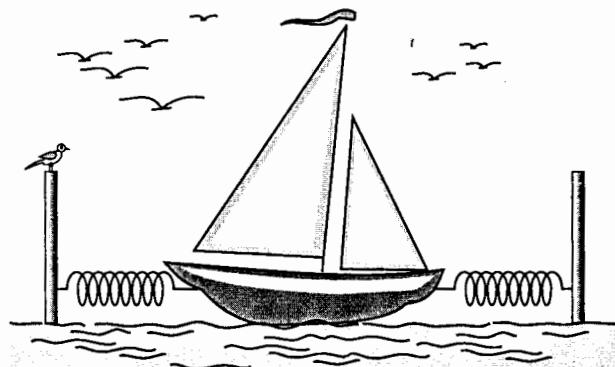
### Mục 26-5. Dao động điều hoà và chuyển động tròn đều

- 26 Một hạt chuyển động với tốc độ không đổi  $v = 12\text{m/s}$  theo quỹ đạo tròn, bán kính  $A = 0,50\text{m}$ . Đối với chuyển động của hình chiếu hạt trên trục x, hãy tính : (a) Chu kì, (b) Biên độ, (c) Tốc độ cực đại, (d) Độ lớn cực đại của gia tốc.
- 27 Vật Q trên hình 26-11 cách tâm của mâm máy quay đĩa 150 mm. Mâm quay với tốc độ  $33\frac{1}{3}$  vòng/phút. Xét chuyển động của bóng của Q trên mản. Viết các biểu thức của  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  như những hàm số của t. Giả sử x cực đại tại  $t = 0$ .
- 28 Khi quả lắc của con lắc đơn hình nón cho trên hình 26-22 vạch một quỹ đạo tròn, sợi dây mảnh có chiều dài L sẽ quét một hình nón có nửa góc ở

đỉnh là  $\theta$ . Chứng minh rằng chu kì chuyển động tròn của quả lắc được cho bởi  $2\pi \sqrt{\frac{L}{g} \cos \theta}$ .

#### Mục 26-6. Dao động điều hoà tắt dần

- 29 Một con lắc lò xo dao động với biên độ ban đầu là 120mm. Sau 2,4 phút biên độ của nó giảm tới còn 60mm. (a) Khi nào biên độ chỉ còn 30mm ? (b) Xác định giá trị của  $\gamma$  trong dao động đó.
- 30 Một con lắc lò xo trong đó vật có khối lượng 2,5kg, lò xo có độ cứng 1250N/m. Vật được thả cho dao động ở  $t = 0$  và tại điểm cách vị trí cân bằng 28 mm và dao động tắt dần với  $b = 50\text{kg/s}$ . (a) Xác định tần số  $\omega_D$  của dao động tắt dần đó. (b) Xác định biên độ ban đầu A và pha ban đầu  $\phi$  trong phương trình (26-27) trong dao động đó. (Chú ý :  $\phi$  khác không). (c) Xác định  $x$ ,  $v_x$  và  $a_x$  ở  $t = \frac{\pi}{5}\text{s}$ .
- 31 Cần phải có một lực không đổi 120N để đẩy con thuyền 700kg chạy trên mặt nước với tốc độ đều là 1,0m/s. Giả sử rằng lực cản của nước được cho bởi  $F_D = -bv$ . (a) Xác định giá trị của b. (b) Thuyền được buộc bằng hai lò xo vào hai cọc như cho trên hình 26-23 và được giữ cách xa vị trí cân bằng 2,0m bằng một lực nằm ngang có độ lớn bằng 450N. Hãy viết biểu thức mô tả chuyển động của con thuyền sau khi nó được buông ra ở thời điểm  $t = 0$ .



**Hình 26-23.** Thuyền được kéo về phía bắc đến vị trí cách vị trí cân bằng 2,0m rồi buông ra từ trạng thái đứng im.

- 32 Bằng cách thay trực tiếp, chứng tỏ rằng trong trường hợp tắt dần mạnh, nghiệm của phương trình (26-26) được cho bởi :

$$y = e^{-\gamma t} (Ae^{pt} + Be^{-pt})$$

ở đây  $\gamma = \frac{b}{2m}$  và  $p = \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$ , còn A và B là các hằng số tùy ý.

- 33 Đối với tắt dần tới hạn,  $\frac{b}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega$ . Chứng minh rằng đối với trường hợp tắt dần tới hạn, nghiệm của phương trình (26-26) được cho bởi

$$y = e^{-\omega t} (A + Bt)$$

với A và B là các hằng số tuỳ ý.

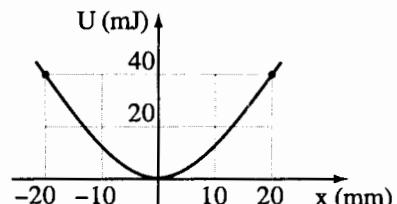
### Mục 26-7. Dao động cường bức và cộng hưởng

- 34 Vật trong bài tập 30 chịu tác dụng của một lực cường bức điều hoà (hình sin) có tần số góc  $\omega_E = 25\text{rad/s}$  và độ lớn cực đại là  $F_0 = 12\text{N}$ . Hãy xác định : (a) Biên độ  $A_0$ , (b) Pha ban đầu  $\phi_E$  đối với dao động điều hoà ổn định. (c) Xác định  $A_0$  khi có cộng hưởng.
- 35 Giả sử dao động điều hoà được định nghĩa bằng hàm sin thay cho hàm cosin, tức là  $x = A \sin(\omega t + \delta)$ . Hãy viết các biểu thức của : (a)  $v_x$  và (b)  $a_x$ . Tính các biểu thức tính A và  $\delta$  qua  $x_0$ ,  $v_{x0}$  và  $\omega$ .
- 36 Trong khi khảo sát một hành tinh X bạn cho một con lắc có chiều dài  $L = 1,000\text{m}$  dao động và thấy rằng đối với các dao động biên độ nhỏ  $T = 1,96\text{s}$ . Hãy xác định g trên hành tinh X đó.
- 37 Toạ độ của vật như một hàm của thời gian có dạng :

$$x = (0,27 \text{ m}) \cos[(9,3 \text{ rad/s})t - 2,4 \text{ rad}]$$

Hãy xác định : (a) Biên độ và (b) Tần số góc của dao động điều hoà đó. Tính : (c) Tần số và (d) Chu kỳ. Tại  $t = 0,33\text{s}$ , tính : (e) Pha và (f) Độ lớn và hướng của độ dịch chuyển. (Dùng vectơ đơn vị để chỉ hướng).

- 38 Hình 26-24 cho đồ thị của thế năng U theo toạ độ x của một dao động tử điều hoà có khối lượng  $m = 0,87\text{kg}$ . Vật được buông cho dao động từ trạng thái đứng yên tại  $x = 15\text{mm}$ . Tại thời điểm dao động tử có  $x = 0$ , tính : (a) Động năng và (b) Tốc độ của nó. Tại thời điểm dao động tử có  $x = 10\text{mm}$ , tính : (c) Động năng và (d) Tốc độ của nó.



Hình 26-24

- 39 Một đĩa tròn phẳng, tương tự như một đĩa hát nhưng không có lỗ ở tâm, được treo ở một điểm trên mép của nó sao cho nó tạo thành một con lắc vật lí dao động trong mặt phẳng của đĩa. Chứng minh rằng tần số góc đối với dao động bé là  $\omega = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$  với R là bán kính của đĩa.

- 40 Một cửa bếp nặng 34kg mật độ đều có thể dao động vào phía trong hoặc ra phía ngoài bếp. Một lò xo luôn có xu hướng kéo cửa về vị trí đóng. Để đơn giản bỏ qua các lực ma sát và momen lực tổng hợp tác dụng lên cửa có thể viết dưới dạng  $\Sigma M_z = -k\theta$  với trục z nằm dọc theo trục quay và  $\theta$  được đo từ vị trí đóng của cửa. Cho cửa có chiều rộng là 0,92m và dao động với chu kì 1,4s. Tính k.
- 41 Một thanh rắn có chiều dài D và khối lượng không đáng kể quay xung quanh một đầu của nó. Một viên bi nhỏ có khối lượng M được buộc cố định vào trung điểm của thanh, và một viên bi thứ hai giống hệt như thế gắn chặt vào đầu tự do của thanh. Tìm biểu thức xác định chu kì của những dao động bé.
- 42 Một momen lực có độ lớn 0,278Nm cần để xoắn một sợi dây một góc 2,25rad. Khi sợi dây này được dùng cùng với một tấm để tạo con lắc xoắn, thì thấy chu kì dao động là 0,77s. Xác định momen quán tính của tấm đối với trục quay.
- 43 Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời theo một quỹ đạo gần tròn có bán kính  $1,5 \cdot 10^{11}$ m và chu kì là 1 năm. Đối với hệ toạ độ xy có gốc ở Mặt Trời và nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của Trái Đất, hãy viết các biểu thức của : (a) Các toạ độ, (b) Các thành phần vận tốc và (c) Các thành phần gia tốc đối với chuyển động của Trái Đất. Chọn gốc thời gian sao cho  $x = 1,5 \cdot 10^{11}$ m và  $y = 0$  tại  $t = 0$ .

## ◆ BÀI TẬP NÂNG CAO

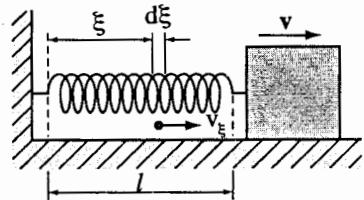
- Thời gian di chuyển của một dao động tử.** Xác định qua chu kì T thời gian cần thiết để dao động tử di chuyển từ  $x = A$  đến  $x = \frac{1}{2}A$ .
- Vị trí của một dao động tử.** Xét một con lắc lò xo với  $k = 200\text{N/m}$  và  $m = 2,4\text{kg}$ . Các điều kiện ban đầu là  $x_0 = 0,15\text{m}$  và  $v_{x0} = 0,45\text{m/s}$ . Hãy xác định vị trí của vật ở thời điểm  $t = 3,0\text{s}$ .
- Đồng hồ con lắc trong thang máy.** Một đồng hồ có con lắc đơn dao động với chu kì 0,11s được đặt trong thang máy. (a) Tính chu kì của con lắc khi thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn bằng  $\frac{1}{2}\text{g}$ . (b) Xác định chu kì của con lắc khi thang máy đi lên với tốc độ đều bằng 5,1m/s. (c) Xác định chu kì của con lắc khi thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn bằng  $\frac{1}{2}\text{g}$ . (d) Vào lúc bắt đầu một ngày làm việc, đồng

hồ trong thang máy ở mức ngang với lối vào tiền sảnh và được lấy chuẩn giờ đúng như đồng hồ ở tiền sảnh. Hai đồng hồ cũng được điều chỉnh sao cho chúng luôn luôn chỉ giờ chính xác như nhau nếu cả hai đều đứng yên. Sau nhiều lần lên xuống cùng với thang máy trong một ngày, cuối cùng đồng hồ con lắc lại trở về tiền sảnh. Hỏi hai đồng hồ còn chỉ như nhau không ? Nếu không thì đồng hồ nào chỉ giờ sớm hơn ?

- 4. Nhiệt độ và sự nhanh chậm của đồng hồ.** Một đồng hồ quả lắc chạy chính xác khi nhiệt độ của nó được giữ cố định ở  $20^{\circ}\text{C}$ . Biết rằng nếu nhiệt độ cứ tăng  $1,0^{\circ}\text{C}$  thì chiều dài con lắc tăng  $0,0010\%$ . Hỏi ở nhiệt độ nào thì đồng hồ sẽ chạy chậm  $2,0\text{ s}$  trong một ngày ?

- 5. Tính đến khối lượng của lò xo.** Khi chúng ta tìm tần số góc dao động của một con lắc lò xo lí tưởng là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , chúng ta đã bỏ qua khối lượng của lò xo. Nay giờ chúng ta sẽ tính đến khối lượng  $m_s$  của nó. Giả sử độ dãn của lò xo là đều trên suốt chiều dài  $l$  của nó và mật độ khối lượng dài  $\mu$  của nó cũng là đều. Với những giả thiết đó,  $\mu = \frac{m}{l}$  và hệ thức giữa tốc độ  $v$  của vật và tốc độ  $v_\xi$  của phần tử lò xo ở  $\xi$  (xem hình 26-25) là  $v_\xi = \frac{\xi}{l}v$ . (a) Chứng minh rằng động năng  $K_s$  của lò xo bằng :

$$K_s = \frac{m_s v^2}{6}$$



Hình 26-25. BTNC 5

- (b) Viết biểu thức cơ năng của con lắc lò xo trên, có kể cả đến động năng của lò xo. Bằng cách so sánh với biểu thức cơ năng của con lắc lò xo khi bỏ qua khối lượng của lò xo,  $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ , chứng minh rằng tần số góc khi tính đến khối lượng của lò xo bằng :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{m_s}{3}}}$$

- 6. Cái thước dao động.** (a) Một cái thước met mật độ đều dao động tự do ở một đầu. Xác định chu kì dao động bé. Một miếng sáp ong có khối lượng bằng  $12\%$  khối lượng của thước được dính chặt vào vạch  $500\text{mm}$  trên thước. Xác định chu kì mới của những dao động bé. (c) Hỏi phải dính cục sáp ong vào chỗ nào trên thước thì chu kì dao động của nó không bị ảnh hưởng ?

7 **Cục nước đá trong bát.** Một khối lập phương nước đá nhỏ, trơn, được đặt ở gần đáy một cái bát có bán kính cong  $R = 140\text{mm}$ . Xác định chu kì dao động bé của cục băng đó.

8 **Các quả cân dao động.** Một giá đỡ quả cân nặng  $100,0\text{g}$  được gắn vào đầu một lò xo có khối lượng không đáng kể và dao động theo phương thẳng đứng với chu kì  $0,33\text{s}$  (hình 26-26). Giả sử một quả cân  $10,0\text{g}$  đặt lên giá đỡ. Xác định biên độ dao động cực đại của hệ đó để cho quả cân  $10,0\text{g}$  vẫn còn tiếp xúc với giá đỡ trong suốt quá trình dao động.

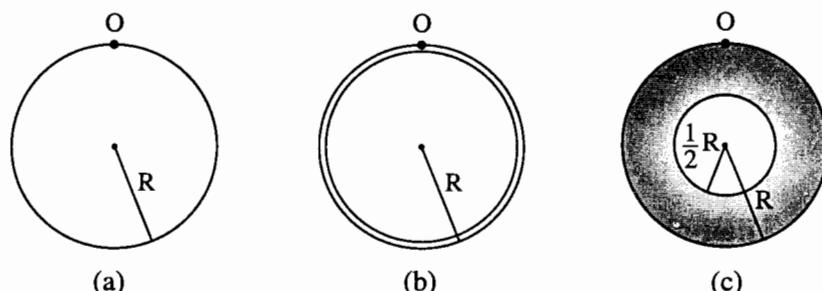
9 **Cường bức dao động với công suất cực đại.**

Nếu một lực  $F_E$  tác dụng lên vật thì tốc độ thực hiện công (công suất) bởi lực đó là  $P = F_E \cdot v$ , với  $v$  là vận tốc của vật. (a) Xác định công suất mà lực cường bức truyền cho dao động tử được mô tả bởi phương trình (26-30). (b) Đáp số của bạn cho câu (a) có chứa số hạng  $\cos(\omega_E t) \sin(\omega_E t - \phi_E)$ . Trung bình của số hạng này trong một chu kì bằng :

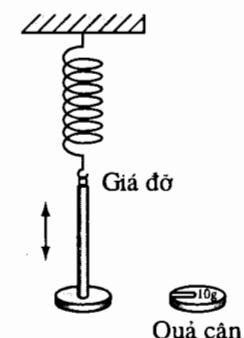
$$-\frac{1}{2} \sin \phi_E = \frac{-\gamma \omega_E}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_E)^2 + 4\gamma^2 \omega_E^2}}$$

Chứng minh rằng công suất trung bình  $P$  đạt cực đại nếu  $\omega_E = \omega$ .

10 **Ba con lắc tròn.** Một con lắc vật lí có dạng tròn bán kính  $R$  và dao động xung quanh một điểm nằm trên chu vi của nó, như cho trên hình 26-27. Xác định chu kì các dao động bé nếu hình dạng của con lắc là : (a) Một đĩa tròn mảnh đều, (b) Một vòng mảnh, (c) Một hình vành khăn với bán kính trong là  $\frac{1}{2}R$ . (Gợi ý : Dùng bảng 8-2 và định lí trực song song tập một).

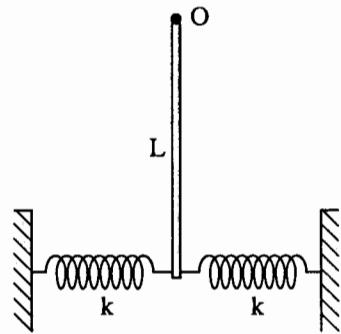


Hình 26-27. BTNC 10



Hình 26-26. BTNC 8

- 11 Thêm các lò xo vào con lắc.** Một thanh đồng nhất dài  $L$ , khối lượng  $M$  quay xung quanh một trục cố định ở một đầu của nó. Thanh được nối với hai lò xo nằm ngang giống hệt nhau có độ cứng là  $k$  và khối lượng nhỏ không đáng kể, như được cho trên hình 26-28. Hãy tìm biểu thức xác định chu kì dao động nhỏ của thanh.



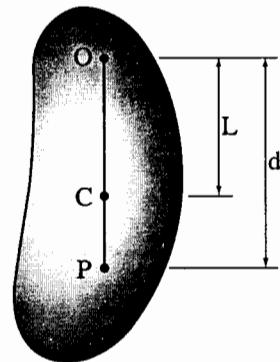
Hình 26-28. BTNC 11

- 12 Tâm dao động.** Tâm dao động của một con lắc vật lí là một điểm  $P$  sao cho nếu toàn bộ khối lượng của con lắc tập trung tại đó sẽ tạo nên một con lắc đơn có cùng tần số (hình 26-29). (a) Chứng minh rằng khoảng cách  $d$  từ điểm treo  $O$  đến tâm dao động của con lắc vật lí là :

$$d = \frac{I}{mL}$$

ở đây  $I$  là momen quán tính của con lắc vật lí đối với trục quay ;  $m$  là khối lượng của nó và  $L$  là khoảng cách từ trục đến khối tâm  $C$ . (b) Dùng đáp số của câu (a) chứng minh rằng đối với con lắc vật lí tạo bởi một thanh mảnh đều treo ở một đầu của nó có  $d = \frac{2D}{3}$ , với  $D$  là chiều dài của thanh. (c)

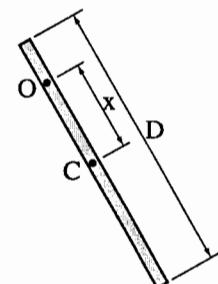
Kiểm tra lại đáp số ở câu (b) bằng cách so sánh kết quả của ví dụ 26-6 và phương trình (26-20).



Hình 26-29. BTNC 12

- 13 Tìm chu kì cực tiểu.** Một thanh đồng nhất có chiều dài  $D$  tạo thành một con lắc vật lí quay quanh điểm  $O$  cách khối tâm  $C$  của thanh một khoảng bằng  $x$  (hình 26-30). (a) Tìm biểu thức xác định chu kì  $T$  qua  $x$  và  $D$ . (b) Chứng minh rằng  $T$  có giá trị cực tiểu khi  $x = \frac{D}{\sqrt{12}}$ .

(c) Tìm biểu thức xác định giá trị cực tiểu của  $T$ .



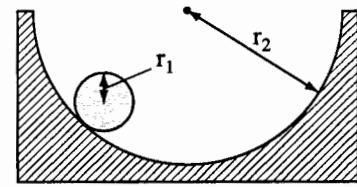
Hình 26-30. BTNC 13

- 14 Hiệu pha của hai dao động.** Hai dao động tử điều hoà  $a$  và  $b$  chuyển động với cùng tần số và biên độ trên hai đường thẳng song song với trục  $x$ , mỗi dao động tử đều có vị trí cân bằng tại  $x = 0$ . Hiệu pha  $\Delta\phi$  của hai dao động tử đó là hiệu hai góc pha của chúng. (a) Hãy xác định  $\Delta\phi$  nếu dao động tử

b ở vị trí cân bằng với  $v_x$  dương ở đúng thời điểm  $x_a = A$ . (b) Cũng hỏi như trên nếu dao động tử b có  $x_b = \frac{1}{2}A$  với  $v_x$  âm ở đúng thời điểm  $x_a = A$ .

- 15 Chiều dài của con lắc tương đương.** Một quả cầu đặc mật độ đều bán kính  $r_1$  lăn không trượt trong một bát hình cầu có bán kính  $r_2$  (hình 26-31). Chuyển động chỉ diễn ra trong một mặt phẳng thẳng đứng. Chứng minh rằng đối với các dao động bé của quả cầu, chu kì và tần số của nó đúng như của một con lắc đơn có chiều dài  $L = \frac{7(r_2 - r_1)}{5}$ .

(Gợi ý : Dùng hình vẽ xác định mối quan hệ giữa tốc độ góc quay của quả cầu lăn và tốc độ góc của tâm quả cầu đối với tâm của bát).



**Hình 26-31. BTNC 15 :** Quả cầu đặc mật độ đều lăn tới lăn lui (trong mặt phẳng thẳng đứng) bên trong một bát hình cầu.

# Sóng cơ



Sóng nước trên mặt hồ.

27-1. Các đặc trưng của sóng

27-2. Các sóng điều hoà

27-3. Phương trình sóng suy từ định luật II Newton

27-4. Công suất của một sóng

27-5. Sự giao thoa của các sóng điều hoà

*Bài đọc thêm :*

- Nguyên tử, sóng đứng và sự lượng tử hóa.

*Những vấn đề đặc sắc của vật lí hiện đại*

- Soliton

Khi bạn đang đọc các dòng chữ này, thông tin đến với bạn dưới dạng các sóng ánh sáng được phản xạ từ trang giấy. Khi bạn đi tới lớp, bài giảng của giáo sư đến tai bạn dưới dạng các sóng âm. Các sóng rất quan trọng vì một lượng lớn các tiếp xúc với môi trường xung quanh đến với chúng ta thông qua các sóng. Nhưng còn có một lí do nữa khiến chúng ta phải nghiên cứu các sóng. Vật chất ở kích cỡ của các nguyên tử và nhỏ hơn đều thể hiện một tính chất sóng nội tại. Để hiểu được bản chất của các nguyên tử, phân tử và hạt nhân thì trước tiên ta phải nghiên cứu về các sóng.

## 27-1. CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA SÓNG

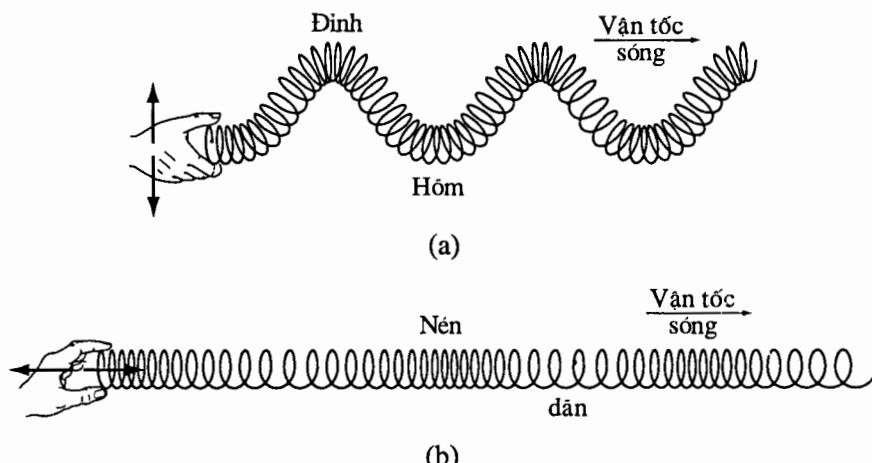
### Sự hình thành sóng cơ trong môi trường vật chất

Các môi trường vật chất đàn hồi (chất khí, chất lỏng và chất rắn) có thể xem như là môi trường liên tục gồm các phần tử liên kết chặt chẽ với nhau. Lúc bình thường mỗi phần tử ở vị trí cân bằng. Nếu tác dụng lên một phần tử A nào đó một lực thì nó sẽ rời khỏi vị trí cân bằng, nhưng do liên kết với các phần tử bên cạnh nên phần tử A bị kéo trở về vị trí cân bằng, nhưng đồng thời cũng làm cho các phần tử lân cận lệch khỏi vị trí cân bằng của chúng. Kết quả là dao động được lan truyền từ phần tử này sang phần tử khác. *Những dao động cơ lan truyền trong môi trường đàn hồi được gọi là sóng đàn hồi hay là sóng cơ.* Ta gọi vật gây ra kích động là *nguồn sóng*, phương truyền của sóng là *tia sóng*, không gian mà sóng truyền qua là *trường sóng*. Các sóng âm, sóng trên dây đàn và các sóng nước đều là các ví dụ về sóng cơ học.

Khi một sóng truyền qua một môi trường, thì các phần tử của môi trường không

chuyển động cùng với sóng. Giả sử bạn buộc một đầu của sợi dây vào một cái cột, kéo căng sợi dây theo phương ngang và sau đó rung đầu kia để có một sóng chuyển động dọc theo sợi dây. Sóng chuyển động dọc theo chiều dài của sợi dây nhưng một phần tử của sợi dây chỉ dao động xung quanh một tâm điểm. Khi ta mô tả chuyển động liên kết với một sóng, ta phải phân biệt hai dạng chuyển động: chuyển động của sóng đi qua môi trường và chuyển động dao động của các phần tử của môi trường. Một cách để phân loại các sóng là dựa vào phương dịch chuyển của các phần tử so với phương truyền sóng. **Sóng ngang** là sóng trong đó các phần tử dao động vuông góc với phương truyền sóng (hình 27-1a). **Sóng dọc** là sóng trong đó các phần tử dao động song song với phương truyền sóng (hình 27-1b).

Sóng ánh sáng là một ví dụ về sóng ngang còn âm thanh trong không khí (hay trong một chất lỏng) là một sóng dọc. Một số sóng có cả hai thành phần ngang và dọc. Ví dụ như trong một sóng nước, các phần tử



Hình 27-1. Các sóng trên một lò xo. (a) Sóng ngang, (b) Sóng dọc.



**Hình 27-2.** Sóng nước là một sóng ngang và sóng dọc tổ hợp với nhau.

nước đi theo các quỹ đạo elip sao cho sự di chuyển của một phần tử có thể được phân tích thành các thành phần song song và vuông góc với vận tốc sóng (hình 27-2).

Chúng ta cũng có thể chia các sóng thành hai loại : *sóng chạy* và *sóng đứng*. Sóng truyền trên mặt nước là một ví dụ về *sóng chạy*.

*Một sóng chạy có thể được định nghĩa như là một sóng có sự truyền năng lượng mà không có sự truyền vật chất.*

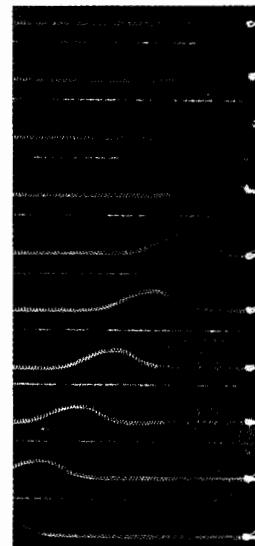
Ngược lại, một *sóng đứng* bị hạn chế trong một vùng đặc biệt bởi các biên giới. Chẳng hạn như khi gảy một dây đàn ghita, bạn tạo ra các *sóng đứng* giữa hai đầu cố định của sợi dây đàn. Đối với một *sóng đứng*, *năng lượng liên kết với sóng đứng* được *giữ trong vùng giữa các biên*. Ta sẽ bắt đầu bằng việc khảo sát các *sóng chạy* và sau đó sẽ nghiên cứu các *sóng đứng*.

### Các xung sóng

Xung sóng là một sóng có quy mô tương đối hẹp. Do sự nhỏ gọn này nên ảnh chụp các xung sóng có thể được dùng để trình

bày một số tính chất quan trọng của các *sóng chạy*.

Trong hình 27-3, ta đã đưa ra một dãy các ảnh về một xung sóng truyền sang bên trái



**Hình 27-3.** Một xung sóng được tạo ra bởi sự rung nhanh đầu của một sợi dây cảng. Khoảng thời gian giữa hai ảnh kế tiếp nhau là như nhau. Xung chuyển động sang trái và trong chừng mực từ các bức ảnh ta có thể nói rằng xung chạy với tốc độ không đổi trong khi hình dạng của nó vẫn được giữ nguyên.

đọc theo một sợi dây căng. Các ảnh này chỉ ra rằng : tốc độ của một xung là không đổi và dạng của xung gần như giữ nguyên khi xung chuyển động. Khảo sát kĩ hơn cho thấy rằng xung sẽ rộng dần ra khi nó chuyển động đọc theo sợi dây ; độ cao của xung giảm đi và bề rộng của xung tăng lên. Sự trải rộng ra này của xung là kết quả của *sự tán sắc*. Các hiệu ứng tán sắc khá phức tạp và phụ thuộc vào các tính chất của môi trường, ở đây ta sẽ bỏ qua sự tán sắc.

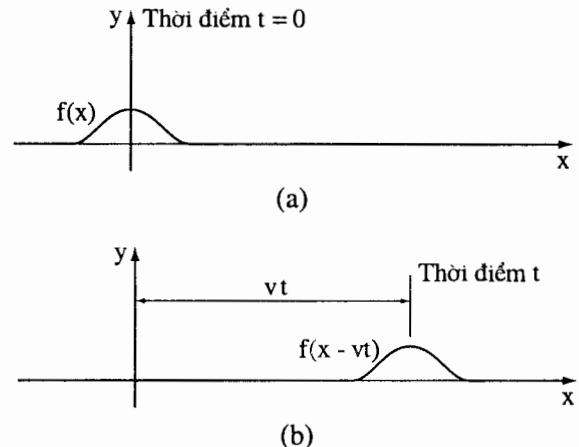
Hình 27-4 mô tả một xung truyền trên sợi dây căng tại hai thời điểm khác nhau khi nó chuyển động sang phải với tốc độ  $v$ . Giả sử hình dạng của sợi dây tại  $t = 0$  được cho bởi biểu thức  $y = f(x)$  (hình 27-4a). Tại thời điểm  $t$  sau đó, xung đã chuyển dời sang *bên phải* một khoảng  $vt$  (hình 27-4b). Biết rằng một hàm  $f(x - a)$  có cùng dạng như hàm  $f(x)$  nhưng  $f(x - a)$  bị chuyển dời một khoảng  $a$  theo chiều  $+x$ . Nếu ta giả sử rằng xung giữ nguyên dạng khi nó chuyển động thì dạng của xung tại thời điểm  $t$  được cho bởi :

$$y(x, t) = f(x - vt) \quad (27-1)$$

Sự mô tả tương tự đối với xung chuyển động sang *bên trái* với tốc độ  $v$  cho ta

$$y(x, t) = f(x + vt) \quad (27-2)$$

Để dễ thấy, ta thường xét các sóng chạy theo chiều  $+x$  (phương trình 27-1).



**Hình 27-4.** Một xung trên sợi dây truyền theo chiều  $+x$  được vẽ tại (a) thời điểm  $t = 0$  và (b) thời điểm  $t$ . Nếu  $f(x)$  cho ta dạng của xung tại  $t = 0$  và xung bảo toàn dạng của nó khi chuyển động với tốc độ  $v$  thì sau đó dạng của xung tại thời điểm  $t$  được cho bởi  $f(x - vt)$ .

Hàm  $y(x, t)$  mô tả một sóng được gọi là *hàm sóng*. Trong trường hợp sóng trên một sợi dây, hàm sóng là toạ độ  $y$  của một phần tử của sợi dây. Hàm sóng phụ thuộc vào cả  $x$  lẫn  $t$ . Điều này có nghĩa là độ chuyển dời của một phần tử của sợi dây phụ thuộc vào : toạ độ  $x$  của phần tử đó và thời gian quan sát  $t$ . Nếu bỏ qua sự tán sắc và hình dạng của sóng không được chỉ rõ, thì ta thấy rằng hàm sóng mô tả một sóng chạy có dạng  $f(x - vt)$  hoặc  $f(x + vt)$ . Nghĩa là  $x$  và  $t$  phải tham gia vào  $y(x, t)$  trong tổ hợp  $x - vt$  hoặc  $x + vt$ .

## VÍ DỤ 27-1

**Xung sóng.** Hãy xét một xung sóng được cho bởi hàm sóng :

$$y(x, t) = \frac{y_0}{\left[ \frac{x - vt}{x_0} \right]^2 + 1}$$

trong đó  $y_0 = 10,0\text{mm}$ ,  $x_0 = 1,00\text{m}$  và  $v = 2,00\text{m/s}$ . (a) Hãy vẽ đồ thị của xung tại các thời điểm  $t = 0,00\text{s}$  và  $t = 2,50\text{s}$ . (b) Xung được đặc trưng bởi

độ cao và độ rộng của nó. Độ cao  $h$  của xung là độ lớn của độ chuyển dời cực đại do xung tạo ra và độ rộng  $w$  là khoảng cách giữa hai điểm trên xung mà tại đó độ lớn của độ chuyển dời bằng một nửa độ cao của xung. Hãy xác định  $h$  và  $w$  cho xung này.

**Giải.** (a) Thay các trị số đã cho đối với các tham số và  $t = 0,00s$  vào biểu thức của xung ta được :

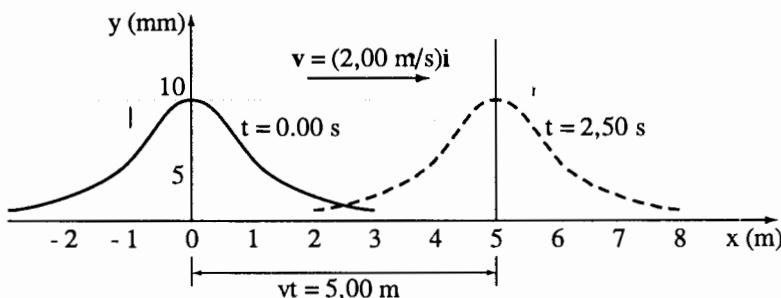
$$y(x, 0) = \frac{10,0\text{mm}}{\left[\frac{x}{1,00}\right]^2 + 1}$$

Hàm này được biểu diễn bằng đường cong liền nét ở hình 27-5. Để tìm được  $y$  tại  $t = 2,50s$  ta đặt  $vt = (2,00\text{m/s})(2,50\text{s}) = 5,00\text{m}$

$$y(x, 2,50s) = \frac{10,0\text{mm}}{\left[\frac{x - 5,0\text{m}}{1,00\text{m}}\right]^2 + 1}$$

Hàm này được biểu diễn bằng đường cong đứt nét ở hình 27-5.

(b) Bằng cách xem xét các đồ thị ta có thể thấy rằng độ cao của xung là  $h = y_0 = 10,0\text{mm}$  và độ rộng của xung là  $w = 2x_0 = 2,00\text{m}$ .



**Hình 27-5.** Ví dụ 27-1. Một xung chạy theo chiều  $+x$  tại  $t = 0,00s$  (đường liền nét) và  $t = 2,50s$  (đường đứt nét). Độ cao của xung là  $10,0\text{mm}$  và độ rộng của xung là  $2,00\text{m}$ .

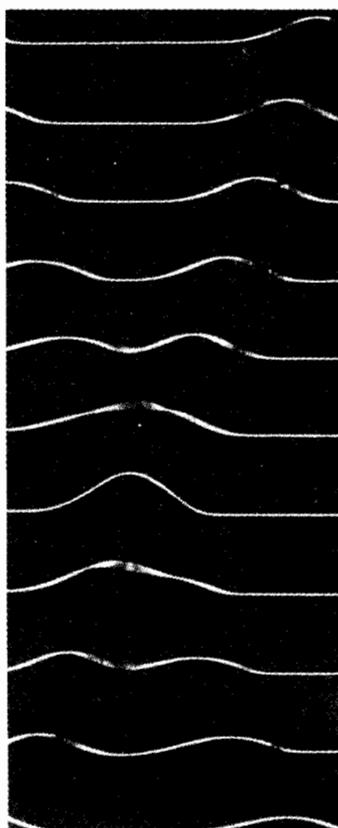
### Bài tự kiểm tra 27-1

(a) Đối với xung sóng cho trong ví dụ trên, hãy viết biểu thức cho  $y$  như một hàm của  $x$  tại thời điểm  $t = 5,00s$ . (b) Tại thời điểm này xung có tâm nằm ở đâu?

**Đáp số :** (a)  $y(x; 5,00s) = \frac{10,00\text{mm}}{\left[\frac{x - 10\text{m}}{1,00\text{m}}\right]^2 + 1}$ ; (b)  $x = 10,00\text{m}$

## Sự giao thoa của các sóng

Khi hai hoặc nhiều sóng gặp nhau, ta nói rằng chúng *giao thoa*. Hình 27-6 biểu diễn sự giao thoa của hai xung có kích thước và hình dạng gần như nhau. Khi các xung đến gặp nhau sao cho chúng choán cùng một miền của sợi dây, ta nói rằng chúng *chồng chập lên nhau*. Từ hình vẽ ta thấy rằng khi các xung chồng chập lên nhau thì độ dời cực đại gây bởi cả hai xung là tổng của các độ dời cực đại gây ra bởi mỗi xung khi tác dụng riêng rẽ. Để miêu tả kết quả này bằng toán học, hãy cho  $f_1(x - vt)$  biểu diễn xung



Hình 27-6. Hai xung chạy ngược chiều nhau, gặp nhau. Khi các xung chồng chập lên nhau (ảnh thứ bảy của dây ảnh) thì độ dời cực đại của sợi dây là tổng các độ dời cực đại gây bởi mỗi xung khi tác dụng riêng rẽ.

chạy sang phải,  $f_2(x + vt)$  biểu diễn xung chạy sang trái và  $y(x, t)$  biểu diễn hình dạng của sợi dây gây bởi cả hai xung. Ảnh chụp ở hình 27-6 chứng tỏ rằng :

$$y(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt)$$

Kết quả này là một ví dụ của nguyên lí chồng chập.

*Nguyên lí chồng chập phát biểu rằng, hàm sóng tổng hợp được gây ra bởi hai hoặc nhiều hàm sóng riêng rẽ là tổng của các hàm sóng riêng rẽ đó.*

Theo nguyên lí chồng chập, các xung riêng rẽ tác dụng độc lập với nhau. Sau khi gặp nhau kích thước, hình dạng và tốc độ của mỗi xung lại giống như khi chúng không gặp nhau.

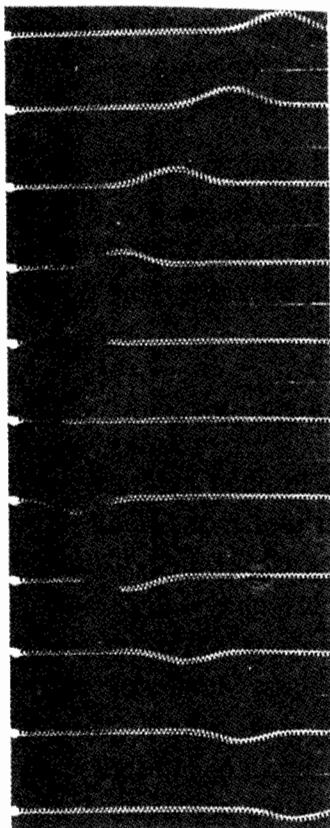
## Sự phản xạ và truyền qua

Các sóng có thể bị phản xạ từ các biên và có thể truyền từ một môi trường này qua một môi trường khác. Hình 27-7 biểu diễn một xung trên dây chạy sang trái và gặp một biên tại đầu của dây được cố định. Xung đến gần biên được coi như một xung tới. Chú ý rằng xung bị phản xạ từ biên và xung phản xạ bị lộn ngược so với xung tới, tức là ngược pha nhau.

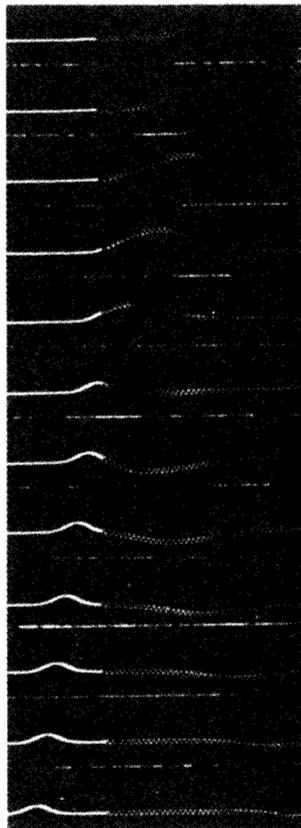
Hình 27-8 biểu diễn một xung tới chạy sang bên trái trên một dây nhẹ và gặp một dây khác nặng hơn. Sau khi gặp nhau ta thấy một xung phản xạ trên dây nhẹ và một xung truyền qua trên dây nặng. Xung phản xạ bị lộn ngược so với xung tới nhưng xung truyền qua thì không. Đồng thời tốc độ của xung trên dây nặng nhỏ hơn tốc độ trên dây nhẹ. Tốc độ của sóng phụ thuộc vào môi trường trong đó sóng chạy qua.

Hình 27-9 biểu diễn một xung tới chạy sang phải trên một dây nặng và gặp một dây khác nhẹ hơn. Trong trường hợp này xung phản xạ không bị lộn ngược. Hơn nữa hãy chú ý rằng tốc độ của xung trên dây nặng nhỏ hơn tốc độ của xung trên dây nhẹ. Từ đó có thể kết luận rằng : khi sóng truyền từ môi trường có khối lượng

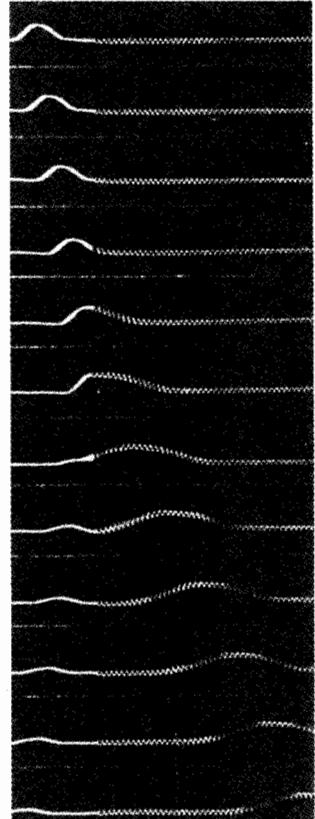
riêng nhỏ tới phản xạ trên môi trường có khối lượng riêng lớn hơn thì tại điểm phản xạ hai sóng *ngược pha* nhau, tức là có một *nút*. Còn ngược lại nếu sóng truyền từ môi trường có khối lượng riêng lớn tới môi trường có khối lượng riêng nhỏ hơn thì tại điểm phản xạ hai sóng *cùng pha*, tức là có một điểm *bụng*.



**Hình 27-7.** (trái) Một xung bị phản xạ từ một biên, tại đó đầu của dây là cố định. Xung phản xạ bị lộn ngược so với xung tới.



**Hình 27-8.** (giữa). Một xung trên một dây nhẹ tới biên giữa dây nhẹ và một dây nặng và xung phản xạ bị lộn ngược nhưng xung truyền qua không bị lộn ngược so với xung tới. Chú ý rằng tốc độ của xung trên dây nhẹ lớn hơn tốc độ của xung trên dây nặng.

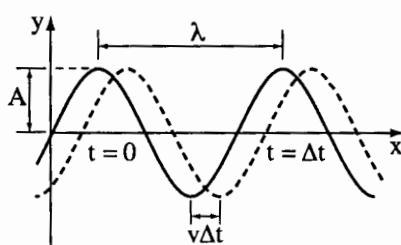


**Hình 27-9.** (phải). Một xung trên một dây nặng tới biên giữa một dây nhẹ và một dây nặng. Các xung phản xạ lẫn xung truyền qua đều không bị lộn ngược so với xung tới. Chú ý rằng tốc độ xung trên dây nhẹ lớn hơn tốc độ xung trên dây nặng.

## 27-2. CÁC SÓNG ĐIỀU HOÀ

Sóng đơn giản nhất là sóng điều hoà. Việc mô tả bằng toán học các sóng khác dựa trên hàm sóng của sóng điều hoà. Hình 27-10 cho "ảnh chụp nhanh" của một sóng như vậy tại hai thời điểm khác nhau – đường cong liên nét biểu diễn sợi dây tại  $t = 0$  và đường cong đứt nét, biểu diễn sợi dây sau đó một khoảng thời gian ngắn  $\Delta t$ . Tại  $t = 0$ :

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$



**Hình 27-10.** Đồ thị của  $y$  theo  $x$  đối với một sóng điều hoà có biên độ  $A$  và bước sóng  $\lambda$ . Đường cong liên nét biểu diễn sóng tại  $t = 0$  và đường cong đứt nét biểu diễn sóng tại một khoảng thời gian ngắn. Các độ dời đọc theo trục  $y$  trong hình này và trong các hình khác của chương này đều được phóng đại lên cốt để minh họa. Đối với các sóng thực, thường có  $\lambda \gg A$ .

Biên độ  $A$  là độ dời cực đại của một phần tử bất kì của sợi dây ra khỏi vị trí cân bằng của nó ở  $y = 0$ . Bước sóng  $\lambda$  là khoảng cách ngắn nhất được lặp lại của sóng, chẳng hạn như khoảng cách giữa hai ngọn sóng kế tiếp nhau hoặc hai hõm sóng kế tiếp nhau. Ở phần trên ta thấy rằng đối với một sóng chuyển động sang phải với tốc độ  $v$ , sự phụ thuộc vào thời gian của sóng có thể được dẫn ra từ biểu thức đối với dạng sóng bằng cách thay thế

đơn giản x bằng  $x - vt$ . Vậy hàm sóng đối với sóng điều hoà là :

$$y(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \quad (27-3)$$

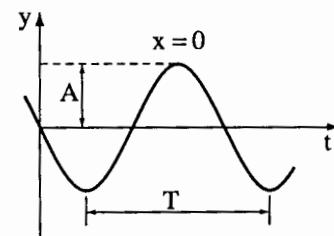
Đối số của hàm sin tức  $\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$  là *pha* của sóng.

Hãy xét chuyển động của một phần tử của sợi dây như một sóng điều hoà chuyển động về phía trước. Đối với phần tử ở  $x = 0$ , ta có  $y = A \sin\left(-\frac{2\pi v}{\lambda}t\right) = -A \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t$ . Từ chương 26 ta biết rằng dao động điều hoà với chu kỳ  $T$  được mô tả bằng  $y \sim \sin\frac{2\pi}{T}t$ .

Do đó phần tử thực hiện dao động điều hoà với chu kỳ :

$$T = \frac{\lambda}{v}$$

như đã được biểu diễn ở hình 27-11. Như vậy, mỗi phần tử của sợi dây thực hiện dao động điều hoà với cùng chu kỳ này.



**Hình 27-11.** Đồ thị của  $y$  theo  $t$  đối với một sóng điều hoà có biên độ  $A$  và chu kỳ  $T$ . Chuyển động của một phần tử của sợi dây là chuyển động điều hoà đơn giản.

Ý nghĩa của chu kỳ  $T$  là khoảng thời gian cho một phần tử riêng rẽ thực hiện một dao động toàn phần, và nó cũng là khoảng

thời gian để sóng chuyển động được một quãng đường bằng một bước sóng  $\lambda$ . Điều này có nghĩa là sóng chuyển động được một quãng đường  $\lambda$  trong một khoảng thời gian  $T$ , vậy tốc độ  $v$  của nó là :

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Người ta cũng còn dùng một số tham số khác để mô tả một sóng điều hoà. Tân số

$v$  của sóng là  $v = \frac{1}{T}$  và tần số góc  $\omega$  là

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v$ . Số sóng  $k$  là  $\frac{2\pi}{\lambda}$ . Một hàm

sóng có thể được viết theo nhiều cách khác nhau bằng cách sử dụng những tổ hợp khác nhau của các tham số này, nhưng cách thuận tiện nhất là thông qua  $k$  và  $\omega$  :

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

Tốc độ sóng  $v$  cũng có thể được biểu thị bằng một số cách với các tham số này. Hai biểu thức thường dùng nhất là :

$$v = \lambda v \quad \text{và} \quad v = \frac{\omega}{k}$$

## VÍ DỤ 27-2

**Sóng điều hoà.** Một sóng điều hoà trên một sợi dây có biên độ 15mm, bước sóng 2,4m và tốc độ 3,5m/s. (a) Hãy xác định chu kì, tần số, tần số góc và số sóng của sóng đó. (b) Hãy viết hàm sóng cho sóng này với chiều  $+x$  là chiều truyền sóng.

**Giải.** (a) Vì tốc độ của sóng điều hoà là  $v = \frac{\lambda}{T}$  nên chu kì là :

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2,4\text{m}}{3,5\text{m/s}} = 0,69\text{s}$$

Tần số là  $v = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,69} = 1,5 \text{ Hz}$  và tần số góc là  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 9,2 \text{ rad/s}$ . Số sóng là

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2,4\text{m}} = 2,6 \text{ rad/m.}$$

Các hàm sóng mà ta đã đưa ra cho tới đây đều không hoàn toàn tổng quát vì chúng đòi hỏi rằng  $y = 0$  khi  $x = 0$  và  $t = 0$ . Một biểu thức tổng quát hơn có chứa một hằng số pha  $\phi$  :

$$y = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (27-4)$$

Thường để cho tiện người ta chọn  $x = 0$  và  $t = 0$  sao cho  $\phi = 0$ , như ta đã làm trong phần khảo sát ở trên.

Một sóng thực không thể là hoàn toàn điều hoà vì một sóng điều hoà lan ra tới vô cực theo mỗi chiều dọc trục  $x$  và không có thời điểm bắt đầu và kết thúc. Một sóng thực phải bắt đầu và kết thúc tại một địa điểm và thời điểm nào đó. Một sóng tồn tại trong thiên nhiên như sóng âm hoặc ánh sáng thường có thể được coi gần đúng như một sóng điều hoà vì sự mở rộng của nó trong không gian là lớn hơn bước sóng của nó và khoảng thời gian để nó đi qua một điểm là dài hơn chu kì của nó. Một sóng như thế được gọi là *một đoàn sóng*. Sóng điều hoà là một biểu diễn lí tưởng hóa của một đoàn sóng.

(b) Dùng dạng ngắn gọn  $y = A\sin(kx - \omega t)$ , ta có :

$$y = 15\sin[(2,6x - 9,2t)] \text{ (mm)}$$

Vì thừa số chứa  $x$  tham gia vào biểu thức trái dấu với thừa số chứa  $t$  nên chiều  $+x$  là chiều chạy của sóng.

## Bài tự kiểm tra 27-2

Hãy viết hàm sóng cho một sóng điều hoà có biên độ là 12mm và bước sóng là 3,1m. Sóng chạy theo chiều  $-x$  với tốc độ 44m/s.

$$\text{Đáp số : } y = 12\sin(2,0x + 89t)(\text{mm}).$$

### Phương trình sóng

Bằng cách nghiên cứu các đạo hàm của hàm sóng đối với một sóng điều hoà, ta có thể dẫn ra một phương trình vi phân được gọi là phương trình sóng. Trước hết hãy xét đạo hàm của  $y$  theo  $t$ , khi giữ  $x$  không đổi, đó là đạo hàm riêng  $\frac{\partial y}{\partial t}$ . Đạo hàm này cho *thành phần y của vận tốc* của một phần tử. Sử dụng  $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ , ta có :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}[A\sin(kx - \omega t)] = -\omega A\cos(kx - \omega t)$$

Đạo hàm bậc hai theo thời gian của  $y$ , khi vẫn giữ  $x$  không đổi là *thành phần y của gia tốc* của phần tử :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}[-\omega A\cos(kx - \omega t)] \\ &= -\omega^2 A\sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$

Sử dụng  $v = \frac{\omega}{k}$  dưới dạng  $\omega^2 = v^2 k^2$ , ta có

thể viết thành phần gia tốc trên là :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 k^2 A\sin(kx - \omega t)$$

Vì  $y(x, t) = A\sin(kx - \omega t)$  nên :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 k^2 y(x, t) \quad (27-5)$$

Tiếp theo ta xét đạo hàm của  $y$  theo  $x$  khi giữ  $t$  không đổi :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}[A\sin(kx - \omega t)] = kA\cos(kx - \omega t)$$

Đạo hàm bậc hai của  $y$  theo  $x$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x}[kA\cos(kx - \omega t)] \\ &= -k^2 A\sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$

Vì  $y(x, t) = A\sin(kx - \omega t)$  nên :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y(x, t) \quad (27-6)$$

Kết hợp các phương trình (27-5) và (27-6), ta có :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (27-7)$$

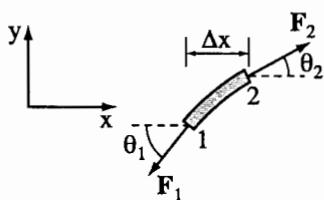
Phương trình vi phân này là **phương trình sóng**. Vì các đạo hàm của một hàm sóng điều hoà sinh ra phương trình này nên hàm sóng của một sóng điều hoà thoả mãn phương trình sóng hay nói cách khác là một

nghiệm của phương trình sóng. Thực tế hàm sóng chạy tổng quát  $y(x, t) = f(x - vt)$

[hoặc là  $y(x, t) = f(x + vt)$ ] cũng là một nghiệm của phương trình sóng này.

### 27-3. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG SUY TỪ ĐỊNH LUẬT HAI NEWTON

Định luật hai của Newton tiên đoán rằng các sóng có thể xảy ra trong một môi trường với một lực phục hồi tuyến tính. Để làm ví dụ, hãy xét một phần tử của một sợi dây đồng tính. Trong trạng thái cân bằng sợi dây được giữ căng dọc theo trục x. Hình 27-12 trình bày một phần tử của sợi dây dịch chuyển ra khỏi vị trí cân



**Hình 27-12.** Các lực  $F_1$  và  $F_2$  tác dụng lên các đầu 1 và 2 của một phần tử của một sợi dây bởi các phần tử lân cận nó.

Thành phần y của hợp lực là  $F(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$  trong đó  $F$  là lực căng ở sợi dây.

bằng bởi một sóng. Các lực  $F_1$  và  $F_2$  tác dụng tại hai đầu 1 và 2 của phần tử bởi các phần tử lân cận nó. Ta giả sử rằng tác dụng của sóng là đủ nhỏ để lực căng  $F$  trong sợi dây về cơ bản là đều. Điều này có nghĩa là  $|F_1| = |F_2|$ . Cũng vậy, chúng ta giả thiết rằng lực căng là đủ lớn để trọng lượng của phần tử có thể được bỏ qua. Với các gần đúng này, thành phần y của hợp lực tác dụng lên phần tử là

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{y1} + F_{y2} = -F\sin\theta_1 + F\sin\theta_2 \\ &= F(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\end{aligned}$$

Hãy chú ý rằng nếu sợi dây là thẳng thì  $\theta_1 = \theta_2$  và hợp lực tác dụng lên các phần

tử là bằng không. Nếu sợi dây bị cong thì  $\theta_1 \neq \theta_2$  và có một hợp lực khác không tác động lên phân tử.

Dưới đây ta coi các góc  $\theta_1$  và  $\theta_2$  đều nhỏ tới mức  $\sin\theta_1 = \tan\theta_1$  và  $\sin\theta_2 = \tan\theta_2$ . Sự gần đúng này là hữu ích vì độ dốc của sợi dây tại một điểm bằng tang của góc giữa sợi dây và trục x tại điểm đó :  $\tan\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$ .

Theo đó  $\sin\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$  và ta có thể viết hợp lực là :

$$\sum F_y = F \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_2 - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_1 \right]$$

Đại lượng  $\left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_2 - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_1 \right]$  là độ biến

thiên về độ dốc giữa các đầu 1 và 2. Nếu phân tử là nhỏ thì :

$$\begin{aligned}\left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_2 - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_1 &= \Delta \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)}{\Delta x} \\ &\approx \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right) \Delta x = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x\end{aligned}$$

Trong đó sự gần đúng trở thành chính xác khi kích thước của phân tử tiến tới không. Vậy thành phần y của hợp lực trên một phân tử nhỏ là :

$$\sum F_y = F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x$$

Gọi M và L lần lượt là khối lượng và độ dài của sợi dây. Đối với một sợi dây đồng tính, khối lượng trên một đơn vị dài hay là *mật độ dài* của khối lượng của sợi dây là  $\mu = \frac{M}{L}$ . Khi sử dụng  $\mu$  ta có thể viết khối

lượng m của phần tử theo  $\Delta x$  :  $m = \mu \Delta x$ . Áp dụng thành phần y của định luật hai của Newton,  $\sum F_y = ma_y$ , cho phần tử ta được :

$$F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Trong đó ta đã dùng  $a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ . Chia hai vế phương trình trên cho  $\Delta x$  và biến đổi ta được :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (27-8)$$

Đó chính là phương trình sóng. Vậy định luật hai của Newton tiên đoán sự tồn tại của các sóng trên một sợi dây.

So sánh phương trình (27-7) với phương trình (27-8) ta thấy rằng  $\frac{1}{v^2} = \frac{\mu}{F}$  hay là :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (27-9)$$

Ngoài việc đưa ra phương trình sóng, định luật hai của Newton còn cho tốc độ của các sóng được tính theo lực căng F ở sợi dây và mật độ dài của khối lượng  $\mu$  của sợi dây. Chẳng hạn nếu một sợi dây dài 10 m và khối lượng 1kg ( $\mu = \frac{M}{L} = \frac{1\text{kg}}{10\text{m}} = 0,1\text{kg/m}$ ) được đặt dưới một lực căng 90N thì tốc độ của sóng trên sợi dây

này là :  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{90\text{N}}{0,1\text{kg/m}}} = 30\text{m/s.}$

Thực nghiệm chỉ ra rằng phương trình (27-9) cho giá trị đúng của tốc độ các sóng trên sợi dây.

Trong cách lấy đạo hàm ở trên của phương trình sóng, ta đã thừa nhận rằng góc giữa một phần tử của dây và trục x là nhỏ. Đối với một sóng điều hoà, điều này tương ứng với bước sóng là lớn hơn nhiều so với biên độ,  $\lambda >> A$ . Phương trình sóng là kết quả của giả thiết này được gọi là *phương trình sóng tuyến tính*. Một phương trình vi phân là tuyến tính nếu các số hạng của nó chứa y và các đạo hàm của y ở luỹ thừa bậc nhất. Chẳng hạn một phương trình vi phân là tuyến tính nếu các số hạng của nó chứa y,  $\frac{\partial y}{\partial x}$  hoặc  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ , nhưng nó sẽ không là tuyến tính nếu các số hạng của nó có chứa  $y \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)$  hoặc  $\left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2$  hoặc  $y^2$ . Một đặc điểm quan trọng của phương trình sóng tuyến tính là tổng của các hàm sóng riêng rẽ cũng là một hàm sóng. Giả sử  $y_1(x,t)$  và  $y_2(x,t)$  là các hàm sóng riêng rẽ thỏa mãn một phương trình sóng tuyến tính. Khi đó :

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (27-10)$$

cũng là một hàm sóng thỏa mãn phương trình sóng tuyến tính đó. Nói cách khác các sóng thỏa mãn phương trình sóng tuyến tính đều tuân theo nguyên lý chồng chập.

Trong chương sau ta sẽ thấy một ví dụ khác trong đó định luật hai của Newton sinh ra một phương trình sóng, đó là phương trình sóng cho âm thanh trong

chất lưu. Đối với các sóng âm, hàm sóng biểu diễn độ dời dọc của chất lưu gây bởi sóng. Trong chương 30, ta sẽ thấy rằng các phương trình của điện học và từ học cũng tiên đoán sự tồn tại của các sóng điện từ. Đối với các sóng điện từ, hàm sóng biểu diễn các trường điện và từ dao động. Nói chung ta có thể viết phương trình sóng như sau :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (27-11)$$

trong đó  $\psi(x, t)$  biểu diễn đại lượng vật lý dao động. Trong trường hợp của sóng trên một sợi dây,  $\psi$  là độ chuyển dời ngang của sợi dây. Trong trường hợp của một sóng âm trong chất lưu,  $\psi$  là độ chuyển dời dọc của chất lưu. Trong trường hợp của các sóng điện từ,  $\psi$  là trường điện hoặc trường từ.

Khi phương trình sóng được dẫn ra cho một hệ vật lí thì một biểu thức cho tốc độ  $v$  theo các tính chất của môi trường cũng xuất hiện. Trong trường hợp của sợi

dây ta thấy rằng  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ . Đối với các

sóng cơ học trong một môi trường thì các đặc trưng quan trọng của môi trường là : (a) một thừa số đặc trưng cho lực hồi phục trong môi trường và (b) một thừa số đặc trưng cho khối lượng quán tính của môi trường. Biểu thức của tốc độ sóng có dạng :

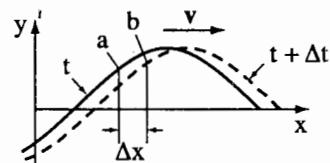
$$v = \sqrt{\frac{\text{thừa số lực phục hồi}}{\text{thừa số khối lượng quán tính}}}$$

nó cho biết sự phụ thuộc của tốc độ sóng vào các tính chất của môi trường có sóng chạy qua như thế nào.

## 27- 4. CÔNG SUẤT CỦA MỘT SÓNG

Khi một sóng chuyển động thì nó mang năng lượng theo chiều chạy của sóng. Để xác định tốc độ mà năng lượng được truyền đi bởi một sóng hay công suất của sóng, trước hết phải tìm mật độ năng lượng của sóng. Như chúng ta sẽ thấy công suất của sóng được cho bởi tích của mật độ năng lượng và tốc độ của nó.

