

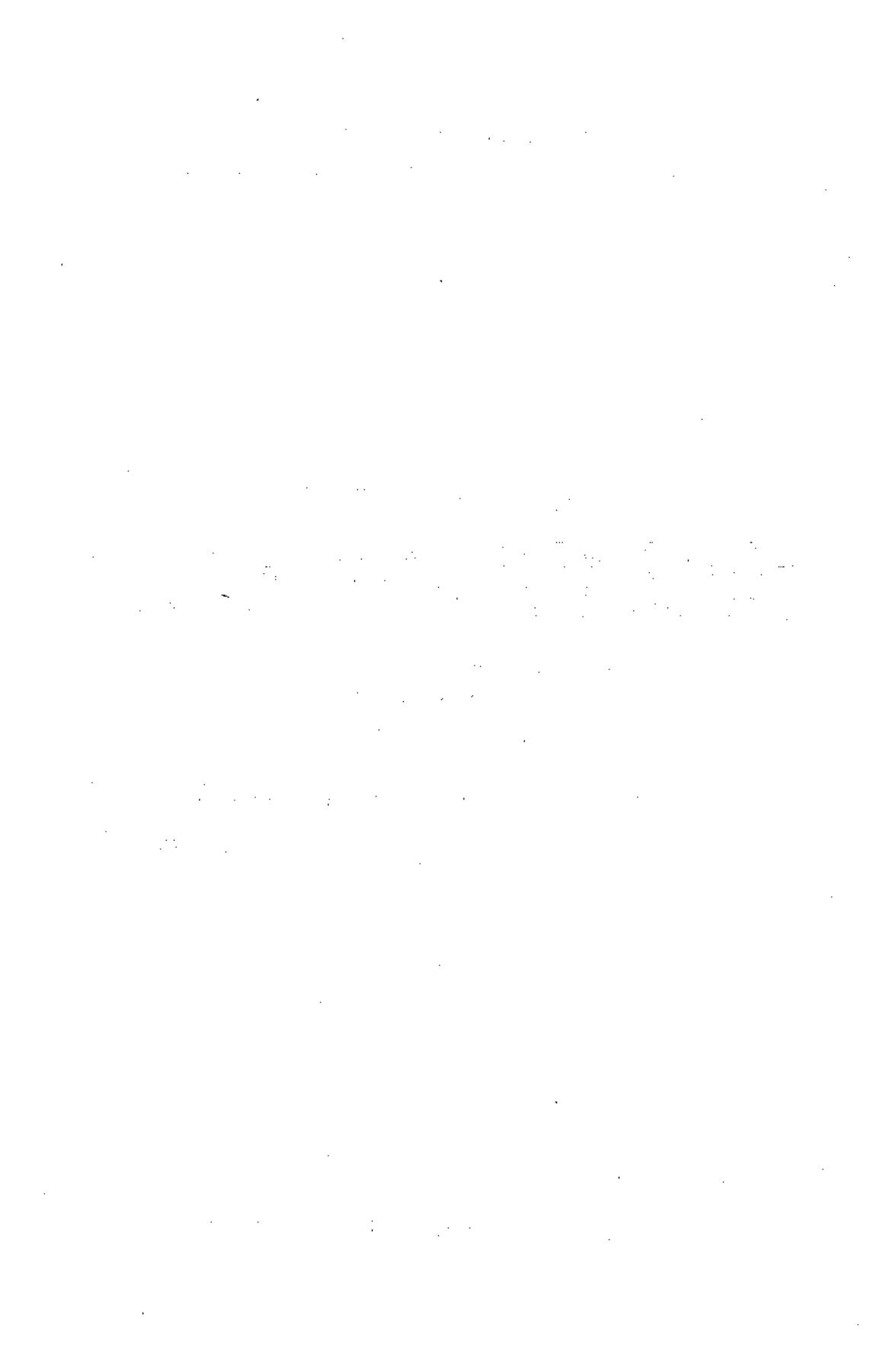
PGS. TS. PHAN HỒNG LIÊN (Chủ biên)
TS. LÂM VĂN HÙNG - TS. NGUYỄN TRUNG KIÊN

TUYỂN TẬP
CÁC BÀI TẬP VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Dùng cho các trường Đại học có các chuyên ngành
Vật lý, Vật lý - Kỹ sư và Vật lý - Kỹ thuật
(Tái bản lần thứ nhất)

TẬP HAI: **ĐIỆN – TỬ VÀ
QUANG HỌC**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



Lời nói đầu

Bộ sách này là Tuyển tập các bài tập Vật lý đại cương dùng cho các trường Đại học có các chuyên ngành về vật lý, vật lý - kỹ sư và vật lý - kỹ thuật. Bộ sách được biên soạn theo chương trình của các trường Đại học trong nước và các nước tiên tiến trên thế giới.

Đây là những bài tập rất có giá trị cả về lý thuyết và thực tiễn, đã được đưa vào chương trình giảng dạy cho nhiều trường Đại học của một số nước và cho nhiều thế hệ sinh viên, học sinh các khối chuyên Lý của Việt Nam.

Vì vậy, các tác giả mong muốn xuất bản Tuyển tập nhằm mục đích cao nhất là chuyển tới các giảng viên giảng dạy vật lý tại các trường đại học có chuyên ngành đào tạo vật lý, vật lý kỹ thuật và các bạn sinh viên một tài liệu mới, có tính hệ thống để hỗ trợ cho việc nghiên cứu, giảng dạy và học tập.

Bộ sách này gồm ba tập:

Tập I: Cơ học - Nhiệt học và Vật lý phân tử;

Tập II: Điện - Từ và Quang học;

Tập III: Vật lý nguyên tử và hạt nhân, cấu trúc của vật chất.

Nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn dịch giả Phạm Văn Thiều - Hội Vật lý Việt Nam đã đóng góp nhiều ý kiến quý báu cho bộ sách.

Lần đầu tiên xuất bản, chắc chắn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót. Các tác giả rất mong nhận được ý kiến đóng góp của độc giả để lần xuất bản sau sách được tốt hơn.

Mọi ý kiến xin gửi về: Công ty Cổ phần Sách Đại học - Dạy nghề - Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.

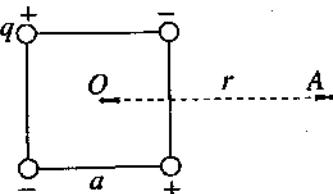
Các tác giả

ĐỀ BÀI

Phần 1. ĐIỆN - TỪ

§1. ĐIỆN TÍCH VÀ CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG. LƯỠNG CỰC. ĐỊNH LÝ GAUSS

- 1.1. Tính tỉ số giữa lực đẩy tĩnh điện F_e của hai proton và lực hấp dẫn F_g của chúng. Tính tỉ số tương tự đối với hai electron.
- 1.2. Tại các đỉnh của một hình vuông cạnh a có các điện tích cùng dấu và có độ lớn bằng q . Cần phải đặt điện tích trái dấu Q bằng bao nhiêu tại tâm hình vuông để tổng hợp lực tác dụng lên mỗi điện tích bằng không?
- 1.3. Tính cường độ điện trường của lưỡng cực điện với momen lưỡng cực bằng \vec{p} . Khoảng cách đến lưỡng cực $r \gg l$, trong đó l là khoảng cách giữa các điện tích.
- 1.4*. Tìm phương trình của các đường sức điện trường của lưỡng cực điện trong hệ tọa độ cực.
- 1.5. Tìm biểu thức tính năng lượng của lưỡng cực trong điện trường ngoài có cường độ \vec{E} , xét các trường hợp sau:
 - a) Lưỡng cực cứng có momen lưỡng cực bằng \vec{p} ;
 - b) Lưỡng cực đàn hồi với độ phân cực α ($\vec{p}_e = \alpha \vec{E}$ trong hệ Gauss).
- 1.6. Một tứ cực điện gồm hai điện tích điểm dương và hai điện tích điểm âm cùng độ lớn q nằm ở các đỉnh của một hình vuông cạnh a , như trên hình 1. Tìm điện trường của tứ cực tại điểm A nằm cách tâm O của hình vuông một khoảng r ($r \gg a$), đường OA song song với một trong các cạnh hình vuông.

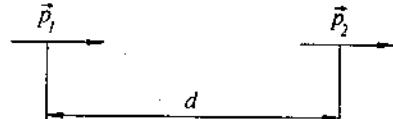


Hình 1

- 1.7. Tìm lực tương tác F giữa điện tích điểm q và một luồng cực điện, nếu khoảng cách từ điện tích điểm đến luồng cực bằng d , còn momen luồng cực \vec{p} hướng dọc theo đường nối chúng.

- 1.8. Có tồn tại chuyển động tròn đều của một điện tích điểm quanh một luồng cực cố định không?

- 1.9. Tìm lực tương tác F giữa hai luồng cực điện, nếu momen luồng cực của \vec{p}_1 và \vec{p}_2 hướng dọc theo đường thẳng nối hai luồng cực, khoảng cách giữa các luồng cực là d (H.2).



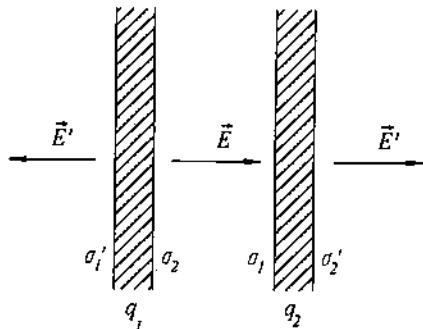
Hình 2

- 1.10. Một đĩa bán kính R được tích điện đều với mật độ điện tích mặt σ . Xác định cường độ điện trường E tại điểm nằm trên đường đi qua tâm, vuông góc đĩa và cách đĩa một khoảng d .

- 1.11. Ba mặt cầu kim loại vô cùng mỏng đồng tâm bán kính $R_1 < R_2 < R_3$, hai mặt cầu hai bên được nồi đất, mặt cầu ở giữa được tích điện Q . Tìm cường độ điện trường tại mọi điểm trong không gian. Các mặt cầu nằm trong chân không.

- 1.12*. Trên một mặt cầu tích điện đều người ta khoét một lỗ nhỏ. Tính cường độ điện trường tại tâm lỗ.

- 1.13. Hai tấm kim loại phẳng song song rộng vô hạn đặt trong chân không (H.3). Tổng điện tích trên một đơn vị diện tích (tức là tổng điện tích trên cả hai mặt của một tấm) của tấm thứ nhất bằng q_1 , của tấm thứ hai bằng q_2 . Xác định mật độ điện tích mặt trên các tấm, cường độ điện trường giữa chúng và trong không gian.



Hình 3

- 1.14. Hai dây dẫn dài nằm song song và cách nhau một khoảng d được tích điện đều trái dấu với mật độ dài $+\chi$ và $-\chi$. Xác định cường độ điện trường E tại điểm cách mặt phẳng chứa hai dây dẫn một khoảng h và nằm trong mặt phẳng đối xứng của chúng.

Hướng dẫn. Sử dụng định lý Gauss để tìm cường độ điện trường do mỗi dây dẫn tạo ra, sau đó lấy tổng.

- 1.15.** Xác định cường độ điện trường E bên trong và bên ngoài tấm phẳng rộng vô hạn có độ dày d , trong tấm có diện tích dương phân bố đều với mật độ khối ρ .

Hướng dẫn. Sử dụng tính đối xứng của hệ các điện tích và định lý Gauss.

- 1.16.** Trong một tấm phẳng rộng vô hạn có độ dày $2d$, mật độ điện tích khối ρ biến thiên theo quy luật $\rho = \frac{\rho_0 x}{d}$, $(-d \leq x \leq d)$, trong đó x là trục vuông góc với tấm phẳng. Trên tấm phẳng này có một khe nhỏ dọc theo trục x , bên trong khe có một lưỡng cực điện khối lượng m và momen \vec{p} . Tính chu kỳ của các dao động dọc nhỏ của lưỡng cực.

- 1.17.** Trong mẫu nguyên tử Thomson giả thiết rằng điện tích dương e phân bố bên trong quả cầu bán kính $R = 10^{-8}$ cm. Mật độ điện tích dương phân bố phụ thuộc vào bán kính như thế nào để electron (hạt có điện tích $-e$) nằm bên trong quả cầu dao động điều hoà? Các điện tích không tác dụng cơ học lên nhau. Bỏ qua từ trường của điện tích chuyển động. Tìm tần số dao động của electron.

- 1.18.** Một trong những thí nghiệm của Coulomb giúp ông khẳng định rằng lực hút của hai điện tích điểm trái dấu tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng, được mô tả như sau: ở lân cận một quả cầu nhỏ tích điện có treo một mũi tên nhỏ nằm ngang bằng cánh kiến trên sợi chỉ mảnh, một đầu của mũi tên có buộc một cốc nhỏ tích điện làm bằng lá vàng. Coulomb đo chu kỳ dao động T của mũi tên phụ thuộc vào khoảng cách d từ nó đến điện tích. Thừa nhận định luật Coulomb, hãy tìm sự phụ thuộc của chu kỳ dao động vào khoảng cách nói trên và vào các thông số khác của hệ. Chiều dài l của mũi tên rất nhỏ so với khoảng cách d .

- 1.19*.** Sử dụng định lý Gauss dạng vi phân, tính cường độ điện trường của các vật sau:

a) Một quả cầu tích điện đều bán kính R ;

b) Một tấm tích điện đều rộng vô hạn có độ dày $2h$.

Biết mật độ điện tích khối trong cả hai trường hợp đều bằng ρ .

- 1.20.** Tính mật độ điện tích khói trung bình ρ của các điện tích trong khí quyển, nếu biết rằng cường độ điện trường trên bề mặt Trái Đất bằng 100V/m , ở độ cao $h = 1,5\text{ km}$ cường độ này giảm còn 25V/m .

- 1.21. Với sự phân bố nào của mật độ điện tích khối $\rho(r)$ trong quả cầu để điện trường E_0 bên trong quả cầu hướng dọc theo bán kính và tại mọi điểm đều có giá trị như nhau?

- 1.22. Trong một quả cầu tích điện đều với mật độ điện tích khối ρ người ta khoét một lỗ cầu có tâm O' lệch với tâm O của quả cầu một khoảng r . Xác định cường độ điện trường bên trong lỗ cầu.

Hướng dẫn. Giả sử lắp lỗ bằng các điện tích trái dấu với mật độ điện tích khối $+\rho$ và $-\rho$. Khi đó điện trường bên trong lỗ là tổng hợp điện trường của hai quả cầu tĩnh điện đều và trái dấu.

- 1.23. Với sự phân bố nào của mật độ điện tích mặt $\sigma(\theta)$ trên mặt cầu bán kính R (H.4), để điện trường bên trong quả cầu đều và bằng E_0 ? Khi đó điện trường bên ngoài quả cầu bằng bao nhiêu?

- 1.24. Một dây đồng dài được đặt trong điện trường đều E_0 vuông góc với trực tiếp. Tìm sự phân bố điện tích mặt trên dây $\sigma(\theta)$.

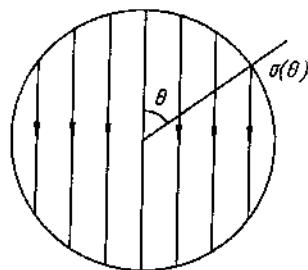
- 1.25. Đặt một quả cầu dẫn điện nhưng không tích điện vào điện trường đều E_0 . Hãy tìm trên mặt cầu những điểm mà tại đó:

- Điện trường có giá trị tuyệt đối không đổi;
- Điện trường có giá trị tuyệt đối tăng gấp đôi.

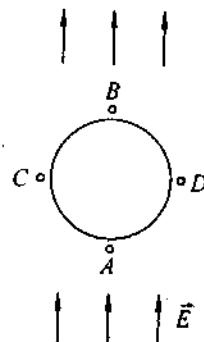
- 1.26. Đặt một quả cầu kim loại vào điện trường đều \vec{E} (H.5). Khi đó cường độ điện trường tại các điểm A, B, C, D gần mặt cầu thay đổi như thế nào?

- 1.27. Mặt cầu kim loại bán kính R không tích điện được đặt trong điện trường đều \vec{E}_0 . Tìm các điểm trong không gian sao cho ở đó:

- Điện trường bằng $2\vec{E}_0$;
- Điện trường bằng $\vec{E}_0/3$.



Hình 4:



Hình 5

- 1.28.** Ở mặt trong của một trong các bán cầu của tụ điện phẳng tích điện có một mâu nhô hình bán cầu. Cách xa mâu điện trường trong tụ bằng E_0 . Sử dụng nguyên lý chồng chất điện trường hãy tìm điện trường tại đỉnh và gần đáy của mâu. Có xảy ra sự phóng điện từ mâu bán kính $1\mu\text{m}$ không, nếu $E_0 = 1\text{kV/cm}$ và cường độ điện trường đánh thủng trong không khí là 30kV/cm ?
- 1.29.** Tìm độ lớn và chiều của lực tương tác giữa hai mặt cầu dẫn điện không tích điện bán kính a , đặt trong điện trường đều \vec{E}_0 hướng song song với đường nối hai tâm cầu. Khoảng cách giữa các tâm cầu là r ($r \gg a$).
- 1.30.** Tìm độ lớn và chiều của lực tương tác giữa hai mặt cầu dẫn điện không tích điện bán kính a , đặt trong điện trường đều \vec{E}_0 hướng vuông góc với đường nối hai tâm cầu. Khoảng cách giữa các tâm cầu là r ($r \gg a$).
- 1.31.** Một đĩa tròn bán kính R tích điện đều với mật độ mặt σ . Hãy xác định cường độ điện trường tại một điểm nằm trên trực của đĩa, cách đĩa một khoảng h .
- 1.32.** \vec{p}_e là vectơ momen điện của lưỡng cực, \vec{E}_o là vectơ cường độ điện trường đều, \vec{M} là vectơ momen lực. Ở trạng thái cân bằng của lưỡng cực điện, vectơ momen lực có giá trị bằng bao nhiêu?
- 1.33.** Cho $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$ là bán kính vectơ của một điểm có tọa độ (x, y, z) , trong một hệ tọa độ Descartes (α, β, σ là các hằng số). Hãy xác định vectơ cường độ điện trường tại điểm r tương ứng với trường tĩnh điện của:
- Mặt phẳng vô hạn tích điện đều;
 - Tụ điện phẳng tích điện;
 - Quả cầu kim loại tích điện đều;
 - Quả cầu tích điện đều theo thể tích.
- 1.34.** Một thanh “bán vô hạn” không dẫn điện có mật độ điện tích dài $\lambda = 4 \cdot 10^{-8} \text{C/m}$. Hãy xác định cường độ điện trường tại điểm M nằm trên trực vuông góc với đầu thanh và cách thanh một khoảng $R = 4\sqrt{2} \text{ m}$.

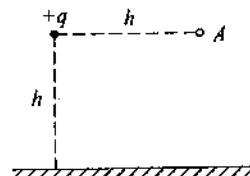
1.35. Một thanh trụ dẫn điện có chiều dài h với điện tích $(+q)$ được bao quanh bởi một vỏ hình trụ dẫn điện cũng dài h với điện tích tổng cộng $(-2q)$. Hãy xác định sự phân bố điện tích q tại:

- a) Mặt trong vỏ dẫn;
- b) Mặt ngoài vỏ dẫn.

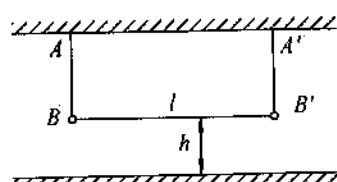
§2. ĐIỆN THẾ. PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN

- 2.1. Hai giọt chất lỏng dẫn điện không nén được giống nhau, tích điện như nhau được đặt rất xa nhau (xa vô cùng). Điện tích, bán kính và khối lượng của chúng lần lượt là q , r và m . Phải truyền cho hai giọt chất lỏng vận tốc tối thiểu v dọc theo đường thẳng nối tâm của chúng bằng bao nhiêu, để chúng chuyển động lại gần nhau và khi gặp nhau hợp thành một giọt? Bỏ qua sức cản bề mặt và sự biến đổi hình dạng của chúng.
- 2.2. Vật dẫn tích điện nằm bên trong vỏ kim loại kín.
- a) Điện trường bên trong vỏ có thay đổi không nếu đưa tới gần nó một vật dẫn tích điện khác?
 - b) Điện trường bên trong và bên ngoài vỏ kim loại có thay đổi không nếu dịch chuyển vật dẫn bên trong nó?
- 2.3. Một quả cầu kim loại bán kính R_1 mang điện tích Q được bao bởi một quả cầu rỗng đồng tâm bằng kim loại và không tích điện có bán kính trong R_2 , bán kính ngoài R_3 . Vẽ đồ thị sự phụ thuộc của cường độ điện trường E vào khoảng cách r đến tâm cầu. Tìm điện thế của các quả cầu, nếu điện thế ở vô cùng bằng không. Điện thế của các quả cầu có thay đổi không nếu quả cầu ngoài được nối đất?
- 2.4. Ba mặt cầu mỏng bằng kim loại đồng tâm bán kính $R_1 < R_2 < R_3$ được đặt trong chân không, có diện tích tương ứng là Q_1, Q_2, Q_3 . Người ta đo điện thế tại một điểm A nào đó giữa mặt cầu thứ nhất và thứ hai. Tìm sự thay đổi của điện thế tại điểm này nếu nối tắt mặt cầu thứ hai và thứ ba với nhau.
- 2.5. Tìm sự phân bố điện thế trong tụ phẳng có độ dày d , nếu một bản được nối đất, bản khác có điện thế V_0 . Không gian giữa hai bản tụ có các điện tích phân bố theo mật độ khối không đổi ρ .

- 2.6*. Trong không gian giữa hai bản tụ phẳng có một dòng electron đồng nhất tạo nên điện tích phân bố đều theo thể tích. Khoảng cách giữa các bản tụ bằng d . Điện thế của một bản bằng V_0 . Với giá trị nào của mật độ điện tích khối ρ thì điện thế và cường độ điện trường gần bản tụ còn lại bằng không?
- 2.7*. Bản trong của tụ trục bán kính R_2 có điện thế V_0 . Bản bên ngoài bán kính R_1 được nối đất. Giữa các bản tụ có điện tích với mật độ khối không đổi ρ . Tìm sự phân bố điện thế V giữa hai bản tụ.
- 2.8. Xác định hiệu điện thế U giữa phần đầu và đuôi của lõi khoan thép đạn xuyên, xuất hiện khi đạn bị hâm trong vật cản. Giả thiết rằng lõi khoan dài $L = 25$ cm mất vận tốc khi xuyên qua vỏ thép dày $H = 5$ cm. Vận tốc của đạn tại thời điểm tiếp xúc với vỏ thép là $v_0 = 1000$ m/s.
- 2.9. Để bơm vào lò nhiệt hạch người ta sử dụng chùm deuton dạng hình trụ với năng lượng $W = 500$ KeV. Đường kính của chùm tia $D = 1$ cm. Tìm cường độ điện trường E trên bề mặt của chùm và hiệu điện thế U giữa viền và tâm chùm tia, nếu cường độ dòng điện trong chùm $I = 1$ A phân bố đều theo tiết diện của chùm.
- 2.10. Một điện tích điểm $+q$ nằm cách mặt phẳng vô hạn dẫn điện một khoảng h (H.6). Tìm cường độ điện trường tại điểm A cách điện tích điểm và cách mặt phẳng những khoảng bằng nhau và bằng h .
- 2.11. Tìm mật độ điện tích mặt của một mặt phẳng kim loại vô hạn, xuất hiện do cảm ứng với điện tích q nằm cách mặt phẳng một khoảng R .
- 2.12. Hai điện tích điểm Q_1 và Q_2 nằm cách nhau một khoảng R . Xác định độ lớn và chiều của các lực sẽ tác dụng lên các điện tích này nếu giữa chúng đặt một tấm kim loại rộng vô hạn và dày $R/2$.
- 2.13. Trên hai sợi chỉ AB và $A'B'$ ở cùng một độ cao treo hai quả cầu. Hai quả cầu được giữ với nhau bằng sợi chỉ BB' dài l (H.7). Hai quả cầu được tích cùng một điện tích Q . Dưới hai quả cầu một khoảng h đặt một tấm kim loại nằm ngang, nối đất, có kích thước rất lớn so với l và h . Giả thiết bán kính các quả cầu rất nhỏ so với l và h . Xác định lực căng của ba sợi chỉ.

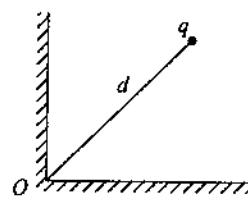


Hình 6



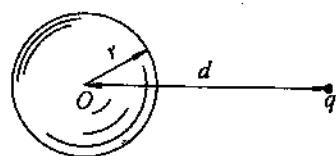
Hình 7

- 2.14. Tìm lực tác dụng lên điện tích điểm q đặt trên mặt phẳng phân giác của nhị diện vuông tạo bởi hai mặt phẳng dẫn điện (H.8). Khoảng cách từ điện tích điểm đến đỉnh O là d .



Hình 8

- 2.15. Tìm lực hút của luồng cực điện có momen luồng cực $p = 4 \cdot 10^{-10} \text{ C.cm}$ với mặt phẳng kim loại vô hạn có điểm gần nhất cách luồng cực một khoảng $L_0 = 1 \text{ cm}$. Trục của luồng cực vuông góc với mặt phẳng. Xác định công cần thiết để đưa luồng cực ra xa mặt phẳng từ khoảng cách $L_0 = 1 \text{ cm}$ đến khoảng cách $L = 2 \text{ cm}$.
- 2.16. Hai mặt phẳng dẫn điện vuông góc với nhau tạo thành một nhị diện. Trên đường phân giác của nhị diện, cách đỉnh góc một khoảng a người ta đặt một luồng cực có momen \bar{p} sao cho trục của luồng cực hướng vào đỉnh góc. Tìm lực tác dụng lên luồng cực.
- 2.17. Phía trên một tấm kim loại nằm ngang người ta treo một thanh nhỏ thẳng đứng, tích điện đều có chiều dài $l = 1 \text{ cm}$ và diện tích $Q = 10^{-8} \text{ C}$. Điểm dưới cùng của thanh cách tấm kim loại một khoảng $H = 1 \text{ cm}$. Tìm mật độ điện tích cảm ứng σ tại một điểm nằm trên bề mặt tấm kim loại vuông góc với thanh.
- 2.18. Ở độ cao $H = 1 \text{ cm}$ phía trên một tấm kim loại nằm ngang có một đĩa tích điện đều bán kính $R = 1 \text{ cm}$, diện tích toàn phần của đĩa $Q = 10^{-9} \text{ C}$. Mặt phẳng của đĩa song song với mặt phẳng tấm kim loại. Tìm mật độ điện tích cảm ứng σ tại một điểm thuộc bề mặt tấm kim loại và nằm trên đường vuông góc từ tâm đĩa.
- 2.19. Hai điện tích điểm trái dấu có tỉ số độ lớn diện tích là n được đặt cách nhau một khoảng d . Chứng minh rằng mặt điện thế bằng không có dạng mặt cầu. Tìm bán kính R của mặt cầu đó và khoảng cách H từ tâm cầu đến diện tích nhỏ hơn.
- 2.20. Tính lực hút giữa điện tích điểm q và một quả cầu kim loại (H.9). Điện tích nằm cách tâm quả cầu một khoảng d , xét hai trường hợp sau:
- Quả cầu tiếp đất;
 - Quả cầu cách điện, diện tích toàn phần của nó bằng không.

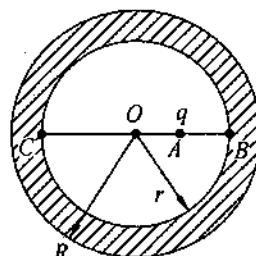


Hình 9

- 2.21. Trong các điều kiện của bài 2.20, công A phải bằng bao nhiêu để đưa điện tích điểm q ra xa vô cùng.

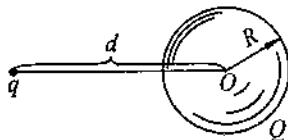
- 2.22. Một điện tích điểm q đặt tại điểm A ở bên trong một vỏ cầu dẫn điện, không tích điện, cách tâm cầu một khoảng là $OA = d$ (H.10). Bán kính trong của vỏ là r , bán kính ngoài R . Hãy tìm:

- Mật độ điện tích mặt của mặt ngoài vỏ;
- Điện thế của vỏ cầu, lấy điện thế tại điểm ở vô cùng bằng không;
- Mật độ điện tích tại điểm B và C của mặt trong vỏ.

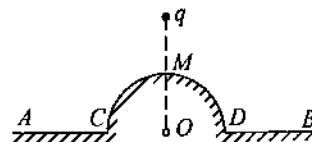


Hình 10

- 2.23*. Một quả cầu kim loại bán kính R có diện tích Q . Người ta đặt một điện tích điểm q cách tâm quả cầu một khoảng d (H.11). Tính điện thế V của quả cầu.



Hình 11



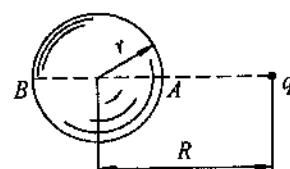
Hình 12

- 2.24*. Trên mặt phẳng rộng vô hạn AB của một vật dẫn có phần lồi hình cầu CMD , tâm O của nó nằm trên mặt phẳng AB (H.12). Trên trục đối xứng của vật dẫn có điện tích điểm q . Tính điện trường tại mọi điểm trong không gian.

- 2.25. Bên trong một quả cầu rỗng bán kính R , diện tích Q , có một lỗ nhỏ. Điện thế quả cầu sẽ thay đổi như thế nào, nếu điện tích điểm q dịch chuyển từ vô cùng qua lỗ này vào bên trong quả cầu?

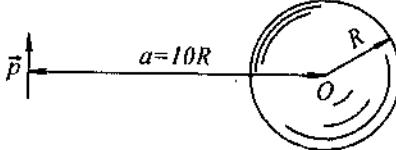
- 2.26. Một điện tích điểm q nằm cách tâm của một quả cầu dẫn điện, không tích điện một khoảng d . Bán kính quả cầu là r . Tính diện tích chuyển qua dây dẫn, nếu quả cầu được nối tiếp đất.

- 2.27. Trong điện trường của điện tích điểm q người ta đưa vào một mặt cầu dẫn điện bán kính r (H.13). Cường độ điện trường hai điểm A và B sẽ thay đổi bao nhiêu lần, nếu khoảng cách giữa tâm cầu và điện tích $R = 10r$? Xét hai trường hợp sau:

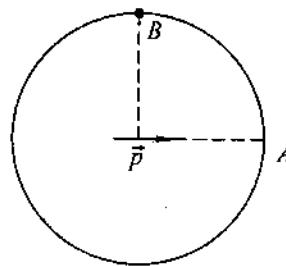


Hình 13

- a) Quả cầu tiếp đất;
 b) Quả cầu không tiếp đất.
- 2.28. Tại khoảng cách $2R$ tính từ tâm một quả cầu kim loại tiếp đất bán kính R có một lưỡng cực với momen \vec{p} . Lưỡng cực nằm trên đường thẳng đi qua tâm cầu. Coi lưỡng cực là lưỡng cực điểm. Mặt cầu tương đương với hệ ảnh điện nào? Tính lực tương tác giữa lưỡng cực và mặt cầu.
- 2.29. Hai điện tích điểm có cùng độ lớn q và $-q$ nằm cách nhau một khoảng bằng $2a$. Ở chính giữa hai điện tích có một mặt cầu bán kính R dẫn điện, không tích điện. Giả thiết $a \gg R$, xác định mặt cầu tương đương với hệ ảnh điện nào. Tìm sự thay đổi của lực tác dụng lên mỗi điện tích do sự tương tác với mặt cầu gây nên.
- 2.30. Một điện tích điểm q nằm cách tâm một quả cầu kim loại rỗng, thành mỏng, cách điện, bán kính R một khoảng $R/2$. Điện tích quả cầu là Q . Xác định lực tác dụng lên điện tích q và mật độ điện tích mặt bên trong và bên ngoài của quả cầu tại điểm gần với điện tích này.
- 2.31. Một điện tích điểm q nằm cách tâm một quả cầu kim loại rỗng, thành mỏng, cách điện, bán kính R và điện tích $-2q$ một khoảng $R/2$. Xác định mật độ điện tích mặt bên trong và bên ngoài của quả cầu tại điểm cách xa điện tích điểm q nhất. Kết quả sẽ thay đổi như thế nào nếu quả cầu được nối đất?
- 2.32*. Tại khoảng cách $a = 10R$ từ một quả cầu kim loại không tích điện, bán kính R đặt một lưỡng cực điện có momen \vec{p} . Trục của lưỡng cực vuông góc với đường thẳng nối tâm quả cầu với trung điểm của nó (H.14). Tính lực tương tác F giữa lưỡng cực và quả cầu.



Hình 14



Hình 15

- 2.33. Tại tâm một mặt cầu dẫn điện bán kính R có một lưỡng cực điện với momen \vec{p} (H.15). Xác định cường độ điện trường tại các điểm A và B bên trong mặt cầu.

- 2.34. Bên trong một mặt cầu rỗng, dẫn điện, bán kính R , cách tâm một đoạn $a = \frac{R}{2}$ đặt một lưỡng cực điện có momen \vec{p} hướng vuông góc với bán kính (H.16). Tìm độ lớn và hướng của lực tác dụng lên lưỡng cực.

- 2.35. Bên trong một mặt cầu rỗng, dẫn điện, bán kính R , cách tâm một đoạn $a = \frac{R}{2}$ đặt một lưỡng cực điện có momen \vec{p} hướng dọc theo bán kính (H.17). Tìm độ lớn và hướng của lực tác dụng lên lưỡng cực.

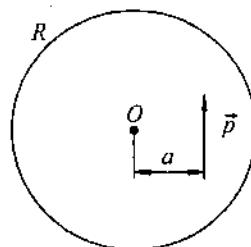
- 2.36. Lực tương tác F giữa hai quả cầu kim loại nhỏ sẽ thay đổi như thế nào, nếu thay đổi khoảng cách d giữa chúng? Biết rằng trong hai quả cầu có một quả tích điện, quả còn lại không tích điện.

- 2.37. Một quả cầu kim loại nhỏ không tích điện có thể di chuyển tự do dọc theo trục của một vòng mảnh, đồng nhất, tích điện và có bán kính R . Tìm các vị trí cân bằng của quả cầu và xét tính ổn định của chúng đối với sự dịch chuyển trục.

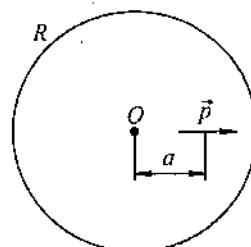
- 2.38. Một quả cầu kim loại tiếp đất bán kính R nằm trên đĩa điện mồi mỏng tích điện đều có cùng bán kính. Tìm diện tích của quả cầu nếu diện tích của đĩa là Q .

- 2.39. Một mặt phẳng dẫn điện tiếp đất có một chõ lồi dạng bán cầu bán kính R . Tâm bán cầu nằm trên mặt phẳng (H.18). Một điện tích điểm q nằm trên trục đối xứng của hệ cách mặt phẳng một khoảng $2R$. Tìm lực tác dụng lên điện tích q .

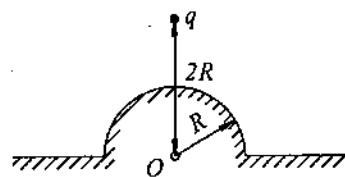
- 2.40. Một điện tích điểm Q được đặt cách tâm một quả cầu kim loại bán kính r một khoảng R , trong đó $r > \frac{R}{2}$. Người ta truyền cho quả cầu điện tích $-Q$. Tìm lực tương tác giữa quả cầu và điện tích điểm.



Hình 16

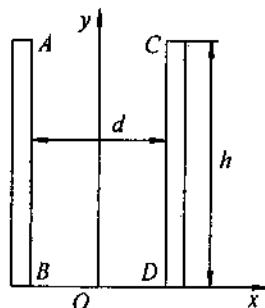


Hình 17



Hình 18

- 2.41*. Điện tích điểm q nằm cách tâm một quả cầu dẫn điện, bán kính R tích điện một khoảng d . Tìm điện tích của quả cầu nếu biết rằng lực tương tác giữa quả cầu và điện tích bằng không.
- 2.42*. Một quả cầu tiếp đất bán kính R nằm cạnh một điện tích điểm q . Khoảng cách giữa tâm cầu và điện tích điểm là d . Tìm mật độ điện tích mặt nhỏ nhất và lớn nhất xuất hiện trên quả cầu.
- 2.43. Tăng dẫn điện thế của một quả cầu kim loại bán kính R . Một viên bi kim loại nhỏ trung hoà về điện bán kính r , khối lượng m được treo vào quả cầu bằng sợi chỉ nhỏ không dẫn điện có độ dài L . Điện thế V của quả cầu bằng bao nhiêu thì nó sẽ kéo viên bi. Giả thiết $R \gg r$, $L \gg r$, tìm V nếu biết $R = L = 10\text{ cm}$, $m = 10^{-3}\text{ g}$, $r = 1\text{ cm}$.
- 2.44. Một quả cầu kim loại bán kính R mang điện tích Q . Cách bề mặt quả cầu một khoảng R có đặt một viên bi kim loại không tích điện khối lượng m , bán kính r . Người ta truyền cho viên bi vận tốc đầu v_0 theo hướng từ tâm cầu. Tìm giá trị nhỏ nhất của vận tốc sao cho viên bi bắn ra xa vô cùng. Giả thiết $R \gg r$, $L \gg r$. Tìm v_0 nếu $Q = 10^{-6}\text{ C}$, $L = R = 100\text{ m}$, $r = 1\text{ cm}$, $m = 10^{-3}\text{ g}$.
- 2.45. Một dây dẫn mảnh dài nằm song song với trục của một hình trụ dài bằng kim loại bán kính r và cách trục trụ khoảng $R \gg r$. Cách xa hai đầu dây dẫn trên mỗi đơn vị độ dài của dây dẫn có điện tích χ và điện tích $-\chi$ trên hình trụ. Tìm lực tương tác giữa dây dẫn và hình trụ trên một đơn vị độ dài.
- 2.46*. Ba quả cầu kim loại cách điện giống nhau đặt trên các đỉnh của một tam giác đều. Một dây dẫn nối với điện tích ở xa, điện thế của điện tích đó không đổi, lần lượt cho tiếp xúc với ba quả cầu trên. Điện tích của hai quả cầu đầu tiên sau tiếp xúc là q_1 và q_2 . Tìm điện tích của quả cầu thứ ba q_3 .
- 2.47*. Hai tấm AB và CD dài, đồng chất đặt song song với nhau (H.19) được làm từ chất dẫn điện kém (ví dụ gỗ). Hai cạnh sườn B và D nối với nhau bằng một dây dẫn tốt (ví dụ

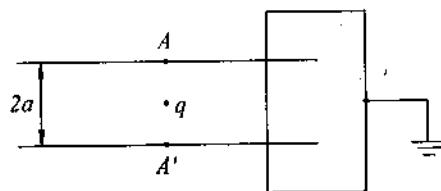


Hình 19

kim loại). Giữa cạnh A và C luôn giữ hiệu điện thế không đổi U . Tìm cường độ điện trường và hình dạng đường sức điện trường giữa hai tấm, bỏ qua các hiệu ứng cạnh. Khoảng cách giữa hai tấm là d , chiều dài mỗi tấm $AB = CD = h$.

- 2.48. Tìm hiệu điện thế lớn nhất có thể tạo được giữa hai dây dẫn có độ dài vô hạn nếu cường độ điện trường đánh thủng của không khí $E_{\max} = 30 \text{ kV/cm}$, đường kính dây dẫn $d = 1 \text{ cm}$, khoảng cách giữa hai dây $b = 5 \text{ m}$.

- 2.49. Ở chính giữa hai bản tụ phẳng tiếp đất người ta đặt một điện tích q (H.20). Tìm mật độ điện tích xuất hiện ở A và A' . Bỏ qua các hiệu ứng cạnh.



Hình 20

- 2.50*. Một điện tích điểm đặt ở độ cao H so với bề mặt của một tấm kim loại rộng vô hạn. Một đường sức điện trường của điện tích kết thúc trên bề mặt của tấm kim loại tại một điểm cách hình chiếu vuông góc của điện tích trên bề mặt tấm một khoảng là $H\sqrt{3}$. Tìm góc mà đường sức điện trường đi ra khỏi điện tích so với phương ngang.

- 2.51. Trên một dây mảnh dài tích điện, song song với một mặt phẳng kim loại và cách mặt phẳng một khoảng H có hai con muỗi chỉ biết bay dọc theo đường sức điện trường. Chúng tiếp đất cách xa nhau bao nhiêu nếu hai con cùng bay theo phương ngang từ một điểm nhưng theo hai hướng ngược nhau?

- 2.52. Cho một quả cầu tích điện đều với mật độ điện tích khối ρ , bán kính a . Hãy xác định hiệu điện thế giữa hai điểm cách tâm O những đoạn:

a) $\frac{a}{2}$ và a ;

b) $\frac{a}{4}$ và $\frac{a}{2}$.

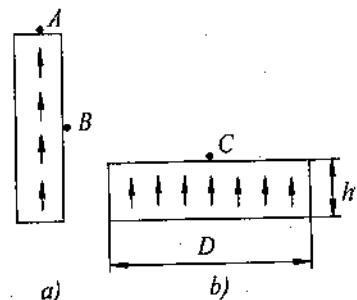
- 2.53. Một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực \vec{p}_e đặt trong điện trường \vec{E} . Gọi α là góc hợp bởi \vec{p}_e và \vec{E} . Ứng với giá trị nào của góc α thì lưỡng cực có:
- Cân bằng phiếm định;
 - Thể năng lớn nhất;
 - Thể năng nhỏ nhất.

- 2.54. Một quả cầu rắn không dẫn điện với bán kính R có phân bố điện tích không đều với mật độ điện tích thể tích $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$, trong đó ρ_0 là một hằng số và r là khoảng cách tính đến tâm quả cầu. Tính:
- Điện tích toàn phần trên quả cầu;
 - Điện trường bên trong quả cầu tại điểm cách tâm một khoảng r .
- 2.55. Một quả cầu bán kính R tích điện đều theo khối với mật độ ρ . Xác định điện thế V tại điểm cách tâm quả cầu một khoảng r .

§3. ĐIỆN TRƯỜNG TRONG VẬT CHẤT. NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG. PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG ĐỂ TÍNH CÁC LỰC PONDEROMOTOR

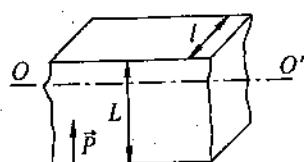
- 3.1. Hằng số điện môi ϵ của khí lý tưởng được tạo từ một lượng rất lớn các quả cầu dẫn điện bán kính r khác với đơn vị bao nhiêu lần? Mật độ các quả cầu n nhỏ sao cho $r^3 n \ll 1$.
- 3.2. Khí argon ở điều kiện tiêu chuẩn có $\epsilon - 1 = 6 \cdot 10^{-4}$. Tính độ dịch chuyển của khối tâm lớp vỏ electron của nguyên tử argon so với hạt nhân trong trường tĩnh điện có $E = 300 \text{ V/cm}$. Số thứ tự nguyên tử của argon $z = 18$. (Nếu không có điện trường ngoài các electron được phân bố đối xứng cầu xung quanh hạt nhân).
- 3.3. Mật độ của đám mây electron trong nguyên tử hyđrô được mô tả bởi hàm $\rho(r) = -(e/\pi a^3) \exp(-2r/a)$, trong đó $a = 0,53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ là bán kính quỹ đạo Bohr đầu tiên. Tính hệ số phân cực β của nguyên tử khi điện trường ngoài yếu, bỏ qua sự biến dạng của đám mây electron.
- 3.4. Hãy đánh giá độ lớn của hệ số phân cực β của nguyên tử hydro đặt trong điện trường yếu nếu giả thiết rằng đám mây electron tập trung bên trong mặt cầu bán kính a , trong đó $a = 0,53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ là bán kính quỹ đạo Bohr đầu tiên, và có mật độ không đổi. Bỏ qua sự biến dạng của đám mây electron.

- 3.5. Chất điện môi có các lưỡng cực cứng (momen lưỡng cực \vec{d}_0 , momen quán tính J) đặt trong điện trường không đổi \vec{E}_0 lớn hơn giá trị của điện trường bão hòa. Điện trường \vec{E} biến thiên được đặt vuông góc với \vec{E}_0 và $E = E_0 \sin \omega t$, $E \ll E_0$. Xác định tần số cộng hưởng. Bỏ qua chuyển động nhiệt.
- 3.6. Khí lý tưởng có độ phân cực của các phân tử là $\beta = 10^{-24} \text{ cm}^3$ được chứa trong một bình lớn nhiệt độ $T = 300 \text{ K}$. Trong bình có một tụ phẳng với điện trường $E = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$. Sử dụng phân bố Boltzmann, tìm tỉ số tương đối $\Delta n / n_0$ giữa mật độ phân tử bên trong và bên ngoài tụ. Bỏ qua lực hấp dẫn.
- 3.7. Một hình trụ mảnh chiều dài $2l$, bán kính r làm từ chất điện môi với độ phân cực được “băng hóa” $\vec{P}_0 = \text{const}$. Tìm cường độ điện trường tại điểm A. Điện trường tại điểm A lớn hơn cường độ điện trường tại điểm B bao nhiêu lần (H.21a)?
- 3.8. Một hình trụ dài làm từ chất điện môi có độ phân cực được “băng hóa” hướng theo trục của trụ. Điện trường tại điểm A (H.21a) $E_A = 300 \text{ V/cm}$. Tìm giá trị gần đúng E_C ở gần đáy của trụ ngắn (điểm C) cũng được làm từ chất điện môi tương tự, nếu $h = 2 \cdot 10^{-2} D$, trong đó D là đường kính trụ (H.21b).



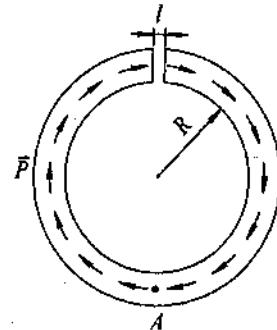
Hình 21

- 3.9. Một thanh điện môi dài vô hạn có chiều dày l , chiều rộng L (H.22). Vật liệu của thanh bị phân cực. Vectơ phân cực \vec{P} không đổi và vuông góc với mặt nhỏ (mặt có độ dày l). Giả thiết $l \ll L$, tìm cường độ \vec{E} và cảm ứng \vec{D} trên đường trung bình OO' .



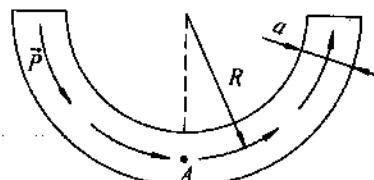
Hình 22

- 3.10. Một mẫu điện môi với độ phân cực \vec{P} được “băng hóa” có dạng hình trụ rỗng bán kính R với vết cắt rộng $l \ll R$. Trên hình 23 biểu diễn mặt cắt của trụ và chiều của vectơ phân cực. Độ dày thành trụ $h \ll R$. Tìm điện trường \vec{E} và cảm ứng \vec{D} tại điểm A .



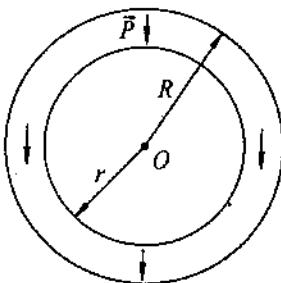
Hình 23

- 3.11. Điện môi phân cực có dạng bán trụ rỗng, mặt cắt ngang của nó cho trên hình 24. Vectơ phân cực \vec{P} có độ lớn không đổi nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục của trụ và luôn vuông góc với bán kính trụ. Giả sử thành trụ mỏng ($a/R \ll 1$), tìm điện trường \vec{E} và cảm ứng \vec{D} tại điểm A .

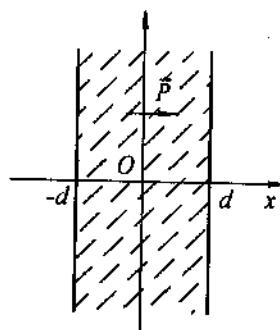


Hình 24

- 3.12. Trong một đĩa tròn mỏng bán kính R được làm từ chất điện môi có phân cực đều bị “băng hóa”, sao cho vectơ phân cực \vec{P} song song với bề mặt của đĩa (H.25). Xác định cường độ điện trường tại tâm O của lỗ khoét bán kính r . Độ dày của đĩa $h \ll r$.



Hình 25

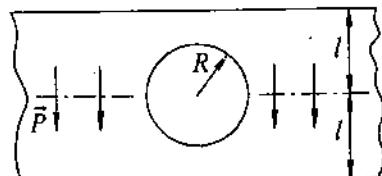


Hình 26

- 3.13. Một tấm phẳng làm từ chất áp điện môi do biến dạng không đều đã bị phân cực sao cho độ phân cực ở chính giữa là P_0 và giảm dần tới các cạnh theo hàm $P = P_0(1 - x^2/d^2)$, trong đó x là khoảng cách tính từ giữa tấm, $2d$ là độ dày của tấm (H.26). Vectơ phân cực hướng dọc

theo trục x . Xác định điện trường bên trong, bên ngoài tấm và hiệu điện thế giữa hai mặt cạnh của tấm. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh.

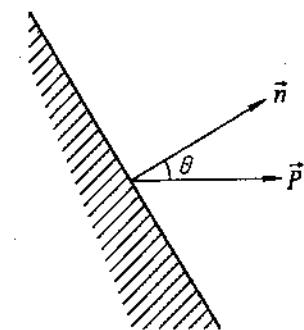
- 3.14. Một thanh nẹp dài và mỏng được làm bằng chất điện môi. Người ta tạo ra trong thanh một phân cực được “băng hoá” sao cho vectơ phân cực \vec{P} song song bề mặt của thanh (H.27). Hỏi cường độ điện trường tại tâm lỗ tròn bán kính R bằng bao nhiêu? Độ rộng của thanh là $2l$, độ dày $h \ll R$.



Hình 27

- 3.15. Trong môi trường điện môi với hằng số điện môi ϵ có điện trường đều \vec{E} . Bên trong môi trường có lỗ cầu rỗng. Tìm điện trường \vec{E}' ở tâm cầu do các diện tích phân cực cảm ứng trên mặt cầu tạo ra, giả thiết rằng vectơ phân cực \vec{P} ở mọi nơi (trừ bên trong cầu) có giá trị không đổi.

Hướng dẫn. Mật độ diện tích mặt do các diện tích phân cực tạo ra bằng độ phân cực \vec{P} nhân với $\cos\theta$, θ là góc giữa \vec{P} và pháp tuyến \vec{n} của mặt cầu (H.28). Tìm điện trường ở tâm cầu do một điểm nhỏ trên mặt cầu gây ra, sau đó lấy tích phân theo toàn bộ mặt cầu.



- 3.16. Sử dụng kết quả bài 3.15, hãy chứng minh rằng công thức Lorentz cho điện môi đặc có dạng $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} n\beta$, trong đó β là độ phân cực của một phân tử riêng biệt trong điện trường ngoài, n là mật độ phân tử.

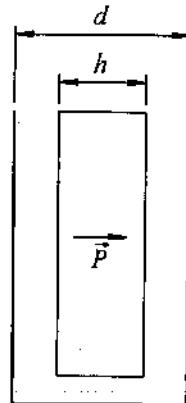
Hình 28

Độ phân cực riêng là độ phân cực trên 1 đơn vị масс để điện tử

- 3.17. Khoảng không gian giữa hai bản cực của một tụ điện phẳng được đổ đầy điện môi với hằng số điện môi $\epsilon = 4$. Hiệu điện thế giữa hai bản tụ $U = 300$ V, còn khoảng cách giữa chúng $d = 1$ cm. Trong điện môi có hai bợt không khí bán kính $r = 1$ mm, cách nhau một khoảng $l = 1$ cm, hai bợt không khí nằm trên mặt phẳng song song với hai bản tụ. Xác định độ lớn và hướng của lực tương tác tĩnh điện giữa hai bợt khí, giả thiết rằng hai bợt khí không làm thay đổi độ phân cực đều của điện môi cũng như sự phân bố đều của các diện tích trên bản tụ.

- 3.18. Khoảng không gian giữa hai bản tụ phẳng được đổ đầy chất điện môi có hằng số điện môi $\epsilon = 4$. Hiệu điện thế giữa hai bản tụ $U = 1200 \text{ V}$, khoảng cách giữa chúng $d = 4 \text{ cm}$. Trong điện môi có hai bọt không khí bán kính $r = 1 \text{ mm}$, cách nhau $l = 1 \text{ cm}$ và nằm trên theo đường thẳng vuông góc với hai bản tụ. Tìm độ lớn và hướng của lực tương tác tĩnh điện giữa hai bọt không khí, nếu giả thiết rằng hai bọt khí không làm thay đổi độ phân cực đều của điện môi cũng như sự phân bố đều của các điện tích trên bản tụ.

- 3.19. Một tụ điện phẳng có hai bản tụ nối tắt với nhau (H.29), bên trong tụ điện đặt một tấm điện môi dày h với phân cực đồng đều được “băng hóa” ($\vec{P} = \text{const}$). Vectơ \vec{P} vuông góc với hai bản tụ. Tính điện trường và cảm ứng điện trường bên trong và bên ngoài tấm điện môi. Khoảng cách giữa hai bản tụ bằng d .



Hình 29

- 3.20. Người ta đưa một điện môi dài hình trụ vào trong một khoảng không gian có sẵn điện trường đều \vec{E}_0 , sao cho trục của trụ vuông góc với \vec{E}_0 . Trong những điều kiện nào thì điện môi phân cực đều? Tìm điện trường \vec{E} bên trong điện môi và vectơ phân cực của điện môi \vec{P} . Biết hằng số điện môi ϵ .
- 3.21. Một quả cầu tích điện được đặt vào trong chất khí có các phân tử là các lưỡng cực đòn hồi với độ phân cực β_0 . Biết mật độ phân tử trung bình của khí là n_0 , nhiệt độ T , diện tích của quả cầu Q . Tìm điện trường $E(r)$ bên ngoài quả cầu. Giả thiết sự nhiễu loạn mật độ do điện trường $\delta n \ll n_0$.
- 3.22. Một điện tích điểm q được đặt tại tâm của một điện môi hình cầu bán kính R , hằng số điện môi ϵ_1 . Xung quanh quả cầu (ra xa vô cùng) cũng là một chất điện môi ϵ_2 . Xác định mật độ điện tích phân cực trên bề mặt tiếp xúc giữa hai môi trường điện môi.
- 3.23. Trên bề mặt phẳng của một điện môi đẳng hướng đồng chất với hằng số điện môi ϵ có cường độ điện trường trong chân không là E_0 , biết rằng vectơ \vec{E}_0 tạo với pháp tuyến của bề mặt điện môi một góc θ (H.30). Giả thiết điện trường bên trong và bên ngoài điện môi là điện trường đều, tìm:

a) Thông lượng Φ_E của vecto \vec{E} qua mặt cầu bán kính R , tâm nằm trên bề mặt điện môi;

b) Lưu số (tích phân) của vecto \vec{D} theo đường hình chữ nhật có các cạnh dài l_1, l_2 , mặt phẳng chứa hình chữ nhật này vuông góc bề mặt điện môi và song song với vecto \vec{E}_0 .

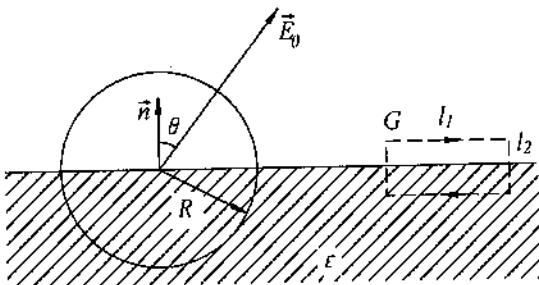
- 3.24. Một quả cầu kim loại bán kính 5cm được bao bởi lớp điện môi hình cầu ($\epsilon = 7$) dày 1cm. Người ta đặt nó đồng tâm trong khối cầu kim loại có bán kính bên trong 7cm. Tìm điện dung C của tụ điện này.

- 3.25. Bên trong một tụ điện phẳng người ta đặt một tấm kính ($\epsilon = 9$) sao cho còn lại một khe không khí rộng $d_1 = 1\text{ mm}$. Khoảng cách giữa hai bản tụ $d = 1\text{ cm}$. Đặt tụ điện vào hiệu điện thế $U_1 = 100\text{ V}$. Hỏi hiệu điện thế U của tụ sau khi ngắt nguồn và bỏ tấm kính ra bằng bao nhiêu?

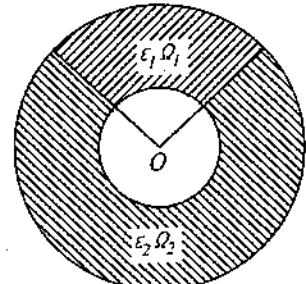
- 3.26. Khoảng không gian giữa hai bản tụ phẳng được đổ đầy chất điện môi với hằng số điện môi có thể thay đổi theo hàm bậc nhất từ ϵ_1 ở gần bản tụ thứ nhất đến $\epsilon_2 < \epsilon_1$ gần bản tụ thứ hai. Cho khoảng cách giữa hai bản tụ là d , diện tích mỗi bản S . Tìm điện dung C .

- 3.27. Trong một tụ phẳng, mỗi bản tụ có mật độ điện tích mặt σ , đặt một điện môi tích điện dương sao cho mật độ điện tích khối thay đổi từ 0 ở gần bản tụ dương đến ρ_0 ở gần bản tụ âm theo hàm $\rho(x) = \sigma x/d^2$, d là khoảng cách giữa hai bản tụ. Tìm sự phân bố của điện trường E , biết hằng số điện môi ϵ .

- 3.28. Tìm điện trường giữa hai bản của một tụ điện cầu, nếu không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy hai điện môi đồng chất với ϵ_1 và ϵ_2 (H.31). Hai điện môi đó được giới hạn bởi hình nón tâm O . Góc chứa điện môi ϵ_1 bằng Ω_1 , chứa điện môi ϵ_2 bằng Ω_2 , sao cho $\Omega_1 + \Omega_2 = 4\pi$. Diện tích của bản tụ trong bằng Q . Tìm điện dung của tụ, nếu bán kính các bản tụ lần lượt R_1 và R_2 ($R_1 < R_2$).

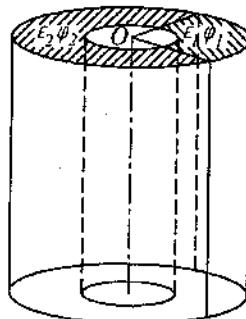


Hình 30



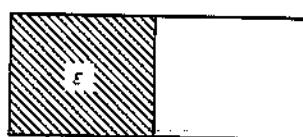
Hình 31

- 3.29. Tìm điện trường giữa hai bản của một tụ điện hình trụ dài, nếu không gian giữa hai bản tụ lấp đầy hai điện môi đồng chất ϵ_1 , ϵ_2 (H.32). Hai điện môi được phân cách bởi hai mặt phẳng giao nhau tại trục O của trụ. Góc của hai phần chứa điện môi lần lượt là φ_1 và φ_2 ($\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$). Chiều dài tụ điện bằng l , diện tích bản trong là Q . Tìm điện dung C của tụ, nếu bán kính các bản tụ là R_1 và R_2 ($R_1 < R_2$).



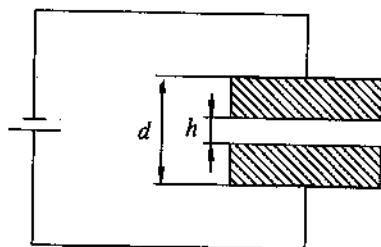
Hình 32

- 3.30. Một tấm đệm làm bằng chất điện môi secnhet ($\epsilon = 200$) có chiều dày bằng khe hở giữa hai bản của tụ điện phẳng (H.33). Diện tích các bản tụ là S_1 . Hỏi diện tích đáy S_2 của tấm đệm phải bằng bao nhiêu để trong thể tích chứa tấm đệm cảm ứng điện từ tăng 40 lần so với trước khi đưa tấm đệm vào? Tụ được cách điện.



Hình 33

- 3.31. Một tụ điện phẳng được nối với nguồn, bên trong tụ người ta đặt hai tấm làm bằng chất điện môi secnhet ($\epsilon = 100$) sao cho giữa chúng còn khe hở không lớn (H.34). Hỏi độ lớn của khe hở h bằng bao nhiêu để điện trường trong khe hở lớn hơn 50 lần so với khi không có các tấm secnhet? Khoảng cách giữa hai bản tụ $d = 2$ cm.



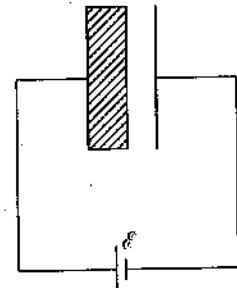
Hình 34

- 3.32. Trong không gian giữa hai bản tụ hình trụ được tích điện đến giá trị $\pm q$ trên mỗi đơn vị dài, người ta đặt một điện môi phi tuyến không đồng nhất theo không gian. Độ phân cực của điện môi $\alpha = \beta |\vec{E}| r$. Bán kính các bản tụ lần lượt là R_1 , R_2 . Tìm điện dung phi tuyến của bản tụ (trên một đơn vị độ dài), tức là tỉ số giữa diện tích và hiệu điện thế ứng với q cho trước.

- 3.33. Trong không gian giữa hai bán tụ điện hình cầu (bán kính R_1 và R_2) với điện tích $\pm q$, có đặt một điện môi phi tuyến không đồng nhất theo không gian. Độ phân cực của nó $\alpha = \beta |\vec{E}| r^2$. Tìm điện dung phi tuyến của tụ, tức là tỉ số giữa điện tích và hiệu điện thế ứng với q cho trước.
- 3.34. Một tụ cầu được đổ đầy điện môi có hệ số điện môi thay đổi theo hàm $\epsilon = \epsilon_1 R^2 / r^2$, trong đó R_1 là bán kính mặt cầu trong của tụ, r là bán kính biến thiên. Tìm độ phân bố điện tích khối trong điện môi, nếu tụ được nối với hiệu điện thế U_0 . Bán kính mặt ngoài của tụ $R_2 = 1,25R_1$.
- 3.35. Một tụ hình trụ dài được đổ đầy chất điện môi có hệ số điện môi được cho bởi hàm $\epsilon = \epsilon_1 R_1 / r$, trong đó R_1 là bán kính bán tụ trong, r là bán kính biến thiên. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh. Tìm độ phân bố điện tích khối trong điện môi, nếu tụ được nối với hiệu điện thế U_0 . Bán kính bán tụ ngoài $R_2 = 1,25R_1$.
- 3.36. Một đĩa bằng chất điện môi với hằng số điện môi $\epsilon = 5$ có bán kính $R = 10\text{ cm}$ và chiều cao $H = 10\text{ cm}$ quay đều quanh trục của nó với vận tốc $n = 100$ vòng/s. Xác định mật độ điện tích khối ρ của đĩa được tạo ra do chuyển động quay, đồng thời xác định điện tích q trên bề mặt đĩa. Khối lượng electron $m = 9,1 \cdot 10^{-28}\text{ g}$.
- 3.37. Một quả cầu dẫn điện được đặt trong môi trường điện môi đồng nhất đẳng hướng có hằng số điện môi là ϵ . Ở bên ngoài quả cầu, cách tâm cầu một khoảng R có một điện tích điểm q . Xác định điện thế của quả cầu so với vô cực.
- 3.38. Một quả cầu kim loại rỗng có điện tích q , bán kính r , trôi trong chất điện môi lỏng ϵ_1 sao cho tâm của cầu nằm trên bề mặt chất lỏng. Tìm mật độ điện tích tự do trên bề mặt cầu. Hằng số điện môi của không khí là ϵ .
- 3.39. Xác định lực tương tác giữa một quả cầu điện môi trung hoà bán kính r_0 và một điện tích điểm q , giả thiết khoảng cách R giữa chúng lớn, còn hằng số điện môi của quả cầu là ϵ , sao cho $\epsilon - 1 \ll 1$.
- 3.40. Chất điện môi với hằng số điện môi ϵ lấp đầy nửa không gian. Trên khoảng cách L từ mặt phẳng giới hạn điện môi có một điện tích điểm q . Tìm lực tác dụng lên điện tích điểm và sự phân bố điện tích σ theo bề mặt điện môi.

- 3.41.** Xác định sự phụ thuộc vào khoảng cách của lực tương tác giữa hai quả cầu, trong đó một quả tích điện và làm bằng chất điện môi, còn quả kia làm bằng kim loại và không tích điện. Khoảng cách giữa hai quả cầu rất lớn so với kích thước của chúng.
- 3.42.** Tìm năng lượng tĩnh điện của điện tích trên một quả cầu bán kính R đặt trong chân không, nếu điện tích của quả cầu q phân bố đều theo bề mặt cầu.
- 3.43.** Tìm năng lượng tĩnh điện của một quả cầu, nếu điện tích của nó phân bố đều theo thể tích.
- 3.44.** Biết khối lượng của electron được tính từ hệ thức $W = mc^2$, trong đó W là năng lượng tĩnh điện của electron. Tìm bán kính của electron trong các trường hợp giả định sau:
- Điện tích electron phân bố theo thể tích với mật độ không đổi;
 - Tất cả điện tích electron được phân bố trên bề mặt của nó.
- 3.45.** Xác định độ dày H của một lớp phẳng tích điện đều, nếu mật độ phân bố điện tích khối $\rho = (1/6) \cdot 10^{-9} \text{ C}$ và khi chuyển dịch một điện tích $\rho = (1/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$ từ bề mặt lớp đó ra xa một khoảng $d = 5 \text{ cm}$ cần thực hiện một công $A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.
- 3.46.** Sau khi tụ phóng xung điện qua khí hydrô làm nóng khí đến nhiệt độ T . Giả sử rằng tất cả năng lượng phóng điện dùng làm nóng khí, xác định nhiệt độ T . Hiệu điện thế trên tụ $U = 30 \text{ kV}$, điện dung $C = 18 \mu\text{F}$. Trước khi phóng điện qua, khí có thể tích $V_0 = 10l$, áp suất $P_0 = 10^{-2} \text{ mmHg}$ và $T_0 = 300\text{K}$.
- 3.47.** Hai quả cầu kim loại nằm xa nhau có bán kính ngoài $R_1 = R$, $R_2 = 3R$ và độ dày mặt cầu $\Delta = R/3$. Tại tâm hai quả cầu người ta đặt tương ứng các điện tích $q_1 = q$, $q_2 = 2q$. Tìm công cần thiết để thay đổi vị trí hai điện tích cho nhau.
- 3.48.** Tại tâm hai quả cầu bằng chất điện môi ϵ nằm cách xa nhau với bán kính $R_1 = R$, $R_2 = 12R$ người ta đặt các điện tích $q_1 = q$, $q_2 = 2q$. Tìm công cần thiết để thay đổi vị trí hai điện tích cho nhau.
- 3.49.** Một đĩa bán kính R , chiều dày l ($l \ll R$) làm từ chất điện môi tích điện đều với mật độ điện tích khối ρ được đặt trên một tấm kim loại lớn tiếp đất. Tính năng lượng W của trường tĩnh điện của đĩa. Giả thiết hằng số điện môi của đĩa $\epsilon = 1$. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh.

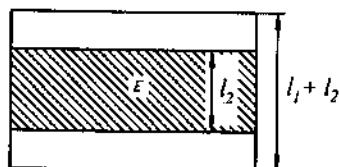
- 3.50. Một mặt cầu bán kính R tích điện đều có điện tích Q . Xác định áp suất từ bên trong lên mặt cầu do sự tương tác giữa các điện tích gây ra.
- 3.51*. Một cầu dẫn điện bán kính R được tạo ra từ hai bán cầu. Xác định lực F do hai nửa mặt cầu đẩy nhau, nếu điện tích cả mặt cầu là Q .
- 3.52. Kết quả bài toán 3.51 sẽ thay đổi như thế nào, nếu ở tâm mặt cầu người ta đặt thêm một điện tích điểm q ? Giải thích hình cầu rỗng và vô cùng mỏng.
- 3.53. Một quả cầu dẫn điện, không mang điện tích, bán kính $R = 4\text{ cm}$ được cắt làm đôi. Quả cầu nằm trong điện trường ngoài đồng nhất $E_0 = 300\text{V/cm}$ vuông góc với mặt phẳng chia đôi quả cầu. Xác định lực mà hai bán cầu đẩy nhau.
- 3.54. Một trụ dài dẫn điện bán kính R được ghép từ hai nửa bằng nhau. Xác định lực đẩy F tác dụng lên mỗi đơn vị dài của mỗi bán trụ, nếu điện tích trên mỗi đơn vị dài của trụ bằng χ .
- 3.55. Một tụ được lắp dây bằng chất điện môi lỏng với hằng số điện môi ϵ được tích điện đến năng lượng W_1 . Sau đó người ta ngắt nguồn, để hết dung dịch điện môi và cho phóng điện. Hồi năng lượng phóng điện W_2 bằng bao nhiêu?
- 3.56. Ba quả cầu dẫn điện bán kính $R_1 = 10\text{cm}$, $R_2 = 20\text{cm}$, $R_3 = 30\text{cm}$ có điện thế tương ứng $V_1 = 450\text{V}$, $V_2 = 300\text{V}$, $V_3 = 150\text{V}$ đặt cách xa nhau trong chân không. Hồi nhiệt lượng Q sinh ra bằng bao nhiêu nếu nối chúng bằng dây dẫn mảnh? Bỏ qua điện dung của
- 3.57. Một tụ điện phẳng có diện tích các bản tụ S và khoảng cách giữa chúng bằng d , được đổ đầy chất điện môi với hằng số điện môi ϵ (H.35). Tụ được nối với nguồn điện một chiều có suất điện động ϵ . Đưa một bản tụ ra xa để tạo ra một khoảng không khí trống. Hồi bản tụ được đưa ra một khoảng x bằng bao nhiêu nếu khi đó tiêu hao một công bằng A ?
- 3.58. Một tụ phẳng điện dung C mắc nối tiếp với một điện trở và nối với nguồn có suất điện động ϵ . Hai bản tụ được đưa lại gần nhau rất nhanh, sao cho khoảng cách giữa chúng giảm đi hai lần. Giải sử rằng trong



Hình 35

thời gian dịch chuyển điện tích của tụ không đổi. Tính nhiệt lượng thoát ra trên điện trở khi tụ vừa nạp lại điện xong. Xác định độ lớn của điện trở để điều kiện bài toán có thể thực hiện, giả thiết thời gian dịch chuyển bản tụ $\Delta t \approx 10^{-2}$ s, $C \approx 10^{-10}$ F.

- 3.59. Một tấm điện môi dày l_2 với hằng số điện môi ϵ được đặt giữa các bản của tụ không khí phẳng (H.36). Giữa các bề mặt của tấm điện môi và các bản tụ còn có các khoảng trống chứa không khí, tổng các chiều rộng của chúng bằng l_1 . Xác định lực hút F giữa các bản tụ nếu hiệu điện thế giữa hai bản tụ là U , diện tích các bản tụ S . Biểu thức của F thay đổi thế nào trong trường hợp giới hạn $l_1 \rightarrow 0$?



Hình 36

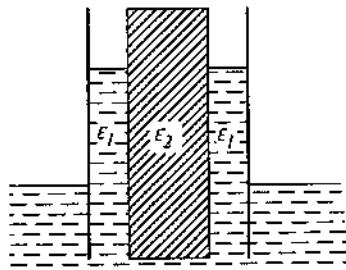
- 3.60. Một tụ trụ gồm hai trụ kim loại mỏng đồng trực, khoảng không gian giữa hai bản được đổ đầy dung dịch điện môi với hằng số điện môi $\epsilon = 2$. Đặt tụ vào một hiệu điện thế có giá trị tăng dần. Hỏi điều gì sẽ xảy ra trước: sự phá huỷ cơ học bản tụ bên trong hay sự đánh thủng điện môi? Biết rằng điện môi bị đánh thủng khi điện trường $E_{th} = 30\text{kV/mm}$, thành tụ bị phá huỷ khi $\sigma_{ph} = 500\text{N/m}$. Bán kính bản tụ bên trong $R = 3\text{cm}$.

- 3.61. Một tụ điện không khí phẳng được nạp đến hiệu điện thế U và ngắt khỏi nguồn. Diện tích các bản tụ là S , khoảng cách giữa chúng bằng d . Các bản tụ được đặt thẳng đứng. Phía dưới tụ được nhúng vào bình đựng dung dịch điện môi có hằng số điện môi ϵ , sao cho điện môi lấp một nửa tụ.

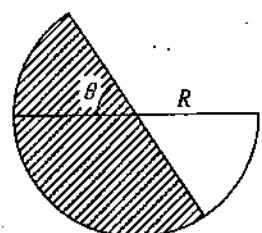
- Điện dung của tụ C bằng bao nhiêu?
- Điện trường giữa hai bản tụ ở phần không khí và phần có điện môi bằng bao nhiêu?
- Sự phân bố điện tích trên bề mặt bản tụ σ như thế nào?
- Xác định độ giảm năng lượng ΔW của tụ, phần năng lượng giảm tiêu hao đi đâu?

Giả thiết rằng ranh giới chất lỏng - không khí là mặt phẳng và tất cả các thông số của tụ thay đổi đột ngột.

- 3.62***. Bên trong một tụ điện phẳng có diện tích các bản tụ 200cm^2 và khoảng cách giữa chúng $0,1\text{cm}$ người ta đặt một tấm kính ($\epsilon = 5$) lấp kín khoảng trống giữa các bản tụ. Hỏi năng lượng của tụ thay đổi thế nào nếu bỏ tấm kính đi? Giải bài toán trong hai trường hợp sau:
- Tụ luôn nối với nguồn có suất điện động 300V ;
 - Tụ được nối với nguồn như trên, sau khi ngắt nguồn mới bỏ tấm kính. Tìm công cơ học cần sinh ra khi lấy tấm kính ra trong từng trường hợp.
- 3.63.** Một tụ phẳng có các bản tụ hình vuông (khoảng cách giữa các bản tụ là d , diện tích của chúng là S) được nạp đến hiệu điện thế U và ngắt khỏi nguồn. Sau đó người ta đưa một tấm điện môi ϵ rộng bản vào đến vị trí giữa tụ. Độ dày tấm điện môi là d . Tìm lực hút của tụ đối với tấm điện môi.
- 3.64.** Vô kí mao dẫn gồm một ống mao dẫn bằng thuỷ tinh có lớp trong được tráng kim loại bán trong suốt. Lớp kim loại này đóng vai trò một bản của tụ điện trụ. Bản tụ thứ hai là dây dẫn mảnh đồng trực với lớp trong của mao dẫn. Xác định độ nâng mặt khum của nước h trong vô kí khi đặt vào hai bản tụ điện hiệu điện thế $U = 100\text{V}$, biết đường kính trong của mao dẫn $D_1 = 0,5\text{mm}$, đường kính dây dẫn $D_2 = 0,05\text{mm}$, trọng lượng riêng của nước $\rho = 1\text{g/cm}^3$.
- 3.65.** Giữa hai bản tụ không khí phẳng người ta đặt một tấm điện môi chiều dày l_2 , hằng số điện môi ϵ_2 (H.37). Tụ được nhúng một phần vào chất lỏng có hằng số điện môi ϵ_1 , trọng lượng riêng ρ . Tìm độ dâng h của nước trong tụ, bỏ qua hiện tượng mao dẫn, nếu giữa các bản tụ luôn giữ hiệu điện thế U . Tổng độ dày hai cột chất lỏng trong tụ là l_1 .
- 3.66.** Xác định điện dung của một tụ điện phẳng có khoảng cách giữa các bản tụ $d = 1\text{cm}$, nếu đưa vào chính giữa cách đều hai bản tụ một quả cầu dẫn điện bán kính $r = 0,2\text{mm}$.
- 3.67.** Một tụ điện có điện dung biến thiên gồm hai bản tụ kim loại cố định cách



Hình 37



Hình 38

nhau một khoảng d và một bán điện môi di động có thể xoay và nằm giữa khe hai bản tụ (H.38). Tất cả các tấm (bản tụ và điện môi) có dạng nửa hình tròn bán kính R , khe hở giữa tấm điện môi và các bản tụ nhỏ không đáng kể so với d . Bỏ qua các hiệu ứng cạnh. Tìm momen M của các lực tác dụng lên tấm điện môi khi nó lệch ra khỏi vị trí cân bằng. Tụ được nạp đến hiệu điện thế U , hằng số điện môi của tấm bằng ϵ .

- 3.68. Trong bài tập 3.67 momen lực M không phụ thuộc vào góc quay của tấm điện môi. Nhưng ở vị trí cân bằng khi $\theta = 0$ momen M cần phải bằng 0. Giải thích sự sai lệch trên.

- 3.69. Một tụ phẳng gồm hai bản tụ hình vuông, nằm thẳng đứng trong chân không và cách nhau một khoảng $d = 1\text{ mm}$. Một bản tụ được cố định, bản còn lại có thể chuyển động không ma sát theo đường dẫn nhẵn phẳng thẳng đứng. Hỏi với giá trị nào của hiệu điện thế U giữa hai bản tụ thì bản tụ di động không bị rơi xuống dưới? Khối lượng bản tụ di động $M = 1\text{ g}$, cạnh bản tụ $l = 10\text{ cm}$.

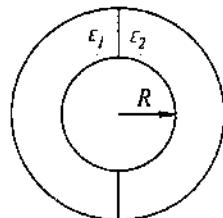
- 3.70. Hai nửa của một tụ cầu chứa dây chìa điện môi với hằng số điện môi ϵ_1 và ϵ_2 (H.39). Xác định lực tác dụng lên mặt cầu trong của tụ cầu. Điện tích của tụ Q , bán kính mặt cầu trong R .

- 3.71. Tính lực tác dụng lên nguyên tử nằm cách đầu nhọn của mũi kim loại có bán kính tròn $R = 100\text{ \AA}$ một khoảng $l = 200\text{ \AA}$. Điện thế trên kim $U = 10\text{ kV}$. Độ phân cực của nguyên tử là α là đại lượng cùng bậc với thể tích của nó.

- 3.72. Một tụ điện không khí điện dung $C_0 = 0,2\text{ }\mu\text{F}$ được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = 600\text{ V}$. Tìm độ biến thiên của năng lượng tụ điện và công của lực điện trường khi lắp đầy tụ điện bằng chất điện môi lỏng hằng số điện môi $\epsilon = 2$. Xét hai trường hợp:

- Tụ điện ngắt khỏi nguồn;
- Tụ điện vẫn nối với nguồn.

- 3.73. Một quả cầu kim loại bán kính $R = 6\text{ cm}$, cô lập, tích điện. Một mặt cầu đồng tâm với quả cầu chia không gian thành 2 miền có năng lượng điện trường bằng nhau. Tìm bán kính của mặt cầu.



Hình 39

- 3.74. Chứng minh rằng các bản của một tụ điện phẳng hút nhau một lực
 $F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$, trong đó S là diện tích bản tụ.

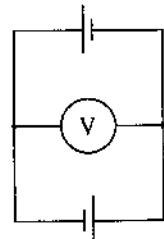
- 3.75. Một điện tích q được phân bố đều trong khíap thể tích của một quả cầu bán kính R . Hãy xác định năng lượng điện trường tại miền không gian:
 a) Bên trong quả cầu;
 b) Bên ngoài quả cầu.

- 3.76. Hai mặt cầu bán kính $R_1 < R_2$ đồng tâm, có cùng diện tích q phân bố đều trên mặt. Hãy xác định:
 a) Năng lượng của mỗi quả cầu ($i = 1, 2$);
 b) Năng lượng tương tác giữa hai mặt cầu;
 c) Năng lượng toàn phần của hệ.

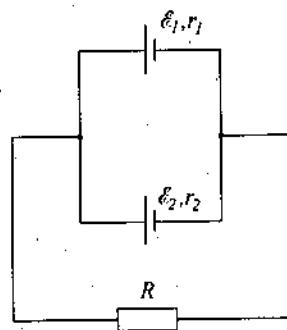
§4. DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI. DÒNG ĐIỆN TRONG MÔI TRƯỜNG VÔ HẠN

- 4.1. Một mạch điện có mắc hai pin giống nhau với suất điện động $1,5V$ và điện trở trong 2Ω (H.40). Hỏi dòng điện chạy qua các pin bằng bao nhiêu? Bỏ qua điện trở dây dẫn.

- 4.2. Do sơ suất người ta mắc song song hai pin có suất điện động khác nhau $\epsilon_1 = 1,9V$ và $\epsilon_2 = 1,1V$, điện trở trong $r_1 = 0,1\Omega$, $r_2 = 0,8\Omega$. Hai pin khép kín qua điện trở ngoài $R = 10\Omega$ (H.41). Hỏi dòng điện qua hai pin I_1, I_2 bằng bao nhiêu, hướng của chúng thế nào? Độ lớn của hiệu điện thế U trên điện trở ngoài bằng bao nhiêu?



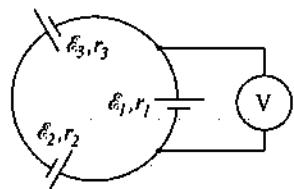
Hình 40



Hình 41

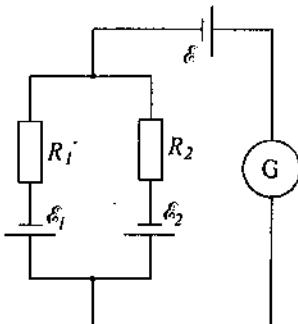
- 4.3. Ba pin với suất điện động ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 và điện trở trong r_1 , r_2 , r_3 nối theo mạch như hình 42. Điện trở của các dây dẫn có thể bỏ qua.

- a) Vôn kế V sẽ chỉ bao nhiêu?
 b) Vôn kế V sẽ chỉ bao nhiêu, nếu các đại lượng ϵ_i , r_i liên hệ với nhau theo biểu thức $\epsilon_1/r_1 = \epsilon_2/r_2 = \epsilon_3/r_3$?

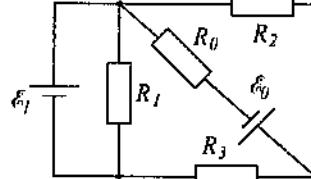


Hình 42

- 4.4. Điện trở R_1 và R_2 được chọn sao cho không có dòng điện chạy qua điện kế G (H.43). Giả sử cho trước ϵ_1 , ϵ_2 . Tìm giá trị ϵ . Điện trở trong của các nguồn có thể bỏ qua so với R_1 và R_2 .



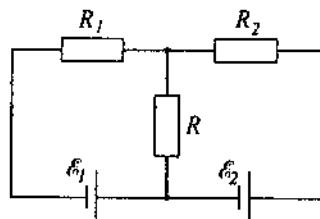
Hình 43



Hình 44

- 4.5. Tìm dòng điện chạy qua điện trở R_0 trong mạch điện trên hình 44, giả thiết cho trước các thông số của mạch điện (ϵ_i ; R_i).

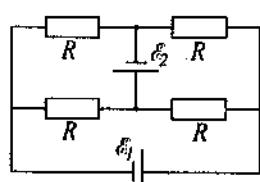
- 4.6. Trong mạch điện như trên hình 45 cho trước các điện trở R_1 và R_2 . Xác định R để công suất tiêu hao trên nó là lớn nhất. Điều kiện nào cần có thể để dòng qua điện trở R bằng không?



Hình 45

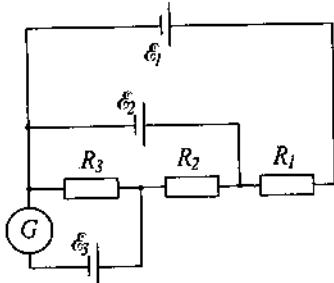
- 4.7. Mạch điện được mắc từ hai nguồn ϵ_1 , ϵ_2 và bốn điện trở giống nhau R (H.46). Hỏi công suất sinh ra trên các điện trở này bằng bao nhiêu?

- 4.8. Cho mạch điện như hình 47, các điện trở R_1 , R_2 , R_3 được chọn sao cho dòng điện qua điện kế G bằng không. Cho trước các

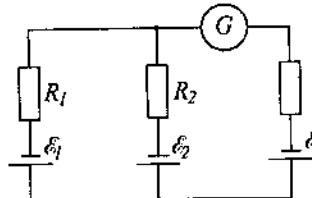


Hình 46

suất điện động ϵ_1 , ϵ_2 . Giả sử các điện trở R_1 , R_2 , R_3 đã biết và bỏ qua điện trở trong của các nguồn. Tìm suất điện động ϵ_2 và cường độ dòng điện I chạy qua nguồn ϵ .



Hình 47



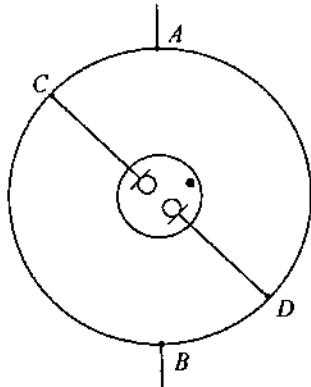
Hình 48

- 4.9. Điện trở R_1 và R_2 được chọn sao cho dòng điện qua điện kế G (H.48) bằng không. Giả sử cho trước ϵ_1 , ϵ_2 . Tìm suất điện động ϵ . Bỏ qua điện trở trong của các nguồn.
- 4.10. Theo nguyên lý, các dòng điện và hiệu điện thế trong mạch gồm các mạch nhánh tuyến tính (tuân theo định luật Ohm) phân bố sao cho công suất tiêu hao dưới dạng nhiệt là nhỏ nhất. Dựa vào nguyên lý này, tìm hiệu điện thế trên từng điện trở trong ba điện trở mắc nối tiếp với nhau R_1 , R_2 , R_3 nếu tổng hiệu điện thế của chúng là U .

- 4.11. Theo nguyên lý, các dòng điện và hiệu điện thế trong mạch gồm các mạch nhánh tuyến tính (tuân theo định luật Ohm) phân bố sao cho công suất tiêu hao dưới dạng nhiệt là nhỏ nhất. Dựa vào nguyên lý này, tìm dòng điện trên mỗi điện trở trong 3 điện trở mắc song song R_1 , R_2 , R_3 nếu tổng dòng điện chạy qua chúng bằng I .

- 4.12. Ở chỗ đứt của dây dẫn đường kính CD di động (H.49) người ta nối đèn neon. Ở vị trí nào của CD thì đèn nháy sáng và tắt. Điện thế sáng đèn V_s , điện thế tắt đèn

$V_t < V_s$. Đường tròn $ABCD$ làm từ dây dẫn đồng chất tiết diện đều. Điện trở của dây dẫn có thể bỏ qua so với điện trở đèn neon (khi sáng). Giữa hai điểm A và B luôn đặt một hiệu điện thế không đổi U . Hỏi điện thế nhỏ nhất V_{\min} để đèn vẫn có thể sáng bằng bao nhiêu?



Hình 49

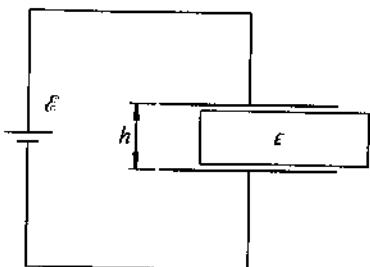
4.13. Để đo cường độ điện trường trên bề mặt Trái Đất người ta sử dụng hai tấm dẫn điện đặt nằm ngang và để một khe hở nhỏ giữa chúng (H.50). Tấm phía trên nối đất và quay tròn xung quanh trục thẳng đứng đi qua một đầu của nó với vận tốc

$n = 1200$ vòng/phút và theo chu kỳ phủ lên tấm dưới. Khi đó sự thay đổi điện tích của tấm dưới gây ra sự giảm thế trên điện trở $R = 10^7 \Omega$ nối nó với đất. Tìm giá trị trung bình theo mô đun của thế U đó, biết cường độ điện trường trên bề mặt Trái Đất là $E = 1,5 \text{ V/cm}$. Giả thiết tấm phía dưới kịp nạp đầy hoặc phỏng hết trong một vòng quay. Diện tích của tấm $S = 600\text{cm}^2$.

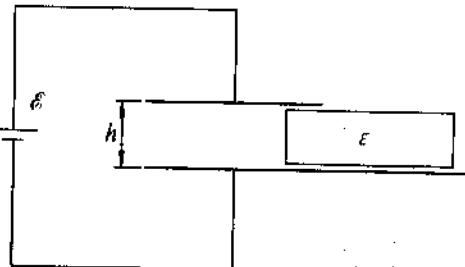


Hình 50

4.14*. Trong một tụ điện phẳng với kích thước cho trước có một tấm điện môi chuyển động với vận tốc v (H.51). Hãy xác định dòng điện trong mạch mà nguồn được nối với tụ. Giả thiết đã biết: suất điện động của nguồn ϵ , hằng số điện môi ϵ , chiều cao h và chiều rộng b của tấm điện môi (chiều rộng b không thể hiện trên hình vẽ).



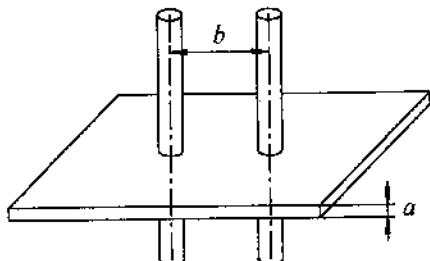
Hình 51



Hình 52

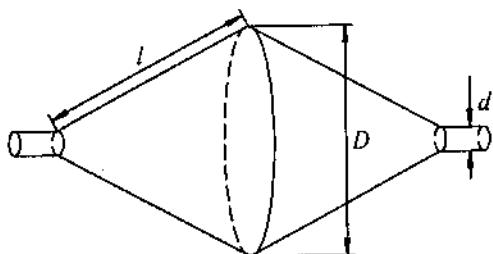
4.15*. Hai tấm hình chữ nhật phẳng tạo thành một tụ điện (H.52). Một tấm điện môi cứng có thể chuyển động không ma sát giữa hai tấm trên. Tìm công suất của nguồn trong mạch chứa tụ. Công suất này phân chia thế nào giữa điện năng và cơ năng kéo tấm điện môi. Giả thiết đã biết: suất điện động của nguồn ϵ , hằng số điện môi ϵ , chiều cao h và chiều rộng b của tấm điện môi (chiều rộng b không thể hiện trên hình vẽ).

- 4.16***. Hai dây dẫn hình trụ bán kính r_0 được hàn cách nhau một khoảng b vào một tấm kim loại lớn chiều dày a (H.53). Tìm điện trở R giữa hai dây dẫn nếu $a \ll r_0 \ll b$. Biết rằng điện dẫn suất của dây dẫn λ_1 lớn hơn nhiều so với λ của tấm kim loại.



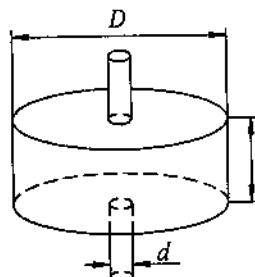
Hình 53

- 4.17.** Trên bề mặt của hai nón bằng chất điện môi giống nhau tiếp xúc đáy với nhau, phủ một lớp dẫn điện mỏng có độ dày δ và điện dẫn suất λ . Ở đỉnh hai nón có hàn hai điện cực hình trụ đường kính d . Tìm điện trở giữa hai đỉnh của nón nếu $\delta \ll d$. Kích thước của các hình nón được cho trước trên hình 54.



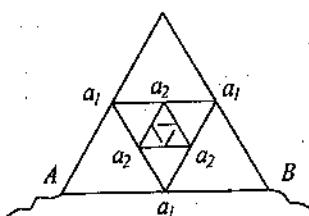
Hình 54

- 4.18.** Dây dẫn đường kính d được hàn vào hai tâm của hai mặt đáy một hình trụ thành mỏng đường kính D , chiều cao l (H.55). Xác định điện trở R của trụ, nếu nó được làm từ vật liệu mỏng chiều dày $\delta \ll d$ với điện dẫn suất λ .



Hình 55

- 4.19.** Khung trên hình 56 được làm từ dây dẫn tiết diện đều. Số lượng tam giác đều lồng vào nhau rất lớn. Cạnh của tam giác lớn nhất là $a_1 = 1\text{ m}$. Điện trở của một mét dây dẫn là 1Ω . Tìm điện trở giữa hai đầu dây A, B .



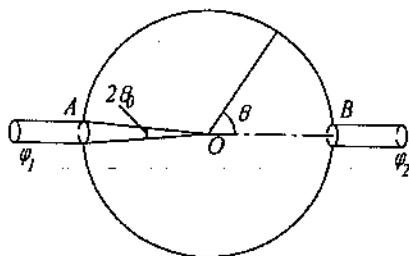
Hình 56

- 4.20. Hai dây dẫn hình trụ được nắn vào hai đầu bán kính AB của một hình cầu rỗng đồng chất dẫn điện kém, hiệu điện thế giữa A và B giữ không đổi bằng $V_1 - V_2$. Tìm sự phân bố điện thế V dưới dạng hàm số của góc θ (H.57). Góc nhìn từ tâm O tới hai đầu đường kính dây dẫn là $2\theta_0$.

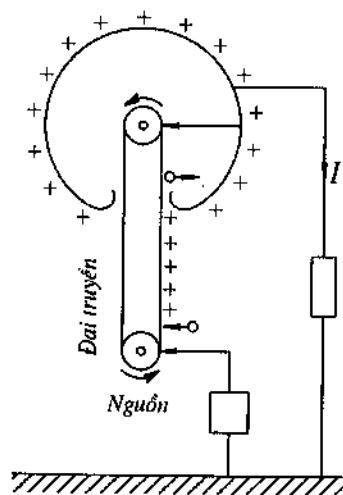
- 4.21. Trong máy phát điện Vandegraph (H.58) điện tích được chuyển bằng đai truyền làm từ chất điện môi và nạp vào điện cực cầu chịu điện thế cao. Điện tích bề mặt được chuyển cho đai truyền từ một nguồn đặt gần bánh truyền phía dưới. Tìm điện thế cực đại và dòng điện cực đại có thể tạo được bằng máy phát điện này, nếu bán kính điện cực cầu là $R = 1,5$ m, vận tốc chuyển động của đai là 20 m/s, chiều rộng của đai $l = 100$ cm. Đai và điện cực nằm trong môi trường khí bị đánh thủng khi cường độ điện trường $E_t = 30$ kV/cm.

- 4.22. Pin nguyên tử được tạo bởi hai mặt cầu dẫn điện đồng tâm. Mặt cầu bên trong làm từ chất phóng xạ phát ra những electron nhanh. Ở khoảng không gian giữa hai mặt cầu vận tốc của các electron và sự ion hoá do chúng gây ra có thể coi là không đổi. Sau khi bay qua khoảng không này chúng bị mặt cầu bên ngoài hấp thu. Nếu pin không nối với mạch ngoài thì xảy ra sự cân bằng giữa luồng điện tích do các electron nhanh tạo ra và dòng điện dẫn trong không khí bị ion hoá. Tìm cường độ điện trường E trong khoảng không gian giữa hai mặt cầu, biết suất điện động của pin ϵ , bán kính các mặt cầu r_1, r_2 .

- 4.23. Khoảng không gian giữa các bản của tụ điện phẳng được lấp đầy bằng chất điện môi nhiều lớp có tính dẫn điện kém. Hệ số điện môi và điện



Hình 57

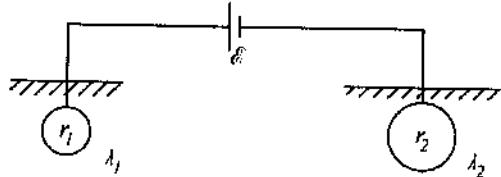


Hình 58

dẫn suất thay đổi từ $\epsilon_1 = 4$, $\lambda_1 = 10^{-9} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$ trên một bề mặt điện môi đến $\epsilon_2 = 3$, $\lambda_2 = 10^{-12} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$ trên bề mặt điện môi còn lại. Tụ được nối vào nguồn có suất điện động không đổi. Xác định độ lớn và dấu của tổng điện tích tự do q xuất hiện trong điện môi, nếu trong mạch có dòng điện không đổi $I = 10^{-7} \text{ A}$ chạy qua điện môi từ bề mặt thứ nhất đến bề mặt thứ hai.

- 4.24. Một tụ trụ với bán kính các bán tụ R_1 , R_2 được nối với hiệu điện thế U_0 . Tụ được đổ đầy chất dẫn điện kém ($\epsilon = 1$, $\lambda = k/r^2$, k là hằng số). Tìm sự phân bố điện tích và điện trường bên trong tụ. Điện dung của tụ trên một đơn vị dài bằng bao nhiêu?
- 4.25. Khoảng không gian giữa hai bán tụ điện phẳng chứa đầy hai lớp điện môi đồng chất dẫn điện kém với chiều dày d_1 và d_2 . Hằng số điện môi và điện dẫn suất của lớp thứ nhất là ϵ_1 , λ_1 , của lớp thứ hai là ϵ_2 , λ_2 . Tìm mật độ điện tích mặt tụ do trên mặt tiếp xúc giữa hai lớp được tạo ra khi nối tụ với nguồn không đổi U .
- 4.26. Xác định độ dẫn điện A của lớp cách điện trong tụ điện cầu chứa đầy điện môi có tính dẫn điện kém. Điện dẫn suất của điện môi là λ , hằng số điện môi ϵ .
- 4.27. Khoảng không gian giữa hai mặt cầu đồng tâm được đổ đầy chất cách điện, độ dẫn điện của nó chỉ phụ thuộc vào khoảng cách đến các mặt cầu. Tìm quy luật thay đổi của điện dẫn suất $\lambda(r)$, nếu độ hao hụt do sinh nhiệt trên một đơn vị thể tích khi có dòng chạy qua như nhau ở mọi điểm.
- 4.28. Khoảng không giữa hai trụ đồng trực được đổ đầy chất điện môi có độ dẫn điện xác định. Tìm quy luật biến thiên của điện dẫn suất $\lambda(r)$, biết rằng khi có hiệu điện thế giữa hai bán tụ, điện trường tại mọi điểm đều như nhau.
- 4.29. Dòng điện mật độ j chạy theo một thanh hình trụ. Điện dẫn suất λ trên đoạn AB dài l thay đổi theo hàm bậc nhất từ λ_1 đến λ_2 . Tìm mật độ điện tích khối ρ trên đoạn AB .
- 4.30. Có n vật dẫn lý tưởng trong chân không. Biết rằng khi có điện tích q_1 , q_2 , q_3 , ..., q_n thì điện thế của chúng lần lượt là V_1 , V_2 , V_3 , ..., V_n . Hỏi nhiệt lượng toả ra trong một giây bằng bao nhiêu nếu lấp đầy khoảng không gian chứa các vật trên bằng chất lỏng dẫn điện với điện dẫn suất λ , hằng số điện môi ϵ và giữ điện thế của các vật không đổi V_1 , V_2 , V_3 , ..., V_n .

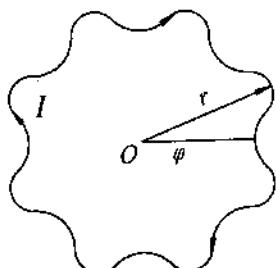
- 4.31. Cần truyền năng lượng từ nguồn 110V, công suất 5kW theo đường dẫn dài 5km. Hỏi đường kính dây dẫn bằng đồng tối thiểu bằng bao nhiêu để tiêu hao điện năng trên đường dẫn không vượt quá 10% công suất nguồn? Điện trở suất $\rho = 0,017 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$.
- 4.32. Nối đất hai đầu dây của đường điện thoại bằng các quả cầu kim loại bán kính r_1, r_2 chôn sâu trong lòng đất. Điện dẫn suất của đất gần chỗ các quả cầu là λ_1, λ_2 . Tìm điện trở R của đất giữa các quả cầu. Giả thiết đất ở gần mỗi quả cầu là đồng nhất trên khoảng cách rất lớn so với kính thước các quả cầu.
- 4.33*. Hãy chứng minh rằng điện trở của môi trường đồng nhất dẫn điện lấp đầy không gian giữa hai vỏ dẫn điện lý tưởng có hình dáng tùy ý bằng $\rho/(4\pi C)$, trong đó ρ là điện trở suất của môi trường, C là điện dung của hệ điện cực - vỏ trong chân không.
- 4.34. Hai quả cầu kim loại cùng bán kính r được đặt trong môi trường đồng nhất có điện trở suất ρ . Hỏi điện trở của môi trường giữa hai quả cầu bằng bao nhiêu? Giả thiết khoảng cách giữa hai quả cầu rất lớn so với bán kính của chúng.
- 4.35. Hai điện cực hình dáng tùy ý A_1 và A_2 chôn sâu trong đất và nối với nhau bằng không khí (dường telegraphe). Hai điện cực ở cách xa nhau. Điện dung của các điện cực (trong chân không) là C_1 và C_2 . Đất ở gần mỗi điện cực có thể xem là đồng nhất. Tìm điện trở của đất giữa hai điện cực nếu điện trở suất của đất gần hai điện cực lần lượt là ρ_1 và ρ_2 .
- 4.36. Mạch điện một chiều được tạo bởi một dây dẫn dài, ở giữa có mắc nguồn ϵ . Dây nối kín với nhau qua Trái Đất, hai đầu dây có hai quả cầu kim loại đặt cách xa nhau (H.59). Biết bán kính các quả cầu là r_1, r_2 , điện dẫn suất của đất gần quả cầu r_1 là λ_1 , gần quả cầu r_2 là λ_2 . Bỏ qua tất cả các điện trở, trừ điện trở nối đất, hãy tìm điện tích mỗi quả cầu.
- 4.37. Khoảng không giữa hai bản tụ điện phẳng chứa đầy khí, tụ được nối với nguồn tạo thành cặp các ion có điện tích $\pm e$. Hỏi điện tích chạy trong mạch do sự chuyển động của các ion bằng bao nhiêu? Vẽ đồ thị phụ thuộc của dòng điện vào thời gian. Giả thiết sự di chuyển của các ion trong khí là không đổi.



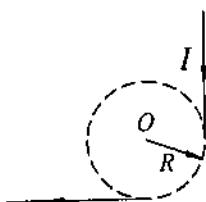
Hình 59

§5. TỪ TRƯỜNG. ĐỊNH LUẬT BIO - SAVART - LAPLACE. ĐỊNH LÝ VỀ LƯU SỐ TRONG CHÂN KHÔNG. ĐỘ TỰ CẢM CỦA CÁC DÂY DẪN. ĐỊNH LÝ HỒ CẨM

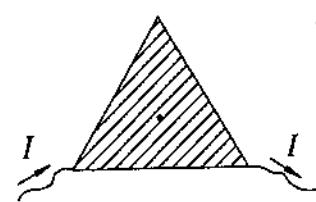
- 5.1. Một dòng điện một chiều $I = 10\text{ A}$ chạy trong một dây dẫn hình elip. Bán trục chính và bán trục nhỏ của elip lần lượt là $a = 50\text{ cm}$, $b = 30\text{ cm}$. Xác định cảm ứng từ B trong chân không tại tiêu điểm của elip, biết phương trình của elip trong hệ tọa độ cực là $r = p/(1 + e \cos \varphi)$, trong đó tham số $p = b^2/a$ tâm sai $e < 1$.
- 5.2. Xác định cảm ứng từ B trong chân không tại tâm O của "đường tròn lượn sóng" (H.60) có phương trình trong hệ tọa độ cực là $\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + b \cos m\varphi$, trong đó $a = 50\text{ cm}$, m là số nguyên, b là hằng số. Cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn trên $I = 10\text{ A}$.



Hình 60

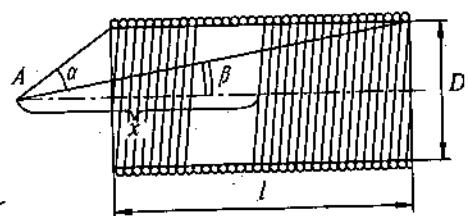


Hình 61



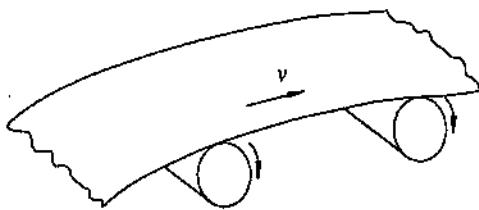
Hình 62

- 5.3. Một dòng điện I chạy trong dây dẫn được uốn như trên hình 61. Tìm giá trị của cảm ứng từ B trong chân không tại tâm O của đường tròn.
- 5.4. Xác định cảm ứng từ B tại tâm của một tấm kim loại đồng chất mỏng có dạng tam giác đều cạnh a , nếu cho dòng điện I chạy qua tấm kim loại đó (H.62). Bỏ qua từ trường của các dây dẫn đến tấm kim loại.
- 5.5. Tìm cảm ứng từ B của từ trường tại điểm A trên trục của ống dây. Điểm A nhìn đường kính các dây của ống dây dưới các góc 2α và 2β (H.63). Ống dây có N vòng quấn đều trên độ dài l , dòng điện chạy trong ống dây là I .



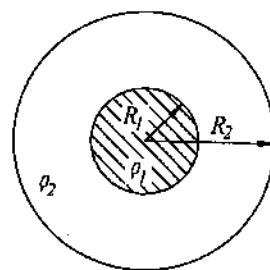
Hình 63

- 5.6. Khi sản xuất polyétilen, tấm polyétilen rộng được quấn theo các trục với vận tốc $v = 15 \text{ m/s}$ (H.64). Trong quá trình sản xuất (chủ yếu do ma sát), trên bề mặt của tấm xuất hiện điện tích phân bố đều với mật độ σ . Xác định giá trị cực đại của σ và của cảm ứng từ B ở gần bề mặt của tấm. Biết rằng khi cường độ điện trường $E = 35 \text{ kV/cm}$ thì trong không khí xuất hiện điện tích (không khí bị đánh thủng).



Hình 64

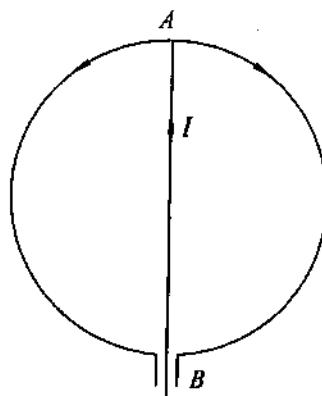
- 5.7. Một dòng điện không đổi $I = 20 \text{ A}$ chạy trong ống thành mỏng hình trụ bán kính $R = 25 \text{ cm}$, trên thành ống có vết cắt rộng $d = 1 \text{ mm}$ song song với trục ống. Tìm cảm ứng từ B bên trong ống và ở bên ngoài cách ống khoảng $r \gg R$.
- 5.8. Một dây dẫn hình trụ dài vô hạn (H.65) gồm hai trụ đồng trực, trụ trong đặc bằng kim loại bán kính R_1 được làm từ vật liệu có điện trở suất ρ_1 , trụ ngoài rỗng có bán kính ngoài R_2 được làm từ vật liệu có điện trở suất ρ_2 . Bề mặt ngoài của trụ đặc và bề mặt trong của trụ rỗng được nối điện với nhau. Một dòng điện không đổi chạy trong dây dẫn và song song với trục của nó. Tìm biểu thức tính cảm ứng từ B của từ trường bên trong và bên ngoài.



Hình 65

- 5.9. Từ trường trong mặt phẳng của vòng dây tròn có dòng điện chạy qua là không đồng nhất. Từ tính đối xứng có thể thấy rằng tại tâm của vòng dây từ trường đạt cực trị. Hỏi đó là cực đại hay cực tiểu?

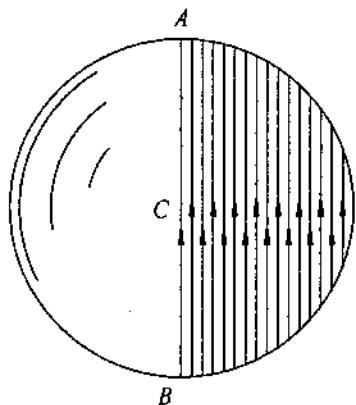
- 5.10. Bên trong một mặt cầu đồng nhất dẫn điện có một dây dẫn chạy từ điểm A đến điểm B theo đường kính của đường tròn lớn nhất (H.66). Dòng điện I chạy trong dây dẫn từ điểm B đến điểm A sau đó theo mặt cầu về điểm B . Xác định cảm



Hình 66

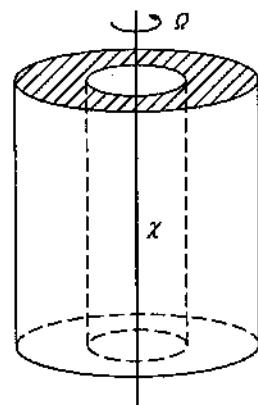
ứng từ bên trong và bên ngoài mặt cầu do các dòng điện chạy trong dây dẫn và mặt cầu sinh ra.

- 5.11. Một quả cầu gỗ bán kính R được quấn bằng dây mảnh sao cho các vòng dây song song với nhau. Các vòng dây đặt sát nhau và che một nửa quả cầu (H.67). Cường độ dòng điện I chạy trong dây. Tìm cảm ứng từ B tại tâm C của quả cầu. Biết tổng số vòng dây là N , các vòng dây có thể coi như các vòng dây phẳng nằm cách đều nhau theo cung của vòng tròn lớn, mặt phẳng của vòng tròn lớn vuông góc với mặt phẳng các vòng dây.



Hình 67

- 5.12. Một ống dây mảnh dài có nhiều vòng với mật độ dòng điện bề mặt j và tiết diện ngang $S = \pi r^2$ được uốn cong sao cho trục của nó tạo thành nửa vòng tròn bán kính R . Tìm giá trị của cảm ứng từ B tại tâm của vòng tròn này.
- 5.13. Một ống dây quấn trên một mặt cầu không nhiễm từ bán kính R . Mật độ dài của dòng điện bề mặt không đổi và bằng i . Tìm giá trị của cảm ứng từ B tại tâm mặt cầu.
- 5.14. Một sợi chỉ tích điện được căng theo trục của một trụ rỗng, trên mỗi đơn vị độ dài sợi chỉ có điện tích $\chi = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ C. Người ta cho trụ quay quanh trục với vận tốc góc $\omega = 1000$ rad/s (H.68). Xác định cảm ứng từ B trong thành trụ cách xa hai đáy, bỏ qua hiệu ứng điện áp và tất cả các hiệu ứng gây ra bởi lực hướng tâm. Xác định từ trường bên trong trụ và bên ngoài trong các trường hợp nếu trụ là:
 a) Kim loại không nhiễm từ;
 b) Điện môi ($\epsilon = 3$).

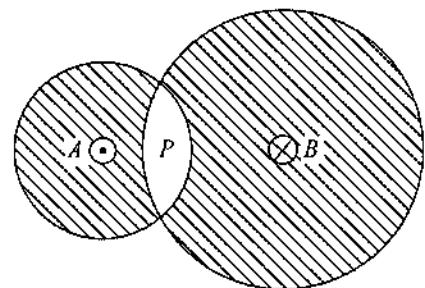


Hình 68

- 5.15***. Một trụ dài, đặc làm bằng chất điện môi phân cực, vectơ phân cực tại mọi điểm của trụ hướng vào tâm, còn độ lớn của nó tỷ lệ thuận với khoảng cách đến trục dọc của trụ, tức là $\vec{p} = k\vec{r}$ ($k = \text{const}$, \vec{r} là bán kính vectơ kẻ từ trục và vuông góc với trục). Người ta cho trụ quay với vận tốc góc ω quanh trục của nó. Tìm cảm ứng từ bên trong trụ cách xa hai đầu của nó nếu bán kính trụ bằng R .
- 5.16.** Một ống dài thành mỏng bằng duyra được tích điện và cho quay nhanh. Hỏi hình dạng của từ trường được tạo ra như thế nào? Vận tốc quay tối hạn của ống phụ thuộc vào độ bền cơ học của duyra $\sigma = 6 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$. Tỉ số lớn nhất giữa từ trường bên trong ống với điện trường trên bề mặt ngoài của ống bằng bao nhiêu? Cho khối lượng riêng của duyra là $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$.
- 5.17***. Một quả cầu tích điện bán kính R quay đều quanh trục đi qua tâm của nó với vận tốc góc ω . Tổng diện tích của quả cầu q . Tìm từ trường của quả cầu tại khoảng cách $r \gg R$, nếu diện tích phân bố đều theo:
- Bề mặt của cầu;
 - Thể tích quả cầu.
- 5.18.** Một khung hình vuông cạnh l tích điện đều với mật độ điện tích dài q được cho quay quanh một cạnh với vận tốc góc ω . Tính momen từ \mathcal{M} của khung.
- 5.19.** Một đĩa mỏng bán kính R tích điện đều quay quanh đường kính cố định của nó với vận tốc góc ω . Biết diện tích của đĩa là Q , tìm momen từ \mathcal{M} của đĩa quay.
- 5.20***. Theo số liệu mới nhất sai số cho phép của các giá trị tuyệt đối của electron q_e và của proton q_p từ thực nghiệm là $\left| \frac{q_p - q_e}{q_p} \right| < 10^{-21}$. Hỏi sai số này có thể giải thích sự tồn tại của từ trường Trái Đất không? Từ trường của Trái Đất $B_{\text{trái đất}} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, trọng lượng riêng Trái Đất $\rho \approx 5 \text{ g/cm}^3$. Giả thiết rằng đối với các nguyên tử cấu thành Trái Đất, tỉ số giữa nguyên tử khối và số thứ tự nguyên tử là $A/Z \approx 2$.
- 5.21.** Dòng điện I chạy dọc theo một hình trụ bằng plasma bán kính a có độ dẫn điện phân bố theo parabol $\lambda = \lambda_0(1 - r^2/a^2)$. Tìm từ trường $B(r)$ bên trong và bên ngoài trụ theo sự phụ thuộc vào khoảng cách r từ trục trụ.

- 5.22. Trên một thanh đồng thau mảnh được uốn thành hình tròn có quấn đều $N = 10^4$ vòng dây dẫn. Hỏi từ trường B_0 ở tâm của thanh lớn hơn bao nhiêu lần so với từ trường B_T tại tâm vòng tròn?

- 5.23. Hai dòng điện có cùng mật độ $j = 1000 \text{ A/cm}^2$ chạy theo hai hướng ngược nhau trong hai dây dẫn thẳng dài vô hạn làm từ chất không nhiễm từ và cách điện với nhau. Các dây dẫn được bao bọc bởi các mặt trục, trên hình vẽ mặt cắt các dây dẫn được gạch chéo (H.69). Tìm độ lớn và hướng của từ trường tại khoảng trống P . Hướng của dòng điện đánh dấu trên hình vẽ. Khoảng cách giữa các trục trụ $AB = d = 5\text{cm}$.

