

MỤC LỤC

A. MỞ ĐẦU.....	2
I. Lý do chọn đề tài.....	2
II. Mục tiêu đề tài	3
III. Phạm vi nghiên cứu	3
IV. Phương pháp nghiên cứu	3
V. Bố cục đề tài	3
B. NỘI DUNG	4
Chương I: Cơ sở lý thuyết của phương pháp ảnh điện	4
1.1. Ý tưởng phương pháp ảnh điện.....	4
1.2. Nội dung của phương pháp ảnh điện	5
Chương II: Áp dụng phương pháp ảnh điện để giải các bài toán tĩnh điện.....	6
2.1. Trường gây bởi các điện tích phân bố trên mặt giới hạn là mặt phẳng.....	6
2.2. Trường gây bởi các điện tích phân bố trên mặt giới hạn là mặt cầu.....	19
2.3 Trường gây bởi các điện tích phân bố trên mặt giới hạn là mặt trụ.....	29
C. KẾT LUẬN	34
TÀI LIỆU THAM KHẢO	35

A. MỞ ĐẦU

I. Lý do chọn đề tài

Để nâng cao hiệu quả và chất lượng giảng dạy, các nhà giáo dục luôn tìm cách nghiên cứu, áp dụng, đổi mới phương pháp giảng dạy. Hiện nay, nhiều phương pháp dạy học nói chung và vật lý nói riêng mang lại hiệu quả cao như: phương pháp thực nghiệm, phương pháp tương tự hóa, phương pháp mô phỏng, phương pháp đồ thị...

Phương pháp mô hình là một trong những phương pháp nhận thức khoa học được vận dụng vào trong dạy học ở hầu hết các môn học, đặc biệt là trong giảng dạy và nghiên cứu vật lý. Nó thể hiện trước hết ở tính sâu sắc, tính hệ thống của các kiến thức, tạo điều kiện cho học sinh phát hiện những mối liên hệ giữa các hệ thống khác nhau ở các phần khác nhau của vật lý. Nội dung cơ bản của phương pháp mô hình là dựa trên các tính chất khác nhau liên quan đến tính đồng dạng vật lý của các hiện tượng. Ta có thể thay thế những bài toán khó, phức tạp bằng các bài toán gắn với những hiện tượng đơn giản hơn, đã biết dựa vào tính đồng dạng của chúng. *Ảnh điện là một ví dụ cụ thể của phương pháp mô hình áp dụng trong vật lý nhằm giải quyết một số bài toán về tĩnh điện phức tạp.*

Trong một số bài toán về tĩnh điện, chẳng hạn như những vấn đề liên quan đến tương tác giữa điện tích với mặt phẳng dẫn điện, giữa điện tích với quả cầu..., nếu giải bằng phương pháp thông thường là rất phức tạp. Tuy nhiên, nếu sử dụng phương pháp ảnh điện sẽ giải quyết bài toán đơn giản hơn.

Đối với các bài toán khó về tĩnh điện trong phạm vi bồi dưỡng học sinh giỏi, phương pháp ảnh điện là cần thiết và không thể thiếu. Phương pháp ảnh điện được vận dụng để giải cả một hệ thống các bài tập liên quan chứ không riêng một hay hai bài tập đơn lẻ. Vì tính chất quan trọng của phương pháp ảnh điện, tôi quyết định chọn đề tài “*Sử dụng phương pháp ảnh điện để giải một số bài toán tĩnh điện trong chương trình bồi dưỡng HSG*”. Đề tài có thể giúp tôi hoàn thiện chuyên đề bồi dưỡng của mình, nâng cao năng lực tư duy giải toán cho học sinh, là tài liệu hữu ích cho học sinh và các giáo viên đồng nghiệp tham khảo.

II. Mục tiêu đề tài

+ Giới thiệu nội dung, cơ sở lý thuyết của phương pháp ảnh điện.

+ Ứng dụng phương pháp ảnh điện để giải các bài tập tĩnh điện.

+ Xây dựng, phân loại hệ thống bài tập theo các chuyên đề riêng từ cơ bản đến chuyên sâu giúp cho quá trình dạy cũng như học được thuận lợi.

III. Phạm vi nghiên cứu

Đề tài tập trung khảo sát các tính chất điện của điện tích điểm và của vật dẫn, các vấn đề liên quan như: điện trường, mật độ điện tích, lưỡng cực điện...

IV. Phương pháp nghiên cứu

+ Phương pháp mô hình

+ Phương pháp hệ thống, khái quát

V. Bố cục đề tài

Bố cục đề tài ngoài ba phần chính là phần mở đầu, phần nội dung và phần kết luận còn có mục lục và tài liệu tham khảo.

Phần nội dung có hai chương:

+ Chương I: Cơ sở lý thuyết của phương pháp ảnh điện.

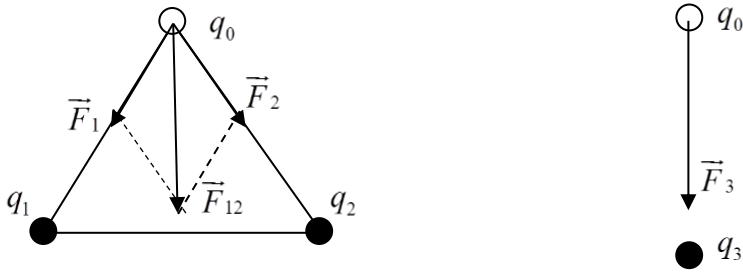
+ Chương II: Áp dụng phương pháp ảnh điện để giải các bài toán tĩnh điện.

B. NỘI DUNG

CHƯƠNG I. CƠ SỞ LÝ THUYẾT CỦA PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN

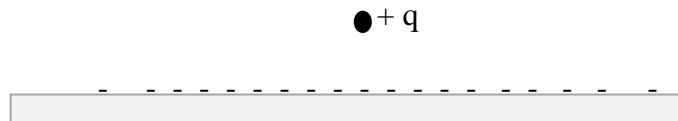
1.1. Ý tưởng phương pháp ảnh điện

Trước khi tìm hiểu nội dung cơ bản của phương pháp ảnh điện, ta xét ví dụ đơn giản sau: Xét lực tương tác của hai điện tích q_1, q_2 lên điện tích q_0 như hình vẽ:



Lực tương tác của hai điện tích q_1, q_2 lên điện tích q_0 hợp lực \vec{F}_{12} của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 . Xét về phương diện tác dụng lực, nếu ta thay hai điện tích q_1, q_2 bằng q_3 sao cho $\vec{F}_{12} = \vec{F}_3$ thì tính chất bài toán không thay đổi. Việc thay thế hai điện tích bằng một điện tích sao cho yêu cầu bài toán không bị thay đổi, giúp cho việc giải quyết bài toán đơn giản hơn chính là ý tưởng cơ bản ban đầu của phương pháp ảnh điện.

Bây giờ, nếu xét tương tác điện tích điểm $+q$ và mặt phẳng dẫn rộng vô hạn nối đất: Do hiện tượng nhiễm điện hưởng ứng, trên bề mặt vật dẫn xuất hiện các điện tích âm. Vậy, tương tác $+q$ và vật dẫn chính là tương tác $+q$ và các điện tích xuất hiện trên vật dẫn. Việc xác định tương tác $+q$ và các điện tích đơn lẻ trên vật dẫn thì quá phức tạp. Do đó, ta có thể thay hệ các điện tích trên mặt phẳng dẫn bởi điện tích ảnh $-q$ sao cho các tính chất điện không thay đổi.



1.2. Nội dung của phương pháp ảnh điện.

1. Vấn đề tính toán trực tiếp trường sinh ra bởi hệ thống các điện tích và các vật dẫn (hoặc các điện môi) là rất khó khăn vì khi có mặt thêm các điện tích hưởng ứng (hoặc các điện tích liên kết) làm cho sự phân bố điện tích mặt trở nên phức tạp.

2. Để khắc phục khó khăn này ta cần chú ý đặc điểm của trường tĩnh điện hoàn toàn được xác định bởi các giá trị điện thế mô tả tính chất của trường tại biên giữa các vật dẫn và điện môi khác nhau, lẫn điện trường trên bề mặt. Như vậy nếu ở về một phía của mặt biên, ta làm biến đổi các thông số của môi trường (chẳng hạn thay vật dẫn này bằng vật dẫn khác hoặc điện môi, thay điện môi này bằng điện môi khác hoặc vật dẫn). Rồi ta thiết lập sự phân bố các điện tích mới đơn giản hơn, sao cho các điều kiện biên hoàn toàn được giữ nguyên như trước.

+ Điện trường của hệ điện tích cho trước sẽ không bị thay đổi nếu ta lấp đầy thể tích được giới hạn bởi một mặt đẳng thế nào đó, chứa trong nó một điện tích tổng cộng Q bằng một vật dẫn điện cũng chứa điện tích Q .

+ Một mặt đẳng thế bất kỳ có thể được thay thế bằng một bản dẫn mỏng vô hạn có điện thế tương ứng, trường ở cả hai phía của bản khi đó không thay đổi.