Hãy xét một phần tử a của sợi dây trên hình 27-13 tại thời điểm  $t$  nào đó khi có một sóng chuyển động dọc theo sợi dây. Vì có sóng nên phần tử a có cả động năng gây bởi chuyển động của nó và thế năng gây bởi mức độ căng của dây. Động năng của phần tử bằng một nửa khối lượng của nó nhân với bình phương tốc độ của nó :



**Hình 27-13.** Với một sóng chạy theo chiều  $+x$  sợi dây được vẽ tại thời điểm  $t$  và tại thời điểm  $t + \Delta t$ . Năng lượng của phần tử a tại  $t$  bằng năng lượng của phần tử b tại  $t + \Delta t$ . Vậy năng lượng truyền dọc theo sợi dây với tốc độ

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v.$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}(\mu \Delta x) \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2$$

Do đó động năng trên một đơn vị dài hay mật độ động năng của sóng là :

$$\frac{\Delta K}{\Delta x} = \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2$$

Còn mật độ thế năng là (xem bài tập nâng cao 5) :

$$\frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$$

Mật độ năng lượng của sóng là tổng mật độ động năng và thế năng :

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$$

Trên hình 27-13 ta thấy rằng điều kiện của phần tử a tại thời điểm  $t$  (chuyển động của nó và nó bị căng ra) sẽ giống như điều kiện của phần tử b tại thời điểm  $t + \Delta t$ . Đó là năng lượng mà a có sẽ được chuyển tới b trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , sao cho năng lượng truyền dọc theo sợi dây với tốc độ  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ , giống như tốc độ sóng  $v$ . Vậy tốc độ mà năng lượng truyền dọc theo sợi dây

hay công suất của sóng là  $P = \frac{\Delta E}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$\text{hay } P = \left[ \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] v \quad (27-12)$$

Đối với một sóng điều hoà  $y = A \sin(kx - \omega t)$

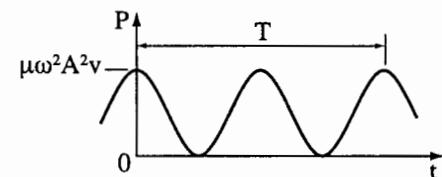
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

$$\text{và } \frac{\partial y}{\partial x} = k A \cos(kx - \omega t).$$

Với các biểu thức này ta có thể viết công suất của một sóng điều hoà là :

$$P = \mu \omega^2 A^2 \cdot v \cdot \cos^2(kx - \omega t)$$

Hình 27-14 cho đồ thị của công suất một sóng điều hoà theo thời gian tại một điểm



**Hình 27-14.** Công suất của một sóng điều hoà tại một điểm cố định theo thời gian. Sự phụ thuộc thời gian của công suất là  $\cos^2(\omega t)$ .

cố định trên sợi dây. Hãy chú ý rằng công suất luôn luôn dương, nó cho biết sự truyền năng lượng liên tục theo chiều chạy của sóng.

Vì công suất của một sóng điều hoà dao động giữa không và một giá trị cực đại nên có một đại lượng đáng quan tâm là **công suất trung bình  $\bar{P}$**  và trung bình được lấy theo một hoặc một số nguyên lần chu kì tại một điểm cố định. Sự phụ thuộc thời gian của  $P$  tại một điểm cố định, chẳng hạn tại  $x = 0$  là  $\cos^2(\omega t)$  hoặc một cách tương đương  $\sin^2(\omega t)$ . Như ta biết trung bình của  $\cos^2(\omega t)$  theo một chu kì là bằng  $\frac{1}{2}$ . Vậy :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \quad (27-13)$$

Sự phụ thuộc của công suất trung bình (và công suất) vào bình phương biên độ,  $P \sim A^2$ , là một đặc điểm chung cho các sóng điều hoà, bất kể chúng là sóng âm, sóng điện từ hay sóng trên một sợi dây.

Theo phương trình (27-13) *công suất trung bình của một sóng là như nhau tại mỗi điểm* dọc theo sợi dây. Điều này có nghĩa là, không có năng lượng bị mất bởi một sóng khi nó truyền qua một sợi dây. Nếu năng lượng bị mất bởi sóng khi nó truyền qua một môi trường thì ta nói rằng sóng bị *suy giảm*. Vì sóng điều hoà của ta có một

biên độ cố định nên nó mô tả một sóng không bị suy giảm. Sóng cơ học thực khi đi qua một môi trường luôn luôn có sự suy

giảm nhưng thường thì sự suy giảm đủ nhỏ để có thể bỏ qua. Trong các khảo sát dưới đây, ta sẽ bỏ qua sự suy giảm của sóng.

### VÍ DỤ 27-3

**Công suất của một sóng.** Một sợi dây có mật độ khối lượng dài là  $47\text{g/m}$  và được giữ căng sao cho lực căng trên sợi dây là  $75\text{N}$ . Một sóng điều hoà có biên độ  $A = 13\text{mm}$  và tần số  $v = 32\text{Hz}$  truyền dọc theo dây. Công suất trung bình của sóng bằng bao nhiêu ?

**Giải.** Để tìm ta phải xác định giá trị của  $v$  và  $\omega$  :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{75\text{N}}{47\text{g/m}}} = 40\text{m/s}$$

$$\omega = 2\pi v = 2\pi(32\text{ Hz}) = 200\text{rad/s}$$

Từ phương trình (27-13), ta có :

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v = \frac{1}{2}(47\text{g/m})(200\text{rad/s})^2(13\text{mm})^2(40\text{m/s}) = 6,4\text{W}$$

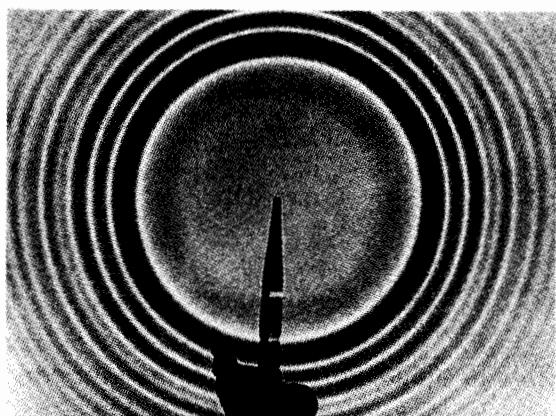
### Bài tự kiểm tra 27-3

Hãy xét một vị trí xác định trên sợi dây khi sóng trong ví dụ trên truyền qua. (a) Giá trị cực tiểu của công suất của sóng tại một điểm nào đó bằng bao nhiêu ? (b) Giá trị cực đại của công suất của sóng tại một thời điểm nào đó bằng bao nhiêu ?

**Đáp số :** (a) Không, (b)  $12,7\text{W}$ .

### Các sóng trong không gian ba chiều. Năng lượng sóng cơ

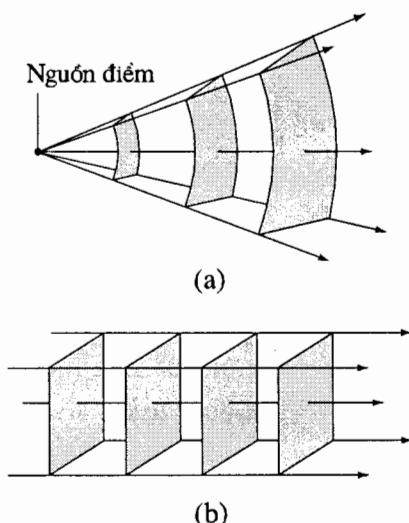
Giả sử có một chiếc kim nhỏ đặt sát mặt nước và cho dao động, ta thấy có các sóng truyền xuyên tâm từ điểm nhiễu động đó ra ngoài. Mỗi ngọn sóng tạo ra một đường tròn có bán kính tăng liên tục khi sóng truyền đi và mỗi đường tròn lan rộng này được gọi là một mặt sóng. Trên hình 27-15, các mặt sóng xuất hiện như một dãy các đường tròn đồng tâm cách nhau một bước sóng. Các sóng trên mặt nước là một ví dụ của các sóng truyền hai chiều. Ta có thể



**Hình 27-15.** Các mặt sóng tròn trên mặt nước. Các sóng được gây bởi một nhiễu động tuần hoàn trên mặt nước, sự nhiễu động ở đây thể hiện như một nguồn điểm.

sử dụng các sóng hai chiều này để giúp hình dung các sóng ba chiều.

Đối với một sóng ba chiều như một sóng âm, hay một sóng ánh sáng, các mặt sóng tạo thành các mặt. Trên hình 27-16a ta vẽ phần cắt ra của các mặt cầu đồng tâm. Các phần mặt cầu này biểu diễn phần của các mặt sóng phát ra từ một nguồn điểm đặt tại tâm của các mặt cầu đó. Trong môi trường đồng tính, mỗi mặt sóng tạo thành một mặt cầu trọn vẹn. Các sóng được phát ra từ một *nguồn điểm* trong môi trường đồng tính thường được gọi là *các sóng cầu*.



**Hình 27-16.** (a) Các phần của mặt cầu được dùng để biểu diễn phần của các mặt sóng cầu phát đi từ một nguồn điểm. (b) Các phần của mặt phẳng dùng để biểu diễn một phần của các mặt sóng phẳng của các sóng ở xa nguồn.

Các đường thẳng được vẽ trên hình đều hướng xuyên tâm từ nguồn ra ngoài, được gọi là các *tia*. Các tia đều được vẽ vuông góc với các mặt sóng và được dùng để chỉ chiều truyền sóng.

Ở khoảng cách lớn tính từ một nguồn điểm, các mặt sóng trở nên gần phẳng.

Khi đó một phần của mặt phẳng sẽ được dùng để biểu diễn một phần của mặt sóng như đã làm trên hình 27-16b. Các sóng này được xem như các *sóng phẳng*. Trong trường hợp của các sóng phẳng, các tia sóng là các đường thẳng song song và cách đều nhau.

### Năng lượng của sóng điều hoà

Xét một thể tích nhỏ  $\Delta V$  trong một môi trường đồng chất và đẳng hướng nằm trên phương truyền sóng x. Năng lượng của sóng khi truyền qua thể tích này, gồm có động năng  $\Delta K$  và thế năng tương tác  $\Delta U$  của các phân tử trong thể tích đó :  $\Delta E = \Delta K + \Delta U$ . Gọi  $m$  là khối lượng tổng cộng của các phân tử và  $u$  là vận tốc dao động của mỗi phân tử thì :

$$\Delta K = \frac{1}{2} mu^2$$

trong đó  $m = \rho \Delta V$  (với  $\rho$  là mật độ khối lượng)

$$\text{và } u = \frac{\partial y}{\partial t}$$

Giả sử hàm sóng theo phương x có dạng :  $y = A \sin(kx - \omega t)$ , khi đó

$$\Delta K = \frac{1}{2} \rho \Delta V A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

Còn thế năng tương tác  $\Delta U$  của các phân tử được tính từ lí thuyết đàn hồi có dạng :

$$\Delta U = \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \Delta V$$

trong đó  $\alpha$  là hệ số đàn hồi liên hệ với tốc độ truyền sóng bởi công thức :

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}} = \frac{\omega}{k}$$

Ta có thể tính được

$$\Delta U = \frac{1}{2} \rho \Delta V \cdot A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t).$$

Như vậy năng lượng của sóng trong thể tích  $\Delta V$  là :

$$\Delta E = \rho \Delta V \cdot A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (27-14)$$

Nếu chia  $\Delta E$  cho  $\Delta V$  ta sẽ có *mật độ năng lượng sóng*, tức là phần năng lượng có trong một đơn vị thể tích của môi trường :

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (27-15)$$

Như vậy mật độ năng lượng của sóng cũng biến thiên tuần hoàn theo thời gian. Thường chúng ta quan tâm tới *mật độ năng lượng trung bình* lấy theo một chu kỳ hoặc một số nguyên lần chu kỳ tại một điểm cố định. Giá trị trung bình của

$\cos^2(kx - \omega t)$  bằng  $\frac{1}{2}$ , vậy :

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \quad (27-16)$$

### Năng thông sóng, cường độ sóng

Ta hãy xét một mặt  $S$  nào đó, trong quá trình truyền sóng có một năng lượng truyền qua mặt  $S$  đó. Ta định nghĩa *năng lượng sóng P qua một mặt S nào đó trong môi trường là một đại lượng có trị số bằng năng lượng sóng gửi qua mặt đó trong một đơn vị thời gian*.

Xét một mặt  $\Delta S$  có diện tích nhỏ đặt vuông góc với phương truyền sóng. Sau thời gian một đơn vị, phần năng lượng sóng gửi qua  $\Delta S$  bằng năng lượng chứa trong một hình hộp có tiết diện ngang bằng  $\Delta S$  và có chiều dài bằng tốc độ

truyền sóng  $v$ . Phần năng lượng này chính là năng thông sóng qua  $\Delta S$  :

$$P = w \Delta S v \quad (27-17)$$

Giá trị trung bình của năng thông trong một chu kỳ của một sóng điều hoà bằng :

$$\bar{P} = \bar{w} \Delta S v = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \Delta S \cdot v \quad (27-18)$$

Để đặc trưng cho dòng năng lượng của sóng gửi qua 1 đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian, người ta dùng một đại lượng gọi là **cường độ sóng** (hay còn gọi là **mật độ năng thông**).

Cường độ  $I$  của một sóng là công suất  $P$  truyền qua một đơn vị diện tích của một bề mặt vuông góc với chiều truyền sóng. Vì công suất là tốc độ trao đổi năng lượng,  $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$  nên ta có :

$$I = \frac{P}{\Delta S} = \frac{\Delta E}{\Delta t \Delta S} \quad (27-19)$$

Trong đó,  $\Delta S$  là diện tích của một bề mặt vuông góc với chiều truyền sóng và  $\Delta E$  là năng lượng truyền qua diện tích đó trong khoảng thời gian  $\Delta t$ . Vì thứ nguyên của công suất là năng lượng chia cho thời gian nên thứ nguyên của cường độ là  $(\text{năng lượng}) / [(\text{thời gian}).(\text{diện tích})]$ . Đơn vị SI của cường độ là oát trên mét vuông,  $\text{W/m}^2$ .

Trong trường hợp của một sóng điều hoà thì từ công thức (27-17) ta có :

$$I = \frac{P}{\Delta S} = w v$$

và **cường độ trung bình** là :

$$\bar{I} = \bar{w} \cdot v = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v \quad (27-20)$$

Bây giờ ta hãy xét sự giảm cường độ theo khoảng cách từ một nguồn sóng điểm. Gọi  $P_0$  là công suất ra ổn định của nguồn và thừa nhận rằng : (a) môi trường không làm suy giảm các sóng và (b) các sóng được phát ra từ nguồn truyền đều theo mọi hướng. Vì cường độ  $I$  là công suất trên một đơn vị diện tích, nên tốc độ mà năng lượng truyền qua một mặt cầu có bán kính  $r$  (diện tích  $4\pi r^2$ ) có tâm tại nguồn là  $I (4\pi r^2)$ . Do bảo toàn năng lượng

nên công suất phát của nguồn sẽ bằng tốc độ truyền năng lượng qua mặt cầu này. Tức là  $P_0 = 4\pi r^2 I$  hay

$$I = \frac{P_0}{4\pi r^2} \quad (27-21)$$

Vì năng lượng sóng của một nguồn điểm truyền đi như nhau theo các phương trong không gian ba chiều nên cường độ sẽ giảm theo nghịch đảo của bình phương khoảng cách  $r$  kể từ nguồn.

## 27-5. SỰ GIAO THOA CỦA CÁC SÓNG ĐIỀU HOÀ

Nếu hai hoặc nhiều sóng tồn tại trong cùng một vùng không gian thì các sóng sẽ giao thoa nhau. Tức là khi các sóng riêng rẽ được chồng chập lên nhau, chúng sẽ tổ hợp lại để sinh ra một sóng tổng hợp. Ta sẽ xét hai trường hợp đặc biệt của hiện tượng giao thoa của hai sóng điều hòa. Một trong các trường hợp này bao gồm các hiện tượng liên quan tới giao thoa tăng cường và huỷ nhau. Trường hợp thứ hai là hiện tượng được gọi là *sóng đứng*.

### Sự giao thoa tăng cường hoặc huỷ nhau

Hãy xét sự giao thoa của hai sóng điều hòa, các sóng 1 và 2 :

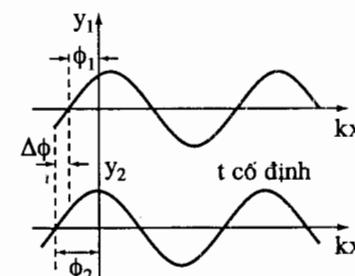
$$y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi_1)$$

$$\text{và } y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi_2)$$

Hai sóng chạy theo cùng một chiều và cùng biên độ  $A$ , số sóng  $k$  và tần số góc  $\omega$  nhưng các hằng số pha  $\phi_1$  và  $\phi_2$  của chúng có thể khác nhau. *Hiệu pha*  $\Delta\phi$  giữa các sóng này là :

$$\Delta\phi = (kx - \omega t + \phi_2) - (kx - \omega t + \phi_1) = \phi_2 - \phi_1$$

Trên hình 27-17 mỗi sóng được vẽ trên một đồ thị riêng rẽ và hiệu pha cũng đã



**Hình 27-17.** Các đồ thị của  $y$  theo  $kx$  tại t cố định đối với các sóng điều hòa 1 và 2. Hiệu pha giữa các sóng là  $\Delta\phi$ .

được chỉ ra. Nếu  $\phi_2 = \phi_1$  ( $\Delta\phi = 0$ ), ta nói rằng các sóng là cùng pha với nhau và nếu  $\phi_2 \neq \phi_1$  (hay  $\Delta\phi \neq 0$ ), ta nói rằng các sóng là lệch pha với hiệu pha  $\Delta\phi$ .

Để tìm được sóng tổng hợp  $y$  tạo ra bởi sự giao thoa của  $y_1$  và  $y_2$ , ta dùng nguyên lý chồng chập

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A[\sin(kx - \omega t + \phi_1) + \sin(kx - \omega t + \phi_2)]$$

Khi dùng hằng đẳng thức lượng giác :

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right] \cos\left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]$$

ta có :

$$y = [2A \cos\left(\frac{1}{2}\Delta\phi\right)] \sin[kx - \omega t + \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi_2)] \quad (27-22)$$

Từ phương trình (27-22) ta thấy :

1. Sóng tổng hợp  $y$  là một sóng điều hoà cùng tần số góc  $\omega$  (hoặc cùng chu kì  $T$ ) và cùng chiều truyền ( $+x$ ) như các sóng thành phần ( $y_1$  và  $y_2$ ).

2. Biên độ của  $y$  là  $\left|2A \cos\left(\frac{1}{2}\Delta\phi\right)\right|$  phụ

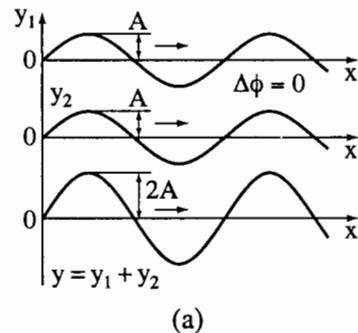
thuộc hiệu pha  $\Delta\phi$  giữa  $y_1$  và  $y_2$ . Vậy hiệu pha đóng một vai trò quan trọng trong sự giao thoa của các sóng điều hoà này.

Giả sử hiệu pha giữa  $y_1$  và  $y_2$  bằng không hoặc bằng một số nguyên lần của  $2\pi$ , tức hai sóng cùng pha với nhau. Khi đó  $\Delta\phi = 2k\pi$  với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\dots$

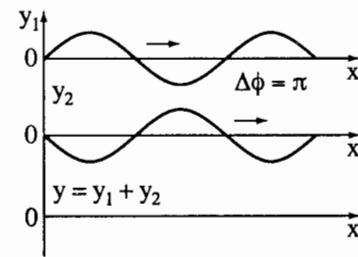
$$\left|\cos\left(\frac{1}{2}\Delta\phi\right)\right| = 1 \text{ và biên độ của } y \text{ là } 2A.$$

Dạng này của sự giao thoa được gọi là *sự giao thoa tăng cường nhau*. Khi  $y_1$  và  $y_2$  giao thoa tăng cường nhau thì sóng tổng hợp có biên độ lớn gấp đôi biên độ của  $y_1$  hoặc  $y_2$ , nếu từng sóng đó tác dụng một mình. Trong trường hợp này,  $y_1$  và  $y_2$  chồng chập lên nhau, ngọn lên ngọn và hõm lên hõm như được vẽ trên hình 27-18a.

Giả sử  $y_1$  và  $y_2$  ngược pha nhau tức hiệu pha của chúng là  $\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$  với  $k = 0, \pm 1, \pm 2\dots$  Khi đó  $\cos\left(\frac{1}{2}\Delta\phi\right) = \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0$



(a)



(b)

**Hình 27-18.** Sự giao thoa của hai sóng điều hoà. Hai sóng có cùng  $A$ ,  $k$ ,  $\omega$  và chiều truyền. (a) Sự giao thoa là tăng cường nhau ( $\Delta\phi = 0$ ). (b) sự giao thoa là huỷ nhau ( $\Delta\phi = \pi$ ).

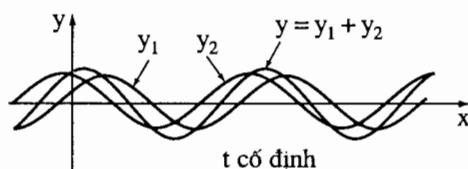
và biên độ của  $y$  là  $2A \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0$ . Dạng

này của sự giao thoa được gọi là *sự giao thoa huỷ nhau*. Sóng tổng hợp không tồn tại vì  $y_1$  và  $y_2$  chồng chập lên nhau, ngọn lên hõm và hõm lên ngọn như được vẽ trên hình 27-18b. Khi các sóng lệch pha nhau  $180^\circ$  hoặc  $\pi$  rad thì ta nói rằng các sóng này ngược pha nhau.

Đối với các giá trị khác của hiệu pha  $\Delta\phi$ , sóng tổng hợp có một biên độ trung gian giữa  $2A$  và  $0$  không. Một đồ thị của trường hợp trong đó  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$  được

vẽ trên hình 27-19. Trong trường hợp này biên độ của  $y$  là  $2A \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1,41A$ .

Các hiện tượng giao thoa này là nét đặc trưng cho các sóng và khi ta nghiên cứu một hiện tượng, chúng có thể được dùng như một bằng chứng để xác nhận là các sóng có can dự vào hiện tượng đó. Như ta sẽ thấy trong chương 32, bằng chứng có sức thuyết phục đầu tiên về ánh sáng thể hiện như một sóng đã được thực hiện bằng các thí nghiệm trong đó ánh sáng đã gây ra sự giao thoa tăng cường và huỷ nhau.

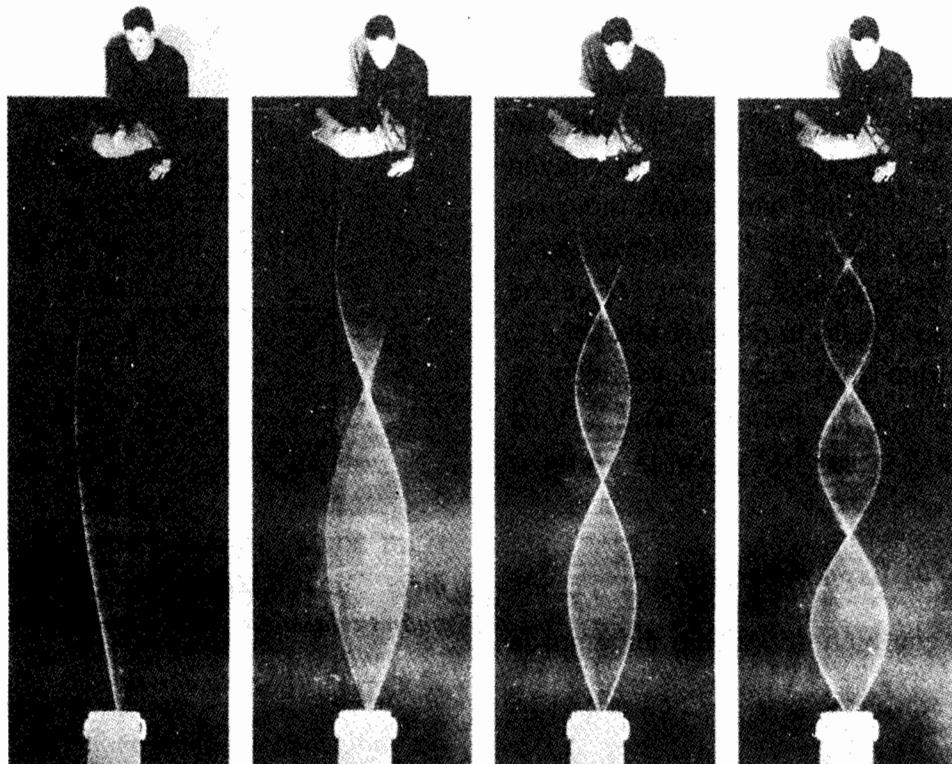


**Hình 27-19.** *Sự giao thoa của các sóng 1 và 2 trên cùng một sợi dây sinh ra một sóng tổng hợp. Trong trường hợp vẽ trên hình các sóng 1 và 2 lệch pha nhau 90°.*

## Các sóng đứng

Nếu một đoàn sóng tới gặp một biên thì phần phản xạ của đoàn sóng sẽ giao thoa với phần tới của đoàn sóng đó. Sự giao thoa này có thể gây ra một bức tranh sóng đứng được gọi là một *sóng đứng*. *Hiện tượng sóng đứng là sự giao thoa của hai sóng điều hoà có cùng biên độ, cùng bước sóng, truyền cùng phương nhưng theo chiều ngược nhau.* Các sóng đứng rất quan trọng trong nhiều lĩnh vực của khoa học và kỹ thuật (xem bài đọc thêm). Chúng cũng quan trọng trong việc thiết kế các tòa nhà, các cầu và các nhạc cụ.

Hình 27-20 cho ảnh chụp của các sóng đứng được sinh ra trên một ống cao su dài được rung một đầu ống. Để thấy các sóng



**Hình 27-20.** *Các sóng đứng dọc theo một ống cao su dài. Trong mỗi trường hợp, đầu ống bị rung nhẹ ở tần số được cho bởi phương trình 27-27. Ống chuyển động nhanh tới mức nó có vẻ bị nhoè trong vùng chuyển động.*

đứng được tạo thành như thế nào, ta hãy xét sự giao thoa của hai sóng điều hoà có cùng biên độ, số sóng và tần số góc nhưng chạy ngược chiều nhau :

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \text{ và } y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

Sóng 1 là sóng chạy theo chiều  $+x$ , sóng 2 theo chiều  $-x$  và mỗi sóng đều có tốc độ

là  $v = \frac{\omega}{k}$ . Đặt  $y_1$  biểu diễn sóng tới và

$y_2$  – sóng phản xạ. Dùng nguyên lí chồng chập, ta thấy rằng sóng tổng hợp  $y$  là :

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

Bằng cách sử dụng hằng đẳng thức lượng giác, ta tìm được biểu thức của sóng tổng hợp :

$$y(x, t) = 2A \cos(\omega t) \cdot \sin(kx) \quad (27-23)$$

Đây là hàm sóng đối với một sóng đứng.

Trong một sóng đứng, bức tranh sóng không chuyển động, nhưng các phần tử của sợi dây lại chuyển động. Sự chuyển động được minh họa bằng chuỗi thời gian được vẽ trên hình 27-21. Khi viết sóng đứng là  $y = [2A \sin(kx)] \cos(\omega t)$ , ta có thể thấy rằng một phần tử riêng rẽ của sợi dây thực hiện dao động điều hoà với biên độ bằng  $|2A \sin(kx)|$ . Biên độ của dao động điều hoà này có giá trị cực đại là  $2A$  tại vị trí mà :

$|\sin(kx)| = 1$  hay  $kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots$  Các vị trí này của biên độ cực đại được gọi là các bung sóng. Vì  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  nên các vị trí của các bung sóng là :

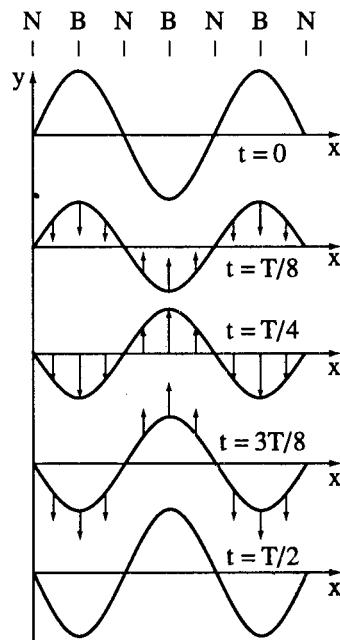
$$x_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (27-24)$$

Các bung sóng cách nhau một nửa bước sóng và được kí hiệu bằng chữ B trên hình 27-21.

Vì  $\sin(kx) = 0$  tại các giá trị của  $x$  mà  $kx = 0, \pi, 2\pi \dots$  nên các phần tử nằm tại các vị trí này không chuyển động. Vị trí của các phần tử này được gọi là *các nút sóng*. Vị trí của các nút là :

$$x_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (27-25)$$

Các nút sóng cách nhau một nửa bước sóng và được kí hiệu bằng chữ N trên hình 27-21.



**Hình 27-21.** Một sóng đứng tại 5 thời điểm. Các mũi tên chỉ vận tốc của một số phần tử đại diện. Hãy chú ý rằng tại  $t = 0$  và  $t = \frac{T}{2}$  thì toàn bộ sợi dây đứng yên tức thời. Biên độ được phóng đại lên để minh họa cho rõ hơn.

Để tạo ra các sóng đứng có một bước sóng giống như bước sóng vẽ trên hình 27-20,

người làm thí nghiệm phải rung đầu ống với một tần số nhất định. Một nút sóng tồn tại ở mỗi đầu của ống, một nầm ở tay người làm thí nghiệm và một tại đầu cố định của ống. Nếu ta đặt các đầu ống là  $x = 0$  và  $x = L$  thì điều kiện này có thể được phát biểu thông qua các điều kiện của hàm sóng :

$$y(0, t) = 0 \quad \text{và} \quad y(L, t) = 0$$

Vì một nút nằm tại mỗi đầu ống và vì các nút cách nhau  $\frac{1}{2}\lambda$ , nên một số nguyên lần các nửa bước sóng phải vừa khớp với độ dài  $L$  của ống, hay

$$n \left( \frac{\lambda_n}{2} \right) = L \quad (n = 1, 2, 3\dots) \quad (27-26)$$

Trong đó  $n$  là một số nguyên và  $\lambda_n$  là các bước sóng đặc biệt thoả mãn các điều kiện biên. Giải đối với  $\lambda_n$ , ta có :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Các bước sóng cho phép đối với các sóng đứng là  $\lambda_1 = 2L$ ,  $\lambda_2 = L$ ,  $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$ ...

Như vậy, một sóng đứng không thể có bước sóng bất kì được. Nó chỉ có thể có một trong số các bước sóng đặc biệt  $\lambda_n$  phù hợp với điều kiện biên. Vì tần số của một sóng liên hệ với bước sóng của nó bằng biểu thức  $v = \lambda v$ , nên tần số của một sóng đứng cũng chỉ có một số giá trị đặc biệt  $v_n$ . Sử dụng phương trình (27-26) ta thấy rằng các giá trị này là :

$$v_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \left( \frac{v}{2L} \right)$$

Các tần số này được gọi là các *tần số tự nhiên*. Tần số tự nhiên thấp nhất  $v_1 = \frac{v}{2L}$  được gọi là *tần số cơ bản*. Vì  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  nên tần số cơ bản có thể được viết là :

$$v_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Các tần số tự nhiên có thể biểu diễn qua tần số cơ bản như sau :

$$v_n = nv_1 \quad (n = 1, 2, 3\dots) \quad (27-27)$$

Vậy các tần số tự nhiên đều là bội số nguyên của tần số cơ bản. Các tần số tự nhiên này đều được gọi là **các hoạ âm**, tần số cơ bản  $v_1$  được gọi là hoạ âm thứ nhất,  $v_2 = 2v_1$  được gọi là hoạ âm thứ hai,  $v_3 = 3v_1$  được gọi là hoạ âm thứ ba,...

Nếu người làm thí nghiệm trên hình 27-20 rung đầu của ống với dao động điều hoà có tần số bằng một trong các tần số hoạ âm thì sóng đứng tương ứng với tần số đó sẽ tồn tại trong ống.

Hãy xét tần số cơ bản của một sợi dây trong một nhạc cụ, như một đàn ghi ta

chẳng hạn. Vì  $v_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  nên chu kỳ

phụ thuộc vào (a) lực căng  $F$  trên sợi dây (b) mật độ khối lượng dài  $\mu$  của sợi dây và (c) độ dài  $L$  của sợi dây giữa các đầu cố định. Khi chơi đàn ghi ta, tất cả ba thừa số trên đều được tính đến. Một đàn ghi ta được lén dây để thay đổi  $F$ . Các dây đàn khác nhau sẽ có giá trị khác nhau của  $\mu$ . Độ dài  $L$  giữa các đầu cố định của sợi dây được biến đổi bằng cách **bấm dây** vào một phím đàn.

## VÍ DỤ 27-4

**Các sóng đứng trên một ống cao su dài.** Đối với một ống cao su dài ở hình 27-20, hãy giả sử rằng  $F = 72\text{N}$ ,  $M = 0,84\text{kg}$  và  $L = 3,8\text{m}$ . (a) Tần số cơ bản bằng bao nhiêu ? (b) Người làm thí nghiệm phải rung đầu ống với tần số bằng bao nhiêu để sinh ra một sóng đứng có hai bụng.

Thực tế người làm thí nghiệm phải không ngừng rung nhẹ đầu ống để bù cho sự suy giảm. Vậy đầu ống mà người làm thí nghiệm nắm chỉ gân đúng là một nút.

**Giải.** (a) Vì  $\mu = \frac{M}{L}$  nên tần số cơ bản là :

$$v_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{FL}{M}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{LM}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{72\text{N}}{[(3,8\text{m})(0,84\text{kg})]}} = 2,4\text{Hz}.$$

(b) Một sóng đứng với hai bụng là hoạ âm thứ hai  $n = 2$ . Tần số của hoạ âm thứ hai là  $v_2 = 2v_1 = 2(2,4\text{Hz}) = 4,8\text{Hz}$ .

## Bài tự kiểm tra 27-4

Đối với một ống cao su dài được mô tả trong ví dụ trên, người làm thí nghiệm sẽ phải rung đầu ống với tần số bằng bao nhiêu để sinh ra một sóng đứng với ba bụng.

**Đáp số :** 7,2Hz.

## Bài đọc thêm

### NGUYÊN TỬ, SÓNG ĐÚNG VÀ SỰ LƯỢNG TỬ HOÁ

Hãy giả sử rằng bạn có một tài khoản ngân hàng và ngân hàng này có một quy tắc hơi lạ. Quy tắc đó là tài khoản của bạn chỉ được phép có một số giá trị chẵng hạn như là 0,00 ; 17,40 ; 34,02 ; 52,87 đô la,... Nếu tài khoản hiện có 17,40 đô la thì bạn có thể gửi thêm 16,62 đô la vì  $16,62 + 17,40 = 34,02$ . Số tiền gửi này đặt tài khoản của bạn vào một giá trị được chấp nhận. Nhưng bạn không thể gửi vào tài khoản 16,61 hoặc 16,63 đôla hoặc một số lượng nào khác làm cho tài

khoản có một giá trị bị cấm. Nếu tài khoản của bạn là 34,02 đôla thì bạn chỉ có thể rút ra 16,62 đôla hoặc 34,02 đôla chứ bạn không thể rút ra một số lượng nào khác. Ta mô tả quy tắc lạ này bằng cách nói rằng số dư tại tài khoản của bạn đã được lượng tử hoá.

Một điều lạ là năng lượng của các nguyên tử cũng bị lượng tử hoá. Khi một nguyên tử giải phóng hoặc nhận năng lượng thì nó chỉ có thể giải phóng hoặc nhận một lượng sao cho có thể đưa nó từ

một giá trị năng lượng cho phép này tới một giá trị cho phép khác. Các giá trị năng lượng cho phép này được gọi là các *mức năng lượng*.

Tính chất nào của các nguyên tử đã dẫn tới sự lượng tử hoá năng lượng của các nguyên tử ? Các đặc trưng của sóng đứng cho ta một đầu mối để tìm ra câu trả lời. Ở phần trên ta đã thấy rằng khi các sóng bị hạn chế trong một vùng không gian thì các sóng đứng có thể sẽ được xác lập và tần số của các sóng đứng này đều bị lượng tử hoá. Trên một sợi dây có hai đầu cố định, các tần số của sóng đứng là  $v_n = nv_1$ , trong đó  $v_1$  là tần số cơ bản và  $n$  là một số nguyên. Chẳng hạn như nếu  $v_1 = 2,1$  Hz thì các tần số cho phép là 2,1 ; 4,2 ; 6,3Hz,... Tần số 4,1 Hz sẽ bị cấm, tức là không có sóng đứng với tần số đó tồn tại trên dây. Các tần số bị lượng tử hoá này đều là kết

quả của các điều kiện biên mà hàm sóng của sóng cần phải thoả mãn.

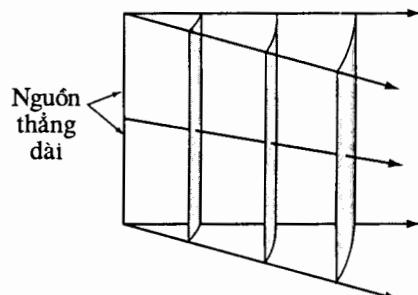
Nhưng các sóng thì có liên quan gì với các nguyên tử ? Ta biết rằng các nguyên tử có chứa các electron mà các electron thì biểu lộ tính chất sóng. Thực tế một electron có thể được mô tả bằng một hàm sóng. Vì các electron trong một nguyên tử đều bị hạn chế ở bên trong nguyên tử đó, nên các hàm sóng của các electron trong nguyên tử phải phù hợp với các điều kiện biên. Các điều kiện biên này làm cho hàm sóng của các electron trong nguyên tử có các nút và các bụng giống như các sóng đứng trên một sợi dây. Các mức năng lượng khác nhau của nguyên tử đều được gắn liền với các bức tranh sóng đứng khác nhau đối với các hàm sóng của electron. Sự lượng tử hoá năng lượng của các nguyên tử là kết quả của các điều kiện biên mà các hàm sóng của các electron trong nguyên tử phải thoả mãn.

## ?

### (ÂU HỎI)

- 1** Hãy khảo sát sự tương tự giữa các sóng vật lí xét trong chương này và các sóng trong các câu sau đây :
  - (a) Nếu sếp của bạn đối xử với bạn không đẹp, thì chớ có gây sóng gió bằng cách báo cáo với giám đốc công ty, bởi vì người bị hại có thể là chính bạn.
  - (b) Lan Anh có mái tóc lượn sóng.
  - (c) Quân địch tấn công bằng cách tạo ra các đợt sóng bộ binh.
- 2** Nếu bạn quay nhanh một đầu của sợi dây căng nằm ngang theo một vòng tròn trong mặt phẳng thẳng góc với sợi dây thì sóng sẽ được truyền dọc theo sợi dây. Sóng này là sóng ngang, dọc, một tổ hợp nào đó của hai sóng ấy hay không phải của hai sóng đó ?
- 3** Hãy giả thiết có hai xung sóng chạy ngược chiều giao thoa với nhau. Sau khi không còn chồng chập lên nhau nữa, thì dạng của chúng có bị thay đổi không ? Tốc độ của chúng có bị thay đổi do sự gấp nhau đó không ? Nếu câu trả lời của bạn cho mỗi câu hỏi là có thì hãy mô tả những thay đổi này.

- 4** Khi hai xung sóng chạy ngược chiều, gặp nhau thì liệu chúng có bị nảy lại giống như các viên bi trong va chạm trực diện không ? hay mỗi xung này đi xuyên qua xung kia như một cái bóng trong phim hoạt hình ? Hình vẽ nào trong chương này là minh chứng tốt nhất cho câu trả lời của bạn ?
- 5** Khi một xung sóng bị phản xạ từ một vật cản cố định như được vẽ trên hình 27-7, ta nói rằng pha của sóng bị đảo ngược ở chỗ phản xạ. Khi một xung trên sợi dây nhẹ phản xạ từ một biên nối dây nhẹ sang dây nặng, thì pha của sóng có bị đảo ngược ở chỗ phản xạ không ?
- 6** Hãy xét một sóng điều hoà có biên độ A trên một sợi dây nằm ngang. Li độ y đối với một phần tử có gia tốc cực đại hướng lên trên sẽ bằng bao nhiêu ? y đối với một phần tử có gia tốc bằng không sẽ bằng bao nhiêu ? y đối với một phần tử nằm yên tức thời sẽ bằng bao nhiêu ? y đối với một phần tử có vận tốc cực đại lớn hơn đối với các phần tử của sợi dây mà nó đi qua.
- 7** Hai sóng điều hoà ở trên các sợi dây khác nhau nhưng có cùng mật độ và sức căng. Các sóng có cùng tần số nhưng sóng 1 có biên độ gấp đôi biên độ của sóng 2. Tốc độ truyền của sóng nào lớn hơn ? Sóng nào sẽ gây ra tốc độ cực đại lớn hơn đối với các phần tử của sợi dây mà nó đi qua.
- 8** Nếu tốc độ của một sóng trên sợi dây là  $v_0$  khi lực căng của sợi dây là  $F_0$ , thì tốc độ của sóng khi lực căng là  $2F_0$  sẽ bằng bao nhiêu ?
- 9** Hai sợi dây có cùng lực căng. Khối lượng trên một đơn vị dài của sợi dây 1 là  $\mu_0$  và khối lượng trên một đơn vị dài của sợi dây 2 là  $2\mu_0$ . Nếu tốc độ của sóng trên sợi dây 1 là  $v_0$  thì tốc độ của sóng trên sợi dây 2 sẽ bằng bao nhiêu ?
- 10** Nếu biên độ của một sóng điều hoà được tăng gấp đôi còn các thửa số khác được giữ nguyên, thì công suất của sóng sẽ thay đổi thế nào ? Nếu tần số của một sóng điều hoà trên một sợi dây được tăng gấp đôi còn các thửa số khác được giữ nguyên, thì công suất của sóng sẽ thay đổi thế nào ?
- 11** Biên độ của một sóng điều hoà phụ thuộc như thế nào vào khoảng cách từ một nguồn điểm phát các sóng đều theo mọi hướng trong không gian ba chiều ?
- 12** Các mặt sóng của sóng được phát đều dọc theo chiều dài của một nguồn thẳng dài trong một môi trường đồng tính có dạng là các mặt trụ đồng tâm với nguồn thẳng như



**Hình 27-22. Câu hỏi 12. Phần các mặt được dùng để biểu diễn các mặt sóng trụ phát ra từ một nguồn thẳng. Các sóng này được gọi là các sóng trụ.**

dược vẽ trên hình 27-22. Nếu không có sự suy giảm thì cường độ của các sóng như vậy sẽ giảm như  $\frac{1}{R}$ , với R là khoảng cách vuông góc từ nguồn

thẳng tới điểm mà tại đó cường độ được đo. Hãy giải thích sự phụ thuộc này theo R. Biên độ của một sóng điều hoà phụ thuộc như thế nào vào khoảng cách tính từ một nguồn thẳng.

- 13** Tại sao các sợi dây của đàn ghita lại có các đường kính khác nhau ? Các dây đàn nào tạo ra các âm trầm hơn ?

## ĐỀ TẬP

### Mục 27-1. Các đặc trưng của sóng

- 1** Một xung sóng được cho bởi biểu thức,  $y(x, t) = y_0 e^{-[(x-vt)/x_0]^2}$  trong đó  $y_0 = 4,1\text{mm}$  và  $x_0 = 1,28\text{m}$ . Tốc độ của xung là  $v = 7,4\text{m/s}$ . (a) Trên cùng một hệ toạ độ, hãy vẽ đồ thị của y theo x cho xung tại  $t = 0,00$  và tại  $t = 0,50\text{s}$ . Hãy phỏng đại thang thẳng đứng so với thang nằm ngang cho dễ thấy. (b) Hãy xác định độ cao h và độ rộng w của xung đó. (c) Hãy vẽ đồ thị của y theo t tại  $x = 0$  đối với xung sóng này.
- 2** Một xung sóng được cho bởi biểu thức  $y(x, t) = y_0 (2,00)^{-[(x-vt)/x_0]^4}$  trong đó  $y_0 = 10,0\text{mm}$  và  $x_0 = 1,00\text{m}$ . Tốc độ của xung là  $v = 2,00\text{m/s}$ . (a) Trên cùng một hệ toạ độ hãy vẽ đồ thị của y theo x cho xung tại  $t = 0,00$  và tại  $t = 1,00\text{s}$ . Hãy phỏng đại thang thẳng đứng so với thang nằm ngang cho dễ thấy. (b) Hãy xác định độ cao h và độ rộng w của xung.
- 3** Các sóng dọc và ngang được sinh bởi một tâm động đất truyền theo các tốc độ khác nhau trong vỏ của Trái Đất, vào khoảng  $8\text{km/s}$  đối với sóng dọc và  $5\text{km/s}$  đối với sóng ngang. Nếu hai loại sóng trên nhận được từ một vụ động đất, sóng nọ cách sóng kia  $250\text{s}$ , thì khoảng cách tính từ địa điểm nhận được tới tâm động đất bằng bao nhiêu ?
- 4** Hãy chỉ ra hàm nào trong số các hàm sau đây có dạng  $y = f(x - vt)$  hoặc  $y = f(x + vt)$  :

$$1. \quad y = y_0 \left[ \frac{x + vt}{x_0} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$2. \quad y = y_0 \left[ \frac{x^2 - 2vtx + v^2t^2}{x_0} \right]$$

$$3. y = y_0 \left[ \frac{x^2 - v^2 t^2}{x_0^2} \right]$$

$$4. y = y_0 \frac{\ln x}{vt}$$

Liệu có thể dùng hàm nào trong số các hàm này để biểu diễn một sóng chạy trên một dây đàn ? Nếu không thì tại sao lại không ?

## Mục 27-2. Các sóng điều hoà

- 5 Một sóng điều hoà trên sợi dây được cho bởi biểu thức :

$$y(x,t) = (43\text{mm}) \sin \left\{ \frac{2\pi}{0,82\text{m}} [x + (12\text{m/s})t] \right\}$$

Hãy xác định : (a) Biên độ, (b) Bước sóng, (c) Tốc độ, (d) Chu kì, (e) Số sóng, (f) Tân số, (g) Tân số góc và (h) Chiều truyền của sóng. Tính y đối với phần tử tại  $x = 0,58\text{m}$  ở thời điểm  $t = 0,41\text{s}$ .

- 6 Một sóng điều hoà trên sợi dây được cho bởi biểu thức  $y(x, t) = (6,8\text{mm}) \sin [(1,47\text{rad/m}) x - (4,18 \text{ rad/s}) t]$ . Hãy xác định : (a) Số sóng, (b) Tân số góc, (c) Tốc độ, (d) Bước sóng, (e) Tân số, (f) Chu kì và (g) chiều truyền sóng ? (h) Tính y đối với phần tử tại  $x = 0,22\text{m}$  ở thời điểm  $t = 0,75\text{s}$ .
- 7 Đối với sóng trong bài tập 5 hãy xác định biểu thức đối với : (a) Thành phần vận tốc và (b) Thành phần gia tốc của mỗi phần tử của sợi dây. (c) Độ lớn của vận tốc cực đại và (d) của gia tốc cực đại của mỗi phần tử của sợi dây bằng bao nhiêu. Hãy xác định : (e) Thành phần vận tốc và (f) Thành phần gia tốc của phần tử tại  $x = 0,58\text{m}$  ở thời điểm  $t = 0,41\text{s}$ . (g) Từ câu trả lời của bạn cho phần (f) hỏi sợi dây bị uốn cong lên hay cong xuống tại phần tử đó và ở thời điểm đó ?
- 8 Khoảng tần số của các sóng điện từ dùng trong truyền thông thương mại, phát thanh và truyền hình nằm trong khoảng từ gần  $10^4$  tới  $10^9 \text{ Hz}$ . Tốc độ của các sóng điện từ trong chân không (hoặc trong không khí) là  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Khoảng bước sóng đối với các sóng điện từ trên bằng bao nhiêu ?
- 9 Khoảng tần số của sóng âm nghe được là từ  $20\text{Hz}$  tới  $20\text{kHz}$ . Tốc độ âm thanh trong không khí là vào khoảng  $330\text{m/s}$ . Khoảng bước sóng của âm nghe được trong không khí bằng bao nhiêu ?
- 10 (a) Hãy viết biểu thức cho một sóng trên dây đàn có biên độ là  $25 \text{ mm}$ , bước sóng là  $0,72\text{m}$  và tần số là  $4,1\text{Hz}$ . Chiều truyền là chiều  $+x$ . (b) Tốc độ của sóng bằng bao nhiêu ? (c) Độ lớn của tốc độ cực đại và (d) của gia

tốc cực đại đối với một phần tử của dây đàn bằng bao nhiêu ? (e) Độ dốc cực đại và (f)  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  cực đại tại mỗi phần tử của dây đàn bằng bao nhiêu ?

### Mục 27-3. Phương trình sóng suy từ định luật hai của Newton

- 11 Hãy chứng tỏ rằng đơn vị SI của  $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$  là mét trên giây.
- 12 Một sợi dây dài 5,5m có khối lượng 0,34kg. Nếu lực căng của sợi dây là 7,7N thì tốc độ của sóng trên sợi dây là bao nhiêu ?
- 13 Tốc độ của sóng trên một sợi dây là 21m/s, khi lực căng trên sợi dây là 92N. Hỏi khối lượng trên một đơn vị dài của sợi dây bằng bao nhiêu ?
- 14 Khi lực căng của một cây đàn ghita là 25N thì tốc độ của một sóng trên dây đàn là 15m/s. Hỏi lực căng để tạo ra tốc độ sóng 30m/s sẽ bằng bao nhiêu ?

### Mục 27-4. Công suất của một sóng

- 15 Một dây đàn với khối lượng trên một đơn vị dài là 0,15kg/m được đặt dưới một lực căng là 59N. Hỏi công suất trung bình của một sóng có biên độ 42mm và tần số góc 130rad/s truyền dọc theo sợi dây bằng bao nhiêu ?
- 16 (a) Hãy giải thích tại sao công suất của sóng chạy theo chiều  $-x$  là :

$$P = - \left[ \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] v$$

(b) Hãy chứng tỏ rằng công suất của một sóng điều hoà chạy theo chiều  $-x$  là

$$P = - \mu \omega A^2 v \cos^2(kx + \omega t)$$

(c) Hãy giải thích ý nghĩa vật lí của sự kiện là công suất này là âm tại mọi lúc và tại mọi điểm.

- 17 Một loa phóng thanh đặt trên sàn hướng âm thanh lên phía trên sao cho cường độ sóng là đều trên bề mặt của một bán cầu tưởng tượng. Nếu công suất của các sóng được phát ra từ loa là 12W, thì cường độ sóng tại nơi cách nguồn này 1,4m sẽ bằng bao nhiêu ?

### Mục 27-5. Sự giao thoa của các sóng điều hoà

- 18 Hai sóng có cùng biên độ, số sóng, tần số góc và chiều truyền, có mặt trên cùng một sợi dây. Hiệu pha giữa các sóng là 0,65 rad và biên độ của mỗi sóng là 51 mm. Biên độ của sóng tổng hợp bằng bao nhiêu ?

**19** Một sóng trên sợi dây có biểu thức là :

$$y_1 = (22 \text{ mm})\sin[(34 \text{ rad/m})x + (36 \text{ rad/s})t + 0,16 \text{ rad}]$$

(a) Hãy viết biểu thức cho một sóng  $y_2$  có cùng biên độ như  $y_1$  và giao thoa tăng cường nhau với  $y_1$ . (b) Hãy viết biểu thức cho một sóng  $y_2$  giao thoa huỷ nhau với  $y_1$ .

**20** Hai sóng 1 và 2 đều có mặt trên cùng một sợi dây :

$$y_1 = (35 \text{ mm})\sin[(8,4 \text{ rad/m})x - (15,7 \text{ rad/s})t]$$

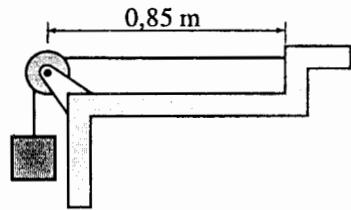
$$y_2 = (35 \text{ mm})\sin[(8,4 \text{ rad/m})x + (15,7 \text{ rad/s})t]$$

(a) Hãy viết biểu thức cho sóng tổng hợp :  $y = y_1 + y_2$  dưới dạng hàm sóng cho một sóng đứng. (b) Hãy xác định toạ độ  $x$  của hai bụng đầu tiên xuất phát từ gốc và tiến theo chiều  $+x$ . Xác định toạ độ  $x$  của nút nằm giữa hai bụng của phần (b) ? (c) Khoảng cách giữa các bụng của phần (b) bằng bao nhiêu ?

**21** Hai đầu của một sợi dây đều cố định sao cho sợi dây được giữ căng bằng một lực 122N. Sợi dây dài 2,4m và có khối lượng 0,19 kg. Hỏi tần số của sóng đứng với 3 bụng sẽ bằng bao nhiêu ?

**22** Một dây đàn ghi ta riêng rẽ được lén dây, khi có sóng đứng với  $n = 1$  thì tần số bằng 247Hz. Nếu dây đàn có khối lượng trên một đơn vị dài là 1,3g/m và khoảng cách giữa các đầu dây là 0,58m thì lực căng sẽ bằng bao nhiêu ?

**23** Tần số cơ bản đối với một sóng đứng trên sợi dây ở hình 27-23 là 16Hz và mật độ khối lượng dài của sợi dây là 0,18kg/m. Khối lượng của vật treo bằng bao nhiêu ?



Hình 27-23

## ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

**1** **Nghiệm sóng chạy của phương trình sóng.** (a) Hãy chứng tỏ rằng biểu thức đối với một sóng chạy  $y(x, t) = f(x - vt)$  là một nghiệm của phương trình sóng :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

(Gợi ý : Đặt  $\xi = x - vt$  và chú ý rằng :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f' \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad \text{và} \quad \frac{\partial f}{\partial t} = f' \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

trong đó  $f' = \frac{df}{d\xi}$ . (b) Một cách tương tự, hãy chứng tỏ rằng biểu thức  $y(x, t) = f(x + vt)$  cũng là một nghiệm của phương trình sóng.

- 2. Tốc độ của các sóng trên một lò xo căng.** (a) Hãy chứng tỏ rằng tốc độ của các sóng ngang trên một lò xo căng là  $v = \sqrt{\frac{kL(L-l)}{M}}$  (xem hình 27-1), trong đó  $k$  là độ cứng của lò xo,  $l$  là độ dài lò xo lúc chưa bị căng,  $L$  là độ dài lò xo lúc bị căng và  $M$  là khối lượng của lò xo. (b) Đối với trường hợp mà  $L \gg l$ , hãy chứng tỏ rằng thời gian  $\Delta t$  cần thiết cho một sóng chạy từ một đầu này tới đầu kia của lò xo là  $\Delta t \approx \sqrt{\frac{M}{k}}$ . Đặc điểm cần chú ý của kết quả này là  $\Delta t$  độc lập đối với độ dài của lò xo. Lò xo càng căng thì sóng chạy càng nhanh, nên thời gian để chạy gần như được giữ nguyên.
- 3. Các sóng trên một sợi dây treo thẳng đứng.** Một sợi dây có độ dài  $L$  và khối lượng  $M$  treo tự do trên trần nhà. Hãy chứng tỏ rằng thời gian  $\Delta t$  cần thiết cho một sóng ngang chạy hết chiều dài của sợi dây là :  $\Delta t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$  (Gợi ý : Tốc độ sóng thay đổi cùng với toạ độ  $x$  tính từ đầu tự do của sợi dây, bởi vì lực căng trong sợi dây tại một điểm được gây bởi trọng lượng của đoạn dây ở dưới điểm đó).
- 4. Hàm sóng đối với một xung.** Xét một xung sóng được mô tả bởi  $y(x,t) = y_0 e^{-(x-vt)/x_0^2}$ . Hãy chứng minh rằng hàm sóng này là một nghiệm của phương trình sóng.
- 5. Mật độ thế năng.** Vì một sóng làm biến dạng môi trường mà nó chạy qua, nên thế năng được liên kết với sóng. Trên hình 27-24, ta vẽ một phần tử của sợi dây bị kéo dãn từ độ dài ban đầu của nó là  $\Delta x$  đến một độ dài mới  $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$  bởi một sóng. Độ dài  $\Delta l$  mà phần tử đó bị kéo dãn bởi sóng là  $\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} - \Delta x$  (a). Giả sử rằng phần tử này nhỏ, hãy chứng tỏ rằng :

$$\Delta l = \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2} - 1 \right] \Delta x$$

- (b) Dùng khai triển nhị thức (Phụ lục 6) và giả thiết rằng  $\left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \ll 1$  để

chứng tỏ rằng :

$$\Delta l = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \Delta x$$

(c) Thế năng  $\Delta U$  của phần tử gây bởi sóng bằng công mà lực căng  $F$  thực hiện khi kéo dãn phần tử :  $\Delta U = F\Delta l$ . Hãy chứng tỏ rằng

thế năng trên một đơn vị dài  $\frac{\Delta U}{\Delta x}$  của sóng là :

$$\frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2$$

- 6 **Năng lượng của một sóng đứng.** Xét một sóng đứng với  $n$  bụng trên một sợi dây dài  $L$  :

$$y = 2A \cos(\omega t) \sin(kx)$$

trong đó  $k = \frac{n\pi}{L}$ . Hãy chứng tỏ rằng năng lượng trung bình của sóng

(trung bình theo một số nguyên lần chu kì) là :

$$\bar{E} = \frac{\pi^2 F A^2}{L} n^2$$

Như vậy, đối với các sóng đứng có biên độ đã cho thì năng lượng của sóng sẽ tăng theo bình phương của số bụng sóng. Kết quả này tương tự với một bài toán quan trọng trong cơ học lượng tử được gọi là bài toán "hạt trong giếng thế năng".

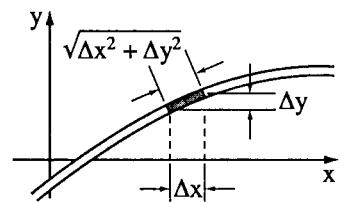
- 7 **Biên độ của các sóng phản xạ và truyền qua.** Các sợi dây  $a$  và  $b$  được nối với nhau tại một đầu và rồi được giữ căng sao cho chúng tạo thành hai môi trường đối với các sóng. Khi đó các sóng có thể gặp biên tại nơi hai sợi dây được nối với nhau. Ba sóng điều hòa tồn tại trên các sợi dây : một sóng tới (sóng 1), một sóng phản xạ (sóng 2) và một sóng truyền qua (sóng 3). Đặt biên tại  $x = 0$  và giả thiết rằng các sóng này có dạng :

$$y_1 = A_1 \sin(k_a x - \omega t)$$

$$y_2 = A_2 \sin(k_a x + \omega t)$$

$$y_3 = A_3 \sin(k_b x - \omega t)$$

Chú ý rằng do tần số của một sóng phụ thuộc vào nguồn sóng nên cả ba sóng có cùng một tần số góc  $\omega$ . Tuy nhiên, số sóng sẽ khác nhau đối với các sóng trên các sợi dây khác nhau ( $k_a$  đối với dây  $a$ , và  $k_b$  đối với dây  $b$ )



Hình 27-24. BTNC 5

vì tốc độ sóng là khác nhau. Ta đã chọn chiều  $+x$  là chiều chạy của sóng tới, cũng có nghĩa là sóng phản xạ chạy theo chiều  $-x$  và sóng truyền qua theo chiều  $+x$ . Hãy chứng tỏ rằng biên độ của các sóng phản xạ và truyền qua là

$$A_2 = \frac{k_b - k_a}{k_b + k_a} A_1 \quad A_3 = \frac{2k_a}{k_b + k_a} A_1$$

(Gợi ý : Vì các sợi dây được nối trơn tru tại  $x = 0$ , nên ta phải có  $y_1 + y_2 = y_3$  tại  $x = 0$  và  $\frac{\partial y_1}{\partial x} + \frac{\partial y_2}{\partial x} = \frac{\partial y_3}{\partial x}$  tại  $x = 0$ . Tức là các sợi dây và độ dốc của chúng đều liên tục tại điểm mà chúng nối với nhau).

- 8. Công suất của một xung sóng.** (a) Hãy chứng tỏ rằng công suất của xung sóng  $y(x, t) = y_0 e^{-[(x-vt)/x_0]^2}$  bằng :

$$P = 4\mu v^3 \left(\frac{y_0}{x_0}\right)^2 \left(\frac{x - vt}{x_0}\right)^2 e^{-2[(x-vt)/x_0]^2}$$

(b) Giá trị của công suất tại điểm có độ dời cực đại gây bởi xung đó sẽ bằng bao nhiêu ?

- 9. Các sóng đứng.** Hai sóng điều hoà :

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi_1)$$

và

$$y_2 = A \sin(kx + \omega t + \phi_2)$$

tổ hợp với nhau để tạo thành một sóng đứng. Hãy chứng tỏ rằng nếu ta điều chỉnh gốc toạ độ và thời điểm ban đầu thì sóng đứng có thể được viết là :

$$y = 2A \cos(\omega t') \sin(kx')$$

Hãy xác định các giá trị của  $x'$  và  $t'$ .

## NHỮNG VẤN ĐỀ ĐẶC SẮC CỦA VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

### Soliton

Vào năm 1834, một lĩnh vực vật lí mới ra đời, đó là lĩnh vực nghiên cứu các soliton. Theo lời người sáng lập ra nó, ông John Scott Russell, kĩ sư người Scotland :

*Tôi đã quan sát chuyển động của một con thuyền được kéo nhanh dọc theo một con kênh hẹp bởi một cặp ngựa. Khi thuyền đột ngột dừng lại thì khối lượng nước trong kênh mà thuyền đã làm cho chuyển động sẽ không dừng lại,*

nó tích tụ xung quanh mũi thuyền trong trạng thái bị nhiễu động mãnh liệt. Rồi đột nhiên nó bỏ lại thuyền ở phía sau để cuốn lên phía trước với tốc độ lớn có dạng nhô cao đơn độc thành một khối nước tròn nhẵn và rất rõ nét. Khối nước này tiếp tục chạy dọc theo kênh đường như không thay đổi hình dạng hoặc giảm tốc độ. Tôi cưỡi ngựa chạy theo và bắt kịp nó vẫn lăn với tốc độ khoảng tám hoặc chín dặm một giờ, và vẫn duy trì hình dạng ban đầu của nó với khoảng ba mươi foot chiều dài và một đến một foot rưỡi chiều cao. Rồi chiều cao của nó giảm dần và sau khi chạy đuổi theo một hoặc hai dặm đến chỗ ngoặt của con kênh tôi không nhìn thấy nó nữa. Vậy là vào tháng tám năm 1834 cơ may đầu tiên của tôi là đã gặp hiện tượng kì dị tuyệt đẹp đó mà tôi gọi là sóng tịnh tiến.

Russell đã tái tạo lại sóng tịnh tiến này trong một loạt các thí nghiệm được tiến hành cẩn thận, nhưng đã bị giới khoa học không đếm xỉa tới. Không một ai nhìn thấy sự liên quan giữa sóng của Russell mà bây giờ được gọi là soliton hay sóng cô độc và các hiện tượng khác như thuỷ triều tăng mạnh ở các cửa sông (hình 1). Russell đã chứng minh rằng tốc độ sóng phụ thuộc vào biên độ sóng A, độ sâu h của nước và gia tốc trọng trường g theo hệ thức :

$$c = \sqrt{g(A + h)}$$



**Hình 1.** Triều cường ở cửa sông Peticodiac gần vịnh Fundy là một ví dụ về sóng cô độc.

Việc tốc độ phụ thuộc vào biên độ sóng là đáng chú ý vì nó nói lên rằng phương trình sóng là phi tuyến. Trái lại, trong phương sóng tuyến tính cổ điển, phương trình (27-7) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

tốc độ sóng c không phụ thuộc vào biên độ. Nếu  $u(x, t)$  là một nghiệm thì  $Au(x, t)$  đối với một giá trị bất kì của A và với cùng một giá trị của c cũng là một nghiệm. Trong khi đó, phương trình sóng đối với các sóng của Russell rõ ràng là phải có một số hạng không tuyến tính, chẳng hạn như  $u^2$  hoặc  $u \frac{\partial u}{\partial x}$ . Hơn 60 năm sau khám phá của Russell, hai nhà toán học người

Hà Lan là D. J. Korteweg và G. de Vries cuối cùng đã thu được phương trình sóng mô tả các sóng có độ nhót bằng không trong vùng nước cạn có tên là "phương trình KdV" :

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} + \left( 1 + \frac{3}{2h} u \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (2)$$

Trong đó :  $c_0 = \sqrt{gh}$ . Phương trình sóng này phức tạp hơn phương trình 1, nhưng ta sẽ xét tách ra từng số hạng để hiểu được ý nghĩa của nó.