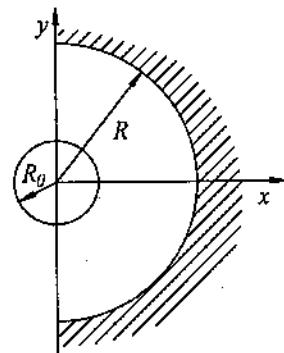


Hình 69

- 5.24. Xác định từ trường bên trong của khe trục rỗng dài vô hạn được khoét trong một dây dẫn hình trụ dài vô hạn, dòng điện chạy trong dây dẫn có mật độ j phân bố đều theo tiết diện dây dẫn. Khoảng cách giữa trục của dây dẫn và trục của khe rỗng là d .

- 5.25. Một tụ điện phẳng có các bản tụ dạng đĩa bán kính R được nối với nguồn không đổi hiệu điện thế U . Khoảng trống giữa các bản tụ được đổ đầy dung môi dẫn điện yếu với hằng số điện môi $\epsilon(z) = \epsilon_0 + \frac{z^2}{d^2}$, điện dẫn suất $\lambda(r) = \lambda_0 \sqrt{R/r}$, trong đó d là khoảng cách giữa các bản tụ, z là khoảng cách tính từ bản tụ dưới, r là khoảng cách từ trục của tụ. Xác định mật độ điện tích khối $\rho(r, z)$ và điện tích toàn phần Q tập trung trong điện môi. Cảm ứng từ $B(r)$ bằng bao nhiêu? Bỏ qua các hiệu ứng cạnh.

- 5.26. Trong mặt phẳng xy người ta đặt một vòng dây dẫn bán kính R_0 có dòng điện I chảy qua. Tìm thông lượng của cảm ứng từ gửi qua phần gạch chéo của mặt phẳng xy nếu $R = 10R_0$ (H.70).



Hình 70

- 5.27. Một cáp đồng trục gồm dây dẫn đặc bán kính r bên trong và vỏ mảnh bên ngoài bán kính R . Tìm độ tự cảm của cáp trên một đơn vị dài.

- 5.28. Xác định độ tự cảm L của dây dẫn cho trên hình 71. Dòng điện chạy trong dây dẫn đường kính 1mm đặt theo trục của ống kim loại mỏng đến đáy của ống kim loại (đáy có hàn dây điện) và chạy ngược trở lại theo thành ống. Kích thước ống cho trên hình vẽ.

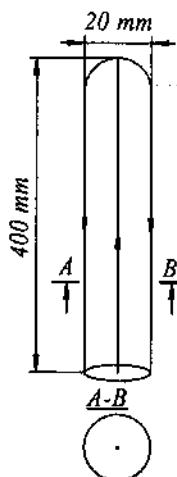
- 5.29. Cùng một dòng điện chạy trong hai dây dẫn dài song song theo hai hướng ngược nhau. Hai dây dẫn đều có tiết diện tròn bán kính $r = 2\text{ mm}$, khoảng cách giữa chúng $d = 2\text{ cm}$. Tìm độ tự cảm L_d trên mỗi đơn vị dài của hệ, chỉ xét đến từ trường bên ngoài các dây dẫn.

- 5.30. Trên một lõi từ có quấn hai cuộn dây. Độ cảm ứng từ của các cuộn dây biệt lập tương ứng là $L_1 = 0,5\text{ H}$, $L_2 = 0,7\text{ H}$. Hỏi độ hổ cảm M của chúng bằng bao nhiêu? Bỏ qua sự tiêu tán của từ trường.

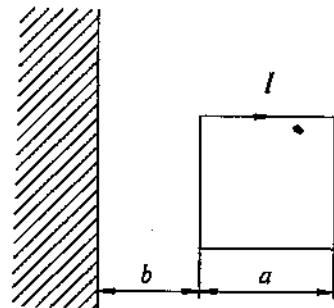
- 5.31. Bên trong một ống dây không khí mảnh người ta đặt một cuộn dây phẳng nhỏ với số vòng dây $n = 40$ và tiết diện vòng dây $S = 10\text{ cm}^2$, dòng điện chạy trong cuộn dây $I = 1\text{ A}$. Chiều dài ống dây $l = 50\text{ cm}$, số vòng dây của ống dây $N = 10000$ vòng. Xác định từ thông của cuộn dây gửi qua các vòng dây của ống. *Hướng dẫn.* dùng định lý về sự bằng nhau của các hổ cảm (định lý tương hổ).

- 5.32. Tìm từ thông của từ trường do một khung hình vuông cạnh a , dòng điện trong khung I sinh ra, gửi qua nửa mặt phẳng cách cạnh khung một khoảng b (H.72).

- 5.33. Tính hệ số hổ cảm M giữa một cuộn dây quấn trên hình xuyến tiết diện chữ nhật và dây dẫn dài vô hạn chạy theo trục xuyến. Độ lớn cạnh tiết diện ngang của xuyến song song với dây dẫn là a , cạnh vuông góc với dây dẫn là b , bán kính mặt trong của xuyến là R , số vòng của cuộn dây N .



Hình 71



Hình 72

- 5.34. Bên trong một ống dây dài với mật độ n vòng/cm cách xa hai đầu của nó có đặt một thanh nhiễm từ với momen từ \tilde{M} hướng dọc theo trục ống dây. Kích thước thanh từ rất nhỏ so với đường kính vòng dây. Tìm từ thông đi xuyên qua ống dây.

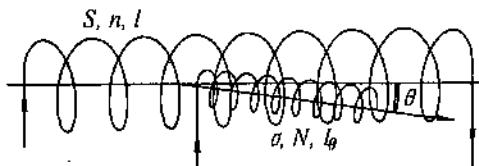
- 5.35. Trên bề mặt một xuyến tròn tiết diện chữ nhật kích thước $a = 17,2$ cm, $b = 5$ cm có quấn dây dẫn mảnh với số vòng $N = 1000$ vòng (cuộn dây không thể hiện trên hình 73).

Người ta lồng vào xuyến một cuộn dây với số vòng $n = 100$ có dòng điện $I = 1$ A chạy qua. Bán kính trong của xuyến $R = 10$ cm. Xác định từ thông của cuộn dây gửi qua các vòng dây trên bề mặt xuyến.



Hình 73

- 5.36. Bên trong một ống dây dài l , tiết diện S , mật độ quấn dây n có đặt một cuộn dây với diện tích vòng dây σ và số vòng N (H.74). Hai cuộn dây mắc nối tiếp với nhau. Hỏi độ tự cảm L của hệ sẽ thay đổi như thế nào theo sự phụ thuộc vào góc θ giữa hai cuộn dây? Độ tự cảm của cuộn dây nhỏ là L_0 .



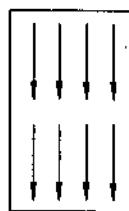
Hình 74

- 5.37. Bên trong ống dây dài độ tự cảm L_0 đặt đồng trục một ống dây nhỏ có tất cả các kích thước dài nhỏ hơn β lần so với ống dây lớn (hai cuộn dây đồng dạng). Hai cuộn dây mắc nối tiếp với nhau. Tìm độ tự cảm của hệ. Biết rằng số vòng dây của hai cuộn là như nhau.

§6. TỪ TRƯỜNG TRONG VẬT CHẤT. VECTƠ \vec{B} VÀ \vec{H} . ĐỊNH LÝ VỀ SỰ TUẦN HOÀN TRONG VẬT CHẤT. CÁC VẬT SIÊU DẪN TRONG TỪ TRƯỜNG

- 6.1. Cần phải cho một dòng điện I bằng bao nhiêu chạy trong một ống dây mảnh dài, quấn một lớp với mật độ quấn n [vòng/cm], sao cho cảm ứng từ \vec{B} của nó bằng cảm ứng từ của nam châm vĩnh cửu có cùng kích thước. Cường độ từ hoá $\tilde{\chi}$ không đổi và hướng theo trục.

- 6.2. Cường độ từ hoá $\vec{\chi}$ của một thanh dầm hình chữ nhật như nhau tại mọi điểm của thanh và hướng dọc theo trục thanh (H.75). Tìm mật độ bề mặt σ của các “diện tích từ” trên các mặt đáy thanh và quan hệ giữa B và H bên trong thanh. Phác họa hình dạng của các trường \vec{B} và \vec{H} bên trong và bên ngoài thanh dầm (một cách định tính).

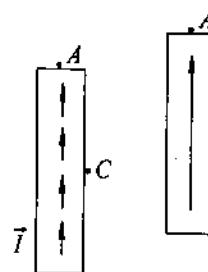


Hình 75

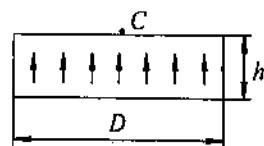
- 6.3. Một tấm dài vô hạn làm bằng sắt từ đã nhiễm từ, vectơ cường độ từ hoá $\vec{\chi}$ vuông góc với mặt phẳng của tấm. Tìm các trường \vec{B} và \vec{H} bên trong và bên ngoài tấm.
- 6.4. Một tấm dài vô hạn làm bằng sắt từ đã nhiễm từ, vectơ cường độ từ hoá $\vec{\chi}$ song song với mặt phẳng của tấm. Tìm các trường \vec{B} và \vec{H} bên trong và bên ngoài tấm.

- 6.5. Một nam châm vĩnh cửu dài $2l$, bán kính r , có cường độ từ hoá $\vec{\chi} = \text{const}$ (H.76). Vẽ định tính các đường \vec{B} và \vec{H} . Tìm cảm ứng từ B tại điểm A . Nó lớn hơn bao nhiêu lần so với cảm ứng từ tại điểm C ?

- 6.6. Một trụ dài làm từ chất được từ hoá đều có vectơ từ hoá hướng theo trục của nó (H.77). Cảm ứng từ tại điểm A là $B_A = 0,1 \text{ T}$. Tìm gần đúng cảm ứng từ B_C gần đầu của trụ ngắn cũng làm từ chất nói trên, nếu $h = 5 \cdot 10^{-2} D$.

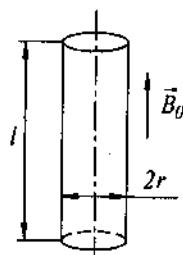


Hình 76



Hình 77

- 6.7. Một thanh làm bằng vật liệu từ ($\mu \gg 1$) có dạng trụ bán kính r được đặt trong từ trường ngoài đồng nhất B_0 hướng dọc theo trục của nó (H.78). Trong trụ dài vô hạn, cảm ứng từ B , như ta đã biết, bằng μB_0 . Hãy xác định độ dài nhỏ nhất l để cảm ứng từ tại tâm trụ có giá trị khác với giá trị trên không quá 1%?

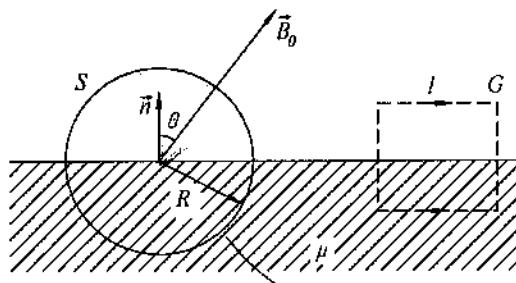


Hình 78

- 6.8. Một đĩa tròn bán kính r làm bằng vật liệu từ ($\mu >> 1$) đặt trong từ trường ngoài đồng nhất B_0 hướng dọc theo trục (H.79). Trong đĩa vô cùng mỏng cảm ứng từ B , như ta đã biết bằng B_0 . Xác định độ dày lớn nhất l của đĩa để cảm ứng từ tại tâm đĩa khác so với B_0 không quá 1%?



Hình 79



Hình 80

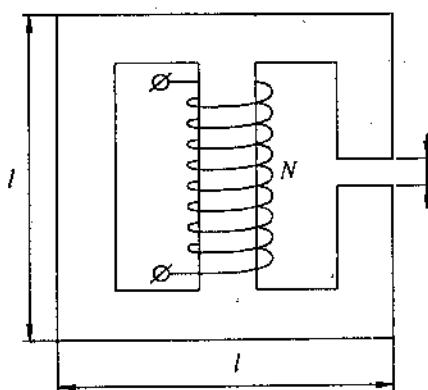
- 6.9. Cảm ứng từ trong chân không gần bề mặt phẳng của chất từ bằng B_0 , vectơ \vec{B}_0 tạo với pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng một góc θ (H.80). Hệ số từ thẩm của chất từ là μ . Tìm:

- Từ thông Φ_H của vectơ \vec{H} gửi qua mặt cầu S bán kính R có tâm nằm trên bề mặt chất từ;
- Lưu số của vectơ \vec{B} theo khung vuông G cạnh l nằm ở vị trí như trên hình vẽ.

- 6.10. Trên một lõi sắt hình xuyến tiết diện vuông (cạnh $a = 4\text{ cm}$), đường kính $D = 40\text{ cm}$, có quấn đều một lớp dây dẫn. Số vòng dây $N = 500$. Cường độ dòng điện $I = 1\text{ A}$ chạy trong dây dẫn. Hệ số từ thẩm của sắt $\mu = 400$. Tìm từ thông qua tiết diện của lõi sắt.

- 6.11. Nếu xuyến bằng sắt ở bài trước được cắt ở một vị trí tạo thành khe hở dày $d = 1\text{ mm}$ thì từ thông Φ bằng bao nhiêu? Bỏ qua sự tiêu tán của các đường sức từ.

- 6.12. Dòng điện I chạy trong một cuộn dây của nam châm điện có N vòng dây. Xác định cảm ứng từ trong khe hở, nếu tất cả các phần của lõi có cùng tiết diện, độ từ thẩm của vật liệu lõi là μ . Các kích thước hình học được cho trên hình 81, $d \ll l$.



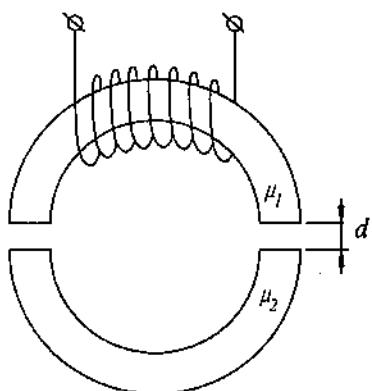
Hình 81

- 6.13. Một lõi hình xuyến được tạo từ hai nửa, làm bằng hai chất sắt từ khác nhau có độ từ thẩm lần lượt là μ_1 , μ_2 (H.82). Tổng chiều dài của lõi bao gồm cả hai khe hở d là L . Dòng điện I chạy trong cuộn dây của lõi có N vòng. Xác định cảm ứng từ B tại khe hở. Bỏ qua sự mất mát từ trường.

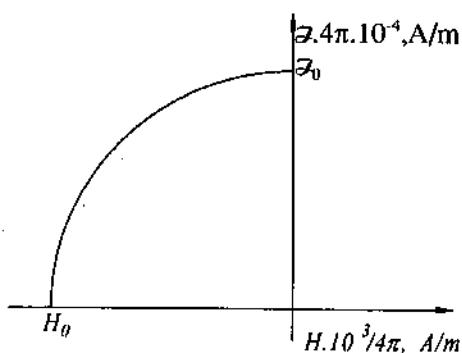
- 6.14. Một chất sắt từ có độ từ hóa dư $\mathcal{J}_0 = 0,2\pi A/m$, cường độ từ dư $H_0 = \frac{5}{4\pi} \cdot 10^5 A/m$, đường từ hóa $\mathcal{Z}(H)$

có dạng một phần tư đường tròn (H.83). Từ vật liệu này người ta làm một nam châm vĩnh cửu hình xuyến tiết diện vuông có một khe ngang. Bán kính trong của xuyến $r_1 = 1,5$ cm, bán kính ngoài $r_2 = 2,5$ cm, độ rộng khe $d = 5$ mm. Tìm cảm ứng từ trong khe cắt. Bỏ qua sự mất mát của từ trường.

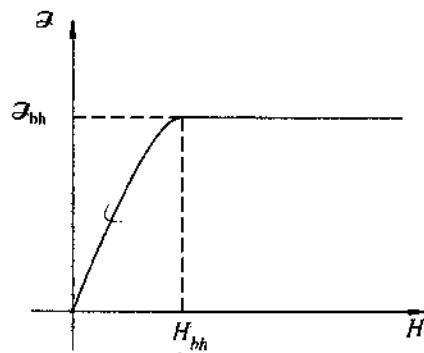
- 6.15. Lõi mảnh của một cuộn dây hình xuyến dài l được làm từ chất sắt từ. Cường độ từ trường nhỏ nhất khi độ từ hóa của vật liệu đạt giá trị bão hoà ($\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{bh}$) là $H = H_{bh}$. Xác định dòng điện I_0 nhỏ nhất chạy trong cuộn dây sao cho độ từ hóa đạt giá trị bão hoà. Cần phải làm khe có độ dày d bằng bao nhiêu để độ từ hóa của lõi không đạt giá trị bão hoà? Dòng điện trong cuộn dây $I > I_0$, số vòng của cuộn dây là N .



Hình 82



Hình 83

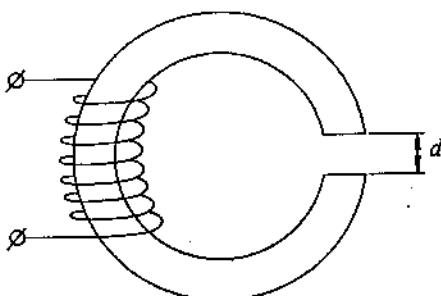


Hình 84

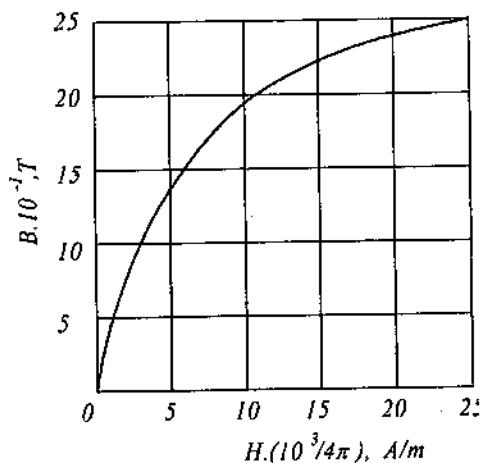
- 6.16. Trên hình 84 biểu diễn sự phụ thuộc của độ từ hoá J vào cường độ từ trường H của vật liệu dùng để làm lõi cho một cuộn dây hình xuyến mảnh có N vòng. Chiều dài cuộn dây (chu vi) là L . Trong lõi có một khe hẹp cắt ngang rộng l .

- a) Với giá trị nào của dòng điện I_0 trong cuộn dây thì xuất hiện từ hóa bão hoà của lõi?
- b) Cảm ứng từ B trong khe sẽ thay đổi như thế nào nếu $I > I_0$? Các giá trị \mathcal{Z}_{bh}, H_{bh} cho trước.

- 6.17. Trên một lõi sắt tiết diện không đổi dài $l = 1\text{m}$, khe hở $d = 1\text{mm}$, quấn cuộn dây có $N = 1600$ vòng, dòng điện chạy trong cuộn dây $I = 1\text{A}$ (H.85). Sự phụ thuộc $B(H)$ của vật liệu làm lõi được biểu diễn trên hình 86. Xác định từ trường trong khe.

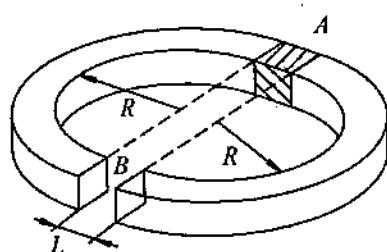


Hình 85



Hình 86

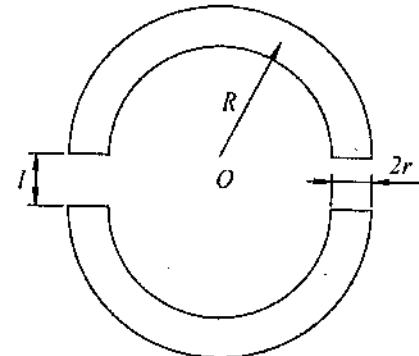
- 6.18. Một lõi mảnh hình xuyến bán kính R làm từ sắt mềm có $\mu \gg 1$. Lõi được cắt làm đôi theo đường kính và tách xa nhau một khoảng L , sau đó một trong hai khe (khe A) được nối bằng một nam châm vĩnh cửu (H.87). Độ từ hoá của nam châm \mathcal{Z} . Bỏ qua sự mất mát của từ trường. Tìm từ trường trong khe B.



Hình 87

- 6.19. Một lõi hình xuyến với độ từ thẩm $\mu \gg 1$ được cắt đôi theo đường kính và tách xa nhau khoảng $l \ll r$. Bán kính của xuyến là R , bán kính lõi là r ($r \ll R$). Một khe của lõi được nồi bằng một nam châm vĩnh cửu (hướng của vectơ cường độ từ hoá \vec{B} vuông góc với mặt phẳng cắt), khe còn lại được lấp đầy bằng chất điện môi (H.88). Cảm ứng từ trong khe điện môi bằng B_1 . Hỏi cảm ứng từ trong điện môi bằng bao nhiêu nếu nhúng cả hệ vào môi trường có độ từ thẩm μ (bằng độ từ thẩm của lõi)?

- 6.20*. Lõi hình xuyến với độ từ thẩm $\mu \gg 1$ được cắt theo đường kính và tách xa nhau $l \ll r$. Bán kính xuyến R , bán kính lõi r ($r \ll R$). Một trong hai khe được chèn khít bằng một nam châm vĩnh cửu có vectơ từ hoá vuông góc với mặt phẳng cắt (H.88). Hỏi cảm ứng từ trường tại tâm O sẽ thay đổi bao nhiêu lần nếu khe hở còn lại được lấp đầy bằng chất có độ từ thẩm cũng bằng μ ?



Hình 88

- 6.21. Cần phải làm một nam châm điện để nó tạo ra trong khe hở cảm ứng từ $B = 1\text{T}$. Chiều dài lõi sắt $l = 140\text{cm}$, độ rộng khe hở không khí $a = 1\text{cm}$, đường kính lõi $d = 6\text{cm}$. Hỏi cuộn dây phải có số vòng tối thiểu bao nhiêu, nếu sử dụng dây đồng tiết diện $S = 1\text{mm}^2$ với cường độ dòng điện giới hạn không quá $I_{\max} = 3\text{A}$? Tìm hiệu điện thế cần đặt giữa hai đầu cuộn dây để nhận được từ trường cực đại. Giả thiết độ từ thẩm của sắt bằng 10^3 . Điện trở suất của đồng $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

- 6.22. Một quả cầu thép được cho nhiễm từ trong từ trường ngoài đến bão hòa. Sau đó ngắt từ trường ngoài. Xác định lượng từ dư \mathcal{B} của quả cầu, nếu B và H liên hệ với nhau bởi biểu thức $B = B_0(1 + H/H_k)$. Đối với loại thép dùng để làm quả cầu trên $B_0 = 1\text{T}$, $H_k = 4 \cdot 10^3 \text{A/m}$. Hệ số tiêu từ của quả cầu $\beta = 4\pi/3$.

- 6.23*. Một quả cầu bán kính R làm từ chất siêu dẫn loại I đặt trong từ trường đồng nhất không đổi có cảm ứng từ \vec{B}_0 . Xác định từ trường \vec{B} bên ngoài cầu, nếu từ trường \vec{B}_0 vẫn chưa làm mất tính siêu dẫn của quả cầu. Tìm mật độ bề mặt của dòng điện siêu dẫn j .

- 6.24. Một mặt cầu siêu dẫn bán kính R đặt trong từ trường ngoài đồng nhất và yếu. Ở hai điểm bên ngoài đối xứng qua tâm cầu và nằm trên mặt phẳng xích đạo vuông góc với từ trường ngoài có hai con muỗi biết bay dọc theo đường sức từ trường ngoài. Khoảng cách ban đầu giữa chúng $2r_0 > 2R$. Hỏi chúng có thể bay gần nhau đến khoảng cách bao nhiêu nếu chúng đồng thời bay về một hướng và với cùng một vận tốc không đổi?

- 6.25. Dây siêu dẫn dài bán kính R đặt trong từ trường đồng nhất B_0 vuông góc với trục của dây dẫn. Tìm sự phân bố của cường độ dòng điện bề mặt trên dây dẫn $i_{bm}(\theta)$, nếu từ trường B_0 chưa làm mất tính siêu dẫn của dây dẫn. Từ trường B bên ngoài dây dẫn bằng bao nhiêu?

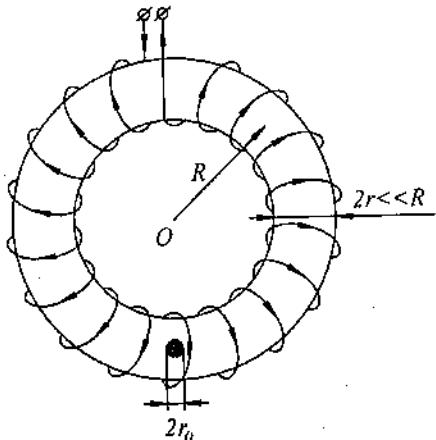
- 6.26. Hằng số từ μ của "khí lý tưởng" tạo bởi một số lượng rất lớn các quả cầu siêu dẫn bán kính r sẽ khác đơn vị là bao nhiêu? Mật độ các quả cầu rất nhỏ sao cho $nr^3 \ll 1$.

- 6.27. Một cuộn dây mảnh hình xuyến quấn trên một lõi rỗng không nhiễm từ (H.89) bán kính R , có N vòng. Cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn I . Hỏi từ trường tại tâm O bằng bao nhiêu? Từ trường tại tâm O sẽ biến đổi như thế nào nếu người ta đặt bên trong cuộn dây một quả cầu siêu dẫn nhỏ bán kính $r_0 \ll r$?

- 6.28. Hệ số tự cảm của cuộn dây dài một lớp thay đổi như thế nào nếu ở giữa cuộn dây người ta đặt một quả cầu siêu dẫn bán kính $r = 1\text{ mm}$ nhỏ hơn nhiều so với bán kính vòng dây? Biết chiều dài cuộn dây $l = 5\text{ cm}$, số vòng $N = 250$.

- 6.29. Trên đường trục của một ống dây siêu dẫn dài nối tắt hai đầu (mật độ quấn n , cường độ dòng điện I) ở cách xa hai đầu có một quả cầu nhỏ ($r \ll R$) làm bằng chất không nhiễm từ. Khi làm lạnh, quả cầu chuyển sang trạng thái siêu dẫn. Sau đó tại điểm nào của ống dây sẽ có từ trường lớn nhất và nó bằng bao nhiêu?

- 6.30. Độ tự cảm của một vòng dây mảnh bán kính $R = 1\text{ cm}$ sẽ biến đổi như thế nào nếu đặt nó cách mặt phẳng siêu dẫn vô hạn một khoảng $h = 10\text{ cm}$? Mật phẳng vòng dây song song với mặt phẳng siêu dẫn.

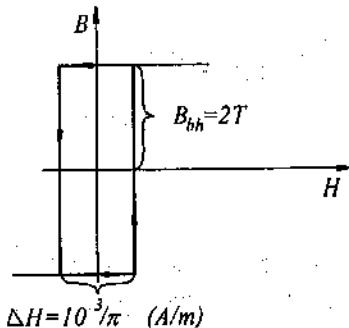


Hình 89

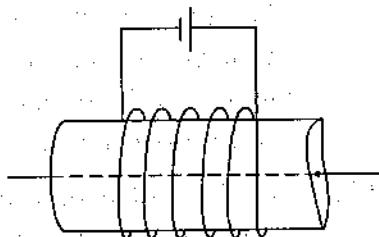
- 6.31. Độ tự cảm của một vòng dây mảnh bán kính $R = 1\text{ cm}$ sẽ biến đổi như thế nào nếu đặt nó cách mặt phẳng siêu dẫn vô hạn một khoảng $h = 10\text{ cm}$? Mặt phẳng vòng dây vuông góc với mặt phẳng siêu dẫn.
- 6.32. Một vòng làm từ dây mảnh đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 10^{-3}\text{ T}$ và vuông góc với mặt phẳng vòng dây, sau đó người ta làm lạnh đưa vòng dây về trạng thái siêu dẫn. Tìm cường độ dòng điện sau khi ngắt từ trường, nếu bán kính vòng $R = 5\text{ cm}$, bán kính dây $r = 1\text{ mm}$.
- Hướng dẫn.* Độ tự cảm của vòng làm bằng dây mảnh (nếu dòng điện chạy trên bề mặt) trong hệ Gauss cho bởi biểu thức $L = 4\pi R[\ln(8R/r) - 2]$.
- 6.33. Một dây dẫn thẳng dài treo song song phía trên cách bề mặt của một vật siêu dẫn phẳng loại 1 một khoảng h . Cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn là I . Tìm mật độ dài của dòng siêu dẫn i chạy trên bề mặt chất siêu dẫn.
- Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp ảnh điện.
- 6.34. Một nam châm vĩnh cửu nhỏ khối lượng $m = 4,8\text{ g}$ bay theo phương ngang ở độ cao $h = 4\text{ cm}$ trên bề mặt phẳng của vật siêu dẫn. Sử dụng phương pháp ảnh điện tính cường độ từ trường H sát bề mặt vật siêu dẫn bên dưới nam châm. Khi tính toán, coi nam châm như một luồng cực từ nhỏ.
- 6.35. Trên bề mặt của một vật siêu dẫn loại 1, cách một lớp cách điện dày $h = 5\text{ mm}$ người ta đặt một vòng nhỏ siêu dẫn bán kính $R = 10\text{ cm}$ có dòng I chạy qua. Hỏi dòng I bằng bao nhiêu thì vòng nhỏ sẽ bắt đầu bay trên vật siêu dẫn? Khối lượng của vòng $m = 1\text{ g}$.
- 6.36. Trên bề mặt siêu dẫn người ta đặt một dây dẫn thẳng, mảnh có dòng một chiều chạy qua. Giả thiết trọng lượng dài của dây dẫn $\rho_i = 2\text{ g/m}$. Hỏi dây dẫn sẽ treo tự do cách bề mặt siêu dẫn một khoảng bằng bao nhiêu, nếu dòng qua dây dẫn $I = 20\text{ A}$?
- 6.37. Tìm sự phân bố dòng điện bề mặt i của một mặt phẳng siêu dẫn, nếu cách bề mặt $h = 1\text{ cm}$ có đặt một dây dẫn thẳng, đủ dài song song với mặt phẳng siêu dẫn. Cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn $I = 10\text{ A}$. Tìm lực f tác dụng lên một đơn vị dài của dây dẫn.
- 6.38. Tại thời điểm $t = 0$ một ống dây siêu dẫn độ tự cảm $L = 0,5\text{ H}$ được nối với nguồn $\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$ (trong đó $\epsilon_0 = 20\text{ V}$, $\omega/2\pi = 50\text{ Hz}$). Bên trong ống dây có lõi với độ từ thẩm $\mu = 100$. Tìm cường độ từ hoá

trung bình \mathcal{Z} của lõi trong mỗi chu kỳ dao động của nguồn, biết mật độ cuộn dây $n = 10$ [vòng/cm]. Bỏ qua điện trở trong của nguồn và hiện tượng từ trễ trong lõi.

- 6.39. Xác định hệ số tự cảm L của cáp đồng trực được tạo bởi một thanh sắt ($\mu = 1000$) và một ống đồng ($\mu = 1$). Cáp được nối tắt ở một đầu bằng một đĩa dẫn điện. Độ dài thanh sắt và ống đồng $\Lambda = 10$ cm, đường kính thanh sắt $2r_1 = 2$ mm, đường kính trong của ống $2r_2 = 9$ mm, đường kính ngoài $2r_3 = 10$ cm. Giả thiết rằng trong lõi sắt và ống đồng các dòng điện phân bố đều theo tiết diện.
- 6.40. Xác định hệ số tự cảm của một cáp đồng trực được tạo bởi lõi dẫn điện và ống. Cáp được nối tắt với nhau ở một đầu bằng một đĩa dẫn điện. Chiều dài lõi và ống $\Lambda = 10$ cm, đường kính lõi $2r_1 = 8$ mm, đường kính trong của ống $2r_2 = 9$ mm, đường kính ngoài $2r_3 = 10$ mm. Không gian giữa lõi và ống được lấp đầy điện môi bằng chất sắt từ với độ từ thẩm $\mu = 20$. Giả thiết rằng trong lõi và ống dòng điện phân bố đều theo tiết diện.
- 6.41. Một trụ sắt bán kính $a = 1$ cm, chiều dài $L = 10$ cm đặt bên trong một ống dây có dòng xoay chiều tần số 50Hz chạy qua. Dòng điện làm trụ sắt bị nhiễm từ từ giá trị B_{bh} đến $-B_{bh}$ và từ $-B_{bh}$ đến B_{bh} . Trục của ống dây và trục của trụ song song với nhau. Tính nhiệt từ trễ Q sinh ra trong trụ trong thời gian $t = 1$ phút. Hình từ trễ có thể lý tưởng hóa bằng đường hình chữ nhật như trên hình 90.



Hình 90



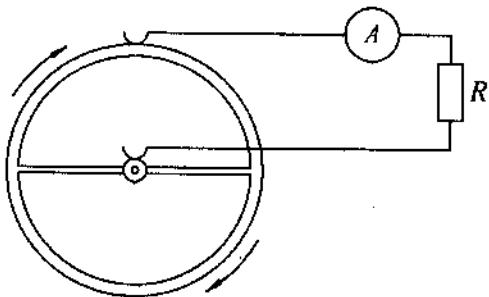
Hình 91

- 6.42. Dòng điện $I_0 = 1$ A chạy qua một cuộn dây kín được quấn quanh một ống dây dài có bán kính $R = 1$ cm. Bên trong ống dây đặt một lõi từ có độ từ thẩm $\mu = 50$. Dọc theo trục lõi từ có đặt một ngòi nổ có bán kính rất nhỏ so với bán kính R của lõi từ (H.91). Khi cháy dây nổ, một

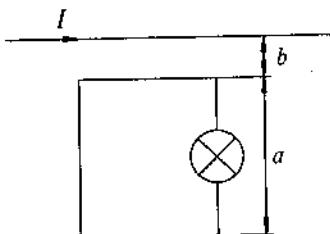
sóng rung (không phá huỷ lõi) truyền theo lõi với vận tốc $v = 3 \text{ km/s}$. Trên mặt sóng trù xảy ra sự chuyển pha loại một, khi đó độ từ thẩm của lõi giảm xuống 1 và giữ nguyên giá trị này trong tất cả vùng ngoài mặt đầu sóng. Hỏi dòng điện trong cuộn dây của ống dây sẽ thay đổi như thế nào theo thời gian $I(t)$? Giá trị lớn nhất của dòng điện bằng bao nhiêu và nó đạt được tại thời điểm t_{\max} nào?

§7. CẢM ỨNG TỪ. NĂNG LƯỢNG VÀ CÁC LỰC TRONG TỪ TRƯỜNG. SỰ BẢO TOÀN TỪ THÔNG TRONG CÁC MẠCH SIÊU DẪN

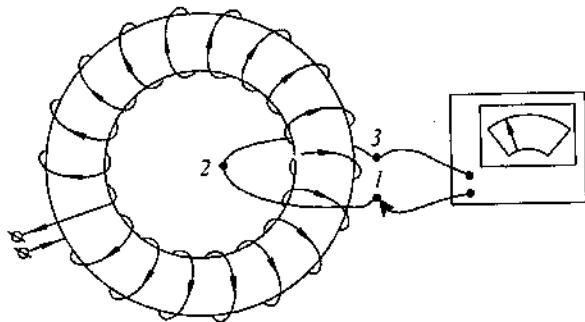
- 7.1. Một đĩa đồng có bán kính $a = 10 \text{ cm}$ quay trong một từ trường đều với vận tốc 100 vòng/s. Cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng đĩa và bằng $B = 1 \text{ T}$. Có hai chổi quét: một trên trục đĩa, một trên vành đĩa, nối đĩa với mạch ngoài gồm một điện trở $R = 10 \Omega$ và một ampe kế có điện trở không đáng kể. Số chỉ của ampe kế bằng bao nhiêu?
- 7.2. Số chỉ của ampe kế sẽ bằng bao nhiêu với điều kiện của bài toán trước nếu thay đĩa bằng một bánh xe hai nan hoa có cùng bán kính với đĩa như trên hình 92. Bỏ qua điện trở của bánh xe.
- 7.3. Dòng điện I hình sin cao tần $f = 10^8 \text{ Hz}$ chạy trong một dây dẫn thẳng dài. Đưa một khung dây vuông cạnh $a = 17,2 \text{ cm}$ đến gần dây dẫn, một cạnh của khung có lắp bóng điện (H.93). Khi khung cách dây dẫn $b = 10 \text{ cm}$ bóng điện sáng bình thường. Xác định dòng điện hiệu dụng I_{hd} trong dây dẫn, nếu để đèn điện sáng bình thường cần một hiệu điện thế $U = 6 \text{ V}$. Bỏ qua điện trở của khung.



Hình 92

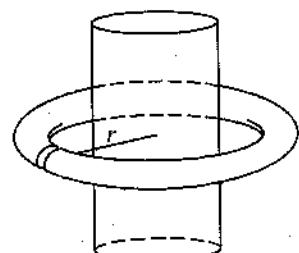


Hình 93



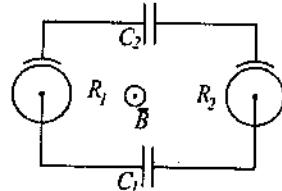
Hình 94

- 7.4. Trong một ống dây hình xuyến mảnh cường độ dòng điện tăng tuyến tính theo thời gian $I = I_0 t / \tau$; $\tau = 10^{-2}$ s, $I_0 = 10$ A. Xung quanh xuyến (H.94) có quấn một vòng dây hở. Một đầu của milivônkế nối với đầu 3 của vòng dây, đầu còn lại của milivônkế lần lượt nối với đầu 1-2-3-1 của vòng dây. Hỏi milivônkế sẽ chỉ bao nhiêu trong mỗi trường hợp? Diện tích các vòng dây của ống dây $S = 10\text{cm}^2$, mật độ quấn dây $n = 100$ vòng/cm.
- 7.5. Trong một ống dây không khí dài, bán kính vòng dây $r_0 = 1$ cm, mật độ quấn dây $n = 10$ vòng/cm có dòng điện tăng dần với vận tốc không đổi $dI/dt = 100$ A/s. Hỏi đường sức của điện trường xoáy \tilde{E} sẽ có hình dáng như thế nào? Tìm giá trị của E tại khoảng cách $2r_0$ tính từ trục ống dây. Điện trường E và cảm ứng D sẽ thay đổi như thế nào nếu cho ống dây vào trong một điện môi đồng nhất không nhiễm từ với hằng số điện môi $\epsilon = 2$?
- 7.6. Trên một lõi sắt hình trụ có từ thông đồng nhất $\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$ đi qua người ta lồng một xuyến bằng điện môi có hằng số điện môi ϵ (H.95). Trên xuyến có một khe không khí vô cùng nhỏ tạo bởi hai nhát cắt gần nhau dọc theo mặt phẳng kinh tuyế. Tìm cường độ điện trường E trong khe theo sự phụ thuộc vào khoảng cách r tính từ trục trụ.



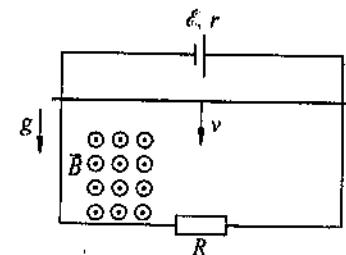
Hình 95

- 7.7. Hai đĩa bán kính R_1 và R_2 quay với vận tốc góc ω trong từ trường đồng nhất \vec{B} vuông góc với mặt phẳng 2 đĩa (H.96). Tâm của hai đĩa nối với các bản của tụ C_1 , còn vành đĩa thông qua chổi quét nối với tụ C_2 . Tìm hiệu điện thế trên các tụ.



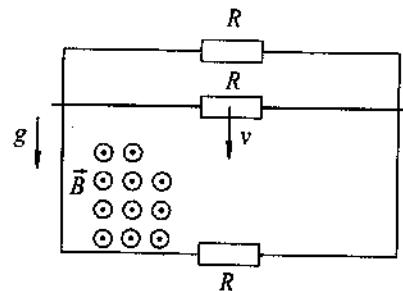
Hình 96

- 7.8. Một đoạn thanh dẫn dài $l = 10\text{ cm}$, khối lượng $m = 10\text{ g}$ trượt không ma sát dọc theo hai ray thẳng đứng, phía dưới nối với nhau qua điện trở $R = 2\Omega$, phía trên nối với nguồn $\epsilon = 1\text{ V}$, điện trở trong $r = 2\Omega$ (H.97). Cả hệ nằm trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1\text{ T}$, vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và hướng ra ngoài. Tìm vận tốc ổn định của thanh dẫn trong trọng trường, bỏ qua điện trở của ray và thanh dẫn. Với sự tương quan nào của các tham số trong bài thì vận tốc ổn định sẽ hướng xuống, hướng lên?



Hình 97

- 7.9. Một thanh dẫn dài $l = 100\text{ cm}$, khối lượng $m = 100\text{ g}$, điện trở $R = 0,01\Omega$ có thể trượt không ma sát trên hai ray thẳng đứng, phía trên và phía dưới nối với hai điện trở $R = 0,01\Omega$ (H.98). Hệ nằm trong từ trường đều $B = 0,1\text{ T}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Tìm vận tốc lớn nhất của thanh dẫn trong trọng trường. Bỏ qua điện trở của hai ray trượt.



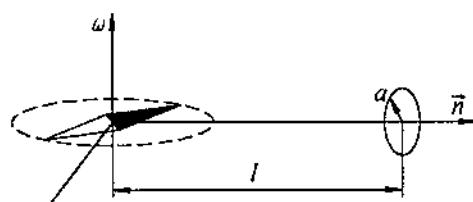
Hình 98

- 7.10. Máy phát điện dinamô đơn giản gồm một khung dây chữ nhật S với n vòng dây, điện trở trong r , quay với vận tốc góc ω trong từ trường đều B . Xác định momen M tác dụng lên khung và công suất trung bình N để quay máy. Máy làm việc trên tải R .

- 7.11. Bên trong một ống dây nhỏ dài với mật độ vòng dây n có một cuộn dây phẳng nhỏ (tiết diện cuộn dây S , số vòng N). Trong cuộn dây có dòng điện một chiều I_c chạy qua. Góc α giữa trục cuộn dây và trục ống dây thay đổi theo hàm $\alpha(t) = \alpha_0 \cos \omega t$, trong đó α_0 là đại lượng rất nhỏ. Xác định biên độ và tần số của hiệu điện thế giữa hai đầu ống dây.

7.12*. Bên trong một ống dây nhỏ dài, trục nằm ngang, có một kim nam châm nhỏ nằm cân bằng trên một đầu nhọn và có thể quay tự do quanh nó. Dọc theo trục ống dây người ta đặt một từ trường ngoài đều với cảm ứng từ B_0 . Tại thời điểm ban đầu kim nam châm nằm ngang lệch một góc nhỏ α_0 so với phương của B_0 và đứng yên. Sau đó kim được thả ra. Tìm biên độ và tần số của suất điện động xuất hiện ở hai đầu cuộn dây của ống dây. Số vòng dây trên một đơn vị dài của ống dây là n [vòng/cm], momen quán tính của kim nam châm so với trục quay J , momen từ M .

7.13. Một luồng cực từ với momen M quay với tần số ω quanh trục đi qua tâm và vuông góc với momen từ (H.99). Tìm dòng điện trong khung tròn phẳng cố định bán kính a , điện trở R nằm cách luồng cực một khoảng $l \gg a$. Pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng khung dây vuông góc với trục quay của luồng cực. Bỏ qua độ tự cảm của khung.



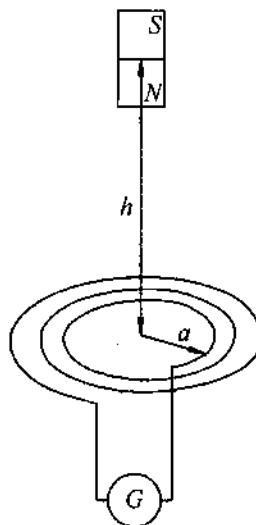
Hình 99

7.14. Một lá kim loại dẫn điện tốt được đưa đến cách một cuộn dây nhỏ một khoảng a . Cuộn dây có số vòng N , diện tích vòng dây S . Trong cuộn dây có dòng I (giá trị hiệu dụng) tần số ω . Tìm suất điện động phụ e sinh ra trong cuộn dây sau khi đưa lá kim loại lại gần. Lá kim loại vuông góc với trục cuộn dây.

7.15. Hai vòng dây tròn đồng trục bán kính R và r ($r \ll R$) nằm cách nhau một khoảng R . Cho dòng $i = i_0 \cos \omega t$ chạy qua vòng nhỏ. Tìm dòng $I(t)$ trong vòng dây lớn, biết điện trở của nó bằng R_0 .

7.16. Ở tâm của một vòng dây bán kính R , nối với vôn kẽ xoay chiều có một nam châm nhỏ hình trụ, cảm ứng từ dư của nam châm bằng B . Chiều dài và bán kính trụ tương ứng là l và r . Cho nam châm quay với vận tốc góc ω quanh trục nằm trong mặt phẳng vòng dây và vuông góc trục trụ. Xác định số chỉ của vôn kẽ. Giả thiết $r \ll l \ll R$.

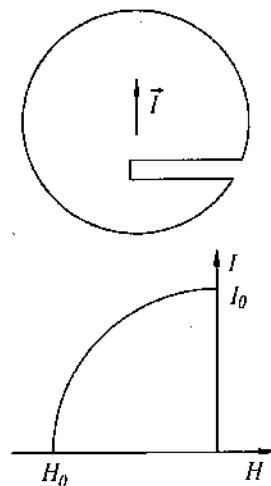
- 7.17. Ở giữa hai dây dẫn mảnh dài song song có một nam châm nhỏ hình trụ. Trục nam châm vuông góc với mặt phẳng dây dẫn. Một phía của hai dây dẫn được nối với nhau, phía còn lại nối với milivôn kế. Khoảng cách giữa hai dây bằng $2l$, khối lượng nam châm m , trọng lượng riêng ρ , cảm ứng từ dư B_0 , nam châm được nung nóng cao hơn nhiệt độ Curie. Hỏi kim đồng hồ đo lệch bao nhiêu?
- 7.18. Trên trục vòng dây bán kính $R = 1\text{ cm}$ một khoảng $L = 10\text{ cm}$ tại một thời điểm xuất hiện lưỡng cực từ song song với trục vòng dây và chuyển động dọc theo trục với vận tốc $v = 1\text{ km/s}$. Xác định cường độ dòng điện I trong vòng dây, nếu điện trở của nó $r = 0,001\Omega$, còn momen từ của lưỡng cực $\mathcal{M} = 0,1 \cdot 10^{-3}\text{ J/T}$.
- 7.19. Một viên đạn nhiễm từ bay dọc theo trục của một cuộn dây phẳng nối với điện kế xung kích thông qua một nắn dòng. Viên đạn nhiễm từ dọc theo trục của nó, kích thước viên đạn nhỏ so với đường kính D của cuộn dây. Xác định momen từ \mathcal{M} của viên đạn, biết rằng điện kế lệch một góc φ sau khi viên đạn bay qua. Cho hằng số xung kích của điện kế b [rad/C], số vòng của cuộn dây n và điện trở mạch R .
- 7.20. Một quả cầu siêu dẫn bay về hướng ống dây dọc theo trục của ống. Cảm ứng từ tại tâm ống dây $B = 0,1\text{ T}$. Hỏi vận tốc ban đầu của quả cầu phải bằng bao nhiêu để nó có thể bay xuyên qua ống dây? Đường kính ống dây lớn hơn rất nhiều lần so với đường kính quả cầu. Trọng lượng riêng của chất làm quả cầu $\rho = 8\text{ g/cm}^3$.
- 7.21. Một quả cầu siêu dẫn kim loại bay về hướng ống dây dọc theo trục của ống. Từ trường ống dây $B = 0,1\text{ T}$. Hỏi vận tốc ban đầu của quả cầu phải bằng bao nhiêu để nó có thể bay vào ống dây? Bán kính quả cầu $R = 2\text{ cm}$, khối lượng $m = 1\text{ g}$.
- 7.22. Một nam châm thẳng NS nằm trên trục của một vòng tròn bán kính a tạo bởi n vòng dây, hai đầu của vòng dây được nối với điện kế xung kích (H.100). Khoảng cách giữa tâm của vòng dây và tâm của nam châm bằng h , kích thước của nam châm rất nhỏ so với h và so với bán kính vòng dây. Trục của nam châm vuông góc với mặt phẳng vòng. Xác định momen từ \mathcal{M} của nam



Hình 100

châm nếu khi đưa nó ra xa vòng dây điện kế xung kích lệch một góc φ . Cho hằng số xung kích bằng $b[\text{rad/C}]$, điện trở của mạch (kể cả điện trở của điện kế) R .

- 7.23. Trong một quả cầu bằng sắt từ người ta cưa một khe hẹp sâu và cho quả cầu nhiễm từ đến bão hòa, vectơ cường độ từ hoá vuông góc với mặt phẳng khe. Sau đó ngắt từ trường ngoài. Đường tiêu từ của chất làm quả cầu $J(H)$ có dạng một phần tư đường tròn (H.101). Từ trong khe người ta kéo một khung dây phẳng diện tích $S = 10\text{cm}^2$ với số vòng dây $N = 1000$. Khung được nối với điện kế. Tìm điện lượng Q đi qua điện kế. Điện trở toàn phần của mạch $R = 100 \Omega$, $H_0 = -5/(4\pi) \cdot 10^5 \text{ A/m}$, $J_0 = 0,2\pi \text{ A/m}$, hệ số tiêu từ của quả cầu bằng $4\pi/3$.



Hình 101

- 7.24. Ở các mặt phẳng mút trên trục của ống dây dài người ta đặt các nam châm nhỏ, thể tích mỗi chiếc $V = 1\text{cm}^3$ và nhiễm từ $4\pi J = 12,5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-1} \text{ A/m}$ hướng vào nhau theo các cực đối nhau. Các nam châm được thả ra, sau đó chúng dính ở tâm ống dây. Ống dây được nối tắt qua điện trở $R = 1 \Omega$. Hỏi điện tích Q chạy qua mạch ống dây bằng bao nhiêu? Ống dây được quấn với mật độ $n = 1000$ vòng/cm.

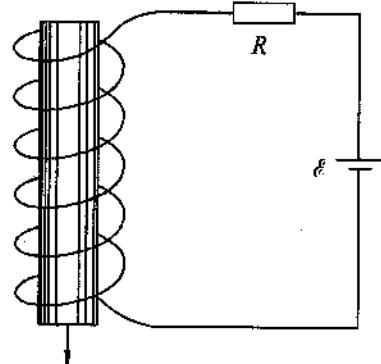
- 7.25. Bên trong một cuộn dây nối kín bằng dây siêu dẫn hình xuyến với mật độ quấn dây n [vòng/cm] có một vòng siêu dẫn (H.102). Tiết diện của vòng siêu dẫn nhỏ bằng $1/2$ tiết diện vòng cuộn dây. Trong cuộn dây có dòng điện I_0 chạy qua. Người ta đưa vật siêu dẫn về trạng thái bình thường bằng cách đun nóng. Xác định nhiệt tỏa ra trong cuộn dây nếu:



Hình 102

- Chỉ có cuộn dây được đưa về trạng thái bình thường;
- Đầu tiên đưa vòng (bằng vật liệu không nhiễm từ) sau đó cả cuộn dây về trạng thái bình thường, thể tích của cuộn dây bằng V . Giả thiết rằng bán kính hình xuyến lớn hơn rất nhiều so với bán kính cuộn dây.

- 7.26. Một ống dây chiều dài l , số vòng dây N , tiết diện S được nối với nguồn ϵ qua điện trở R (H.103). Người ta đưa vào trong ống dây một lõi bằng chất siêu dẫn có cùng độ dài nhưng tiết diện nhỏ hơn, bằng $S/2$. Lõi được đưa ra nhanh khỏi ống dây. Tìm dòng điện $I(t)$ trong mạch.

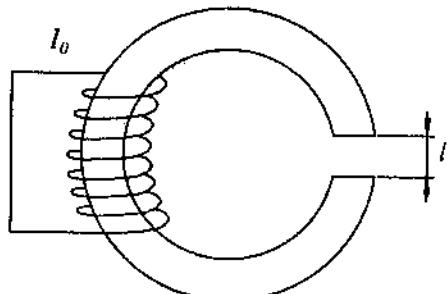


- 7.27. Một vòng phẳng siêu dẫn với cường độ dòng điện $I = 1\text{ A}$ được đưa từ xa vào vùng có từ trường đều $B_0 = 0,01\text{ T}$. Diện tích vòng $S = 10\text{ cm}^2$, pháp tuyến của mặt phẳng vòng tạo với hướng của từ trường một góc $\theta_0 = 60^\circ$. Hỏi hệ số tự cảm của vòng bằng bao nhiêu, nếu sau khi dịch chuyển dòng điện trong vòng bằng không?

- 7.28. Trong mặt phẳng xích đạo của một quả cầu bán kính a có một vòng kim loại mảnh bán kính $\rho > a$, điện trở R . Từ trường bên ngoài B_0 đều và vuông góc với mặt phẳng vòng. Bằng cách làm lạnh người ta đưa quả cầu về trạng thái siêu dẫn. Tìm điện tích trong vòng kim loại. Bỏ qua độ tự cảm của vòng.

- 7.29. Dòng điện trong vòng làm bằng chất siêu dẫn sẽ thay đổi thế nào nếu đặt nó bên trong một ống dây siêu dẫn dài có cuộn dây được nối tắt hai đầu? Giả thiết đường kính vòng và ống dây bằng nhau, còn trục của chúng song song với nhau. Khi chưa có vòng dòng điện trong ống dây bằng không. Độ tự cảm của vòng là L , của ống dây là L_0 , số vòng dây của ống dây là N .

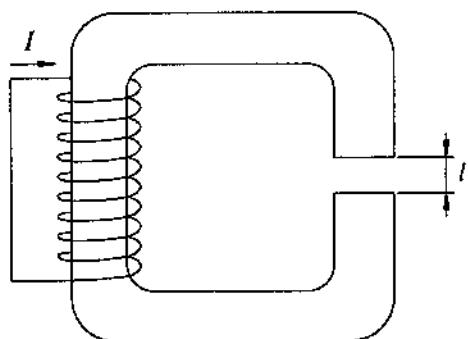
- 7.30. Trong cuộn dây kín siêu dẫn của một nam châm điện được kích thích dòng điện I_0 . Lõi thép chiều dài L , độ từ thẩm μ có khe hở nhỏ l sao cho có thể bỏ qua sự tiêu tán từ trường (H.104). Hỏi dòng điện trong cuộn dây sẽ thay đổi thế nào nếu bằng cách biến dạng thu nhỏ khe hở hai lần?



Hình 104

- 7.31. Trong các thí nghiệm của A.D. Xakharóp các từ trường siêu mạnh nhận được do nén bằng sức nổ một đoạn ống dẫn điện hình trụ có từ trường trong ống ban đầu là B_0 . Tìm cảm ứng từ B trong ống tại thời điểm nén cực đại, nếu $B_0 = 5 \text{ T}$, bán kính ban đầu của ống $R = 5 \text{ cm}$, bán kính lúc nén cực đại $r = 0,5 \text{ cm}$. Giả thiết vỏ bao quanh từ trường dẫn từ lý tưởng. Xác định áp suất P cần thiết để thực hiện quy trình nén trên.

- 7.32. Trong cuộn dây kín siêu dẫn của một nam châm điện người ta kích thích dòng I (H.105). Trong lõi bằng sắt mềm độ từ thẩm μ có khe hở chiều dài l sao cho có thể bỏ qua sự tiêu tán từ trong khe. Chiều dài lõi (gồm cả khe) là L . Hồi dòng điện kích thích I_0 trong cuộn dây của nam châm bằng bao nhiêu, nếu đặt vào khe một tấm dày l làm bằng sắt mềm (tương tự lõi) và có cùng độ từ thẩm μ ?

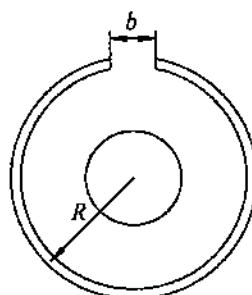


Hình 105

- 7.33. Dòng điện không đổi I_0 chạy trong một ống dây dài l_0 dẫn điện lý tưởng. Hồi dòng sẽ thay đổi như thế nào theo thời gian nếu dẫn và nén ống dây sao cho độ dài của nó thay đổi theo quy luật $l = l_0 + \alpha \cos \omega t$?

- 7.34*. Dòng điện I chạy trong một ống dây dài có n [vòng/cm]. Tim áp suất P tác dụng lên mặt cạnh của ống dây. Biết độ từ thẩm của môi trường $\mu = 1$.

- 7.35. Trên lớp mỏng hình trụ bên ngoài của một cáp đồng trục (H.106) dọc theo đường sinh người ta cắt một khe rộng $b \ll R$ (R là bán kính lớp dẫn điện ngoài). Tìm lực tác dụng lên lõi cáp khi cho dòng điện I chạy qua cáp. Bán kính lõi cáp $r \ll R$ (Dòng điện I chạy trong lõi theo một hướng, chạy trong lớp vỏ theo hướng ngược lại).



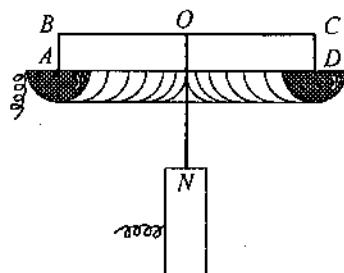
Hình 106

- 7.36. Hai trụ song song dẫn điện làm bằng chất siêu dẫn được đặt trong từ trường đều với cảm ứng từ B hướng dọc theo các trụ. Tìm áp lực từ P , tác dụng lên bề mặt cạnh của các trụ dẫn và lực tác dụng f lên một đơn vị dài của mỗi trụ.

- 7.37. Một nam châm thép dạng trụ dài được đặt thẳng đứng. Để tính toán thuận tiện giả thiết ở cực N của nó tập trung khối lượng từ là m . Một khung dây $ABOC$ đặt từ lèn cực N qua thanh ON (H.107) tạo nên dạng chữ T ; hai đầu A và D đặt trong thuỷ ngân chứa trong bình dạng nửa chiếc vòng. Điểm O là trung điểm của BC ($BO = OC = l$). Đoạn $AD = CD$ rất nhỏ so với l . Nối nam châm và thuỷ ngân với nguồn một chiều, kết quả là qua thanh ON có dòng điện $2I$ chạy qua và khung dây quay quanh ON . Khoảng cách từ BC đến cực N của nam châm là $ON = l$. Xác định:

- Momen M của cặp lực làm quay khung dây;
- Điểm đặt của lực tác dụng lên cánh tay đòn OC .

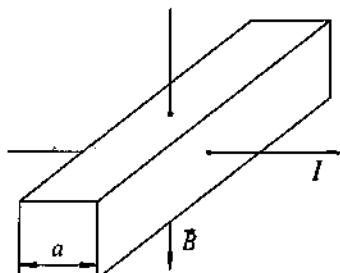
Hướng dẫn. Khối lượng từ của một thanh nhiễm từ chiều dài L (lưỡng cực từ) là tỉ số giữa momen từ M của thanh với chiều dài của nó, tức là $m = M/L$, trong đó (cụ thể với bài này) giả thiết rằng L là khoảng cách giữa các chất điểm từ có khối lượng m (tương tự lưỡng cực điện).



Hình 107

- 7.38. Dòng điện I đều theo tiết diện chạy dọc trục của một trụ dẫn điện bằng chất lỏng bán kính a . Tìm áp suất $P(r)$ gây ra do sự tương tác giữa dòng điện và từ trường mà nó sinh ra.

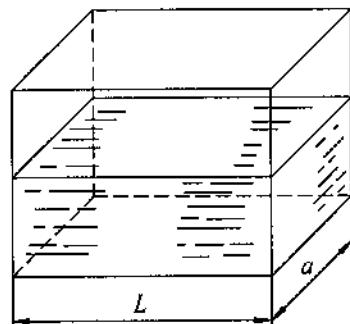
- 7.39. Trên hình 108 biểu diễn sơ đồ của bơm điện từ dùng để bơm kim loại nóng chảy. Đoạn ống chứa kim loại lỏng đặt trong từ trường vuông góc với trục của ống. Người ta cho dòng điện chạy qua ống, vuông góc với từ trường và trục của ống. Tìm áp suất dư ΔP do bơm tạo ra. Giải bài toán bằng số đối với ống tiết diện vuông cạnh $a = 1\text{ cm}$, dòng $I = 100\text{ A}$, $B = 0,1\text{ T}$.



Hình 108

7.40*. Để lấy nhiệt từ các lò phản ứng hạt nhân người ta dùng kim loại nóng chảy. Kim loại nóng chảy trong các ống được bơm bằng bơm điện từ, đoạn ống chứa kim loại nóng chảy đặt ngang trong từ trường, tức là từ trường vuông góc với trục của ống. Đòng điện cũng chạy qua ống này, vuông góc với trục ống và từ trường. Khi đó xuất hiện lực làm chất lỏng chuyển động. Xác định dòng điện cần thiết để bơm thuỷ ngân theo ống đường kính $D = 20\text{ mm}$, chiều dài $L = 10\text{ m}$, với vận tốc $V = 1\text{ lít/s}$. Độ nhớt của thuỷ ngân $\eta = 1,5 \cdot 10^{-3}\text{ P.s}$, từ trường $B = 0,1\text{ T}$.

- 7.41. Một chậu hình hộp (H.109) có thành phía trước và phía sau bằng kim loại, các thành khác bằng chất điện môi. Người ta rót vào chậu dung dịch điện phân với điện dẫn suất $\lambda = 0,2\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$, sau đó đặt vào các thành kim loại hiệu điện thế $U = 30\text{ V}$ và đặt cả chậu vào từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,01\text{ T}$, hướng thẳng đứng. Cho kích thước chậu $L = 20\text{ cm}$, $a = 2\text{ cm}$, khối lượng riêng dung dịch điện phân $\rho = 1\text{ g/cm}^3$. Xác định hiệu độ cao chất lỏng gần thành trái và thành phải của chậu.

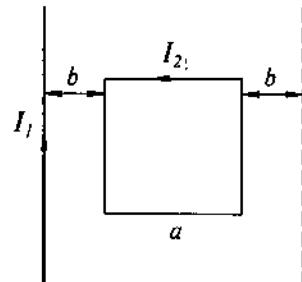


Hình 109

- 7.42. Người ta rót dung dịch điện phân vào một bình chứa hình trụ bán kính R . Bên trong bình đặt một thanh kim loại hình trụ song song với trục bình, bề mặt thanh được phủ sơn cách điện. Bán kính thanh kim loại r . Khoảng cách giữa trục của thanh và trục của bình là d . Trong dung dịch điện phân dòng điện I chạy song song với trục và quay ngược lại theo thanh kim loại. Giả thiết mật độ dòng điện trong dung dịch điện phân là hằng số, tìm lực của từ trường do dòng điện sinh ra tác dụng lên một đơn vị dài thanh kim loại. Hướng của lực này thế nào?

- 7.43. Hai dây dẫn dài nằm song song và cách nhau 20 cm . Trong hai dây dẫn có dòng điện 20 A chạy ngược hướng nhau.
- Công từ trường sinh ra trên một đơn vị dài dây dẫn bằng bao nhiêu khi tách hai dây ra một khoảng 40 cm ?
 - Năng lượng từ của một đơn vị dài của hệ thay đổi như thế nào trong quá trình trên?

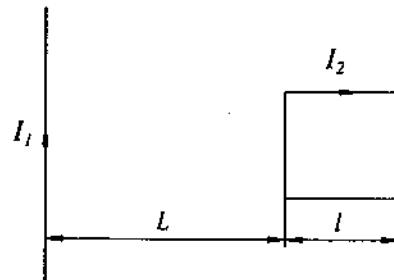
- 7.44. Bên cạnh một dây dẫn thẳng dài có dòng $I_1 = 10\text{ A}$ chạy qua, người ta đặt một khung dây vuông với dòng trong khung $I_2 = 1\text{ A}$ (H.110). Khung và dây dẫn nằm trong một mặt phẳng, cạnh của khung $a = 6,8\text{ cm}$, khoảng cách từ khung đến dây dẫn $b = 4\text{ cm}$. Hỏi cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để dịch chuyển dây dẫn đến vị trí đường đứt nét trên hình vẽ?



Hình 110

- 7.45. Trong sản xuất polyêthen tấm phôi mỏng rộng bản được kéo trên các trục tròn với vận tốc v (H.64). Trong quá trình sản xuất bề mặt tấm bị nhiễm điện đều điện tích σ . Phía trên tấm, cách một khoảng d rất nhỏ so với bề rộng của tấm có một dây dẫn thẳng mang dòng điện I , chiều của dòng điện trùng với chiều chuyển động của tấm phôi. Tính lực tác dụng lên một đơn vị dài của phôi. Xác định độ lớn của lực này khi biết $v = 1 \text{ m/s}$, $\sigma = 10^{-7} \text{ C/m}^2$, $I = 10 \text{ A}$.

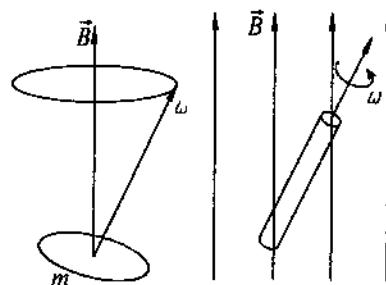
- 7.46. Cách một dây dẫn thẳng có dòng $I_1 = 10\text{ A}$ chạy qua một khoảng $L = 10\text{ cm}$ có một khung dây hình vuông cạnh $l = 1\text{ cm}$ sao cho hai cạnh của khung dây song song với dây dẫn và cả hệ nằm trong một mặt phẳng (H.111). Dòng điện $I_2 = 1\text{ A}$ chạy trong khung dây. Tìm lực tương tác giữa dây dẫn và khung dây.



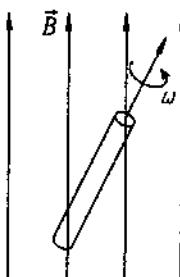
Hình 11.1

- 7.47. Một vòng mảnh (khối lượng m , diện tích q) không dẫn điện, tích điện đều được cho quay nhanh với vận tốc góc $\bar{\omega}$ quanh trục của nó trong điện trường ngoài đều có cảm ứng từ \vec{B} (H.112). Tìm vận tốc góc tiến động Ω .

- 7.48. Một thanh nam châm vĩnh cửu được đặt trong từ trường ngoài đều, yếu (H.113). Để quay nó một góc 180° từ hướng trùng với từ trường sang hướng ngược với từ trường cần một công A . Khi truyền cho thanh nam châm một năng lượng quay $\epsilon_q = A$ nó quay nhanh quanh trục của nó với vận tốc góc $\omega = 80\text{s}^{-1}$. Thanh tiến động với vận tốc góc Ω . Tim tần số Ω .

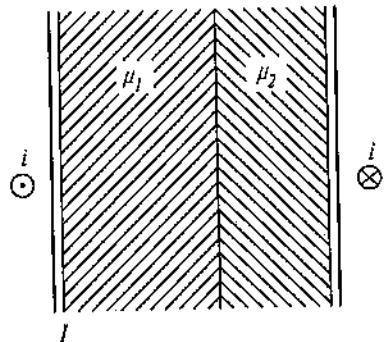


Hình 112



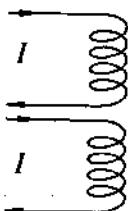
Hình 113

- 7.49. Phía trên một lá đồng thau rộng nằm ngang có đặt một kim nam châm với momen từ \vec{M} . Kim được treo trên trục thẳng đứng và gắn với một lò xo xoắn, mômen xoắn của lò xo là f . Hỏi vị trí cân bằng của kim nam châm sẽ thay đổi như thế nào nếu có dòng điện bề mặt với mật độ j chạy qua lá đồng? Chiều của dòng điện trùng với vị trí cân bằng ban đầu của kim nam châm. Xét trường hợp các góc quay nhỏ.
- 7.50. La bàn đặt dưới một dây dẫn có dòng điện một chiều chạy qua và cách trục dây dẫn một khoảng $R = 10$ cm. Tìm dòng điện qua dây sao cho dưới tác dụng của dòng điện, kim la bàn bị nâng lên trên trục của nó. Cảm ứng từ dư của thép làm kim la bàn bằng cảm ứng từ bão hòa $B_0 = 2$ T. Khối lượng riêng của thép $\rho = 7,8$ g/cm³.
- 7.51. Một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất khối lượng $m = 1000$ kg được làm dưới dạng một quả cầu thành mỏng. Để truyền cho nó một vận tốc góc người ta có thể dùng từ trường của Trái Đất với cảm ứng từ $B = 0,5 \cdot 10^{-4}$ T. Tìm vận tốc góc ω mà vệ tinh có được khi cho các bình acquy có diện tích $Q = 5$ A.h phóng điện nhanh qua cuộn dây $N = 20$ vòng quấn quanh bề mặt vệ tinh dọc theo đường tròn lớn của cầu. Giả thiết từ trường của Trái Đất song song với mặt phẳng cuộn dây.
- 7.52. Để chống thất thoát do sinh nhiệt trong các đường truyền tải điện một chiều, người ta sử dụng cáp đồng trực có bề mặt dẫn điện của lõi và của lớp bên ngoài làm bằng chất siêu dẫn. Cảm ứng từ lớn nhất cho phép trên bề mặt siêu dẫn $B = 0,05$ T, còn cường độ điện trường lớn nhất cho phép trong lớp cách điện của cáp $E = 30$ kV/cm. Hỏi với tỉ số d/D nào của đường kính lõi và lớp vỏ thì ta có thể truyền công suất lớn nhất? Tìm N , giả thiết đường kính lớp ngoài $D = 20$ cm.
- 7.53. Trong hai băng kim loại I và II phẳng rộng và dài đặt song song với nhau có hai dòng điện đối song chạy qua với cùng mật độ dài $i = dI/dl = \text{const.}$ Khoảng không gian giữa hai băng được lắp kín bằng hai lớp phẳng chất từ với độ từ thẩm μ_1 và μ_2 (H.114). Xác định áp suất lên mỗi băng kim loại và lên mặt tiếp giáp giữa hai chất từ.

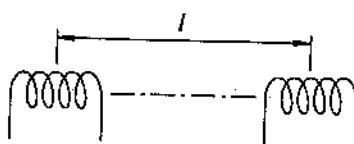


Hình 114

- 7.54. Xác định độ tự cảm trên một đơn vị dài của hai thanh phẳng đặt cách nhau một khoảng d . Chiều rộng của thanh $a >> d$. Tìm lực tác dụng lên một đơn vị diện tích của thanh, nếu có hai dòng điện lớn bằng nhau chạy ngược chiều nhau trên hai thanh.
- 7.55. Trên cơ sở những suy luận về mặt năng lượng, hãy đánh giá hệ số tự cảm của một vòng tròn chu vi I làm bằng dây mảnh bán kính r .
- 7.56. Hai ống dây dài tương tự nhau, chiều dài mỗi ống $l = 50$ cm được đặt hướng hai dây vào nhau (H.115). Hai ống kéo nhau với một lực $F = 1$ N khi có dòng $I = 10$ A chạy qua các cuộn dây của chúng. Hỏi hệ số tự cảm L của mỗi ống dây bằng bao nhiêu?



Hình 115

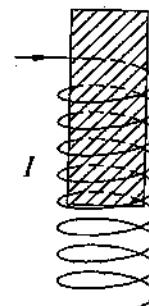


Hình 116

- 7.57. Hai cuộn dây nhỏ giống nhau được đặt sao cho trục của chúng cùng nằm trên một đường thẳng (H.116). Khoảng cách giữa hai cuộn dây $l = 10$ cm lớn hơn nhiều so với kích thước dài của hai cuộn dây. Số vòng của mỗi cuộn dây $N = 100$, diện tích các vòng dây $S = 1\text{cm}^2$. Hỏi lực tương tác giữa chúng bằng bao nhiêu nếu có dòng điện $I = I_1 = I_2 = 0,1$ A chạy qua chúng? Hệ số hổ cảm M giữa hai cuộn dây bằng bao nhiêu?

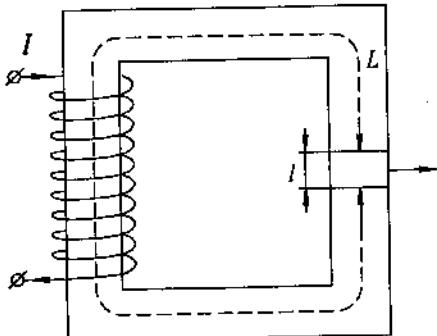
- 7.58. Một thanh hình trụ dài có độ từ thẩm μ , tiết diện ngang S bị hút vào ống dây có từ trường B với một lực bằng bao nhiêu? Thanh nằm trên trục của ống dây sao cho một đầu thanh nằm trong ống dây, đầu còn lại nằm bên ngoài. Giả thiết từ trường của ống dây gần đầu thanh thứ nhất là đều, gần đầu thanh thứ hai (bên ngoài ống dây) bằng không.

- 7.59. Một lõi dài bằng vật liệu có $\mu = 100$ bị một lực $F = 10$ N hút vào một ống dây dài có dòng $I = 10$ A chạy qua. Lõi chèn kín theo tiết diện của ống dây và được đưa vào tới độ sâu khá lớn so với đường kính của nó (H.117). Tìm hệ số tự cảm L của ống dây (khi không có lõi), nếu chiều dài của nó là $l = 50$ cm.

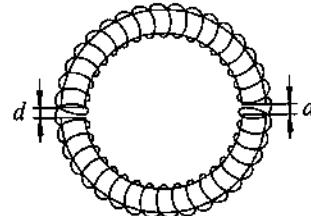


Hình 117

- 7.60. Một ống dây dài quấn trên một ống mao dẫn được nhúng một đầu vào dung dịch thuận từ có khối lượng riêng ρ và độ từ thẩm μ . Hỏi độ cao của chất lỏng trong mao dẫn thay đổi như thế nào nếu cho dòng điện I chạy qua ống dây? Số vòng dây trên một đơn vị dài của ống dây là n .
- 7.61. Trong lõi của một nam châm điện có một khe nhỏ l , khe được chèn bằng một tấm cùng chất liệu với lõi (H.118). Hỏi cần phải thực hiện một công chống lại các lực từ bằng bao nhiêu để có thể kéo tấm ra khỏi khe hở? Chiều dài lõi bằng L , tiết diện tại mọi điểm như nhau và bằng S , độ từ thẩm $\mu \gg 1$. Cuộn dây của nam châm có N vòng, dòng điện chạy qua bằng I . Bỏ qua sự tiêu tán từ trường.

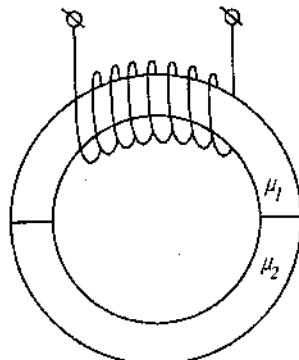


Hình 118



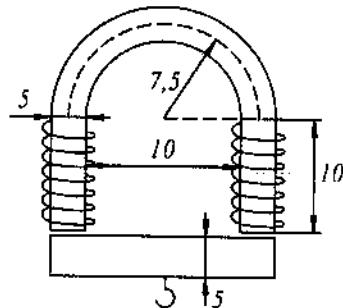
Hình 119

- 7.62. Một cuộn dây có N vòng quấn trên một lõi xuyên sắt có độ từ thẩm μ (H.119). Bán kính xuyên là R , bán kính tiết diện của lõi xuyên $r \ll R$. Người ta cắt lõi xuyên làm hai nửa và dịch ra để tạo một khe không khí d . Xác định lực hút giữa hai nửa lõi xuyên, nếu trong cuộn dây có cường độ dòng điện I . Xét trường hợp $d = 0$.
- 7.63. Lực nâng của một nam châm điện (H.120) sẽ thay đổi như thế nào nếu nửa dưới của lõi được làm bằng vật liệu có độ từ thẩm μ_2 khác với độ từ thẩm μ_1 của nửa trên ($\mu_2 \neq \mu_1$)?



Hình 120

- 7.64. Một nam châm điện làm từ thanh sắt
tiết diện vuông có dạng hình móng
ngựa với kích thước cho trên hình 121
(tính bằng cm). Số vòng của cuộn dây
 $N = 200$. Cường độ dòng điện $I = 2$ A.
Hỏi lực nâng F của nam châm bằng bao
nhiêu, nếu $\mu = 200$?



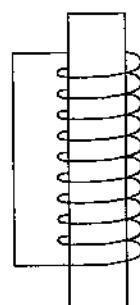
- 7.65. Người ta đưa một thanh nam châm tiết
diện $S = 1\text{cm}^2$, chiều dài $l = 10\text{cm}$ lại
gần một chiếc la bàn và đặt cách nó
một khoảng $L = 1\text{m}$. Hỏi cần đưa nam châm về phía và hướng nào để
góc lệch kim la bàn φ lớn nhất? Tìm φ biết cảm ứng từ dư của chất
làm thanh nam châm $B_1 = 1\text{T}$, thành phần nằm ngang của từ trường
Trái Đất $B_0 = 0,2 \cdot 10^{-4}\text{T}$.

Hình 121

- 7.66. Tìm sự thay đổi tương đối của tần số tiến động của một con quay nặng
nhiễm từ trong trọng trường, nếu đặt tại đó một từ trường $B = 0,1\text{T}$
hướng thẳng đứng lên trên. Cường độ từ hoá $\bar{\sigma}$ giả thiết không đổi,
đều, hướng theo trục con quay và có độ lớn $\bar{\sigma} = 2 \cdot 10^{-4}\text{kA/m}$, khối
lượng riêng của chất làm con quay $\rho = 8\text{g/cm}^3$. Khoảng cách từ điểm
tựa đến khối tâm của con quay $l = 2\text{cm}$.
- 7.67. Chiều dài của một ống dây trụ một lớp lớn hơn rất nhiều bán kính R
của nó. Dây quấn có tiết diện vuông cạnh $a \ll R$. Các vòng dây đặt
khít nhau. Khi có dòng điện chạy qua cuộn dây xuất hiện lực phá huỷ
cuộn dây. Tìm dòng tối hạn I_0 để khi đó xảy ra đứt dây của cuộn ở
giữa ống dây nếu dây quấn chịu lực kéo dãn không vượt quá F .
- 7.68. Một ống dây dài, siêu dãn, nối tắt hai đầu dây được các dây quấn
đường kính $d = 0,2\text{mm}$, quấn khít thành một lớp. Đường kính ống dây
 $D = 2\text{cm}$. Biết rằng tính siêu dãn mất đi khi từ trường ngoài đạt giá trị
tối hạn $B_{th} = 1,5\text{T}$. Hỏi có thể kích thích trong cuộn dây siêu dãn một
dòng điện cực đại bằng bao nhiêu nếu độ bền của dây $F_p = 5\text{N}$.
- 7.69. Một mặt cầu siêu dãn bán kính $R = 8\text{cm}$, gồm hai nửa mặt cầu như
nhau, đặt trong từ trường ngoài đồng nhất có $B_0 = 0,1\text{T}$ vuông góc với
mặt phẳng cắt hai nửa cầu. Tìm lực cần thiết để tách hai nửa quả cầu.

- 7.70. Tính lực phá huỷ trong một vòng siêu dẫn bán kính R làm bằng dây hình trụ bán kính r ($r \ll R$), có dòng điện I chạy qua. Độ tự cảm của vòng $L = 4\pi R[\ln(8R/r) - 2]$.

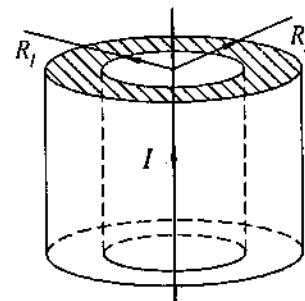
- 7.71. Trong một ống dây siêu dẫn dài nối tắt có từ trường bên trong ban đầu bằng B_0 tại tâm ống dây, diện tích tiết diện S . Người ta đưa vào ống dây một lõi siêu dẫn dài có tiết diện σ (H.122). Tìm áp suất P lên mặt cạnh của lõi. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh.



Hình 122

- 7.72. Một ống dây siêu dẫn có dòng điện chạy trong cuộn dây. Ống dây bị biến dạng sao cho từ trường của nó bị nén đoạn nhiệt. Hỏi bằng phương trình nào (tương tự phương trình đoạn nhiệt trong khí động học) có thể mô tả sự thay đổi áp suất từ trường khi tiết diện ống dây thay đổi?

- 7.73. Dọc theo trục của một trụ rỗng bằng chất siêu dẫn bán kính R_1 và R_2 , người ta đặt một dây dẫn dài (H.123). Hỏi các dòng điện chạy qua bề mặt bên trong và bên ngoài của trụ bằng bao nhiêu nếu có dòng điện I chạy trong dây dẫn? Xác định các áp suất từ lên thành trụ.

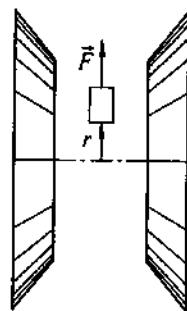


Hình 123

- 7.74. Các dòng điện chạy trên bề mặt một vật siêu dẫn làm cho từ trường bên trong nó luôn bằng không. Tuy nhiên nếu xung quanh vật có từ trường mạnh thì tính siêu dẫn mất đi và kim loại trở lại trạng thái bình thường. Đối với chì ở nhiệt độ 2K thì từ trường giới hạn $B_{th} = 0,075$ T. Xác định kích thước lớn nhất của quả cầu có thể treo trên đệm từ ở nhiệt độ này. Khối lượng riêng của chì $\rho = 11,3$ g/cm³.

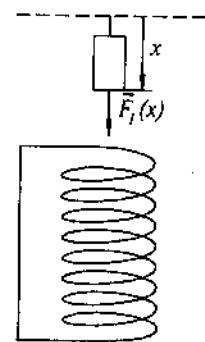
- 7.75. Cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để đưa một vòng siêu dẫn vào trong một ống dây siêu dẫn dài, nối tắt hai đầu? Đường kính vòng và ống dây giả thiết bằng nhau, còn trục của chúng song song với nhau. Khi không có vòng siêu dẫn dòng điện trong ống dây bằng không, dòng điện ban đầu trong vòng I_0 . Độ tự cảm của vòng L , của ống dây là L_{od} , số vòng dây của ống dây là N .

- 7.76. Để xác định độ hấp thụ từ của chất nghịch từ người ta đo lực đẩy vật mẫu nhỏ từ khe giữa hai nam châm điện bằng cân (H.124). Giả thiết từ trường trong khe thay đổi theo bán kính theo quy luật $B = B_0 e^{-\alpha r^2}$, trong đó r là khoảng cách từ trục đối xứng (tính bằng cm), $B_0 = 0,1 \text{ T}$ là từ trường trên trục, $\alpha = 10^{-2} \text{ cm}^{-2}$ là hằng số. Cần phải đặt vật mẫu nghịch từ ở khoảng cách nào để lực đẩy lớn nhất? Lực này bằng bao nhiêu đối với vật mẫu có dạng đĩa mảnh thể tích $V = 0,1 \text{ cm}^3$? Độ hấp thụ từ của chất nghịch từ giả thiết bằng $\chi = -1,4 \cdot 10^{-5}$ (vismut). Đĩa được đặt vuông góc với từ trường.



Hình 124

- 7.77. Trong một ống dây dài với mật độ quấn dây $n = 20$ vòng/cm người ta đặt một thanh nhỏ làm bằng chất từ. Đường từ hoá của chất đó có thể mô tả gần đúng bằng biểu thức $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{bh}(1 - e^{-H/H_0})$. Một đầu thanh nằm ở giữa ống dây, đầu còn lại nằm bên ngoài cách xa đầu ống dây. Tìm lực hút thanh vào ống dây khi $I = 10 \text{ A}$. Tiết diện thanh $S = 0,8 \text{ cm}^2$, $H_0 = \frac{6,25}{\pi} \cdot 10^4 \text{ A/m}$, $\mathcal{Z}_{bh} = 0,64\pi \text{ A/m}$.

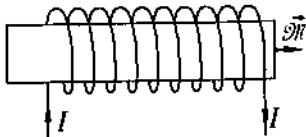


Hình 125

- 7.78. Người ta sử dụng các cân nhạy để đo lực hút vật mẫu làm bằng chất thuận từ vào cuộn dây siêu dẫn nỗi tắt hai đầu (H.125). Biết rằng khi $x = 0$ độ tự cảm của cuộn dây bằng L_0 , dòng điện trong cuộn dây I_1 . Thí nghiệm đầu tiên cho kết quả sự phụ thuộc của lực hút là $F_1(x)$. Ở thí nghiệm thứ hai cuộn dây được đưa về trạng thái bình thường (không siêu dẫn) và có dòng I_2 chạy qua từ nguồn bên ngoài. Hỏi nếu tiếp tục đo lực tác dụng lên vật mẫu ta sẽ nhận được sự phụ thuộc $F_2(x)$ như thế nào?

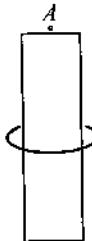
- 7.79. Bên trong một ống dây dài với mật độ quấn n có một ống dây nhỏ với diện tích các vòng dây S và số vòng dây là N . Trục của ống dây nhỏ lệch một góc θ so với trục của ống dây lớn. Các ống dây mắc nối tiếp với nhau và có dòng điện I chạy qua. Hỏi momen lực tác dụng lên ống dây nhỏ bằng bao nhiêu?

- 7.80. Tại tâm của mặt mút một ống dây dài có luồng cực từ với momen từ \mathfrak{M} hướng dọc theo trục của ống dây (H.126). Trong ống dây có dòng điện I chạy qua. Mật độ quấn dây n [vòng/cm]. Bán kính ống dây R . Tìm lực tác dụng lên luồng cực.

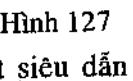


Hình 126

- 7.81. Một quả cầu siêu dẫn nhỏ có thể chuyển động tự do dọc theo trục của một vòng mảnh bán kính R có dòng điện chạy qua. Hỏi tại khoảng cách nào giữa quả cầu và mặt phẳng vòng thì lực tác dụng lên quả cầu là lớn nhất? Hướng của lực này như thế nào?
- 7.82. Một trụ siêu dẫn dài (làm bằng chất siêu dẫn loại I) được đưa vào từ trường đều không đổi có cảm ứng từ B hướng song song với trục trụ. Xác định lực f tác dụng lên một đơn vị diện tích mặt của trụ.
- 7.83. Nam châm vĩnh cửu với momen từ $\mathfrak{M} = 0,1 \text{ T.cm}^3$, khối lượng $m = 10 \text{ g}$ sẽ bay ngang ở độ cao h nào trên mặt phẳng siêu dẫn nằm ngang làm bằng chất siêu dẫn loại I. Giả thiết nam châm là luồng cực điện.
Hướng dẫn. Sử dụng phương pháp ảnh điện và sử dụng biểu thức tính thế năng tương tác giữa hai luồng cực điện.
- 7.84. Một vòng siêu dẫn được treo trên một thanh nhiễm từ đồng nhất, cảm ứng từ tại một cực (diagram A) là B_0 (H.127). Trong quá trình trên phải tiêu hao một công A . Hỏi dòng điện I trong vòng bằng bao nhiêu nếu tiết diện nam châm là S ?

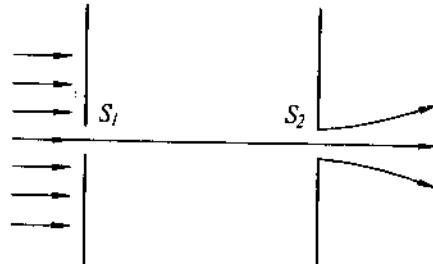


- 7.85. Từ trường luồng cực của sao neutron $B_0 \sim 10^8 \text{ T}$, khối lượng $M \sim 1,5 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, bán kính $R_0 \sim 10 \text{ km}$. Thông qua các số liệu trên, hãy xác định hằng số chuyển động của một giọt siêu dẫn khối lượng riêng $\rho \sim 10 \text{ g/cm}^3$ gần bề mặt sao, nếu giả thiết từ trường không phá huỷ tính siêu dẫn.



§8. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC HẠT MANG ĐIỆN TRONG ĐIỆN TRƯỜNG VÀ TỪ TRƯỜNG. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG HALL. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT THỂ KHI CÓ CÁC LỰC PONDERMOTOR

- 8.1. Ba electron ở trạng thái đứng yên được đặt lên ba đỉnh của một tam giác đều cạnh $a = 1\text{ cm}$. Sau đó chúng bắt đầu chuyển động do đẩy lẫn nhau. Xác định vận tốc tối hạn của chúng.
- 8.2. Giải bài 8.1 đối với các vận tốc tương đối ($v \approx c$, c là vận tốc ánh sáng). Với giá trị nào của a có thể sử dụng sự gần đúng không tương đối?
- 8.3. Trong một tụ điện phẳng với cường độ điện trường $E = 1000\text{ V/m}$ từ bản cực âm các electron bay ra do sự phát xạ nhiệt điện tử. Chú ý tới sự tác động của điện trường, hãy xác định xem tại khoảng cách nào tính từ bản cực âm vận tốc của các electron sẽ nhỏ nhất?
- 8.4. Dọc theo một ống thoát dài hình trụ bán kính R người ta tạo ra một dòng electron ổn định, đối xứng trực. Các electron sẽ được gia tốc khi có hiệu điện thế U đi qua. Tìm sự phân bố mật độ electron phụ thuộc vào bán kính r trong một tiết điện ngang bất kỳ của dòng, nếu kết quả đo từ trường theo hàm của r trong tiết điện này có dạng $B = B_0(r/R)^q$ với $r < R$, $q > 0$, trong đó B_0 và q là các hằng số. Xác định cường độ điện trường $E(r)$, giả thiết rằng các thông số của dòng electron không thay đổi dọc theo trực của nó.
- 8.5*. Hai khe S_1 và S_2 cùng độ rộng $d = 0,1\text{ cm}$ (H.128) đặt trong khoang thoát để chia chùm tia electron phẳng mang năng lượng $W = 400\text{ eV}$. Hỏi tại khoảng cách x nào tính từ khe S_2 thì độ rộng của chùm electron sẽ tăng gấp đôi do lực đẩy coulomb giữa các electron, nếu dòng điện electron



Hình 128

trên mỗi đơn vị dài của khe (sau khe S_2) là $i = 10^{-4}\text{ A/cm}$? Trong quá trình tính giả thiết chiều dài của khe là vô hạn.

- 8.6*. Xác định tần số dao động ngang của các proton bị dòng electron tương đối ($v \approx c$) cuốn theo. Tiết diện dòng electron $\pi R^2 = 3,14 \cdot 10^{-2}\text{ cm}^2$, dòng điện $I = 10^3\text{ A}$.

- 8.7. Từ máy gia tốc phun ra một chùm proton với năng lượng $W = 4 \text{ MeV}$, sau đó nó đi được trong chân không một quãng đường $l = 4 \text{ m}$ trước khi va vào bia chắn. Do tương tác coulomb giữa các hạt mà kích thước chùm proton tăng lên. Xác định mật độ dòng điện lớn nhất có thể, nếu giả sử bán kính chùm tăng thêm $\delta = 10\%$ so với bán kính ban đầu. Sự phân bố các hạt trong chùm đổi xứng trực, bỏ qua vận tốc ngang ban đầu của chúng.

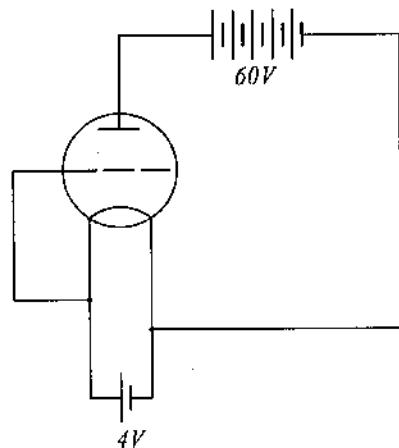
- 8.8. Trên hình 129 biểu diễn đèn electron phát sáng trực tiếp bằng toàn bộ hiệu điện thế đặt vào. Hỏi khi các electron gặp anot của đèn, chúng có vận tốc bằng bao nhiêu (tính bằng vôn)?

- 8.9. Tìm tỉ số giữa lực đẩy coulomb và lực hút ampe giữa hai chùm electron song song, được gia tốc bởi hiệu điện thế $U = 10 \text{ kV}$.

- 8.10. Cần phải cho bao nhiêu ion dương cố định, điện tích +1 vào không gian của chùm electron hình trụ đồng nhất chuyển động với vận tốc v song song với trục để bán kính chùm electron khi chuyển động không thay đổi? Mật độ electron trong chùm là n_0 . Bỏ qua sự va chạm giữa các electron và các ion.

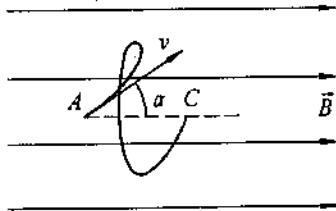
- 8.11. Một chùm electron chuyển động theo một kênh plasma hình trụ đã trung hoà các điện tích không gian. Mật độ dòng điện trong chùm tia giảm đơn điệu khi xa dần trục. Xác định cường độ dòng điện (tính bằng A) để kích thước quỹ đạo electron trở lên nhỏ hơn bán kính của chùm. Vận tốc electron $v = 0,9c$, trong đó c là vận tốc ánh sáng.

- 8.12. Một electron bay vào từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} (H.130), tại điểm A nó có vận tốc \vec{v} tạo với phuong của cảm ứng từ một góc α . Sau khi di một vòng xoắn nó đến điểm C . Hỏi khoảng cách AC bằng bao nhiêu?



Hình 129

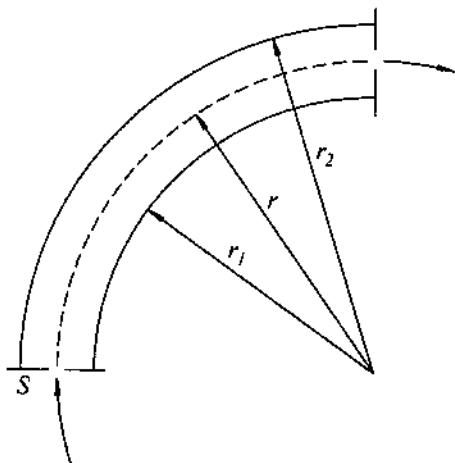
- 8.13. Máy gia tốc proton Serpukhovski gia tốc các hạt năng lượng $W = 76 \text{ GeV} = 7,6 \cdot 10^{10} \text{ eV}$. Nếu không tính quá trình gia tốc thì có thể



Hình 130

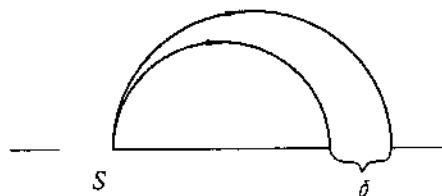
giả thiết rằng các proton sau khi tăng tốc chuyển động theo đường tròn bán kính $R = 236$ m và được giữ theo đường tròn bằng từ trường vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo. Tìm từ trường cần thiết cho quá trình trên.

- 8.14***. Để mô phỏng quỹ đạo một hạt của nguyên tử có điện tích e và xung lượng \tilde{p} chuyển động trong từ trường đều người ta sử dụng trường hợp một dây dẫn mềm nhẹ (không trọng lượng) với cường độ dòng điện I dưới tác dụng liên tục của lực kéo cơ học T sẽ nằm đúng vị trí trùng với quỹ đạo của hạt trong từ trường, bán kính cong của quỹ đạo là r . Tìm mối liên hệ giữa I , e , r , T . Hạt chuyển động vuông góc với từ trường. Giả thiết rằng bên ngoài từ trường các đoạn của dây dẫn thẳng và nằm dọc theo các quỹ đạo thẳng của hạt.
- 8.15.** Có thể mô phỏng quỹ đạo của hạt tích điện trong từ trường bằng cách căng một dây dẫn có dòng điện chạy qua vào khe của một nam châm. Hỏi cần phải kéo căng dây có dòng điện $I = 1$ A với lực F bằng bao nhiêu, để mô phỏng quỹ đạo của một proton mang năng lượng $W = 1$ MeV?
- 8.16.** Thiết bị chọn lọc khối lượng dùng để phân chia các hạt của nguyên tử có khối lượng khác nhau. Thiết bị gồm một tụ trụ có bán kính trong $r_1 = 2,4$ cm và bán kính ngoài $r_2 = 3$ cm (H.131). Các tia ion bay vào thiết bị qua khe hẹp S nằm chính giữa các bản tụ. Từ trường đều $B = 0,2$ T đặt song song với trục của tụ (tức là vuông góc với mặt phẳng hình véc). Hỏi cần phải đặt giữa hai bản tụ một hiệu điện thế có chiều và giá trị như thế nào để ion “dương” ${}^7\text{Li}$ tích điện duy nhất bay dọc theo đường trung bình của tụ, tức là theo đường tròn bán kính $r = 2,7$ cm? Tìm cường độ điện trường trên đường tròn này. Năng lượng của ion $W = 1000$ eV. Khối lượng nguyên tử hiđrô $1,67 \cdot 10^{-27}$ g. Cần phải giảm hiệu điện thế này bao nhiêu để ion ${}^6\text{Li}$ có thể bay theo đường trung bình của tụ?



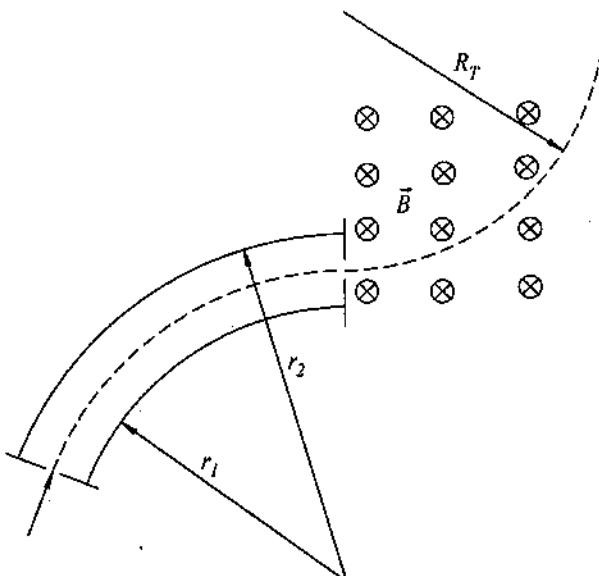
Hình 131

- 8.17. Trong máy phân tích đồng vị ^{235}U và ^{238}U chùm ion uran đã được ion hóa và gia tốc một lần với năng lượng $W = 5 \text{ keV}$ bay từ nguồn qua khe S (H.132) vào từ trường đều vuông góc với mặt phẳng hình vĩ. Trong từ trường các ion khối lượng khác nhau chuyển động theo các đường tròn khác nhau và sau khi bay được nửa vòng thì rơi vào máy hấp thụ. Cấu trúc máy hấp thụ phải có dạng sao cho khoảng cách giữa chùm tia ^{235}U và ^{238}U ở đầu ra không nhỏ hơn $\delta = 5 \text{ mm}$. Hỏi cảm ứng từ B phải bằng bao nhiêu để thỏa mãn điều kiện này? Tìm thời gian t cần thiết để phân chia $M = 1 \text{ kg}$ uran tự nhiên, nếu dòng điện ion do nguồn sinh ra $I = 5 \text{ mA}$. Giả thiết khối lượng proton và neutron bằng nhau và bằng $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$.



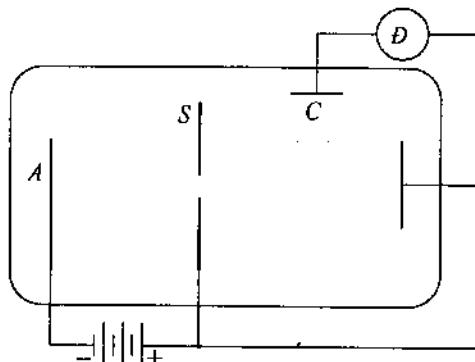
Hình 132

- 8.18. Máy ly tâm hoạt động như sau: các ion khối lượng khác nhau bay vào đầu của một tụ trụ có bán kính ngoài r_1 , bán kính trong r_2 và sau khi chuyển động theo đường tròn chúng bay vào từ trường \vec{B} (H.133). Hỏi tỉ số giữa khối lượng và diện tích M/q của ion bằng bao nhiêu nếu nó bay qua máy ly tâm khi hiệu điện thế giữa hai bản tụ là U , còn bán kính quỹ đạo của nó trong từ trường là R_T ?

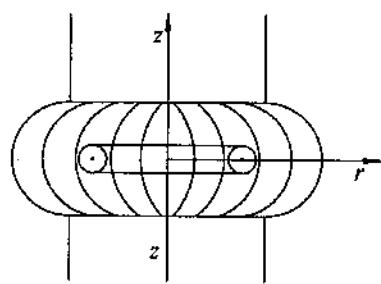


Hình 133

8.19. Một trong những phương pháp cổ điển để xác định tỉ số giữa điện tích và khối lượng electron $\frac{e}{m}$ là: các electron bứt ra từ đĩa nhôm A được gia tốc bằng hiệu điện thế U giữa A và khe S (H.134). Sau khi đi qua khe S , tia electron bay vào từ trường đều vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Tất cả hệ đặt trong chân không. Bằng cách thay đổi độ lớn của từ trường làm cho dòng điện trên colector C được ghi bởi điện kế G có giá trị lớn nhất. Sau khi đo từ trường B tại thời điểm này có thể tính $\frac{e}{m}$. Tính tỉ số đó nếu khoảng cách giữa khe S đến colector C là $d = 10\text{ cm}$, góc giữa đường thẳng nối S với C và hướng ban đầu của chùm tia là $\alpha = 30^\circ$, $U = 1000\text{ V}$, $B = 10,6 \cdot 10^{-4}\text{ T}$.



Hình 134



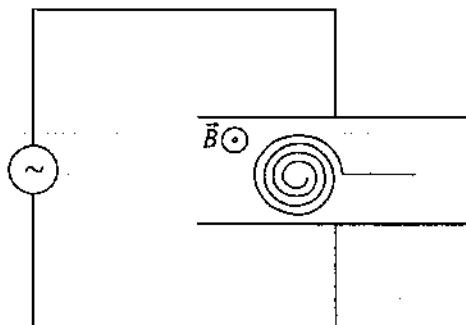
Hình 135

8.20. Trong máy gia tốc tác dụng thẳng, proton chuyển động trong từ trường gần đồng nhất bên trong ống chân không. Các từ trường bên ngoài làm cong quỹ đạo của nó, làm cho proton có thể đập vào thành ống và không tới được cuối ống. Xác định độ lớn cho phép của từ trường ngoài đồng nhất trong vùng của máy gia tốc này, nếu chiều dài của ống $l = 2\text{ m}$, các proton được gia tốc đến năng lượng $W = 4\text{ MeV}$. Độ lệch cho phép của proton khỏi trục của ống tại cuối ống là $b = 1\text{ cm}$. Bỏ qua vận tốc ban đầu của proton.

8.21*. Một hạt khối lượng m , điện tích e chuyển động theo quỹ đạo tròn cân bằng bán kính r_0 trong mặt phẳng ngang của khe hở nam châm (H.135). Tại khe hở này từ trường giảm theo bán kính theo quy luật $B_z(r) = A/r^n$ (trong đó $0 < n < 1$). Tâm quỹ đạo nằm trên trục đối xứng zz. Xác định tần số dao động thẳng đứng ω_z của hạt trên quỹ đạo cân bằng này trong trường hợp bị lắc nhẹ theo phương ngang.

- 8.22*. Với các điều kiện của bài toán 8.21*, hãy xác định tần số dao động hướng tâm của hạt trong trường hợp bị lắc nhẹ khỏi quỹ đạo cân bằng.
- 8.23. Trong các máy gia tốc các hạt tích điện, cảm ứng từ B của từ trường hướng dọc theo trục đối xứng và thay đổi gần quỹ đạo cân bằng của các hạt theo quy luật $B \sim 1/r^n$, trong đó r là bán kính quỹ đạo, n là chỉ số đặc trưng. Hỏi với giá trị nào của từ trường đảm bảo các hạt không những chuyển động tròn theo quỹ đạo cân bằng mà còn ổn định theo phương bán kính?
- 8.24*. Một ống dây dài được quấn dây sao cho từ trường dọc theo trục của nó biến đổi theo quy luật tuyến tính $B = B_0(1 + |x|/L)$, trong đó x là khoảng cách tính từ tâm ống dây, còn $L = 15$ cm là tham số của từ trường. Đường kính ống dây $d \ll L$, từ trường B không phụ thuộc vào thời gian (Chú ý rằng biểu thức đã cho của $B(x)$ không thể lấy giá trị ở lân cận điểm $x = 0$, nó không tồn tại để bài toán giải được). Một hạt tích điện chuyển động sao cho quỹ đạo của nó nằm hoàn toàn bên trong ống dây (để đơn giản có thể giả thiết rằng quỹ đạo đối xứng qua trục ống dây). Hãy mô tả chuyển động của hạt. Tìm chu kỳ và biên độ dao động của hạt dọc theo trục ống dây nếu biết rằng tại mặt cắt ngang ở tâm ống dây hạt chuyển động dưới một góc 60° so với trục ống dây với vận tốc $v = 100$ cm/s.
- 8.25*. Một trong những cách tạo nhiệt độ cao cần thiết cho các phản ứng nhiệt hạch là sử dụng “từ trường cách nhiệt”. Từ trường ngăn không cho các hạt chuyển động nhanh thoát ra khỏi vùng nhiệt độ cao. Tìm cường độ dòng điện I trong cột khí phóng điện bán kính $R = 3$ cm để các electron có vận tốc trung bình chuyển động hỗn loạn ứng với nhiệt độ $T = 10^6$ K không thể thoát khỏi bề mặt ống quá khoảng cách $r = 2.10^{-3}$ cm.
- 8.26. Khi xét chuyển động của các electron trong nguyên tử theo thuyết cổ điển, hãy chứng minh rằng momen cơ học \vec{L} và momen từ $\vec{\mathcal{M}}$ liên hệ với nhau bởi biểu thức $\vec{\mathcal{M}} = -\frac{e}{2mc} \vec{L}$.
- 8.27. Nhớ lại lý thuyết con quay và sử dụng kết quả của bài toán 8.26, hãy chứng minh rằng trong từ trường ngoài \vec{B} của nguyên tử tiến động với tần số $\vec{\omega} = -\frac{e}{2mc} \vec{B}$ (định lý Larmor).

- 8.28.** Trong máy Omegatron ion của khí dư chuyển động theo hình xoắn ốc trong điện trường biến thiên (thay đổi với biên độ $E = 1 \text{ V/cm}$) vuông góc với từ trường không đổi ($B = 0,3 \text{ T}$) (H.136). Tìm tần số mà ion N_2 có được khi đến cực góp điện (colector). Với tần số này bán kính đường xoắn ốc sẽ tăng cho đến khi ion chạm vào cực góp tại giá trị $R = 1 \text{ cm}$. Nếu thay đổi tần số một chút thì lúc đầu ion quay theo xoắn ốc sau đó quay ngược về phía nguồn. Hỏi cần thay đổi tần số bao nhiêu để dòng điện tại cực góp bằng không?



Hình 136

- 8.29.** Một quả cầu khối lượng $m = 1 \text{ g}$, điện tích $q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9} \text{ C}$ được đặt trong ống dây trên một mặt phẳng ngang không ma sát. Trục của ống dây thẳng đứng. Ban đầu không có dòng điện trong ống dây, sau đó người ta đóng mạch và trong ống dây xuất hiện từ trường đều không đổi $B = 0,01 \text{ T}$. Trong thời gian từ trường tăng xuất hiện điện trường làm quả cầu chuyển động. Dòng điện tăng nhanh đến mức trong thời gian từ trường được thiết lập quả cầu không kịp di chuyển một khoảng đáng kể. Xác định bán kính r của quỹ đạo tròn mà quả cầu sẽ chuyển động sau khi có từ trường. Tìm chu kỳ quay của quả cầu nếu ban đầu nó nằm cách trục ống dây một khoảng R . Phân tích các kết quả số và trả lời câu hỏi: có thể quan sát hiện tượng này với quả cầu lớn được không? Khi thiết lập thí nghiệm với các hạt vĩ mô tích điện khó khăn ở điểm nào?

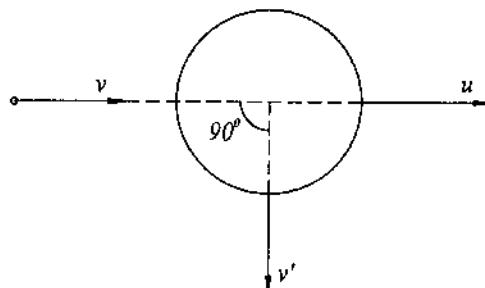
- 8.30.** Trong máy gia tốc electron Bêtatron, suất điện động cảm ứng xuất hiện do sự thay đổi từ thông qua quỹ đạo các electron đóng vai trò hiệu điện thế gia tốc. Các electron trong trường hợp này chuyển động theo quỹ đạo có bán kính gần như không đổi. Giả thiết bán kính quỹ đạo electron không đổi, xác định tỉ số cần thiết tại thời điểm này giữa từ trường trung bình $B(t)$ xuyên qua quỹ đạo các electron và từ trường trên quỹ đạo các electron $B(t)$. Từ trường song song với trục đối xứng của buồng chân không trong Bêtatron.

- 8.31. Từ trường lưỡng cực của sao neutron $B_0 \sim 10^8$ T, khối lượng $M \approx 1,5 \cdot 10^{30}$ kg, bán kính $R_0 \approx 10$ km. Đánh giá bằng số những lực nào đóng vai trò quyết định trong động lực electron tương đối ($v \approx c$, $W \sim 3$ MeV) tại khoảng cách xấp xỉ bán kính quỹ đạo Trái Đất (150 triệu km).

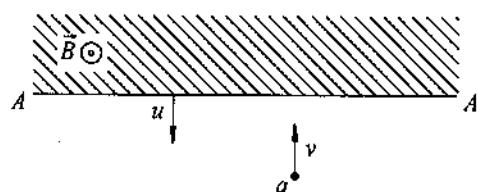
- 8.32. Một ống dây dài có dòng điện chạy qua, chuyển động với vận tốc \bar{u} hướng vuông góc với trục của nó. Một hạt tích điện có vận tốc \bar{v} ($c > v > u$) đuổi theo ống dây, sau khi xuyên giữa các vòng dây, nó bay ra với vận tốc tạo một góc 90° so với hướng ban đầu (H.137). Tìm sự thay đổi tương đối năng lượng của hạt.

- 8.33. Một trong những cơ chế gia tốc các hạt mang điện (các proton và hạt nhân) trong các tia vũ trụ trong thiên hà được giải thích bởi sự phản chiếu của những "dám mây từ" đang chuyển động – đó là các luồng plasma ion hoá mang các từ trường mạnh "đóng băng". Trên hình 138 biểu diễn đường biên của vùng nhiễm từ AA' (vùng có từ trường bị gạch chéo) đang chuyển động với vận tốc \bar{u} . Từ trường trong dám mây vuông góc mặt phẳng hình vẽ. Hạt nhân tích điện chuyển động vuông góc với đường biên AA' với vận tốc \bar{v} ($v \gg u$). Tìm sự biến thiên tương đối năng lượng của hạt nhân khi bị dám mây phản chiếu, tính đến cả tác động của từ trường và điện trường.

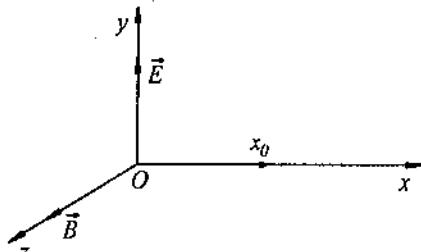
- 8.34. Trong không gian giữa hai trường vuông góc \vec{E} và \vec{B} ($\vec{E} \perp \vec{B}$) từ một điểm x_0 các electron bay ra với cùng vận tốc $v \ll c$ nằm trong mặt phẳng Oxy (H.139). Giả thiết $E \ll B$ (trong hệ Gauss) và bỏ qua sự tương tác lẫn nhau giữa các electron. Hỏi tại khoảng cách l và sau thời gian T bằng bao nhiêu các electron lại gặp nhau ở một



Hình 137



Hình 138



Hình 139

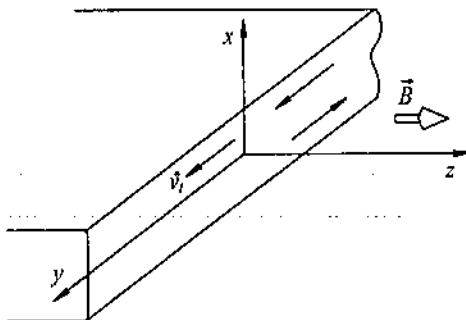
điểm? Biểu diễn (một cách định tính) quỹ đạo của hạt, nếu biết rằng tại thời điểm ban đầu nó đứng yên ở điểm x_0 .

Hướng dẫn. Chuyển sang hệ tọa độ mà tại đó điện trường bằng không.

- 8.35. Electron vận tốc v bay vào vùng có từ trường và điện trường đều, không đổi và vuông góc với nhau \vec{E} và \vec{B} . Vận tốc \vec{v} vuông góc với cả điện trường và từ trường. Tìm quỹ đạo chuyển động của electron.

- 8.36. Một lớp electron phẳng song song có mật độ đều được giữ trong chân không bằng từ trường đều với $B = 57 \cdot 10^{-4}$ T (H.140). Từ trường song song với bề mặt của lớp. Độ dày của lớp electron $\delta = 1$ cm.

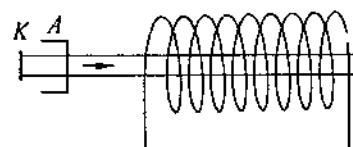
Mật độ electron trong lớp $n = 10^7$ electron/cm³. Trong những điều kiện trên các electron chuyển động song song với bề mặt lớp trong mặt phẳng vuông góc với từ trường (hiện tượng trôi). Xác định vận tốc trôi v , theo sự phụ thuộc vào khoảng cách x tới mặt phẳng đối xứng. Xác định hiệu điện thế ΔV giữa mặt phẳng đối xứng và các bề mặt ngoài của lớp. Đối với các electron tỉ số $e/m_e = 1,759 \cdot 10^{11}$ C/kg.