3. Khi đó ta dễ dàng tiến hành mọi tính toán và giải các bài tập tĩnh điện đối với hệ điện tích điểm này. Điện tích vừa được đưa vào như vậy được gọi là điện tích ảnh của các điện tích đã cho.

4. Nội dung chủ yếu của phương pháp ảnh điện là xác định được các điện tích ảnh, sau đó ta bước vào giải bài toán tĩnh điện trên hệ điện tích ảnh đã tìm và hệ điện tích điểm ban đầu đã biết. Nghiệm của bài toán cũng là nghiệm duy nhất phải tìm. Như vậy ta đã chuyển bài toán phức tạp có những điện tích phân bố liên tục về bài toán đơn giản chỉ gồm các điện tích điểm.

CHƯƠNG II. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN GIẢI CÁC BÀI TOÁN TĨNH ĐIỆN

2.1. TRƯỜNG GÂY BỞI CÁC ĐIỆN TÍCH PHÂN BỐ TRÊN MẶT GIỚI HẠN LÀ MẶT PHẪNG

Bài toán mở đầu: Một điện tích điểm $q = 20,0 \text{ nC}$ đặt trong chân không cách một thành phẳng bằng kim loại đã nối đất một khoảng $a = 50 \text{ mm}$.

- Tìm lực F trong tương tác giữa điện tích q và thành phẳng.
- Mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt kim loại.

Bài giải:

a. Bài toán này ta cũng có thể giải bằng phương pháp thông thường như sau:

Trước hết chúng ta tính điện trường $\vec{E}_{1(x)}$ tạo bởi các điện tích cảm ứng trên thành tại điểm M_x ($x > 0$). Do tính đối xứng (thành rộng vô hạn nên $\vec{E}_{1(x)}$ có hướng dọc theo trục Ox).

Ta hãy tính điện thế $V_{1(x)}$ tại $M(x)$ gây bởi các điện tích cảm ứng của thành.

Xét điểm M'_x nằm trong kim loại. Vì thành rộng vô hạn, có thể xem các điện tích cảm ứng chỉ phân bố trên mặt phẳng trung trực của MM' , do đó:

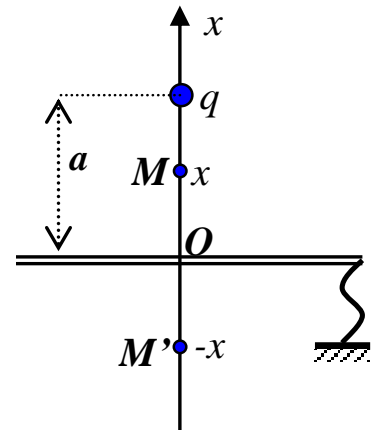
$$V_{t(x)} = V_{t(-x)} \quad (1)$$

Điện thế tại M' là $V_{(-x)} = 0$ vì thành nối đất. Hơn nữa $V_{t(-x)}$ là kết quả của sự chồng chất $V_{t(-x)}$ và $V_{q(-x)}$ nên:

$$V_{(-x)} = V_{t(-x)} + V_{q(-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow V_{t(-x)} + \frac{kq}{a+x} = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta được:



$$V_{t(x)} = -\frac{kq}{(a+x)^2} \quad (3)$$

Do đó:

$$E(x) = \frac{d_t V_{t(x)}}{dx} = -\frac{kq}{(a+x)^2}$$

$$\Rightarrow E(a) = -\frac{kq}{4a^2}$$

Độ lớn của lực tương tác giữa điện tích q và thành phẳng xác định bởi:

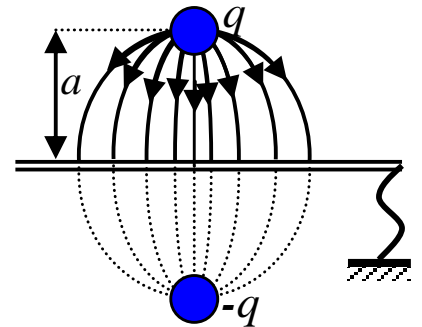
$$F = E_{(a)}q = -\frac{kq^2}{4a^2} = -\frac{kq^2}{(2a)^2}$$

Dấu (-) chứng tỏ \vec{F} hướng theo chiều âm của Ox , tức là thành hút điện tích.

Ta nhận thấy $\vec{E}_{(x)}$ giống như một điện trường gây bởi một điện tích điểm $-q$ đặt đối xứng với q qua mặt phẳng. Điều đó cho phép ta áp dụng phương pháp ảnh điện, nghĩa là thay toàn bộ điện tích cảm ứng trên thành bằng một điện tích điểm ảnh $-q$ đặt đối xứng với q .

Sử dụng phương pháp ảnh điện:

Vì thành phẳng kim loại nối đất nên điện thế của thành phẳng bằng 0. Ta xét phổ đường sức và mặt đẳng thế của một hệ hai điện tích điểm bằng nhau, trái dấu (hình vẽ). Ta thấy mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng nối hai điện tích $+q$ và $-q$ là một mặt đẳng thế, mọi điểm trên mặt phẳng có điện thế bằng 0.



Như vậy nếu ta thay mặt đẳng thế này bằng một mặt kim loại phẳng vô hạn (nối đất, lúc đầu không mang điện) thì theo kết quả trên: điện trường giữa $+q$ và mặt phẳng sẽ không bị thay đổi, nghĩa là điện trường đã được gây ra bởi mật độ điện tích mặt σ trong kim loại trùng với điện trường gây bởi điện tích $-q$ đặt đối xứng với q qua bản kim loại. Điện tích ảo $-q$ gọi là ảnh của điện tích q qua bản kim loại.

Vậy độ lớn của lực tương tác giữa q và bản kim loại là:

$$F = \frac{kq^2}{(2a)^2} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon a^2} = 3,6.10^{-4} \text{ N}$$

Như vậy: ta có thể thay thế tấm phẳng nối đất đặt cách một điện tích q một khoảng a bằng một điện tích $q' = -q$ đặt ở khoảng cách $2a$ so với điện tích q .

b. Xét trường gây ra tại điểm M nằm trên mặt vật dẫn, cách q một khoảng r . Cường độ điện trường do các điện tích q và $-q$ gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ và có độ lớn:

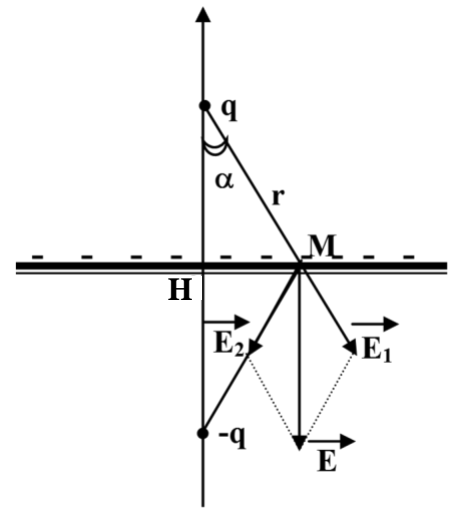
$$E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Cường độ điện trường tổng hợp do hệ hai điện tích q và $-q$ gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ có độ lớn:

$$E = 2E_1 \cos\alpha = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

Mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{qa}{2\pi r^3}.$$

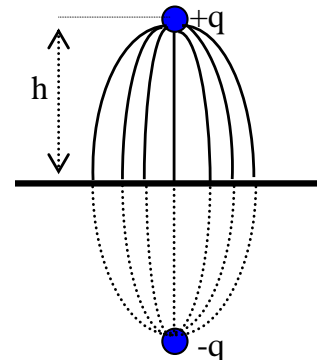


Bài toán vận dụng 1.1: Tính điện dung của một dây dẫn hình trụ bán kính R dài vô hạn, mang điện dương, đặt song song với mặt đất và cách mặt đất một khoảng h ($h \gg R$).

Bài giải:

Điện phổ của điện trường giữa dây dẫn và mặt đất được biểu diễn như hình vẽ.

Áp dụng phương pháp ảnh điện, ta có thể coi điện trường này là do dây dẫn và ảnh của nó qua mặt đất gây nên. Đó là điện trường tổng hợp của hai mặt trụ dẫn điện dài vô hạn tích điện trái dấu gây ra.



Có thể sử dụng định lý Ostrograski – Gaox để tính cường độ điện trường do một dây dẫn

hình trụ gây ra tại điểm cách trục của dây khoảng r là:

$$E_0 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0\epsilon r}$$

trong đó: λ , σ là mật độ điện dài và mật độ điện mặt, R là bán kính hình trụ.

Cường độ điện trường tổng hợp tại một điểm cách dây mang điện dương một khoảng x là:

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 lx} + \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l(2h-x)}$$

trong đó: q là độ lớn điện tích trên đoạn dây l .