Xuất phát từ phương trình tuyến tính, phương trình (1), ta chú ý rằng nếu cả hai số hạng đều chuyển sang phía trái thì phương trình có thể được phân tích thành thừa số như sau :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \right) u = 0$$

hoặc với các thừa số được viết theo thứ tự ngược lại. Do đó phương trình 1 được thoả mãn nếu :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

đối với các thừa số được viết theo thứ tự được chỉ ra ở trên hoặc nếu

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

đối với thứ tự ngược lại. Hai khả năng đó tương ứng với các nghiệm  $f(x \pm ct)$  được mô tả trong mục 27-3.

Điều bất ngờ về sóng Russell là nó không nhanh chóng trải rộng ra mà phần nào giữ nguyên được dạng của nó. Phần lớn các sóng sẽ trãi rộng ra khi chúng truyền đi, tính chất đó được gọi là *sự tán sắc*. Sự tán sắc xảy ra khi tốc độ sóng phụ thuộc vào bước sóng. Vậy, một cách để tạo ra phương trình sóng tán sắc là để cho c phụ thuộc vào  $\lambda$  hoặc một cách tương đương là phụ thuộc vào  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  trong các phương trình (1) hoặc (3), thay vì để nó

là một hằng số. Nhưng một cách đơn giản khác là cộng một số hạng thứ ba vào phương trình (3) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} + a \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (4)$$

Phương trình này là tuyến tính, nhưng bây giờ tốc độ sóng phụ thuộc vào k như có thể thấy bằng cách thay một nghiệm thử  $u(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$  vào, ta thấy rằng tốc độ sóng  $v = \frac{\omega}{k}$  là  $(c - ak^2)$ , nên sóng sẽ tán sắc. Do phương trình KdV chứa số hạng tán sắc này, nên ta dễ nghĩ rằng sóng Russell sẽ tán sắc, nhưng không phải như vậy. Để thấy số hạng phi tuyến trong phương trình (2) là gì, ta thêm nó vào phương trình (3) :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} + bu \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \text{hay} \quad & \frac{\partial u}{\partial t} + (c + bu) \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Sự so sánh với phương trình 3 gợi ý rằng nghiệm có thể thu được bằng cách thay c trong  $f(x - ct)$  bằng  $c+bu$  :

$$u(x, t) = f[x - (c + bu)t]$$

Dĩ nhiên đây không phải là một nghiệm vì  $f$  lại chứa chính  $u$ , nhưng nó lại gợi ý rằng tốc độ sóng (hệ số của  $t$ ) phụ thuộc vào độ dời  $u$  sẽ lớn hơn đối với một độ dời (dương) lớn hơn.

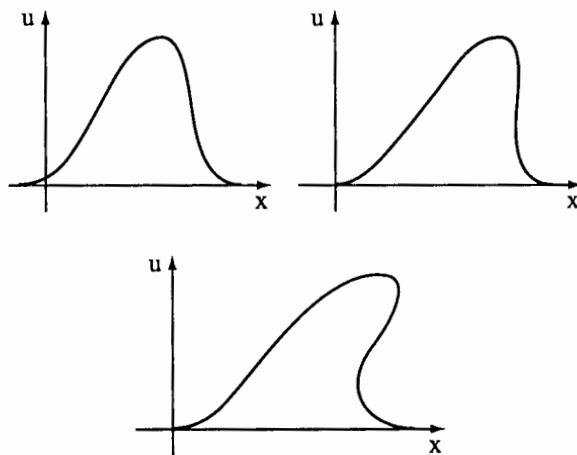
Sự phụ thuộc này vào độ dời có nghĩa là ngọn của một sóng ở vùng nước cạn sẽ chạy nhanh hơn hõm sóng ở trước nó (hình 2), chúng sẽ tụ tập với nhau, mép trước sẽ dốc hơn và ngọn sóng sẽ lớn dần rồi cuối cùng sẽ vỡ thành hõm sóng, một hiện tượng dễ nhận thấy ở bãi biển đối với các sóng thông thường và dễ nhận thấy hơn đối với các sóng thuỷ triều. Điều này là đối lập với sự tán sắc, vì sự tán sắc làm cho sóng trai rộng ra và trở nên ít dốc hơn. Một câu hỏi được nảy sinh một cách tự nhiên là hai hiệu ứng này có khử lẫn nhau không, vì phương trình KdV chứa cả số hạng tán sắc và số hạng phi tuyến phản tán sắc. Câu trả lời là chúng có thể và kết quả là cho một sóng cô độc (soliton) giống như sóng tịnh tiến của Russell. Nghiệm sóng cô độc của phương trình KdV là :

$$u(x, t) = A \operatorname{sech}^2 \frac{x - ct}{L} \quad (6)$$

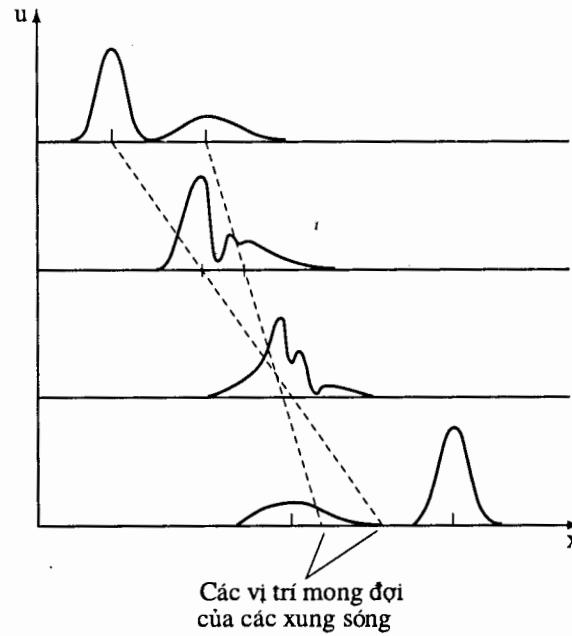
trong đó  $\operatorname{sech} x = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$ , tốc độ sóng là  $c = c_0 \left(1 + \frac{A}{2h}\right)$

$$\text{và } L = \left(\frac{4h^3}{3A}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Do đó tốc độ tăng tuyến tính với A và độ rộng L của sóng *giảm* tỉ lệ ngược với căn bậc hai của A. Các sóng cao hơn sẽ chạy nhanh hơn và sẽ hẹp hơn.



**Hình 2.** Ảnh hưởng của tính phi tuyến đến hình dạng của sóng. Sóng lúc đầu đối xứng sẽ trở nên bất đối xứng vì ngọn sóng chạy nhanh hơn, sẽ bắt kịp hõm sóng ở phía trước và xa dần ngọn sóng phía sau, làm tăng độ dốc ở mép trước và làm giảm độ dốc ở mép sau.



**Hình 3.** Các sóng cô độc (soliton) đi xuyên qua nhau mà không biến dạng. Xung cao hơn chạy nhanh hơn xung thấp hơn và sẽ bắt kịp nó. Khi tách rời nhau thì có vẻ như chúng thoả mãn nguyên lí chồng chập (nhưng thực tế là không) trừ điêu là chúng không nằm tại các vị trí mong đợi : xung lớn hơn lại xuất hiện ở phía trước vị trí mà nó lê ra phải có khi không có sự va chạm, trong khi xung nhỏ hơn lại nằm ở sau vị trí mà ta mong đợi.

Điều gì sẽ xảy ra khi một sóng cô độc cao, chạy nhanh bắt kịp một sóng thấp chạy chậm. Các sóng tuyến tính tuân theo nguyên lí chồng chập, như vậy hai xung sẽ đơn giản cộng lại khi chúng chồng lên nhau, chúng cùng đi sang phải, không biến đổi khi xuyên qua nhau (mục 27-1). Khi các xung phi tuyến chồng chập lên nhau, sự kiện này có thể được mô tả chính xác hơn như một sự va chạm, bởi vì số hạng phi tuyến sinh ra một tương tác mạnh giữa các xung làm cho chúng đều bị biến dạng. Điều đáng ngạc nhiên về các sóng cô độc, nghiệm của phương trình KdV, là chúng mô tả các **sóng phi tuyến** xuyên qua nhau mà không biến dạng giống như các nghiệm sóng của phương trình tuyến tính (hình 3). Chính đặc tính này đã khiến cho các nhà khoa học gọi các nghiệm này của phương trình KdV là các soliton, một cái tên để chỉ tính giống như hạt của nó.

Ngày nay, các soliton được sử dụng trong nhiều lĩnh vực. Trong sự truyền tín hiệu bất kể loại nào, điều quan trọng là tín hiệu đến không bị méo và đủ mạnh để có thể thu được một cách đáng tin cậy. Các tín hiệu thông thường phải được phục hồi và khuếch đại bằng các "bộ lặp lại" nhiều lần vì sự tán sắc làm cho chúng trãi rộng ra và yếu đi. Bộ lặp lại có thể sẽ không cần thiết trong một tương lai gần vì các sóng cô độc duy trì cường độ của chúng xa hơn so với các sóng thông thường. Các sóng cô độc đã được truyền đi có kết quả qua các sợi quang học dài tới 10000 km. Vì chúng không bị ảnh hưởng khi va chạm nhau, nên các tín hiệu có thể chuyển động theo cả hai chiều dọc theo một sợi quang học. Các xung thần kinh, bao gồm các sóng cô độc sao cho tín hiệu đi tới nơi nhận với nguyên dạng ban đầu và với cường độ đủ để nhận biết nó.

Một hệ bất kì sẽ là tuyến tính đối với các biên độ nhỏ nhưng sẽ trở nên phi tuyến khi biên độ trở nên lớn. Sự tạo thành sóng cô độc đòi hỏi một biên độ đủ lớn để số hạng phi tuyến trở thành quan trọng. Nếu một cái thia được đặt trong một tách cà phê thì nhiệt sẽ khuếch tán chậm chạp về phía tay ta, nhưng nếu cái thia được đặt giữa các viên than đá nóng trắng thì một sóng cô độc sẽ nhanh chóng mang một xung nhiệt của năng lượng tới đầu kia. Trong sợi quang học, cường độ ánh sáng phải đủ mạnh để dẫn động sợi quang học vào miền phi tuyến.

Đã có một sự đảo ngược vai trò trong vật lí. Cho tới khoảng giữa thế kỷ hai mươi, vật lí chủ yếu nghiên cứu các hệ tuyến tính. Các hệ phi tuyến khi đó được người ta xem như một thứ hỗn độn và chẳng có gì thú vị. Các máy điện toán đã giúp tháo gỡ sự hỗn độn này và chứng tỏ các hệ phi tuyến về nhiều mặt lại đáng quan tâm hơn các hệ tuyến tính. Các sóng cô độc và sự hỗn độn (Bài đọc thêm ở chương 26) là các ví dụ về những lĩnh vực mới, đáng quan tâm và rất quan trọng này. Chúng sẽ có giá trị ngày càng tăng trong các thập niên tới đây.

CHƯƠNG 28

# SÓNG ÂM



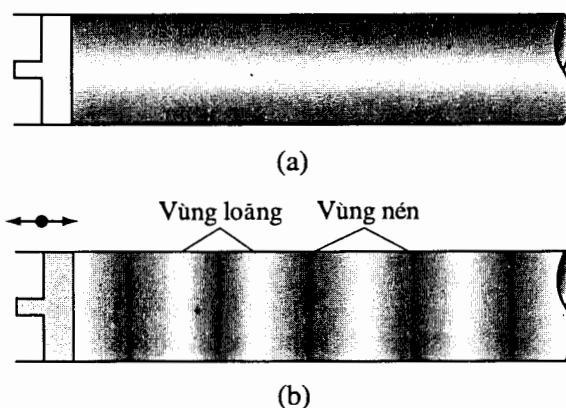
Các sóng âm có thể tạo ra theo nhiều cách bằng các nhạc cụ khác nhau.

- 28-1 Sóng âm
- 28-2. Sự nghe
- 28-3. Phân tích Fourier các sóng tuần hoàn
- 28-4. Các nguồn nhạc âm
- 28-5. Sự giao thoa của các sóng âm và phách
- 28-6. Hiệu ứng Doppler
- 28-7. Phương trình sóng đối với các sóng âm

Sóng âm là các sóng cơ học có tần số nằm trong khoảng từ 20Hz đến 20kHz, chúng đặc biệt quan trọng đối với chúng ta vì các sóng âm này gây ra cảm giác nghe. Phần lớn các sóng âm mà ta nghe được đều được truyền qua không khí, nhưng sóng âm cũng có thể truyền qua các chất lỏng và chất rắn. Các sóng cơ ở các tần số cao hơn được gọi là sóng siêu âm, chúng có những ứng dụng trong y tế và trong việc dò các khuyết tật trong các vật đúc kim loại. Đối với loài dơi, cá heo và tàu ngầm, các sóng siêu âm là phương tiện để dò đường trong bóng tối.

## 28-1. SÓNG ÂM

Sóng âm có thể được tạo ra trong chất lưu (chất lỏng hay chất khí), chẳng hạn như nước hay không khí bằng một thiết bị vẽ trên hình 28-1. Một ống dài có tiết diện không đổi chứa một chất lưu. Nếu pittông đứng yên như ta thấy trên hình 28-1a, chất lưu ở trạng thái cân bằng và có mật độ và áp suất đồng đều. Đầu kia của ống được giả định là nằm rất xa.



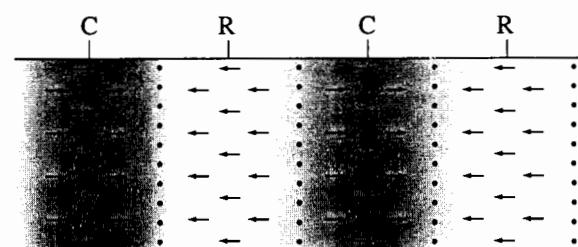
**Hình 28-1.** (a) Không có sóng tồn tại trong chất lưu. (b) Pittông chuyển động tới lui, gây ra các vùng nén và vùng loãng chuyển động dọc theo ống.

Giả sử pittông ở đầu ống bên này chuyển động tới lui, chẳng hạn theo một chuyển động điều hoà đơn giản như  $\sin(\omega t)$ . Khi pittông chuyển động về bên phải, lớp chất lưu nằm sát nó cũng chuyển động cùng hướng với pittông. Phần tử hay lớp chất lưu này tác dụng một lực lên phần tử chất lưu bên cạnh và một vùng nén chuyển động hình thành.

Trong vùng này mật độ và áp suất của chất lưu cao hơn các giá trị cân bằng. Vùng nén tiếp tục di dọc theo ống ngay cả khi pittông bắt đầu chuyển động lùi về bên trái. Trong khi pittông chuyển động

lùi trở lại, một vùng loãng của chất lưu hình thành, ở đó mật độ và áp suất thấp hơn giá trị cân bằng. Vùng loãng này cũng sẽ chuyển động dọc theo ống và bị kẹp vào giữa một vùng nén và vùng nén tiếp theo. Như vậy một hệ các vùng nén và vùng loãng của chất lưu chuyển động dọc theo ống, và đó là sóng âm đang lan truyền.

Mặc dù các vùng nén và loãng di chuyển dọc theo ống, nhưng bản thân chất lưu lại không đi quá xa. Khi sóng truyền dọc theo ống, phần tử chất lưu chuyển động tới lui dọc theo ống. Chuyển động này được minh họa trên hình 28-2, cho thấy vận tốc của các phân tử chất lưu tại một thời điểm trong vùng chứa hai lớp loãng và hai lớp nén. Chú ý rằng chuyển động của các phân tử chất lưu lặp lại đối với sóng âm, và khoảng cách giữa các lớp nén liên tiếp (hay giữa các lớp loãng liên tiếp) là bước sóng  $\lambda$ . Hình 28-2 cũng cho thấy rằng sóng âm trong chất lưu là một sóng dọc. Chuyển động của chất lưu là tới lui dọc theo phương truyền của sóng.



**Hình 28-2.** Các mũi tên biểu diễn vận tốc các phân tử chất lưu. Hình vẽ cũng cho thấy các vùng nén C và vùng loãng R.

Hãy xét một phân tử chất lưu nằm ở vị trí  $x$  nếu không có sóng trong nó. Khi sóng lan truyền theo phương  $x$ , phân tử này dịch chuyển theo phương  $x$  một đoạn  $\psi(x, t)$

ở thời điểm t. (Ta dùng  $\psi$  thay cho y để biểu diễn thành phần dọc theo x trong dịch chuyển của phân tử chất lưu). Giá trị dương của  $\psi$  ứng với dịch chuyển theo hướng dương của x.

Sóng âm điều hoà truyền theo hướng dương của x được miêu tả bởi :

$$\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (28-1)$$

ở đây biên độ A là độ lớn cực đại của độ dịch chuyển,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  là số sóng, và  $\omega$  là tần số góc. Nếu  $v$  là tốc độ sóng, khi đó  $\omega = kv$  (theo mục 27-2).

Nếu sóng âm tồn tại trong chất lưu, áp suất của chất lưu cũng thay đổi. Gọi  $p(x, t)$  là áp suất của chất lưu ở vị trí x tại thời điểm t. Nếu  $p_e$  là áp suất cân bằng khi không có sóng tồn tại, khi đó  $\Delta p(x, t) = p(x, t) - p_e$  là độ biến thiên áp suất do sóng gây ra. Đối với sóng điều hoà, độ biến thiên áp suất cũng biến đổi theo hàm sin :

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_{\max} \sin(kx - \omega t) \quad (28-2)$$

ở đây  $\Delta p_{\max}$  là độ biến thiên áp suất cực đại và xảy ra tại phân nén. Ở phân loãng  $\Delta p = -\Delta p_{\max}$  nghĩa là,  $p(x, t)$  nhỏ hơn giá trị cân bằng  $p_e$ . Nay giờ ta có hai cách miêu tả sóng âm (điều hoà) trong chất lưu, phương trình (28-1) đối với độ dịch chuyển dọc và phương trình (28-2) đối với độ biến thiên áp suất.

### Tốc độ và cường độ của sóng âm

Ở chương 27 ta đã thấy rằng tốc độ của sóng trên dây,  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ , phụ thuộc vào căn bậc hai của sức căng của dây chia cho

khối lượng trên đơn vị độ dài. Tốc độ của sóng âm trong chất lưu cũng có một biểu thức tương tự. Với một chất lưu, thừa số tương tự như lực là *suất nén* B. Như đã được định nghĩa ở chương 11 (tập 1) *suất*

$$\text{nén đoạn nhiệt} \text{ là } B_s = -V \frac{dp}{dV}, \text{ với } dV \text{ là}$$

lượng thay đổi thể tích nhỏ kèm theo sự thay đổi áp suất nhỏ dp và V là thể tích ban đầu. Suất nén đoạn nhiệt được sử dụng vì đối với một sóng âm điển hình, các thay đổi áp suất (và các thay đổi nhiệt độ) trong chất lưu diễn ra nhau đến nỗi dòng nhiệt giữa các phân tử lân cận của chất lưu là nhỏ không đáng kể. Suất nén đoạn nhiệt có thứ nguyên áp suất, tức là lực trên đơn vị diện tích. Nếu ta chia  $B_s$  cho mật độ cân bằng  $\rho$  (số hạng giống với khối lượng quán tính) của chất lưu, tỉ số

$\frac{B_s}{\rho}$  có thứ nguyên của vận tốc bình phương.

Như vậy căn bậc hai có thứ nguyên của vận tốc, và cách phân tích thứ nguyên này gọi ý rằng vận tốc sóng v tỉ lệ với

$\sqrt{\frac{B_s}{\rho}}$ . Kết luận này sẽ được xác nhận ở

mục 28-7 khi ta áp dụng định luật Newton cho chất lưu. Tốc độ của sóng âm trong chất lưu được cho bởi

$$v = \sqrt{\frac{B_s}{\rho}} \quad (28-3)$$

Đối với sóng âm trong nhiều chất khí kể cả không khí, chất khí có thể được xem như là khí lí tưởng và ta có thể xác định được suất nén đoạn nhiệt. (Xem bài toán BTNC 3). Nếu khí lí tưởng chịu một quá trình đoạn nhiệt, các thay đổi áp suất và thể tích diễn ra sao cho :

$$pV^\gamma = \text{hằng số}$$

ở đây  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  là tỉ số các nhiệt dung riêng. Vì đạo hàm của  $pV^\gamma =$  hằng số là bằng không, ta có :

$$\frac{d}{dV} pV^\gamma = p\gamma V^{\gamma-1} + V^\gamma \frac{dp}{dV} = 0$$

Sắp xếp lại và giải để tìm  $-V \frac{dp}{dV}$  ta được :

$$B_s = -V \frac{dp}{dV} = \gamma p$$

Mật độ của khí lí tưởng có thể được biểu diễn như  $\rho = \frac{m}{V} = n \frac{M}{V}$ , ở đây  $V$  là thể tích chiếm bởi  $n$  mol và  $M$  là khối lượng mol. Khi đó :

$$\frac{B_s}{\rho} = \frac{\gamma p}{nM} = \frac{\gamma pV}{nM}$$

Vì  $pV = nRT$  đối với khí lí tưởng, hệ thức này trở thành :

$$\frac{B_s}{\rho} = \frac{\gamma RT}{M}$$

Do đó tốc độ của sóng âm trong khí lí tưởng :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (28-4)$$

Chú ý rằng tốc độ chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối  $T$  và khối lượng mol  $M$ . Đối với không khí có khoảng 80 phần trăm là  $N_2$  và 20 phần trăm là  $O_2$ , khối lượng mol vào khoảng  $29\text{g/mol} = 0,029\text{kg/mol}$  và  $\gamma = 1,4$ . Tốc độ của sóng âm trong không khí ở  $T = 273K (0^\circ C)$  là  $v = 330\text{m/s}$ .

Cũng đúng như các loại sóng khác mà ta đã khảo sát, năng lượng mang bởi sóng âm tỉ lệ với bình phương của biên độ sóng. Đối với các sóng âm, thường quy ước dùng cường độ  $I$ , tức năng lượng trên đơn vị diện tích trong đơn vị thời gian, để mô tả sự truyền năng lượng. Đối với *sóng điều hòa* được mô tả bằng phương trình (28-1), cường độ trung bình  $\bar{I}$  (lấy trung bình theo chu kì của sóng) được cho bởi (xem phương trình (27-20)) :

$$\bar{I} = \frac{1}{2} B_s \omega k A^2 \quad (28-5)$$

Hoặc nếu như sóng được mô tả bằng sự thay đổi áp suất  $\Delta p$  trong phương trình (28-2), cường độ tỉ lệ với bình phương của biên độ áp suất  $\Delta p_{max}$  :

$$\bar{I} = \frac{(\Delta p_{max})^2}{2 \nu \rho} \quad (28-6)$$

ở đây  $\rho$  là mật độ cân bằng của chất lưu. Hai biểu thức ở trên sẽ thu được trong mục 28-7.

Các sóng âm cũng tồn tại trong *chất rắn* như trong chất lưu. Độ dịch chuyển của một phần tử chất rắn có thể có cả thành phần vuông góc với phương truyền và thành phần dọc theo phương truyền. Như vậy trong các chất rắn có tồn tại cả sóng âm dọc lẫn sóng âm ngang. Trong trường hợp đơn giản của một *sóng dọc* truyền dọc theo một thanh đàn hồi mảnh, tốc độ âm được cho bởi (BTNC 1)

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (28-7)$$

ở đây  $\rho$  là mật độ còn  $E$  là suất Young của chất liệu làm thanh. (Xem các bảng 11-1 và 11-2 tập 1).

## VÍ DỤ 28-1

**Sóng âm trong khí hêli.** Cho một sóng âm truyền trong He. Áp suất cân bằng của khí là  $p_e = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  và nhiệt độ của nó bằng 310K. (a) Xác định tốc độ của âm. (b) Sóng là điều hoà với biên độ cực đại  $\Delta p_{\max} = 0,75 \text{ Pa}$ , xác định cường độ trung bình.

**Giải.** (a) Khối lượng mol của He là  $M = 0,0040 \text{ kg/mol}$  và từ bảng 14-1 :  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,63$

đối với khí đơn nguyên tử này. Từ phương trình (28-4), tốc độ của âm là :

$$v = \sqrt{\frac{1,63(8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})(310 \text{ K})}{0,0040 \text{ kg/mol}}} = 1,0 \text{ km/s}$$

(b) Mật độ của khí có thể được xác định từ phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$\rho = \frac{nM}{V} = \frac{p_e}{RT} M = \frac{(1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa})(0,004 \text{ kg/mol})}{(8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})(310 \text{ K})} = 0,19 \text{ kg/m}^3$$

Cường độ trung bình được cho bởi phương trình (28-6) :

$$\bar{I} = \frac{(0,75 \text{ Pa})^2}{2(1,0 \cdot 10^3 \text{ m/s})(0,19 \text{ kg/m}^3)} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

## Bài tự kiểm tra 28-1

Tốc độ của sóng âm dọc trong một thanh nhôm mảnh bằng bao nhiêu ?

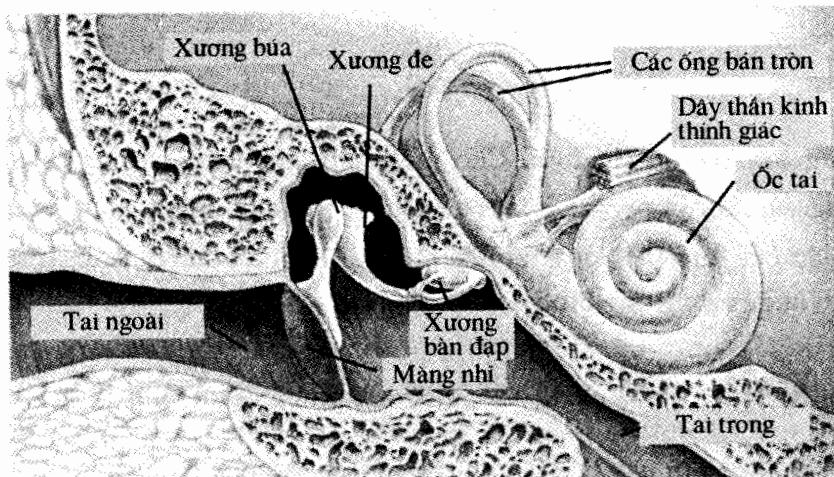
**Đáp số :**  $5,1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

## 28-2. SỰ NGHE

Khi sóng âm đi tới tai người, tai sẽ chuyển hoá các thay đổi áp suất do sóng âm gây ra thành các xung thần kinh. Các xung này được não xử lí và đoán nhận như nghe được một cái gì đó. Mặc dù quá trình này phức tạp và không hiểu được đầy đủ, ta sẽ xét một vài đặc điểm quan trọng của thính giác.

Các nhạc sĩ miêu tả những gì họ nghe

được bằng các thuật ngữ như *độ cao của âm*, *độ to* và *chất lượng*. Có sự tương quan giữa cách miêu tả chủ quan này và cách miêu tả vật lí của cùng một sóng âm, nhưng các mối tương quan này là phức tạp. Độ cao của âm liên quan đến tần số của sóng âm, độ to của âm liên quan đến cường độ của nó, còn chất lượng lại liên quan tới dạng sóng.



**Hình 28-3.** Các bộ phận cơ bản của tai người. Màng đáy (không vẽ ở đây) trải rộng dọc theo đoạn dài xoáy của ốc tai và phản ứng một cách mạnh mẽ với các tần số khác nhau ở các vị trí khác nhau.

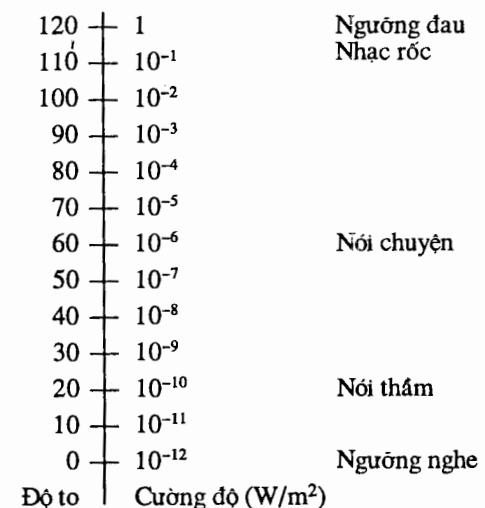
### Tần số và độ cao của âm

Hình 28-3 cho một bức tranh khái lược về tai người. Tai ngoài thu sóng âm và truyền nó vào tai giữa qua màng nhĩ.

Các xương ở tai giữa điều chỉnh biên độ các dao động được truyền vào tai trong. Các dây thần kinh ở ốc tai của tai trong phản ứng lại sóng âm, và có sự tương quan giữa vị trí của các tế bào thần kinh nằm dọc theo màng đáy, trải rộng dọc theo đoạn dài xoáy của ốc tai, và các tần số của sóng âm được các dây thần kinh đáp lại. Các tần số gần 20kHz được phát hiện ở gần đáy tai, còn các tần số thấp hơn được phát hiện sâu hơn, dọc theo màng đáy. Cứ sau mỗi đoạn cỡ 3,5mm dọc theo màng đáy, tần số có thể được các dây thần kinh phản ứng lại giảm đi một nửa. Vì chiều dài của màng đáy vào cỡ 35mm, cho nên một thanh niên có sức khoẻ trung bình có thể nghe được các tần số khác nhau một thừa số  $2^{10}$  hay cỡ 1000 lần – tức là các tần số nằm trong dải từ 20Hz đến 20kHz. Đối với sóng âm điều hoà, tần số càng lớn thì độ cao của âm nhận biết được càng cao.

### Cường độ và độ to của âm

Giữa độ to của âm nghe được và cường độ vật lí của sóng âm điều hoà cũng phải tương quan với nhau sao cho các khoảng bằng nhau (về độ to) phải tương ứng một cách gần đúng với các bội số bằng nhau (về cường độ). Hình 28-4 trình bày sự tương quan giữa độ to và cường độ đối với sóng điều hoà có tần số 1kHz.



**Hình 28-4.** Các khoảng bằng nhau trong độ to của âm nghe được ở 1 kHz ứng với các tỉ số bằng nhau của cường độ âm thanh.

Mức độ to chủ quan ở một tần số cho trước được biểu thị bằng **phon**, và là giá trị

trung bình nhận biết âm thanh của nhiều người nghe. **Ngưỡng nghe** là cường độ thấp nhất có thể được nghe thấy ở một tần số cho trước. Tại ngưỡng nghe, độ to chủ quan được lấy là 0 phon. Đối với sóng điều hoà có tần số 1 kHz, ngưỡng nghe ứng với cường độ vào cỡ  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Tai nhạy với một dải cường độ rộng trong đó cường độ ở hai đầu dải khác nhau tới  $10^{12}$  lần. Giá trị cực đại của cường độ âm gây ra cảm giác đau, nhức nhối trong tai gọi là **ngưỡng đau**.

Loga có hai tính chất rất hữu ích trong việc mô tả sóng âm : (a) các số nằm trên một dải rộng có loga nằm trên một dải hẹp hơn và (b) các số có cùng tỉ số thì có loga khác nhau những khoảng bằng nhau. Thính giác con người nhạy với một dải rộng các cường độ, và chúng ta xem các âm thanh có cùng tỉ số về cường độ sẽ có các khoảng hầu như bằng nhau về độ to của âm. Do đó chúng ta đưa vào khái niệm **mức cường độ âm**  $\beta$  được định nghĩa bởi

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad (28-8)$$

ở đây  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Mức quy chiếu  $I_0$  được lấy sao cho mức cường độ âm  $\beta$  là bằng 0 khi cường độ  $I = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ , ngưỡng nghe ở 1kHz. Mặc dù  $\beta$  là đại lượng không thu nguyên, nó vẫn được cho đơn vị là dexiben (dB), tên gọi để ghi nhớ công trình của Alexander Graham Bell (1847 – 1922).

Mức cường độ âm  $\beta$  được định nghĩa sao cho sự thay đổi ở cường độ  $I$  một thừa số  $10^n$  ứng với sự thay đổi ở  $\beta$  một thừa số là  $10n$ . Ví dụ nếu  $\frac{I}{I_0} = 10^7$ , khi

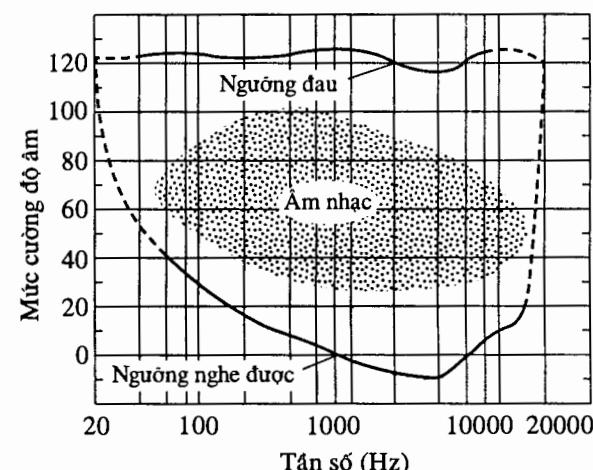
đó  $\beta = 10 \log_{10}(10^7) = 10.7 = 70 \text{ dB}$ . Mặc dù trong trường hợp này  $n = 7$  là một số

nguyên, các thừa số không phải số nguyên vẫn đúng. Chẳng hạn nếu  $\frac{I}{I_0} = 2,0 \cdot 10^7$ , khi đó  $\beta = 10 \log_{10}(2,0 \cdot 10^7) = 73 \text{ dB}$ .

Tai người không nhạy cảm như nhau đối với tất cả các tần số. Hình 28-5 cho thấy giới hạn của mức cường độ âm đối với tai người có thính giác trung bình, cả hai ngưỡng nghe và ngưỡng đau phụ thuộc vào tần số. Trên hình cũng chỉ ra giới hạn gần đúng của tần số và mức cường độ âm gấp trong âm nhạc.

#### Một vài mức cường độ âm (dB)

Ngưỡng nghe	0
Tiếng xào xác của lá cây	10
Tiếng nói thầm (cách 1m)	20
Đường phố không có xe cộ	30
Cơ quan, lớp học	50
Nói chuyện bình thường (cách 1m)	60
Búa máy (cách 1m)	90
Nhạc rock	110
Ngưỡng đau	120
Động cơ phản lực (cách 50m)	130



Hình 28-5. Giới hạn của mức cường độ âm đối với tai người có thính giác trung bình.

## VÍ DỤ 28-2

**Cường độ âm.** Để đảm bảo an toàn và thuận tiện cho công nhân, mức cường độ âm ở một nhà máy nào đó phải giữ ở mức dưới 85 dB. Cường độ âm cực đại cho phép ở nhà máy này bằng bao nhiêu ?

$$\text{Giải. Vì } \beta = 10 \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) = 85 : \frac{I}{I_0} = 10^{8,5} = 3,2 \cdot 10^8$$

Như vậy :  $I = (3,2 \cdot 10^8) (10^{-12} \text{ W/m}^2) = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$

## Bài tự kiểm tra 28-2

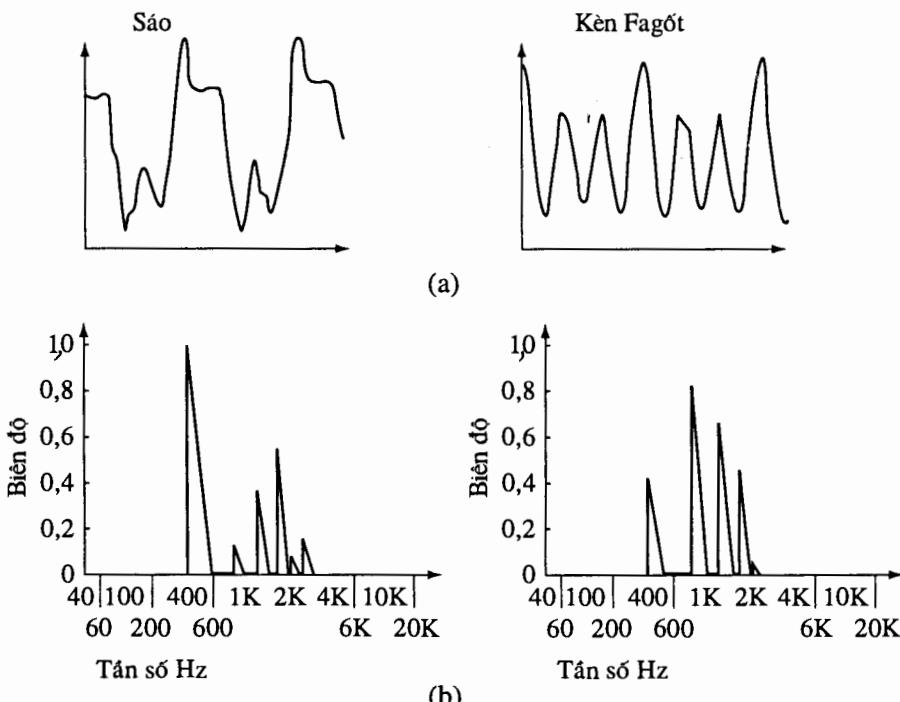
Cường độ âm ứng với mức cường độ âm 50dB bằng bao nhiêu ?

Đáp số :  $1 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$ .

## Dạng sóng và âm sắc

**Âm sắc** là một tính chất nhận biết được của âm, có liên quan đến dạng sóng hơn là liên quan tới tần số hay biên độ. Mô tả

vật lí dạng của một sóng không phải là sóng điều hoà được xét ở mục sau, ở đó ta cũng sẽ thảo luận về khái niệm âm sắc.



**Hình 28-6.** (a) Các dạng sóng vẽ đối với ống sáo và kèn Fagôt chơi cùng một nốt. Mỗi dạng sóng có chu kỳ ứng với tần số cơ bản 440Hz. (b) Biên độ của vài hoạ âm đầu tiên được vẽ đối với mỗi dạng sóng.

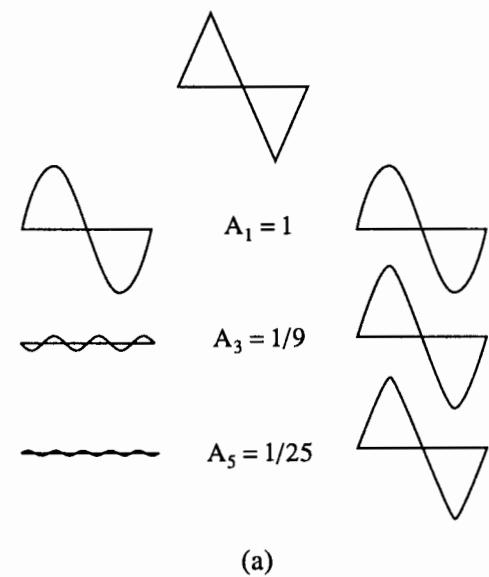
## 28-3. PHÂN TÍCH FOURIER CÁC SÓNG TUẦN HOÀN

Mặc dù các sóng điều hoà (sóng hình sin) là đơn giản nhưng phần lớn các sóng âm mà ta quan tâm đều có cấu trúc tuần hoàn phức tạp. Hình 28-6 cho thấy sự phụ thuộc thời gian của dạng sóng của hai âm có cùng chu kì. Các âm này có dạng sóng là phi điều hoà (tuần hoàn nhưng không có dạng hình sin). Cả hai sóng đều được nhận biết về mặt chủ quan có cùng độ cao của âm, nhưng có âm sắc khác nhau. Rõ ràng là độ cao của các âm này có liên quan tới chu kì của dạng sóng, nó là như nhau đối với cả hai sóng, còn âm sắc lại liên quan đến các chi tiết của dạng sóng, nó khác nhau đối với mỗi một trong các âm này.

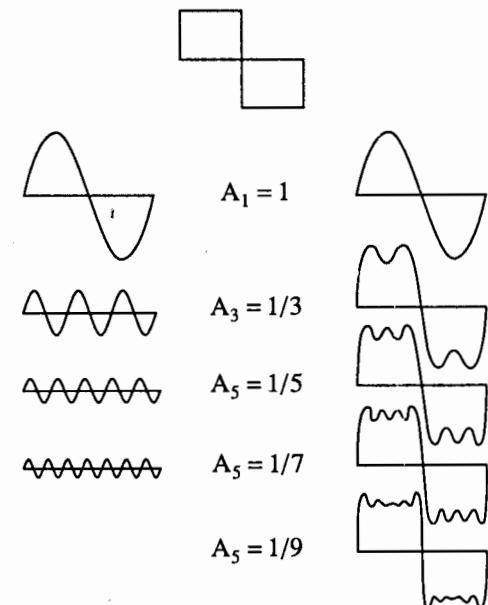
Jean Baptise Joseph Fourier (1768 – 1830) đã chứng minh rằng *các dạng sóng tuần hoàn phức tạp có thể được xem như tổng của các sóng điều hoà*. Gọi  $y(t)$  là độ dịch chuyển tuần hoàn của sóng ở một vị trí nào đó. Nếu  $y(t)$  và đạo hàm của nó là liên tục, khi đó có thể chứng minh được rằng  $y(t)$  có thể được biểu diễn bằng một tổng có dạng :

$$y(t) \approx \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (28-9)$$

ở đây  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  và  $T$  là chu kì của dạng sóng. Việc  $N$  phải lớn bao nhiêu để có một biểu diễn tốt còn phụ thuộc vào dạng sóng. Hình ảnh biểu diễn một vài dạng sóng được cho trên hình 28-7. Như đã được minh họa trên đó, việc dùng chỉ một vài số hạng đã cho ta một bản sao hợp lí của dạng sóng mong muốn.



(a)



(b)

**Hình 28-7.** Một chu kì của dạng sóng được cho ở phần cao nhất trong mỗi giản đồ. Mỗi sóng hình sin cộng thêm vào được vẽ ở bên trái. Bên phải là tổng tích luỹ của các số hạng.

Quá trình xác định bằng toán học các hệ số  $A_n$  và hằng số pha  $\phi_n$  đối với một dạng sóng cho trước được gọi là *phép phân tích Fourier* và được đề cập tới ở các sách giáo khoa có trình độ cao hơn. Cũng có thể tìm được  $A_n$  và  $\phi_n$  bằng máy vi tính. Các dạng sóng của ống sáo và kèn Fagôt, cả hai phát ra một âm có cùng độ cao được cho ở hình 28-6a. Các biên độ  $A_n$  do được đổi với vài số hạng đầu trong phân tích Fourier của mỗi dạng sóng được cho ở hình 28-6b. Trong phép phân tích, tần số thấp nhất có mặt được gọi là *tần số cơ bản* còn các bội số của tần số này được gọi là *các hoạ âm cao hơn*, hay *các hoạ âm cao*. Sự khác nhau về âm sắc của các âm do ống sáo và kèn

Fagôt tạo ra khi chơi cùng một nốt là do sự khác nhau trong các hoạ âm cao này gây ra.

Như vậy, một dạng sóng tuân hoà có thể được *phân tích theo các chuỗi Fourier* để biết được trong dạng sóng tuân hoà đó có các tần số cơ bản và hoạ âm cao như thế nào, cũng như biết được các biên độ của chúng. Ngược lại, có thể tạo ra các dạng sóng tuân hoà mới bằng kĩ thuật điện tử nhờ việc thêm vào âm cơ bản những lượng khác nhau các hoạ âm cao của nó. Quá trình này được gọi là *sự tổng hợp Fourier*. Một số tác phẩm âm nhạc hiện đại đã được biểu diễn trên một máy tổng hợp âm chứ không phải trên nhạc cụ thường, làm cho âm thanh của nó mang tính máy móc.

## 28-4. CÁC NGUỒN NHẠC ÂM

Nhạc cụ là các nguồn tạo ra sóng âm phổ biến trong không khí. Âm thoa là "nhạc cụ" đặc biệt đơn giản. Khi ta gõ vào âm thoa, nó sẽ dao động rất gần với dao động điều hoà và phát ra một sóng âm điều hoà vào không khí xung quanh. Cường độ của sóng âm trong không khí sẽ phụ thuộc vào việc âm thoa có khả năng làm cho không khí dao động mạnh hay yếu.

Thường sóng âm của một âm thoa dao động không truyền được xa vì các lá âm thoa dao động thường nhỏ. Tuy nhiên nếu để đế của âm thoa tiếp xúc với mặt bàn, thì ta có thể nghe được âm của nó phát ra ở cách xa nhiều mét. Cả mặt bàn sẽ dao động cùng với âm thoa, cho nên

có thêm nhiều không khí chuyển động và sóng âm được tạo ra với cường độ lớn hơn.

Nếu âm thoa được đặt trên một giá đế ở mặt trên một hộp gỗ rỗng với kích thước thích hợp và một mặt để hở, thì ta còn có thể nghe được tiếng rung của nó qua một giang đường rộng. Hộp rỗng được gọi là *hộp tạo âm*. Âm thoa có thể cung cấp thêm nhiều năng lượng cho sóng âm nếu tần số dao động của nó giống với tần số sóng đứng của âm trong hộp tạo âm, khi đó ta nói có hiện tượng cộng hưởng âm.

Nhiều nhạc cụ dùng các sóng đứng như thế trong một hộp kín để tạo ra các sóng âm có cường độ đủ lớn. Sóng đứng

trong cột không khí ở một hộp kín loại này giống như sóng đứng trên một sợi dây căng đã được thảo luận ở chương trước.

a) Ta hãy xét sóng đứng trong cột không khí ở một ống của một đàn ống được *bịt kín hai đầu*. Vì hai đầu được bịt kín nên độ dịch chuyển của không khí ở hai đầu cần phải bằng không. Tức sóng đứng có một nút ở mỗi đầu bịt kín. Điều kiện này cũng giống như dịch chuyển ngang ở hai đầu sợi dây đối với các sóng đứng trên dây. Từ phương trình (27-26) ta có :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

Dùng hệ thức  $v_n = \frac{v}{\lambda_n}$ , ta có :

$$v_n = n \frac{v}{2L} \quad (28-10)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

ở đây  $v$  là tốc độ của sóng âm trong không khí.

b) Một số nhạc cụ chứa không khí, *một đầu kín – một đầu hở* giống như chiếc hộp gỗ đã nói ở trên. Khi đó sóng âm đứng trong một cột có một nút tại đầu bịt kín và một bụng sóng ở gần đầu hở.

Trong một cột như thế, sóng đứng có thể được xem như là tổng của hai sóng truyền theo hai phương ngược chiều nhau. Cả hai sóng này có cùng bước sóng : tại đầu kín hai sóng ngược pha nhau (điểm nút), tại đầu hở hai sóng cùng pha nhau (điểm bụng). Đối với tần

số thấp nhất hay tần số cơ bản  $v_1$ , sóng đứng chỉ có một nút và một bụng sóng.

Như vậy  $L = \frac{1}{4}\lambda_1$  hay  $\lambda_1 = 4L$  và tần số

của sóng đứng này là  $v_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$ . Với

các tần số cao hơn trong ống có nhiều nút và bụng, điều kiện để có sóng dừng là :

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4}$$

Khi đó tần số sóng đứng là :

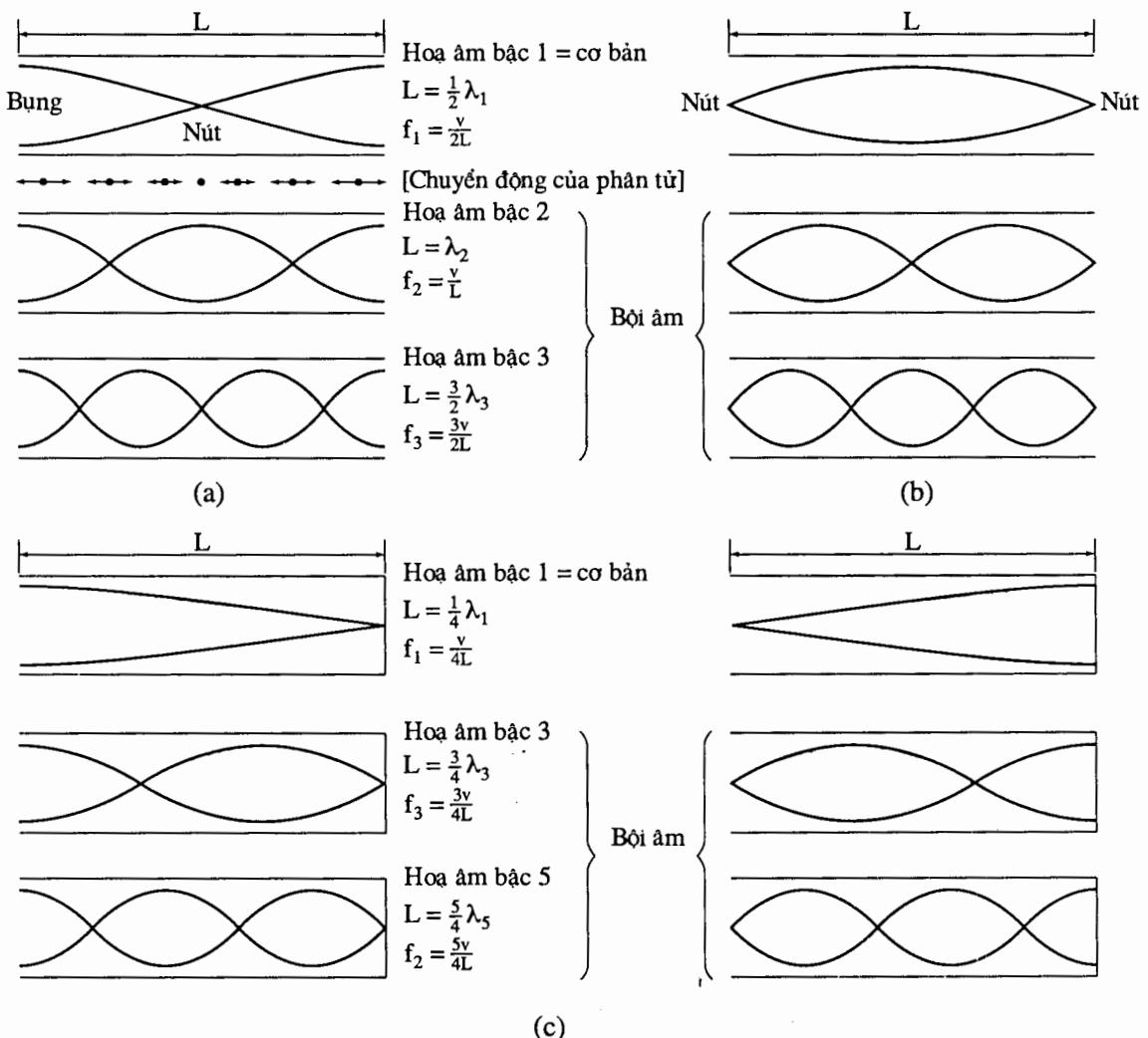
$$v_n = (2n - 1) \frac{v}{4L} \quad (28-11)$$

$$(n = 1, 2, 3\dots)$$

Chú ý rằng chỉ các hoạ âm lẻ ( $v_1, 3v_1, 5v_1, \dots$ ) xảy ra đối với cột một đầu kín một đầu hở. Ví dụ về các nhạc cụ có dùng cột không khí một đầu kín một đầu hở là kèn clarinet và đàn xilôphôn

c) Một số nhạc cụ có cột không khí *hở cả hai đầu*, trường hợp này giản đồ sóng đứng giống như giản đồ sóng đứng bịt kín hai đầu. Vị trí của các nút và bụng sóng nằm xen kẽ nhau. Như vậy các tần số sóng đứng đối với các cột hở hai đầu cũng là các tần số đối với cột kín hai đầu và được cho bởi phương trình (28-10). Ví dụ về các nhạc cụ loại này như là kèn ô-boa, ống sáo và kèn trombon.

Dưới đây là giản đồ sóng đứng trong cột không khí cho thấy vị trí của các nút và các bụng sóng đối với : (a) Ống hở 2 đầu, (b) Ống kín hai đầu, (c) Ống một đầu kín – một đầu hở.



**Hình 28-8.** Các mode dao động (sóng đứng) đối với (a) Ống hở 2 đầu, (b) Ống kín hai đầu, (c) Ống một đầu kín – một đầu hở.

## 28-5. SỰ GIAO THOA CỦA CÁC SÓNG ÂM VÀ PHÁCH

Khi các sóng âm phát ra từ hai nguồn kết hợp với nhau tại một điểm, độ dịch chuyển của chúng được cộng lại theo nguyên lý chồng chập. Nếu hai sóng là các sóng điều hoà có cùng tần số, khi đó sóng tổng hợp tại điểm chúng kết hợp với nhau sẽ phụ thuộc vào độ lệch pha giữa chúng. Giao thoa tăng cường nhau xảy ra nếu các sóng gặp nhau cùng pha, đỉnh sóng đè lên đỉnh sóng, và biên độ tổng hợp là cực đại. Vì

cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ, nên cường độ cũng là cực đại, nếu các sóng cùng pha. Nếu các sóng lệch pha một  $\pi$  rad đỉnh sóng đè lên hõm sóng, khi đó biên độ tổng hợp và cường độ là cực tiểu.

### Các phách

Giả sử hai sóng điều hoà có *tần số khác nhau chút ít*. Tại điểm hai sóng tổ hợp với

nhau, hiệu số pha sẽ thay đổi theo thời gian, và sự giao thoa sẽ xảy ra luân phiên giữa giao thoa tăng cường nhau và giao thoa huỷ nhau. Điều này được minh họa bằng đồ thị trên hình 28-9 đối với các sóng có cùng biên độ. Ở những thời điểm khi mà các sóng cùng pha, biên độ tổng hợp sẽ lớn. Ở các thời điểm mà các sóng ngược pha, biên độ tổng hợp sẽ nhỏ. Vì cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ, nên cường độ sẽ luân phiên giữa các cực đại và cực tiểu (to và dịu) trong một khoảng thời gian lớn so với chu kì của cả hai sóng. Các thay đổi luân phiên về cường độ được gọi là *các phách*, tần số phách  $v_b$  là nghịch đảo của chu kì các phách, nó là khoảng thời gian giữa hai cực đại cường độ liên tiếp.

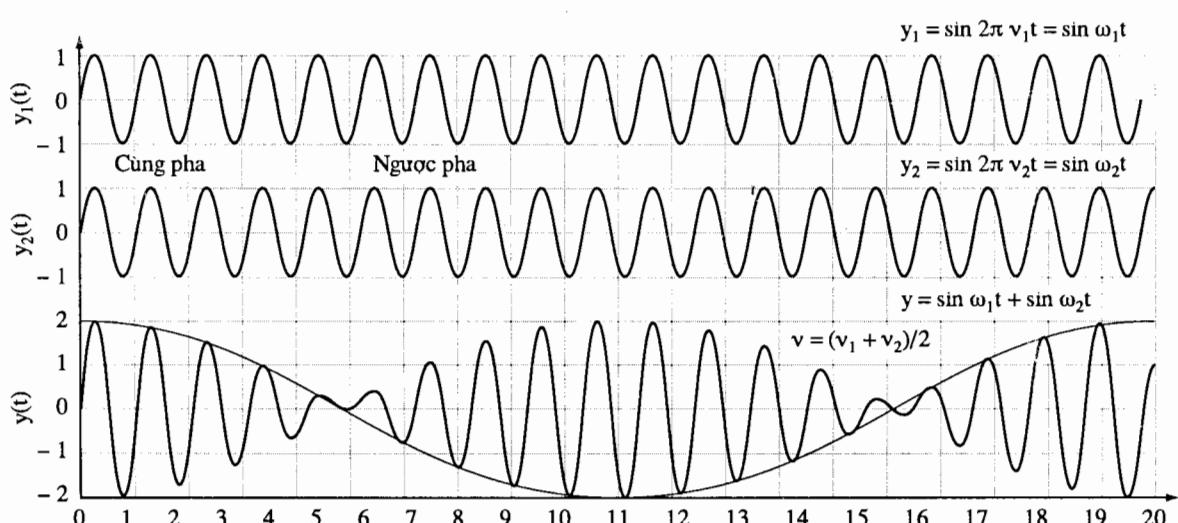
đó chúng tổ hợp với nhau. Xét hai sóng  $y_1 = A \sin(\omega_1 t)$  và  $y_2 = A \sin(\omega_2 t)$ , ở đây  $\omega_1 = 2\pi v_1$  và  $\omega_2 = 2\pi v_2$  là các tần số góc. Để thu được các phách, ta có  $\omega_1 \approx \omega_2$  và để cho xác định ta lấy  $\omega_1 < \omega_2$ . Sóng tổng hợp  $y = y_1 + y_2$  tại điểm đang xét có sự phụ thuộc thời gian :

$$y = A [\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)] \quad (28-12)$$

Ở đây sẽ thuận tiện nếu đưa vào tần số góc trung bình  $\bar{\omega}$  và hiệu tần số góc  $\Delta\omega$  được cho bởi :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2); \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\text{từ đó : } \omega_1 = \bar{\omega} - \frac{1}{2}\Delta\omega \quad \text{và } \omega_2 = \bar{\omega} + \frac{1}{2}\Delta\omega.$$



**Hình 28-9.** Sự phụ thuộc thời gian của hai sóng hình sin có các tần số khác nhau chung,  $v_1$  và  $v_2 = 1.1v_1$ . Sóng tổng hợp  $y = y_1 + y_2$  ở một điểm sẽ dao động với tần số trung bình và bị biến dạng ở tần số phách  $v_b = |v_2 - v_1|$ , tần số này quyết định hình bao của sóng tổng hợp.

Để thấy được tần số phách liên quan như thế nào với các tần số của hai sóng, ta xét sự phụ thuộc thời gian của mỗi sóng tại một điểm trong không gian mà ở

Bằng cách dùng công thức lượng giác  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$ , ta có :

$$y = 2A \cos\left(\frac{1}{2}\Delta\omega t\right) \sin(\bar{\omega}t) \quad (28-13)$$

Ta giải thích phương trình (28-13) như một dao động hình sin,  $\sin(\bar{\omega}t)$  với tần số  $\bar{v} = \frac{\bar{\omega}}{2\pi}$  tần số trung bình, nó cho ta độ cao của âm. Dao động này có biên độ bị biến diệu là  $2A\cos\left(\frac{1}{2}\Delta\omega t\right)$ , thay đổi chậm hơn theo thời gian. Thừa số này đóng vai trò hình bao của sóng tổng hợp trên hình 28-9, nó ứng với các phách. Các phách mà ta nghe được là phách về cường độ, mà cường độ lại tỉ lệ với bình phương biên độ, hay tỉ lệ với  $\left[\cos\left(\frac{1}{2}\Delta\omega t\right)\right]^2$ . Khoảng thời gian  $\Delta t$  giữa hai cực đại cường độ liên tiếp ứng với hàm cosin nhận giá trị từ +1 đến 0 rồi đến -1, cho nên thừa số  $(\cos)^2$  nhận giá trị từ +1 đến 0 rồi trở lại giá trị +1. Như vậy  $\frac{1}{2}\Delta\omega\Delta t = \pi$ , hay  $\Delta t = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$  là chu kì phách. Vì tần số phách  $v_b$  là nghịch đảo của chu kì phách nên ta có :

$$v_b = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = v_2 - v_1$$

### VÍ DỤ 28-3

**Đàn xelô chêch khỏi âm chuẩn.** Hai đàn xelô được kéo đồng thời trên các dây C<sub>2</sub> của chúng gây ra các phách có cực tiểu về cường độ cứ sau mỗi  $\frac{3}{4}$  s và như vậy tần số phách là  $\frac{4}{3}$  Hz. (a) Nếu một đàn xelô biết là đã được lên dây chuẩn ở tần số 65,406 Hz, đàn xelô kia bị chêch khỏi tần số chuẩn bao nhiêu ? (b) Sức căng của dây trên chiếc xelô bị chêch khỏi âm chuẩn phải được điều chỉnh với tỉ phân bao nhiêu để nó lại có tần số chuẩn ? (c) Bạn có thể cho biết sức căng trên đàn xelô chêch khỏi âm chuẩn cần được tăng lên hay giảm đi ?

**Giải.** (a) Hiệu các tần số là tần số phách :

$$|v_1 - v_2| = v_b = \frac{4}{3} \text{ Hz}$$

Ta đã lấy  $\omega_1 < \omega_2$  hay  $v_1 < v_2$  để tìm ra  $v_b = v_2 - v_1$ . Ta muốn làm việc với giá trị dương của tần số phách chứ không quan tâm tới việc  $v_1$  hay  $v_2$  lớn hơn. Do đó, đối với các sóng có tần số  $v_1$  và  $v_2$ , tần số phách được viết như là giá trị tuyệt đối của hiệu tần số

$$v_b = |v_2 - v_1| \quad (28-14)$$

Nếu hai tần số gần nhau bằng nhau, khi đó tần số phách  $v_b$  là nhỏ và thời gian  $\Delta t$  giữa các phách sẽ lớn một cách tương ứng. Nếu hai tần số đúng bằng nhau, khi đó tần số phách bằng không và sẽ không xảy ra hiện tượng phách.

Phách được dùng trong các nhạc cụ dây như pianô, ghi ta mỗi khi lên dây đàn. Nếu tần số cơ bản của dây khác với tần số chuẩn như của âm thoa chẳng hạn, khi đó ta sẽ nghe thấy tiếng phách khi cả hai cùng phát ra âm thanh. Nếu điều chỉnh sức căng của dây sao cho ta không nghe được một phách nào, khi đó dây có cùng tần số cơ bản như tần số chuẩn.

Như vậy đàn xelô bị chêch khỏi tần số đúng  $\frac{4}{3}$  Hz. (b) Tần số cơ bản của các sóng đứng trên một dây được cố định ở mỗi đầu, như trong trường hợp đàn xelô, cũng giống như tần số cơ bản của các sóng đứng trong một cột không khí kín hai đầu. Ta dùng phương trình (28-10) nhưng với  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  lấy từ chương 27. Như vậy :

$$v_1 = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = C\sqrt{F}$$

ở đây  $C$  là một hằng số đối với các thay đổi nhỏ trong  $F$ . Có thể tìm được độ thay đổi về tần số bằng cách lấy vi phân. Khi đó :

$$\Delta v = \frac{dv}{dF} \Delta F = \frac{1}{2C} \Delta F$$

Các thay đổi tỉ đối tìm được bằng cách chia hai vế cho  $v = C\sqrt{F}$  :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\frac{1}{2} \Delta F}{\sqrt{F}}$$

hay 
$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{2\Delta v}{v} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \text{Hz}}{65,406 \text{Hz}} = 0,04 = 4\%.$$

(c) Ta không thể xác định được từ các phách xem tần số của dây đàn xelô chêch khỏi âm chuẩn là cao hơn hay thấp hơn tần số của đàn đã được điều chỉnh chính xác. Nếu tần số phách tăng theo sự tăng nhẹ của sức căng, thì tần số là quá cao và sức căng phải được giảm xuống để đưa dây về trạng thái âm chuẩn. Nếu tần số phách giảm xuống khi có sự tăng nhẹ của sức căng, thì tần số là quá thấp và ta phải tăng sức căng dây đàn lên.