Hình 140

- 8.37. Một chùm electron có dạng ống mỏng chuyển động theo hướng trục của nó và quay quanh trục trong chân không giữa các bán kính của một tụ trục đồng trục với chùm tia (bán kính trong của tụ trục r_1 , bán kính ngoài r_2). Giả thiết chùm tia là một bề mặt tích điện vô cùng mỏng cuộn lại thành ống bán kính r_0 , vận tốc toàn phần của các electron cho trước và bằng v_0 , tìm dòng điện cực đại I_{\max} có thể được tạo ra bởi chùm electron trong khoảng không giữa hai bản tụ. Hai bản tụ được nối tắt với nhau, chiều dài của tụ rất lớn so với khoảng cách giữa hai bản.

- 8.38. Một chùm electron hình trụ được bắn ra từ súng phóng electron dọc theo trục của một ống dây nằm trong chân không (H.141). Do cắt qua các đường sức hội tụ tại vùng có từ trường không

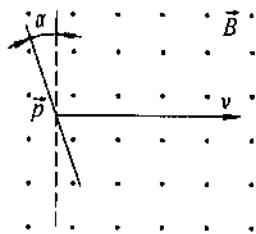


Hình 141

đều gần đầu mút ống dây nên chùm tia bắt đầu quay đều. Giả thiết rằng súng phóng electron nằm xa đầu ống dây. Tim vận tốc góc của chùm tia. Bỏ qua vận tốc hướng tâm của các electron do từ trường không đều gây ra. Giải bài toán đối với ống dây có mật độ quấn dây $n = 10$ vòng/cm, cường độ dòng điện $I = 10\text{A}$, đối với các electron $e/m_e = 1,759 \cdot 10^{11} \text{C/kg}$.

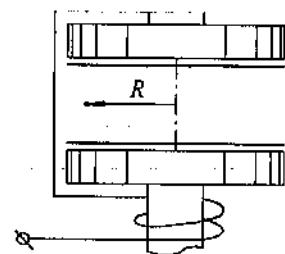
- 8.39.** Một chùm electron hình trụ chuyển động bên trong ống thoát bằng kim loại bán kính R theo hướng của từ trường đều bên ngoài và quay đều quanh trục của nó với vận tốc góc Larmor $\omega_L = eB/(2me)$. Từ trường ngoài có cảm ứng từ \vec{B} hướng dọc theo trục của chùm tia. Vì thế mà tất cả các lực hướng tâm cân bằng nhau (trạng thái cân bằng Brilluene, chùm tia Brilluene). Tim sự phụ thuộc của vận tốc dọc v vào khoảng cách tính từ trục, đồng thời tìm dòng điện cực đại có thể nhận được trong chùm này ở điều kiện điện thế của ống thoát so với catôt đẳng thế không đổi và bằng V_a . Chùm tia lấp kín ống thoát. Giả thiết vận tốc của các electron tại catôt bằng không.
- 8.40.** Chùm tia electron dạng ống mỏng chuyển động trong chân không theo hướng trục của nó. Dọc theo trục của chùm tia có đặt từ trường đều, các electron quay quanh trục với vận tốc góc Larmor. Giả thiết chùm tia là một bề mặt vô cùng mỏng tích điện được cuộn lại thành ống tiết diện tròn, còn vận tốc của các electron cho trước và bằng v_0 . Tim dòng điện cực đại I_{\max} có thể có trong chùm tia. Giả thiết $v_0 \ll c$, c là vận tốc ánh sáng.
- 8.41.** Một quả cầu tích điện chuyển động trong không gian, nơi có trường hấp dẫn và từ trường vuông góc với nhau, còn lực ma sát thì tỷ lệ thuận với vận tốc chuyển động. Chuyển động diễn ra trong mặt phẳng vuông góc với vectơ cảm ứng từ. Tim giá trị và hướng của vận tốc chuyển động ổn định của quả cầu. Biết rằng trong môi trường không ma sát quả cầu chuyển động trôi với vận tốc v_i , còn trong môi trường có ma sát nếu không có từ trường vận tốc của nó là v_l .
- 8.42.** Một quả cầu tích điện chuyển động trong điện trường \vec{E} và từ trường \vec{B} đều và vuông góc với nhau ($E \ll B$), trong môi trường có lực ma sát tỉ lệ thuận với vận tốc chuyển động. Chuyển động diễn ra trong mặt phẳng vuông góc với vectơ cảm ứng từ. Tim độ lớn và hướng của vận tốc chuyển động nếu biết rằng khi không có từ trường vận tốc này bằng v_i .

- 8.43. Lưỡng cực điện chuyển động trong từ trường đều với vận tốc \vec{v} vuông góc với vectơ \vec{B} . Momen lưỡng cực \vec{p} tạo một góc nhỏ so với phương của vectơ $[\vec{v}\vec{B}]$ (H.142). Tìm tần số góc ω_0 của các dao động của lưỡng cực, giả thiết cho trước momen quán tính của lưỡng cực J_0 , vận tốc \vec{v} , momen lưỡng cực \vec{p} , cảm ứng từ \vec{B} .



Hình 142

- 8.44. Một tụ không khí phẳng đặt nằm ngang giữa hai đầu tròn của một nam châm điện (H.143). Giữa các bán tụ trong điện trường đều E cách trục của hai cực nam châm một khoảng R có treo một giọt dầu nhớt điện tích q . Đóng mạch dòng điện trong cuộn dây của nam châm, từ trường tăng đến giá trị B . Giả thiết rằng trong thời gian từ trường tăng giọt dầu dịch chuyển không đáng kể. Tìm vận tốc v và quỹ đạo chuyển động của giọt dầu sau khi có từ trường.



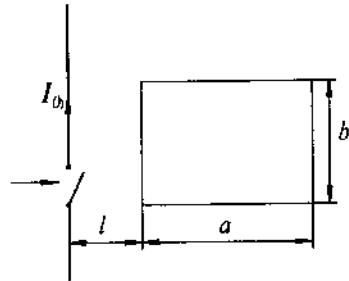
Hình 143

- 8.45. Điện tích q phân bố đều trên một vòng mảnh, cứng, không dẫn điện, khối lượng m . Vòng có thể chuyển động tự do quanh tâm (cố định) của nó. Ban đầu vòng đứng yên, từ trường bằng không. Sau đó xuất hiện từ trường đồng nhất $\vec{B} = \vec{B}(t)$ vuông góc với mặt phẳng vòng và thay đổi tùy ý theo thời gian. Xác định chuyển động của vòng trong từ trường.

- 8.46. Một vòng kim loại bán kính r , khối lượng m , rơi trong từ trường có thành phần thẳng đứng của cảm ứng từ phụ thuộc vào độ cao h theo luật $B(h) = B_0(1 - ah)$, trong đó a là hằng số. Mặt phẳng của vòng khi rơi nằm ngang, điện trở của vòng R . Bỏ qua độ tự cảm của vòng. Tìm sự phụ thuộc của vận tốc vòng vào thời gian t .

- 8.47. Một khung dây kín hình vuông cạnh a nằm trong từ trường được truyền cho vận tốc ban đầu v_0 theo hướng vuông góc với một trong các cạnh trong mặt phẳng khung. Vectơ cảm ứng từ B vuông góc mặt phẳng khung dây, độ lớn của nó thay đổi theo hướng của vận tốc ban đầu (x) sao cho $\frac{dB}{dx} = k$. Tìm vận tốc của khung sau thời gian t kể từ khi bắt đầu chuyển động. Khối lượng của khung là m , điện trở R . Bỏ qua hệ số tự cảm và không xét trọng lực.

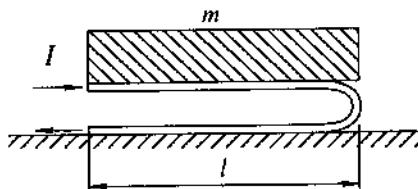
- 8.48. Một khung hình chữ nhật cạnh a , b nằm cách dây dẫn thẳng có dòng điện I_0 một khoảng l (H.144). Hỏi xung lượng p mà khung nhận được khi ngắt dòng điện I_0 có độ lớn và hướng như thế nào, nếu điện trở thuần của khung là R , bỏ qua cảm kháng?



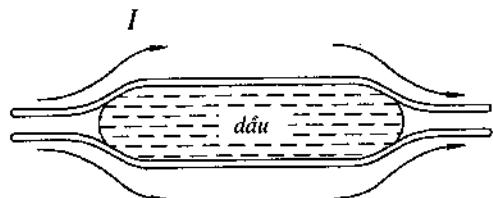
Hình 144

- 8.49*. Dòng điện xung vuông $I = 200 \text{ kA}$ chạy trong khoảng $\Delta t = 10^{-4} \text{ s}$ qua một

lá kim loại mềm dài $2l = 2 \text{ m}$, rộng $a = 0,1 \text{ m}$, gấp làm đôi và được phân cách bởi một lớp mỏng không dẫn điện (H.145). Dưới lá kim loại đặt một bàn to cứng, còn phía trên là thanh đầm với diện tích đáy $a \times l$, khối lượng $m = 1 \text{ kg}$. Xác định vận tốc của thanh đầm sau khi xung điện chạy qua lá kim loại.



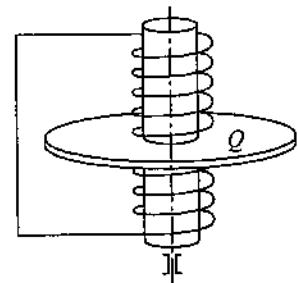
Hình 145



Hình 146

- 8.50. Xung điện có biên độ cực đại $I = 100 \text{ A}$ chạy qua hai lá kim loại mềm, mỏng, rộng $a = 0,1 \text{ m}$ được phân cách bởi một khe nhỏ chứa chất điện môi lỏng (dầu) với khối lượng riêng $\rho = 0,8 \text{ g/cm}^3$ (H.146). Xác định vận tốc mà chất lỏng sẽ bị đẩy khỏi khe khi có xung cực đại chạy qua.

- 8.51. Một ống dây siêu dẫn dài, bán kính $r_0 = 2 \text{ cm}$ được cố định theo trục của một đĩa cách điện. Đĩa có thể quay tự do quanh trục của nó (H.147). Ống dây được nối tắt, trong ống có dòng điện tuần hoàn tạo ra tại tâm ống dây cảm ứng từ $B_0 = 1 \text{ T}$. Trên đĩa, bên ngoài ống dây có các điện tích với trị số tổng cộng $Q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Ống dây được nung nóng và dòng điện trong nó mất đi. Tìm momen động lượng L mà hệ có được sau khi nung nóng ống dây.



Hình 147

- 8.52*. Trong thí nghiệm cổ điển của I.K. Kicoin, một trụ siêu dẫn (khối lượng $M = 80 \text{ g}$, cao $h = 20 \text{ cm}$, bán kính $R = 0,5 \text{ cm}$) treo trên một sợi

chỉ đàm hồi trong từ trường hướng thẳng đứng theo hướng trục của trụ. Sợi chỉ lúc đầu không bị xoắn. Từ trường tăng dần sao cho tính siêu dẫn biến mất đột ngột khi $B = 0,1$ T, còn trụ thì quay. Xác định góc xoắn lớn nhất nếu mô đun xoắn của sợi chỉ $k = 10^{-7}$ J/rad.

- 8.53. Một quả cầu nhẹ khối lượng $m = 0,5$ g, bán kính $r = 1$ cm được treo trên một sợi chỉ dài và cho quay theo đường tròn nằm ngang có bán kính rất nhỏ so với chiều dài sợi chỉ (con lắc nón). Tìm sự biến thiên của vận tốc góc quả cầu $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ sau khi nó được tích điện đến hiệu điện thế $U = 3000$ V và đặt trong từ trường thẳng đứng $B = 0,3$ T. Trong trường hợp nào thì vận tốc góc tăng lên và khi nào thì giảm đi?

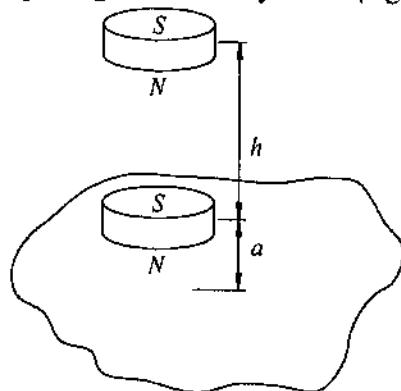
Hướng dẫn. Giản ước công thức cuối cùng để tìm sự thay đổi của vận tốc góc, sử dụng mối liên hệ $qB/(mc) \ll \sqrt{g/l}$, trong đó q là điện tích quả cầu, l là chiều dài sợi chỉ, g là gia tốc rơi tự do.

- 8.54. Một quả cầu kim loại khối lượng m , điện tích q được treo trên sợi dây dài L và cho quay quanh trục thẳng đứng (con lắc nón). Góc giữa sợi dây và trục thẳng đứng bằng α . Con lắc được treo giữa các cực của một nam châm điện. Hỏi điều gì sẽ xảy ra khi xuất hiện từ trường đều với cảm ứng từ B ? Cơ năng của quả cầu sẽ thay đổi thế nào và tại sao nó thay đổi? Điều gì xảy ra khi ngắt từ trường?

- 8.55. Một quả cầu siêu dẫn khối lượng $M = 10$ g, bán kính $R = 1$ cm đứng yên trong từ trường $B = 0,1$ T. Tăng dần nhiệt độ của quả cầu, tính siêu dẫn mất dần và quả cầu bắt đầu quay tròn. Tìm vận tốc góc của quả cầu.

- 8.56. Một nam châm vĩnh cửu nhỏ lơ lửng trong trọng trường ở khoảng cách $a = 9$ cm phía trên bề mặt một vật siêu dẫn. Chiều dài của nam châm rất nhỏ so với a . Nếu kéo nhẹ nam châm khỏi vị trí cân bằng thì nó thực hiện dao động trong mặt phẳng thẳng đứng. Tìm chu kỳ dao động khi không có chuyển động quay của luồng cực.

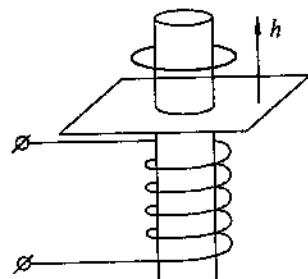
- 8.57. Một nam châm vĩnh cửu ngắn có momen từ hướng thẳng đứng. Lúc đầu nó được giữ cách bề mặt một vật siêu dẫn một khoảng $a = 2$ cm sau đó được bỏ ra (H.148). Xác định độ cao h mà nó bị đẩy lên. Khối lượng nam châm $m = 15$ g, thể tích $V = 2\text{cm}^3$, cường độ từ hoá $J = 0,4\pi$ A/m.



Hình 148

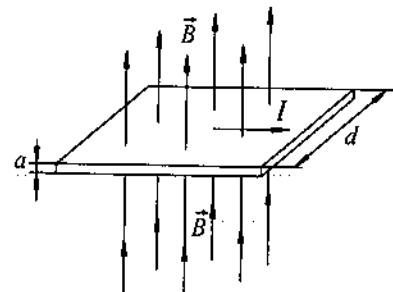
Hướng dẫn. Giả thiết ở vị trí cao nhất tương tác giữa nam châm với vật siêu dẫn nhỏ hơn nhiều so với ở vị trí ban đầu. Sau khi nhận được kết quả, kiểm tra xem giả thiết có đúng không.

- 8.58. Một nam châm vĩnh cửu nhỏ thực hiện dao động tự do trên mặt phẳng siêu dẫn. Hỏi tỉ số chu kỳ dao động của hai nam châm cùng khối lượng bằng bao nhiêu nếu momen từ của chúng khác nhau 16 lần? Trục của nam châm trong quá trình dao động luôn song song với mặt phẳng siêu dẫn.
- 8.59. Một nam châm vĩnh cửu nhỏ thực hiện dao động tự do trên một mặt phẳng siêu dẫn. Hỏi tỉ số chu kỳ dao động của nam châm bằng bao nhiêu nếu chúng có cùng momen từ, nhưng khối lượng khác nhau 16 lần? Trục của nam châm luôn vuông góc với mặt phẳng siêu dẫn.
- 8.60*. Đơn cực Dirac (một hạt cơ bản khối lượng M , có từ tích b) nằm chính giữa khoảng không giữa hai bản tụ của một tụ phẳng không tích điện làm từ chất siêu dẫn. Xác định tần số dao động nhỏ của đơn cực theo hướng pháp tuyến với các mặt phẳng. Tất cả các kích thước của tụ đều lớn hơn rất nhiều so với khoảng cách giữa hai bản tụ.
- 8.61. Hai dòng điện cùng độ lớn $I = 10^3 \text{ A}$ nhưng ngược chiều nhau chạy qua hai dây dẫn ngang, song song và cách nhau một khoảng $2a = 1\text{ cm}$. Chính giữa hai dây dẫn có một quả cầu có độ cảm nghịch từ $\chi = -10^{-5}$ và có khối lượng riêng $\rho = 2,0\text{ g/cm}^3$. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của quả cầu trong mặt phẳng ngang. Giả thiết quả cầu không chuyển động theo phương thẳng đứng và bỏ qua ma sát.
- 8.62. Một vòng nhôm điện trở không đáng kể được lồng vào lõi của một nam châm điện và nằm trên một chiếc đế ở phần trên của nam châm (H.149). Từ thông của lõi gửi qua vòng nhôm tăng từ không đến giá trị hữu hạn $\Phi_0 = 10\text{T.cm}^2$. Sự gia tăng của từ thông diễn ra nhanh đến mức trong thời gian nó tăng vòng nhôm không kịp dịch chuyển. Tìm độ cao h mà vòng bị đẩy lên, nếu biết khối lượng của nó $m = 100\text{ g}$, độ tự cảm $L = 100\text{ cm}$.
- 8.63. Một quả cầu siêu dẫn bán kính r , khối lượng m , bay với vận tốc v vào vùng từ trường không đổi B . Tìm vận tốc lớn nhất của quả cầu sao cho khi đó nó bị hất khỏi từ trường.



Hình 149

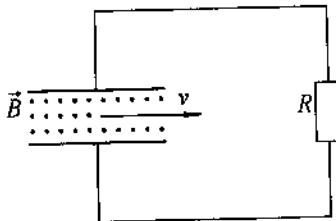
- 8.64.** Một tấm kim loại mảnh độ dày a , chiều rộng d (H.150) được đưa vào từ trường đều với cảm ứng từ \vec{B} sao cho tấm kim loại vuông góc cảm ứng từ \vec{B} . Trong tấm kim loại có dòng điện I chạy qua. Tìm hiệu điện thế U giữa hai cạnh của tấm (tức là trên khoảng cách d), nếu mật độ electron tự do trong tấm kim loại là n (trường hợp riêng của hiện tượng Hall).



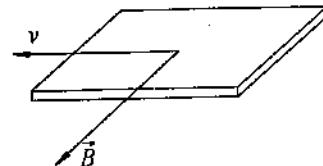
Hình 150

- 8.65.** Một trụ dài không tích điện làm bằng kim loại không nhiễm từ, bán kính $R = 12,56$ cm quay đều trong từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,03$ T song song với trục của trụ với vận tốc góc $\omega = 60$ rad/s. Xác định mật độ điện tích bề mặt xuất hiện trên mặt bên của trụ do chuyển động quay. Chỉ rõ dấu của các điện tích bề mặt nếu các vectơ $\vec{\omega}$ và \vec{B} cùng hướng. Bỏ qua từ trường do các điện tích này sinh ra và bỏ qua các hiệu ứng quan tính của các electron.
- 8.66*.** Một trụ rỗng bằng chất điện môi có bán kính trong r_1 , bán kính ngoài r_2 quay đều trong từ trường đều quanh trục của nó với vận tốc góc $\vec{\omega}$. Vectơ cảm ứng từ \vec{B} song song với trục của trụ, hệ số điện môi của vật liệu làm trụ là ϵ . Tìm:
- Mật độ khối của các điện tích liên kết ρ_{lk} xuất hiện trong trụ do chuyển động quay trong từ trường;
 - Điện tích khối theo một đơn vị dài của trụ;
 - Mật độ điện tích bề mặt trên cả hai mặt của trụ.
- 8.67.** Một trụ nhôm dài đặc, bán kính R được tích điện và quay quanh trục của nó với vận tốc không đổi ω . Điện tích trên một đơn vị dài của trụ là χ . Tìm hiệu điện thế U giữa trục và bề mặt của trụ, xuất hiện do chuyển động quay. Bỏ qua tác dụng của lực hướng tâm.
- 8.68.** Một dòng điện I chạy trong một ống kim loại có bán kính ngoài và trong lần lượt là R_1, R_2 . Xác định hiệu điện thế giữa mặt trong và mặt ngoài ống. Số electron tự do trong một đơn vị thể tích của kim loại là n .
- 8.69.** Trong sơ đồ đơn giản của máy phát từ thuỷ động, một tụ điện phẳng có diện tích các bản tụ S , khoảng cách giữa hai bản tụ d được đặt trong

một dòng chất lỏng dẫn điện với điện dẫn suất λ (H.151) đang chuyển động với vận tốc v song song với các bản tụ. Cả hệ thống nằm trong từ trường có cảm ứng từ \vec{B} , hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Hỏi công suất N thoát ra ở mạch ngoài có điện trở R bằng bao nhiêu?



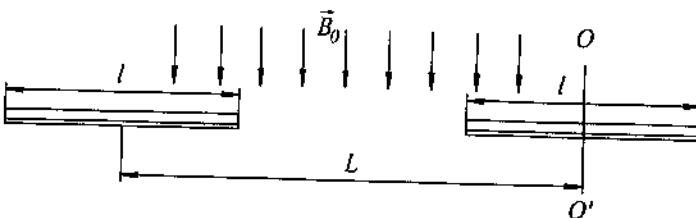
Hình 151



Hình 152

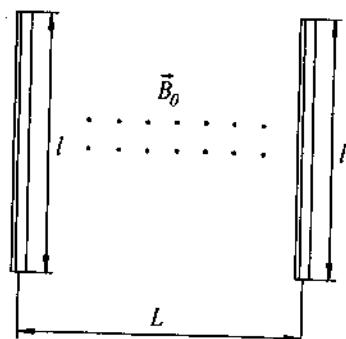
- 8.70. Một tấm dài không tích điện làm bằng kim loại không nhiễm từ chuyển động đều trong từ trường đều $B = 0,18\text{ T}$ với vận tốc $v = 6,28\text{ cm/s}$. Các vectơ \vec{B} và \vec{v} vuông góc với nhau và song song với mặt phẳng tấm kim loại (H.152). Xác định mật độ điện tích mặt trên các mặt phẳng tấm xuất hiện do chuyển động của tấm phẳng. Chỉ rõ dấu của các điện tích mặt nếu tích vectơ $[\vec{v}\vec{B}]$ hướng lên trên. Bỏ qua từ trường do các điện tích sinh ra.
- 8.71. Dung dịch điện môi với hằng số điện môi ϵ chảy giữa các bản của một tụ điện phẳng với vận tốc $v \ll c$. Từ trường đều không đổi \vec{B} đặt vuông góc với chiều chuyển động và song song các bản tụ. Xác định hiệu điện thế U giữa các bản tụ và mật độ điện tích mặt σ của điện môi. Khoảng cách giữa hai bản tụ là d .
- 8.72. Do một biến cố vũ trụ nào đó đã hình thành một hệ gồm một ngôi sao (khối lượng M , momen từ $\vec{\mathcal{M}}_0$) và một hành tinh (khối lượng $m \ll M$, momen từ $\vec{\mathcal{M}}$). Hành tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính R . Tìm các giá trị khả dĩ của chu kỳ quay phụ thuộc vào hướng của các momen từ, giả thiết rằng mặt phẳng quỹ đạo vuông góc với momen từ $\vec{\mathcal{M}}_0$ của ngôi sao.
- 8.73. Xác định chu kỳ dao động nhỏ xoắn của một thanh nam châm ($S = 1\text{ mm}^2$, $R = 10\text{ cm}$) treo ngang trên giá không đàn hồi trong từ trường Trái Đất (thành phần nằm ngang $B_0 = 0,2 \cdot 10^{-4}\text{ T}$). Khối lượng riêng của thép $\rho = 7,8\text{ g/cm}^3$, cảm ứng từ dư $B = 1\text{ T}$.
- 8.74. Hai thanh sắt tiết diện $S = 0,1\text{ cm}^2$, dài $l = 5\text{ cm}$, có cảm ứng từ dư $B = 1,256\text{ T}$ nằm trên một đường thẳng và cách nhau một khoảng

$L = 1$ m. Một thanh được cố định, thanh còn lại có thể quay quanh trục $O O'$ đi qua tâm của nó và song song từ trường \vec{B}_0 của Trái Đất (H.153). Tìm chu kỳ dao động nhỏ xoắn của thanh. Khối lượng riêng của sắt $\rho = 7,8\text{g/cm}^3$.

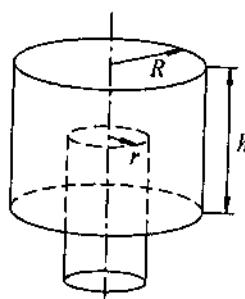


Hình 153

- 8.75. Hai chiếc kim bằng sắt giống nhau, tiết diện $S = 1\text{mm}^2$, dài $l = 1\text{cm}$, có cảm ứng từ dư $B = 1,256\text{T}$. Một kim được giữ cố định trong mặt phẳng vuông góc với từ trường \vec{B}_0 của Trái Đất, kim còn lại có thể quay tự do trong mặt phẳng này quanh trục đi qua tâm của nó và cách tâm của kim kia một khoảng $L = 10\text{cm}$ theo đường vuông góc với trục quay (H.154). Tìm chu kỳ T của các dao động nhỏ xoắn của kim. Khối lượng riêng của sắt $\rho = 7,8\text{g/cm}^3$.
- 8.76. Một vòng kim loại mảnh quay nhanh quanh trục thẳng đứng đi qua đường kính của nó và vuông góc với từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,01\text{T}$. Bỏ qua ma sát ở trục quay, tìm thời gian τ để vận tốc góc của vòng giảm e lần. Khối lượng riêng của kim loại $\rho = 9\text{g/cm}^3$, điện dẫn suất $\lambda = 5 \cdot 10^5 (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$. Sự mất mát năng lượng trong một vòng quay giả thiết rất nhỏ.
- 8.77. Xác định chu kỳ dao động dọc của bản tụ bên trong của một tụ trụ nằm thẳng đứng có diện tích không đổi và bằng Q (H.155). Bán kính ngoài của trụ là R , bán kính trong của trụ là r , chiều cao h , khối lượng bản tụ trong là m , $r \ll h$.

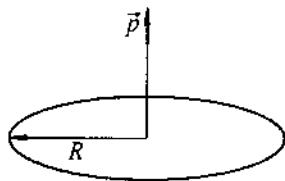


Hình 154



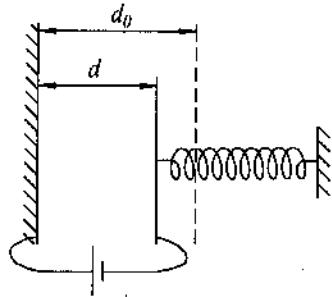
Hình 155

- 8.78. Diện tích Q phân bố đều theo một vòng tròn mảnh bán kính R (H.156). Lưỡng cực điện khối lượng m , momen lưỡng cực \vec{p} có thể chuyển động dọc theo trục vòng tròn vuông góc với mặt phẳng vòng. Momen lưỡng cực song song với trục của vòng. Tại thời điểm ban đầu lưỡng cực nằm ở tâm vòng và có vận tốc bằng không.



Hình 156

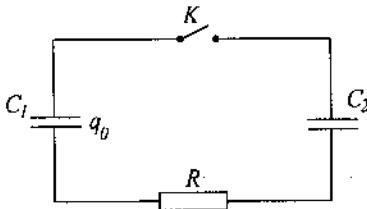
- a) Xác định vận tốc cực đại v_{\max} của lưỡng cực khi nó chuyển động dọc theo trục của vòng. Bỏ qua trọng lực.
 b) Xác định vị trí cân bằng x_0 của lưỡng cực.
 c) Xác định chu kỳ dao động nhỏ của lưỡng cực quanh vị trí cân bằng.
- 8.79. Bản thứ nhất của một tụ điện được giữ cố định, bản thứ hai có khối lượng m , nối với lò xo có hệ số cứng k (H.157). Khoảng cách giữa hai bản tụ khi lò xo không căng là d_0 . Nối hai bản tụ với nguồn. Ở vị trí cân bằng mới khoảng cách giữa hai bản tụ là $d = \frac{4}{5}d_0$. Tìm chu kỳ các dao động nhỏ của các bản tụ.



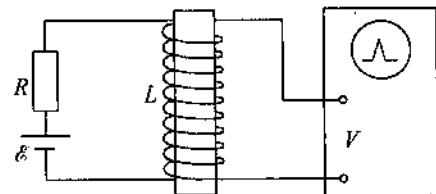
Hình 157

§9. QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP TRONG CÁC MẠCH ĐIỆN. DAO ĐỘNG TỰ DO

- 9.1. Các bản của một tụ không khí có điện dung $C = 10^{-10} F$ được nối với điện trở R qua nguồn có suất điện động ϵ . Hai bản tụ được đưa nhanh lại gần nhau trong khoảng thời gian $\Delta t = 10^{-2} s$ sao cho khoảng cách giữa chúng giảm một nửa. Hỏi với điều kiện nào thì trong thời gian dịch chuyển diện tích của tụ không đổi? Tìm nhiệt lượng Q , toả ra trên điện trở R đến thời điểm kết thúc quá trình nạp lại tụ.
- 9.2. Mô tả quá trình phóng điện của tụ C_1 sau khi đóng khoá K , nếu điện tích ban đầu của nó là q_0 . Nghiên cứu trường hợp $R \rightarrow 0$, mô tả sự biến đổi năng lượng trong mạch (H. 158).



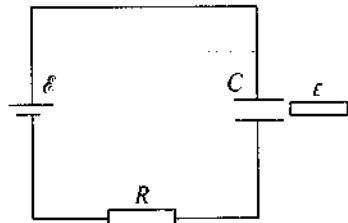
Hình 158



Hình 159

- 9.3. Thiết bị đo độ từ cảm của một vật mẫu dài hình trụ được chỉ ra trên hình 159. Khi tháo nhanh vật mẫu nằm khít bên trong cuộn dây thì trong cuộn dây xuất hiện xung điện áp, độ lớn của nó có thể đo bằng máy hiện sóng. Xác định độ từ cảm χ của vật mẫu nếu $\epsilon = 4,5 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $U = 6,8 \text{ V}$. Thời gian tháo vật mẫu phải bằng bao nhiêu để biên độ xung điện áp phụ thuộc thời gian có thể đo được bằng máy hiện sóng?

- 9.4. Rút nhanh một tấm điện môi có hằng số điện môi ϵ ra khỏi tụ sao cho điện dung của tụ thay đổi đột ngột đến giá trị C (H.160). Tìm sự phụ thuộc của dòng điện trong mạch vào thời gian và vẽ đồ thị $I(t)$. Tấm điện môi lắp kín không gian giữa hai bản tụ.



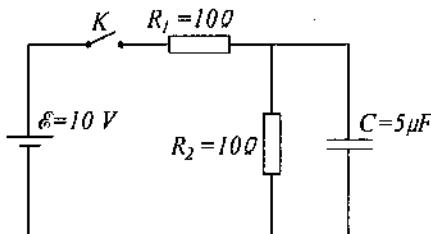
Hình 160

- 9.5. Mạch dao động gồm một cuộn cảm và một tụ điện. Tại một thời điểm nào đó người ta rút nhanh từ tụ tấm điện môi với hằng số điện môi $\epsilon = 4$. Hỏi tần số dao động của mạch sẽ thay đổi như thế nào? Giá trị cực đại của điện tích trên tụ và của dòng điện trong cuộn dây sẽ thay đổi bao nhiêu lần nếu tấm điện môi được rút ra vào thời điểm khi điện tích trên tụ:
- Không có;
 - Cực đại.

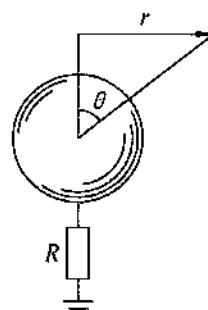
- 9.6. Hằng số thời gian phỏng điện của tụ dầu phẳng qua một điện trở là τ_1 . Sau khi dầu ở tụ bị khô, hằng số thời gian phỏng điện của tụ qua cùng điện trở bằng τ_2 . Xác định điện trở suất ρ của dầu đã khô, nếu hằng số điện môi ϵ của nó không đổi.
- 9.7. Một tụ cầu có bán kính các mặt cầu R_1 và R_2 được đổ đầy chất dẫn điện yếu. Điện dung của tụ bằng C_1 , hiệu điện thế trên tụ sau khi ngắt

khỏi nguồn giảm hai lần sau khoảng thời gian t . Xác định hằng số điện môi ϵ và điện trở suất của chất đã đổ vào tụ.

- 9.8. Một cuộn cảm L và điện trở thuần mắc nối tiếp và được nối với nguồn ϵ . Điện trở thuần của toàn mạch là R . Độ tự cảm của cuộn cảm khi có lõi sắt là L_1 , khi không có lõi sắt là L_2 . Ban đầu lõi sắt được đưa vào. Tại thời điểm $t = 0$, khi dòng trong mạch đã ổn định, người ta rút nhanh lõi sắt ra (trong khoảng thời gian rất nhỏ so với thời gian dòng điện được thiết lập). Xác định cường độ dòng điện I trong mạch phụ thuộc vào thời gian $t > 0$.
- 9.9. Một ống dây mảnh dài bán kính r_0 được nối với nguồn, trong ống dây có dòng I_0 chạy qua. Lõi của ống dây có dạng trụ đặc làm từ chất siêu dẫn. Bán kính lõi $r_1 = 0,5r_0$. Lõi được đưa nhanh ra khỏi ống dây. Tìm giá trị I_1 của dòng điện trong cuộn dây ngay sau khi rút lõi ra, sau đó dòng điện sẽ thay đổi như thế nào? Vẽ đồ thị định tính.
- 9.10. Mạch dao động gồm một cuộn cảm và một tụ điện. Cuộn cảm là một ống dây với lõi siêu dẫn. Bán kính ống dây bằng hai lần bán kính lõi. Lõi được rút nhanh ra khỏi ống dây. Tần số dao động của mạch sẽ thay đổi như thế nào? Giá trị cực đại của điện tích trên tụ và của dòng điện trong cuộn dây sẽ thay đổi bao nhiêu lần, nếu lõi được rút ra vào thời điểm khi cường độ dòng điện trong cuộn dây:
- Bằng không;
 - Cực đại.
- 9.11. Tìm quy luật biến thiên của hiệu điện thế U trên tụ C sau khi đóng khoá K trong mạch chính (H.161).



Hình 161

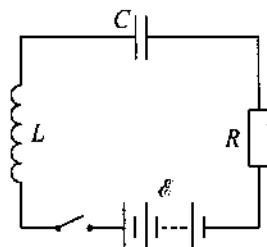


Hình 162

- 9.12. Một quả cầu dẫn điện bán kính $a = 20\text{ cm}$ (H.162) có điện thế $V_0 = 3 \cdot 10^4\text{ V}$, phỏng điện qua điện trở $R = 5 \cdot 10^3\Omega$. Xác định cảm ứng

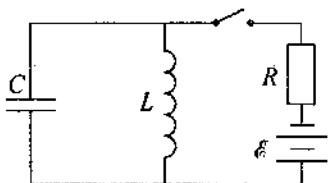
từ $B(t, r, \theta)$ sinh ra trong quá trình trên ở bên ngoài quả cầu trong điều kiện chuẩn tĩnh.

- 9.13. Mạch L, C, R (H.163) tắt dần tại thời điểm $t = 0$ được nối với nguồn ϵ có điện trở trong không đáng kể. Xác định hiệu điện thế U trên tụ C phụ thuộc vào thời gian t . Tụ phải được tính toán trên hiệu điện thế nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

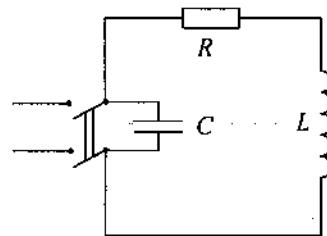


Hình 163

- 9.14. Cuộn cảm L , tụ điện C và nguồn ϵ với điện trở trong R được mắc song song với nhau (H.164). Tìm dòng điện $I(t)$ qua cuộn cảm sau khi đóng nguồn. Các giá trị L, C, R thoả mãn điều kiện $C/L > 1/(4R^2)$.



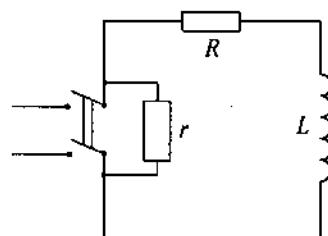
Hình 164



Hình 165

- 9.15. Mạch điện gồm một điện trở R mắc tiếp với một cuộn dây có độ tự cảm lớn L được nối với nguồn một chiều có hiệu điện thế không đổi U_0 . Để tránh quá áp khi ngắt nguồn, người ta mắc song song với mạch một tụ điện C (H.165). Xác định hiệu điện thế trên tụ $U(t)$ sau khi ngắt nguồn một chiều. Các thông số của mạch thoả mãn điều kiện $4L > CR^2$.

- 9.16. Khi ngắt mạch một chiều có độ tự cảm lớn (ví dụ cuộn kích từ của máy phát điện một chiều), các mạch này được nối trước với điện trở mắc song song Z để hạn chế sự quá áp (H.166). Hỏi trong trường hợp này hiệu điện thế cực đại ở hai đầu mạch U_{\max} lớn gấp bao nhiêu lần hiệu điện thế U_0 của nguồn.

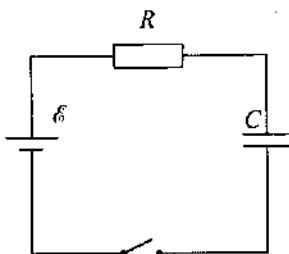


Hình 166

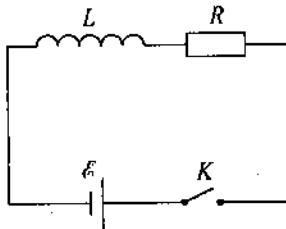
- 9.17. Trong mạch dao động với cuộn cảm L và tụ điện C , các dao động cưỡng bức được thực hiện bởi cường độ dòng điện $I = I_0 \cos \omega t$, trong

đó $\omega^2 = \frac{1}{LC}$. Cuộn cảm là cuộn dây xoắn thẳng dài. Hồi tần số, biên độ và năng lượng dao động sẽ thay đổi như thế nào, nếu tại thời điểm $t = 0$ kéo rất nhanh (tức là rất nhỏ so với chu kỳ dao động $T = 2\pi/\omega$) cuộn dây xoắn đến chiều dài gấp đôi? Giải thích tại sao khi đó năng lượng dao động bị thay đổi.

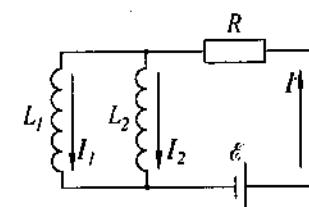
- 9.18.** Một tụ có điện dung C_1 tích điện đến hiệu điện thế U_0 được nối với tụ có điện dung C_2 không tích điện. Tìm sự phụ thuộc của dòng điện vào thời gian nếu bỏ qua ảnh hưởng của cảm kháng, điện trở của mạch là R .
- 9.19.** Một tụ điện có điện dung C và điện tích q . Khi nối song song tụ này với một tụ không mang điện tích có cùng điện dung thì một phần năng lượng thoát ra dưới dạng nhiệt trên dây nối. Tìm lượng nhiệt thoát ra trên dây dẫn Q , bằng cách tính trực tiếp, không sử dụng định luật bảo toàn. Bỏ qua độ tự cảm của dây dẫn.
- 9.20.** Tụ điện C tích điện từ nguồn ϵ qua điện trở phi tuyến (H.167), cường độ dòng điện trong điện trở liên hệ với hiệu điện thế bằng biểu thức $I = \lambda U^{3/2}$, trong đó λ là hằng số. Tìm sự phụ thuộc của cường độ dòng điện trong mạch vào thời gian, nếu nối nguồn tại thời điểm $t = 0$.



Hình 167



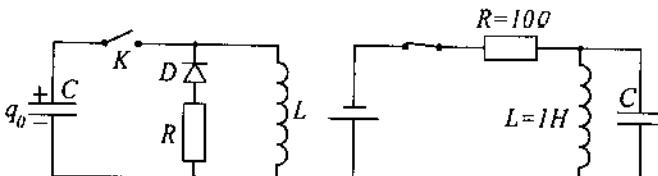
Hình 168



Hình 169

- 9.21.** Khi ngắt công tắc K trong mạch (H.168), xuất hiện sự phóng điện hồ quang. Xác định dòng điện trong mạch. Đặc trưng Vôn-Ampe của phóng điện hồ quang có dạng $U = a + b/I$, trong đó a và b là các hằng số đã biết.
- 9.22.** Hai cuộn cảm siêu dẫn có độ tự cảm L_1 và L_2 được nối song song với nhau và nối với nguồn ϵ qua điện trở R , điện trở trong của nguồn là r (H.169). Tìm cường độ dòng điện trong các cuộn dây I_1 , I_2 và dòng điện trong mạch I nếu bỏ qua hệ số hồ cảm giữa các cuộn cảm.

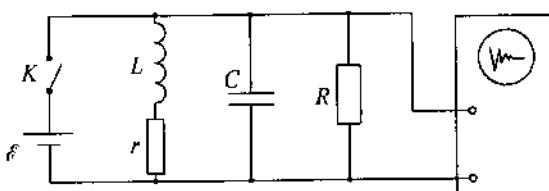
- 9.23. Một ống dây dài có chiều dài là l , diện tích các vòng dây là S , tại một thời điểm được nối với nguồn một chiều ϵ qua một điện trở mắc R nối tiếp. Ở phần giữa của ống dây có một vòng kín, diện tích vòng σ , điện trở r . Mặt phẳng vòng vuông góc với trục ống dây. Bỏ qua độ tự cảm của vòng. Xác định áp suất hướng tâm lên vòng dây (tức là lực hướng tâm lên một đơn vị dài của vòng dây) tại thời điểm áp suất lớn nhất.
- 9.24. Một ống dây hình xuyến có bán kính xuyến R , bán kính vòng dây r ($r \ll R$) tại một thời điểm nào đó được nối với nguồn hiệu điện thế không đổi ϵ qua một điện trở mắc nối tiếp R_0 . Bên trong ống có một vòng kín nhỏ, diện tích σ , điện trở r_0 . Mặt phẳng vòng trùng với một trong những mặt phẳng vòng dây của xuyến. Bỏ qua độ tự cảm của vòng. Xác định nhiệt lượng tỏa ra trong vòng trong thời gian thiết lập dòng điện trong mạch.
- 9.25. Một ống dây, một biến trở và nguồn hiệu điện thế một chiều được mắc nối tiếp với nhau. Người ta cho ống dây giãn đều với vận tốc $v = 50 \text{ cm/s}$, đồng thời kéo thanh trượt của biến trở sao cho dòng điện trong mạch không đổi. Hỏi điện trở của biến trở thay đổi bao nhiêu khi chiều dài của ống dây tăng lên gấp đôi, biết ống dây sau khi giãn có mật độ vòng dây là $n = 50 \text{ vòng/cm}$, đường kính tiết diện ngang $D = 10 \text{ cm}$.
- 9.26. Hai ống dây có kích thước hình học như nhau, nhưng một trong hai ống được làm từ dây dẫn có tiết diện ngang lớn gấp đôi nhưng chiều dài ngắn bằng nửa so với dây dẫn của ống dây còn lại. Dây dẫn của hai ống dây được làm bằng cùng một vật liệu. Trong cuộn dây của ống dây nào sẽ tỏa nhiệt nhiều hơn nếu từ trường trong chúng như nhau? Ống dây nào có thời gian thiết lập từ trường nhỏ hơn?
- 9.27. Trong sơ đồ hình 170, tại một thời điểm nào đó khoá K được đóng lại và tụ C với điện tích ban đầu q_0 bắt đầu phóng điện qua cuộn cảm L . Khi dòng phóng điện đạt giá trị cực đại, khoá K lại được mở. Hỏi điện tích đi qua điện trở R bằng bao nhiêu? Điện trở của diode D theo chiều thuận rất nhỏ so với R , theo chiều nghịch vô cùng lớn.



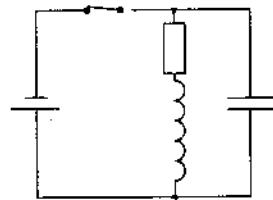
Hình 170

Hình 171

- 9.28. Người ta mở khoá (sơ đồ trên hình 171) và trong mạch xuất hiện dao động. Hỏi điện dung của tụ phải bằng bao nhiêu để hiệu điện thế trên tụ không lớn hơn hiệu điện thế nguồn quá 100 lần?
- 9.29. Khi đo độ phảm chất Q của một mạch cộng hưởng gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 0,1 \text{ H}$ và một điện trở $r = 30 \Omega$ mắc song song với một tụ điện có điện dung $C = 30 \text{ pF}$, người ta làm như sau: Nối mạch với máy hiện sóng và khi đóng, ngắt nguồn một chiều người ta quan sát được các dao động tắt dần (H.172). Hãy so sánh độ phảm chất của mạch khi ngắt nguồn trong các trường hợp sau: khi điện trở đầu vào R của máy hiện sóng rất lớn và khi nó hữu hạn bằng $100\text{k}\Omega$.

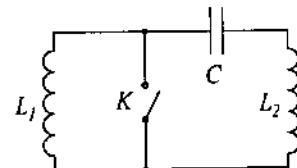


Hình 172



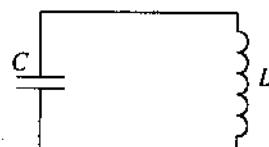
Hình 173

- 9.30. Sau khi ngắt khoá trong mạch (H.173) xuất hiện các dao động tắt dần, biên độ cực đại của hiệu điện thế dao động lớn gấp $n = 100$ lần hiệu điện thế nguồn. Tìm tần số dao động riêng của mạch ω_0 , nếu khoảng thời gian để biên độ dao động giảm đi e lần là $\tau = 0,1 \text{ s}$.
- 9.31. Một mạch điện hình tam giác, mỗi cạnh có một tụ điện điện dung C , các đỉnh được nối lại với nhau ở tâm tam giác thông qua các cuộn cảm L . Tìm tần số của các dao động có thể xuất hiện.
- 9.32. Qua cuộn cảm L_1 và khoá K đang đóng có dòng I_0 , còn hiệu điện thế trên tụ bằng không (H.174). Tại thời điểm $t = 0$ người ta mở khoá K . Tìm hiệu điện thế trên tụ. Vẽ dòng điện qua tụ dưới dạng hàm của thời gian. Bỏ qua điện trở thuần của các phần tử trong mạch.
- 9.33. Người ta sử dụng máy hiện sóng để quan sát các dao động tự do tắt dần trong mạch dao động. Hỏi số dao động thực hiện được trong khoảng thời gian mà biên độ giảm đi e lần sẽ thay đổi như thế nào, nếu giảm độ tự cảm L của mạch đi hai lần và tăng điện dung C lên hai lần, giữ nguyên điện trở thuần của mạch?



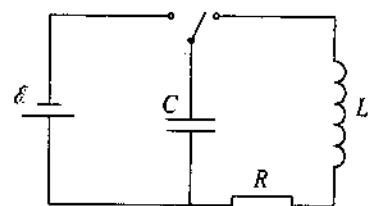
Hình 174

- 9.34. Cuộn dây của mạch dao động (H.175) được đặt trong từ trường không đổi và nó tạo ra trong cuộn dây từ thông không đổi Φ_0 . Tại thời điểm $t = 0$ từ trường bị ngắt đi. Thời gian ngắt từ trường không đáng kể so với chu kỳ dao động riêng của mạch. Tìm dòng điện trong mạch I phụ thuộc vào thời gian sau khi ngắt từ trường.



Hình 175

- 9.35. Mạch dao động gồm một cuộn dây có độ tự cảm L và một tụ bị rò. Điện dung của tụ C , điện trở của tụ là R . Bỏ qua điện trở thuận của cuộn dây và các dây dẫn, viết phương trình dao động riêng của mạch. Tìm tần số riêng ω_0 và giảm lượng loga tắt dần d .
- 9.36. Tụ điện $C = 0,1 \mu\text{F}$ được nạp đến hiệu điện thế nguồn $\epsilon = 1\text{kV}$, tại thời điểm $t = 0$ tụ được nối với cuộn cảm $L = 100\text{mH}$ và điện trở bằng điện trở tới hạn đối với mạch dao động (H.176). Xác định khoảng thời gian để dòng điện đạt giá trị cực đại và tính giá trị đó.

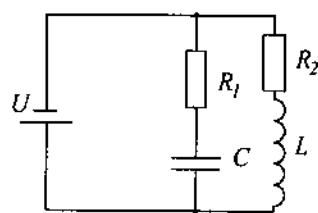


Hình 176

- 9.37. Tìm độ phảm chất của mạch có điện dung $C = 2,0 \mu\text{F}$ và độ tự cảm $L = 5,0\text{mH}$, biết rằng để giữ dao động trong mạch không bị tắt dần với biên độ hiệu điện thế trên tụ $U_0 = 1,0\text{ V}$, cần cung cấp một công suất trung bình $\bar{N} = 0,1\text{mW}$. Giả thiết độ tắt dần dao động trong mạch là nhỏ.

- 9.38. Mạch điện trên sơ đồ hình 177 được cung cấp bằng nguồn hiệu điện thế U :

- Dòng điện qua cuộn cảm và hiệu điện thế trên tụ sẽ thay đổi như thế nào sau khi mở khóa?
- Viết phương trình xác định thời điểm t_1 khi năng lượng tích trong tụ có giá trị lớn nhất. Xét trường hợp dao động tắt dần yếu.

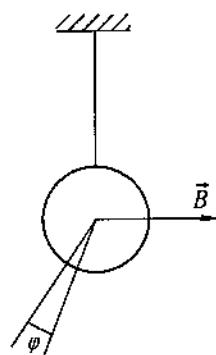


Hình 177

- 9.39. Một vật khối lượng m được treo trên một dây mảnh chiều dài l , điện trở R , trong từ trường đều hướng theo phương ngang. Vật thực hiện dao động nhỏ trong mặt phẳng vuông góc với từ trường. Dây dẫn luôn được nối tắt qua một mạch ngoài cố định. Tìm số dao động thực hiện trong khoảng thời gian mà biên độ dòng điện giảm đi e lần.

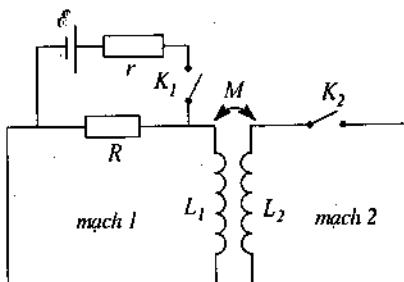
- 9.40. Trong mạch dao động tắt dần nhỏ, đồng thời tăng điện dung của tụ và độ tự cảm của cuộn dây lên cùng một số n lần. Quá trình tăng này được thực hiện ở một thời điểm bất kỳ, rất nhỏ so với chu kỳ dao động riêng. Tìm tỉ số giữa biên độ các dòng điện I_1 và I_2 , trước và sau khi thay đổi các thông số của mạch điện.

- 9.41. Một vòng làm từ dây mảnh có điện trở thuần $R = 10^{-3} \Omega$, khối lượng $m = 1\text{ g}$, bán kính $r = 1\text{ cm}$ treo trên một sợi chỉ dàn hồi và thực hiện các dao động xoắn nhỏ với tần số $v_0 = 1\text{ Hz}$ (H.178). Nếu cho vòng dây vào từ trường song song với mặt phẳng vòng ở vị trí cân bằng thì xuất hiện sự tắt nhanh dao động. Xác định cảm ứng từ trường sao cho chuyển động xoắn của vòng điện ra ở chế độ tối hạn (tức là dao động chuyển sang chế độ không tuần hoàn). Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây và sự tắt dần dao động khi không có từ trường.

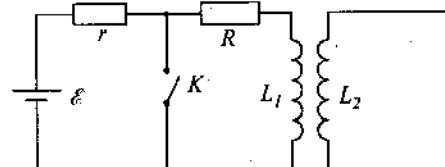


Hình 178

- 9.42. Sơ đồ hình 179 gồm hai mạch, tại một thời điểm nào đó khi trong mạch thứ nhất dòng điện đã được thiết lập, đồng thời mở khoá K_1 và đóng khoá K_2 một cách tức thời. Tính năng lượng W_R tỏa ra trên điện trở R và năng lượng W_2 mà mạch thứ hai nhận được. Cho trước ϵ , r , L_1 , L_2 , M . Bỏ qua điện trở thuần trong mạch thứ hai.



Hình 179



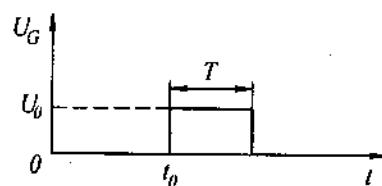
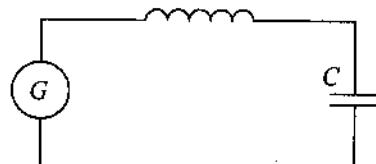
Hình 180

- 9.43. Trên hình 180 biểu diễn mạch điện gồm nguồn ϵ , các điện trở r và R , cuộn cảm L_1 . Đưa từ xa một cuộn cảm siêu dẫn được nối kín có độ tự cảm L_2 về phía cuộn L_1 . Ban đầu dòng bên trong L_2 bằng không, sau khi lại gần cuộn L_1 nó có dòng I_2 . Sau khi hai cuộn dây đặt gần nhau, đóng khoá K . Hỏi năng lượng được thoát ra dưới dạng nhiệt trên điện trở R bằng bao nhiêu?

- 9.44. Một máy phát điện có điện trở trong không đáng kể phát vào mạch các xung hiệu điện thế vuông (H.181). Bỏ qua sự tắt dần dao động. Hỏi:

- Với độ dài T_1 nào của xung thì sau khi ngắt xung, trong mạch không có dao động?
- Với độ dài T_2 nào của xung thì biên độ dao động của hiệu điện thế trên tụ là lớn nhất (sau khi ngắt xung)? Nó bằng bao nhiêu?

Vẽ đồ thị dòng điện và hiệu điện thế tính từ thời điểm t_0 cho cả hai trường hợp.



Hình 181

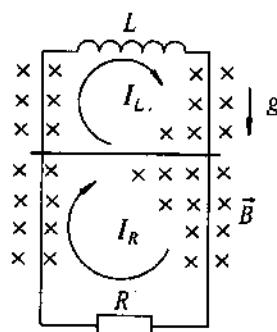
- 9.45. Một tụ điện có điện dung C được nối với hai đầu trên của hai rãnh đồng song song, đặt thẳng đứng và cách nhau một khoảng l . Từ trường đều B nằm ngang và vuông góc mặt phẳng hai rãnh. Một vật dẫn bằng đồng khối lượng m trượt không vận tốc ban đầu trong từ trường dọc theo hai rãnh, sao cho luôn có sự tiếp xúc giữa vật dẫn và hai rãnh. Bỏ qua điện trở và độ tự cảm của các dây dẫn, đồng thời bỏ qua ma sát trượt của vật dẫn trên rãnh. Tìm:

- Gia tốc của vật dẫn;
- Cường độ dòng điện nạp cho tụ.

- 9.46. Trong điều kiện của bài 9.45 thay tụ điện bằng một ống dây có độ tự cảm L , điện trở thuần không đáng kể. Tìm quy luật chuyển động của dây dẫn trượt dọc theo hai rãnh.

- 9.47. Hai rãnh bằng đồng, dài, song song đặt thẳng đứng và cách nhau một khoảng l , hai đầu trên nối với nhau qua điện trở R , tất cả đặt trong từ trường đều B vuông góc với mặt phẳng hai rãnh. Một thanh dẫn bằng đồng trọng lượng P rơi dọc hai rãnh. Bỏ qua ma sát. Hỏi vận tốc rơi của thanh bằng bao nhiêu?

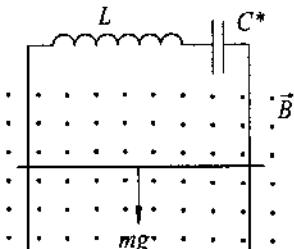
- 9.48*. Một thanh dẫn điện lý tưởng khối lượng m , dài l có thể trượt không ma sát dọc theo hai dây dẫn lý tưởng thẳng đứng (xem bài 9.47) trong trọng trường (H.182). Đầu trên của hai dây dẫn được nối với nhau qua cuộn



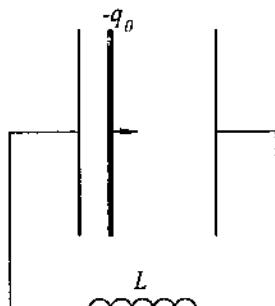
Hình 182

cảm L , phía dưới qua điện trở R . Thanh lúc đầu được giữ ở một vị trí sau đó thả nhẹ. Tìm vị trí cân bằng mới của thanh và đặc trưng của quá trình chuyển tiếp.

- 9.49. Tụ điện có điện dung C và cuộn cảm L nối với hai đầu trên của hai rãnh bằng đồng, song song, thẳng đứng và cách nhau một khoảng l (H.183). Từ trường đều \vec{B} nằm ngang và vuông góc với mặt phẳng hai rãnh. Một thanh đồng khối lượng m trượt không vận tốc ban đầu trên hai rãnh, sao cho nó luôn tiếp xúc với hai rãnh. Bỏ qua điện trở của cuộn dây, của các rãnh và thanh, đồng thời bỏ qua độ tự cảm của các dây dẫn và ma sát trượt của thanh. Xác định quy luật biến thiên của dòng $I(t)$ và tọa độ của thanh $x(t)$ tính từ thời điểm trượt $t = 0$, $x(t) = 0$.



Hình 183



Hình 184

- 9.50. Từ một trong hai bản tụ điện bay hơi tức thời một lớp vật chất có diện tích q_0 , sau đó nó chuyển động như một khối sang bản tụ thứ hai với vận tốc không đổi v_0 (H.184). Tìm sự phụ thuộc của dòng điện trong mạch LC vào thời gian trong quá trình chuyển động của lớp q_0 trong tụ. Khoảng cách giữa hai bản tụ d , diện tích các bản tụ S , độ tự cảm bằng L .

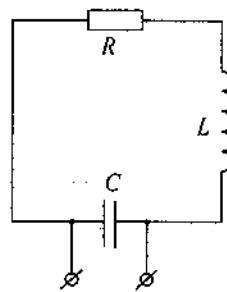
- 9.51. Trong điện trường đều E_0 và vuông góc với nó người ta đặt hai tấm kim loại phẳng, song song không tích điện, tạo thành tụ phẳng. Tại thời điểm $t = 0$ hai bản được nối tắt qua cuộn cảm L . Tìm sự phụ thuộc của điện tích vào thời gian. Diện tích các bản tụ S , khoảng cách giữa chúng là d .

- 9.52. Tại tâm của một mặt cầu dẫn điện, không tích điện, bán kính R có một diện tích Q . Tại thời điểm $t = 0$ quả cầu được nối đất qua một cuộn cảm L bằng một dây mảnh dài. Xác định sự phụ thuộc của điện tích mặt cầu vào thời gian. Bỏ qua điện trở của cuộn dây và dây dẫn.

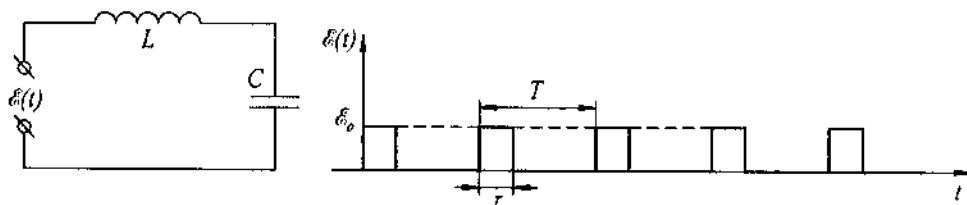
- 9.53. Một mạch cộng hưởng L, C, R (H.185) được nối tuần hoàn với các xung sao cho mỗi xung tạo thêm trên tụ một hiệu điện thế bổ sung U . Khoảng thời gian giữa các xung liên tiếp bằng một số nguyên n lần chu kỳ dao động riêng. Xác định biên độ U_0 của dao động. Giả thiết giảm lượng tắt dần dao động là nhỏ.

- 9.54. Tại thời điểm $t = 0$ mạch LC lý tưởng với tần số dao động riêng 100Hz được kích thích bởi một chuỗi xung tuần hoàn có độ dài xung $\tau = 0,02\text{s}$ như trên hình 186 ($\epsilon_0 = 5\text{V}$). Tìm chu kỳ xung T sao cho giá trị trung bình của hiệu điện thế trên tụ là $U_{tb} = 2\text{V}$. Vẽ đồ thị phụ thuộc $U_c(t)$.

- 9.55. Tại thời điểm $t = 0$ mạch LC lý tưởng (H.186) với chu kỳ dao động riêng $T_0 = 0,01\text{s}$ được kích thích bởi một chuỗi xung vuông $\epsilon(t)$. Hỏi độ dài xung τ bằng bao nhiêu để khi chu kỳ xung $T = 0,09\text{s}$ thì giá trị trung bình của hiệu điện thế trên tụ bằng $1/6$ giá trị cực đại của nó? Vẽ đồ thị phụ thuộc $U_c(t)$.



Hình 185



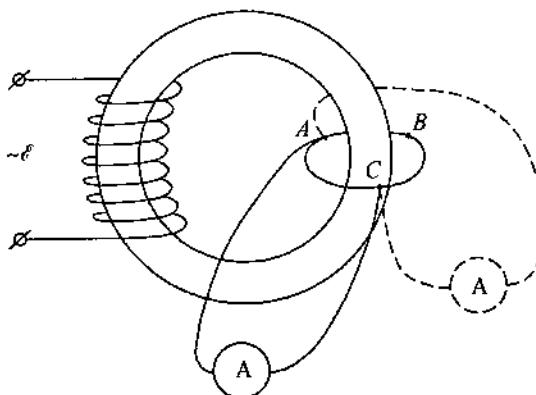
Hình 186

- 9.56. Một viên đạn nhiễm từ bay dọc theo trục của một ống dây dài nối với mạch dao động. Thời gian viên đạn đi được một khoảng bằng đường kính ống dây nhỏ so với chu kỳ dao động T trong mạch. Hỏi với giá trị nào của vận tốc viên đạn v thì biên độ dao động của dòng điện trong mạch sẽ cực đại? Giá trị cực đại I_{max} đó bằng bao nhiêu? Momen từ M của viên đạn song song với trục ống dây. Giả thiết chiều dài ống dây $l = 0,5\text{m}$, tiết diện ngang $S = 5\text{cm}^2$, số vòng $N = 10^4$, momen từ của viên đạn $M = 0,1\text{A.m}^2$, chu kỳ $T = 0,01\text{s}$. Bỏ qua điện trở của mạch.

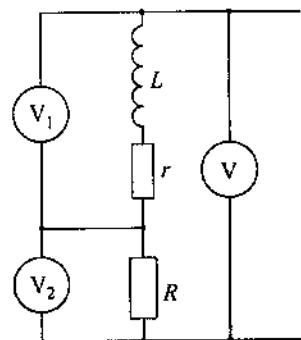
§10. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỚNG. PHƯƠNG PHÁP BIÊN ĐỘ PHỨC

10.1. Trên một lõi sắt có hai cuộn dây. Một cuộn nhiều vòng gồm n vòng dây nối với nguồn hình sin ϵ . Cuộn thứ hai gồm một vòng dây có điện trở r . Các điểm A, B, C của vòng dây này cách đều nhau (H.187).

- Số chỉ của ampe kế xoay chiều đủ nhạy với điện trở r là bao nhiêu, nếu nó được nối với hai trong số ba điểm trên?
- Số chỉ của ampe kế sẽ thay đổi như thế nào nếu đưa nó sang vị trí như hình đứt nét trên hình vẽ? Lõi sắt không bị mất mát từ. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây và các dây nối khác.



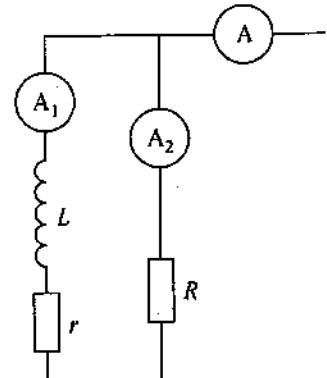
Hình 187



Hình 188

10.2. Để đo công suất do dòng xoay chiều sinh ra trong một cuộn dây (độ tự cảm L , điện trở r), đôi khi người ta dùng phương pháp ba vôn kế, nội dung như sau: Mắc nối tiếp với cuộn dây một điện trở đã biết và nối ba vôn kế với mạch điện như hình 188. Dùng ba vôn kế trên đo các hiệu điện thế hiệu dụng: U_1 là trên cuộn dây, U_2 là trên điện trở và U là giữa hai đầu mạch điện. Khi biết số chỉ của các vôn kế, hãy xác định công suất cần tìm N .

10.3. Để đo công suất do dòng xoay chiều sinh ra trong cuộn dây (độ tự cảm L , điện trở r), đôi khi người ta dùng phương pháp ba ampe kế (H.189), nội dung như sau: Mắc song song



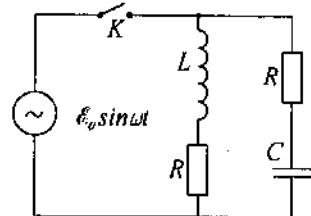
Hình 189

với cuộn dây một điện trở đã biết R . Đo các giá trị dòng điện hiệu dụng: I_1 là qua cuộn dây, I_2 là qua điện trở R và I là dòng qua toàn mạch. Biết số chỉ các ampe kế, hãy xác định công suất cần tìm N .

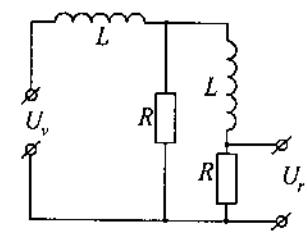
10.4. Tại thời điểm $t = 0$ người ta nối với nguồn

hình sin $\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$ một mạch điện gồm một điện trở R mắc nối tiếp với cuộn cảm L . Tìm cường độ dòng điện I dưới dạng hàm của thời gian và pha φ . Hỏi với điều kiện nào thì ngay sau khi đóng mạch trong mạch điện sẽ xuất hiện các dao động hình sin?

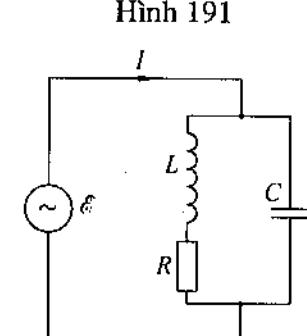
- 10.5. Trên sơ đồ mạch điện hình 190, tại thời điểm $t = 0$ đóng khoá K . Tìm sự phụ thuộc vào thời gian của dòng I chạy qua nguồn $\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t$. Các thông số của mạch liên hệ với nhau bằng biểu thức $R = \sqrt{L/C}$.



- 10.6. Sử dụng sơ đồ hình 191 để tạo sự lệch pha 90° giữa hiệu điện thế đầu vào U_v với hiệu điện thế đầu ra U_r . Hỏi các thông số của mạch R và L cần phải thoả mãn điều kiện gì để tần số dao động của hiệu điện thế đầu vào bằng ω ? Khi đó tỉ số giữa biên độ hiệu điện thế đầu vào và đầu ra sẽ bằng bao nhiêu?



- 10.7. Cuộn dây của một nam châm điện có điện trở toàn phần là $Z = 10 \Omega$, hệ số công suất $\cos \varphi = 0,6$, được nối với mạch xoay chiều. Hệ số công suất $\cos \varphi'$ sẽ bằng bao nhiêu nếu mắc song song với cuộn dây một tụ điện có dung kháng $Z_1 = 7 \Omega$?



- 10.8. Nguồn điện xoay chiều tần số ω và suất điện động ϵ tác dụng lên mạch dao động (H.192). Xác định cường độ dòng điện I và độ lệch pha giữa I và ϵ khi xảy ra cộng hưởng.

- 10.9.** Tìm dòng I (ở trạng thái ổn định) trong mạch điện trên hình 193. Với giá trị nào của ω thì biên độ các dao động ổn định sẽ cực đại và với giá trị nào thì sẽ cực tiểu? Dòng cực đại và cực tiểu bằng bao nhiêu?

- 10.10.** Một cuộn dây dài một lớp đường kính $D = 10 \text{ mm}$ đóng vai trò cuộn cảm trong mạch cộng hưởng ($f_0 = 10 \text{ MHz}$). Hỏi tần số cộng hưởng sẽ thay đổi bao nhiêu lần, nếu bên trong cuộn dây, suốt cả độ dài đặt một trụ bằng đồng thau đường kính $D/2$? Biết điện trở suất của đồng thau $\rho = 8 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$.

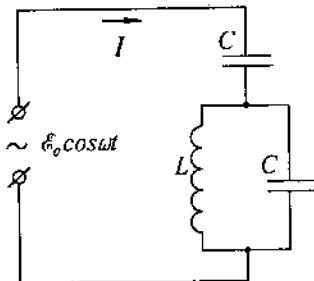
- 10.11.** Một mạch điện gồm điện trở R , cuộn cảm L , tụ có điện dung C mắc nối tiếp với nhau và nối tiếp với nguồn suất điện động hình sin, biên độ không đổi và tần số có thể điều chỉnh được. Thay đổi tần số của nguồn, chỉnh trùng với tần số cộng hưởng của mạch, sau đó giảm điện dung của mạch hai lần và tiếp tục chỉnh cho cộng hưởng. Hỏi cường độ dòng điện cộng hưởng có thay đổi không? Tỉ số giữa tần số cộng hưởng tương ứng với trường hợp thứ nhất và thứ hai bằng bao nhiêu?

- 10.12.** Hãy chứng minh rằng trong mạch điện của bài 10.11, khi tần số của nguồn lệch một lượng không lớn Δf so với tần số cộng hưởng f_0 thì biên độ dòng điện I sẽ liên hệ với biên độ dòng điện khi cộng hưởng I_0 bằng biểu thức:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + (2\Delta f/f_0)^2 Q^2}},$$

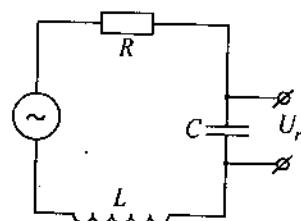
trong đó $Q = \frac{1}{R} \sqrt{L/C}$ là độ phầm chất của mạch.

- 10.13.** Cho một xung điện ngắn qua một điện kế xung kích. Khi đó khung của điện kế lệch một góc φ_0 . Sau nửa chu kỳ, khi khung trở lại vị trí ban đầu, lại cho một xung tương tự nhưng ngược chiều chạy qua, sau nửa chu kỳ tiếp theo lại cho một xung tương tự như ban đầu và cứ tiếp tục như thế. Như vậy cứ mỗi lần khung của điện kế chạy qua vị trí cân bằng nó lại chịu tác dụng một lực về phía chiều chuyển động của nó. Tìm góc lệch lớn nhất của khung φ_{\max} khi dao động ổn định. Chu kỳ dao động tắt dần của điện kế T , hệ số tắt dần là δ .



Hình 193

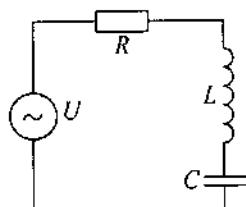
- 10.14.** Trong một mạch dao động tự do biên độ dao động giảm e lần sau khoảng thời gian $\tau = 1$ s. Giả thiết độ phảm chất của mạch đủ lớn. Tìm:
- Độ lệch tần số $\Delta\omega_1$ (khi xác định đường cong cộng hưởng), sao cho tại đó công suất tiêu thụ của mạch giảm đi hai lần;
 - Độ lệch tần số $\Delta\omega_2$ tại đó độ lệch pha thay đổi $\pi/4$.
- 10.15.** Khi thay đổi tần số f của lực cưỡng bức tác dụng lên hệ dao động tuyến tính, pha dao động ổn lập của hệ δ và hằng lượng tích tụ W cũng thay đổi. Giả sử khi tần số lệch khỏi giá trị cộng hưởng một đại lượng nhỏ $\Delta f = 1$ Hz thì pha dao động thay đổi một lượng $\pi/4$. Hỏi năng lượng W khi đó thay đổi thế nào? Thời gian tắt dần τ của hệ trong chế độ dao động tự do bằng bao nhiêu?
- 10.16.** Trong mạch dao động với độ tự cảm $L = 1$ H được chỉnh cho cộng hưởng, dưới tác dụng của nguồn hiệu điện thế ngoài hình sin biên độ $U_0 = 200$ V thì dòng xoay chiều biên độ $I = 20$ A được thiết lập. Tìm điện trở của mạch và thời gian tắt dần τ (thời gian mà biên độ dao động giảm e lần) trong chế độ dao động tự do tắt dần.
- 10.17.** Một ống dây thẳng, một lớp có độ tự cảm L thực hiện dao động xoắn, cưỡng bức, điều hoà quanh trục của mình $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$. Nối ống dây với tụ điện dung C bằng dây dẫn mềm (thí nghiệm Mandellstam và Papalex). Tìm hiệu điện thế trên tụ khi cộng hưởng (khi tần số ω bằng tần số riêng của mạch $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$), biết bán kính ống dây là a , chiều dài dây quấn làm ống dây là l , điện trở ống dây là R .
- 10.18.** Trong một mạch cộng hưởng người ta tăng độ tự cảm L lên gấp đôi và giảm điện dung C còn một nửa, giữ nguyên điện trở thuần. Hỏi độ chọn lọc của mạch $f_0 / \Delta f$ sẽ thay đổi như thế nào, trong đó f_0 là tần số cộng hưởng, Δf là độ rộng dải thông?
- 10.19.** Mạch đầu vào của máy thu thanh có độ phảm chất $Q = 100$ và được điều chỉnh ở tần số $f_0 = 1000$ kHz. Hỏi hiệu điện thế với tần số $f_1 = 2f_0$ (sóng cản) bao nhiêu lần, với điều kiện biên độ của suất điện động trong mạch như nhau?
- 10.20.** Khi ghi lại đồ thị cộng hưởng của mạch cộng hưởng (H.194) người ta thấy rằng: hiệu điện thế đầu ra cực đại tại tần số



Hình 194

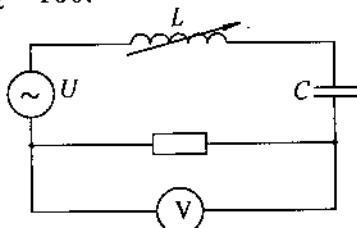
$f_0 = 1,6 \text{ kHz}$; đối với các tần số $f \ll f_0$, hiệu điện thế này $U_0 = 1 \text{ V}$. Hỏi hiệu điện thế đầu ra U_1 tại tần số $f = 16 \text{ kHz}$ bằng bao nhiêu?

- 10.21. Khi ghi lại đồ thị cộng hưởng của mạch dao động (H.195) người ta thấy rằng: Dòng điện cực đại $I_0 = 0,1 \text{ A}$ đạt được khi tần số nguồn $f_0 = 1,6 \text{ kHz}$ (các giá trị dòng điện và hiệu điện thế trong bài này là giá trị hiệu dụng); dòng điện khi $f_1 = 16 \text{ kHz}$ là $I = 10^{-4} \text{ A}$. Hiệu điện thế đầu vào trong cả hai trường hợp như nhau $U = 1 \text{ V}$. Tính giá trị gần đúng của các thông số trong mạch R, L, C theo các giá trị đã cho trước.

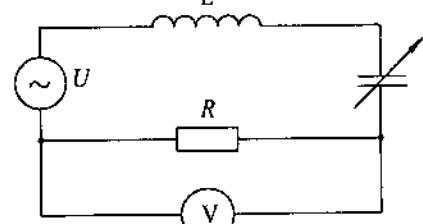


Hình 195

- 10.22. Sensor cảm ứng là một thiết bị vô tuyến để ghi các thay đổi tự cảm không lớn. Bình thường sensor có thể biểu diễn như một mạch dao động với độ tự cảm biến thiên (H.196). Xác định giá trị nhỏ nhất của thay đổi tương đối đo được $\Delta L/L$, nếu mạch được chỉnh cộng hưởng. Nguồn nuôi có hiệu điện thế $U = 100 \text{ V}$, giá trị nhỏ nhất của hiệu điện thế đo được trên điện trở $\Delta U = 10 \mu\text{V}$, độ phẩn chất của mạch $Q = 100$.



Hình 196

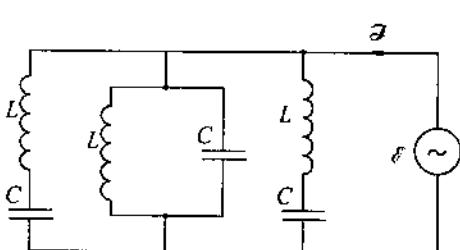


Hình 197

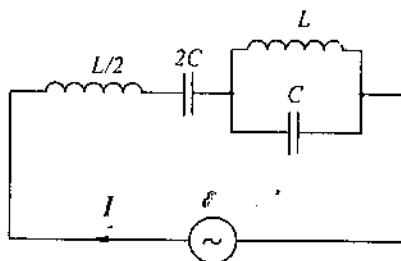
- 10.23. Sensor điện dung là một trong những thiết bị nhạy cảm để đo các dịch chuyển cơ học nhỏ. Bình thường sensor điện dung là một mạch dao động có tụ không khí (H.197). Một bản tụ có thể di chuyển được. Xác định giá trị dịch chuyển nhỏ nhất của bản tụ Δd có thể đo được, nếu mạch chỉnh cộng hưởng. Nguồn nuôi có hiệu điện thế $U = 100 \text{ V}$, thay đổi hiệu điện thế nhỏ nhất có thể đo được trên điện trở là $\Delta U = 10 \mu\text{V}$, độ phẩn chất của mạch $Q = 10^3$, khoảng cách giữa hai bản tụ $d = 1 \text{ mm}$.

10.24. Tại một điểm xác định cường độ điện trường do đài phát sóng vô tuyến A sinh ra lớn gấp 5 lần cường độ của đài phát B. Xác định độ phẩn chất của mạch để tại điểm này có thể thu được sóng của đài B mà không bị nhiễu của đài A, biết rằng để thực hiện được điều đó thì biên độ tín hiệu của đài B trong mạch phải lớn hơn biên độ tín hiệu đài A ít nhất 10 lần. Tần số tín hiệu đài phát A là 210 kHz, của đài B là 200 kHz (xem bài 10.12).

10.25. Cho sơ đồ như trên hình 198, xác định tần số của nguồn suất điện động ϵ tương ứng với cộng hưởng dòng điện và cộng hưởng hiệu điện thế. Vẽ đồ thị độ lệch pha của dòng điện I so với nguồn ϵ phụ thuộc vào tần số của nguồn. Giả thiết điện trở nguồn nhỏ không đáng kể.



Hình 198



Hình 199

10.26. Cho sơ đồ như trên hình 199, xác định tần số của nguồn suất điện động ϵ tương ứng với cộng hưởng dòng điện và cộng hưởng hiệu điện thế. Vẽ đồ thị độ lệch pha của dòng điện I so với nguồn ϵ phụ thuộc vào tần số của nguồn. Giả thiết điện trở nguồn nhỏ không đáng kể.

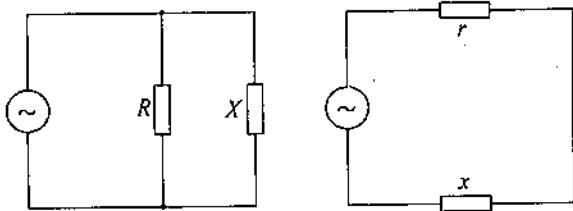
10.27. Cho một hộp đèn với hai đầu dây. Bên trong hộp có mạch gồm cuộn cảm với điện trở thuần nhỏ, điện dung và điện trở. Biết rằng nếu đặt vào hai đầu dây nguồn một chiều 1V, thì cường độ dòng điện sẽ bằng 10mA, nếu đặt dòng xoay chiều 1V, tần số $f = 50$ Hz thì cường độ dòng điện bằng 1mA. Khi tần số tăng thì dòng điện giảm và đạt cực tiểu tại tần số 500Hz, sau đó lại tăng dần đến giá trị tối hạn là 10mA. Vẽ sơ đồ hộp đèn và xác định các thông số của nó.

10.28. Cho một hộp đèn với hai đầu dây. Bên trong hộp có mạch gồm cuộn cảm với điện trở thuần nhỏ, điện dung và điện trở. Biết rằng nếu đặt vào hai đầu dây hiệu điện thế một chiều 1V, thì cường độ dòng điện sẽ bằng 1mA, nếu đặt dòng xoay chiều 1V, tần số $f = 50$ Hz thì cường độ dòng điện bằng 10mA. Khi tần số tăng thì dòng điện giảm và đạt cực tiểu tại tần số 500Hz, sau đó lại tăng dần đến giá trị tối hạn là 10mA. Vẽ sơ đồ hộp đèn và xác định các thông số của nó.

10.29. Trong mạch của nguồn hình sin điện trở thuần R được mắc song song với trở kháng X . Hỏi phải mắc điện trở thuần r và trở kháng x với nguồn nối tiếp bằng bao nhiêu (H.200) để dòng điện trong mạch ngoài (cả biên độ và pha) không đổi? Biểu thức chính xác để tính x và r sẽ biến đổi thế nào trong các điều kiện bổ sung như sau:

- a) $r \ll x$;
- b) $r \gg x$.

X và x là các giá trị thực.



Hình 200

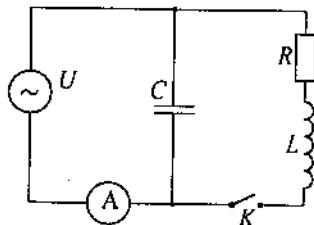
10.30. Trong mạch xoay chiều hiệu điện thế $\epsilon = 400$ V và tần số $f = 50$ Hz có mắc nối tiếp một đèn cháy sáng bình thường và một tụ điện. Hỏi điện dung C phải bằng bao nhiêu nếu đèn được thiết kế để làm việc ở hiệu điện thế $U = 220$ V và cường độ dòng điện $I = 1$ A? Độ lệch pha φ giữa dòng điện và hiệu điện thế toàn mạch bằng bao nhiêu?

10.31. Trong mạch xoay chiều hiệu điện thế $\epsilon = 400$ V và tần số $f = 50$ Hz có mắc nối tiếp một đèn cháy sáng bình thường và một cuộn cảm. Đèn được thiết kế để làm việc ở hiệu điện thế $U = 110$ V và cường độ dòng điện $I = 1$ A. Khi thay bằng đèn khác làm việc việc ở hiệu điện thế $U = 220$ V và cường độ dòng điện $I = 0,8$ A thì đèn mới vẫn sáng bình thường. Tìm điện trở R và độ tự cảm L của cuộn dây.

10.32. Xác định hằng số điện môi ϵ của chất lỏng nếu biết điện trở suất của nó $\rho = 10^{11} \Omega \cdot \text{cm}$ và khi chuyển từ dòng một chiều sang dòng xoay chiều tần số $f = 50$ Hz với cùng hiệu điện thế hiệu dụng, dòng điện chạy qua tụ chứa đầy chất lỏng này tăng lên 7 lần ($n = 7$).

10.33. Biến trở dài một lớp làm từ dây nicrôm với điện trở suất $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Biến trở được quấn với mật độ $n = 10$ vòng/cm trên một lõi sứ đường kính $D = 5$ cm và mắc vào mạch xoay chiều $f = 50$ Hz. Tìm độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế trên biến trở. Bỏ qua độ dày lớp cách điện của dây quấn.

- 10.34.** Trong sơ đồ hình 201, điện dung C được chọn sao cho khi đóng khoá K dòng điện I đo được trên A không thay đổi. Xác định độ tự cảm của cuộn dây nếu biết $I = 0,5 \text{ A}$, $U = 380 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$.



Hình 201

- 10.35.** Trong cuộn sơ cấp của máy biến thế có dòng $I = I_0 \cos \omega t$. Hỏi tại thời điểm nào cần làm đứt cuộn dây thứ cấp của máy để tại chỗ đứt không có tia lửa? Xác định cường độ dòng điện I_1 trong cuộn sơ cấp tại thời điểm trên. Biết độ cảm của cuộn thứ cấp L , điện trở thuần R .

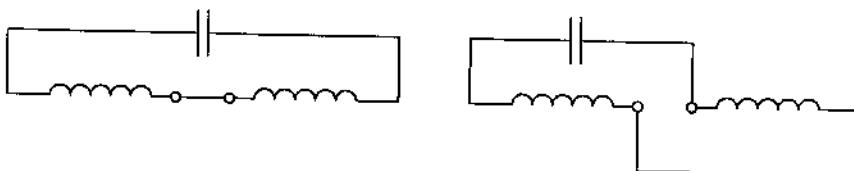
- 10.36.** Đáp số bài toán 10.35 sẽ thay đổi như thế nào nếu mắc thêm một tụ điện với điện dung C vào cuộn thứ cấp? Với tần số ω nào thì khi đứt cuộn thứ cấp dòng điện trong cuộn sơ cấp sẽ bằng giá trị biên độ I_0 ?

- 10.37.** Một biến thế có hai cuộn dây giống nhau, mỗi cuộn có cảm kháng ở tần số làm việc lớn gấp $n = 5$ lần điện trở thuần. Hỏi tỉ số công suất tiêu thụ tại mạch sơ cấp bao nhiêu khi mạch thứ cấp kín và hở?

- 10.38.** Trong một máy biến thế, điện trở thuần ở tần số làm việc của cuộn sơ cấp nhỏ hơn cảm kháng n_1 lần, của cuộn thứ cấp nhỏ hơn cảm kháng n_2 lần. Tìm độ lệch pha δ giữa dòng điện và hiệu điện thế trong cuộn sơ cấp. Bỏ qua sự tiêu tán từ thông trong lõi biến thế. Tìm giá trị bằng số khi $n_1 = n_2 = 10$.

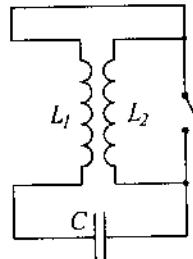
- 10.39.** Bên cạnh cuộn dây của một mạch dao động L, C, R đặt một cuộn dây thứ hai với độ tự cảm L_2 , hổ cảm giữa hai cuộn dây bằng M . Hỏi tần số cộng hưởng của mạch bằng bao nhiêu nếu hai đầu cuộn thứ hai được nối tắt với nhau? Giả thiết cảm kháng của cuộn thứ hai tại tần số trên lớn hơn rất nhiều so với điện trở thuần. Với điều kiện nào thì không xảy ra cộng hưởng?

- 10.40.** Hai cuộn dây giống nhau cùng cuốn trên một lõi, mắc nối tiếp với nhau trong mạch dao động có điện dung C bằng hai cách như trên hình 202. Tần số cộng hưởng của các mạch dao động tương ứng là ω_1 và ω_2 . Tìm độ tự cảm L của mỗi cuộn và hệ số hổ cảm M của chúng.



Hình 202

- 10.41.** Hai cuộn dây với độ tự cảm L_1 và L_2 được mắc nối tiếp trong một mạch dao động có độ phảm chất cao (H.203). Sau khi cuộn L_2 được nối tắt tần số dao động riêng của mạch không đổi. Xác định hệ số hổ cảm M .

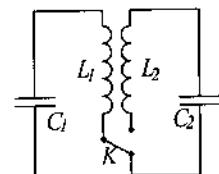


Hình 203

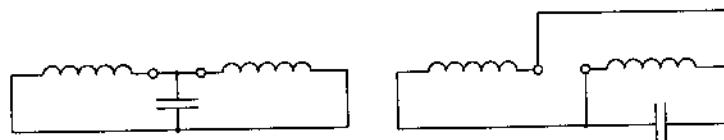
- 10.42.** Một mạch dao động phảm chất cao L_1, C_1 có tần số cộng hưởng ω_1 đã biết được mắc nối tiếp qua khoá K với một đoạn mạch có L_2, C_2 cho trước (H.204). Khi đó tần số cộng hưởng của mạch không thay đổi. Xác định hệ số hổ cảm M .

- 10.43.** Hai cuộn dây giống nhau quấn trên cùng một lõi được mắc song song với nhau và mắc vào mạch dao động có điện dung C bằng hai cách

như trên hình 205. Tần số cộng hưởng của mạch tương ứng là ω_1 và ω_2 . Tìm độ tự cảm L của mỗi cuộn và hệ số hổ cảm M của chúng.



Hình 204



Hình 205

- 10.44*.** Xác định độ phảm chất của một cuộn dây quấn trên một ống đồng mảnh, với đường kính ngoài $D = 2\text{ cm}$, độ dày của thành ống $\delta = 0,05\text{ cm}$ (diện trở suất $\rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{cm}$). Cuộn dây nối với mạch xoay chiều $f = 50\text{ Hz}$, giả thiết chiều dài của ống và cuộn dây bằng nhau và lớn hơn nhiều so với đường kính.

- 10.45.** Cuộn dây của một mạch dao động có độ phảm chất $Q = 100$. Nếu một vòng của cuộn dây được nối tắt thì độ tự cảm của nó gần như không đổi nhưng độ phảm chất của nó giảm hai lần. Xác định số vòng N của cuộn dây.

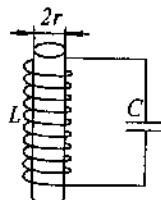
- 10.46.** Mạch dao động gồm một tụ điện và một cuộn dây có lõi sắt. Dây quấn có điện trở không đáng kể. Hỏi độ phảm chất của mạch sẽ thay đổi như thế nào khi điện dung của tụ tăng lên hai lần? Bỏ qua hiệu ứng skin.

10.47. Một ống dây dài quấn dây khít trên một lõi sắt hình trụ có hệ số từ thấm μ và điện dẫn suất λ (H.206). Ống dây được nối tắt qua tụ tạo thành mạch dao động với tần số cộng hưởng ω . Bán kính lõi r , trong tụ không bị rò, cuộn dây và các dây nối có thể xem như vật dẫn lý tưởng. Xác định độ phim chất của mạch, bỏ qua hiệu ứng skin.

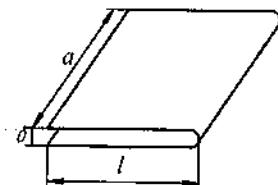
10.48. Cho một tấm kim loại hình chữ U dài $l = 10\text{ cm}$, rộng $a \approx l$ với khe $\delta \ll l$, $\delta \ll a$ (H.207). Coi nó như một mạch dao động, hãy xác định tần số cộng hưởng.

10.49. Xác định gần đúng tần số cộng hưởng f_{ch} của một hộp cộng hưởng hình xuyên kích thước của nó cho trên hình 208. Trên hình biểu diễn tiết diện cắt dọc của hộp cộng hưởng: $a = 20\text{ cm}$, $D = 10\text{ cm}$, $d = 1\text{ mm}$.

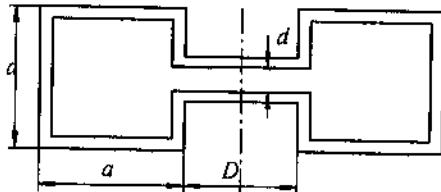
10.50. Hộp cộng hưởng hình xuyên của các dao động điện từ có dạng xuyên rõng tiết diện tròn, dẫn điện lý tưởng. Bên trong xuyên người ta cắt một khe hở (H.209), cạnh khe hở được cảng bằng hai lưỡi dẫn điện hình tròn bán kính $a = 5\text{ cm}$. Khoảng cách giữa hai lưỡi $d = 2\text{ cm}$, bán kính cong trung bình của xuyên $2a$. Coi hộp cộng hưởng như mạch dao động, xác định tần số cộng hưởng. Giả thiết rằng ϵ và μ trong hộp cộng hưởng xấp xỉ bằng 1.



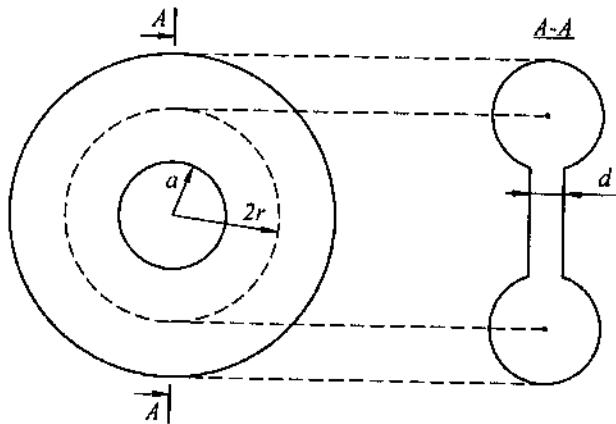
Hình 206



Hình 207



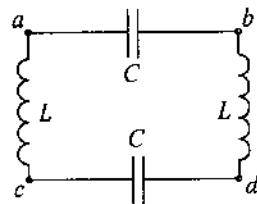
Hình 208



Hình 209

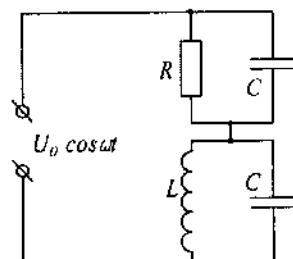
10.51. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây, xác định tần số cộng hưởng của các dòng điện trong mạch hình 210 trong các trường hợp, khi nguồn được nối với các đầu như sau:

- a) ab;
- b) ad;
- c) ac.



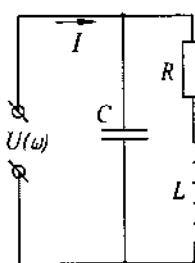
Hình 210

10.52. Với điều kiện nào thì biên độ dòng điện I trong mạch cho trên hình 211 chỉ phụ thuộc vào biên độ của hiệu điện thế đầu vào $U = U_0 \cos \omega t$, chứ không phụ thuộc vào tần số của nó? Trong điều kiện đó tìm độ lệch pha giữa hiệu điện thế đầu vào và hiệu điện thế ở hai đầu của cặp RC .



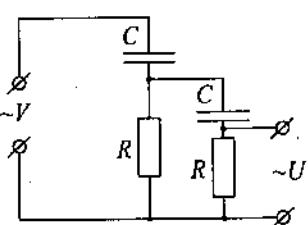
Hình 211

10.53. Cho mạch điện như trên hình 212, trong đó $R = 6 \Omega$, $L = 0,01 \text{ H}$. Hiệu điện thế đầu vào hình sin với tần số $\omega = 300 \text{ s}^{-1}$. Hỏi với giá trị nào của điện dung C thì cường độ dòng điện I sẽ cùng pha với hiệu điện thế U ?



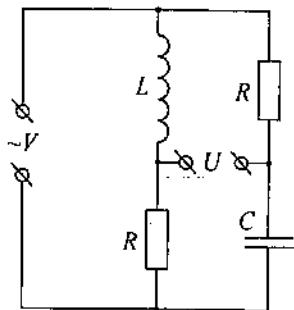
Hình 212

10.54. Sử dụng sơ đồ hình 213 để tạo ra độ lệch pha 90° giữa hiệu điện thế đầu vào V và hiệu điện thế đầu ra U . Hỏi khi đó các thông số R và C của sơ đồ phải thoả mãn điều kiện gì, nếu tần số của hiệu điện thế đầu vào là ω ?



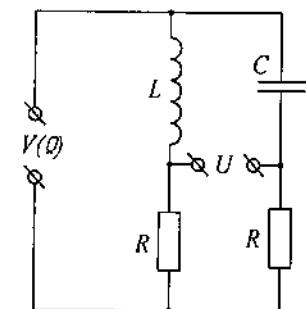
Hình 213

- 10.55. Cho mạch điện như hình 214. Hệ thức liên hệ nào giữa các thông số của mạch để hiệu điện thế đầu ra U cùng pha với hiệu điện thế đầu vào $V = V_0 \cos \Omega t$? Khi đó biên độ hiệu điện thế đầu ra bằng bao nhiêu? Xây dựng giản đồ vectơ cho các hiệu điện thế trên các phân tử của mạch.



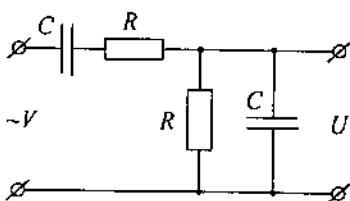
Hình 214

- 10.56. Sử dụng sơ đồ trên hình 215 để tạo ra độ lệch pha 90° giữa hiệu điện thế đầu vào V và đầu ra U . Để có thể có điều đó, các thông số của mạch liên hệ với nhau theo hệ thức nào? Khi đó giá trị U bằng bao nhiêu? Xây dựng giản đồ vectơ cho hiệu điện thế trên các phân tử trong trường hợp này.

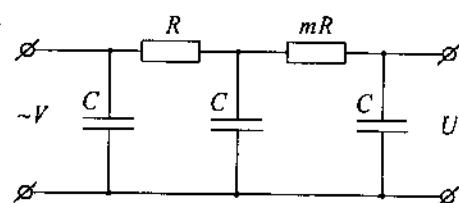


Hình 215

- 10.57. Cho trước các thông số R và C trong sơ đồ hình 216. Hỏi với giá trị nào của tần số ω thì hiệu điện thế đầu ra U sẽ cùng pha với hiệu điện thế đầu vào V ? Khi đó tỉ số biên độ của U và V bằng bao nhiêu?



Hình 216

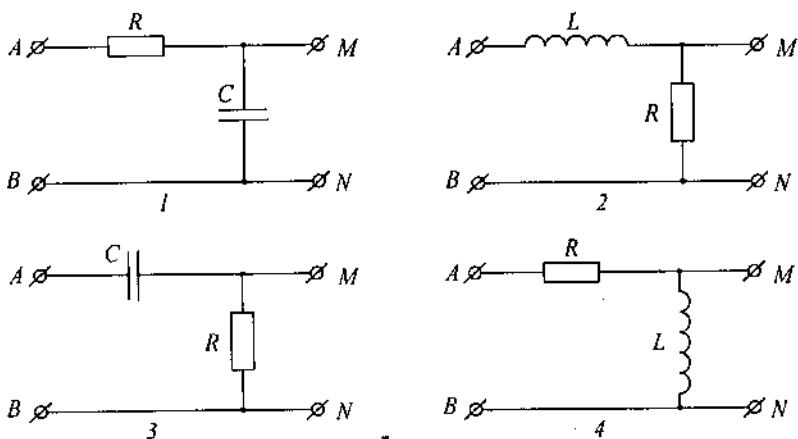


Hình 217

- 10.58. Ở đầu vào của bộ lọc (H.217) đặt một hiệu điện thế $V = V_0 \cos \omega t$, trong đó $\omega = \frac{1}{RC}$. Xác định biên độ của hiệu điện thế đầu ra U_0 .

- 10.59. Đặt vào hai đầu dây A và B (H.218) một hiệu điện thế xoay chiều bất kỳ $V_v(t)$, nó gây ra tại đầu M và N hiệu điện thế $V_r(t)$. Các thông số R , L , C được chọn sao cho hiệu điện thế đầu ra tại mỗi thời điểm đều rất nhỏ so với hiệu điện thế đầu vào. Chứng minh rằng khi đó hiệu điện thế đầu ra trên các sơ đồ 1 và 2 tỷ lệ xấp xỉ với tích phân, còn trên các

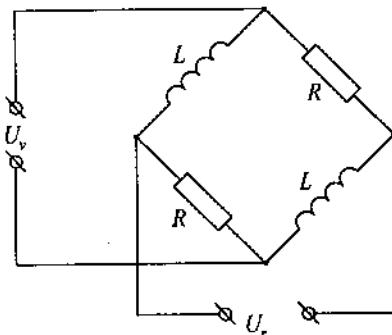
sơ đồ 3 và 4 tỷ lệ xấp xỉ với đạo hàm theo thời gian của hiệu điện thế đầu vào.



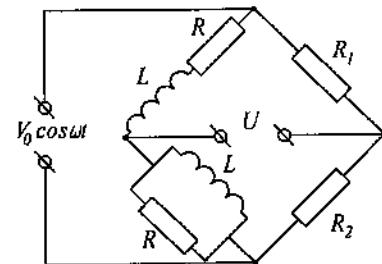
Hình 218

- 10.60.** Tìm trở kháng đầu vào của một mạch dài vô hạn cho trên hình 219. Hỏi với các tần số nào thì mạch sẽ không tiêu thụ công suất của nguồn?

- 10.61.** Trên đầu vào của sơ đồ mạch điện trên hình 220, đặt một hiệu điện thế hình sin có tần số ω . Nghiên cứu sự phụ thuộc của biên độ và pha của hiệu điện thế đầu ra vào độ lớn của điện trở R .



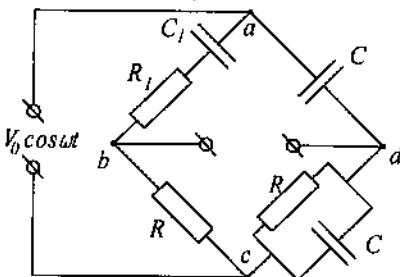
Hình 220



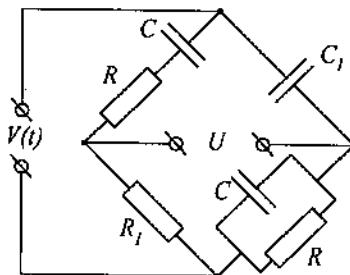
Hình 221

- 10.62.** Với hệ thức liên hệ nào giữa các thông số của mạch cầu được cho trên hình 221 thì hiệu điện thế đầu ra U sẽ cùng pha với hiệu điện thế đầu vào V ? Khi đó biên độ của hiệu điện thế đầu ra U_0 bằng bao nhiêu?

- 10.63.** Mạch cầu xoay chiều cân bằng được biểu diễn trên hình 222. Xác định tỉ số giữa các hằng số thời gian của các nhánh cầu ab và cd . Tỉ số tìm được có phải là điều kiện đủ để cầu cân bằng không?



Hình 222



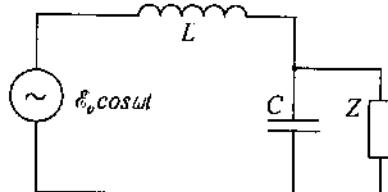
Hình 223

- 10.64.** Tìm điều kiện để mạch cầu cho trên hình 223 cân bằng (tức $U = 0$) khi đặt vào đầu vào của nó hiệu điện thế tuần hoàn dạng bất kỳ.

- 10.65.** Tác dụng ngoại lực tuần hoàn với biên độ không đổi lên một mạch dao động có tần số riêng ω_0 và giảm lượng loga tắt dần $d = 0,02$. Tần số ω của ngoại lực ban đầu bằng tần số riêng ω_0 , sau đó thay đổi sao cho công suất tiêu hao trong mạch giảm một nửa. Xác định sự thay đổi theo phần trăm của tần số này so với tần số riêng (hay tần số cộng hưởng ω_0).

- 10.66.** Hai mạch dao động điện với các thông số cho trước cảm ứng nhau. Suất điện động hình sin, tần số góc ω tác dụng lên một trong hai mạch. Xác định độ lệch pha φ giữa các dòng điện trong các mạch.

- 10.67.** Tìm điều kiện, để mạch được biểu diễn trên hình 224 có dòng điện chạy qua tải Z không phụ thuộc vào độ lớn của tải này. Bỏ qua điện trở của các dây dẫn và điện trở thuần của cuộn cảm.



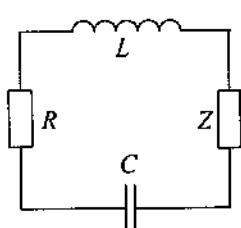
Hình 224

- 10.68.** Tự điện của một mạch dao động được kích bằng chuỗi các xung ngắn tuần hoàn có tần số lặp lại bằng tần số riêng của mạch dao động, còn độ lớn bằng V_0 . Hỏi biên độ dao động cường bức sẽ thay đổi thế nào nếu mạch được kích thích bằng suất điện động điều hoà cùng tần số và biên độ cũng bằng V_0 (suất điện động mắc nối tiếp với các phần tử của mạch).

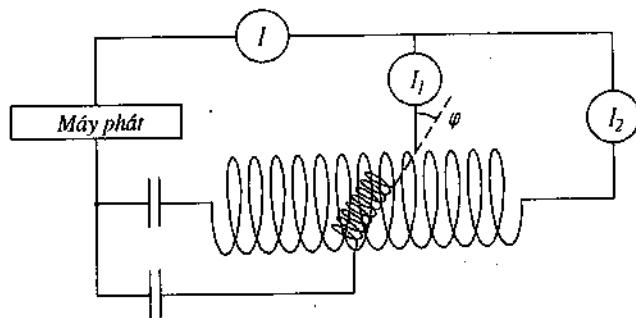
10.69. Một đoạn dây xoắn với số vòng $N = 100$ được quấn trên một lõi dài có hệ số từ thẩm $\mu = 1000$. Một đầu dây được giữ cố định, đầu còn lại thực hiện dao động điều hoà chậm với tần số $f = 1\text{Hz}$, biên độ $a = 2\text{cm}$. Với dao động chậm như thế đoạn dây xoắn biến dạng đều theo cả chiều dài. Tiết diện ngang gần bằng diện tích vòng dây xoắn $S = 100\text{cm}^2$, điện trở thuần $R = 2\Omega$, chiều dài khi không bị biến dạng $l_0 = 31,4\text{cm}$. Hai đầu đoạn dây xoắn nối với nguồn $\epsilon(t)$. Hỏi nguồn $\epsilon(t)$ phải bằng bao nhiêu để dòng điện chạy qua đoạn dây xoắn $I = 1\text{A}$?

10.70. Trong một trong những sơ đồ máy phát tần số vô tuyến sử dụng đèn, sự có mặt của đèn điện tử với đặc trưng phi tuyến trong mạch nối tiếp tương đương với việc nối mạch với mạng dao động hai cực (H.225), điện trở phức của mạng hai cực phụ thuộc vào biên độ dòng điện I_0 và

tại tần số ω bằng $\bar{Z} = \frac{a}{I_0} + i \frac{bI_0^2}{\omega}$, trong đó a và b là các hằng số đã biết. Trong những điều kiện nào thì xuất hiện hiện tượng tự dao động trong mạch này? Tìm biên độ và tần số dao động ổn định?



Hình 225



Hình 226

10.71. Trên sơ đồ mạch điện hình 226, máy phát kích thích các dao động dạng phức tạp với chu kỳ cỡ 10^{-3}s . Cuộn dây bên trong có thể quay quanh trục của nó, trục vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Do sự đàn hồi của giá treo, khi không có dòng điện cuộn dây trong ở vị trí cân bằng, khi đó trục của nó vuông góc với trục của cuộn dây ngoài. Khi cho dòng một chiều $I_0 = 1\text{A}$ chạy qua hai cuộn dây thì cuộn trong lệch một góc $\varphi_0 = 1^\circ$. Chu kỳ dao động riêng của cuộn dây trong là 1s . Hỏi độ lệch φ bằng bao nhiêu nếu các ampe kế chỉ các giá trị hiệu dụng $I = 1\text{A}$, $I_1 = 2\text{A}$, $I_2 = 3\text{A}$?

10.72*. Một tụ điện được nối với dòng xoay chiều, tần số $f = 50$ Hz, hiệu điện thế $U = 220$ V. Dòng điện $I = 1$ A chạy qua tụ với điện trở rò $R = 10$ k Ω . Sự phụ thuộc của độ cảm ứng điện vào cường độ điện trường E trong điện môi secnhet của tụ, có thể tích $V = 100\text{cm}^3$, tạo thành đường từ trễ có diện tích $S = 12,5\text{mJ/cm}^3$. Tìm điện trở thuần r_c và điện dung C của tụ điện.

10.73. Một cuộn cảm được nối với ố cảm của lưới điện xoay chiều tần số $f = 50$ Hz, hiệu điện thế $U = 220$ V. Dòng điện $I = 1$ A chạy qua cuộn dây điện trở thuần $r = 1\Omega$. Công suất do các dòng Fucô sinh ra trong các lá của lõi là $N = 10$ W. Sự phụ thuộc của cảm ứng từ B vào cường độ từ trường H trong lõi sắt từ thể tích $V = 100\text{cm}^3$, tạo thành đường từ trễ diện tích $S = 2500/(4\pi)$ T.A/m. Tìm điện trở thuần R và độ tự cảm L của cuộn cảm. Giả thiết lõi làm từ các lá mảnh và từ trường trong lõi là từ trường đều.

10.74. Hai vòng dây nhỏ giống nhau có bán kính r , được treo như trên hình 227. Khoảng cách l giữa các vòng dây rất lớn so với bán kính r . Trong một vòng có dòng xoay chiều $I = I_0 \cos \omega t$. Tìm giá trị trung bình và chiều của lực tương tác F giữa hai vòng dây. Độ tự cảm của một vòng là L , điện trở thuần R . Nghiên cứu hai trường hợp giới hạn sau:

- a) $\omega L \gg R$;
- b) $\omega L \ll R$.



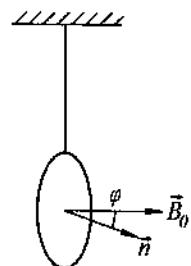
10.75. Một vòng kim loại diện tích S ,

Hình 227

điện trở thuần R , độ tự cảm L được treo trong từ trường đều nằm ngang $B = B_0 \cos \omega t$ và giữ sao cho góc giữa vectơ \vec{B}_0 và pháp tuyến \vec{n} của vòng luôn bằng φ (H.228). Xác định momen trung bình M của các lực do từ trường tác dụng lên vòng. Tìm vị trí cân bằng của vòng và nghiên cứu độ ổn định của nó. Xét hai trường hợp giới hạn:

- a) $\omega L \gg R$;
- b) $\omega L \ll R$.

Với cùng L , trường hợp nào có momen quay lớn hơn?



Hình 228

10.76. Để ghi quá trình chuyển trạng thái siêu dẫn, người ta đặt mẫu vật hình trụ bán kính r , chiều dài l vào trong cuộn dây của một mạch dao động làm việc ở tần số $f = 10 \text{ MHz}$. Ở tần số này lớp ngoài da (skin) của kim loại được nghiên cứu dày $\delta = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$. Xác định sự biến thiên tần số Δf khi làm lạnh từ $T > T_c$ đến $T \ll T_c$, trong đó T_c là nhiệt độ tối hạn của chất siêu dẫn. Coi cuộn dây là một solenoit có chiều dài $l \gg r$, khe hở giữa vật mẫu và các vòng dây $d = 0,1 \text{ mm}$, $d \ll r$. Bỏ qua ảnh hưởng của trường cao tần vào các vòng của cuộn dây.

§11. CÁC YẾU TỐ PHÂN TÍCH PHỔ. HIỆN TƯỢNG TỰ DAO ĐỘNG. CỘNG HƯỚNG THAM SỐ. TẠP ÂM

11.1. Tìm phổ của các dao động sau:

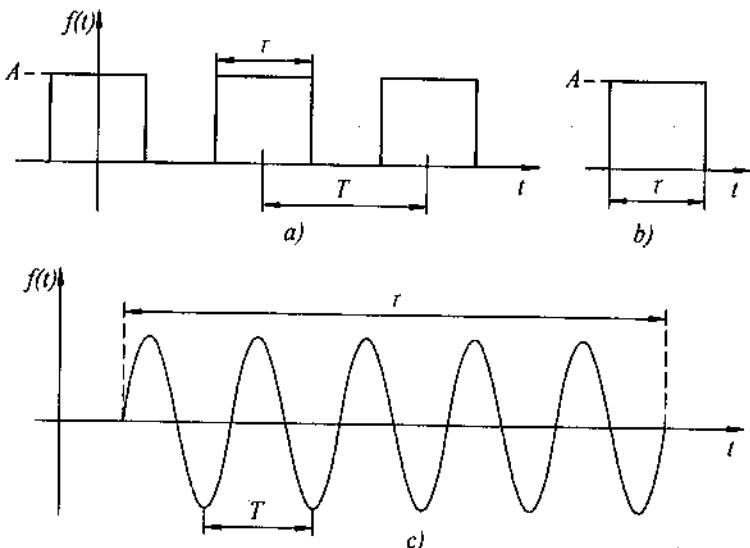
- a) $f(t) = A \cos^2 \omega_0 t$ (biến đổi toàn phương của tín hiệu đơn sắc);
- b) $f(t) = A(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$, ($\Omega \ll \omega_0$; $m < 1$) (biến điệu biên độ);
- c) $f(t) = A \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t)$, ($\Omega \ll \omega_0$; $m \ll 1$) (biến điệu pha).

11.2. Trong các máy thu sóng vô tuyến, người ta thường biến đổi toàn phương tín hiệu nhận được, sau đó lấy giá trị trung bình trong khoảng thời gian Δt , thoả mãn điều kiện $\frac{2\pi}{\omega_0} \ll \Delta t \ll \frac{2\pi}{\Omega}$, trong đó ω_0 là tần số sóng vô tuyến, Ω là tần số biến điệu ($\omega_0 \gg \Omega$). Máy thu loại này sẽ thu được gì trong các trường hợp sau:

- a) Sóng là các dao động biến điệu biên độ (bài 11.1 mục 2);
- b) Sóng là các dao động biến điệu pha (bài 11.1 mục 3);
- c) Sóng là các dao động biến điệu pha với tần số lọc ω_0 (tức tần số sóng mang);
- d) Sóng là các dao động biến điệu pha, trong đó pha của sóng mang ω_0 thay đổi một lượng $\pi/2$.

11.3. Tìm phổ của các tín hiệu biểu diễn trên hình 229:

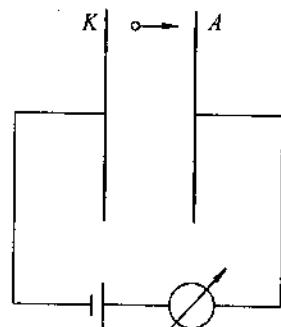
- Chuỗi xung vuông tuần hoàn;
- Xung vuông;
- Một đoạn sóng hình sin.



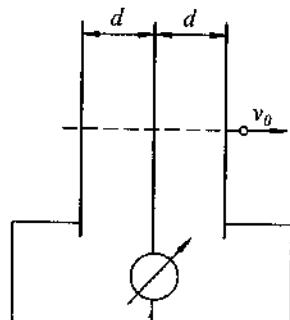
Hình 229

11.4. Đèn chân không phẳng được mắc với nguồn một chiều có điện trở trong không đáng kể (H.230). Khả năng phát xạ của catôt K nhỏ đến mức dòng qua đèn có dạng xung rời rạc của từng electron đơn lẻ, mỗi xung có độ dài τ . Tìm phổ của tín hiệu thu được trong dụng cụ đo khi có xung đi qua.