Hiệu điện thế giữa hai dây dẫn:

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= \int_R^{2h-R} E dx = \int_R^{2h-R} \left[\frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 lx} + \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l(2h-x)} \right] dx \\ \Rightarrow V_1 - V_2 &= \frac{q}{\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{2h}{R} \end{aligned}$$

Vì hiệu điện thế giữa dây dẫn và ảnh của nó lớn gấp đôi hiệu điện thế giữa hai dây dẫn và mặt đất. Nên hiệu điện thế giữa dây dẫn và mặt đất sẽ là:

$$U = \frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{2h}{R}$$

Coi hệ thống dây dẫn và mặt đất như một tụ điện đơn giản, ta sẽ tính được điện dung của một đơn vị dài của dây dẫn:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{2h}{R}}.$$

Bài toán vận dụng 1.2: Một quả cầu nhỏ khối lượng m , điện tích q ban đầu được giữ ở vị trí thẳng đứng, cách một mặt phẳng kim loại rộng vô hạn, có mật độ điện mặt σ một khoảng h . Thả quả cầu cho nó chuyển động, hãy nghiên cứu chuyển động của quả cầu.

Bài giải:

Vì bản rộng vô hạn nên có thể xem điện trường do bản gây ra là điện trường đều, có phương vuông góc với bản, có cường độ:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Lực điện do bản kim loại tác dụng lên điện tích q là tổng hợp của lực do điện trường E tác dụng lên q và do điện tích hưởng ứng tác dụng lên.

+ Lực do điện trường E tác dụng lên q là lực đẩy, hướng ra xa bản và có độ lớn:

$$F_1 = qE = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$$

+ Lực do điện tích hưởng ứng tác dụng lên q bằng lực tác dụng giữa điện tích q và điện tích $-q$ là ảnh của q qua mặt phẳng vô hạn. Lực này là lực hút, nó có hướng ra xa bản và có độ lớn:

$$F_2 = \frac{kq^2}{4d^2}$$

trong đó: d là khoảng cách từ q đến bản kim loại.

Cuối cùng lực điện tổng hợp tác dụng lên bản kim loại

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\sigma \cdot q}{2\varepsilon_0} - \frac{kq^2}{4d^2}$$

Tại vị trí cân bằng:

$$P = F$$

$$\Leftrightarrow mg = \frac{\sigma \cdot q}{2\epsilon_0} - \frac{kq^2}{4d_0^2}$$

$$\Leftrightarrow d_0 = \sqrt{\frac{k\epsilon_0 q^2}{2\sigma q - 4\epsilon_0 mg}}$$

+ Nếu $h < d_0$ quả cầu chuyển động xuống và bị hút vào bản kim loại.

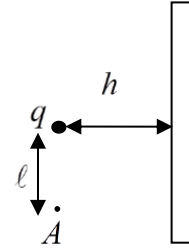
+ Nếu $h = d_0$ quả cầu ở vị trí cân bằng.

+ Nếu $h > d_0$ quả cầu chuyển động ra xa bản kim loại.

Bài toán vận dụng 1.3

a. Xác định lực tương tác giữa điện tích điểm $q = 2 \cdot 10^{-9} C$

và tấm dẫn phẳng, biết q cách tấm phẳng đoạn $h = 5cm$.



b. Xác định vectơ cường độ điện trường tại A biết $l = h$ (hình vẽ).

Bài giải:

a. Theo phương pháp ảnh điện, có thể xem tương tác giữa q và tấm phẳng tương đương với tương tác q và $-q$ đặt đối diện qua tấm phẳng. Vậy, theo định luật Culông dễ dàng ta có:

$$F = k \frac{q^2}{(2h)^2} = 3,6 \cdot 10^{-6} N$$

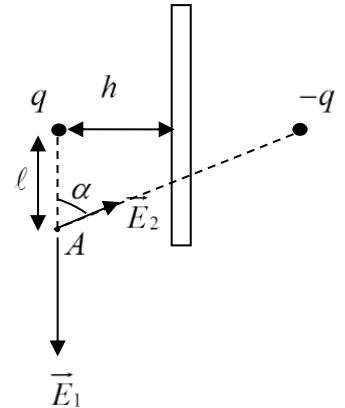
b. Điện trường tại A là tổng hợp điện trường do q và $-q$ tại A

Ta có:

$$\tan \alpha = \frac{2h}{l} = \frac{2h}{h} = 2$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

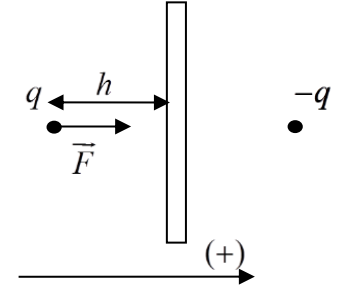
Vậy:



$$E = \sqrt{E_1^2 + E_1^2 - 2E_1 E_2 \cos \alpha} \approx 6.54.10^3 V / m.$$

Bài toán vận dụng 1.4: Cho điện tích $q = 10^{-8} C$, $m = 0,01 g$ cách tấm dẫn phẳng vô hạn đoạn $h = 4 cm$. Xác định:

- Gia tốc của điện tích khi nó bắt đầu chuyển động.
- Thế năng của hệ điện tích và tấm dẫn phẳng vô hạn.
- Thời gian để điện tích bay đến tấm phẳng.



Bài giải:

- Gia tốc của điện tích được xác định:

$$a = \frac{F}{m} = k \frac{q^2}{m(2h)^2} = 14,0625 \quad (m / s^2)$$

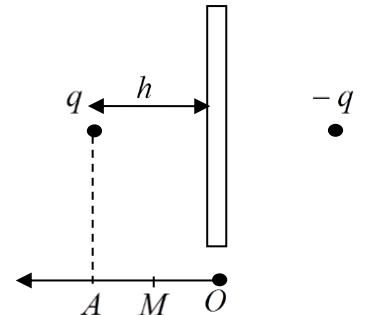
b. Xét điện tích q đi từ vô cùng đến mặt phẳng dẫn và cách tấm phẳng đoạn h . Chọn gốc thế năng ở vô cùng, khi đó công của điện trường được xác định:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-\infty}^h \vec{F} d\vec{x} = \int_{-\infty}^h F dx = \int_{-\infty}^h k \frac{q^2}{(2x)^2} dx \\ &= \frac{kq^2}{4} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{-\infty}^h = \frac{kq^2}{4h} \end{aligned}$$

Lực điện là lực thế nên công của lực điện bằng độ giảm thế năng:

$$\begin{aligned} A &= W_{to} - W_t = \frac{kq^2}{4h} \\ \Leftrightarrow W_t &= -\frac{kq^2}{4h} \end{aligned}$$

Như vậy, thế năng tương tác giữa điện tích q và tấm phẳng chỉ bằng $\frac{1}{2}$ so với thế năng tương tác giữa q và $-q$ (học sinh thường cho rằng thế năng tương tác này là $-\frac{kq^2}{2h}$ theo công thức của thế năng tương tác giữa hai điện tích).



c. Nhận thấy rằng chuyển động của điện tích là chuyển động nhanh dần biến đổi không đều (lực tác dụng thay đổi). Chọn chiều dương như hình vẽ. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng tại A và M (vị trí có tọa độ x):

$$-\frac{kq^2}{4h} = -\frac{kq^2}{4x} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\rightarrow v = -q\sqrt{\frac{k}{2m}\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}$$

Ta có: $v = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v}$, tích phân hai vế:

$$\int_0^{t_0} dt = \int_h^0 \frac{1}{-q\sqrt{\frac{k}{2m}\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}} dx = \sqrt{\frac{2m}{kq^2}} \int_0^h \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{x}\right)}} dx$$

Đặt $x = h \cos^2 \alpha \Rightarrow dx = -2h \cos \alpha \sin \alpha d\alpha$, khi đó:

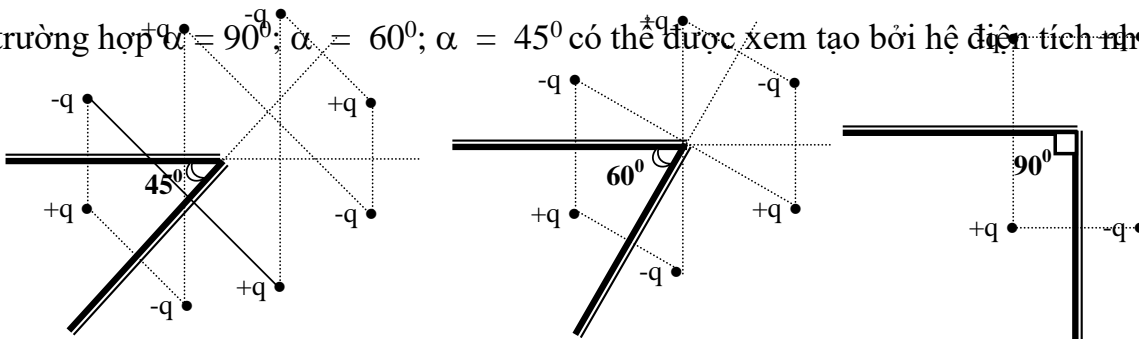
$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \\ x=h \rightarrow \alpha = 0 \end{cases}$$

Vậy:

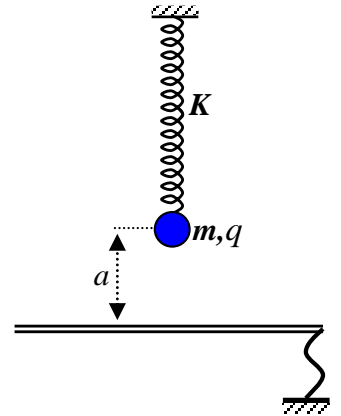
$$\int_0^{t_0} dt = \sqrt{\frac{2m}{kq^2}} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{-2h \cos \alpha \sin \alpha}{\frac{1}{\sqrt{h}} \tan \alpha} d\alpha = \sqrt{\frac{8mh^3}{kq^2}} \int_{\frac{\pi}{2}}^0 -\cos^2 \alpha d\alpha$$

$$\Leftrightarrow t_0 = \sqrt{\frac{8mh^3}{kq^2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha d\alpha = \sqrt{\frac{m\pi^2 h^3}{2kq^2}}.$$

Nhận xét: Nếu có hai mặt phẳng dẫn, góc nhị diện giữa hai mặt phẳng dẫn điện nối đất bằng α . Bên trong góc có một điện tích điểm q. Khi đó trường bên trong góc nhị diện trong các trường hợp $\alpha = 90^\circ$; $\alpha = 60^\circ$; $\alpha = 45^\circ$ có thể được xem tạo bởi hệ điện tích như hình vẽ:



Bài toán vận dụng 1.5: Một lò xo nhẹ, cách điện, một đầu gắn chặt vào giá cố định, đầu còn lại treo quả cầu kim loại nhỏ khối lượng m , tích điện q . Hệ được đặt trong không khí và khi cân bằng quả cách một thành phẳng bằng kim loại đã nối đất một khoảng a (hình vẽ).



a. Từ vị trí cân bằng người ta kéo quả cầu xuống dưới, cách VTCTB một đoạn x_0 ($x_0 \ll 2a$) rồi thả nhẹ. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa. Lập biểu thức tính chu kì và viết phương trình dao động của quả cầu.

b. Nghiên cứu sự biến đổi mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn tại điểm M cách vị trí cân bằng của quả cầu khoảng $2a$.

Bài giải:

a. Khi quả cầu cách mặt phẳng khoảng r , lực tương tác giữa điện tích q và bản kim loại là:

$$F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}$$

Chọn trục Ox thẳng đứng hướng xuống, gốc O tại vị trí cân bằng của quả cầu.

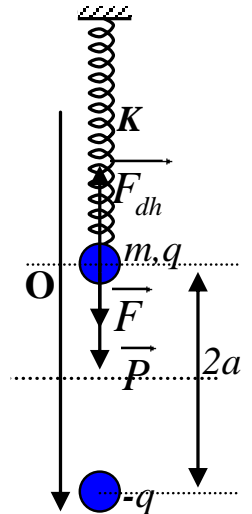
+ Tại vị trí cân bằng:

$$P + F - F_{dh} = 0$$

$$\Leftrightarrow mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} - k\Delta l = 0 \quad (1)$$

trong đó: Δl là độ biến dạng của lò xo.

+ Tại vị trí có li độ x , phương trình động lực học:



$$mg + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2a-x)^2} - k(\Delta l + x) = mx''$$

$$\Leftrightarrow mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2 \left(1 - \frac{x}{2a}\right)^2} - k(\Delta l + x) = mx'' \quad (2)$$

Ta chỉ xét dao động nhỏ ($x \ll 2a$). Khi đó:

$$\left(1 - \frac{x}{2a}\right)^{-2} \approx 1 + \frac{x}{a}$$

thay vào (2) được:

$$mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{x}{a}\right) - k(\Delta l + x) = mx''$$

$$\Leftrightarrow \left(mg + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2} - k\Delta l \right) + \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3} x - kx = mx'' \quad (3)$$

Từ (1) và (3), ta có:

$$\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3} x - kx = mx'' \Leftrightarrow x'' + \left(\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3} \right) x = 0$$

Đặt $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^3}}$, ta được phương trình dao động:

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

Quả cầu dao động điều hòa với chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{16k\pi\epsilon_0 a^3}}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{16k\pi\epsilon_0 a^3}}}$$

trong đó T_0 là chu kì dao động khi quả cầu không tích điện.

Nghiệm của phương trình dao động điều hòa có dạng:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Từ điều kiện ban đầu, ta được:

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ v(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = x_0 \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = x_0 \cos \omega t.$$

b. Xét trường gây ra tại điểm M nằm trên mặt vật dẫn cách quả cầu khoảng r. Cường độ điện trường do các điện tích q và -q gây ra tại M có phương, chiều như hình vẽ và có độ lớn:

$$E_1 = E_2 = k \frac{q}{r^2}$$

Theo kết quả câu a, mật độ điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{1}{4\pi k} \times \frac{2kqa}{r^3} = \frac{qa}{2\pi r^3}$$

+ Khi quả cầu ở vị trí cân bằng thì:

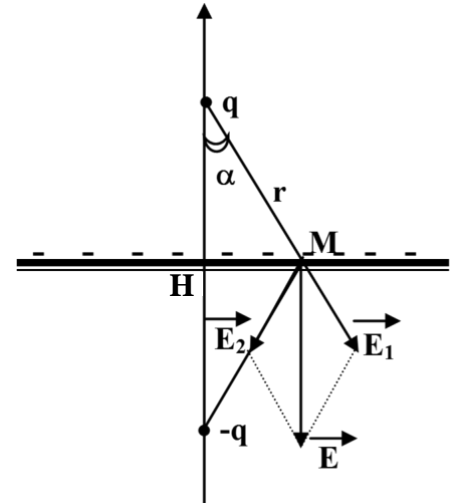
$$r = a \rightarrow \sigma_0 = \frac{q}{16\pi a^2}$$

và $HM = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

+ Khi quả cầu có li độ x thì:

$$r = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a-x)^2} = \sqrt{4a^2 - 2ax + x^2} \approx 2a\sqrt{1 - \frac{x}{2a}}$$

Khi đó:



$$\sigma = \frac{q}{16\pi a^2} \left(1 - \frac{x}{2a}\right)^{-3/2} \approx \sigma_0 \left(1 + \frac{3x}{4a}\right).$$

Từ kết quả trên ta thấy mật độ điện tích tại M cũng biến đổi tuần hoàn.

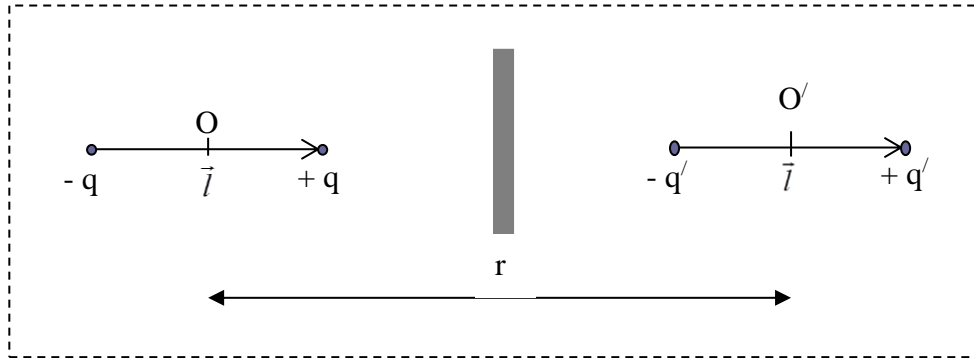
$$+ x = x_0 \Leftrightarrow \sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + \frac{3x_0}{4a}\right) \quad \text{khi này, quả cầu ở vị trí thấp nhất.}$$

$$+ x = -x_0 \Leftrightarrow \sigma_{\min} = \sigma_0 \left(1 - \frac{3x_0}{4a}\right) \quad \text{khi này, quả cầu ở vị trí cao nhất.}$$

Bài toán vận dụng 1.6: Một lưỡng cực điện có mô-men lưỡng cực P_e nằm cách mặt phẳng dẫn điện một khoảng h và vuông góc với mặt phẳng đó. Hãy tính độ lớn của lực tác dụng lên lưỡng cực, biết rằng mặt phẳng được nối đất.

Bài giải:

Áp dụng phương pháp ảnh điện: coi tương tác giữa lưỡng cực điện với mặt phẳng như tương tác giữa 2 lưỡng cực điện với nhau và cách nhau một khoảng 2ℓ .



Ta có, thế năng do lưỡng cực điện P_e sinh ra tại O' là

$$V = \frac{P_e}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

Điện trường do lưỡng cực điện P_e sinh ra tại O'

$$E_r = \frac{dV}{dr} = \frac{P_e}{2\pi \varepsilon_0 r^3}$$

Lực tương tác giữa hai mô-men lưỡng cực

$$F = p_e \frac{\Delta E}{\Delta r} = \frac{3P_e^2}{32\pi \varepsilon_0 \ell^4}.$$

2.2. TRƯỜNG GÂY BỞI CÁC ĐIỆN TÍCH PHÂN BỐ TRÊN MẶT GIỚI HẠN LÀ MẶT CẦU

Bài toán mở đầu: Một điện tích điểm q cách tâm quả cầu kim loại bán kính R nổi đất một khoảng a . Hãy xác định:

a. Xác định lực tương tác giữa điện tích q và quả cầu.

b. Cường độ điện trường do hệ gồm điện tích q và điện tích hưởng ứng trên bề mặt quả cầu gây ra trong không gian xung quanh và trên mặt cầu.