### Bài tự kiểm tra 28-3

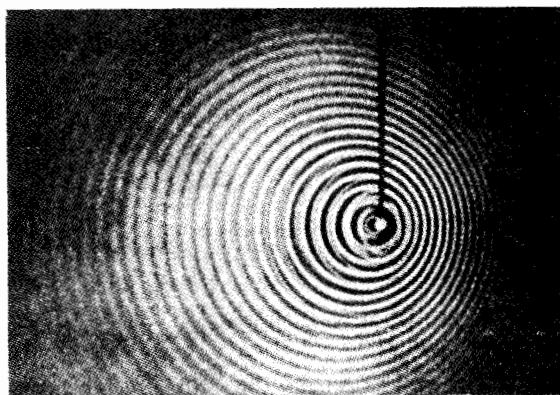
Trong ví dụ trên, giả định bạn đã xác định được là âm phát ra từ một đàn xelô chêch khỏi âm chuẩn ở tần số cao hơn  $\frac{4}{3}$  Hz so với âm phát ra từ một đàn xelô đã được chỉnh chính xác. Tần số âm được phát ra khi cả hai đàn xelô cùng được chơi đồng thời là bao nhiêu ?

**Đáp số :** 66,072Hz.

## 28-6. HIỆU ỨNG DOPPLER

Nếu bạn nghe âm thanh phát ra từ còi một ôtô chạy ngang qua bạn, bạn sẽ phát hiện thấy sự giảm rất đặc trưng độ cao của âm. Sự dịch chuyển về tần số như vậy được gọi là *hiệu ứng Doppler*, hay *sự dịch chuyển Doppler*, là do sự khác biệt về số dao động trong một giây tới được tai bạn vì có sự chuyển động của nguồn âm. Dịch chuyển Doppler được phát hiện lần đầu tiên bởi Christian Doppler (1803–1853) vào năm 1842 liên quan đến các dịch chuyển tương tự trong tần số ánh sáng được phát ra bởi các sao quay quanh nhau trong các hệ sao đôi. Điều lí thú cần lưu ý là tốc độ đi lại vào năm 1842 thấp tới mức các quan sát về sự dịch chuyển này của tần số âm không phải là việc bình thường.

Ngoài sóng ánh sáng và sóng âm, dịch chuyển Doppler cũng diễn ra ở các loại sóng khác. Hình 28-10 cho thấy các sóng nước được tạo ra bởi một đầu nhọn vừa dao động vừa chuyển động sang bên phải đối với nước. Bước sóng ở phía trước nguồn chuyển động bị nén lại, còn bước sóng ở phía sau của nguồn chuyển động

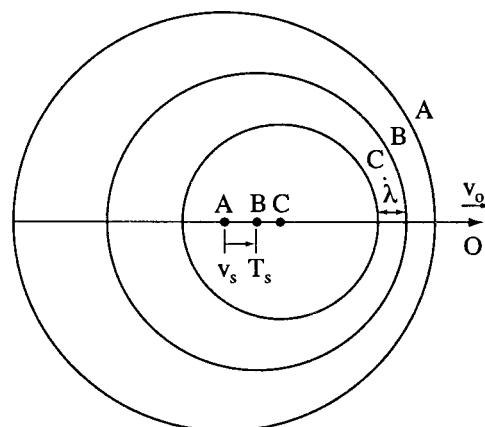


**Hình 28-10.** Các sóng nước được sinh ra bằng một đầu nhọn vừa dao động vừa chuyển động sang bên phải ở trong nước.

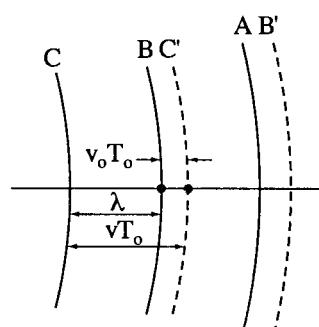
được dãn ra. Vận tốc  $v$  của sóng là như nhau theo tất cả các phương đối với các điểm cố định trong nước. Vì  $v = \frac{\lambda}{T}$  nên tần số của các sóng lan tới một điểm ở phía trước nguồn sẽ lớn hơn tần số của các sóng lan tới điểm nằm phía sau nguồn. Khi nguồn sóng và người quan sát chuyển động đối với nhau, sẽ có một sự khác biệt giữa tần số  $v_s$  do nguồn phát ra và tần số  $v_0$  mà người quan sát nhận được. Bây giờ ta hãy xác định hệ thức giữa các tần số này. Để cho đơn giản, ta xét trường hợp khi phương vận tốc của người quan sát và nguồn nằm dọc theo đường nối chúng với nhau, như ta thấy trên hình 28-11a. Chúng ta làm việc trong hệ quy chiếu quán tính trong đó môi trường là đứng yên và vận tốc của sóng trong môi trường này là  $v$ . Trên hình 28-11, phương  $x$  dương là phương đi từ nguồn tới người quan sát.

Trước tiên ta tìm bước sóng  $\lambda$  trong môi trường đối với phần sóng sẽ được người quan sát thu nhận *khi nguồn lại gần người quan sát*. Vì nguồn phát ra một ngọn sóng trong mỗi chu kỳ  $T_s$  của dao động nguồn, nên mỗi ngọn sóng chuyển động được một khoảng cách  $vT_s$  dọc theo trục  $x$  trước khi nguồn phát ra một ngọn sóng khác. Song nguồn cũng chuyển động qua môi trường dọc theo trục  $x$  dương với vận tốc  $v_s$ , cho nên ngọn sóng sau được phát ra cách ngọn sóng phía trước nó một đoạn bằng  $vT_s - v_s T_s$ . Như vậy bước sóng  $\lambda$  của sóng trong môi trường là :

$$\lambda = vT_s - v_s T_s = (v - v_s)T_s \quad (28-15)$$



(a)



(b)

**Hình 28-11.** (a) Các ngọn sóng liên tiếp được phát ra bởi nguồn khi nó đi một khoảng cách  $v_s T_s$  về phía người quan sát  $O$ . Bước sóng theo hướng về phía trước là  $\lambda = (v - v_s) T_s$ . (b) Ngọn sóng di được khoảng cách  $v T_0$  từ  $C$  đến  $C'$  khi người quan sát di về bên phải một khoảng  $v_0 T_0$ .

Bây giờ ta tính tới chuyển động của người quan sát. Giả sử người quan sát chuyển động theo hướng  $x$  dương (*đi ra xa nguồn*) với vận tốc  $v_0$ , như ta thấy trên hình 28-11b. Khi đó thời gian  $T_0$  để hai ngọn sóng liên tiếp đến được người quan sát sẽ lớn hơn, vì anh ta "chạy xa" khỏi các sóng. Trong khoảng thời gian  $T_0$ , người quan sát đi

được một quãng  $v_0 T_0$ . Để ngọn sóng được kí hiệu là  $C$  trên hình 28-11b đi tới vị trí được kí hiệu là  $C'$ , sóng phải di một quãng  $v T_0$ . Khoảng cách này là bước sóng  $\lambda$  cộng với khoảng cách mà người quan sát đi được,  $v T_0 = \lambda + v_0 T_0$ . Như vậy :

$$\lambda = (v - v_0) T_0 \quad (28-16)$$

Khử  $\lambda$  từ các phương trình (28-15) và (28-16), ta được :

$$(v - v_s) T_s = (v - v_0) T_0$$

Đây là hệ thức liên hệ chu kì sóng được nguồn phát ra  $T_s$  với chu kì sóng  $T_0$  được người quan sát thu nhận. Vì tần số là nghịch đảo của chu kì, ta có :

$$v_0 = v_s \frac{v - v_0}{v - v_s} \quad (28-17)$$

cho ta dịch chuyển Doppler đối với âm.

Biểu thức cho dịch chuyển Doppler trong phương trình (28-17) tìm được cho trường hợp khi tất cả các vận tốc hướng dọc theo trục  $x$  dương. Tuy nhiên, nó vẫn còn đúng nếu  $v_0$  và  $v_s$  là các thành phần  $x$  của vận tốc. Như vậy các thành phần  $v_0$  và  $v_s$  có thể là âm. Trên hình 28-11a, thành phần vận tốc  $v_0$  là âm nếu người quan sát chuyển động về phía nguồn và thành phần vận tốc  $v_s$  sẽ là âm nếu nguồn chuyển động di xa khỏi người quan sát. Nếu tốc độ  $v_s = v_0$  thì từ phương trình (28-17) ta tìm được  $v_s = v_0$ . Như ta chờ đợi, sẽ không có dịch chuyển tần số nào nếu nguồn và người quan sát chuyển động với cùng vận tốc qua môi trường hoặc nếu cả nguồn lẫn người quan sát đều không chuyển động  $v_s = v_0 = 0$ .

## VÍ DỤ 28-4

**Nguồn chuyển động, người quan sát đứng yên.** Còi báo động trên con tàu dao động với tần số 69,3Hz. Tốc độ gió bằng không, bạn đứng trên bờ, còn con tàu đi về phía bạn với tốc độ 30,3 hải lí/ giờ (15,6m/s). Tốc độ của âm là 345m/s. (a) Bước sóng của âm trong không khí phía trước con tàu bằng bao nhiêu ? (b) Bạn nghe được tần số bao nhiêu ?

**Giải.** (a) Dùng phương trình (28-15) với  $v_s = + 15,6\text{m/s}$ , ta có :

$$\lambda = (v - v_s)T_s = \frac{v - v_s}{v_s} = \frac{345\text{m/s} - 15,6\text{m/s}}{69,3\text{Hz}} = 4,75\text{m.}$$

Chú ý rằng nếu con tàu không chuyển động thì bước sóng sẽ là :

$$\frac{v}{v_s} = \frac{345\text{m/s}}{69,3\text{Hz}} = 4,98\text{m.}$$

(b) Dùng phương trình (28-17), ta có :

$$v_0 = \frac{(69,3\text{Hz})(345\text{m/s} - 0)}{345\text{m/s} - 15,6\text{m/s}} = 72,6\text{Hz.}$$

Như vậy, độ cao của âm tăng lên một sự chênh lệch vừa đủ để tai người có thể nhận biết được.

## Bài tự kiểm tra 28-4

Làm lại ví dụ trên với con tàu chuyển động đi xa bạn với tốc độ 15,6m/s thay vì tới gần bạn.

**Đáp số :** (a) 5,20 m. (b) 66,3Hz.

## VÍ DỤ 28-5

**Người quan sát chuyển động, nguồn đứng yên.** Còi báo động trên đất liền dao động với tần số 69,3Hz trong không khí bất động. Bạn tiến lại gần còi báo động trên một con tàu chạy với vận tốc 30,3 hải lí/ giờ. Vận tốc âm là 345m/s. (a) Bước sóng của âm trong không khí bằng bao nhiêu ? (b) Bạn nghe thấy tần số bao nhiêu ?

**Giải.** (a) Bước sóng của âm đúng bằng  $\frac{v}{v_s}$  vì nguồn đứng yên đối với không khí. Như

vậy  $\lambda = \frac{345\text{m/s}}{69,3\text{Hz}} = 4,98\text{m.}$  (b) Trong trường hợp này, vận tốc của nguồn bằng không

nhưng thành phần vận tốc  $v_0$  của người quan sát là  $-15,6\text{m/s}$  chứ không phải là bằng

không như trong ví dụ trước. Dấu của  $v_0$  là âm vì vận tốc con tàu có hướng ngược với hướng từ nguồn tới người quan sát. Dùng phương trình (28-17), ta có :

$$v_0 = 69,3 \text{Hz} \frac{345 \text{m/s} - (-15,6 \text{m/s})}{345 \text{m/s}} \\ = 72,4 \text{Hz.}$$

## Bài tự kiểm tra 28-5

Làm lại ví dụ trên với tình huống bạn đi ra xa còi báo động thay vì tiến lại gần nó.

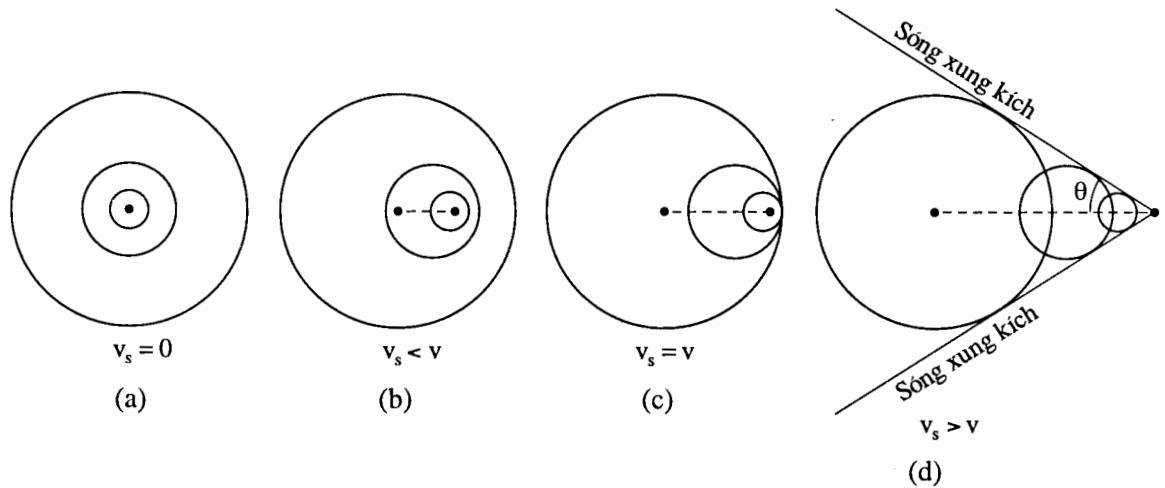
**Đáp số :** (a) 4,98 m. (b) 66,2Hz.

Vận tốc tương đối trong hai ví dụ trên đây là như nhau  $|v_0| = |v_s|$  và các dịch chuyển tần số cũng hầu như bằng nhau. Có một khác biệt nhỏ trong dịch chuyển tần số của âm nếu nguồn lại gần người quan sát hay người quan sát lại gần nguồn với cùng vận tốc. Tuy nhiên, dù sao nó cũng tạo ra một sự khác biệt *nào đó*. Khác biệt này giúp ta có thể xác định được xem người quan sát hay nguồn là đang chuyển động đối với môi trường như trong các ví dụ về còi báo động trên đây. Như ta sẽ thấy trong các chương 30 và 34 (tập ba), ánh sáng không bắt buộc phải có môi trường để lan truyền, mà chỉ có các chuyển động tương đối của nguồn và người quan sát là ảnh hưởng tới các phép đo tần số của ánh sáng. Có một biểu thức khác cho dịch chuyển Doppler của ánh sáng mà ta sẽ trích dẫn ra đây (xem chương 35, mục 35-6, Tập ba). Nếu c là vận tốc ánh sáng trong chân không và v là thành phần vận tốc tương đối, dương nếu nguồn và người quan sát lại gần nhau và âm nếu lùi xa nhau ra, khi đó :

$$v_0 = v_s \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (28-18)$$

Còn có các giới hạn khác đặt ra cho dịch chuyển Doppler đối với sóng âm trong phương trình (28-17). Nếu người quan sát chuyển động ra xa nguồn với tốc độ lớn hơn tốc độ âm, khi đó sóng âm có thể chẳng bao giờ "đuổi kịp" người quan sát và công thức trên sẽ không thể áp dụng được. Một vấn đề khác phát sinh nếu  $v_s$  lớn hơn v, đó là công thức sẽ dự đoán tần số nhận giá trị âm. Vì điều đó không có ý nghĩa vật lí, nên ta phải chú ý tới cách suy ra công thức và tìm xem khi  $v_s \geq v$ , ta sai ở chỗ nào. Vấn đề nằm ở chỗ tính  $\lambda$ . Nếu  $v_s \geq v$  khi đó  $\lambda < 0$ . Nhưng bước sóng bằng không hay âm không có ý nghĩa vật lí. Như vậy, công thức Doppler đối với sóng âm không áp dụng được khi nguồn chuyển động về phía người quan sát với vận tốc lớn hơn vận tốc âm thanh.

Vậy điều gì sẽ xảy ra khi  $v_s \geq v$ ? Ngoài những vấn đề khác, có việc *sóng xung kích* được hình thành. Hình 28-12 chỉ ra các sóng âm phát ra từ một nguồn đứng yên (a) và từ các nguồn chuyển động (b, c, d). Nếu vận tốc của nguồn nhỏ hơn vận tốc sóng âm thì có hiệu ứng Doppler (b), còn nếu lớn hơn vận tốc sóng âm thì sóng xung kích được hình thành.



Hình 28-12.

Hình 28-12d cho thấy một hình nón bao được hình thành bởi các sóng do một vật thể chuyển động nhanh hơn vận tốc âm thanh phát ra. Trên hình bao này các ngọn sóng nằm chồng lên nhau tạo thành sóng xung kích, cho nên biên độ sóng trở nên lớn. Trong không khí, sóng xung kích tổng hợp có thể làm tăng áp suất định xứng đủ mạnh để có thể làm tổn thương màng nhĩ hay làm vỡ các cửa kính. Sóng xung kích là thủ phạm gây ra hiện tượng "bùng nổ âm" mà ta vẫn nghe thấy mỗi khi máy bay siêu thanh bay qua ( $v_s > v$ ). Giống với

hình bao ở sóng xung kích trong không khí, là sóng mũi tàu do tàu thuyền tạo ra khi chuyển động trong nước với vận tốc lớn hơn vận tốc sóng nước. Một hiệu ứng tương tự khác là bức xạ Cherenkov, đó là ánh sáng được tạo ra khi một hạt tích điện chuyển động trong môi trường, như nước chẳng hạn, với tốc độ  $v_s$  lớn hơn tốc độ ánh sáng trong môi trường này. Trong mỗi trường hợp, nửa góc ở đỉnh  $\theta$  của hình nón bao trong hình 28-12d được cho bởi công thức  $\sin\theta = \frac{v}{v_s}$  (xem bài tập).

## 28-7. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG ĐỐI VỚI SÓNG ÂM

Phương trình sóng trên một sợi dây đã thu được ở mục 27-3 bằng cách xét chuyển động của một phân tử của dây do tác dụng của lực gây ra bởi các phân tử ở hai phía. Tương tự, ta mở rộng phương trình sóng cho sóng âm trong chất lưu bằng cách xác định xem một phân tử chất lưu chuyển động như thế nào.

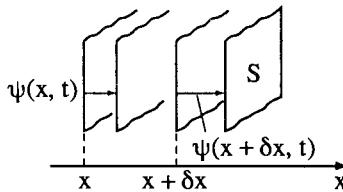
Trước hết, ta cân mối liên hệ giữa độ dịch chuyển  $\psi(x, t)$  của phân tử chất lưu và sự

thay đổi áp suất  $\Delta p(x, t) = p(x, t) - p_e$ . Như đã thảo luận ở mục 28-1, suất néo đoạn nhiệt  $B_s$  liên hệ một thay đổi áp suất nhỏ  $\Delta p$  với thay đổi về thể tích  $\Delta V$  của phân tử chất lưu,  $B_s = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$

$$\text{hay } \Delta p = -B_s \frac{\Delta V}{V} \quad (28-19)$$

Xét một phân tử chất lưu có dạng một bản có diện tích  $S$  nằm giữa các mặt ở  $x$  và

$x + \delta x$  khi chất lưu ở trạng thái cân bằng. Nếu có một sóng dọc, các mặt này sẽ bị dịch chuyển một lượng  $\psi(x, t)$  và  $\psi(x + \delta x, t)$  như đã thấy trên hình 28-13.



**Hình 28-13.** Thể tích  $S\delta x$  giữa  $x$  và  $x + \delta x$  đổi thành thể tích  $S[\delta x + \psi(x + \delta x, t) - \psi(x, t)]$  nếu sóng có mặt trong chất lưu.

Như vậy do sự có mặt của sóng mà thể tích thay đổi từ  $V = S\delta x$  tới  $V + \Delta V = S[\delta x + \psi(x + \delta x, t) - \psi(x, t)]$ . Mức thay đổi về thể tích  $\Delta V = S[\psi(x + \delta x, t) - \psi(x, t)]$  và tỉ phần thay đổi về thể tích,  $\frac{\Delta V}{V}$  xuất hiện trong phương trình (28-19),

được cho bởi :

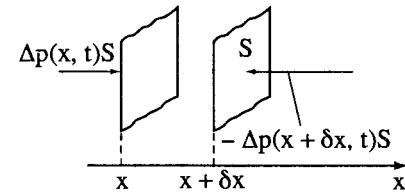
$$\begin{aligned}\frac{\Delta V}{V} &= \frac{S[\psi(x + \delta x, t) - \psi(x, t)]}{S\delta x} \\ &= \frac{\psi(x + \delta x, t) - \psi(x, t)}{\delta x}\end{aligned}$$

Lấy giới hạn khi  $\delta x \rightarrow 0$ , tỉ số này dẫn tới  $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ . Như vậy phương trình (28-19) trở thành :

$$\Delta p(x, t) = -B_s \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (28-20)$$

Bây giờ ta xét hợp lực tác dụng lên phần tử được vẽ ở hình 28-14. Thành phần  $x$  của lực tác dụng lên mặt tại  $x$  do có thay đổi áp suất ở đó là  $\Delta p(x, t)S$ . Tương tự thành phần  $x$  của lực tác dụng lên mặt tại  $x + \delta x$  là  $-\Delta p(x + \delta x, t)S$ . Thành phần  $x$  của hợp lực tác dụng lên phần tử này là:

$$\delta F_x = S[\Delta p(x, t) - \Delta p(x + \delta x, t)]$$



**Hình 28-14.** Thành phần  $x$  của hợp lực tác dụng lên phần tử chất lưu là

$$\delta F_x = S[\Delta p(x, t) - \Delta p(x + \delta x, t)].$$

Dùng phương trình (28-20) ta biểu thị thành phần lực này theo đạo hàm của  $\psi$  :

$$\delta F_x = B_s S \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x+\delta x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_x \right)$$

ở đây đạo hàm được tính tại  $x + \delta x$  và tại  $x$  như đã được chỉ rõ. Gia tốc của phần tử này là  $a_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  và khối lượng của nó là  $\delta m = \rho S \delta x$ , với  $\rho$  là mật độ chất lưu và  $S \delta x$  là thể tích của phần tử chất lưu. Định luật thứ hai của Newton cho ta  $\delta m a_x = \delta F_x$  hay :

$$\rho S \delta x \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = B_s S \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x+\delta x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_x \right)$$

Diện tích  $S$  được triệt tiêu khỏi phương trình. Tiếp theo, ta chia hai vế của phương trình cho  $\delta x$ . Hiệu của các đạo hàm bậc nhất chia cho  $\delta x$  trở thành đạo hàm bậc hai  $a_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$  khi  $\delta x \rightarrow 0$ . Như vậy ta được :

$$\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = B_s \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (28-21)$$

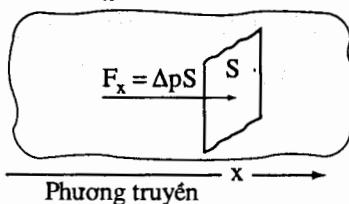
So sánh kết quả này với dạng của phương trình sóng, tức phương trình (27-7), ta thấy rằng các sóng âm trong chất lưu tuân theo phương trình sóng và vận tốc âm trong chất lưu được cho bởi :

$$v = \sqrt{\frac{B_s}{\rho}}$$

Đó chính là phương trình (28-3).

### Cường độ của sóng âm trong chất lưu

Cường độ của sóng âm trong chất lưu có thể tìm được bằng cách xét tốc độ công (công suất) được sinh ra trên một phần chất lưu bởi phần chất lưu bao quanh nó khi sóng âm có mặt. Xét một sóng âm chuyển động theo một chiều, chiều x dương chẳng hạn. Hình 28-15 cho thấy trong chất lưu một bề mặt phẳng diện tích S được vẽ vuông góc với phương truyền của sóng. Thay đổi áp suất do sóng gây ra tại bề mặt này là  $\Delta p(x, t)$  và thành phần x của lực mà chất lưu tác dụng lên mặt này được cho bởi  $F_x = \Delta pS$ .



Phương truyền

**Hình 28-15.** Công được chất lưu thực hiện đối với phía trái của mặt S khi bề mặt này chuyển động lúc có mặt sóng âm trong chất lưu.

Tốc độ thực hiện của công này là công suất P, tức tốc độ năng lượng truyền theo phương x. Vì  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  là thành phần x của vận tốc chất lưu ở bề mặt này, nên công suất là  $P = F_x \frac{\partial \psi}{\partial t}$ . Thay  $F_x$  bằng  $\Delta pS$  ta được :

$$P = \Delta pS \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Cường độ I là công suất trên một đơn vị diện tích và tìm được bằng cách chia P cho S :

$$I = \frac{P}{S} = \Delta p \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Cường độ có thể được biểu thị theo suất nén  $B_s$  và đạo hàm của độ dịch chuyển  $\psi$  bằng cách dùng phương trình (28-20) :

$$\Delta p = -B_s \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right). \text{ Như vậy :}$$

$$I = -B_s \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (28-22)$$

Ở mục 28-1 ta đã dẫn ra các biểu thức tính cường độ trung bình của *sóng điều hoà*, đó là các phương trình (28-5) và (28-6). Nay giờ ta sẽ chứng tỏ rằng phương trình (28-22) có thể đưa về các biểu thức này đối với sóng điều hoà, ví như sóng được cho bởi phương trình (28-1),  $\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$ . Các đạo hàm của nó là :

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -kA \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

và cường độ là :

$$I = B_s \omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Thông thường ta quan tâm tới cường độ lấy trung bình trong một chu kì sóng. Vì trung bình của sin bình phương trong một chu kì là  $\frac{1}{2}$ , nên cường độ trung bình là :

$$\bar{I} = \frac{1}{2} B_s \omega k A^2$$

đó chính là phương trình (28-5).

Nếu độ biến thiên áp suất  $\Delta p$  được dùng để mô tả sóng điều hoà, thì khi đó cường độ trung bình có thể được biểu thị theo  $\Delta p_{\max}$ .

Dùng  $\psi = A \cos(kx - \omega t)$  và phương trình (28-20), ta có :

$$\Delta p = -B_s \frac{\partial \psi}{\partial x} = B_s k A \sin(kx - \omega t)$$

cho nên độ biến thiên áp suất cực đại là :

$$\Delta p_{\max} = B_s k A \quad (28-23)$$

Thay A từ phương trình (28-23) vào  $\bar{I} = \frac{1}{2} B_s \omega k A^2$ , ta được :

$$\bar{I} = \frac{(\Delta p_{\max})^2 \omega}{2 B_s k}$$

Thay  $\frac{\omega}{k} = v$  và  $B_s = \rho v^2$ , từ phương trình (28-3) ta được :

$$\bar{I} = \frac{(\Delta p_{\max})^2}{2 \rho v^2}$$

đó chính là phương trình (28-6).

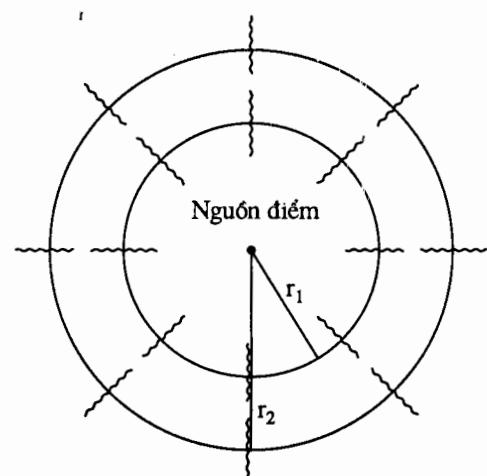
Việc khảo sát cường độ sóng điều hoà của ta được triển khai đối với sóng lan truyền theo một chiều. Thường ta phải làm việc với các sóng âm truyền theo hai chiều và ba chiều. Một sóng âm hình cầu truyền ra ngoài theo tất cả các phương từ một nguồn nhỏ, đôi khi được gọi là *nguồn điểm*, là một ví dụ về sóng âm ba chiều.

Xét một sóng cầu ổn định đi qua hai mặt cầu có bán kính  $r_1$  và  $r_2$  cùng lấy nguồn làm tâm, như được vẽ trên hình 28-16. Do bảo toàn năng lượng nên năng lượng trong một giây đi qua mặt cầu trong bán

kính  $r_1$  phải bằng năng lượng trong một giây đi qua mặt cầu ngoài bán kính  $r_2$ . Nghĩa là công suất tại khoảng cách  $r$  tính từ nguồn điểm phải không phụ thuộc vào  $r$ ,  $\bar{P} = \bar{I} 4\pi r^2$  – ở đây  $4\pi r^2$  là diện tích của mặt cầu. Như vậy cường độ trung bình giảm như nghịch đảo bình phương khoảng cách tính từ nguồn điểm :

$$\bar{I} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2} \quad (28-24)$$

Ta vẫn còn có thể dùng các phương trình (28-5) và (28-6) cho cường độ trung bình của sóng cầu điều hoà, nhưng biên độ A và độ biến thiên áp suất cực đại khi đó sẽ tỉ lệ với  $\frac{1}{r}$ . Ví dụ nếu biên độ là  $A_1$  tại khoảng cách  $r_1$  tính từ nguồn điểm, khi đó biên độ ở khoảng cách  $r_2$  tính từ nguồn điểm sẽ là  $A_2 = A_1 \frac{r_1}{r_2}$ .



**Hình 28-16.** Nguồn điểm tạo ra một sóng cầu ổn định. Do bảo toàn năng lượng, mà năng lượng trong một giây, hay công suất, đi qua mặt cầu trong bằng năng lượng đi qua mặt cầu ngoài trong một giây.



## CÂU HỎI

- 1** Nước đậm đặc hơn không khí, song vận tốc âm trong nước lại nhanh hơn vận tốc âm trong không khí 4 lần. Tại sao ?
- 2** Khi sóng âm đi từ không khí vào nước, tần số, đại lượng được quyết định bởi nguồn, không thay đổi. Vận tốc của sóng sẽ tăng, giảm hay giữ nguyên ? Bước sóng tăng, giảm hay giữ nguyên ?
- 3** Khối lượng mol trung bình của không khí là 29g/mol. Bạn có nghĩ là tốc độ của âm sẽ cao hơn trong không khí ẩm ướt hay trong không khí khô ở cùng một nhiệt độ ? Giải thích.
- 4** Vận tốc của âm trong không khí có thay đổi theo độ cao không ? Tại sao ? Ở đâu vận tốc sẽ lớn hơn ?
- 5** Tốc độ của âm trong một chất khí loãng thay đổi theo tỉ lệ nào khi : (a) Áp suất p tăng lên gấp đôi ở nhiệt độ không đổi T, (b) T tăng hai lần ở p không đổi, (c) Chất khí thay đổi từ đơn nguyên tử sang lưỡng nguyên tử trong khi p và T được giữ không đổi ?
- 6** Việc tăng gấp ba cường độ của âm sẽ làm tăng mức cường độ âm từ 70 lên 75dB. Nếu cường độ âm lại tăng gấp ba lần nữa, mức cường độ âm sẽ thay đổi như thế nào ?
- 7** Việc tăng gấp đôi cường độ của sóng âm làm tăng mức cường độ âm lên cỡ 3dB, việc tăng gấp bốn lần cường độ âm sẽ làm mức cường độ âm thay đổi như thế nào ?
- 8** Một chiếc loa phát một âm có tần số không đổi được dịch về phía bức tường ở trước lớp học. Lớp học nghe được âm đi trực tiếp từ chiếc loa và âm phản xạ từ tường. Lớp học bảo rằng họ nghe được các phách. Giải thích kết quả này. Đó là do hình giao thoa chuyển động hay là các phách giữa các sóng bị dịch chuyển Doppler.
- 9** Giải thích các sóng hình chữ V mà một thuyền máy tạo ra khi nó chuyển động nhanh trong nước.
- 10** Hai sóng âm có cùng biên độ, song một sóng có tần số gấp đôi sóng kia. Sóng nào có cường độ lớn hơn ? Lớn hơn bao nhiêu ?
- 11** Một con tàu kéo còi khi nó đến gần một đường hầm xuyên qua một vách đá thẳng đứng và âm bị phản xạ ngược về con tàu. So sánh tần số của âm thanh gốc và âm thanh phản xạ được nghe bởi : (a) Một kĩ sư trên tàu, (b) Người đứng gần đường ray tàu hỏa phía trước con tàu và (c) Người đứng gần đường ray tàu hỏa phía sau con tàu. Người nào nghe được tần số cao nhất, người nào nghe được tần số thấp nhất ? Liệu có một người nào đó nghe được cùng một tần số đối với hai âm thanh này không ? Giải thích.

## ĐỀ TẬP

### Mục 28-1. Sóng âm\*

- 1 Một sóng âm điều hoà lan truyền trong He theo phương x dương, với tốc độ âm 950m/s và bước sóng 750mm. Xác định : (a) Tân số, (b) Tân số góc, (c) Số sóng đối với sóng này. (d) Viết biểu thức cho độ dịch chuyển dọc,  $\psi(x, t)$  nếu biên độ sóng là  $5,0\mu\text{m}$ .
- 2 Sóng âm tần số 1200Hz truyền trong không khí với tốc độ 348m/s theo phương x âm. Nếu biên độ dịch chuyển là  $3,0\mu\text{m}$ , hãy viết các biểu thức đổi với : (a) Độ dịch chuyển dọc, (b) Thành phần vận tốc, (c) Thành phần gia tốc của một phần tử không khí đối với sóng điều hoà này.
- 3 Xác định tốc độ của âm trong không khí ở  $0^\circ\text{C}$ .
- 4 Đánh giá tốc độ của âm trong : (a) cồn êtilic và (b) glixerin.
- 5 Tốc độ âm ở nhiệt độ phòng bằng bao nhiêu trong : (a) Ôxi ( $\text{O}_2$ ), (b) Monoxyt cacbon (CO), (c) Đioxit cacbon ( $\text{CO}_2$ ) ? Giả sử  $\gamma$  bằng  $\frac{7}{5}$  đối với các khí lưỡng nguyên tử và 1,25 đối với  $\text{CO}_2$ .
- 6 Một ống dài 100m chứa đầy khí He ở áp suất khí quyển. Nếu bạn hét to ở một đầu ống, tiếng hét của bạn đi qua ống tới đầu bên kia sớm hơn bao nhiêu so với âm đi qua không khí nằm ngoài ống ? Giả sử nhiệt độ đồng đều ở 300K.
- 7 Con tàu phát ra một xung âm thanh trong nước. Xung được phản xạ lại từ một tàu ngầm và trở lại con tàu sau 5,2s. Con tàu cách tàu ngầm bao xa ?
- 8 Xác định tốc độ của các sóng âm trong một thanh làm bằng : (a) Al, (b) Cu, (c) Thép.
- 9 Âm thanh bánh xe con tàu đập vào một hòn sỏi truyền qua không khí và qua các đường ray thép. Âm truyền qua đường ray tới nơi cách con tàu 3km sớm hơn âm truyền qua không khí bao nhiêu thời gian ?
- 10 Tìm tốc độ của các sóng âm : (a) Trong một thanh nước đá ở  $0^\circ\text{C}$  và (b) Trong nước ở  $0^\circ\text{C}$
- 11 (a) Xác định cường độ trung bình của sóng nói ở bài tập 2. Giả sử rằng sóng truyền trong không khí có mật độ  $0,029\text{kg/m}^3$ . (b) Độ biến thiên áp suất cực đại đối với sóng này bằng bao nhiêu ?

\* Các số liệu được dùng cho một số bài tập ở mục này có thể tìm được trong các bảng 11-1 và 11-2. Tập một.

- 12** Một sóng âm tần số  $1,0\text{kHz}$  có cường độ  $8,8\text{nW/m}^2$  truyền trong nước. Xác định : (a) Độ biến thiên áp suất cực đại và (b) Biên độ của dịch chuyển dọc. (c) Làm lại các tính toán cho sóng có cùng tần số và cường độ truyền trong không khí ở áp suất khí quyển và nhiệt độ  $300\text{K}$ .

### Mục 28-2. Sự nghe

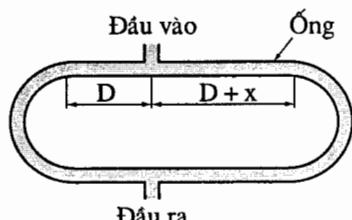
- 13** Âm B vang (to) hơn âm A. Âm C được nhận biết là vang hơn âm B đúng như mức âm B vang hơn âm A. Nếu A có cường độ  $3,1\text{nW/m}^2$  và B có cường độ  $14\text{mW/m}^2$ , thì cường độ của âm C là bao nhiêu ? Cả ba âm đều có tần số  $1\text{kHz}$ .
- 14** (a) Một âm có cường độ  $9,2\mu\text{W/m}^2$ . Mức cường độ âm của âm này bằng bao nhiêu ? (b) Một âm có mức cường độ âm là  $65,3\text{dB}$ . Cường độ của âm này bằng bao nhiêu ?
- 15** Xác định độ thay đổi trong mức cường độ âm, nếu các thay đổi cường độ là : (a) 2 lần, (b) 4 lần, (c) 10 lần, (d) 20 lần, (e) 50 lần, (f) 100 lần, (g)  $10^6$  lần.

### Mục 28-4. Các nguồn nhạc âm\*

- 16** Xác định tần số của các sóng âm đứng có thể được thiết lập trong một ống của đàn Ocgan dài  $2,97\text{m}$  để hở hai đầu.
- 17** Xác định tần số của các sóng âm đứng có thể được thiết lập trong một ống của đàn Ocgan dài  $2,97\text{m}$  một đầu hở một đầu kín.
- 18** Một ống đàn Ocgan hở hai đầu và "được chỉnh" cho có tần số cơ bản  $440\text{Hz}$  có hoạ âm thứ hai của nó ( $n = 2$ ) cùng tần số như hoạ âm thứ ba ( $n' = 3$ ) của một ống đàn Ocgan thứ hai một đầu kín một đầu hở. Mỗi ống này có chiều dài bao nhiêu ?
- 19** Một âm thoa phát tiếng cộng hưởng với cột không khí trong một chai có nước xôđa khi cột không khí dài  $50\text{mm}$  và lại cộng hưởng khi cột không khí trong chai dài  $70\text{mm}$ . Tần số dao động của âm thoa bằng bao nhiêu ? Giả sử rằng chai xôđa là một ống thẳng giống như ống trong đàn Ocgan.

### Mục 28-5. Sự giao thoa của các sóng âm và phách

- 20** Âm có tần số  $1,16\text{kHz}$  đi vào thiết bị vẽ trên hình 28-17. Với các giá trị nào của  $x$  thì âm được nghe ở lối ra là : (a) To nhất, (b) Bé nhất ? Lấy  $v = 348\text{m/s}$ .



Hình 28-17

\* Trong các bài tập cho ở các mục 28-4 và 28-6 lấy tốc độ âm trong không khí bằng  $348\text{ m/s}$ .

- 21 Ba chiếc loa a, b, và c phát ra các sóng âm có cùng tần số. Khi các sóng âm đi tới điểm P nằm cách xa các loa, các sóng âm từ ba loa có cùng biên độ nhưng có pha khác nhau :

$$\Psi_a = A \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Psi_b = A \sin \omega t$$

$$\Psi_c = A \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Chứng minh rằng cường độ âm ở điểm P bằng không ở mọi thời điểm.

- 22 Hai chiếc loa phát ra các sóng âm, một có tần số 432,5Hz, sóng kia có tần số 431,9Hz. Tần số của các phách nghe được ở nơi hai sóng âm tổ hợp với nhau bằng bao nhiêu ?
- 23 Các sóng đứng được thiết lập trong hai ống một đầu hở một đầu kín. Một ống dài 1,000m, ống kia giống y hệt ngoại trừ việc nó dài 1,002m. Tần số của các phách nghe được khi âm từ hai ống có mặt là bao nhiêu ? Lấy  $v = 348\text{m/s}$ .
- 24 Hai âm thoa được gõ lên và người ta thấy âm phát ra từ chúng có sáu phách trong một giây. Âm thoa đầu được đánh dấu là 880Hz. Tần số phách giảm khi âm thoa thứ hai bị dính bột vào một trong các lá rung của nó. Tần số của âm thoa thứ hai khi không bị dính bột là bao nhiêu ?

#### Mục 28-6. Hiệu ứng Doppler

- 25 Một nguồn âm với tần số 8,46kHz chuyển động theo phương x dương với tốc độ 34,8m/s đối với một người quan sát trong không khí đứng yên. (a) Bước sóng của sóng âm phía trước nguồn dọc theo trục x bằng bao nhiêu ? (b) Người quan sát nghe được âm ở phía trước nguồn dọc theo trục x với tần số bao nhiêu ? (c) Nếu người quan sát ở trước nguồn và chuyển động theo phương x âm với tốc độ 5,2m/s đối với không khí đứng yên, thì sẽ nghe được một âm với tần số bao nhiêu ?
- 26 Còi của xe cấp cứu có tần số cơ bản 261Hz. Nếu xe cấp cứu chạy với tốc độ 100km/ giờ (27,8m/s), người đứng bên đường nghe được tần số bao nhiêu trong không khí đứng yên : (a) Ở phía trước xe cấp cứu ? (b) Ở phía sau xe cấp cứu ?
- 27 Hai sĩ quan cảnh sát ngồi trên hai xe ôtô khác nhau được thông báo về cùng một tai nạn xe cộ mà vì thế xe cứu thương nói ở bài tập trước được gọi tới. Một xe cảnh sát theo sau xe cứu thương với tốc độ 90km/giờ còn xe kia tiến về nơi xảy ra tai nạn từ hướng ngược lại cũng với tốc độ

90km/giờ. Mỗi sĩ quan cảnh sát nghe được tần số bao nhiêu từ còi xe cứu thương phát ra ?

- 28 Con tàu VN1 đuổi theo con tàu VN2 xuôi theo đường ray về phía một đường hầm xuyên qua một vách đá. Tốc độ con tàu VN1 là 40m/s còn của con tàu VN2 là 30m/s. Con tàu VN1 kéo còi phát ra tần số cơ bản 440Hz. (a) Người quan sát trên con tàu VN2 nghe được tần số bao nhiêu đối với âm thanh trực tiếp từ con tàu VN1 đi tới ? (b) Anh ta nghe được tần số bao nhiêu đối với âm thanh phản xạ từ vách đá.
- 29 Chứng minh rằng nửa góc ở đỉnh của hình nón đối với sóng xung kích được cho bởi  $\sin\theta = \frac{v}{v_s}$ .

### Mục 28-7. Phương trình sóng đối với sóng âm

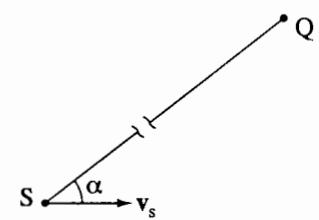
- 30 Một trẻ sơ sinh khi khóc tốn công suất 1mW ở tần số 1kHz. Sóng âm truyền theo tất cả các phương với cường độ bằng nhau. Mẹ đứa bé có thể phát hiện được các cường độ âm từ  $10\text{pW/m}^2$  trở lên. Bà mẹ có thể ở cách con mình bao xa mà vẫn nghe được tiếng khóc của nó. Giả sử không có sự phản xạ và hấp thụ sóng âm.
- 31 Cường độ âm thanh phát ra bởi một dàn nhạc rầm tại buổi hoà nhạc ngoài trời là  $0,1\text{W/m}^2$  ở nơi cách dàn nhạc 10m. Đánh giá cường độ của sóng âm ở cách dàn nhạc 100m.
- 32 Trong 1ms một núi lửa đang hoạt động chuyển  $10^{12}\text{J}$  năng lượng thành sóng âm. Đánh giá cường độ của sóng âm khi nó tới một điểm cách miệng núi lửa 1km.

## ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Các sóng nén trong chất rắn.** Người ta vạch hai vạch trên một thỏi vật rắn có diện tích tiết diện ngang  $S$  tại các vị trí  $x$  và  $x + \Delta x$ . Giả sử một sóng nén đi vào thỏi vật rắn này. (a) Chứng minh rằng khi đó khoảng cách giữa hai vạch sẽ là  $\Delta x + \psi(x + \Delta x) - \psi(x)$ , ở đây  $\psi$  là hàm dịch chuyển của chất rắn do sóng gây ra. (b) Dùng suất Young  $E = \frac{(F/S)}{(\Delta l/l)}$ , cho  $\Delta x \rightarrow 0$  và chứng minh rằng ứng suất  $\frac{F}{S}$  trong thỏi do sóng gây ra là  $E \frac{\partial \psi}{\partial x}$ . (c) Chứng minh rằng thành phần  $x$  của lực trên một đoạn nhỏ  $\delta x$  của thỏi là  $ES\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}|_{x+\delta x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}|_x\right)$ . (d) Dùng định luật thứ hai của Newton đối với

tiết diện nhỏ này của thỏi, chứng minh rằng  $E \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  nên tốc độ của các sóng nén trong vật rắn là  $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ .

- 2 Năng lượng truyền cho sóng âm.** Giả sử chất khí trong ống vẽ ở hình 28-1 là He ở áp suất 0,11MPa và nhiệt độ là 297K. Nếu pittông có diện tích  $400\text{mm}^2$  và chuyển động theo dạng hình sin với tần số 60Hz tạo ra một sóng âm với biên độ 3,8mm, thì năng lượng truyền cho các sóng âm được tạo thành bằng bao nhiêu ?
- 3 Chuyện nhỏ về Newton.** Newton lần đầu tiên thu được kết quả  $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$  đối với tốc độ âm trong chất lỏng. Ông tính tốc độ âm trong không khí bằng cách dùng phép đo của Boyle về suất nén *đẳng nhiệt*  $B_T$  thay vì cho suất nén *đoạn nhiệt*  $B_s$ . Kết quả là giá trị của  $v$  rất bé. Sai sót này mãi tới năm 1816 mới được giải quyết khi mà Laplace lưu ý rằng những thay đổi về thể tích là đoạn nhiệt chứ không phải là đẳng nhiệt. (a) Xem không khí như một khí lí tưởng chứng minh rằng  $B_T = p$  (áp suất). (b) Xác định sai số theo phần trăm trong tốc độ âm được tính ở 300K nếu  $B_T$  được dùng thay cho  $B_s$ .
- 4 Hai cách mô tả cùng một hiệu ứng.** Hai chiếc loa được đặt quay mặt về nhau và cách nhau 20m. Chúng phát ra các sóng âm có tần số, biên độ và pha giống hệt nhau và có bước sóng  $\frac{1}{2}$  m. Hãy mô tả định lượng cực đại và cực tiểu của cường độ mà bạn có thể nghe được khi bạn di với vận tốc  $v_0$  từ một loa này đến loa kia theo : (a) Hiện tượng giao thoa đưa tới các sóng đứng và (b) Các phách giữa các tần số bị dịch chuyển Doppler thu nhận được từ hai loa.
- 5 Nói thêm về hiệu ứng Doppler.** Giả sử rằng nguồn sóng âm với tần số  $v_s$  chuyển động với vận tốc  $v_s$  đối với một người quan sát ở xa đứng yên trong môi trường. Tuy nhiên  $v_s$  không nằm dọc theo đường nối nguồn và người quan sát (xem hình 28-18). (a) Chứng minh rằng bước sóng theo người quan sát là  $\lambda = \frac{v - v_s \cos \alpha}{v_s}$ , ở đây  $v$  là tốc độ của âm trong môi trường và

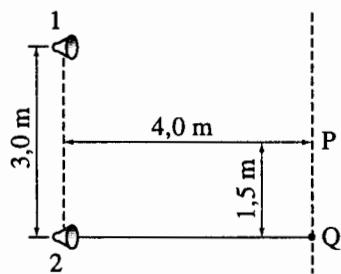


Hình 28-18. BTNC 5

$\alpha$  là góc giữa  $v_s$  và đường hướng từ nguồn tới người quan sát. (b) Tìm tần số dịch chuyển Doppler nhận được bởi người quan sát.

- 6 **Sự giao thoa của sóng âm.** Hai chiếc loa nhỏ nằm cách nhau 3,00m phát ra các sóng âm có tần số 1,04kHz có cùng pha. Loa 1 cho một công suất âm 4,00W còn loa 2 cho công suất âm 2,56W. Giả sử rằng không có sự phản xạ âm từ các bề mặt nằm gần loa, và tốc độ âm là 348 m/s. (a) Chứng minh rằng độ lệch pha giữa các sóng cầu đi tới một điểm được cho bởi  $\frac{2\pi d}{\lambda}$ , với  $d$  là hiệu các khoảng cách từ các

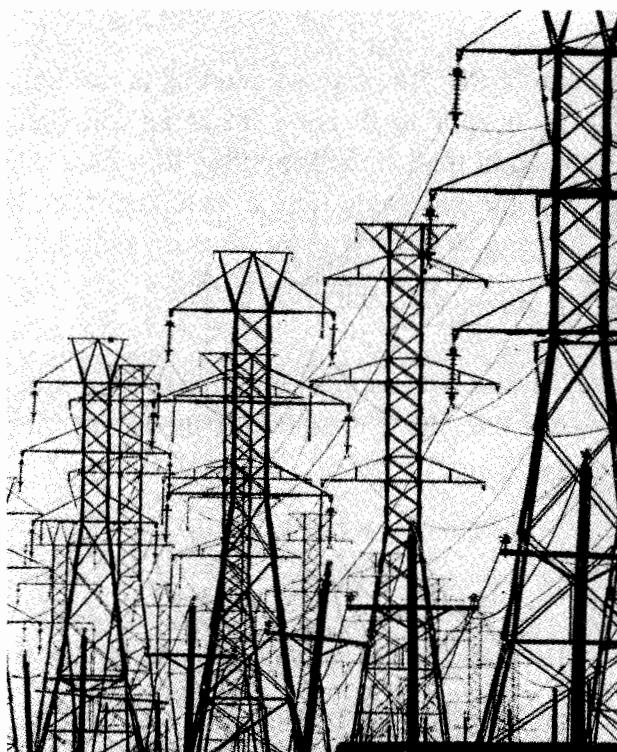
loa tới điểm đang xét. (b) Xác định cường độ âm trung bình tại vị trí P trên hình 28-19. (c) Xác định cường độ âm trung bình tại vị trí Q trên hình vẽ. (d) Giả sử loa 2 được mắc dây ngược sao cho màng loa của nó phồng ra thì màng loa của loa 1 lõm vào và ngược lại. Các cường độ âm ở các điểm P và Q trong trường hợp này bằng bao nhiêu ?



Hình 28-19. BTNC 6

## CHƯƠNG 29

# ĐAO ĐỘNG ĐIỆN TỬ VÀ MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU



29-1. Dao động của mạch LC

29-2. Mạch RLC mắc nối tiếp

29-3. Nguồn điện xoay chiều mắc với một điện trở

29-4. Nguồn điện xoay chiều mắc với một tụ điện

29-5. Nguồn điện xoay chiều mắc với một cuộn dây thuần cảm

29-6. Mạch RLC mắc nối tiếp có nguồn điện xoay chiều

29-7. Công suất của một mạch RLC có nguồn điện xoay chiều

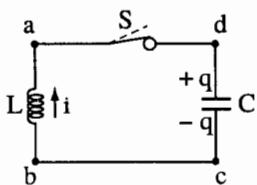
*Đường dây cao thế để chuyển tải điện năng  
của dòng điện xoay chiều đi xa.*

Trong sinh hoạt hằng ngày chúng ta đều sử dụng các trang thiết bị dùng điện xoay chiều. Đó là các радиô, tivi, máy vi tính, máy điện thoại, tủ lạnh... Điểm nổi bật làm cho dòng điện xoay chiều thường có lợi hơn dòng điện một chiều là nó có thể được điều khiển một cách dễ dàng hơn. Trong chương này chúng ta sẽ xem điện trở, tụ điện, cuộn cảm có vai trò quan trọng như thế nào đối với các dòng điện và các hiệu điện thế xoay chiều.

## 29-1. DAO ĐỘNG CỦA MẠCH LC

Trong mục 20-9 chúng ta đã xét mạch chứa một điện trở và một tụ điện, một *mạch RC*. Khi một tụ điện phóng điện qua một điện trở thì dòng điện trong mạch giảm tới 0 theo hàm mũ. Điện năng  $W_E$  được tồn trữ trong tụ điện bị tiêu tán dưới dạng nhiệt ở điện trở trong lúc phóng điện. Tương tự trong mục 24-3 chúng ta đã xét mạch chứa một điện trở và một cuộn cảm, một *mạch LR*, và chúng ta đã thấy năng lượng từ  $W_B$  được sinh ra bởi dòng điện. Trong mạch *LR*, dòng điện giảm tới 0 theo hàm mũ trong khi năng lượng  $W_B$  bị tiêu tán dưới dạng nhiệt ở điện trở. Các tụ điện và cuộn cảm là các linh kiện tồn trữ năng lượng, một tụ điện có thể tồn trữ điện năng và một cuộn cảm có thể tồn trữ năng lượng từ. Điện trở trong mạch điện là nguyên nhân làm cho năng lượng bị tiêu tán thành nhiệt.

Bây giờ ta hãy xét một mạch chỉ chứa một tụ điện  $C$  và một cuộn dây thuận cảm  $L$ , một *mạch LC* (hình 29-1). Thông thường thì các mạch đều có điện trở, nhưng để đơn giản hoá ta bắt đầu bằng việc xét một mạch lí tưởng với điện trở nhỏ không đáng kể.



Hình 29-1. Vận dụng quy tắc mạch vòng cho một mạch LC.

Giả sử tụ điện trong mạch của hình 29-1 được nạp điện bằng một bộ acquy bên

ngoài và sau đó ta bỏ bộ acquy đi. Khi khoá S đóng, tụ điện sẽ bắt đầu phóng điện qua cuộn cảm cho nên tại thời điểm t sẽ có một dòng điện  $i$  trong mạch và một điện tích  $q$  trên tụ điện. Điện tích và dòng điện có quan hệ với nhau vì dòng điện cho biết tốc độ mà điện tích truyền từ bản cực này sang bản cực kia của tụ điện,  $i = \pm \frac{dq}{dt}$ . Việc chọn dấu cộng hay trừ tùy thuộc vào quy ước về dấu của ta đối với  $i$  và  $q$ . Giả sử ta coi  $i$  là dương khi dòng điện đi theo chiều kim đồng hồ và coi  $q$  là dương khi điện tích ở bản cực trên là dương. Với cách chọn đó thì  $q$  tăng khi  $i$  là dương :  $i = \frac{dq}{dt}$ .

Từ quy tắc Kirchoff cho mạch vòng, tổng của các hiệu điện thế đi theo một vòng kín bằng 0.

$$(V_b - V_a) + (V_a - V_d) + (V_d - V_c) + (V_c - V_b) = 0$$

Hiệu điện thế ở hai đầu cuộn cảm  $V_b - V_a$  là  $= L \frac{di}{dt}$ , trong đó dấu đại số được xác định bằng định luật Lenz. Suất điện động cảm ứng chống lại sự thay đổi đã gây ra nó. Do đó khi  $\frac{di}{dt} > 0$ ,  $V_b > V_a$ . Với quy ước dấu của chúng ta cho  $q$ , thì hiệu điện thế giữa hai bản cực của tụ điện là  $V_d - V_c = \frac{q}{C}$ .

Vậy :

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Từ  $i = \frac{dq}{dt}$ , ta có:  $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ . Thay thế và sắp xếp lại ta có:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}q \quad (29-1)$$

Phương trình này có cùng dạng toán học như phương trình vi phân mô tả một dao động tự điều hoà (chương 26). Bảng 29-1 liệt kê một số đại lượng tương tự giữa dao động của con lắc lò xo và dao động trong mạch LC.

**Bảng 29-1.** Sự tương tự giữa dao động tự điều hoà của con lắc lò xo và mạch dao động điện từ LC.

Đao động cơ	Đao động điện từ
Khối lượng m	Độ tự cảm L
Toạ độ x	Điện tích q
Thành phần vận tốc $v_x = \frac{dx}{dt}$	Dòng điện i = $\frac{dq}{dt}$
Năng lượng cơ học $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv_x^2$	Năng lượng điện từ $W = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

Do đó nghiệm của phương trình (29-1) là:

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (29-2)$$

trong đó  $Q_0$  là điện tích cực đại trên tụ điện,  $\omega_0$  là tần số góc của dao động,  $\phi$  là hằng số pha và  $(\omega_0 t + \phi)$  là pha. Dòng điện là:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}[Q_0 \cos(\omega_0 t + \phi)] \\ &= -\omega_0 Q_0 \sin(\omega_0 t + \phi) \end{aligned}$$

$$\text{hay } i = -I_0 \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (29-3)$$

trong đó  $I_0 = \omega_0 Q_0$  là dòng điện cực đại.

Tần số góc  $\omega_0$  được xác định bằng:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (29-4)$$

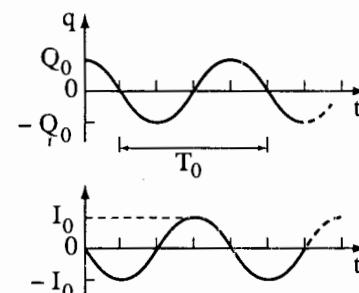
còn tần số  $v_0$  của dao động là:

$$v_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Các hằng số  $Q_0$  và  $\phi$  trong phương trình (29-2) đều được xác định từ các điều kiện ban đầu. Ví dụ tại  $t = 0$ ,  $q = Q_0$  và  $i = 0$ , khi đó các phương trình (29-2) và (29-3) trở thành:

$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t) \text{ và } i = -I_0 \sin(\omega_0 t)$$

trong đó  $I_0 = \omega_0 Q_0$ . Hình 29-2 vẽ đồ thị của điện tích và dòng điện dao động theo thời gian cho trường hợp với các điều kiện ban đầu này.



**Hình 29-2.** Điện tích và dòng điện dao động theo thời gian.

Bây giờ hãy xét năng lượng của một mạch LC. Năng lượng điện tồn trữ trong một tụ điện đã được nạp điện là  $W_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  và năng lượng từ tồn trữ trong cuộn cảm ứng đang có dòng điện chạy qua là  $W_B = \frac{1}{2} Li^2$ .

Năng lượng điện từ W của mạch LC là:

$$W = W_E + W_B$$

Dùng các phương trình (29-2) và (29-3) ta thấy rằng các năng lượng điện và từ tại thời điểm  $t$  là :

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \phi)$$

$$\text{và } W_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

Thay các giá trị  $I_0 = \omega_0 Q_0$  và  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ , ta có :

$$\frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} L (Q_0 \omega_0)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

Năng lượng điện từ trong một mạch LC là :

$$W = W_E + W_B$$

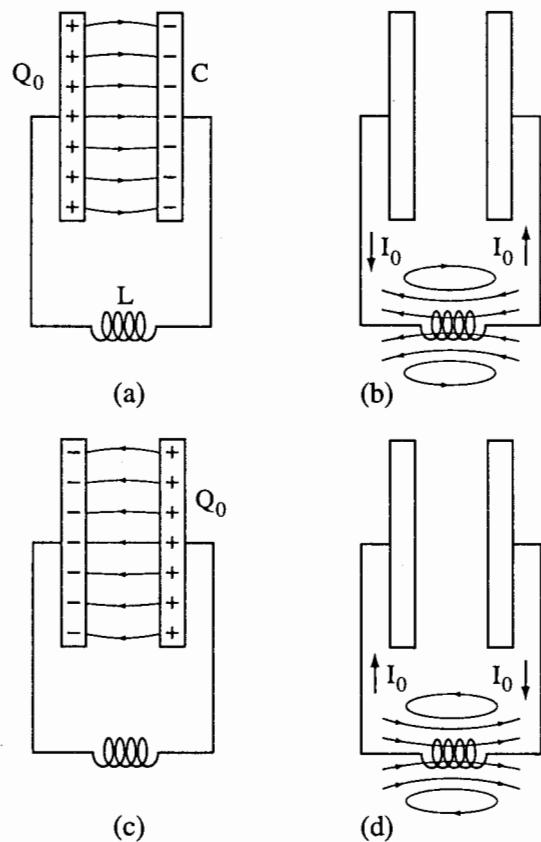
$$= \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \phi) + \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} [\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi)]$$

Vì  $\cos^2(\omega_0 t + \phi) + \sin^2(\omega_0 t + \phi) = 1$  đối với mọi giá trị của  $t$  nên :

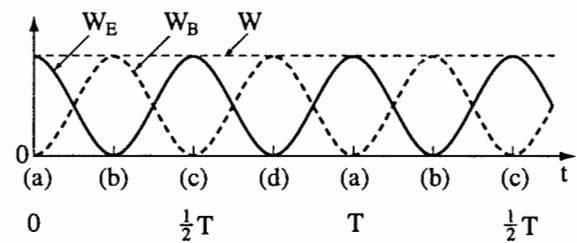
$$W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Vì vậy năng lượng điện từ giữ nguyên không đổi trong khi năng lượng điện trong tụ điện và năng lượng từ trong cuộn cảm không ngừng chuyển hoá lẫn nhau, như đã được vẽ mô phỏng trên hình 29-3. Hình 29-4 vẽ đồ thị của các năng lượng theo thời gian đối với cùng các điều kiện ban đầu như đã xét ở trên :  $q = Q_0$  và  $i = 0$  tại



**Hình 29-3.** Năng lượng điện từ được trao đổi qua lại với nhau giữa tụ điện và cuộn cảm trong một mạch LC.

$t = 0$ . Trên hình 29-4 ta vẽ các tình huống theo thời gian tương ứng với hình 29-3.



**Hình 29-4.** Năng lượng trong một mạch LC. Các chữ a, b, c và d trên trực thời gian tương ứng với các tình huống được vẽ trên hình 29-3.

## VÍ DỤ 29-1

**Đao động của mạch LC.** Với khoá S mở ở hình 29-1, một bộ nguồn 12V được dùng để nạp điện cho tụ điện và sau đó bỏ bộ nguồn đi. Cho biết  $C = 3,7\mu F$

và  $L = 96\text{mH}$ , hãy xác định : (a)  $\omega_0$ , (b)  $Q_0$ , (c)  $I_0$  và (d)  $W$  đối với dao động xuất hiện sau khi đóng khoá.