11.5. Một electron bay theo hướng pháp tuyến qua hệ các tấm phẳng song song nối với máy đo (H.231) và có năng lượng đủ lớn để bay qua tất cả các tấm mà không bị giảm tốc. Vận tốc của electron v_0 , độ rộng mỗi khe là d . Xác định phổ tín hiệu thu được trên máy đo.

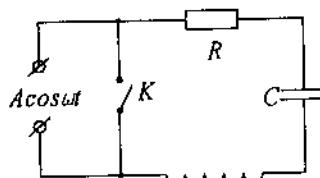


Hình 230



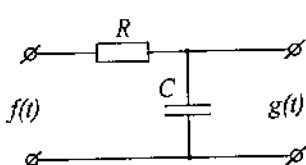
Hình 231

- 11.6. Một mạch dao động được kích bằng nguồn suât điện động xoay chiều tần số ω (H.232), khác với tần số riêng của mạch ω_0 và hiệu tần số $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ lớn hơn độ rộng của đường cong cộng hưởng ($|\Delta\omega| > \delta$). Hỏi có thể làm thay đổi dao động bằng cách đóng và mở khoá K theo chu kỳ không? Với tần số đóng mở nào thì biên độ dao động trong mạch là lớn nhất?

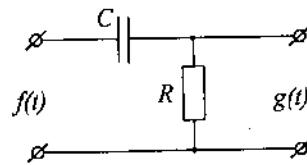


Hình 232

- 11.7. Với những điều kiện nào đặt ra đối với dạng tín hiệu $f(t)$ (và phô $F(\omega)$ của nó) thì hiệu điện thế $g(t)$ tại đầu ra của các mạch RC được biểu diễn trên hình 233 và hình 234 sẽ trùng với điện áp đầu vào $f(t)$?



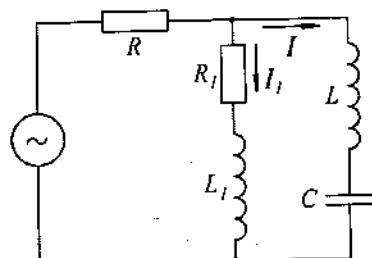
Hình 233



Hình 234

- 11.8. Một mạch dao động phẩm chất cao được đặt dưới tác dụng của suât điện động biến diệu biên độ bên ngoài biến thiên theo quy luật $\varepsilon(t) = A(1 + m\cos^2\Omega t)\cos\omega_0 t$. Tần số cộng hưởng của mạch có thể điều chỉnh bằng cách thay đổi điện dung. Giả thiết cho trước hệ số tắt dần δ của mạch. Xác định biên độ dao động trong các trường hợp sau:
- Mạch được chỉnh ở tần số ω_0 ;
 - Mạch được chỉnh ở tần số $\omega_0 + 2\Omega$.

- 11.9. Tại đầu vào của mạch dao động phẩm chất cao có các dao động biến diệu biên độ $\varepsilon(t) = A(1 + m\cos\Omega t)\cos\omega t$. Khi chỉnh tần số mang ω , người ta quan sát thấy một số cộng hưởng. Tìm giá trị tần số cộng hưởng. Xác định độ biến diệu m , nếu biết rằng biên độ dao động cưỡng bức của hiệu điện thế trong mạch giảm đi $n = 4$ lần khi chỉnh tần số ω từ giá trị ω_0 đến $\omega_0 + \Omega + \delta$ trong đó ω_0 là tần số riêng, δ là hệ số tắt dần của mạch.



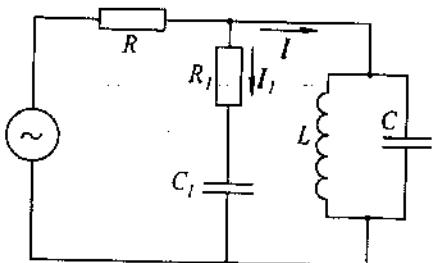
- 11.10. Trong sơ đồ mạch điện trên hình 235, nguồn suât điện động xoay chiều biến

Hình 235

thiên theo quy luật $\epsilon(t) = \epsilon_0 \cos^2 \Omega t$. Xác định các dòng điện I và I_1 , nếu biết rằng các thông số của mạch thỏa mãn hệ thức $\Omega^2 = 1/(4LC)$.

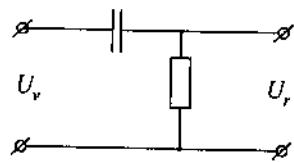
11.11. Trong sơ đồ mạch điện trên hình

236, nguồn suất điện động xoay chiều biến thiên theo quy luật $\epsilon(t) = \epsilon_0 \cos^2 \Omega t$. Xác định các dòng điện I và I_1 , nếu biết rằng các thông số của mạch thỏa mãn hệ thức $\Omega^2 = 1/(4LC)$.



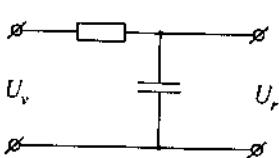
Hình 236

11.12. Đặt một hiệu điện thế điều hoà $U_v = U_0 \cos \omega t$ vào mạch RC (H.237). Các thông số của mạch được chọn sao cho độ lệch pha giữa U_r và U_v là 60° . Xác định thành phần phổ của hiệu điện thế đầu ra và độ lệch pha giữa các thành phần phổ khi khoảng cách giữa các bản tụ (tụ điện phẳng) thay đổi theo luật $d = d_0(1 + \alpha \cos \Omega t)$, trong đó $\Omega \ll \omega$ và $\alpha \ll 1$.

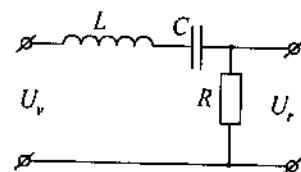


Hình 237

11.13. Đặt một hiệu điện thế hình sin vào mạch RC (H.238). Các thông số của mạch được chọn sao cho độ lệch pha giữa U_r và U_v là -45° . Xác định thành phần phổ của hiệu điện thế đầu ra và độ lệch pha giữa các thành phần phổ khi khoảng cách giữa các bản cực của tụ (tụ điện phẳng) thay đổi theo luật $d = d_0(1 + \alpha \cos \Omega t)$, trong đó $\Omega \ll \omega$ và $\alpha \ll 1$.



Hình 238



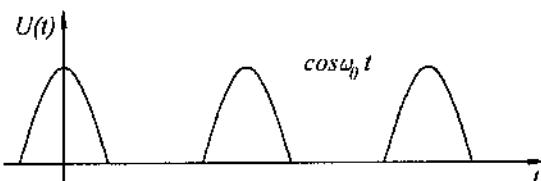
Hình 239

11.14. Đặt vào mạch dao động (H.239) một hiệu điện thế biến điện biên độ $U_v = U_0(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0$ ($m < 1$). Mạch được chỉnh cộng hưởng với tần số ω_0 . Tính U_r , nếu $\omega_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\Omega = 5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$, độ phasc chất của mạch $Q = 100$.

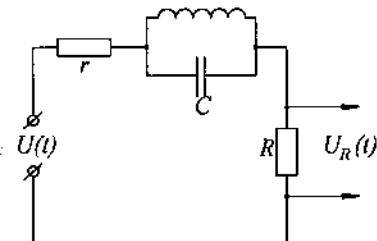
11.15. Đặt vào mạch dao động (H.239) một chuỗi xung vuông tuần hoàn có độ dài xung nhỏ hơn chu kỳ 4 lần. Tần số lặp lại của xung trùng với tần số cộng hưởng của mạch. Tim tỉ số giữa biên độ của sóng hài bậc hai đối với biên độ của sóng hài bậc nhất, nếu độ phảm chất của mạch $Q = 100$.

11.16. Tín hiệu từ một bộ nắn dòng có dạng $U(t)$ (nửa hình cosin) (H.240). Tín hiệu này được đưa vào mạch điện biếu diễn trên sơ đồ hình 241. Mạch L, C được chỉnh ở tần số ω_0 , $R \gg \omega_0 L$ và $R \gg r$. Coi mạch là lý tưởng, xác định dạng của tín hiệu $U_R(t)$.

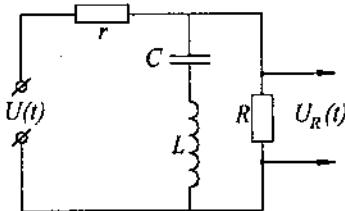
11.17. Tín hiệu từ một bộ nắn dòng có dạng $U(t)$ (nửa hình cosin) (H.240). Tín hiệu này được đưa vào mạch điện biếu diễn trên hình 242. Mạch L, C được chỉnh ở tần số ω_0 , $\omega_0 L \gg R \gg r$. Coi mạch là lý tưởng, xác định dạng của tín hiệu $U_R(t)$.



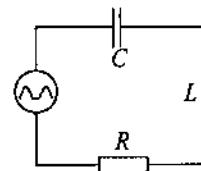
Hình 240



Hình 241



Hình 242



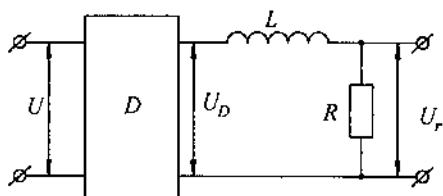
Hình 243

11.18*. Một máy phát các xung có dạng hình cosin bị giới hạn (H.240) được mắc vào mạch dao động L, C, R có độ phảm chất $Q = 100$ (H.243). Điện trở trong của máy phát $r = 50 \Omega$, biên độ của suất điện động $U = 100 \text{ V}$. Tim giá trị lớn nhất có thể của biên độ sóng hài thứ nhất của dòng I_1^{\max} trong mạch, nếu tất cả các sóng hài bậc cao đều bị khử ít nhất 100 lần ($\beta = I_1 / I_2 \geq 100$).

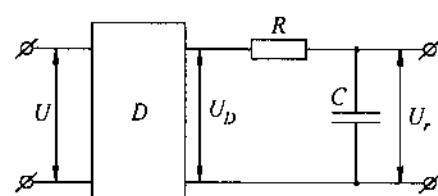
11.19. Một máy phát xung vuông biên độ $U = 100 \text{ V}$, độ hổng xung $\alpha = \frac{T}{\tau} = 4$, trong đó T là chu kỳ xung, τ là độ dài xung, điện trở trong

$r = 50 \Omega$, được đặt vào mạch dao động có độ phảm chất $Q = 100$. Tìm giá trị lớn nhất có thể của biên độ sóng hài thứ nhất của dòng I_1 trong mạch, nếu tất cả các sóng hài bậc cao đều bị khử ít nhất 100 lần ($\beta = I_1 / I_2 \geq 100$).

- 11.20. Bộ tách sóng bình phương D biến đổi điện áp đầu vào $U = U_0(\sin \omega t + \sin 2\omega t)$ theo quy luật $U_D = kU^2$. Nối đầu ra của bộ tách sóng với mạch gồm cuộn cảm L mắc nối tiếp với điện trở R ($\omega L / R = 1/3$) (H.244). Tìm tỉ số giữa biên độ sóng hài có tần số lớn nhất với phần không đổi của điện áp đầu ra trên điện trở R .



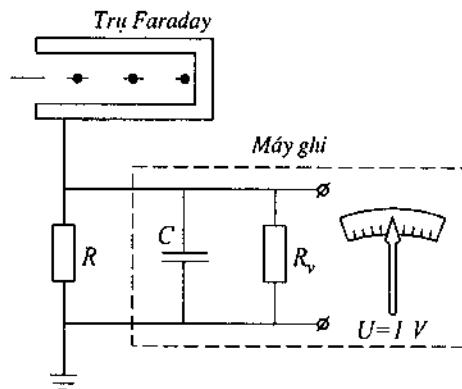
Hình 244



Hình 245

- 11.21. Bộ tách sóng bình phương D biến đổi điện áp đầu vào $U = U_0(\sin \omega t + \sin 2\omega t)$ theo quy luật $U_D = kU^2$. Nối đầu ra của bộ tách sóng với mạch gồm điện dung C mắc nối tiếp với điện trở R ($\omega RC = 1/\sqrt{2}$) (H.245). Tìm tỉ số giữa biên độ sóng hài có tần số lớn nhất với phần không đổi của hiệu điện thế trên điện dung C .

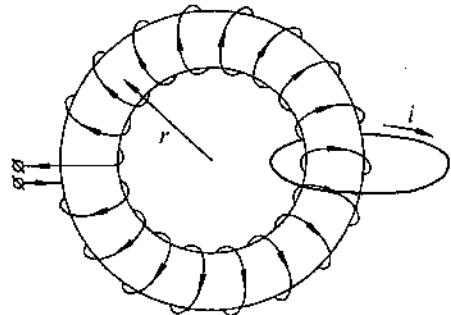
- 11.22. Chùm electron trong máy gia tốc tuyến tính là một dãy các đám electron nối tiếp nhau với chu kỳ $T = 3 \cdot 10^{-10}$ s. Để đo dòng điện của các hạt được gia tốc người ta sử dụng hình trụ Faraday (H.246) hấp thụ hoàn toàn chùm tia. Trụ Faraday được nối đất qua điện trở $R = 100 \Omega$. Tín hiệu từ điện trở được đưa qua cáp đến máy ghi có điện trở đầu vào lớn ($R_v \gg R$) dùng để phân nhánh điện dung của dây cáp $C = 200 \text{ pF}$ (sơ đồ tương đương của mạch đo cho trên hình vẽ). Xác định số electron n trong một đám, nếu số chỉ của máy ghi $U = 1 \text{ V}$.



Hình 246

- 11.23. Hệ số từ thẩm vi phân μ của một loại sắt từ phụ thuộc vào cường độ từ trường theo quy luật $\mu = \frac{dB}{dH} = \mu_1 - \mu_2 H^2$. Trên

một lõi mảnh hình xuyến làm bằng chất sắt từ trên được quấn đều một cuộn dây N vòng. Tiết diện lõi sắt S , bán kính xuyến r (H.247). Dòng điện từ hoá không đổi chạy qua cuộn dây có độ lớn sao cho sự phụ thuộc của $B(H)$ đạt cực đại. Có một vòng dây kín điện trở R bao quanh cuộn dây. Xác định phổ dòng điện i trong vòng dây, nếu ngoài dòng từ hoá trong cuộn dây còn có dòng điện yếu $I = I_0 \sin \omega t$. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây kín.



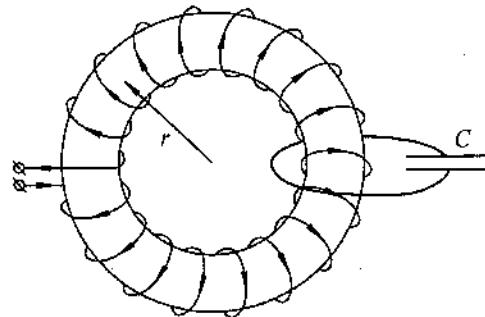
Hình 247

- 11.24. Cuộn dây hình xuyến N vòng quấn đều quanh một lõi sắt từ tiết diện S , bán kính r . Do bão hòa nên hệ số từ thẩm vi phân của lõi phụ thuộc vào cường độ từ trường theo luật

$$\mu = \frac{dB}{dH} = \mu_1 - \mu_2 H^2. \text{ Có một}$$

vòng dây nối kín qua tụ C bao quanh cuộn dây (H.248). Xác định thành phần phổ của dòng i qua tụ, nếu trong cuộn dây có dòng xoay chiều $I = I_0 \sin \omega t$.

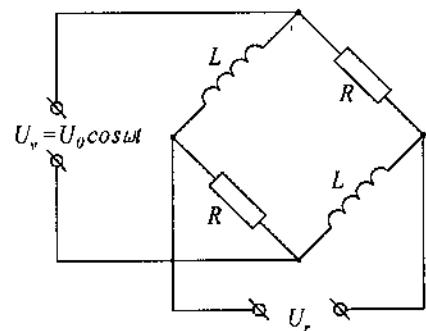
Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây, điện trở thuần của mạch và hiệu ứng từ trễ trong lõi.



Hình 248

- 11.25. Sơ đồ mạch điện được biểu diễn trên hình 249, thành phần phổ của điện áp đầu ra U_r (tức là các biên độ và pha của các phổ thành phần) trong mạch

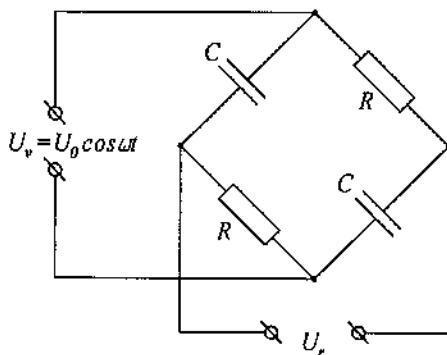
này thế nào, nếu cả hai cuộn cảm đồng thời biến thiên theo quy luật $L = L_0(1 + m \cos \Omega t)$? Giả thiết rằng $m \leq 1$, $\omega \gg \Omega$ và $\omega L_0 \ll R$.



Hình 249

- 11.26.** Sơ đồ mạch điện được biểu diễn trên hình 250, thành phần phổ của điện áp đầu ra U_r (tức là các biên độ và pha của các phổ thành phần) trong mạch như thế nào, nếu cả hai điện dung đồng thời biến thiên theo quy luật $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} (1 + m \cos \Omega t)$?

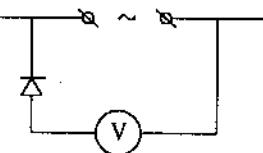
Giả thiết rằng $m \leq 1$, $\omega \gg \Omega$ và $\omega R C_0 \ll 1$.



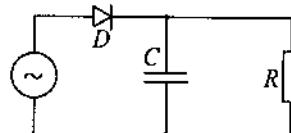
Hình 250

- 11.27.** Trong vôn kế đo điện một chiều, dòng điện chạy trong một cuộn dây có thể quay trong từ trường ngoài không đổi. Vôn kế loại này đo giá trị nào? Nó sẽ chỉ cái gì nếu mắc vào ổ cắm dòng điện xoay chiều hiệu điện thế 220V (H.251) qua một diốt lý tưởng?

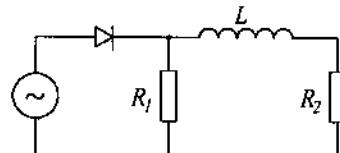
- 11.28.** Trong các vôn kế đo điện áp một chiều và xoay chiều người ta sử dụng nguyên lý tương tác của hai cuộn dây, trong đó một cuộn có thể chuyển động. Hai cuộn dây mắc nối tiếp, vì thế dòng điện qua chúng giống nhau. Vôn kế xoay chiều loại này đo giá trị nào? Mắc vôn kế xoay chiều loại này vào ổ cắm hiệu điện thế xoay chiều 220V (H.251) qua một diốt lý tưởng. Vôn kế chỉ hiệu điện thế bao nhiêu?



Hình 251



Hình 252

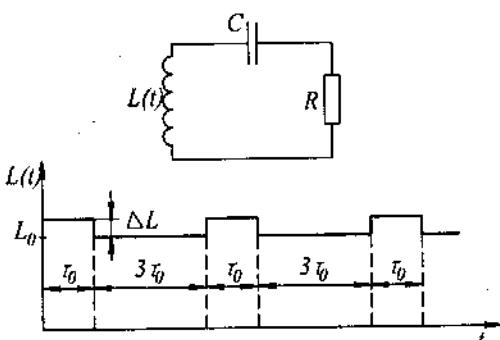


Hình 253

- 11.29.** Đánh giá tỉ số giữa biên độ của các xung điện áp với thành phần không đổi $\delta U / U_0$ của nó trên tải R của một nắn dòng nửa chu kỳ, nếu tần số nguồn $f = 50 \text{ Hz}$, $C = 50 \mu\text{F}$, $R = 20 \text{ k}\Omega$, còn điện trở của diốt hoặc bằng không (diốt mở), hoặc bằng vô cùng (diốt đóng) (H.252).

- 11.30.** Đánh giá tỉ số giữa biên độ của các xung dòng điện với thành phần không đổi $\delta I / I_0$ của nó trên tải R_2 của một nắn dòng nửa chu kỳ, nếu tần số nguồn $f = 50 \text{ Hz}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $L = 10 \text{ H}$, còn điện trở diốt D hoặc bằng không (diốt mở), hoặc bằng vô cùng (diốt đóng) (H.253).

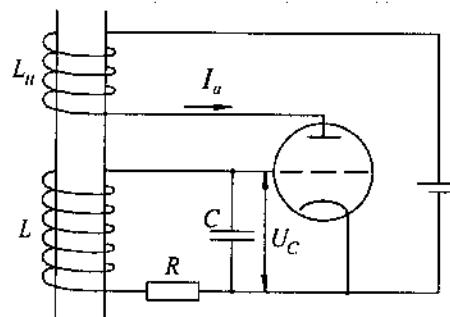
- 11.31. Tại thời điểm $t = 0$ suất điện động ngoài $\epsilon(t) = \epsilon_0 \cos[\Omega t + \varphi(t)]$ với quy luật biến diệu pha $\varphi(t) = \alpha t^2$, trong đó $\Omega \gg \sqrt{\alpha}$, được đặt vào mạch dao động phẩm chất cao (L, C, R). Các thông số của mạch dao động thoả mãn điều kiện $2L/R \ll \sqrt{\pi/\alpha}$. Sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi nối nguồn thì biên độ dao động cưỡng bức trong mạch đạt cực đại? Sau bao lâu thì biên độ giảm đi đáng kể?
- 11.32. Tại thời điểm $t = 0$ suất điện động ngoài $\epsilon(t) = a(t) \cos \omega_0 t$ với quy luật biến diệu pha $a(t) = a(1 + \cos \alpha t^2)$, trong đó $\omega_0 \gg \sqrt{\alpha}$, được đặt vào mạch dao động phẩm chất cao (L, C, R). Các thông số của mạch dao động thoả mãn điều kiện $2L/R \ll \sqrt{\pi/\alpha}$, $1/\sqrt{LC} = \omega_0$. Sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi nối nguồn thì dao động của hiệu điện thế trên hai bản tụ được coi là dao động gần diệu hoà?
- 11.33. Tín hiệu $\epsilon(t) = \epsilon_0 \cos(\omega t + m \cos \Omega t)$, trong đó $m \ll 1$ và $\Omega \ll \omega$ được đưa vào mạch dao động phẩm chất cao $Q \gg 1$. Tần số cộng hưởng của mạch $\omega_0 = \omega - \Omega$. Xác định với độ chính xác đến độ hiệu chỉnh nhỏ sự phụ thuộc thời gian của hiệu điện thế trên tụ $U(t)$. Giả thiết $\Omega \gg \omega_0/Q$.
- 11.34. Tín hiệu $\epsilon(t) = \epsilon_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$, $m < 1$ được đưa vào một mạch dao động điều chỉnh ở tần số ω_0 . Độ phẩm chất của mạch $Q \gg 1$. Tần số biến diệu được chọn bằng $\Omega = \frac{\omega_0}{2Q}$. Xác định biên độ và pha của các thành phần phổ điện áp $U(t)$ ở đầu ra. Giải thích rõ lời giải bằng giản đồ vectơ.
- 11.35. Độ tự cảm của một mạch dao động biến đổi tuân hoàn theo quy luật trên hình 254. Hồi điện dung của mạch dao động được chỉ ra có giá trị bằng bao nhiêu thì có thể xảy ra cộng hưởng tham số? Giá trị lớn nhất của điện trở thuần của mạch bằng bao nhiêu thì kích thích các dao động tham số? Tính số với $L_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ H}$, $\Delta L = 4 \cdot 10^{-5} \text{ H}$, $\tau_0 = 10^{-6} \text{ s}$.



Hình 254

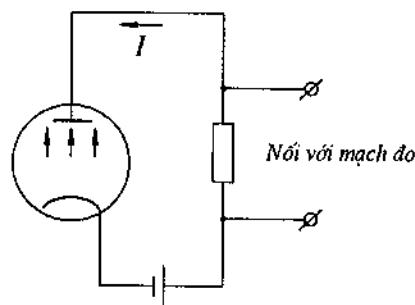
- 11.36. Để giữ cho dao động không tắt dần trong mạch L, C, R ($L = 4 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $C = 10^{-10} \text{ F}$, $R = 1 \Omega$), người ta thay đổi nhanh điện dung của tụ một lượng ΔC mỗi khi hiệu điện thế trên tụ bằng không và sau thời gian $\tau = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ trở lại trạng thái ban đầu. Xác định độ lớn và dấu của ΔC .

- 11.37. Trong sơ đồ hình 255, khi trong mạch có dao động nhỏ dòng anot I_a phụ thuộc tuyến tính vào hiệu điện thế U_c theo quy luật $I_a = S U_c + I_0$, trong đó S và I_0 là các hằng số. Cuộn dây của mạch dao động L và cuộn dây liên kết L_{lk} được quấn trên cùng một lõi từ. Giả thiết cho trước L , L_{lk} , C và S . Hỏi với giá trị cực đại nào của điện trở thuần trong mạch sẽ xuất hiện tự dao động. Độ phảm chất hiệu dụng của mạch sẽ bằng bao nhiêu nếu chọn $R = 2R_{\max}$? Tính số với $L = 4 \cdot 10^{-4} \text{ H}$, $L_{lk} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ H}$, $C = 10^{-8} \text{ F}$, $S = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$.



Hình 255

- 11.38. Dựa vào sơ đồ đo có độ nhạy cao thực hiện phép tính trung bình sau thời gian $\tau = 1 \text{ s}$, đã ghi được các thay đổi nhỏ ΔI của dòng điện một chiều chạy qua diốt chân không (H.256), ví dụ do sự thay đổi điện áp nguồn gây ra. Xác định giá trị nhỏ nhất ghi được trên nền tạp âm ΔI_{\min} , nếu dòng trung bình của diốt $I \approx 10^{-3} \text{ A}$.



Hình 256

- 11.39. Tín hiệu từ máy phát vô tuyến thu được ở khoảng cách $l_1 = 1 \text{ km}$, về mặt công suất bằng mức độ các tạp âm riêng của máy thu. Giả thiết rằng tạp âm chỉ do các dao động nhiệt ở mạch đầu vào của máy thu sinh ra. Tính khoảng cách l_2 để có thể thu được tín hiệu với cùng một tỉ số các mức tín/tạp, nếu làm lạnh mạch đầu vào của máy thu đến nhiệt độ của héli lỏng $T_2 \approx 4 \text{ K}$.

§12. PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL. SÓNG ĐIỆN TỬ. ỐNG DẪN SÓNG VÀ HỘP CÔNG HƯỚNG. PLASMA

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{| \vec{r} - \vec{r}' |^3} dV'$$

- 12.1. Từ định luật Bio-Savart-Laplace $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j} \wedge \vec{r}}{r^3} dV$ (trong chân không) và từ công thức vectơ $\text{rot}(f\vec{a}) = f \text{rot}\vec{a} + [\text{grad}f]\vec{a}$, chứng minh rằng $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$, trong đó $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}}{r} dV$. Vectơ \vec{A} được gọi là thế vectơ.
- 12.2*. Các bản của một tụ phẳng có dạng đĩa bán kính R . Khoảng không giữa hai bản tụ được đổ đầy chất điện môi có hằng số điện môi và từ thẩm là ϵ và μ . Tụ được mắc vào mạch xoay chiều $I = I_0 \cos \omega t$. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh. Tìm năng lượng của điện trường và từ trường trong tụ. Tìm tỉ số giữa năng lượng từ trường cực đại và năng lượng điện trường cực đại. Khoảng cách giữa các bản tụ là d . Tính toán bằng số với $R = 10$ cm, tần số $f = 100$ Hz và $\epsilon = \mu = 1$.
- 12.3. Không gian bên trong một ống dây dài gồm N vòng dây được lấp đầy điện môi đồng chất với hằng số điện môi ϵ và độ từ thẩm μ . Chiều dài ống dây l , bán kính R . Dòng điện xoay chiều $I = I_0 \cos \omega t$ chạy qua cuộn dây của ống. Bỏ qua các hiệu ứng biên. Tìm năng lượng từ trường và năng lượng điện trường bên trong tụ và tính tỉ số giữa các giá trị cực đại của các năng lượng này. Tính số với $R = 5$ cm, $\epsilon = \mu = 1$ và tần số $f = 100$ Hz.
- 12.4*. Một tụ phẳng tích điện được ngắt khỏi nguồn, phóng điện chậm bằng dòng điện dẫn theo thể tích trong điện môi giữa hai bản tụ do có sự dẫn điện yếu. Bỏ qua hiệu ứng biên. Tính cường độ từ trường bên trong tụ.
- 12.5*. Một tụ phẳng tích điện được làm từ hai đĩa giống nhau, bán kính R , đã ngắt khỏi nguồn bị đánh thủng bằng tia lửa điện dọc theo trục của nó. Giả thiết sự phóng điện là chuẩn tĩnh và bỏ qua các hiệu ứng biên. Tính giá trị tức thời của cường độ từ trường H bên trong tụ (phụ thuộc vào khoảng cách r tính từ trục), nếu cường độ dòng điện của tia lửa điện tại thời điểm đang xét bằng I .
- 12.6. Một tụ phẳng gồm hai đĩa kim loại giống nhau, không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bằng chất điện môi với hằng số điện môi ϵ .

Khoảng cách giữa hai mặt trong của các đĩa là d . Giữa hai bản tụ duy trì hiệu điện thế xoay chiều $U = U_0 \sin \omega t$. Bỏ qua các hiệu ứng biên. Tìm từ trường H trong không gian giữa hai bản tụ.

- 12.7.** Một tụ không khí phẳng có hai bản tụ hình đĩa giống nhau với khe hở giữa chúng $d = 1\text{ cm}$. Đặt giữa hai bản tụ hiệu điện thế xoay chiều $U = U_0 \sin \omega t$ với biên độ $U_0 = 300\text{ V}$, tần số $\omega = 3 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$. Tìm biên độ của các trường H_0 và B_0 ở khoảng cách $r = 1\text{ cm}$ tính từ trục của tụ, nếu khoảng cách này nhỏ hơn bán kính đĩa. Hỏi các biên độ sẽ thay đổi thế nào nếu khe hở giữa hai bản tụ được lắp đầy chất điện môi có $\varepsilon = 10$ và $\mu = 100$?
- 12.8.** Một tụ không khí phẳng, có hai bản tụ hình đĩa giống nhau được nạp đến hiệu điện thế cao, và sau đó ngắt khỏi nguồn. Ở tâm tụ bị thủng (do tia lửa điện xuyên qua), dẫn đến tụ phóng điện. Giả thiết sự phóng điện là chuẩn tĩnh và bỏ qua tính không đồng nhất của trường ở các cạnh của tụ. Xác định dòng năng lượng điện từ toàn phần chuyển qua khoảng không gian giữa hai bản tụ. Giải thích hiện tượng trên theo quan điểm bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.
- 12.9.** Một tụ phẳng, điện dung C có hai bản tụ hình đĩa giống nhau được nạp điện tích Q . Sau đó ngắt tụ khỏi nguồn và nối hai bản tụ bằng dây dẫn dài hình trụ đi qua bên tụ, và tụ phóng điện. Bỏ qua tính không đồng nhất của trường ở các cạnh của tụ. Bằng tính toán trực tiếp hãy chứng minh rằng dòng năng lượng điện từ toàn phần thoát ra từ tụ bằng dòng năng lượng điện từ toàn phần chạy trong dây dẫn. Phân tích hiện tượng trên theo quan điểm về chuyển động, bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.
- 12.10.** Tìm mật độ dòng điện dịch i_d trong một tụ phẳng có các bản tụ đang tách xa nhau với vận tốc u và luôn giữ song song với nhau nếu:
- Điện tích trên các bản tụ được giữ không đổi;
 - Hiệu điện thế U giữa hai bản tụ được giữ không đổi, khoảng cách giữa hai bản tụ d càng lúc càng trở nên nhỏ so với kích thước dài của tụ;
 - Sẽ có thay đổi gì nếu các bản tụ xích lại gần nhau chứ không phải tách xa nhau?
- 12.11*.** Một tụ không khí phẳng gồm hai bản tụ hình đĩa giống nhau được tích điện và đặt trong ống dây có từ trường đều không đổi $B = 0,1\text{ T}$. Từ trường do dòng một chiều sinh ra khi chạy qua cuộn dây. Điện

trường giữa hai bản tụ $E = 10000 \text{ V/cm}$. Cả hệ (cùng với nguồn) đặt trên các rãnh ngang và có thể chuyển động không ma sát. Các rãnh song song với các bản tụ. Độ lớn và chiều xung cơ học của hệ thay đổi như thế nào nếu tụ bị đánh thủng dọc theo trục của nó bằng tia lửa điện và dẫn đến phóng điện? Thể tích khoảng không gian giữa hai bản tụ $V = 100\text{cm}^3$. Giải thích kết quả theo quan điểm bảo toàn động lượng. Động lượng cơ của hệ thay đổi thế nào nếu tụ vẫn được giữ tích điện, nhưng mạch nguồn nuôi cuộn dây của ống dây bị đứt?

- 12.12.** Một tụ không khí phẳng tích điện với cường độ điện trường giữa hai bản tụ $E_0 = 282 \text{ V/cm}$ được đặt trong ống dây có tiết diện ngang hình chữ nhật với các cạnh song song và vuông góc với các bản tụ. Trong mạch cuộn dây của ống dây có nguồn một chiều và khoá. Cả hệ (cùng với nguồn) đặt trên các rãnh ngang song song với các bản tụ và có thể chuyển động không ma sát trên các rãnh. Lúc đầu mạch ống dây hở. Sau đó đóng mạch, trong ống dây xuất hiện từ trường đều với cảm ứng từ $B = 0,2 \text{ T}$. Độ lớn và phương chiều động lượng cơ của hệ thay đổi như thế nào sau khi đóng khoá? Thể tích khoảng không gian giữa hai bản tụ $V = 200\text{cm}^3$. Đánh giá kết quả trên quan điểm của định luật bảo toàn động lượng.

- 12.13.** Một tụ trụ thành mỏng tích điện với bán kính bán ngoài $R = 20 \text{ cm}$, ^{bé}
trong lõi là ^{lõi} ~~điện~~ ^{điện} ~~nhỏ~~ ^{nhỏ} không trên một sợi chỉ đan hồi với mõm đun xoắn $f = 0,1 \text{ N.cm}$ trong từ trường $B = 1 \text{ T}$ song song với sợi chỉ và bản tụ trong của tụ. Khi bị đun nóng tụ phóng điện nhanh do phát xạ nhiệt. Xác định biên độ φ_0 của các dao động xoắn nhỏ của tụ. Điện tích của tụ $Q = 5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, momen quán tính của tụ $J = 100 \text{ g.cm}^2$.

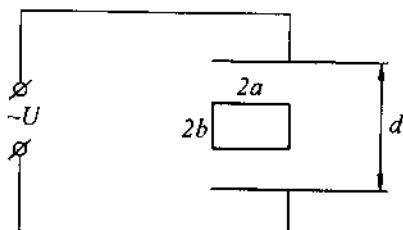
- 12.14.** Một trong những phương pháp phát hiện yếu tố từ tích cơ bản theo giả thiết là đơn cực từ Dirac với độ lớn trong hệ đơn vị Gauss $g_0 = \hbar c / (2e)$, là đo dòng điện xuất hiện trong mạch siêu dẫn sau khi có đơn cực Dirac đi qua. Xác định độ lớn dòng điện trong vòng dây có độ tự cảm $L = 0,1 \mu\text{H}$.

Hướng dẫn. Giả thiết Dirac về đơn cực dẫn đến việc đổi xứng hoá các phương trình Maxwell sao cho một trong các phương trình có dạng

$$\epsilon = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} - \frac{4\pi}{c} I_M,$$

trong đó ϵ là suất điện động trong mạch, Φ là từ thông, I_M là cường độ dòng điện đơn cực hoặc từ tính chạy qua diện tích bị giới hạn bởi mạch trong một đơn vị thời gian.

- 12.15.** Một trong những phương pháp phát hiện yếu tố từ tích cơ bản theo giả thiết là đơn cực Dirac với độ lớn trong hệ Gauss $g_0 = \frac{\hbar c}{2e}$, là độ điện tích chạy trong vòng kim loại khi có đơn cực đi qua. Xác định độ lớn của điện tích đối với vòng có diện trở $R = 1\Omega$.
- 12.16*.** Người ta treo một trụ thép không lõi bên trong một cuộn dây được cung cấp bằng nguồn điện xoay chiều của thành phố. Trụ chịu sự từ hóa 50 lần trong một giây nên nóng nhanh chỉ trong vòng 1 đến 2 phút. Để chứng minh rằng sự nóng lên là do từ trễ chứ không phải do dòng Fucô, ta treo cũng bên trong cuộn dây này một trụ bằng đồng cùng kích thước. Độ dẫn điện của đồng lớn hơn sắt vì thế dòng Fucô trong nó sẽ lớn hơn. Trong khi đó khi trụ thép đã khá nóng thì trụ đồng vẫn nguội. Hỏi đó có phải là một minh chứng thuyết phục về hiện tượng từ trễ của sắt không?
- 12.17.** Một ống dây với số vòng N , chiều dài l , bán kính a được chứa dây vật liệu dẫn điện yếu với điện dẫn suất không đổi λ . Hỏi suất điện động tự cảm của ống dây thay đổi như thế nào so với khi $\lambda = 0$ nếu dòng chảy trong cuộn dây $I = I_0 \cos \omega t$? Độ từ thẩm của vật liệu là μ . Bỏ qua hiệu ứng biên.
- 12.18.** Trên mặt bàn nằm ngang làm từ chất không dẫn điện và không nhiễm từ có một giọt thuỷ ngân bết mạnh do trọng lượng của nó, giống như chiếc “bánh tráng”. Đường kính “bánh tráng” $d = 10\text{ cm}$. Thuỷ ngân không làm ướt mặt bàn. Sau đó “bánh tráng” cùng với bàn được đặt vào từ trường đều biến thiên với cảm ứng từ $B = B_0 \cos \omega t$ vuông góc mặt bàn. Hỏi biên độ cảm ứng từ B_0 phải bằng bao nhiêu để ở tần số $f = 1\text{ MHz}$ đường kính “bánh tráng” thay đổi gấp hai lần. Sức căng bề mặt của thuỷ ngân $\sigma = 0,465\text{ N/m}$, khối lượng riêng $\rho = 13,5\text{ g/cm}^3$, điện trở suất $\alpha = 9,6 \cdot 10^{-7}\text{ }\Omega \cdot \text{m}$. Gia tốc rơi tự do $g = 9,8\text{ m/s}^2$.
- 12.19.** Một tụ điện không khí phẳng có hai bản tụ là hai đĩa tròn, nằm cách nhau một khoảng d . Bên trong tụ có một khung dây chữ nhật, một cạnh của khung trùng với trục đối xứng của tụ (H.257). Cạnh khung song song với hai bản tụ bằng $2a$, cạnh vuông góc với hai bản tụ bằng $2b$. Đặt giữa hai bản tụ nguồn xoay chiều $U = U_0 \cos \omega t$.



Hình 257

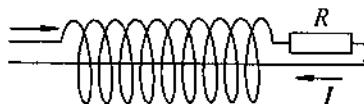
Tìm cường độ dòng điện I trong khung dây với giả thiết điện trở thuần R của nó rất lớn so với độ tự cảm.

- 12.20. Một ống dây không khí dài với bán kính quấn dây $r_0 = 1\text{ cm}$, và $n = 10$ vòng/cm có dòng điện tăng với vận tốc không đổi $dI/dt = 100\text{ A/s}$. Đường sức từ tương ứng với điện trường xoáy \vec{E} của nó có dạng như thế nào? Tìm độ lớn E ở khoảng cách $2r_0$ tính từ trục ống dây. Điện trường E và cảm ứng từ D thay đổi như thế nào, nếu nhúng ống dây vào điện môi đồng chất không nhiễm từ với hằng số điện môi $\epsilon = 2$?
- 12.21. Trong từ trường đều vuông góc với vectơ \vec{B} có một vòng dây kín bán kính r , độ tự cảm L , điện trở thuần R . Từ thời điểm $t = 0$ từ trường bắt đầu giảm theo quy luật tuyến tính với vận tốc $dB/dt = -a$. Tìm quy luật thay đổi của từ thông $\Phi(t)$ xuyên qua vòng dây.
- 12.22. Một trụ đồng có bán kính $a = 1\text{ cm}$, chiều cao $h = 10\text{ cm}$ được đặt trong từ trường đều đồng nhất biến thiên $B = B_0 \cos \omega t$ song song với trục trụ. Biến độ của từ trường $B_0 = 0,01\text{ T}$, tần số $f = 50\text{ Hz}$. Xác định công suất trung bình của nhiệt lượng Q sinh ra trong tụ do dòng Fucô. Độ dẫn điện của đồng $\lambda = 5,14 \cdot 10^{17}\text{ s}^{-1}$ (đơn vị trong hệ Gauss).
- 12.23. Một tụ phẳng có diện tích các bản tụ S , khoảng cách giữa chúng d chứa dây chất điện môi dẫn điện kém với hằng số điện môi ϵ và điện trở suất ρ . Qua tụ có dòng xoay chiều $I = I_0 \cos \omega t$. Tìm U_0 là biến độ điện áp trên tụ.
- 12.24. Một khung dây hình vuông cạnh a được đặt vào một tụ phẳng tạo thành từ hai đĩa tròn diện tích S . Một cạnh của khung trùng với trục của tụ, hai cạnh còn lại hướng theo bán kính của đĩa. Điện trở của khung là r (cảm kháng có thể coi là rất nhỏ so với điện trở). Tụ được nạp đến diện tích Q_0 từ nguồn suất điện động một chiều, hằng số thời gian $\tau = RC$. Tìm nhiệt lượng tỏa ra trên khung dây trong quá trình nạp điện cho tụ. Năng lượng này lấy từ đâu? Với các điều kiện nào thì có thể bỏ qua độ tự cảm của khung dây?
- 12.25. Một đường truyền gồm hai dây dẫn lý tưởng (không tiêu hao nhiệt). Một cặp đầu dây nối với máy phát điện một chiều, cặp còn lại nối với tải. Chứng minh rằng nếu bỏ qua sự giảm thế trên dây dẫn thì vectơ dòng năng lượng (vectơ Pointing) \vec{S} trong không gian giữa hai dây dẫn sẽ hướng dọc theo các dây dẫn từ máy phát tới tải. Kết quả này sẽ thay đổi thế nào nếu tính đến điện trở của các dây dẫn?

12.26. Dòng điện một chiều chạy qua dây dẫn thẳng có điện trở, chứng minh rằng:

- Tại một điểm bất kỳ trên bề mặt dây dẫn, hướng của vectơ Pointing \vec{S} , được xác định bởi thành phần tiếp tuyến của vectơ \vec{E} ;
- Tích của módun vectơ Pointing với độ lớn mặt bên dây dẫn bằng công suất do dòng điện trong dây dẫn sinh ra.

12.27. Dòng điện một chiều I chạy trong mạch gồm điện trở R , một cuộn dây dài bán kính r_2 , mật độ quấn n [vòng/cm] và một dây dẫn thẳng bán kính r_1 đồng trục với cuộn dây (H.258). Bỏ qua điện



Hình 258

trở của cuộn dây và dây dẫn, tìm thành phần dọc trục S_z và thành phần theo phương vị S_ϕ của vectơ Pointing bên trong cuộn dây, cách xa đầu cuộn. Tính dòng năng lượng truyền qua tiết diện cuộn dây.

12.28. Một ống dây dài (chiều dài l , bán kính r , số vòng N) nối với nguồn suất điện động một chiều ϵ qua điện trở R (bỏ qua điện trở của ống dây). Tìm năng lượng điện từ chạy trong ống dây trong thời gian thiết lập dòng điện và so sánh nó với năng lượng từ của ống dây $LI^2/2$.

12.29. Chùm electron hình trụ bán kính R lan truyền trong không gian tự do. Các electron của chùm tia mang năng lượng W , mật độ n và bay song song với nhau. Tìm độ lớn và chiều của vectơ Pointing tại một điểm bất kỳ trong không gian.

12.30. Dòng điện với mật độ đều j theo tiết diện dây chạy qua một dây dẫn hình trụ. Mật độ các electron dẫn là n . Bỏ qua điện trở và tính đến trường Hall, xác định độ lớn và chiều của vectơ Pointing trong dây dẫn theo sự phụ thuộc vào khoảng cách r đến trục. Các đại lượng $\epsilon = \mu = 1$.

12.31. Một chùm electron hình “con dao” tức là có dạng một lớp phẳng mảnh, lan truyền trong không gian tự do, vận tốc các electron nằm trong lớp phẳng. Chiều dày chùm tia là $2a$, năng lượng của các electron là W , mật độ của chúng là n . Giả thiết tất cả các electron đều bay song song, tìm vectơ Pointing tại một điểm bất kỳ trong không gian.

12.32*. Một tụ điện tạo bởi hai đĩa giống nhau bán kính a , cách nhau một khoảng d , được đổ đầy chất điện môi với hằng số điện môi ϵ và được nạp đến hiệu điện thế U_0 . Sau đó cho tụ phóng điện qua điện trở R . Bỏ

qua các hiệu ứng biên, tìm vectơ Pointing trong tụ dưới dạng hàm của khoảng cách r đến trục tụ và thời gian t . Tìm năng lượng điện từ toàn phần W đi qua mặt bên của tụ trong suốt thời gian phóng điện.

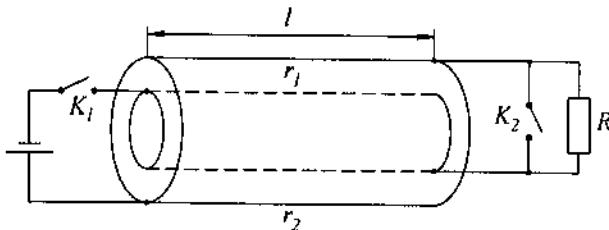
- 12.33. Một tụ phẳng tạo bởi hai đĩa giống nhau đồng trục, được nối với nguồn một chiều ϵ . Tại thời điểm $t = 0$ khoảng cách giữa hai bán tụ d bắt đầu tăng theo một quy luật $d(t)$ nào đó. Tìm vectơ Pointing \vec{S} và năng lượng điện từ $W(r,t)$ truyền qua mặt trụ bán kính r nằm bên trong tụ xung quanh trục dưới dạng hàm của thời gian. Khoảng cách d luôn nhỏ hơn nhiều so với bán kính các bán tụ.
- 12.34. Dòng điện mật độ j chạy qua một dây dẫn hình tấm phẳng mỏng. Dòng mang điện là các electron với mật độ n . Tìm độ lớn và chiều của vectơ Pointing tại một điểm bất kỳ bên trong dây dẫn. Giả thiết chiều dày của tấm rất nhỏ so với chiều rộng. Bỏ qua điện trở của tấm; $\mu \approx 1$.
- 12.35. Chùm electron hình trụ, mật độ n_e , vận tốc v chạy qua chất khí các ion dương đứng yên với mật độ được chọn sao cho nó triệt tiêu hết các lực tương tác lẫn nhau của các electron theo phương vuông góc với chùm tia. Tìm độ lớn và chiều của vectơ Pointing bên trong chùm và mật độ các ion dương n_i .
- 12.36. Trong một ống dây dài, thể tích V và độ tự cảm L , dòng điện tăng theo quy luật $I = \alpha t$, trong đó α là hằng số đã biết. Xác định vectơ Pointing bên trong ống dây. Xác định thông lượng toàn phần Φ_s của vectơ Pointing \vec{S} qua một mặt cầu có tâm nằm trên trục ống dây cách xa hai đầu ống dây sau thời gian $t = 1\text{ s}$ kể từ khi bắt đầu quá trình. Bán kính mặt cầu R nhỏ hơn bán kính ống dây. Bỏ qua sự tán xạ của trường trên các mặt solenoit, $\epsilon = \mu = 1$.
- 12.37. Bên trong một tụ phẳng tạo bởi hai đĩa tròn cách nhau d , tách ra một mặt trụ kín bán kính R ($2R < d$), chiều dài L (L nhỏ hơn đường kính bán tụ). Trục hình trụ vuông góc với trục đối xứng của tụ. Hiệu điện thế trên tụ biến thiên tuyến tính $U = At$, trong đó A là hằng số đã biết. Xác định thông lượng toàn phần Φ_s của vectơ Pointing gửi qua mặt trụ sau thời gian $t = 1\text{ s}$ kể từ khi bắt đầu quá trình.
- 12.38. Vỏ và lõi của một đoạn cáp đồng trục dài, nối tắt hai đầu, được làm từ các chất siêu dẫn khác nhau. Lúc đầu trong cáp có dòng I_0 chảy qua. Sau đó người ta nâng nhiệt độ, sao cho lõi bên trong chuyển về trạng thái bình thường. Độ siêu dẫn của vỏ ngoài vẫn được giữ nguyên. Xác định vectơ Pointing và năng lượng điện từ chuyển qua một đơn vị dài

của cáp trong thời gian dòng điện giảm. Bán kính vỏ cáp R_0 , bán kính lõi r_0 . Cho biết vận tốc thay đổi của dòng điện dI/dt .

12.39. Đường truyền hai dây trong bài 12.25 nối một đầu với máy phát điện hình sin. Hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong dây cùng pha với nhau. Hãy chứng minh rằng, vectơ Pointing \vec{S} trong không gian giữa hai dây dẫn luôn hướng từ máy phát tới tải.

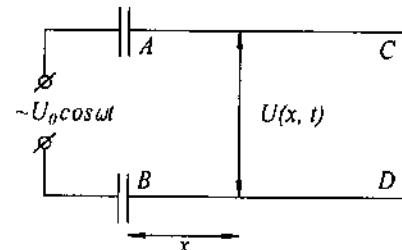
12.40. Trong đường truyền hai dây bài 12.25 dòng điện chậm pha so với hiệu điện thế một góc 90° . Hãy chứng minh rằng vectơ Pointing \vec{S} sau mỗi phần tư chu kỳ lại đổi hướng 180° và vì vậy dòng năng lượng trong một chu kỳ bằng không (sóng dừng).

12.41*. Nguồn điện một chiều chạy trên tải $R = 60 \Omega$. Điện trở và nguồn nối với nhau qua đường cáp đồng trực dài $l >> r_1, r_2$. Tại một thời điểm nào đó khoá K_1 ngắt cáp khỏi nguồn, đồng thời khoá K_2 nối tắt tải (H.259). Giả thiết rằng tất cả các điện trở trừ R đều nhỏ không đáng kể, còn các giá trị suất điện động, I, r_1 cho trước. Hỏi với giá trị nào của r_2 thì năng lượng do đường truyền phát ra sau khi các khoá làm việc nhỏ nhất.



Hình 259

12.42. Các dây của hệ Lekhor nằm trong mối liên hệ qua tụ với nguồn dao động hình sin. Nguồn này luôn giữ giữa hai điểm A và B một hiệu điện thế xoay chiều $U_0 \cos \omega t$, trong đó U_0 và ω là hằng số. Hai đầu C và D nối tắt với nhau (H.260). Chiều dài Lekher $AC = CD = l$. Tìm sự phân bố hiệu điện thế $U(x,t)$ giữa các dây dẫn dưới dạng hàm của toạ độ x và thời gian t . Giả thiết rằng các dao động đã ổn định, còn điện trở thuần của các dây dẫn bằng không.



Hình 260

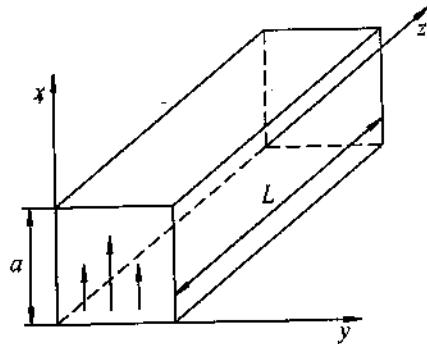
Nghiên cứu biên độ các dao động ổn định của hiệu điện thế tại các bung sóng theo sự phụ thuộc vào chiều dài l của hे�.

12.43*. Một đoạn cáp đồng trục dài $l = 14\text{ m}$ được nối với đầu vào của một khuếch đại có điện trở đầu vào rất lớn. Đầu còn lại của cáp được nối tắt với nhau. Khoảng không giữa hai dây dẫn của cáp được lấp đầy chất điện môi ($\epsilon = 2$) với điện dẫn suất nhỏ $\lambda = 10^{-6}(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Tìm tần số cộng hưởng cực tiểu và độ phảm chất Q của mạch tương đương với đoạn cáp đồng trục trên. Giả thiết rằng mọi tiêu hao chỉ do sự dẫn điện của điện môi gây ra.

12.44*. Các đầu mút của một ống dẫn sóng tiết diện $a \times b = 10 \times 22\text{ mm}^2$ dài $l = 100\text{ mm}$ được hàn kín và ống chứa dây chất điện môi ($\epsilon = 2$) có điện dẫn suất nhỏ $\lambda = 10^{-7}(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Tìm hệ số phảm chất Q của hộp cộng hưởng được tạo thành đối với tần số cộng hưởng nhỏ nhất có thể f_{\min} . Giả thiết rằng các tiêu hao chỉ do sự dẫn điện của điện môi gây ra.

12.45*. Một ống dẫn sóng có thành bằng kim loại tiết điện vuông, cạnh $a = 5\text{ cm}$ được kích hoạt bằng các dao động biến điệu $E_x(t) = E_0(1 + \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$, trong đó $\omega_0/(2\pi) = 3001\text{ MHz}$, $\Omega/(2\pi) = 2\text{ MHz}$. Bỏ qua tiêu hao của sóng chạy trong ống. Hồi trường $E_r(t)$ ở đầu ra của ống dài L biến thiên theo quy luật nào? Trường \vec{E} vuông góc với trục ống và song song với một trong các thành ống (H.261). Vận tốc pha của sóng tần số ω_0 bằng bao nhiêu?

12.46. Trong một ống dẫn sóng tiết điện vuông cạnh $a = 5\text{ cm}$, thành bằng kim loại được kích hoạt bằng dao động của điện trường $E_x = E_0 \cos 2\pi f_0 t$ với tần số $f_0 = 2998\text{ MHz}$ (trường \vec{E} vuông góc với trục ống z và song song với một trong các thành) (H.261). Hỏi với giá trị nhỏ nhất nào của tần số biến điệu biến độ f_{\min} thì trong ống sẽ xuất hiện sóng chạy. Vận tốc pha của sóng bằng bao nhiêu khi tần số biến điệu $f = 3\text{ MHz}$?



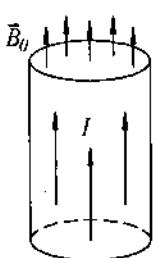
Hình 261

- 12.47.** Trong một hộp cộng hưởng hình lập phương cạnh a có các thành dẫn sóng lý tưởng và bên trong là chân không, người ta kích hoạt dao động điện từ. Điện trường biên độ E_0 hướng theo trục z . Tìm vectơ Pointing $\vec{S}(t, x, y, z)$ dưới dạng hàm của toạ độ và thời gian.
- 12.48.** Máy phát sóng điện từ với bước sóng $\lambda = 8 \text{ mm}$, công suất $N = 1 \text{ W}$ được chỉnh đúng giải cơ bản của một hộp cộng hưởng chữ nhật có thành bằng kim loại, thể tích hộp $V = 0,2 \text{ cm}^3$, độ phẩn chất $Q = 10^3$. Hệ ghép máy phát và hộp cộng hưởng đảm bảo hấp thụ hoàn toàn năng lượng của máy phát vào trong hộp cộng hưởng. Xác định cường độ điện trường cực đại bên trong hộp cộng hưởng.
- 12.49.** Hộp cộng hưởng siêu dẫn hình hộp chữ nhật cao $h = 3 \text{ cm}$ có tiết diện nằm ngang hình vuông cạnh $a = 10 \text{ cm}$. Bên trong hộp phủ một lớp siêu dẫn có từ trường tối hạn H_c trong các điều kiện thí nghiệm bằng 1 K . Để tránh bị đánh thủng, cường độ điện trường E tại mọi điểm không lớn hơn $E_0 = 30 \text{ kV/cm}$. Độ phẩn chất của hộp đo được ở tần số cộng hưởng cực tiểu $Q = 10^6$. Hồi công suất N có thể truyền liên tục vào hộp cộng hưởng ở tần số này bằng bao nhiêu, để duy trì dao động có biên độ đạt cực đại?
- 12.50.** Trong một ống dẫn sóng tiết diện vuông cạnh a với các thành dẫn lý tưởng lắp dây chitan không, người ta kích hoạt sóng vô tuyến điện từ chạy có tần số nhỏ nhất khi cho trước số sóng k_z . Trục z nằm dọc theo ống, vectơ \vec{E} song song với trục x , biên độ điện trường E_0 . Xác định vectơ Pointing $\vec{S}(t, x, y, z)$ dưới dạng hàm của toạ độ và thời gian.
- 12.51.** Một máy phát siêu cao tần công suất lớn truyền qua ống dẫn sóng đến anten phát. Máy phát truyền vào ống công suất $N_0 = 100 \text{ kW}$ và một phần công suất được anten phát vào không gian, một phần được phản xạ và hấp thụ trong các tải sóng hồi tiếp đặc biệt. Khi đó trong ống dẫn sóng xuất hiện sự chồng chất các sóng tới và sóng phản xạ truyền theo các hướng ngược nhau. Tìm công suất phát của anten N_{ph} , nếu biết hệ số sóng dừng, tức là tỉ số giữa cường độ trường cực đại (tại bụng) và cực tiểu (tại mút) là $k = 2$.
- 12.52.** Một máy phát siêu cao tần công suất lớn truyền qua ống dẫn sóng, đến tải công suất $N_0 = 100 \text{ kW}$. Một phần công suất này được hấp thụ trên tải ($N_t = 75 \text{ kW}$), phần còn lại bị phản xạ. Khi đó trong ống xuất hiện sự chồng chất các sóng tới và sóng phản xạ truyền ngược nhau.

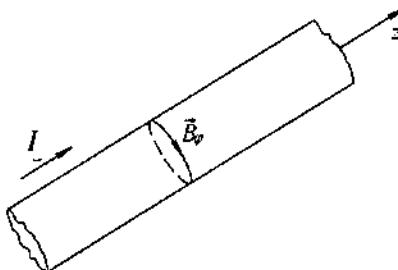
Tìm hệ số sóng dừng, tức là tỉ số giữa cường độ trường cực đại (tại bụng sóng) và cực tiểu (tại nút sóng).

- 12.53. Trong một hộp cộng hưởng cao tần hình hộp chữ nhật các cạnh $a < b < l$ người ta kích hoạt sóng tần số thấp nhất trong dải. Sau khi lắp đầy hộp bằng plasma được tạo thành do ion hoá chất khí còn lại trong hộp, tần số dao động sóng tăng lên gấp đôi. Xác định mật độ electron của plasma.
- 12.54*. Qua ống dẫn sóng tiết diện chữ nhật cạnh $a < b$ lan truyền một sóng loại thấp nhất (tức H_{01}) được kích hoạt bởi máy phát vi sóng tần số ω_0 . Do sự ion hoá không khí còn sót lại trong ống sau khi hút chân không, plasma được tạo ra, làm cho bước sóng trong ống tăng gấp đôi. Xác định mật độ electron trong plasma.
- 12.55. Một tụ phẳng chứa đầy plasma với mật độ trung bình của electron và ion là n_0 và nhiệt độ T . Khoảng cách giữa hai bản tụ là a , hiệu điện thế giữa chúng U . Bỏ qua dòng điện trong plasma và giả thiết $eU \ll kT$. Xác định sự phụ thuộc của điện thế trong plasma vào không gian giữa hai bản tụ.
- 12.56. Trong tụ của một mạch dao động với tần số cộng hưởng $\omega_0 = 10^7 \text{ s}^{-1}$ một chùm electron chạy song song với các bản tụ và choán hết khoảng không giữa các bản tụ (cường độ dòng điện $I = 1 \text{ mA}$, năng lượng $W = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ kJ}$, tiết diện chùm tia $s = 100 \text{ cm}^2$). Hỏi tần số cộng hưởng thay đổi bao nhiêu lần?
- 12.57. Dòng điện $I = 10^5 \text{ A}$ tập trung trên lớp bề mặt, chạy qua một trụ plasma dài, đường kính $2R = 10 \text{ cm}$. Áp suất trong plasma $P = 10^5 \text{ N/m}^2$. Xác định áp suất P_0 lên mặt bên của trụ plasma xuất hiện dưới tác dụng của dòng điện. Plasma bị nén lại hay kéo giãn? Tìm giá trị cường độ dòng điện sao cho các lực hướng theo bán kính cân bằng nhau.
- 12.58*. Z - Pinch là một dây plasma có dòng điện I chạy dọc theo trục. Ở trạng thái cân bằng áp suất từ của từ trường riêng của nó cân bằng với áp suất khí động của plasma. Theo một trong những mô hình, plasma được coi như trung hòa với sự phân bố đều mật độ các hạt và dòng điện theo tiết diện ngang. Xác định nhiệt độ T của plasma trên dây. Giả thiết bán kính dây $R = 5 \text{ cm}$, cường độ dòng điện $I = 4 \cdot 10^5 \text{ A}$, mật độ hạt $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, độ từ thẩm của plasma $\mu = 1$.

- 12.59. Dây plasma được duy trì bằng một từ trường song song với trục dây và vì thế từ trường không xâm nhập vào trong plasma. Xác định độ lớn của từ trường để duy trì plasma với mật độ các hạt $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, còn nhiệt độ của nó $T = 10^8 \text{ K}$.
- 12.60. Trong máy đếm hình trụ, một chùm hạt gây ra sự ion hoá theo thể tích. Xác định thời gian tập trung các ion trong máy đếm chứa dây khí argon ở áp suất tiêu chuẩn. Bán kính catôt $R = 1 \text{ cm}$, bán kính anôt $r = 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$, hiệu điện thế giữa anôt và catôt $U = 2500 \text{ V}$, độ di chuyển của các ion argon dương $\mu^+ = 1,4 \text{ cm}^2/(\text{V.s})$.
- 12.61. Một nguồn công suất lớn tạo ra trong lớp vỏ plasma hình trụ mảnh dòng điện $I = 5.10^6 \text{ A}$ chạy song song với trục và phân bố đều theo phương vị (H.262). Bên trong trụ lúc đầu tạo thành từ trường dọc $B_0 = 0,1 \text{ T}$. Bán kính ban đầu của tụ trụ $R_0 = 2 \text{ cm}$. Sau đó dưới tác dụng của dòng điện, lớp vỏ co lại theo bán kính. Giả thiết lớp vỏ dẫn lý tưởng. Hỏi tại bán kính R_x nào thì giá tốc chuyển động của vỏ đổi dấu?



Hình 262



Hình 263

- 12.62. Một dây plasma (Z -pinch) hình trụ trung hoà về điện, có cường độ dòng điện I chạy qua. Giả thiết điều kiện cân bằng cơ học của plasma được xác định bởi sự cân bằng giữa các lực ampe và áp suất khí động. Xác định nhiệt độ gần trục của dây plasma, coi nhiệt độ trên bề mặt của dây nhỏ không đáng kể (H.263). Mật độ dòng điện và mật độ các hạt trong plasma phân bố đều theo tiết diện, số hạt trên một đơn vị dài là N [hạt/cm].

§1. QUANG HÌNH HỌC VÀ TRẮC QUANG

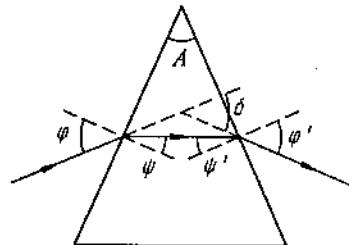
- 1.1. Một bình chứa thuỷ ngân quay đều quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc $\omega = 1\text{ s}^{-1}$. Bề mặt thuỷ ngân bị lõm xuống và được sử dụng như một chiếc gương. Xác định tiêu cự của gương.
- 1.2*. Chứng minh bằng hình học rằng nếu tia sáng đi từ điểm A đến điểm B sau khi phản xạ trên một gương phẳng thì quang lộ của tia này sẽ ngắn hơn bất kỳ tia nào khác đi từ A đến gương, sau đó đi đến B .
- 1.3*. Hãy chứng minh rằng nếu tia sáng đi từ điểm A đến điểm B sau khi khúc xạ trên bề mặt phẳng giữa hai môi trường, thì quang lộ của tia này nhỏ hơn quang lộ của đường bất kỳ nối hai điểm này (nguyên lý Fermat).
- 1.4. Tìm tiêu cự của một thấu kính hai mặt lồi được tạo bởi các mặt cầu bán kính $R_1 = 25\text{ mm}$, $R_2 = 40\text{ mm}$; chiết suất của thấu kính là $n = 1,5$.
- 1.5. Dùng một thấu kính hội tụ chiết suất $n = 3/2$ để nhận được ảnh thực của một vật tại điểm cách thấu kính 10 cm . Sau đó cho cả vật và thấu kính vào nước, giữ nguyên khoảng cách giữa chúng, ảnh nhận được cách thấu kính 60 cm . Tìm tiêu cự f của thấu kính, nếu chiết suất của nước $n' = 4/3$.
- 1.6*. Thiết lập công thức của gương cầu và của thấu kính mỏng từ nguyên lý đẳng thời (Tautochronism)⁽¹⁾.
- 1.7. Một tấm kính phẳng dày 3 mm được quan sát dưới kính hiển vi. Lúc đầu kính hiển vi được chỉnh để quan sát mặt trên của tấm kính, sau đó dịch chuyển ống kính xuống phía dưới cho đến khi thấy rõ mặt dưới của tấm (để tiện quan sát trên các bề mặt tấm kính có đánh các

(1) Để bài toán được xác định, sử dụng quy tắc dấu sau đây: Tất cả các khoảng cách đến gương hoặc đến thấu kính (hoặc đến các điểm được coi là gốc tọa độ) theo chiều truyền ánh sáng coi là dương, ngược chiều truyền ánh sáng quy ước là âm. Nếu ánh sáng tới truyền từ trái qua phải thì quy tắc dấu này trùng với quy tắc dấu trong hình học giải tích. Bán kính cong của các mặt cầu tính theo chiều từ mặt cầu tới tâm. Tiêu cự, ngược lại, được tính theo chiều từ tiêu điểm đến thấu kính hoặc đến gương, trong trường hợp thấu kính dày hoặc hệ thấu kính - theo chiều từ tiêu điểm đến mặt phẳng chính tương ứng.

dấu). Độ dịch chuyển của ống kính bằng 2mm. Tìm chiết suất n của tấm kính.

- 1.8. Một vật được đặt cách tấm kính phẳng song song một khoảng $l_1 = 15$ cm. Người quan sát nhìn nó qua tấm kính, sao cho hướng nhìn của mắt vuông góc với tấm kính. Chiều dày tấm kính $d = 4,5$ cm. Chiết suất của thuỷ tinh $n = 1,5$. Tính khoảng cách từ ảnh của vật đến bề mặt gần người quan sát nhất của tấm kính.

- 1.9. Hãy chứng minh rằng, độ lệch cực tiểu của một chùm tia song song trong lăng kính đạt được khi đường đi của tia sáng là đối xứng trong lăng kính. Hãy tìm mối liên hệ giữa độ lệch cực tiểu δ với chiết suất n của lăng kính và với góc chiết quang A của lăng kính (H.264).

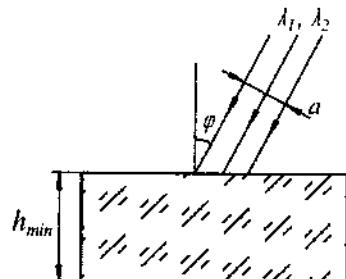


Hình 264

- 1.10. Tìm góc lệch cực tiểu δ của một lăng kính có góc chiết quang A rất nhỏ, có tính đến các số hạng bé bậc hai (so với A).

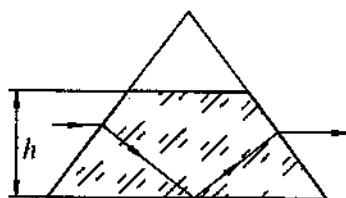
- 1.11. Góc lệch cực tiểu δ của vạch D -natri trong một lăng kính có góc chiết quang 60° bằng bao nhiêu? Biết rằng đối với vạch D chiết suất thuỷ tinh lăng kính $n = 1,62$.

- 1.12. Một chùm tia sáng độ rộng a (H.265) chiếu xuống bề mặt một tấm kính phẳng song song dưới một góc φ so với pháp tuyến. Chiết suất của thuỷ tinh cho các bước sóng này khác nhau và lần lượt bằng n_1 và n_2 . Xác định chiều dài nhỏ nhất của tấm kính, sao cho ánh sáng đi qua tấm kính sẽ truyền dưới dạng hai chùm tia biệt lập, mỗi chùm tia chỉ chứa một quang tử.



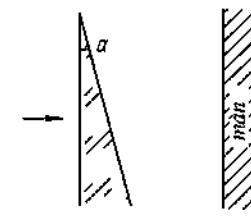
Hình 265

- 1.13. Để xoay ảnh người ta thường dùng lăng kính Dove (H.266) có dạng lăng kính vuông cân bị cắt cüt. Xác định chiều dài đáy lăng kính, nếu chiều cao của nó $h = 2,11$ cm, chiết suất thuỷ tinh $n = 1,41$. Lăng kính phải xoay được chùm tia sáng có tiết diện lớn nhất.

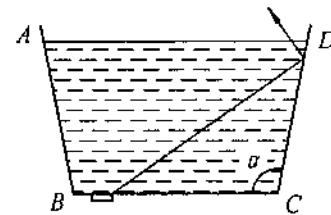


Hình 266

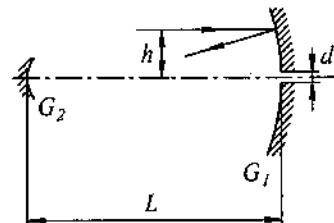
- 1.14. Tia sáng mảnh chiếu vuông góc với cạnh của một tấm kính hình nêm (H.267). Chiết suất của thuỷ tinh $n = 1,41$, góc $\alpha = 10^\circ$. Bao nhiêu chấm sáng sẽ thấy được trên màn đặt sau tấm kính?
- 1.15. Trước mặt mút, ngay trên trục của một ống dẫn ánh sáng hình trụ bằng thủy tinh chiết suất n có đặt một chấm sáng. Tìm khẩu độ góc α của chùm tia đi qua ống dẫn.
- 1.16. Một cốc hình trụ chứa chất lỏng đặt trên một đồng xu được nhìn qua thành bên cốc. Tìm giá trị nhỏ nhất có thể có của chiết suất chất lỏng sao cho ta không thể nhìn thấy được đồng xu.
- 1.17. Có thể lấy góc α của một bình chứa nước hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu để không nhìn thấy vật đặt dưới đáy của nó qua mặt bên (H.268)? Chiết suất của nước $n = 1,33$. Đáy bình có dạng hình chữ nhật.
- 1.18. Một người đứng trên bờ ao quan sát một hòn đá nằm dưới đáy ao. Độ sâu của ao $h = 1$ m. Ta nhận được ảnh của hòn đá ở khoảng cách h' nào từ mặt nước, nếu hướng nhìn tạo với pháp tuyến của mặt nước một góc $\varphi = 60^\circ$? Chiết suất của nước $n = 1,33$.
- 1.19. Trong một hệ quang học dùng để làm trê xung ánh sáng người ta sử dụng sự phản xạ nhiều lần ánh sáng từ hai gương cầu lõm G_1 (bán kính cong $r_1 = 10$ m) và G_2 (bán kính cong $r_2 = 1$ m), nằm cách nhau một khoảng $L = 5,5$ m (H.269). Tại tâm của gương cầu G_1 có một lỗ nhỏ đường kính $d = 2$ mm. Một xung ánh sáng ngắn có dạng tia mảnh đi đến gương G_1 song song và cách trục của hệ một khoảng $h = 15$ cm. Hỏi sau khoảng thời gian Δt bằng bao nhiêu thì tia này đi qua lỗ trên gương G_1 ?
- 1.20. Một nhà thực nghiệm muốn nhận được ảnh của Mặt Trăng kích thước 6×6 cm, nên đã sử dụng một hệ các gương phẳng và một chậu đựng thuỷ ngân quay tròn thay cho vật kính. Chậu được quay bằng một động cơ có vận tốc trục là $n = 600$ vòng/phút. Hỏi tỉ số đường kính các



Hình 267



Hình 268



Hình 269

bánh đai trên trục động cơ và trên trục của chậu phải bằng bao nhiêu? Đường kính Mặt Trăng là 3476 km, khoảng cách từ Mặt Trăng tới Trái Đất là 384 000 km.

- 1.21. Một vật được đặt trên trục của một gương cầu lõm bên ngoài tiêu điểm của nó. Giữa tiêu cự và gương có đặt một tấm kính phẳng song song độ dày d với chiết suất là n , sao cho trục của gương vuông góc với tấm kính. Hãy chứng tỏ rằng việc đặt tấm kính vào sẽ làm thay đổi ảnh của vật tương tự như khi di chuyển gương một khoảng $d(n - 1)/n$ về phía vật.
- 1.22. Kính mờ của máy ảnh được đặt sao cho thấy được ảnh rõ nét của vật cách 5m. Có thể chắn kính vật tiêu cự 20cm đến đường kính D nào để không phát hiện được sự không nét của ảnh các vật nằm gần hơn vật đã chụp 0,5m? (Người ta coi là không rõ nét khi không phát hiện được độ sai khác của các chi tiết nhỏ hơn 0,1mm).
- 1.23. Do năng suất phân giải trên phim có hạn nên khi chụp ảnh ta nhận được ảnh rõ nét không chỉ của những vật mà kính vật của máy ảnh có thể điều tiêu, mà cả những vật nằm gần hơn và xa hơn một chút. Khi hướng kính vật lên vật thể nằm ở khoảng cách $L_0 = 10$ m, thì giới hạn gần của độ sâu rõ nét là $L_1 = 7,8$ m. Hãy xác định giới hạn rõ nét xa L_2 .
- 1.24. Tiêu cự của một máy ảnh sẽ dịch chuyển thế nào nếu trong máy ảnh đặt trên đường đi của các tia một tấm kính phẳng song song dày $d = 6$ mm, chiết suất $n = 1,5$ (vuông góc với trục quang học)? (Kính vật được chắn nhiều).
- 1.25. Chứng minh rằng nếu thấu kính đặt trước mắt và di chuyển về một phía thì người quan sát sẽ có cảm giác là vật được nhìn qua thấu kính cũng di chuyển về phía đó nếu là thấu kính phân kỳ, và di chuyển theo hướng ngược lại nếu là thấu kính hội tụ.

Hướng dẫn. Nếu sử dụng thấu kính hội tụ như một kính lúp (vật được đặt giữa tiêu điểm và thấu kính) thì ta nhận được ảnh cùng chiều. Nếu đưa thấu kính hội tụ ra xa và quan sát những vật ở xa ta sẽ nhận được ảnh ngược chiều. Trong trường hợp này nếu di chuyển thấu kính về một phía thì ảnh cũng di chuyển về phía đó.

- 1.26. Hãy chứng minh rằng khoảng cách giữa vật và ảnh thông qua một thấu kính hội tụ là nhỏ nhất bằng $4f$ với f là tiêu cự của thấu kính.
- 1.27. Thấu kính hội tụ cho ảnh của một vật trên màn. Chiều cao của ảnh là h_1 . Giữ cố định màn và vật, cho thấu kính di chuyển về phía màn

người ta thấy khi nhìn rõ ảnh của vật lần thứ hai trên màn, chiều cao của ảnh là h_2 . Tìm chiều cao h của vật.

- 1.28. Khoảng cách từ đèn đến màn là $L = 50$ cm. Thấu kính đặt giữa chúng cho ảnh rõ nét của vật trên màn tại hai vị trí cách nhau $l = 10$ cm. Tìm tiêu cự f của thấu kính.
- 1.29. Thấu kính hai mặt lồi có một mặt được tráng bạc. Tìm tiêu cự f của gương nhận được. Bán kính cong của mặt không tráng bạc bằng R_1 , của mặt còn lại là R_2 , chiết suất của thuỷ tinh thấu kính là n .
- 1.30. Hai thấu kính phẳng lồi giống nhau với chiết suất n được tráng bạc: một thấu kính được tráng mặt phẳng, một thấu kính được tráng mặt lồi. Tìm tỉ số giữa hai tiêu cự f_1 và f_2 của các gương nhận được sau khi tráng bạc, nếu ánh sáng trong cả hai trường hợp đều chiếu tới mặt không mạ bạc.
- 1.31. Một máy ảnh với kính vật có tiêu cự thay đổi từ 12cm đến 20cm. Dùng máy ảnh này để chụp một vật nằm cách kính vật 15cm. Hỏi cần phải thêm vào kính vật một thấu kính như thế nào để được ảnh rõ nét khi tiêu cự ở mức lớn nhất có thể?
- 1.32. Hai thấu kính mỏng có tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2 đặt cách nhau một khoảng l , tạo thành một hệ đồng trục. Tìm tiêu cự f của hệ và vị trí các mặt phẳng chính của hệ.
- 1.33. Hệ hai thấu kính như Bài 1.32 được yêu cầu thay bằng một thấu kính tương đương sao cho với bất kỳ khoảng cách nào của vật nó cho ảnh có độ lớn tương tự như hệ hai thấu kính trên. Tìm tiêu cự và vị trí của thấu kính tương đương.
- 1.34. Ở một phía của thấu kính hai mặt lồi bằng thuỷ tinh ($n = 1,52$) là nước ($n' = 1,33$), ở phía còn lại là không khí. Tìm vị trí của các mặt phẳng chính, mặt phẳng tiêu và các điểm nút của hệ.
- 1.35. Tiêu cự của kính vật một ống nhòm là $f_1 = 60$ cm, của thị kính là $f_2 = 4$ cm, chiết suất của thuỷ tinh kính vật và thị kính là $n = 3/2$. Ống nhòm được nhúng xuống nước, nước lấp đầy phần bên trong của nó. Cần phải thay kính vật của ống nhòm bằng một kính vật nào (cũng làm từ cùng loại thuỷ tinh) để có thể nhìn thấy những vật ở xa trong nước? Khi đó độ phóng đại của ống nhòm bằng bao nhiêu, nếu chiết suất của nước $n' = 4/3$?
- 1.36. Một người có thị lực bình thường quan sát một vật ở xa bằng ống nhòm Galilé. Kính vật và thị kính là các thấu kính có tiêu cự

$f_1 = 40 \text{ cm}$, $f_2 = -2 \text{ cm}$. Hỏi với những khoảng cách L nào từ kính vật đến thị kính thì người đó có thể quan sát được ảnh rõ nét của vật, nếu mắt có thể điều tiết từ 10cm đến vô cùng?

- 1.37. Ống nhòm Galilê có số phóng đại bằng 9 và có chiều dài 40cm. Sau khi thay kính vật và thị kính bằng các thấu kính hội tụ, ống nhòm cũng có số phóng đại bằng 9. Tìm các tiêu cự f'_1 và f'_2 của các thấu kính này, đồng thời tìm các tiêu cự f_1 và f_2 của kính vật và thị kính ống nhòm.

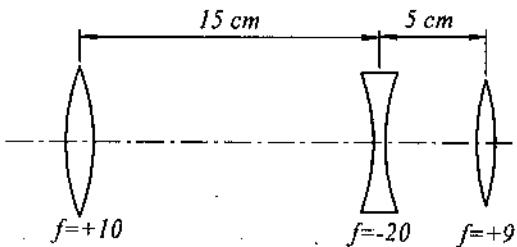
- 1.38. Một ống nhòm có tiêu cự kính vật $f = 50 \text{ cm}$ được hướng ra xa vô cùng. Hỏi cần phải xê dịch thị kính một khoảng Δl bằng bao nhiêu để nhìn rõ vật ở cự ly 50cm?

- 1.39. Một chùm tia sáng song song chiếu tới hệ thấu kính như hình 270. Tìm vị trí hội tụ của chùm tia sau khi đi qua hệ.

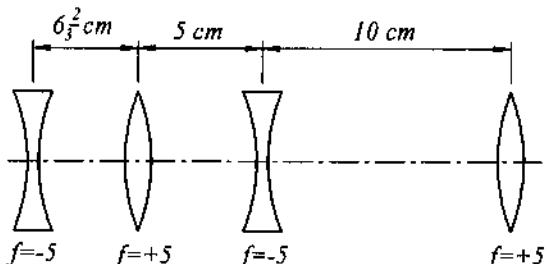
- 1.40. Tìm ảnh của một điểm nằm bên trái, cách thấu kính ngoài cùng của hệ được biểu diễn trên hình 271 một khoảng bằng 10cm.

- 1.41. Một kính hiển vi có kính vật tiêu cự $f_1 = 1 \text{ cm}$ và thị kính tiêu cự $f_2 = 3 \text{ cm}$. Khoảng cách giữa kính vật và thị kính là $d = 20 \text{ cm}$. Vật phải nằm ở cự ly l_1 bằng bao nhiêu để ảnh của nó nhận được cách mắt $l_2 = 25 \text{ cm}$ (khoảng nhìn rõ tối thiểu của mắt)? Khi đó hệ số phóng đại tuyến tính α bằng bao nhiêu⁽¹⁾?

- 1.42. Tìm vị trí các mặt phẳng chính của một thấu kính dày hình cầu bán kính R . Xác định các tiêu cự f, f' và vị trí các tiêu điểm của nó nếu nó được làm bằng vật liệu sau:



Hình 270



Hình 271

(1) Nếu cần quan sát 8h qua kính hiển vi thì chỉnh kính hiển vi dạng viễn kính, tức là khi ra khỏi thị kính các tia sáng tạo thành chùm tia song song.

- a) Nước ($n_n = 4/3$);
 b) Thuỷ tinh ($n_n = 3/2$).

Với giá trị nào của chiết suất thì các tiêu điểm nằm bên trong quả cầu?

- 1.43.** Bán kính một quả cầu thuỷ tinh ($n = 1,5$) là $R = 4$ cm.

- a) Tìm khoảng cách x' từ tâm cầu đến ảnh của vật nằm cách mặt cầu 6cm;
 b) Tìm hệ số phóng đại của ảnh.

- 1.44.** Bán kính cong của một mặt cầu thuỷ tinh ($n = 1,52$) của một thấu kính phẳng lồi là $R = 26$ cm; chiều dày thấu kính 3,04cm. Tìm tiêu cự f của thấu kính và tìm vị trí ảnh của một vật nằm cách bề mặt gần nhất của thấu kính là 75cm và nằm ở phía:

- a) Mặt lồi;
 b) Mặt phẳng.

- 1.45.** Tìm tiêu cự f và vị trí các mặt phẳng chính của một thấu kính dày hai mặt lồi có $n = 1,5$, $R_1 = 10$ cm, $R_2 = 4$ cm, $d = 2$ cm.

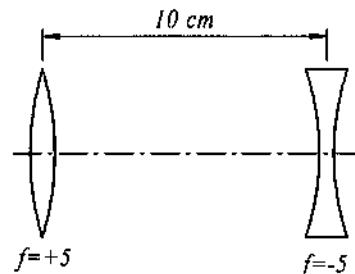
- 1.46.** Xác định vị trí các mặt phẳng chính, các tiêu điểm và tiêu cự của hệ hai thấu kính mỏng được biểu diễn trên hình 272.

- 1.47.** Độ rọi E của một mặt phẳng bằng bao nhiêu nếu nguồn sáng là một mặt phẳng vô hạn song song với nó và độ chói bề mặt của nguồn tại mọi điểm là như nhau và không phụ thuộc vào hướng?

- 1.48.** Độ rọi E của một mặt phẳng nằm ngang được chiếu sáng bởi thiên văn cầu (bầu trời) bằng bao nhiêu nếu độ chói của bán cầu tại mọi điểm đều như nhau và bằng B ?

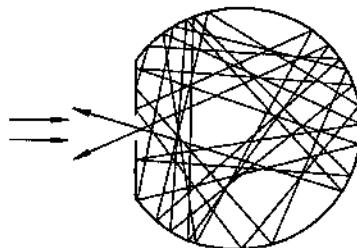
- 1.49.** Cần phải tạo độ rọi E trên trang giấy trắng với hệ số phản xạ $k = 0,85$ bằng bao nhiêu để nó có độ chói $B = 3 \cdot 10^4$ cd/m²? Có thể coi giấy tán xạ ánh sáng theo định luật Lambert.

- 1.50.** Độ rọi trên bề mặt Trái Đất trong điều kiện ánh nắng Mặt Trời bình thường xấp xỉ là $E_0 = 100000$ lux. Độ rọi E của ảnh Mặt Trời tạo bởi một thấu kính không có quang sai bằng bao nhiêu? Đường kính thấu kính $D = 5$ cm, tiêu cự $f = 10$ cm. Góc nhìn đường kính của Mặt Trời $\alpha = 30'$.



Hình 272

- 1.51.** Độ rọi trên bề mặt Trái Đất trong điều kiện ánh nắng Mặt Trời bình thường xấp xỉ là $E_0 = 100000$ lux. Giả thiết sự phát sáng của Mặt Trời tuân theo định luật Lambert, bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng trong khí quyển. Xác định độ chói của Mặt Trời, biết rằng bán kính quỹ đạo của Trái Đất là $R = 1,5 \cdot 10^8$ km, đường kính Mặt Trời $D = 1,4 \cdot 10^6$ km.
- 1.52.** Tìm độ rọi của bề mặt Trái Đất ở xích đạo được chiếu bởi ánh sáng Mặt Trăng lúc nửa đêm. Giả thiết Mặt Trời là nguồn sáng Lambert. Mặt Trăng là mặt phản xạ Lambert. Độ chói của Mặt Trời $B = 1,5 \cdot 10^9$ cd/m², bán kính Mặt Trời $R_{\text{trời}} = 7 \cdot 10^8$ m, khoảng cách từ Mặt Trời tới Trái Đất $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$ m, khoảng cách từ Mặt Trăng tới Trái Đất $R_1 = 3,8 \cdot 10^8$ m, bán kính nhìn thấy của Mặt Trăng $R_{\text{trăng}} = 1,7 \cdot 10^6$ m. Hệ số phản xạ của Mặt Trăng $k = 7\%$.
- 1.53.** Một máy quang phổ có kính vật của ống chuẩn trực có đường kính D và tiêu cự f_1 , và kính vật máy ảnh cùng đường kính với tiêu cự f_2 . Một nguồn độ chói B hiện rõ trên khe vào của máy nhờ bộ tụ sáng một lần phóng to và một lần thu nhỏ (khoảng cách từ bộ tụ sáng đến khe là L). Đường kính bộ tụ sáng phải bằng bao nhiêu để tại cả hai vị trí của nó độ rọi trên phim là như nhau? Độ rọi E trong trường hợp này bằng bao nhiêu, nếu bỏ qua sự mất mát do phản xạ và hấp thụ ánh sáng?
- 1.54.** Máy thu ảnh nhiệt (H.273) có dạng một hốc rỗng có diện tích bề mặt bên trong là $S = 2\text{cm}^2$ và một lỗ hở $S_1 = 1\text{mm}^2$. Mặt bên trong của hốc hấp thụ một phần ánh sáng không lớn (hệ số hấp thụ $k = 0,01$), phần ánh sáng còn lại bị tán xạ. Trong điều kiện đó bên trong hốc tạo nên bức xạ ánh sáng đều theo mọi hướng. Phần thông lượng ánh sáng Φ/Φ_0 (Φ_0 là thông lượng ánh sáng chiếu vào lỗ hở của hốc) chiếu ngược lại qua lỗ hở ra ngoài bao nhiêu?
- 1.55.** Công suất của đèn trong bộ phận chiếu sáng kính hiển vi phải bằng bao nhiêu để có thể chụp các vi vật thể trong không khí với tần số chụp $f = 10^4$ Hz? Kính vật của kính hiển vi có hệ số phóng đại $k_1 = 20$, khẩu độ $a = 0,4$, thị kính có hệ số phóng đại $k_2 = 8$. Hệ số chuyển hóa năng lượng thành ánh sáng quang hoạt đối với lớp cảm quang trong



Hình 273

đèn là $\eta = 2,5\%$. Dây tóc đèn có kích thước $S = 2 \times 5 \text{ mm}$. Độ nhạy của lớp cảm quang của phim $H = 20 \cdot 10^7 \text{ cm}^2/\text{J}$ (tức là 10^7 J năng lượng ánh sáng trên diện tích 20 cm^2 cho mật độ hoá đèn bình thường). Hệ số truyền qua của vật $\chi = 40\%$. Bỏ qua sự tiêu hao ánh sáng trong các thấu kính.

- 1.56. Ảnh thật được tạo bởi thấu kính hội tụ, ban đầu nó được quan sát trực tiếp, sau đó quan sát trên màn trắng. Hỏi độ chói của ảnh trong cả hai trường hợp phụ thuộc như thế nào vào đường kính thấu kính?

- 1.57. Tìm độ chói của ánh sáng Mặt Trăng quan sát qua kính viễn vọng. Kính vật của kính có đường kính 75 mm , với các số phóng đại như sau:
 a) 20 lần;
 b) 25 lần;
 c) 50 lần.

Độ chói của Mặt Trăng khi quan sát bằng mắt thường giả thiết bằng 1. Đường kính con ngươi giả thiết bằng 3 mm .

- 1.58*. Như đã biết, độ chói của ảnh trong hệ quang không phụ thuộc vào sự phóng to của nó. Vậy thì tại sao khi quan sát qua kính hiển vi ta có cảm giác là độ chói nhỏ hơn khi cho số phóng đại lớn hơn? Tìm:
 a) Độ rọi của ảnh trong kính hiển vi với khẩu độ số bằng 1 (hệ khô) và hệ số phóng đại 625;
 b) Độ rọi của ảnh trong kính hiển vi với khẩu độ số bằng 1,5 (nhưng với $n = 1,5$) và số phóng đại 1500.

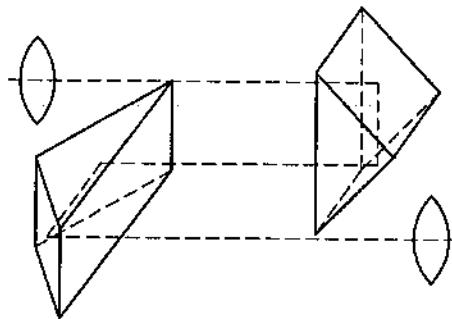
Độ rọi của vật thể giả thiết bằng 1. Khoảng quan sát rõ của Mặt Trăng bằng 25 cm , đường kính con ngươi 2 mm . Bỏ qua sự mất mát ánh sáng trong kính hiển vi.

- 1.59. Đường kính của kính vật của một kính thiên văn bằng 18 cm . Giả thiết hệ số truyền qua của cả hệ quang kính thiên văn bằng 0,5 và mắt thường có thể quan sát được các ngôi sao kích cỡ bậc 6. Tìm:
 a) Kích cỡ của các ngôi sao nhỏ nhất có thể quan sát được bằng kính thiên văn nói trên;
 b) Số phóng đại tối ưu để quan sát các ngôi sao;
 c) Kích cỡ của các sao có thể quan sát khi độ phóng đại bằng 10 lần.
 Đường kính con ngươi của mắt bằng 3 mm .

Hướng dẫn. Tăng kích cỡ của sao lên 1 bậc tương ứng với việc giảm độ chói nhìn thấy đi $\sqrt[5]{100} \approx 2,5$ lần.

§2. CÁC CÔNG THỨC FRESNEL. ÁP SUẤT ÁNH SÁNG

- 2.1. Kiểm tra bằng công thức Fresnel rằng năng thông của sóng tới qua mặt phân cách giữa hai môi trường bằng tổng năng thông của sóng khúc xạ và sóng phản xạ qua mặt đó.
- 2.2. Trên cơ sở điều kiện biên đối với điện trường và từ trường trên ranh giới giữa chân không và điện môi, tìm hệ số phản xạ ρ của ánh sáng khi chiếu tới vuông góc trên ranh giới này. Biểu diễn hệ số phản xạ qua chiết suất của điện môi n . Hãy tìm giá trị của ρ đối với sự phản xạ ánh sáng từ mặt nước ($n = 1,33$) và từ mặt thuỷ tinh ($n = 1,5$).
- 2.3. Tìm hệ số truyền qua τ khi chiếu ánh sáng vuông góc từ không khí lên thuỷ tinh có chiết suất $n = 1,5$.
- 2.4. Bao nhiêu phần trăm quang thông bị mất do phản xạ trong ống nhòm bằng lăng kính? Chiết suất của thuỷ tinh làm lăng kính và thấu kính là 1,5. Sơ đồ ống nhòm được cho trên hình 274.
- 2.5. Khi thiết lập các công thức Fresnel người ta đã giả thiết độ từ thẩm của môi trường $\mu = 1$. Hỏi các công thức Fresnel sẽ thay đổi thế nào nếu không dùng giả thiết trên?
- 2.6*. Sử dụng công thức Fresnel hãy chứng minh rằng ánh sáng phản cực thẳng vẫn giữ nguyên là phản cực thẳng sau khi phản xạ trên ranh giới giữa hai môi trường trong suốt đẳng hướng trong mọi trường hợp, trừ các trường hợp phản xạ toàn phản.
- 2.7. Góc giữa mặt phẳng dao động của ánh sáng phản cực với mặt phẳng tới được gọi là phương vị dao động. Tìm phương vị của sóng khúc xạ δ và phương vị của sóng phản xạ ρ , nếu phương vị sóng tới là α , góc tới là φ .
- 2.8. a) Tìm góc phản cực hoàn toàn của ánh sáng phản xạ từ thuỷ tinh có chiết suất là $n = 1,5$.



Hình 274

b) Tìm độ phân cực của ánh sáng khúc xạ $\Delta = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}$ khi ánh sáng tới

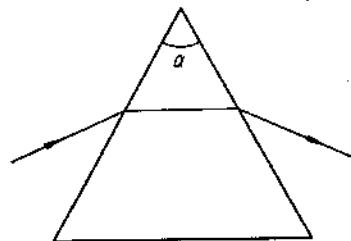
với góc tương tự (I_{\perp} là cường độ ánh sáng phân cực trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng tới, I_{\parallel} là cường độ ánh sáng phân cực trong mặt phẳng tới). Ánh sáng tới là ánh sáng tự nhiên.

- 2.9. Tia phản xạ từ tinh thể muối mỏ ($n = 1,544$) với góc bao nhiêu để nhận được độ phân cực đại của tia ánh sáng phản xạ? Ánh sáng tới là ánh sáng tự nhiên.

- 2.10. Tìm độ phân cực của ánh sáng phản xạ từ bề mặt thuỷ tinh dưới các góc $0^{\circ}, 45^{\circ}, 56^{\circ}51'$ và 90° (chiết suất thuỷ tinh $n = 1,53$). Ánh sáng tới là ánh sáng tự nhiên.

- 2.11. Ánh sáng tự nhiên từ không khí tới bề mặt thuỷ tinh chiết suất $n = 1,5$ dưới góc Brewster. Tìm cường độ I_r của ánh sáng phản xạ, giả thiết cường độ ánh sáng tới I_i bằng 1.

- 2.12. Với các điều kiện nào thì tia ánh sáng tới mặt bên của lăng kính trong suốt đẳng hướng (H.275) có góc chiết quang $\alpha = 60^{\circ}$ sẽ đi qua lăng kính mà không bị hao tổn, tức là không bị phản xạ trên các bề mặt lăng kính?



Hình 275

- 2.13. Chùm tia sáng tới mặt bên của một lăng kính làm từ thuỷ tinh chiết suất $n = 1,5$ dưới góc Brewster φ_B . Vectơ điện của ánh sáng tới nằm trong mặt phẳng tới. Hỏi góc chiết quang A của lăng kính phải bao nhiêu để ánh sáng đi qua nó không bị mất mát do phản xạ?

- 2.14. Ánh sáng từ môi trường một tới môi trường hai dưới một góc bằng φ và khúc xạ dưới góc Ψ . Chứng minh rằng hệ số phản xạ sẽ không thay đổi nếu ánh sáng từ môi trường hai tới môi trường một dưới góc Ψ .

- 2.15*. Trên bề mặt phẳng của một môi trường phản xạ tráng một lớp điện môi trong suốt dày l , chiết suất n . Sóng tới phân cực hoặc trong mặt phẳng tới, hoặc vuông góc với nó. Tìm mối liên hệ giữa các biến độ phức E và R của sóng tới và sóng phản xạ, nếu các hệ số Fresnel trên ranh giới trên và dưới của lớp (để ánh sáng truyền thẳng) lần lượt bằng r_1 và r_2 .

- 2.16.** Sử dụng các công thức Fresnel hãy chứng minh rằng khi sóng điện từ phản phản xạ từ gương lý tưởng có tráng một lớp điện môi trong suốt trên bề mặt thì biên độ sóng phản xạ bằng biên độ sóng tới. Chỉ có pha của sóng bị thay đổi theo định luật bảo toàn năng lượng.
- 2.17.** Có hai mặt phẳng song song bán trong suốt. Hệ số phản xạ và hệ số truyền qua của mặt phẳng thứ nhất là ρ_1 và τ_1 , của mặt phẳng thứ hai tương ứng ρ_2 và τ_2 . Hệ số đơn sắc của ánh sáng tới không lớn vì thế không xuất hiện giao thoa ánh sáng, chỉ có sự chồng chất các cường độ ánh sáng. Tìm hệ số phản xạ ρ và hệ số truyền τ của tổ hợp hai mặt phẳng.
- 2.18*.** Có m mặt phẳng song song bán trong suốt. Hệ số phản xạ và hệ số truyền qua của mỗi mặt phẳng là ρ và τ . Tìm hệ số phản xạ ρ_m và hệ số truyền qua τ_m của cả hệ m mặt phẳng. Hệ số đơn sắc ánh sáng tới không lớn, nên không xuất hiện giao thoa, chỉ có sự chồng chất các cường độ ánh sáng.
- 2.19.** Chồng Stoletov tạo thành từ các tấm thuỷ tinh phẳng song song chiết suất $n = 1,5$. Ánh sáng phân cực trong mặt phẳng tới tới chồng Stoletov dưới góc Brewster. Vẽ đồ thị của hệ số phản xạ và hệ số truyền qua theo số tấm thuỷ tinh N .
- 2.20.** Tìm độ phan cực của tia khúc xạ khi nó đi qua tấm kính chiết suất $n = 1,5$ dưới các góc tới 20° , 45° , 60° và 80° . Ánh sáng tới là ánh sáng tự nhiên.
- 2.21*.** Trong thực nghiệm người ta quan sát được một số sai khác với các công thức Fresnel đối với sự phản xạ ánh sáng từ các môi trường trong suốt dảng hướng. Các sai khác này được phân làm hai loại: a) Không tồn tại góc phân cực toàn phần để khi đó tia sáng và vectơ điện nằm trong mặt phẳng tới và hoàn toàn không phản xạ; b) Trong quá trình phản xạ ánh sáng phân cực thẳng, mặt phẳng dao động của nó không trùng với mặt phẳng tới và cũng không vuông góc với mặt phẳng tới. Kết quả là nhận được sự phân cực elíp, điều này thấy rõ ở lân cận góc Brewster (tức là góc tới $\varphi = \arctan n$). Hãy chứng minh rằng mỗi sai khác nêu trên là hệ quả của sai khác kia.
- 2.22*.** Có tồn tại góc phân cực hoàn toàn không nếu độ từ thẩm của hai môi trường tiếp giáp nhau μ_1 và μ_2 đều khác 1?
- 2.23.** Hãy chứng minh rằng khả năng phản xạ của môi trường có $\epsilon = \mu$ (trong đó ϵ là hằng số điện môi, μ là hằng số từ thẩm) bằng không.

- 2.24.** Tính góc chiết quang của hình hộp Fresnel làm từ thuỷ tinh chiết suất $n = 1,7$.
- 2.25.** Phương vị dao động của sóng tới phân cực thẳng bằng 45° . Hỏi sẽ nhận được sự phân cực elíp nào của sóng phản xạ trên ranh giới thuỷ tinh - không khí, đó là phân cực phải hay phân cực trái? (phương vị dao động của sóng tới có thể thay đổi từ $-\pi/2$ đến $\pi/2$. Phương vị là dương nếu $E_{||}/E_{\perp} > 0$, và là âm nếu $E_{||}/E_{\perp} < 0$).
- 2.26.** Với giá trị nào của góc tới thì hiệu số pha giữa thành phần sóng phản xạ phân cực trong mặt phẳng tới và thành phần sóng phản xạ phân cực vuông góc với mặt phẳng tới, đạt giá trị cực đại khi xảy ra phản xạ toàn phần? Giá trị cực đại này bằng bao nhiêu? Biết rằng sóng tới phân cực thẳng.
- 2.27.** Chiết suất n của một chất phải bằng bao nhiêu để nhờ sự phản xạ toàn phần một lần trên ranh giới giữa nó và không khí có thể chuyển phân cực thẳng thành phân cực tròn? Phương vị dao động của ánh sáng tới bằng 45° .
- 2.28.** Ánh sáng tới phân cực thẳng với phương vị dao động bằng $+45^\circ$ có thể chuyển hoá thành ánh sáng phân cực tròn phải bằng cách phản xạ một lần hay không?
- 2.29.** Chiết suất nhỏ nhất của hình hộp Fresnel bằng bao nhiêu để khi phương vị dao động của ánh sáng tới bằng $+45^\circ$ thì ánh sáng đi ra sẽ phân cực tròn phải?
- 2.30.** Chiết suất của môi trường bằng bao nhiêu để hệ số phản xạ ánh sáng tự nhiên đạt giá trị cực tiểu khi góc tới nằm trong khoảng 0 đến 90° ?
- 2.31***. Như đã biết ánh sáng bao gồm các photon, mỗi photon có xung lượng hf/c , hãy xác định áp suất P của sóng ánh sáng tác dụng lên gương phẳng. Giả thiết rằng hệ số phản xạ của gương bằng r , góc tới bằng φ . Xác định lực tuyến tiếp T do ánh sáng tới tác dụng lên một đơn vị diện tích bề mặt gương.
- 2.32***. Giải bài tập ở trên 2.31 với giả thiết rằng bề mặt mà sóng ánh sáng tới là bề mặt không bóng lý tưởng (thoả mãn định luật Lambert).
- 2.33.** Một chùm sáng với cường độ $I = 10 \text{ W/cm}^2$ từ chân không chiếu tới vuông góc với bề mặt phẳng giáp ranh giữa chân không và thuỷ tinh (chiết suất $n = 1,5$). Tìm độ lớn và chiều của lực F tác dụng lên một đơn vị diện tích bề mặt phản cách giữa hai môi trường.

- 2.34. Sóng ánh sáng phân cực thẳng với vectơ điện nằm trong mặt phẳng tới và cường độ $I = 1 \text{ W/cm}^2$. Từ chân không dưới góc Brewster chiếu ánh sáng đó lên tấm thuỷ tinh tròn, phẳng, song song, dày $d = 3 \text{ mm}$ và đường kính $D = 10 \text{ cm}$. Chiết suất của thuỷ tinh $n = 1,5$. Tìm momen M của lực tác dụng lên tấm. Tấm tròn sẽ quay về phía nào?
- 2.35. Hãy chứng minh rằng áp suất bức xạ khi ánh sáng tới vuông góc với một gương lý tưởng thì bằng $2u$, còn khi tới một bề mặt hấp thụ hoàn toàn thì bằng u , trong đó u là mật độ năng lượng của bức xạ tới.
- 2.36. Áp suất ánh sáng lên một gương lý tưởng bằng bao nhiêu nếu bức xạ là đồng hướng?
- 2.37. Tìm áp suất ánh sáng của bức xạ Mặt Trời trên một đơn vị diện tích bề mặt Trái Đất vuông góc với phương bức xạ. Hằng số của Mặt Trời bằng $0,135 \text{ J/(s.cm}^2)$. Bỏ qua sự hấp thụ của khí quyển Trái Đất. Xét 3 trường hợp sau:
- Bề mặt Trái Đất được xem là vật đen tuyệt đối;
 - Bề mặt Trái Đất là mặt phản xạ gương lý tưởng;
 - Bề mặt Trái Đất là phản xạ tuyệt đối nhưng mờ (thoả mãn định luật Lambert).
- 2.38*. Sóng ánh sáng phẳng tới bề mặt của một quả cầu có kích thước lớn hơn nhiều so với bước sóng ánh sáng. Hãy biểu diễn lực của áp suất ánh sáng lên bề mặt cầu qua mật độ bức xạ tới. Giả thiết rằng bề mặt quả cầu:
- Là vật đen tuyệt đối;
 - Là mặt phản xạ gương lý tưởng;
 - Mờ tuyệt đối (thoả mãn định luật Lambert).
- 2.39*. Trong trường hợp nào áp suất của sóng ánh sáng phẳng không phân cực lên quả cầu sẽ lớn hơn: khi bề mặt cầu phản xạ lý tưởng hay khi nó phản xạ ánh sáng một phần, phần còn lại hấp thụ vào trong quả cầu? Kích thước quả cầu lớn hơn nhiều so với bước sóng ánh sáng.
- 2.40. Xác định lực F_1 của bức xạ Mặt Trời gây ra áp suất ánh sáng lên bề mặt Trái Đất, giả thiết rằng bề mặt Trái Đất đen tuyệt đối. Tìm tỉ số của lực này so với lực hấp dẫn F_2 của Mặt Trời với Trái Đất. Khối lượng riêng trung bình của Trái Đất $\rho = 5,5 \text{ g/cm}^3$.
- 2.41*. Với chú ý rằng áp suất lên gương phản xạ lý tưởng khi ánh sáng tới vuông góc với mặt gương bằng hai lần mật độ năng lượng sóng tới.

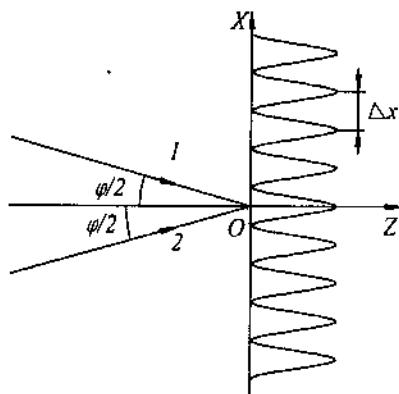
Tìm quy luật biến thiên của năng lượng ánh sáng khi phản xạ từ một gương lý tưởng chuyển động chậm.

- 2.42. Có những laser mà công suất bức xạ trong một xung lên tới hàng trăm MW. Giả thiết công suất laser bằng $W = 500 \text{ MW}$, diện tích tiết diện ngang của chùm tia $S = 1 \text{ cm}^2$. Giả sử tia được điều tiêu bởi thấu kính lý tưởng tiêu cự $f = 5 \text{ cm}$. Xác định cường độ điện trường E và áp suất ánh sáng P tại tiêu điểm của thấu kính. Bước sóng của bức xạ laser $\lambda = 6943 \text{ Å}$.
- 2.43. Một laser Rubi bức xạ năng lượng $\epsilon = 1 \text{ J}$ trong một xung có độ dài $\tau = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ dưới dạng chùm tia gần như song song có tiết diện $S = 1 \text{ cm}^2$. Bước sóng của bức xạ laser $\lambda = 6943 \text{ Å}$. Xác định các đại lượng sau:
- Áp suất của chùm tia không tụ tiêu trên bề mặt vuông góc với nó;
 - Áp suất của chùm tia lén bề mặt vuông góc với nó khi mật độ chùm tia lớn nhất có thể (khi điều tiêu vào vùng có tiết diện cỡ λ^2);
 - Cường độ điện trường E trong vùng có mật độ chùm tia lớn nhất.
- Ghi chú.* Giả thiết bức xạ laser theo thời gian xung là đều nhau.

§3. GIAO THOA ÁNH SÁNG ĐƠN SẮC

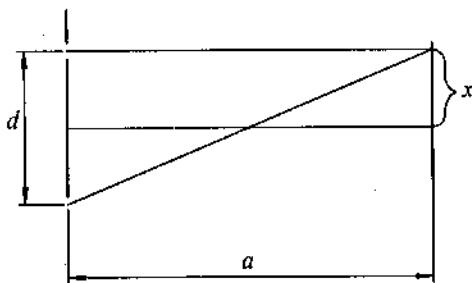
- 3.1*. Chiều truyền của hai sóng phẳng cùng bước sóng λ tạo một góc $\varphi/2$ với pháp tuyến của màn chắn. Trên màn chắn quan sát thấy các vân giao thoa (H.276). Hãy chứng minh rằng khi φ nhỏ thì khoảng cách Δx giữa hai vân giao thoa liên tiếp $\Delta x \approx \lambda/\varphi$.

- 3.2. Biểu thức tính Δx trong bài 3.1 sẽ thay đổi như thế nào nếu các tia giao thoa chiếu tới màn chắn không đối xứng qua pháp tuyến?



Hình 276

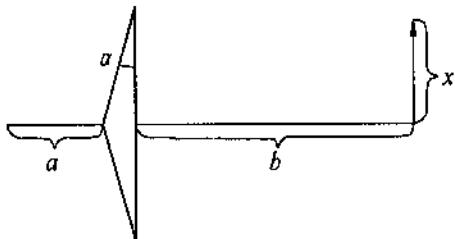
- 3.3. Tìm bước sóng λ của một bức xạ đơn sắc, nếu trong thí nghiệm Y-âng khoảng cách từ vân cực đại đầu tiên đến vân chính giữa $x = 0,05$ cm. Sơ đồ thí nghiệm được cho trên hình 277, các giá trị $a = 5$ m, $d = 0,5$ cm.



Hình 277

- 3.4. Trên đường đến của một tia trong thí nghiệm Y-âng (Young) người ta đặt một ống dài $l = 2$ cm có đáy phẳng song song làm bằng thuỷ tinh. Hiện tượng giao thoa xuất hiện khi ống chứa đầy không khí. Sau đó cho đầy khí Clo vào trong ống thì quan sát được sự dịch chuyển các hình ảnh giao thoa một đoạn $N = 20$ vân. Tất cả hệ thống thí nghiệm được đặt trong bộ điều nhiệt luôn giữ nhiệt độ không đổi. Sự quan sát được tiến hành bằng ánh sáng vạch D Natri ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$). Giả thiết chiết suất không khí $n = 1,000276$. Tính chiết suất của Clo. Các vân giao thoa đã dịch chuyển về hướng nào khi đổ đầy Clo trong ống?

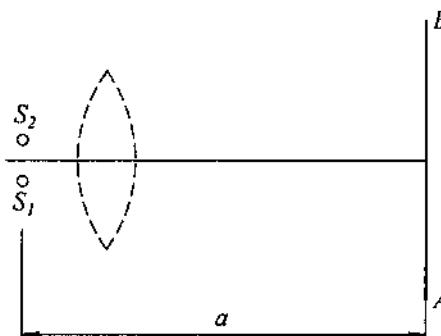
- 3.5. Tìm biểu thức tính khoảng cách x từ tâm của bức tranh giao thoa đến vân sáng thứ m trong thí nghiệm dùng lưỡng lăng kính (H.278). Chiết suất của nồng kính n , bước sóng λ , góc chiết quang α . Các tia giao thoa tới gần như vuông góc với màn chắn.



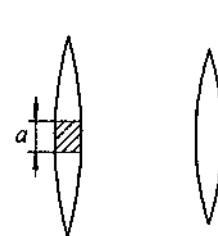
Hình 278

- 3.6. Góc chiết quang của lưỡng lăng kính $\alpha = 3'26''$. Giữa nguồn điểm sáng sáng đơn sắc ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) và lưỡng lăng kính người ta đặt một thấu kính sao cho độ rộng của các vân giao thoa không phụ thuộc vào khoảng cách từ màn đến lưỡng lăng kính. Tìm khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp nếu chiết suất của lưỡng lăng kính $n = 1,5$. Tìm số vân lớn nhất N có thể quan sát được trong thí nghiệm này, nếu dịch chuyển màn ra xa lăng kính $L = 5$ m.
- 3.7. Tại vị trí nào của màn trong thí nghiệm nêu ở bài trên sẽ quan sát được số vân giao thoa lớn nhất, nếu khoảng cách giữa hai đỉnh khúc xạ của lưỡng lăng kính là $l = 4$ cm? Số vân này bằng bao nhiêu? Tại vị trí nào của màn thì các vân giao thoa biến mất?

- 3.8. Tìm số vân giao thoa N nhận được nhờ lưỡng lăng kính nếu chiết suất của lưỡng lăng kính là n , góc chiết quang là α , chiều dài bước sóng nguồn là λ . Khoảng cách từ nguồn sáng đến lưỡng lăng kính bằng a , khoảng cách từ màn đến lưỡng lăng kính bằng b .
- 3.9*. Người ta thu được các vân giao thoa nhờ sử dụng lưỡng lăng kính Fresnel với góc chiết quang nhỏ và nguồn ánh sáng khe song song với cạnh lưỡng lăng kính. Các vân giao thoa quan sát được trên màn đặt vuông góc với trục thiết bị thí nghiệm. Vân 0 nhận được tại tâm màn trên trục (chính xác hơn là trong mặt phẳng đối xứng) của thiết bị thí nghiệm. Khoảng cách từ nguồn sáng đến lưỡng lăng kính là a , từ lăng kính tới màn là b . Hỏi vân giao thoa sẽ dịch chuyển một đại lượng x bằng bao nhiêu và về phía nào nếu nguồn sáng khe dịch chuyển không nhiều theo chiều vuông góc với trục của hệ một lượng bằng h ?
- 3.10. Từ hai nguồn kết hợp S_1 và S_2 (H.279) người ta nhận được một hệ các vân giao thoa trên màn AB , đặt cách các nguồn một đoạn $a = 2\text{ m}$. Độ rộng của các vân giao thoa thay đổi bao nhiêu lần nếu giữa các nguồn và màn đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự $f = 25\text{ cm}$. Xét hai trường hợp:
 a) Khoảng cách từ thấu kính tới các nguồn bằng $2f$;
 b) Các nguồn sáng S_1 và S_2 nằm trên mặt phẳng tiêu của thấu kính.



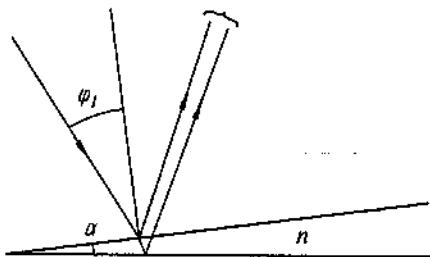
Hình 279



Hình 280

- 3.11. Một thấu kính có tiêu cự $f = 50\text{ cm}$ bị cắt đi một miếng ở giữa có độ rộng a như hình 280. Sau đó hai nửa thấu kính được chập khít với nhau. Ở một phía của thấu kính đặt một nguồn sáng điểm đơn sắc ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$), ở phía đối diện đặt một màn để quan sát các vân giao thoa. Khoảng cách giữa hai vân sáng giao thoa liên tiếp là $\Delta x = 0,5\text{ mm}$ và không thay đổi khi dịch chuyển màn dọc theo trục của hệ. Tìm a .