Bài giải:

a. Vì quả cầu nổi đất nên điện thế trên mặt quả cầu bằng 0. Trên quả cầu chỉ có các điện tích hưởng ứng âm.

Ta có thể thay điện tích hưởng ứng trên mặt quả cầu bằng điện tích $-q'$ sao cho điện thế do q và $-q'$ gây ra trên mặt cầu phải bằng 0, tức là mặt đẳng thế có điện thế bằng 0 sẽ trùng với mặt cầu nổi đất.

Vì trường có tính chất đối xứng qua trục Ox nên cần phải đặt điện tích $-q'$ ở trên trục này.

Đặt $OC = b$. Điện thế tại một điểm N bất kỳ trên mặt cầu là:

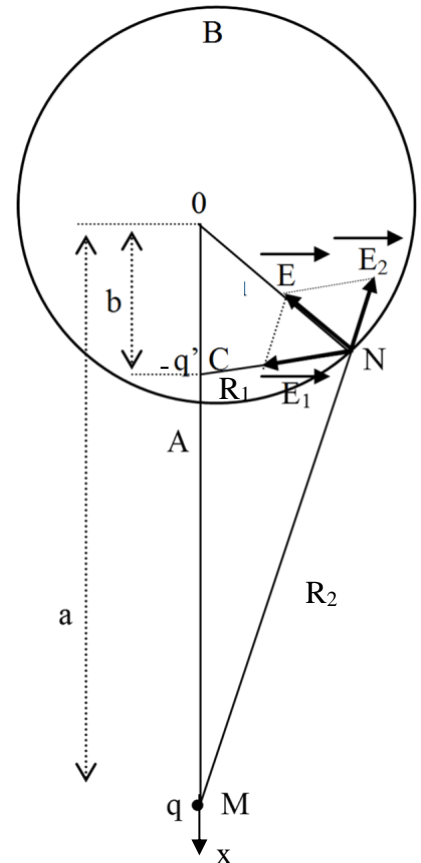
$$\frac{kq}{R_2} - \frac{kq'}{R_1} = 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{q'}{q}$$

+ Khi N trùng B thì $R_1 = R + b$; $R_2 = R + a$

$$\frac{R + b}{R + a} = \frac{q'}{q} \quad (1)$$

+ Khi N trùng A thì $R_1 = R - b$; $R_2 = a - R$

$$\frac{R - b}{a - R} = \frac{q'}{q} \quad (2)$$



Từ (1) và (2) suy ra:

$$b = \frac{R^2}{a}; q' = \frac{qR}{a} \quad (3)$$

Vậy lực tương tác giữa quả cầu và điện tích điểm có độ lớn là:

$$F = \frac{Rq^2}{4\pi\epsilon_0 a(a-b)^2} = \frac{Ra q^2}{4\pi\epsilon_0 (a^2 - R^2)^2} \quad (4)$$

b. Cường độ điện trường do điện tích q và điện tích hưởng ứng trên bề mặt quả cầu gây ra trong không gian xung quanh là:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{R} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R'^3} \vec{R}'$$

trong đó: R, R' khoảng cách từ điện tích q và q' đến điểm quan sát.

Cường độ điện trường do q và - q' gây ra tại N trên mặt cầu có phương, chiều như hình vẽ. Độ lớn:

$$E_1 = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_1^2}; E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} \quad (5)$$

Cường độ điện trường tổng hợp do các điện tích gây ra tại N trên mặt cầu có phương vuông góc với mặt cầu, chiều hướng vào tâm, độ lớn:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos\alpha} \quad (6)$$

trong đó $\alpha = \angle E_1 N = \angle C N M$.

Từ phương trình (3) và (5) ta có:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q' R_2^2}{q R_1^2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow E_1 = \frac{R_2}{R_1} E_2 \quad (7)$$

Trong tam giác CNM có:

$$(a-b) = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\alpha} \quad (8)$$

Từ (6), (7), (8) và để ý $\frac{R_1}{R_2} = \frac{|q'|}{q} = \frac{R}{a}$ ta được:

$$E = \frac{a-b}{R_1} E_2 = \frac{kq}{R_2^2} \times \frac{(a-\frac{R^2}{a})}{\frac{R}{a}R_2}$$

$$\Leftrightarrow E = \frac{kq(a^2 - R^2)}{RR_2^3}.$$

Nhận xét:

+ Nếu quả cầu không nối đất và không mang điện thì điện tích trên nó phải đảm bảo luôn luôn bằng 0 và mặt cầu phải có điện thế không đổi. Như vậy điều kiện biên của bài toán sẽ là

$$\varphi (\text{mặt cầu}) = \text{hằng số}$$

$$\text{và} \quad Q (\text{mặt cầu}) = 0. \quad (9)$$

+ Dựa vào kết quả bài toán trên, để thoả mãn điều kiện biên ta có thể thay thế quả cầu bằng điện tích $q' = -\frac{qR}{a}$ đặt ở C và thêm điện tích $q'' = -q' = \frac{qR}{a}$ đặt ở tâm quả cầu. Như vậy điện tích q'' đảm bảo cho điện thế trên mặt quả cầu $\varphi (\text{mặt cầu}) = \text{hằng số}$ và khác 0. Còn điện tích trong mặt cầu bằng nhau và trái dấu.

Bài toán vận dụng 2.1: Một hạt khối lượng m, tích điện q quay quanh quả cầu dẫn điện bán kính r, tích điện Q. Quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính R và tâm trùng với tâm quả cầu. Tính tốc độ góc quay của hạt.

Bài giải

Ta có thể coi trường tạo bởi điện tích q, điện tích Q và các điện tích hưởng ứng như là trường tạo bởi hệ của 3 điện tích: q, điện tích $q' = -\frac{qr}{R}$ đặt ở C và điện tích $\left(Q + \frac{qr}{R}\right)$ đặt ở

tâm hình cầu.

Theo kết quả bài toán trên, điện tích q' đặt tại C, cách tâm O một đoạn $d = r^2 / R$.

Lực tác dụng lên điện tích q có độ lớn:

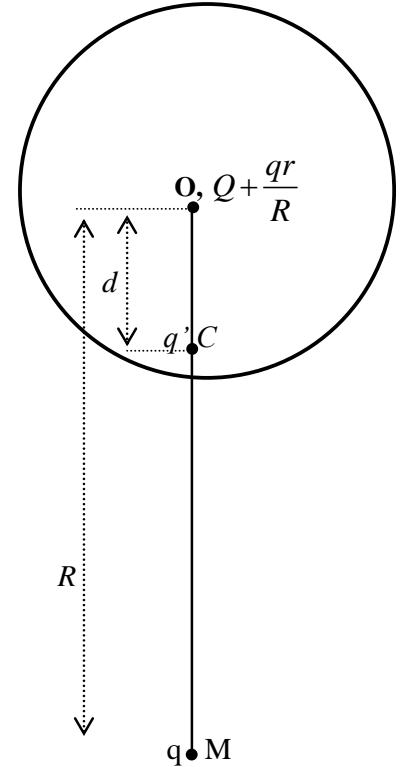
$$F = \frac{q|q'|}{4\pi\epsilon_0(R-d)^2} - \frac{q(Q+|q'|)}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{q^2 r R}{4\pi\epsilon_0(R^2 - r^2)^2} - \frac{q(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^3}.$$

Lực \vec{F} đóng vai trò của lực hướng tâm nên:

$$\Rightarrow \frac{q^2 r R}{4\pi\epsilon_0(R^2 - r^2)^2} - \frac{q(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^3} = m\omega^2 R$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 m} \left[\frac{qr}{(R^2 - r^2)^2} - \frac{(QR + qr)}{4\pi\epsilon_0 R^4} \right]}.$$



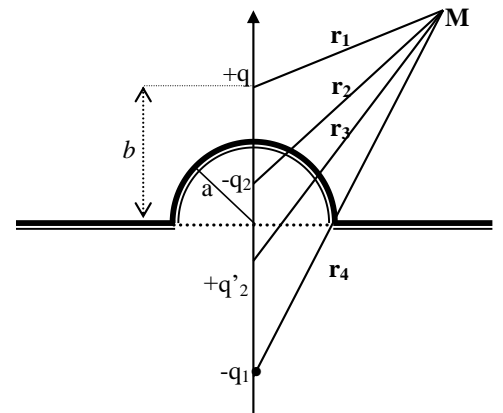
Bài toán vận dụng 2.2: Một mặt phẳng dẫn điện nối đất có một chỗ lồi lên hình bán cầu bán kính a . Tâm bán cầu nằm trên mặt phẳng. điện tích điểm q nằm trên trục đối xứng của hệ và cách mặt phẳng một khoảng b ($b > a$). Xác định điện thế ϕ và điện tích hưởng ứng ở chỗ lồi lên.