**Giải.** (a) Tần số góc của dao động là :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(96\text{mH})(3,7\mu\text{F})}} = 1,7\text{krad/s.}$$

(b) Điện tích trên tụ điện do bộ nguồn nạp là  $Q_0 = C\mathcal{E}$ , trong đó  $\mathcal{E}$  là suất điện động của bộ nguồn. Vậy biên độ của điện tích dao động là :

$$Q_0 = (3,7\mu\text{F}).(12\text{V}) = 44\ \mu\text{C}.$$

(c) Biên độ của dòng điện dao động là :

$$I_0 = \omega_0 Q_0 = (1,7\ \text{krad/s}).(44\ \mu\text{C}) = 74\text{mA.}$$

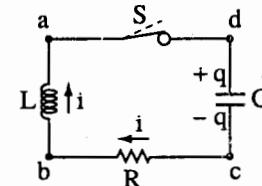
(d) Năng lượng điện từ của mạch là :

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(44\mu\text{C})^2}{3,7\mu\text{F}} = 0,27\text{mJ.}$$

## 29-2. MẠCH RLC MẮC NỐI TIẾP

Trong tiết trước để đơn giản hoá ta đã giả thiết là điện trở trong mạch nhỏ có thể bỏ qua. Với giả thiết đó, ta đã tìm được năng lượng điện từ của mạch là không đổi. Nay giờ ta xét một mạch trong đó điện trở  $R$  là đáng kể, đó là *mạch RLC*. Khi trong mạch có điện trở đáng kể thì năng lượng điện từ của mạch giảm với thời gian vì năng lượng bị tiêu tán dưới dạng nhiệt tỏa ra từ điện trở. Vậy trong một mạch RLC ta có thể dự kiến rằng điện tích trên tụ điện và dòng điện trong mạch sẽ tiến tới không sau một thời gian, nhưng các dao động về điện tích và về dòng điện vẫn có thể xảy ra, song chúng sẽ bị tắt dần.

Hình 29-5 vẽ một mạch RLC. Lúc đầu tụ điện được nạp điện bằng một bộ nguồn, sau đó bộ nguồn được lấy đi và đóng khoá lại. Ta coi  $i$  là dương khi dòng điện đi



**Hình 29-5.** Vận dụng quy tắc mạch vòng cho một mạch RLC.

theo chiều kim đồng hồ và ta coi  $q$  là dương khi điện tích ở bản cực trên là dương sao cho  $i = \frac{dq}{dt}$ . Vận dụng quy tắc mạch vòng ta có :

$$(V_b - V_a) + (V_a - V_d) + (V_d - V_c) + (V_c - V_b) = 0$$

với quy ước dấu do ta chọn cho  $q$  và  $i$ , quy tắc mạch vòng cho ta :

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0$$

Sắp xếp lại và thay  $\frac{dq}{dt}$  cho  $i$  và  $\frac{d^2q}{dt^2}$  cho  $\frac{di}{dt}$  ta có :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (29-5)$$

Phương trình này có cùng dạng toán học như phương trình vi phân mô tả một dao động tử điêu hoà tắt dần, nên ta cho rằng mạch RLC cũng thể hiện tương tự như dao động tử điêu hoà tắt dần.

Do đó nghiệm của phương trình (29-5) là :

$$q = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega_d t + \phi) \quad (29-6)$$

Thừa số  $e^{-t/\tau}$  quy định biên độ giảm theo hàm số mũ và thừa số  $\cos(\omega_d t + \phi)$  quy định dao động. (Chỉ số "d" ở  $\omega_d$  có nghĩa là tắt dần). Các giá trị của  $\tau$  và  $\omega_d$  như sau :

$$\tau = \frac{2L}{R}$$

$$\text{và } \omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$$

Chú ý rằng khi  $\omega_0 >> \frac{1}{\tau}$  thì  $\omega_d = \omega_0$ .

## VÍ DỤ 29-2

**Dao động của mạch RLC.** Dùng các giá trị của R,L và C cho ở trên đối với đồ thị trong hình 29-6, hãy tìm biểu thức của q.

**Giải.** Để tìm biểu thức của q, ta phải xác định  $\tau$  và  $\omega_d$ :

$$\tau = \frac{2L}{R} = 10,0 \mu s$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = 9,95 \cdot 10^5 \text{ rad/s} = 995 \text{ krad/s.}$$

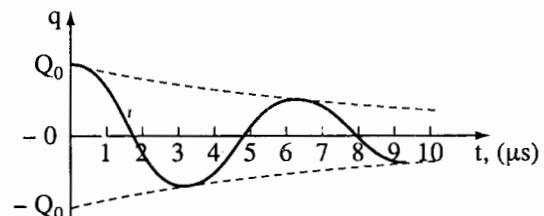
Thông qua R, L và C thì đẳng thức này sẽ xảy ra khi  $\frac{1}{LC} \gg \left(\frac{R}{2L}\right)^2$  hay  $R \ll \sqrt{\frac{4L}{C}}$ .

Điều này tương đương với trường hợp điện trở nhỏ không đáng kể đã được xét đến trong tiết trước. Vậy thì một tiêu chuẩn cho mức độ tắt dần gây bởi điện trở là sự

so sánh giữa R và  $\sqrt{\frac{4L}{C}}$ . Nếu  $R > \sqrt{\frac{4L}{C}}$

thì mạch sẽ tắt dần ngay, không dao động hay là *quá tắt dần* (over damped). Đối với trường hợp riêng trong đó  $R = R_{t.h} = \sqrt{\frac{4L}{C}}$ ,

mạch được gọi là *tắt dần tối hạn*. Hình 29-6 cho một đồ thị của q theo t đối với một mạch tắt dần chậm trong đó  $R = 2,00 \cdot 10^2 \Omega$ ,  $L = 1,00 \text{ mH}$  và  $C = 1,00 \text{ nF}$ . Các điều kiện ban đầu là  $q = Q_0$  và  $\phi = 0$  trong phương trình (29-6).



Hình 29-6. Điện tích trên tụ điện trong một mạch RLC tắt dần chậm.

Từ các điều kiện ban đầu ta có :

$$q = Q_0 e^{-t/10.0\mu s} \cos[(995 \text{ krad/s})t].$$

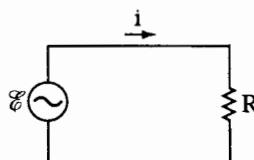
### 29-3. NGUỒN ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC VỚI MỘT ĐIỆN TRỞ

Các mạch đã xét trong các chương trước đây có một nguồn suất điện động không đổi theo thời gian. Nay giờ ta nghiên cứu các mạch điện có một dòng điện xoay chiều. Dòng điện xoay chiều này được duy trì bởi một nguồn điện xoay chiều. Hiệu điện thế  $u$  giữa hai cực của một nguồn điện xoay chiều cũng dao động. Để đơn giản, ta xét một hiệu điện thế biến thiên dưới dạng hàm sin giữa hai cực của nguồn :

$$u = U_0 \sin(\omega t) \quad (29-7)$$

Trong đó  $U_0$  là biên độ của hiệu điện thế dao động và  $\omega$  là tần số góc. Hiệu điện thế dao động này được gọi là hiệu điện thế xoay chiều.

Trong mục này ta xét một mạch điện chỉ chứa một nguồn và một điện trở, một mạch điện xoay chiều thuần trở kháng. Vận dụng quy tắc mạch vòng cho mạch vẽ ở hình 29-7, ta thấy rằng hiệu điện thế



**Hình 29-7.** Một nguồn điện xoay chiều nối với một điện trở.

ở hai cực của nguồn bằng hiệu điện thế hai đầu điện trở :

$$U_0 \sin(\omega t) = iR$$

$$\text{Rút ra } i \quad i = \frac{U_0}{R} \sin(\omega t)$$

Nếu điện trở là điện trở thuần (tức  $R$  không phụ thuộc vào  $u$  hoặc  $i$ ), thì sự phụ thuộc vào thời gian của  $i$  là :

$$i = I_0 \sin(\omega t) \quad (29-8)$$

Trong đó biên độ dòng điện  $I_0$  là không đổi :

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (29-9)$$

Việc phân tích một mạch điện xoay chiều sẽ dễ dàng hơn nếu sử dụng một **giản đồ vectơ pha** (còn gọi là **giản đồ pha**). Trong mục 26-5 ta đã thấy mối liên hệ giữa một dao động điều hoà và chuyển động tròn đều : Một dao động điều hoà có thể tương đương với hình chiếu của một chuyển động tròn đều trên một đường kính bất kì của vòng tròn. Vì vậy có thể biểu diễn một dao động điều hoà  $x = Asin(\omega t + \phi)$  nhờ một **vectơ quay A** (còn gọi là **vectơ pha A**). Vectơ pha A có đặc điểm sau :

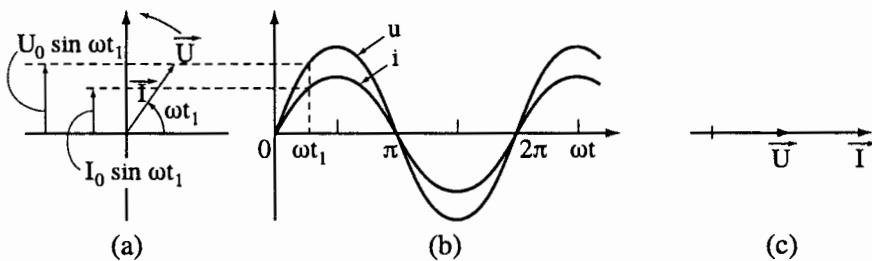
- Độ lớn của A bằng biên độ dao động A
- Vectơ này quay với vận tốc góc bằng tần số góc  $\omega$
- Ở thời điểm  $t = 0$ , vectơ A hợp với một trục lấy làm gốc (gọi là trục pha) một góc bằng pha ban đầu  $\phi$ .

Giản đồ vectơ pha cho mạch ở hình 29-7 được biểu diễn trên hình 29-8. Các thành phần thẳng đứng của các vectơ pha  $U$  và  $I$  biểu diễn các đại lượng biến đổi có dạng

hàm sin là  $u$  và  $i$ . Độ lớn của các vectơ pha  $\mathbf{U}$  và  $\mathbf{I}$  biểu diễn các biên độ  $U_0$  và  $I_0$  của các đại lượng dao động này.

Hình vẽ biểu diễn mối liên hệ giữa giản đồ vectơ pha và đồ thị của các đại lượng dao động theo  $\omega t$ .

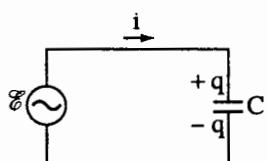
Hình 29-8 chỉ ra rằng với một mạch điện xoay chiều thuần trở kháng, hiệu điện thế và dòng điện là cùng pha với nhau. Nói cách khác, hiệu pha giữa hiệu điện thế và dòng điện bằng không. Giản đồ vectơ pha biểu diễn mối liên hệ này của pha bằng các vectơ pha  $\mathbf{U}$  và  $\mathbf{I}$  song song với nhau.



**Hình 29-8.** (a) Giản đồ vectơ pha cho mạch ở hình 29-7. (b) Đồ thị  $u$  và  $i$  theo  $\omega t$ . (c)  $U$  và  $I$  song song với nhau.

## 29-4. NGUỒN ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC VỚI MỘT TỤ ĐIỆN

Hình 29-9 vẽ một nguồn điện xoay chiều mắc với chỉ một tụ điện, tức một mạch điện xoay chiều thuần dung kháng. Ta đặt  $i$  là dương khi dòng điện đi theo chiều kim đồng hồ và đặt  $q$  là dương khi điện tích ở bản cực trên là dương sao cho  $i = \frac{dq}{dt}$ . Ta sẽ dùng phương trình (29-7)



**Hình 29-9.** Một nguồn điện xoay chiều mắc với một tụ điện.

để mô tả hiệu điện thế ở hai cực của nguồn  $u = U_0 \sin(\omega t)$ . Từ quy tắc về mạch vòng, hiệu điện thế giữa hai cực của nguồn và giữa hai bản cực của tụ điện là bằng nhau :

$$U_0 \sin(\omega t) = \frac{q}{C}$$

Để tìm dòng điện, ta lấy đạo hàm của  $q$  theo thời gian. Ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega C U_0 \cos(\omega t)$$

Dùng  $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right)$  ta được :

$$i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right) \quad (29-10)$$

trong đó biên độ của dòng điện dao động là  $I_0 = \omega C U_0 = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega C}}$ . Trong một mạch thuần trở kháng, biên độ của dòng điện dao động là  $I_0 = \frac{U_0}{R}$ . Tương tự như điện trở, ta đưa vào *dung kháng*  $X_C$  :

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (29-11)$$

khi đó biên độ của dòng điện là :

$$I_0 = \frac{U_0}{X_c} \quad (29-12)$$

Vậy biên độ của dòng điện tỉ lệ nghịch với dung kháng. Chú ý rằng thứ nguyên của dung kháng giống như của điện trở và đơn vị SI của nó là Ôm ( $\Omega$ ).

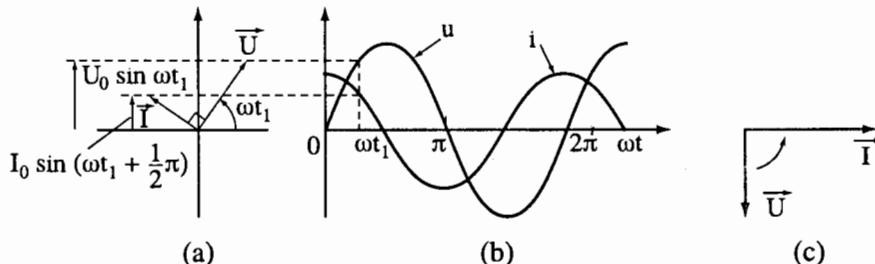
Dung kháng hạn chế biên độ của dòng điện trong một mạch chỉ có tụ điện tương tự như điện trở hạn chế biên độ dòng điện trong một mạch thuần trở kháng. Nhưng khác với điện trở, dung kháng phụ thuộc tần số, nó tỉ lệ nghịch với tần số. Dung kháng của một tụ điện còn tỉ lệ nghịch với điện dung của nó. Với một tần số đã cho, một tụ điện có điện dung nhỏ hơn sẽ cản

trở dòng điện mạnh hơn một tụ điện có điện dung lớn hơn.

So sánh các biểu thức của  $u$  và  $i$ , ta thấy các đại lượng dao động này lệch pha nhau  $\frac{1}{2}\pi$  rad. Từ phương trình (29-7),

$$u = U_0 \sin(\omega t) \text{ và phương trình (29-10)} \\ i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right). \text{ Hiệu pha này đã được}$$

thể hiện trên hình 29-10, trong đó vẽ giản đồ vectơ pha và các đồ thị của  $u$  và  $i$  đối với mạch thuần dung kháng. Trong giản đồ pha, vectơ pha  $\vec{U}$  đi sau vectơ pha  $\vec{I}$  một góc  $\frac{1}{2}\pi$  rad khi chúng quay ngược chiều kim đồng hồ. Điều này được mô tả bằng lời là "Hiệu điện thế *trễ pha* hơn dòng điện là  $90^\circ$ " hay "dòng điện sớm pha hơn hiệu điện thế là  $90^\circ$ ".



**Hình 29-10.** (a) Giản đồ vectơ pha đối với mạch ở hình 29-9. (b) Đồ thị của  $u$  và  $i$  theo  $\omega t$ . (c)  $U$  trễ pha hơn  $I$  một góc  $90^\circ$ .

### VÍ DỤ 29-3

**Dung kháng giảm theo tần số.** Các bản cực của một tụ được nối với một nguồn điện xoay chiều với  $U_0 = 158V$ . (a) Nếu chu kỳ của nguồn là  $20kHz$ , hãy xác định dung kháng của tụ điện và tìm biên độ của dòng điện. (b) Nếu tần số của nguồn là  $20Hz$ , hãy xác định dung kháng của tụ điện và tìm biên độ của dòng điện.

**Giải.** (a) Dựa vào  $\omega = 2\pi v$ , ta thấy rằng khi  $v = 20kHz$  thì dung kháng là :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi v C} = \frac{1}{(2\pi)(20kHz)(650nF)} = 12\Omega.$$

Biên độ của dòng điện trong trường hợp này là :

$$I_0 = \frac{U_0}{X_c} = \frac{158V}{12\Omega} = 13A$$

(b) Khi  $v = 20$  Hz dung kháng là :

$$X_C = \frac{1}{(2\pi)(20Hz)(650nF)} = 12k\Omega.$$

Biên độ của dòng điện trong trường hợp này là :

$$I_0 = \frac{158V}{12k\Omega} = 13mA.$$

Dung kháng sẽ lớn hơn và biên độ dòng điện sẽ nhỏ hơn đối với trường hợp tần số nhỏ hơn. Khả năng hạn chế dòng điện của một tụ điện tăng khi tần số giảm. Đối với một dòng điện không đổi tần số bằng không và một tụ điện (lý tưởng) hoàn toàn không cho dòng điện này đi qua.

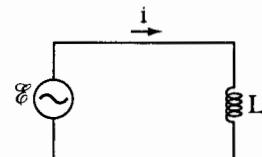
### Bài tự kiểm tra 29-3.

Một nguồn điện xoay chiều với  $U_0 = 20,0V$  và  $\omega = 450rad/s$  được mắc với một tụ điện. Nếu bạn muốn  $I_0 = 10,0mA$  trong mạch thì điện dung của tụ điện phải bằng bao nhiêu ?

**Đáp số :**  $1,1\mu F$ .

## 29-5. NGUỒN ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC VỚI MỘT CUỘN DÂY THUẦN CẢM

Trên hình 29-11 vẽ một nguồn điện xoay chiều chỉ mắc với một cuộn dây thuần cảm ; đó là một mạch điện xoay chiều thuần cảm kháng (nhiều cuộn cảm có điện trở đáng kể ở các vòng dây của chúng nhưng để đơn giản ta giả sử rằng cuộn cảm này có điện trở nhỏ không đáng kể). Lại dùng phương trình (29-7)  $u = U_0\sin(\omega t)$  để biểu thị hiệu điện thế ở hai cực của nguồn. Theo quy tắc mạch vòng thì hiệu điện thế ở hai cực của nguồn và của cuộn



**Hình 29-11.** Một nguồn điện xoay chiều mắc với một cuộn dây thuần cảm.

cảm là bằng nhau :  $U_0\sin(\omega t) = L \frac{di}{dt}$ . Để tìm dòng điện hãy lấy tích phân  $\frac{di}{dt}$  theo thời gian :

$$i = \int \frac{di}{dt} dt = \frac{U_0}{L} \int \sin(\omega t) dt$$

$$I_0 = \frac{U_0}{X_L} \quad (29-15)$$

Lấy tích phân ta được :

$$i = -\frac{U_0}{\omega L} \cos(\omega t) + \text{const}$$

Hằng số tích phân biểu thị thành phần không đổi của dòng điện. Vì nguồn điện sinh ra một suất điện động dao động đối xứng xung quanh giá trị không, nên dòng điện mà nó duy trì cũng dao động đối xứng xung quanh giá trị không. Vì vậy không tồn tại thành phần không đổi của dòng điện, kết quả là hằng số tích phân bằng không (const = 0).

Sử dụng  $-\cos \omega t = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$  ta được :

$$i = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (29-13)$$

Trong đó biên độ của dòng điện là  $I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$ .

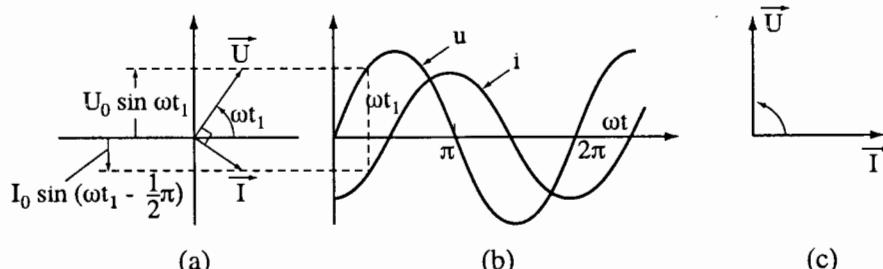
Tương tự như với điện trở và dung kháng, ta đưa vào cảm kháng  $X_L$  :

$$X_L = \omega L \quad (29-14)$$

cho nên biên độ của dòng điện là :

Biên độ dòng điện tỉ lệ nghịch với cảm kháng, thứ nguyên của cảm kháng giống với của điện trở và của dung kháng, đơn vị SI của nó là ôm ( $\Omega$ ). Cảm kháng của một cuộn cảm tỉ lệ thuận với độ tự cảm của nó và với tần số của dòng điện. Tức là trái với dung kháng, cảm kháng tăng với sự tăng tần số. Một cuộn cảm cản trở yếu đối với dòng điện biến đổi chậm nhưng cản trở mạnh đối với dòng điện biến đổi nhanh.

Giống như mạch thuần dung kháng, sự so sánh giữa các biểu thức của  $u$  và của  $i$  chỉ ra rằng các đại lượng dao động này lệch pha nhau là  $\frac{1}{2}\pi$  rad. Từ phương trình (29-7) thì  $u = U_0 \sin(\omega t)$ , và từ phương trình (29-13) thì  $i = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ . Hiệu pha này đã được biểu diễn trên hình 29-12. Trên giản đồ vectơ pha, vectơ pha  $\mathbf{U}$  ở trước vectơ pha  $\mathbf{i}$  là  $\frac{1}{2}\pi$  khi chúng quay ngược chiều kim đồng hồ. Vì vậy hiệu điện thế sớm pha hơn dòng điện  $90^\circ$  hay dòng điện trễ pha hơn hiệu điện thế là  $90^\circ$ .



**Hình 29-12.** (a) *Giản đồ pha của mạch điện ở hình 29-11.*

(b) *Đồ thị của  $u$  và  $i$  theo  $\omega t$ .*

(c)  *$U$  sớm pha hơn  $I$  một góc  $90^\circ$ .*

## VÍ DỤ 29-4

**Cảm kháng tăng theo tần số.** Một cuộn cảm 14mH được mắc với một nguồn điện xoay chiều với biên độ của hiệu điện thế là 6,3V và với tần số biến đổi. (a) Hãy xác định cảm kháng của cuộn cảm và biên độ của dòng điện trong mạch khi  $\omega = 340\text{rad/s}$ . (b) Hãy xác định cảm kháng của cuộn cảm và biên độ của dòng điện khi  $\omega = 340\text{krad/s}$ .

**Giải.** a) Khi  $\omega = 340\text{rad/s}$ , thì :

$$X_L = \omega L = (340 \text{ rad/s}) \cdot (14 \text{ mH}) = 4,8\Omega$$

và

$$I_0 = \frac{U_0}{X_L} = \frac{6,3\text{V}}{4,8\Omega} = 1,3\text{A}.$$

b) Khi  $\omega = 340 \text{ krad/s}$  thì :

$$X_L = (340 \text{ krad/s}) \cdot (14\text{mH}) = 4,8\text{k}\Omega$$

và

$$I_0 = \frac{6,3\text{V}}{4,8\text{k}\Omega} = 1,3\text{mA}.$$

## BÀI TỰ KIỂM TRA 29-4

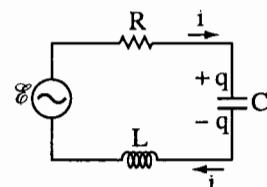
Một nguồn điện xoay chiều với  $U_0 = 55\text{V}$  và  $\omega = 86\text{krad/s}$  được nối với một cuộn cảm. Nếu bạn muốn  $I_0 = 380\text{mA}$  trong mạch thì độ tự cảm của cuộn cảm phải bằng bao nhiêu ? Coi điện trở thuần của cuộn cảm không đáng kể.

**Đáp số :** 1,7 mH.

## 29-6. MẠCH RLC NỐI TIẾP MẮC CÓ NGUỒN ĐIỆN XOAY CHIỀU

Một mạch RLC nối tiếp được mắc với một nguồn điện xoay chiều thể hiện nhiều tính chất chung nhất cho các mạch điện xoay chiều. Hình 29-13 chỉ ra một mạch nối tiếp gồm một điện trở, một cuộn cảm, một tụ điện và một nguồn điện. Từ quy tắc mạch vòng, tổng của các hiệu điện thế của điện trở, cuộn cảm và tụ điện sẽ bằng hiệu điện thế hai cực của nguồn :

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = u \quad (29-16)$$



**Hình 29-13.** Mạch RLC nối tiếp được mắc với một nguồn điện xoay chiều.

trong đó hiệu điện thế của nguồn là :

$$u = U_0 \sin(\omega t)$$

Năm tham số đặc trưng cho mạch này : L, R, C,  $U_0$  và  $\omega$ . Giá trị của các tham số này

xác định dòng điện trong mạch. Phương trình (29-16) tương tự phương trình chuyển động của các dao động điều hoà, tắt dần, cường bức đã xét ở phần 26-7. Tuy nhiên chúng ta không dùng sự tương tự đó để giải bài toán mạch điện này mà dùng các giản đồ vectơ pha.

### *Giải bằng giản đồ vectơ pha*

Do bốn phân tử trong mạch (cuộn cảm, điện trở, tụ điện và nguồn) mắc nối tiếp nên dòng điện đi qua mỗi phân tử là như nhau. Từ các kết quả của ba phân trước, chúng ta thấy rằng hiệu điện thế dao động  $u$  của nguồn điện sẽ duy trì một dòng điện dao động  $i$  với cùng tần số  $\omega$  nhưng hiệu điện thế và dòng điện phải lệch pha nhau. Do đó ta viết :

$$i = I_0 \sin(\omega t - \phi) \quad (29-17)$$

trong đó  $\phi$  là hiệu pha giữa hiệu điện thế của nguồn điện và dòng điện trong mạch. Chúng ta cần xây dựng một giản đồ pha cho phép xác định  $\phi$  và biên độ dòng điện  $I_0$ .

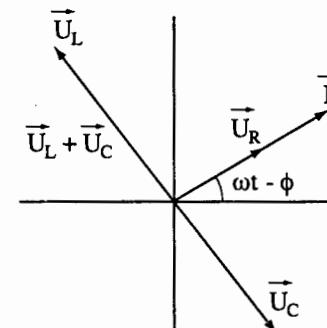
Hiệu điện thế trên mỗi phân tử nói chung là khác nhau, vì thế ta cần bốn vectơ pha  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  và  $U$  để biểu diễn lần lượt hiệu điện thế của cuộn cảm, điện trở, điện dung và nguồn điện. Ở các mục trước ta biết rằng :

**1.  $U_R$  song song với  $I$  vì hiệu điện thế của một phân tử điện trở là cùng pha với dòng điện.**

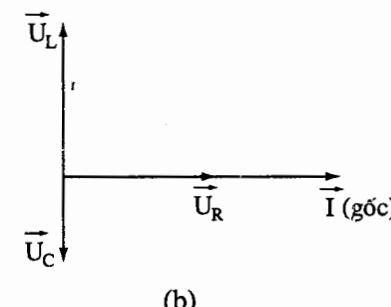
**2.  $U_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  rad so với  $I$  vì hiệu điện thế của một phân tử điện dung trễ so với dòng điện là  $\frac{\pi}{2}$  rad.**

- 3.  $U_L$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  rad so với  $I$  vì hiệu điện thế của một phân tử tụ cảm sớm so với dòng điện là  $\frac{\pi}{2}$  rad.**

Hình 29-14 (a) vẽ một giản đồ với các vectơ pha  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  và  $I$  ở một thời điểm  $t$  bất kỳ. Để dễ nhìn và tiện lợi trong phép tính ta thường lấy trực vectơ pha  $I$  làm gốc, khi đó giản đồ pha như trên hình 29-14 (b).



(a)



(b)

**Hình 29-14. Sự liên hệ giữa các vectơ pha  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  và  $I$  đối với mạch điện ở hình 29-13.**

Bây giờ ta dùng phương trình (29-16) để tìm hệ thức giữa các vectơ pha  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  và  $U$ . Viết lại phương trình (29-16) ta có :

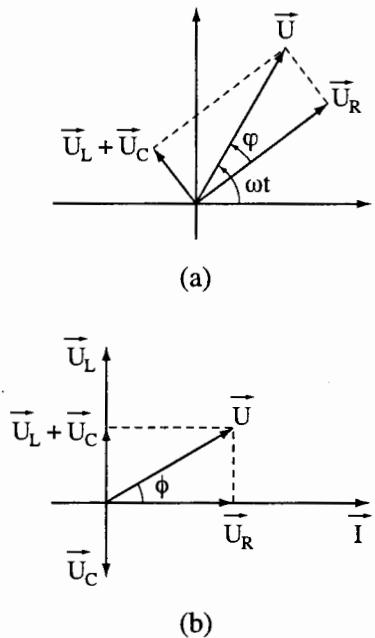
$$u_L + u_R + u_C = u \quad (29-18)$$

trong đó  $u_L$ ,  $u_R$ ,  $u_C$  và  $u$  lần lượt là hiệu điện thế tức thời của cuộn cảm, điện trở,

tụ điện và nguồn điện. Hệ thức của các vectơ pha ứng với phương trình (29-18) là :

$$\mathbf{U}_L + \mathbf{U}_R + \mathbf{U}_C = \mathbf{U} \quad (29-19)$$

Hình 29-15 (a hoặc b) cho thấy sự liên hệ của các vectơ pha được biểu diễn bằng



**Hình 29-15.** (a hoặc b) Liên hệ giữa các vectơ pha  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{U}_R$  và  $(\mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C)$  đối với mạch điện ở hình 29-13.

phương trình (29-19). Do  $\mathbf{U}_L$  và  $\mathbf{U}_C$  luôn cùng phương và ngược chiều nhau, nên ta tổ hợp chúng vào một vectơ pha duy nhất  $(\mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C)$  có độ lớn  $|U_{0L} - U_{0C}|$ . Vì  $\mathbf{U}$  được biểu diễn như cạnh huyền của một tam giác vuông nên theo định lí Pythagore, ta có :

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2$$

hay

$$\begin{aligned} U_0^2 &= (I_0 R)^2 + (I_0 X_L - I_0 X_C)^2 \\ &= I_0^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2] \end{aligned}$$

Giải đối với  $I_0$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad (29-20)$$

Tương tự như điện trở trong một mạch điện, ta đưa vào khái niệm *tổng trở*  $Z$  trong một mạch điện xoay chiều :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (29-21)$$

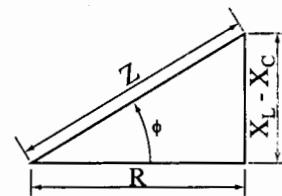
Khi đó

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} \quad (29-22)$$

Vì vectơ pha  $\mathbf{I}$  song song với vectơ pha  $\mathbf{U}_R$  nên hiệu pha  $\phi$  giữa  $i$  và  $u$  có thể được xác định từ hình 29-15 :  $\tan \phi = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}}$

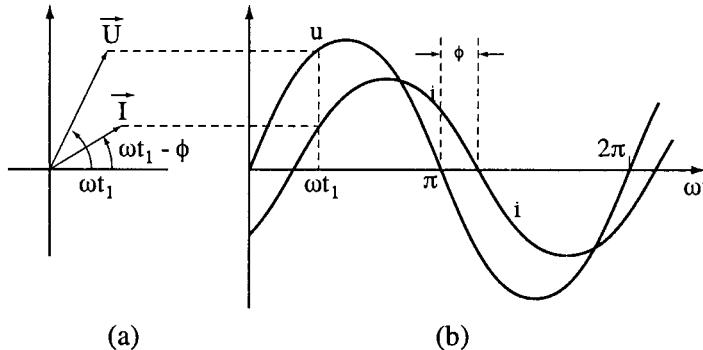
$$\text{hay } \tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (29-23)$$

Các phương trình (29-22) và (29-23) được biểu diễn bằng đồ thị ở hình 29-16. Đó là một *giản đồ* của *tổng trở*, một tam giác



**Hình 29-16.** Giản đồ của tổng trở.

vuông với  $Z$  là cạnh huyền. Chú ý là nếu  $X_L > X_C$  thì  $\phi$  là dương. Trong trường hợp này đoạn mạch có tính cảm kháng, và hiệu điện thế của nguồn điện sớm pha hơn dòng điện, hình 29-17 biểu diễn trường hợp này. Ngược lại nếu  $X_L < X_C$  thì  $\phi$  là âm. Trong trường hợp này đoạn mạch có tính dung kháng và hiệu điện thế của nguồn trễ pha hơn dòng điện.



**Hình 29-17.** (a) Giản đồ vectơ pha của  $U$  và  $I$  đối với một đoạn mạch RLC nối tiếp có tính cảm kháng khi đặt vào một nguồn điện xoay chiều. (b) Các đồ thị của  $u$  và  $i$  theo  $\omega t$  đối với mạch này. Trong trường hợp này, hiệu điện thế sớm pha hơn dòng điện.

Sử dụng các giản đồ pha để giải một bài toán về mạch điện là một cách làm dễ hiểu nhưng nó lại bỏ qua một đặc điểm mà đôi khi lại là quan trọng. Chú ý là ta đã không đề cập tới các điều kiện ban đầu khi xem xét các giản đồ pha. Lời giải mà ta đã thu được gọi là *nghiệm dừng*. Cũng còn có *nghiệm*

quá độ mà dạng của nó tương tự như dạng của đoạn mạch RLC không có nguồn điện (mục 29-2). Nghiệm tổng quát là tổng của các nghiệm quá độ và nghiệm dừng. Sau một khoảng thời gian đủ dài, các hiệu ứng của nghiệm quá độ trở nên không đáng kể và đoạn mạch sẽ được mô tả bằng nghiệm dừng.

## VÍ DỤ 29-5

**Đoạn mạch RLC mắc nối tiếp có nguồn điện xoay chiều.** Một đoạn mạch RLC mắc nối tiếp với  $R = 580\Omega$ ,  $L = 31\text{mH}$  và  $C = 47\text{nF}$  được mắc vào nguồn điện xoay chiều. Biên độ và tần số góc của hnguồn là  $65\text{V}$  và  $33\text{krad/s}$ . Hãy xác định : (a) Dung kháng của tụ điện, (b) Cảm kháng của cuộn cảm, (c) Tổng trở của mạch và (d) Biên độ của dòng điện. (f) Dòng điện sớm hay trễ pha so với nguồn điện ?

**Giải.**

$$(a) X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(33\text{krad/s})(47\text{nF})} = 640\Omega$$

$$(b) X_L = \omega L = (33\text{krad/s}) (31\text{mH}) = 1000\Omega$$

$$(c) Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(580\Omega)^2 + (640\Omega - 1,0\text{k}\Omega)^2} = 690\Omega$$

$$(d) \phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{1000\Omega - 640\Omega}{580\Omega} = 0,58\text{rad}$$

$$(e) I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{65\text{V}}{690\Omega} = 94\text{ mA}$$

f) Vì  $\phi$  là dương nên hiệu điện thế của nguồn sớm pha hơn dòng điện.

## Cộng hưởng

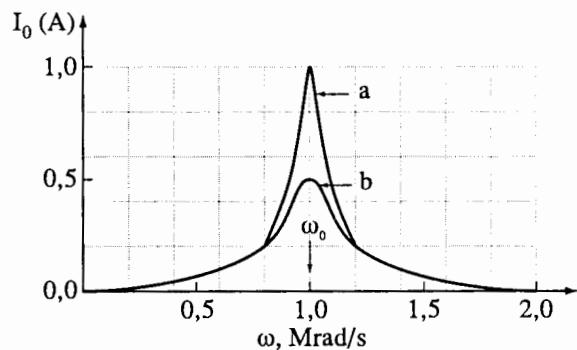
Một đặc trưng khá hấp dẫn và hữu ích của đoạn mạch RLC nối tiếp được mắc với một nguồn điện xoay chiều là hiện tượng cộng hưởng. Cộng hưởng là một đặc điểm chung của các hệ có xu hướng dao động với một tần số riêng. Tần số dao động này được gọi là *tần số tự nhiên* của hệ. Nếu một hệ như vậy được dẫn động bởi một nguồn năng lượng ở tần số gần với tần số tự nhiên thì biên độ của dao động là lớn.

Giả sử chúng ta có một đoạn mạch RLC mắc nối tiếp được dẫn động bằng một nguồn điện xoay chiều với tần số có thể biến đổi. Hãy xét biên độ dòng điện  $I_0$  khi ta thay đổi tần số trong lúc giữ cố định các đại lượng khác ( $R$ ,  $L$ ,  $C$  và  $U_0$ ). Phương trình (29-22) cho thấy biên độ dòng điện sẽ lớn nhất khi tổng trở  $Z$  là cực tiểu, nhưng khi đó  $X_L$  phải bằng  $X_C$ . Vì  $X_L = \omega L$  và  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  nên có một tần số riêng mà tại đó  $X_L = X_C$ . Tần số góc này được biểu diễn bằng kí hiệu  $\omega_0$  và được gọi là *tần số góc cộng hưởng*, nó được xác định từ phương trình  $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$  hay là :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (29-24)$$

Khi  $\omega = \omega_0$ , biên độ của dòng điện sẽ cực đại và bằng  $I_0 = \frac{U_0}{R}$ . Chú ý là  $\omega_0$  được cho bởi cùng biểu thức như là tần số góc của dao động đối với đoạn mạch LC không có điện trở hoặc nguồn (phương trình 29-4 trong mục 29-1). Nó thường được gọi là *tần số góc tự nhiên của đoạn mạch*.

Hình 29-18 cho thấy các đồ thị của  $I_0$  theo  $\omega$  đối với hai trường hợp : ở đường cong trên  $R = 100\Omega$  và ở đường cong dưới  $R = 200\Omega$ . Các đại lượng khác đều như nhau đối với mỗi đường cong,  $U_0 = 100V$ ,  $L = 1,00mH$ ,  $C = 1,00nF$ . Mỗi đường cong



**Hình 29-18.** Biên độ dòng điện  $I_0$  theo  $\omega$  đối với hai trường hợp : (a)  $R = 100\Omega$  và (b)  $R = 200\Omega$ . Các đại lượng khác là  $U_0 = 100V$ ,  $L = 1,00mH$  và  $C = 1,00 nF$ .

đều cho một dòng điện cực đại tại một tần số cộng hưởng. Vì tích LC là như nhau đối với mỗi trường hợp, nên tần số cộng hưởng cũng như nhau :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1,00mH)(1,00nF)}} = 1,00\text{Mrad/s}. \end{aligned}$$

Khi cộng hưởng  $I_0 = \frac{U_0}{R}$ . Vì vậy biên độ dòng điện khi cộng hưởng đối với đoạn mạch có  $R = 100\Omega$  sẽ lớn gấp đôi so với đoạn mạch có  $R = 200\Omega$ . Ở các tần số nhỏ hơn  $\omega_0$  nhiều đoạn mạch sẽ có tính dung kháng vì dòng điện bị hạn chế chủ yếu bởi dung kháng. Ở các tần số lớn hơn  $\omega_0$  nhiều, đoạn mạch có tính cảm kháng và dòng điện bị hạn chế chủ yếu bởi cảm kháng.

Mạch chọn sóng của một máy thu thanh hoặc của một máy thu hình là một ví dụ về một mạch có tần số cộng hưởng. Anten của một máy thu thanh nhận các tín hiệu từ nhiều trạm phát thanh ở xung quanh. Anten là nguồn trong mạch chọn sóng, nên mạch được dẫn động ở nhiều tần số. Tuy nhiên thành phần lớn duy nhất của dòng điện là thành phần dao động gần tần

số cộng hưởng của mạch. Mạch điện đối xử phân biệt với các tín hiệu ở xa tần số cộng hưởng của mạch điện. Khi bạn chọn sóng cho một máy thu thanh bạn làm thay đổi dung kháng của một tụ điện trong mạch chọn sóng. Tụ điện này làm thay đổi tần số cộng hưởng của mạch điện sao cho nó phù hợp với tần số truyền của các trạm phát mà ta muốn nghe.

## 29-7. CÔNG SUẤT CỦA MẠCH RLC MẮC NỐI TIẾP CÓ NGUỒN ĐIỆN XOAY CHIỀU

Bây giờ ta xét tốc độ trao đổi năng lượng giữa các phần tử của mạch RLC mắc với một nguồn điện xoay chiều. Tức là chúng ta khảo sát năng lượng đi vào và đi ra mỗi phần tử. Thông thường, tần số của nguồn là quá cao nên người ta không quan tâm tới sự phụ thuộc thời gian của các trao đổi năng lượng này. Vậy ta quan tâm chủ yếu tới công suất trung bình  $\bar{P}$  và giá trị trung bình này được lấy trên một số nguyên các chu kì.

Ta hãy xét sự trao đổi năng lượng giữa bốn phần tử của đoạn mạch :

1. Nguồn phát ra năng lượng điện từ truyền cho mạch, nó biến đổi năng lượng từ một dạng khác nào đó thành năng lượng điện từ.
2. Điện trở làm tiêu tán năng lượng điện từ thành nhiệt, năng lượng rời khỏi mạch thông qua sự tỏa nhiệt  $i^2R$  ở điện trở.
3. Tại một thời điểm bất kì năng lượng điện từ có thể được đưa vào hoặc đưa ra khỏi tụ điện tùy theo nó đang được

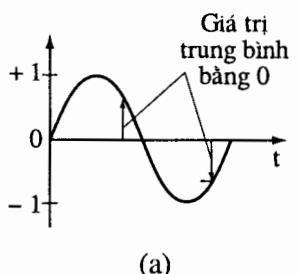
nạp điện hay phóng điện. Vì dòng điện dao động hình sin nên năng lượng nạp trong phần nạp điện của chu kì sẽ bằng năng lượng phóng ra trong phần phóng điện của chu kì (mục 29-1). Kết quả là công suất trung bình của tụ điện bằng không.

4. Tương tự như tụ điện, cuộn cảm cũng là một phần tử tích trữ và giải phóng năng lượng, công suất trung bình của cuộn cảm bằng không.

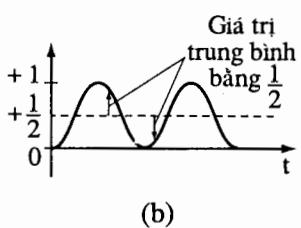
Đối với một mạch xem như toàn bộ thì năng lượng đi tới từ nguồn điện và đi khỏi mạch ở điện trở. Ta sẽ xem tốc độ truyền năng lượng trung bình này chính là công suất trung bình  $\bar{P}$  đối với mạch.

Công suất trung bình liên quan tới giá trị trung bình của bình phương dòng điện. Do đó, để cho tiện người ta đưa vào **giá trị căn quân phương (rms)**, và được gọi là **giá trị hiệu dụng** của dòng điện và hiệu điện thế. Vì một hàm sin dao động đối xứng đối với 0 nên giá trị trung bình của một đại lượng biến đổi hình sin, chẳng hạn như dòng điện hay hiệu điện

thế, sẽ bằng 0. Tại một thời điểm bất kỳ hàm có một giá trị dương nào đó, thì cũng có một thời điểm tương ứng mà tại đó giá trị của hàm có cùng độ lớn nhưng là âm (hình 29-19a). Tuy nhiên, giá trị trung bình của *bình phương* của một đại lượng biến đổi hình sin thì không bằng không. Bình phương của một hàm sin thì luôn



(a)



(b)

**Hình 29-19.** (a) Giá trị trung bình của  $\sin(\omega t)$  trên một số nguyên chu kì là bằng không. (b) Giá trị trung bình của  $\sin^2(\omega t)$  trên một số nguyên chu kì là  $\frac{1}{2}$ .

luôn dương và dao động đối xứng xung quanh  $+1/2$  (hình 29-19b). Tại một thời điểm nào đó  $\sin^2(\omega t)$  có một giá trị lớn hơn  $+1/2$  thì cũng có một thời điểm tương ứng mà tại đó giá trị của hàm nhỏ hơn  $+1/2$  cùng một lượng. Vậy giá trị trung bình của  $\sin^2(\omega t)$  là  $+1/2$ .

Giá trị căn quân phương hay **giá trị hiệu dụng** của một đại lượng là căn bậc hai giá trị trung bình của bình phương đại lượng ấy. Ví dụ như giá trị hiệu dụng của hiệu điện thế là :

$$U = (\overline{u^2})^{1/2} = \left\{ [U_0 \sin(\omega t)]^2 \right\}^{1/2} \\ = U_0 \left[ \overline{\sin^2(\omega t)} \right]^{1/2} = U_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{1/2}$$

hay

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Một cách tương tự } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Khi cho một giá trị của hiệu điện thế hoặc dòng điện xoay chiều thì đó thường là giá trị hiệu dụng. Vôn kế và ampe kế xoay chiều được dùng để đo các giá trị hiệu dụng đó.

Bây giờ ta hãy tính công suất trung bình  $\bar{P}$  cho một đoạn mạch RLC được mắc vào một nguồn điện xoay chiều. Công suất tức thời  $p$  bị tiêu tán ở điện trở là  $p = i^2 R$ . Sử dụng phương trình (29-17) ta được :

$$p = [I_0 \sin(\omega t - \phi)]^2 R$$

Công suất trung bình bị tiêu tán ở điện trở là :

$$\bar{P} = I_0^2 \overline{\sin^2(\omega t - \phi)} = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

$$\text{hay } \bar{P} = I^2 R \quad (29-25)$$

Biểu thức này của công suất trung bình bị tiêu tán ở điện trở giống như biểu thức của công suất bị tiêu tán ở một điện trở trong một mạch điện một chiều (không đổi) với dòng điện một chiều (không đổi) được thay thế bằng dòng điện hiệu dụng.

Cũng có thể biểu thị  $\bar{P}$  thông qua tích của các giá trị hiệu dụng  $U$  và  $I$ . Nếu ta chia cả hai vế của phương trình  $U_0 = I_0 Z$  cho  $\sqrt{2}$  thì ta có :

$$U = IZ \text{ hay } I = \frac{U}{Z}$$

Thay thế vào phương trình (29-25), ta được :

$$\bar{P} = \frac{U}{Z} IR = UI \frac{R}{Z}$$

Từ giản đồ tổng trở hình 29-16, ta có :

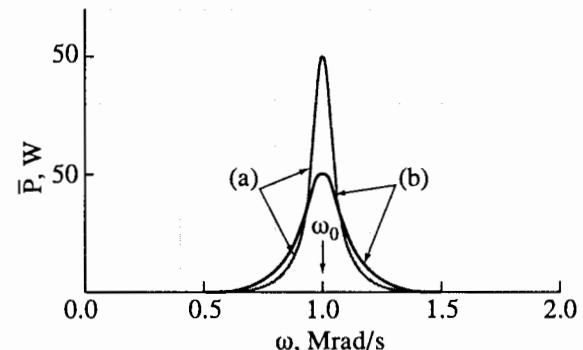
$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

trong đó  $\cos\phi$  được gọi là **hệ số công suất**. Biểu diễn qua hệ số công suất thì công suất trung bình là :

$$\bar{P} = UI \cdot \cos\phi \quad (29-26)$$

Nếu đoạn mạch được đặt vào nguồn có tần số cộng hưởng, thì  $X_C = X_L$ ,  $Z = R$  và  $\cos\phi = 1$ . Khi cộng hưởng, công suất trung bình là  $UI$ .

Hình 29-20 cho đồ thị của  $\bar{P}$  theo  $\omega$  cho hai trường hợp đã được dùng ở hình 29-18 :  $R = 100\Omega$  và  $R = 200\Omega$ . Đối với môi trường hợp  $U_0 = 100V$ ,  $L = 1,00mH$  và  $C = 1,00nF$ .



**Hình 29-20.** Công suất trung bình  $\bar{P}$  theo  $\omega$  cho hai trường hợp (a)  $R = 100\Omega$  và (b)  $R = 200\Omega$ . Các đại lượng khác là  $U_0 = 100V$ ,  $L = 1,00mH$  và  $C = 1,00nF$ .

Để kết thúc chương này, chúng ta có một bảng tóm tắt sau :

Linh kiện của mạch	Trở kháng	Pha của hiệu điện thế	Hệ thức giữa các biến độ	Hệ thức giữa các giá trị hiệu dụng	Hệ số công suất : $\cos\phi$	Công suất trung bình $\bar{P}$
R	R	Cùng pha với i	$U_{0R} = I_0R$	$U_R = IR$	1	$UI$
L	$X_L = \omega L$	Sớm pha $\frac{\pi}{2}$	$U_{0L} = I_0X_L$	$U_L = IX_L$	0	0
C	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	Trễ pha $\frac{\pi}{2}$	$U_{0C} = I_0X_C$	$U_C = IX_C$	0	0
RLC		$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$U_0 = I_0Z$	$U = IZ$	$\frac{R}{Z}$	$UI\cos\phi$



## CÂU HỎI

- 1** Khi một dòng điện chạy trong một mạch LC (coi như không có điện trở) tại sao nó vẫn tiếp tục dao động mặc dù không có nguồn điện trong mạch.
- 2** Tần số dao động của một mạch LC thay đổi bao nhiêu lần, nếu cảm kháng lớn gấp đôi còn dung kháng được giữ không đổi ? Nếu dung kháng lớn gấp đôi còn cảm kháng được giữ không đổi ? Nếu cả dung kháng lẫn cảm kháng đều lớn gấp đôi ?
- 3** Dùng định luật Lenz hãy giải thích tại sao  $V_b - V_a$  ở hình 29-1 được cho bởi  $L\left(\frac{di}{dt}\right)$  chứ không phải là bởi  $-L\frac{di}{dt}$ .
- 4** Theo sự tương tự giữa mạch LC và dao động tử diều hoà, thì năng lượng nào – điện năng hay từ năng – tương tự với động năng ? Năng lượng nào tương tự với thế năng ?
- 5** Các đại lượng tương tự nào sẽ được thêm vào bảng 29-1 để so sánh giữa đoạn mạch RLC với dao động tử diều hoà tắt dần.
- 6** Dòng điện trong một mạch bị dừng lại thực sự bởi một cái "ngắt mạch" và hoàn toàn không bị hạn chế bởi một cái "ngắn mạch". Ở tần số cao thì tụ điện là cái ngắt mạch hay cái ngắn mạch ? Đối với tần số thấp thì thế nào ? Hãy xét xem liệu một cuộn cảm sẽ là một cái ngắn hay ngắt mạch ở tần số thấp và ở tần số cao ?
- 7** Một cuộn cảm được gọi là cái chấn lưu thường được dùng để hạn chế dòng điện của đèn huỳnh quang. Tại sao với mục đích này thì một cuộn cảm lại thích hợp hơn một điện trở ?
- 8** Một ống dây có điện trở là  $1,2\Omega$  được nối với các đầu của một ổ cắm điện trong phòng của bạn ( $U = 120V$ ). Mặc dù cái ngắt mạch trong mạch sẽ nhả ra nếu  $I$  trong mạch vượt quá  $15A$ , nhưng cái ngắt mạch đã không nhả ra. Hãy giải thích tại sao ?
- 9** Trong một số sách giáo khoa, dòng điện hoặc hiệu điện thế dao động hay được lấy làm thành phần nằm ngang của một vectơ pha hơn là thành phần thẳng đứng. Một quy ước như vậy sẽ ảnh hưởng như thế nào tới các kết quả mà ta đã cho ở trên ? Hãy tìm một phương trình trong chương này sẽ có dạng khác nếu ta thừa nhận quy ước đó.
- 10** Trong một số sách giáo khoa biểu thức của hiệu điện thế và dòng điện đã được lấy là  $u = U_0 \sin(\omega t)$  và  $i = I_0 \sin(\omega t + \phi)$ . Một quy ước như vậy sẽ tác động như thế nào tới các kết quả mà ta đã cho ở trên ? Hãy tìm một phương trình trong chương này sẽ có dạng khác nếu ta thừa nhận quy ước đó.

- 11** Trong một đoạn mạch RLC mắc vào một nguồn điện xoay chiều, năng lượng tổng cộng được giải phóng bởi nguồn trong một chu kỳ là 25mJ. Hỏi trong một chu kỳ : (a) Năng lượng tổng cộng đưa vào cuộn cảm là bao nhiêu. (b) Năng lượng tổng cộng đưa vào tụ điện là bao nhiêu ? (c) Năng lượng bị tiêu tán dưới dạng nhiệt trong điện trở là bao nhiêu ?
- 12** Sự đánh giá công suất của một phần tử dùng dòng điện xoay chiều dựa vào sự đánh giá công suất trung bình của phần tử đó. Tính công suất tức thời cực đại của một bóng đèn điện 60W.
- 13** Dòng điện trung bình ở đường dây điện đưa vào nhà bạn là bằng không. Mặc dù vậy công suất điện vẫn được cung cấp cho nhà bạn. Hãy giải thích.
- 14** Một điện trở và một nguồn điện xoay chiều, mỗi cái được đặt trong một hộp kín không đánh dấu sao cho bạn không thể nói được hộp nào đựng cái gì chỉ bằng mắt thường. Hai sợi dây dẫn truyền một dòng điện xoay chiều giữa chúng. Bạn có thể xác định được chiều truyền năng lượng và cả hộp nào đựng điện trở và hộp nào đựng nguồn điện bằng cách đo giá trị hiệu dụng của dòng điện và của hiệu điện thế không ? Bằng cách đo dòng điện và hiệu điện thế tức thời không ?
- 15** Các tụ điện đều có một hiệu điện thế định mức cực đại. Nếu định mức này bị vượt quá thì chất điện môi giữa các bản sẽ bị phá huỷ. Trong một mạch RLC nối tiếp, có thể xảy ra sự vượt quá định mức về hiệu điện thế của tụ điện (và làm hỏng tụ điện), có khi định mức này còn cao hơn biên độ của hiệu điện thế của nguồn. Hãy giải thích tại sao ? Với một nguồn điện có tần số biến đổi thì điều đó có khả năng xảy ra nhiều hơn ở tần số cộng hưởng hay khi mạch điện có tính dung kháng ?
- 16** Giản đồ tổng trở (hình 29-16) có luôn luôn là một tam giác vuông không ? Giải thích.
- 17** Giả sử một đoạn mạch RLC nối tiếp được mắc với một nguồn điện xoay chiều có một tần số xác định. Nếu bạn biết hệ số công suất thì bạn có thể xác định được đoạn mạch có tính cảm kháng hoặc dung kháng không ? Giải thích.
- 18** Các công ti điện lực thích có giá trị của hệ số công suất cho "tải" của họ càng gần 1 càng tốt. Hãy giải thích tại sao lại như vậy (Gợi ý : Hãy tính tới tổn hao  $i^2R$  trên các đường dây tải).
- 19** Vào cuối thế kỷ XIX, trước khi xuất hiện đường tải điện năng, George Westing House (1846–1914) và Thomas-A.Edison (1847–1931) đã bắt đồng về chuyện dòng điện xoay chiều hay một chiều sẽ được dùng để chuyển tải điện. Westing House thích dòng điện xoay chiều và Edison thích dòng điện một chiều. Bạn thích hệ thống nào hơn ? Hãy giải thích. (Gợi ý : Xem lại mục 24-5).

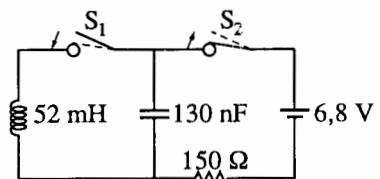
## ĐÀI TẬP

### Mục 29-1. Dao động của mạch LC

- 1 (a) Tần số góc dao động của điện tích và dòng điện trong một mạch LC với  $L = 25\text{mH}$  và  $C = 41\text{nF}$  bằng bao nhiêu ? (b) Tần số của dao động bằng bao nhiêu ? (c) Chu kỳ dao động bằng bao nhiêu ?
- 2 Trong một mạch LC với  $C = 58\text{nF}$ , tần số góc của dao động của điện tích và dòng điện là  $58\text{krad/s}$ . Cảm kháng của cuộn cảm bằng bao nhiêu ?
- 3 Hãy xét một mạch LC trong đó  $L = 5,3\text{mH}$ ,  $C = 17\text{nF}$ , điện tích ban đầu của tụ bằng  $2,2\mu\text{C}$  và dòng điện ban đầu của mạch bằng không. Hãy viết các biểu thức của  $q$ ,  $i$ ,  $U$ ,  $U_E$  và  $U_B$  theo  $t$ .
- 4 Hãy xét một mạch LC trong đó  $L = 31,4\text{mH}$  và  $C = 159\text{nF}$ . Tại  $t = 0$ , dòng điện trong mạch là  $256\text{mA}$  và điện tích trên tụ điện là  $7,18\mu\text{C}$ . Hãy viết các biểu thức của  $q$ ,  $i$ ,  $W$ ,  $W_E$  và  $W_B$  theo  $t$ .
- 5 Điện tích trên tụ điện trong một mạch LC có biểu thức

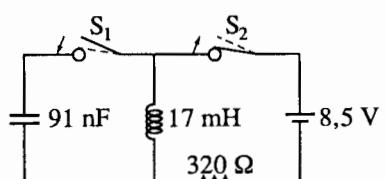
$$q = (71\mu\text{C}) \cdot \cos \left[ (54\text{krad/s})t - \frac{\pi}{4} \right].$$

- (a) Hãy viết biểu thức của dòng điện trong mạch. (b) Hãy xác định  $C$  nếu  $L = 17\text{nH}$ . (c) Hãy viết các biểu thức của  $W$ ,  $W_E$  và  $W_B$ .
- 6 Hiệu điện thế đặt vào cuộn cảm trong một mạch LC có biểu thức  $u_L = (4,8\text{V}) \cdot \cos[(16 \text{ krad/s})t]$  và điện dung của tụ điện là  $C = 54\text{nF}$ . Hãy viết biểu thức của : (a) Điện tích của tụ điện, (b) Dòng điện trong mạch, (c) Hiệu điện thế đặt vào tụ điện, (d)  $W$ , (e)  $W_E$  và (f)  $W_B$ .
- 7 Giả sử khoá  $S_2$  trong mạch ở hình 29-21 được đóng trong một thời gian đủ dài sao cho hiệu điện thế của tụ điện là không đổi. Tại lúc  $t = 0$ , khoá  $S_1$  được đóng lại và khoá  $S_2$  mở. Hãy viết biểu thức của điện tích của tụ điện và dòng điện trong cuộn cảm như một hàm số của  $t$ .



Hình 29-21

- 8 Giả sử khoá  $S_2$  trong mạch của hình 29-22 được đóng trong một thời gian đủ dài để dòng điện trong cuộn cảm là không đổi. Tại lúc  $t = 0$ , khoá  $S_1$  được đóng và khoá  $S_2$  được mở ra. Hãy viết các biểu thức của điện tích trên tụ điện và dòng điện trong cuộn cảm theo  $t$ .



Hình 29-22

- 9 Hãy xét một mạch LC tại một thời điểm mà 25% năng lượng điện từ được tồn trữ trong tụ điện và 75% được tồn trữ trong cuộn cảm. Tại thời điểm này :
- Điện tích của tụ điện so với điện tích cực đại của nó bằng bao nhiêu và
  - Dòng điện trong mạch so với dòng điện cực đại của mạch bằng bao nhiêu.
- 10 Giả sử rằng bạn có một cuộn cảm với  $L = 38\text{mH}$  và hai tụ điện với  $C_1 = 230\text{nF}$  và  $C_2 = 510\text{nF}$ . Hỏi các tần số dao động của mạch LC mà bạn có thể có được từ các phần tử này sẽ bằng bao nhiêu ?
- 11 Giả sử bạn có một tụ điện biến đổi có điện dung có thể biến đổi liên tục từ  $0,14\text{nF}$  đến  $0,32\text{nF}$ . Để lắp một mạch có tần số dao động có thể thay đổi được từ  $0,10\text{MHz}$  tới các giá trị cao hơn thì giá trị của độ tự cảm bằng bao nhiêu ? Giới hạn trên của tần số của mạch này bằng bao nhiêu ?

## Mục 29-2. Đoạn mạch RLC nối tiếp

- 12 Một đoạn mạch RLC có  $R = 350\Omega$ ,  $L = 16\text{mH}$  và  $C = 390\text{nF}$ . (a) Đoạn mạch này là tắt dần chậm hay quá tắt dần ? Nếu đoạn mạch là tắt dần chậm, hãy xác định : (b)  $\omega_d$  và (c)  $\tau$ .
- 13 Giả sử bạn có một cuộn cảm với độ tự cảm  $16\text{mH}$  và một tụ điện với điện dung  $840\text{nF}$ . Hãy xác định giá trị của điện trở mà bạn cần để lắp một đoạn mạch RLC tắt dần tới hạn.
- 14 Điện tích phụ thuộc thời gian đối với một đoạn mạch RLC có dạng :

$$q = (710 \text{ nC}) \cdot e^{-t/(380\mu\text{s})} \cos[(12,6 \text{ krad/s})t - 0,206].$$

Độ tự cảm của cuộn cảm là  $52\text{mH}$ . (a) Điện trở  $R$  bằng bao nhiêu ? (b) Điện dung của tụ điện bằng bao nhiêu ? (c) Hãy xác định điện tích của tụ điện tại  $t = 230\mu\text{s}$ .

- 15 (a) Hãy chứng tỏ rằng nếu điện tích của tụ điện trong một đoạn mạch RLC được cho bởi phương trình (29-6), thì dòng điện trong mạch là :

$$i = -Q_0 e^{-t/\tau} \left[ \frac{1}{\tau} \cos(\omega_d t + \phi) + \omega_d \sin(\omega_d t + \phi) \right]$$

(b) Sử dụng đáp số của phần (a) hãy viết biểu thức cho dòng điện trong mạch của bài tập trên. (c) Hãy xác định giá trị của dòng điện tại  $t = 230\mu\text{s}$ .

- 16 Trong một đoạn mạch RLC tắt dần chậm, điện trở có giá trị sao cho  $\omega_d = \frac{1}{2}\omega_0$ . Hãy tìm điện trở đó qua  $L$  và  $C$ .
- 17 Trong một đoạn mạch RLC tắt dần chậm, điện trở có giá trị sao cho thời gian  $\tau$  bằng chu kì  $\frac{2\pi}{\omega_d}$ . Hãy tìm điện trở  $R$  qua  $L$  và  $C$ .

- 18** Hãy xét một đoạn mạch RLC trong đó L và C đều cố định nhưng điện trở có thể thay đổi trong khoảng  $0 < R < R_{th}$ , với  $R_{th}$  là điện trở sinh ra sự tắt dần tới hạn :  $R_{th} = \sqrt{\frac{4L}{C}}$ . (a) Hãy chứng tỏ rằng tần số góc của dao động có thể được viết là  $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_{th}}\right)^2}$ .

### Mục 29-3, 29-4 và 29-5. Nguồn điện xoay chiều mắc với R, C, L

- 19** Một nguồn điện xoay chiều với biên độ  $U_0 = 170V$  và tần số 60Hz được mắc với một điện trở  $1,4k\Omega$ . (a) Hãy xác định biên độ của dòng điện dao động i. Viết các biểu thức cho : (b) Hiệu điện thế u ở hai đầu điện trở và (c) Dòng điện i trong mạch.
- 20** Hãy xác định dung kháng của một tụ điện  $1,0nF$  khi tần số của nguồn điện là : (a) 100Hz, (b) 100kHz, (c) 100MHz.
- 21** Một tụ điện  $2,6 nF$  được nối với một nguồn điện, trong đó  $U_0 = 71V$  và  $\omega = 360\text{rad/s}$ . Biên độ dòng điện là bao nhiêu ?
- 22** Một tụ điện  $2,1\mu F$  được nối với một nguồn điện có biên độ của hiệu điện thế là  $49V$  và tần số có thể biến đổi được. Hỏi giá trị của tần số góc của nguồn điện bằng bao nhiêu để biên độ dòng điện trong mạch bằng  $310mA$  ?
- 23** Hãy xác định cảm kháng của một cuộn cảm  $1,0mH$  khi tần số của nguồn điện là : (a) 100Hz, (b) 100kHz, (c) 100MHz.
- 24** Hiệu điện thế đặt vào hai đầu của một cuộn cảm  $0,45mH$  là
- $$u = (8,1V).\sin[(13 \text{ krad/s})t].$$
- (a) Hãy viết biểu thức của dòng điện. (b) Hãy xác định dòng điện tại  $t = 160\mu s$ .
- 25** Một cuộn cảm  $16mH$  được mắc với một nguồn điện có biên độ của hiệu điện thế là  $9,8V$  và tần số của nguồn điện có thể biến đổi được. Hỏi giá trị của tần số góc của nguồn điện bằng bao nhiêu để biên độ của dòng điện bằng  $704mA$  ?