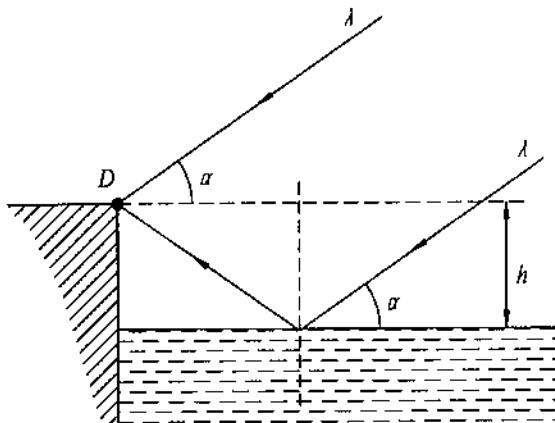
- 3.12. Ánh sáng phẳng đơn sắc bước sóng λ chiếu vuông góc với cạnh của miếng kính hình nêm với góc ở đỉnh $\alpha \ll 1$ (H.281). Chiết suất của miếng kính là n , góc tới của ánh sáng là φ_1 . Tính khoảng cách Δx giữa hai cực đại liên tiếp của giao thoa trên màn đặt vuông góc với ánh sáng phản xạ.



Hình 281

- 3.13. Ánh sáng bước sóng $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ chiếu lên một màng mỏng xà phòng. Góc tới $\varphi = 30^\circ$. Trong ánh sáng phản xạ trên màng người ta quan sát được các vân giao thoa. Khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp $\Delta x = 4 \text{ mm}$. Chiết suất của màng xà phòng $n = 1,33$. Tính góc α giữa các bề mặt của màng xà phòng.
- 3.14. Với độ dày nào của màng thì các vân giao thoa biến mất khi chiếu bằng ánh sáng có bước sóng $\lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$? Chiết suất của màng $n = 1,5$.
- 3.15. Trong các thiết bị quang học sự mất mát ánh sáng khi đi qua thiết bị chủ yếu là do sự phản xạ ánh sáng trên bề mặt các chi tiết quang. Để tăng độ trong suốt cho bề mặt thuỷ tinh người ta phủ lên nó một màng mỏng có chiết suất nhỏ hơn chiết suất thuỷ tinh. Hỏi chiều dày lớp màng và chiết suất của nó phải bằng bao nhiêu để năng suất phản xạ của thuỷ tinh bằng 0?
- 3.16. Trên một tấm mảnh hình nêm trong ánh sáng phản xạ nhận được khi chiếu sáng vuông góc người ta quan sát được các vân giao thoa. Khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp $\Delta x = 5 \text{ mm}$. Biết bước sóng ánh sáng $\lambda = 5800 \text{ \AA}$, chiết suất của tấm $n = 1,5$. Tính góc α giữa các mặt cạnh của tấm.
- 3.17. Bằng một nêm không khí có góc ở đỉnh α người ta quan sát được các vân rộng bằng nhau trong ánh sáng phản xạ. Ánh sáng chiếu lên nêm theo phương pháp tuyếng. Tìm sự phân bố của độ rời E trong ảnh giao thoa trên bề mặt nêm. Giả thiết cường độ các chùm tia ánh sáng phản xạ từ hai bề mặt của nêm bằng nhau và bằng I_0 .
- 3.18. Một vệ tinh của Trái Đất sau khi lên cao hơn đường chân trời đã bức xạ sóng vô tuyếng có bước sóng $\lambda = 10 \text{ cm}$. Bộ dò vi sóng nằm trên

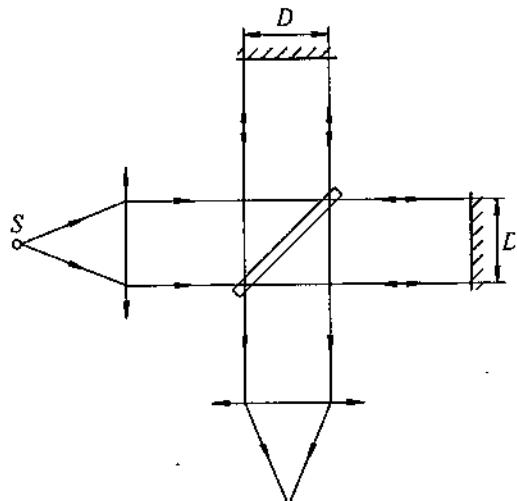
bờ hồ cách mặt nước $h = 1\text{ m}$ (H.282). Coi mặt nước như một vật dẫn lý tưởng. Hỏi với góc α nào của vệ tinh trên đường chân trời thì bộ dò sẽ ghi được cực đại thứ nhất và thứ hai của cường độ tín hiệu. Xét trường hợp phân cực theo phương ngang và theo phương thẳng đứng.



Hình 282

- 3.19. Bức xạ vô tuyến của một nguồn trong vũ trụ có bước sóng λ , có độ rộng góc ψ được hấp thụ bởi một máy dao động hoạt động như anten. Máy dao động nằm trên bờ dựng đứng ở độ cao h so với mực nước biển. Coi bề mặt nước như một gương phẳng, hỏi cường độ sóng thu được sẽ thay đổi như thế nào theo góc α của nguồn trên đường chân trời? Với các giá trị nào của độ rộng góc của nguồn thì cường độ tín hiệu thu được không phụ thuộc vào α ? Để đơn giản, coi α và ψ là các góc nhỏ.

- 3.20. Sóng vô tuyến được phát ra từ một nguồn điểm trong vũ trụ có bước sóng $\lambda = 1\text{ m}$. Nguồn nằm trong mặt phẳng xích đạo. Sóng được thu bởi hai anten giống nhau, đặt theo hướng đông - tây và cách nhau một khoảng $L = 200\text{ m}$. Tổng tín hiệu từ hai anten theo hai đường truyền dài bằng nhau được đưa vào mạch đầu vào của máy thu. Hỏi biên độ hiệu điện thế U_0 trong mạch đầu vào của máy thu thay đổi như thế nào do tác động quay của Trái Đất?

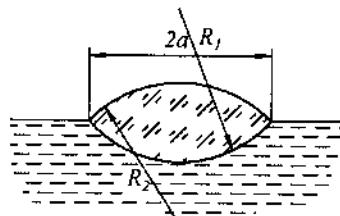


Hình 283

- 3.21. Đánh giá sai số có thể gây ra trong quá trình thiết lập góc nghiêng của các gương trong giao thoa kế Michelson (H.283) để quan sát các vân

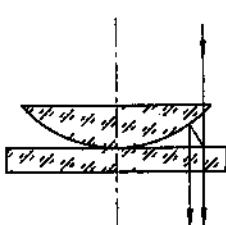
giao thoa cùng độ nghiêng. Độ rộng của các gương $D = 5\text{ cm}$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,55\text{ }\mu\text{m}$.

- 3.22. Tìm độ xê dịch tương đối $\Delta l/l$ của các vân giao thoa nhận được bằng tấm Lummer-Herke khi thay đổi nhiệt độ 1°C . Chiều dày của tấm $h = 2\text{ cm}$, chiết suất $n = 1,5$, hệ số nở dài của thuỷ tinh $\alpha = 8,5 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 500\text{ nm}$. Bỏ qua sự phụ thuộc của áp suất vào nhiệt độ.
- 3.23. Trên bề mặt chất lỏng chiết suất n_l có nổi một thấu kính mỏng chiết suất $n < n_l$. Các kích thước hình học của thấu kính được cho trên hình 284. Hỏi ta sẽ nhận được hình ảnh giao thoa nào trong ánh sáng đơn sắc phản xạ bước sóng λ , nếu nhìn từ trên xuống thấu kính.
- 3.24. Tìm khoảng cách Δl giữa vân tròn Newton thứ 20 và thứ 21, nếu khoảng cách giữa vân tròn thứ hai và thứ ba là 1 mm . Biết rằng các vân được quan sát trong ánh sáng phản xạ.
- 3.25. Tìm tiêu cự f của một thấu kính phẳng lồi dùng để tạo ra các vân tròn Newton, nếu bán kính vân sáng thứ ba bằng $1,1\text{ mm}$, $n = 1,6$, $\lambda = 5890\text{ \AA}$. Các vân được quan sát trong ánh sáng phản xạ.
- 3.26. Khi quan sát các vân tròn Newton trong ánh sáng phản xạ màu xanh lam ($\lambda_\gamma = 4500\text{ \AA}$) bằng một thấu kính phẳng lồi đặt trên một tấm phẳng người ta thấy bán kính vân sáng thứ ba bằng $1,06\text{ mm}$. Sau khi thay bộ lọc ánh sáng xanh lam bằng bộ lọc ánh sáng đỏ thì bán kính vân sáng thứ năm thay đổi và bằng $1,77\text{ mm}$. Tìm bán kính cong R của thấu kính và bước sóng λ_d của ánh sáng đỏ.
- 3.27. Một tấm thuỷ tinh có hai mặt phẳng song song nằm trên bề mặt của một thấu kính hai mặt lồi. Khi quan sát các vân tròn giao thoa Newton trong ánh sáng phản xạ của ánh sáng đèn Natri ($\lambda = 5890\text{ \AA}$) người ta thấy rằng bán kính vân tối thứ 20 (vân tối trung tâm là vân thứ 0) bằng $r_1 = 2\text{ mm}$. Khi đặt tấm thuỷ tinh lên mặt khác của thấu kính thì bán kính của vân tối đó bằng $r_2 = 4\text{ mm}$. Xác định tiêu cự của thấu kính, nếu chiết suất của nó $n = 1,5$.

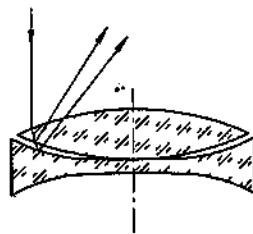


Hình 284

- 3.28. Tìm bán kính r của vân tối trung tâm của hệ các vân tròn Newton, nếu giữa thấu kính và tấm thuỷ tinh được rót đầy benzen ($n = 1,5$). Bán kính cong của thấu kính $R = 1\text{ m}$. Chiết suất của thấu kính và tấm thuỷ tinh bằng nhau. Quá trình quan sát được tiến hành trong ánh sáng phản xạ $\lambda = 5890\text{ \AA}$.
- 3.29. Các vân tròn Newton nhận được bằng thấu kính phẳng lồi có bán kính cong R_1 , đặt trên mặt cầu lõm bán kính $R_2 > R_1$. Các vân tròn Newton được quan sát trong ánh sáng phản xạ. Xác định bán kính r_m của vân tối thứ m , nếu ánh sáng có bước sóng bằng λ .
- 3.30. Các vân tròn Newton nhận được giữa hai thấu kính phẳng lồi, có hai mặt lồi áp sát nhau. Tìm bán kính r_m của vòng tối thứ m , nếu chiều dài bước sóng bằng λ , còn bán kính cong của các mặt lồi hai thấu kính lần lượt là R_1 và R_2 . Quá trình quan sát được tiến hành trong ánh sáng phản xạ.
- 3.31. Một thấu kính mỏng, hai mặt lồi đối xứng đặt tiếp xúc với một thấu kính mỏng hai mặt lồi đối xứng khác. Chiết suất của hai thấu kính $n = 1,6$. Hình ảnh giao thoa quan sát được trong ánh sáng phản xạ với bước sóng $\lambda = 0,6\text{ }\mu\text{m}$. Xác định tiêu cự f của hệ hai thấu kính, nếu bán kính vân sáng thứ năm là $r = 2\text{ mm}$.
- 3.32. Hình ảnh giao thoa (các vân tròn Newton) quan sát được trong ánh sáng tối (H.285). Chiết suất của thấu kính và tấm kính là $n = 1,5$. Tìm tỉ số giữa cường độ ánh sáng I_{\max}/I_{\min} trong cực đại và cực tiểu của giao thoa. Có thể nhìn thấy hình ảnh giao thoa này bằng mắt thường không, nếu độ nhạy tương phản của mắt là 0,05?



Hình 285



Hình 286

- 3.33. Hai thấu kính mỏng đối xứng (một thấu kính hai mặt lồi, một thấu kính hai mặt lõm) đặt khít nhau (H.286) sao cho chúng tiếp xúc với nhau, xung quanh chỗ tiếp xúc này người ta quan sát được hình ảnh

giao thoa Newton. Xác định độ tụ của hệ hai thấu kính, nếu biết rằng bán kính vân tối thứ 8 là $r = 4$ mm khi bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Chiết suất của hai thấu kính bằng nhau và bằng $n = 1,5$.

- 3.34*. Trong thiết bị để quan sát các vân tròn Newton, thấu kính phẳng lồi được làm di động và có thể di chuyển được theo hướng vuông góc với tám kính. Hỏi điều gì sẽ xảy ra với các vân tròn Newton khi đưa thấu kính ra xa và lại gần tám kính? Các vân tròn Newton được tạo bởi ánh sáng đơn sắc.

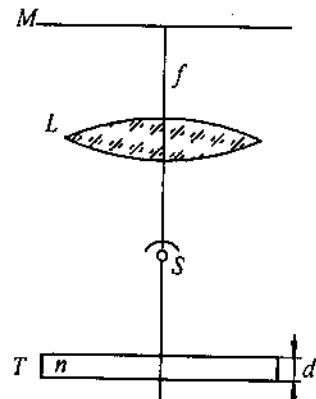
- 3.35. Nguồn chiếu sáng trong giao thoa kẽ Michelson là một nguồn laser có tần số thay đổi theo thời gian theo hàm bậc nhất $\omega = \omega_0(1+at)$. Hiệu quang lộ trong các nhánh của giao thoa kẽ $L = 1$ m. Chiều dài bước sóng $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $a = 0,1\text{s}^{-1}$. Hỏi tần số của dòng điện trong máy thu ảnh ghi hình giao thoa bằng bao nhiêu?

§4. GIAO THOA ÁNH SÁNG ĐƠN SẮC. TÍNH KẾT HỢP THEO THỜI GIAN

- 4.1*. Độ nét của các vân tròn Newton sẽ thay đổi như thế nào nếu di chuyển thấu kính phẳng lồi về phía vuông góc với tám kính? Các vân tròn Newton được quan sát trong ánh sáng phản xạ vạch D-natri. Chú ý rằng vạch D-natri không phải là ánh sáng đơn sắc, mà là hai vạch phổ sát nhau $\lambda_1 = 5890 \text{\AA}$ và $\lambda_2 = 5896 \text{\AA}$.

- 4.2. Tìm hiệu bước sóng của vạch D-natri, nếu biết độ nét của ảnh giao thoa trong giao thoa kẽ với hai tia sáng đạt cực tiểu tại vân 490, 1470, ... đạt cực đại tại vân thứ nhất, thứ 980, thứ 1470, ... Giá trị trung bình của bước sóng vạch D-natri $\lambda = 5893 \text{\AA}$ (xem Bài 4.1).

- 4.3*. Người ta nhận được các vân giao thoa cùng độ nghiêng trong mặt phẳng tiêu của thấu kính L (H.287) khi phản xạ từ tám phẳng song song T được chiếu bởi nguồn ánh sáng đơn sắc S . Ánh sáng trực tiếp từ nguồn không



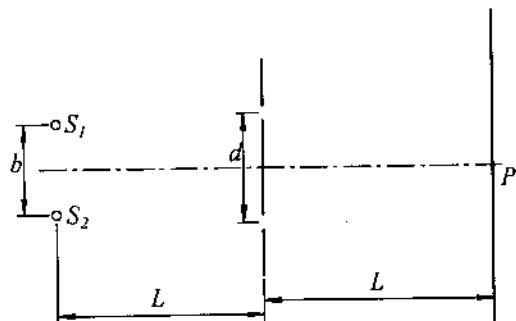
Hình 287

tới thấu kính. Bước sóng $\lambda = 6000 \text{ \AA}$, chiều dày tấm kính $d = 1,6 \text{ mm}$; chiết suất $n = 1,5$; tiêu cự thấu kính $f = 40 \text{ cm}$. Tìm bán kính r vân giao thoa tròn thứ nhất nhìn được trên màn M , nếu tâm các vân tròn màu đen. Chiều rộng cực đại của vạch chiếu lên tấm kính $\Delta\lambda$ bằng bao nhiêu để với các giá trị đã cho của sơ đồ ta quan sát được các vân tròn giao thoa?

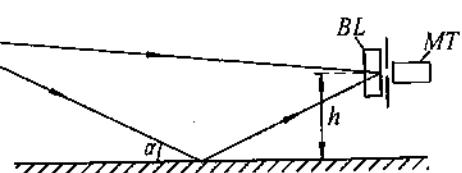
- 4.4*. Bao nhiêu vân tối N có thể quan sát được trong điều kiện của bài trước, nếu đường kính của thấu kính $D = 8 \text{ cm}$, nguồn sáng đặt chính giữa thấu kính và tấm kính, cách thấu kính một khoảng f ?
- 4.5. Độ dày tối thiểu của tấm kính phải bằng bao nhiêu để trong điều kiện của bài trước có thể nhận được ít nhất một vân tròn tối?

- 4.6. Ánh sáng từ hai nguồn sáng điểm không kết hợp giống nhau (H.288) S_1 và S_2 ($\lambda = 500 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 50 \text{ nm}$) được chiếu lên màn không trong suốt với hai lỗ cách nhau $d = 1 \text{ cm}$. Sự giao thoa của ánh sáng đi qua hai lỗ được quan sát ở gần điểm P trên trục của hệ. Các nguồn và điểm quan sát cùng nằm cách màn một khoảng $L = 2 \text{ m}$. Khi dịch chuyển đổi xung hai nguồn về hai phía của trục (tăng khoảng cách b giữa hai nguồn) thì giao thoa tại lân cận điểm P xuất hiện và biến mất theo chu kỳ. Tính số chu kỳ tái lập giao thoa khi tăng khoảng cách b từ 0 đến d ($0 \leq b \leq d$).

- 4.7. Ánh sáng từ một nguồn sáng điểm S ở xa chiếu tới máy thu ảnh trực tiếp và bằng phản xạ trên mặt phẳng nằm ngang (H.289). Khi dịch chuyển nguồn theo chiều thẳng đứng máy thu MT ghi lại sự thay đổi cường độ ánh sáng chiếu tới nó. Tính góc cao cực đại của nguồn so với đường chân trời, sao cho thay đổi của dòng quang điện vẫn còn đáng kể, nếu trước máy thu đặt một bộ lọc ánh sáng BL với giải



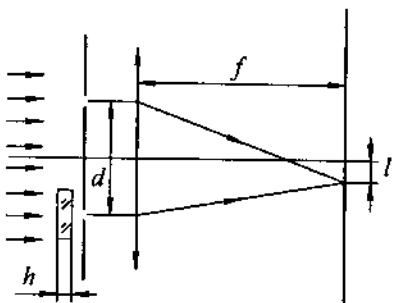
Hình 288



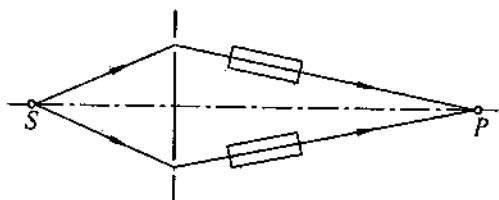
Hình 289

thông $\Delta f = 3 \cdot 10^{11}$ Hz. Cửa vào của máy thu nằm ở độ cao $h = 1$ cm so với mặt phẳng phản xạ.

- 4.8. Trong giao thoa kế Role sóng phẳng bị làm nhiễu xạ. Ở hai khe hình ảnh nhiễu xạ được quan sát trên mặt phẳng tiêu của thấu kính tiêu cự $f = 100$ cm (H.290). Một trong hai khe được chắn bằng tấm phẳng song song làm từ chất tán xạ dày $h = 0,01$ mm với quy luật tán xạ $n(\lambda) = A - B\lambda$, trong đó A, B là các hằng số. Khi đó vân tráng (không sắc) dịch chuyển một khoảng $l = 4$ mm. Xác định hằng số A , nếu biết khoảng cách giữa hai khe là $d = 1$ cm.



Hình 290

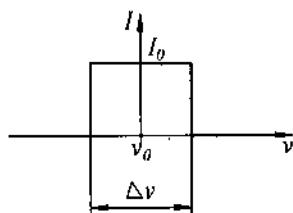


Hình 291

- 4.9. Giao thoa ánh sáng từ hai lỗ nhỏ trên một màn không trong suốt quan sát được tại điểm P (H.291). Cách xa hai lỗ, trên đường đi của hai tia sáng người ta đặt hai bình nhỏ giống nhau chứa đầy không khí ở cùng áp suất. Khi thay đổi áp suất không khí trong bình thì sự thay đổi cường độ ánh sáng tại điểm P mang đặc trưng của dao động. Xác định hiệu áp suất ΔP trong các bình để biên độ dao động bằng không, nếu cực tiểu thứ nhất của cường độ đạt được khi hiệu áp suất $\Delta P_1 = 10^{-3}$ mmHg. Phổ bức xạ của nguồn sáng điểm S phân bố đều trong dải tần $\Delta\omega$ và có độ rộng tương đối $\Delta\omega/\omega = 10^{-5}$.
- 4.10. Các vân giao thoa cùng độ dày quan sát được trong "nêm" không khí giữa hai tấm kính hợp với nhau một góc ở đỉnh $\alpha = 1^\circ$. Các vân này nhận được trong ánh sáng của vách xanh lục của thuỷ ngân có bước sóng $\lambda = 5461\text{\AA}$ và độ rộng $\Delta\lambda = 0,1\text{\AA}$. Hãy xác định:
- Khoảng cách Δx giữa hai vân liên tiếp;
 - Lượng vân lớn nhất có thể nhìn thấy trên nêm, nếu kích thước của nó không giới hạn;
 - Khoảng cách x từ vân cuối cùng nhìn thấy được đến đỉnh nêm và chiều dày của nêm tại điểm này;

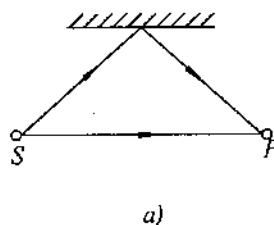
d) Góc phân kỳ lớn nhất $\delta\varphi$ cho phép của các tia để có thể quan sát được tất cả các vân giao thoa.

- 4.11.** Xác định độ nhin rõ V của ánh giao thoa từ hai nguồn sáng điểm có phổ bức xạ giống nhau được biểu diễn trên hình 292. Độ nhin rõ V phụ thuộc như thế nào vào độ rộng Δf của phổ?



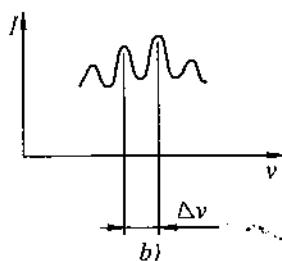
Hình 292

- 4.12.** Hai chùm ánh sáng trắng nhận được từ một nguồn sáng điểm hội tụ tại khe vào của một máy quang phổ. Hiệu quang lô $\Delta = 300$ m. Xác định năng suất phân giải R của máy quang phổ để nó có thể phát hiện được sự giao thoa của hai chùm tia này.



a)

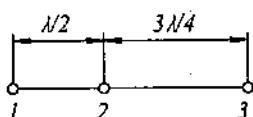
- 4.13.** Hai chùm ánh sáng trắng từ một nguồn sáng điểm đi đến điểm quan sát P (H.293a) với hiệu quang lô Δ . Người ta sử dụng kính quang phổ phân giải cao để nghiên cứu sự phân bố năng lượng trong phổ dao động xuất hiện tại điểm P do sự chồng chất của hai chùm tia. Nhờ đó quan sát được sự xen kẽ giữa các cực đại và cực tiểu cường độ phổ $I(f)$, khoảng tần số giữa hai cực đại liên tiếp $\Delta_0 = 10$ MHz (H.293). Xác định hiệu quang lô Δ .



Hình 293

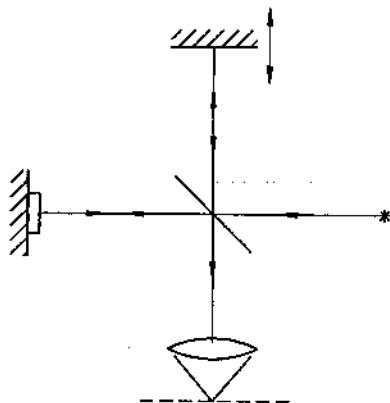
- 4.14.** Bức xạ đơn sắc đi qua giao thoa kế Maxa-Shander. Trong một nhánh giao thoa kế có một bình nhỏ đựng khí chiều dài l . Trong bình tạo ra áp suất dư, chiết suất của khí bên trong biến thiên theo công thức $n(t) = 1 + \alpha t$. Xác định phổ dao động của dòng quang điện của máy thu đặt tại vùng có vân giao thoa số 0.

- 4.15.** Ba nguồn bức xạ đồng pha 1, 2, 3 nằm trên một đường thẳng (H.294). Khoảng cách giữa nguồn 1 và hai bằng $\lambda/2$, khoảng cách giữa nguồn 2 và nguồn 3 bằng $3\lambda/4$, biên độ của nguồn 1 và 2 bằng nhau. Hỏi biên độ của nguồn 3 bằng bao nhiêu để trong giản đồ định hướng của hệ tồn tại các cực tiểu cường độ bằng 0? Tìm hướng của các cực tiểu này. Giải bài toán bằng công thức và bằng giản đồ vectơ.



Hình 294

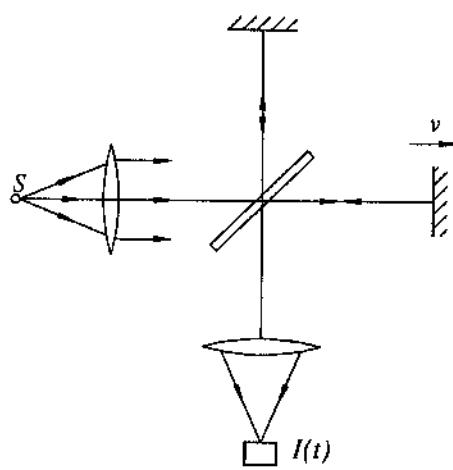
- 4.16. Trong một nhánh của giao thoa kế Michelson gương phản xạ được thay bằng một tấm không hấp thụ ánh sáng có thành phia trước bán trong suốt, thành sau được tráng gương (H.295). Chiều dày của tấm $d = 2$ mm, chiết suất $n = 5$, phổ của bức xạ ánh sáng tới trải dài từ 0 đến 110GHz. Khi dịch chuyển gương trong nhánh thứ hai thiết bị dò ghi được hàng loạt các đỉnh cường độ bức xạ. Khoảng cách giữa hai đỉnh giao thoa tính theo đơn vị dịch chuyển của gương bằng bao nhiêu?



Hình 295

- 4.17. Trong phổ kế Fourier dùng để nghiên cứu phổ bức xạ người ta cho một trong các gương của giao thoa kế Michelson di chuyển với vận tốc $v = 0,1$ cm/s (H.296). Hỏi dòng quang điện của máy thu $I(t)$ phụ thuộc như thế nào vào thời gian? Biết bức xạ gồm hai vạch phổ $\lambda_1 = 500$ nm và $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$,

trong đó $\delta\lambda = 0,02$ nm với tỉ số các cường độ $I_2 / I_1 = 0,5$? Xác định thời gian đo tối thiểu để phân giải được hai vạch phổ này. Vẽ đồ thị phụ thuộc của dòng điện vào thời gian.

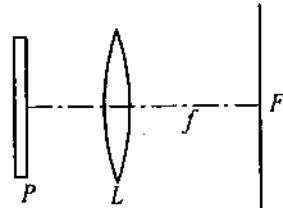


Hình 296

- 4.18. Để nghiên cứu thành phần phổ của bức xạ của nguồn S người ta cho một trong các gương của giao thoa kế Michelson (H.296) di chuyển với vận tốc $v = 0,01$ cm/s. Hỏi dòng quang điện của máy thu $I(t)$ phụ thuộc như thế nào vào thời gian, nếu nguồn bức xạ sóng $\lambda = 500$ nm, độ rộng của phổ $\Delta\lambda = 0,01$ nm? Cường độ của phổ bên trong vạch phổ $I(\omega) = I_0 = \text{const}$. Xác định thời gian tối thiểu để xác định thành phần phổ của bức xạ. Vẽ đồ thị phụ thuộc của dòng điện vào thời gian.

§5. CÁC NGUỒN SÁNG RỘNG. TÍNH KẾT HỢP KHÔNG GIAN

- 5.1*. Tìm độ nhìn rõ V của ảnh giao thoa trong thí nghiệm của Y-âng khi sử dụng nguồn sáng rộng. Kích thước của nguồn b , khoảng cách từ nguồn đến màn có các khe là L , khoảng cách giữa các khe trên màn là d . Bước sóng trung bình $\lambda = 500 \text{ nm}$. So sánh kết quả với bài 4.11.
- 5.2. Ánh sáng Mặt Trời chiếu trực tiếp lên màn chắn có hai khe hở song song. Hỏi với khoảng cách D nào giữa hai khe thì có thể quan sát được các vân giao thoa ở sau màn? Đường kính góc của Mặt Trời $\alpha \approx 0,01 \text{ rad}$.
- 5.3. Người ta thu được ảnh của Mặt Trời trên lỗ của màn chắn (kích thước lỗ bằng kích thước ảnh) khi sử dụng thấu kính tiêu cự $f = 50 \text{ mm}$. Sau màn chắn đặt hai khe hẹp song song với nhau và cách nhau một khoảng $D = 1 \text{ mm}$. Hỏi với khoảng cách l giữa màn chắn và các khe bằng bao nhiêu thì ta có thể quan sát được các vân giao thoa? Đường kính góc của Mặt Trời $\alpha \approx 0,01 \text{ rad}$.
- 5.4. Kích thước nguồn sáng phải thỏa mãn điều kiện gì để có thể quan sát được các vân giao thoa trong thiết bị có:
- Các gương Fresnel;
 - Gương Lloyd?
- Các điểm khác nhau của nguồn bức xạ sóng là không kết hợp.
- 5.5. Người ta quan sát ảnh giao thoa bằng lưỡng lăng kính Fresnel (góc chiết quang $\alpha = 20'$, chiết suất $n = 1,5$). Màn chắn và nguồn sáng ($\lambda = 600 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$) nằm cùng khoảng cách so với lưỡng lăng kính. Xác định số vân giao thoa nhìn thấy được trên màn. Tại khoảng cách nào từ tâm giao thoa các vân giao thoa bị nhòe? Kích thước cho phép của nguồn phải bằng bao nhiêu để có thể quan sát được tất cả các vân giao thoa?
- 5.6. Phía trước thấu kính L (H.297) đặt một tấm thuỷ tinh phẳng song song P vuông góc với quang trục chính và được chiếu sáng bởi ánh sáng đơn sắc từ nguồn sáng rộng. Mô tả hình ảnh giao thoa nhận được trên mặt phẳng tiêu của thấu kính. Ảnh giao thoa

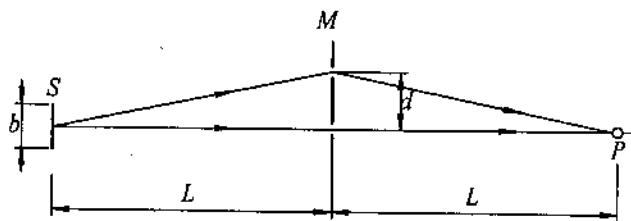


Hình 297

thay đổi như thế nào nếu đặt nghiêng tấm kính một góc $\alpha = 10^\circ$ (so với vị trí ban đầu)? Tiêu cự của thấu kính $f = 30$ cm.

- 5.7. Lưỡng thấu kính Biê được làm từ hai nửa của một thấu kính hội tụ mỏng tiêu cự $f = 10$ cm. Cách thấu kính một khoảng $x = 3f/2$ người ta đặt một nguồn sáng dạng khe được chiếu bởi một chùm sáng rộng góc với bước sóng $\lambda = 5790$ Å. Màn để quan sát các vân giao thoa được đặt ở phía đối diện với thấu kính, cách thấu kính một khoảng $L = 330$ cm. Hỏi chiều rộng khe hở b nhỏ nhất phải bằng bao nhiêu thì các vân giao thoa trên màn biến mất? Giả thiết rằng các điểm khác nhau của khe bức xạ các sóng ánh sáng không kết hợp với nhau. Khoảng cách giữa hai nửa thấu kính $\alpha = 0,5$ mm.

- 5.8. Ánh sáng từ một nguồn đơn sắc rộng S chiếu lên màn M không trong suất có hai lỗ nhỏ. Giao thoa của ánh sáng đi qua hai lỗ quan



Hình 298

sát được tại điểm P (H.298). Nguồn ánh sáng S và điểm P nằm cách màn một khoảng L như nhau. Khi tăng khoảng cách d giữa hai lỗ sự biến thiên cường độ tại điểm P mang đặc trưng dao động. Xác định kích thước dài b của nguồn, nếu cực tiểu thứ nhất của cường độ tại điểm P quan sát được khi $d = d_1 = 1$ cm, biên độ dao động bằng 0 khi $d = d_2 = 20$ cm (điều kiện $d \ll L$ luôn được thoả mãn).

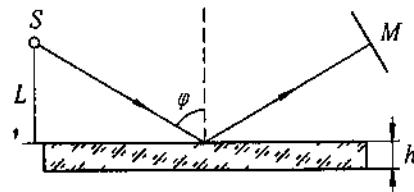
- 5.9. Người ta quan sát được các vân cùng độ rộng trong một “nêm” không khí giữa hai tấm thuỷ tinh phẳng song song, tạo với nhau một góc nhỏ, nêm được chiếu bằng ánh sáng tán xạ. Quá trình quan sát được tiến hành bằng mắt thường có khoảng cách nhìn rõ $L = 25$ cm và hướng vuông góc với mặt phẳng nêm, mắt có thể dịch chuyển theo phương vuông góc với cạnh nêm. Xác định lượng lớn nhất các vân N mà mắt có thể nhìn thấy trong ánh sáng đơn sắc nếu đường kính con ngươi của mắt $d = 5$ mm. Xác định độ đơn sắc cần thiết của ánh sáng để có thể quan sát được số cực đại các vân trên.

- 5.10. Các vân cùng độ rộng nhận được trong một nêm thuỷ tinh mỏng chiết suất $n = 1,5$ khi chiếu bằng tán xạ đơn sắc bước sóng $\lambda = 5000$ Å bởi một

thấu kính lên màn. Trước thấu kính đặt một màn chắn hình vuông rộng $d = 1\text{ cm}$ và cách ném một khoảng $L = 50\text{ cm}$. Tìm bậc giao thoa lớn nhất N có thể quan sát được trên màn. Quang trục chính của hệ quy chiếu gần vuông góc với bề mặt ném.

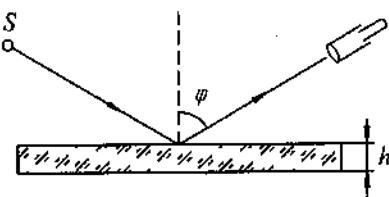
- 5.11.** Tìm độ rộng b của nguồn ánh sáng trong giao thoa kế Michelson, nếu các gương trong giao thoa kế đặt tại các khoảng cách khác nhau tính từ tâm chia và hiệu các khoảng cách đó là $L = 2\text{ cm}$. Tiêu cự của ống chuẩn trực $f = 25\text{ cm}$. Bỏ qua sự không thuần nhất của nguồn đơn sắc, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,5\text{ }\mu\text{m}$. Các vân giao thoa có cùng độ rộng.

- 5.12.** Nguồn sáng S nằm ở khoảng cách $L = 1\text{ m}$ phía trên một tấm mica mỏng dày $h = 0,1\text{ mm}$, chiết suất $n = 1,4$ (H.299). Cũng cách tấm mica một khoảng L đặt một màn chắn không lớn M hướng vuông góc với các tia phản xạ. Trên màn quan sát được các vân giao thoa. Góc $\varphi = 60^\circ$. Hãy tìm bậc m của vân giao thoa tại tâm màn và độ rộng Δl của các vân giao thoa. Xác định kích thước cho phép b và độ đơn sắc cho phép $\Delta\lambda$ của nguồn sử dụng ánh sáng xanh lục có bước sóng $\lambda = 560\text{ nm}$.



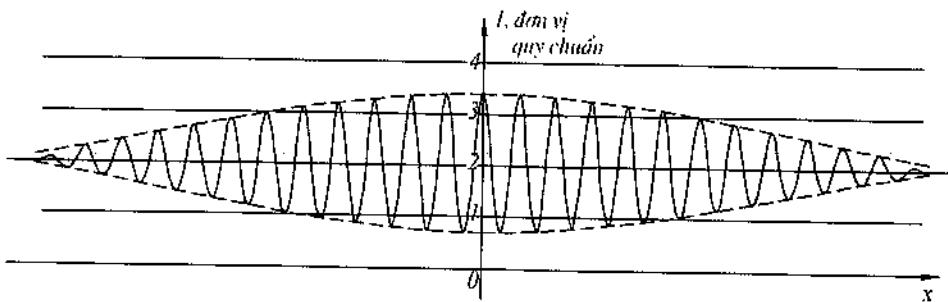
Hình 299

- 5.13.** Người ta quan sát các vân giao thoa trong tấm thuỷ tinh mỏng phẳng song song rộng $h = 0,2\text{ mm}$, chiết suất $n = 1,41$ bằng một ống nhòm đặt ở xa vô cực, góc quan sát có thể thay đổi từ 0 đến 90° (H.300). Tìm bậc cực đại và bậc tiêu của các vân giao thoa. Xác định độ không thuần nhất cho phép $\Delta\lambda$ của nguồn đơn sắc để có thể quan sát rõ tất cả các vân giao thoa. Kích thước cho phép của nguồn sáng trong thí nghiệm giao thoa này bằng bao nhiêu? Thí nghiệm trong bài sử dụng ánh sáng xanh lục bước sóng $\lambda = 560\text{ nm}$.



Hình 300

- 5.14.** Trong sơ đồ giao thoa hai tia sáng với cường độ các tia sáng giao thoa bằng nhau của một nguồn ánh sáng trắng có kích thước $b = 0,025\text{ cm}$. Hình ảnh giao thoa được quan sát qua bộ lọc ánh sáng cho trên hình 301. Xác định dải thông của bộ lọc $\Delta\lambda$ và khẩu độ giao thoa Ω . Bước sóng trung bình $\lambda = 500\text{ nm}$.



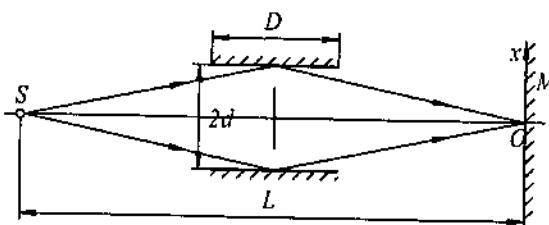
Hình 301

5.15*. Hình ảnh giao thoa nhận được khi cho giao thoa hai chùm tia cùng cường độ với khẩu độ $\Omega = 10^{-3}$ rad cho trên hình 301. Xác định độ không thuần nhất $\Delta\lambda$ của nguồn đơn sắc và kích thước dài của nguồn b . Bước sóng trung bình $\lambda = 500$ nm.

5.16. Trong sơ đồ giao thoa (H.302) người ta sử dụng nguồn gần đơn sắc S ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm). Các gương phản xạ nằm đối xứng qua nguồn S và màn M . Tìm:

- Độ rộng của vân giao thoa A trên màn M ;
- Vùng định vị các vân giao thoa trên màn;
- Bậc cực đại và bậc tiêu của giao thoa và số vân quan sát được;
- Độ đơn sắc $\Delta\lambda$ để quan sát được nhiều vân nhất;
- Kích thước cho phép b của nguồn.

Các thông số của sơ đồ: $L = 1$ m, $2d = 2,5$ cm, $D = 10$ cm.

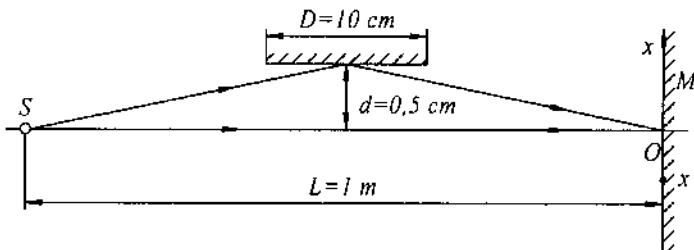


Hình 302

5.17. Trong sơ đồ giao thoa hình 303 người ta sử dụng nguồn ánh sáng gần đơn sắc S có kích thước xác định ($\lambda = 5,0 \cdot 10^{-5}$ cm, $\Delta\lambda = 28$ Å). Giả thiết rằng cường độ phô bức xạ không đổi trong khoảng $\Delta\lambda$, tìm:

- Độ rộng của các vân giao thoa A trên màn M ;
- Số lượng các vân quan sát được;

c) Vùng định vị các vân trên màn;



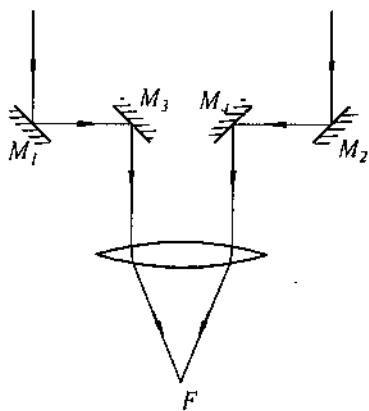
Hình 303

d) Độ cao nhất và nhỏ nhất của các vân quan sát được;

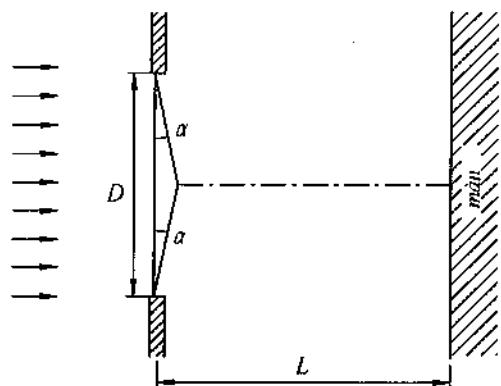
e) Kích thước cho phép b của nguồn.

Các thông số cho trên hình 304. Gương phản xạ nằm đối xứng so với nguồn S và điểm O trên màn M .

- 5.18. Trên hình 304 biểu diễn sơ đồ thiết bị Michelson dùng để đo đường kính góc của các vì sao. Các gương M_1, M_2, M_3, M_4 hướng vào kính vật của viễn kính hai chùm tia sáng giao thoa với nhau tại mặt phẳng tiêu của kính vật. Khi đo góc đường kính của ngôi sao đó khổng lồ Betelgase, Michelson phát hiện ra rằng, các vân giao thoa biến mất khi khoảng cách giữa các gương ngoài M_1 và M_2 (H.304) bằng 306,5 cm. Giả thiết rằng bước sóng hiệu dụng từ sao Betelgase bằng 5750 Å. Tính đường kính góc ψ của sao này?



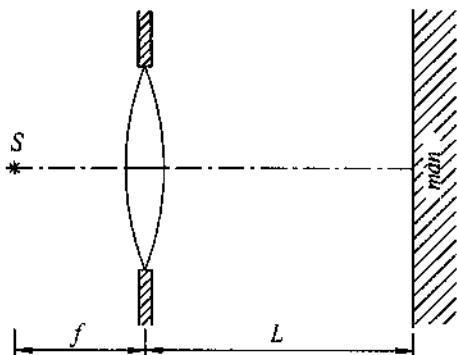
Hình 304



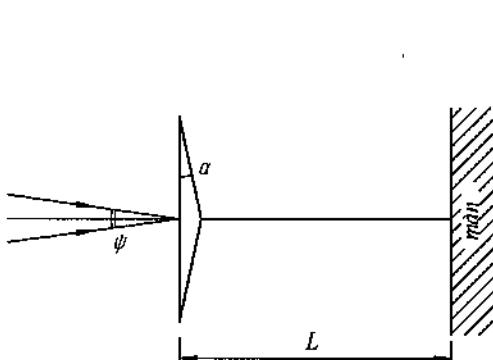
Hình 305

- 5.19. Một chùm tia sáng song song đi từ nguồn sáng ở xa, bước sóng $\lambda = 500$ nm đến lưỡng lăng kính có góc chiết quang $\alpha = 10^{-2}$ rad và chiều rộng $D = 2$ cm làm từ thuỷ tinh chiết suất $n = 1,5$ (H.305).

- a) Màn chắn phải đặt ở khoảng cách L nào để có thể quan sát được nhiều vân giao thoa nhất?
- b) Xác định độ không thuần nhất $\Delta\lambda$ của nguồn đơn sắc để quan sát được tất cả các vân;
- c) Xác định góc đường kính cho phép của nguồn ψ trong thí nghiệm trên.
- 5.20. Từ một thấu kính mỏng có đường kính $D = 2,5$ cm, tiêu cự $f = 50$ cm người ta cắt đi một miếng rộng $a = 0,5$ cm, sau đó đẩy hai nửa tiếp xúc với nhau (tạo thành lưỡng thấu kính). Nguồn sáng S bước sóng $\lambda = 500$ nm nằm trên trục của hệ, trong mặt phẳng tiêu (H.306).
- a) Cần đặt màn chắn cách lưỡng thấu kính một khoảng L nào để có thể quan sát được số vân giao thoa nhiều nhất? Xác định độ rộng của vân giao thoa A và số lượng các vân.
- b) Xác định độ không thuần nhất $\Delta\lambda$ cho phép của nguồn đơn sắc để có thể quan sát được tất cả các vân giao thoa.
- c) Xác định kích thước cho phép b của nguồn.



Hình 306



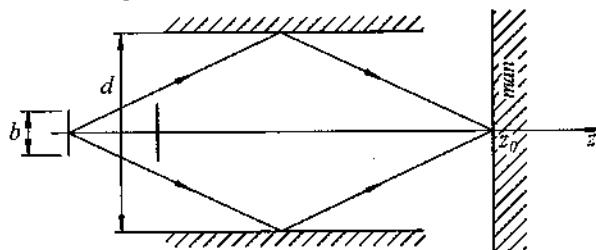
Hình 307

- 5.21. Một lưỡng lăng kính được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 500$ nm từ một nguồn có kích thước xác định ở xa với độ rộng góc $\psi = 10^{-3}$ rad. Góc chiết quang của lưỡng lăng kính $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ rad, chiết suất $n = 1,5$. Xác định độ tương phản của các vân giao thoa nhận được trên màn phụ thuộc vào khoảng cách L giữa màn và lưỡng lăng kính (H.307). Với các giá trị nào của L thì các vân giao thoa bị nhòe? Giả sử kích thước của lăng kính là đủ lớn. Nguồn sáng có thể coi như một vân sáng đều, song song với cạnh của lưỡng lăng kính.

- 5.22. Trong sơ đồ giao thoa với hai gương song song (H.308) người ta sử dụng nguồn đơn sắc có dạng một vân sáng đều rộng $b = 5 \cdot 10^{-3}$ cm. Bước sóng bức xạ của nguồn $\lambda = 600$ nm, khoảng cách giữa các gương $d = 0,2$ cm. Độ nhín rõ của các vân giao thoa trên màn đặt cách nguồn $z_0 = 0,5$ m bằng bao nhiêu? Phải dịch chuyển màn bao nhiêu và về phía nào để:

a) Độ tương phản tăng lên hai lần?

b) Hình ảnh giao thoa biến mất (bị nhòe)?

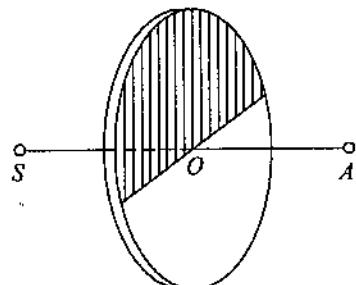


Hình 308

Kích thước các gương giả sử đủ lớn. Các tia không truyền trực tiếp từ nguồn đến màn.

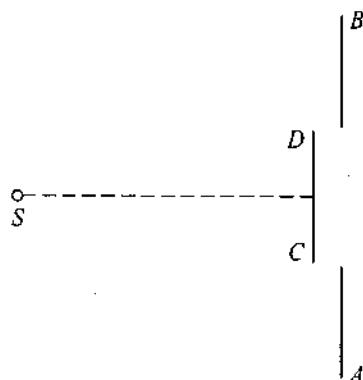
§6. NHIỄU XẠ FRESNEL. CÁC TẤM ĐỚI

- 6.1. Cường độ ánh sáng I tại tâm ảnh nhiễu xạ tạo bởi một màn chắn tròn bằng bao nhiêu, nếu nó che mất đới Fresnel thứ nhất? Biết cường độ ánh sáng khi không có màn chắn là I_0 .
- 6.2*. Một màn chắn không trong suốt có dạng nửa đĩa tròn đặt giữa nguồn sáng điểm S và điểm quan sát A sao cho điểm O , S và A thẳng hàng (H.309). Màn che mất một số lẻ không lớn các nửa đới Fresnel. Độ rọi tại điểm A bằng bao nhiêu?
- 6.3. Giữa một nguồn sáng điểm S và điểm quan sát A đặt một đĩa có tâm nằm trên đường thẳng nối S và A (H.309). Một nửa đĩa trong suốt, nửa còn lại không trong suốt. Đĩa che 3 đới Fresnel đầu tiên. Chiều dày của nửa trong suốt $l = N\lambda/[2(n-1)]$, trong đó n là chiết suất của nó, N là số nguyên. Hỏi độ rọi tại điểm A bằng bao nhiêu khi N lẻ và N chẵn?



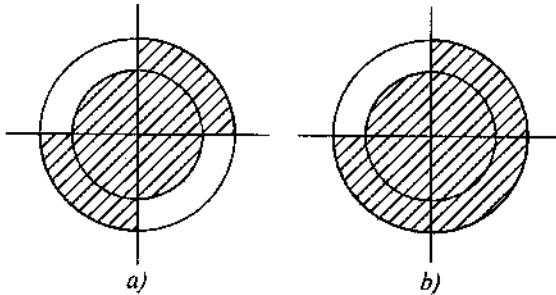
Hình 309

6.4*. Ở cách xa một nguồn sóng điện từ S người ta đặt một màn phản xạ lý tưởng AB rộng vô hạn (H.310). Sử dụng giản đồ vectơ tìm sự thay đổi của cường độ sóng phản xạ tại điểm S , nếu cắt từ màn AB một đĩa CD có tâm nằm trên đường vuông góc hạ từ S và dịch chuyển đĩa này về phía nguồn một khoảng bằng $1/12$ bước sóng. Diện tích của đĩa bằng $1/3$ diện tích đĩa Fresnel đầu tiên. Kết quả thay đổi như thế nào nếu dịch chuyển đĩa về phía ngược lại cùng một khoảng như trên?



Hình 310

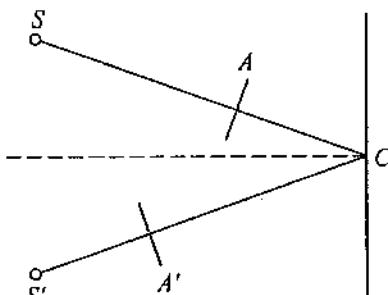
- 6.5. Trong sơ đồ bài trước diện tích đĩa bằng nửa diện tích đĩa Fresnel trung tâm. Hỏi cần phải dịch chuyển đĩa CD về phía nguồn một khoảng nhỏ nhất h bằng bao nhiêu để cường độ sóng phản xạ tại điểm S không thay đổi?
- 6.6. Nếu có một khe hở tròn (ví dụ màn chắn) mà bán kính của nó lúc đầu bằng bán kính một đĩa được tăng lên bằng bán kính hai đĩa, thì độ rời tại điểm P (điểm P là ảnh của nguồn được cho bởi màn chắn) giảm xuống gần đến không. Kết quả trên thay đổi như thế nào nếu tăng tất cả quang thông qua màn chắn lên hai lần?
- 6.7*. Một nguồn sáng điểm đơn sắc đặt cách màn chắn tròn một khoảng a , còn màn ảnh đặt cách màn chắn một khoảng b về phía đối diện. Hỏi với giá trị nào của bán kính màn chắn thì tâm các đĩa nhiễu xạ quan sát trên màn ảnh sẽ tối, với giá trị nào thì sẽ sáng, nếu đường vuông góc hạ từ nguồn tới mặt phẳng màn chắn đi qua tâm màn chắn.
- 6.8. Giữa một nguồn điểm đơn sắc và điểm quan sát đồng thời vuông góc với đường nối chúng người ta đặt một màn tạo nên từ các hình quạt của hai vòng tròn (H.311). Bán kính của một đường tròn bằng bán kính đĩa



Hình 311

Fresnel thứ nhất, bán kính đường tròn thứ hai bằng bán kính đối Fresnel thứ hai. Xác định cường độ ánh sáng tại điểm quan sát biết rằng khi không có màn nó bằng I_0 . Xét các màn được cho trên hình 311a và 311b.

- 6.9. Nguồn ($\lambda = 4900 \text{ \AA}$) và điểm quan sát được đặt đối xứng nhau qua một màn không trong suốt có lỗ tròn ($r = 0,35 \text{ mm}$). Khoảng cách từ nguồn đến màn $a = 1 \text{ m}$. Cường độ ánh sáng tại điểm quan sát thay đổi bao nhiêu lần nếu nguồn di chuyển dọc theo trực về phía lỗ tròn một khoảng $\Delta a = 0,8 \text{ m}$?
- 6.10. Giữa nguồn S ($\lambda = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$) và điểm quan sát P đặt một màn không trong suốt với một lỗ tròn trên trực SP . Khoảng cách từ nguồn đến màn $a = 3 \text{ m}$, từ màn đến điểm quan sát $b = 1 \text{ m}$. Cường độ tín hiệu thay đổi bao nhiêu lần nếu dịch chuyển điểm quan sát dọc theo trực đến khoảng cách $b' = 3 \text{ m}$ tính từ màn?
- 6.11. Trên một tấm không trong suốt có khoét một lỗ tròn đường kính $d = 1 \text{ mm}$. Lỗ được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 500 \text{ nm}$ từ một nguồn sáng điểm ở xa. Tìm khoảng cách L_{\max} từ lỗ đến điểm có độ rọi lớn nhất.
- 6.12. Hai nguồn sáng điểm đơn sắc không kết hợp S và S' được chiếu lên một màn (H.312). Điểm C trên màn thoả mãn điều kiện $SC = S'C = 1 \text{ m}$. Độ rọi tại điểm C thay đổi bao nhiêu lần, nếu tại các điểm A và A' trên đường đi của các tia sáng người ta đặt các màn không trong suốt có lỗ tròn với đường kính đều bằng $0,6 \text{ mm}$? Tâm của các lỗ nằm trên đường SC và SC' ; $AC = 9 \text{ cm}$, $A'C = 20 \text{ cm}$, bước sóng bằng 5600 \AA . Kết quả thay đổi như thế nào nếu như S và S' là hai nguồn kết hợp?
- 6.13. Chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ được chiếu vuông góc lên màn không trong suốt có lỗ đường kính $D = 1,2 \text{ mm}$. Ở phía sau, cách màn $b_1 = 18 \text{ cm}$ trên trực của lỗ quan sát được một vân tối. Cần di chuyển một khoảng Δb nhỏ nhất bằng bao nhiêu từ điểm này dọc



Hình 312

theo trục của lỗ về phía xa để ta lại thu được một vân tối tại tâm của bức tranh nhiễu xạ?

- 6.14. Cách xa nguồn điểm S có đặt một màn phản xạ lý tưởng rộng vô hạn. Trên màn người ta khoét một đĩa đường kính $d_1 = 2r_1\sqrt{2/3}$, trong đó r_1 là bán kính đói Fresnel thứ nhất, và đặt vào đó đĩa khác đường kính $d_2 = d_1/\sqrt{2}$. Tìm cường độ của sóng phản xạ I tại điểm S nếu đĩa có đường kính d_2 nằm trong mặt phẳng của màn.
- 6.15. Nguồn sáng chói có thể chụp ảnh được bằng cách đặt giữa nó và kính ảnh một quả cầu nhẵn không trong suốt. Giải thích hiện tượng này? Đường kính quả cầu $D = 40$ mm, khoảng cách từ nguồn đến quả cầu $a = 12$ m, khoảng cách từ quả cầu đến ảnh $b = 18$ m, kích thước của nguồn $y = 7$ mm. Xác định kích thước của ảnh y' . Ảnh có bị hỏng không, nếu bề mặt của quả cầu bị tạo các vết xước không chuẩn độ sâu h khoảng $0,1$ mm? Có thể thay quả cầu bằng đĩa được không?
- 6.16. Một đĩa thuỷ tinh chiết suất n (đối với bước sóng λ) che một đói ruồi Fresnel đối với điểm quan sát P . Hỏi với độ dày đĩa h bằng bao nhiêu thì độ rọi tại điểm P là lớn nhất?
- 6.17. Trong một chùm tia bức xạ vô tuyến song song, bước sóng $\lambda = 3$ cm có đặt một đĩa làm bằng chất điện môi chiết suất $n = 1,5$. Đĩa đặt vuông góc với chùm tia. Đường kính đĩa $D = 20$ cm. Với độ dày h nào của đĩa và tại khoảng cách b nào thì từ đĩa đọc theo trục của nó sẽ quan sát được cường độ bức xạ lớn nhất? Bỏ qua sự phản xạ từ đĩa.
- 6.18. Một đĩa không trong suốt có bán kính $R = 0,55$ cm được chiếu bởi sóng phẳng đơn sắc ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm). Người ta thấy rằng nếu tại tâm đĩa khoét một lỗ nhỏ thì cường độ ánh sáng tại điểm quan sát nằm phía sau cách đĩa một khoảng $L = 1,5$ m trên trục của lỗ sẽ tăng gấp 4 lần. Xác định bán kính nhỏ nhất của đĩa.
- 6.19. Một đĩa không trong suốt có đường kính $D = 1$ cm được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm). Hỏi đường kính nhỏ nhất của lỗ khoét ở tâm đĩa bằng bao nhiêu để cường độ ánh sáng tại điểm sau đĩa, trên trục đối xứng và cách đĩa một khoảng $L = 1,5$ m bằng không?
- 6.20. Trên một tấm thuỷ tinh phẳng song song chiết suất n được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng, người ta khoét một lỗ tròn có kích thước bằng kích thước một đói Fresnel đối với một điểm P nào đó trên trục của hệ. Với độ dày h của tấm bằng bao nhiêu để cường độ I của các dao động

tại điểm P sẽ lớn nhất. Tìm I_{\max} nếu khi không có tấm thuỷ tinh cường độ ánh sáng bằng I_0 . Biết bước sóng ánh sáng bằng λ .

6.21*. Một màn không trong suốt có khoét một lỗ tròn được chiếu vuông góc bằng một chùm tia sáng đơn sắc song song. Cường độ ánh sáng tại một điểm trên trục phía sau lỗ bằng I_0 nếu kích thước lỗ bằng kích thước một đới Fresnel. Sử dụng giản đồ vectơ, tìm cường độ ánh sáng tại điểm đó nếu bán kính của lỗ tròn giảm còn $\alpha = 1/3$ so với bán kính ban đầu.

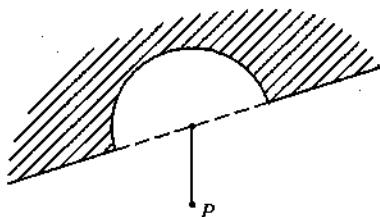
6.22. Một chùm tia song song của ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) có cường độ I_0 chiếu lên một màn không trong suốt với các lỗ tròn đường kính 2mm.

a) Tìm khoảng cách b_1, b_2, \dots, b_m từ màn tới các điểm P_1, P_2, \dots, P_3 trên trục của lỗ sao cho lỗ đặt vừa 1, 2, ..., m đới Fresnel.

b) Vẽ gần đúng đồ thị sự phụ thuộc của cường độ ánh sáng trên trục của lỗ vào khoảng cách từ điểm quan sát tới màn.

c) Cần phải dịch chuyển từ điểm P_1 ra phía xa màn một khoảng bằng bao nhiêu để cường độ ánh sáng ở điểm mới này nhỏ bằng một nửa cường độ tại điểm P_1 ?

6.23. Sóng phẳng đơn sắc cường độ I_0 được chiếu vuông góc lên một màn không trong suốt có dạng nửa mặt phẳng bị khoét một hình bán nguyệt (H.313). Tìm cường độ ánh sáng tại điểm P sao cho tại đó đường biên của vết khoét trùng với đường biên của đới Fresnel thứ nhất.



Hình 313



Hình 314

6.24. Trên bức tường màu trắng người ta quan sát được bóng của cạnh thẳng AB của một màn không trong suốt được chiếu vuông góc bởi các tia sáng đơn sắc song song ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$). Mặt phẳng tường và mặt phẳng màn song song với nhau. Khoảng cách giữa chúng $b = 4 \text{ m}$. Trên cạnh của màn khoét một miếng hình bán nguyệt bán kính $r = 1 \text{ mm}$ (H.314).

Cường độ ánh sáng tại điểm trên tường là bóng của tâm O hình bán nguyệt so với lúc chưa khoét bằng bao nhiêu?

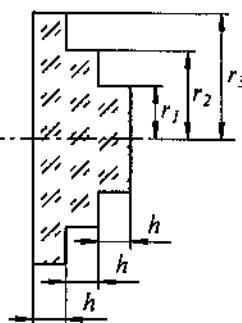
- 6.25. Một nguồn sáng điểm với hai vạch phổ đơn sắc cùng cường độ $\lambda_1 = 660 \text{ nm}$ và $\lambda_2 = 440 \text{ nm}$ nằm cách màn một khoảng $L = 1 \text{ m}$. Phía trước màn cách $a = 0,2 \text{ m}$, có một đĩa trong suốt đường kính $D = 0,92 \text{ mm}$. Đĩa làm chậm pha một lượng π cho cả hai thành phần ánh sáng của nguồn. Nguồn ánh sáng, tâm đĩa và tâm màn nằm trên một trục chung. Cường độ ánh sáng ở tâm màn khi có và không có đĩa khác nhau như thế nào?
- 6.26. Nguồn sáng điểm với hai vạch phổ đơn sắc cùng cường độ $\lambda_1 = 6600 \text{ \AA}^\circ$ và $\lambda_2 = 4400 \text{ \AA}^\circ$ đặt cách màn $L = 1 \text{ m}$. Trước màn một khoảng $a = 0,2 \text{ m}$ đặt một tấm mỏng không trong suốt có lỗ đường kính $D = 0,92 \text{ mm}$, sao cho nguồn sáng, tâm lỗ tròn và tâm màn nằm trên một đường thẳng. Độ rời ở tâm màn khác nhau như thế nào trong trường hợp có tấm mỏng không trong suốt và không có nó?
- 6.27. Giữa một nguồn điểm và máy thu bức xạ đặt một màn không trong suốt với lỗ tròn có kích thước tương ứng với mép ngoài của đới Fresnel. Tất cả hệ thống được đổ đầy nước chiết suất $n = 1,33$. Xác định cường độ bức xạ I mà máy thu được, biết rằng khi không có màn cường độ bức xạ là I_0 .
- 6.28. Một chùm ánh sáng đơn sắc song song từ không khí chiếu vuông góc lên bề mặt phẳng của điện môi. Xác định giá trị cực đại của cường độ điện trường E_{\max} trong điện môi. Xác định khoảng cách l từ bề mặt điện môi đến điểm có cường độ điện trường cực đại. Đường kính chùm tia sáng $D = 0,1 \text{ cm}$, bước sóng ánh sáng trong không khí $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, mật độ công suất trong chùm tia ánh sáng tới $S = 1 \text{kW/cm}^2$, chiết suất của điện môi $n = 2$.
- 6.29. Một chùm ánh sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ được chiếu vuông góc lên bề mặt điện môi chiết suất $n = 2$. Bề mặt điện môi phủ một lớp đen (không phản xạ) trong đó có một lỗ đường kính $D = 0,1 \text{ cm}$. Ở khoảng cách l nào cách bề mặt điện môi (trong không khí) điện trường của sóng cực đại? Giả thiết mật độ công suất trong sóng tới là $S = 1 \text{kW/cm}^2$. Xác định giá trị cực đại của cường độ điện trường trong không khí E_{\max} .

- 6.30. Trên đường đi của sóng ánh sáng phẳng có bước sóng $\lambda = 0,54 \mu\text{m}$ đặt một thấu kính mỏng tiêu cự $f = 50 \text{ cm}$ và ngay sau nó đặt một màn chắn có lỗ tròn và cách màn chắn $b = 75 \text{ cm}$ đặt một màn ảnh. Với giá trị nào của bán kính lỗ thì tâm ảnh nhiễu xạ trên màn ảnh có độ rọi cực đại?
- 6.31. Trước thấu kính mỏng với độ tụ $D = 2,5$ điôp người ta đặt một màn không trong suốt có lỗ tròn bán kính $r = 1,1 \text{ mm}$. Chùm ánh sáng bước sóng $\lambda = 550 \text{ nm}$ tới màn và song song với quang trục. Đo cường độ ánh sáng I_1 tại tiêu điểm của thấu kính, sau đó bỏ thấu kính đi và đo được cường độ ánh sáng là I_2 cũng tại điểm đó. Tìm tỉ số I_1/I_2 .
- 6.32. Nguồn sáng và điểm quan sát nằm cách một lỗ tròn trên màn không trong suốt một khoảng bằng nhau. Bán kính lỗ tròn bằng bán kính đối Fresnel thứ nhất. Cường độ dao động tại điểm quan sát bằng I_0 . Tìm cường độ dao động I tại điểm quan sát, nếu chính giữa màn và nguồn đặt một thấu kính hội tụ mà không làm mất đi tính đối xứng trực, sao cho nguồn nằm trên tiêu điểm của thấu kính.
- 6.33. Nguồn sáng điểm và điểm quan sát P nằm trên trục của lỗ tròn được khoét trên màn không trong suốt và đối xứng qua tâm của nó. Khoảng cách từ chúng đến màn bằng $2L$. Lỗ để hở chỉ một đối Fresnel đối với điểm P . Cường độ ánh sáng tại điểm P thay đổi bao nhiêu lần nếu đặt vào lỗ một thấu kính mỏng có tiêu cự $f = L$ sao cho không làm mất tính đối xứng trực của hệ?
- 6.34*. Chùm ánh sáng đơn sắc song song chiếu lên một thấu kính hội tụ tiêu cự dài có màn chắn như kiểu con người. Cách thấu kính một khoảng a người ta đặt một màn ảnh. Trên màn quan sát ta nhận được các vân tròn nhiễu xạ. Với các bán kính nào của màn chắn thì tâm các vân sẽ là tối và với giá trị nào thì sẽ là sáng, nếu tiêu cự của thấu kính là f ?
- 6.35. Một nguồn sáng đặt cách tấm đối 3m có ảnh ở cách bề mặt tấm 2m . Nếu đưa nguồn sáng ra xa vô cực thì sẽ nhận được ảnh của nó ở đâu?
- 6.36. Xác định tiêu cự f của một tấm đối với ánh sáng bước sóng 5000 \AA , nếu bán kính vành thứ năm của tấm đối bằng $1,5\text{mm}$. Xác định bán kính r_1 của đối thứ nhất của tấm. Điều gì sẽ xảy ra nếu khoảng không giữa tấm và màn được lấp đầy môi trường có chiết suất n ($n > 1$) ?

6.37. Cường độ ánh sáng I tại tiêu điểm tám đối bằng bao nhiêu, nếu che kín tất cả các đối, trừ đối thứ nhất? Cho biết cường độ ánh sáng khi không có tám bằng I_0 .

6.38. Cường độ ánh sáng I tại tiêu điểm tám đối bằng bao nhiêu, nếu che kín tất cả các đối, trừ nửa trên của đối thứ nhất? Cho biết cường độ ánh sáng khi không có tám bằng I_0 .

6.39. Tám đối làm từ thuỷ tinh chiết suất n có dạng một vật thể tròn xoay, mặt cắt vật thể cho trên hình 315. Tám được đặt trong một vỏ không trong suốt. Bán kính các bậc $r_1 = 2$ mm, $r_2 = 4$ mm, $r_3 = 6$ mm. Chiều dày h các bậc là nhau nhau. Xác định tiêu cự cực đại f_{\max} của tám đối với ánh sáng $\lambda = 500$ nm. Với chiều cao h nào thì cường độ ánh sáng tại tiêu điểm sẽ đạt cực đại. Hệ trên cho ta độ tăng cực đại về cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu?



Hình 315

6.40. Tiêu cự chính của tám đối biên độ phẳng bằng f_0 . Tìm các tiêu cự còn lại.

6.41. Một vật được chiếu sáng đặt trên trục của tám đối và cách nó một khoảng a . Ảnh xa nhất của vật nằm cách tám một khoảng b . Các ảnh còn lại của vật cách tám các khoảng b_k bằng bao nhiêu?

6.42*. Người ta cần chụp ảnh của một vật được chiếu sáng với độ rộng góc $2\alpha = 0,1$ rad nhờ một tám đối. Xác định số đối của tám để đạt được độ nét lớn nhất của ảnh tất cả các phần của vật.

6.43. Thấu kính tiêu cự $f = 50$ cm, đường kính $D = 5$ cm được chiếu bằng chùm ánh sáng đơn sắc song song với bước sóng $\lambda = 630$ nm. Cường độ ánh sáng tại tiêu cự thấu kính I lớn gấp bao nhiêu lần cường độ ánh sáng chiếu tới thấu kính I_0 ? Xác định kích thước b của vân trên mặt phẳng tiêu.

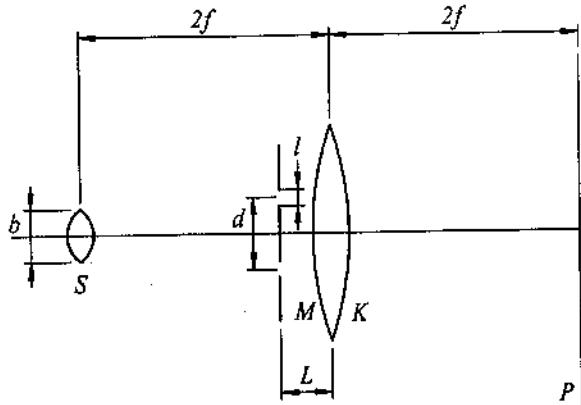
6.44. Tám đối với bán kính đối Fresnel thứ nhất $r_1 = 0,5$ mm đặt trước một lô đường kính $D = 1$ cm trên màn ảnh. Tám được chiếu bằng chùm ánh sáng đơn sắc song song có bước sóng $\lambda = 500$ nm và cường độ I_0 . Xác định cường độ ánh sáng I tại tiêu cự. Xác định kích thước b của vân trong mặt phẳng tiêu.

6.45*. Người ta cần làm một tấm đới phản xạ trên gương cầu lõm bằng các vân tròn Fresnel. Tìm bán kính r_m của vân tròn thứ m , nếu nguồn sáng và điểm quan sát nằm trên trục gương và cách đỉnh gương lần lượt là a và b . Trong đó $a \leq R \leq b$, $r_m \ll a$, R là bán kính cong của bề mặt gương.

6.46*. Trong bài 6.45 cho $R = 100$ cm, $a = 80$ cm, $\lambda = 5000$ Å. Bán kính đới Fresnel thứ 4 là $r_4 = 0,2$ cm. Hỏi ảnh S' của nguồn bậc 0 và bậc ± 1 nằm ở đâu?

6.47. Tấm đới có các thông số như bài 6.46*. Nguồn ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 5000$ Å) được đặt tại tâm cong của gương cầu lõm mà tấm đới tạo trên đó ($a = R$). Tấm cho hai ảnh bậc ± 1 tại các điểm cách gương các khoảng b_1 và b_2 , sao cho $b_1 - b_2 = R/10$. Tìm bán kính đới thứ m của tấm.

6.48. Để đo kích thước của các hạt sáng nhỏ người ta đưa ra sơ đồ như hình 316. Hạt S và mặt phẳng quan sát P cùng nằm cách thấu kính hội tụ K một khoảng bằng hai lần tiêu cự. Tiêu cự của K là $f = 25$ cm. Phía trước thấu kính và cách thấu kính một khoảng L đặt một màn chắn có hai khe. Khoảng cách giữa hai khe là $d = 1$ cm, chiều rộng mỗi khe $l = 2$ mm. Buộc sóng $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm. Xác định chiều rộng của các vân giao thoa quan sát được trên mặt phẳng P , nếu màn chắn M đặt chính giữa hạt sáng S và thấu kính ($L = f$). Khoảng cách L bằng bao nhiêu thì các vân giao thoa biến mất, nếu kích thước của hạt sáng $b = 10^{-3}$ cm.

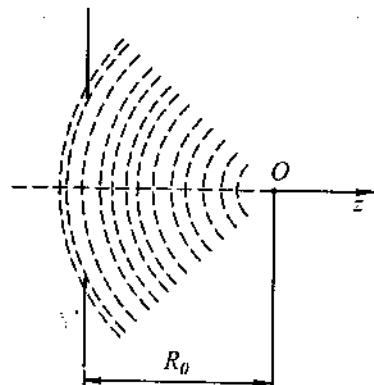


Hình 316

6.49. Tính định hướng của bức xạ do xa siêu âm được đảm bảo bằng một loa hình nón chiều dài $a = 15$ cm và đường kính lõi ra $D = 10$ cm. Có thể chỉnh tần số bức xạ trong khoảng nào để cường độ bức xạ phát theo hướng trục vành loa thay đổi không đến hai lần? Tần số làm việc trung

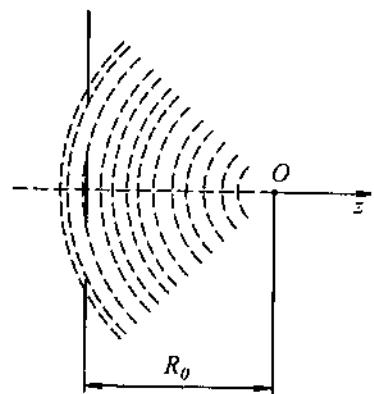
bình $f = 100$ kHz. Giả thiết sóng truyền trong loa là sóng cầu. Vận tốc truyền âm $v = 330$ m/s.

- 6.50. Trên đường truyền của sóng cầu đơn sắc hội tụ tại điểm O , cách điểm O một khoảng $z = R_0$ đặt một màn chắn có lỗ tròn (H.317). Lỗ tròn có kích thước sao cho khi chiếu lên màn sóng phẳng cùng bước sóng với sóng cầu thì trên màn có đủ ba vân tròn Fresnel đối với điểm O . Tìm cường độ ánh sáng tại điểm O , giả thiết cường độ ánh sáng trên mặt phẳng màn bằng I_0 . Với các giá trị nào của z thì sẽ quan sát được các cực tiểu địa phương của cường độ ánh sáng, nếu điểm quan sát nằm ở vùng cách O một khoảng $z > R_0$?



Hình 317

- 6.51. Trên đường truyền của sóng cầu đơn sắc hội tụ tại điểm O , cách điểm O một khoảng $z = R_0$ đặt một màn chắn không trong suốt có vết cắt hình vòng tròn (H.318). Khi chiếu lên màn này sóng phẳng có cùng bước sóng với sóng cầu, trên màn quan sát được các dải Fresnel thứ hai, ba, bốn đối với điểm O . Tìm cường độ ánh sáng tại điểm O , giả thiết cường độ ánh sáng trên mặt phẳng màn bằng I_0 . Với các giá trị nào của z thì sẽ quan sát được các cực tiểu địa phương của cường độ ánh sáng, nếu điểm quan sát nằm ở vùng cách O một khoảng $z \leq R_0$?

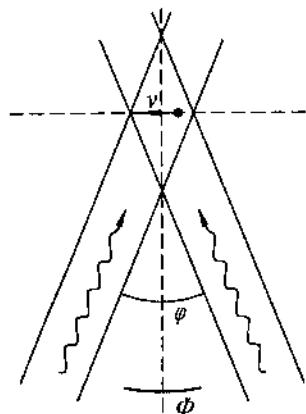


Hình 318

§7. NHIỄU XẠ FRAUNHOFER.

NĂNG SUẤT PHÂN GIẢI CỦA CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC

- 7.1. Một gương parabol đường kính $D = 1\text{ m}$ được sử dụng như một anten để thu sóng $\lambda = 3\text{ cm}$. Xác định khoảng cách nhỏ nhất L_{\min} để đặt máy thu sao cho nó ghi được giản đồ hướng sóng.
- 7.2. Để đo vận tốc của các hạt chất lỏng bằng phương pháp không tiếp xúc người ta dùng phong tốc kế laser. Hai chùm sóng laser kết hợp có bước sóng $\lambda = 0,63\text{ }\mu\text{m}$ và góc hội tụ $\varphi = 2^\circ$ cắt nhau tại một vùng chất lỏng, trong đó các hạt chuyển động với vận tốc v (H.319). Xác định vận tốc các hạt này, biết rằng khi thu ánh sáng phản xạ từ chúng tần số dao động của dòng điện trong máy thu quang điện Φ bằng $f = 5,54\text{ kHz}$.
- 7.3. Từ khoảng cách L nào có thể nhìn thấy ánh sáng riêng biệt của hai đèn pha ôtô.
- 7.4. Bụi bay trong không khí làm cho tia laser mảnh có thể nhìn thấy được. Tia laser có thể nhìn thấy rất rõ nếu ta nhìn gần như đối diện với nó, trong góc giới hạn khoảng 10° . Hãy giải thích hiện tượng và xác định kích thước b của hạt bụi, nếu bước sóng của bức xạ laser là 6300 \AA .
- 7.5. Lưu truyền nhiều truyền thuyết về sự tinh nhanh của các động vật ăn thịt. Trên cơ sở kiến thức về nhiễu xạ, hãy xác định xem liệu một con chim ưng bay ở độ cao 1 km so với mặt đất có nhìn thấy một con chuột kích thước 2 cm hay không?
- 7.6. Ảnh của một nguồn sáng điểm được chiếu trên màn nhờ một thấu kính mỏng có số khẩu độ nhỏ bằng hai cách với điều kiện khoảng cách từ nguồn đến màn trong cả hai trường hợp là không đổi và bằng $L = 4\text{ m}$. Tiêu cự của thấu kính $f = 0,75\text{ m}$. Độ rọi tại tâm ảnh trong hai trường hợp này như thế nào?
- 7.7. Ảnh của một nguồn sáng điểm được chiếu trên màn bằng một thấu kính mỏng có khẩu độ số nhỏ bằng hai cách khác nhau. Trong trường hợp thứ nhất khoảng cách từ nguồn đến thấu kính bằng hai lần tiêu cự.



Hình 319

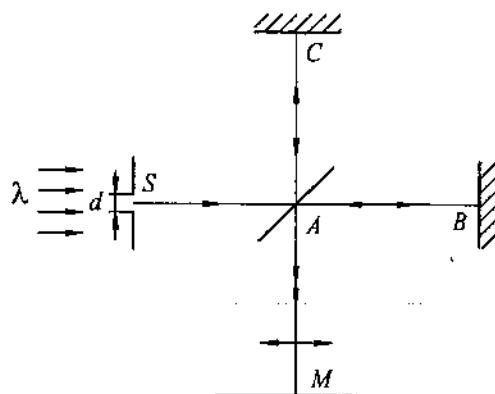
Trong trường hợp thứ hai khoảng cách này bằng $5/4$ lần tiêu cự. Độ rọi tại tâm ảnh nhiễu xạ thay đổi bao nhiêu lần?

- 7.8. Trong giao thoa kế Michelson nguồn sáng là một màn chắn tròn đường kính $d = 0,05$ mm được chiếu bằng chùm ánh sáng đơn sắc song song có bước sóng $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$. Chiều dài các nhánh giao thoa kế $AB = 30\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$ (H.320). Ảnh giao thoa có dạng các vân tròn đồng tâm quan sát được trên màn M đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính. Tìm số vân giao thoa m quan sát được trong phạm vi cực đại nhiễu xạ của nguồn.

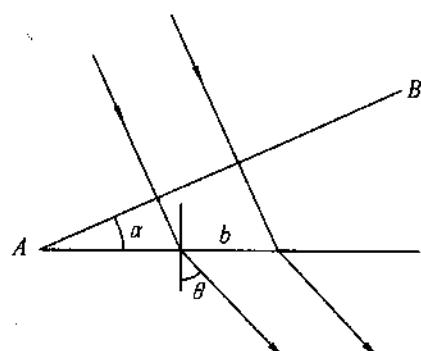
- 7.9. Từ trên một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất đang bay theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 250$ km, người ta tiến hành chụp ảnh bề mặt Trái Đất. Năng suất phân giải của phim $N = 500$ vạch/mm. Kính vật của máy ảnh phải có các thông số như thế nào (đường kính D , tiêu cự f) để khi chụp thấy được các chi tiết có kích thước dài $l \approx 1\text{m}$?

- 7.10. Từ trên máy bay ở độ cao $H = 5\text{ km}$, người ta tiến hành chụp ảnh hàng không cho một vùng. Cần phải chọn tiêu cự f và đường kính kính vật D của máy ảnh bằng bao nhiêu để có thể chụp các vật kích thước $l \approx 2,5\text{ cm}$ trên phim có năng suất phân giải $n = 500$ vạch/mm? Cần phải mở cửa trập một thời gian τ bằng bao nhiêu để chuyển động của máy bay với vận tốc $v = 360\text{ km/h}$ mà không làm nhòe ảnh?

- 7.11. Tại khe có độ rộng b người ta đặt một lăng kính thuỷ tinh có chiết suất n và góc chiết quang α (H.321). Mặt AB của lăng kính được chiếu vuông góc bằng ánh sáng phẳng đơn sắc. Tìm các hướng trên cực đại và cực tiểu bậc không của ảnh nhiễu xạ Fraunhofer.



Hình 320



Hình 321

- 7.12*. Sóng ánh sáng phẳng được chiếu vuông góc lên một màn đèn tuyệt đối có kích thước rất lớn so với bước sóng. Một phần năng lượng do màn đèn hấp thụ, một phần bị tán xạ do nhiễu xạ. Hãy chứng minh rằng lượng năng lượng được hấp thụ đúng bằng lượng năng lượng tán xạ.
- 7.13. Xác định năng lượng tối thiểu ϵ của ánh sáng laser Rubi ($\lambda = 0,7 \mu\text{m}$) để định vị Mặt Trăng, nếu sự phản xạ của tia được thực hiện bằng 14 lăng kính đặt trên Lunakhot (xe tự hành trên Mặt Trăng). Mỗi lăng kính phản xạ tia sáng với góc 180° . Sự phản xạ của lăng kính xem như phản xạ từ gương phẳng $d = 6 \text{ cm}$. Việc phát và nhận tia được thực hiện bằng kính viễn vọng của đài thiên văn Simayskaya. Đường kính gương của kính viễn vọng $D = 2,6 \text{ m}$. Khi thu có thể phát hiện được tín hiệu chỉ gồm hai photon.
- 7.14*. Chứng minh rằng, trong nhiễu xạ Fraunhofer cường độ ánh sáng nhiễu xạ từ các màn phụ nhau trùng nhau trong tất cả các hướng, trừ hướng của sóng tới (nguyên lý Babine). Hai màn phụ nhau là hai màn mà chỗ không trong suốt của màn này trùng về hình dáng và vị trí với lỗ thủng của màn kia.
- 7.15*. Nguồn sáng điểm nằm cách một khe có độ rộng D một khoảng a . Phía sau khe, cách khe một khoảng b đặt một màn song song với mặt phẳng của khe. Đường thẳng nối nguồn với tâm khe vuông góc với màn. Tìm biểu thức gần đúng để tính khoảng cách giữa cực đại trung tâm và cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên trên màn, giả thiết góc nhiễu xạ nhỏ. Tìm điều kiện áp dụng của biểu thức gần đúng đó.
- 7.16. Một camera dài $L = 10 \text{ cm}$ có cửa nhỏ chuyên dùng để chụp các vật thể ở xa. Xác định đường kính D của cửa camera để nó có năng suất phân giải lớn nhất. Bước sóng ánh sáng $\lambda = 5000 \text{ \AA}$.
- 7.17. Chùm tia của laser Fl-H (Flo - Hydrô) làm việc trong chế độ đơn mode với bước sóng $\lambda = 3 \mu\text{m}$ được tạo bởi các gương có đường kính $D = 3 \text{ m}$. Cần đặt bia ở khoảng cách lớn nhất L bằng bao nhiêu để mật độ dòng năng lượng trên bia thực tế bằng mật độ dòng năng lượng trên gương?

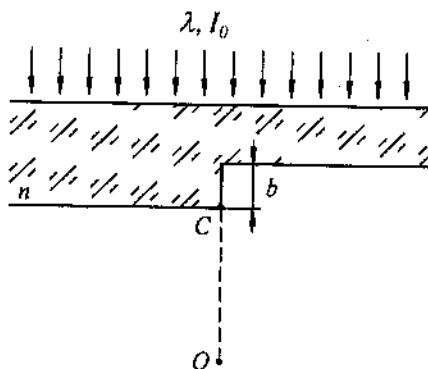
- 7.18. Cường độ điện trường của sóng đơn sắc $\lambda = 1 \mu\text{m}$ tại tiêu điểm của gương cầu (đường kính $D = 10 \text{ cm}$, bán kính cong $R = 1 \text{ m}$) và trước khi vào gương khác nhau bao nhiêu lần?

- 7.19. Sóng phẳng tới vuông góc và đi qua tấm kính chiết suất $n = 3/2$ (H.322). Độ dày của tấm kính bị biến đổi đột ngột một lượng $b = 2\lambda/3$ dọc theo đường thẳng đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Tìm cường độ ánh sáng tại điểm O nằm trên mặt phẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, nếu cường độ ánh sáng tại điểm này bằng I_0 khi $b = 0$.

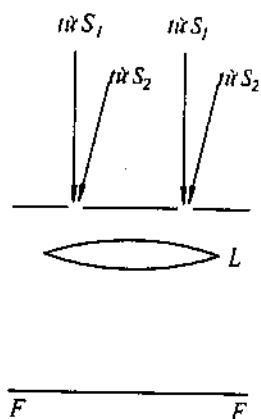
- 7.20. Sóng phẳng tới vuông góc và đi qua tấm kính chiết suất n (H.322). Độ dày của tấm kính bị biến đổi đột ngột một lượng b dọc theo đường thẳng đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Với giá trị nào của b thì cường độ ánh sáng tại điểm O nằm trên mặt phẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ sẽ nhỏ bằng một nửa cường độ ánh sáng tại điểm này trong trường hợp $b = 0$? Bước sóng tới bằng λ .

- 7.21. Các nhiễu xạ từ hai khe giống nhau và song song với nhau quan sát được trên mặt phẳng tiêu của thấu kính L (H.323). S_1 và S_2 là hai nguồn sáng đơn sắc dài ở xa vô cùng và song song với hai khe. Hỏi góc tạo bởi khoảng cách giữa S_1 và S_2 bằng bao nhiêu để các vạch nhiễu xạ biến mất, nếu khoảng cách giữa hai tâm của hai khe bằng D và rất lớn so với độ rộng của khe và bước sóng λ ?

- 7.22. Theo bố trí thí nghiệm trong bài trước hai nguồn S_1 và S_2 đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính chuẩn trực có tiêu cự f . Hỏi khoảng cách x giữa S_1 và S_2 bằng bao nhiêu để các vạch nhiễu xạ biến mất?

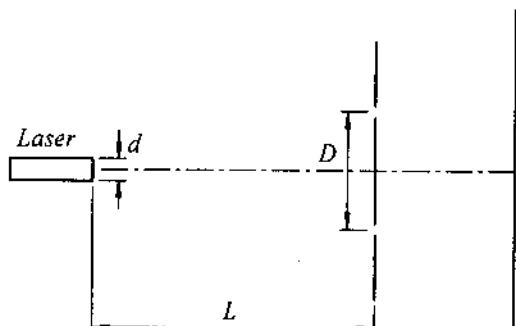


Hình 322



Hình 323

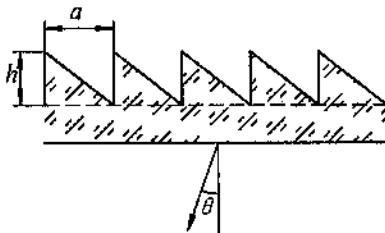
- 7.23. Trên hình 324 biểu diễn sơ đồ thí nghiệm giao thoa của Y-âng, trong đó sử dụng hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng trên hai khe. Nguồn ánh sáng trong sơ đồ là nguồn laser bước sóng $\lambda = 6328\text{ Å}$. Chùm ánh sáng ra khỏi nguồn laser có mặt sóng phẳng. Đường kính chùm tia $d = 2\text{ mm}$. Hỏi khoảng cách D giữa hai khe bằng bao nhiêu để có thể quan sát được ảnh giao thoa trên màn, nếu khoảng cách từ nguồn đến hai khe là $L = 4\text{ m}$?



Hình 324

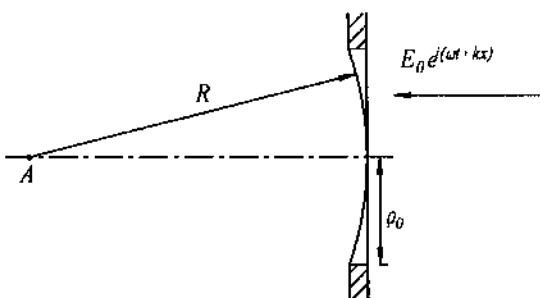
- 7.24. Một lỗ vuông cạnh $L_0 = 0,2\text{ cm}$ được chiếu vuông góc bằng chùm tia song song của ánh sáng Mặt Trời. Tìm hình dáng và kích thước $L \times L$ của ảnh của lỗ trên màn cách lỗ 50 m , nếu mặt phẳng màn song song với mặt phẳng lỗ. Ranh giới chiếu sáng trên màn giả thiết là vị trí của cực tiểu nhiễu xạ thứ nhất của các tia lệch nhiều nhất (phổ nhìn thấy $7000 - 4000\text{ Å}$).
- 7.25*. Màn chắn của một thấu kính có dạng hình vuông cạnh D . Nguồn ánh sáng điểm đơn sắc đặt trên trục chính của thấu kính. Tìm sự phân bố cường độ ánh sáng nhận được do nhiễu xạ trong mặt phẳng chứa ảnh của nguồn.
- 7.26. Nhiều xạ Fraunhofer của sóng phẳng chiếu trên khe quan sát được trong mặt phẳng tiêu của thấu kính. Cường độ tại tiêu điểm của thấu kính thay đổi bao nhiêu lần, nếu khe được phủ bằng một tấm kính phẳng song song có hệ số truyền thay đổi theo hàm $\tau(x) = \sin(\pi x/a)$? Trục x hướng vuông góc với khe, điểm $x = 0$ và $x = a$ là tọa độ hai đầu khe.
- 7.27. Tìm ảnh nhiễu xạ Fraunhofer của sóng phẳng đơn sắc không phân cực chiếu qua một khe thẳng dài có độ rộng b , đọc theo trục của khe đặt một tấm dài làm từ poliaroit rộng $b/2$.
- 7.28. Sóng phẳng bước sóng λ chiếu vuông góc lên khe rộng a . Khe được chắn bằng hai tấm thuỷ tinh rộng $a/2$ và dày h có chiết suất n_1 và n_2 , hệ số truyền (theo cường độ) là τ_1 và τ_2 . Tìm sự phân bố của cường độ trong ảnh nhiễu xạ Fraunhofer. Với điều kiện nào thì tại tâm ảnh có vân tối?

- 7.29. Tính và phân tích ảnh nhiễu xạ thu được khi chiếu ánh sáng vuông góc lên một cách tử rãng cưa (H.325) làm bằng thuỷ tinh có chiết suất n . Số rãng cưa của cách tử là N , $a \gg h$. Bước sóng ánh sáng tới là λ .



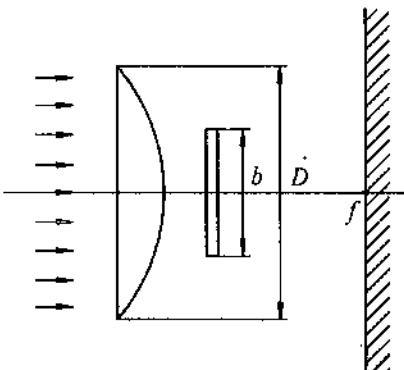
Hình 325

- 7.30. Sóng phẳng đơn sắc (bước sóng λ) chiếu lên một thấu kính phẳng - cầu lõm đường kính $2\rho_0$ (H.326). Khoảng không bên ngoài thấu kính được chắn bằng màn. Tính cường độ tại điểm A là tâm mặt cong của thấu kính, nằm trên quang trục của hệ. Với các giá trị nào của bán kính thấu kính $\rho_{0\max}$ thì cường độ tại điểm A cực đại ($\rho_0 \ll R$)? Chiết suất thấu kính là n .

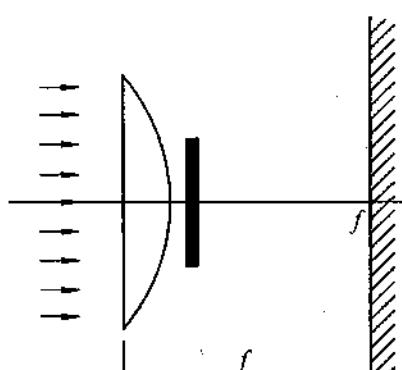


Hình 326

- 7.31. Một thấu kính hình trụ có chiều rộng D được chiếu bằng chùm tia sáng đơn sắc song song (H.327). Phần giữa của thấu kính được phủ bằng một dải trong suốt làm chậm pha một lượng π . Tính độ rộng b của dải, nếu cực đại trung tâm nhiễu xạ thu hẹp một nửa. Khi đó cường độ tại tiêu điểm thay đổi bao nhiêu lần?



Hình 327



Hình 328

- 7.32. Một thấu kính hình trụ được chiếu bằng chùm tia sáng đơn sắc song song (H.328). Hỏi cường độ ánh sáng tại tiêu điểm và độ rộng cực đại trung tâm thay đổi bao nhiêu lần, nếu tâm thấu kính được chắn bằng một tấm không trong suốt rộng bằng nửa thấu kính? Quang thông cực đại trung tâm thay đổi như thế nào?
- 7.33. Góc phân giải của kính viễn vọng thay đổi bao nhiêu lần, nếu phần giữa của kính vật được chắn bằng một màn không trong suốt? Để đơn giản giả thiết rằng tiết diện kính vật và màn là các hình vuông nằm đối xứng có cạnh tương ứng là D và d . Thay đổi lớn nhất có thể của năng suất phân giải là bao nhiêu?
- 7.34*. Một hệ quang (ống nhòm hoặc kính hiển vi) cho ảnh của một điểm tự phát sáng dưới dạng hệ các vân tròn nhiều xạ. Theo Role, khoảng cách tối thiểu giữa hai điểm sáng gần nhau mà ảnh của chúng vẫn phân biệt được, được xác định bởi điều kiện: vân sáng trung tâm của điểm thứ nhất phải trùng với vân tối đầu tiên của ảnh nhiều xạ của điểm thứ hai. Có thể sơ bộ thừa nhận rằng mắt có thể phân biệt được hai điểm gần nhau, nếu các độ rời cực đại trên ảnh của chúng lớn hơn cường độ ở điểm giữa chúng ít nhất là 15%. Hãy kiểm tra xem nếu áp dụng quy tắc Role, ta có nhận được ảnh riêng biệt của hai điểm tự phát sáng không?
- Hướng dẫn.* Để đơn giản tính toán coi màn chắn có dạng hình vuông. Trong trường hợp màn chắn hình tròn kết quả tính toán cũng ít sai khác so với trường hợp hình vuông (xem lời giải bài 7.25*).
- 7.35*. Giải bài toán trên với giả thiết ảnh của các điểm không tự phát sáng mà được chiếu bởi cùng một nguồn sáng. Ví dụ có thể là hai lỗ tròn trên màn có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách giữa chúng. Xét một cách định tính ba trường hợp sau:
- Các lỗ được chiếu bởi chùm tia song song với quang trục chính;
 - Các lỗ được chiếu bởi chùm tia song song nhưng nghiêng so với quang trục chính;
 - Các lỗ được chiếu bởi ánh sáng khuếch tán.
- 7.36. Khi chụp ảnh một địa điểm từ máy bay người ta sử dụng kính vật có tiêu cự $f = 10\text{ cm}$ và đường kính $D = 5\text{ cm}$. Ảnh chụp bằng phim có năng suất phân giải $R = 100\text{ mm}^{-1}$. Hãy xác định xem có thể phân biệt được trên ảnh những chi tiết nào của địa điểm, nếu chụp từ độ cao $h = 10\text{ km}$?

- 7.37*. Kính vật của kính viễn vọng có tiêu cự $f_1 = 3\text{ m}$ và đường kính $D = 15\text{ cm}$. Xác định tiêu cự f_2 của thị kính để có thể sử dụng hoàn toàn năng suất phân giải của kính vật, nếu đường kính con ngươi mắt $d = 3\text{ mm}$. Giả thiết rằng trong hệ kính viễn vọng - mắt không có quang sai. Sử dụng kính viễn vọng này từ khoảng cách L nào có thể đọc được sách có kích thước chữ $b \approx 2\text{ mm}$?
- 7.38. Các phim ngày nay có năng suất phân giải tối $z = 10^4$ vạch/cm. Kính vật của máy ảnh phải có độ sáng (tức tỉ số giữa bình phương đường kính D với bình phương tiêu cự f) bằng bao nhiêu để có thể sử dụng hoàn toàn năng suất phân giải của phim?
- 7.39*. Độ phóng đại của ống nhòm phải bằng bao nhiêu để có thể sử dụng hết năng suất phân giải của kính vật của nó?
- 7.40. a) Tính năng suất phân giải của một ống nhòm có đường kính kính vật bằng 5 cm .
 b) Độ phóng đại của nó phải bằng bao nhiêu để sử dụng hết năng suất phân giải này? Đường kính con ngươi $d = 5\text{ mm}$.
- 7.41. Kính thiên văn lớn nhất thế giới được chế tạo tại Nga và lắp tại đài thiên văn trên núi thuộc vùng Cápcado. Đường kính gương của kính thiên văn $D = 6\text{ m}$. Tìm góc phân giải $\delta\theta$ của kính đối với bước sóng $\lambda = 5500\text{ \AA}$.
- 7.42. Dùng kính thiên văn để quan sát các vì sao có lợi gì, nếu chúng không cho độ phóng đại lớn hơn so với nhìn bằng mắt thường?
- 7.43. Về nguyên tắc có thể làm kính thiên văn có năng suất phân giải tùy ý không cần kính vật mà thay bằng một lỗ tròn. Khi đó kính thiên văn phải có độ dài L bằng bao nhiêu để nó có năng suất phân giải bằng với kính thiên văn thường có kính vật $D = 1\text{ m}$? Độ sáng S của kính này bằng bao nhiêu?
- 7.44. Bằng cách sử dụng kính vật của kính viễn vọng người ta tiến hành chụp ảnh các vật ở xa lên một tấm phim nằm ở mặt phẳng tiêu của kính vật. Ảnh thu được được chiếu bằng thị kính của kính viễn vọng này lên một màn đặt ở xa. Độ phóng đại góc của kính viễn vọng này phải bằng bao nhiêu để có thể sử dụng hết năng suất phân giải của kính vật? Ảnh trên màn được quan sát từ điểm đặt máy chiếu. Đường kính con ngươi mắt bằng d .

- 7.45. Một điện kế có gương nhỏ đường kính $D = 5$ mm. Hỏi không nên đưa bảng chia độ ra xa điện kế quá khoảng cách L nào, nếu các vạch chia được làm nhòm một ống nhòm có độ chính xác tới $l = 0,5$ mm?
- 7.46. Độ dài tối thiểu của một đoạn thẳng trên Mặt Trăng và Mặt Trời phải bằng bao nhiêu để ảnh của nó trong kính viễn vọng phản xạ có đường kính gương 6m có thể phân biệt được với ảnh của một điểm?
- 7.47. Khoảng cách tối thiểu giữa hai điểm trên bề mặt sao Hoả phải bằng bao nhiêu để ảnh của chúng trong kính thiên văn (ống nhòm khúc xạ) có đường kính kính vật bằng 60cm có thể phân biệt được với ảnh của một điểm? Giả sử sao Hoả được quan sát tại thời điểm xung đối cực đại, là khi khoảng cách từ nó đến Trái Đất nhỏ nhất và bằng $56 \cdot 10^6$ km.
- 7.48. Các nhà du hành vũ trụ sau khi đổ bộ lên Mặt Trăng họ cài một cái bạt tròn màu đen để thông báo về Trái Đất. Hỏi bán kính r của bạt phải bằng bao nhiêu để từ mặt đất có thể quan sát được nó bằng kính thiên văn có đường kính kính vật $D = 5$ m? Độ nhạy tương phản của máy thu bằng 0,01.
- 7.49. Một tàu vũ trụ vỏ kim loại sáng kích thước ngang $d = 10$ m hạ xuống Mặt Trăng vào đêm trăng tròn. Xác định đường kính gương D của kính thiên văn để có thể nhìn thấy tàu hạ cánh, nếu độ tương phản mà mắt chắc chắn quan sát được giả thiết là $k = 0,15$. Cho hệ số phản xạ của bề mặt Mặt Trăng $\rho_1 = 0,1$, của kim loại $\rho_2 = 1$, quá trình quan sát được tiến hành trong ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$.
- 7.50*. Tia laser được điều tiêu bằng một hệ quang học lý tưởng có tỷ lệ $f/D = 1$. Xác định công suất N của một laser để trong điện trường tại tiêu điểm của hệ các electron có thể thu được năng lượng có bậc năng lượng tĩnh m_0c^2 . Công suất N phụ thuộc vào bước sóng λ như thế nào? Từ trường B tại tiêu điểm khi đó bằng bao nhiêu?
- 7.51*. Một tên lửa bay xa khỏi Trái Đất và khi nó đạt độ cao $L_1 = 2 \cdot 10^4$ km thì kính thiên văn có đường kính kính vật $D_1 = 80$ mm bắt đầu không quan sát được trên nền trời. Nếu dùng kính thiên văn có đường kính kính vật $D_2 = 200$ mm thì có thể quan sát được tên lửa trên đến độ cao L_2 nào, biết độ nhạy tương phản của mắt trong hai trường hợp là như nhau?

- 7.52*. Bức xạ laser hoạt động liên tục ở bước sóng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$, công suất $N = 10 \text{ mW}$ được chiếu vào vệ tinh nhân tạo bằng một kính thiên văn có đường kính kính vật $D = 30 \text{ cm}$. Ánh sáng phản xạ từ vệ tinh được thu bằng một kính thiên văn tương tự và điều tiêu lên máy thu quang có ngưỡng nhạy $N_n = 10^{-14} \text{ W}$. Tim khoảng cách lớn nhất đến vệ tinh L_{\max} để vẫn có thể thu được tín hiệu phản xạ. Bề mặt vệ tinh khuếch tán đều ánh sáng tới với hệ số phản xạ $\rho = 0,9$. Đường kính vệ tinh $d = 20 \text{ cm}$.
- 7.53. Tim khoảng cách L mà từ đó mắt thường có thể nhìn thấy ánh sáng laser phát trong chế độ liên tục công suất $N = 10 \text{ W}$ trên tần số $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Biết rằng để tạo tia laser trên người ta sử dụng gương parabol đường kính $D = 50 \text{ cm}$. Mắt nhìn thấy nguồn ở vùng xanh lục của phổi, nếu mỗi giây có $n = 60$ lượng tử tới con người (đường kính con người $d = 5 \text{ mm}$).
- 7.54. Tại mặt phẳng tiêu của kính vật một kính thiên văn có đặt một tấm phim. Độ rọi của ảnh ngôi sao trên phim nhỏ hơn $\alpha = 10$ lần độ rọi của bầu trời ban ngày. Hỏi cần phải tăng đường kính kính vật lên bao nhiêu lần để độ rọi của ảnh sao trên phim lớn hơn $\beta = 10$ lần độ rọi của bầu trời ban ngày?
- 7.55. Khi quan sát qua một kính thiên văn có độ phóng đại bình thường thì độ rọi của ảnh ngôi sao trên võng mạc mắt nhỏ hơn $\alpha = 10$ lần độ rọi của bầu trời ban ngày cũng qua kính thiên văn này. Hỏi cần phải tăng đường kính kính vật lên bao nhiêu lần để độ rọi của ảnh ngôi sao trên võng mạc lớn hơn $\beta = 10$ lần so với độ rọi của bầu trời ban ngày, nếu thị kính cũng được thay để giữ nguyên độ phóng đại bình thường?
- 7.56*. Độ phóng đại của kính hiển vi phải bằng bao nhiêu để sử dụng hoàn toàn năng suất phân giải của kính vật của nó?
- 7.57. Một chiếc lưới làm từ dây nhỏ có các ô hình vuông được chiếu lên màn bằng một thấu kính hội tụ. Tại mặt phẳng tiêu phía sau của thấu kính có đặt một khe nhỏ. Hỏi ảnh trên màn sẽ thay đổi như thế nào nếu quay khe nhỏ quanh quang trực chính của thấu kính? Ảnh thay đổi như thế nào nếu tăng độ rộng của khe (thí nghiệm Abbe)?
- 7.58. Người ta sử dụng kính vật của kính hiển vi để chụp ảnh các vi vật thể (ví dụ của các tế bào thực vật, các vi khuẩn) với độ phóng đại dài N . Người ta cũng dùng kính vật này để chiếu ảnh nhận được lên một màn ở xa. Hỏi độ phóng đại N tối thiểu bằng bao nhiêu để sử dụng hết năng suất

phân giải của kính hiển vi? Đường kính màn chắn khẩu độ của kính vật bằng D , đường kính con ngươi mắt bằng d . Ảnh trên màn được quan sát từ điểm đặt kính vật.

- 7.59. Xác định cự ly phân biệt tối thiểu δ của kính hiển vi trong điều kiện chiếu sáng tốt nhất đối với:
- Kính vật không nhúng với khẩu độ số $a = 0,9$;
 - Cũng kính vật đó nhưng được nhúng trong dầu ($n = 1,6$).

Bước sóng để quan sát $\lambda = 5500 \text{ \AA}$.

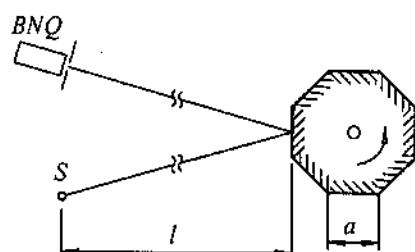
- 7.60. Người ta thu được các vân tròn giao thoa Newton khi cho phản xạ ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 600 \text{ nm}$) từ bề mặt thấu kính có đường kính cong $R = 60 \text{ cm}$ và gương phẳng. Các vân tròn giao thoa được quan sát bằng kính hiển vi khẩu độ nhỏ. Với khẩu độ u nào của kính hiển vi có thể quan sát được số vân lớn nhất? Khi đó số vân quan sát được là bao nhiêu?
- 7.61. Tại sao để tăng năng suất phân giải của kính hiển vi phát xạ điện tử cần tạo điện trường rất mạnh ở gần catôt? Trong kính hiển vi phát xạ điện tử vật thể là catôt được làm nóng. Xác định cường độ điện trường gần catôt để:
- Năng suất phân giải của kính hiển vi phát xạ điện tử đạt tới mức của các kính hiển vi ánh sáng tốt nhất;
 - Lớn hơn năng suất phân giải của các kính hiển vi ánh sáng tốt nhất 100 lần.
- Giả thiết nhiệt độ của catôt bằng 1000°C .
- 7.62. Tiêu cự f_2 của thị kính một kính hiển vi bằng bao nhiêu để năng suất phân giải của kính vật được sử dụng hoàn toàn? Khẩu độ số của kính vật bằng $nsin\alpha$, tiêu cự f_1 , chiều dài ống kính hiển vi l . Chiều dài ống kính hiển vi có thể tính bằng cách từ kính vật đến mặt phẳng của ảnh thứ nhất (tức là ảnh do kính vật tạo ra).
- 7.63. Người ta sử dụng kính vật của một kính viễn vọng đường kính D và tiêu cự f để chụp ảnh các vật ở xa lên một tấm phim hạt mịn đặt ở mặt phẳng tiêu kính vật. Ảnh thu được quan sát bằng kính hiển vi có khẩu độ số là $nsin\alpha$, độ phóng đại N . Khẩu độ số và độ phóng đại cần thỏa mãn điều kiện gì để sử dụng hết năng suất phân giải của kính vật viễn vọng?

- 7.64. Khẩu độ góc của một kính hiển vi điện tử $\Omega_e = 10^{-4}$, của kính hiển vi quang học $\Omega_g \approx 1$. Xác định hiệu điện thế gia tốc electron U để năng suất phân giải của hai kính này bằng nhau.

- 7.65. Xác định độ dài của xung ánh sáng phản xạ từ một mặt cạnh của gương quay 8 cạnh nằm cách một nguồn sáng điểm S một khoảng $L = 200$ m. Các xung ánh sáng được ghi bởi bộ nhận quang (BNQ) có khe vào hẹp, nằm gần nguồn (H.329). Cạnh của mặt gương $a = 1$ cm. Bước sóng ánh sáng $\lambda = 500$ nm. Gương quay với tần số $f = 16$ Hz.

- 7.66. Ảnh của các chi tiết nhỏ nằm trên một giá đỡ màu đen được phóng to trên màn hình. Một chi tiết (màu tối hơn) có đường kính $d_1 = 50 \mu\text{m}$, chi tiết khác (màu sáng hơn) tán xạ $k = 5$ lần lớn hơn ánh sáng tối và có đường kính $d_2 = 2 \mu\text{m}$. Xác định tỉ số độ rời trung bình của ảnh của các chi tiết này. Người ta sử dụng kính vật có đường kính $D = 1$ mm, tiêu cự $f = 20$ mm, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.

- 7.67. Kính thiên văn gương đầu tiên do Newton chế tạo có đường kính kính vật $D_1 = 5$ cm và tiêu cự $f_1 = 15$ cm. Kỹ sư người Canada E. Borr thử làm một kính thiên văn, trong đó gương được thay bằng bề mặt của nước đang quay trong bình chứa. Giả thiết các thông số của kính vật $D_2 = 30$ m, $f_2 = 100$ m. Độ rời trung bình của các ảnh sao Betelgase thu được tại mặt phẳng tiêu của kính vật hai kính thiên văn trên khác nhau bao nhiêu lần? Độ rộng góc của sao $\alpha = 2,3 \cdot 10^{-7}$ rad. Hệ số phản xạ của gương Newton $k_1 \sim 1$, của bề mặt nước $k_2 = 0,02$. Giả thiết bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$.



Hình 329

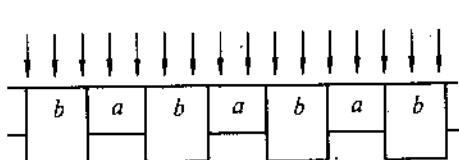
§8. CÁC THIẾT BỊ QUANG PHỔ

- 8.1. Máy quang phổ phải có năng suất phân giải bằng bao nhiêu để tách được vạch đôi D của phổ Natri ($\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$)?
- 8.2. Tìm độ lớn của đáy nhỏ nhất b của một lăng kính thuỷ tinh có phương sai gần với vạch D của phổ Natri $dn/d\lambda = 956 \text{ cm}^{-1}$ để lăng kính có thể tách được vạch đôi màu vàng của Natri ($\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$)?
- 8.3*. Một máy quang phổ ký có lăng kính thuỷ tinh cạnh đáy $a = 10 \text{ cm}$, góc chiết quang $A = 60^\circ$, lăng kính được đặt ở góc lệch cực tiêu gần bước sóng $\lambda = 5000 \text{ \AA}$. Chiết suất của thuỷ tinh làm lăng kính $n = 1,73$, tiêu cự kính vật của ống chuẩn trực $f = 25 \text{ cm}$. Hỏi độ rộng khe ống chuẩn trực b phải bằng bao nhiêu để có thể sử dụng hết năng suất phân giải lý thuyết của lăng kính.
- 8.4*. Tìm sự phân bố theo góc của cường độ ánh sáng của nhiều xạ Fraunhofer trên một cách tử gồm N khe, chu kỳ d , với điều kiện các tia sáng tới vuông góc với cách tử, biết độ rộng của khe là b .
- 8.5*. Hai cách tử nhiều xạ phụ nhau (bổ sung cho nhau) là hai cách tử nhiều xạ trong đó các chỗ không trong suốt của cách tử này trùng với các chỗ trong suốt của cách tử kia. Bằng tính toán trực tiếp hãy chứng minh rằng khi chiếu lên hai cách tử cùng một chùm tia sáng thì vị trí và cường độ ánh sáng của các cực đại nhiều xạ chính cùng bậc trùng với nhau trừ các nhiều xạ chính cực đại bậc không. Nếu số vạch trên cách tử rất lớn thì cường độ ánh sáng nhiều xạ cũng trùng nhau ở tất cả các hướng trừ hướng của ánh sáng tối.
- 8.6. Chùm tia sáng đơn sắc song song chiếu lên một cách tử nhiều xạ với độ rộng bề mặt giữa cho trước. Hỏi với giá trị nào của tỉ số b/d (b là độ rộng khe, d là chu kỳ cách tử) thì cường độ các cực đại nhiều xạ chính bậc hai sẽ lớn nhất?
- 8.7*. Hãy chứng minh rằng cách tử khe nhiều xạ biên độ thông thường luôn thoả mãn bất đẳng thức $I_n \leq I_i/4$, trong đó I_i là dòng năng lượng toàn phần của ánh sáng tới cách tử, I_n là dòng năng lượng của ánh sáng nhiều xạ trên tất cả các cực đại nhiều xạ, trừ cực đại nhiều xạ bậc

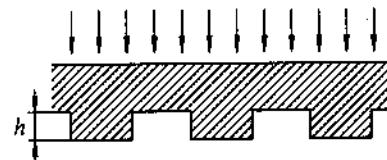
không. Giá trị lớn nhất của dòng năng lượng của ánh sáng nhiễu xạ đạt được khi độ rộng của khe cách tử bằng nửa chu kỳ của nó.

