

# Bài toán căng dây

Tách va chạm thành 2 giai đoạn, giai đoạn va chạm mềm hoàn toàn với dây trùng và sau đó là biến đổi thông số khi dây căng.

Giai đoạn 1 là giai đoạn dây trùng, chưa có lực căng  $T$

Bảo toàn động lượng giai đoạn 1.

$$mv_0 = (m + M)v$$

Vì thế có vận tốc khối tâm mới của hệ

$$v_g = \frac{mv_0}{m + M} = \frac{v_0}{2}$$

Bảo toàn mômen động lượng cũng áp dụng:

Quanh tâm quay là khối tâm:

$$mv_0 \frac{L}{4} = I_g \omega \quad (1)$$

Tìm mômen quán tính của hệ mới tại khối tâm mới, kết hợp  $m = M$ :

$$I_g = \frac{ML^2}{12} + m \left( \frac{l}{4} \right)^2 + m \left( \frac{l}{4} \right)^2 = \frac{5}{24} ML^2 \quad (2)$$

Lắp (2) vào (1), có giá trị của vận tốc góc:

$$\omega = \frac{6v_0}{5L}$$

Xét điểm tiếp xúc với dây  $A$ :  $\vec{v}_A = \vec{v}_g + \vec{\omega} \wedge \vec{GA}$

Lấy chiều dương dọc theo  $y$ , tức là lấy giá trị chiếu của  $v_g$  là dương

$$v_A = \frac{v_0}{2} - \frac{3L}{4} \frac{6v_0}{5L} = -\frac{2v_0}{5L}$$

Ở đây xác định được lý do dây căng, đó là do điểm  $A$  chuyển động xuống dưới, nếu  $A$  chuyển động lên theo chiều dương trục  $y$ , dây sẽ trùng.

Hiện tượng: Khi dây căng, coi như xung lực của  $T$  tác dụng và thành phần vận tốc của  $A$  theo dọc chiều của dây nổi bị triệt tiêu.

Xét giai đoạn 2, khi  $T$  đã tác dụng xung lực lên thanh, lúc này, gọi vận tốc góc của thanh là  $\omega_2$ , lúc này có thể khẳng định vận tốc của điểm  $A$  là vuông góc với dây và theo xu hướng chiều kim đồng hồ.

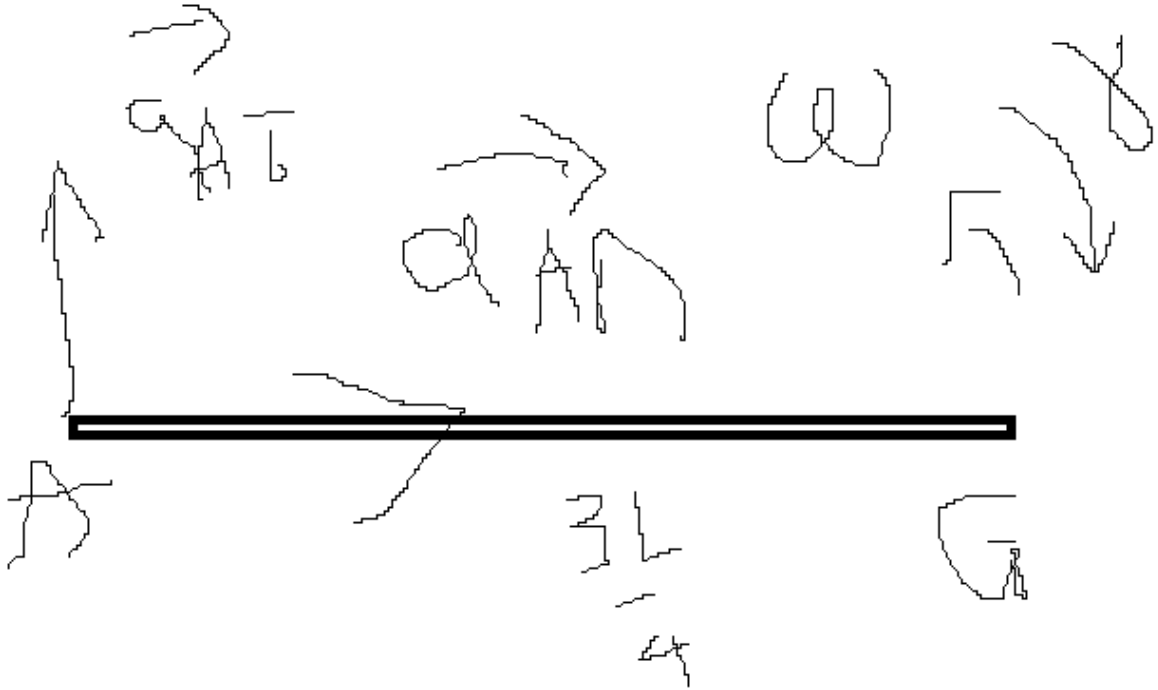
Gia tốc hướng tâm của điểm  $A$  khi quay quanh  $O$  :