Bài giải:

a. Ta có thể coi trường tạo bởi điện tích q và các điện tích hưởng ứng trên bề mặt kim loại như là trường tạo bởi hệ của 4 điện tích.

+ Điện tích q

+ Điện tích $-q_1$ là ảnh của điện tích q qua mặt phẳng dẫn điện, cách mặt phẳng dẫn điện một khoảng b.



+ Điện tích $-q_2$ là ảnh của điện tích q qua mặt cầu bán kính a , cách tâm mặt cầu một khoảng $b' = \frac{a^2}{b}$, độ lớn điện tích $q_2 = \frac{qa}{b}$.

+ Điện tích $+q'_2$ là ảnh của điện tích $-q_2$ qua mặt phẳng dẫn điện. Với $q'_2 = q_2 = \frac{qa}{b}$, cách mặt phẳng dẫn điện một khoảng $b' = \frac{a^2}{b}$.

Điện thế φ của trường:

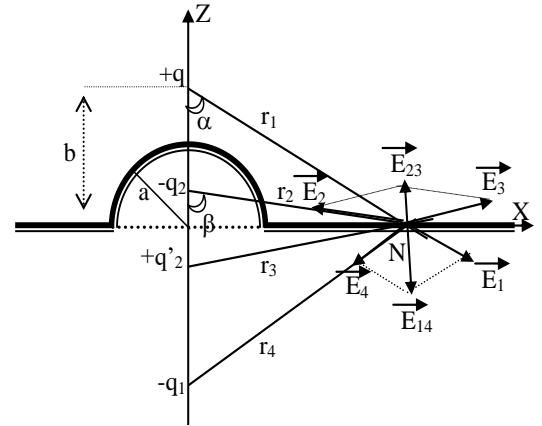
$$\varphi(M) = k \frac{q}{r_1} - k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q'_2}{r_3} - \frac{q}{r_4}.$$

Vậy:

$$\varphi(M) = kq \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_4} - \frac{a}{b} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \right].$$

b. Các véc tơ cường độ điện trường do các điện tích $q, -q_2, q'_2, -q_1$ gây ra tại điểm $N(x, 0, 0)$ trên mặt phẳng của vật dẫn có phương, chiều như hình vẽ và có độ lớn:

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{r_1^2}; \quad E_3 = E_4 = \frac{kq}{r_2^2}$$



Cường độ điện trường tổng hợp có phương vuông góc với mặt vật dẫn, có chiều như hình vẽ, có độ lớn:

$$E = 2(E_1 \cos \alpha - E_2 \cos \beta),$$

trong đó:

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{x^2 + b^2}}; \quad \cos \beta = \frac{b'}{\sqrt{x^2 + b'^2}}$$

Vậy:

$$E = \frac{2kqb}{(b^2 + x^2)^{3/2}} - \frac{2kq'b'}{(b'^2 + x^2)^{3/2}}$$

trong đó $q' = \frac{qa}{b}$; $b' = \frac{a^2}{b}$.

+ Điện tích hưởng ứng trên mặt vật dẫn:

$$Q = \int_a^\infty \sigma ds = \int_a^\infty \epsilon_0 E ds$$

Ta có $ds = 2\pi x dx$; $4k\pi\epsilon_0 = 1$ nên:

$$Q = \int_a^\infty \frac{qbx}{(b^2 + x^2)^{3/2}} dx - \int_a^\infty \frac{q'b'x}{(b'^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

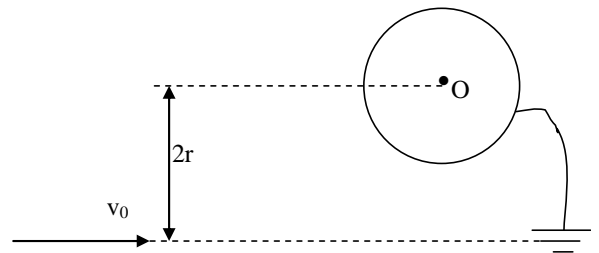
Lấy tích phân trên, ta được:

$$Q = q \frac{b^2 - a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Điện tích hưởng ứng ở những chỗ lồi lên:

$$Q' = (q - Q) = q \left(1 - \frac{b^2 - a^2}{b\sqrt{a^2 + b^2}} \right).$$

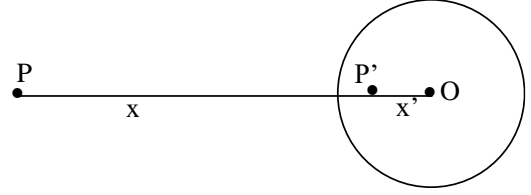
Bài toán vận dụng 2.3: Một quả cầu dẫn điện bán kính $r = 2\text{cm}$ được nối đất. Có 1 điện tử ban đầu từ xa chuyển động với vận tốc v_0 theo hướng thẳng cách tâm quả cầu một khoảng bằng $2r$. Hãy xác định giá trị vận tốc của điện tử khi bay tới gần quả cầu nhất, nếu biết rằng tại vị trí gần nhất điện tử cách tâm quả cầu một khoảng $3r/2$.



Bài giải:

Theo phương pháp ảnh điện thì ảnh của điện tích p là ở p' .

Với $OP' = x' = \frac{r^2}{x}$; $e' = -e \frac{r}{x}$, ta có:



$$F_{(x)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e.e'}{(x-x')^2} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{rx}{(x^2-r^2)^2} \text{ Thế}$$

năng ở P là:

$$A_P = \int F_{(x)} dx = \frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)} + C$$

Chọn gốc thế năng ở ∞ ta có $W_{t\infty} = 0$. Áp dụng tính chất công của lực thế:

$$\begin{aligned} W_{t\infty} - W_{tP} &= A \\ \Leftrightarrow W_{tP} &= -\frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)} \end{aligned}$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2 r}{8\pi\epsilon_0 (x^2 - r^2)}.$$

Thay $x = \frac{3r}{2}$, ta được:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{10\pi\epsilon_0 r} \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn mô men động lượng:

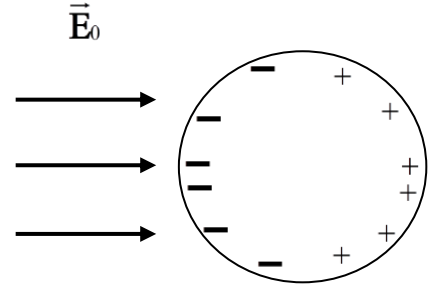
$$\frac{3}{2} r.mv = 2r.mv_0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$v = e \sqrt{\frac{32}{70 \pi \epsilon_0 r m}}.$$

Bài toán vận dụng 2.4: Quả cầu dẫn trong điện trường đều

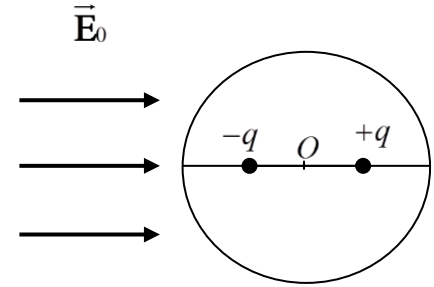
Khi đặt một quả cầu dẫn trong điện trường đều, điện tích trên quả cầu được sắp xếp lại. Xác định mật độ điện tích trên bề mặt quả cầu dẫn.



Bài giải:

Mật độ điện tích trên bề mặt quả cầu là không đều.

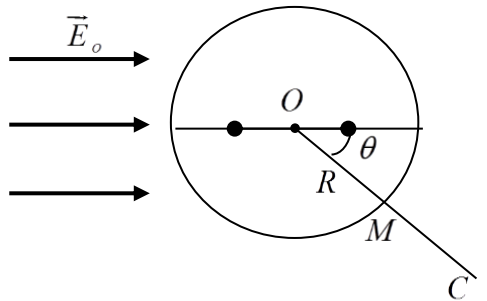
Do tính chất đối xứng, có thể xem điện tích trên vỏ tương đương với hệ điện tích $q, -q$. Hai điện tích này tạo thành một lưỡng cực điện.



Điện thế tại điểm C (khoảng cách từ C đến O là r) bằng tổng điện thế của trường ngoài ($V_{\vec{E}_0}$) và điện thế của lưỡng cực (V_P).