- 8.8. Tìm sự phân bố theo góc của các nhiễu xạ cực tiểu khi cho nhiễu xạ trên cách tử có chu kỳ bằng d , độ rộng khe bằng b .
- 8.9. Tìm điều kiện xuất hiện cực đại nhiễu xạ chính trong trường hợp ánh sáng chiếu nghiêng lên cách tử (góc tới θ_0). Điều kiện này sẽ có dạng như thế nào nếu $d \gg \lambda$, bậc của phổ $m \ll d / \lambda$?
- 8.10. Chùm tia Roentgen chiếu lên một cách tử chu kỳ $1\mu\text{m}$ dưới một góc bằng $89^030'$. Cho góc nhiễu xạ của phổ bậc hai bằng 89^0 . Tìm λ .
- 8.11. Tìm điều kiện bằng không đối với cực đại thứ m của cách tử nhiễu xạ có chu kỳ d , độ rộng khe b .
- 8.12. Mô tả đặc trưng các phổ của cách tử nhiễu xạ, nếu hằng số d của nó có giá trị bằng:
a) Hai lần độ rộng khe b ;
b) Ba lần độ rộng khe b ;
c) Bốn lần độ rộng khe b .
- 8.13. Bậc lớn nhất của phổ có thể quan sát được khi cho nhiễu xạ ánh sáng bước sóng λ trên cách tử có chu kỳ d bằng bao nhiêu?
- 8.14. Xác định bước sóng của vạch quang phổ nếu ảnh của nó cho bởi cách tử nhiễu xạ trong phổ bậc ba trùng với ảnh của vạch $\lambda = 4861\text{\AA}$ trong phổ bậc bốn.
- 8.15. Cái gì quy định bước sóng cực đại thu được trong phổ của cách tử nhiễu xạ? Xác định hằng số đặc trưng của cách tử để nó cho phổ hồng ngoại với bước sóng giới hạn là $100\mu\text{m}$.
- 8.16*. Với điều kiện nào thì có thể quan sát được phản xạ gương của một bề mặt nhám khi góc tới lớn và góc tới nhỏ?
- 8.17. Các phổ bậc một và bậc hai của cách tử nhiễu xạ có thể che lấp nhau được không nếu cách tử được chiếu bằng ánh sáng nhìn thấy ($7000 - 4000\text{\AA}$)?
- 8.18. Ánh sáng phẳng đơn sắc chiếu vuông góc lên một cách tử nhiễu xạ pha một chiều (H.330). Mỗi đoạn a và b tương ứng với quang lộ $l_1 = n_1 z_1$ và $l_2 = n_2 z_2$ (n_1 và n_2 là các chiết suất, z_1 và z_2 là các độ dày tương

ứng). Cường độ ánh sáng của các cực đại nhiễu xạ và các góc nhiễu xạ tương ứng với chúng sẽ thay đổi như thế nào nếu $n_1 \rightarrow n_2$ và $z_1 \rightarrow z_2$?

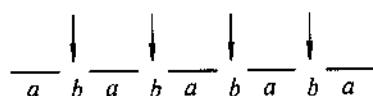


Hình 330



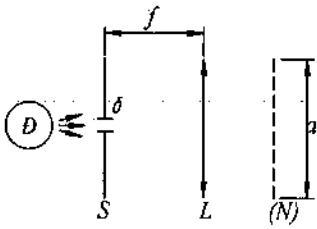
Hình 331

- 8.19. Một vật trong suốt, cấu trúc tuần hoàn và có mặt cắt cho trên hình 331 được chiếu vuông góc từ trên xuống bằng ánh sáng phẳng đơn sắc. Độ rộng phân lõi và khe lõm của vật như nhau. Với chiết suất n cho trước người ta chọn độ sâu h sao cho cực đại chính bậc một của các nhiễu xạ Fraunhofer có cường độ lớn nhất. Hỏi khi đó cường độ cực đại chính bậc không bằng bao nhiêu?
- 8.20. Ánh sáng phẳng đơn sắc chiếu lên một cách tử nhiễu xạ một chiều (H.332). Các khe b của cách tử hoàn toàn trong suốt, còn các đoạn a có hệ số truyền qua α . Cường độ ánh sáng của các cực đại nhiễu xạ và các góc nhiễu xạ tương ứng với chúng thay đổi như thế nào khi $\alpha \rightarrow 1$?
- 8.21. Chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng λ chiếu vuông góc lên một cách tử nhiễu xạ. Cách tử có N khe độ rộng b và chu kỳ d . Tìm sự phân bố góc của cường độ ánh sáng sau khi qua cách tử nếu che phần giữa của nó bằng một màn tối, sao cho hai bên cách tử còn lại n khe không bị che. Vẽ đồ thị một cách định tính sự phụ thuộc của cường độ I vào $\sin\theta$.
- 8.22. Ánh sáng phẳng đơn sắc được chiếu vuông góc lên một cách tử nhiễu xạ có độ rộng các khe bằng b và bằng nửa chu kỳ d của nó ($d = 2b$). Tìm phần năng lượng ánh sáng tới tán xạ trong bậc 0 và từng bậc một, bậc hai ($d = 10\lambda$).
- 8.23. Một cách tử nhiễu xạ có độ rộng $a = 3\text{ cm}$ với số vạch $N = 10^4$ được chiếu bằng chùm tia song song từ đèn Natri D . Chùm tia được định dạng bằng khe S rộng $\delta = 0,05\text{ mm}$ đặt tại tiêu điểm của thấu kính L có tiêu cự $f = 10\text{ cm}$ (H.333). Tiếp theo là sự bố trí chuẩn của các thiết

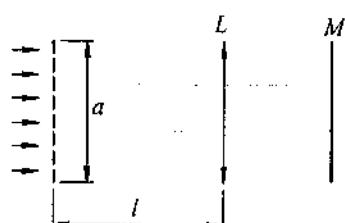


Hình 332

bị Fraunhofer. Với phổ bậc máy trên màn M thì có thể tách được vạch đôi màu vàng của Natri (588,996 và 589,593nm)?



Hình 333



Hình 334

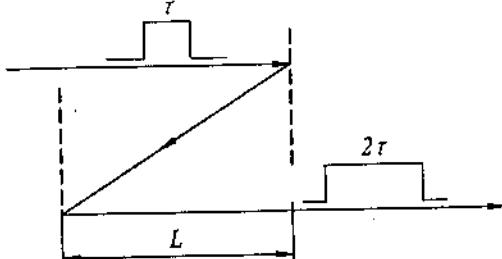
- 8.24. Một cách tử nhiễu xạ có độ rộng a được chiếu bằng chùm tia song song từ đèn Natri với $a\delta\lambda \gg \lambda^2$, trong đó λ là bước sóng trung bình, còn $\delta\lambda$ là khoảng cách giữa các vạch của vạch đôi. Cách xa cách tử một khoảng l người ta đặt một thấu kính L có đường kính D , còn tại mặt phẳng tiêu của thấu kính đặt một màn M (H.334). Hỏi khoảng cách l phải thoả mãn điều kiện gì để vạch đôi màu vàng của Natri (588,996 và 589,593nm) tách biệt nhau trên màn M ?
- 8.25. Quang phổ của một chất trong vùng nhìn thấy gồm một loạt các vạch nằm trong khoảng từ 400nm đến 600nm với khoảng cách bước sóng nhỏ nhất $\delta\lambda = 0,5\text{ \AA}$. Quang phổ được nghiên cứu bằng một cách tử nhiễu xạ đủ lớn có chu kỳ $d = 0,01\text{ mm}$. Phổ được chiếu bằng thấu kính lên một màn đặt tại mặt phẳng tiêu của nó, sau đó được quan sát bằng mắt thường từ khoảng nhìn rõ nhất ($L = 25\text{ cm}$). Xác định giá trị nhỏ nhất của đường kính thấu kính và tiêu cự f của nó để người quan sát có thể nhìn thấy tất cả các vạch của phổ. Giả thiết đường kính con ngươi mắt $d_{cn} = 0,5\text{ cm}$.
- 8.26*. Một nguồn sáng điểm được đặt ở độ cao $h_1 = 1\text{ cm}$, phía trên tâm của một đĩa hát đã mòn. Mắt quan sát ở khoảng cách $a = 110\text{ cm}$ từ trục đĩa hát và ở độ cao $h_2 = 10\text{ cm}$ thấy rằng ngoài ảnh hình học của nguồn còn có một hệ thống các vạch nhiễu xạ trên bề mặt đĩa hát. Xác định khoảng cách Δx giữa các vạch, nếu khoảng cách giữa các hàng vạch là $d = 0,5\text{ mm}$, bước sóng $\lambda = 5500\text{ \AA}$.
- 8.27. a) Hãy tính độ tán xạ theo đơn vị [$\text{góc.s}/\text{\AA}$] trong phổ bậc một của cách tử có 3937 vạch/cm.
 b) Hãy tính độ tán sắc thẳng của một máy quang phổ ký có cách tử tương tự và kính vật có tiêu cự bằng 50cm.

- c) Tính đại lượng bằng nghịch đảo của độ tán xạ thẳng [$\text{\AA}/\text{mm}$]. Trong quá trình tính toán, giả thiết góc nhiễu xạ rất nhỏ ($\cos \theta \approx 1$).
- 8.28. Khoảng cách giữa các thành phần của vạch đôi màu vàng trong phổ Natri ($\lambda_1 = 5890 \text{\AA}$, $\lambda_2 = 5896 \text{\AA}$) thu được trên phim âm bản trong máy quang phổ ký mô tả ở bài trước bằng bao nhiêu?
- 8.29. Tìm độ tán xạ góc của một cách tử có hằng số $d = 5 \mu\text{m}$, nếu $\lambda = 5000 \text{\AA}$, phổ bậc $n = 3$.
- 8.30. Vạch sáng D của Natri ($\lambda = 5890 \text{\AA}$) được chiếu vuông góc lên một cách tử phẳng phản xạ. Xác định số vạch/1mm của cách tử, nếu phổ bậc hai quan sát được dưới góc 45° so với pháp tuyến.
- 8.31. Tìm khoảng cách góc giữa cực đại chính và cực tiểu gần nhất với nó của một cách tử nhiễu xạ.
- 8.32. Tìm số vạch tối thiểu của cách tử để có thể phân chia được vạch đôi Natri trong phổ bậc một.
- 8.33. Tìm năng suất phân giải của một cách tử có chu kỳ $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ và độ rộng 3cm trong các phổ bậc một và phổ bậc bốn.
- 8.34. Năng suất phân giải của một cách tử có thay đổi không khi thay đổi góc nghiêng của chùm tia chiếu tới nó?
- 8.35. Năng suất phân giải và vùng tán xạ của cách tử nhiễu xạ có thay đổi không nếu sau khi cố định ống quan sát phổ nhiễu xạ, cách một khe người ta lại che một khe của cách tử?
- 8.36. Độ rộng của vạch quang phổ hydro ($\lambda = 6563 \text{\AA}$) trên phim âm bản của máy quang phổ ký bằng bao nhiêu nếu trong máy quang phổ ký người ta sử dụng một cách tử có độ rộng $l = 3 \text{ cm}$ và kính vật có tiêu cự $f = 15 \text{ cm}$?
- 8.37. Khe chuẩn trực S được chiếu bằng một nguồn sáng đặt tại tiêu điểm của thấu kính L có tiêu cự $f = 20 \text{ cm}$. Khi đi qua thấu kính ánh sáng tới một cách tử nhiễu xạ đặt vuông góc với quang trực của thấu kính L . Số vạch của cách tử $N = 1000$, chu kỳ $d = 0,001 \text{ cm}$. Hỏi độ rộng b của khe chuẩn trực phải bằng bao nhiêu để tận dụng hết năng suất phân giải của cách tử ở lân cận của bước sóng $\lambda = 5000 \text{\AA}$?

- 8.38*. Ánh sáng từ ống phóng điện khí đường kính $D = 1$ cm được chiếu trực tiếp lên một cách tử nhiễu xạ đặt cách nó một khoảng $L = 100$ cm. Trong các điều kiện đã cho ở trên năng suất phân giải cực đại $R_{\max} = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ bằng bao nhiêu?
- 8.39. Ánh sáng từ ống phóng điện khí có đường kính $D = 0,1$ cm được chiếu trực tiếp lên một cách tử nhiễu xạ. Hỏi cần đặt cách tử cách ống phóng một khoảng tối thiểu L_{\min} nào để có thể tách được hai vạch quang phổ cách nhau $\delta\lambda = 5$ nm với bước sóng $\lambda = 500$ nm?
- 8.40. Ánh sáng từ một nguồn ở xa có độ rộng góc $\psi = 10^{-3}$ rad được chiếu trực tiếp lên một cách tử nhiễu xạ. Năng suất phân giải lớn nhất R_{\max} có thể nhận được trong trường hợp này bằng bao nhiêu?
- 8.41. Một nguồn sáng rộng ở xa phát ra hai vạch phổ hẹp $\lambda_1 = 500$ nm, $\lambda_2 = 500,2$ nm có cùng cường độ. Ánh sáng từ nguồn được chiếu trực tiếp lên cách tử nhiễu xạ. Xác định độ rộng góc ψ của nguồn để phân tách được hai vạch phổ trên.
- 8.42. Người ta quan sát được sự nhiễu xạ của một chùm tia đơn sắc song song, tần số $f = 10^{15}$ Hz chiếu vuông góc lên một cách tử có số vạch $N = 1,5 \cdot 10^4$. Hỏi góc phân kỳ trong phổ bậc một thay đổi bao nhiêu lần, nếu bức xạ chiếu tới cách tử được biến đổi để tạo các xung ngắn có độ dài $\tau = 10^{-12}$ s?
- 8.43*. Một cách tử nhiễu xạ với số vạch $N = 10^5$ bị lỗi khi chế tạo: chu kỳ của nó trên các đoạn không giống nhau và bị dao động trong khoảng 0,1%. Hỏi có thể dùng cách tử này để phát hiện hiệu ứng Zeemann đơn giản trong từ trường có cảm ứng từ $B = 1$ T trên bước sóng $\lambda = 600$ nm được không? Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa các vạch quang phổ có thể phân biệt được bằng cách tử nêu trên.
- 8.44. Một cách tử với số vạch $N = 500$ vạch/mm có giới hạn phân giải trong phổ bậc một bằng $\delta\lambda = 0,1$ nm khi bước sóng trung bình $\lambda = 600$ nm. Ánh của quang phổ nhận được trên màn nhờ một thấu kính. Xác định đường kính cho phép tối thiểu D_{\min} của thấu kính để ánh của phổ vẫn phân biệt được.
- 8.45. Chùm tia song song của một xung laser độ dài 10^{-12} s được chiếu vuông góc lên một cách tử nhiễu xạ có năng suất phân giải cao. Bức xạ nhiễu xạ dưới góc 45° so với trục của chùm tia tới, được ghi bởi máy thu ảnh nhanh đặt tại tiêu điểm của một kính vật đường kính 3cm ở xa

cách tử. Xác định độ dài của các xung do máy thu ghi được. Giả thiết rằng mặt phẳng quang của kính vật đặt vuông góc với trục chùm tia nhiều xạ, năng suất phân giải được xác định bằng nhiều xạ trên kính vật.

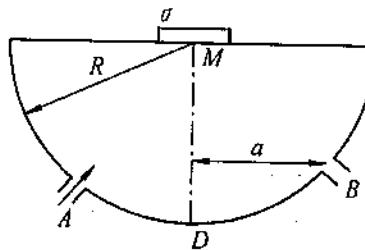
- 8.46. Bức xạ xung với độ dài 10^{-12} s và bước sóng $\lambda = 0,53 \mu\text{m}$ được chiếu lên một cách tử nhiều xạ có năng suất phân giải $R = 3400$. Xác định tỉ số độ dài của xung sau cách tử và xung chiếu tới cách tử.
- 8.47. Bức xạ laser Neodymi (Nd) bước sóng $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ có dạng một chuỗi các xung cực ngắn cách nhau một khoảng $\tau = 10^{-9}$ s. Bức xạ chiếu vuông góc với cách tử có $n = 1500$ vạch/cm. Hỏi kích thước tối thiểu của cách tử L phải bằng bao nhiêu để cách tử có thể phân biệt được cấu trúc phổ bức xạ trong bậc hai của nhiều xạ?
- 8.48. Bức xạ tử ngoại gồm hai vạch phổ gần nhau ($\lambda \approx 300 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 0,1 \text{ nm}$). Bức xạ chiếu xuống một cách tử nhiều phản xạ có chu kỳ $d = 4 \mu\text{m}$ dưới một góc $\alpha = 86^\circ$ so với phương pháp tuyến. Hãy xác định đường kính chùm tia tối để có thể phân tách được các vạch quang phổ trong nhiều xạ bậc hai.
- 8.49. Sử dụng chấn quang để tách một xung ngắn có độ dài $\tau = 5 \cdot 10^{-13}$ s từ chùm tia sáng song song gồm hỗn hợp của hai thành phần đơn sắc $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ và $\lambda_2 = 510 \text{ nm}$. Xung lần lượt bị nhiều xạ trên hai cách tử phản xạ giống nhau, sau đó truyền theo hướng song song với hướng ban đầu (H.335). Hỏi với khoảng cách L nào giữa hai cách tử thì độ dài xung ở đâu ra sẽ tăng gấp đôi? (biết chu kỳ cách tử $d = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, tách nhiều xạ bậc một).



Hình 335

- 8.50. Hai xung ánh sáng trùng khít về thời gian với bước sóng trung bình $\lambda_1 = 0,55 \mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,56 \mu\text{m}$ được chiếu vuông góc lên một cách tử nhiều xạ ($d = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$). Ánh sáng nhiều xạ bậc một tiếp tục được chiếu lên cách tử thứ hai tương tự và song song với cách tử thứ nhất, sau đó lại cho nhiều xạ theo hướng song song với hướng ban đầu. Các xung của hai bước sóng khác nhau này sẽ lệch với nhau bao nhiêu về thời gian, nếu khoảng cách giữa hai cách tử là $l = 50 \text{ cm}$?

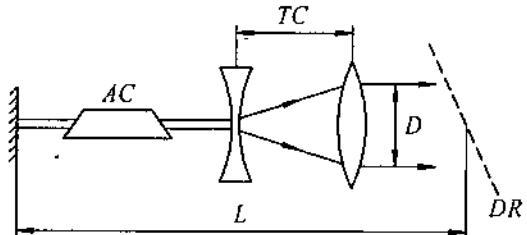
- 8.51. Tìm chu kỳ d của một cách tử nhiễu xạ phản xạ σ , nếu khe vào A và khe ra B của máy quang phổ (H.336) nằm trên đường tròn bán kính $R = 1\text{m}$ có tâm trùng với tâm M của cách tử. Chiều vào khe A lần lượt chùm tia laser CO (bước sóng bức xạ $\lambda_1 = 5\text{ }\mu\text{m}$) và chùm tia laser CO₂ (bước sóng $\lambda_2 = 10\text{ }\mu\text{m}$). Bậc hai của chùm nhiễu xạ laser CO quay trở lại khe vào A , còn bậc một của chùm nhiễu xạ CO₂ tới khe B . Biết khoảng cách từ khe ra tới pháp tuyến MD của cách tử $a = 0,5\text{ m}$.



Hình 336

- 8.52. Xung bức xạ laser có độ dài $\tau = 10^{-12}\text{s}$ đi qua một phổ kế có cách tử nhiễu xạ với hiệu quang lộ cực đại là $\Delta = 10\text{ cm}$. Tìm sự thay đổi độ rộng dải bức xạ $\Delta\omega_2 / \Delta\omega_1$.
- 8.53. Một laser phát các xung ánh sáng với bước sóng trung tâm $0,6\mu\text{m}$, độ dài xung 10^{-12} s và độ xốp xung 10^3 (tỉ số giữa chu kỳ lặp lại của các xung với độ dài của mỗi xung). Cho bức xạ đó qua máy đơn sắc có năng suất phân giải $5 \cdot 10^4$. Xác định độ xốp xung Q của các xung khi ra khỏi máy đơn sắc.
- 8.54*. Một electron chuyển động trong chân không với vận tốc v gần bề mặt của một cách tử nhiễu xạ chu kỳ d . Vận tốc của electron song song bề mặt cách tử và vuông góc với các vạch của nó. Xác định các bước sóng có thể bức xạ dưới góc θ hợp với pháp tuyến cách tử do tương tác giữa electron và cách tử (hiệu ứng Smith - Parcell).
- 8.55. Một trong những điều kiện ổn định của ảnh nhiễu xạ thu được bằng cách tử nhiễu xạ là sự ổn định của nhiệt độ. Xác định sự thay đổi nhiệt độ lớn nhất ΔT của cách tử có thể cho phép để vẫn còn tận dụng hết năng suất phân giải của nó nếu tiến hành chụp phổ bậc một. Biết hệ số nở dài của vật liệu làm cách tử $\alpha = 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, tổng số vạch cách tử $N = 10^5$.
- 8.56*. Để tách một trong số rất nhiều mode dao động do laser khí sinh ra, người ta có thể sử dụng hộp cộng hưởng biến thể Fabri-Pérot mà một trong các gương của nó được thay bằng cách tử nhiễu phản xạ đặt

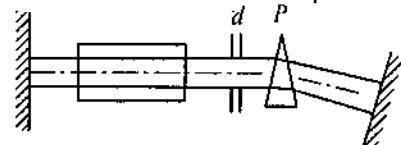
nghiêng DR (H.337). Bên trong hộp cộng hưởng cạnh môi trường hoạt tính AC đặt một hệ kính viễn vọng TC để mở rộng chùm sáng tối cách tử. Tím kích thước tối thiểu D cần mở rộng chùm sáng để có thể tách ra một mode. Chiều dài hộp cộng hưởng $L = 15\text{ cm}$, bước sóng phát ra $\lambda = 1,2\text{ }\mu\text{m}$, cách tử có $N = 1600$ vạch/mm. Sử dụng nhiễu xạ bậc một.



Hình 337

- 8.57. Để thu hẹp phổ của bức xạ laser trên thuộc màu có phổ rộng trong lân cận bước sóng $\lambda = 600\text{ nm}$, bên trong hộp cộng hưởng được thay đổi bằng cách tử nhiễu xạ có pháp tuyến hợp với trực của nó một góc $\varphi = 60^\circ$. Xác định độ rộng phổ $\delta\lambda$ của bức xạ laser này nếu đường kính của chậu chứa thuộc màu $D = 0,5\text{ cm}$.

- 8.58. Để thu hẹp phổ của bức xạ laser trên thuộc màu có phổ rộng trong lân cận bước sóng $\lambda = 600\text{ nm}$, bên trong hộp cộng hưởng đặt một lăng kính P dưới một góc lệch nhỏ (H.338). Xác định độ rộng phổ $\delta\lambda$ của bức xạ laser trên, nếu lăng kính được làm bằng thuỷ tinh có độ tán xạ $dn/d\lambda = 1000\text{ cm}^{-1}$ trong lân cận của sóng phát ra, còn góc chiết quang $\alpha = 10^\circ$. Trong hộp cộng hưởng đặt màn chắn có đường kính $d = 0,5\text{ cm}$.



Hình 338

- 8.59*. Đối với các tia Roentgen không thể sử dụng các thấu kính cũng như gương cầu. Để quan sát nhiễu xạ của tia Roentgen người ta cho chùm tia hẹp chiếu lên tinh thể hoặc (khi chiếu trượt) lên một cách tử nhiễu xạ. Ảnh nhiễu xạ được ghi trên tấm phim mà không cần bất cứ sự điều chỉnh nào. Hỏi cần đặt tấm phim cách tinh thể một khoảng l_F bằng bao nhiêu để quan sát được ảnh nhiễu xạ Fraunhofer trên phim, nếu độ rộng của chùm tia Roentgen tối là $h = 1\text{ mm}$, bước sóng $\lambda = 1\text{ \AA}$? Trong thí nghiệm người ta đặt tấm phim ở khoảng cách vài cm hoặc vài chục cm, còn để tính hướng trên các cực đại nhiễu xạ người ta sử dụng công thức nhiễu xạ Fraunhofer. Chú ý đến giá trị tính được của l_F , giải thích tại sao người ta lại làm như vậy.

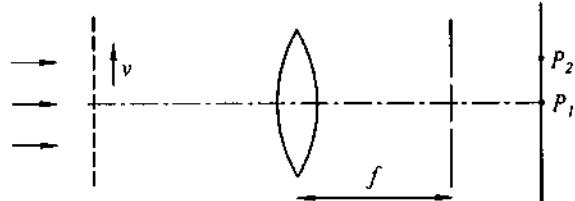
8.60*. Xem lời giải bài 8.59. Hãy tìm biểu thức tính năng suất phân giải của cách tử nhiễu xạ (một chiều) trong vùng phổ Roentgen.

8.61. Bức xạ Roentgen bước sóng $\lambda = 2,8 \text{ \AA}$ nhiễu xạ trên tinh thể muối mỏ và bị phản xạ từ hàng loạt các mặt phẳng tinh thể dưới góc $\varphi = 30^\circ$ so với pháp tuyến. Chiều dày tinh thể $L = 0,56 \text{ mm}$. Xác định sự phân kỳ theo góc của cực đại nhiễu xạ.

8.62. Một cách tử nhiễu xạ có số vạch $n = 1000$ vạch/cm được chiếu bằng sóng phẳng đơn sắc ($\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$) có tần số bắt đầu biến thiên chậm theo thời gian theo quy luật $\omega = \omega_0(1 + \alpha t)$. Phía sau cách tử đặt một thấu kính tiêu cự $f = 100 \text{ cm}$. Xác định thời gian cần thiết để vị trí cực đại thứ 6 trong mặt phẳng tiêu trùng với vị trí của cực đại thứ 5 ở thời điểm ban đầu. Biết rằng cực đại của cường độ di chuyển dọc theo mặt phẳng tiêu với vận tốc $v = 1 \text{ km/s}$.

8.63. Một chùm ánh sáng phẳng đơn sắc bước sóng $\lambda = 600 \text{ nm}$ được chiếu vuông góc lên một cách tử có chu kỳ $d = 5 \mu\text{m}$. Xác định độ biến thiên tương đối của tần số ánh sáng nhiễu xạ bậc hai, nếu cách tử chuyển động song song với mặt phẳng của nó với vận tốc không đổi $v = 500 \text{ cm/s}$.

8.64. Một cách tử nhiễu xạ có số vạch 1000 vạch/mm được chiếu bằng chùm tia sáng đơn sắc song song. Cách tử chuyển động với vận tốc $v = 0,5 \text{ cm/s}$ theo hướng như trên hình 339.



Hình 339

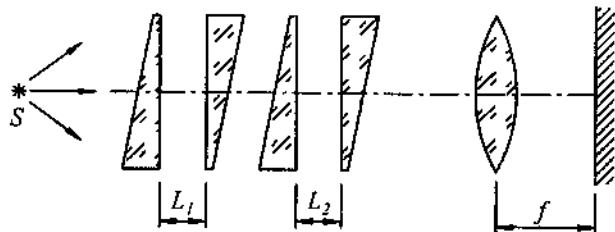
Trong mặt phẳng tiêu của thấu kính người ta đặt một tấm lọc chỉ cho bậc +1 và bậc -1 của nhiễu xạ đi qua. Hỏi tần số thay đổi của dòng điện trong máy thu quang học đặt ở điểm P_1 trên mặt phẳng ảnh bằng bao nhiêu? Tần số thay đổi như thế nào nếu sử dụng các bậc ± 2 của nhiễu xạ? Dòng điện của máy thu quang học đặt tại hai điểm P_1 và P_2 khác nhau như thế nào?

8.65. Một cách tử phản xạ phẳng có $N = 50000$ vạch được chiếu vuông góc bằng ánh sáng từ vạch đôi Natri ($\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$). Mật độ vạch $n = 5000$ vạch/mm. Hỏi phổ cực đại m có thể nhận được nhờ

cách tử này là phổ bậc mấy? Tìm khoảng cách tối thiểu $\delta\lambda$ giữa các vạch phổ mà cách tử có thể phân tách trong vùng phổ nêu trên. Phổ của bậc cực đại được chụp trên tấm phim bằng kính vật tiêu cự $f = 50$ cm. Khoảng cách Δx giữa các vạch phổ λ_1 và λ_2 trên tấm phim bằng bao nhiêu?

- 8.66*. Một lăng kính thuỷ tinh với đáy $b = 10$ cm làm từ flint - glass nặng có độ tán xạ trong lân cận $\lambda = 6000\text{ \AA}$ bằng $dn/d\lambda = 1000\text{ cm}^{-1}$. Hỏi năng suất phân giải cực đại của một cách tử nhiễu xạ có độ rộng phần bị vạch bằng chiều dài đáy lăng kính là bao nhiêu? So sánh năng suất phân giải của cách tử này với năng suất phân giải của lăng kính.
- 8.67. Độ rộng phần bị vạch của cách tử nhiễu xạ bằng chiều dài đáy lăng kính làm từ muối mỏ. Năng suất phân giải của cách tử trong bậc một bằng năng suất phân giải của lăng kính đối với bước sóng $\lambda = 5150\text{ \AA}$. Xác định chu kỳ d của cách tử, nếu chiết suất của muối mỏ đổi với bước sóng $\lambda_1 = 4861\text{ \AA}$ là $n_1 = 1,5537$, còn với $\lambda_2 = 5461\text{ \AA}$ thì $n_2 = 1,5477$.
- 8.68. Chùm tia sáng song song chiếu tới một lăng kính có độ tán xạ góc $d\phi/d\lambda = 10^3\text{ cm}^{-1}$. Ánh sáng sau khi đi qua lăng kính được chiếu lên một cách tử nhiễu xạ có chu kỳ d . Kích thước cách tử lớn hơn kích thước tiết diện chùm tia sau khi qua lăng kính. Với giá trị nào của d thì năng suất phân giải của hệ trong phổ bậc hai sẽ lớn gấp hai lần năng suất phân giải của một lăng kính? Giả thiết góc nhiễu xạ rất nhỏ.
- 8.69. Xác định độ tán xạ theo góc và vùng tán xạ của tấm Lummer - Herle có xét đến sự tán xạ của chiết suất. Giả thiết góc ε giữa chùm tia đi ra và bề mặt tấm là nhỏ.
- 8.70. Có bao nhiêu tia giao thoa N trong tấm Lummer-Herle dài $L = 30$ cm, dày $h = 1$ cm và chiết suất $n = 1,52$?
- 8.71. Tấm Lummer - Herle ($n = 1,5$) cần có chiều dài tối thiểu L bằng bao nhiêu để phân tách được cấu trúc đôi của vạch H_α ($\lambda = 6563\text{ \AA}$)? Hiệu bước sóng của vạch đôi bằng $0,14\text{ \AA}$. Bỏ qua đại lượng $dn/d\lambda$.
- 8.72. Lăng kính thuỷ tinh phải có chiều dài đáy b bằng bao nhiêu để nó có năng suất phân giải bằng năng suất phân giải của tấm Lummer-Herle dài $L = 20$ cm? Chiết suất của tấm $n = 1,5$; sự tán xạ của chiết suất lăng kính $dn_{lk}/d\lambda = 956\text{ cm}^{-1}$, bước sóng $\lambda = 6000\text{ \AA}$.

- 8.73. Chùm bức xạ đơn sắc song song được chiếu vuông góc lên một tấm phẳng song song làm bằng vật liệu không hấp thụ ánh sáng. Bước sóng của chùm bức xạ được chỉnh liên tục, hệ số truyền của tấm “dao động” sao cho các cực đại liên tiếp đạt được khi bước sóng bằng $720\text{ }\mu\text{m}$, $840\text{ }\mu\text{m}$, ... Hãy tìm chiết suất của tấm vật liệu, nếu độ dày của nó $d = 1,2\text{ mm}$.
- 8.74. Hãy xác định điều kiện cực đại, khoảng cách góc giữa các cực đại, độ tán xạ góc và vùng tán xạ của mẫu chuẩn Fabri-Pero. Biết góc tối ϕ và khoảng cách giữa các gương là L .
- 8.75. Xác định vùng tán xạ của mẫu chuẩn Fabri-Pero khi $h = 1\text{ cm}$, $\lambda = 5000\text{ \AA}$. Giả thiết góc tối ϕ rất nhỏ.
- 8.76. Bậc của phổ bằng bao nhiêu khi mẫu chuẩn Fabri-Pero làm việc trong vùng xanh lục của phổ ($\lambda = 5500\text{ \AA}$) nếu khoảng cách giữa các tấm bằng 1 cm ? Góc tối rất nhỏ.
- 8.77*. Năng suất phân giải của giao thoa kế Fabri-Pero có thể xác định được theo quy tắc sau: để phân biệt được hai vạch phổ λ và λ' thì trong ảnh giao thoa của giao thoa kế các vạch này cần phải được đưa cách xa nhau một khoảng không nhỏ hơn nửa độ rộng của vạch. Hãy sử dụng quy tắc trên để tìm biểu thức tính năng suất phân giải của giao thoa kế Fabri-Pero.
- 8.78. Các gương của giao thoa kế Fabri-Pero có hệ số phản xạ $\rho = 99\%$ (theo cường độ) và được đặt cách nhau $L = 1\text{ m}$. Mẫu chuẩn đóng vai trò hộp cộng hưởng tại bước sóng $\lambda = 0,63\text{ }\mu\text{m}$. Nó được sử dụng tương tự như một mạch dao động. Xác định hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng và độ rộng δf của đường cong cộng hưởng (theo đơn vị MHz). Xác định khoảng tần Δf giữa hai cộng hưởng liên tiếp.
- 8.79. Một nguồn điểm đơn sắc ($\lambda = 5000\text{ \AA}$) bức xạ qua hộp cộng hưởng Fabri-Pero (khoảng cách giữa các gương $L_1 = 25\text{ cm}$). Hỏi khoảng cách tối thiểu L_2 giữa các gương của hộp cộng hưởng thứ hai (H.340) bằng bao nhiêu, nếu sau khi đặt nó đằng sau hộp cộng hưởng thứ nhất thì 9 vân tròn



Hình 340

trong mặt phẳng tiêu biến mất? Bán kính vân tròn đầu tiên còn lại bằng bao nhiêu? Tiêu cự của thấu kính $f = 100$ cm.

- 8.80*. Người ta sử dụng giao thoa kế Fabri-Pero để nghiên cứu một đoạn phổ rộng $\Delta\lambda = 0,2$ nm được tách bởi một hệ thống lọc. Hiệu bước sóng nhỏ nhất giữa hai vạch phổ liên tiếp $\delta\lambda = 0,001$ nm. Xác định giá trị lớn nhất của hệ số truyền $\tau = 1 - \rho$ (trong đó ρ là hệ số phản xạ của gương theo năng lượng) để phân tách được các vạch liên tiếp.
- 8.81. Xác định thời gian thiết lập dao động và hệ số phẩm chất trong một hộp cộng hưởng quang học sử dụng trong các laser (bước sóng bức xạ $\lambda = 0,63$ μm) được tạo bởi hai gương phẳng song song, nằm cách nhau một khoảng $L = 100$ cm và có hệ số phản xạ theo năng lượng $\rho_1 = 100\%$ và $\rho_2 = 80\%$. Bỏ qua các hiện tượng nhiễu xạ trên các cạnh gương.
- 8.82. Trong giao thoa kế Fabri- Pero môi trường giữa các gương có sự tán xạ. Khi thay đổi bước sóng ánh sáng λ một lượng $\Delta\lambda$ quan sát thấy các vân tròn giao thoa chuyển động sao cho mỗi vân sáng chiếm vị trí của vân ngay cạnh nó. Giả thiết khoảng cách cơ bản của giao thoa kế $L \gg \lambda$. Tính độ tán xạ của chiết suất môi trường $dn/d\lambda$.
- 8.83*. Xác định năng suất phân giải của một quang phổ kế hồng ngoại làm việc theo nguyên tắc sau: Bức xạ của nguồn hồng ngoại cần nghiên cứu trong dải $\lambda_{hn} \approx 3$ μm trộn lẫn trong một tinh thể phi tuyến với bức xạ của laser Argon ổn định. Khi đó trong dải quang học xuất hiện bức xạ có tần số bằng tổng tần số các bức xạ. Bức xạ tổng được nghiên cứu bằng giao thoa kế Fabri - Pero có các gương nằm cách nhau $L = 1$ cm và có hệ số phản xạ tính theo cường độ $\rho = 0,9$.
- 8.84*. Trong giao thoa kế Fabri - Pero với khoảng mở giữa các gương là không khí ở nhiệt độ $T_1 = 293$ K người ta quan sát được một trong những vân tròn cùng độ nghiêng có độ rộng góc $\varphi_1 = 0,01$ rad. Khi tăng nhiệt độ, vân tiến dần tới tâm và biến mất. Tìm nhiệt độ T_2 khi xảy ra điều đó, biết rằng đối với không khí ở nhiệt độ T_2 hiệu $n - 1 = 0,00029$, trong đó n là chiết suất (đối với không khí hiệu $n - 1$ tỷ lệ thuận với khối lượng riêng của nó).
- 8.85. Giao thoa kế Fabri - Pero tạo bởi hai gương có hệ số phản xạ tính theo năng lượng $\rho = 0,9$ được ngăn cách bởi một vòng hợp kim invar dày $d = 100$ mm. Ảnh giao thoa được chụp trên một tấm phim. Xác định sự

biến thiên cho phép của nhiệt độ trong thời gian thí nghiệm, nếu hệ số nở dài của hợp kim invar $\alpha = 9 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$. Bước sóng $\lambda = 5000 \text{ Å}$.

- 8.86. Giao thoa kế Fabri - Pero được tạo bởi hai gương có hệ số phản xạ tinh theo năng lượng $\rho = 0,95$, được đặt cách nhau một khoảng $L = 10 \text{ mm}$. Ánh giao thoa được chụp trên một tấm phim. Xác định sự biến thiên cho phép của áp suất khí quyển trong thời gian thí nghiệm. Chiết suất n của không khí liên hệ với áp suất khí quyển P (bằng Pa) bởi hệ thức $n = 1 + 28 \cdot 10^{-10} P$. Bước sóng ánh sáng $\lambda = 5000 \text{ Å}$.
- 8.87. Giao thoa kế Fabri - Pero gồm hai gương giống nhau có đường kính $D = 1 \text{ cm}$ được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng $\lambda = 500 \text{ nm}$. Ánh giao thoa được quan sát bằng ống nhòm đặt ở vô cực và có dạng các vân tròn đồng tâm. Vân đầu tiên có đường kính góc $\varphi = 10^{-2} \text{ rad}$. Xác định năng suất phân giải cực đại của máy quang phổ trong các điều kiện nêu trên.
- 8.88. Giao thoa kế Fabri - Pero gồm hai gương giống nhau được chiếu bằng chùm tia sáng có bước sóng $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$. Ánh giao thoa quan sát được trong mặt phẳng tiêu của thấu kính đường kính $D = 2,5 \text{ cm}$, tiêu cự $f = 10 \text{ cm}$ và có dạng các vân tròn đồng tâm. Vân thứ nhất có đường kính $d = 1 \text{ cm}$. Xác định năng suất phân giải cực đại của máy quang phổ trong các điều kiện nêu trên.
- 8.89. Giao thoa kế Fabri - Pero gồm hai gương giống nhau với hệ số phản xạ tinh theo năng lượng $\rho = 0,95$, nằm cách nhau một khoảng L . Sóng phẳng chứa hai thành phần phổ $\lambda_1 = 546,740 \text{ nm}$ và $\lambda_2 = 546,768 \text{ nm}$ được chiếu vuông góc lên giao thoa kế. Khi thay đổi L , giao thoa kế được điều chỉnh để cho một trong các phổ thành phần truyền qua (λ_1 hoặc λ_2). Xác định giá trị cực tiểu L_{\min} và cực đại L_{\max} để giao thoa kế tách một phổ thành phần ra khỏi thành phần kia.
- 8.90. Bức xạ laser He - Ne được phân tích bằng giao thoa kế Fabri - Pero. Vạch phổ của bức xạ laser trùng với vạch giữa của sự hấp thụ Ne ở bước sóng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$. Khi đó giao thoa kế Fabri - Pero có năng suất phân giải $R_0 = 10^8$. Nếu không gian giữa các gương của giao thoa kế được lấp đầy Ne loãng thì năng suất phân giải giảm còn $R_1 = 0,8 \cdot 10^8$. Hỏi phần năng lượng bức xạ nào bị Ne hấp thụ trên chiều dài $l = 1 \text{ m}$.
- 8.91. Một hộp cộng hưởng Fabri - Pero có khoảng cách giữa các gương (khoảng cách cơ bản) $L = 0,5 \text{ cm}$ và năng suất phân giải $R = 10^6$ được

chiếu bằng xung ánh sáng cực ngắn có độ dài $\tau = 10^{-11}$ s và bước sóng $\lambda = 500$ nm. Xác định sự phụ thuộc vào thời gian của tín hiệu được ghi bằng máy thu quang học đặt sau hộp cộng hưởng Fabri - Pero.

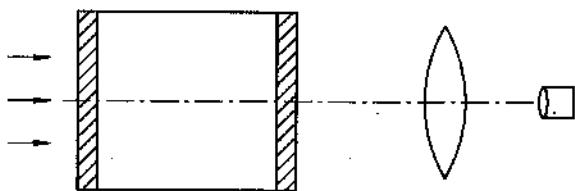
- 8.92*. Chùm ánh sáng phẳng đơn sắc có độ rộng D chiếu vuông góc lên một hộp cộng hưởng phẳng Fabri - Pero. Xác định hệ số phản xạ Q của hộp cộng hưởng sao cho đường kính chùm tia ở đầu ra của hộp cộng hưởng tăng ba lần. Bước sóng ánh sáng tối đảm bảo độ truyền qua cực đại của hộp cộng hưởng.
- 8.93. Phổ của xung laser được phân tích bằng giao thoa kế Fabri - Pero được tạo bởi các gương có hệ số phản xạ tính theo năng lượng $\rho \sim 1$ và nằm cách nhau một khoảng L . Xác định độ dài của xung sau khi qua giao thoa kế.
- 8.94. Tìm các biên độ dao động cực đại và cực tiểu bên trong hộp cộng hưởng Fabri - Pero được điều chỉnh cộng hưởng với sóng đơn sắc chiếu vuông góc có biên độ A_0 . Hệ số phản xạ của các gương tính theo cường độ $\rho = 0,95$. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng.
- 8.95. Xác định năng suất phân giải của giao thoa kế Fabri - Pero, nếu tỉ số giữa biên độ cực đại và biên độ cực tiểu của dao động bên trong giao thoa kế được chiếu vuông góc bởi ánh sáng bước sóng $\lambda = 600$ nm bằng $\alpha = A_{\max} / A_{\min} = 90$. Khoảng cách giữa các gương $L = 4$ cm.
- 8.96. Bức xạ laser bước sóng $\lambda = 630$ nm chiếu vuông góc tới một màng trong suốt đang bay hơi. Độ dày của màng được kiểm tra bằng cách đo cường độ của bức xạ đi qua nó. Cường độ thay đổi tuần hoàn trong quá trình bay hơi sao cho $I_{\min} / I_{\max} = 0,84$. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng trong màng. Hỏi với độ dày nhỏ nhất của màng bằng bao nhiêu thì cường độ ánh sáng qua nó đạt giá trị lớn nhất?
- 8.97. Trên nền phim bị bám một màng mỏng trong suốt, độ dày của nó được kiểm tra bằng cách đo phần phản xạ ngược lại (theo năng lượng) của bức xạ laser bước sóng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$. Phần phản xạ này dao động theo chiều tăng độ dày của màng và nhận giá trị nhỏ nhất bằng $2 \cdot 10^{-2}$. Hỏi khi đó độ dày của màng bằng bao nhiêu? Bức xạ chiếu vuông góc tới bề mặt của màng. Hệ số phản xạ trên ranh giới màng - nền phim (theo biên độ) $s = -1/7$. Xét trường hợp gần đúng với hai tia sáng.
- 8.98. Một xung ánh sáng khả kiến có độ dài τ được chiếu song song với trục giao thoa kế Fabri - Pero và sau đó được điều tiêu lên vùng nhạy của máy thu quang học. Khoảng cách giữa các gương trong giao thoa kế $L = 15$ cm, hệ số phản xạ của các gương theo năng lượng $\rho = 0,99$.

Với giá trị nào của τ thì trong dòng quang điện xuất hiện các dao động tắt dần? Xác định tần số dao động f , thời gian đặc trưng T của dao động tắt dần và số dao động N của dòng quang điện trong thời gian T . Quán tính của máy thu quang học được xem là đủ nhỏ.

- 8.99.** Ánh sáng khả kiến từ một nguồn gần đơn sắc có độ rộng vạch quang phổ $\Delta f = 10^9$ Hz được chiếu lên giao thoa kế Fabri - Pero và song song với trục của nó, sau đó được điều chỉnh lên vùng nhạy của máy thu quang học (H.341). Xác định khoảng cách L giữa các gương của giao thoa kế và hệ số phản xạ của chúng theo năng lượng ρ để trong dòng quang điện có thể ghi

được dao động trong thời gian do $T \approx 10^{-7}$ s.

Giả thiết thời gian phản ứng của máy thu quang học đối với sự thay đổi cường độ không vượt quá 10^{-9} s.



Hình 341

- 8.100.** Trong laser He - Ne ($\lambda = 630$ nm) người ta sử dụng hộp cộng hưởng quang Fabri - Pero với hệ số phản xạ của các gương theo năng lượng $\rho = 0,99$. Chiều dài của hộp cộng hưởng $l = 10$ cm. Biết rằng tại một tiết diện nào đó bên trong hộp cộng hưởng chùm tia sáng có mặt phẳng phản, còn sự phân bố cường độ ánh sáng theo bán kính được biểu diễn bằng công thức $I(r) = I_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2W_0^2}\right)$, trong đó $W_0 = \sqrt{\frac{l}{2k}}$, k là số sóng. Xác định cường độ ánh sáng trên trục hộp cộng hưởng cách hộp một khoảng $L = 10$ m, nếu $I_0 = 10^5$ W/m².

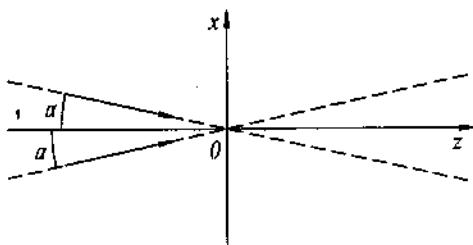
- 8.101.** a) Khi làm việc trong vùng $\lambda = 5000$ Å với cách tử Michelson bậc m bằng bao nhiêu? Biết độ cao các bậc của cách tử $b = 1$ cm, chiết suất thuỷ tinh $n = 1,5$.

b) Tìm khoảng cách góc θ giữa các cực đại chính đối với vùng phổ trên khi độ rộng của bậc $a = 0,2$ cm.

- 8.102.** Cách tử bậc Michelson được làm từ $N = 30$ tấm thuỷ tinh có chiết suất $n = 1,5$, độ dày mỗi tấm $h = 1$ cm. Để lăng kính phải có độ dài b bằng bao nhiêu để nó có năng suất phân giải bằng năng suất phân giải của cách tử bậc đang xét? Sự tán xạ của chiết suất lăng kính $dn_k/d\lambda = 956\text{cm}^{-1}$, bước sóng $\lambda = 6000$ Å.

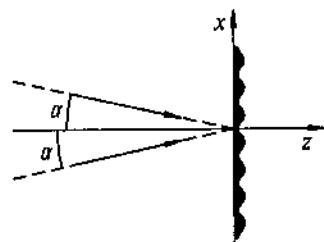
§9. CƠ SỞ QUANG HỌC FURIE VÀ PHÉP CHỤP ẢNH TOÀN CẢNH

- 9.1.** Ba sóng phẳng đơn sắc với các biên độ $1, a$ và a ($a \ll 1$) được chiếu lên mặt phẳng $z = 0$ dưới các góc $0, \alpha, -\alpha$ (H.342) sao cho tại điểm $x = 0$ các dao động cùng pha nhau. Khi xê dịch mặt phẳng quan sát vào vùng $z > 0$ diễn ra sự thay đổi độ tương phản của ảnh giao thoa theo chu kỳ. Hãy giải thích hiện tượng trên. Tìm các vị trí của mặt phẳng quan sát, sao cho độ tương phản của ảnh giao thoa đạt cực đại và cực tiểu. Nó bằng bao nhiêu?



Hình 342

- 9.2.** Tìm phổ của sóng phẳng $F(u)$ sau một cách tử hình sin được một sóng phẳng chiếu vuông góc. Hệ số truyền biên độ của cách tử $\tau(x) = 1 + \alpha \cos \Omega x$ ($\alpha < 1$).
- 9.3.** Tìm phổ của sóng phẳng sau một khe rộng a được một sóng phẳng chiếu vuông góc. Giải bài toán này nếu khe được che bằng cách tử có chu kỳ d và kích thước các khoảng trong suốt là b ($a = Nd$, trong đó N là số vạch của cách tử).
- 9.4.** Hai chùm sáng phẳng đơn sắc kết hợp có bước sóng $\lambda = 500 \text{ nm}$ và có các biên độ A_0 và $2A_0$ được chiếu dưới góc $\alpha = \pm 0,05 \text{ rad}$ lên một cách tử hình sin với hệ số truyền biên độ $\tau(x) = (1 + \cos \Omega x)/2$. Tại điểm $x = 0$ các sóng này tạo nên các dao động ngược pha (H.343). Biết chu kỳ của cách tử $d = 10^{-3} \text{ cm}$. Hãy xác định phổ không gian của sóng sau khi đi qua cách tử.
- 9.5*.** Một bình nhỏ hình hộp chữ nhật được rót benzen toluen, trong toluen có kích thích các sóng siêu âm bằng thạch anh áp điện. Tấm thạch anh được đặt song song với thành bình. Các sóng siêu âm do tấm thạch anh

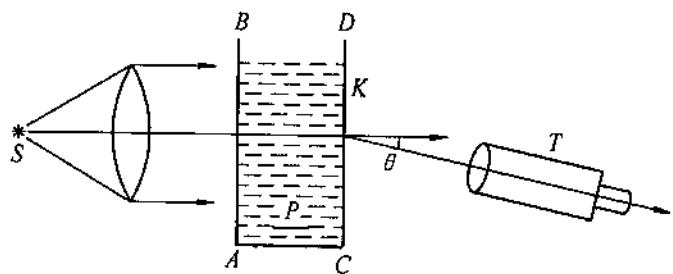


Hình 343

kích thích được phản xạ từ một trong các thành bình, vì vậy trong chất lỏng xuất hiện sóng siêu âm dừng. Hỏi chu kỳ biến thiên theo không gian của chiết suất lỏng khi có sóng siêu âm dừng trong nó bằng bao nhiêu?

- 9.6*. Trên hình 344 biểu diễn sơ đồ thiết bị quan sát nhiễu xạ ánh sáng trong sóng siêu âm. Sóng siêu âm dừng được tạo ra trong bình K . Tấm thạch anh P đặt song

song với đáy AC
sao cho sóng do
nó tạo ra truyền
theo hướng song
song với AB .
Cực đại nhiễu xạ
và cực tiểu quan
sát được trong
ống T đặt ở xa



Hình 344

vô cực. Hãy chứng minh rằng góc nhiễu xạ θ đối với cực đại bậc m được xác định từ điều kiện $\Delta \sin \theta = m\lambda$.

Hướng dẫn. Lưu ý rằng tần số của các dao động siêu âm vô cùng bé so với tần số dao động ánh sáng.

- 9.7. Nhiễu xạ ánh sáng trên sóng siêu âm trong benzen toluen quan sát được trong thiết bị mô tả ở bài trước. Trong vai trò nguồn sáng người ta sử dụng vạch xanh lục của thuỷ ngân ($\lambda = 5461 \text{ \AA}$). Thay cho ống T , ở sau bình người ta đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự $f = 30 \text{ cm}$. Các vạch nhiễu xạ nhận được tại mặt phẳng tiêu của thấu kính và được quan sát qua kính hiển vi có thang đo. Xác định vận tốc âm thanh v trong toluen, nếu khoảng cách giữa hai cực đại liên tiếp $\Delta x = 0,546 \text{ mm}$, tần số sóng siêu âm $f_1 = 4000 \text{ kHz}$.

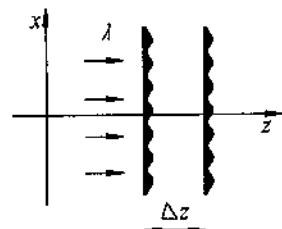
- 9.8*. Liệu có thể dựa vào đặc trưng của ánh nhiễu xạ Fraunhofer trên sóng phẳng siêu âm để khẳng định: có hay không xảy ra nhiễu xạ trên sóng siêu âm chạy hoặc sóng siêu âm dừng được không? Bỏ qua sự hấp thụ sóng siêu âm.

- 9.9*. Nếu chất lỏng bên trong có sóng siêu âm dừng được quan sát dưới kính hiển vi thì nhờ sự không đồng nhất của chất lỏng có thể thấy rõ được các vân tối và vân sáng. Khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp hoặc giữa hai vân sáng liên tiếp bằng bao nhiêu?

- 9.10. Tia laser He - Ne ngang có bước sóng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$ chiếu vuông góc tới một bình thuỷ tinh mỏng đựng nước. Trong nước có sóng siêu âm dừng. Hướng truyền của sóng siêu âm vuông góc với hướng của tia tới. Do sự nhiễu xạ ánh sáng trên sóng siêu âm mà những sóng nhiễu xạ đầu tiên bị lệch một góc $\varphi = 5,7^\circ$. Ánh sáng nhiễu xạ được phân tích bằng giao thoa kế Fabri-Pero dày $L = 1 \text{ cm}$. Hãy xác định thành phần phổ của ánh sáng nhiễu xạ và hệ số phản xạ của các gương giao thoa để có thể quan sát được cấu trúc phổ. Vận tốc truyền âm trong nước $v = 1,5 \text{ km/s}$.

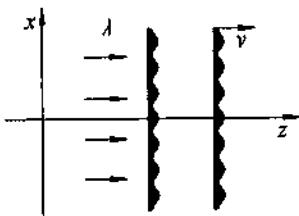
- 9.11. Hai chùm sáng phẳng đơn sắc, kết hợp, có bước sóng $\lambda = 600 \text{ nm}$ và có cùng biên độ A_0 được chiếu dưới một $\alpha = \pm 0,06 \text{ rad}$ lên một cách tử hình sin có hệ số truyền biên độ $\tau(x) = (1 + \sin \Omega x)/2$ (H.343). Tại điểm $x = 0$ các sóng này tạo ra các dao động cùng pha. Chu kỳ cách tử $d = 10^{-3} \text{ cm}$. Xác định phổ không gian của các sóng sau cách tử.

- 9.12. Một chùm sáng phẳng đơn sắc có cường độ I_0 và bước sóng λ nhiễu xạ trên hai cách tử hình sin đặt liên tiếp có hệ số truyền biên độ $\tau_1(x) = \tau_2(x) = (1 + \cos \Omega x)/2$ (H.345). Hỏi với những khoảng cách Δz nào giữa hai cách tử thì cường độ các cực đại nhiễu xạ bậc một lớn nhất và nhỏ nhất? Tìm các giá trị này.



Hình 345

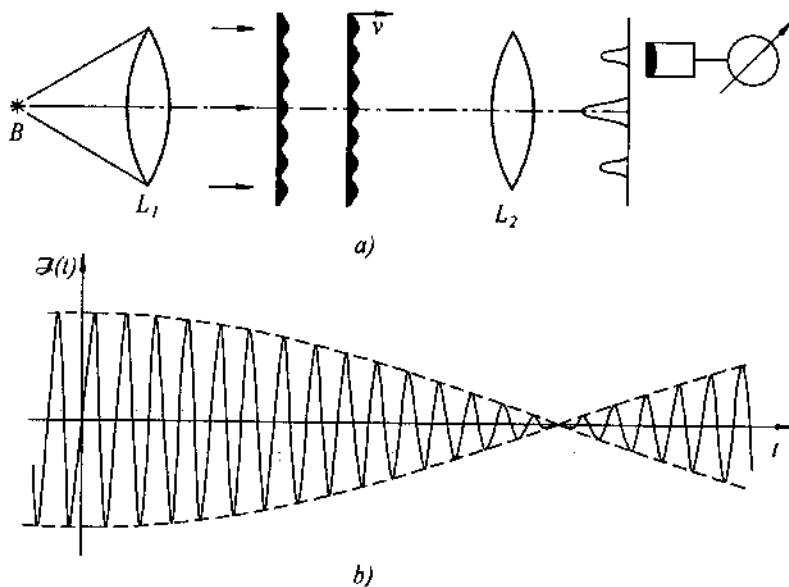
- 9.13. Một chùm sáng phẳng đơn sắc bước sóng λ nhiễu xạ trên hai cách tử hình sin đặt liên tiếp có hệ số truyền biên độ $\tau_1(x) = \tau_2(x) = (1 + \cos \Omega x)/2$. Khi dịch chuyển một cách tử dọc theo trục z với vận tốc v (H.346) cường độ cực đại nhiễu xạ bậc 0 biến thiên tuần hoàn. Xác định tần số ω của sự biến thiên này và tỉ số giữa cường độ cực đại và cực tiểu.



Hình 346

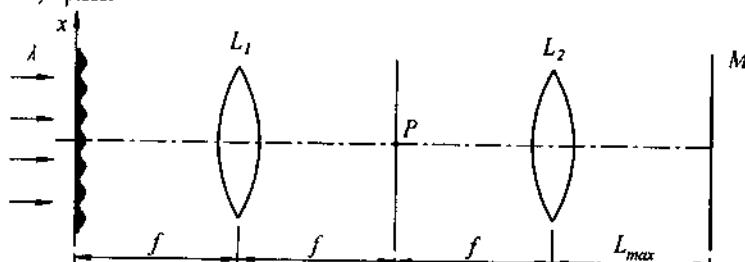
- 9.14. Giả sử ta có sơ đồ của một quang phổ kế (thiết bị dùng để nghiên cứu thành phần phổ bức xạ của nguồn sáng chứa hai phổ thành phần). Chùm tia sáng chuẩn nhiễu xạ trên hai cách tử hình sin, một trong hai cách tử chuyển động với vận tốc không đổi v (H.347a). Trên mặt phẳng tiêu của thấu kính L_2 người ta nghiên cứu sự phụ thuộc của

cường độ phô cực đại thứ nhất $I(t)$ vào thời gian. Sự phụ thuộc này có dạng như hình 347b. Hãy xác định khoảng cách tương đối $\Delta\lambda/\lambda$ giữa các thành phần phổ λ và $\lambda + \Delta\lambda$ trong bức xạ của nguồn.



Hình 347

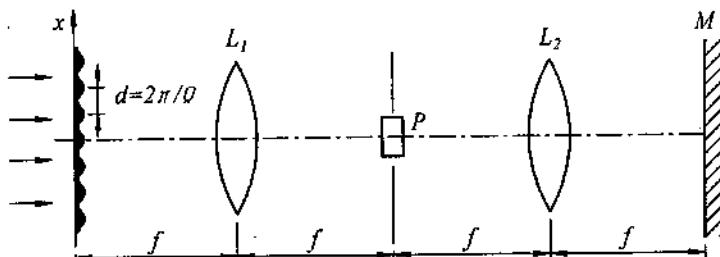
- 9.15.** Khi quan sát cấu trúc pha (trong suốt) bằng phương pháp trường tối, trong mặt phẳng tiêu chung của các thấu kính L_1 và L_2 (H.348) trên quang trục người ta đặt một dây dẫn P . Cách tử pha được tạo thành bằng sóng siêu âm dừng tần số $f = 20\text{ MHz}$. Tìm khoảng cách Δl giữa các vân trên màn M và khoảng cách tối đa cho phép L_{\max} từ màn M đến thấu kính L_1 để khi đó vẫn quan sát được ảnh giao thoa. Đường kính của thấu kính L_2 là $D = 4\text{ cm}$, vận tốc truyền âm trong chất lỏng $v = 1,5\text{ km/s}$. Cách tử được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng $\lambda = 0,5\text{ }\mu\text{m}$.



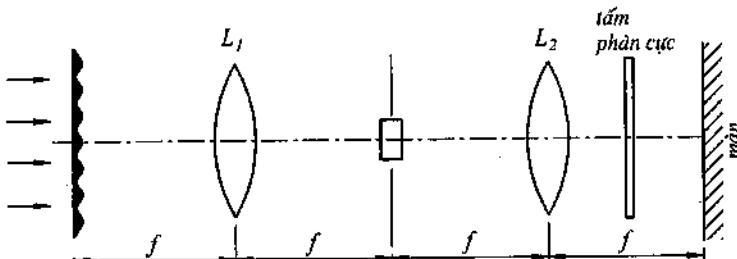
Hình 348

- 9.16. Khi quan sát cấu trúc pha (trong suốt) bằng phương pháp trường tối, trong mặt phẳng tiêu chung các thấu kính L_1 và L_2 (H.348) trên quang trục người ta đặt một dây dẫn P . Xác định đường kính cho phép (d_{\max} và d_{\min}) của một cách tử hình sin chu kỳ $\Lambda = 2 \text{ mm}$, được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Đường kính thấu kính L_2 là $D = 2 \text{ cm}$, tiêu cự $f = 20 \text{ cm}$.

- 9.17. Một trong các phương pháp quan sát các cấu trúc pha (trong suốt) là: tại mặt phẳng tiêu chung của hai thấu kính L_1 và L_2 trên quang trục người ta đặt một tấm trong suốt P làm chậm pha $\pi/2$ (H.349). Tìm sự phân bố cường độ $I(x)$ trong mặt phẳng ảnh (trong mặt phẳng tiêu phía sau thấu kính L_2), nếu vật nghiên cứu là một cách tử pha hình sin với hệ số truyền biên độ $r(x) = \exp(im \cos \Omega x)$, $m \ll 1$ - nằm trong mặt phẳng tiêu phía trước của thấu kính L_1 . Sự phân bố cường độ sẽ thay đổi như thế nào nếu sử dụng tấm làm chậm pha $3\pi/2$? Độ tương phản thay đổi như thế nào, nếu như tấm có hệ số hấp thụ k ?



Hình 349

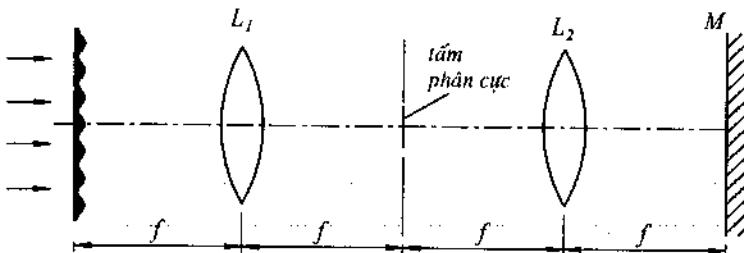


Hình 350

- 9.18. Một cách tử pha hình sin có độ sâu biến diệu $m \ll 1$ được đặt trên mặt phẳng tiêu phía trước của thấu kính L_1 và được chiếu bằng chùm tia sáng phân cực thẳng đơn sắc song song, bước sóng λ . Xác định độ dày và hướng của tấm tinh thể nhỏ đặt trong mặt phẳng Furie (H.350) sao cho khi đó độ tương phản (độ rõ) của ảnh trên màn là lớn nhất. Độ

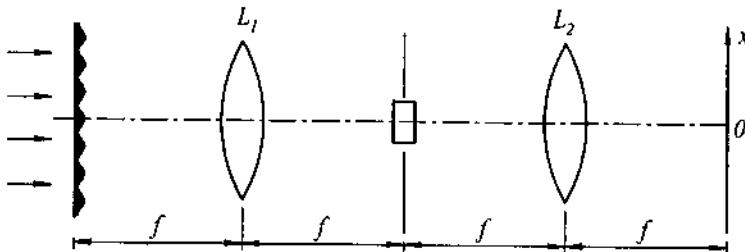
tương phản lớn nhất và nhỏ nhất khi quay tấm phân cực quanh quang trục (tấm phân cực nằm giữa thấu kính L_2 và màn) bằng bao nhiêu?

- 9.19. Để quan sát vật thể pha (trong suốt) trong mặt phẳng tiêu chung của các thấu kính L_1 và L_2 người ta đặt trên quang trục một tấm phân cực lý tưởng nhỏ, nó làm cho ánh sáng đi qua bị chậm pha 2π (H.351). Xác định độ rõ của ảnh giao thoa trong mặt phẳng tiêu sau của thấu kính L_2 nếu chiếu chùm tia sáng phẳng đơn sắc, phân cực tròn lên cách tử pha có hệ số truyền biên độ $\tau(x) = \exp(i.0.2.\cos\Omega t)$ được đặt ở mặt phẳng tiêu trước của thấu kính L_1 .



Hình 351

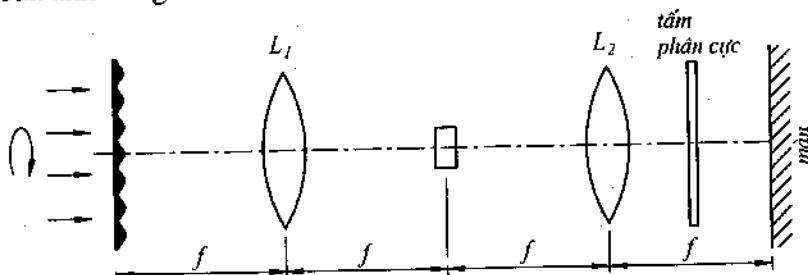
- 9.20. Một cách tử biên độ hình sin có hệ số truyền biên độ $\tau(x) = (1 + \cos\Omega x)/2$ được đặt trên mặt phẳng tiêu của L_1 (H.352) và được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng (bước sóng λ). Hỏi độ tương phản của ảnh trên mặt phẳng Ox bằng bao nhiêu, nếu trong mặt phẳng tiêu chung của hai thấu kính trên quang trục người ta đặt một tấm trong suốt làm chậm pha $\pi/2$ (thoả mãn điều kiện $(n-1)d = m\lambda + \lambda/4$)?



Hình 352

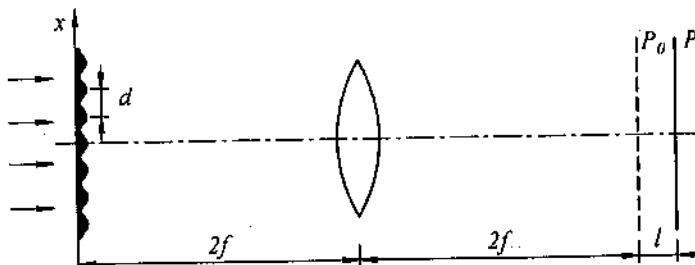
- 9.21. Một cách tử có hệ số truyền qua $\tau(x) = 1 + m\cos\Omega x$, $m < 1$ đặt trên mặt phẳng đầu vào của sơ đồ Catron (H.353) được chiếu bằng chùm sáng song song đơn sắc, bước sóng λ . Xác định độ dày của tấm tinh thể nhỏ đặt trên trục của hệ trong mặt phẳng Furie

và sự định hướng tương hỗ cho phép giữa tấm phân cực và tấm tinh thể nếu độ tương phản (độ rõ) của ảnh trên màn là cực đại. Độ tương phản của ảnh bằng bao nhiêu nếu sau đó quay tấm phân cực một góc 90° ?



Hình 353

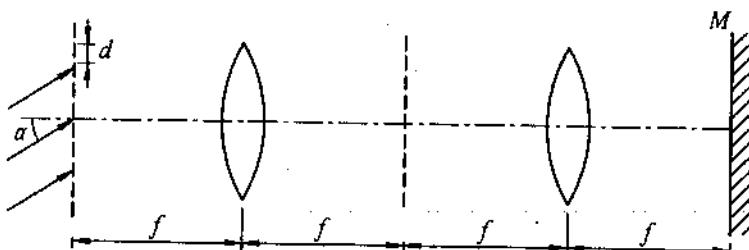
- 9.22. Một trong những phương pháp quan sát các vật thể pha (trong suốt) là: mặt phẳng quan sát P dịch chuyển một khoảng l so với mặt phẳng liên hợp với vật thể P_0 (tức là mặt phẳng chứa ảnh của vật thể theo quang hình học) (H.354). Khi đó độ tương phản của ảnh thay đổi tuần hoàn khi l biến thiên. Tìm chu kỳ d của cách tử pha hình sin, nếu trong sơ đồ cho trên hình vẽ, ảnh rõ nhận được lần đầu khi $l_1 = \Delta L$. Với những giá trị khác nào của l thì ảnh sẽ thấy rõ?



Hình 354

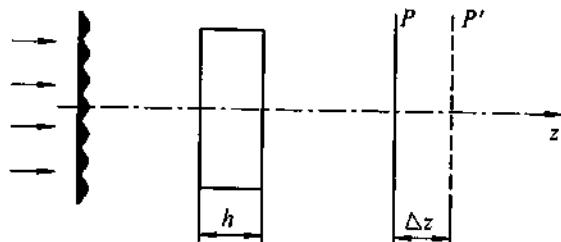
- 9.23. Trong sơ đồ quang học (H.355) đối tượng nghiên cứu là một cách tử nhiễu xạ có số vạch lớn và có bước bằng d . Cách tử được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng đơn sắc. Nếu trong mặt phẳng tiêu chung của hai thấu kính người ta đặt một cách tử tương tự thì ảnh nhận được của cách tử thứ nhất không đổi. Xác định khoảng thời gian tối thiểu τ giữa các thời điểm xuất hiện ảnh của cách tử, nếu góc tới của sóng sau đó thay đổi theo quy luật $\alpha(t) = 2(\lambda/d)\sin(2\pi ft)$, trong đó tần số $f = 1\text{ Hz}$, $\lambda/d \ll 1$. Giả thiết rằng đối với bước dã cho của cách tử thì tiêu cự của các thấu kính là cực tiểu.

- 9.24. Trong sơ đồ quang học (H.355) đối tượng nghiên cứu là một cách tử nhiễu xạ có số vạch lớn và có bước bằng d_1 . Cách tử được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng đơn sắc. Nếu trong mặt phẳng tiêu chung của hai thấu kính đặt một cách tử có bước lớn gấp đôi cách tử thứ nhất $d_2 = 2d_1$, thì ảnh nhận được của cách tử thứ nhất không đổi. Xác định khoảng thời gian tối thiểu τ giữa các thời điểm xuất hiện ảnh của cách tử, nếu góc tới của sóng sau đó thay đổi theo hàm $\alpha(t) = 2(\lambda/d_1)\sin(2\pi ft)$, trong đó tần số $f = 1 \text{ Hz}$, $\lambda/d_1 \ll 1$. Giả thiết rằng đối với bước dã cho của cách tử thì tiêu cự của các thấu kính là cực tiểu.



Hình 355

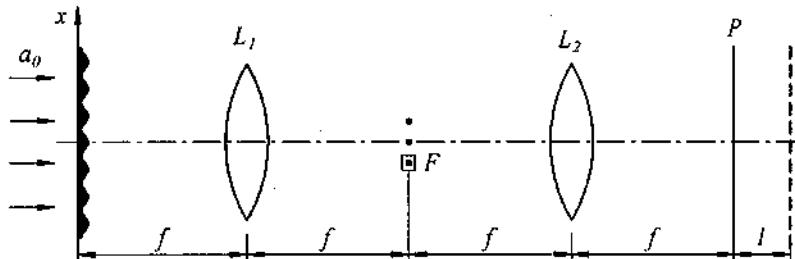
- 9.25. Khi chiếu vuông góc một chùm tia sáng song song đơn sắc vào một cách tử biên độ hình sin thì trong các mặt phẳng tự sao chụp P sẽ tái tạo lại ảnh của nó (H.356). Nếu sau cách tử đặt một tấm đồng chất phẳng song song dày $h = 30 \text{ mm}$, chiết suất n thì tất cả các mặt phẳng ảnh di chuyển theo trục z một lượng $\Delta z = 10 \text{ mm}$. Hãy xác định n , nếu tỉ số giữa bước sóng λ và chu kỳ d của cách tử là rất nhỏ ($\lambda/d \ll 1$).



Hình 356

- 9.26. Một cách tử nhiễu xạ kích thước L , chu kỳ d được chiếu vuông góc bằng chùm tia sáng phẳng (bước sóng $\lambda \ll d$). Ảnh của nó được tái tạo trong các mặt phẳng tự sao. Xác định số ảnh quan sát được sau cách tử mà trong đó vẫn phân biệt được cấu trúc của nó (cách tử).
- 9.27. Khi quan sát bằng phương pháp tương phản pha một cách tử pha hình sin với hệ số truyền biên độ $\tau(x) = e^{im \cos \Omega x}$, $m \ll 1$, do nhầm

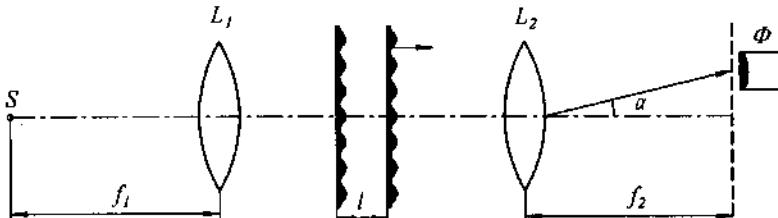
người ta đặt tấm pha F che mất một trong các cực đại nhiễu xạ bậc một trong mặt phẳng tiêu chung (H.357). Tim sự phân bố trường trong mặt phẳng ảnh P . Cần phải dịch chuyển mặt phẳng ảnh một khoảng tối thiểu l bằng bao nhiêu để thấy ảnh nguyên vẹn của cách tử? Làm rõ lời giải bằng giản đồ vectơ. Giả thiết các góc nhiễu xạ rất nhỏ. Bước sóng λ .



Hình 357

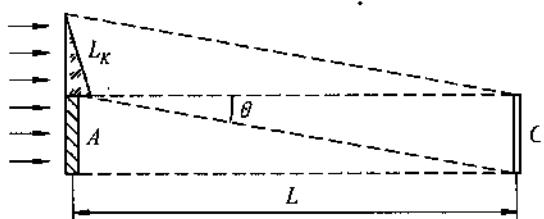
- 9.28. Hai cách tử được đặt kế tiếp và tiếp xúc nhau với các hệ số truyền qua $\tau_1 = (1 + \cos \Omega x)/2$ và $\tau_2(x) = \exp(im \cos \Omega x)$, $m \ll 1$ và được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng đơn sắc. Tỉ số giữa các cường độ sóng nhiễu xạ bậc ± 1 thay đổi như thế nào nếu dịch cách tử thứ nhất theo trục x một phần tư chu kỳ? Hiệu pha dao động của trường trong các nhiễu xạ bậc ± 1 bằng bao nhiêu?
- 9.29. Sóng phẳng đơn sắc (bước sóng $\lambda = 5000 \text{ \AA}$) nhiễu xạ trên một cách tử biên độ hình sin, sau đó đi qua giao thoa kế Fabri - Pero với khoảng cách giữa các gương $L = 2 \text{ cm}$. Hỏi với chu kỳ d cực đại nào của cách tử thì độ tương phản của ảnh giao thoa trong mặt phẳng quan sát sẽ lớn nhất?
- 9.30. Một hệ quang học gồm hai thấu kính giống nhau với mặt phẳng tiêu chung; f là tiêu cự của các thấu kính. Cách tử biên độ hình sin nằm trong mặt phẳng tiêu phía trước của thấu kính thứ nhất, ảnh của nó quan sát trong mặt phẳng tiêu sau của thấu kính thứ hai. Hỏi tính chất của ảnh phụ thuộc vào tỉ số giữa tần số Ω của cách tử và đường kính D của thấu kính như thế nào?
- 9.31. Ánh sáng từ một nguồn điểm chuẩn đơn sắc S được làm chuẩn bằng kính vật L_1 và chiếu lên hệ hai cách tử nhiễu xạ pha giống nhau (H.358). Khi dịch chuyển theo phương ngang một trong những cách tử thì máy thu quang học Φ ghi được cường độ dao động tại cực đại

nhiều xạ thứ nhất. Giả thiết các góc nhiễu xạ rất nhỏ, xác định bước sóng λ của nguồn và độ rộng của phổ bức xạ $\Delta\lambda$, nếu biết rằng cường độ cực tiểu đầu tiên quan sát được khi khoảng cách giữa các cách tử $L = L_1 = 2$ cm, còn biên độ dao động bằng không khi $L \geq L_2 = 20$ cm. Chu kỳ của cách tử $d = 10^{-2}$ cm.



Hình 358

- 9.32. Khi tạo ảnh toàn cảnh của một vật phẳng A trong bức xạ laser, một chùm tia sáng được tạo ra bằng lăng kính L_K nằm trong mặt phẳng của vật (H.359). Ảnh ảo và ảnh thật của vật nằm ở đâu khi chiếu sáng toàn cảnh màn G ? Bức xạ laser giả thiết là sóng phẳng đơn sắc. Góc lệch tia sáng qua lăng kính bằng θ . Khoảng cách từ vật đến màn G là L .

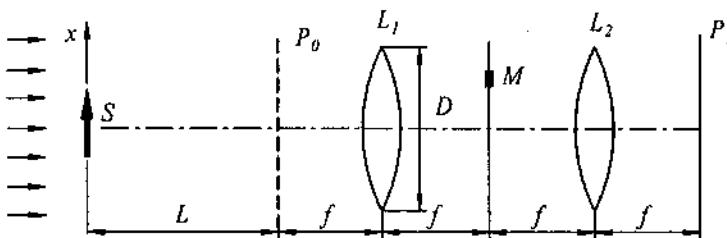


Hình 359

- 9.33. Tìm hệ số truyền biên độ $\tau(x)$ của ảnh ba chiều của một nguồn sáng điểm, nếu sử dụng sóng phẳng chiếu vuông góc lên mặt phẳng màn ảnh làm sóng nền. Khoảng cách từ nguồn đến màn là L . Giả thiết độ trong suốt của ảnh ba chiều tỷ lệ thuận với cường độ sáng khi tạo ảnh. Tìm vị trí của ảnh thực và ảnh ảo khi tái tạo ảnh bằng sóng phẳng. Vị trí của ảnh được tạo lại thay đổi như thế nào, nếu khi tạo ảnh sử dụng chùm tia làm nền nghiêng một góc θ ? Xác định kích thước tối thiểu của ảnh ba chiều a_{min} để có thể sử dụng hết năng suất phân giải n [vạch/mm] của màng thuỷ ảnh. Tìm kích thước b của ảnh tạo lại.
- 9.34. Ảnh ba chiều được ghi trên một tấm có bán kính $r = 5$ cm. Chiếu bằng ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ vào tấm này nhận được ảnh ở khoảng cách $L = 1$ m. Tìm độ không thuần nhất cho phép của ánh

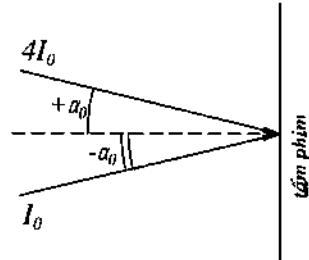
sáng $\Delta\lambda$ để vẫn có thể sử dụng hết năng suất phân giải lý thuyết của ảnh ba chiều.

- 9.35. Người ta nhận được ảnh ba chiều của một vật thể không lớn nằm cách ảnh một khoảng $L = 50$ cm. Hỏi kích thước D của tấm phim phải bằng bao nhiêu để có thể phân biệt trên ảnh các chi tiết có kích thước $b \approx 0,01$ mm. Độ không đơn sắc $\Delta\lambda$ của ánh sáng khi tạo ảnh ba chiều cho phép đến bao nhiêu? Bước sóng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.
- 9.36. Khi tạo ảnh ba chiều của một vật nằm ở khoảng cách $L = 1$ m người ta sử dụng bức xạ laser He - Ne ($\lambda \approx 6300 \text{\AA}$). Ảnh được tái tạo lại bằng nguồn chuẩn đơn sắc với độ rộng góc $\alpha = 10^{-4}$ rad. Kích thước nhỏ nhất của các chi tiết trên ảnh tái tạo lại bằng bao nhiêu? Độ đơn sắc của ánh sáng cần phải có bằng bao nhiêu?
- 9.37. Bức xạ laser He - Ne ($\lambda \approx 6300 \text{\AA}$) được sử dụng để tạo ảnh ba chiều. Khoảng cách từ vật đến ảnh $L = 1$ m. Hỏi kích thước tối thiểu của chi tiết d có thể tái tạo được bằng một nguồn sáng không đơn sắc với độ rộng dải $\Delta\lambda = 9 \text{\AA}$ bằng bao nhiêu? Kích thước D cần thiết của ảnh ba chiều khi đó bằng bao nhiêu?
- 9.38. Một chất điểm chuyển động song song với một tấm phim ghi ảnh ba chiều của nó. Xác định vận tốc v của chất điểm để ảnh có số vân tròn cực đại. Chất điểm và ảnh được chiếu sáng bằng sóng phẳng có bước sóng $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ vuông góc mặt phẳng tấm phim. Kích thước tấm phim $D = 0,1$ m, khoảng cách giữa chất điểm và tấm phim $L = 1$ m, thời gian lộ sáng $\tau = 0,01$ s. Tìm năng suất phân giải của ảnh ba chiều ΔI theo hướng chuyển động của vật.
- 9.39. Để ghi ảnh ba chiều không cần tia nền người ta sử dụng sơ đồ được mô tả trên hình 360. Vật S được chiếu sáng bằng chùm tia đơn sắc song song λ nằm cách mặt phẳng đầu P_0 một khoảng L , còn tấm phim (ảnh ba chiều) nằm trong mặt phẳng cuối P_1 . Tại một điểm trong mặt phẳng Furie (mặt phẳng tiêu chung) của thấu kính L_1 và L_2 đặt một màn nhỏ M không trong suốt. Giả thiết vật S là cách tử hình sin có hệ số truyền $\tau(x) = (1 + \cos \Omega x)/2$ và màn M che mất cực đại nhiễu xạ thứ nhất. Tìm sự phân bố cường độ trên ảnh ba chiều, giả thiết đường kính các thấu kính cho trước và bằng D . Tìm vị trí các ảnh tái tạo lại (để tái tạo ảnh sử dụng sóng phẳng chiếu vuông góc lên ảnh ba chiều). Xác định kích thước cần thiết của màn M không trong suốt.



Hình 360

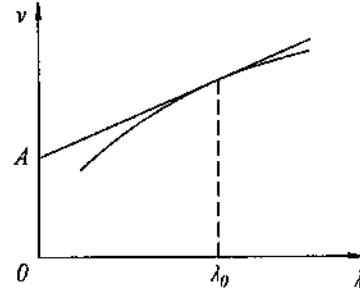
- 9.40. Để ghi ảnh ba chiều lên phim có chiều dày lớp thuốc ảnh $h = 5 \mu\text{m}$ người ta chiếu hai sóng phẳng đơn sắc ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$) có cùng biên độ. Một sóng (sóng nền) chiếu vuông góc lên tấm phim, sóng thứ hai (qua vật thể) chiếu dưới góc $\alpha = 60^\circ$ so với pháp tuyến phim. Giả thiết chiết suất của màng thuốc ảnh $n = 1$. Hãy xác định khoảng cách giữa các lớp có độ đèn thuốc ảnh cực đại (cực đại giao thoa). Tia sáng chiếu tới tấm phim theo pháp tuyến sẽ đi qua bao nhiêu lớp như vậy?
- 9.41. Cách tử nhiễu xạ nổi (ba chiều) được tạo bằng cách chụp ảnh các vân giao thoa thu được trong bức xạ laser lên một tấm phim có năng suất phân giải cao. Giả sử hai chùm bức xạ laser rộng bước sóng λ chiếu lên tấm phim phẳng dưới các góc $+\alpha$ và $-\alpha$ (H.361). Cường độ bức xạ trong hai chùm tia lần lượt là $4I_0$ và I_0 . Sau khi tráng phim và xử lý tấm phim, người ta chiếu nó bằng chùm tia cường độ $4I_0$ và có cùng bước sóng λ . Chùm tia này chiếu tới bề mặt của cách tử nổi vừa nhận được trên dây dưới góc α so với pháp tuyến. Giả thiết độ trong suốt biên độ của cách tử tỷ lệ với cường độ sáng khi tạo ảnh, hãy xác định phổ của sóng phẳng sau khi qua cách tử.



Hình 361

§10. HIỆN TƯỢNG TÁC SẮC ÁNH SÁNG. HIỆU ỨNG DOPPLER TRONG QUANG HỌC

- 10.1.** Sau khi xét xung dạng chồng chất của hai sóng điệu hoà $\sin(\omega t - kx)$ và $\sin(\omega' t - k' x)$, tìm vận tốc nhóm u . Giả thiết rằng $\omega \approx \omega'$, $k \approx k'$.
- 10.2.** Biểu diễn tốc độ nhóm $u = d\omega / dk$ qua vận tốc pha v và $dv/d\lambda$, cũng như qua v và $dn/d\lambda$.
- 10.3.** Sự phụ thuộc của vận tốc pha v vào bước sóng λ được biểu diễn bằng một đường cong (H.362). Hãy chứng minh rằng đoạn OA trên trực v tạo bởi tiếp tuyến với đường cong tại điểm λ_0 bằng vận tốc nhóm đối với bước sóng $\lambda = \lambda_0$ (biểu diễn của Erenfest).
- 10.4.** Nhiều loạn của sóng phẳng lan truyền trong môi trường theo quy luật tán sắc tuyến tính $v = a + b\lambda$, trong đó v là vận tốc pha, a và b là các hằng số. Hãy chứng minh rằng bất cứ nhiễu loạn nào thì dạng của nó, dù thay đổi liên tục vẫn sẽ được khôi phục một cách tuần hoàn sau mỗi khoảng thời gian $\tau = d\lambda / dv = 1/b$. Chứng minh rằng tỉ số giữa quãng đường S mà sóng nhiễu loạn đi được trong thời gian τ trên và độ lớn của τ đúng bằng vận tốc nhóm.



Hình 362

Hướng dẫn. Bất cứ nhiễu loạn phẳng nào tại một thời điểm bất kỳ đều có thể thu được bằng cách chồng chất các dao động hình sin. Mỗi dao động sin di chuyển theo một hướng cố định với vận tốc pha của mình. Do đó dạng của nhiễu loạn luôn thay đổi. Khẳng định trong bài tập có thể chứng minh được nếu chỉ ra được rằng tồn tại khoảng thời gian τ để sau khi nó trôi qua thì vị trí tương đối ban đầu của các dao động sin được khôi phục lại. Chỉ cần lập luận đối với ba dao động hình sin là đủ, sự tổng quát hoá cho số lớn hơn các dao động là không có gì đặc biệt.

- 10.5.** Tính vận tốc nhóm u đối với các quy luật tán sắc khác nhau (v là vận tốc pha):

- a) $v = a$ ($a = \text{const}$) - môi trường không tán sắc, ví dụ sóng âm trong không khí;
- b) $v = a\sqrt{\lambda}$ - sóng trên mặt nước do lực hấp dẫn sinh ra (sóng hấp dẫn);
- c) $v = a/\sqrt{\lambda}$ - sóng mao dãy;
- d) $v = a/\lambda$ - dao động ngang của thanh;
- e) $v = \sqrt{c^2 + b^2\lambda^2}$ - sóng điện từ trong tầng iôn (c là vận tốc ánh sáng trong chân không, λ - bước sóng ánh sáng trong môi trường, xem bài 10.16);
- f) $v = c\omega / \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - c^2 \alpha^2}$ - sóng điện từ trong ống dẫn sóng thẳng chứa đầy môi trường tán sắc với hằng số điện môi $\epsilon = \epsilon(\omega)$ và hằng số từ thấm $\mu = \mu(\omega)$ (c là vận tốc ánh sáng trong chân không, α là hằng số phụ thuộc vào kích thước và hình dáng tiết diện của ống dẫn sóng).

- 10.6.** Với quy luật tán sắc nào của môi trường không từ tính $\epsilon = \epsilon(\omega)$ lắp đầy một ống dẫn sóng thẳng hoặc không gian vô hạn thì mối liên hệ giữa vận tốc pha và vận tốc nhóm của sóng điện từ có dạng $v_n = c^2$?
- 10.7.** Hãy chứng tỏ rằng trong điều kiện của bài tập trước và cả trong trường hợp khi bên trong ống dẫn sóng là chân không thì vận tốc pha của sóng điện từ trong ống dẫn sóng lớn hơn vận tốc ánh sáng trong chân không.
- 10.8.** Tìm vận tốc nhóm n của bức xạ Roentgen trong môi trường nếu góc giới hạn phản xạ trong toàn phần khi những sóng này chiếu từ không khí đến môi trường bằng α . Chiết suất của các sóng Roentgen xác định bởi hệ thức $n^2 = 1 - \omega_0^2 / \omega^2$, trong đó ω_0 là hằng số.
- 10.9.** Michelson đo vận tốc ánh sáng trong cacbondisulfua theo phương pháp gương quay. Chiết suất của cacbondisulfua đổi với bước sóng trung bình của phổ nhìn thấy là $n = 1,64$, còn đại lượng $1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} = 0,93$. Hỏi tỉ số giữa vận tốc ánh sáng trong chân không và vận tốc ánh sáng trong cacbondisulfua do được bằng phương pháp trên bằng bao nhiêu?
- 10.10.** Tìm công thức tính hằng số điện môi $\epsilon(\omega)$ của khí iôn hoá trong điện trường đơn sắc $E = E_0 \cos \omega t$. Bỏ qua sự va chạm của electron và iôn.
- 10.11.** Chiết suất có thể nhỏ hơn một được không?

- 10.12.** Hệ số điện môi của plasma $\epsilon(\omega)$ (xem bài 10.10) là âm nếu $\omega < \omega_0$. Trong trường hợp này chiết suất $n = \sqrt{\epsilon}$ là số ảo. Nêu ý nghĩa vật lý của chiết suất ảo.
- 10.13.** Sóng vô tuyến lan truyền lên phía trên. Hỏi sóng tần số nào có thể đi qua tầng điện ly (tầng iôn)? Những sóng nào sẽ phản xạ toàn phần?
- 10.14.** Tín hiệu vô tuyến tần số $f = \omega/(2\pi)$ được phát lên trên và phản xạ ở độ cao xác định. Xác định mật độ electron tại điểm phản xạ.
- 10.15.** Mật độ electron trên Mặt Trời ở cách ranh giới quang quyển $r = 0,06R$ ($R = 6,95 \cdot 10^{10}$ cm là bán kính Mặt Trời) xấp xỉ bằng $N = 2 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Các sóng vô tuyến từ vùng này của Mặt Trời có thể tới Trái Đất được không, nếu bước sóng (trong chân không) bằng:
- $\lambda = 1 \text{ m}$;
 - $\lambda = 10 \text{ m}$;
 - $\lambda = 50 \text{ m}$.
- 10.16.** Tìm biểu thức tính vận tốc pha của sóng vô tuyến trong tầng điện ly theo sự phụ thuộc vào bước sóng λ trong tầng điện ly (xem bài tập 10.10).
- 10.17.** Một laser CO₂ có bước sóng trung bình $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$ bức xạ hai tần số gần nhau là f_1 và f_2 . Bức xạ laser này trộn trong một tinh thể phi tuyến với bức xạ laser Nd ($\lambda_3 = 1,06 \mu\text{m}$). Sự phân tích bức xạ trên các tần số tổng hợp ($f_1 + f_3$ và $f_2 + f_3$) cho thấy rằng các bước sóng tương ứng với chúng cách nhau $\delta\lambda = 0,5 \text{ nm}$. Hãy xác định hiệu bước sóng $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ của bức xạ laser.
- 10.18*.** Chiết suất của tầng điện ly đối với sóng vô tuyến tần số $f = 10 \text{ MHz}$ là $n = 0,90$. Tìm mật độ electron trong tầng điện ly và vận tốc pha v , vận tốc nhóm c đối với các sóng vô tuyến này.
- 10.19.** Khi nghiên cứu quá trình sóng điện từ phẳng tần số $f = 8 \text{ MHz}$ qua các tầng plasma phẳng đồng nhất với mật độ electron tự do $N = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, người ta phát hiện ra rằng năng lượng của các sóng khác nhau 10 lần đối với các tầng có độ dày khác nhau hai lần. Bỏ qua cường độ của sóng phản xạ từ mặt sau của mỗi tầng, hãy tìm các độ dày d_1 và d_2 của chúng.
- 10.20.** Khi đánh giá đặc trưng tổng cộng và đặc trưng trung bình của plasma giữa các sao, có thể sử dụng sự kiện thực nghiệm được xác lập ngay

sau khi phát hiện xung động vũ trụ. Do sự tán sắc của plasma nên các xung bức xạ vô tuyến của những xung động ở các tần số thấp thường chậm so với các xung ở tần số cao. Xét một ví dụ lý tưởng sau đây. Hai tín hiệu đơn sắc có bước sóng $\lambda_1 = 3\text{ cm}$, $\lambda_2 = 5\text{ cm}$ truyền trong plasma. Xác định tổng số n electron tự do trên đường đi của các tín hiệu (tức là số electron trong một hình trụ có diện tích 1cm^2 và có chiều cao bằng khoảng cách từ nguồn đến máy thu), nếu hai tín hiệu được phát đồng thời và sau đó chậm nhau $\Delta t = 10^{-5}\text{s}$. Mật độ electron dù thay đổi dọc theo đường đi của các tín hiệu nhưng chiết suất tại mọi điểm đều xấp xỉ bằng 1. Xác định mật độ trung bình N của các electron tự do trên đường đi của các tín hiệu, nếu độ chậm tương đối của chúng $\Delta t / t_0 = 10^{-15}$ (t_0 là thời gian truyền từ nguồn đến máy thu).

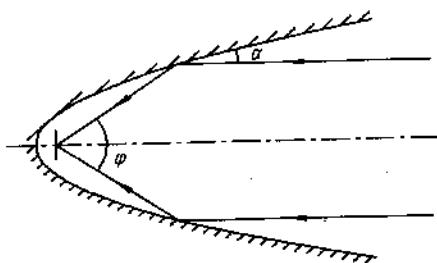
- 10.21.** Bức xạ xung của nguồn xung vũ trụ CP1919+21 ở tần số $f_1 = 80\text{ MHz}$ đi đến Trái Đất chậm $\Delta t = 7\text{ s}$ so với xung tương đương ở tần số $f_2 = 2000\text{ MHz}$. Tìm khoảng cách L từ Trái Đất đến nguồn, nếu giả thiết mật độ electron trung bình trong khoảng không gian giữa các sao là $N \approx 0,05\text{cm}^{-3}$.
- 10.22.** Người ta đo vận tốc tên lửa khi phóng thẳng đứng bằng vô tuyến định vị xung, đặt tại điểm phóng. Trên màn vô tuyến theo trực thời gian ghi lại thời điểm phát hai xung liên tiếp và thời điểm thu chúng sau khi phản xạ từ tên lửa. Vì không biết chính xác vận tốc truyền sóng vô tuyến trong tầng điện ly nên xuất hiện sai số khi xác định vận tốc tên lửa. Tìm sai số tương đối ($\Delta v/v$) khi xác định vận tốc tên lửa, biết rằng mật độ cực đại của các electron trong tầng điện ly $N = 10^6\text{cm}^{-3}$, tần số làm việc của vô tuyến định vị $f = 400\text{ MHz}$.
- 10.23***. Để kiểm tra Thuyết tương đối người ta sử dụng sóng vô tuyến để đo chính xác các thông số của quỹ đạo vệ tinh Trái Đất. Tuy nhiên do sự khúc xạ của sóng vô tuyến trong tầng điện ly có mật độ electron trung bình $N = 10^5\text{cm}^{-3}$ nên xuất hiện các sai số đo. Xác định tần số nhỏ nhất f_{\min} cần thiết để thực hiện được các phép đo này.
- 10.24.** Xác định số electron tự do trong nguyên tử bạc Ag nếu màng bạc trong suốt đối với tia tử ngoại bắt đầu từ năng lượng $\epsilon = 5\text{ eV}$. Nguyên tử khối của bạc $A = 108$, khối lượng riêng $\rho = 10,5\text{ g/cm}^3$.

10.25. Chùm tia Roentgen song song bước sóng $\lambda = 0,1$ nm chiếu tới một thấu kính mỏng hai mặt lồi làm từ Beri (khối lượng riêng của Beri $\rho = 1,85 \text{ g/cm}^3$, số thứ tự $Z = 4$, nguyên tử khối $A = 9$) với hai mặt có cùng bán kính cong $R = 40 \text{ cm}$. Giả thiết đường kính thấu kính $D = 9 \text{ cm}$, tìm góc phản kỳ φ của chùm tia sau khi qua thấu kính.

10.26. Sóng phẳng $\lambda = 100 \text{ \AA}$ (từ laser Roentgen) chiếu lên một màn làm từ ${}^9\text{Be}$ (khối lượng riêng của Be $\rho = 1,85 \text{ g/cm}^3$). Trên màn có một lỗ tròn đường kính $d = 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$. Khoảng cách đến điểm quan sát P là $L = 1 \text{ m}$. Xác định độ dày h của màn khi cường độ tại điểm P cực đại (bỏ qua sự hấp thụ và phản xạ). Xác định trị số của cường độ cực đại (đối với bức xạ Roentgen các electron Be có thể coi như tự do).

10.27. Sóng phẳng đơn sắc $\lambda = 100 \text{ \AA}$ (từ bức xạ laser Roentgen) chiếu lên một tấm tròn từ ${}^9\text{Be}$ (khối lượng riêng của Be $\rho = 1,85 \text{ g/cm}^3$). Khoảng cách đến điểm quan sát P là $L = 1 \text{ m}$. Xác định đường kính và độ dày của tấm để cường độ tại P cực đại. Xác định giá trị cực đại đó. Bỏ qua sự hấp thụ trong tấm (đối với bức xạ Roentgen các electron Be có thể coi như tự do).

10.28*. Một gương, mà nó có dạng parabol xoay bị kéo căng, điều tiêu tia Roentgen mềm nhòe sự phản xạ toàn phần bên trong khi tia đến dưới các góc trượt α cách xa đỉnh parabol (H.363). Xác định góc hội tụ φ của các tia tại tiêu điểm của gương đối với bức xạ Roentgen có năng lượng 2 keV , nếu gương được làm từ ${}^9\text{Be}$ (khối lượng riêng của Be $\rho = 1,85 \text{ g/cm}^3$, Số thứ tự $Z = 4$, khối lượng nguyên tử $A = 9$).

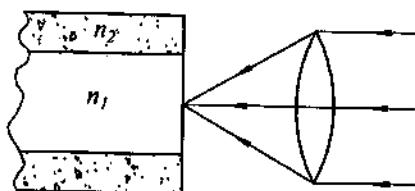


Hình 363

10.29. Bức xạ Roentgen chiếu lên bề mặt một tấm sắt ${}^{56}\text{Fe}$ (khối lượng riêng của sắt $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$, số thứ tự $Z = 26$, khối lượng nguyên tử $A = 56$). Giả thiết rằng đối với bức xạ đủ rắn các electron của chất có thể xem như là electron tự do. Hỏi chiết suất của sắt đối với bức xạ Roentgen có bước sóng trong chân không $\lambda = 8,6 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ khác đơn vị (khác 1) bao nhiêu lần? Tìm góc trượt β khi bức xạ phản xạ toàn phần “ngoài” trên bề mặt tấm sắt.

10.30*. Xác định công suất N để một tia laser đường kính $d = 1\text{ mm}$ gây ra sự đánh thủng điện của khí. Quãng đường tự do của các electron trong khí ở điều kiện thí nghiệm là $l_{qd} = 10^{-4}\text{ cm}$, điện thế iôn hoá của khí $U = 10\text{ V}$, bước sóng bức xạ $\lambda \approx 5.10^{-5}\text{ cm}$.

10.31. Cáp quang có dạng trụ thuỷ tinh (lõi) với chiết suất n_1 được bao quanh bằng một lớp vỏ chiết suất n_2 (H.364). Người ta sử dụng một thấu kính tiêu cự ngắn để dẫn xung ánh sáng từ laser có độ dài xung $\tau = 5.10^{-12}\text{ s}$ vào lõi. Xác định độ dài xung ở đầu ra của cáp dài $L = 100\text{ m}$. Biết rằng đường kính lõi d lớn hơn nhiều so với bước sóng λ . Vận tốc nhóm của ánh sáng trong thuỷ tinh $u = 2.10^8\text{ m/s}$ và $n_1 = 1,02n_2$.



Hình 364

10.32*. Để phát đồng thời nhiều tín hiệu người ta sử dụng vệ tinh địa tĩnh của Trái Đất với vai trò máy phát thứ cấp. Hồi có thể phát đồng thời bao nhiêu kênh điện thoại với dải rộng $\Delta f_1 = 3\text{ kHz}$ bằng đường truyền như trên ở tần số trung bình 10 GHz . Mật độ trung bình các electron tự do trên đường đi của tín hiệu $N = 10^5\text{ cm}^{-3}$. Bỏ qua ảnh hưởng của các iôn.

10.33*. “Ống dẫn Roentgen” có dạng ống mao dẫn rỗng, thành ống làm từ chất rắn (SiO_2). Sự bắt lượng tử Roentgen trong “ống dẫn Roentgen” được thực hiện bằng sự phản xạ toàn phần. Hồi đường kính ống mao dẫn và bán kính cong của “ống dẫn Roentgen” bằng bao nhiêu nếu nó được dùng để truyền tia Roentgen mang năng lượng $\epsilon = 10\text{ keV}$?

10.34*. Tìm chiết suất n của khí và gradient của nó (chiết suất) theo độ cao trên bề mặt sao Kim có khí quyển chứa toàn khí CO_2 với độ phân cực phân tử $\alpha = 2,7.10^{-23}\text{ cm}^3$. Áp suất trên sao Kim $P_0 = 100\text{ atm}$, nhiệt độ $t = 500^\circ\text{C}$. Tìm bán kính cong r của tia sáng lúc đầu phát ra theo phương ngang. Giá trị tìm được có dẫn đến những gì đặc biệt trong khí quyển quang học? Gia tốc rơi tự do trên sao Kim $g_K = 0,84g_{\text{TD}}$.

Hướng dẫn. Bán kính cong của tia ngang xác định bằng biểu thức $\frac{1}{r} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dh}$.

- 10.35.** Cần tăng khối lượng riêng của Trái Đất lên bao nhiêu lần để trong Trái Đất, giống như trên sao Kim, xuất hiện sự khúc xạ tròn? Chiết suất không khí ở áp suất khí quyển (1atm) bằng $n_0 = 1,0003$ (xem bài trước).
- 10.36.** Một tia sáng truyền song song với bề mặt Trái Đất trong trọng trường. Bỏ qua chuyển động của không khí, hãy xác định độ lệch của tia sau quãng đường 1km. Lấy áp suất $P = 1\text{ atm}$, nhiệt độ $T = 300\text{ K}$, chiết suất của không khí $n = 1 + 3 \cdot 10^{-4}$.
- 10.37.** Một thấu kính phẳng lồi bán kính cong $R = 100\text{ cm}$ được chiếu bằng sóng phẳng đơn sắc có tần số tăng theo thời gian theo quy luật $\omega = \omega_0(1 + at)$, $\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \ll 1$, $\lambda_0 = 1\text{ }\mu\text{m}$. Xác định hằng số a nếu tiêu điểm dịch chuyển với vận tốc $v = 3\text{ km/s}$. Chiết suất của thấu kính $n = 1,5$. Sự tán sắc của thấu kính $dn/d\lambda = -10^3\text{ cm}^{-1}$.
- 10.38.** Một xung phân cực thẳng của một bức xạ chuẩn đơn sắc đi qua hộp quang điện Pokkels dài $l = 10\text{ cm}$. Chiết suất của hộp tăng theo quy luật $n(t) = n_0 + \alpha t$. Hỏi độ dài xung và tần số trung bình của nó thay đổi như thế nào khi đi qua hộp nếu $\alpha = 3 \cdot 10^8\text{ s}^{-1}$?
- 10.39.** Chiết suất của một môi trường trong suốt lân cận tần số $\bar{\omega}$ biến thiên theo quy luật $n(\omega) = n_0 - A/(\omega - \omega_0)$, trong đó $n_0 = 1,5$, $\omega_0 = 4 \cdot 10^{14}\text{ s}^{-1}$, $A = \text{const}$, $\omega < \omega_0$. Cho một xung ánh sáng ngắn có tần số trung bình $\bar{\omega}$, độ rộng phổ $\Delta\omega \ll |\bar{\omega} - \omega_0|$ đi qua một lớp chất đó dày $l = 3\text{ cm}$. Biết rằng $|\bar{\omega} - \omega_0| \approx 10^{12}\text{ s}^{-1}$ và $|n(\bar{\omega}) - n_0| \approx 0,01$. Xác định thời gian xung đi qua một lớp chất và so sánh với thời gian đi qua một quãng đường như vậy trong chân không.
- 10.40.** Xác định thời gian để xung ánh sáng đi qua lớp chất dày $l = 1\text{ cm}$, có chiết suất ở lân cận tần số trung bình $\bar{\omega}$ của xung $n(\omega) = n_0 - A(\omega - \omega_0)$, trong đó $\omega_0 = 4 \cdot 10^{14}\text{ s}^{-1}$ là tần số cộng hưởng của nguyên tử lớp chất, $n_0 = 1,5$, A là hằng số. Xét trường hợp $\bar{\omega} < \omega_0$, $|\bar{\omega} - \omega_0| \approx 10^{12}\text{ s}^{-1}$ và $|n(\bar{\omega}) - n_0| \approx 0,1$. Giả thiết chiều rộng phổ của xung $\Delta\omega \ll |\bar{\omega} - \omega_0|$. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng.
- 10.41*.** Để một tín hiệu xung ngắn mô tả bằng hàm $f(t)$ truyền qua môi trường nhiễu xạ mà không bị biến dạng, người ta tạo ở đầu vào môi trường một nhiễu loạn sóng phẳng lặp lại tín hiệu $f(t)$ theo chu kỳ T .

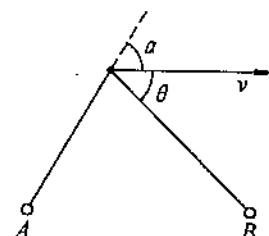
Hỏi ở khoảng cách tối thiểu nào từ mặt phẳng đầu vào sẽ lặp lại tín hiệu không bị biến dạng? Quy luật tán sắc của môi trường trong dải tần của tín hiệu có dạng $k(\omega) = B\omega^2$.

- 10.42.** Đề một tín hiệu xung ngắn mô tả bằng hàm $f(t)$ truyền qua môi trường nhiễu xạ (độ dày L) mà không bị biến dạng người ta tạo ở đầu vào môi trường một nhiễu loạn sóng phẳng lặp lại tín hiệu $f(t)$. Quy luật tán sắc của môi trường trong dải tần của tín hiệu có dạng $k(\omega) = B\omega^2$. Hỏi tần số lặp lại tối thiểu cần thiết phải bằng bao nhiêu để khi ra khỏi môi trường tín hiệu không bị biến dạng?

- 10.43.** Plasma lấp nửa không gian $x > 0$, mật độ electron tăng theo chiều sâu theo hàm $n(x) = \mu x$, $\mu = \text{const}$. Chùm sóng điện từ có tần số trung bình ω chiếu vuông góc với đường biên $x = 0$, xuyên vào plasma và bị phản xạ ở vùng có mật độ tới hạn, sau thời gian τ nào đó nó được ghi lại tại biên $x = 0$. Xác định thời gian τ .

- 10.44.** Tầng điện ly của Trái Đất (ở độ cao $\sim 100\text{km}$), nơi có mật độ electron tự do $N = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ và từ trường không đổi $B = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, sóng điện từ có thể truyền dọc theo đường sức từ trường này ("tiếng rít của khí quyển") theo quy luật tán sắc $k^2 = \frac{4\pi Ne\omega}{cB}$, trong đó k là số sóng, e là diện tích electron, ω là vận tốc góc, c là vận tốc ánh sáng. Tìm vận tốc pha và vận tốc nhóm của các sóng đó nếu $\omega = 10^6 \text{ s}^{-1}$.

- 10.45*.** Từ điểm A (H.365) tia laser tần số f_0 chiếu lên vệ tinh đang bay với vận tốc v . Tia phản xạ được ghi tại điểm B . Tim tần số f của tín hiệu thu được trên Trái Đất. Xác định năng suất phân giải cần thiết R của máy thu quang phổ để tìm được độ hiệu chỉnh tương đối tĩnh đối với sự dịch chuyển tần số.



Hình 365

- 10.46.** Tim nửa độ rộng vạch H_α do hydrô bức xạ ở nhiệt độ 50°C . Giả thiết rằng sự nói rộng vạch chỉ do hiệu ứng Doppler gây ra. Bước sóng vạch H_α là $\lambda = 6563 \text{\AA}$.

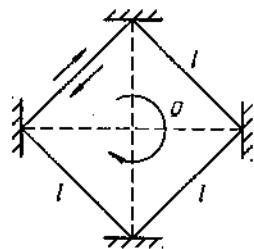
Chú thích. Độ rộng nửa vạch là величина $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_{1/2}$, trong đó λ_0 là bước sóng ứng với tâm vạch, $\lambda_{1/2}$ là bước sóng ứng với $I = I_0/2$.

- 10.47.** Tìm $\Delta\lambda/\lambda$ nếu nguồn chuyển động với vận tốc v trong môi trường có chiết suất n .
- 10.48*.** Bức xạ laser Rubi bị tán xạ trên các dao động âm trong nước. Trong quá trình tán xạ ánh sáng xảy ra dịch chuyển tần Doppler. Hãy xác định số vạch N của một cách tử nhiễu xạ qua đó tại nhiễu xạ bậc một có thể phát hiện được sự dịch chuyển tần số trong ánh sáng tán xạ dưới một góc vuông. Biết vận tốc truyền âm trong nước $v = 1400 \text{ m/s}$, chiết suất của nước $n = 1,3$. Giả thiết trong nước có sóng âm theo tất cả các hướng có thể.
- 10.49.** Một cách tử nhiễu xạ phải có số vạch N bằng bao nhiêu, để có thể phát hiện được sự pha trộn các vạch phổ trong nhiễu xạ bậc hai trong phổ bức xạ Mặt Trời (tại thời điểm nhật thực toàn phần)? Các dữ liệu cần cho tính số có thể thu được nếu biết rằng độ rộng góc của Mặt Trời (khi quan sát từ Trái Đất) $\alpha_{MT} \approx 0,01 \text{ rad}$ và vận tốc chuyển động của Trái Đất trên quỹ đạo $v_{TD} = 30 \text{ km/s}$.
- 10.50.** Các vạch quang phổ do khí nóng bức xạ bị mở rộng do các nguyên tử khí chuyển động với các vận tốc khác nhau so với người quan sát (hiệu ứng Doppler). Giả thiết sự phân bố vận tốc của các nguyên tử là phân bố Maxwell, xác định kích thước L của một cách tử nhiễu xạ có chu kỳ $d = 1 \mu\text{m}$ cần sử dụng để nghiên cứu dạng của các vạch phổ do ^{20}Ne ở nhiệt độ $T = 1000 \text{ K}$ bức xạ.
- 10.51.** Một sao đôi gồm hai sao có khối lượng gần bằng nhau quay quanh một tâm chung với chu kỳ $\tau = 10$ ngày đêm và cách nhau một khoảng $L = 2 \cdot 10^7 \text{ km}$. Hỏi cách tử nhiễu xạ phải có số vạch N bằng bao nhiêu để khi quan sát phổ hyđrô nhìn thấy trong bức xạ của các sao đôi này, có thể phát hiện được chuyển động quay tương đối của hệ trong nhiễu xạ bậc hai? Bằng cách đó về nguyên tắc có thể thấy được chuyển động quay của hệ nếu $\tau = 10$ năm không? Nhiệt độ bề mặt của các sao $T = 6000 \text{ K}$.
- 10.52.** Người ta quan sát được sự thay đổi tuần hoàn trong phổ bức xạ của sao đôi theo hiệu ứng Doppler. Các vạch phổ sau mỗi chu kỳ $T = 10$ ngày đêm lại tách thành hai thành phần. Hiệu bước sóng lớn nhất của hai thành phần của vạch hyđrô $\lambda = 4340 \text{ \AA}$ trong bức xạ của sao đôi này là $\Delta\lambda = 8,84 \text{ \AA}$. Giả thiết rằng sao đôi gồm hai sao giống nhau. Tìm khối lượng và khoảng cách giữa chúng.

10.53*. Hãy xác định bậc của vận tốc v cần thiết để tàu vũ trụ thoát ra khỏi Mặt Trời sao cho nhà du hành ngồi trong tàu với một phô kẽ có cách từ nhiễu xạ có thể thấy được chuyển động của con tàu đối với Mặt Trời khi anh ta quan sát phần phô nhìn thấy của hydro Mặt Trời trong nhiễu xạ bậc hai. Cách tử nhiễu xạ đó phải có số vạch N bằng bao nhiêu? Nhiệt độ bề mặt của Mặt Trời $T = 6000\text{ K}$.

10.54. Trong một hộp cộng hưởng quang gồm có bốn gương phẳng (H.366), các sóng ánh sáng có thể truyền theo các hướng ngược nhau theo chu vi hình vuông cạnh bằng l . Nếu cho hộp cộng hưởng này quay với vận tốc Ω quanh trục vuông góc với mặt phẳng hình vẽ thì các tần số cộng hưởng f đối với những sóng truyền ngược chiều nhau là không bằng nhau. Hãy giải thích hiện tượng và xác định hiệu Δf của các tần số này.

10.55. Xác định nhiệt độ của một đèn hydro đóng vai trò nguồn sáng trong giao thoa kế Michelson, nếu như khi dịch chuyển một trong các gương thì số vân giao thoa cực đại quan sát được bằng $N = 7 \cdot 10^4$. Lúc đầu các gương của giao thoa kế đặt cách đều tấm phân cách. Bỏ qua ảnh hưởng của kích thước nguồn sáng.



Hình 366

§11. SỰ PHÂN CỰC ÁNH SÁNG.

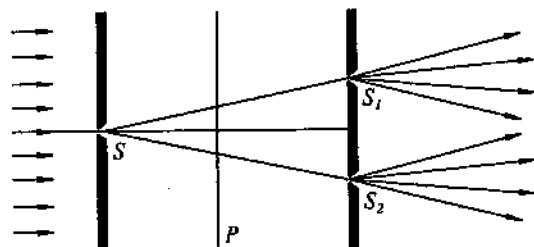
QUANG HỌC TINH THỂ VÀ QUANG HỌC PHI TUYẾN

11.1. Tìm độ dày tối thiểu d của một tấm thạch anh được cắt song song với quang trục để sao cho ánh sáng tới phân cực phẳng sau khi qua nó sẽ phân cực tròn ($n_e = 1,5533$, $n_o = 1,5442$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}\text{ cm}$).