### Mục 29- 6. Mạch RLC nối tiếp có nguồn điện xoay chiều

- 26** Hiệu điện thế ở hai cực của một nguồn điện xoay chiều là

$$u = (5,4V)\sin[(830 \text{ rad/s})t].$$

Nguồn điện mắc với mạch RLC nối tiếp với  $R = 37\Omega$ ,  $L = 85mH$  và  $C = 25\mu F$ . Hãy viết biểu thức của dòng điện trong mạch.

- 27** Trên một mạch RLC nối tiếp mắc với một nguồn điện xoay chiều,  $R = 140\Omega$ ,  $L = 150mH$ ,  $C = 5,1\mu F$  và  $u = (14V).\sin[(530 \text{ rad/s})t]$ . Hãy viết các biểu thức

cho hiệu điện thế ở hai đầu : (a) Điện trở, (b) Tụ điện, (c) Cuộn cảm.  
 (d) Hãy vẽ giản đồ vectơ pha.

- 28 (a) Hãy chứng tỏ rằng biên độ của dòng điện trong một mạch RLC nối tiếp được mắc với một nguồn điện xoay chiều có thể được viết là :

$$I_0 = \frac{U_0 \omega}{\sqrt{\omega^2 R^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}}$$

(b) Hãy chứng tỏ rằng hằng số pha có thể được viết là :

$$\phi = \arctg \frac{L(\omega^2 - \omega_0^2)}{\omega R}$$

### Mục 29-7. Công suất của mạch RLC có nguồn điện xoay chiều

- 29 Trong một mạch RLC nối tiếp mắc với một nguồn điện xoay chiều, hiệu điện thế của nguồn là  $u = (17V).\sin[(230\text{rad/s})t]$  và dòng điện trong mạch là  $i = (97 \text{ mA}).\sin[(230 \text{ rad/s})t + 0.82 \text{ rad}]$ . Hỏi công suất trung bình của mạch bằng bao nhiêu ?
- 30 Giá trị căn quân phương (cũng còn gọi là giá trị hiệu dụng) của một đại lượng phụ thuộc vào thời gian  $f(t)$  được lấy trong khoảng thời gian  $T$  là :

$$f_q = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt \right\}^{1/2}$$

Hãy chứng tỏ rằng nếu  $u = U_0 \sin(\omega t)$  thì  $U_q \equiv U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ , trong đó  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

Gợi ý : Hãy dùng hằng đẳng thức lượng giác  $\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta$ .

- 31 Một mạch RLC mắc với một nguồn điện xoay chiều có tần số sao cho tổng trở của mạch là  $97\Omega$ . Nếu điện trở trong mạch là  $36\Omega$  và hiệu điện thế hiệu dụng của nguồn điện là  $6,2V$ , thì công suất trung bình của mạch là bao nhiêu ?

### BÀI TẬP MÃNG CAO

- 1 Giải phương trình vi phân cho mạch RLC. Bằng cách thế hãy chứng tỏ rằng phương trình (29-6) là một nghiệm của phương trình (29-5), nếu :

$$\tau = \frac{2L}{R} \quad \text{và} \quad \omega_d = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2}$$

(Gợi ý : Nếu phương trình  $A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = 0$  được thỏa mãn cho mọi thời điểm  $t$  thì  $A = 0$  và  $B = 0$ )

2. **Mạch RLC quá tắt dần.** Khi  $R > \sqrt{\frac{4L}{C}}$ , thì  $\omega_d$  trong phương trình (29-6) trở nên ảo :

$$\omega_d = j \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = j\alpha$$

trong đó  $j = \sqrt{-1}$  và  $\alpha$  là thực. Điều này tương đương với mạch quá tắt dần. Hãy chứng tỏ rằng :

$$q = e^{-t/\tau} (C_1 e^{\alpha t} + C_2 e^{-\alpha t})$$

là một nghiệm của phương trình (29-5), trong đó  $C_1$  và  $C_2$  là các hằng số phụ thuộc vào các điều kiện ban đầu.

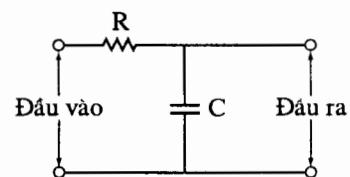
3. **Giá trị Q.** Các mạch cộng hưởng thường được đặc trưng bằng giá trị Q của chúng. Giá trị Q của một mạch được định nghĩa là  $Q = \frac{L\omega_0}{R}$  và có liên hệ với độ nhạy của đỉnh cộng hưởng trong đồ thị của  $\bar{P}$  theo  $\omega$  (hình 29-20). Đối với một mạch RLC nối tiếp được mắc vào một nguồn điện xoay chiều, hãy chứng tỏ rằng  $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$  trong đó  $\Delta\omega$  là bề rộng của đường cong tại một nửa giá trị cực đại của nó.

4. **Công suất trong một mạch RLC nối tiếp mắc với một nguồn điện xoay chiều.** Phương trình (29-16) có thể được biến đổi thành một phương trình trong đó mỗi số hạng đều biểu diễn một công suất. (a) Hãy nhân phương trình với  $i$  và chứng tỏ rằng phương trình kết quả có thể viết là :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right) + i^2 R + \frac{d}{dt} \left( \frac{q^2}{2C} \right) = i u$$

(b) Hãy giải thích ý nghĩa vật lí mỗi số hạng trong biểu thức trên.

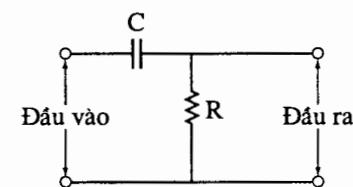
5. **Bộ lọc hạ tần.** Hình 29-23 trình bày một bộ lọc hạ tần. Giả sử rằng hiệu điện thế ở đầu vào là một nguồn điện xoay chiều có tần số biến đổi, trong đó  $u = U_0 \sin(\omega t)$  (a) Hãy chứng tỏ rằng biên độ của hiệu điện thế đầu ra là  $U'_0 = \frac{U_0}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$ . (b) Hãy vẽ



Hình 29-23. BTNC 5. Một bộ lọc hạ tần RC

đồ thị của  $U_0'$  theo  $\omega$  lấy theo đơn vị  $\frac{1}{RC}$  và giải thích ý nghĩa tên của mạch này.

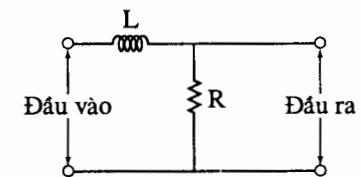
- 6. Bộ lọc cao tần.** Hình 29-24 trình bày một bộ lọc cao tần. Giả sử rằng hiệu điện thế của đầu vào là một nguồn điện xoay chiều có tần số biến đổi, trong đó  $u = U_0 \sin(\omega t)$ . (a) Hãy chứng tỏ rằng biên độ của hiệu điện thế đầu ra là  $U_0' = \frac{U_0}{\sqrt{(1 + RC\omega)^2 + 1}}$ . (b) Hãy vẽ đồ



Hình 29-24. BTNC 6. Bộ lọc cao tần.

thị của  $U_0'$  theo  $\omega$  lấy theo đơn vị là  $\frac{1}{RC}$ . (c) Hãy giải thích ý nghĩa tên gọi của mạch này.

- 7. Bộ dịch pha.** Mạch điện trong hình 29-24 có thể được dùng như một bộ dịch pha. Giả sử rằng  $C = 14\mu F$  và hiệu điện thế đầu vào là  $u = (8,8V)\sin[(716 \text{ rad/s})t]$ . (a) Hãy xác định  $R$  để hiệu điện thế đầu ra sớm pha hơn hiệu điện thế đầu vào là  $0,5\text{rad}$ . (b) Hãy tìm biên độ của hiệu điện thế đầu ra.



Hình 29-25. BTNC 8

- 8. Bộ dịch pha khác.** Mạch điện trong hình 29-25 có thể được dùng như một bộ dịch pha. Giả sử  $L = 86\text{mH}$ , và hiệu điện thế đầu vào là  $u = (9,3V) \sin[(530\text{rad/s})t]$ . (a) Hãy xác định  $R$  để hiệu điện thế đầu ra trễ pha so với hiệu điện thế đầu vào là  $0,07\text{rad/s}$ . (b) Hãy tìm biên độ của hiệu điện thế đầu ra.

- 9. Công suất trung bình của một tụ điện bằng không.** Công suất tức thời của tụ điện trong mạch RLC nối tiếp mắc vào một nguồn điện xoay chiều là  $P_C = i u_C$ . Trong đó  $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$  và  $u_C = X_C I_0 \cdot \sin\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right)$ . Hãy chứng tỏ rằng công suất trung bình của tụ điện bằng không.

- 10. Công suất trung bình của một cuộn cảm bằng không.** Công suất tức thời của cuộn cảm trong mạch nối tiếp RLC mắc vào một nguồn điện xoay chiều là  $P_L = i u_L$  trong đó  $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$  và  $u_L = X_L I_0 \sin\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right)$ .

Hãy chứng tỏ rằng công suất trung bình của cuộn cảm bằng không.

- 11. Dòng điện xoay chiều dạng tam giác.** Xét dòng điện xoay chiều không có dạng hình sin được trình bày trên hình 29-26, hãy chứng tỏ rằng giá trị

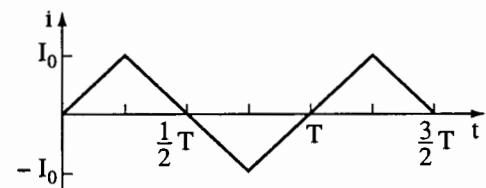
hiệu dụng của dòng điện là  $I = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$ .

Hãy tham khảo bài tập 30 về định nghĩa của giá trị hiệu dụng của một đại lượng.

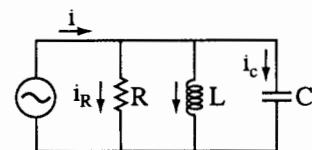
- 12 Mạch RLC song song mắc vào một nguồn điện xoay chiều.** Hình 29-27a trình bày một mạch RLC song song mắc vào nguồn điện xoay chiều. Do các phân tử mắc song song với nhau nên hiệu điện thế đặt vào mỗi phân tử đều bằng hiệu điện thế của nguồn điện  $u = U_0 \sin(\omega t)$ . Mặt khác, dòng điện trong mỗi phân tử lại khác nhau. Hình 29-27b trình bày giản đồ pha của mạch trên. (a) Hãy giải thích sự định hướng tương đối của các vectơ pha này. (b) Hãy chứng tỏ rằng dòng điện trong nguồn điện là  $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$

$$I_0 = U_0 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

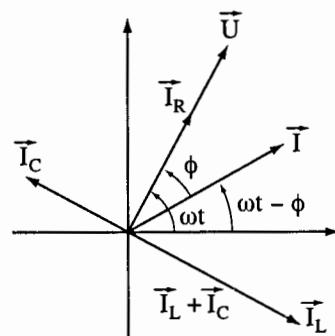
$$\text{và } \phi = \arctg \left[ R \left( \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right) \right]$$



Hình 29-26. BTNC 11



(a)



(b)

Hình 29-27. BTNC 12. (a) Sơ đồ một mạch RLC song song mắc vào một nguồn điện xoay chiều. (b) Giản đồ vectơ pha của mạch này.

## CHƯƠNG 30

# CÁC PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL VÀ SÓNG ĐIỆN TỬ



Một anten lớn dùng để thu các tín hiệu sóng điện từ từ vệ tinh.

Vào năm 1864, nhà vật lí người Scotland tên là James Maxwell đã công bố bài báo với tiêu đề "Lí thuyết động lực học về trường điện từ". Trong bài báo này, Maxwell đã đưa ra các phương trình thống nhất được điện trường và từ trường. Hơn nữa ông còn chứng minh được rằng các phương trình này tiên đoán có tồn tại các sóng điện trường và từ trường – **các sóng điện từ**. Maxwell đã xác định các sóng này như là ánh sáng. Cho nên các phương trình Maxwell chẳng những đã thống nhất các hiện tượng điện và các hiện tượng từ, mà còn cả các hiện tượng quang học nữa. Ngày nay chúng ta đã biết rằng ánh sáng khả kiến (nhìn được) cũng là một dạng của sóng điện từ, một số dạng khác của sóng điện từ là các sóng vô tuyến, sóng vi ba và các tia X.

Trong chương này chúng ta sẽ mô tả ngắn gọn các phương trình Maxwell và các hệ quả của nó.

- 30-1. Các phương trình Maxwell
  - 30-2. Phương trình sóng đối với các vectơ E và B
  - 30-3. Các sóng điện từ
  - 30-4. Cường độ sóng điện từ
  - 30-5. Áp suất bức xạ
  - 30-6. Sự phát xạ các sóng điện từ
  - 30-7. Phổ điện từ
- Bài đọc thêm : Tốc độ ánh sáng*

## 30-1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

Bạn đã từng được làm quen với các phương trình mà Maxwell đã dùng để phát triển lí thuyết của mình. Đó là các phương trình :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad (30-1)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (30-2)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (30-3)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot dl = \mu_0 \Sigma I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (30-4)$$

Ta hãy điểm lại ngắn gọn từng phương trình này.

Phương trình (30-1) là định luật Gauss. Đối với điện trường tĩnh, nó tương đương với định luật Coulomb. Nó nói rằng thông lượng của điện trường đối với một mặt kín tỉ lệ với tổng diện tích nằm trong thể tích được bao bởi mặt kín đó (xem mục 17-3).

Phương trình (30-2) – định luật Gauss đối với từ trường – nói lên rằng thông lượng của từ trường (từ thông) đối với một mặt kín bằng không. Vì thông lượng này bằng không nên một tương tự từ với

diện tích không tồn tại (xem mục 22-5). Điều này có nghĩa là không có khái niệm từ tích.

Phương trình (30-3) – định luật Faraday – nói rằng tích phân đường của điện trường theo một đường kín tỉ lệ với tốc độ biến thiên theo thời gian của từ thông đối với mặt được bao bởi đường kín này. Như vậy, một từ trường biến thiên luôn được kèm theo một điện trường (xem mục 23-4).

Phương trình (30-4) là dạng đã sửa đổi của định luật Ampere. Maxwell đã thay đổi phương trình bằng cách cộng thêm số hạng thứ hai vào vế phải, số hạng dòng điện dịch, liên quan tới thông lượng của điện trường. Dạng sửa đổi của định luật Ampere nói rằng tích phân đường của từ trường theo một đường kín tỉ lệ với tổng hai số hạng. Số hạng đầu chứa dòng điện tổng cộng chạy qua mặt có biên là đường kín. Số hạng thứ hai (phần sửa đổi của Maxwell) chứa tốc độ biến thiên theo thời gian của thông lượng điện trường qua mặt có biên là đường kín đó. Do phần thay đổi của Maxwell mà phương trình nói rằng một điện trường biến thiên luôn được kèm theo một từ trường (xem mục 22-6).

## 30-2. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG ĐỔI VỚI CÁC VECTƠ E VÀ B

Các phương trình Maxwell cho ta một cách miêu tả đầy đủ và súc tích các trường điện và từ. Mặc dù các phương trình này trông thật đồ sộ nhưng ta sẽ dùng chúng theo một cách đơn giản. Đối với các tích phân mặt ta sẽ chọn các mặt phẳng có các biên

thẳng, còn đối với các tích phân đường ta sẽ chọn là các đoạn đường thẳng. Những ứng dụng đơn giản này sẽ cho ta kết quả mà ta tìm kiếm – cụ thể là để chứng minh rằng các phương trình này tiên đoán được sự tồn tại của sóng điện từ.

Ở chương 27, ta đã chứng minh được rằng định luật thứ hai của Newton áp dụng cho một phần tử của dây căng cho ta phương trình sóng :

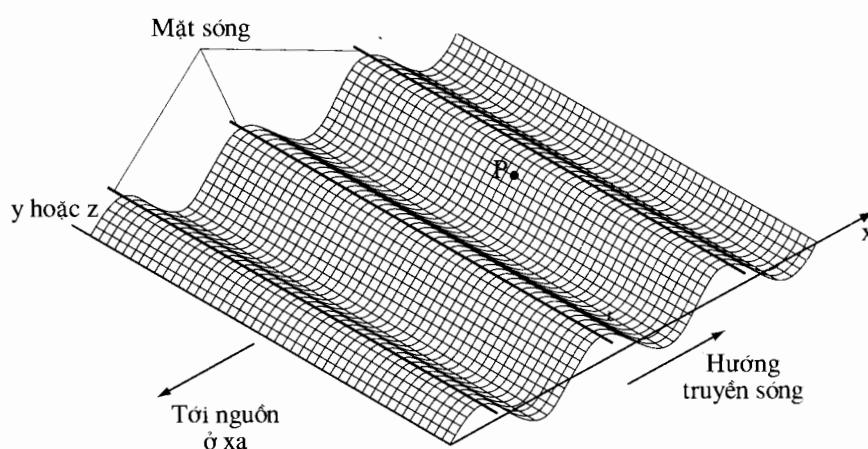
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Như vậy, định luật thứ hai của Newton tiên đoán rằng một nhiễu động trên dây sẽ lan truyền như một sóng. Ngay cả nếu ta chưa bao giờ có cơ may quan sát được các sóng như thế, ta vẫn mong đợi rằng chúng sẽ tồn tại vì niềm tin của ta vào định luật thứ hai của Newton và vì ta biết rằng phương trình sóng là tín hiệu báo trước về mặt lí thuyết sự tồn tại của các sóng. Nghĩa

để cho hai phương trình sóng, một cho điện trường và một cho từ trường. Trong quá trình chứng minh, ta sẽ phát hiện được một vài tính chất của các sóng này và sẽ xác định được giá trị bằng số của vận tốc sóng.

### *Phép gán đúng sóng phẳng*

Ta xét các điện trường và từ trường chỉ thay đổi theo cách giống như sóng, có nghĩa là sự phụ thuộc vào không gian và thời gian của một trường sóng đều có dạng dao động. Chẳng hạn sóng điều hoà trong điện trường lan truyền theo phương  $+x$  có dạng  $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$ .



**Hình 30-1.** *Đồ thị mặt – lưới của trường dạng sóng được vẽ song song với trục  $x$  ở miền nằm xa nguồn. Trường chỉ phụ thuộc vào  $x$ , không phụ thuộc vào  $y$  hay  $z$ .*

là nếu ta tìm được một hệ nào đó tuân theo phương trình sóng, khi đó ta trông đợi rằng các sóng sẽ xuất hiện trong hệ này. Từ chương 27, phương trình sóng là :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (30-5)$$

trong đó  $\psi$  là đại lượng vật lí biểu thị "sóng" còn  $v$  là tốc độ sóng.

Bây giờ ta sẽ chứng minh rằng các phương trình Maxwell có thể kết hợp lại

Mặt khác ta sẽ xét các trường trong một miền của không gian tự do, hay chân không, nằm xa nguồn sóng (Điểm P trên hình 30-1). Khoảng cách  $D$  từ nguồn tới P lớn hơn nhiều so với kích thước dài lớn nhất  $d$  của nguồn (ta sẽ nghiên cứu bản chất của nguồn ở mục 30-6). Khi  $D \gg d$ , biến thiên theo không gian của các trường sóng chỉ phụ thuộc vào toạ độ được đo dọc theo đường từ nguồn tới điểm P. Nó không phụ thuộc vào toạ độ được đo

vuông góc với đường này. Nghĩa là sóng truyền dọc theo trục x chỉ phụ thuộc vào x, không phụ thuộc vào y và z. Do đó, ta hướng các trục tọa độ sao cho trục x nằm dọc theo phương truyền của sóng (vectơ đơn vị  $\hat{i}$  hướng từ nguồn hướng ra). Với cách định hướng này, các trường sóng có thể được viết là :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, t) \quad \text{và} \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(x, t)$$

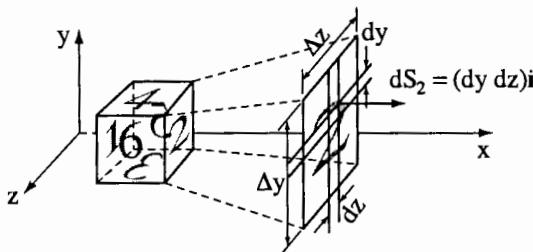
Điểm quan trọng ở đây là cả  $\mathbf{E}$  lẫn  $\mathbf{B}$  không phụ thuộc vào y và z. Ta sẽ chứng minh rằng các trường như vậy có các mặt sóng là phẳng, cho nên giả thiết này ( $D \gg d$ ) được gọi là **phép gần đúng sóng phẳng**.

### Các trường sóng $E$ và $B$ là các trường sóng ngang

Bây giờ ta tìm phương diện trường của sóng bằng cách áp dụng định luật Gauss,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \sum q_{\epsilon_0} \quad \text{cho khối lập phương vẽ.}$$

trên hình 30-2. Mặt của hình lập phương là mặt Gauss của chúng ta. Vì không gian



**Hình 30-2.** Định luật Gauss áp dụng cho một hình lập phương. Các mặt của hình lập phương được đánh số từ 1 đến 6. Phép chiếu phóng đại mặt 2 cho thấy rằng  $dS_2 = (dy dz)\hat{i}$ .

tự do không có điện tích, nên điện tích tổng cộng  $\Sigma q$  nằm trong mặt Gauss là bằng không, cho nên  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$ . Dùng cách

đánh dấu các mặt của khối lập phương như được ghi trên hình, ta có :

$$\int \mathbf{E}(1) \cdot d\mathbf{S}_1 + \int \mathbf{E}(2) \cdot d\mathbf{S}_2 + \int \mathbf{E}(3) \cdot d\mathbf{S}_3$$

$$\int \mathbf{E}(4) \cdot d\mathbf{S}_4 + \int \mathbf{E}(5) \cdot d\mathbf{S}_5 + \int \mathbf{E}(6) \cdot d\mathbf{S}_6 = 0$$

ở đây  $\mathbf{E}(n)$  là điện trường được đánh giá trên bề mặt của mặt n và  $d\mathbf{S}_n$  là vectơ diện tích vi phân của mặt n. Nhớ lại rằng vectơ diện tích của một mặt kín hướng ra phía ngoài của thể tích được bao bởi mặt đó, như được minh họa bởi  $d\mathbf{S}_2$  trên hình vẽ. Các vectơ diện tích vi phân được viết là :

$$d\mathbf{S}_1 = -(dy dz)\hat{i}, \quad d\mathbf{S}_2 = +(dy dz)\hat{i},$$

$$d\mathbf{S}_3 = -(dx dz)\hat{j}, \quad d\mathbf{S}_4 = +(dx dz)\hat{j},$$

$$d\mathbf{S}_5 = -(dx dy)\hat{k} \quad \text{và} \quad d\mathbf{S}_6 = +(dx dy)\hat{k}.$$

Đặt vào định luật Gauss và tính các tích vô hướng, ta được :

$$-\int E_x(1) dy dz + \int E_x(2) dy dz$$

$$-\int E_y(3) dx dz + \int E_y(4) dx dz$$

$$-\int E_z(5) dx dy + \int E_z(6) dx dy = 0$$

Vì  $E$  không phụ thuộc vào y, nên  $E_y(3) = E_y(4)$ . Kết quả là các số hạng 3 và 4 triệt tiêu lẫn nhau, thông lượng đối với mặt 3 bằng và trái dấu với thông lượng đối với mặt 4. Tương tự  $E$  không phụ thuộc vào z, cho nên  $E_z(5) = E_z(6)$  và các số hạng 5 và 6 triệt tiêu lẫn nhau, thông lượng đối với mặt 5 bằng và trái dấu với thông lượng đối với mặt 6. Định luật Gauss áp dụng cho hình lập phương bây giờ trở thành :

$$-\int E_x(1) dy dz + \int E_x(2) dy dz = 0$$

Vì  $E$  không phụ thuộc y và z,  $E_x$  có thể được đưa ra khỏi mỗi dấu tích phân và ta có :

$$E_x(1) \int dy dz = E_x(2) \int dy dz$$

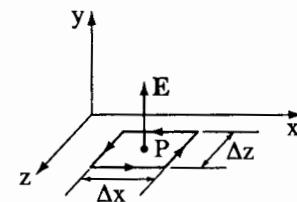
hay  $E_x(1)\Delta y\Delta z = E_x(2)\Delta y\Delta z$

ở đây  $\Delta y\Delta z = \int dy dz$  là diện tích của mặt hình lập phương. Chia hai vế cho  $\Delta y\Delta z$ , ta thấy rằng định luật Gauss đòi hỏi  $E_x(1) = E_x(2)$ . Điều đó có nghĩa là  $E_x$  không phụ thuộc vào  $x$ . Tuy nhiên trường sóng lại phải phụ thuộc vào  $x$ , nếu không thì sóng không tồn tại. Ta phải kết luận là  $E_x = 0$  đối với trường sóng. Như vậy, sóng điện trường là sóng ngang, nó không có thành phần dọc theo phương truyền. Với phép phân tích tương tự, dùng phương trình (30-2) bạn có thể chứng minh rằng sóng từ trường cũng là sóng ngang (BTNC 1).

### Các trường sóng $E$ và $B$ vuông góc với nhau

Ta đã định hướng trục  $x$  trong hệ toạ độ của chúng ta dọc theo phương truyền sóng, song ta vẫn còn tự do trong việc chọn hướng cho trục  $y$  (hay  $z$ ). Vì  $E$  vuông góc với trục  $x$  nên thông thường ta cho trục  $y$  song song với trường  $E$  dao động, do đó  $E$  không có cả thành phần  $x$  lẫn thành phần  $z$  :  $E = E_y(x, t)\mathbf{j}$ .

Bây giờ với trục  $y$  đã hướng dọc theo  $E$ , hướng của vectơ  $B$  sẽ là hướng nào ? Ta có thể tìm được nó bằng cách áp dụng định luật Faraday,  $\oint E \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int B \cdot dS$  cho một đường hình vuông nhỏ được vẽ trên hình 30-3. Vì mỗi dịch chuyển vi phân  $dl$  dọc theo đường này đều vuông góc với  $E$ , ta có  $\oint E \cdot dl = 0$  và định luật Faraday cho ta  $\frac{d}{dt} \int B \cdot dS = 0$ , với măt tích



**Hình 30-3.** Định luật Faraday áp dụng cho một đường hình vuông nhỏ nằm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng  $xz$ . Vì  $E$  hướng dọc theo trục  $y$ , mỗi phần tử của đường trên đều vuông góc với  $E$  nên  $\oint E \cdot dl = 0$ . Kết quả là  $\frac{d}{dt} \int B \cdot dS = 0$ .

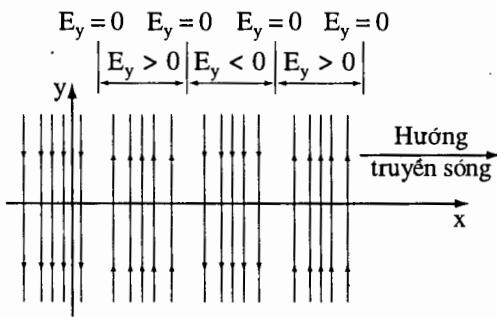
phân là mặt có biên là đường hình vuông trên. Đối với mặt này  $dS = (dx dz)\mathbf{j}$  cho nên  $\int B \cdot dS \approx B_y(\Delta x \Delta z)$ , ở đây  $B_y$  được tính tại điểm P. Do đó :

$$0 \approx \frac{d}{dt} [B_y(\Delta x \Delta z)] = (\Delta x \Delta z) \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

Phương trình sẽ trở thành chính xác khi các cạnh của hình vuông hội tụ về P. Ta dùng dấu đạo hàm riêng phần vì  $B$  vừa là hàm của  $x$  vừa là hàm của  $t$ , và điểm tại đó ta tính đạo hàm của  $B_y$  được giữ cố định tại P. Như vậy, định luật Faraday đòi hỏi  $\frac{\partial B_y}{\partial t} = 0$ . Nghĩa là thành phần  $y$  của

bất kì từ trường nào biến thiên theo thời gian đều bằng không. Song trường sóng phải phụ thuộc vào thời gian, do đó  $B_y = 0$  đối với trường sóng. Vì định luật Gauss đòi với từ trường đòi hỏi  $B_x = 0$  đối với trường sóng, nên trường sóng từ chỉ có thể có thành phần  $z$  :  $B = B_z(x, t)\mathbf{k}$ . Vì  $E = E_y(x, t)\mathbf{j}$ , điều đó có nghĩa là từ trường và điện trường vuông góc với nhau.

Bây giờ ta đã có thể xây dựng được bức tranh sơ đồ của các sóng ở xa nguồn.

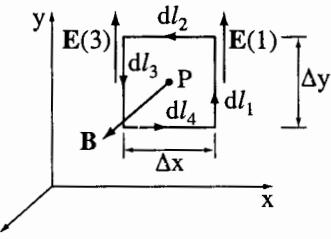


**Hình 30-4.** Các đường sức của trường sóng  $E$  trong mặt phẳng  $xy$  tại một thời điểm nào đó. Hệ các đường này chuyển động sang phải khi sóng lan truyền. Các đường cảm ứng của trường sóng  $B$  trong mặt phẳng  $xz$  có vẻ ngoài giống với các đường sức của trường sóng  $E$ .

Hình 30-4 cho thấy một số đường sức của trường sóng  $E$  trong mặt phẳng  $xy$  tại một thời điểm nào đó. Hệ các đường này di chuyển sang bên phải khi sóng lan truyền. Các đường cảm ứng của trường sóng  $B$  trong mặt phẳng  $xz$  cũng có vẻ ngoài tương tự với các đường sức của trường sóng  $E$ . Từ hình vẽ ta có thể thấy rằng trường  $E$  dao động và phương truyền đều nằm trong các mặt phẳng song song với mặt phẳng  $xy$ . Tương tự, trường  $B$  dao động và phương truyền đều nằm trong các mặt phẳng song song với mặt phẳng  $xz$ . Sóng như thế được gọi là *sóng phân cực phẳng* và *mặt phẳng phân cực* được định nghĩa là mặt phẳng chứa vectơ  $E$  và phương truyền. Đối với trường hợp được vẽ trên hình 30-4, mặt phẳng  $xy$  là mặt phẳng phân cực.

### Phương trình sóng

Luôn nhớ rằng  $E$  hướng dọc theo trục  $y$  và  $B$  hướng dọc theo trục  $z$ , bây giờ ta áp dụng định luật Faraday,  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$



**Hình 30-5.** Định luật Faraday áp dụng cho một đường hình vuông nhỏ nằm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng  $xy$ . Trường sóng  $E$  chỉ có thành phần  $y$  nên nó vuông góc với các đường 2 và 4. Trường sóng  $B$  chỉ có thành phần  $z$ , nên nó nằm dọc theo phần tử diện tích  $dS$  trên mặt phẳng được bao bởi đường hình vuông. Áp dụng quy tắc bàn tay phải cho đường được vẽ trên hình và hãy xác định xem  $dS$  hướng theo  $+k$  hay  $-k$ .

cho đường hình vuông trên hình 30-5. Hơn nữa điểm  $P$  cũng được lấy ở tâm của hình vuông và ta xét giới hạn khi các cạnh của hình vuông hội tụ về điểm  $P$ . Với mỗi cạnh của đường hình vuông được đánh số như trên hình vẽ, vẽ trái của định luật Faraday là :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int \mathbf{E}(1) \cdot dl_1 + \int \mathbf{E}(2) \cdot dl_2 + \int \mathbf{E}(3) \cdot dl_3 + \int \mathbf{E}(4) \cdot dl_4$$

từ hình vẽ :  $dl_1 = dyj$ ,  $dl_2 = -dxi$ ,  $dl_3 = -dyj$  và  $dl_4 = dxi$ . Vì  $E$  chỉ có thành phần  $y$ ,  $E$  vuông góc với  $dl_2$  và  $dl_4$  cho nên :

$$\int \mathbf{E}(2) \cdot dl_2 = 0 \quad \text{và} \quad \int \mathbf{E}(4) \cdot dl_4 = 0$$

Điều này cho ta :

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= \int E_y(1) dy - \int E_y(3) dy \\ &= [E_y(1) - E_y(3)] \Delta y \end{aligned}$$

ở đây ta đã đưa  $E_y$  ra khỏi mỗi tích phân vì nó không phụ thuộc vào  $y$ . Giả sử  $\Delta x$  là

nhỏ, ta có thể viết :

$$E_y(1) - E_y(3) = \frac{E_y(1) - E_y(3)}{\Delta x} \Delta x \approx \frac{\partial E_y}{\partial x} \Delta x$$

hay  $\oint E \cdot dI \approx \frac{\partial E_y}{\partial x} \Delta x \Delta y$

Bây giờ ta xét về phái của định luật Faraday. Theo quy tắc bàn tay phái áp dụng cho chiều đường đi của tích phân đường quanh hình vuông, vectơ diện tích vi phân đối với mặt phẳng được bao bởi đường hình vuông này hướng theo +z cho nên  $dS = (dx dy)k$ . Do đó từ thông gân đúng đối với mặt này là :

$$\oint B \cdot dS \approx B_z(\Delta x \Delta y)$$

ở đây  $B_z$  được tính tại P. Đặt các kết quả của ta vào định luật Faraday, ta có :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} \Delta x \Delta y \approx -\frac{\partial B_z}{\partial t} \Delta x \Delta y$$

Khi tiến đến giới hạn, phương trình trở nên chính xác ta có :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (30-6)$$

Phân tích tương tự bằng cách dùng định luật Ampere – phương trình (30-4), ta cũng có thể chứng minh rằng :

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (30-7)$$

(xem BTNC 2). Kết hợp các phương trình (30-6) và (30-7) sẽ cho ta phương trình sóng đối với  $E_y$  và  $B_z$ . Lấy vi phân phương trình (30-6) đối với x và phương trình (30-7) đối với t cho ta :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

và  $\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$

Nếu ta giả thiết rằng thứ tự lấy vi phân theo x và t của  $B_z$  không ảnh hưởng tới kết quả, khi đó ta có thể kết hợp hai phương trình này và thu được :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (30-8)$$

Tương tự, bằng cách lấy vi phân phương trình (30-6) đối với t và phương trình (30-7) đối với x cho ta :

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \quad (30-9)$$

Các phương trình (30-8) và (30-9) là các phương trình sóng đối với  $E_y$  và  $B_z$ . So sánh với phương trình (30-5) cho thấy rằng  $\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0$ , cho nên vận tốc sóng là  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ . Đặt các giá trị bằng số của  $\mu_0$  và  $\epsilon_0$  vđ đây, ta được :

$$v = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg.m/s}^2 \cdot \text{A}^2)}} \times \frac{1}{\sqrt{(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ s}^4 \cdot \text{A}^2 / \text{kg.m}^2)}} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

Tốc độ này có cùng giá trị với tốc độ c của ánh sáng trong chân không. Như vậy, ánh sáng là sóng điện trường và từ trường, và tốc độ của nó trong chân không phụ thuộc vào các tính chất điện và từ của chân không :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (30-10)$$

Nói cách khác, ánh sáng là sóng lan truyền của điện trường và từ trường.

## VÍ DỤ 30-1

**Vận tốc của ánh sáng trong một môi trường trong suốt.** Đối với các sóng điện từ lan truyền trong một chất điện môi trong suốt, như không khí hay thuỷ tinh, vận tốc  $v$  của sóng được cho bởi  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon \epsilon_0}}$ , ở đây  $\epsilon$  là hằng số điện môi của vật liệu. Nghĩa là ta thay  $\epsilon_0$  bằng  $\epsilon \epsilon_0$  trong công thức tính tốc độ của sóng, giá trị của  $\epsilon$  cũng phụ thuộc vào tần số của sóng. Còn sự hiệu chỉnh tương tự cho  $\mu_0$  đối với các tính chất từ của các vật liệu trong suốt thường quá nhỏ, không có ý nghĩa. (a) Đối với không khí ở các tần số quang học,  $\epsilon = 1,006$ . Xác định tốc độ của ánh sáng khả kiến trong không khí. (b) Cho biết tốc độ của ánh sáng khả kiến trong một loại thuỷ tinh đặc biệt là  $2,0 \cdot 10^8$  m/s, xác định  $\epsilon$  ở tần số quang học đối với loại thuỷ tinh này.

**Giải.** (a) Vì  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon \epsilon_0}}$  và  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ , vận tốc ánh sáng trong không khí là

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{1,006}} = 2,99 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Tốc độ của ánh sáng khả kiến trong không khí gần như bằng tốc độ ánh sáng trong chân không.

(b) Giải phương trình  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$  để tìm  $\epsilon$  ta có :

$$\epsilon = \frac{c^2}{v^2}$$

Hằng số điện môi của loại thuỷ tinh này ở các tần số quang học là :

$$\epsilon = \frac{(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}{(2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 2,2.$$

## Bài tự kiểm tra 30-1

Hằng số điện môi đối với nước ở các tần số quang học và ở nhiệt độ phòng là  $\epsilon = 1,78$ . Xác định tốc độ ánh sáng trong nước.

**Đáp số :**  $2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$

### 30-3. CÁC SÓNG ĐIỆN TỬ

Ở chương 27 ta đã nghiên cứu nghiệm của phương trình sóng một chiều, đặc biệt là nghiệm điều hoà hay nghiệm hình sin. Các nghiệm điều hoà của phương trình (30-8) và (30-9) là :

$$E_y = E_0 \sin(k_e x - \omega_e t) \quad (30-11)$$

$$\text{và } B_z = B_0 \sin(k_b x - \omega_b t + \phi) \quad (30-12)$$

Bằng cách đặt các chỉ số vào số sóng  $k_e$  và  $k_b$  và vào tần số góc  $\omega_e$  và  $\omega_b$ , ta đã cho phép chúng có thể khác nhau. Hơn nữa ta còn cho phép chúng có thể lệch pha nhau bằng cách thêm một hằng số pha  $\phi$  trong biểu thức của  $\mathbf{B}$ . Ta biết rằng các sóng điện trường lân sóng từ trường đều có cùng tốc độ vì hệ số tỉ lệ trong cả hai phương trình sóng là giống nhau :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}. \text{ Như vậy } \frac{\omega_e}{k_e} = \frac{\omega_b}{k_b}.$$

Dùng phương trình (30-6), ta có thể xác định được  $\phi$  và tìm được các hệ thức giữa  $k_e$  và  $k_b$ , giữa  $\omega_e$  và  $\omega_b$  và giữa  $E_0$  và  $B_0$ . Lấy vi phân các phương trình (30-11) và (30-12) ta tìm được :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = k_e E_0 \cos(k_e x - \omega_e t)$$

$$\text{và } \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\omega_b B_0 \cos(k_b x - \omega_b t + \phi)$$

$$= -k_b c B_0 \cos(k_b x - \omega_b t + \phi)$$

Đặt vào phương trình (30-6) cho ta :

$$\begin{aligned} k_e E_0 \cos(k_e x - \omega_e t) &= \\ &= k_b c B_0 \cos(k_b x - \omega_b t + \phi) \end{aligned} \quad (30-13)$$

Để phương trình đúng đối với mọi  $x$  và  $t$  ta phải đòi hỏi rằng  $k_e = k_b$ ,  $\omega_e = \omega_b$  và  $\phi = 2\pi n$  ( $n = 0$  hay một số nguyên). Vì  $k_e = k_b$ , ta sẽ biểu diễn cả hai bằng  $k$ . Tương tự đối với  $\omega_e$  và  $\omega_b$  cả hai đều được biểu diễn bằng  $\omega$ , hơn nữa ta chọn  $\phi = 0$  cho đơn giản. Các sóng điện trường và các sóng từ trường có cùng bước sóng  $\lambda$  ( $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ), cùng tần số  $v$  ( $v = \frac{\omega}{2\pi}$ ) và chúng cùng pha. Chia phương trình (30-13) cho  $k$  ta có :

$$E_0 \cos(kx - \omega t) = c B_0 \cos(kx - \omega t)$$

Để cho phương trình này đúng, cần phải có :

$$E_0 = c B_0 \quad (30-14)$$

Gộp các kết quả này lại, ta có thể viết lại các phương trình (30-11) và (30-12) như sau :

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t) \quad (30-15)$$

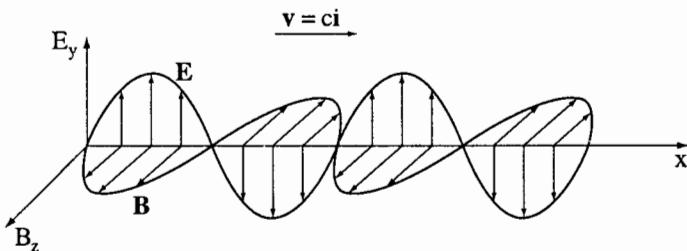
$$\text{và } B_z = B_0 \sin(kx - \omega t) \quad (30-16)$$

Hơn nữa có thể chỉ ra :

$$E_y = c B_z \quad (30-17)$$

Như vậy ta đã tìm được *tốc độ*, *tần số*, *bước sóng* và *pha* của các sóng điện trường và các sóng từ trường là như nhau. Còn các *biên độ* của chúng tỉ lệ thuận với nhau (hằng số tỉ lệ là  $c$ ) và các trường này vuông góc với nhau. Do đó các sóng điện trường và sóng từ trường không phải là các thực thể độc lập : sự tồn tại của thực thể này đòi hỏi sự tồn tại của thực thể kia. Chẳng qua chỉ có một sóng, đó là

**sóng điện từ.** Các đặc điểm này được diễn bằng sơ đồ của sóng điện từ phân cực phẳng tại một thời điểm nào đó.



**Hình 30-6.** Biểu diễn bằng sơ đồ sóng điện từ phân cực phẳng tại một thời điểm nào đó. Sóng truyền theo phương +x.

## VÍ DỤ 30-2

**Một sóng điện từ đặc biệt.** Giả sử rằng biên độ điện trường của sóng được vẽ trên hình 30-6 là  $E_0 = 120\text{N/C}$  và tần số của nó là  $v = 50,0\text{MHz}$ . (a) Xác định  $B_0$ ,  $\omega$ ,  $k$  và  $\lambda$ . (b) Tìm các biểu thức cho  $\mathbf{E}$  và  $\mathbf{B}$ .

**Giải.** (a) Từ phương trình (30-14) :

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{120\text{N/C}}{3,00 \cdot 10^8 \text{m/s}} = 400\text{nT}.$$

Dùng  $\omega = 2\pi v$ , ta có :

$$\omega = 2\pi \cdot (50,0 \text{MHz}) = 3,14 \cdot 10^8 \text{rad/s}.$$

Vì

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$$k = \frac{3,14 \cdot 10^8 \text{rad/s}}{3,00 \cdot 10^8 \text{m/s}} = 1,05 \text{rad/m}.$$

Hơn nữa  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  nên :

$$\lambda = \frac{2\pi}{1,05 \text{rad/m}} = 6,00 \text{m}.$$

(b) Dùng các kết quả từ phần (a), ta có :

$$\mathbf{E} = \{(120\text{N/C}) \sin[(1,05 \text{rad/m})x - (3,14 \cdot 10^8 \text{rad/s})t]\}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{B} = \{(400\text{nT}) \sin[(1,05 \text{rad/m})x - (3,14 \cdot 10^8 \text{rad/s})t]\}\mathbf{k}$$

Các sóng điện từ trong dải tần số này được dùng trong truyền hình.

## 30-4. CƯỜNG ĐỘ SÓNG ĐIỆN TỪ

Các sóng điện từ truyền tải năng lượng. Chẳng hạn Mặt Trời phát bức xạ điện từ và sau khi đi tới Trái Đất, một phần rất nhỏ của năng lượng bức xạ này bị hấp thụ bởi cây cỏ. Bằng quá trình quang hợp, một phần năng lượng hấp thụ này được tồn trữ dưới dạng các phân tử đường. Điều đó cho thấy năng lượng đi vào chu trình sống, trong đó có bản thân chúng ta, như thế nào.

Năng lượng được truyền tải bởi sóng điện từ gồm cả năng lượng điện lẫn năng lượng từ. Ở mục 19-4 ta đã tìm được mật độ năng lượng  $w_E$  gắn với điện trường là  $w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$  và ở mục 24-3 ta tìm được

mật độ năng lượng gắn với từ trường là  $w_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$ . Nay giờ ta sẽ chứng minh

rằng các mật độ năng lượng này là bằng nhau đối với các sóng phẳng. Dùng hệ thức  $E_y = cB_z$  từ mục trước và  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

hay  $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  ta có :

$$w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_y^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 c^2} \cdot (cB_z)^2$$

$$= \frac{\frac{1}{2} B^2}{\mu_0} = w_B$$

Tổng của  $w_E$  và  $w_B$  là mật độ năng lượng điện từ  $w$  :

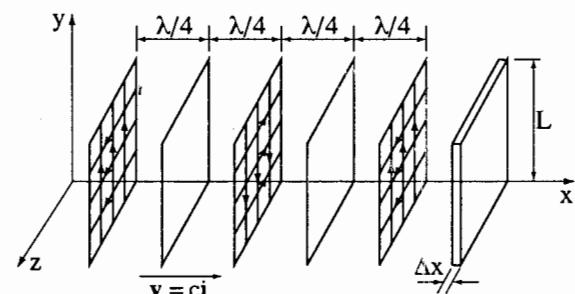
$$w = w_E + w_B$$

vì  $w_E = w_B$  ta có  $w = 2w_E = 2w_B$ , dùng  $E_y = cB_z$  và  $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$  ta có thể biểu thị  $w$  dưới vài dạng khác nhau. Dạng thông thường là :

$$w = \epsilon_0 E^2 \quad (30-18)$$

Ở hình 30-7, sóng điện từ phẳng được vẽ đang đi qua một miền không gian có dạng tấm phẳng có bề dày  $\Delta x$  và diện tích tiết diện ngang  $A = L^2$ . Ta chọn  $\Delta x$  nhỏ hơn bước sóng rất nhiều để cho các trường (và cả mật độ năng lượng) trong thể tích đó căn bản là đồng đều. Như vậy, năng lượng điện từ  $\Delta W$  chứa trong thể tích này là tích của mật độ năng lượng và thể tích :

$$\Delta W = w(A \cdot \Delta x)$$



**Hình 30-7.** Sóng điện từ phẳng di qua một yếu tố thể tích có dạng một tấm phẳng với diện tích  $A = L^2$  và độ dày  $\Delta x$ . Vì tốc độ sóng là  $c$ , thời gian cần thiết để năng lượng  $\Delta W = w(A \Delta x)$  chứa trong bản phẳng đi qua mặt bên phải của tấm đó là  $\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$ .

Vì sóng truyền với tốc độ là  $c$ , thời gian cần thiết để phần năng lượng này đi ra

khỏi thể tích có dạng tấm phẳng và choán  
thể tích nằm cạnh ở bên phải là  $\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$ .

Chia  $\Delta W$  cho  $\Delta t$  ta được tốc độ năng lượng đi qua bề mặt có diện tích A nằm vuông góc với phương truyền :

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = wA \frac{\Delta x}{\Delta t} = wAc \quad (30-19)$$

Từ mục 27-5 ta biết rằng cường độ sóng S là tốc độ năng lượng truyền qua diện tích này chia cho diện tích :

$$S = \frac{1}{A} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (30-20)$$

Đặt  $\frac{\Delta W}{\Delta t}$  từ phương trình (30-19) vào phương trình (30-20), ta có :

$$S = wc \quad (30-21)$$

Cường độ sóng bằng tích của mật độ năng lượng với tốc độ sóng. Ta có thể biểu thị cường độ theo diện truyền và từ truyền bằng cách thay w bằng biểu thức cho ở phương trình (30-18) :

$$S = \epsilon_0 E^2 c \quad (30-22)$$

Ta đưa ra một vectơ cường độ S có hướng theo phương truyền sóng :  $S = S.i$ . Chú ý rằng tích vectơ  $E \times B$  là một vectơ chỉ theo phương truyền sóng :

$$E \times B = (E_y \mathbf{j}) \times (B_z \mathbf{k}) = E_y B_z \mathbf{i}$$

Ta có thể chỉ ra rằng S có thể được biểu thị theo tích  $E_y B_z$  :  $S = \frac{E_y B_z}{\mu_0}$ . Do đó

$S = \frac{E_y B_z}{\mu_0} i$ , hay tổng quát hơn :

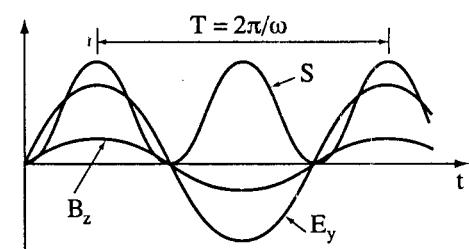
$$S = \frac{1}{\mu_0} (E \times B) \quad (30-23)$$

Vectơ S được gọi là *vector Poynting*, theo tên người tìm ra nó là J.H.Poynting (1852 – 1914). Độ lớn của S là cường độ sóng, còn hướng của nó là phương truyền của sóng (cẩn thận để tránh nhầm lẫn vectơ Poynting S với vectơ diện tích vi phân dS).

Đối với trường hợp sóng phẳng điều hoà :

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \sin^2(kx - \omega t) \quad (30-24)$$

Hình 30-8 cho thấy đồ thị của  $E_y$ ,  $B_z$  và S vẽ theo thời gian ở một điểm nào đó trong không gian. Các thành phần trường  $E_y$  và  $B_z$  phụ thuộc vào thời gian như hàm  $\sin(\omega t)$ , trong khi đó S phụ thuộc thời gian như  $\sin^2(\omega t)$ . Do đó phương, chiều của S không thay đổi nhưng giá trị của nó biến thiên giữa không và giá trị cực đại ( $S_{max} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0}$ ) cứ mỗi một phần tư chu kì.



Hình 30-8. Đồ thị vẽ  $E_y$ ,  $B_z$  và S theo thời gian t. Mỗi đại lượng này có đơn vị khác nhau, nên tỉ xích được cho ở đây là tuỳ ý.

Khoảng thời gian trên đó cường độ của sóng điện từ được đo hay phát hiện thường dài hơn chu kì sóng rất nhiều. Do đó đại lượng đáng quan tâm hơn so với giá trị phụ thuộc thời gian của S là giá trị trung bình  $\bar{S}$  của nó lấy trên một số nguyên các chu kì. Vì giá trị trung bình

của  $\sin^2(\omega t)$  lấy trên một số nguyên các chu kì là  $\frac{1}{2}$ , ta có :

$$\bar{S} = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 \quad (30-25)$$

Hai dạng khác của  $\bar{S}$  là :

### VÍ DỤ 30-3

**Vector Poynting đối với sóng điện từ.** (a) Xác định cường độ trung bình của sóng được xét tới ở ví dụ 30-2. (b) Viết biểu thức cho vecto Poynting của sóng này.

**Giải.** (a) Từ ví dụ 30-2,  $E_0 = 120 \text{ N/C}$ . Dùng  $\bar{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 c$  ta có :

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{1}{2} (8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2) \cdot (120 \text{ N/C})^2 \cdot (3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}) \\ &= 19,1 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

(b) Từ phương trình (30-25), ta thấy rằng  $\frac{E_0 B_0}{\mu_0} = 2\bar{S}$ . Thay vào phương trình (30-24) cho ta :

$$S = 2\bar{S} \sin^2(kx - \omega t)$$

Dùng các giá trị của  $k$  và  $\omega$  lấy từ ví dụ 30-2 và  $\bar{S}$  từ phần (a), ta có :

$$S = \{(38,2 \text{ W/m}^2) \sin^2[(1,05 \text{ rad/m})x - (3,14 \cdot 10^8 \text{ rad/s})t]\} \mathbf{i}$$

## 30-5. ÁP SUẤT BỨC XẠ

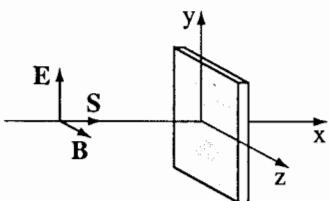
Ta đã xét các sóng điện từ truyền qua không gian tự do. Điều gì sẽ xảy ra khi sóng đi vào một vật thể vật chất? Chẳng hạn điều gì sẽ xảy ra khi bức xạ điện từ bị hấp thụ trên bề mặt của vật? Ở bài tập nâng cao 3 ta sẽ đưa ra một mô hình rất có ích cho việc hình dung sự hấp thụ bức xạ của một khối chất. Mô hình này đưa vào khái niệm về áp suất bức xạ và cho ta

mối liên hệ giữa cường độ hấp thụ và áp suất bức xạ. Trong mục này ta sẽ thảo luận một cách định tính các kết quả mà bạn sẽ thu được khi giải bài toán đó.

Khi sóng điện từ bị hấp thụ bởi một vật, năng lượng sóng được truyền cho một số các hạt tích điện tạo thành vật này. Hãy xét sự hấp thụ bức xạ bởi một tấm cách điện (hình 30-9). Cần nhớ rằng các hạt

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 c \quad \text{và} \quad \bar{S} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

Cường độ trung bình của sóng tỉ lệ với biên độ sóng bình phương. Thông thường khi người ta nói về cường độ của sóng là người ta muốn nói tới cường độ trung bình này.



**Hình 30-9.** Sóng điện từ đi tới vuông góc trên một tấm phẳng chất điện môi hấp thụ hoàn toàn.

tích điện của chất cách điện bị liên kết và không thể tự do chuyển động đi khắp nơi trong vật liệu. Mặc dù điện trường có thể làm cho các hạt dịch chuyển thì sự dịch chuyển này chỉ là tạm thời, rồi các hạt cũng lại trở về vị trí ban đầu, sau khi trường giảm về giá trị không. Do đó trong mô hình hấp thụ của chúng ta, mỗi hạt tích điện được liên kết với một tâm và thực hiện chuyển động dao động đáp ứng lại các trường dao động của sóng. Ta giả thiết rằng vận tốc tổng hợp của hạt song song với phương của lực điện do điện trường tạo ra, nên điện trường thực hiện một công trên mỗi hạt. Công này chính là năng lượng truyền từ sóng sang vật. Lực điện lấy trung bình trên một số nguyên chu kì là bằng không vì chiều của nó thay đổi cứ sau mỗi nửa chu kì. Như vậy điện trường sinh công trên các điện tích nhưng không có xu hướng làm cho cả vật dịch chuyển.

Ngược lại, từ trường của sóng không sinh công trên các hạt vì lực từ tác dụng lên hạt có hướng vuông góc với vận tốc của nó ( $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ). Cho dù là từ trường dao động thay đổi hướng cứ mỗi nửa chu kì thì lực từ tác dụng lên hạt lấy trung bình trên một số nguyên chu kì vẫn không bằng không. Lực từ trung bình này hướng theo phương truyền sóng cho nên nó có xu hướng làm dịch chuyển cả vật theo hướng này. Trong mô hình hấp thụ như

thế, phần điện trường của sóng chịu trách nhiệm truyền năng lượng cho vật, còn phần từ trường của sóng chịu trách nhiệm tạo ra lực tác dụng lên vật theo phương truyền của sóng.

Lời giải của BTNC 3 sẽ chứng minh rằng hệ thức giữa áp suất p tác dụng lên bề mặt và cường độ S hấp thụ bởi bề mặt có dạng :

$$p = \frac{S}{c} \text{ (hấp thụ toàn phần)} \quad (30-26)$$

ở đây S vuông góc với mặt. Lực tác dụng lên vật do áp suất bức xạ này gây ra làm thay đổi động lượng của vật. Do sự bảo toàn động lượng, động lượng truyền cho vật phải do sóng truyền cho. Như vậy các sóng điện từ mang cả động lượng cũng như năng lượng, nó sẽ truyền động lượng này cho vật.

Giả sử bức xạ đi tới vật bị phản xạ trở lại thay vì bị hấp thụ. Hãy nhớ lại trường hợp tương tự về một quả bóng khối lượng m được ném, vào một bức tường với vận tốc v sao cho vận tốc ban đầu của quả bóng vuông góc với bề mặt tường. Theo định luật bảo toàn động lượng, độ lớn của động lượng  $\Delta p_w$  truyền cho bức tường bằng độ lớn của phần thay đổi động lượng của quả bóng. Nếu quả bóng bị dính vào tường, khi đó  $\Delta p_w = mv$  vì động lượng ban đầu của quả bóng có độ lớn  $mv$  và động lượng cuối của nó gần như bằng không. Nếu quả bóng va chạm đàn hồi với bức tường, khi đó  $\Delta p_w = 2mv$  vì động lượng cuối của quả bóng bằng về độ lớn nhưng ngược hướng so với động lượng ban đầu của nó.

Tương tự ta có thể áp dụng nguyên lý bảo toàn động lượng cho tương tác của bức xạ với bề mặt. Từ phương trình (30-26) ta

thấy áp suất tác dụng lên bề mặt do sóng tới vuông góc với mặt và bị hấp thụ hoàn toàn là  $p = S/c$ . Động lượng ban đầu của sóng hướng tới bề mặt và sóng đã bị hấp thụ. Nay giờ ta giả sử sóng tới vuông góc với mặt và bị mặt phản xạ hoàn toàn trở lại. Trong trường hợp này động lượng cuối của sóng phản xạ bằng về độ lớn và ngược hướng với động lượng ban đầu của sóng tới. Như vậy động lượng truyền cho bề mặt là gấp đôi so với trường hợp hấp thụ, cho nên áp suất tổng hợp được tăng gấp đôi. Trong trường hợp này :

$$p = \frac{2S}{c} \text{ (phản xạ toàn phần)} \quad (30-27)$$

ở đây  $S$  là cường độ của sóng tới.

Hai biểu thức cho áp suất bức xạ, tức là

các phương trình (30-26) và (30-27), đúng đối với hai trường hợp cực đoan là hấp thụ toàn phần và phản xạ toàn phần. Một vật thể thực phản xạ một phần và hấp thụ một phần bức xạ đi tới bề mặt của nó. Áp suất bức xạ phụ thuộc vào phần ánh sáng bị phản xạ, giá trị của nó nằm trong khoảng  $\frac{S}{c} < p < \frac{2S}{c}$ .

Rất khó đo được áp suất bức xạ. Một chùm ánh sáng thông thường biết được là do cường độ của nó sẽ gây ra một áp suất bức xạ dù rất bé. Các phép đo áp suất bức xạ đầu tiên được tiến hành ngay sau khi vừa chuyển sang thế kỷ 20 (1901 – 1903), khoảng 30 năm sau khi hiệu ứng được Maxwell tiên đoán.

## VÍ DỤ 30-4

**Áp suất bức xạ từ ánh sáng Mặt Trời.** Khi Mặt Trời ở đúng đỉnh đầu vào một ngày sáng trời, cường độ tới trên mặt nằm ngang ở mức nước biển vào cỡ  $1 \text{ kW/m}^2$ . (a) Giả sử rằng 50% của cường độ này bị phản xạ còn 50% bị hấp thụ, hãy xác định áp suất bức xạ trên mặt nằm ngang đó. (b) Tìm tỉ số giữa áp suất này với áp suất khí quyển  $p_0$  (vào khoảng  $1.10^5 \text{ Pa}$ ) ở mức nước biển.

**Giải.** (a) Nửa phần ánh sáng bị hấp thụ gây ra áp suất bức xạ  $\frac{1}{2} \frac{S}{c}$  và nửa phần ánh sáng bị phản xạ gây ra áp suất  $\frac{1}{2} \frac{2S}{c}$ . Áp suất bức xạ toàn phần tác dụng lên mặt nằm ngang là :

$$p_{tf} = \frac{3}{2} \frac{S}{c} = \frac{(1,5).(1\text{kW/m}^2)}{3.10^8 \text{ m/s}} = 5.10^{-6} \text{ Pa}$$

$$(b) \quad \frac{p_{tf}}{p_0} = \frac{5.10^{-6} \text{ Pa}}{1.10^5 \text{ Pa}} = 5.10^{-11}$$

Áp suất bức xạ do ánh sáng Mặt Trời gây ra trên bề mặt Trái Đất là nhỏ không đáng kể so với áp suất khí quyển.

## Bài tự kiểm tra 30-4

Làm lại ví dụ trên khi giả sử rằng 75% ánh sáng bị hấp thụ và chỉ có 25% bị phản xạ.

**Đáp số :** (a)  $4 \cdot 10^{-6}$  Pa, (b)  $4 \cdot 10^{-11}$ .

## 30-6. SỰ PHÁT XẠ CÁC SÓNG ĐIỆN TỬ

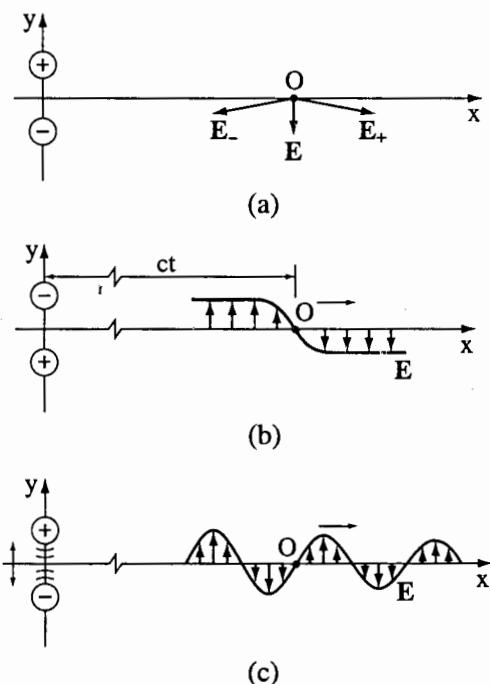
Khi các sóng điện từ lan truyền trong không gian, từ trường thay đổi theo thời gian làm cảm ứng một điện trường và một điện trường thay đổi theo thời gian cũng làm cảm ứng một từ trường. Theo các phương trình Maxwell, sự tồn tại của một trong các trường thay đổi theo thời gian này đòi hỏi sự tồn tại của trường kia. Nguồn của các trường sóng này là gì? Ta biết rằng một vật đứng yên có một phân bố điện tích tĩnh sẽ tạo ra một điện trường tĩnh. Hơn nữa một dây dẫn mang dòng ổn định (các phần tử tải điện có vận tốc trung bình không đổi) cũng tạo ra một từ trường tĩnh. Do đó các điện tích đứng yên hay các điện tích chuyển động với vận tốc không đổi không tạo ra các trường sóng phụ thuộc thời gian. Để tạo ra trường sóng, điện tích phải được gia tốc.