Thế năng lưỡng cực được xác định:

$$V_P = \frac{p_e \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$



Thế năng trường ngoài được xác định:

$$V_{\vec{E}_0} = \int -E_0 dx = -E_0 x = -E_0 r \cos \theta.$$

Theo tính chất của vật dẫn trong điện trường, quả cầu dẫn là vật đẳng thế. Chọn gốc điện thế tại O, điện thế tại mọi điểm trên quả cầu bằng 0. Mọi điểm M ở bề mặt quả cầu đều có $V_M = 0$. Vậy:

$$V_M = V_{\vec{E}_0}(M) + V_{\vec{P}}(M) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_e \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} = E_0 R \cos \theta$$

$$\Leftrightarrow p_e = 4\pi\epsilon_0 E_0 R^3$$

Véc tơ cường độ điện trường theo phương pháp tuyến tại M được xác định:

$$\begin{aligned} E_M &= E_{\vec{E}_0}(r) + E_{\vec{P}}(r) \\ &= \left(-\frac{\partial V_{\vec{E}_0}}{\partial r} - \frac{\partial V_{\vec{P}}}{\partial r} \right) \Big|_R \\ &= E_0 \cos \theta + 2E_0 \cos \theta \\ &= 3E_0 \cos \theta \end{aligned}$$

Ta được mật độ điện mặt:

$$\sigma = \frac{E_n(M)}{\epsilon_0} = \frac{3E_0 \cos \theta}{\epsilon_0}.$$

Bài toán vận dụng 2.5: Một quả cầu dẫn điện bán kính R ở trong trường của một điện tích điểm q cách tâm quả cầu một khoảng $a > R$. Hệ trên được nhúng vào một điện môi đồng chất hằng số điện môi ϵ . Tìm thế của trường φ nếu cho trước:

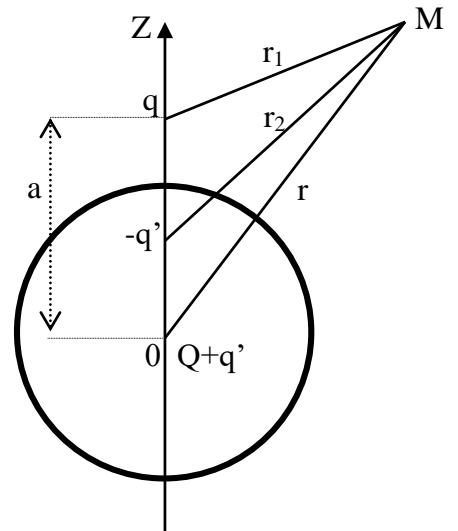
a. Điện tích của quả cầu Q.

b. Điện thế của quả cầu φ_0 (ở vô cực $\varphi = 0$).

Bài giải:

a. Điện thế của điện tích điểm và của quả cầu

tích điện trong miền $r > a$ có thể xem là điện thế của 4 điện tích điểm đặt trên các trục đối xứng: điện tích q ở cách gốc tọa độ một khoảng a. Ba ảnh của nó là các điện tích Q và $q' = qR/a$ ở gốc tọa độ và điện tích $-q'$ ở điểm $a' = R^2/a$.



Điện tích - q' mô tả tác dụng của điện tích hưởng ứng ở phía mặt quả cầu gần q nhất (dấu điện tích này ngược dấu với q) điện tích + q' mô tả tác dụng của điện tích hưởng ứng ở phần quả cầu xa q hơn và nó cùng dấu với q.

Điện thế do hệ gây ra tại điểm M là:

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r_1} + \frac{Q + q'}{\epsilon r} - \frac{q'}{\epsilon r_2}$$

ở đây: $q' = \frac{qR}{a}$, $r_2 = \sqrt{r^2 + a'^2 - 2a'r \cos \theta}$, $a' = \frac{R^2}{a}$, θ là góc tạo bởi giữa OM và trục OZ.

b. Trong trường hợp này, ta chỉ việc $Q = \epsilon \varphi_0 R - \frac{qR}{a}$.

Nhận xét:

+ Nếu quả cầu chung hoà thì không có số hạng chứa Q

+ Nếu quả cầu nối đất ($\varphi_0 = 0$) thì điện thế có dạng:

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r_1} - \frac{q'}{\epsilon r_2}.$$

2.3. TRƯỜNG GÂY BỞI CÁC ĐIỆN TÍCH PHÂN BỐ TRÊN MẶT GIỚI HẠN LÀ MẶT TRỤ

Bài toán vận dụng 3.1: Một dây dẫn thẳng, dài vô hạn được tích điện với mật độ điện dài λ , đặt song song với trục của một hình trụ có bán kính r mang điện $-\lambda$ trên một đơn vị độ dài. Khoảng cách giữa dây dẫn và trục hình trụ bằng a .

- Xác định lực tác dụng lên một đơn vị độ dài của dây dẫn.
- Tìm điện thế, cường độ điện trường do hệ sinh ra trên mặt trụ.
- Tìm phân bố điện tích mặt trên mặt trụ.

Bài giải:

Mặt trụ ở trạng thái cân bằng điện là một mặt đẳng thế. Mọi điểm trên mặt có cùng điện thế.

Mặt đẳng thế của hai dây dẫn thẳng, dài vô hạn mang điện λ và $-\lambda$ trên một đơn vị độ dài là những mặt trụ bao quanh các dây.

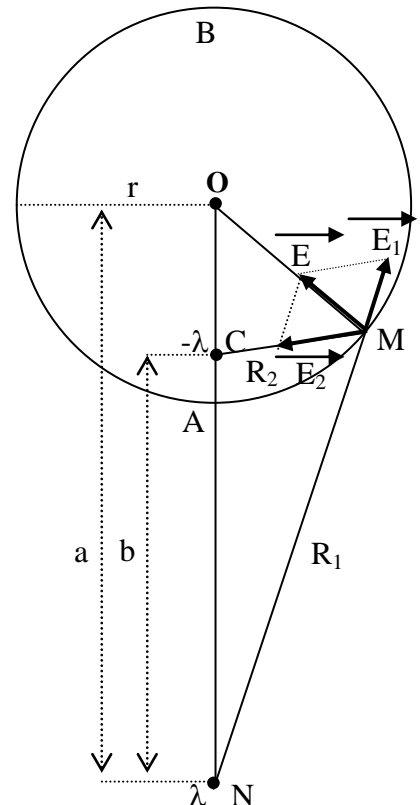
Như vậy, ta có thể thay mặt trụ tích điện bằng một dây dẫn thẳng, dài vô hạn mang điện $-\lambda$ đặt ở vị trí nào đó bên trong hình trụ và song song với trục hình trụ sao cho mặt đẳng thế do hệ hai dây gây ra trùng mặt trụ. Khi đó, trường do hệ gây ra trong không gian không thay đổi.

Gọi b là khoảng cách giữa hai dây λ và $-\lambda$.

Cường độ điện trường do một dây dẫn dài vô hạn gây ra tại một điểm M là:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \quad (1)$$

trong đó R là khoảng cách từ dây dẫn đến điểm quan sát M .



Ta chọn φ ở khoảng cách $R_0 \gg b$ bằng 0 thì:

+ Điện thế do dây dẫn gây ra tại một điểm:

$$\varphi = \int_R^{R_0} E dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{R_0} \quad (2)$$

+ Điện thế do hai dây gây ra tại M trên mặt trụ:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[-\ln \frac{R_1}{R_0} + \ln \frac{R_2}{R_0} \right] \\ \Leftrightarrow \varphi &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \end{aligned} \quad (3)$$

+ Khi $M \equiv A$ thì:

$$R_1 = a - r, R_2 = r - (a - b).$$

Vậy:

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r - (a - b)}{a - r} \right] \quad (4)$$

+ Khi $M \equiv B$ thì:

$$R_1 = a + r, R_2 = r + (a - b)$$

Vậy:

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r + (a - b)}{a + r} \right] \quad (5)$$

Điều kiện mặt đẳng thế cho ta:

$$\frac{r + (a - b)}{a + r} = \frac{r - (a - b)}{a - r}$$

$$\Leftrightarrow r^2 = a(a - b) \quad (6)$$

Như vậy: ta có thể thay thế mặt trụ bán kính r tích điện đều - λ đặt cách một dây dẫn thẳng dài vô hạn (mang điện λ trên một đơn vị dài) một khoảng a bằng một dây dẫn mang điện - λ trên một đơn vị dài đặt ở khoảng cách $b = (a^2 - r^2)/a$ so với dây dẫn thẳng dài vô hạn (mang điện λ trên một đơn vị dài).

a. Lực tác dụng lên một đơn vị dài của dây:

$$F = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 b} \lambda = \frac{\lambda^2 a}{2\pi\epsilon_0 (a^2 - r^2)} \quad (7)$$

b. Điện thế do hệ gây ra tại một điểm trên mặt trụ:

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r + (a - b)}{a + r} \right] \quad (8)$$

Thay $b = (a^2 - r^2)/a$ ta được:

$$\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a} \quad (9)$$

c. Cường độ điện trường do hệ điện tích gây ra tại điểm M trên mặt trụ:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (10)$$

trong đó: E_1, E_2 là cường độ điện trường do các điện tích gây ra tại M, ta có:

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_1} ; E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_2} \quad (11)$$

Cường độ điện trường tổng hợp có phương vuông góc với mặt trụ, chiều hướng vào trong và có độ lớn:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \alpha}, \quad (12)$$

trong đó $\alpha = \angle CMN$.