11.2. Với độ dày bằng bao nhiêu thì tấm băng lan (spat Aixølen) là tấm dày một phần tư bước sóng đối với ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 5880\text{ Å}$ và có thể quay mặt phẳng phân cực 90° đối với ánh sáng bước sóng $\lambda_2 = 5740\text{ Å}$? Hiệu chiết suất đối với tia bình thường và dị thường bằng

0,2 cho cả hai bước sóng. Giả thiết tia bình thường và tia dị thường đi theo cùng một hướng.

- 11.3. Chùm tia sáng song song chiếu vuông góc lên tấm băng lan được cắt song song với quang trục. Xác định hiệu quang lô Δ của các tia bình thường và dị thường đi qua tấm. Chiều dày tấm băng 0,03mm, $n_0 = 1,658$, $n_e = 1,486$.
 - 11.4. Chiều dày d nhỏ nhất của một tấm mica bằng bao nhiêu để có thể sử dụng tấm như tấm dày một phần tư bước sóng đối với ánh sáng nguồn Natri, nếu đổi với ánh sáng này các chiết suất của sóng đi vuông góc với tấm lần lượt là $n_1 = 1,5941$, $n_2 = 1,5887$.
 - 11.5. Khi nhìn vật ở xa qua một tấm tinh thể lưỡng chiết, phẳng, song song, tại sao ta thấy một ảnh chữ không phải hai giống như trong trường hợp hai vật được đặt ở gần?
 - 11.6. Một người nhìn vật ở gần qua một tấm lưỡng chiết phẳng, song song làm từ băng lan và thấy hai ảnh thuận phóng to của vật, khi giữa tấm băng lan và vật đặt một thấu kính hội tụ cách vật 4cm. Sau khi đặt một mắt kính thuỷ tinh hội tụ với tụ số 5m^{-1} tiếp xúc với thấu kính thì chỉ còn thấy một ảnh. Hãy xác định tiêu cự f của thấu kính.
 - 11.7. Kính chắn gió và các pha của ô tô được trang bị bằng các tấm phân cực. Cần phải đặt các tấm này như thế nào để lái xe có thể nhìn thấy đường do đèn pha ô tô chiếu sáng và không bị ảnh hưởng nhiều bởi ánh sáng đèn pha của các ô tô chạy ngược chiều?
 - 11.8. Một chùm tia sáng hẹp không phân cực chiếu vuông góc lên một tấm băng lan và sau đó chiếu vuông góc lên tấm băng lan thứ hai có mặt phẳng chính tạo với mặt phẳng chính của tấm thứ nhất một góc 30° . Sau đó ánh sáng chiếu lên màn. Hãy mô tả ảnh nhận được và tìm cường độ tương đối của các vết quan sát được trên màn.
- Chú thích.* Các tấm được cắt sao cho quang trục tạo một góc γ với mặt phẳng tấm. Khi đó $0 \leq \gamma < 90^\circ$.
- 11.9. Trong thí nghiệm giao thoa lâng giữa khe S và hai khe S_1 và S_2 (H.367) đặt một tấm phân cực P có các trục chính song song hoặc vuông góc với hai



Hình 367

khe S_1 và S_2 . Ánh giao thoa trên màn sẽ thay đổi như thế nào nếu các khe S_1 và S_2 được chấn bằng các tần dài nửa bước sóng hướng vuông góc với nhau (song song và vuông góc với các khe)? Điều gì sẽ xảy ra nếu quay tấm P một góc 90° . Sẽ quan sát được ánh thế nào nếu bỏ tấm phân cực P ? Xét bài toán này nếu thay các tần dài nửa bước sóng bằng các tần dài một phần tư bước sóng. Khe S_1 và S_2 giả thiết hẹp (khoảng một bước sóng), còn khoảng cách giữa chúng rất lớn so với độ rộng khe.

- 11.10***. Ánh sáng phân cực thẳng một phần được quan sát qua lăng kính Nicols. Khi quay lăng kính Nicols một góc 60° so với vị trí ứng với độ chói cực đại thì độ chói của chùm sáng giảm đi hai lần. Tìm độ tương phản của vân giao thoa $\Delta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ và tỉ số giữa cường độ của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực thẳng (I_{\max} và I_{\min} là cường độ ánh sáng cực đại và cực tiểu đi qua lăng kính).

- 11.11.** Cường độ của ánh sáng phân cực một phần được quan sát qua lăng kính Nicols thay đổi bao nhiêu lần nếu quay lăng kính một góc 60° so với vị trí ứng với cường độ cực đại? Độ tương phản của vân giao thoa

$$\Delta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 0,5.$$

- 11.12.** Một tấm phân cực truyền qua 30% ánh sáng nếu ánh sáng tự nhiên chiếu vào nó. Sau khi ánh sáng đi qua hai tấm như vậy cường độ ánh sáng còn 9% . Hãy tìm góc φ giữa các trục của hai tấm phân cực.

- 11.13.** Hỗn hợp không kết hợp của ánh sáng phân cực thẳng và ánh sáng phân cực tròn được quan sát qua một tấm phân cực. Người ta tìm được vị trí của tấm phân cực tương ứng với cường độ cực đại của ánh sáng đi qua nó. Khi quay tấm phân cực một góc $\alpha = 30^\circ$ cường độ sáng giảm $p = 20\%$. Tìm tỉ số giữa cường độ ánh sáng phân cực tròn I_r và cường độ ánh sáng phân cực thẳng I_{th} .

- 11.14.** Hỗn hợp không kết hợp của ánh sáng phân cực thẳng và ánh sáng phân cực tròn được quan sát qua một lăng kính Nicols. Người ta tìm được vị trí của ống nhòm tương ứng với cường độ cực đại của ánh sáng đi qua nó. Khi quay lăng kính từ vị trí đó đi một góc quanh trục của chùm sáng thì cường độ ánh sáng đi qua giảm $m = 2$ lần so với cực đại và tăng hai lần so với cực tiểu. Tìm tỉ số giữa cường độ ánh sáng phân cực tròn I_r và cường độ ánh sáng phân cực thẳng I_{th} .

- 11.15.** Kết quả bài 11.14 thay đổi như thế nào nếu ánh sáng phân cực thẳng và ánh sáng phân cực tròn là kết hợp?
- 11.16.** Hỗn hợp giữa ánh sáng phân cực tròn và ánh sáng tự nhiên được quan sát qua tấm tinh thể dày $1/4$ bước sóng và qua lăng kính Nicols. Khi quay lăng kính quanh trục của chùm sáng người ta tìm được vị trí mà cường độ cực đại của ánh sáng qua hệ gấp $m = 3$ lần cường độ cực tiểu. Tìm tỉ số giữa cường độ ánh sáng phân cực tròn I_r và cường độ ánh sáng tự nhiên I_n .
- 11.17.** Chùm sáng đơn sắc song song có bước sóng λ , phân cực tròn phải, được chiếu vuông góc lên tấm dày nửa bước sóng. Tìm trạng thái phân cực của ánh sáng sau khi đi qua tấm này.
- 11.18.** Chùm sáng đơn sắc song song bước sóng λ , phân cực tròn phải, được chiếu vuông góc lên một tấm phân cực, sau đó lên tấm dày nửa bước sóng. Mặt phẳng chính của tấm phân cực (có chứa vectơ diện của sóng truyền qua nó) hợp với trục của tấm một góc α . Tìm trạng thái phân cực của ánh sáng sau khi đi qua tấm dày nửa bước sóng.
- 11.19*.** Chùm sáng đơn sắc song song đi qua hai lăng kính Nicols có các mặt phẳng chính xoay tương đối với nhau một góc $\alpha = 20^\circ$. Giữa hai lăng kính đặt một tấm tinh thể đồng trục được cắt song song với quang trục và làm thay đổi hiệu quang lộ $\lambda/2$ giữa tia sáng bình thường và tia dị thường. Hỏi góc β giữa quang trục của tấm và hướng chính của lăng kính thứ nhất phải bằng bao nhiêu để ánh sáng không đi qua hệ này?
- 11.20.** Để so sánh độ chói của hai mặt được chiếu bằng ánh sáng không phân cực, người ta quan sát trực tiếp một trong hai mặt, còn mặt kia qua hai lăng kính Nicols. Hỏi tỉ số giữa các độ chói bằng bao nhiêu nếu độ rọi của hai mặt xem như bằng nhau khi góc giữa hai lăng kính $\alpha = 60^\circ$? Giả thiết sự mất mát ánh sáng trong mỗi lăng kính do sự phản xạ và hấp thụ chiếm $p = 10\%$ ánh sáng tới.
- 11.21.** Một chùm ánh sáng song song nằm ngang, phân cực elíp. Khi đi qua tấm dày $\lambda/4$ bước sóng với hướng xác định, ánh sáng trở thành phân cực thẳng dưới góc $\alpha_1 = 23^\circ$ so với phương thẳng đứng. Nếu quay bản này một góc 90° thì toàn bộ ánh sáng lại trở thành phân cực thẳng dưới góc $\alpha_2 = 83^\circ$ so với phương thẳng đứng. Tìm tỉ số giữa các bán trục a/b của elíp phân cực và góc nghiêng φ của trục lớn.

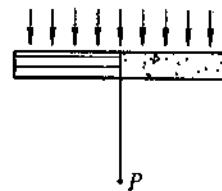
11.22. Hỗn hợp không kết hợp của ánh sáng không phân cực, ánh sáng phân cực thẳng và ánh sáng phân cực tròn được phân tích bằng một kính phân cực quay nhanh và máy thu quang học có dòng phụ thuộc vào cường độ ánh sáng. Khi đó độ biến điệu của dòng quang điện $m_1 = 0,1$. Sau khi đặt trên đường đi của các tia một tấm dày $\lambda/4$ người ta thấy rằng ánh sáng giống như ban đầu là hỗn hợp của ánh sáng không phân cực, ánh sáng phân cực thẳng và ánh sáng phân cực tròn nhưng độ biến điệu của dòng quang điện $m_2 = 0,2$. Xác định độ phân cực của ánh sáng⁽¹⁾.

11.23. Sóng phẳng đơn sắc phân cực elíp được chiếu lên một tấm tinh thể đặt phía trước máy phân tích. Khi đó người ta nhận thấy rằng tồn tại một vị trí của tấm tinh thể, sao cho cường độ ánh sáng qua máy phân tích không phụ thuộc vào vị trí máy phân tích và bằng I_1 . Khi không có tấm tinh thể thì cường độ ánh sáng lớn nhất có thể nhận được sau máy phân tích bằng I_2 . Xác định tỉ số giữa các bán trục của elíp phân cực.

11.24*. Một sóng ánh sáng phẳng phân cực elíp. Độ dài các bán trục của elíp dao động tương ứng bằng a và b . Cần phải đặt tấm tinh thể nào trên đường truyền của sóng và hướng nó như thế nào để nhận được ánh sáng phân cực tròn:

- a) Cùng hướng quay;
- b) Có hướng quay ngược lại?

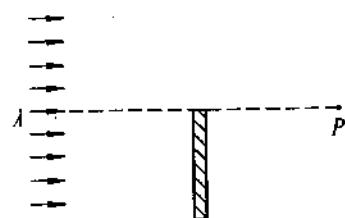
11.25. Một chùm tia sáng song song phân cực tròn chiếu vuông góc lên một màn phẳng gồm hai nửa mặt phẳng phân cực tiếp giáp với nhau dọc theo một đường thẳng (H.368). Các trục của các tấm phân cực vuông góc với nhau. Cường độ ánh sáng tối bằng I_0 . Xác định cường độ ánh sáng I tại điểm P nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng màn và di qua biên giới của hai tấm phân cực. Ánh sáng tại điểm P sẽ phân cực như thế nào?



Hình 368

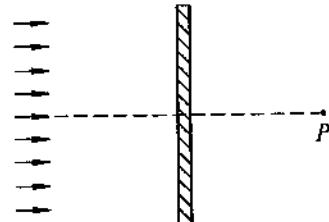
(1) Trong phần này đơn giản hơn nên tính độ phân cực ánh sáng giống như trong bài 11.10 $\Delta = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$. Công thức này giống như công thức đã đưa vào mục 2 trước đó.

- 11.26.** Sóng ánh sáng phẳng đơn sắc bước sóng λ phân cực tròn tạo ra tại điểm P cường độ I_0 . Trên đường đi của sóng đặt một tấm lớn bằng vật liệu phân cực lý tưởng (H.369). Chiết suất của tấm phân cực bằng n . Tìm độ dày d của tấm để cường độ ánh sáng tại điểm P đạt cực đại. Cực đại I_{\max} đó bằng bao nhiêu?



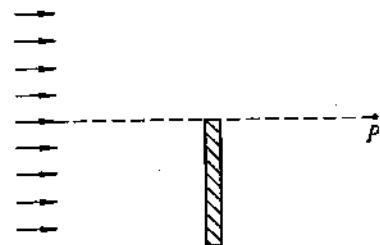
Hình 369

- 11.27.** Sóng ánh sáng phẳng đơn sắc bước sóng λ phân cực tròn tạo ra tại điểm P cường độ I_0 . Trên đường đi của sóng đặt hai tấm lớn dày $\lambda/4$ như trên hình 370. Các hướng chính của hai tấm vuông góc với nhau. Tìm cường độ ánh sáng I tại điểm P .



Hình 370

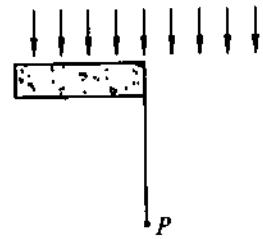
- 11.28.** Sóng phẳng phân cực tròn (bước sóng λ) được chiếu lên mặt phẳng nửa vô cùng làm từ vật liệu phân cực có chiết suất theo hướng cho phép là n ($(n - 1 \ll 1)$) và độ dày $a = \lambda/[4(n - 1)]$ (H.371). Độ phân cực ánh sáng tại điểm quan sát P bằng bao nhiêu?



Hình 371

- 11.29.** Một màn rộng vô hạn tạo bởi hai nửa mặt phẳng phân cực, tiếp giáp với nhau dọc theo một đường thẳng. Hướng chính của một nửa mặt phẳng song song với đường thẳng này, còn của nửa mặt phẳng kia vuông góc với nó. Chùm tia sáng tự nhiên song song bước sóng λ chiếu vuông góc lên mặt phẳng màn. Hãy mô tả một cách định tính ánh nhiễu xạ nhận được sau màn.

- 11.30.** Chùm ánh sáng song song phân cực thẳng, cường độ I_0 chiếu vuông góc lên một tấm trong suốt dày nửa bước sóng giới hạn bởi các cạnh thẳng (H.372). Mặt phẳng phân cực của ánh sáng tới nghiêng một góc 45° so với cạnh của tấm. Xác định cường độ ánh sáng I tại điểm P nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng



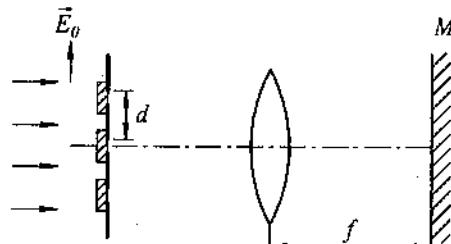
Hình 372

của tám và đi qua cạnh của nó. Ánh sáng tại điểm P phân cực như thế nào trong trường hợp tổng quát (khi tám có độ dày tuỳ ý)?

- 11.31. Sóng ánh sáng phẳng đơn sắc phân cực tròn bước sóng λ , cường độ I_0 chiếu lên một đĩa cắt từ vật liệu phân cực lý tưởng có chiết suất n . Đĩa che một đôi Fresnel đối với một điểm P nào đó. Hỏi độ dày d của đĩa bằng bao nhiêu để cường độ ánh sáng tại điểm P là lớn nhất? Tìm cường độ ánh sáng I_{\max} .
- 11.32. Lỗ tròn của một màn tối chứa một đôi Fresnel đối với điểm quan sát P . Lỗ được chắn bằng tấm phân cực sao cho phương dao động trong nửa thứ nhất và thứ hai của các đôi Fresnel vuông góc với nhau. Chiếu lỗ bằng ánh sáng phân cực tròn. Xác định cường độ ánh sáng I tại điểm P , biết rằng khi không có màn nó bằng I_0 . Ánh sáng tại điểm quan sát P phân cực như thế nào? Giả thiết tấm phân cực không sự hấp thụ ánh sáng phân cực mà nó cho truyền qua.
- 11.33. Xác định cường độ ánh sáng I tại điểm P trên một màn được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc cường độ I_0 , nếu trên đường đi của tia đặt một đĩa làm bằng chất hoạt tính quang, chắn mất một đôi ruồi Fresnel và làm xoay mặt phẳng phân cực một góc 90° . Bỏ qua sự phản xạ và hấp thụ ánh sáng.
- 11.34. Chùm sáng đơn sắc song song không phân cực chiếu lên một tám dày $\lambda/4$. Cường độ ánh sáng tại điểm quan sát P sau tám bằng I_0 . Từ tám đó cắt một đĩa bằng một đôi Fresnel đối với điểm P . Đĩa quay quanh tia sáng một góc 90° và được đặt về vị trí cũ. Cường độ ánh sáng I tại điểm P bằng bao nhiêu?
- 11.35. Chùm sáng đơn sắc song song không phân cực chiếu lên tám dày $\lambda/2$. Cường độ ánh sáng tại điểm quan sát P sau tám bằng I_0 . Từ tám đó cắt một đĩa bằng 1,5 đôi Fresnel đối với điểm P . Đĩa quay quanh tia sáng một góc 90° và được đặt về vị trí cũ. Cường độ ánh sáng I tại điểm P bằng bao nhiêu?
- 11.36. Từ một tám tinh thể dày $\lambda/2$ cắt ra hai đĩa có đường kính bằng một và hai đôi Fresnel đối với điểm P . Đĩa đặt sát nhau trong chùm ánh sáng tối sao cho a) các hướng chính khác nhau trùng nhau, b) các hướng cùng dấu trùng nhau. Khi đó đối với ánh sáng phân cực theo một trong những hướng chính cả biên độ và pha dao động đều không đổi. Cường độ ánh sáng của cùng một loại phân cực thay đổi bao nhiêu lần trong các trường hợp a) và b), nếu quay đĩa nhỏ một góc 90° ?

- 11.37.** Sóng phẳng đơn sắc phân cực tròn chiếu lên một đĩa cắt từ tấm dày nửa bước sóng. Đối với điểm quan sát trên trục, đĩa chắn ba đối Fresnel đầu tiên. Chiều dày của đĩa được chọn sao cho nó tạo thêm quang lệ bổ sung bằng $3\lambda/2$ đối với tia dị thường. Cường độ ánh sáng tại điểm quan sát thay đổi bao nhiêu lần nếu bỏ đĩa đi? Bỏ qua sự hấp thụ và phản xạ ánh sáng.
- 11.38.** Tấm chia đôi được làm từ vật liệu phân cực. Trong tất cả các đối chẵn phân cực hướng theo chiều thẳng đứng, trong các đối lẻ - hướng nằm ngang. Hỏi cường độ ánh sáng tại tiêu điểm chính của tấm bằng bao nhiêu, nếu nó được chiếu bằng ánh sáng không phân cực?
- 11.39.** Trong một màn không trong suốt được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng phân cực thẳng cường độ I_0 , người ta cắt một lỗ tròn có kích thước bằng hai đối Fresnel đối với một điểm quan sát nằm trên trục của hệ. Trong lỗ đặt các tấm dày $\lambda/4$ có dạng nửa chiếc đĩa, các trục cùng tên của chúng hướng vuông góc với nhau. Phương dao động của sóng tới tạo một góc 45° với các hướng chính của các tấm trong cả hai trường hợp. Cường độ dao động tại điểm quan sát bằng bao nhiêu?
- 11.40.** Trên một màn không trong suốt được chiếu vuông góc bằng sóng phẳng phân cực thẳng cường độ I_0 , người ta cắt một lỗ tròn kích thước bằng hai đối Fresnel đối với một điểm quan sát nằm trên trục của hệ. Trong lỗ đặt các tấm dày $\lambda/4$ có dạng nửa chiếc đĩa, đối thứ nhất được chắn bằng tấm một phần tư bước sóng dạng đĩa, đối thứ hai được chắn bằng tấm một phần tư bước sóng dạng nhẫn. Các trục cùng tên của các tấm vuông góc với nhau. Phương dao động của sóng tới tạo một góc 45° với các hướng chính của các tấm trong cả hai trường hợp. Cường độ dao động tại điểm quan sát bằng bao nhiêu?

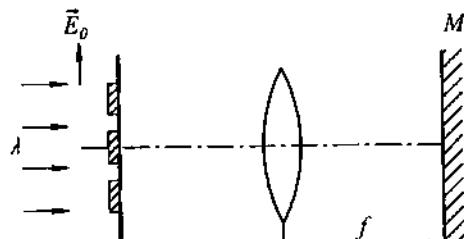
11.41. Chùm tia sáng phân cực thẳng, song song có bước sóng $\lambda = 5000 \text{ Å}$ và có vectơ \vec{E}_0 nằm trong mặt phẳng hình vẽ (H.373) chiếu vuông góc lên ba khe được chắn bằng ba tấm lưỡng chiết giống nhau dày một phần tư bước sóng. Hai khe ngoài cùng được chắn bằng hai tấm cùng hướng sao cho vectơ



Hình 373

\vec{E}_0 trùng với một trong các hướng chính của các tia này, còn tia giữa xoay so với chúng một góc 90° . Ảnh giao thoa được quan sát trên màn bằng một thấu kính tiêu cự $f = 1\text{ m}$. Tìm sự phân bố cường độ ánh sáng trong mặt phẳng tiêu của thấu kính, giả thiết rằng kích thước các khe là nhỏ so với khoảng cách d giữa chúng ($d = 1\text{ cm}$). Xác định độ rõ V của ảnh giao thoa và chu kỳ Λ của nó.

- 11.42. Chùm tia sáng phân cực thẳng, song song có bước sóng $\lambda = 500\text{ nm}$ và có vectơ \vec{E}_0 nằm trong mặt phẳng hình vẽ (H.374) chiếu vuông góc lên ba khe được chắn bằng ba tấm lưỡng chiết giống nhau dày một nửa bước sóng. Hai khe liền nhau được chắn bằng hai



Hình 374

tấm cùng hướng sao cho vectơ \vec{E}_0 trùng với một trong các hướng chính của các tia này, còn tia thứ ba xoay so với chúng một góc 90° . Ảnh giao thoa được quan sát trên màn bằng một thấu kính tiêu cự $f = 2\text{ m}$. Tìm sự phân bố cường độ ánh sáng trong mặt phẳng tiêu của thấu kính, giả thiết rằng kích thước các khe là nhỏ so với khoảng cách d giữa chúng ($d = 0,5\text{ cm}$). Xác định độ rõ V của ảnh giao thoa và chu kỳ Λ của nó trên màn hình M .

- 11.43. Một chùm sáng đơn sắc song song, phân cực tròn chiếu lên một cách tử có chu kỳ d và độ rộng khe $b = d/2$. Mỗi khe được chắn bằng hai dải làm bằng vật liệu phân cực cùng chiều rộng $b/2$ và vuông góc với các hướng chính cho phép. Hỏi ánh sáng phân cực như thế nào trong các cực đại nhiều xạ bậc không và các bậc tiếp đó ($\pm 1, \pm 2, \dots$)?

- 11.44. Năng suất phân giải của cách tử nhiều xạ thay đổi như thế nào nếu một nửa cách tử được che bằng một tấm phân cực hướng song song với vách của cách tử, nửa còn lại được che bằng một tấm phân cực hướng vuông góc với các vách? Năng suất phân giải của cách tử có phụ thuộc vào sự phân cực của ánh sáng tới không?

- 11.45. Trong bài toán trên người ta đặt thêm trước và sau cách tử hai tấm phân cực có các hướng chính song song với nhau và tạo các vách của cách tử một góc 45° . Năng suất phân giải của cách tử này thay đổi như thế nào so với cách tử không bị che gì hết?

- 11.46.** Chùm tia sáng song song phân cực tròn bước sóng λ chiếu vuông góc lên một cách tử nhiễu xạ. Hỏi khoảng cách giữa các cực đại chính và cường độ cực đại bậc 0 sẽ thay đổi như thế nào nếu các khe của cách tử được chắn bằng các tấm dày $1/4$ bước sóng sao cho các hướng cùng tên trên khe lẻ và khe chẵn vuông góc với nhau? Ánh sáng phân cực như thế nào trong cực đại nhiễu xạ bậc 0, các cực đại nhiễu xạ chẵn và lẻ?
- 11.47.** Nhiễu xạ Fraunhofer của ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ được quan sát trên một cách tử phẳng. Khoảng cách giữa các cực đại chính và cường độ cực đại bậc 0 sẽ thay đổi như thế nào nếu che các khe 2, 4, 6, ... bằng một tấm polime dày $d = 13,5 \mu\text{m}$, chiết suất của tấm $n = 1,1$? Bỏ qua sự phản xạ ánh sáng từ tấm polyme.
- 11.48.** Nhiễu xạ Fraunhofer của ánh sáng đơn sắc phân cực tròn được quan sát trên một cách tử phẳng. Hỏi khoảng cách giữa các cực đại chính và cường độ cực đại bậc 0 sẽ thay đổi như thế nào nếu các khe được che bằng các tấm dày nửa bước sóng $\lambda/2$ sao cho các trục chính của các tấm liên tiếp vuông góc với nhau?
- 11.49.** Sóng ánh sáng đơn sắc, phân cực thẳng được chiếu vuông góc lên một cấu trúc tuần hoàn gồm các thanh phân cực đặt liên tiếp sao cho các mặt phẳng chính của chúng vuông góc với nhau. Tỉ số giữa độ rộng của các thanh khác loại nhau bằng 3. Phương dao động của vectơ điện của sóng tạo với mặt phẳng chính của thanh độ rộng nhỏ một góc α . Xác định chiều trên các cực đại chính bậc một và cường độ của chúng, nếu cường độ ánh sáng tại cực đại bậc 0 bằng I_0 .
- 11.50*.** Bức xạ laser phân cực thẳng bước sóng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$ được chiếu vuông góc lên một tấm mỏng trong suốt đối với quang-tử với cấu trúc miền một chiều luân phiên nhau. Ánh sáng đi qua các miền liên tiếp bị quay mặt phẳng phân cực về phía ngược lại một góc $\pi/2$. Chiều rộng của các miền bằng nhau và bằng d . Ánh nhiễu xạ quan sát được trong mặt phẳng tiêu của thấu kính. Xác định cường độ các cực đại nhiễu xạ bậc 0, bậc 1, bậc 2, nếu biết rằng khi chiếu bức xạ đó lên một cách tử biên độ bình thường gồm các dải trong suốt và không trong suốt có độ rộng d xen kẽ nhau thì cường độ cực đại bậc 1 bằng I .
- 11.51.** Các sóng ánh sáng cùng tần số và cùng phân cực thẳng được truyền theo hai nhánh của giao thoa kế hai tia. Ở đầu ra của nó máy thu quay ghi được cường độ I . Khi thay đổi quang lộ trong một nhánh thì cường

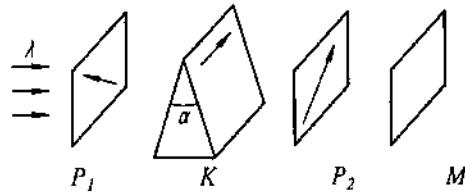
độ thay đổi giữa I_{\max} và I_{\min} sao cho độ rõ của ánh $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 1$. Hỏi giá trị nhỏ nhất của V bằng bao nhiêu nếu đặt

tấm tinh thể trong suốt dày $1/4$ bước sóng vào một trong hai nhánh của giao thoa kế? Giả thiết dòng ánh sáng đi qua tấm một lần.

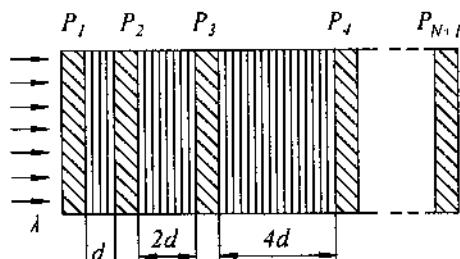
- 11.52.** Sóng phẳng đơn sắc phân cực tròn được chiếu vuông góc lên hệ gồm một tấm dày nửa bước sóng và một tấm phân cực. Cường độ ánh sáng qua hệ bằng bao nhiêu nếu giữa tấm nửa sóng và tấm phân cực đặt một số bất kỳ các tấm một phần tư sóng $\lambda/4$? Trục chính của các tấm và của tấm phân cực song song với nhau. Cường độ sóng tối là I_0 .

- 11.53.** Sóng phẳng đơn sắc phân cực tròn được chiếu lên hệ gồm một tấm một phần tư sóng $\lambda/4$, một số tấm nửa sóng $\lambda/2$ và một tấm phân cực. Trục chính của tất cả các tấm và của tấm phân cực song song với nhau. Tìm cường độ sóng truyền qua hệ, nếu cường độ sóng tối bằng I_0 .

- 11.54.** Chùm sáng tự nhiên song song cường độ I_0 và bước sóng λ được chiếu lên một hệ gồm hai tấm phân cực P_1 và P_2 đặt vuông góc với nhau và nêm K bằng thạch anh với góc chiết quang nhỏ α . Các chiết suất của thạch anh là n_e và n_o . Trục quay của nêm K song song cạnh bên của nó và hợp một góc 45° với hướng cho phép chính của tấm phân cực (H.375). Sau khi đi qua hệ ánh sáng chiếu lên một màn trắng M . Tìm sự phân bố cường độ ánh sáng $I(x)$ trên màn. Người quan sát sẽ thấy gì trên màn nếu giữa anh ta và tấm phân cực đặt một thấu kính sao cho màn nằm ở mặt phẳng tiêu của thấu kính?



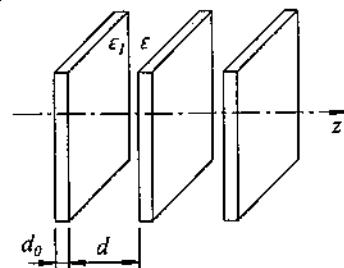
Hình 375



Hình 376

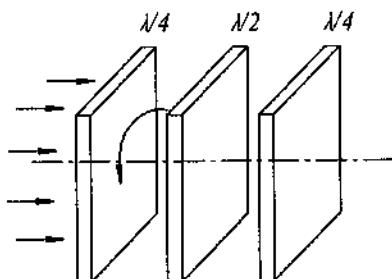
cả các tấm phân cực song song với nhau và tạo một góc 45^0 so với quang trục của các tấm. Sóng phân cực dọc theo hướng chính của các tấm phân cực. Chiều dài của các tấm thạch anh $d, 2d, \dots, 2^{n-1}d$. Chiết suất của thạch anh là n_0 và n_e . Xác định biên độ A của sóng sau khi ra khỏi hệ, nếu ở đầu vào nó bằng A_0 . Bỏ qua sự phản xạ trên biên giới giữa các tấm thạch anh và tấm phân cực. Năng suất phân giải phổ của hệ này bằng bao nhiêu?

- 11.56.** Sóng phẳng đơn sắc chiếu lên một cấu trúc tuần hoàn gồm các bản điện môi mảnh song song (H.377). Chiều dài của các bản bằng d_0 , khoảng cách giữa chúng bằng d , hằng số điện môi của các bản là ϵ_1 , của môi trường là ϵ . Bước sóng lớn hơn nhiều so với d và d_0 . Hãy chứng minh rằng cấu trúc này tương đương với một tinh thể đồng trục và hãy xác định các chiết suất n_0 của tia thường và n_e của tia dị thường.



Hình 377

- 11.57.** Để biến điệu ánh sáng phân cực thẳng người ta dùng một thiết bị gồm ba tấm song song khúc xạ hai tia (H.378), hai tấm một phần tư sóng $\lambda/4$ cố định, tấm nửa sóng $\lambda/2$ ở giữa quay theo góc cho trước $\theta(t)$ quanh trục của hệ. Xác định sự phụ thuộc vào thời gian của biên độ, pha và sự phân cực sóng ánh sáng biến điệu, nếu người ta chiếu vuông góc lên tấm phân tư sóng thứ nhất một bức xạ đơn sắc phân cực thẳng trong mặt phẳng tạo với quang trục của nó một góc 45^0 .



Hình 378

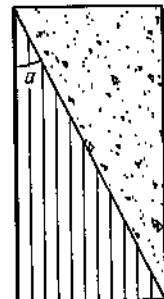
- 11.58*.** Quang sợi có thể tạo ra dưới dạng một tia lưỡng chiết hai tia mà các trục chính của nó xoay một góc nào đó phụ thuộc vào khoảng cách Z tính từ tiết diện đầu vào. Giả sử $\theta(z) = az$, trong đó a là hằng số, và đầu vào quang sợi được chiếu bằng ánh sáng phân cực thẳng, mặt

phẳng phân cực của nó trùng với một trong các trục chính. Hỏi với các giá trị nào của α thì có thể chuyển từ trạng thái phân cực thẳng sang phân cực tròn, nếu hiệu chiết suất đối với sóng thường và dị thường bằng Δn , còn bước sóng bằng λ ?

- 11.59. Giữa hai tấm phân cực chéo nhau người ta đặt một tấm tinh thể dị hướng có Δn và d cho trước, và được cắt song song với quang trục. Các hướng cho phép của các tấm phân cực tạo một góc 45° với quang trục. Hệ này được chiếu bằng chùm ánh sáng song song biến điệu biên độ. Hỏi với tần số biến điệu bằng bao nhiêu thì hệ này sẽ cho các sóng hài biến đi qua sau khi lọc các sóng mang?
- 11.60. Chiết suất của tinh thể thạch anh đối với bước sóng $\lambda = 589 \text{ nm}$ là $n_0 = 1,544$ đối với tia thường, và $n_e = 1,553$ đối với tia dị thường. Người ta cho sóng ánh sáng phân cực thẳng bước sóng λ và chiếu một khoảng phổ $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$ chiếu vuông góc lên tấm thạch anh cắt song song với quang trục. Tìm chiều dày d của tấm và hướng phân cực của ánh sáng tới, nếu sau khi đi qua tấm thạch anh ánh sáng không bị phân cực.
- 11.61. Đặt một tấm băng lan được cắt song song với quang trục vào giữa hai lăng kính Nicols chéo nhau để tạo thành một thiết bị đơn sắc cho phép giữ một trong hai vạch đôi Natri và cho vạch kia qua. Hỏi khi đó chiều dày nhỏ nhất d_{\min} của tấm băng bao nhiêu và phải hướng tấm như thế nào? Chiếu suất của băng lan đối với vạch $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ là $n_{e1} = 1,48654$ và $n_{o1} = 1,65846$, đối với vạch $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$ là $n_{e2} = 1,48652$ và $n_{o2} = 1,65843$.
- 11.62. Tấm thạch anh dày nửa bước sóng $\lambda/2$ được sử dụng giống như thiết bị phân tích độ phân cực của các xung laser. Hãy xác định độ dài nhỏ nhất của các xung laser mà thiết bị trên còn sử dụng được nếu bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,63 \mu\text{m}$, chiết suất đối với tia thường và tia dị thường trong thạch anh $n_0 = 1,5442$ và $n_e = 1,5533$. Bỏ qua sự tán sắc của các chiết suất.
- 11.63. Một xung bị chặn độ dài τ của bức xạ phân cực thẳng được chiếu vuông lên tấm lưỡng chiết hai tia chiều dày d . Tấm này được cắt song song với quang trục. Mặt phẳng phân cực tạo một góc 30° với một trong những hướng chính. Tìm các giá trị của d để khi đó, có thể quan

sát được hai xung riêng biệt sau tấm. Các xung này phân cực như thế nào và các giá trị cực đại của các biên độ của chúng bằng bao nhiêu, nếu giá trị cực đại của biên độ xung ban đầu là E_0 ? Giả thiết rằng hiệu $\Delta n = n_e - n_0$ đã biết và không phụ thuộc vào tần số ánh sáng.

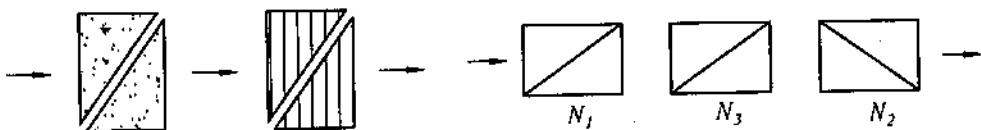
- 11.64.** Trên bề mặt một tấm phẳng song song dày $L = 0,1$ cm có phủ một lớp phản xạ cao với hệ số phản xạ năng lượng $\rho = 0,9$. Một chùm sáng đơn sắc không phân cực ($\lambda = 600$ nm) chiếu vuông góc lên tấm. Ánh sáng khi đi ra khỏi tấm phân cực thẳng gần như hoàn toàn do vật liệu của tấm ít dị hướng. Xác định tính dị hướng nhỏ nhất của chiết suất $\Delta n = n_e - n_0$ để có được kết quả trên.



Hình 379

- 11.65.** Lăng kính Vollastone (H.379) được làm từ băng lan ($n_0 = 1,658$, $n_e = 1,486$), góc $\alpha = 15^\circ$. Hỏi tia thường và tia dị thường sẽ bị làm lệch một góc φ bằng bao nhiêu?

- 11.66.** Giữa hai lăng kính phân cực được làm từ băng lan có một lớp không khí. Trong một lăng kính có quang trục vuông góc, còn trong lăng kính kia quang trục song song với mặt phẳng tới (H.380). Hãy mô tả hoạt động của mỗi lăng kính. Ánh sáng qua hệ sẽ bị phân cực như thế nào? Lăng kính nào cho ánh sáng truyền qua nhiều hơn? Góc α phải nằm trong giới hạn nào để ánh sáng đi ra từ lăng kính bị phân cực thẳng? Đối với băng lan $n_0 = 1,658$, $n_e = 1,486$. Ánh sáng vuông góc với mặt cạnh lăng kính.



Hình 380

Hình 381

- 11.67.** Hai lăng kính Nicols N_1 và N_2 đặt xoay với nhau một góc α , giữa chúng đặt lăng kính Nicols N_3 (H.381). Người ta chiếu vào hệ một chùm sáng song song không phân cực. Giả thiết rằng tia dị thường đi qua mỗi lăng kính Nicols không bị mất mát. Tìm hướng của lăng kính N_3 đối với lăng kính N_1 , để cường độ ánh sáng sau khi đi qua hệ là

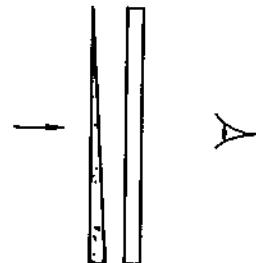
lớn nhất. Xác định cường độ ánh sáng đi qua các vị trí này, nếu cường độ ánh sáng tối bằng I_0 .

11.68*. Ánh sáng trắng phân cực tròn chiếu vuông góc lên một tấm thạch anh cắt song song với quang trục. Phía sau tấm thạch anh đặt một tấm phân cực có hướng chính tạo với trục tấm thạch anh một góc 45° . Ánh sáng đi qua hệ chiếu vào khe của một máy quang phổ kỹ. Hỏi sẽ nhận được bao nhiêu vạch đèn k trên phổ, nếu chiều dày tấm thạch anh $d = 2\text{ mm}$, $n_e = 1,55$, $n_0 = 1,54$. Ánh sáng tối chiếm khoảng bước sóng từ $\lambda_1 = 4000\text{ \AA}$ đến $\lambda_2 = 5000\text{ \AA}$, trong đó $n_e - n_0 = \text{const}$.

11.69. Giữa hai lăng kính Nicols chéo nhau người ta đặt một tấm thạch anh cắt song song với quang trục. Quang trục của tấm tạo một góc 45° đối với các hướng chính của các lăng kính. Xác định độ dày tối thiểu của tấm thạch anh sao cho một vạch phổ hiđrô $\lambda_1 = 6563\text{ \AA}$ bị làm yếu đi rất nhiều và vạch kia $\lambda_2 = 4102\text{ \AA}$ sẽ có cường độ cực đại. Độ dì hướng của thạch anh $\Delta n = 0,009$.

11.70. Hãy tìm cường độ ánh sáng đi qua một tấm tinh thể đặt giữa hai lăng kính Nicols có các mặt phẳng chính tạo với một trong những hướng chính của tấm các góc α và β . Xét các trường hợp các lăng kính Nicols chéo nhau và song song với nhau.

11.71. Một nêm làm bằng chất lưỡng chiết đặt trên đường đi của ánh sáng đơn sắc phân cực tròn (H.382). Quang trục của nêm song song với cạnh của nó. Ánh sáng đi qua nêm được quan sát qua một tấm phân cực có hướng chính tạo một góc 45° với cạnh nêm. Tìm số vạch tối m quan sát được trên bề mặt nêm, biết độ dày lớn nhất của nêm $d_{\max} = 0,05\text{ cm}$, $n_e = 1,55$, $n_0 = 1,54$, $\lambda = 5000\text{ \AA}$.



Hình 382

11.72*. Một tấm thạch anh dày 3 mm cắt song song với quang trục, được chiếu bằng chùm ánh sáng trắng phân cực thẳng, mặt phẳng phân cực tạo một góc 45° so với trục của tấm. Ánh sáng qua tấm thạch anh được cho đi qua một lăng kính Nicols đặt chéo so với thiết bị phân cực ban đầu, sau đó chiếu vào khe của một kính quang phổ nghiệm. Hỏi sẽ quan sát được bao nhiêu vạch tối trong phổ giữa các bước sóng

$\lambda_D = 5890 \text{ \AA}$ và $\lambda_F = 4860 \text{ \AA}$, nếu chiết suất thường (n_0) và dị thường (n_e) của thạch anh lần lượt đổi với các bước sóng $\lambda_D - n_0 = 1,5442$, $n_e = 1,5533$, đổi với $\lambda_F - n_0 = 1,5497$, $n_e = 1,5589$.

11.73. Giữa hai lăng kính Nicols chéo nhau người ta đặt một tấm tinh thể dày $d = 0,045 \text{ mm}$ có chiết suất $n_0 = 1,54$, $n_e = 1,55$. Tấm này được cắt song song với quang trục của tinh thể và định hướng sao cho hướng chính của lăng kính đầu tiên tạo một góc $\alpha = 30^\circ$ với quang trục của nó. Ánh sáng tự nhiên có bước sóng $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ và cường độ I_0 chiếu vuông góc lên hệ được mô tả ở trên. Hãy tìm cường độ I của ánh sáng đi qua hệ.

11.74*. Hai chùm tia kết hợp chuẩn đơn sắc, không phân cực và có cùng cường độ cho các vân giao thoa trên màn. Cần phải đưa một tấm tinh thể dày bao nhiêu trên đường đi của một trong hai chùm tia này để các vân giao thoa biến mất và hơn nữa để sao cho chúng không thể khôi phục lại nữa dù đặt bất kỳ tấm thuỷ tinh nào trên đường đi của chùm tia còn lại? Ánh sẽ thay đổi như thế nào nếu sau tấm thuỷ tinh đặt một tấm phân cực? Với vị trí nào của lolaroit thì sẽ không có các vân giao thoa?

11.75*. Ánh sáng phân cực tròn phải và phân cực tròn trái khác nhau như thế nào?

11.76*. Ánh sáng tự nhiên, ánh sáng phân cực tròn và hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực tròn khác nhau như thế nào?

11.77*. Phân biệt sự khác nhau giữa a) ánh sáng phân cực elip, b) hỗn hợp ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực thẳng (ánh sáng phân cực elip một phần), c) hỗn hợp ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực elip (ánh sáng phân cực elip một phần).

11.78. Giữa hai lăng kính Nicols chéo nhau người ta đặt một tấm tinh thể dày $d_1 = 0,02 \text{ mm}$ với độ dị hướng $\Delta n_1 = 0,05$. Phía trên và song song với nó đặt một tấm khác dày $d_2 = 0,02 \text{ mm}$ và $\Delta n_2 = 0,025$. Trường quan sát sẽ có màu gì? Và sẽ là màu gì nếu như quay tấm phía trên và lăng kính phía trên một góc 90° so với vị trí ban đầu?

Chú thích. Vị trí song song là hướng của tám sao cho phương dao động của sóng truyền với vận tốc lớn hơn (nhỏ hơn) trong một tấm

trùng với phương dao động của sóng truyền với vận tốc lớn hơn (nhỏ hơn) trong tấm còn lại.

- 11.79. Bề mặt của một tấm tinh thể dày $d = 1 \text{ mm}$, ít dị hướng, được phủ bằng một lớp phản xạ có hệ số phản xạ năng lượng $\rho = 0,9$. Tấm được cắt song song với quang trục và được chiếu bằng chùm tia sáng song song không phân cực ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$). Xác định độ dị hướng tối thiểu Δn để ánh sáng sau khi qua tấm tinh thể gần như bị phân cực hoàn toàn ($n_0 = 1,62$).

- 11.80. Bề mặt của một tấm phẳng song song bằng thạch anh dày $d = 0,5 \text{ mm}$ cắt song song với quang trục được phủ bằng một lớp phản xạ cao với hệ số phản xạ năng lượng $\rho = 0,9$. Tấm được chiếu bằng chùm tia sáng song song phân cực tròn (bước sóng $\lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$). Tìm sự phân cực và cường độ của ánh sáng sau khi đi qua tấm, nếu biết cường độ ánh sáng tới là I_0 . Các chiết suất cơ bản $n_0 = 1,5442$, $n_e = 1,5534$.

- 11.81*. Một tấm tinh thể cắt song song với quang trục được chiếu vuông góc bằng ánh sáng phân cực tròn. Ánh sáng qua tấm được quan sát qua một máy phân tích.

- Xác định cường độ ánh sáng nếu mặt phẳng chính của máy phân tích tạo một góc α so với một trong những hướng chính của tấm tinh thể.
- Phải đặt máy phân tích dưới một góc bao nhiêu để thu được cường độ cực đại và cường độ cực tiểu?

- 11.82*. Một nêm làm bằng chất lưỡng chiết được đặt trên đường đi của ánh sáng đơn sắc phân cực tròn. Quang trục song song với cạnh nêm. Hãy mô tả ảnh nhận được qua lăng kính Nicols khi nêm cố định và khi nó quay quanh phương truyền của ánh sáng.

- 11.83. Hai cách tử phẳng dày đặc giống nhau làm từ các dây dẫn lý tưởng mảnh song song được đặt trong hai mặt phẳng song song cách nhau một khoảng $l = 1,5 \text{ cm}$ sao cho các dây dẫn của chúng tương ứng vuông góc với nhau. Một phẳng phân cực do sóng $\lambda = 8,5 \text{ cm}$ chiếu lên hệ cách tử dưới góc $\alpha = 45^\circ$, bị nghiêng một góc $\theta = 45^\circ$ so với mặt phẳng tới. Hãy xác định đặc tính phân cực của sóng phản xạ đối với trường hợp khi mặt phẳng tới song song với phương của các dây cách tử thứ nhất.

- 11.84. Chùm bức xạ đơn sắc song song (bước sóng trong chân không $\lambda = 496 \mu\text{m}$) phân cực tròn được chiếu vuông góc lên một cách tử có dạng các dây căng cách nhau $d \ll \lambda$. Khi đó cách tử cho qua hoàn

toàn bức xạ phân cực có vectơ điện vuông góc với các dây và phản xạ lại bức xạ có phân cực lệch một góc 90° . Tính momen quay M và lực F tác dụng lên cách tử, nếu cường độ dòng năng lượng trong chùm $I = 10\text{W/cm}^2$, và bề mặt được chiếu sáng của cách tử $S = 10\text{cm}^2$.

- 11.85.** Hai cách tử dày đặc phẳng giống nhau làm từ các dây dẫn lý tưởng mảnh song song được đặt trong hai mặt phẳng song song cách nhau $l = 2\text{cm}$ sao cho các dây dẫn của chúng tương ứng vuông góc với nhau. Sóng $\lambda = 11,3\text{ cm}$ phân cực elíp phải chiếu lên hệ cách tử dưới một góc $\alpha = 45^\circ$. Trục lớn của elíp nằm trong mặt phẳng tối, tỷ lệ các trục của elíp bằng 1,73. Xác định đặc tính của sóng phản xạ trong trường hợp khi mặt phẳng tối song song với hướng của các dây dẫn của cách tử thứ nhất. Mô tả sự thay đổi tính chất của nó khi quay hệ hai cách tử (giữ nguyên vị trí tương đối của hai cách tử với nhau và các mặt phẳng của chúng).
- 11.86.** Dưới tác dụng của ánh sáng phân cực thẳng, trong một số vật rắn người ta quan sát được hiện tượng cảm quang dị hướng. Một tấm tinh thể lưỡng chiết loại này dày $d = 1\text{ }\mu\text{m}$ có các mặt song phẳng được lần lượt chiếu bằng các xung ánh sáng đơn sắc cùng cường độ I_0 và bước sóng $\lambda = 0,5\text{ }\mu\text{m}$, nhưng với phân cực khác nhau. Sau khi đi qua tấm tinh thể người ta đo được các cường độ $I_{||}$ và I_\perp . Hệ số phản xạ ánh sáng trên các mặt tấm không phụ thuộc vào sự phân cực $\rho_{||} = \rho_\perp = \rho = 0,05$. Hãy đánh giá đại lượng $(I_{||} - I_\perp)/I_0$, nếu hiệu chiết suất $n_{||} - n_\perp = 0,005$, còn giá trị trung bình của chiết suất $n_{ib} \approx 1,635$. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng trong tinh thể.

- 11.87.** Khoảng không gian giữa các gương trong giao thoa kế Fabri - Pero có năng suất phân giải $R = \lambda/\delta\lambda = 10^8$ được đổ đầy chất hoá học sạch nitrobenzen. Khi đặt vào một điện trường ngang đều, nitrobenzen trở thành môi trường dị hướng yếu có quang trực trùng với hướng của điện trường (hiệu ứng Kerr). Giao thoa kế được chiếu bằng chùm sáng đơn sắc không phân cực ($\lambda = 600\text{ nm}$). Xác định giá trị nhỏ nhất của điện trường để ở đâu ra của giao thoa kế quan sát được ánh sáng gần như phân cực thẳng hoàn toàn. Giả thiết hằng số Kerr của nitrobenzen bằng $B = 2 \cdot 10^{-5}$ đơn vị hệ Gauss.

Chú thích. Hằng số trong biểu thức $n_e - n_0 = \lambda BE^2$ được gọi là hằng số Kerr.

- 11.88.** Một giao thoa kẽ phi tuyến Fabri - Pero có dạng một tấm mỏng làm bằng chất có chiết suất tỷ lệ thuận với bình phương cường độ điện trường $n = n_0 + n_2 E^2$. Tấm được phủ bằng các lớp phản xạ mạnh với hệ số phản xạ năng lượng $\rho = 99\%$. Xác định mức của mật độ công suất S của bức xạ laser có $\lambda = 1,051 \mu\text{m}$ mà giao thoa kẽ cho qua nếu $n_0 = 3,5$, $n_2 = 10^{-9}$ đơn vị hệ Gauss, chiều dày của tấm $d = 12 \mu\text{m}$.
- 11.89.** Hiện tượng tự điều tiêu được giải thích là do sự phụ thuộc của chiết suất vào cường độ sáng ($n = n_0 + n_2 E_0^2$, trong đó E_0 là biên độ cường độ điện trường của sóng ánh sáng). Các chất có giá trị n_2 thuộc loại lớn nhất ($n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ đơn vị hệ Gauss). Một chùm bức xạ laser công suất lớn có cường độ phụ thuộc vào khoảng cách từ tâm chùm theo hàm parabol ($I = I_0(1 - r^2/r_0^2)$ khi $r < r_0$ và $I = 0$ khi $r > r_0$) đi xuyên qua lớp chất có n_2 dày $L = 5 \text{ cm}$. Hãy tìm khoảng cách tính từ đáy bình dụng chất có n_2 đến vị trí hội tụ của chùm tia laser, cho biết $I_0 = 5 \cdot 10^8 \text{ W/cm}^2$, $r_0 = 5 \text{ mm}$.⁽¹⁾
- 11.90.** Chùm tia laser Nd ($\lambda = 1 \mu\text{m}$) có điện trường phân bố dạng Gass bán kính $E = E_0 \exp(-r^2/R^2)$, trong đó $R = 3 \text{ mm}$ và có mặt sóng phẳng, được chiếu lên một tấm phẳng song song dày $d = 1 \text{ cm}$ làm từ vật liệu phi tuyến có chiết suất phụ thuộc vào cường độ theo quy luật: $n = n_0 + n_2 E^2$ ($n_2 = 10^{-11}$ đơn vị hệ Gauss). Với công suất nào của laser thì có thể giảm đường kính của chùm tia điều tiêu sau khi đi qua tấm?
- 11.91.** Phần lớn các chất có chiết suất giảm khi nhiệt độ tăng (do nở nhiệt). Chùm bức xạ laser trong dải phổ nhìn thấy đi qua một lớp chất lỏng hấp thụ yếu dày $L = 1 \text{ cm}$, sao cho trong chất lỏng thiết lập sự phân bố nhiệt độ $t = t_0 + t_1(1 - r^2/r_0^2)$ khi $r < r_0$ và $t = t_0$ khi $r > r_0$, trong đó r là khoảng cách tính từ tâm của chùm tia, $t_1 = 2^\circ\text{C}$, $r_0 = 2 \text{ mm}$. Tìm tiêu cự và dấu của thấu kính do chất lỏng tạo thành, nếu $dn/dt = -4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

⁽¹⁾ Ở đây cường độ không phải là $\overline{E^2}$ như bình thường, mà là đại lượng bằng mật độ dòng năng lượng $I = \overline{S^2} = \frac{c}{4\pi} \frac{E_0^2}{2}$.

ĐÁP SỐ và LỜI GIẢI

Phân 1. ĐIỆN - TỪ

§1. ĐIỆN TÍCH VÀ CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG. LUỒNG CỰC. ĐỊNH LÝ GAUSS

1.1. $\frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{\gamma m^2} = \begin{cases} 1,24 \cdot 10^{36} \text{ đối với proton,} \\ 4,17 \cdot 10^{42} \text{ đối với electron,} \end{cases}$

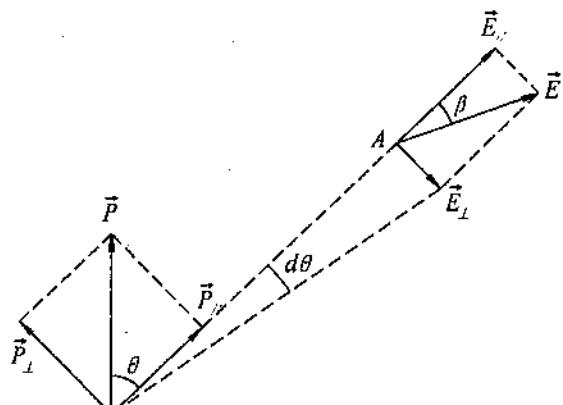
trong đó γ là hằng số hấp dẫn.

1.2. $Q = \frac{2\sqrt{2} + 1}{4}q.$

1.3. $\vec{E} = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}.$

1.4*. *Lời giải.* Phân tích vecto \vec{p} thành hai thành phần: thành phần song song $\vec{p}_{||}$ dọc theo bán kính \vec{r} và thành phần vuông góc \vec{p}_{\perp} (H.383). Điện trường tương ứng với chúng tại điểm quan sát A:

$$E_{||} = \frac{2p_{||}}{r^3}, \quad E_{\perp} = -\frac{p_{\perp}}{r^3}.$$



Hình 383

Góc β giữa bán kính \vec{r} và các đường sức điện trường được xác định bởi công thức

$$\tan \beta = \frac{E_{\perp}}{E_{||}} = \frac{p_{\perp}}{2p_{||}} = \frac{1}{2} \tan \theta.$$

Hình chiếu của một đoạn đường sức điện trường vô cùng nhỏ lên phương của vectơ \vec{p}_\perp , một mặt có thể tính bằng $dr \tan \beta = (dr \tan \theta)/2$; mặt khác nó bằng $r \tan \theta$. Từ đó suy ra $(dr \tan \theta)/2 = r d\theta$. Lấy tích phân biểu thức trên ta nhận được phương trình cần tìm của đường sức điện trường: $r = r_0 \sin^2 \theta$. Hằng số r_0 mang ý nghĩa độ dài vectơ \vec{r} trong mặt phẳng xích đạo, tức là khi $\theta = \frac{\pi}{2}$.

$$1.5. \text{ a) } W = -(\vec{p} \vec{E}); \text{ b) } W = -\frac{(\vec{p} \vec{E})}{2} = -\frac{\alpha E^2}{2}.$$

$$1.6. \quad E = \frac{3qa^2}{r^4}.$$

1.7. $F = \frac{2qp}{d^3}$. Lưỡng cực sẽ bị hút về phía diện tích, nếu nó hướng cực trái dấu về phía diện tích, trong trường hợp ngược lại sẽ bị đẩy.

1.8. Có thể, hơn nữa tại khoảng cách bất kỳ tính từ lưỡng cực. Mặt phẳng quỹ đạo tròn của điện tích vuông góc với trục lưỡng cực. Góc α giữa vectơ momen từ và bán kính vectơ kẻ từ lưỡng cực tới điện tích đang chuyển động là $\cos \alpha = \mp \sqrt{1/3}$, trong đó dấu “-” ứng với điện tích dương, còn dấu “+” ứng với điện tích âm.

1.9. $F = \frac{6p_1 p_2}{d^4}$. Các lưỡng cực hút nhau nếu chúng hướng các cực trái dấu về phía nhau, và đẩy nhau trong trường hợp ngược lại.

1.10. $E = \sigma \Omega$. Trong đó $\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}}\right)$ là góc nhìn đĩa từ điểm đã cho.

$$1.11. \quad E = \begin{cases} 0, & \text{nếu } 0 < r < R_1 \text{ hoặc } R_3 < r < \infty; \\ -\frac{Q}{r^2} \frac{1 - R_3 / R_2}{1 - R_3 / R_1}, & \text{nếu } R_1 < r < R_2; \\ +\frac{Q}{r^2} \frac{1 - R_1 / R_2}{1 - R_1 / R_3}, & \text{nếu } R_2 < r < R_3. \end{cases}$$

$$1.12*. \quad E = 2\pi\sigma.$$

Lời giải. Giả sử σ là mật độ điện tích mặt trên mặt cầu. Khi đó điện trường bên ngoài sát mặt cầu $E = 4\pi\sigma$; bên trong mặt cầu $E = 0$. Điện trường này cũng có thể biểu diễn dưới dạng tổng điện trường của một đĩa nhỏ cắt từ mặt cầu trên có mật độ điện tích mặt σ và điện

trường của phần còn lại của mặt cầu. Điện trường gần tâm của đĩa như đã biết $E = \pm 2\pi\sigma$ (dấu phụ thuộc vào phía của đĩa). Vì vậy điện trường phần còn lại của mặt cầu là $2\pi\sigma$.

$$1.13. \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{1}{2}(q_1 - q_2);$$

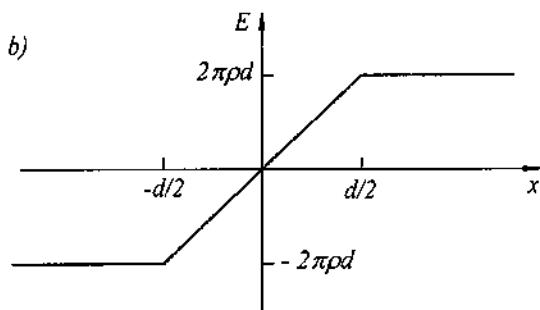
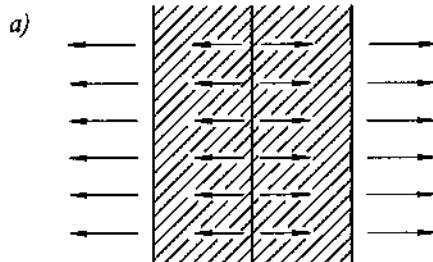
$$\sigma'_1 = \sigma'_2 = \frac{1}{2}(q_1 + q_2);$$

$$E = 2\pi(q_1 - q_2);$$

$$E' = 2\pi(q_1 + q_2).$$

$$1.14. E = \frac{8\chi d}{d^2 + 4h^2}.$$

1.15. Điện trường vuông góc với bề mặt của tấm và có hướng như trên hình 384a. Bên ngoài tấm $E = \pm 2\pi\rho d$, bên trong $E = 4\pi\rho x$. Trục x vuông góc với bề mặt của tấm, $x = 0$ tại tâm của tấm. Sự phụ thuộc của cường độ điện trường E vào x biểu diễn trên hình 384b.



Hình 384

$$1.16. T = \sqrt{\frac{\pi m d}{\rho_0 P}}.$$

$$1.17. \rho(r) = \text{const} = \frac{3e}{4\pi R^3}, f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{mR^3}} = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz, trong đó } m \text{ là khối lượng electron.}$$

$$1.18. T = 2\pi d \sqrt{\frac{2J}{q_1 q_2 l}}, \text{ trong đó } q_1 \text{ và } q_2 \text{ là diện tích của quả cầu và của cái cốc, còn } J \text{ là momen quán tính của kim.}$$

1.19*. *Lời giải.* a) Tính điện trường bên trong quả cầu: Vì tính đối xứng của mặt cầu nên

$$\vec{E} = E(r) \frac{\vec{r}}{r},$$

hoặc dưới dạng tọa độ

$$E_x = E(r) \frac{x}{r}, \quad E_y = E(r) \frac{y}{r}, \quad E_z = E(r) \frac{z}{r}.$$

Lấy vi phân của E_x và lưu ý rằng $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$ (rút ra từ phương trình vi phân: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$), ta có

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{dE}{dr} \frac{x^2}{r^2} - \frac{E}{r^3} x^2 + \frac{E}{r}.$$

Viết các biểu thức tương tự đối với $\frac{\partial E_y}{\partial y}, \frac{\partial E_z}{\partial z}$, và lấy tổng của chúng, ta được

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{dE}{dr} + \frac{2E}{r} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E).$$

Bên trong quả cầu: $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E) = 4\pi\rho$.

Từ đó suy ra: $E = \frac{4\pi}{3} \rho r + \frac{C}{r^2}$.

Hằng số C phải bằng không vì cường độ điện trường E tại tâm cầu có giá trị hữu hạn.

Bên ngoài quả cầu cách tâm một khoảng r : $E = \frac{4\pi}{3} \frac{R^3 \rho}{r^2}$.

b) Tương tự ta tính được điện trường bên trong tâm vô hạn

$$E = \begin{cases} 4\pi\rho x & \text{bên trong tâm,} \\ 4\pi\rho h = 2\pi\sigma & \text{bên ngoài tâm.} \end{cases}$$

1.20. $\rho = 1,3 \cdot 10^{-3}$ đơn vị hệ Gauss.

$$\mathbf{1.21.} \quad \rho(r) = \frac{E_0}{2\pi r}.$$

$$\mathbf{1.22.} \quad \vec{E} = \frac{4}{3} \pi \rho \vec{r}, \text{ trong đó } \vec{r} = \overrightarrow{OO'}. \text{ Điện trường đều.}$$

$$\mathbf{1.23.} \quad \sigma = \frac{3E_0}{4\pi} \cos\theta, \text{ bên ngoài mặt cầu thì điện trường của luồng cực điện với momen luồng cực } \vec{p} = R^3 \vec{E}.$$

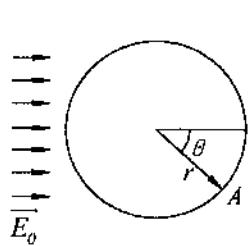
$$\mathbf{1.24.} \quad \sigma(\theta) = \frac{E_0}{2\pi} \cos\theta.$$

1.25. Điện trường bên ngoài quả cầu (H.385) $\vec{E}_A = 3E_0 \cos \theta \frac{\vec{r}}{r}$.

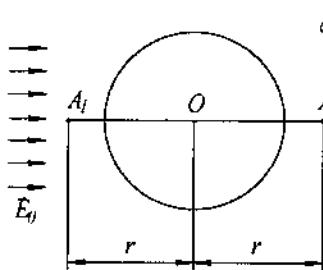
$$|E_A| = |E_0| \text{ khi } \cos \theta = \pm \frac{1}{3}, \text{ b)} |\cos \theta| = \frac{2}{3}.$$

1.26. Tại các điểm A và B cường độ điện trường tăng lên ba lần, còn tại các điểm C và D cường độ bằng không.

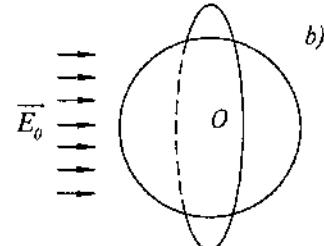
1.27. a) Xem hình 386a. Điện trường tăng lên hai lần tại các điểm A_1 và A_2 nằm cách tâm O của quả cầu một khoảng $r = \sqrt[3]{2}R$.



Hình 385



a)



Hình 386

b) Điện trường giảm ba lần tại các điểm trên đường tròn bán kính $r = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}R$ có tâm trùng với tâm O (H.386b). Mặt phẳng của đường tròn này vuông góc với vectơ \vec{E}_0 .

1.28. Ở gần đỉnh $E_1 = 3E_0$, ở gần cạnh $E_2 = 0$. Không bị đánh thủng.

1.29. $F = -\frac{6E_0^2 a^6}{r^4}$ - các mặt cầu hút nhau.

1.30. $F = \frac{3E_0^2 a^6}{r^4}$ - các mặt cầu đẩy nhau.

1.31. $E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} \right)$.

1.32. Không.

1.33. a) $\vec{E} = \text{const};$

b) $\vec{E} = \text{const};$

$$\text{c)} \vec{E} = \begin{cases} 0, & r < R_1 \\ \frac{\sigma \vec{r}}{r}, & r = R_1 \end{cases};$$

$$\text{d)} \vec{E} = \begin{cases} \alpha \vec{r}, & r < R_1 \\ \beta \frac{\vec{r}}{r^3}, & r \geq R_1 \end{cases}$$

1.34. 900V/m.

1.35. a) $-q$; b) $-q$.

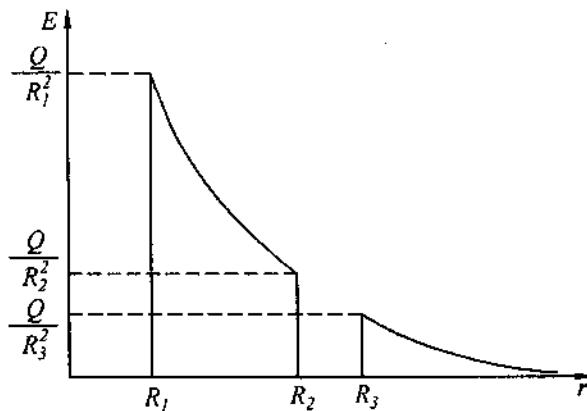
§2. ĐIỆN THẾ. PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN

2.1. $v = \sqrt{(\sqrt[3]{4} - 1) \frac{q^2}{mr}}$.

2.2. a) Không.

b) Bên trong có, bên ngoài không.

2.3. Điện trường có dạng như trên hình 387. Điện thế quả cầu ngoài Q/R_3 , còn điện thế quả cầu trong $Q(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$. Nếu nối đất quả cầu ngoài thì điện thế của nó sẽ bằng không, còn điện thế quả cầu trong sẽ bằng $Q(R_2 - R_1)/(R_1 R_2)$.



Hình 387

2.4. $V_A(1) = \frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{R_2} + \frac{Q_3}{R_3}$,

trong đó r là khoảng cách từ tâm của hệ đến điểm A ;

$$V_A(2) = \frac{Q_1}{r} - \frac{Q_2}{R_2} + \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{R_3};$$

$$\Delta V = V_A(2) - V_A(1) = (Q_1 + Q_2) \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right).$$

2.5. $V(x) = \left(\frac{V_0}{d} + 2\pi\rho d \right) x - 2\pi\rho x^2$, trong đó tọa độ x được tính từ bùn nối đất.

$$2.6*. \rho = -\frac{V_0}{2\pi d^2}.$$

Lời giải. Nếu x là khoảng cách tính từ bản có điện thế V_0 , thì theo định lý Gauss cường độ điện trường được xác định bởi phương trình:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi\rho.$$

Vì điện thế V liên hệ với cường độ điện trường E theo đẳng thức

$$E = -\frac{dV}{dx} \text{ nên } \frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\rho.$$

Nghiệm chung của phương trình vi phân bậc hai là

$$V = -2\pi\rho x^2 + Cx + C_1.$$

Theo điều kiện đầu bài ta tính được các hằng số C và C_1 .

2.7*. Điện thế tại điểm cách trực trụ một khoảng r là:

$$V = \frac{V_0 + \pi\rho(R_2^2 - R_1^2)}{\ln(R_2/R_1)} \ln(r/R_1) - \pi\rho(r^2 - R_1^2).$$

Lời giải. Áp dụng định lý Gauss đối với một phần tử hình vành khăn bán kính r và độ dày dr

$$E \cdot 2\pi r - \left(E - \frac{dE}{dr} dr \right) 2\pi(r - dr) = 4\pi\rho \cdot 2\pi r dr,$$

trong đó E là cường độ điện trường. Từ đó suy ra:

$$\frac{dE}{dr} + \frac{1}{r} E = 4\pi\rho,$$

hoặc đổi với điện thế

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = -4\pi\rho.$$

Nghiệm riêng của phương trình này là $V_1 = -\pi\rho r^2$. Nghiệm của phương trình thuần nhất tương ứng $\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = 0$ có dạng

$$V_2 = C \ln r + C_1.$$

Vậy nghiệm chung của phương trình không thuần nhất là:

$$V = V_1 + V_2 = C \ln r + C_1 - \pi\rho r^2.$$

Thay các điều kiện bài ra vào nghiệm trên ta tìm được các hằng số C và C_1 , đồng thời nhận được đáp số.

2.8. $U = \frac{mv_0^2}{2e} \frac{L}{H} = 14\mu\text{V}$, trong đó m và e là khối lượng và điện tích của electron.

$$2.9. E = \frac{4I}{D} \sqrt{\frac{m_p}{W}} = 5,1 \text{ kV/cm.}$$

$$U = I \sqrt{\frac{m_p}{W}} = 1,3 \text{ kV, trong đó } m_p \text{ là khối lượng proton.}$$

$$2.10. E = \frac{q}{5h^2} \sqrt{26 - 2\sqrt{5}}.$$

2.11. $\sigma(r) = \frac{qR}{2\pi(R^2 + r^2)^{3/2}}$, trong đó r là khoảng cách đến đường vuông góc hạ từ diện tích xuống mặt phẳng.

$$2.12. F_1 = \frac{4Q_1^2}{R^2}; F_2 = \frac{4Q_2^2}{R^2}.$$

$$2.13. F_n = -\frac{Q^2}{l^2} + \frac{Q^2}{4h^2 + l^2} \left(1 + 4\frac{h^2}{l^2}\right)^{-1/2};$$

$$F_d = mg + \frac{Q^2}{4h^2} \left[1 + \left(1 + \frac{l^2}{4h^2}\right)^{-3/2}\right].$$

$$2.14. F = \frac{q}{2d^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right), \text{ lực } F \text{ hướng về phía đỉnh } O \text{ của nhị diện.}$$

$$2.15. F = \frac{3}{4} \frac{P^2}{I_0^4} \approx 0,54 \cdot 10^{-5} \text{ N; } A = \frac{P^2}{4L_0^3} \left(1 - \frac{L_0^3}{L^3}\right) \approx 0,16 \cdot 10^{-7} \text{ J.}$$

$$2.16. F = \frac{3}{4} (3\sqrt{2} - 1) \frac{p^2}{a^4}.$$

$$2.17. \sigma = -\frac{Q}{2\pi H(l+H)} = -8 \cdot 10^{-10} \text{ C/cm}^2.$$

$$2.18. \sigma = -\frac{Q}{4\pi R^2} \left(1 - \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}}\right) \approx -2,6 \cdot 10^{-11} \text{ C/cm}^2.$$

$$2.19. R = \frac{dn}{n^2 - 1}; H = \frac{d}{n^2 - 1}.$$

Hướng dẫn. Chọn điểm có chứa điện tích nhỏ nhất làm gốc tọa độ, hướng trục X về phía điện tích lớn và viết biểu thức tính thế năng tại điểm (x, y) trong mặt phẳng đi qua đường thẳng nối hai điện tích, sau đó cho nó bằng không.

2.20. a) $F = \frac{dr}{(d^2 - r^2)^2} q^2;$ b) $F = \left[\frac{dr}{(d^2 - r^2)^2} - \frac{r}{d^3} \right] q^2.$

2.21. a) $A = \frac{rq^2}{2(d^2 - r^2)};$ b) $A = \frac{r^3 q^2}{2d^2(d^2 - r^2)}.$

2.22. a) $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2};$ b) $V = \frac{q}{R};$

c) $\sigma_B = \frac{q}{4\pi(r-d)^2} \left(1 + \frac{d}{r}\right); \quad \sigma_C = \frac{q}{4\pi(r+d)^2} \left(1 - \frac{d}{r}\right).$

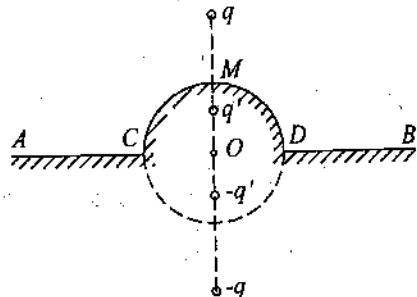
2.23*. $V = \frac{q}{d} + \frac{Q}{r}.$

Lời giải. Điện thế tại điểm O bằng

$$V = \frac{q}{d} + \sum \frac{\Delta Q_i}{R_i} = \frac{q}{d} + \frac{Q}{R}.$$

Điện thế quả cầu cũng có giá trị tương tự.

2.24*. *Lời giải.* Dựa vào mặt cầu và mặt phẳng các ảnh điện như biểu diễn trên hình 388. Nhóm các điện tích theo cặp 1) q và $-q$, 2) q' và $-q'$. Mỗi cặp tạo ra trong mặt phẳng $ABCD$ điện thế bằng không. Ta nhóm chúng theo cách khác: 1) q và q' ; 2) $-q$ và $-q'$. Với cách nhóm này mỗi cặp sẽ gây ra trên mặt cầu $CMDN$ một điện thế bằng không. Điều đó dễ thấy là vì điện thế do bốn điện tích $q, -q, q', -q'$ tạo ra trên mặt $ACMDB$ bằng không. Từ đó suy ra điện trường do các điện tích này sinh ra trong nửa không gian phía trên trùng với điện trường cần tìm.



Hình 388

2.25. $V = \begin{cases} \frac{Q}{R} + \frac{q}{d} & \text{nếu } d > R, \\ \frac{Q}{R} + \frac{q}{R} & \text{nếu } d \leq R, \end{cases}$ (xem lời giải bài 2.23).

2.26. $q^* = -q \frac{r}{d}.$

2.27. a) Đối với quả cầu tiếp đất:

tại điểm A (H.13): $\frac{E_1}{E_0} = 1 + \frac{R}{r} = 11$, tại điểm B: $\frac{E_1}{E_0} = 1 - \frac{R}{r} = 9.$

b) Đối với quả cầu không tiếp đất:

tại điểm A: $\frac{E_1}{E_0} = 3 - \frac{r}{R} = 2,9$; tại điểm B: $\frac{E_1}{E_0} = 3 + \frac{r}{R} = 3,1.$

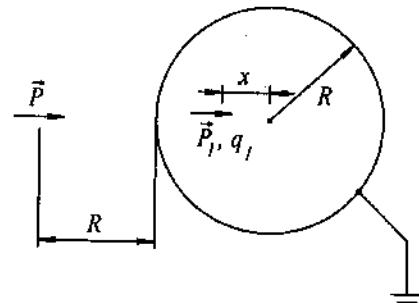
2.28. Điện tích - ánh gồm một luồng cực

$$\vec{p}_1 = \frac{\vec{p}}{8} \text{ và điện tích } q_1 = -\frac{p}{4R},$$

nằm trên khoảng cách $x = \frac{R}{2}$ tính

từ tâm cầu (H.389).

$$F = \frac{8}{27} \frac{p^2}{R^4}.$$



Hình 389

2.29. Khi $a \gg R$ tại tâm cầu luồng cực - ánh có momen $p = \frac{2R^3q}{a^2}$,

$\frac{\Delta F}{F} = 16 \left(\frac{R}{a} \right)^3$, trong đó $\Delta F = \frac{q^2}{4a^2} 16 \left(\frac{R}{a} \right)^3$ là lực hút bổ sung sinh ra khi có mặt cầu.

Khi không có mặt cầu $F = \frac{q^2}{4a^2}.$

2.30. $F = \frac{8q^2}{9R^2}; \sigma_{\text{trong}} = -\frac{3q}{2\pi R^2}; \sigma_{\text{ngoài}} = \frac{q+Q}{4\pi R^2}.$

2.31. $\sigma_{\text{trong}} = \frac{q}{18\pi R^2}, \sigma_{\text{ngoài}} = -\frac{q}{4\pi R^2}.$

Sau khi tiếp đất: $\sigma'_{\text{trong}} = \sigma_{\text{trong}}$; $\sigma'_{\text{ngoài}} = 0$.

$$2.32*. F \approx -\frac{3p^2R^3}{a^7} \text{ (lực hút).}$$

Lời giải. Có hai lời giải: lời giải gần đúng và lời giải chính xác.

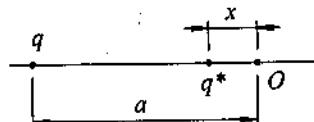
Giải gần đúng. Từ điều kiện bài ra thấy rằng $a >> R$. Vì vậy, có thể coi rằng (tất nhiên là gần đúng) mặt cầu nằm trong điện trường đều E .

Momen lưỡng cực của mặt cầu $p' = R^3 E = \left(-\frac{p}{a^3}\right) R^3$. Khi đã có

momen lưỡng cực của mặt cầu, ta giả thiết rằng momen lưỡng cực \bar{p}' nằm trong điện trường không đều của lưỡng cực \bar{p} . Điện trường của lưỡng cực theo hướng vuông góc với trục của nó $E = -\frac{p}{r^3}$. Lực tương

$$\text{tác } F = p' \left(\frac{\partial E}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = -\frac{3p^2 R^3}{a^7}. \text{ Đó là lực hút.}$$

Giải chính xác. Như đã biết, để tính lực tương tác giữa một điện tích điểm với một mặt cầu không mang điện người ta sử dụng phương pháp ảnh điện (xem bài 2.20). Điện tích - ảnh q^* được đặt trên đoạn thẳng nối điện tích q và tâm O của mặt cầu (H.390).



Hình 390

Độ dịch chuyển tương đối của điện tích q^* so với tâm cầu $x = \frac{R^2}{a}$.

$$\text{Bản thân điện tích } q^* = -\frac{R}{a}q = -\frac{x}{R}q.$$

$$\text{Vì thế } q \xrightarrow{\text{ảnh xạ}} -\frac{x}{R}q$$

Khoảng dịch chuyển nhỏ da của điện tích q dẫn đến khoảng dịch chuyển nhỏ dx của điện tích ảnh q^*

$$|dx| = \frac{R^2}{a^2} |da| = \frac{x}{a} |da| = \frac{x^2}{R^2} |da|.$$

Ký hiệu $da = l$, $dx = l'$, đổi với một nhánh của lưỡng cực ta có

$$l \xrightarrow{\text{ảnh xạ}} \frac{x^2}{R^2} l.$$

Dễ thấy rằng trong trường hợp này, khi lưỡng cực vuông góc với trục, thì ảnh điện trên vẫn đúng. Vì $\vec{p} = q\vec{l}$, nên

$$\vec{p} \xrightarrow{\text{ánh xa}} \vec{p}' = -\left(\frac{x}{R}\right)^3 \vec{p}.$$

Sử dụng biểu thức đã biết đối với lực tương tác giữa hai lưỡng cực song song (bài tập 1.30), ta có

$$F = \frac{3p p'}{(a - R^2/a)^4} = -\frac{3p^2 a R^3}{(a^2 - R^2)^4} \approx -\frac{3p^2 R^3}{a^7}.$$

Dễ thấy rằng kết quả gần đúng nhận được khi coi $a \gg R$, và nó trùng với kết quả của cách giải gần đúng.

2.33. $E(A) = \frac{3p}{R^3}; E(B) = 0.$

2.34. $F = \frac{128}{27} \frac{p^2}{R^4}$ - lực hút.

2.35. $F = \frac{64}{9} \frac{p^2}{R^4}$ - lực đẩy.

Hướng dẫn. Cần tính đến không chỉ có lưỡng cực - ảnh mà phải tính cả điện tích bổ sung tại điểm đặt lưỡng cực - ảnh.

2.36. $F \sim \frac{1}{d^5}.$

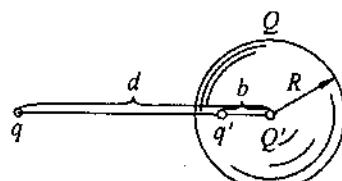
2.37. Trên điểm cách trục vòng mảnh một khoảng $x = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$ cân bằng ổn định, tại tâm vòng thì cân bằng không ổn định.

2.38. $q = -2(\sqrt{2} - 1)Q.$

2.39. $F = 0,2 \frac{q^2}{R^2}.$

2.40. $F = \frac{Q^2}{R^2} \left[1 - \frac{r}{R} + \frac{r/R}{(1 - r^2/R^2)^2} \right].$

2.41*. $Q = q\alpha \frac{1 - (1 - \alpha^2)^2}{(1 - \alpha^2)^2}$, trong đó $\alpha = \frac{R}{d}.$



Hình 391

Lời giải. Quả cầu phân cực trong điều kiện bài cho (H.391) có thể thay

bằng một cặp điện tích $q' = -\frac{qR}{d}$ cách tâm một khoảng $b = \frac{R^2}{d}$ và

diện tích $Q' = Q - q'$ tại tâm (Q là tổng diện tích của quả cầu). Lực tương tác

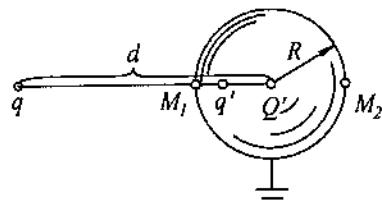
$$F = \frac{qq'}{(d-b)^2} + \frac{qQ'}{d^2} = -q^2 \frac{dR}{(d^2-R^2)^2} + q^2 \frac{R}{d^3} + qQ \frac{1}{d^2}.$$

Từ điều kiện $F = 0$ ta có

$$Q = q \frac{R}{d} \frac{d^4 - (d^2 - R^2)^2}{(d^2 - R^2)d} = q\alpha \frac{1 - (1 - \alpha^2)^2}{(1 - \alpha^2)^2}, \text{ trong đó } \alpha = R/d.$$

$$2.42*. \sigma_1 = -\frac{q}{4\pi(d+R)^2} \left(\frac{d}{R} - 1 \right), \quad \sigma_2 = -\frac{q}{4\pi(d-R)^2} \left(\frac{d}{R} + 1 \right).$$

Lời giải. Điện trường bên ngoài quả cầu trùng với điện trường của cặp điện tích q và q' (H.392). Mặt khác, mật độ diện tích mặt của quả cầu liên hệ với điện trường ở gần bề mặt của nó: $\sigma = \frac{1}{4\pi} E$. Tại lân cận điểm M_2 ta có



Hình 392

$$E_2 = \frac{q}{(d+R)^2} + \frac{q'}{(b+R)^2} \text{ trong đó } q' = -q \frac{R}{d}, \quad b = \frac{R^2}{d},$$

$$\text{suy ra } E_2 = -\frac{q}{(d+R)^2} \left(\frac{d}{R} - 1 \right).$$

$$\text{Tương tự, tại lân cận điểm } M_1: E_1 = -\frac{q}{(d-R)^2} \left(\frac{d}{R} + 1 \right).$$

$$2.43. V = \left(1 + \frac{L}{R} \right)^{5/2} \left(\frac{R}{r} \right)^{3/2} \left(\frac{mg}{2} \right)^{1/2} = 130 \text{ đơn vị hệ Gauss.}$$

$$2.44. v_0 = \frac{Qr}{(L+R)^2} \sqrt{\frac{r}{m}} = 240 \text{ cm/s.}$$

$$2.45. F = \frac{2\chi^2}{R(1 - r^2/R^2)}.$$

$$2.46*. q_3 = \frac{q_2^2}{q_1}.$$

Lời giải. Điện thế của các dây dẫn là các hàm tuyến tính thuần nhất của điện tích trên dây: $V_i = \sum_k A_{ik} q_k$. Vì tính đối xứng nên tất cả các hệ số A_{ik} có các chỉ số giống nhau sẽ bằng nhau. Tương tự tất cả các hệ số có chỉ số khác nhau cũng bằng nhau. Kí hiệu chúng tương ứng là A và B , khi đó ta có thể viết $V_i = Aq_1 + B(q_2 + q_3)$ và tương tự đối với các dây dẫn khác. Khi nạp điện cho quả cầu đầu tiên thì nó nhận được điện thế $V_i = Aq_1$. Khi nạp điện cho các quả cầu còn lại thì điện thế quả cầu thứ nhất thay đổi, nhưng giá trị cụ thể của nó không cần thiết đổi với quá trình tính toán. Khi nạp điện cho quả cầu thứ hai thì điện thế của nó bằng $V_i = Aq_2 + Bq_1$. Tương tự, đối với quả cầu thứ ba $V_i = Aq_3 + B(q_1 + q_2)$. Vì thế $Aq_1 = Aq_2 + Bq_1 = Aq_3 + B(q_1 + q_2)$. Từ đây suy ra đáp số.

$$2.47*. E_x = \frac{Uy}{hd}, E_y = \frac{Ux}{hd}.$$

Lời giải. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc như cho trên hình 19 (trục Z vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và song song với các cạnh dài của các tấm). Điện trường cần tìm là điện trường thế và thỏa mãn phương trình Laplace

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0.$$

Trên dây dẫn BD (tức là khi $y = 0$) điện thế phải có giá trị không đổi, ta coi giá trị không đổi này bằng không. Nghiệm cần tìm có dạng $V = \alpha xy + \beta y$, trong đó α, β là các hằng số. Do tính đối xứng nên điện thế V không thay đổi khi thay y bởi $-y$, từ đó suy ra $\beta = 0$. Đối với cường độ điện trường ta có

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\alpha y; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\alpha x.$$

Hằng số α được tính theo hiệu điện thế giữa các điểm B và A (hoặc giữa các điểm D và C). Điện thế của các điểm A và D tương ứng là $V_A = +V/2$, $V_D = -U/2$. Cường độ điện trường E_y trên bề mặt tấm AB (tức là khi $x = -d/2$) là $E_y = -U/(2h) = \alpha d/2$, từ đó suy ra $\alpha = -U/(hd)$. Cuối cùng ta có

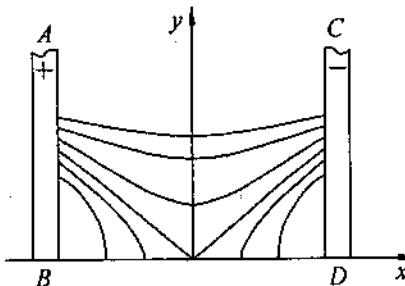
$$E_x = \frac{Uy}{hd}, E_y = \frac{Ux}{hd}.$$

Phương trình đường sức điện trường $\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y}$ có dạng

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x},$$

suy ra $y^2 - x^2 = C$, tức là các đường sức điện trường là các đường hiperbol côn. Khi $C > 0$ trục của các hiperbol trùng với trục Y , khi $C < 0$ – trùng với X . Để làm sáng tỏ ý nghĩa của hằng số C , ta ký hiệu khoảng cách từ đỉnh hiperbol đến gốc tọa độ là a . Khi $C > 0$ tọa độ đỉnh của hiperbol $(0; a)$. Tọa độ này phải thỏa mãn phương trình $a^2 - 0^2 = C$, suy ra $C = a^2$. Tương tự đối với trường hợp $C < 0$ thì

$C = -a^2$. Vì thế ta nhận được hai họ các hiperbol $y^2 - x^2 = a^2$ và $x^2 - y^2 = a^2$, các đường tiệm cận của chúng chính là các đường phân giác các góc tọa độ tương ứng (H.393). Các đường sức điện trường thuộc họ hiperbol thứ nhất nhận được dễ dàng bằng thực nghiệm, còn các đường sức họ hiperbol thứ hai khó nhận được bằng thực nghiệm hơn do thành phần E_x rất nhỏ.



Hình 393

- 2.48. $\Delta U_{\max} = E_{\max} d \left(1 - \frac{d}{2b}\right) \ln\left(\frac{2b}{d} - 1\right) \approx E_{\max} d \ln\left(\frac{2b}{d}\right) \approx 207 \text{ kV}$, trong đó E_{\max} là điện trường đánh thủng không khí.

2.49. $\sigma_A = \sigma_{A'} = -\frac{1}{4\pi} E_A$, trong đó E_A là điện trường tại điểm A .

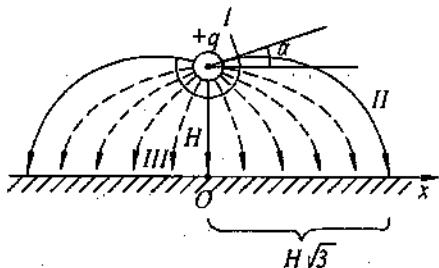
$$E_A = \frac{2q}{a^2} \left(1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \dots\right) \approx 1,82 \frac{q}{a^2}.$$

Với độ chính xác 1% có thể bỏ hết các số hạng bắt đầu từ $\frac{1}{13^2}$:

$$\sigma_A = -0,145 \frac{q}{a^2}.$$

2.50*. $\alpha = 0$.

Lời giải. Trên hình 394 biểu diễn điện trường của một điện tích điểm nằm phía trên cách mặt phẳng kim loại một khoảng H . Để giải bài tập đã cho ta tìm thông lượng của vectơ cường độ điện trường gửi qua một bề mặt khép kín, giới hạn bởi các bề mặt: I – một phần mặt cầu bao quanh điện tích điểm $+q$ trong lân cận của điện tích điểm này; II – mặt phẳng giới hạn bởi các đường sức điện trường kết thúc trên mặt phẳng kim loại cách tâm O một khoảng $x = H\sqrt{3}$; III – mặt phẳng vẽ ngay sát tấm kim loại. Vì thế bên trong bề mặt I – II – III không có điện tích, điều đó có nghĩa là thông lượng vectơ \vec{E} qua bề mặt kín này bằng không $\Phi_E = \oint(\vec{E} d\vec{S}) = 0$. Xét các thành phần của thông lượng này trên các bề mặt I, II, III. Hiển nhiên là $\oint(\vec{E} d\vec{S}) = 0$. Thông lượng vectơ \vec{E} qua bề mặt I $\oint(\vec{E} d\vec{S}) = -q\Omega$, trong



Hình 394.

đó Ω là góc bao của phần mặt cầu I. Để tính thông lượng vectơ \vec{E} qua bề mặt III cần xác định cường độ điện trường $E(x)$ gần tấm kim loại. Sử dụng ảnh của điện tích $+q$ ta dễ dàng tìm được

$$E(x) = \frac{2qH}{(x^2 + H^2)^{3/2}}.$$

$$\text{Vì vậy } \oint_{III}(\vec{E} d\vec{S}) = 2qH \int_0^{H\sqrt{3}} \frac{2\pi x dx}{(x^2 + H^2)^{3/2}} = 2\pi q.$$

Vậy $\Phi_E = \oint(\vec{E} d\vec{S}) = -q\Omega + 2\pi q = 0$, suy ra $\Omega = 2\pi$, điều đó có nghĩa là góc cần tìm $\alpha = 0$.

2.51. $D = 2H$.

$$2.52. \text{ a)} \frac{\rho a^2}{8\epsilon_0}; \quad \text{b)} \frac{\rho a^2}{32\epsilon_0}.$$

$$2.53. \text{ a)} \frac{\pi}{2}; \quad \text{b)} \pi; \text{ c)} 0.$$

$$2.54. \text{ a)} Q = \pi\rho_0 R^3; \quad \text{b)} E = \frac{Qr^2}{2\pi\epsilon\epsilon_0 R^4}.$$

2.55. Điện thế gây ra do khối cầu bán kính r là :

$$V_1(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ với } q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho.$$

Điện thế gây ra bởi phần còn lại của quả cầu tại điểm cách tâm khoảng

$$r \text{ là : } V_2(r) = \int_r^R \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{4\pi\epsilon_0 r},$$

Điện thế tổng cộng tại điểm đó là

$$\begin{aligned} V(r) &= V_1(r) + V_2(r) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\epsilon_0 r} + \int_r^R \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{4\pi\epsilon_0 r} = \\ &= \frac{\rho r^2}{3\epsilon_0} + \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R^2 - r^2) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{r^2}{3} \right). \end{aligned}$$

§3. ĐIỆN TRƯỜNG TRONG VẬT CHẤT. NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TRƯỜNG. PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG ĐỂ TÍNH CÁC LỰC PONDEROMOTOR

3.1. $\epsilon = 1 + 4\pi r^3 n.$

3.2. $x = \frac{\epsilon - 1}{4\pi n_0 z e} E = 2 \cdot 10^{-16} \text{ cm, trong đó } n_0 \text{ là số Losmith.}$

3.3. $\beta = \frac{3}{4} \alpha^3 = 0,11 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3.$

Hướng dẫn. Lưu ý rằng $r \ll a$ và sử dụng sự phân bố electron trong nguyên tử, theo định lý Gauss ta tính $E(r) = -\frac{4\pi er}{3a^3}$. Tiếp theo ta tính khoảng dịch chuyển r_0 của đám mây điện tử khi có điện trường ngoài E_0 . Sau khi viết biểu thức của momen lưỡng cực $p = er_0$, ta tính được hệ số β khi có điện trường E_0 .

3.4. $\beta = a^3 = 0,15 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3.$

3.5. $\omega_0 = \sqrt{\frac{d_0 E_0}{J}}$. Khi không có điện trường biến thiên, đồng thời bỏ qua chuyển động nhiệt, ta có thể coi tất cả các lưỡng cực sắp xếp theo điện trường \vec{E}_0 .

$$3.6. \frac{\Delta n}{n_0} = \frac{\beta E^2}{2kT} = 1,2 \cdot 10^{-7}.$$

$$3.7. \vec{E}_A = 2\pi \vec{P}_0; \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{l}{r}\right)^2.$$

$$3.8. E_C = E_A \frac{2h}{D} = 12 \text{ V/cm.}$$

$$3.9. \vec{E} = -8 \frac{l}{L} \vec{P}; \vec{D} = 4 \left(\pi - 2 \frac{l}{L} \right) \vec{P}.$$

$$3.10. \vec{E}_A = -\frac{hl}{2R^2} \vec{P}; \vec{D}_A = \left(4\pi - \frac{hl}{2R^2} \right) \vec{P}.$$

$$3.11. \vec{E}_A = -\frac{2a}{R} \vec{P}; \vec{D}_A = 2 \left(2\pi - \frac{a}{R} \right) \vec{P}.$$

$$3.12. \vec{E}_0 = \frac{\pi h}{R} \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \vec{P}.$$

$$3.13. \text{Điện trường bên trong tám: } E_1 = 4\pi P_0 \left(\frac{x^2}{d^2} - 1 \right);$$

điện trường bên ngoài ngoài tám $E_2 = 0$;

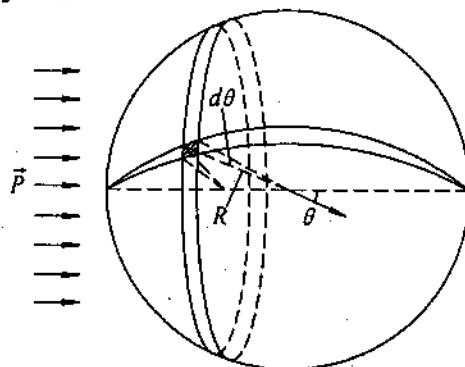
$$U = \frac{16\pi}{3} P_0 d.$$

$$3.14. \vec{E} = \frac{4H}{R} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{R}{l} \right) \vec{P}.$$

3.15. $E' = (\epsilon - 1)E/3$. Nếu P là độ phân cực điện môi thì $(\epsilon - 1)E = 4\pi P/3$.

Cường độ điện trường tại tâm lỗ cầu rỗng $E' = 4\pi P/3$.

Trên thực tế (H.395),



Hình 395

$$E' = \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \frac{P \cos \theta \ R^2 \sin \theta \ d\phi}{R^2} \cos \theta = 2\pi P \int_0^{\pi} \sin \theta \cos^2 \theta \ d\theta = \frac{4\pi}{3} P.$$

$$3.17. F \approx \frac{3P^2}{l^4} = \frac{(\varepsilon - 1)^2}{3} \frac{U^2}{d^2} \frac{r^6}{l^4} \approx 3.10^{-11} \text{ N (lực đẩy)}.$$

$$3.18. F \approx \frac{2}{3} (\varepsilon - 1)^2 \frac{U^2}{d^2} \frac{r^6}{l^4} \approx 6.10^{-11} \text{ N (lực hút)}.$$

3.19. Trong khe không khí $E_1 = D_1 = 4\pi P \frac{h}{d}$; trong tấm điện môi
 $E_2 = -4\pi P \left(1 - \frac{h}{d}\right)$, $D_2 = D_1$.

$$3.20. \vec{E} = \frac{2\vec{E}_0}{\varepsilon + 1}; \vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{\vec{E}_0}{2\pi}.$$

$$3.21. E \approx \frac{D}{1 + 4\pi n_0 \beta_0} \left[1 - \frac{D^2}{(1 + 4\pi n_0 \beta_0)^3} \frac{4\pi n_0 \beta_0^2}{kT} \right].$$

$$3.22. \sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right).$$

3.23. a) $\Phi_E = \pi R^2 E_0 \cos \theta \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$; b) $\oint_D dl = -(\varepsilon - 1) E_0 l_1 \sin \theta$. Ta thấy thông lượng vecto \vec{D} , hiển nhiên, bằng không.

3.24. $C = 35 \text{ cm}$.

$$3.25. U = \frac{\varepsilon U_1}{1 + (\varepsilon - 1)d_1/d} = 500 \text{ V}.$$

$$3.26. C = \frac{S(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{4\pi d \ln(\varepsilon_1/\varepsilon_2)}.$$

Hướng dẫn. Vì điện thâm giữa hai bản tụ biến thiên theo hàm $\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d}x$, trong đó x là khoảng cách tính từ bản thứ nhất, nên hiệu điện thế giữa các bản tụ có thể viết dưới dạng:

$$U = \int_0^d Edx = Dd \int_0^d \frac{dx}{\varepsilon_1 d + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)x},$$

trong đó E là cường độ điện trường, $D = 4\pi\sigma$ là cảm ứng điện trường.

$$3.27. E(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} (3\pi\sigma + \frac{2\pi\sigma}{d^2} x^2) & \text{khi } 0 \leq x \leq d, \\ -\pi\sigma & \text{khi } x < 0, \\ +\pi\sigma & \text{khi } x > d. \end{cases}$$

$$3.28. E = \frac{4\pi Q}{\varepsilon_1\Omega_1 + \varepsilon_2\Omega_2} \frac{1}{r^2}, \text{ trong đó } r \text{ là khoảng cách tính từ tâm cầu.}$$

$$C = \frac{\Omega_1\varepsilon_1 + \Omega_2\varepsilon_2}{4\pi} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

$$3.29. E = \frac{4\pi}{\varepsilon_1\phi_1 + \varepsilon_2\phi_2} \frac{Q}{lr}, \text{ trong đó } r \text{ là khoảng cách tính từ tâm của tụ điện.}$$

$$C = \frac{\phi_1\varepsilon_1 + \phi_2\varepsilon_2}{4\pi \ln(R_2/R_1)} L.$$

$$3.30. S_2 = \frac{\varepsilon - n}{\varepsilon - 1} \frac{S_1}{n} = 200 \text{ cm}^2, \text{ trong đó } n = 40.$$

$$3.31. h = \frac{\varepsilon - n}{\varepsilon - 1} \frac{d}{n} = 0,2 \text{ mm, trong đó } n = 50.$$

$$3.32. C = \frac{8\pi\beta q}{\sqrt{1+32\pi\beta q}-1} \left(\ln \frac{R_2}{R_1} \right)^{-1}.$$

$$3.33. C = \frac{8\pi\beta q}{\sqrt{1+16\pi\beta q}-1} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

$$3.34. \rho = \frac{2U_0}{\pi R_1 r}.$$

$$3.35. \rho = \frac{U_0}{\pi R_1 r}.$$

$$3.36. \rho = \frac{2\pi(\varepsilon - 1)n^2}{(e/m)} \approx 4,8 \cdot 10^{-13} \text{ đơn vị hệ Gauss.}$$

$$q = -\frac{m}{e} 2\pi^2 (\varepsilon - 1) n^2 R^2 H \approx -0,15 \cdot 10^{-8} \text{ đơn vị hệ Gauss.}$$

$$3.37. V = \frac{q}{\varepsilon R}.$$

$$3.38. \sigma_1 = \frac{q}{2\pi r^2(1+\varepsilon/\varepsilon_1)}; \quad \sigma_2 = \frac{q}{2\pi r^2(1+\varepsilon/\varepsilon_2)},$$

$$3.39. F = \frac{2}{3} \left(\frac{q}{R}\right)^2 \left(\frac{r_0}{R}\right)^3 (\varepsilon - 1).$$

$$3.40. F = \frac{q^2}{4L^2} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}; \quad \sigma = \frac{1}{2\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{qL}{(r^2 + L^2)^{3/2}}, \text{ trong đó } r \text{ là khoảng cách}\\ \text{tính từ đường thẳng đi qua điện tích và vuông góc với mặt phẳng.}$$

$$3.41. F \sim \frac{1}{r^5}.$$

$$3.42. W = \frac{q^2}{2R}.$$

$$3.43. W = \frac{3q^2}{5R}.$$

$$3.44. \text{a) } R = \frac{3}{5} \frac{e^2}{mc^2} \approx 1,7 \cdot 10^{-13} \text{ cm; b) } R = \frac{e^2}{2mc^2} \approx 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

$$3.45. H = \frac{A}{2\pi\rho q d} = 1,3 \text{ cm.}$$

$$3.46. T = T_0 \frac{CU^2}{12P_0V_0} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ K.}$$

$$3.47. A = \frac{11}{16} \frac{q^2}{R}.$$

$$3.48. A = \frac{11}{8} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q^2}{R}.$$

$$3.49. W = \frac{2}{3} \pi^2 \rho^2 R^2 l^3.$$

$$3.50. P = 2\pi\sigma^2 = \frac{2\pi Q^2}{(4\pi R^2)^2} = \frac{Q^2}{8\pi R^4}.$$

Hướng dẫn. Giả sử σ là mật độ điện tích mặt trên mặt cầu. Cường độ điện trường bên ngoài gần mặt cầu bằng $4\pi\sigma$, còn bên trong bằng không. Tách theo hướng tương tự một phần tử bề mặt dS . Điện trường gần mặt cầu có thể xem như sự chồng chất của hai điện trường: thứ nhất là điện trường của điện tích chứa trong dS và tạo ra cường độ $2\pi\sigma$ bên

trong và bên ngoài mặt cầu, thứ hai là điện trường của tất cả các điện tích còn lại. Do đó, điện trường của các điện tích còn lại bằng $2\pi\sigma$ và hướng ra bên ngoài. Từ đây suy ra lực tác dụng lên phần tử dS từ bên trong bằng $2\pi\sigma\sigma dS$. Vì vậy mà áp suất bằng $2\pi\sigma^2$.

$$3.51*. F = \frac{Q^2}{8R^2}.$$

Lời giải. Lực đẩy trên một đơn vị diện tích mặt cầu là: $\vec{f} = \frac{Q^2 \vec{n}}{8\pi R^2}$, từ đây tính tích phân ta sẽ thu được kết quả.

$$3.52. F = \frac{Q(Q+2q)}{8R^2}.$$

$$3.53. F = \frac{9}{16} E_0^2 R^2 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ N.}$$

Hướng dẫn. Chú ý rằng quả cầu dẫn điện trong điện trường đều \vec{E}_0 sẽ bị phân cực, vì thế ta tìm điện trường trên bề mặt quả cầu dưới dạng hàm của góc θ giữa chiều của vectơ \vec{E}_0 và một điểm trên bề mặt quả cầu $E_c = 3E_0 \cos \theta$. Hình chiếu (trên trục đối xứng) của các lực áp suất do điện trường trên nửa quả cầu sinh ra $f_{\parallel} = \frac{E_c^2}{8\pi} \cos \theta$. Tiếp theo, lấy tích phân theo góc θ ta nhận được lực đẩy toàn phần tác dụng lên mỗi nửa quả cầu.

$$3.54. F = \frac{\chi^2}{\pi R}.$$

$$3.55. W_2 = \varepsilon W_1.$$

$$3.56. Q = \frac{1}{2} (R_1 V_1^2 + R_2 V_2^2 + R_3 V_3^2) - \frac{1}{2} (R_1 + R_2 + R_3) V^2 \approx 4,16 \cdot 10^{-7} \text{ J},$$

trong đó V là điện thế cân bằng của hệ sau khi nối tất cả các quả cầu với nhau.

$$3.57. x = \frac{d}{\frac{\varepsilon^2 S \ell^2}{8\pi d A} - \varepsilon}.$$

$$3.58. Q = \frac{C\ell}{4}; R > \frac{\Delta t}{C} \approx 10^8 \text{ đơn vị hertz Gauss.}$$

$$3.59. F = \frac{S}{8\pi} \left(\frac{U\varepsilon}{l_1\varepsilon + l_2} \right)^2; \text{ khi } l \rightarrow 0 \quad F = \frac{SU^2\varepsilon^2}{8\pi l_2^2} = \frac{D^2}{8\pi} S = \omega_0 S,$$

trong đó D là cảm ứng, ω_0 là mật độ năng lượng điện trường.

3.60. Điện môi bị đánh thủng trước.

$$3.61. \text{a)} C = \frac{(1+\varepsilon)S}{8\pi d}.$$

b) $E = \frac{2U}{d(1+\varepsilon)}$; cường độ điện trường trong không khí và trong chất lỏng như nhau.

$$\text{c) Trong không khí } \sigma = \frac{U}{2\pi d(1+\varepsilon)}; \text{ trong chất lỏng } \sigma' = \frac{\varepsilon U}{2\pi d(1+\varepsilon)}.$$

$$\text{d) } \Delta W = \frac{SU^2}{8\pi d} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}. \text{ Công được thực hiện do sự thay đổi năng lượng}$$

ΔW khi chất lỏng dâng lên trong tụ. Mức chất lỏng giữa các bản tụ cao hơn mức chất lỏng trong bình chứa.

3.62*. Sự thay đổi năng lượng trong tụ:

$$\text{a) } \Delta W_1 = \frac{(1-\varepsilon)C\varepsilon^2}{2} \approx -318.10^{-7} \text{ J};$$

$$\text{b) } \Delta W_2 = \frac{(\varepsilon - 1)Q^2}{2C\varepsilon} \approx +1590.10^{-7} \text{ J. Công thực hiện khi đưa tấm thủy tinh ra xa } A_1 = +318.10^{-7} \text{ J; } A_2 = +1590.10^{-7} \text{ J.}$$

Lời giải. Trong cả hai trường hợp không chỉ có năng lượng của tụ thay đổi mà còn mất một công để đưa bản tụ ra xa. Công này trong trường hợp thứ hai lớn hơn vì càng đưa bản tụ ra xa thì cường độ điện trường trong tụ càng tăng, trong khi đó ở trường hợp thứ nhất cường độ điện trường không đổi. Trong trường hợp thứ nhất, khi đưa một bản ra xa tụ thì không chỉ có một công cơ học được thực hiện mà năng lượng của tụ cũng giảm và năng lượng của nguồn tăng lên. Công thực hiện để chống lại suất điện động của nguồn $A = \Delta Q\varepsilon$, trong đó ΔQ là sự biến đổi điện tích trong tụ sau khi đưa bản tụ ra xa. Vì $\Delta Q = (\varepsilon - 1)C\varepsilon$, nên $A = (\varepsilon - 1)C\varepsilon^2$ và khi đưa bản tụ ra xa ta thực hiện một công cơ học $A_1 = A + \Delta W_1 = (\varepsilon - 1)C\varepsilon^2 / 2 = +318.10^{-7} \text{ J.}$

Trong trường hợp thứ hai, khi đưa bản tụ ra xa ta thực hiện một công bằng sự tăng năng lượng của tụ $A_2 = \Delta W_2 = +1590.10^{-7} \text{ J.}$

$$3.63. F = \frac{\varepsilon - 1}{(\varepsilon + 1)^2} \frac{U^2 \sqrt{S}}{2\pi d}.$$

$$3.64. h = \frac{U^2 (\varepsilon - 1)}{\pi \rho g (D_1^2 - D_2^2) \ln(D_1/D_2)} \approx 5 \text{ mm}.$$

$$3.65. h = \frac{\varepsilon_2^2 (\varepsilon_1 - 1) U^2}{8\pi \rho g (\varepsilon_2 l_1 + l_2)^2}.$$

3.66. $\Delta C \approx \frac{r^3}{d^2} \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$. Kết quả này không chú ý đến "sự biến mất" điện trường trong thể tích quả cầu. Độ lớn phần năng lượng không được tính đến xấp xỉ bằng cơ năng để di chuyển quả cầu tới điểm đã cho. Vì vậy $\Delta C \sim 10^{-5} - 10^{-6} \text{ cm}$.

$$3.67. M = \frac{(\varepsilon - 1) R^2 U^2}{16\pi d}. \text{ Momen } M \text{ kéo tám điện môi vào bên trong tụ.}$$

$$3.69. U = \sqrt{\frac{8\pi Mgd}{l}} \approx 4,71 \text{ kV}.$$

$$3.70. F = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \left(\frac{Q}{R} \right)^2.$$

$$3.71. F \approx \frac{2\alpha R^2 U^2}{(l + R)^5} \approx 10^{-10} \text{ N, nếu } \alpha \approx r^3.$$

$$3.72. \text{a) } A = -\Delta W = 18 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{Q^2}{2C_0} \left(\frac{C_0}{C} - 1 \right) = \frac{Q^2}{2C_0} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) = \\ &= \frac{C_0 U_0^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) = -18 \cdot 10^{-3} \text{ J.} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \Delta Q = CU_0 - C_0 U_0 = C_0 U_0 (\varepsilon - 1),$$

$$\Delta W = (C - C_0) \frac{U_0^2}{2} = \frac{C_0 U_0^2}{2} (\varepsilon - 1),$$

$$A_{ng} = \Delta Q U_0 = C_0 U_0^2 (\varepsilon - 1),$$

$$A = A_{ng} - \Delta W = \frac{C_0 U_0^2}{2} (\varepsilon - 1) = 36 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

3.73. Năng lượng điện trường: $\omega_e = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2$,

$$W_1 = \frac{\epsilon_0}{2} \frac{q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \int_R^{R_1} \frac{4\pi r^2}{r^4} dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right),$$

$$W_2 = \frac{\epsilon_0}{2} \frac{q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \int_R^{\infty} \frac{4\pi r^2}{r^4} dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_1},$$

$$W_1 = W_2 \text{ suy ra } \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \text{ vậy } R_1 = 2R.$$

3.74. $A = Fd$ suy ra $F = \frac{A}{d}$,

Mặt khác

$$A = W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{2d} E^2 d^2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S d}{2} E^2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S d}{2} \left(\frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \right)^2 = \frac{q^2 d}{2 \epsilon \epsilon_0 S},$$

$$\text{Suy ra } F = \frac{q^2}{2 \epsilon \epsilon_0 S}.$$

3.75. a) $\frac{kq^2}{10R}$; b) $\frac{kq^2}{2R}$.

3.76. a) $\frac{kq^2}{2R_1}$; b) $\frac{kq^2}{R_1}$; c) $\frac{kq^2(R_1 + 3R_2)}{2R_1 R_2}$.

§4. DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI. DÒNG ĐIỆN TRONG MÔI TRƯỜNG VÔ HẠN

4.1. $I = 0,75$ A. Vôn kế chỉ không, vì độ giảm thế bên trong mỗi pin bằng suất điện động của nó.

4.2. $I_1 \approx 1,05$ A (theo chiều của suất điện động); $I_2 \approx 0,87$ A (ngược với chiều của suất điện động); $U = 1,8$ V.

4.3. a) $U = r_1 \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{r_1 + r_2 + r_3} - \epsilon_1$; b) $U = 0$.

$$4.4. \epsilon = \frac{\epsilon_1 R_2 + \epsilon_2 R_1}{R_1 + R_2}.$$

$$4.5. I = \frac{\epsilon_0 (1 + R_3 / R_2) - \epsilon_1}{R_0 (1 + R_3 / R_2) + R_3}.$$

$$4.6. R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_R = 0 \text{ với điều kiện } \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

$$4.7. N_1 = N_4 = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2}{4R}; \quad N_2 = N_3 = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}{4R}.$$

$$4.8. \epsilon_2 = \epsilon_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right); \quad I = \frac{\epsilon_1}{R_1} - \frac{\epsilon_3}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right).$$

$$4.9. \epsilon = \frac{\frac{\epsilon_1 + R_1}{R_2} \epsilon_2}{1 + \frac{R_1}{R_2}}.$$

$$4.10. U_i = \frac{UR_i}{R_1 + R_2 + R_3}, \text{ trong đó } i = 1, 2, 3.$$

$$4.11. I_1 = \frac{IR_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \quad I_2 = \frac{IR_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3};$$

$$I_3 = \frac{IR_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

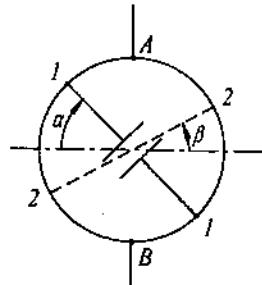
$$4.12. \text{a) Nếu đường kính quay theo chiều kim đồng hồ (H.396), thì đèn lóe sáng khi } \alpha = \frac{\pi}{2} \frac{V_s}{U}, \text{ tắt khi } \beta = \frac{\pi}{2} \frac{V_t}{U}.$$

$$\text{b) } V_{\min} = V_s, \text{ đèn sáng khi } \alpha = \pm \frac{\pi}{2}.$$

$$4.13. U = \frac{ESRn}{2\pi} = 0,2 \text{ V.}$$

$$4.14*. I = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{\epsilon}{h} vb, \text{ trong đó } b \text{ là chiều rộng của bản.}$$

Lời giải. Điện tích đi qua bản trong thời gian dt : $dq = \sigma v b dt$, trong đó mật độ điện tích mặt của các điện tích phân cực trên điện môi



Hình 396

$$\sigma = P = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{\epsilon}{h}.$$

Từ đó suy ra

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{\epsilon}{h} vb \text{ (đơn vị hệ Gauss).}$$

4.15*. $N = \epsilon I = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{bv\epsilon^2}{h} \cdot 10^{-7}$ [W], trong đó v là vận tốc tức thời của điện môi, b là chiều rộng tấm. Công của nguồn để tăng năng lượng điện của tụ và để tăng động năng của điện môi bằng nhau.