*Một điện tích (hay một hệ điện tích) được gia tốc là một nguồn sóng điện từ.*

Để mường tượng việc các hạt được gia tốc có thể sinh ra các sóng điện từ như thế nào, ta hãy xét điện trường của một lưỡng cực với các điện tích điểm  $+q$  đặt ở  $(0, \frac{1}{2}l, 0)$  và  $-q$  đặt ở  $(0, -\frac{1}{2}l, 0)$  được

vẽ trên hình 30-10. Trên hình 30-10a, bạn thấy rằng trường  $\mathbf{E}$  là tổng vectơ của hai trường riêng biệt do mỗi điện tích gây ra, cho nên ở điểm O trên trục x trường hướng theo chiều  $-y$ . Bây giờ giả sử vị trí

của hai điện tích trao đổi với nhau một cách nhanh chóng quanh thời điểm  $t = 0$ . Các phương trình Maxwell chứng tỏ rằng hiệu ứng của sự trao đổi này sẽ lan truyền từ các điện tích ra xung quanh với tốc độ c. Hình 30-10b cho thấy trường ở thời điểm  $t$  tại các điểm nằm dọc theo trục x lân cận điểm O và cách xa lưỡng cực. Vì O nằm



**Hình 30-10.** (a) *Lưỡng cực điện đứng yên.* (b) *Các điện tích trao đổi vị trí cho nhau ở thời điểm  $t = 0$ , nó gây ra xung sóng lan truyền với tốc độ c và đi qua điểm O ở thời điểm  $t$ .* (c) *Các điện tích liên tục trao đổi vị trí cho nhau, tạo ra điện trường dao động tại điểm O.*

cách lưỡng cực một khoảng ct, cho nên trường ở các điểm còn nằm cách lưỡng cực một khoảng xa hơn điểm O vẫn hướng theo phương  $-y$ , đặc trưng cho vị trí của các điện tích của các thời điểm sớm hơn thời điểm  $t = 0$ .

Ở các điểm gần lưỡng cực hơn O, trường hướng theo  $+y$ , nó là đặc trưng cho vị trí của các điện tích ở các thời điểm sau thời điểm  $t = 0$ . Và một xung sóng trong điện trường sẽ lan truyền ra xung quanh với tốc độ c. Nếu hai điện tích dao động qua lại giữa hai vị trí, khi đó điện trường dao động sẽ lan truyền ra xung quanh, như được cho trên hình 30-10c.

Bức tranh đơn giản này rất hữu ích trong việc minh họa sự bức xạ của các sóng điện từ, song ta không thể mở rộng được nó hơn nữa. Bức tranh này được vẽ dựa trên trường tĩnh của lưỡng cực, song ở những khoảng cách  $r$  lớn, tính từ các điện tích, trường này giảm theo khoảng cách như  $\frac{1}{r^3}$  (mục 16-4). Từ mục 27-5 ta lại thấy cường độ của sóng giảm theo khoảng cách tính từ nguồn ở xa như  $\frac{1}{r^2}$ . Hơn nữa cường độ của sóng điện từ phụ thuộc vào  $E^2$ . Để cho cường độ giảm như  $\frac{1}{r^2}$ ,  $E^2$  phải giảm như  $\frac{1}{r^2}$ . Như vậy các trường sóng muốn chuyên chở một năng lượng lớn từ nguồn phải giảm như  $\frac{1}{r}$ .

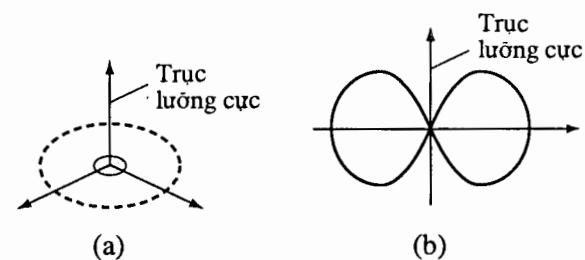
Các điện tích dao động trên hình 30-10 giống với một thiết bị thông thường được dùng để phát các sóng điện từ, đó là *anten lưỡng cực điện*. Hình 30-11 cho sơ đồ một



**Hình 30-11.** Anten lưỡng cực điện đang truyền phát tín hiệu.

anten lưỡng cực điện được dùng để phát các sóng điện từ, tức là một anten phát. Nguồn điện xoay chiều thay phiên đặt các điện tích mới đầu có dấu này, sau đó lại đến các điện tích có dấu khác trên mỗi nửa của anten. Sóng điện từ được phát ra có tần số bằng tần số của nguồn điện xoay chiều.

Phân bố cường độ bức xạ từ một anten lưỡng cực điện đặt tại điểm gốc được vẽ trên hình 30-12. Với tỉ xích trên hình vẽ này anten rất bé nên không thấy được. Bề mặt có dạng (gần như) hình xuyến trên hình 30-12a thể hiện bức tranh về cường độ. Khoảng cách từ anten đến một điểm trên mặt dọc theo một phương nào đó ứng với cường độ được phát ra theo phương này. Hình vẽ cho thấy rằng cường độ được phát ra trong mặt phẳng trung trực của anten là cực đại và không có một năng lượng nào được bức xạ dọc theo trục của anten.



**Hình 30-12.** Phân bố cường độ phát xạ đối với một anten lưỡng cực điện được đặt tại điểm gốc. (a) Cho theo ba chiều. (b) Cho trên tiết diện ngang.

Trong khoảng thời gian từ năm 1887 đến năm 1890, H.R. Hertz (1857–1894) đã chỉ

đạo một loạt thí nghiệm nhằm tạo ra và phát hiện các sóng điện từ. Ông đã dùng một nguồn điện xoay chiều để vận hành một anten phát ở tần số cỡ 1GHz. Anten thu được nối với mạch điện có cùng tần số. Khoảng cách ông phát và thu sóng là 20m.\* Hertz đã chứng minh rằng giống

như ánh sáng, các sóng này có thể bị phân cực, phản xạ, khúc xạ và ông đã đo vận tốc của chúng và thấy rằng nó đúng bằng vận tốc ánh sáng. Việc kiểm chứng trực tiếp này đối với lí thuyết của Maxwell đã được hoàn thành gần mươi năm sau khi Maxwell qua đời.

### 30-7. PHỔ ĐIỆN TỪ



*Heinrich Hertz (1857 – 1894) sinh tại Hamburg, Đức, tốt nghiệp đại học Berlin. Ngoài các thí nghiệm nổi tiếng của ông về các sóng điện từ, ông còn khám phá ra hiệu ứng quang điện (chương 35 tập ba).*

Bước sóng  $\lambda$  và tần số  $v$  của các sóng điện từ trong chân không liên hệ với nhau bằng biểu thức :

$$c = \lambda v$$

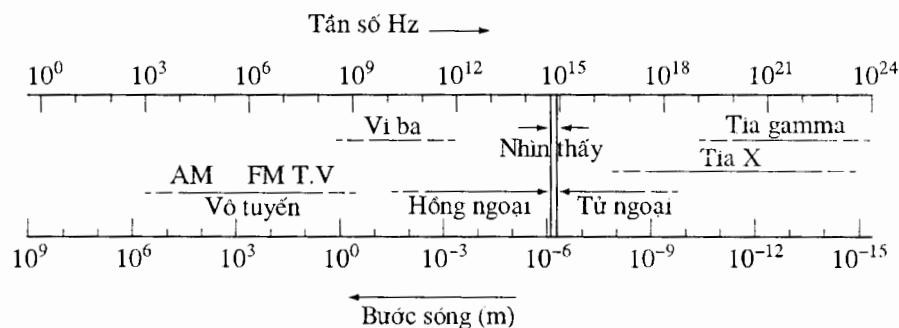
ở đây  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s. Tất cả các giá trị tần số và bước sóng thoả mãn  $c = \lambda v$  đều cho phép. Không có các giới hạn nội tại trên và dưới đối với các bước sóng và tần số. Phổ điện từ cho trên hình 30-13 là dài

các bước sóng và tần số được chúng ta quan tâm nhiều nhất. Để trình bày một cách thuận lợi dải rất rộng các giá trị bước sóng và tần số có độ lớn hơn kém nhau tới gần 24 bậc, ta dùng thang lôga. Các khoảng khác nhau của phổ được đặt tên phù hợp với nguồn gốc hay việc sử dụng các sóng đó – chẳng hạn như các sóng vô tuyến (sóng radiô).

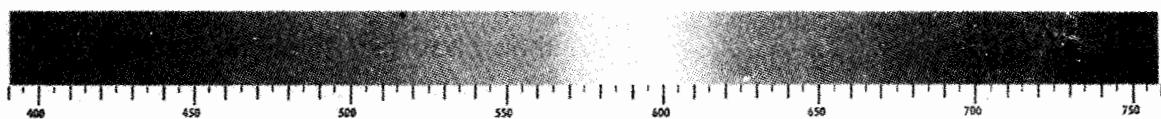
Hình 30-14 cho thấy dải bước sóng mà mắt người có thể dễ dàng phát hiện, đó là phổ khả kiến. Mắt người không những có thể phát hiện được dải bức xạ này mà còn có thể phân biệt được các bước sóng khác nhau bằng sự nhạy cảm về màu sắc. Các màu gắn với khoảng cách bước sóng khác nhau được cho trên hình. Sóng điện từ điều hoà với bước sóng (hay tần số) của nó trong phổ khả kiến ứng với một màu cụ thể.

Vì lí do đó mà ánh sáng khả kiến gồm một sóng điều hoà đôi khi được gọi là *ánh sáng đơn sắc* (nghĩa là một màu). Thuật ngữ "đơn sắc" thường được dùng để chỉ bất kì một sóng điện từ với chỉ một tần số hay sóng điện từ điều hoà. Chẳng hạn ta có thể kể các tia -X điều hoà như các tia

\* Vào năm 1901 Guglielmo Marconi (1874 – 1937) đã phát hiện được các sóng điện từ được truyền từ bờ biển kia của Đại Tây Dương.



Hình 30-13. Phổ điện từ

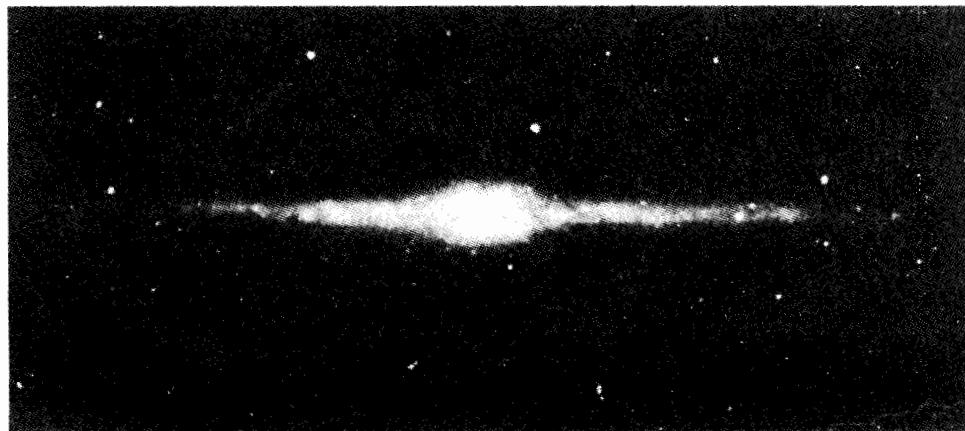


Hình 30-14. Các bước sóng của phổ khả kiến, do ra nanômet.

- X đơn sắc. Ngoài rất nhiều các đóng góp khác của mình, Maxwell còn là một chuyên gia về nhìn màu và có một số phát hiện quan trọng trong lĩnh vực này.

Ánh sáng trắng như ánh sáng Mặt Trời chẳng hạn, là một hỗn hợp của nhiều bước

sóng hay của nhiều màu. Một vài hiện tượng có thể tách ánh sáng trắng thành các màu thành phần của nó, cầu vồng là một ví dụ tuyệt vời. Toàn bộ phổ điện từ cho trên hình 30-13 được gọi là "cầu vồng Maxwell".



Quanh cảnh ở tâm dải Ngân hà được chụp bằng ánh sáng hồng ngoại. Ảnh màu này được Vệ tinh Thiên văn hồng ngoại chụp.

## Bài đọc thêm

### TỐC ĐỘ ÁNH SÁNG

Tốc độ ánh sáng trong chân không là một tính chất cơ bản của tự nhiên. Do vậy mà một phép đo chính xác của c có tầm quan trọng lớn cho sự phát triển của vật lí.

Năm 1638 Galileo đã công bố tác phẩm miêu tả các thử nghiệm của ông nhằm đo tốc độ ánh sáng. Ông tự leo lên đứng ở đỉnh một quả đồi với chiếc đèn trong tay và một cộng sự đứng ở đỉnh một quả đồi bên cạnh cùng với chiếc đèn thứ hai (mới đầu che kín). Người cộng sự được hướng dẫn phải nhấc nắp che đèn của mình vào đúng thời điểm anh ta nhìn thấy chớp sáng từ chiếc đèn của Galileo. Galileo có ý muốn xác định tốc độ ánh sáng từ khoảng cách đi và về giữa hai ngọn đồi và khoảng thời gian từ lúc chớp sáng được phát ra từ đèn của người cộng sự. Khoảng thời gian này ngắn đến nỗi Galileo đã kết luận một cách chính xác rằng thời gian phản ứng của con người còn dài hơn cả thời gian cần để cho ánh sáng đi và về giữa hai quả đồi. Tuy nhiên, ông cũng không thể nói được tốc độ ánh sáng chỉ là rất lớn hay thực tế là lớn vô cùng.

Trong suốt thế kỉ 17 đã nổ ra cuộc tranh luận lớn về vấn đề liệu ánh sáng có lan truyền với tốc độ hữu hạn hay không. Vào năm 1676 Ole Roemer (1644 – 1710) thông báo là ông đã phát hiện được sự biến thiên về thời gian mà mặt trăng Io, trên quỹ đạo của nó quanh Mộc tinh,

đã bị che khuất (bị thiến thực) bởi Mộc tinh. Roemer đã cho rằng độ biến thiên này có liên quan với các vị trí tương đối của Trái Đất vào Mộc tinh trên quỹ đạo của chúng quay quanh Mặt Trời. Ông quy độ biến thiên của các thời gian thiến thực quan sát được cho các khoảng thời gian khác nhau cần thiết để ánh sáng đi từ Mặt Trăng Io của Mộc tinh tới Trái Đất. Ông tìm thấy là ánh sáng cần 22 phút để đi ngang qua đường kính của quỹ đạo Trái Đất. (Từ các phép đo hiện đại, ngày nay ta biết rằng khoảng thời gian này cỡ 17 phút).

Bất chấp chứng cứ của Roemer cuộc tranh luận vẫn còn kéo dài cho đến mãi thế kỉ 18. Vào năm 1728 James Bradley (1693 – 1762) mới thực sự kết thúc cuộc tranh cãi này khi ông công bố khám phá của ông về hiện tượng quang sai của ánh sáng tới từ các sao do chuyển động trên quỹ đạo của Trái Đất gây ra. Giá trị của tốc độ ánh sáng được Bradley xác định khá phù hợp với các giá trị tìm được khi dùng phương pháp Roemer.

Định nghĩa của mét ngày nay được dựa vào tốc độ của ánh sáng trong chân không (xem mục 1-2 tập một). Mét là khoảng cách mà ánh sáng đi được trong chân không trong khoảng thời gian  $\frac{1}{299792458}$  giây. Như vậy, từ định nghĩa của mét, tốc độ ánh sáng trong chân không chính xác bằng  $299792458\text{m/s}$ .

## ?

## CÂU HỎI

- 1** Cái gì uốn lượn thành sóng khi một sóng điện từ truyền đi ?
- 2** Điện trường và từ trường tĩnh trong một miền không gian tự do, có thể có ảnh hưởng tới một sóng điện từ đi qua miền này không ? Giải thích. Bây giờ cũng hỏi như thế nhưng đối với một môi trường trong suốt, giả định rằng  $\epsilon$  phụ thuộc vào  $E$ .
- 3** Khi điện trường và từ trường lần đầu tiên được đưa vào cuốn sách này (các chương 16 và 21), ta xem chúng chỉ là các công cụ tính toán được dùng để tính lực điện và lực từ. Do các sóng điện từ được mô tả ở chương này, bạn có nghĩ rằng các trường này đơn giản chỉ là các khái niệm thuần tuý toán học hay là bạn nghĩ rằng chúng tồn tại thực sự ? Dùng các sự kiện thực nghiệm để bênh vực cho khẳng định của bạn rằng các trường này tồn tại hoặc không tồn tại.
- 4** Khi chúng ta khám phá ra rằng các trường  $E$  và  $B$  giống như sóng ở xa nguồn là các sóng ngang (mục 30-2), ta đã định hướng cho trục  $y$  trong hệ toạ độ hướng theo vectơ  $E$  và sau đó tìm thấy là định luật Faraday đòi hỏi  $B$  phải hướng dọc theo trục  $z$ . Bây giờ giả sử ta cho trục  $y$  hướng dọc theo  $B$  và tiến hành việc tìm phương của  $E$ . Ta phải dùng phương trình nào trong số các phương trình Maxwell ? Mô tả đường lấy tích phân mà ta sẽ phải dùng đến.
- 5** Nếu định luật Ampere không có chứa số hạng được Maxwell thêm vào, thì liệu các phương trình Maxwell còn có thể được kết hợp để cho các phương trình sóng đối với  $E$  và  $B$  không ? Giả sử số hạng thêm vào này được đưa vào định luật Ampere với dấu trừ thay cho dấu cộng. Liệu các phương trình Maxwell có còn được kết hợp để cho các phương trình sóng không ?
- 6** Làm phép so sánh giữa các sóng âm và sóng ánh sáng. Chúng có gì giống nhau và có gì khác nhau ?
- 7** Nhớ lại rằng sóng trong một môi trường đàn hồi, như sóng âm trong không khí chẳng hạn, có tốc độ được cho bởi căn bậc hai của tỉ số giữa lực đàn hồi với khối lượng quán tính. Cả hai thừa số này là các đặc trưng của một môi trường. Nếu ta xem chân không như một "môi trường" đàn hồi để đỡ các sóng sáng, thì ta có thể nói gì về tỉ số này của chân không.
- 8** Xét một sóng điện từ phân cực phẳng truyền theo hướng nằm ngang về phương Bắc. Mặt phẳng phân cực là thẳng đứng. Xác định xem đại lượng nào trong số các đại lượng  $E$ ,  $B$  hay  $S$  được mô tả bởi một trong các câu dưới đây :
  - (a) Nó liên tục hướng về phương bắc với độ lớn dao động từ giá trị không đến giá trị cực đại.
  - (b) Phương của nó dao động dọc theo đường thẳng đứng, hướng lên trên đối với nửa chu kì và sau đó hướng xuống dưới ở nửa chu kì kia.

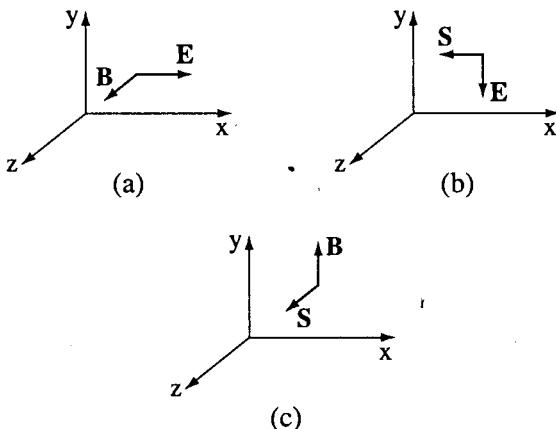
(c) Phương của nó dao động dọc theo đường nằm ngang, hướng sang phía Đông đối với một nửa chu kì và sau đó hướng sang phía Tây ở nửa chu kì kia.

- 9** Trong mỗi phần của hình 30-15, hai trong ba đại lượng  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  và  $\mathbf{S}$  mô tả một sóng điện từ phẳng được vẽ ở một điểm trong không gian (các sóng khác nhau trong mỗi trường hợp). Hãy biểu thị theo các vectơ đơn vị trong hệ toạ độ vuông góc để cho biết :

(a) Hướng của  $\mathbf{S}$  trên hình 30-15a ?

(b) Hướng của  $\mathbf{B}$  trong hình 30-15b ? (c) Hướng của  $\mathbf{E}$  trong hình 30-15c ?

- 10** Một số thông số được dùng để mô tả sóng điện từ phân cực phẳng điều hoà là  $E_0$ ,  $B_0$ ,  $\bar{S}$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  và v. Để viết phương trình đối với một sóng nào đó lan truyền trong chân không, phải cho những thông số nào trong các thông số trên ? Trong số các thông số đã chọn, các thông số nào là đủ hay bạn còn cần thêm các thông số đặc trưng khác ? Ví dụ nếu đã cho  $v$ , bạn có còn cần đến  $k$  không ? Nếu  $\bar{S}$  đã được cho, bạn có còn cần đến  $E_0$  không ?



Hình 30-15

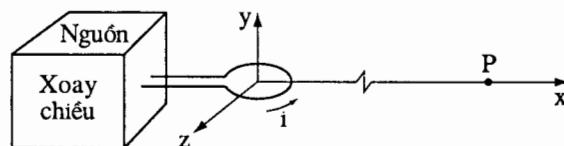
- 11** Nếu biên độ của phần điện trường của sóng được tăng lên gấp ba, cường độ sóng trung bình sẽ thay đổi bao nhiêu lần ?

- 12** Xét thông lượng của vectơ Poynting đối với một mặt  $\int \mathbf{S} d\mathbf{A}$  với  $d\mathbf{A}$  là vectơ diện tích vi phân. Thứ nguyên của thông lượng này là gì ? Đơn vị của nó trong hệ SI là gì ? Giải thích ý nghĩa vật lí của thông lượng này.

- 13** Khi bạn bật đèn chớp, đèn chớp có xu hướng giật lùi trong tay bạn không ? Nếu có, bạn có cảm thấy được sự giật lùi này không ? Giải thích.

- 14** Liệu có thể về nguyên tắc dùng con tàu vũ trụ "chạy bằng buồm" để đi tới Mộc tinh ? Tới Kim tinh ? Các cánh buồm của bạn sẽ phải là các vật phản xạ hay vật hấp thụ tốt ?

- 15** Về nguyên tắc, đối với một sóng điện từ, liệu có thể có tình huống nó chỉ mang động lượng mà không mang năng lượng không ? Giải thích. Có thể nó chỉ mang năng lượng mà không mang động lượng không ? Giải thích.
- 16** Một *anten lưỡng cực từ* được vẽ trên hình 30-16. Nguồn xoay chiều cho một dòng chạy quanh một mạch dây dẫn tròn mới đầu theo một chiều và sau đó theo chiều ngược lại. Hãy phác họa sơ đồ biểu diễn từ trường dọc theo trục x ở lân cận điểm P nằm xa mạch so với kích thước của mạch hay so với bước sóng của sóng. Giải thích vì sao anten này lại được gọi là anten lưỡng cực từ ?



Hình 30-16

- 17** Xét phổ điện từ vẽ trên hình 30-13. Loại sóng nào có các bước sóng bằng cỡ chiều dài một sân bóng đá ? Bằng chiều dài của ngón tay ? Bằng bề ngang một sợi tóc ? Bằng kích thước một nguyên tử ? Bằng kích thước của hạt nhân nguyên tử ?
- 18** Hãy mô tả bằng cách nào bạn có thể xác định được tốc độ của ánh sáng bằng cách tiến hành các phép đo điện và từ. Liệt kê các công cụ bạn cần dùng. Có cần đồng hồ không ?

## ĐỀ TẬP

### Mục 30-2. Phương trình sóng đối với các vectơ E và B

- 1 (a) Chứng minh rằng  $E_y = E_0 \sin[k(x - ct)]$  là nghiệm của phương trình (30-8), nếu  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ . Hướng truyền của sóng này là hướng nào ? (b)

Chứng minh rằng  $E_y = E_0 \sin[k(x + ct)]$  cũng là nghiệm của phương trình (30-8), nếu  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ . Hướng của sóng này là hướng nào ?

- 2 Tốc độ của ánh sáng khả kiến trong nước là  $2,25 \cdot 10^8$  m/s. Hằng số điện môi của nước trong vùng tần số quang học là bao nhiêu ?
- 3 Hằng số điện môi của nước đá trong vùng tần số quang học là 1,17. Tốc độ của ánh sáng khả kiến trong nước đá bằng bao nhiêu ?

- 4 Giả sử rằng  $B_z = B_0 \sin[k(x - ct)]$ . Chứng minh rằng :

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

- 5 Để rút ra phương trình (30-6), ta đã lấy tích phân quanh đường hình vuông trên hình 30-5 theo chiều ngược kim đồng hồ. Hãy rút ra phương trình (30-6) bằng cách lấy tích phân quanh đường này theo chiều thuận kim đồng hồ.

### Mục 30-3. Các sóng điện từ

- 6 (a) Bước sóng của các sóng được phát ra từ một đài phát thanh FM với tần số 100MHz bằng bao nhiêu ? (b) AM với tần số 100kMz bằng bao nhiêu ?
- 7 Biên độ của phần từ trường trong một sóng điện từ điều hoà trong chân không là  $B_0 = 510\text{nT}$ . Biên độ của phần điện trường của sóng này bằng bao nhiêu ? Đáp số của bạn liệu có khác nếu sóng ở trong không khí ?
- 8 Tần số góc của một sóng điện từ điều hoà trong chân không là  $\omega = 8,2 \cdot 10^{12}\text{rad/s}$ . Xác định số sóng, bước sóng, tần số và chu kì của sóng này. Liệu có đáp số nào của bạn bị thay đổi nếu sóng nằm trong không khí ?
- 9 Giả sử phần điện trường của một sóng điện từ trong chân không là :

$$\mathbf{E} = \{(31 \text{ N/C}) \cdot \cos[(1,8 \text{ rad/m})y + (5,4 \cdot 10^8 \text{ rad/s})t]\} \mathbf{i}$$

- (a) Hướng truyền sóng là hướng nào ? (b) Bước sóng  $\lambda$  bằng bao nhiêu ?  
 (c) Tần số  $v$  bằng bao nhiêu ? (d) Biên độ của phần từ trường của sóng bằng bao nhiêu ? (e) Viết biểu thức cho phần từ trường của sóng.
- 10 Viết các biểu thức cho các trường  $\mathbf{E}$  và  $\mathbf{B}$  của một sóng điện từ truyền trong chân không theo hướng  $+z$  và có mặt phẳng phân cực song song với mặt phẳng  $zx$ . Biên độ của phần từ trường của sóng là  $B_0 = 350\text{nT}$  và tần số của sóng là  $v = 9,8\text{GHz}$ . Các biểu thức của bạn liệu có bị đổi khác nếu sóng truyền trong không khí ? Từ hình 30-13, bạn hãy cho biết sóng này thuộc loại nào ?

### Mục 30-4. Cường độ sóng điện từ

- 11 Giả sử cường độ của sóng điện từ ở một thời điểm nào đó và tại một điểm trong chân không là  $1\text{kW/m}^2$ . Mật độ năng lượng ở điểm này và tại thời điểm này bằng bao nhiêu ? Liệu đáp số của bạn có bị thay đổi không nếu sóng truyền trong không khí ?
- 12 Biên độ của điện trường do một sóng điện từ gây ra ở một thời điểm nào đó tại một điểm trong không gian tự do là  $9\text{N/C}$ . Mật độ năng lượng tại điểm này ở thời điểm đó bằng bao nhiêu ? Đáp số của bạn liệu có thay đổi không nếu sóng truyền trong không khí ?

- 13 (a) Chứng minh rằng mật độ năng lượng do một sóng điện từ gây ra ở một thời điểm nào đó tại một điểm trong không gian tự do có thể được viết là :  
 $w = \frac{B^2}{\mu_0}$ . (b) Chứng minh rằng cường độ có thể được viết là  $S = \frac{B^2 c}{\mu_0}$ . (c)  
Xác định  $w$  và  $S$  tại điểm và thời điểm mà ở đó  $B = 530\text{nT}$ .
- 14 Chứng minh rằng cường độ do một sóng điện từ phân cực phẳng, trong đó mặt phẳng phân cực song song với mặt phẳng  $xy$  và truyền theo hướng  $+x$  có thể được viết là  $S = \frac{E_y B_z}{\mu_0}$ .
- 15 Chứng minh rằng cường độ trung bình của sóng điều hoà có thể được viết như là : (a)  $\bar{S} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2$  và (b)  $\bar{S} = \frac{B^2}{2\mu_0}c$ .
- 16 Giả sử cường độ trung bình  $\bar{S}$  của một sóng điện từ điều hoà trong chân không hoặc không gian tự do là  $553\text{W/m}^2$ . (a) Biên độ của điện trường do sóng này gây ra bằng bao nhiêu ? (b) Biên độ của từ trường do sóng này gây ra bằng bao nhiêu ? (c) Xác định các biên độ khi sóng có cường độ trung bình này truyền trong không khí.
- 17 Vectơ Poynting của một sóng điện từ trong chân không là :  

$$S = - \{(220 \text{ W/m}^2) \cdot \cos^2[(12 \text{ rad/m})z + (3,6 \cdot 10^9 \text{ rad/s})t]\} \mathbf{k}$$
- (a) Sóng truyền theo hướng nào ? (b) Bước sóng  $\lambda$  bằng bao nhiêu ?  
(c) Tần số  $v$  bằng bao nhiêu ? (e) Viết các biểu thức cho các trường  $E$  và  $B$ .
- 18 Sóng sáng (trong chân không) với mặt phẳng phân cực song song với mặt phẳng  $xy$  truyền theo hướng  $+i$ . Bước sóng của nó là  $580\text{nm}$  và từ trường dao động có biên độ  $86\text{nT}$ . Viết các biểu thức cho  $E$ ,  $B$  và  $S$ .
- 19 Một laser hêli – neon phát ra một chùm ánh sáng song song phân cực phẳng, đơn sắc vào khoảng không của một căn phòng. Chùm có tiết diện ngang hình tròn, bán kính  $1,0\text{mm}$  và cường độ về cơ bản là đồng đều trong chùm. Công suất trung bình của chùm là  $3,5\text{mW}$  và bước sóng của ánh sáng là  $633\text{nm}$ . (a) Xác định  $\bar{S}$  của chùm. (b) Xác định năng lượng điện từ chứa trong một đoạn dài  $1,0\text{m}$  của chùm. (c) Xác định biên độ của phân điện trường của sóng. (d) Xác định biên độ của phân từ trường của sóng. (e) Nếu phương của chùm là nằm ngang, hướng về phương bắc và điện trường dao động dọc theo hướng Đông – Tây nằm ngang, phương của từ trường dao động là phương nào ? (f) Xác định tần số của sóng này ?

### Mục 30-5. Áp suất bức xạ

- 20 Công suất trung bình trong một chùm laze là  $4,3\text{mW}$  và chùm có cường độ về cơ bản là đồng đều trong bán kính  $1,2\text{ mm}$  của chùm. Giả sử chùm tới vuông góc với một mặt hấp thụ toàn phần. (a) Áp suất mà chùm tác dụng lên phần mặt được nó đập vào bằng bao nhiêu ? (b) Lực mà chùm tác dụng lên mặt bằng bao nhiêu ?
- 21 Độ phản xạ  $r$  của một mặt là tỉ phần cường độ ánh sáng đi tới bề mặt bị phản xạ lại. Chứng minh rằng áp suất bức xạ tác dụng lên mặt có độ phản xạ  $r$  bởi một chùm có cường độ  $S$  tới vuông góc với mặt là  $p = \frac{(r+1)S}{c}$ .
- 22 Cường độ trung bình của ánh sáng Mặt Trời tại điểm cao nhất của khí quyển Trái Đất là  $1,35\text{kW/m}^2$ . Xét lực tác dụng lên Trái Đất do sự hấp thụ bức xạ của Mặt Trời. (a) Để tính lực này, hãy giải thích xem tại sao Trái Đất lại có thể được xem như một đĩa phẳng quay mặt về Mặt Trời. (b) Đánh giá lực bức xạ này khi giả thiết sự hấp thụ là toàn phần. (c) Tìm tỉ số giữa lực bức xạ và lực hấp dẫn tác dụng lên Trái Đất do Mặt Trời gây ra.

### Mục 30-6. Sự bức xạ của sóng điện từ

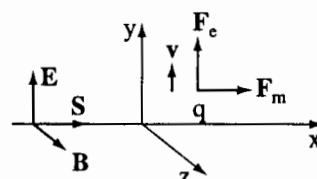
- 23 Chừng  $5\%$  công suất của một bóng đèn chiếu sáng  $100\text{W}$  được chuyển hoá thành bức xạ khả kiến. (a) Cường độ trung bình của bức xạ khả kiến ở điểm cách bóng đèn  $1\text{m}$  bằng bao nhiêu ? (b) Ở khoảng cách  $10\text{m}$  ? Giả sử rằng bức xạ được phát đi một cách đẳng hướng và bỏ qua mọi sự phản xạ.
- 24 Cường độ trung bình của ánh sáng Mặt Trời tại điểm cao nhất trong khí quyển Trái Đất là  $1,35\text{kW/m}^2$ . Công suất bức xạ của Mặt Trời bằng bao nhiêu ?

### Mục 30-7. Phổ điện từ

- 25 Đèn hồ quang natri thường được dùng trong chiếu sáng đô thị và có thể nhận biết được bằng ánh sáng màu vàng của chúng. Bước sóng của ánh sáng này là  $590\text{nm}$ . Tân số của nó bằng bao nhiêu ?
- 26 Cứ cho rằng hai ngọn đồi được Galileo sử dụng trong thí nghiệm đo tốc độ ánh sáng của mình (xem bài đọc thêm) nằm cách nhau  $1,5\text{km}$ . Thời gian cần để ánh sáng vừa đi vừa về giữa hai quả đồi bằng bao nhiêu ?
- 27 Khoảng cách trung bình giữa Trái Đất và Mặt Trời là  $1,496 \cdot 10^{11}\text{m}$ . Thời gian trung bình cần để ánh sáng Mặt Trời tới được Trái Đất là bao nhiêu ?
- 28 Một năm – ánh sáng là khoảng cách mà ánh sáng đi được trong một năm. (a) Hệ số chuyển đổi khi thay từ đơn vị mét sang đơn vị năm ánh sáng bằng bao nhiêu ? (b) Hệ số chuyển đổi ngược từ năm ánh sáng sang mét bằng bao nhiêu ?

## ◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Sóng từ trường là sóng ngang.** Dùng định luật Gauss đối với từ trường, chứng minh rằng từ trường đối với sóng phẳng là từ trường ngang.
- 2 **Rút ra phương trình sóng.** Dùng dạng sửa đổi của định luật Ampere rút ra phương trình (30-7). Chú ý rằng số hạng chứa  $\sum I$  là bằng không trong chân không.
- 3 **Áp suất bức xạ.** Xét mô hình dưới đây về sự hấp thụ sóng điện từ. Một sóng điện từ phân cực phẳng truyền theo phương  $+x$  tới vuông góc với bề mặt của một vật cách điện và bị hấp thụ hoàn toàn (toàn phần) bằng cách tương tác với các hạt tích điện của vật liệu. Các hạt này bị liên kết với các điểm nút mạng nhưng chúng dao động song song với trục  $y$  dưới tác dụng của lực điện  $F_e = (qE_y)\hat{j}$  do điện trường dao động của sóng gây ra (hình 30-17). Từ mục 26-7, ta nhớ lại rằng công suất bị hấp thụ bởi dao động từ này đạt cực đại khi lực tác dụng cùng pha với vận tốc  $v$  của hạt (tại vị trí cộng hưởng). Do đó giả thiết rằng  $F_e$  cùng pha với  $v$ . (a) Chứng minh rằng lực từ tác dụng lên hạt bằng  $F_m = \left(\frac{F_e v}{c}\right)\hat{i}$ . (Giả thiết rằng  $v \ll c$  nên  $F_m \ll F_e$  và lực từ có tác dụng nhỏ không đáng kể tới các dao động). Giải thích tại sao lực từ không luân phiên đổi hướng dọc theo trục  $x$ , mà thay đổi từ không đến cực đại trong khi luôn luôn hướng theo phương  $+x$  đối với các điện tích thuộc cả hai loại dấu. (b) Vì  $F_e$  và  $v$  có cùng chiều nên công suất do sóng truyền cho hạt là  $F_e v$  và công suất truyền cho tất cả các hạt như thế trong một tấm bản phẳng là  $\sum(F_e v)$ . Ngoài ra áp suất  $p$  tác dụng lên tấm phẳng có diện tích  $A$  do các lực từ tác dụng lên tất cả các hạt như thế trong bản phẳng gây ra là  $p = \frac{\sum F_m}{A}$ . Dùng các kết quả này để chứng minh rằng  $p = \frac{S}{c}$ , trong đó  $S$  là cường độ bị hấp thụ.



**Hình 30-17. BTNC 3 : Sóng điện từ tương tác với một hạt tích điện. Hạt bị liên kết với vị trí trung tâm bởi lực kéo về tuyến tính và ta giả thiết rằng tần số dao động của nó bằng tần số của sóng. Như vậy sóng cung cấp một lực  $F_e = qE$  trong trạng thái cộng hưởng với hạt sao cho  $v$  song song với  $F_e$ . Lực từ  $F_m$  tác dụng lên hạt do sóng gây ra thì hướng theo phương truyền sóng.**

- 4 Trạm không gian tĩnh (không di động trên quỹ đạo).** Xét một trạm không gian có khối lượng  $m$  đặt trong hệ Mặt Trời. Trạm có mặt phản xạ lớn hướng về phía Mặt Trời sao cho nó nằm ở trạng thái cân bằng : Lực  $F_p$  do áp suất bức xạ của Mặt Trời gây ra (có công suất  $P$ ) bằng và ngược chiều với lực hấp dẫn  $F_G$  do khối lượng  $M_s$  của Mặt Trời gây ra (bỏ qua lực do các hành tinh khác gây ra). (a) Chứng minh rằng diện tích  $A$  của bề mặt phản xạ của trạm bằng :

$$A = \frac{2\pi GM_s mc}{P}$$

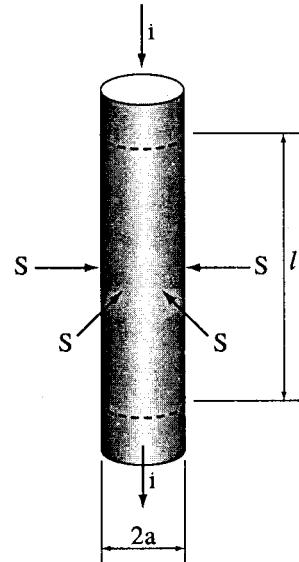
trong đó  $G$  là hằng số hấp dẫn. Vì sao điều kiện cân bằng này lại không phụ thuộc vào khoảng cách giữa Mặt Trời và trạm ? (b) Giả sử diện tích phản xạ là một mặt vuông có cạnh  $L$  và khối lượng của trạm là  $10^6 \text{ kg}$ . Xác định  $L$ , cho công suất bức xạ bởi Mặt Trời là  $3,77 \cdot 10^{26} \text{ W}$ .

- 5 Một cách nhìn nhận khác đối với sự**

**toả nhiệt  $i^2R$  của dây dẫn.** Xét một đoạn dây dẫn có chiều dài  $l$ , điện trở  $R$  và bán kính  $a$  mang một dòng điện  $i$  (hình 30-18). (a) Chứng minh rằng độ lớn của vectơ Poynting tại bề mặt dây là

$$S = \frac{i^2 R}{2\pi a l}.$$

(b) Chứng minh rằng hướng của vectơ Poynting ở mỗi điểm trên bề mặt dây dẫn đều vuông góc với mặt và hướng vào trong (hướng về phía trục của dây dẫn). (c) Thông lượng của vectơ Poynting đổi với mặt dây dẫn bằng bao nhiêu ? (d) Cho một giải thích vật lí về các kết quả này.



Hình 30-18. BTNC 5

- 6 Các đuôi sao chổi.** Xét một vật thể hình cầu có bán kính  $a$  và mật độ khối lượng đều  $\rho$  đang nằm ở trạng thái cân bằng trong hệ Mặt Trời dưới tác dụng của lực hút hấp dẫn và lực bức xạ đẩy do Mặt Trời gây ra (bỏ qua lực do các hành tinh khác gây ra). (a) Chứng minh rằng một vật thể hấp thụ toàn phần sẽ ở trạng thái cân bằng nếu :

$$a = \frac{3P}{16\pi GM_s \rho}$$

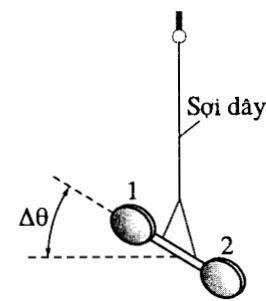
trong đó  $M_s$  là khối lượng mặt trời,  $P$  là công suất bức xạ của Mặt Trời và  $G$  là hằng số hấp dẫn. (b) Tại sao điều kiện cân bằng này lại không phụ

thuộc vào khoảng cách giữa vật thể và Mặt Trời ? (c) Xác định a đối với một hạt mà mật độ của nó gần bằng mật độ của nước đá ( $\rho \approx 10^3 \text{ kg/m}^3$ ). Công suất bức xạ của Mặt Trời là  $3,77 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . (d) Số phận của các hạt có mật độ như thế với bán kính nhỏ hơn a sẽ ra sao ?

- 7 **Đo áp suất bức xạ.** Giả sử ta dùng một cân xoắn như được vẽ trên hình 30-19 để đo áp suất bức xạ. Hai gương có hình đồng tiền xu, mỗi cái có diện tích A và có tâm đặt ở khoảng cách l tính từ điểm giữa trực nối hai gương. Hai gương được nối với nhau bằng một thanh nằm ngang treo trên một sợi dây, mặt gương được đặt đứng thẳng. Momen lực hồi phục M kéo về khi dây bị xoắn một góc  $\Delta\theta$  là  $M = k \cdot \Delta\theta$ , ở đây k là hệ số xoắn của dây. Ánh sáng có cường độ cho trước  $\bar{S}$  đập vuông góc vào gương 1, trong khi gương 2 bị che tối và hệ treo tới trạng thái cân bằng sau khi quay một góc  $\Delta\theta$ . (a) Chứng minh rằng  $\Delta\theta$  được cho bởi :

$$\Delta\theta = \frac{2\bar{S}Al}{ck}$$

Đánh giá giá trị cần phải có của k trong một thí nghiệm có  $\Delta\theta \approx 0,01 \text{ rad}$ ,  $A \approx 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $l \approx 0,1 \text{ m}$  và  $\bar{S} \approx 10^5 \text{ W/m}^2$ .



**Hình 30-19. BTNC 7.**  
Cân xoắn dùng để đo áp suất bức xạ.

# PHỤ LỤC I

## CÁC SỐ LIỆU THIÊN VĂN

Thiên thể	Thiên thể được quay quanh	Bán kính trung bình quỹ đạo (m)	Bán kính thiên thể (m)	Chu kì quỹ đạo (s)	Khối lượng thiên thể (kg)
Mặt Trời	Thiên hà	$5,6 \cdot 10^{20}$	$6,96 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{15}$	$1,99 \cdot 10^{30}$
Thuỷ tinh	Mặt Trời	$5,79 \cdot 10^{10}$	$2,42 \cdot 10^6$	$7,60 \cdot 10^6$	$3,35 \cdot 10^{23}$
Kim tinh	Mặt Trời	$1,08 \cdot 10^{11}$	$6,10 \cdot 10^6$	$1,94 \cdot 10^7$	$4,89 \cdot 10^{24}$
Trái Đất	Mặt Trời	$1,50 \cdot 10^{11}$	$6,37 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^7$	$5,97 \cdot 10^{24}$
Hoả tinh	Mặt Trời	$2,28 \cdot 10^{11}$	$3,38 \cdot 10^6$	$5,94 \cdot 10^7$	$6,46 \cdot 10^{23}$
Mộc tinh	Mặt Trời	$7,78 \cdot 10^{11}$	$7,13 \cdot 10^7$	$3,74 \cdot 10^8$	$1,90 \cdot 10^{27}$
Thổ tinh	Mặt Trời	$1,43 \cdot 10^{12}$	$6,04 \cdot 10^7$	$9,35 \cdot 10^8$	$5,69 \cdot 10^{26}$
Thiên Vương tinh	Mặt Trời	$2,87 \cdot 10^{12}$	$2,38 \cdot 10^7$	$2,64 \cdot 10^9$	$8,73 \cdot 10^{25}$
Hải Vương tinh	Mặt Trời	$4,50 \cdot 10^{12}$	$2,22 \cdot 10^7$	$5,22 \cdot 10^9$	$1,03 \cdot 10^{26}$
Điêm Vương tinh	Mặt Trời	$5,91 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^6$	$7,82 \cdot 10^9$	$5,4 \cdot 10^{24}$
Mặt Trăng	Trái Đất	$3,84 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$	$2,36 \cdot 10^6$	$7,35 \cdot 10^{22}$
Phobos	Hoả tinh	$9 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{16}$
Deimos	Hoả tinh	$2,3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^3$	$1,09 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{15}$
Io	Mộc tinh	$4,22 \cdot 10^8$	$1,67 \cdot 10^6$	$1,53 \cdot 10^5$	$7,3 \cdot 10^{22}$
Europa	Mộc tinh	$6,71 \cdot 10^8$	$1,46 \cdot 10^6$	$3,07 \cdot 10^5$	$4,75 \cdot 10^{22}$
Ganymede	Mộc tinh	$1,07 \cdot 10^9$	$2,55 \cdot 10^6$	$6,18 \cdot 10^5$	$1,54 \cdot 10^{23}$
Callisto	Mộc tinh	$1,88 \cdot 10^9$	$2,36 \cdot 10^6$	$1,44 \cdot 10^6$	$9,5 \cdot 10^{22}$
Mimas	Thổ tinh	$1,86 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$8,12 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^{19}$
Enceladus	Thổ tinh	$2,38 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^{19}$
Tethys	Thổ tinh	$2,95 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$1,63 \cdot 10^5$	$6,5 \cdot 10^{20}$
Dione	Thổ tinh	$3,77 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$2,37 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{21}$
Rhea	Thổ tinh	$5,27 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^5$	$3,91 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{21}$
Titan	Thổ tinh	$1,22 \cdot 10^9$	$2,44 \cdot 10^7$	$1,38 \cdot 10^6$	$1,37 \cdot 10^{23}$
Iapetus	Thổ tinh	$1,48 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^5$	$6,85 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{21}$
Ariel	Thiên Vương tinh	$1,92 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$2,18 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{21}$
Umbriel	Thiên Vương tinh	$2,67 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^5$	$3,58 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{20}$
Sao Titania	Thiên Vương tinh	$4,38 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$7,53 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{21}$
Sao Oberon	Thiên Vương tinh	$5,86 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^{21}$
Sao Triton	Hải Vương tinh	$3,53 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	$4,82 \cdot 10^5$	$1,40 \cdot 10^{23}$
Sao Nereid	Hải Vương tinh	$5,6 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$	$3,11 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{19}$

## PHỤ LỤC 2

### CÁC HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI

Độ dài	m	in	ft
1 met (m)	1	39,37	3,281
1 inch (in)	$2,540 \cdot 10^{-2}$	1	$8,333 \cdot 10^{-2}$
1 fut (ft)	0,3048	12	1

$$1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$1 \text{ mi (dặm)} = 5280 \text{ ft} = 1,61 \text{ km}$$

$$1 \text{ bán kính Bohr} = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$1 \text{ hải lí} = 1,852 \text{ km}$$

$$1 \text{ angstrom} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \text{ parsec} = 3,084 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$1 \text{ năm ánh sáng} = 9,460 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Thời gian	s	phút	giờ	ngày	năm
1 giây	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$3,169 \cdot 10^{-8}$
1 phút	60	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,901 \cdot 10^{-6}$
1 giờ	3600	60	1	$4,167 \cdot 10^{-2}$	$1,141 \cdot 10^{-4}$
1 ngày	$8,640 \cdot 10^4$	1440	24	1	$2,738 \cdot 10^{-3}$
1 năm	$3,156 \cdot 10^4$	$5,260 \cdot 10^5$	$8,766 \cdot 10^3$	365,2	1

Khối lượng. Các đại lượng aoxđ (oz), pao (lb), tấn Anh là các trọng lượng không phải là khối lượng nhưng nói chung chúng đều tương ứng với các khối lượng, chẳng hạn như 1kg có trọng lượng  $2,205 \text{ lb}$  tại vùng có  $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ .

Khối lượng	kg	u	slug	$1 \text{ aoxđ (oz)} = 28,35 \text{ g (lực)}$ $= 2,835 \cdot 10^{-2} \text{ kg (lực)}$
1 kilogram	1	$6,022 \cdot 10^{26}$	$6,852 \cdot 10^{-2}$	$1 \text{ pao (lb)} = 453,6 \text{ g (lực)}$ $= 0,4536 \text{ kg (lực)}$
1 đơn vị khối lượng nguyên tử (u)	$1,661 \cdot 10^{-27}$	1	$1,138 \cdot 10^{-28}$	$1 \text{ tấn Anh} = 907,2 \text{ kg (lực)}$
1 slug	14,59	$8,788 \cdot 10^{27}$	1	$1 \text{ tấn hệ met} = 1000 \text{ kg}$

Diện tích	$\text{m}^2$	$\text{in}^2$	$\text{ft}^2$
1 met vuông	1	1550	10,76
1 inch vuông	$6,452 \cdot 10^{-4}$	1	$6,944 \cdot 10^{-3}$
1 fut vuông	$9,290 \cdot 10^{-2}$	144	1

$$1 \text{ barn} = 10^{-26} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ acre} = 4,356 \cdot 10^4 \text{ ft}^2 = 0,4049 \text{ ha}$$

$$1 \text{ hecta} = 10^4 \text{ m}^2 = 2,471 \text{ acre}$$

$$1 \text{ dặm vuông} = 640 \text{ acre} = 2,788 \cdot 10^7 \text{ ft}^2$$

Thể tích	$m^3$	$cm^3$	l	$in^3$	$ft^3$
1 met khối	1	$10^6$	$10^3$	$6,102 \cdot 10^4$	35,31
1 centimet khối	$10^{-6}$	1	$10^{-3}$	$6,102 \cdot 10^{-2}$	$3,531 \cdot 10^{-5}$
1 lit	$10^{-3}$	$10^3$	1	61,02	$3,531 \cdot 10^{-2}$
1 inch khối	$1,639 \cdot 10^{-5}$	16,39	$1,639 \cdot 10^{-2}$	1	$5,787 \cdot 10^{-4}$
1 fut khối	$2,832 \cdot 10^{-2}$	$2,831 \cdot 10^4$	28,32	1728	1

1 galon Mĩ =  $231 in^3$

1 galon Anh =  $277,42 in^3$

Tốc độ	$m/s$	$km/h$	$ft/s$	$mi/h$
1 met trên giây	1	3,600	3,2810	2,2370
1 Kilômet trên giờ	0,2778	1	0,9113	0,6214
1 fut trên giây	0,3048	1,097	1	0,6818
1 dặm trên giờ (mi/h)	0,4470	1,609	1,4670	1

Lực	N	dyn	Ib
1 niutơn	1	$10^5$	0,2248
1 dyn	$10^{-5}$	1	$2,248 \cdot 10^{-6}$
1 pao (lb)	4,448	$4,448 \cdot 10^5$	1

Công suất	W	cal/s	hp	ft.lb/s	Btu/h
1 oat	1	0,2390	$1,341 \cdot 10^{-3}$	0,7376	3,414
1 calo trên giây	4,184	1	$5,611 \cdot 10^{-3}$	3,086	14,29
1 mã lực (hp)	745,7	178,2	1	550	2546
1 fut pao trên giây	1,356	0,3240	$1,818 \cdot 10^{-3}$	1	4,629
1 đơn vị nhiệt lượng Anh trên giờ	0,2929	$7,000 \cdot 10^{-2}$	$3,928 \cdot 10^{-4}$	0,2160	1

Calo nhiệt động hoá học theo định nghĩa bằng  $4,186 J$ . Calo lớn dùng trong khẩu phần ăn là  $10^3$  cal.

Khối lượng riêng	$kg/m^3$	$g/cm^3$	$Ib/ft^3$
1 kilôgam trên met khối	1	$10^{-3}$	$6,243 \cdot 10^{-2}$
1 gam trên centimet khối	$10^3$	1	62,43
1 pao trên fut khối	16,02	$1,602 \cdot 10^{-2}$	1

Pao trên fut khối là trọng lượng riêng, các đơn vị khác là khối lượng riêng. Xem bảng khối lượng.

Áp suất	Pa	dyn/cm <sup>2</sup>	atm	mmHg	lb/in <sup>2</sup>
1 pascal (1N/m <sup>2</sup> )	1	10	$9,869 \cdot 10^{-6}$	$7,501 \cdot 10^{-3}$	$1,450 \cdot 10^{-4}$
1 dyn trên centimet vuông	0,1	1	$9,869 \cdot 10^{-7}$	$7,501 \cdot 10^{-4}$	$1,450 \cdot 10^{-5}$
1 atm	$1,013 \cdot 10^5$	$1,013 \cdot 10^6$	1	760	14,70
1 milimet thuỷ ngân	133,3	$1,333 \cdot 10^3$	$1,316 \cdot 10^{-3}$	1	$1,934 \cdot 10^{-2}$
1 pao trên inch vuông	6895	$6,895 \cdot 10^4$	0,6805	51,71	1

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

Năng lượng	J	ec	eV	Cal	kW.h	ft.lb	Btu
1 jun	1	$10^7$	$6,242 \cdot 10^{18}$	0,2390	$2,778 \cdot 10^{-7}$	0,7376	$9,484 \cdot 10^{-4}$
1 ec	$10^{-7}$	1	$6,242 \cdot 10^{11}$	$2,390 \cdot 10^{-8}$	$2,778 \cdot 10^{-14}$	$7,376 \cdot 10^{-8}$	$9,484 \cdot 10^{-11}$
1 electron-vôn	$1,602 \cdot 10^{-19}$	$1,602 \cdot 10^{-12}$		$13,829 \cdot 10^{-20}$	$4,450 \cdot 10^{-26}$	$1,182 \cdot 10^{-19}$	$1,520 \cdot 10^{-22}$
1 calo	4,184	$4,184 \cdot 10^7$	$2,611 \cdot 10^{19}$		$1,162 \cdot 10^{-6}$	3,086	$3,968 \cdot 10^{-3}$
1 kilôoát giờ	$3,6 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^{13}$	$2,247 \cdot 10^{25}$	$8,604 \cdot 10^5$	1	$2,655 \cdot 10^6$	3414
1 fut pao	1,356	$1,356 \cdot 10^7$	$8,462 \cdot 10^{18}$	0,324	$3,766 \cdot 10^{-7}$	1	$1,286 \cdot 10^{-3}$
1 đơn vị nhiệt lượng Anh	1054	$1,054 \cdot 10^{10}$	$6,581 \cdot 10^{21}$	252	$2,929 \cdot 10^{-4}$	$7,777 \cdot 10^2$	1

### PHỤ LỤC 3

### CÁC HẰNG SỐ CƠ BẢN

Bảng tóm tắt các giá trị được đề nghị năm 1993 của các hằng số vật lí cơ bản (B. N Taylor, Viện tiêu chuẩn và Công nghệ quốc gia).

Đại lượng	Kí hiệu	Giá trị	Đơn vị	Sai số tương đối phần nghìn
Tốc độ ánh sáng trong chân không	c	299792458	$\text{m.s}^{-1}$	chính xác
Nhiệt độ điểm ba	$T_t$	273,16	K	chính xác
Hằng số từ thẩm của chân không	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12,566370614 \cdot 10^{-7}$	$\text{N.A}^{-2}$	chính xác
Hằng số điện môi của chân không, $1/\mu_0 c^2$	$\epsilon_0$	8,854187817	$10^{-12} \text{F.m}^{-1}$	chính xác
Hằng số hấp dẫn của Newton	G	6,67259(85)	$10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	128
Hằng số Planck	h	6,6260755(40)	$10^{-34} \text{J.s}$	0,60
$h/2\pi$	$\hbar$	1,05457266(63)	$10^{-34} \text{J.s}$	0,60
Điện tích nguyên tử	e	1,60217733(49)	$10^{-19} \text{C}$	0,30
Lượng tử từ thông $h/2e$	$\phi_0$	2,06783461(61)	$10^{-15} \text{Wb}$	0,30
Khối lượng electron	$m_e$	9,1093897(54)	$10^{-31} \text{kg}$	0,59
Khối lượng proton	$m_p$	1,6726231(10)	$10^{-27} \text{kg}$	0,59
Tỉ số khối lượng proton electron	$m_p/m_e$	1836,152701(37)		0,020
Khối lượng neutron	$m_n$	1,6749286(10)	$10^{-27} \text{kg}$	0,59
Bước sóng Compton $h/m_e c$	$\lambda_c$	2,42631058(22)	$10^{-12} \text{m}$	0,089
Hằng số cấu trúc tinh tế $\mu_0 c e^2 / 2h$	$\alpha$	7,29735308(33)	$10^{-3}$	0,045
Hằng số cấu trúc tinh tế nghịch đảo	$\alpha^{-1}$	137,0359895(61)		0,045
Hằng số Rydberg $m c \alpha^2 / 2h$	$R_\infty$	10973731,534(13)	$\text{m}^{-1}$	0,0012
Hằng số Avogadro	$N_A$	6,0221367(36)	$10^{23} \text{mol}^{-1}$	0,59
Hằng số Faraday $N_A e$	F	96485,309(29)	$\text{C.mol}^{-1}$	0,30
Hằng số khí ứng với 1 mol	R	8,314510(70)	$\text{J.mol}^{-1}.K^{-1}$	8,4
Hằng số Boltzmann R/N_A	k	1,380658(12)	$10^{-23} \text{J.K}^{-1}$	8,5
Hằng số Stefan - Boltzmann $(\pi^2/60) k^4 / \hbar^3 c^2$	$\sigma$	5,67051(19)	$10^{-8} \text{Wm}^{-2}.K^{-4}$	34
Các đơn vị không SI được dùng với SI				
electron - vôn ( $e/C$ )J = {e}J	eV	1,60217733(49)	$10^{-19} \text{J}$	0,30
Đơn vị khối lượng nguyên tử	u	1,6605402(10)	$10^{-27} \text{kg}$	0,59
$1u = m_u = 1/12 m(^{12}\text{C})$				

$$\text{Khối lượng electron } m_e = 0,000\ 549u = 0,511\text{Mev/c}^2$$

$$\text{Khối lượng proton } m_p = 1,007\ 28u = 938,3\text{Mev/c}^2$$

$$\text{Khối lượng neutron } m_n = 1,008\ 665u = 939,6\text{Mev/c}^2$$

$$1u = 931,5\text{Mev/c}^2$$

## PHỤ LỤC 4

### CÁC PHÉP TÍNH VI PHÂN

Đạo hàm của  $y = f(x)$  được định nghĩa là giới hạn của độ dốc  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  của đường cong  $y$  theo  $x$ :

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Một số hệ thức tổng quát về các đạo hàm:

Tổng của các hàm:

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = \frac{df}{dx} \pm \frac{dg}{dx}$$

Tích của các hàm:

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f \frac{dg}{dx} + g \frac{df}{dx}$$

Thương của hai hàm:

$$\frac{d\left(\frac{f}{g}\right)}{dx} = \frac{gdf}{dx} - \frac{fdg}{g^2}$$

Đạo hàm của hàm hợp (quy tắc dây chuyền): Nếu  $y = f(x)$  và  $x = g(z)$  thì:

$$\frac{df(x)}{dz} = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$$

Các đạo hàm của một số hàm đặc biệt (a và n là các hằng số):

$$\frac{d(ax^n)}{dx} = na^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} \sin(ax) = a \cos(ax);$$

$$\frac{d}{dx} a^{nx} = na^x \ln a;$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin(ax) = \frac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}};$$

$$\frac{d}{dx} \cos(ax) = -a \sin(ax);$$

$$\frac{d}{dx} e^{ax} = ae^{ax};$$

$$\frac{d}{dx} \arccos(ax) = \frac{-a}{\sqrt{1-a^2x^2}};$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{tg}(ax) = a \sec^2(ax);$$

$$\frac{d}{dx} \ln(ax) = \frac{1}{x};$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{arctg}(ax) = \frac{a}{1+a^2x^2}$$

# PHỤ LỤC 5

## CÁC PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN

Tích phân I của hàm  $f(x)$  giữa các giới hạn  $a$  và  $b$  được viết là :

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

và bằng diện tích giới hạn bởi đường cong  $f(x)$ , các đường  $x = a$ ,  $x = b$  và trục hoành. Định lí cơ bản của các phép tính chứng tỏ rằng nếu giới hạn trên là một biến  $w$  thì :

$$I(w) = \int_a^w f(x) dx$$

$$\frac{d}{dw} I(w) = \frac{d}{dw} \int_a^w f(x) dx = f(w)$$

Vậy ta coi tích phân như là nghịch đảo của đạo hàm. Tích phân không định hạn  $I(x)$  của  $f(x)$  là hàm mà đạo hàm của nó là  $f(x)$  : ví dụ như tích phân không định hạn  $ax^2 + bx + c$  là  $\frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx + d$ .

Một số quy tắc chung về các tích phân không định hạn ( $f$ ,  $g$ ,  $u$  và  $v$  là các hàm ;  $a$ ,  $b$  và  $c$  là các hằng số) có thể được biểu diễn là :

$$\int dx = x + C$$

$$\int \frac{d[f(x)]}{dx} dx = f(x) + C$$

$$\int af(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int [af(x) + bg(x)] dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Sau đây là các bảng của một số tích phân không định hạn và định hạn.