$$a_A = \frac{v_A^2}{b}$$

Thanh dây cứng và không giãn,  $l_{AC} = L = \text{const}$

Xét gia tốc của điểm  $A$  theo chuyển động tròn quanh khối tâm  $G$

Gia tốc của điểm  $A$  trong hệ quy chiếu gắn với vật sẽ có 2 thành phần, tiếp tuyến và pháp tuyến:



$$a_{An} = \omega^2 \frac{3L}{4}$$

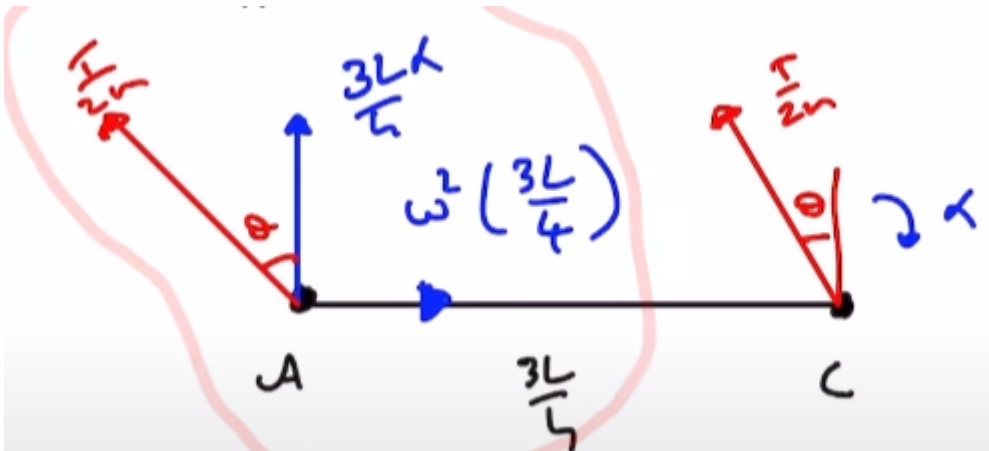
$$a_{At} = \frac{3L}{4} \gamma$$

Và gia tốc của khối tâm  $G$ :

$$a_G = \frac{T}{m + M} = \frac{T}{2M}$$

Xét tổng các vector gia tốc của điểm  $A$ :

$$\vec{a}_{At} + \vec{a}_{An} + \vec{a}_G = \vec{a}_A$$



Chiều theo phương dây:

$$\frac{3L}{4}\gamma \cos \theta - \frac{3L}{4}\omega_2^2 \sin \theta + \frac{T}{2M} = a_A = \frac{v_A^2}{b} \quad (*)$$

Cần xác định  $v_A, \omega_2$  và  $\gamma$

1. Tìm  $\gamma$

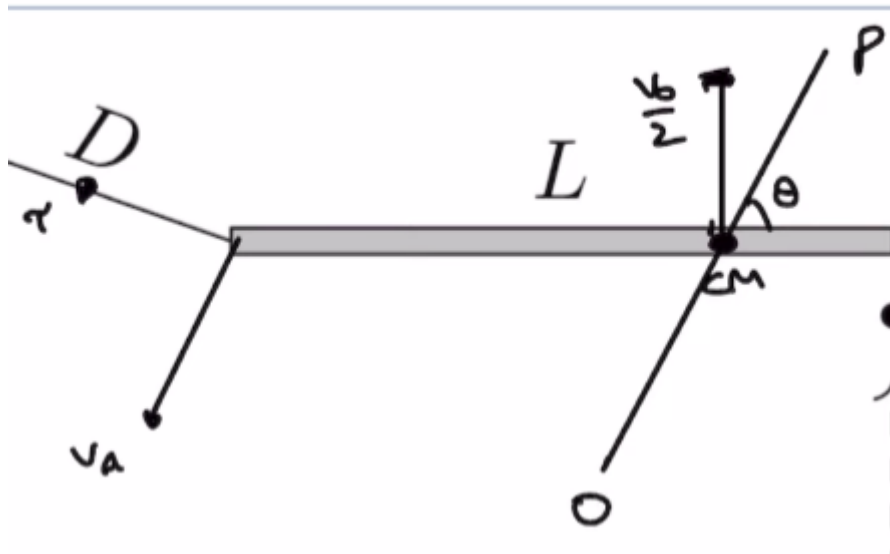
Xét mômen lực do lực căng dây tạo ra:

$$\begin{aligned} \tau &= I_g \gamma \\ T \cos \theta \frac{3L}{4} &= \frac{5}{24} ML^2 \gamma \\ \gamma &= \frac{6T}{5mL} \end{aligned}$$

2. Tìm  $\omega_2$  và  $v_A$

Áp dụng bảo toàn động lượng theo hướng vuông góc với dây

Động lượng trước khi dây căng theo hướng vuông góc với dây:



$$p_1 = 2M \cdot \frac{v_0}{2} \sin \theta = 2M \cdot v_{G \text{ vuông góc dây}}$$

Vậy có thể thấy thành phần vận tốc khối tâm lúc sau vuông góc với dây vẫn là  $\frac{v_0}{2} \sin \theta$

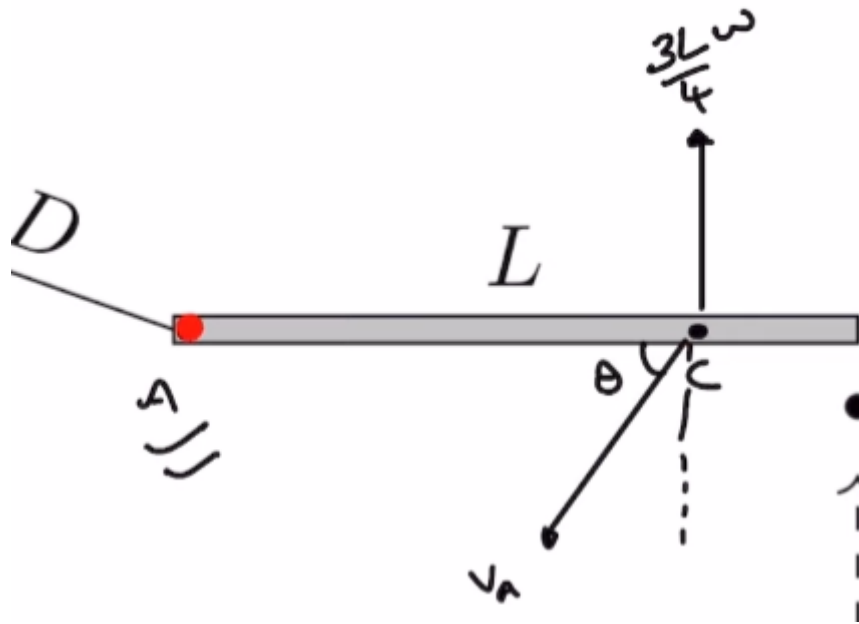
Vận tốc của khối tâm  $G$  so với  $A$ :

$$\vec{v}_G = \vec{v}_A + \vec{\omega}_2 \wedge \vec{AG}$$

Vậy chiếu lên phương vuông góc với dây:

$$\frac{v_0}{2} \sin \theta = \frac{3L}{4} \omega_2 \sin \theta - v_A \quad (3)$$

Xét bảo toàn momen động lượng quanh tâm A:



$$mv_0L = (m + M)\left(\frac{3L}{4}\omega_2 - v_a \sin \theta\right)\frac{3L}{4} + I_g\omega_2$$

$$mv_0L = (m + M)\left(\frac{3L}{4}\omega_2 - v_a \sin \theta\right)\frac{3L}{4} + \frac{5}{24}ML^2\omega_2$$

Có:

$$v_0 = \frac{9}{8}L\omega_2 - \sqrt{2}v_A + \frac{5}{24}L\omega_2$$

Có hệ 2 phương trình hai ẩn

$$\frac{v_0}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}L\omega_2 - v_A \quad (4)$$

$$v_0 \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{L\omega_2}{\sqrt{2}} - v_A \quad (5)$$

Giải, có quan hệ  $v_0$  và  $\omega_2$

$$\omega_2 = \frac{v_0}{L}$$

$$v_A = \frac{v_0}{3\sqrt{2}}$$

Lắp vào (\*), tìm T

$$T = \frac{5}{4}mv_0^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}L} + \frac{1}{9b} \right)$$