Thay $E_1 = \frac{R_2}{R_1} E_2$ và $b = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\alpha}$ ta tìm được:

$$E = \frac{\lambda b}{2\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$$

Mật độ điện tích liên kết mặt được xác định:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{\lambda b}{2\pi R_1 R_2}.$$

Bài toán vận dụng 3.2: Trường tĩnh điện tạo bởi hai hình trụ dẫn điện có các trục song song, bán kính R_1, R_2 và có mật độ điện dài là $\pm \lambda$. Khoảng cách giữa hai trụ là l . Tìm điện dung tương hỗ của các hình trụ trên một đơn vị độ dài.

Bài giải:

Vì các mặt trụ là các mặt đẳng thế. Ta có thể thay thế các mặt trụ tích điện này bằng các dây dẫn thẳng dài vô hạn mang điện $\pm \lambda$ sao cho các mặt đẳng thế trùng với mặt trụ. Khi đó trường bên ngoài các hình trụ không thay đổi.

Gọi b là khoảng cách giữa hai dây λ và $-\lambda$, a_1 là khoảng cách giữa dây $-\lambda$ và O_1 , a_2 là khoảng cách giữa dây $-\lambda$ và O_2 .

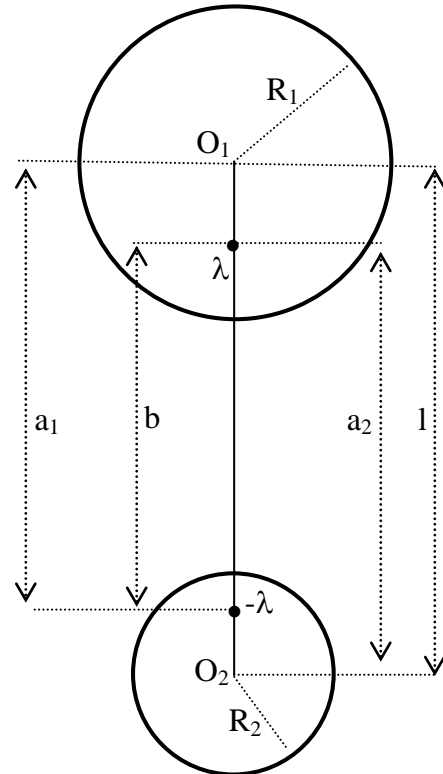
Theo kết quả bài toán trên ta có:

$$R_1^2 = a_1^2 - a_1 b ; \quad R_2^2 = a_2^2 - a_2 b$$

Từ hình vẽ:

$$a_1 + a_2 - b = l$$

Giải các phương trình trên ta được:



$$\begin{cases} b = 2\sqrt{c^2 - R_1^2} \\ a_1 a_2 = \frac{l(l+b) - R_1^2 - R_2^2}{2} \end{cases}$$

trong đó: $c = \frac{l^2 - R_1^2 - R_2^2}{2l}$.

Điện thế do hệ điện tích gây ra tại mặt trụ R_2 xác định theo công thức:

$$\varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{a_2}$$

Điện thế do hệ điện tích gây ra tại mặt trụ R_1 là:

$$\varphi_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a_1}{R_1}$$

Hiệu điện thế hai mặt trụ:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a_1 a_2}{R_1 R_2}$$

Điện dung tương hỗ giữa hai mặt trụ trên một đơn vị độ dài:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\lambda}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{a_1 a_2}{R_1 R_2}} \\ &= 2\pi\epsilon_0 \left[\ln \frac{l(l+b) - R_1^2 - R_2^2}{2R_1 R_2} \right]. \end{aligned}$$

C. KẾT LUẬN

1. Việc vận dụng phương pháp ảnh điện đã chứng tỏ phương pháp này có hiệu quả cao khi giải các bài toán phức tạp về trường tĩnh điện mà mặt biên có tính chất đối xứng (mặt phẳng, mặt cầu, mặt trụ...). Dựa trên mô hình này ta đã chuyển việc nghiên cứu các điện tích phân bố phức tạp thành việc nghiên cứu một số hữu hạn các điện tích mới gây ra. Khi đó, vấn đề giải quyết bài toán sẽ đơn giản hơn. Đồng thời, phương pháp này giúp cho học sinh tư duy các hiện tượng tĩnh điện nói riêng và hiện tượng vật lý nói chung tốt hơn.

2. Trong bài viết này tôi đã cố gắng sưu tầm, chọn lọc, biên tập và hệ thống hóa các bài toán tĩnh điện phù hợp với học sinh chuyên và dùng phương pháp ảnh điện để giải. Trong *bài toán mở đầu* ở chương 2, tôi đã giải bằng hai phương pháp khác nhau: phương pháp thông thường và phương pháp ảnh điện. Ta nhận thấy các bài toán giải bằng phương pháp ảnh điện ngắn gọn hơn.

3. Tính sáng tạo của đề tài ở những điểm sau:

+ Tôi đã đặt vấn đề, xây dựng ý tưởng của phương pháp ảnh điện một cách đơn giản. Điều này giúp cho học sinh dễ dàng tiếp cận với phương pháp ảnh điện.

+ Tài liệu hiện có về phương pháp ảnh điện không nhiều, khó và chưa có hệ thống. Để học sinh dễ hiểu, tôi đã thiết kế các bài toán đơn giản bước đầu áp dụng phương pháp ảnh điện. Sau đó, xây dựng hệ thống các bài tập theo chuyên đề từ dễ đến khó với số lượng lớn để phát triển hoàn toàn kỹ năng vận dụng phương pháp ảnh điện của học sinh.

4. Kiểm tra, đối chứng: Học sinh nói chung và học sinh các lớp chuyên lí nói riêng đều học không tốt phần điện do tính chất trừu tượng của nó. Qua hai năm áp dụng chuyên đề ảnh điện cho các lớp chuyên, kết quả kiểm tra của các em có bước chuyển biến tích cực như sau:

+ Năm học 2010-2011: Thời điểm này tôi chưa hoàn thiện chuyên đề ảnh điện. Các bài tập tĩnh điện khó có trong tài liệu bồi dưỡng học sinh giỏi [3] đều đã được giải quyết. Tuy nhiên, việc tiếp cận các bài toán khó đột ngột và rời rạc khiến học sinh gặp nhiều khó khăn. Do vậy, điểm đánh giá ở các bài kiểm tra chưa cao.

+ Năm học 2011-2012 và 2012-2013: tôi đã áp dụng chuyên đề ảnh điện vào dạy học. Khi này, niềm đam mê cũng như chất lượng học tập các em có tiến bộ rõ ràng. Cụ thể số liệu học sinh đạt điểm giỏi, khá, trung bình qua các năm như sau:

Năm học	Lớp	Số số	Giỏi		Khá		Trung bình	
			SL	TL%	SL	TL%	SL	TL%
2010-2011	10Lý1 (nay 12lý)	29	14	48,3	8	27,6	7	24,1
	10TLý (nay 12TLý)	16	6	37,5	6	37,5	4	25,0
2011-2012	10Lý1 (nay 11lý1)	31	20	64,5	9	29,0	2	6,5
	10Lý2 (nay 11lý2)	29	17	58,6	9	31,0	3	10,4
2012-2013	10Lý1 (nay 10Lý1)	28	23	82,0	6	18,0	0	0,0
	10Lý2 (nay 10Lý2)	30	24	80,0	6	20,0	0	0,0

5. Hướng phát triển của đề tài: Đề tài có thể mở rộng bằng việc xét đến tính chất điện và tương tác của các vật là điện môi, tương tác điện giữa các vật khi điện môi môi lấp đầy...

Trong quá trình nghiên cứu, bài viết không thể tránh khỏi những sai sót, rất mong được sự đóng góp ý kiến của quý thầy cô giáo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. I. E. TAMM, (1972), *Những cơ sở lý thuyết của điện học*, Người dịch ĐẶNG QUANG KHANG, NXB khoa học và kỹ thuật.
2. VŨ THANH KHIẾT, NGUYỄN THẾ KHÔI, VŨ NGỌC HỒNG (1977), *Giáo trình điện đại cương tập I*, NXBGD.
3. VŨ THANH KHIẾT, VŨ ĐÌNH TÚY (2003), *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi vật lý trung học phổ thông*, NXB GD.
4. V. V. BATUĞIN, I. N. TÓPTUĞIN (1980), *Tuyển tập các bài tập điện động lực học*, Người dịch: VŨ THANH KHIẾT, NGUYỄN PHÚC THUẦN, NXBGD.
5. I. E. IRÔĐÓP, I.V XAVALIÉP, O.I.ĐAMSA (2000), *Tuyển tập các bài tập vật lý đại cương*, Người dịch LƯƠNG DUYÊN BÌNH, NGUYỄN QUANG HẬU, NXB đại học và trung học chuyên nghiệp Hà Nội.

NGƯỜI VIẾT SKKN

Lê Quốc Anh

Đánh giá, xếp loại của HĐTD SKKN Trường THPT Chuyên Quốc Học:
Tổ trưởng Chuyên Môn **HIỆU TRƯỞNG**
Chủ Tịch

Võ Thị Thu Ân

Nguyễn Phước Bửu Tuấn

Đánh giá, xếp loại của HĐTD SKKN Sở GD-ĐT TT Huế:

GIÁM ĐỐC
Chủ tịch