### Các tích phân không định hạn

Một hằng số tùy ý có thể được cộng vào mỗi tích phân ;  $a$ ,  $b$  và  $n$  biểu diễn các hằng số.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int (a + bx)^n dx = \frac{(a + bx)^{n+1}}{b(n+1)}$$

(với  $n \neq -1$ )

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b} \ln(a + bx)$$

$$\int \frac{x dx}{a + bx^2} = \frac{1}{2b} \ln(a + bx^2)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^3} (a^2 x^2 - 2ax + 2)$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \ln(ax)dx = (x \ln ax) - x$$

**Các tích phân định hạn**  
( $a > 0$ )

$$\int \sin(ax)dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int \cos(ax)dx = \frac{\sin(ax)}{a}$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$\int \tan(ax)dx = -\frac{\ln(\cos ax)}{a}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = n! a^{-n-1}$$

$$\int \sin^2(ax)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

$$\int \cos^2(ax)dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + e^{ax}} = \frac{\ln 2}{a}$$

$$\int \tan^2(ax)dx = \frac{\tan(ax)}{a} - x$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

## PHỤ LỤC 6

### CÁC CÔNG THỨC TÍNH GẦN ĐÚNG, CÁC CÔNG THỨC VÀ KÍ HIỆU

#### Các khai triển

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots \quad |x| < 1$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\sin^{-1}x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \quad |x| < 1 \text{ góc đo bằng rad}$$

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$$

$$\operatorname{tg}^{-1}x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad x^2 < 1$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots \quad x^2 > 1$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad |x| < 1$$

#### Diện tích

$$\begin{array}{ll} \text{Hình vuông có cạnh } a & a^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Hình chữ nhật với các cạnh } a \text{ và } b & ab \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Hình tam giác có đáy } b \text{ và chiều cao } h & \frac{1}{2}bh \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Hình bình hành có đáy } b \text{ và chiều cao } h & bh \end{array}$$

Hình tròn có bán kính r	$\pi r^2$
Hình elip với bán trục dài a và bán trục ngắn b	$\pi ab$
Hình cầu có bán kính r	$4\pi r^2$
Hình trụ tròn có bán kính r và chiều cao h (đỉnh và đáy) + (diện tích xung quanh)	$2\pi r^2 + 2\pi rh$

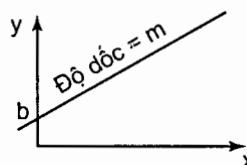
### Thể tích

Hình lập phương có cạnh a	$a^3$
Hình lăng trụ với diện tích đáy A và chiều cao h	Ah
Hình cầu có bán kính r	$\frac{4}{3}\pi r^3$
Hình trụ có diện tích đáy A, chiều cao h	Ah
Hình nón có diện tích A và chiều cao h	$\frac{1}{3}Ah$

### Phương trình của các đường cong

Đường thẳng có độ dốc m và phần bị chấn b (hình PL.1) :

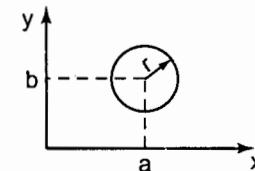
$$y = mx + b$$



Hình PL.1

Đường tròn có bán kính r, tâm tại (a, b) (hình PL.2) :

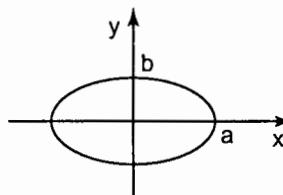
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Hình PL.2

Elip với các bán trục a và b, có tâm tại (0, 0) (hình PL.3) :

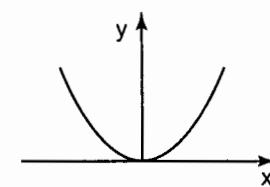
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Hình PL.3

Parabol có đỉnh tại gốc, nhánh hướng lên trên (hình PL.4) :

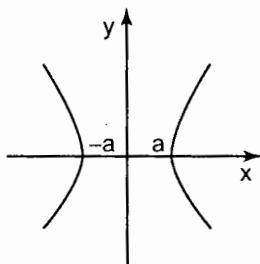
$$y = Ax^2$$



Hình PL.4

Hypebol với các đỉnh tại  $(\pm a, 0)$  và tâm sai e

cho bởi  $e^2 = \frac{b^2}{a^2} + 1$ ,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (hình PL.5)



Hình PL.5

### Phương trình bậc hai

Các nghiệm phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  được cho bởi :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### Lôgarit

Nếu  $x = a^y$  thì  $y = \log_a x$

$\log(u/v) = \log u - \log v$

Cơ số của lôgarit tự nhiên là :

$\log_e^n = n \log_e$

$e = 2,718281828\dots$  sao cho  $y = \log_e x = \ln x$

$\ln e = 1$

$\log_1 = 0$

$\ln e^n = n$

$\log_a a = 1$

$\ln 10 = 2,303$

$\log(uv) = \log u + \log v$

$\ln 2 = 0,693$

### Bộ chữ cái Hi Lạp

Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường	Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường
Anpha	A	α	Nuy	N	ν
Bêta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Ômicrôn	Ο	ο
Đenta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	Ε	ε	Rô	Ρ	ρ
Zêta	Z	ξ	Sigma	Σ	σ
Êta	H	η	Tau	Τ	τ
Têta	Θ	θ	Upsilon	Υ	υ
Iôta	I	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Kappa	K	κ	Khi	Χ	χ
Lamda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Muy	M	μ	Ômêga	Ω	ω

# PHỤ LỤC 7

## VECTƠ VÀ PHÉP TÍNH VECTƠ

**Vectơ** là một đại lượng có cả độ lớn lẫn hướng, thường kí hiệu là **A** (độ) hoặc  $\vec{A}$ . Độ lớn của vectơ **A** là :  $A = |\mathbf{A}|$ , nó không bao giờ âm.

### Biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ Descartes

Trong *mặt phẳng* (không gian 2 chiều) :

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$$

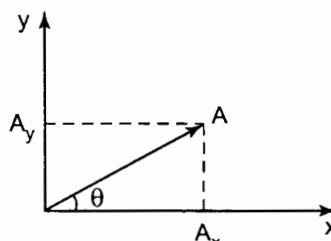
trong đó **i**, **j** là các vectơ đơn vị dọc theo các trục Ox, Oy.  $A_x$ ,  $A_y$  là các thành phần vectơ dọc theo các trục đó. Thành phần vectơ có thể dương hoặc âm. Độ lớn và hướng của vectơ **A** được xác định như sau (hình PL.6) :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

Nếu độ lớn **A** và hướng (góc  $\theta$ ) đã cho thì các thành phần vectơ có thể tìm được bằng :

$$A_x = A \cos\theta; \quad A_y = A \sin\theta$$



Hình PL.6

Mở rộng trong không gian 3 chiều thì độ lớn của vectơ **A** là :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

với  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  là các thành phần vectơ dọc theo ba trục Ox, Oy, Oz. Hướng của vectơ **A** có thể biểu thị qua các góc đối với trục toạ độ, nhưng trong không gian 3 chiều cho ba thành phần  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  sẽ thuận tiện hơn.

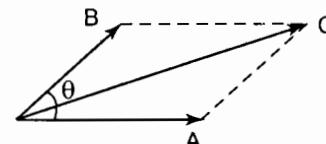
**Cộng vectơ** (phương pháp hình học) :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

Các vectơ **A** và **B** được cộng theo phương pháp hình học để tạo ra vectơ tổng **C**. Vectơ **C** là đường chéo của hình bình hành mà **A** và **B** là hai cạnh. Độ lớn của **C** là :

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

trong đó **A**, **B** là các độ lớn của vectơ **A** và **B**,  $\theta$  là góc giữa hai vectơ đó (hình PL.7).



Hình PL.7

**Phép cộng vectơ có các tính chất sau :**

- Giao hoán :  $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
- Kết hợp :  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$
- Nhân vectơ với một vô hướng :  $\mathbf{B} = s \cdot \mathbf{A}$ , nếu  $s > 0$  thì **B** cùng hướng với **A** và có độ lớn  $B = |s|A$ ; nếu  $s < 0$  thì **B** ngược hướng với **A** và có độ lớn  $B = |s|A$ .

## Cộng vectơ (phương pháp giải tích).

Khi biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ thì vectơ tổng  $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$  có các thành phần vectơ như sau :

$$C_x = A_x + B_x; C_y = A_y + B_y; C_z = A_z + B_z$$

Độ lớn của vectơ tổng  $\mathbf{C}$  được tính :

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \\ &= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2} \end{aligned}$$

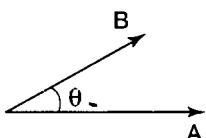
## Tích vô hướng (tích chấm)

Tích vô hướng của hai vectơ  $\mathbf{A}$  và  $\mathbf{B}$  là một vô hướng được định nghĩa (hình PL.8) :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

Nó có thể biểu diễn theo các thành phần vectơ :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



Hình PL.8

## Tích vô hướng có các tính chất :

- Giao hoán :  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
- Phân phối :  $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$
- Ngoài ra còn có tính chất :

$$\mathbf{A} \cdot (s\mathbf{B}) = s(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}), \text{ trong đó } s \text{ là một vô hướng.}$$

## Tích vectơ

Tích vectơ của hai vectơ  $\mathbf{A}$  và  $\mathbf{B}$  được

định nghĩa là vectơ :

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

\* Hướng của vectơ  $\mathbf{C}$  được xác định bằng quy tắc bàn tay phải : Vectơ  $\mathbf{C}$  vuông góc với mặt phẳng chứa  $\mathbf{A}$  và  $\mathbf{B}$ , uốn cong các ngón tay của bàn tay phải theo chiều quay từ  $\mathbf{A}$  đến  $\mathbf{B}$ , ngón tay cái choãi ra chỉ chiều của  $\mathbf{C}$  (hình PL.9).

\* Độ lớn của vectơ  $\mathbf{C}$  là :

$$C = AB \sin \theta$$

Nếu biểu diễn các vectơ trong hệ toạ độ thì :

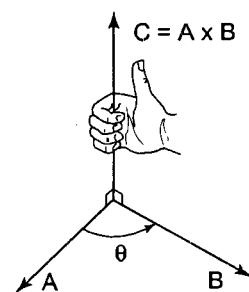
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}$$

trong đó các thành phần vectơ là :

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x.$$



Hình PL.9

Tích vectơ có các tính chất như sau :

- Không giao hoán :  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$ , khi đổi chỗ hai vectơ ta có :  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = - \mathbf{B} \times \mathbf{A}$
- Phân phối :  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$

## PHỤ LỤC 8

### CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

**Sin, cosin, tang của  $\theta$  (xem hình PL.10)**  
được cho bởi :

$$\sin\theta = \frac{y}{r} ; \quad \cos\theta = \frac{x}{r} ;$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

**Côsec, sec và cốtang của  $\theta$  được cho bởi :**

$$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin\theta} ;$$

$$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos\theta} ;$$

$$\operatorname{cotg}\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{\operatorname{tg}\theta}$$

Từ hình PL.10 :

$$\sin(\theta \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos\theta ;$$

$$\cos(\theta \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \sin\theta ;$$

$$\operatorname{tg}(\theta \mp \frac{\pi}{2}) = \mp \operatorname{cotg}\theta$$

Từ định lí Pithagor,  $x^2 + y^2 = r^2$  và :

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 ;$$

$$\sec^2\theta - \operatorname{tg}^2\theta = 1 ;$$

$$\csc^2\theta - \operatorname{cotg}^2\theta = 1$$

Dưới đây là một số công thức lượng giác :

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha$$

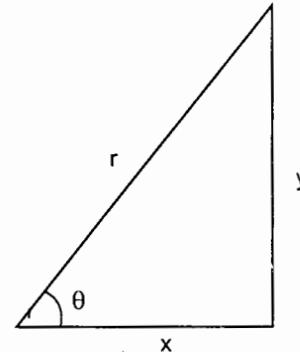
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\beta - \alpha)$$



*Hình PL.10*

$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2\theta \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}2\theta = \frac{2\operatorname{tg}\theta}{1 - \operatorname{tg}^2\theta}$$

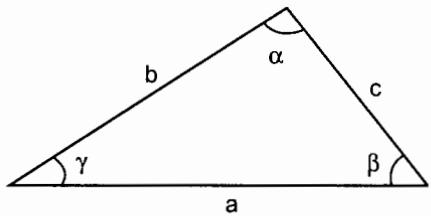
$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) ;$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta ;$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta ;$$

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg}\theta$$



Hình PL.11

**Định lí hàm số cosin :**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

**Đối với một tam giác bất kì** (xem hình

PL.11) :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

**Định lí hàm số sin :**

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYỄN TỐ

Nhóm I Nhóm II

Các nguyên tố chuyển tiếp

Nhóm III Nhóm IV Nhóm V Nhóm VI Nhóm VII

<b>H</b>	<b>1</b>	<b>Kí hiệu</b>	<b>C</b>	<b>17</b>	<b>Số nguyên tử</b>	<b>He</b>	<b>4</b>
<b>Li</b>	<b>3</b>	<b>Be</b>	<b>4</b>	<b>Cl</b>	<b>35,4327</b>	<b>He</b>	<b>4,002602</b>
6,941		9,012182					
<b>2s<sup>1</sup></b>	<b>2s<sup>2</sup></b>						
<b>Na</b>	<b>11</b>	<b>Mg</b>	<b>12</b>	<b>Khối lượng nguyên tử</b>	<b>3p<sup>5</sup></b>	<b>Ne</b>	<b>10</b>
22,989768		24,03050				18,9984032	20,1797
<b>3s<sup>1</sup></b>	<b>3s<sup>2</sup></b>			<b>Cấu hình electron</b>	<b>2p<sup>5</sup></b>	<b>Ar</b>	<b>18</b>
<b>K</b>	<b>19</b>	<b>Ca</b>	<b>20</b>	<b>Sc</b>	<b>21</b>	<b>Ti</b>	<b>22</b>
39,0983		40,078		44,955910	47,88	,	50,9415
<b>4s<sup>1</sup></b>	<b>4s<sup>2</sup></b>			51,9961	54,93805	55,847	58,93320
<b>Rb</b>	<b>37</b>	<b>Sr</b>	<b>38</b>	<b>Y</b>	<b>39</b>	<b>Zr</b>	<b>40</b>
85,4678		87,62		88,90585	91,224	92,90638	95,94
<b>5s<sup>1</sup></b>	<b>5s<sup>2</sup></b>			97,9072)	(97,9072)	101,07	102,90550
<b>Cs</b>	<b>55</b>	<b>Ba</b>	<b>56</b>	<b>Hf</b>	<b>57 - 71+</b>	<b>Ta</b>	<b>73</b>
132,90543		137,327		178,49	180,9479	183,84	186,207
<b>6s<sup>1</sup></b>	<b>6s<sup>2</sup></b>			190,23	192,22	195,08	196,96654
<b>Fr</b>	<b>87</b>	<b>Ra</b>	<b>88</b>	<b>89 - 103<sup>†</sup></b>	<b>(Db)* 104</b>	<b>(Jl)* 105</b>	<b>(Rd)* 106</b>
(223,0197)		(226,0254)		(261,1089)	(262,1144)	(263,1186)	(262,1231)
<b>7s<sup>1</sup></b>	<b>7s<sup>2</sup></b>			7s <sup>2</sup>	6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup>	6d <sup>17</sup> s <sup>2</sup>	6d <sup>27</sup> s <sup>2</sup>
					6d <sup>47</sup> s <sup>2</sup>	6d <sup>47</sup> s <sup>2</sup>	
<b>*Họ lantan</b>		<b>La</b>	<b>57</b>	<b>Ce</b>	<b>58</b>	<b>Pr</b>	<b>59</b>
		138,9055	140,115	140,90765	144,24	(144,9127)	150,36
		<b>5d<sup>1</sup>6s<sup>2</sup></b>	<b>4f<sup>1</sup>5d<sup>1</sup>6s<sup>2</sup></b>	<b>4f<sup>4</sup>5d<sup>0</sup>6s<sup>2</sup></b>	<b>4f<sup>4</sup>5d<sup>0</sup>6s<sup>2</sup></b>	<b>4f<sup>4</sup>5d<sup>0</sup>6s<sup>2</sup></b>	<b>4f<sup>4</sup>5d<sup>0</sup>6s<sup>2</sup></b>
<b>†Họ actini</b>		<b>Ac</b>	<b>89</b>	<b>Th</b>	<b>90</b>	<b>Pa</b>	<b>91</b>
		(227,0278)	232,0381	231,03588	238,0289	(237,0482)	(244,0642)
		<b>6d<sup>1</sup>7s<sup>2</sup></b>	<b>6d<sup>2</sup>7s<sup>2</sup></b>	<b>5f<sup>5</sup>6d<sup>1</sup>7s<sup>2</sup></b>	<b>5f<sup>6</sup>6d<sup>1</sup>7s<sup>2</sup></b>	<b>5f<sup>7</sup>6d<sup>0</sup>7s<sup>2</sup></b>	<b>5f<sup>8</sup>6d<sup>0</sup>7s<sup>2</sup></b>
		<b>U</b>	<b>92</b>	<b>Np</b>	<b>93</b>	<b>Pu</b>	<b>94</b>
						(243,0614)	(247,0703)
						(251,0796)	(252,0803)
						(257,0951)	(258,0984)
						(259,10011)	(262,1098)
						<b>95</b>	<b>96</b>
						<b>97</b>	<b>98</b>
						<b>Cf</b>	<b>99</b>
						<b>Fm</b>	<b>100</b>
						<b>Md</b>	<b>101</b>
						<b>No</b>	<b>102</b>
						<b>Lr</b>	<b>103</b>
						<b>104</b>	
						<b>105</b>	
						<b>106</b>	
						<b>107</b>	
						<b>108</b>	
						<b>109</b>	

## ĐÁP SỐ CỦA CÁC BÀI TẬP

### Chương 16

#### Bài tập

2. (a)  $6,25 \cdot 10^9$ ; (b)  $1,875 \cdot 10^{10}$ .

4. (a)  $F_{ab} = 0,23\text{mN}$ ;  $F_{cb} = 0,19\text{mN}$ ;

$F_b = 0,04\text{mN}$  hướng tới a.

(b)  $F_{ac} = 0,034\text{mN}$ ;  $F_{bc} = 0,19\text{mN}$ .

$F_c = 0,16\text{mN}$  hướng tới b.

5.  $\frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$  hướng từ tâm tam giác đi ra.

6.  $420\text{nC}$ .

7. (a)  $220\text{ N/C}$  hướng lên;

(b)  $2,9\mu\text{N}$  hướng xuống.

8. (a)  $-0,065\text{C/kg}$ ; (b)  $1,4 \cdot 10^{-9}$ .

10. (a)  $1400\text{ N/C}$  sang phải;

(b)  $7500\text{ N/C}$  sang trái.

11. (a)  $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 d^2}$  hướng tới gốc trống ( $q > 0$ ).

(b)  $\frac{\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)q}{4\pi\epsilon_0 d^2}$ , hướng từ tâm đĩa đi ra

( $q$  dương)

12.  $E = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 z^3}$ .

14.  $71\text{ N/C}$ ;  $-140\text{ N/C}$ .

15.  $0,19 \cdot 10^{-10}\text{m}$ .

16.  $\frac{Q}{2\pi^2\epsilon_0 a^2}$ .

18. (a)  $9,7 \cdot 10^7\text{C/kg}$ ; (b) proton.

19.  $20^\circ$ .

20. (a)  $(11N/C)\mathbf{i} - (19N/C)\mathbf{j}$ ;

(b)  $(22nN)\mathbf{i} - (38nN)\mathbf{j}$ .

21. (a)  $2,6\text{kN/C}$ ; (b) hướng tới thanh.

22. (a)  $2,3\text{kN/C}$ ; (b) hướng tới đĩa.

24.  $18^\circ$ .

#### Bài tập nâng cao

1. (a)  $q = -\frac{Q}{2\sqrt{2}}$ .

(b)  $\frac{7q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$ .

4. (a)  $-(3100\text{ N/C})\mathbf{i}$ ; (b) 0.

5.  $E = \frac{2\lambda l x}{\pi\epsilon_0(x^2 + l^2)\sqrt{x^2 + 2l^2}}\mathbf{i}$

6. (a) Dao động (b)  $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^3 m}{Q|q|}}$

7.  $E_x = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + a^2)^{3/2}},$

$E_\perp = \frac{Qa}{2\pi^2\epsilon_0(x^2 + a^2)^{3/2}}$ .

### Chương 17

#### Bài tập

1. (a)  $2100\text{Nm}^2/\text{C}$ ; (b) 0;

(c)  $1800\text{Nm}^2/\text{C}$ .

2. (a)  $440\text{Nm}^2/\text{C}$ ; (b)  $200\text{Nm}^2/\text{C}$ .

4.  $67^\circ$ .

5. (a)  $13\text{m}^2$ ; (b)  $9,0\text{N/C}$ ; (c)  $110\text{Nm}^2/\text{C}$ ;  
 (d)  $50\text{m}^2$ ;  $2,2\text{N/C}$ ;  $110\text{Nm}^2/\text{C}$ .

6.  $-2900\text{Nm}^2/\text{C}$ .

9.  $4,4 \cdot 10^{-12} \text{C/m}^3$ .

11.  $\Phi_E = -480 \text{Nm}^2/\text{C}$  đối với cả khối lập phương;  $\Phi_E = 0$  đối với mỗi mặt trong các mặt phẳng  $xy$ ,  $xz$  và  $yz$ ;  $\Phi_E = -160\text{Nm}^2/\text{C}$  đối với mỗi mặt còn lại.

14. (a)  $-37\text{nC/m}$ ;

(b)  $26 \cdot 10^3 \text{N/C}$  hướng tới thanh.

15. (a)  $66\text{nC/m}^2$ ;

(b)  $3,7 \cdot 10^3 \text{N/C}$  trong mỗi trường hợp.

17. (a)  $-2,3\mu\text{C/m}^2$ ;

(b) 0; 0;  $140\text{kN/C}$ ;  $78\text{kN/C}$ .

19. (a)  $130\mu\text{C/m}^3$ ;

(b)  $120\text{kN/C}$ ;  $240\text{kN/C}$ ;  $60\text{kN/C}$ .

21. (a) Không có đại lượng nào xác định được;

(b)  $Q = 37\text{nC}$ ;  $r_0 = 26\text{mm}$ ;  $p = 50\mu\text{C/m}^3$ .

23.  $8,3\text{nC/m}^2$ .

24.  $5,5 \text{nC/m}^2$

27. (a) không; (b) không;

(c)  $444\text{N/C}$ ; (d)  $250 \text{ N/C}$ .

### Bài tập nâng cao

2. (a)  $\sigma_{\text{trong}} = 160 \text{nC/m}^2$ ,

$\sigma_{\text{ngoài}} = -110 \text{nC/m}^2$ .

4. (a)  $E = 0$ ,  $r < a$ ;  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ,

$a < r < b$ ;  $E = 0$ ,  $r > b$ .

5. (a)  $\sigma_{\text{trong}} = -2,5\mu\text{C/m}^2$ ,

$\sigma_{\text{ngoài}} = 0,89 \mu\text{C/m}^2$ ;

(b)  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ,  $r < 30\text{mm}$ ;

$E = 0$ ,  $30\text{mm} < r < 50\text{mm}$ ;

$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ,  $r > 50\text{mm}$ .

## Chương 18

### Bài tập

1. (a)  $U_a = 87\mu\text{J}$ ;  $U_b = 40\mu\text{J}$ .

(b)  $U_b - U_a = -47\mu\text{J}$ ; (c)  $W = 47\mu\text{J}$ .

2. (a)  $54\mu\text{J}$ ; (b)  $0,022\text{m/s}$ .

3. (a)  $65\mu\text{J}$ ; (b)  $130\mu\text{J}$ .

4. (a)  $33\text{kV}$ ; (b)  $33\text{kV}$ ; (c)  $33\text{kV}$ .

6.  $12\mu\text{J}$ .

9. (a)  $330\text{V}$ ; (b)  $330\text{V}$ ; (c)  $-330 \text{ V}$ ;

(d)  $660\text{V}$ ; (e)  $330\text{V}$

10. (a)  $1,3 \cdot 10^6 \text{V/m}$ ; (b)  $430\text{V}$ .

13. (a)  $18\text{kV}$ ; (b)  $10\text{kV}$ .

15.  $4 \cdot 10^6 \text{V}$ .

16. (a)  $800\text{V}$ ; (b)  $\left[ \frac{4Ax}{(x^2 + a^2)^3} \right] \mathbf{i}$

(c)  $(3,2\text{kV/m})\mathbf{i}$

18.  $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{x}{\sqrt{x^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$ .

19.  $-290\text{V}$ .

20.  $17\text{V}$ .

22. (a)  $4,5\text{nC}$ ; (b)  $62\text{nC/m}^2$ ;

(c)  $7,0\text{kV/m}$ .

### Bài tập nâng cao

3. (c)  $0,053\text{nm}$  ; (d)  $2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .

4.  $8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ .

10. (a)  $V = \frac{Q_a + Q_b}{4\pi\epsilon_0 r_{b0}}$

(b)  $V_a - V_b = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_{bi}} \right)$

(c)  $V_a = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_{bi}} \right) + \frac{Q_a + Q_b}{4\pi\epsilon_0 r_{b0}}$

11.  $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad r > r_0$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2} \right) + \frac{r_0^3}{r_0^3 - r_i^3} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_i} \right)}{r} \right]$$

$r_0 > r > r_i$  ;

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{r_0^2 - r_i^2}{r_i^2} \right) + \frac{r_0^3}{r_0^3 - r_i^3} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_i} \right)}{\frac{r_i}{r_0}} \right]$$

$r < r_i$ .

12.  $V = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 r_0^3} \left( 3r_0^3 - r^2 \right); \quad r < r_0$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}; \quad r > r_0$$

## Chương 19

### Bài tập

2.  $0,58\mu\text{F}$ .

3. 34km.

5. (b)  $46\text{mF}$ .

7. (a)  $5,5\mu\text{F}$  ; (b)  $6,1\text{V}$  ; (c)  $15\mu\text{C}$ ,  $19\mu\text{C}$ .

9.  $5,8\mu\text{F}$ , nối tiếp.

11. (a)  $740\text{nC}$  và  $460\text{nC}$  ; (b)  $12\text{V}$  ;

(c)  $179\text{nC}$  và  $109\text{nC}$  ; (d)  $2,9\text{V}$ .

12. (a)  $7,4\mu\text{F}$  ;

(b)  $V_3 = 65\text{V}$ ,  $V_1 = 39\text{V}$ ,  $V_2 = 26\text{V}$  ;

(c)  $Q_3 = 320\mu\text{C}$ ,  $Q_1 = 160\mu\text{C}$ ,

$Q_2 = 160\mu\text{C}$ .

14. (a)  $50\mu\text{J}$  ; (b)  $200\mu\text{J}$ .

16. (a)  $40\text{nJ/m}^3$  ; (b)  $2 \cdot 10^{12}\text{J}$ .

17.  $16\text{mJ}$ .

19.  $1\text{MeV}$ .

20. (b)  $W = -\frac{Q^2 d}{\epsilon_0 A}$  ; (c)  $\Delta E = -W$ .

21.  $5,6\text{nF}$ .

23. 5,6.

26.  $0,3\text{m}^2$ .

27. (a)  $0,6 \mu\text{C/m}^2$  ; (b)  $0,5 \mu\text{C/m}^2$  ;  
(c)  $10\ 000\text{V/m}$  ; (d)  $60\ 000\text{V/m}$  ;  
(e)  $50\ 000\text{V/m}$ .

### Bài tập nâng cao

2.  $C_I$ .

4. (b)  $1,1 \cdot 10^{-12}\text{ F}$ .

6. (b)  $2,5\text{kV}$  ; (c)  $3,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .

8. 2mm.

10. (b)  $F_x = \frac{Q^2 d (\epsilon - 1)}{2\epsilon_0 \omega_2 [\omega_1 + (\epsilon - 1)x]^2}$ .

## Chương 20

### Bài tập

1. (a)  $750\text{C}$  ; (b)  $4,7 \cdot 10^{21}$ .

- 2.** (a)  $I(t) = (13,0 \text{ C/s}^2)t$  ;  
 (b)  $I(3,4 \text{ s}) = 44 \text{ A}$ .
- 4.** (a)  $I_+ = 0,645 \text{ A}$ ,  $I_- = 0,215 \text{ A}$  ;  
 (b)  $J_+ = 1400 \text{ A/m}^2$  ;  $J_- = 480 \text{ A/m}^2$  ;  
 (c)  $v_{d+} = 0,16 \text{ mm/s}$  ;  $v_{d-} = 0,052 \text{ mm/s}$ .
- 5.** (a)  $0,29 \text{ A}$  ; (b)  $4,1 \text{ V/m}$ .
- 6.** (a)  $3,2 \text{ m}\Omega$  ; (b)  $5,0 \text{ m}\Omega$ .
- 7.** (a)  $7,7 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  ;  
 (b)  $19 \Omega$ . Điện trở độc lập với tỉ số của chiều dài trên chiều rộng.
- 8.**  $57 \text{ m}\Omega$ .
- 9.**  $360 \text{ m}\Omega$ .
- 10.**  $-19^\circ\text{C}$ , hoặc  $254 \text{ K}$ .
- 11.** (a)  $6,1 \text{ mV/m}$  ; (b)  $2,8 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2$ .  
 (c)  $4,6 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$  ; (d)  $2,2 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$ .
- 13.** (a)  $7,4 \Omega$  ; (b)  $I_{16} = 0,87 \text{ A}$  ;  
 $V_{16} = 14 \text{ V}$  ;  $I_{25} = 0,56 \text{ A}$  ;  $V_{25} = 14 \text{ V}$  ;  
 $I_{31} = 0,45 \text{ A}$  ;  $V_{31} = 14 \text{ V}$ .
- 14.** (a)  $0$  ; (b)  $4,0 \Omega$  ;  
 (c)  $V_{ca} = V_{da} = 5,0 \text{ V}$  ;  
 $V_{bc} = V_{bd} = 3,0 \text{ V}$  ;  $I = 1,0 \text{ A}$  trong tất cả các điện trở trừ điện trở  $3$  ;  $I = 0$  trong điện trở  $3$ .
- 17.**  $2 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ .
- 18.** (a)  $2,7 \text{ mA}$  ; (b)  $-1,0 \mu\text{A}$  ;  
 (c)  $R_1 = 74 \Omega$  ;  $R_2 = 200 \text{ k}\Omega$ .
- 19.**  $1,4 \text{ V}$ .
- 20.**  $\mathcal{E} = 6,3 \text{ V}$  ;  $r = 3 \Omega$ .
- 21.**  $\mathcal{E} = 6,1 \text{ V}$  ;  $r = 0,2 \Omega$ .
- 22.** (a)  $0,46 \text{ W}$  ;  
 (b)  $4,6 \cdot 10^{-4} \text{ kWh} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$ .
- 23.** (a)  $240 \Omega$  ; (b)  $0,50 \text{ A}$  ; (c)  $50 \text{ W}$ .
- 24.** (a)  $16 \text{ mA}$  ; (b)  $16 \text{ V}$ .
- 25.**  $75 \text{ mA}$  ;  $10 \text{ V}$ .
- 26.** (a)  $88 \text{ W}$  ; (b)  $88 \text{ W}$  ; (c)  $0,59 \text{ W}$ .
- 27.** (a)  $4 \text{ V}$  ; (b)  $36 \text{ V}$ .
- 28.** (a)  $0,0 \text{ A}$  ; (b)  $0,5 \text{ A}$  ;  
 (c)  $0,3 \text{ A}$  ; (d)  $0,2 \text{ A}$ .
- 29.**  $2,2 \Omega$ .
- 30.**  $i_5 = 0,1 \text{ A}$  ;  $i_2 = i_4 = 0,6 \text{ A}$  ;  $i_3 = 0,9 \text{ A}$  ;  
 $i_7 = 0,5 \text{ A}$  ;  $V_5 = 1 \text{ V}$  ;  $V_2 = 1 \text{ V}$  ;  
 $V_4 = 2 \text{ V}$  ;  $V_3 = 3 \text{ V}$  ;  $V_7 = 3 \text{ V}$ .
- 31.** (a)  $0,063 \text{ s}$  ; (b)  $6,4 \mu\text{C}$  ;  
 (c)  $0,19 \text{ mA}$  ; (d)  $84 \mu\text{A}$  ; (e)  $12 \mu\text{C}$ .
- 32.** (a)  $28 \mu\text{C}$  ; (b)  $0,14 \text{ mJ}$  ;  
 (c)  $0,58 \text{ mJ}$  ; (d)  $0,44 \text{ mJ}$ .
- 34.**  $0,72 \mu\text{F}$ .
- 35.**  $8,65 \text{ s}$ .
- Bài tập nâng cao**
- 4.** (b)  $900 \text{ M}\Omega$ .
- 5.**  $200 \Omega$ .
- 6.**  $14 \Omega$ .
- 7.**  $\frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{R}{r}$ .
- 12.**  $2 \text{ ms}$ .
- 15.**  $\frac{R \ln 2}{2}$  ;  $\frac{\mathcal{E}^2 C}{4}$ .

## Chương 21

### Bài tập

1. (b)  $3,30 \cdot 10^{-14}$  N ; (c)  $3,30 \cdot 10^{-14}$  N.

2. (a)  $F_x = 6,1 \cdot 10^{-15}$  N,  $F_y = 8,5 \cdot 10^{-15}$  N ;

$$F_z = 8,5 \cdot 10^{-15}$$
 N.

3.  $\frac{F_g}{F_B} = 5,6 \cdot 10^{-12}$ .

5. (a)  $F_g = 0,02$  N ;  $F_E = 8 \cdot 10^{-10}$  N ;

$$F_B = 2 \cdot 10^{-14}$$
 N.

7. (a) 26mA.

9. (a) hướng dương trục z nếu  $A > 0$  ;

(b)  $A \ln 3$ .

10. (a)  $6,1 \cdot 10^{-3}$  Nm ; (b)  $7,1 \cdot 10^{-3}$  Nm ;

(c)  $6,1 \cdot 10^{-3}$  Nm.

11.  $1,0 \cdot 10^{-4}$  A.

12. (a)  $0,026$  Am $^2$  ; (b)  $0,031$  Nm ;

(c)  $\pm 30^\circ$  ;  $\pm 150^\circ$ .

13. (a)  $5\mu J$  ; (b)  $5\mu Nm$  ; (c)  $0,5\mu J$ .

14. (a)  $0,004$  Am $^2$  ; (b)  $7 \cdot 10^{-5}$  m $^2$  ;

(c)  $-1$  mJ ; (d)  $3$  mJ.

15. (a)  $4,8 \cdot 10^{-20}$  kgm/s ;

(b)  $7,1 \cdot 10^6$  m/s ; (c)  $1,1$  MeV.

17. (a)  $8,2 \cdot 10^7$  rad/s ; (b) 13mm ;

(c) 21MeV ; (d)  $2,1 \cdot 10^4$ .

19. (a) Phản ngoài ; (b) dương ;

(c)  $6 \cdot 10^{-22}$  tới  $45 \cdot 10^{-22}$  kgm/s.

21. (a) Từ bản trên tới bản dưới.

(b)  $80\mu T$  đi vào mặt phẳng hình vẽ ;

(c)  $5 \cdot 10^7$  m/s ;  $10$  MeV.

22. (a)  $1 \cdot 10^{13}$  rad/s ; (b)  $1 \cdot 10^7$  m/s ;

(c)  $3 \cdot 10^8$  m/s hoặc c ( $1 - 5 \cdot 10^{-10}$ ).

23.  $48 \cdot 10^6$  C/kg.

25. 430.

26.  $74\mu J$ .

### Bài tập nâng cao

2. (b)  $0,41$  T.

4. (b)  $11,01$  u.

9. 36mT.

## Chương 22

### Bài tập

4. (a)  $\frac{D}{3}$  ; (b) không.

7. (a)  $\frac{\mu_0 I}{8ab}(b-a)$  ; (b)  $42\mu T$ .

9. (a)  $\frac{\mu_0 I L}{4\pi R \sqrt{R^2 + L^2}}$  ; (b)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$

11. (a)  $1,5 \cdot 10^{-7}$  A m $^2$  ; (b)  $2,9 \cdot 10^{-14}$  T ;

(c)  $1,9 \cdot 10^{-6}$  T.

12.  $-\frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$ .

13. (a)  $10,0$  A ; (b)  $4\pi \cdot 10^{-6}$  Tm.

14. (a) 1,25mm.

16. (a)  $B = 0$ ,  $R \leq b$  ;

(b)  $B = \frac{\mu_0 I_0 (R^2 - b^2)}{2\pi R (c^2 - b^2)}$  ;  $b \leq R \leq c$  ;

(c)  $B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R}$  ;  $c \leq R$ .

- 18.** (a) 2,6mT ; (b) 170 ; (c) 1,2mm.
- 19.** (a) 290 ; (b) 16m ;  
(c)  $1,3\Omega$  ; (d) 0,95V.
- 21.** (a)  $\frac{\mu_0 Ix}{2\pi a^2} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(D-x)}$   
(b)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} \right)$  ;  
(c)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + \frac{D-x}{a^2} \right)$ , tất cả đều hướng  
lên đỉnh của trang giấy.
- 23.** (a) 17A ; (b)  $\frac{1}{4}$ .
- 24.** 0,055Wb.
- 26.** (a)  $\frac{\mu_0 Ic}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$  ; (b)  $\frac{\mu_0 Ic}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ .
- 28.** (a)  $\rho I$  ; (b) đối với  $\frac{d(\rho I)}{dt} \neq 0$ .
- 30.** (a)  $460\mu C$  ; (b)  $2,2 \cdot 10^{11} NC^{-1}s^{-1}$ .
- Bài tập nâng cao**
- 2.**  $\frac{\mu_0 nIL}{\sqrt{L^2 + 4a^2}}$ .
- 4.**  $B = 0$  bên trên tẩm ở trên,  $B = \mu_0 K$  giữa các tẩm,  $B = 0$  bên dưới tẩm ở dưới.
- 6.**  $\frac{\mu_0 cI^2}{2\pi} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$ .
- 7.**  $4\pi\mu_0\omega\sigma R$ .
- 8.**  $\frac{B_{tròn}}{B_{vuông}} = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{16}$ .
- Chương 23**
- Bài tập**
- 1.** (a) 1,5mWb ; 2,3mWb ; (b) 6,7mV.
- 2.** (a)  $23\mu Wb$  ; (b) 7,8mV ;  
(c)  $7,9\mu Wb$  ; 2,7mV.
- 4.** (a) 0,030Wb/s ; (b) 0,47T/s.
- 5.** (a) 45mV ; (b) 1,5s ; (c)  $3,0\mu A$ .
- 7.** (a) 0,17V ; (b) 0,22mA ;  
(c)  $14\mu N$ , ngược hướng với vận tốc.
- 8.** (a) 0 ; (b) 0 ; (c)  $B/lv \cos\theta$ .
- 9.** (a)  $2Blv$  ; (b) Theo chiều kim đồng hồ.
- 10.** (a) 71ms ; (b) 170mV ;  
(c) ngược chiều kim đồng hồ ;  
(d)  $4,2\mu N$ , ngược hướng với vận tốc ;  
(e) không.
- 11.** (a)  $\frac{Bl^2\omega}{2R}$  ; (b)  $900\mu A$  ;  
(c) ngược chiều kim đồng hồ ;  
(d)  $3\mu Nm$ .
- 14.** (a) 20mWb ; (b) 5mA ; (c) 4ms, 12ms...
- 15.** (a)  $\omega C_1 \sin\omega t + 3\omega C_3 \sin 3\omega t$  ;  
(b) 2,2V ; (c) 1,7V.
- 17.** (a) 0 ; (b)  $0,7mN/C$  ;  
(c)  $0,8mN/C$  ; (d) y hệt.
- 20.** 55.
- 21.** (a) 1mV ; (b) 1mV.
- 22.** 1,5V.
- 23.** 1,4mW.
- Bài tập nâng cao**
- 3.** (a)  $Blvt \left( 1 - \frac{2t}{t_1} \right)$  (b)  $Blv \left( 1 + \frac{2t}{t_1} \right)$  ;  
(c) 0,62V.
- 6.** (a)  $\frac{\mu_0 il}{2\pi} \ln \frac{\omega + R_0 + vt}{R_0 + vt}$  ;

$$(b) \frac{\mu_0 il\omega v}{2\pi(R_0 + vt)(R_0 + \omega + vt)} ;$$

(c) Theo chiều kim đồng hồ.

$$10. \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} ; \tau = \frac{mR_L}{B^2 R^2} ; \mathcal{E}_0 = \frac{BR^2 \omega_0}{2}$$

## Chương 24

### Bài tập

2. (a)  $850\mu V$  ; (b)  $850\mu V$  ;

(c)  $850\mu V$ , có chiều ngược với (a) và (b) ;

(d) 0.

3. (a)  $15A/s$  ; (b) cả hai.

$$6. (b) \frac{\mu_0 il}{\pi} \ln \frac{D-a}{a}$$

7. (a)  $19ms$  ; (b)  $0,35A$  ;

(c)  $0,48A$  ; (d)  $0,48A$ .

9. Có nhiều khả năng phù hợp với  
 $\frac{\mathcal{E}_0}{R} = 0,80A$  ;  $R \gg 2,3\Omega$  ;

ví dụ  $\mathcal{E}_0 = 24V$ ,  $R = 30\Omega$ .

11. (a)  $0,74mA$ ,  $110mA$ ,  $130mA$  ;

(b) 0 ;  $5,3V$  ;  $8,1V$  ;  $9,2V$  ;

(c)  $9,2V$ ,  $3,9V$ ,  $1,1V$ , 0.

13. (a)  $94ms$  ; (b)  $47mH$ .

$$15. (a) \frac{1}{2} Li_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau_L}}$$

$$16. (a) i_0^2 Re^{-\frac{2t}{\tau_L}} ;$$

(b) năng lượng tiêu tán bằng  $U_0$ .

18.  $w_B \approx 0,6 J/m^3$ ,  $w_E \approx 0,04 J/m^3$ .

20. (b)  $60\mu H$ .

22. (a) 0,011 ; (b)  $1,1A$  ; (c)  $24kW$ .

23. (a)  $14A$  ; (b)  $4kW$  ;

(c) 0,2% ; (d)  $10mm$ .

$$24. (a) \frac{N_s}{N_p} = 50 ;$$

nếu  $N_p = 10$ , khi đó  $N_s = 500$  ;

(b)  $0,09A$  ; (c)  $70k\Omega$ .

25. (a)  $8,5\Omega$  ; (b)  $0,14ms$  ; (c)  $0,098ms$ .

26.  $2 \cdot 10^{12}J$ .

27.  $9,5 \cdot 10^{-12}J$ .

### Bài tập nâng cao

$$1. (a) \frac{\mu_0 N b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c} ;$$

$$(b) \frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c} .$$

$$3. (a) \frac{\mu_0 il}{2\pi} \ln \frac{b}{a} ; (b) \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} ; (c) y hệt.$$

5. (a)  $200mm$  ; (b)  $16m$  ;

(c)  $0,34\Omega$  ; (d)  $0,12mH$ .

$$6. (a) i_1 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_1} \left( 1 - e^{-\frac{R_1 t}{L_1}} \right),$$

$$i_2 = \frac{M \mathcal{E}_0}{L_1 R_2} \left( e^{-\frac{R_2 t}{L_2}} - e^{-\frac{R_1 t}{L_1}} \right) ;$$

(c) tiệm cận tới  $48V$  trên  $R_1$ ,  $30V$  trên  $R_2$  tại  $t = 0,01s$ .

## Chương 25

### Bài tập

$$1. -9,31 \cdot 10^{-24} Am^2.$$

$$2. -5,3 \cdot 10^{-35} kg m^2/s.$$

3. (a)  $5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Am}^2$ ;

(b)  $\frac{m_N}{m_B} = 5,46 \cdot 10^{-4}$ .

4.  $1 \cdot 10^6 \text{ Am}^2$ , giả sử rằng có  $1 \cdot 10^{29}$  nguyên tử trên  $1 \text{ m}^3$ .

7. (a)  $1,7 \text{ A/m}$ ; (b)  $210 \text{ K}$ .

9. (b)  $1 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ ;

(c)  $\frac{m_0 B}{kT} \leq 0,1$  đối với  $T > 7 \text{ K}$ .

11.  $0,6 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ ;  $1,6 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ ;  $2,1 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ , giả sử có  $1 \cdot 10^{29}$  nguyên tử trên  $1 \text{ m}^3$ .

13.  $33 \text{ A/m}$ .

14. (a)  $3,19 \cdot 10^{-3} \text{ Tm/A}$ ;

(b)  $8,75 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ; (c)  $0,04\%$ .

15.  $20 \mu\text{T}$ , nằm ngang;  $56 \mu\text{T}$  thẳng đứng (hướng xuống dưới).

### Bài tập nâng cao

1.  $H = nI$ .

3. (a) song song;

(b) theo chiều dương của trục y hướng về vùng có trường mạnh hơn;

(c) chiều âm của trục y.

7. (a)  $1 \cdot 10^{14} \text{ A/m}$ ; (b)  $6 \cdot 10^{17} \text{ A/m}$ .

## Chương 26

### Bài tập

1.  $1,1 \text{ s}$ ;  $0,92 \text{ Hz}$ .

2. (a)  $x(t) = (0,063 \text{ m}) \cos[(4,1 \text{ rad/s})t]$ ,

$$v_x(t) = -(0,26 \text{ m/s}) \sin[(4,1 \text{ rad/s})t],$$

$$a_x(t) = -(1,1 \text{ m/s}^2) \cos[(4,1 \text{ rad/s})t];$$

(b)  $x(1,7 \text{ s}) = 0,049 \text{ m}$ ,

$$v_x(1,7 \text{ s}) = -0,16 \text{ m/s},$$

$$a_x(1,7 \text{ s}) = -0,82 \text{ m/s}^2.$$

4. (a)  $\omega = 7,1 \text{ rad/s}$ ,  $A = 0,25 \text{ m}$ ,

$$v = 1,1 \text{ Hz}, T = 0,88 \text{ s}, \phi = \pi \text{ rad};$$

(b)  $x(t) = -(0,25 \text{ m}) \cos[(7,1 \text{ rad/s})t]$ ,

$$a_x(t) = (13 \text{ m/s}^2) \cos[(7,1 \text{ rad/s})t];$$

(c)  $x(0,25 \text{ s}) = 0,051 \text{ m}$ ,  $v_x(0,25 \text{ s}) = 1,8 \text{ m/s}$ ,

$$a_x(0,25 \text{ s}) = -2,6 \text{ m/s}^2.$$

6. (a)  $x(t) = (0,29 \text{ m}) \cos[(6,7 \text{ rad/s})t + \pi/2]$ ,

$$v_x(t) = -(1,9 \text{ m/s}) \sin[(6,7 \text{ rad/s})t + \pi/2];$$

(b)  $x(0,54 \text{ s}) = 0,13 \text{ m}$ ,

$$v_x(0,54 \text{ s}) = 1,7 \text{ m/s},$$

$$a_x(0,54 \text{ s}) = -5,9 \text{ m/s}^2.$$

7.  $A = 0,49 \text{ m}$ ,  $v_{\max} = 1,3 \text{ m/s}$ ,

$$a_{\max} = 3,4 \text{ m/s}^2.$$

8. (a)  $7,2 \text{ rad/s}$ ; (b)  $1,1 \text{ Hz}$ ; (c)  $0,88 \text{ s}$ .

9.  $32 \text{ N/m}$ .

11.  $0,34 \text{ kg}$ .

13.  $0,083 \text{ J}$ .

15. (a)  $U = (24 \text{ mJ}) \cos^2[(6,5 \text{ rad/s})t]$ ;

$$(b) K = (24 \text{ mJ}) \sin^2[(6,5 \text{ rad/s})t].$$

17. (a)  $0,047 \text{ m}$ ; (b)  $0,33 \text{ m/s}$ ;

$$(c) 0,32 \text{ m/s}; (d) 0,030 \text{ m}.$$

18. (a)  $1,67 \text{ kg}$ ; (b)  $19,3 \text{ N/m}$ .

20. (a)  $1,00 \text{ J}$ ; (b)  $1,38 \text{ J}$ ;

$$(c) \text{ tại } y = 0; 0,39 \text{ m/s}; (d) 1,2 \text{ J}.$$

21. (a)  $3 \text{ s}$ ; (b)  $0,3 \text{ Hz}$ ,  $0,4 \text{ m/s}$ .

22. (a)  $1,6 \text{ s}$ ; (b)  $1,5 \text{ s}$ .

23. (a)  $2,65 \cdot 10^{-5}$  Nm ; (b)  $284 \text{ rad/s}^2$ .

25. (a)  $2,1 \text{ s}$  ; (b)  $0,13 \text{ mJ}$ .

27.  $x = (150 \text{ mm}) \cos [(3,5 \text{ rad/s})t]$ ,

$$v_x = -(0,52 \text{ m/s}) \sin [(3,5 \text{ rad/s})t],$$

$$a_x = -(1,8 \text{ m/s}^2) \cos [(3,5 \text{ rad/s})t].$$

29. (a) Sau khi thêm 2,4 phút ;

$$(b) 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

34. (a)  $9,3 \text{ mm}$  ;

$$(b) \operatorname{tg}^{-1}(-4,0) = -1,3 \text{ rad} [+\pi] = 1,8 \text{ rad} ;$$

(c)  $9,6 \text{ mm}$  đổi với  $\omega_E = \omega$ .

35. (a)  $v_x = \omega A \cos (\omega t + \delta)$  ;

$$(c) \delta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{x_0}{\omega v_{x0}} ;$$

$$(d) A = \sqrt{x_0^2 + \left( \frac{v_{x0}}{\omega} \right)^2}.$$

37. (a)  $0,27 \text{ m}$  ; (b)  $9,3 \text{ rad/s}$  ;

(c)  $1,5 \text{ Hz}$  ; (d)  $0,68 \text{ s}$  ; (e)  $(0,21 \text{ m})i$ .

38. (a)  $23 \text{ mJ}$  ; (b)  $7,2 \text{ m/s}$  ;

(c)  $13 \text{ mJ}$  ; (d)  $5,4 \text{ m/s}$ .

40.  $190 \text{ Nm/rad}$ .

41.  $2\pi \sqrt{\frac{5D}{3g}}$ .

43. (a)  $x = (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}) \cos[(200 \text{ nrad/s})t]$ ,

$$y = (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}) \sin[(200 \text{ nrad/s})t] ;$$

$$(b) v_x = -(30 \text{ km/s}) \sin[(200 \text{ nrad/s})t] ;$$

$$(c) a_x = -(6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2) \sin[(200 \text{ nrad/s})t],$$

$$a_y = -(6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2) \sin[(200 \text{ nrad/s})t].$$

### Bài tập nâng cao

1.  $\frac{T}{6}$ .

3. (a)  $0,09 \text{ s}$  ; (b)  $0,11 \text{ s}$  ; (c)  $0,16 \text{ s}$ .

7.  $0,75 \text{ s}$ .

9. (a)  $P(t) = -\frac{F_0^2 \omega_E}{m \sqrt{(\omega_E^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_E^2}} \cos \omega_E t \sin(\omega_E t - \phi_E)$ .

10. (a)  $2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}}$  ; (b)  $2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$  ; (c)  $2\pi \sqrt{\frac{7R}{4g}}$ .

### Chương 27

#### Bài tập

2. (b)  $h = 10,0 \text{ m}$  ;  $w = 2,00 \text{ m}$ .

3.  $3,3 \text{ Mm}$ .

5. (a)  $4,3 \text{ mm}$  ; (b)  $0,82 \text{ m}$  ; (c)  $12 \text{ m/s}$ .

(d)  $68 \text{ ms}$  ; (e)  $7,7 \text{ rad/m}$  ; (f)  $15 \text{ Hz}$  ;

(g)  $92 \text{ rad/s}$  ; (h)  $-i$  ; (i)  $-4,1 \text{ mm}$ .

7. (a)  $\frac{\partial y}{\partial t} = (0,40 \text{ m/s}) \cos[(7,7 \text{ rad/m})x + (92 \text{ rad/s})t] ;$

(b)  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -(36 \text{ m/s}^2) \sin[(7,7 \text{ rad/m})x + (92 \text{ rad/s})t] ;$

(c)  $0,40 \text{ m/s}$  ; (d)  $36 \text{ m/s}^2$  ; (e)  $-0,11 \text{ m/s}$  ;

(f)  $35 \text{ m/s}^2$  ; (g) hướng lên.

8.  $0,3 \text{ m} \rightarrow 30 \text{ km}$ .

10. (a)

$$y = (25 \text{ mm}) \sin \left\{ \left[ \frac{2\pi}{0,72 \text{ m}} \right] x + [2\pi(4,1 \text{ Hz})]t \right\} ;$$

(b)  $3,0 \text{ m/s}$  ; (c)  $0,64 \text{ m/s}$  ; (d)  $17 \text{ m/s}^2$  ;

(e)  $0,22$  ; (f)  $1,9 \text{ m}^{-1}$ .

- 13.** 0,21 kg/m.
- 15.** 44W.
- 18.** 97mm.
- 19.** (a)  $y_2 = (22\text{mm})\sin[(3,4\text{rad}/\text{m})x + (36\text{rad}/\text{s})t + 0,16\text{rad}]$  ;  
 (b)  $y_2 = (22\text{mm})\sin[(3,4\text{rad}/\text{m})x + (36\text{rad}/\text{s})t + 3,30\text{rad}]$ .
- 20.** (a)  $y = (70\text{mm})\cos[(15,7\text{rad}/\text{s})t] \sin[(8,4\text{rad}/\text{m})x]$  ;  
 (b) 0,37m và 0,75m ; (c) 0,56m ; 0,37m.
- 23.** 14kg.
- Bài tập nâng cao**
- 8.** (b)  $4\mu v^3 \frac{y_o^2}{x_o^2}$ .
- Chương 28**
- Bài tập**
- 1.** (a) 1,3kHz ; (b)  $8,0 \cdot 10^3 \text{rad/s}$  ; (c)  $8,4\text{m}^{-1}$  ;  
 (d)  $(5,0\mu\text{m})\cos[(8,4\text{rad}/\text{m})x - (8,0 \cdot 10^3 \text{rad/s})t]$ .
- 3.** 330m/s.
- 4.** (a)  $1,1 \cdot 10^3 \text{m/s}$  ; (b)  $2,0 \cdot 10^3 \text{m/s}$ .
- 6.** 0,2s.
- 8.** (a)  $5,1 \cdot 10^3 \text{m/s}$  ; (b)  $3,5 \cdot 10^3 \text{m/s}$  ;  
 (c)  $5,1 \cdot 10^3 \text{m/s}$ .
- 10.** (a)  $3,9 \cdot 10^3 \text{m/s}$  ; (b)  $1,5 \cdot 10^3 \text{m/s}$  ;
- 12.** (a)  $0,16 \text{ Pa}$  ; (b)  $1,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  ;  
 (c)  $2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$  ;  $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .
- 13.**  $73\text{nW}/\text{m}^2$ .
- 15.** (a) 3 ; (b) 6 ; (c) 10 ; (d) 13 ;  
 (e) 17 ; (f) 20 ; (g) 60.
- 17.** 29Hz, 88Hz, 146 Hz, ...
- 19.** 8,7kHz.
- 23.** 0,3Hz.
- 24.** 886Hz.
- 27.** 260Hz theo sau, 300Hz tiến tới gần.
- 28.** (a) 450Hz ; (b) 540Hz.
- 31.**  $1\text{mW}/\text{m}^2$ .
- Bài tập nâng cao**
- 3.** (b) 15%.
- 4.** (b)  $v_b = v_s \frac{2v_0}{v} = \frac{v_0}{0,25\text{m}}$ .
- 6.** (b)  $0,057\text{W}/\text{m}^2$  ; (c)  $0,051\text{W}/\text{m}^2$  ;  
 (d)  $7,0 \cdot 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$ , 0.
- Chương 29**
- Bài tập**
- 2.** 5,1mH.
- 3.**  $q(t) = (2,2\mu\text{C})\cos[(0,11\text{Mrad}/\text{s})t]$ ,  
 $i(t) = (230\text{mA})\sin[(0,11\text{Mrad}/\text{s})t]$ ,  
 $W = 140\mu\text{J}$ ,  
 $W_E(t) = (140\mu\text{J})\cos^2[(0,11\text{Mrad}/\text{s})t]$ ,  
 $W_B(t) = (140\mu\text{J})\sin^2[(0,11\text{Mrad}/\text{s})t]$ .
- 4.**  $q(t) = (20\mu\text{C}) \cos[(14\text{krad}/\text{s})t - 1,2\text{rad}]$   
 $i(t) = -(280\text{mA}) \sin[(14\text{krad}/\text{s})t - 1,2\text{rad}]$ ,  
 $W = 1,3 \text{ mJ}$ ,  
 $W_E(t) = (1,3\text{mJ})\cos^2[(14\text{krad}/\text{s})t - 1,2\text{rad}]$ ,  
 $W_B(t) = (1,3\text{mJ})\sin^2[(14\text{krad}/\text{s})t - 1,2\text{rad}]$ .
- 5.** (a)  $i(t) = -(3,8\text{A})\sin[(54\text{krad}/\text{s})t - \pi/4]$  ;  
 (b) 20 nF ; (c)  $W = 130\text{mJ}$ ,  
 $W_E(t) = (130\text{mJ})\cos^2[(54\text{krad}/\text{s})t - \pi/4]$ ,  
 $W_B(t) = (130\text{mJ})\sin^2[(54\text{krad}/\text{s})t - \pi/4]$ .

6. (a)  $q(t) = -(260\text{nC}) \cos[(16\text{krad/s})t]$ ,  
(b)  $i(t) = (4,2\text{mA})\sin[(16\text{krad/s})t]$  ;  
(c)  $V_c = (4,8\text{V})\cos[(16\text{krad/s})t]$  ;  
(d)  $W = 630\text{mJ}$  ;  
(e)  $W_E(t) = (630 \text{ nJ}) \cos^2[(16\text{krad/s})t]$ ,  
(f)  $W_B(t) = (630\text{nJ}) \sin^2[(16\text{krad/s})t]$ .
8.  $q(t) = (1,1\mu\text{C}) \cos\left[(25\text{krad/s})t - \frac{\pi}{2}\right]$  ;  
 $i(t) = -(27\text{mA}) \sin\left[(25\text{krad/s})t - \frac{\pi}{2}\right]$ .
9. (a)  $q = \frac{Q_0}{2}$  ; (b)  $i = -\frac{\sqrt{3}I_0}{2}$ .
11.  $790\mu\text{H}$  ;  $3,0\text{Mrad/s}$  hoặc  $0,48\text{MHz}$ .
12. (a) Tắt dàn chật, (b)  $6,3\text{krad/s}$  ;  
(c)  $91\mu\text{s}$ .
14. (a)  $270\Omega$  ; (b)  $120\text{nF}$ .
16.  $R = \sqrt{\frac{3L}{C}}$ .
20. (a)  $1,6\text{M}\Omega$  ; (b)  $1,6\text{k}\Omega$  ; (c)  $1,6\Omega$ .
21.  $66\mu\text{A}$ .
22.  $3,0\text{krad/s}$ .
23. (a)  $0,63\Omega$  ; (b)  $630\Omega$  ; (c)  $630\text{k}\Omega$ .
25.  $820\text{rad/s}$ .
26. (a)  $i(t) = (120\text{mA})\sin[(830\text{rad/s})t + 0,54\text{rad}]$
29.  $560\text{mW}$ .
31.  $9,5\text{mW}$ .
- Bài tập nâng cao**
8. (a)  $54\Omega$  ; (b)  $7,1\text{V}$ .
- Chương 30**
- Bài tập**
3.  $2,29 \cdot 10^8 \text{m/s}$ .
6. (a)  $3\text{m}$  ; (b)  $300\text{m}$ .  
7.  $150\text{N/C}$ .
9. (a)  $-j$  ; (b)  $3,5\text{m}$  ; (c)  $86\text{MHz}$  ; (d)  $100\text{nT}$  ;  
(e)  $(100\text{nT})\cos[(1,8\text{rad/m})y + (5,4 \cdot 10^8 \text{rad/s})t]k$ .
11.  $3\mu\text{J/m}^3$ .
17. (a)  $-k$  ; (b)  $0,52\text{m}$  ; (c)  $570\text{MHz}$  ;  
(d)  $E = (290\text{N/C})\cos[(12\text{rad/m})z + (3,6\text{Grad/s})t]i$ .  
 $B = -(960\text{nT}) \cos[(12\text{rad/m})z + (3,6\text{Grad/s})t]j$ .  
Đáp số này không phải là duy nhất.
18.  $E = (26 \text{ N/C}) \cos [(1,1 \cdot 10^7 \text{ rad/m})x - (3,2 \cdot 10^{15} \text{ rad/s})t]j$ .  
 $B = (85\text{nT}) \cos [(1,1 \cdot 10^7 \text{ rad/m})x - (3,2 \cdot 10^{15} \text{ rad/s})t]k$ .  
 $S = (1,7\text{W/m}^2)\cos^2[(1,1 \cdot 10^7 \text{ rad/m})x - (3,2 \cdot 10^{15} \text{ rad/s})t]i$ .
19. (a)  $1,1 \text{ kW/m}^2$  ; (b)  $1,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}$  ;  
(c)  $920 \text{ N/C}$  ; (d)  $3,1\mu\text{T}$  ;  
(e) hướng lên và hướng xuống ;  
(f)  $4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .
20. (a)  $3,2 \text{ mN/m}^2$  ; (b)  $1,4 \cdot 10^{-11} \text{ N}$ .  
22. (b)  $5,8 \cdot 10^5 \text{ N}$  ; (c)  $1,6 \cdot 10^{-17}$ .  
23. (a)  $0,4 \text{ W/m}^2$  ; (b)  $0,004 \text{ W/m}^2$ .  
25.  $5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  
27.  $499,0\text{s} = 8,317 \text{ phút}$ .
- Bài tập nâng cao**
6. (c)  $0,56\mu\text{m}$ .  
7. (b)  $6,7 \cdot 10^{-7} \text{ Nm/rad}$ .

## SÁCH THAM KHẢO

### 1. Physics Classical and Modern

Frederick J.Keller ; W.Edward Gettys ; Malcolm J.Skove

Second Edition 1993 – Mc Graw – Hill, Inc.

### 2. Fundamentals of Physics

David Halliday ; Robert Resnick ; Jearl Walker 1993 ; 2005

John Wiley&Sons, Inc.

### 3. Physics, Principles with Applications (Fourth Edition)

Douglas C.Giancoli ; Prentice – Hall International, Inc 1995.

### 4. Contemporary College Physics (Second Edition 1993)

Edwin R.Jones ; Richard L.Childers ; Addison – Wesley Publishing Company, Inc.

### 5. Physics. A general Course (volume 1, 2, 3)

I.V.Savalyev – Mir Publishers Moscow, 1981.

### 6. Vật lí đại cương, tập 1, 2, 3

Chủ biên : Lương Duyên Bình – Nhà xuất bản Giáo dục 1996.

### 7. Fundamentals of Optics (Fourth Edition)

Francis A.Jenkins ; Harvey E.White – Mc Graw – Hill, Inc 1981.

### 8. Concepts of Modern Physics (Fifth Edition)

Arthur Beiser ; Mc Graw – Hill, Inc 1995.

### 9. Physics for Scientists & Engineers (Third Edition)

Raymond A. Serway ; Saunders College Publishing 1990.

### 10. Physical Chemistry. P.W.Atkins 1978, Oxford University Press.

### 11. Physical Chemistry. Robert A.Alberty ; Robert J.Silbey.

John Wiley & Sons, Inc 1995.

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI  
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

*Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :*

Phó Tổng Giám đốc kiêm Giám đốc NXBGD tại TP. Hà Nội NGUYỄN XUÂN HOÀ

*Biên tập nội dung :*

ĐẶNG THANH HẢI

*Biên tập mĩ thuật và trình bày bìa :*

HỒNG VY

*Biên tập kỹ thuật :*

HOÀNG ANH TUẤN

*Sửa bản in :*

PHÒNG SỬA BẢN IN (NXB GIÁO DỤC)

*Chế bản :*

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

---

## VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG - CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG - TẬP2

Mã số : 7K593M6 - DAI

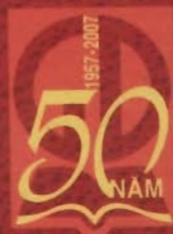
In 1000 bản, khổ 19 x 27cm, tại Công ty cổ phần In Phúc Yên

Số xuất bản: 68 - 2006/CXB/1-60/GD

In xong và nộp lưu chiểu tháng 2 năm 2006.



NGÔI SAO BẠCH KIM  
CHẤT LƯỢNG  
QUỐC TẾ



50 NĂM  
THÀNH LẬP  
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

A standard linear barcode is positioned at the bottom left. Below the barcode, the numbers "8934980698211" are printed.



Giá: 115.700đ