Lời giải:

$$Ndt = \epsilon dq = dW + \delta A,$$

$$dW = d\left(\frac{C\epsilon^2}{2}\right) = \frac{\epsilon^2}{2} dC, \quad \delta A = \frac{\epsilon^2}{2} dC,$$

$$dW = \delta A, \quad C = C_0 + \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{b}{h} x,$$

$$Ndt = 2dW = 2 \frac{\epsilon^2}{2} dC = \epsilon^2 \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{b}{h} v dt.$$

$$\text{4.16*. } R = \frac{U}{I} \approx \frac{1}{\pi \lambda a} \ln \frac{b}{r_0}.$$

Lời giải. Vì $\lambda_1 \gg \lambda$ nên có thể coi các dây dẫn hình trụ có điện thế không đổi trên suốt chiều dài của nó. Vì thế để xác định điện trường ta phải xét bài toán tĩnh điện. Giả sử mật độ điện tích dài trên các dây dẫn là $\pm \chi$, khi đó theo định lý Gauss điện trường E xung quanh một thanh hình trụ cách trục nó một khoảng r bằng

$$E = \pm \frac{2\chi}{r}.$$

Hiệu điện thế giữa hai thanh nhận được bằng cách lấy tích phân điện trường E

$$U = 2\chi \int_{r_0}^{b-r_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{b-r} \right) dr = 4\chi \ln \frac{b-r_0}{r_0} \approx 4\chi \ln \frac{b}{r_0}.$$

Lưu ý rằng ở gần mỗi thanh điện trường không phụ thuộc vào điện tích của thanh còn lại ($b \gg r_0$). Giả thiết mật độ dòng điện không đổi theo độ dày của tấm, khi đó dòng điện tổng I đi ra từ dây dẫn hình trụ

$$I = 2\pi r_0 a j = 2\pi r_0 a \lambda E = 4\pi \chi \lambda a.$$

Từ đó suy ra điện trở cần tìm

$$R = \frac{U}{I} \approx \frac{1}{\pi \lambda a} \ln \frac{b}{r_0}.$$

$$4.17. R = \frac{2l}{\pi \lambda \delta (D-d)} \ln \frac{D}{d}.$$

$$4.18. R = \frac{1}{\pi \lambda \delta} \left(\frac{l}{D} + \ln \frac{D}{d} \right).$$

$$4.19. R_{AB} = \frac{\sqrt{7}-1}{3} a_1 \rho \approx 0,55 a_1 \rho \approx 0,55 \Omega.$$

$$4.20. V(\theta) = (V_1 - V_2) \left\{ \frac{\ln[\tan(\theta/2)]}{2 \ln[\tan(\theta_0/2)]} + 1 \right\}.$$

$$4.21. V_{\max} = RE_t = 4,5 \cdot 10^6 \text{ V}; I_{\max} = \frac{lvE_t}{2\pi} = 1 \text{ mA}.$$

$$4.22. E = \frac{\epsilon}{r_2 - r_1}.$$

$$4.23. q = \frac{I}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_2}{\lambda_2} - \frac{\epsilon_1}{\lambda_1} \right) \approx 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$

$$4.24. C = \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{trên đơn vị chiều dài}); \quad \vec{E} = \frac{2U_0}{R_2^2 - R_1^2} \vec{r}; \quad \rho = \frac{U_0}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}.$$

$$4.25. \sigma = \frac{U}{4\pi} \frac{\epsilon_2 \lambda_1 - \epsilon_1 \lambda_2}{d_1 \lambda_2 + d_2 \lambda_1}.$$

$$4.26. \Lambda = \frac{4\pi \lambda}{\epsilon} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (\text{trong đó } R_1, R_2 \text{ là bán kính các bán cực của tụ điện cầu}).$$

$$4.27. \lambda(r) \sim \frac{1}{r^4}.$$

$$4.28. \lambda(r) \sim \frac{1}{r}.$$

4.29. $\rho = \frac{Ij}{4\pi} \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{[\lambda_1 l + (\lambda_2 - \lambda_1)x]^2}$, trong đó x là tọa độ tính từ điểm A theo hướng đến điểm B . Ta thấy rằng nếu λ và ε là các hằng số không phụ thuộc vào tọa độ và thời gian, thì mật độ khối ρ của các diện tích tự do trong dây dẫn có dòng không đổi chạy qua bằng không.

$$4.30. Q \approx \frac{4\pi\lambda}{\varepsilon} \sum_{k=1}^n q_k V_k.$$

$$4.31. D = 3,3\text{cm}.$$

$$4.32. R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1 \lambda_1} + \frac{1}{r_2 \lambda_2} \right).$$

4.33*. *Lời giải.* Ta tưởng tượng giữa hai dây dẫn A và B dưới hiệu điện thế U có một điện trường tĩnh, hơn nữa không gian giữa hai dây không chứa môi trường gì. So sánh điện trường này với trường của các lực điện khi không gian giữa các dây dẫn này được lắp đầy môi trường đồng nhất dẫn điện (diện trở suất ρ) và giữa các dây cũng có hiệu điện thế U . Vì môi trường là đồng nhất và bề mặt của các dây dẫn là các mặt đẳng thế, nên cường độ điện trường trong cả hai trường hợp như nhau. Trong trường hợp điện trường tĩnh ta có $CU = Q = \int \sigma dS$, trong đó σ là mật độ điện tích mặt trên phần tử bề mặt dS và tích phân lấy theo bề mặt của một trong các dây dẫn.

$$\text{Vì } E = 4\pi\sigma, \text{ nên } CU = \frac{1}{4\pi} \int E dS. \quad (1)$$

Trong trường hợp dòng điện không đổi

$$\frac{U}{R} = I = \int j dS,$$

trong đó j là mật độ dòng điện và tích phân lấy theo bề mặt của cùng dây dẫn trên. Đối với tất cả các điểm trong không gian định luật Ohm cho $E = j\rho$.

$$\text{Từ đó suy ra} \quad \frac{U}{R} = \frac{1}{\rho} \int E dS \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta được

$$R = \frac{\rho}{4\pi C}.$$

$$4.34. R = \frac{\rho}{2\pi r}.$$

Hướng dẫn. Để giải bài toán cần áp dụng kết quả bài trước.

$$4.35. R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\rho_1}{C_1} + \frac{\rho_2}{C_2} \right).$$

$$4.36. Q_1 = \frac{\epsilon r_2}{\frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2}},$$

$$Q_2 = \frac{\epsilon r_1}{\frac{r_1}{r_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}.$$

4.37. $q = |e|$. Vì tính di động của các iôn không đổi nên vận tốc của chúng v_1 và v_2 cũng không đổi. Dòng điện biến đổi đột ngột tại thời điểm t_1 khi một trong số các iôn tới bắn cực. Ký hiệu quãng đường của iôn đầu tiên là x , còn $(d - x)$ là quãng đường của iôn thứ hai, ta có

$$I = I_1 = \frac{|e|}{d} (v_1 + v_2), \quad 0 < t < t_1 = \frac{x}{v_1};$$

$$I = I_2 = \frac{|e|}{d} v_2, \quad t_1 \leq t < t_2 = \frac{d - x}{v_2}.$$

§5. TỪ TRƯỞNG. ĐỊNH LUẬT BIO-SAVART - LAPLACE. ĐỊNH LÝ VỀ LƯU SỐ TRONG CHÂN KHÔNG. ĐỘ TỰ CẢM CỦA CÁC DÂY DẪN. ĐỊNH LÝ HỒ CẢM

$$5.1. B = \frac{2\pi I a}{cb^2} = \frac{\pi}{9} \cdot 10^{-4} T \approx 0,35 \cdot 10^{-4} T.$$

$$5.2. B = \frac{2\pi I}{ca} = \frac{\pi}{25} \cdot 10^{-4} T \approx 0,13 \cdot 10^{-4} T.$$

$$5.3. \quad B = \frac{I}{CR} \left(\frac{\pi}{2} + 2 \right).$$

$$5.4. \quad B = 0.$$

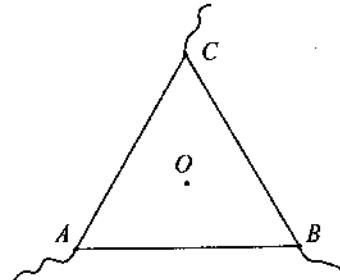
Hướng dẫn. Xét trường hợp tổng quát hơn - đối với ba dây dẫn nối các đỉnh của tam giác (H.397). Cho dòng điện I chạy từ A đến B , cho dòng tương tự I chạy từ B đến C và sau đó từ C đến A .

$$5.5. \quad B = \frac{2\pi NI}{l} (\cos \beta - \cos \alpha).$$

$$5.6. \quad \sigma = \frac{E}{2\pi} = 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2;$$

$$B = \frac{v}{c} E = 5 \cdot 10^{-10} \text{ T}.$$

$$5.7. \quad B = \frac{2I}{cr} \frac{1}{\frac{2\pi R}{d} - 1} \quad \text{với } r < R \quad \text{và} \quad r \gg d;$$



Hình 397

trên trục ống ($r = R$), $B = 10^{-5}$ T.

$$B \approx \frac{2I}{cr} \frac{1}{1 - \frac{d}{2\pi R}} \quad \text{với } r \gg R, \text{ trong đó } r \text{ là khoảng cách tính từ tâm khe.}$$

$$5.8. \quad B = \begin{cases} \frac{2Ir}{cR_2^2} \frac{1}{(\rho_1/\rho_2)(1 - R_1^2/R_2^2) + 1} & \text{khi } r \leq R_1, \\ \frac{2I}{cr} \frac{(\rho_1/\rho_2)(r^2/R_1^2 - 1) + 1}{(\rho_1/\rho_2)(R_2^2/R_1^2 - 1) + 1} & \text{khi } R_1 < r < R_2, \\ \frac{2I}{cr} & \text{khi } r \geq R_2. \end{cases}$$

5.9. Trong hệ tọa độ trục có trục trùng với trục của vòng dây, ta cần phân tích trạng thái của các thành phần từ trường $B_z(r)$ và $B_r(r)$. Để trả lời câu hỏi mà bài đưa ra, ta xác định dấu của đạo hàm B'_0 trên trục của vòng dây. Từ trường trong mặt phẳng vòng dây đạt cực tiểu tại tâm vòng.

5.10. Bên trong mặt cầu từ trường tương đương với từ trường của dây dẫn dài vô hạn có dòng điện I chạy qua, còn bên ngoài mặt cầu thì $B = 0$.

$$5.11. B = \frac{\pi I(N+1)}{R}.$$

Hướng dẫn. $\sum_{n=1}^N \sin^2 \frac{\pi n}{2N} = \frac{1}{2}(N+1)$.

$$5.12. B = \frac{2\pi i}{c} \left(\frac{r}{R} \right)^2.$$

$$5.13. B = \frac{\pi^2 i}{c}.$$

5.14. a) Trong kim loại $B = \frac{2\chi\omega}{c} \approx 0,67 \cdot 10^{-11}$ T; trong không khí $B = 0$.

b) Trong điện môi $B = \frac{2\chi\omega}{c} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \approx 0,44 \cdot 10^{-11}$ T; trong không khí $B = 0$.

$$5.15*. B = \frac{4\pi I}{c} = \frac{4\pi}{c} k\omega r^2.$$

Lời giải. Mật độ khối của các diện tích liên kết

$$\rho_{ik} = -\operatorname{div} \vec{P} = -k \operatorname{div} \vec{r} = -k \left(\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} \right) = -2k,$$

tức là không đổi trong toàn bộ thể tích của trụ. Khi quay với vận tốc góc ω , các diện tích liên hợp sinh ra các dòng điện có mật độ khối

$$j = \omega r \rho_{ik} = -2k\omega r.$$

Từ trường tại điểm r chỉ do các dòng điện tròn ngoài sinh ra, tức là các dòng điện chạy trên khoảng cách lớn hơn r . Cường độ các dòng điện này trên một đơn vị dài của trụ

$$\int_r^R j dr = -2k\omega \int_r^R r dr = k\omega(r^2 - R^2).$$

Trên bề mặt trụ phân cực xuất hiện các diện tích liên kết với mật độ mặt $\sigma_{ik} = P = kR$. Dòng điện tròn tạo ra bởi các diện tích bề mặt này trên một đơn vị dài của trụ bằng $k\omega R^2$. Cộng nó với dòng điện tròn của các diện tích khối ta tìm được dòng điện tròn toàn phần bên ngoài trên một đơn vị chiều dài của trụ $I = k\omega r^2$. Dòng điện này tạo ra bên trong trụ một từ trường

$$B = \frac{4\pi I}{c} = \frac{4\pi}{c} k\omega r^2,$$

hướng song song với trục của trụ.

$$5.16. \left(\frac{B}{E}\right)_{\max} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \approx 1,6 \cdot 10^{-6}.$$

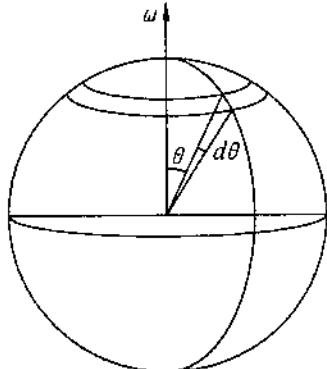
$$5.17*. \text{a)} \vec{B} = \frac{qR^2}{3c} \left[\frac{3(\vec{\omega} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\omega}}{r^3} \right]; \quad \text{b)} \vec{B} = \frac{qR^2}{5c} \left[\frac{3(\vec{\omega} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\omega}}{r^3} \right].$$

(Vectơ \vec{r} kẻ từ tâm cầu).

Lời giải. Ta xét một trường hợp, chẳng hạn trường hợp 1).

Lấy trên mặt cầu một dải vô cùng nhỏ nằm giữa hai góc θ và $\theta + d\theta$ (H.398). Khi quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$ dải này tương đương với một dòng điện tròn $dI = \frac{\omega q \sin \theta d\theta}{4\pi}$ với momen từ

$$d\mathfrak{M} = S \frac{dI}{c} = \pi R^2 \frac{\omega q \sin \theta}{4\pi c}.$$



Hình 398

Lấy tích phân theo θ ta tìm được momen từ của cả quả cầu

$$\vec{\mathfrak{M}} = \frac{qR^2\vec{\omega}}{3c}. \text{ Từ đây suy ra đáp số.}$$

$$5.18. \vec{\mathfrak{M}} = \frac{5}{6} \frac{ql^3\vec{\omega}}{c}.$$

$$5.19. \vec{\mathfrak{M}} = \frac{QR^2\vec{\omega}}{8c}.$$

5.20*. Không thể.

Lời giải. Momen từ của một quả cầu bán kính R tích điện đều theo thể tích và đang quay với vận tốc góc ω bằng (xem lời giải bài 5.17)

$$\vec{\mathfrak{M}} = \frac{qR^2\vec{\omega}}{5c},$$

trong đó q là diện tích toàn phần quả cầu, tức là trong điều kiện bài ra là của Trái Đất. Đặt $x = \frac{q_p - q_e}{q_p}$ và viết diện tích của một nguyên tử dưới dạng

$$Z(q_p - q_e) = Zxq_p.$$

Nếu Trái Đất gồm các nguyên tử có số thứ tự Z và số khối A , thì tỉ số giữa diện tích toàn phần với khối lượng M_{id} là

$$\frac{q}{M_{id}} = \frac{Zxq_p}{m_n A},$$

trong đó m_n khối lượng nucleon. Sử dụng mối liên hệ trên ta có thể viết biểu thức tính momen từ của Trái Đất dưới dạng

$$\mathfrak{M} = x \frac{Z}{A} \frac{q_p}{m_n} \frac{4\pi}{15c} \rho_{id} \omega_{id} R_{id}^5.$$

Nếu giả sử Trái Đất có momen từ như trên thì cảm ứng từ B trên cực có thể xác định từ biểu thức $B = 2\mathfrak{M} / R_{id}^3$ (giá trị lớn nhất). Suy ra

$$x = \frac{A}{Z} \frac{m_n}{q_p} \frac{15c}{16\pi^2} \frac{B_{id} T_{id}}{\rho_{id} R_{id}^2} \approx 2,6 \cdot 10^{-19}.$$

Tuy nhiên, các kết quả thực nghiệm (điều kiện bài ra) cho thấy rằng đại lượng x còn nhỏ hơn nữa ($x < 10^{-21}$). Vì vậy giả thuyết cho rằng nguồn gốc từ trường của Trái Đất là do điện tích dư của các proton và electron quay cùng với Trái Đất không được thực nghiệm chứng minh.

5.21. $B(r) = \frac{4Ir}{ca^2} \left(1 - \frac{r^2}{2a^2}\right)$, với $r \leq a$ (bên trong trụ);

$$B(r) = \frac{2I}{cr}, \text{ với } r \geq a \text{ (bên ngoài trụ)}.$$

5.22. $\frac{B_0}{B_T} = \frac{N}{\pi} \approx 3 \cdot 10^3$.

5.23. $B = 2\pi jd = 0,314 \text{ T}$. Từ trường B vuông góc với đường AB , hướng lên trên và nằm trong mặt phẳng hình vẽ.

5.24. $\vec{B} = \frac{2\pi}{c} j[\vec{s} \vec{d}]$, trong đó \vec{s} là vectơ đơn vị hướng dọc theo chiều dòng điện, còn vectơ \vec{d} kẻ từ trục dây dẫn đến trục của khoang hình trụ.

5.25. $\rho(r, z) = \frac{U}{2\pi d^3} z$; $Q = \frac{UR^2}{4d}$; $B(r) = \frac{8\pi}{3c} \frac{U}{d} \lambda_0 \sqrt{Rr}$.

5.26. $\Phi = \frac{I\pi^2 R_0^2}{cR} = \frac{I\pi^2 R_0}{10c}$.

$$5.27. L = \frac{1}{2} \left(1 + 4 \ln \frac{R}{r} \right) \text{ (trong hệ Gauss);}$$

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} \left(1 + 4 \ln \frac{R}{r} \right) \text{ (trong hệ SI).}$$

$$5.28. L = 0,24 \cdot 10^{-6} \text{ H.}$$

Hướng dẫn. Cảm ứng từ B bên trong ống cách trục ống một khoảng r là $B = 2I/(cr)$ (bỏ qua các hiệu ứng cạnh). Bên ngoài ống không có từ trường. Vì thế thông lượng gửi qua màng hướng theo bán kính $\Phi = \frac{2Il}{c} \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r}$, trong đó l là chiều dài ống, r_0 là bán kính dây dẫn, r_1 là bán kính trong của ống. Trên một đơn vị dài ta có $L/l = 2 \ln(r_1/r_0) \approx 6$, từ đó suy ra $L = 240 \text{ cm}$.

$$5.29. L \approx 4l \ln \left(\frac{d}{r} - 1 \right) \approx 8,79l \text{ [cm]; } L_d \approx 8,79 \cdot 10^{-7} \text{ H/m.}$$

$$5.30. M = \sqrt{L_1 L_2} = 0,6 \text{ H.}$$

$$5.31. \Phi_{21} = \frac{4\pi N n S I}{lc} = 10^{-3} \text{ Wb.}$$

$$5.32. \Phi = \frac{2aI}{c} \ln \left(1 + \frac{a}{b} \right).$$

$$5.33. M = 2aN \ln \left(1 + \frac{b}{R} \right).$$

$$5.34. \Phi = 4\pi n \mathfrak{M}$$

$$5.35. \Phi_{21} = \frac{2NnbI}{c} \ln \left(1 + \frac{a}{R} \right) \approx 10^{-3} \text{ Wb.}$$

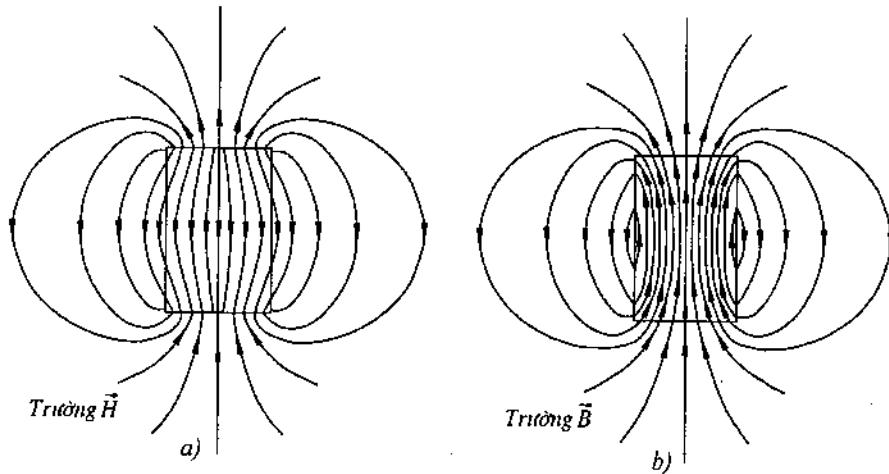
$$5.36. L = L_0 + L_1 + 2M = L_0 + 4\pi n^2 l S + 8\pi n \sigma N \cos \theta.$$

$$5.37. L = L_0 \left(1 + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\beta^2} \right).$$

§6. TỪ TRƯỜNG TRONG VẬT CHẤT. VECTƠ \vec{B} VÀ \vec{H} . ĐỊNH LÝ VỀ SỰ TUẦN HOÀN TRONG VẬT CHẤT. CÁC VẬT SIÊU DẪN TRONG TỪ TRƯỜNG

6.1. $I = \frac{c\mathcal{Z}}{n}$.

- 6.2. Các trường bên ngoài \vec{B} và \vec{H} trùng nhau. Trường \vec{B} liên tục trên các đường biên, còn trường \vec{H} bên trong xác định bởi biểu thức $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{\chi}$ (H.399). Nếu tương tự như điện trường ta đưa vào các “từ tích” liên hợp có mật độ trên hai mặt mút của thanh là σ , thì sau khi lập mô hình này ta thu được mối liên hệ tương tự trong tĩnh điện $\sigma = \mathcal{Z}$.



Hình 399

- 6.3. Bên trong tẩm $\vec{B} = \vec{0}$; $\vec{H} = -4\pi\vec{\chi}$. Bên ngoài tẩm $\vec{B} = \vec{H} = \vec{0}$.
- 6.4. Bên trong tẩm $\vec{B} = 4\pi\vec{\chi}$; $\vec{H} = \vec{0}$. Bên ngoài tẩm $\vec{B} = \vec{H} = \vec{0}$.
- 6.5. $B_A = 2\pi\mathcal{Z}$, $\frac{B_A}{B_C} = \left(\frac{l}{r}\right)^2$.
- 6.6. $B_C = B_A \frac{2h}{D} = 0,01 \text{ T}$.

$$6.7. \quad l \geq 14,1r \sqrt{\frac{\mu - 1}{\mu}} \approx 14r.$$

$$6.8. \quad l \leq 10^{-2} \frac{2\mu r}{\mu - 1} \approx 0,02r.$$

6.9. a) $\Phi_H = \oint (\vec{H} d\vec{s}) = \frac{\mu - 1}{\mu} \pi R^2 B_0 \cos \theta$. Thông lượng vectơ \vec{B} qua mặt cầu bằng không.

$$\text{b) } \oint_l (\vec{B} d\vec{l}) = (1 - \mu) I B_0 \sin \theta.$$

$$6.10. \Phi = \frac{4Na^2 \mu I}{cD} = 3,2 \text{T/cm}^2.$$

$$6.11. \Phi = \frac{4\pi Na^2 \mu I}{c(\pi D + (\mu - 1)d)} \approx 2,43 \text{T/cm}^2.$$

$$6.12. B = \frac{\pi \mu N}{cl \left[1 + \frac{3}{8} \frac{d}{l} (\mu - 1) \right]}.$$

$$6.13. B = \frac{4\pi I N \mu_1 \mu_2}{c \left[2d\mu_1 \mu_2 + \left(\frac{L}{2} - d \right) (\mu_1 + \mu_2) \right]}.$$

$$6.14. B = \mathcal{Z}_0 \frac{\left(4\pi - \frac{2d}{R} \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{2d}{R} \right)^2}} \approx 0,539T, \text{ trong đó } R = \frac{r_1 + r_2}{2} = 2 \text{ cm.}$$

$$6.15. I = \frac{cl}{4\pi N} H_{bh}; \quad d \geq \frac{N}{cI_{bh}} (I - I_0).$$

$$6.16. \text{a) } I_0 = \frac{c}{4\pi NL} \left(H_{bh} + 4\pi \mathcal{Z}_{bh} \frac{l}{L} \right); \quad \text{b) } B = \frac{4\pi NI}{cL} + 4\pi \mathcal{Z}_{bh} \left(1 - \frac{l}{L} \right).$$

$$6.17. B \approx 1,5 \text{T.}$$

$$6.18. B = \frac{2\pi \mathcal{Z} L}{L + \frac{\pi R}{\mu}}.$$

$$6.19. B_2 = B_1 \frac{\left(l + \frac{\pi R}{\mu} \right) r^2}{16R^3}.$$

$$6.20*. \frac{B_1}{B_2} = 1 + \frac{l\mu}{2\pi R + l} \approx 1 + \frac{l\mu}{2\pi R}.$$

Lời giải. Trường hợp 1: Giả sử nam châm vĩnh cửu với độ từ hóa \mathcal{J} được đưa vào khe bên trái, còn khe bên phải để trống. Viết phương trình định lý lưu số cho vectơ \vec{H} :

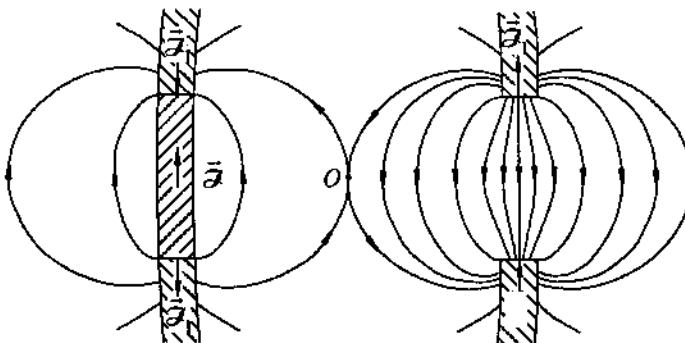
$$\oint (\vec{H} d\vec{l}) = (B - 4\pi I)l + \frac{B}{\mu} 2\pi R + Bl = 0,$$

từ đây suy ra từ trường trong khe hở hoặc trong kim loại

$$B = \frac{2\pi J l}{l + \frac{\pi R}{\mu}}.$$

Khe hở bên phải trống nên trong khe hở này thông lượng từ bị phân tán (H.400). Khe hở là nguồn sinh ra từ trường. Khe hở bên trái cũng là nguồn sinh từ trường (H.400). Tuy nhiên khe hở bên trái bị lắp bằng nam châm vĩnh cửu với độ từ hóa $\bar{\mathcal{J}}$. Độ từ hóa của lõi $\bar{\mathcal{J}}_1$. Vì thế từ trường tại tâm O được sinh ra bởi lưỡng cực từ với độ từ hóa $\bar{\mathcal{J}}_1$ (khe bên phải) và lưỡng cực từ với độ từ hóa $(\bar{\mathcal{J}} - \bar{\mathcal{J}}_1)$ (khe bên trái). Vì vậy, từ trường B_1 tại điểm O xác định bởi momen từ M của nam châm vĩnh cửu $\mathfrak{M} = \mathcal{J}V$, trong đó V là thể tích nam châm vĩnh cửu. Từ trường của lưỡng cực từ trong chân không trong hướng vuông góc bằng

$$B_1 = \frac{\mathfrak{M}}{R^3} = \frac{\mathcal{J}V}{R^3}.$$



Hình 400

Trường hợp 2: Khe hở bên phải được lấp đầy bằng chất làm lõi, tức là không còn một trong các nguồn sinh từ của điểm O (không có khe bên phải). Sử dụng định lý về lưu số ta tính được từ trường trong lõi

$$B' = \frac{4\pi\mathcal{J}l}{l + \frac{2\pi R + l}{\mu}}.$$

Độ từ hóa của lõi

$$\mathcal{Z}_1 = \frac{B' - H'}{4\pi} = \frac{B' - B'/\mu}{4\pi} \approx \frac{B'}{4\pi}, (\mu >> 1).$$

Từ trường B_2 tại điểm O xác định bởi sự phát tán trong khe hở bên trái, tức là hiệu độ từ hóa

$$\mathcal{Z} - \mathcal{Z}' = \mathcal{Z} - \frac{4\pi\mathcal{J}l}{4\pi \left(l + \frac{2\pi R + l}{\mu} \right)} = \mathcal{Z} \frac{2\pi R + l}{l\mu + 2\pi R + l}.$$

Ta tìm được $B_2 = \frac{\mathcal{M}'}{R^3} = \frac{(\mathcal{Z} - \mathcal{Z}')V}{R^3}$. Tỉ số các trường cần tìm

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{Z} - \mathcal{Z}'} = \frac{l\mu + 2\pi R + l}{2\pi R + l} \approx 1 + \frac{l\mu}{2\pi R}.$$

6.21. $N = \frac{cB(l + \mu a)}{4\pi\mu I_{\max}} \approx 3000$ vòng, $U = \frac{I_{\max} N \pi d \rho}{S} = 25$ V.

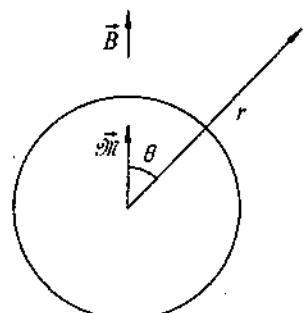
6.22. $\mathcal{Z} = \frac{B_0 H_k}{\beta B_0 + (4\pi - \beta) H_k} \approx 11,9 \cdot 10^{-4}$ T. Hệ số tiêu từ được hiểu là hệ số

trong biểu thức $H_0 - H = \beta \mathcal{Z}$, trong đó H_0 là từ trường ngoài, trong trường hợp đang xét được ngắt, tức là bằng 0.

6.23*. $\vec{B} = \vec{B}_0 \left(1 + \frac{R^3}{2r^3} \right) - \frac{3R^3(\vec{B}_0 \vec{r})}{2r^5} \vec{r};$

$$i(\theta) = \frac{3c}{8\pi} B_0 \sin \theta.$$

Lời giải. Ta đưa vào một giả thuyết (sẽ được chứng tỏ bằng các tính toán sau) là bên ngoài quả cầu, trên từ trường đều \vec{B}_0 có chồng chất từ trường của lưỡng cực từ với momen từ \mathcal{M} . Lưỡng cực được đặt ở tâm cầu (H.401). Khi đó



Hình 401

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \frac{3(\vec{\mathfrak{M}} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{\mathfrak{M}}}{r^3}.$$

Momen $\vec{\mathfrak{M}}$ được xác định từ điều kiện, rằng thành phần vuông góc của vectơ \vec{B} trên bề mặt quả cầu bằng không

$$B \Big|_{r=R} = B_0 \cos \theta + \frac{2\mathfrak{M}}{R^3} \cos \theta = 0.$$

Với $\vec{\mathfrak{M}} = -\frac{R^3}{2} \vec{B}_0$ thì điều kiện trên luôn được thỏa mãn với mọi góc θ .

Vì vậy từ trường B cần tìm bên ngoài quả cầu là

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \left(1 + \frac{R^3}{2r^3} \right) - \frac{3R^3(\vec{B}_0 \cdot \vec{r})}{2r^5} \vec{r};$$

Trên xích đạo, tức là khi $r = R$, $\theta = 90^\circ$, ta có $\vec{B} = \frac{3\vec{B}_0}{2}$.

Dòng điện bề mặt siêu dẫn chạy dọc theo vĩ tuyến $\theta = \text{const}$. Từ các điều kiện biên đối với thành phần tiếp tuyến của vectơ \vec{H} ta suy ra

$$(\vec{H}_0 + \vec{H}_{kc})_r \Big|_{r=R} = \frac{4\pi}{c} i(\theta).$$

Từ đó

$$i(\theta) = \frac{3c}{8\pi} B_0 \sin \theta.$$

Khi đó chú ý rằng $\vec{H} = \vec{B}$ vì $\mu = 1$.

$$6.24. r_{\min} = r_0 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r_0} \right)^3}.$$

$$6.25. i_{hm}(\theta) = \frac{cB_0}{2\pi} \sin \theta. \text{ Dòng điện chạy song song với trục dây dẫn (H.401).}$$

$\vec{B} = \vec{B}_0 \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{2R^2(\vec{B}_0 \cdot \vec{r})}{r^4} \vec{r}$, trong đó \vec{r} là bán kính vectơ vuông góc với trục dây dẫn được kẻ từ trục đến điểm quan sát. Từ trường trên bề mặt dây dẫn cực đại khi $\theta = 90^\circ$ và bằng $2\vec{B}_0$.

$$6.26. \mu = 1 - 2\pi r^3 n.$$

6.27. Khi không có quả cầu nhỏ từ trường $B_0 = \frac{2\pi I}{cR}$ vuông góc với mặt phẳng xuyến. Khi có quả cầu sẽ xuất hiện thành phần phụ nằm trên mặt phẳng xuyến

$$B_i = \frac{IN}{cR} \left(\frac{r_0}{R} \right)^3.$$

$$6.28. \Delta L = -\left(\frac{4\pi N}{l} \right)^2 \frac{r^3}{2} = -200 \text{ cm} = -2.10^{-7} \text{ H.}$$

6.29. Từ trường cực đại là từ trường gần bề mặt quả cầu trong mặt phẳng xích đạo $\vec{B}_{\max} = \vec{B}_0 - \frac{\mathfrak{M}}{r^3} = \frac{3}{2} \vec{B}_0; B_{\max} = \frac{6\pi}{c} nI.$

$$6.30. \Delta L = -\frac{\pi^2}{4} \frac{R^4}{h^3} = -2,5.10^{-3} \text{ cm} = -2,5.10^{-12} \text{ H.}$$

$$6.31. \Delta L = -\frac{\pi^2}{8} \frac{R^4}{h^3} = -1,2.10^{-3} \text{ cm} = -1,2.10^{-12} \text{ H.}$$

$$6.32. I = \frac{c\pi R^2 B}{L} = 31 \text{ A.}$$

6.33. $i = \frac{Ih}{\pi r^2}$, trong đó r là khoảng cách từ dây dẫn đến điểm nằm trên bề mặt, trong tiết diện vuông góc với dây dẫn. Dòng siêu dẫn song song với dòng điện I và chạy ngược hướng với I .

$$6.34. H = \frac{8}{h} \sqrt{\frac{mg}{3}} \approx 0,637.10^4 \text{ A/m.}$$

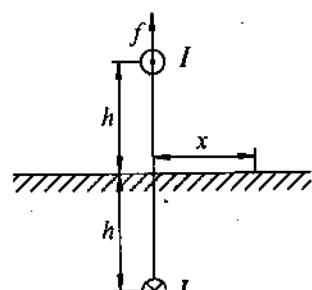
$$6.35. I \geq c \sqrt{\frac{mgh}{2\pi R}} = 25 \text{ A.}$$

$$6.36. h = \frac{I^2}{c^2 \rho_i g} \approx 0,2 \text{ cm.}$$

$$6.37. i(x) = \frac{Ih}{\pi(h^2 + x^2)} \quad (\text{xem hình 402}),$$

$$f = \frac{I^2}{c^2 h} = 10^{-5} \text{ N/cm.}$$

$$6.38. \bar{\sigma} = \frac{(\mu-1)cn}{\omega L} \epsilon_0 \approx 12,7.10^{-4} T.$$



Hình 402

$$6.39. L = 2\Lambda \left(\frac{\mu - 1}{2} + \ln \frac{r_3}{r_1} + \frac{r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \ln \frac{r_3}{r_2} \right) \approx 10^4 \text{ cm.}$$

$$6.40. L = 2\Lambda \left(\mu \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} \ln \frac{r_3}{r_2} \right) \approx 58 \text{ cm.}$$

$$6.41. Q = \frac{B\Delta H}{2} La^2 \frac{t}{T} = 120 \text{ J.}$$

$$6.42. I = \frac{I_0}{1 - \frac{v^2 t^2}{\mu R^2} (\mu - 1)} \quad \text{khi } 0 \leq t \leq \frac{R}{v};$$

$$I_{\max} = \mu I_0 = 50 \text{ A}; \quad t_{\max} = \frac{R}{v} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ s.}$$

§7. CẢM ỨNG TỪ, NĂNG LƯỢNG VÀ CÁC LỰC TRONG TỪ TRƯỜNG. SỰ BẢO TOÀN TỪ THÔNG TRONG CÁC MẠCH SIÊU DẪN

7.1. $I = 0,314 \text{ A.}$

7.2. $I = 0,314 \text{ A}$ (hãy so sánh với bài trước).

$$7.3. I_{hd} = \frac{c^2 U}{4\pi a f \ln(1 + a/b)} = 0,3 \text{ A.}$$

7.4. $U = \frac{4\pi S n}{c^2} \frac{I_0}{\tau} = 12 \text{ mV, khi con chạy ở các vị trí 1, 2, 3. Khi con chạy trở lại vị trí 1 thì } U = 24 \text{ mV.}$

$$7.5. \text{Trong không khí } E = \frac{2\pi r_0^2 n I}{rc^2} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ V/m.}$$

Trong điện môi $E' = E, D' = 2D.$

$$7.6. E = \frac{\epsilon \omega}{2\pi c r} \Phi_0 \sin \omega t.$$

$$7.7. U_1 = \frac{\omega B R_1^2}{2c} \frac{(1 - R_2/R_1)^2}{1 + C_1/C_2}; \quad U_2 = \frac{\omega B R_1^2}{2c} \frac{(1 - R_2/R_1)^2}{1 + C_2/C_1}.$$

$$7.8. \quad v = \frac{c^2 mgr - c\epsilon lB}{B^2 l^2 (1 + r/R)} \approx 5 \text{m/s.}$$

Nếu trọng lượng của dây dẫn $mg > \frac{\epsilon lB}{cr}$, thì dây dẫn chuyển động xuống dưới, trong trường hợp ngược lại nó chuyển động lên trên.

$$7.9. \quad v = \frac{3mgRc^2}{2B^2 l^2} \approx 1,5 \text{m/s.}$$

$$7.10. \quad \bar{M} = \frac{(BSn)^2 \omega}{2(R+r)}; \quad \bar{N} = \bar{M}\omega \text{ (trong hệ SI).}$$

$$7.11. \quad \mathcal{E}_o = \frac{2\pi}{c^2} SN n \alpha_0^2 \omega I_c \sin 2\omega t.$$

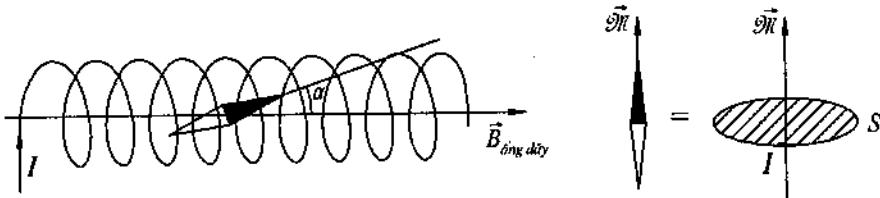
$$7.12*. \quad \epsilon_{c0} = \frac{2\pi}{c} n \mathfrak{M} \alpha_0^2 \sqrt{\frac{B_0 \mathfrak{M}}{J}}; \quad \omega_c = 2\sqrt{\frac{B_0 \mathfrak{M}}{J}}.$$

Lời giải. Kim nam châm với momen từ \mathfrak{M} tương đương với một cuộn dây nhỏ (hoặc đơn giản chỉ là một vòng dây có dòng điện chạy qua) với cùng momen từ \mathfrak{M} . Momen từ của một vòng dây có dòng điện

$$\mathfrak{M} = \frac{I}{c} \vec{S}.$$

Để xác định thông lượng mà kim nam châm gửi qua ống dây ta sử dụng định lý về tương hỗ. Thông lượng này bằng thông lượng mà ống dây (H.403) gửi qua vòng dây (tương đương với kim nam châm)

$$\Phi = \frac{4\pi}{c} n S I \cos \alpha = 4\pi n \mathfrak{M} \cos \alpha.$$



Hình 403

Nếu đặt kim nam châm ở từ trường ngoài B_0 , sau đó kéo lệch nó khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 và thả ra thì kim nam châm bắt đầu dao động: $J\ddot{\alpha} = -B_0 \mathfrak{M} \alpha$, trong đó ở vế phải là momen các lực tác dụng lên kim $\mathfrak{M} = [\mathfrak{M} \vec{B}_0]$. Từ đây suy ra tần số dao động của kim nam châm là

$\omega = \sqrt{\frac{B_0 \mathfrak{M}}{J}}$, còn phương trình dao động $\alpha(t) = \alpha_0 \cos \omega t$. Trong ống dây khi có các dao động này sẽ xuất hiện suất điện động cảm ứng

$$\epsilon_C = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{c} 4\pi n \mathfrak{M} \frac{d}{dt} [\cos(\alpha_0 \cos \omega t)].$$

Lấy vi phân biểu thức trên ta nhận được đáp số của bài toán.

7.13. $I(t) = \frac{2\mathfrak{M}\pi a^2 \omega}{cRl^3} \sin \omega t$.

7.14. $\epsilon = -\frac{IN^2 S^2}{4c^2 a^3} \omega$, trong đó dấu “-” cho biết rằng suất điện động bổ sung sẽ giảm khi chấn, ϵ là giá trị hiệu dụng của suất điện động.

Hướng dẫn. Một tẩm kim loại dẫn từ tốt tương đương với “gương từ” siêu dẫn, trong đó xuất hiện “sự phản xạ” của cuộn dây.

7.15. $I(t) = \frac{\pi^2 r^2 \omega}{\sqrt{2} c^2 R R_0} i_0 \sin \omega t$.

7.16. $U_{hd} = \frac{\pi r^2 l \omega B}{2\sqrt{2} R c}$ (số chỉ của vôn kế xoay chiều).

7.17. Số chỉ của miliampé kế $\Delta\Phi = \Phi = \frac{B_0 m}{\pi d \rho}$.

7.18. $I = \frac{6\mathfrak{M}\pi R^2 v}{c L^4 r} \approx 0,19 \text{ mA}$.

7.19. $\mathfrak{M} = \frac{\varphi R D}{4\pi b n}$ (trong hệ SI).

7.20. $v \geq B \sqrt{\frac{3}{8\pi\rho}} \approx 120 \text{ cm/s.}$

7.21. $v_0 = B_0 \sqrt{\frac{R^3}{2m}} = 20 \text{ m/s.}$

7.22. $\mathfrak{M} = \frac{R}{2\pi cn} \frac{(h^2 + a^2)^{3/2}}{ba^2} \varphi$.

$$7.23. Q = \frac{B_1 S N}{c R} \approx 10^{-3} C, \text{ trong đó } B_1 \text{ cảm ứng từ ban đầu trong khe.}$$

Nếu H_1 là từ trường bên trong chất từ, thì $H_1 = -\frac{4\pi}{3}\mathcal{Z}_1$, trong đó \mathcal{Z}_1 là độ từ hóa dư của quả cầu, còn hệ số $\frac{4\pi}{3}$ là nhân tố tiêu từ,

$$B_1 = \frac{8\pi}{3} \frac{\mathcal{Z}_0}{\sqrt{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 + 1}} = 0,0973 T.$$

$$7.24. Q = \frac{4\pi \mathcal{Z} V n}{c R} \approx 0,125 C.$$

$$7.25. \text{a)} Q_1 = \frac{\pi m^2 I_0^2}{c^2} V; \text{ b)} Q_2 = \frac{1}{2} Q_1.$$

$$7.26. I(t) = I_0 \left(1 - \frac{1}{2} e^{-t/\tau} \right), \quad \tau = \frac{4\pi N^2 S}{c l R}.$$

$$7.27. L = \frac{c B_0 S \cos \theta}{I} = 5 \cdot 10^{-6} H.$$

$$7.28. q = \frac{\pi B_0 a^3}{c R \rho}.$$

$$7.29. \frac{I_{\text{vòng}}}{I_{\text{tổng}}} = \frac{L}{L - L_0 / N^2}.$$

$$7.30. \frac{I_t}{I_0} = \frac{1 + l\mu/(2L)}{1 + l\mu/L}.$$

$$7.31. B = B_0 \left(\frac{R}{r} \right)^2 = 5 \cdot 10^2 T;$$

$$P = \frac{B^2}{8\pi} \approx 10^6 \text{ at.}$$

$$7.32. I_0 = \frac{l}{1 + (\mu - 1)l/L}.$$

$$7.33. I = I_0 \left(1 + \frac{a}{l_0} \cos \omega t \right).$$

$$7.34*. P = \frac{2\pi}{c^2} I^2 n^2.$$

Lời giải.

Cách 1. Ban đầu ta xác định áp suất từ giống như mật độ năng lượng từ

$$P = \omega_r = \frac{B^2}{8\pi} = \frac{2\pi}{c^2} I^2 n^2.$$

Ta thấy rằng lực áp suất từ hướng ra ngoài (vào vùng không có từ trường hoặc từ trường nhỏ hơn) điều đó hoàn toàn khác so với điện trường. Ví dụ, các bản của một tụ điện phẳng tích điện hút nhau, tức là lực áp suất điện trường hướng vào vùng có trường.

Cách 2. Cách này dựa trên việc tính toán lực tác dụng lên dòng điện trong từ trường. Lấy một phần tử dòng điện Idl . Phần tử dòng điện này của ống dây nằm trong từ trường B , từ trường B do tất cả các phần tử của ống dây có dòng điện chạy qua sinh ra trừ phần tử đang xét. Lực tác dụng lên phần tử dòng điện đặt trong từ trường bằng $\frac{I}{c} dl B$. Từ trường B có thể tính bằng suy luận sau: Bên trong ống dây dài từ trường gần phần tử dòng điện Idl gồm từ trường B do tất cả các phần tử dòng điện của ống dây trừ phần tử đang xét sinh ra và từ trường B' do phần tử đang xét sinh ra. Tổng của các từ trường cùng hướng này bằng $4\pi nl/c$, tức là $B + B' = 4\pi nl/c$. Bên ngoài ống dây dài tổng các từ trường này gần phần tử đang xét bằng không vì từ trường B' đổi hướng ngược lại. Vì thế $B - B' = 0$. Từ hai phương trình trên suy ra $B = 2\pi nl/c$, từ đây lực tác dụng lên một phần tử dòng điện bằng $\frac{2\pi l^2}{c^2} ndl$, vậy áp suất cần tìm là

$$P = \frac{2\pi l^2}{c^2} n^2.$$

$$7.35. F = \frac{I^2}{c^2 R^2} \frac{b}{\pi},$$

$$7.36. P_r = \frac{B^2}{8\pi}; f = 0.$$

$$7.37. a) M = mI(2 - \sqrt{2}); b) x = l(\sqrt{2} - 1).$$

$$7.38. P(r) = \frac{I^2}{c^2 \pi a^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right).$$

$$7.39. \Delta P = \frac{IB}{ca} = 1 \text{kPa}.$$

7.40*. $I \approx 600 \text{A}$.

Lời giải. Lực tác dụng lên cột thủy ngân trong ống $F \approx \frac{IDB}{c}$. Lực này tương đương với hiệu áp suất trên hai đầu ống $P_2 - P_1 = \frac{4F}{\pi D^2}$. Thế hiệu này vào công thức Poiseille ta được

$$I \approx \frac{32V\eta cL}{BD^3} = 600 \text{A}.$$

$$7.41. \Delta h = \frac{\lambda UBL}{ac\rho g} \approx 0,6 \text{cm}.$$

$$7.42. F = \frac{2I^2 d}{c^2(R^2 - r^2)}. \text{ Lực hướng từ trục trụ đến trục của thanh.}$$

$$7.43. \text{a)} A = 8 \ln 2 \cdot 10^{-7} \text{ J} \approx 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

b) Tăng thêm một lượng $\Delta W \approx 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ J}$.

$$7.44. A = \frac{2al_1 l_2}{c^2} \ln \left(1 + \frac{a}{b} \right) \approx 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

$$7.45. f = \frac{2\pi I v \sigma}{c^2} \approx 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}.$$

$$7.46. F = \frac{2l_1 l_2}{c^2} \left(\frac{l}{L} \right)^2 \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ N}.$$

7.47. $\Omega = \frac{qB}{2mc}$. Lưu ý rằng vận tốc góc tiến động không phụ thuộc vào vận tốc góc của vòng và góc giữa chiều của các vectơ \vec{B} và $\vec{\omega}$.

$$7.48. \Omega = \frac{\omega}{4} = 20 \text{s}^{-1}.$$

$$7.49. \text{Kim lèch một góc } \varphi = \frac{2\pi \mathfrak{M}}{cf}.$$

$$7.50. I \geq \frac{2\pi c R^2 \rho g}{B_0} \approx 2400 \text{A}.$$

$$7.51. \omega = \frac{3}{2} \frac{\pi NB}{mc} Q = 0,1 s^{-1}.$$

$$7.52. N = \frac{cD^2}{16l} BE = 1,4 \cdot 10^9 W \text{ khi } \frac{D}{d} = \sqrt{e}, \text{ trong đó } e \text{ là cơ số của logarit tự nhiên.}$$

$$7.53. P_1 = \frac{2\pi^2}{c^2} \mu_1; \quad P_2 = \frac{2\pi^2}{c^2} \mu_2 \text{ là áp suất lên tấm.}$$

$P_{12} = \frac{2\pi^2}{c^2} (\mu_1 - \mu_2)$ là áp suất lên ranh giới giữa hai chất từ. Hệ cân bằng và không chuyển động.

$$7.54. L = 4\pi \frac{d}{a}; \quad P = \frac{2\pi I^2}{c^2 a^2}.$$

$$7.55. L = 2I \ln \frac{l}{r} \text{ khi } l \gg r.$$

$$7.56. L = 2 \frac{Fc^2}{I^2} l = 10^7 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ H.}$$

$$7.57. F = 6 \left(\frac{ISN}{cl^2} \right)^2 = 6 \cdot 10^{-9} \text{ N}; \quad M = \frac{2S^2 N^2}{l^3} \approx 20 \text{ cm.}$$

$$7.58. F = \frac{\mu - 1}{8\pi} B^2 S.$$

$$7.59. L = \frac{2c^2 Fl}{(\mu - 1)I^2} = 10^6 \text{ cm} = 10^{-3} \text{ H.}$$

$$7.60. h = \frac{2\pi m^2 I^2}{c^2 \rho g} (\mu - 1).$$

$$7.61. A = \frac{2\pi S}{\left(\mu + \frac{L}{l} \right) L} \left(\frac{\mu NI}{c} \right)^2; \quad \mu \gg 1, \quad L \gg l.$$

$$7.62. F(d) = - \left[\frac{rIN}{c \left(\frac{R}{\mu} + \frac{d}{\pi} \right)} \right]^2; \quad F(0) = - \left(\frac{rIN\mu}{cR} \right)^2.$$

$$7.63. \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^2.$$

7.64. $F \approx 49,8\text{N}$.

$$7.65. \varphi = \frac{1}{2\pi} \frac{B_1}{B_0} \frac{lS}{L^3} \approx 0,1\text{rad} \approx 6^\circ.$$

$$7.66. \frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\partial B}{\rho g l} = \pm 10.$$

$$7.67. I_0 = c \sqrt{\frac{\alpha F}{2\pi R}}.$$

7.68. $I_{\max,t} = \frac{cdB_{th}}{2\pi} \approx 480\text{A}$ là dòng điện này xác định bởi từ trường giới hạn, từ trường này làm mất tính siêu dẫn.

$I_{\max,c} = c \sqrt{\frac{F_p d}{\pi D}} \approx 400\text{A}$ là dòng điện giới hạn xác định bởi độ bền của cuộn dây.

$$7.69. F = \frac{9}{64} B_0^2 R^2 = 90\text{N}.$$

$$7.70. F = \frac{I^2}{c^2 R} \left(\ln \frac{8R}{r} - 1 \right).$$

$$7.71. P = \frac{B_0^2}{8\pi} \left(\frac{S}{S - \sigma} \right)^2.$$

7.72. $P_M S^2 = \text{const}$, trong đó P_M là áp suất từ lên thành ống dây, S là tiết diện ngang của ống dây.

7.73. Mật độ dài của dòng điện bề mặt $i = \frac{I}{2\pi r}$; áp suất hướng vào trong

$$\text{dây siêu dẫn } P_1 = \frac{I^2}{2\pi c^2 R_1}; \quad P_2 = \frac{I^2}{2\pi c^2 R_2} < P_1.$$

$$7.74. r_{\max} = \frac{3B_{th}^2}{32\pi\rho g} \approx 1,7\text{cm}.$$

7.75. $A = \frac{1}{2} L I_0^2 \frac{L_{\text{od}} / N^2}{(L - L_{\text{od}} / N^2)}.$

7.76. $r(F_{\max}) = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \approx 5\text{cm}; F_{\max} = \chi V B_0^2 \sqrt{\frac{\alpha}{e}} \approx 10^{-6}\text{N}$, trong đó e là cơ số của logarit tự nhiên.

7.77. $F = 1\text{N}.$

7.78. $F_2(x) = F_1(x) \frac{I_2^2}{I_1^2} \left[1 - \frac{2c^2}{I_1^2 L_0} \int F_1(x) dx \right]^{-2}.$

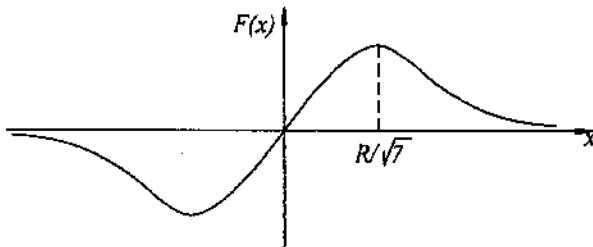
Khi $I_1 = I_2$ thì $F_2(x) > F_1(x)$, ($x > 0$).

Hướng dẫn. Khi x thay đổi thông lượng từ không đổi.

7.79. $M = \pm \frac{4\pi}{c^2} I^2 n NS \sin \theta$. Các cuộn dây cố quay sao cho từ trường riêng của chúng hướng về cùng một phía.

7.80. $F = \mathfrak{M} \frac{dB}{dx} = \mathfrak{M} \frac{2\pi I n}{c R}.$

7.81. $F(x) = \left(\frac{2\pi}{c} I R \right)^2 \frac{3r^3 x}{2(R^2 + x^2)^4}$, trong đó r là bán kính quả cầu. Khi $x = \pm \frac{R}{\sqrt{7}}$ lực đẩy cực đại (đồ thị hình 404).



Hình 404

7.82. $f = \frac{B^2}{8\pi}$ (áp suất hướng vào tâm trụ).

7.83. $h = \frac{1}{2} \left(\frac{3\mathfrak{M}^2}{mg} \right)^{1/4} \approx 2,1\text{cm}.$

7.84. $I = \frac{cA}{B_0 S}$.

7.85. $F_M \sim 10^{18} a^3 > F_{hd} \sim 10^{10} a^3 [\text{N}]$, trong đó a là kích thước giọt. Giọt sẽ bị đẩy khỏi bề mặt sao.

§8. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC HẠT MANG ĐIỆN TRONG ĐIỆN TRƯỜNG VÀ TỪ TRƯỜNG. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG HALL. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT THỂ KHI CÓ CÁC LỰC PONDERMOTOR

8.1. $v = e\sqrt{\frac{2}{ma}} = 2,2 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$, trong đó m là khối lượng electron.

8.2. $v = c \frac{\left(1 + \frac{2mc^2 a}{e^2}\right)^{1/2}}{1 + \frac{mc^2 a}{e^2}}$. Xấp xỉ bất tương đối tính chỉ chính xác khi $a >> \frac{e^2}{mc^2} = r_c = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ là bán kính cổ điển của electron.

8.3. Vận tốc cực tiểu khi $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{E}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$.

8.4. $n(r) = \frac{c(1+q)}{4\pi evR} B_0 \left(\frac{r}{R}\right)^{q-1}; E(r) = \frac{c}{v} B_0 \left(\frac{r}{R}\right)^q$, trong đó $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ là vận tốc electron.

8.5*. $x = 12 \text{ cm}$.

Lời giải. Bài toán được giải với giả thiết rằng chùm tia giãn nở chậm, vì thế có thể bỏ qua điện trường dọc. Khi đó để tìm điện trường ngang ta có thể sử dụng định lý Gauss

$$2E = 4\pi k,$$

trong đó $k = \frac{i}{v}$ là diện tích chùm tia trên một đơn vị diện tích của chùm về hướng khe, v là vận tốc dọc của chùm. Thế các biểu thức này vào phương trình chuyển động của các electron biến theo hướng ngang với chùm tia và giả thiết rằng thời gian $t = x/v$, ta nhận được phương trình vi phân đối với biến của chùm $y = y(x)$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2\pi ei}{mv^3}.$$

Lấy tích phân phương trình này với điều kiện ban đầu $y(0) = d/2$ và đặt ra yêu cầu là khi $x = l$ độ dày của chùm tia tăng gấp đôi: $y(l) = d$, ta nhận được phương trình để xác định khoảng cách cần tìm l và từ đó ta tìm được

$$x = \sqrt{\frac{dmv^3}{2\pi(-ei)}},$$

trong đó vận tốc tính theo công thức $v = \sqrt{\frac{2W}{m}}$.

$$8.6*. \omega = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2eI}{mc}} \approx 2,4 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}; f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,38 \cdot 10^9 \text{ Hz}.$$

Lời giải. Phương trình chuyển động theo phương bán kính của proton trong điện trường của chùm (bỏ qua tác dụng của từ trường)

$$m\ddot{x} + eE_r = 0,$$

trong đó E_r là giá trị tuyệt đối của thành phần điện trường theo bán kính. Theo định lý Gauss $E_r = \frac{2q}{r}$, trong đó $q = en\pi r^2$ là diện tích bên trong ống bán kính r trên một đơn vị dài, n là mật độ electron. Cường độ dòng điện $I = env\pi R^2 \approx enc\pi R^2$ (có tính đến $v \approx c$). Thế vào phương trình chuyển động theo phương bán kính ta tìm được đáp số.

$$8.7. j_{\max} \approx \frac{\delta m}{\pi el^2} \left(\frac{2W}{m} \right)^{3/2} = 5 \text{ mA/cm}^2.$$

8.8. Do sự bất đẳng thế của dây tóc bóng đèn (dọc theo dây tóc có độ giảm thế 4V). Sự phân bố vận tốc như trên có thể có nếu dòng anot rất nhỏ so với dòng trong dây dẫn.

$$8.9. \frac{F_C}{F_A} = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \frac{c^2 m}{2eU} \approx 25,6.$$

$$8.10. n = n_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$$

8.11. $I \geq \frac{mc^3}{2e} \beta \gamma \approx 17\text{kA}$, trong đó $\beta = \frac{v}{c}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $\gamma \beta \approx 2$. Kết quả

bài toán trùng với dòng điện Alfwen $I = \frac{mc^3}{e} = 17\text{kA}$.

$$8.12. AC = \frac{2\pi n v \cos \alpha}{Be}.$$

8.13. $B = \frac{W}{eR} = \frac{U}{R} = 1,07 \cdot 10^3 \text{T}$ (hiệu điện thế gia tốc tương ứng với năng lượng W bằng $U = 7,6 \cdot 10^{10} \text{V}$).

Hướng dẫn. Vận tốc của các proton gần bằng vận tốc ánh sáng, vì thế năng lượng tĩnh của chúng nhỏ không đáng kể so với động năng. Khi đó động năng có thể tính theo công thức $W = mc^2$, trong đó m là khối lượng tương đối của proton.

8.14*. $I_p = Te$.

Lời giải. Bán kính cong của quỹ đạo chuyển động của hạt trong từ trường $r = \frac{cp}{eB}$. Một đơn vị dài của dây dẫn cung chịu tác dụng của lực đàn hồi vuông góc T/r , lực này cân bằng với lực ampe IB/c . Do đó, bán kính cong của dây dẫn $r_i = \frac{Tc}{IB}$. Khi thỏa mãn điều kiện $r_i = r$, tức là $I_p = Te$, hình dạng quỹ đạo sẽ trùng với hình dạng dây dẫn.

8.15. $F = \frac{I}{e} \sqrt{2Wm} \approx 0,14\text{N}$, trong đó m và e là khối lượng và điện tích proton.

8.16. Với ${}^7\text{Li}$ thì $U = Er \ln(r_2/r_1) \approx E(r_2 - r_1) \approx 245\text{V}$; $E = 408\text{V/cm}$.

Với ${}^6\text{Li}$ thì $U = 229\text{V}$; $E = 381\text{V/cm}$.

8.17. $B \leq \frac{c\Delta m}{\delta} \sqrt{\frac{2W}{me}} \approx 0,4T$; $t = \frac{Me}{Am_p I} \approx 2,5$ năm, m là khối lượng nguyên tử uran, Δm là hiệu khối lượng của các nguyên tử ^{238}U và ^{235}U , $A = 238$ là khối lượng nguyên tử tương đối của ^{238}U , m_p là khối lượng proton.

8.18. $\frac{M}{q} = \frac{R_t^2 B^2}{c^2 U} \ln \frac{r_2}{r_1}$.

8.19. $\frac{e}{m} = \frac{8Uc}{d^2 B^2} \sin^2 \alpha \approx 1,759 \cdot 10^{11} C/kg$.

8.20. $B \leq \frac{3mc b}{el^2} \left(\frac{W}{2m} \right)^{1/2} = 1,1 \cdot 10^{-3} T$, trong đó m và e là khối lượng và điện tích proton.

8.21*. $\omega_z = \frac{eB_z(r_0)}{mc} \sqrt{n}$.

Lời giải. Khi các hạt lệch khỏi mặt phẳng ngang thì sẽ xuất hiện lực kéo nó quay trở lại (tương tự lực đàn hồi), lực này phụ thuộc vào thành phần B_r của từ trường. Vì trong khe hở của nam châm $\vec{B} \sim \vec{H}$ và $\text{rot } \vec{H} = \vec{0}$, nên ta có

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r},$$

do vậy, đối với các giá trị z nhỏ ta có

$$B_r = \frac{\partial B_z}{\partial r} z = -\frac{n}{r_0} B_z z.$$

Thành phần của lực Lorentz F_z được biểu diễn dưới dạng

$$F_z = \frac{e}{c} v B_r = -\frac{e}{c} \omega_0 n B_z z = -\omega_0^2 n m z,$$

trong đó v là vận tốc dài của hạt trên quỹ đạo, $\omega_0 = \frac{eB_z(r_0)}{mc}$ là tần số góc. Từ phương trình dao động thẳng đứng

$$m\ddot{z} = -n\omega_0^2 m z$$

suy ra

$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{n} = \frac{eB_z(r_0)}{mc} \sqrt{n}.$$

$$8.22*. \omega_r = \sqrt{2-n} \frac{eB_z(r_0)}{mc}.$$

Lời giải. Nếu lực Lorentz thay đổi khi bán kính biến thiên chậm hơn sự thay đổi của lực hướng tâm thì quỹ đạo cân bằng bền đổi với các độ lệch nhỏ theo phương bán kính của hạt. Với các độ lệch nhỏ $\rho = r - r_0$ ta có thể viết

$$B_z(r) = B_z(r_0) + \frac{\partial B_z}{\partial r}(r - r_0) = B_z(r_0) - \frac{n}{r_0} B_z(r_0) \rho.$$

Thành phần hướng tâm của lực Lorentz có dạng

$$\begin{aligned} F &= \frac{e}{c} v B_z(r) = \frac{e}{c} \omega r B_z(r) = \frac{e}{c} \omega_0 \frac{r_0^2}{r} B_z(r_0) \left(1 - \frac{n}{r_0} \rho\right) = \\ &= \frac{e}{c} \omega_0 r_0 B_z(r_0) \left(1 - \frac{\rho}{r_0}\right) \left(1 - \frac{n}{r_0} \rho\right) \approx F(r_0) - m\omega_0^2 (1+n) \rho. \end{aligned}$$

Trong biểu thức trên ta đã sử dụng định luật bảo toàn momen động lượng $\omega_0 r_0^2 = \omega r^2$, trong đó $\omega_0 = eB_z(r_0)/(mc)$ là tần số góc của hạt trên quỹ đạo cân bằng.

Biểu thức của lực hướng tâm có dạng

$$F_{ht} = m\omega^2 r = \frac{m\omega_0^2 r_0^4}{r^3} \approx m\omega_0^2 r_0 \left(1 - 3 \frac{\rho}{r_0}\right).$$

Phương trình dao động theo phương bán kính của hạt

$$m\ddot{\rho} = -m\omega_0^2 (2-n) \rho.$$

Để thấy rằng chế độ dao động (sự ổn định của quỹ đạo tĩnh) diễn ra khi $n < 2$. Trong trường hợp này

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{2-n}.$$

8.23. Để chuyển động theo phương bán kính là bền thì cần có điều kiện $n < 1$ (khi đó $F(r_0 + \Delta r) < 0$).

8.24*. $x_{\max} = 5\text{cm}; T = 0,8\text{s}$.

Lời giải. Quỹ đạo của hạt mang điện - đường xoắn ốc với đường kính vòng xoắn và bước xoắn giảm dần về phía hai đầu ống dây ($x = 0$ ứng với tâm ống dây).

Trên hình 405 biểu diễn đồ thị biến đổi của từ trường trong ống dây $B(x)$, phía dưới nó là hình dáng quỹ đạo và vectơ vận tốc trong tiết diện trung tâm khi $x = 0$.

$$B = B_0 + B_0 \frac{|x|}{L}.$$

Biết rằng hệ số bát biến đoạn nhiệt của chuyển động này là $\frac{\epsilon}{\omega} = \text{const}$, trong đó

$\epsilon = \frac{mv_z}{2}$ là động năng của

hạt, còn $\omega = \frac{eB}{mc}$ là tần số góc.

Vậy $\frac{v_z^2}{B} = \frac{v_{z0}^2}{B_0}$. Ta có $v_x = \sqrt{v_{z0}^2 + v_{x0}^2 - v_z^2} = \sqrt{v_{x0}^2 - v_{z0}^2 \frac{x}{L}}$, và $x_{\max} = L \frac{v_{x0}^2}{v_{z0}^2} = L \cot^2 60^\circ = 5\text{cm}$, đây chính là biên độ dao động.

Chu kỳ dao động

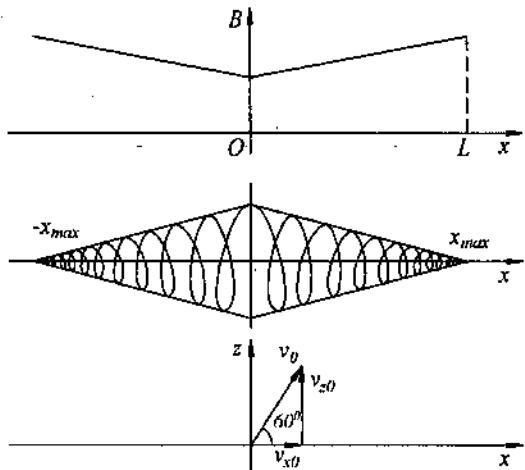
$$T = 4 \int_0^{x_{\max}} \frac{dx}{v_x} = 4 \int_0^{x_{\max}} \frac{dx}{\sqrt{v_{x0}^2 - v_{z0}^2 \frac{x}{L}}} = \frac{8L v_{x0}}{v_{z0}^2} = 0,8 \text{ s.}$$

8.25*. $I \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ A}$.

Lời giải. Kết quả dễ dàng nhận được đối với các hạt rời khỏi cột khí với vận tốc trung bình bình phương $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}$, hướng vuông góc với bề mặt cột khí. Từ trường gần bề mặt cột khí

$$B = \frac{2I}{cR}.$$

Trong từ trường này một hạt khí bay từ cột khí sẽ chuyển động theo đường tròn có bán kính xác định bởi biểu thức



Hình 405

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e}{c} v B.$$

Cuối cùng ta nhận được

$$I = \frac{c^2}{2e} \frac{R}{r} \sqrt{3kTm_e} \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ A.}$$

8.26. Tự chứng minh.

8.27. Tự chứng minh.

8.28. $f_0 = \frac{Be}{2\pi mc} \approx 164 \text{ kHz}$, trong đó $m = 28,166 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ là khối lượng ion nitơ.

$$\Delta f = \frac{cE}{RB} \approx 30 \text{ kHz.}$$

8.29. $r = \frac{R}{2}; T = \frac{2\pi mc}{qB} \approx 60 \text{ năm.}$

$$\boxed{8.30. B(t) = \frac{\overline{B(t)}}{2}}.$$

8.31. Lực Lorentz $F_L \sim 10^{-24} \text{ N}$, lực hấp dẫn $F_{hd} \sim 10^{-33} \text{ N}$.

$$\boxed{8.32. \frac{\Delta W}{W} = 2 \frac{u}{v}.}$$

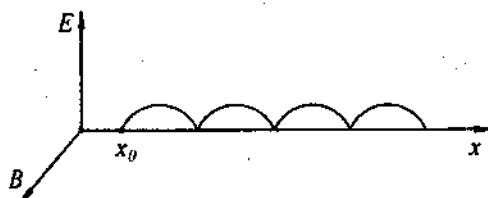
$$\boxed{8.33. \Delta W = 2vum; \frac{\Delta W}{W} = 4 \frac{u}{v}.}$$

$$\boxed{8.34. T = \frac{2\pi m_e c}{eB}; l = \frac{2\pi m_e c^2 E}{eB^2}.}$$

Quỹ đạo của hạt trùng với quỹ đạo của một điểm trên

$$\text{vành xe bán kính } R = \frac{m_e c^2 E}{eB^2}$$

lăn không trượt dọc theo trục x (dường xiyclít) (H.406).



Hình 406

8.35. $y(t) = r(1 - \cos \omega t); x(t) = r \sin \omega t + \frac{cE}{B} t$, trong đó $\omega = \frac{m_e c}{eB}$ và $r = \frac{m_e c}{eB} \left(v - \frac{cE}{B} \right)$. Trục OY song song với điện trường, còn trục OX vuông góc với cả điện trường và từ trường.

$$8.36. \Delta V = \frac{\pi e n \delta^2}{2} = 2,26 \text{V.}$$

$v_t = \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_c^2} x = 3,18 \cdot 10^7 \text{cm/s} \ll c$, trong đó $\omega_{pl}^2 = \frac{4\pi ne^2}{m_e}$ là tần số plasma; $\omega_c = \frac{eB}{m_e c}$ là tần số cyclotron.

$$8.37. I_{\max} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{\ln(r_2/r_0)}{\ln(r_2 r_0/r_1^2)} \frac{mv_0^3}{e} \quad [\text{đơn vị hệ Gauss}].$$

$$8.38. \omega_0 = \frac{eB}{2m_e c} = \frac{2\pi n e I}{m_e c^2} \approx 10^9 \text{s}^{-1}.$$

$$8.39. v = \text{const} = \sqrt{\frac{2e}{m}} V_0, \text{ trong đó } V_0 \text{ là điện thế trên trục của chùm;}$$

$$V_0 = \frac{1}{3} V_a; \quad I_{\max} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2e}{m}} V_a^{1/2}.$$

$$8.40. I_{\max} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{mv_0^3}{e} \quad [\text{đơn vị hệ Gauss}].$$

$$8.41. v = \frac{v_i}{\sqrt{1 + \left(\frac{v_i}{v_t}\right)^2}}; \quad \tan \varphi = -\frac{v_i}{v_t}, \text{ trong đó } \varphi \text{ là góc trong mặt phẳng}$$

chuyển động giữa vectơ vận tốc ổn định \vec{v} và trọng lực.

$$8.42. v = \frac{v_i}{\sqrt{1 + \left(\frac{v_i B}{c E}\right)^2}}; \quad \tan \varphi = \frac{v_i}{v_t} = -\frac{v_i B}{c E}.$$

$$8.43. \omega_0^2 = \frac{v}{c} \frac{p B}{J_0}.$$

$$8.44. \text{Giọt dầu chuyển động theo đường tròn bán kính } r = \frac{R}{2} \text{ với vận tốc không đổi } v = \frac{qR}{2c} \frac{B}{E}.$$

$$8.45. \text{Chiếc vòng quay với tần số } \omega(t) = \frac{qB(t)}{2mc}.$$

8.46. $v = v_1(1 - e^{-t/\tau})$, trong đó $v_1 = -\frac{mc^2 R g}{(\pi r^2 a B_0)^2}$ là vận tốc ổn định,

$$\tau = \frac{mc^2 R}{(\pi r^2 a B_0)^2}.$$

8.47. $v = v_0 \exp\left(-\frac{a^4 k^2 t}{c^2 R m}\right)$.

$$8.48. p = \left(\frac{I_0}{2\pi c}\right)^2 \frac{b^2}{2Rl} \frac{\ln(1 + a/l)}{1 + a/l}.$$

8.49*. $v \approx 25\text{m/s}$.

Lời giải. Vì các lá kim loại có dòng điện chạy qua rất rộng và khoảng không giữa chúng rất nhỏ nên từ trường do dòng điện sinh ra sẽ tập trung chủ yếu trong khoảng không này. Bỏ qua các hiệu ứng cạnh, ta xác định từ trường B , với giả thiết rằng $i = I/a$. Vì vậy,

$$B = \frac{4\pi}{c} \frac{I}{a}.$$

Áp suất của từ trường P hướng về phía thanh đầm. Chính nó sinh ra lực Ponderomotor F tác dụng lên thanh đầm

$$P = \frac{B^2}{8\pi} = \frac{2\pi I^2}{c^2 a^2}; F = Pal = \frac{2\pi I^2 l}{c^2 a}.$$

Vì thời gian tác dụng của lực này bị hạn chế bởi độ dài xung dòng điện Δt , nên vận tốc cần tìm của thanh đầm là

$$v = \frac{F \Delta t}{m} = \frac{2\pi I^2 l \Delta t}{mc^2 a} \approx 25\text{m/s}.$$

$$8.50. v = \frac{2I}{ca} \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \approx 40\text{m/s}.$$

$$8.51. L = \frac{Q}{2c} r_0^2 B_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{g.cm}^2/\text{s}.$$

$$8.52*. \varphi = \frac{m_e c B R h}{e \sqrt{2kM}} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{rad}.$$

Lời giải. Từ trường bên trong trụ bằng không. Đó là do các dòng điện bê mặt làm trụ siêu dẫn nhiễm từ gây nên. $B_{tr} = 0 = H + 4\pi I$, suy ra $I = \frac{H}{4\pi} \approx \frac{B}{4\pi}$, B là từ trường ngoài. Momen từ của cả trụ thể tích V là

$$\mathfrak{M} = IV = \frac{B}{4\pi} \pi R^2 h = \frac{BR^2 h}{4}.$$

Tỉ số từ hồi chuyển G là tỉ số giữa momen từ M và momen động lượng của vật

$$G = \frac{\mathfrak{M}}{L} = -\frac{e}{2m_e c}.$$

Từ đó $|L| = \frac{\mathfrak{M}}{G} = \frac{2m_e c}{e} \mathfrak{M} = \frac{mcBR^2 h}{2e}$, L là momen động lượng mà trụ nhận được ngay sau khi ngắt từ trường B . $L = J\phi$, trong đó J là momen quán tính của trụ ứng với trục của nó, ϕ là vận tốc góc cực đại mà trụ nhận được trước khi bắt đầu quay.

Từ định luật bảo toàn năng lượng $\frac{k\varphi^2}{2} = \frac{J\dot{\phi}^2}{2}$, suy ra $k\varphi^2 = \frac{L^2}{J}$;
 $\varphi = \frac{L}{\sqrt{kJ}}$.

Lưu ý rằng $J = \frac{MR^2}{2}$, ta có $\varphi = \frac{mcBhR}{e\sqrt{2kM}} = 4,5 \cdot 10^{-5}$ rad.

8.53. $\omega - \omega_0 = \pm \frac{qB}{2mc} = \pm \frac{UrB}{2mc} \approx 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Tần số ω tăng nếu vectơ \vec{B} và $\vec{\omega}$ ngược hướng, và giảm nếu chúng cùng hướng về một phía.

8.54. Khi bật từ trường B lên thì tần số quay của quả cầu thay đổi một lượng $\Delta\omega = \pm \frac{Bq}{2mc}$. Động năng của quả cầu giảm một lượng $\Delta W_D = \frac{BqL^2 \sin^2 \alpha}{4c} \left(\frac{Bq}{2mc} + 2\sqrt{\frac{g}{L}} \right)$, nếu $\vec{\omega}$ và \vec{B} song song với nhau và tăng cùng lượng như trên nếu chúng đối song (phản song song). Khi ngắt (và khi mở) từ trường \vec{B} sẽ xuất hiện điện trường xoáy hâm (hoặc gia tốc) chuyển động của quả cầu.

$$8.55. \omega = \frac{5}{2} \frac{m_e c R B}{M e} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

$$8.56. T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}} \approx 0,3 \text{ s}.$$

$$8.57. h \approx \frac{(\partial V)^2}{8mga^3} \approx 4 \text{ cm}.$$

$$8.58. \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1} \right)^{1/4} = 2.$$

$$8.59. \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{1/8} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$8.60*. \omega^2 = \frac{8b^2}{d^3 M}.$$

Lời giải. Điện trường trong khe hở tương đương với trường tạo bởi một chuỗi vô tận các điện tích luân phiên nhau. Tuy nhiên để giải bài toán chỉ cần tính đến những ảnh điện gần nhất, khi đó độ chính xác có được khoảng 3%. Khi xê dịch đơn cực một khoảng x tính từ vị trí cân bằng thì cặp điện tích gần nhất gây ra lực

$$F_1 = \frac{b^2}{d^2} \left[\frac{1}{(1+2x/d)^2} - \frac{1}{(1-2x/d)^2} \right] \approx -\frac{8b^2 x}{d^3} \approx -kx,$$

từ đây suy ra tần số dao động $\omega^2 = \frac{k}{M} = \frac{8b^2}{d^3 M}$.

$$8.61. T \approx \frac{\pi c a^2}{2I} \sqrt{\frac{\rho}{2|x|}} \approx 1,2 \text{ s}.$$

$$8.62. h = \frac{\Phi_0^2}{2mgL} = 500 \text{ cm}.$$

$$8.63. v \leq rB\sqrt{\frac{r}{2m}}.$$

$$8.64. U = \frac{IB}{can}.$$

$$8.65. \sigma = \frac{B\omega R}{4\pi c} \approx 2.10^{-16} \text{C/cm}^2.$$

8.66*. *Lời giải.*

a) Lực Lorentz tác dụng lên điện tích e đang quay cùng với trục là

$$\vec{F} = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{B}] = \frac{e}{c} [(\vec{\omega} \vec{r}) \vec{B}] = \frac{e}{c} (\vec{\omega} \vec{B}) \vec{r}.$$

Lực này tạo nên sự phân cực của điện môi giống như điện trường có cường độ $\frac{1}{c}(\vec{\omega} \vec{B}) \vec{r}$, tức là

$$\vec{P} = \frac{\alpha}{c} (\vec{\omega} \vec{B}) \vec{r} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi c} (\vec{\omega} \vec{B}) \vec{r}.$$

$$\text{Vì } \operatorname{div} \vec{r} = \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} = 2, \text{ nên } \rho_{lh} = -\operatorname{div} \vec{P} = -\frac{\epsilon - 1}{2\pi c} (\vec{\omega} \vec{B}).$$

$$\text{b) } q = \int \rho_{lh} dV = -\frac{\epsilon - 1}{2c} (\vec{\omega} \vec{B})(r_2^2 - r_1^2).$$

c) Mật độ mặt của các điện tích liên hợp trên mặt trong và mặt ngoài của trục

$$\sigma_{1lh} = -\frac{\epsilon - 1}{4\pi c} (\vec{\omega} \vec{B}) r_1, \quad \sigma_{2lh} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi c} (\vec{\omega} \vec{B}) r_2.$$

Tổng điện tích của trục bằng không.

$$8.67. U = \chi \left(\frac{\omega R}{c} \right)^2.$$

$$8.68. U = \frac{2I^2}{\pi enc^2(R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{1}{2} - \frac{\ln(R_2/R_1)}{(R_2/R_1)^2 - 1} \right]$$

$$8.69. N = \left[\frac{Bvd}{c \left(\frac{d}{\lambda S} + R \right)} \right]^2 R.$$

$$8.70. \sigma = \frac{B}{4\pi} \frac{v}{c} = 3.10^8 \text{ đơn vị hệ Gauss.}$$

$$8.71. U = -\frac{\epsilon - 1}{\epsilon c} \|\vec{v} \vec{B}\| d; \quad |\sigma| = P = \frac{\epsilon - 1}{4\pi \epsilon c} \|\vec{v} \vec{B}\|.$$

Hướng dẫn. Trong hệ quy chiếu thực nghiệm chỉ có từ trường \vec{B} , còn $\vec{E} = \vec{0}$ (bên ngoài điện môi). Cần chuyển sang hệ quy chiếu gắn với chuyển động của chất lỏng: $\vec{E}' = \vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}] = \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]$; $\vec{D}' = \vec{E}' = \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]$ (bên ngoài điện môi). Bên trong điện môi $\vec{D}' = \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]$; $\vec{E}'' = \frac{1}{\epsilon c}[\vec{v}\vec{B}]$.

Sau đó quay trở lại hệ quy chiếu thực nghiệm ta sẽ nhận được đáp số.

8.72. $\Delta T = \frac{6\pi \mathfrak{M} \mathfrak{M}_0}{m(\gamma M)^{3/2} R^{1/2}}$. Khi đó giới hạn chu kỳ quay của hành tinh:

$$\frac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{\frac{\gamma m M}{R^3} + \frac{3\mathfrak{M} \mathfrak{M}_0}{R^5}}} \leq T \leq \frac{2\pi\sqrt{m}}{\sqrt{\frac{\gamma m M}{R^3} - \frac{3\mathfrak{M} \mathfrak{M}_0}{R^5}}}.$$

8.73. $T = 2\pi d \sqrt{\frac{\pi\rho}{3B_0 B}} \approx 7,5$ s.

8.74. $T = \frac{2\pi^2 L}{B} \sqrt{\frac{2\rho d L}{3S}} = 25,3$ s.

8.75. $T = \frac{4\pi^2 L}{B} \sqrt{\frac{\rho d L}{3S}} = 1,6$ s.

8.76. $\tau = \frac{4c^2 \rho}{\lambda B^2} = 7,2$ s.

8.77. $T = 2\pi \sqrt{\frac{Q}{2g} \left[\frac{\ln(R/r)}{mg} \right]^{1/4}}$.

8.78. a) $v_{\max} = \frac{2}{3^{3/4} R} \sqrt{\frac{pQ}{m}}$; b) $x_0 = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$; c) $T = \frac{3^{5/4} \pi R^2}{2} \sqrt{\frac{m}{pQ}}$.

8.79. $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$.

§9. QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP TRONG CÁC MẠCH ĐIỆN. DAO ĐỘNG TỰ DO

9.1. $R >> \frac{\Delta t}{c} \approx 10^8 \Omega; Q_t = \frac{1}{4} C \epsilon^2.$

9.2. $q_1 = \frac{q_0}{1 + C_2/C_1} \left[1 + \frac{C_2}{C_1} \exp\left(-\frac{C_1 + C_2}{RC_1C_2}\right) \right].$

Khi $R \rightarrow 0; q_1 \rightarrow \frac{q_0}{1 + C_2/C_1}, \Delta W = \frac{q_0^2}{2(C_1 + C_2)} \frac{C_2}{C_1}.$

9.3. $\chi = \frac{U}{\epsilon} = 1,5 \cdot 10^{-3}; \Delta t \ll \frac{L}{R} \approx 0,1 \text{ s.}$

9.4. $I(t) = (\epsilon - 1) \frac{\epsilon}{R} e^{-t/R(C)}$.

9.5. $\frac{\omega}{\omega_0} = 2.$ a) $I_{\max} = I_{\max 0}, \frac{q_{\max}}{q_{\max 0}} = \frac{1}{2};$ b) $\frac{I_{\max}}{I_{\max 0}} = 2, q_{\max} = q_{\max 0}.$

9.6. $\rho = \frac{4\pi\tau_1\tau_2}{\epsilon(\tau_1 - \tau_2)}.$

9.7. $\epsilon = C \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}; \rho = \frac{4\pi R_1 R_2}{C(R_2 - R_1) \ln 2} \frac{\tau}{[\text{đơn vị hệ Gauss}]}.$

9.8. $I(t) = \frac{\epsilon}{R} \left(1 + \frac{L_1 - L_2}{L_2} e^{-t/\tau} \right),$ trong đó $\tau = \frac{L_2}{R}.$

9.9. $I_1 = \left(1 - \frac{r_1^2}{r_0^2} \right) I_0 = \frac{3}{4} I_0.$ Sau đó dòng điện tăng đến giá trị $I_0.$

9.10. $\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ a) $q_{\max} = q_{\max 0}, \frac{I_{\max}}{I_{\max 0}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$ b) $\frac{q_{\max}}{q_{\max 0}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{I_{\max}}{I_{\max 0}} = \frac{3}{4}.$

9.11. $U(t) = 5(1 - e^{-4 \cdot 10^4 t}) [\text{V}].$

9.12. $B(t, r, \theta) = \frac{U_0 a}{c \tau} \frac{1 - \cos \theta}{r} e^{-t/\tau} = \frac{2}{3} \frac{1 - \cos \theta}{r} e^{-10^7 t} \cdot 10^{-4} \text{T,}$ trong đó
 $\tau = Ra \approx 10^{-7} \text{ s} [\text{đơn vị hệ Gauss}].$

Hướng dẫn. Lưu số của vectơ \vec{B} theo đường tròn bán kính r có tâm nằm trên trục đối xứng $\int(\vec{B}d\vec{l}) = B \cdot 2\pi r = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S (\vec{E}d\vec{S})$, trong đó

$\int_S (\vec{E}d\vec{S}) = Q\Omega$ là thông lượng của vectơ \vec{E} , Ω là góc bao của bề mặt S căng trên đường bao - hình tròn bán kính r , $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$.

9.13. $U(t) = \epsilon \left[1 - e^{-\delta t} \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right) \right]$, trong đó $\delta = \frac{R}{2L}$ và $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2}$. Hiệu điện thế cực tiểu để lựa chọn tụ không nhỏ hơn 2ϵ .

9.14. $I(t) = \frac{\epsilon}{R} \left[1 - e^{-\delta t} \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right) \right]$, trong đó $\delta = \frac{R}{2L}$; $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$.

9.15. $U(t) = U_0 e^{-\delta t} \left[\cos \omega t + \left(\frac{1}{\omega RC} - \frac{\delta}{\omega} \right) \sin \omega t \right]$, trong đó $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $\delta = \frac{R}{2L}$; $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$.

9.16. $\frac{U_{\max}}{U_0} = \frac{r}{R}$. Khi r càng nhỏ thì U_{\max} càng nhỏ. Tuy nhiên, không nên chọn r quá nhỏ để tránh tải quá lớn cho nguồn. Chỉ cần U_{\max} không lớn hơn U_0 là đủ, tức là r phải nhỏ hơn hoặc bằng R .

9.17. Tân số tăng lên $\sqrt{2}$ lần. Biên độ dao động và năng lượng tăng hai lần.

9.18. $I(t) = \frac{U_0}{R} \exp \left[-\frac{t(C_1 + C_2)}{RC_1 C_2} \right]$.

9.19. $Q_i = \frac{q^2}{4C}$.

9.20. $I = \frac{\lambda \epsilon^{3/2}}{\left[1 + \lambda \sqrt{\epsilon} t / (2C) \right]^3}$.

9.21. $I = \frac{1}{2R} \left[(\epsilon - a) + \sqrt{(\epsilon - a)^2 - 4Rb} \right]$

$$9.22. I = \frac{\epsilon}{R+r}; \quad I_1 = \frac{I}{1+L_2/L_1}; \quad I_2 = \frac{I}{1+L_1/L_2}.$$

$$9.23. F_{\max} = \frac{2\pi\sigma^2}{c^2 r R l S} \text{ [đơn vị hệ Gauss].}$$

$$9.24. Q_i = \frac{2\epsilon^2 \sigma^2}{c^2 \pi r^2 R R_0 r_0} \text{ [đơn vị hệ Gauss].}$$

$$9.25. \Delta R = \frac{\pi^2 n^2 D^2 v}{c^2} = 0,125 \Omega.$$

$$9.26. Q_1 = Q_2; \quad \tau_1 = \tau_2.$$

$$9.27. q = \frac{q_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

$$9.28. C \geq \frac{L}{R^2 n^2} = 1 \mu F.$$

$$9.29. \frac{Q_\infty}{Q_R} = 1 + \frac{L}{CRr} \approx 34.$$

$$9.30. \omega_0 = \frac{2n}{\tau} = 2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} (\approx 320 \text{ Hz}).$$

$$9.31. \omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}.$$

$$9.32. U(t) = I_0 L_1 \sin \omega t; \quad I(t) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} I_0 \cos \omega t, \text{ trong đó } \omega = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}.$$

$$9.33. N_2 = \frac{N_1}{2}.$$

$$9.34. I = \frac{\Phi_0}{L} \cos \omega_0 t, \text{ trong đó } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

$$9.35. \omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \quad d = \frac{\pi}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

$$9.36. t = \sqrt{LC} = 10^{-4} \text{ s}; \quad I_{\max} = \frac{\epsilon}{e} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,37 \text{ A}, \text{ trong đó } e \text{ là cơ số lôgarit tự nhiên.}$$

$$9.37. Q = \frac{U_0^2}{2N} \sqrt{\frac{C}{L}} = 100.$$

$$9.38. a) I_t = I_0 e^{-\delta t} \left[\cos \omega t - \left(\frac{\delta}{\omega} + \frac{\omega_0^2 q_0}{\omega I_0} \right) \sin \omega t \right];$$

$$U_C = U e^{-\delta t} \left[\cos \omega t + \left(\frac{\delta}{\omega} + \frac{I_0}{\omega q_0} \right) \sin \omega t \right].$$

$$b) t_1 = \frac{1}{\omega} \arctan \frac{\omega I_0}{\delta I_0 + \omega_0^2 q_0}, \text{ trong đó } I_0 = \frac{U}{R_2}; q_0 = CU; \omega_0^2 = \frac{1}{LC};$$

$$\delta = \frac{R_1 + R_2}{2L}; \omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2, \delta < \omega_0.$$

9.39. $n = \frac{\tau}{T}$, trong đó $\tau = \frac{8mc^2R}{B^2l^2}$ là thời gian phục hồi dao động,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$
 là chu kỳ [đơn vị hệ Gauss].

$$9.40. I_2 = \frac{I_1}{n}.$$

$$9.41. B = \frac{c}{\pi r} \sqrt{2\pi v_0 m R} \approx 0,08 T.$$

$$9.42. W_R = \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right) \frac{L_1}{2} \left(\frac{\epsilon}{r} \right)^2; W_2 = \frac{M^2}{2 L_2} \left(\frac{\epsilon}{r} \right)^2.$$

$$9.43. Q = \frac{L_1 I_1^2}{2} - \frac{L_2 I_2^2}{2}, \text{ trong đó } I_1 = \frac{\epsilon}{R+r}.$$

$$9.44. a) T_1 = n \cdot 2\pi \sqrt{LC}, \text{ trong đó } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$b) T_2 = (2n+1) \cdot \pi \sqrt{LC}, U_{\max} = 2U_0, \text{ trong đó } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$9.45. a) a = \frac{mg}{m + CB^2 l^2}; b) I = \frac{mgBlC}{m + CB^2 l^2}.$$

$$9.46. x = \frac{mgL}{B^2 l^2} (1 - \cos \omega t), \text{ trong đó } \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}.$$

9.47. Vận tốc sẽ tăng cho đến khi độ lớn của lực tương tác giữa dòng điện cảm ứng và từ trường chưa bằng trọng lượng dây dẫn. Cân bằng xảy ra khi $v_{cb} = \frac{PR}{(Bl)^2}$.

9.48*. Tọa độ của vị trí cân bằng mới

$$x(t) = \frac{mgL}{(Bl)^2} (1 - e^{-\delta t} \cos \omega t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{mgL}{(Bl)^2}; \quad \delta = \frac{(Bl)^2}{mR}; \quad \omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}.$$

Tọa độ x tính từ vị trí nối đầu tiên xuống phía dưới.

Lời giải.

$$m\ddot{x} = mg + Bl(I_L - I_R), \quad L\dot{I}_L = -Bl\dot{x}, \quad RI_R = Bl\dot{x}.$$

Sau khi thế các giá trị của dòng điện I_L và I_R vào phương trình động lực ta nhận được

$$\ddot{x} + \frac{(Bl)^2}{mR} \dot{x} + \frac{(Bl)^2}{mL} x = g,$$

sau khi lấy tích phân với các giá trị ban đầu bằng không, ta nhận được

$$x(t) = \frac{mgL}{(Bl)^2} (1 - e^{-\delta t} \cos \omega t).$$

9.49. $I(t) = \frac{Blg}{L\omega^2} (1 - \cos \omega t)$, trong đó $\omega_2 = \frac{B^2 l^2}{c^2 L m} + \frac{c}{l C}$.

$$x(t) = \left(g - \frac{B^2 l^2 g}{cmL\omega^2} \right) t^2 + \frac{B^2 l^2 g}{cmL\omega^4} (1 - \cos \omega t) \quad [\text{đơn vị hệ Gauss}].$$

9.50. $I(t) = \frac{q_0 v_0}{d} (\cos \omega_0 t - 1)$, trong đó $\omega_0^2 = \frac{c^2}{LC_0}$ [đơn vị hệ Gauss].

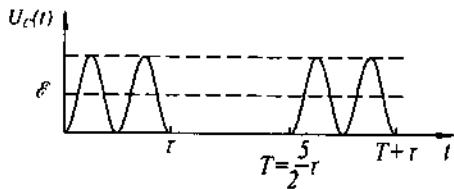
9.51. $q(t) = \frac{E_0 S}{4\pi} (\cos \omega_0 t - 1)$,

trong đó $\omega_0^2 = \frac{c^2}{LC_0}$, $C_0 = \frac{S}{4\pi d}$ [đơn vị hệ Gauss].

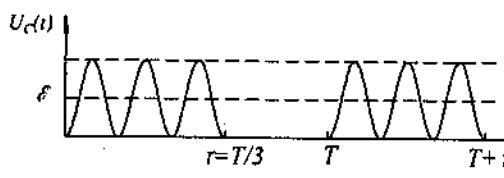
9.52. $q(t) = Q(1 - \cos \omega_0 t)$ trong đó $\omega_0^2 = \frac{c^2}{LR}$ [đơn vị hệ Gauss].

9.53. $U_0 = \frac{U}{\pi n R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

$$9.54. T = \frac{5}{2}\tau = 0,05\text{s}; U_C(t) = \begin{cases} \epsilon_0(1 - \cos \omega t) \\ 0 \end{cases}, (\text{H.407}).$$



Hình 407



Hình 408

$$9.55. \tau = \frac{T}{3} = 0,03\text{s}; U_C(t) = \begin{cases} \epsilon_0(1 - \cos \omega t) \\ 0 \end{cases}, (\text{H.408}).$$

$$9.56. I_{\max} = \frac{2\mathfrak{N}}{NS} = 40\text{mA}; v = \frac{2l}{T} = 100\text{m/s}.$$

§10. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỚNG. PHƯƠNG PHÁP BIÊN ĐỘ PHÚC

$$10.1. \text{a)} I_1 = \frac{3\epsilon}{n(9r + 2R)};$$

$$\text{b)} I_2 = \frac{6\epsilon}{n(9r + 2R)}. \text{ Các dòng điện ngược hướng nhau.}$$

$$10.2. N = \frac{1}{2R}(U^2 - U_1^2 - U_2^2).$$

$$10.3. N = \frac{R}{2}(I^2 - I_1^2 - I_2^2).$$

$$10.4. I(t) = \frac{\epsilon_0}{R^2 + \omega^2 L^2} [R \cos(\omega t + \varphi) + \omega L \sin(\omega t + \varphi) - e^{-Rt/L} (R \cos \varphi + \omega L)];$$

khi $L = 0$ lập tức các dao động xuất hiện.

$$10.5. I(t) = \frac{\epsilon_0}{R} \sin \omega t.$$

$$10.6. \omega L = R; \left| \frac{U_v}{U_r} \right| = 3.$$

$$10.7. \cos \varphi = \cos \left[\arctan \left(\frac{Z/Z_0 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \right) \right] \approx 0,7.$$

$$10.8. I = \frac{\epsilon R C \omega}{\sqrt{L^2 \omega^2 + R^2}}; \tan \varphi = -\frac{R}{L}.$$

$$10.9. I = \frac{U_0 \omega C (1 - \omega^2 LC)}{2\omega^2 LC - 1} \sin \omega t.$$

$$I_{\min} = 0 \text{ khi } \omega^2 = \frac{1}{LC}; I_{\max} = \infty \text{ khi } \omega^2 = \frac{1}{2LC}.$$

$$10.10. \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 1,15.$$

10.11. Cường độ dòng điện không đổi. Tần số cộng hưởng tăng $\sqrt{2}$.

10.12. *Hướng dẫn:* Biến đổi công thức thường dùng để tính biên độ của cường độ trong mạch $I = \frac{\epsilon}{\sqrt{R^2 + [L\omega - 1/(\omega C)]^2}}$ bằng cách thay

$I_0 = \frac{\epsilon}{R}$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và tần số ngoại lực $\omega = 2\pi(f_0 + \Delta f)$ vào biểu thức này. Bỏ qua lũy thừa bậc hai và cao hơn của $\frac{\Delta f}{f_0}$.

$$10.13. \varphi_{\max} = \frac{\varphi_0}{1 - e^{-\delta T/2}}.$$

$$10.14. \Delta\omega_1 = \Delta\omega_2 = \frac{1}{\tau} = 1 \text{ s}^{-1}.$$

$$10.15. \text{Năng lượng giảm hai lần; } \tau = \frac{1}{2\pi\Delta f} \approx 0,16 \text{ s.}$$

$$10.16. R = \frac{U_0}{I_0} = 10 \Omega, \tau = \frac{2L}{R} = 0,2 \text{ s.}$$

$$10.17. U = \frac{m l La \omega^3}{e R} \varphi_0 \sin \omega t, \text{ trong đó } m \text{ và } e \text{ là khối lượng và điện tích electron.}$$

$$10.18. Q_2 = 2Q_1, \text{ trong đó } Q = \frac{f}{\Delta f} \text{ là hệ số phẩm chất.}$$

$$10.19. \frac{U(f_0)}{U(f_1)} = \sqrt{Q^2 \left[1 - \left(\frac{f_1}{f_0} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{f_1}{f_0} \right)^2} \approx 300.$$

$$10.20. U_1 \approx U_0 \left(\frac{f_0}{f_1} \right)^2 = 10 \text{mV}.$$

$$10.21. R = \frac{U}{I_0} = 10\Omega; L = \frac{U}{2\pi f_1 I_1} = 0,1\text{H};$$

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} = \frac{f_1 I_1}{2\pi f_0^2 U} = 0,1\mu\text{F}.$$

$$10.22. \frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{2\Delta U}{U}} \approx 4,5 \cdot 10^{-6}.$$

$$10.23. \Delta d = \frac{d}{Q} \sqrt{\frac{2\Delta U}{U}} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{cm}.$$

10.24. Hệ số phảm chất của mạch phải thoả mãn $Q > 525$, tức là độ suy giảm lôgarit của dao động tắt dần $0,6\%$.

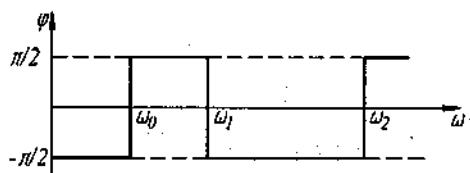
10.25. Cộng hưởng hiệu điện thế ứng với tần số $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Cộng hưởng

dòng điện ứng với tần số

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{LC}} \approx \frac{0,52}{\sqrt{LC}} \quad \text{và}$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{LC}} \approx \frac{1,93}{\sqrt{LC}}. \quad \text{Đồ}$$

thị $\varphi(\omega)$ tức là đặc trưng
pha của mạch cho trên hình 409.



Hình 409

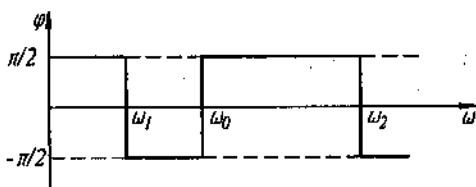
10.26. *Hướng dẫn.* Trở kháng của mạch $\hat{Z} = i \left(\omega \frac{L}{2} - \frac{1}{2\omega C} + \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} \right)$.

Cộng hưởng các dòng điện ứng với $Z = \infty$. Nó xảy ra khi $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Cộng hưởng hiệu điện thế tương ứng với $Z = 0$. Nó xảy ra khi $\omega_1 \approx \frac{0,52}{\sqrt{LC}}$ và $\omega_2 \approx \frac{1,93}{\sqrt{LC}}$. Đặc trưng pha $\varphi(\omega)$ của mạch biểu diễn

trên đồ thị hình 410. Ta thấy rằng nếu trong mạch có tải có ích, thì các bước nhảy tại các tần số ω_0 , ω_1 và ω_2 sẽ không xảy ra và khi đó sẽ xuất hiện các quá trình chuyển đổi

trong từ $+\frac{\pi}{2}$ đến $-\frac{\pi}{2}$ và ngược lại.



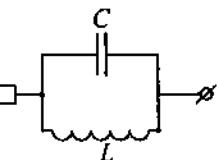
Hình 410

10.27. Xem hình 411, $L = 3,2\text{H}$;

$$C = 3,14 \cdot 10^{-2} \mu\text{F}; R = 100\Omega.$$

10.28. Có thể có hai sơ đồ thỏa mãn:

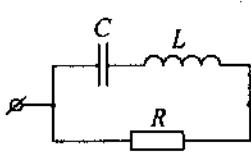
a) Xem hình 412; $R = 1\text{k}\Omega$;



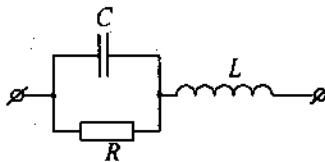
Hình 411

$$C = 32\mu\text{F}; L = 3,14\text{mH};$$

b) Xem hình 413; $R = 1\text{k}\Omega$; $C = 13\mu\text{F}$; $L = 30\text{mH}$;



Hình 412



Hình 413

$$\mathbf{10.29.} \quad r = \frac{R}{1 + (R/X)^2}; \quad x = \frac{X}{1 + (X/R)^2}.$$

$$\mathbf{a)} \quad r = \frac{X^2}{R}, \quad x \approx X, \quad r \ll x;$$

$$\mathbf{b)} \quad r \approx R, \quad x \approx \frac{R^2}{X}, \quad r \gg x.$$

$$\mathbf{10.30.} \quad C = \frac{I}{2\pi f(\epsilon^2 - U^2)^{1/2}} \approx 8,4\mu\text{F}; \quad \phi = 60^\circ.$$

$$\mathbf{10.31.} \quad R = 137\Omega; \quad L = 1,16\text{H}.$$

$$\mathbf{10.32.} \quad \epsilon = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{2\pi f \epsilon_0 \rho} = 2,5, \quad \text{trong đó } \epsilon_0 \text{ là hằng số điện môi.}$$

10.33. $\tan \phi = \frac{2\pi^2 f D \mu_0}{16\rho n} = 5 \cdot 10^{-3}$, trong đó μ_0 là hằng số từ thấm.

10.34. $L = \frac{U}{4\pi f I} = 1,2 \text{H}$.

10.35. Không có tia lửa điện nếu $\tan \omega t = \frac{\omega L}{R}$. Khi đó dòng điện trong mạch

sơ cấp $I_1 = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$.

10.36. $\tan \omega t = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}; I_1 = \frac{I_0 R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; I_1 = I_0$ khi $\omega L = \frac{1}{\omega C}$.

10.37. $\frac{N}{N_0} = \frac{(1+n)(1+2n^2)}{1+4n^2} = 13,1$ trong đó N_0 là công suất khi mạch hở, N là công suất khi mạch kín.

10.38. $\tan \delta = \frac{n_1}{1 + n_2(n_1 + n_2)}$, khi $n_1 = n_2 = 10$, $\delta = -3^\circ$. Dòng điện chậm pha so với hiệu điện thế.

10.39. $\omega_{ch} = \frac{1}{\sqrt{C \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right)}}$. Công hưởng không thể xảy ra nếu $M^2 = L_1 L_2$.

10.40. $L = \frac{1}{4C} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right); M = \frac{1}{4C} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)$.

10.41. $M = -L_2$.

10.42. $M = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2 C_2} - L_2 \right)$.

10.43. $L = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right); M = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)$.

$$10.44*. Q = \frac{\rho c^2}{2\pi^2 f D \delta} = 18 \text{ (đơn vị hệ Gauss).}$$

Lời giải. Hệ số phẩm chất của cuộn dây - đó là hệ số phẩm chất của mạch dao động mà trong đó tất cả mất mát tập trung trong cuộn dây. Hệ số phẩm chất có thể xác định bằng công thức:

$$Q = \frac{W_0}{\Delta W_m / (2\pi)} = \omega \frac{W_0}{N_m} = 2\pi f \frac{W_0}{N_m},$$

trong đó W_0 là giá trị biên độ năng lượng trong cuộn dây, ΔW_m là mất mát năng lượng trong một chu kỳ dao động, N_m là công suất tiêu hao năng lượng.

$$W_0 = \frac{B_0^2}{8\pi} Sl, \text{ trong đó } S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad B_0 \text{ là biên độ cảm ứng từ, } l \text{ là chiều dài ống.}$$

Sự mất mát năng lượng chủ yếu là do các dòng điện xoáy trong thành ống. Các dòng điện này là các dòng điện vòng. Nguyên nhân sinh các dòng điện xoáy là suất điện động cảm ứng

$$\epsilon_{cu} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{c} S \frac{dB}{dt}.$$

Suy ra công suất tiêu hao năng lượng do làm nóng ống

$$N_m = \frac{\epsilon_{cu}^2}{2R} = \frac{1}{2R} \left(\frac{\omega B_0 S}{c} \right)^2.$$

Ở đây $R = \rho \frac{\pi D}{l \delta}$ là điện trở của ống đối với các dòng điện xoáy, l là chiều dài ống.

$$\text{Vậy } Q = 2\pi f \frac{W_0}{N_m} = \frac{c^2 RI}{4\pi S \omega} = \frac{\rho c^2}{2\pi^2 f D \delta} = 18.$$

$$10.45. N = Q^2 = 10^4 \text{ vòng.}$$

$$10.46. \frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \sqrt{2}.$$

$$10.47. Q = \frac{2\omega}{\pi\mu\lambda} \left(\frac{c}{\omega r} \right)^2 \text{ (trong hệ Gauss).}$$

$$10.48. \omega_{ch} \approx \frac{c}{l} = 3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}. \text{ Công thức sau trực tiếp hơn nhưng độ chính xác}$$

$$\text{thấp hơn } \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \approx 10^{10} \text{ s}^{-1}, \text{ trong } \lambda = 2l.$$

10.49. $f_{ch} = \frac{c}{\pi D} \left[\frac{a}{2d} \ln \left(1 + \frac{2a}{D} \right) \right]^{-1/2} \approx 7.10^7 \text{ Hz}$ (trong hệ Gauss).

10.50. $\omega_{ch} = \frac{2c}{a} \sqrt{\frac{d}{\pi a}} = 0,428 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}; f_{ch} = 682 \text{ MHz}$ (trong hệ Gauss).

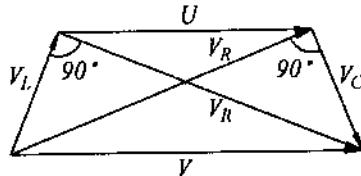
10.51. Trường hợp a) và c) $\omega^2 = \frac{1}{LC}$; trong trường hợp b) không xảy ra cộng hưởng dòng điện.

10.52. $L = R^2 C; \tan \varphi = -\omega RC$.

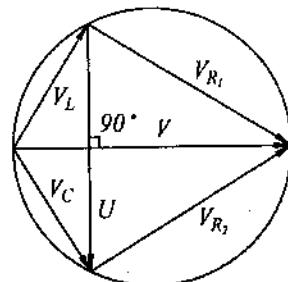
10.53. $C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \approx 220 \mu\text{F}$.

10.54. $\omega RC = 1$.

10.55. $\Omega^2 LC = 1; U = V \frac{CR^2 - L}{CR^2 + L}$. Giải đồ vectơ cho trên hình 414.



Hình 414



Hình 415

10.56. $\Omega^2 LC = 1; \hat{U} = -i \frac{2R\sqrt{LC}}{L + CR^2} \hat{V}$ hoặc $|U| = V \frac{2R\sqrt{LC}}{L + CR^2}$. Trên hình 4.15

biểu diễn giản đồ vectơ của các hiệu điện thế trong mạch, trong đó V_{R_1} là vectơ hiệu điện thế trên điện trở bên trái của mạch, V_{R_2} là hiệu điện thế trên điện trở bên phải của mạch.

$$\hat{U} = \hat{V}_{R_1} - \hat{V}_{R_2}$$

10.57. $\omega RC = 1; \frac{V}{U} = 3$.

10.58. $U_0 = V_0 (2m^2 + 2m + 5)^{-1/2}$.

10.59. Tự chứng minh.

10.60. $Z = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}}$, khi $\omega > \frac{2}{\sqrt{LC}}$ mạch không tiêu thụ công suất.

10.61. Biên độ ở đầu vào và đầu ra như nhau. Độ lệch pha của hiệu điện thế đầu ra so với đầu vào xác định bằng công thức $\tan \varphi = \frac{2\omega RL}{\omega^2 L^2 - R^2}$.

10.62. $\omega L = R$; $U_0 = V_0 \left(\frac{1}{3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$.

10.63. $\tau = RC = R_1 C_1$. Các điều kiện đủ để cầu cân bằng $R_1 = R$; $C_1 = C$.

10.64. $\frac{R_1}{C_1} = \frac{R}{C}$.

10.65. $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \approx \frac{1}{\pi} \%$.

10.66. $\tan \varphi = \frac{R_2}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}}$, trong đó R_2, L_2, C_2 là các thông số của mạch thứ hai.

10.67. $\omega^2 LC = 1$.

10.68. $V_1 = \frac{V_0 Q}{\pi}$; $V_2 = V_0 Q$, suy ra $\frac{V_2}{V_1} = \pi$, trong đó Q là hệ số phẩm chất của mạch.

10.69. $\epsilon(t) = IR \left[1 + \frac{2\pi\mu_0\mu SN^2 af \sin 2\pi ft}{Rl_0^2 \left(1 + \frac{a}{l_0} \cos 2\pi ft \right)^2} \right] = 2(1 + 0,08 \sin 2\pi ft) [V]$.

10.70. Điều kiện suất hiện tự dao động $\hat{Z}_{\text{mạch}} + \hat{Z} = 0$, trong đó $\hat{Z}_{\text{mạch}}$ - trở kháng mạch dao động; $\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{a^2 b}{R^2 L}$; $A = \frac{|a|}{R}$.

10.71. Độ lệch của cuộn dây $\bar{\varphi} = k \overline{I_1(t) I_2(t)}$, còn hệ số k xác định từ biểu thức $\varphi_0 = k l_0^2$. $\bar{\varphi} = \varphi_0 \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2 I_0^2} = -6^\circ$.

10.72*. $r_c = 9,8\Omega$.

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} \approx 14,4\mu F, \text{ trong đó } X_C = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - r_c^2} = 219,8\Omega.$$

Lời giải. Điện trở thuần của r_c của tụ không chỉ xác định bằng điện trở rò R mà cả sự mất mát năng lượng để phân cực lại điện môi (chất sắt điện), tức là tổng công suất mất mát $N_{mm} = N_r + N_{phân cực}$, điện trở thuần của tụ $r_c = \frac{N_{mm}}{I^2}$.

Công suất tiêu hao trên điện trở rò $N_r = \frac{U^2}{R} = 4,84W$, còn công suất tiêu hao để phân cực lại điện môi

$$N_{phân cực} = \oint \frac{EdD}{4\pi} Vf = \frac{S}{4\pi} Vf = 4,97W,$$

trong biểu thức trên có sử dụng công thức tính diện tích hình từ trễ $\oint EdD = S$.

Vậy tổng công suất mất mát $N_{mm} = 9,81W$. Trở kháng của mạch \hat{Z} dễ dàng xác định $\hat{Z} = \frac{U}{I} = 220\Omega$. Điện trở thuần của tụ

$$r_c = \frac{N_{mm}}{I^2} = 9,81\Omega. Trở kháng của tụ: X_C = \sqrt{Z^2 - r_c^2} = 219,8\Omega, \text{ từ đó}$$

suy ra điện dung của tụ $C = \frac{1}{\omega X_C} \approx 14,4\mu F$.

10.73. $R = 12\Omega; L = \frac{X_L}{2\pi f} = 0,7H$, trong đó $X_L = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2} = 219,7\Omega$.

Hướng dẫn. Diện tích hình từ trễ $S = \oint (\vec{H}d\vec{B})$ xác định công suất mất mát trong quá trình làm nhiễm từ cho sắt từ $N_{nhiero} = \frac{S}{4\pi} Vf$ (đơn vị hệ Gauss).

10.74. $F = \frac{6\pi^4 \omega^2 L r^8 I_0^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{1}{l^7}$. Lực đẩy.

a) Nếu $\omega L \gg R$, thì $F \approx \frac{6\pi^4 r^8 I_0^2}{L} \frac{1}{l^7}$.

b) Nếu $\omega L \ll R$, $F \approx \frac{6\pi^4 \omega^2 L r^8 I_0^2}{R^2} \frac{1}{l^7}$.

10.75. $\vec{M} = \frac{\omega^2 S^2 LB_0 \cos \varphi}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} [\vec{B}_0 \vec{n}]$. Có thể có hai vị trí cân bằng:

- a) mặt phẳng vòng vuông góc với từ trường (cân bằng không bền);
- b) mặt phẳng vòng song song với từ trường (cân bằng bền).

Khi $\omega L \gg R$ $M \equiv M_1 \approx \frac{B_0^2 S^2}{2L} \sin \varphi \cos \varphi$.

Khi $\omega L \ll R$ $M \equiv M_2 = \frac{\omega B_0^2 S^2 L}{2R^2} \sin \varphi \cos \varphi = M_1 \left(\frac{\omega L}{R} \right)^2$.

Trong trường hợp hai momen quay nhỏ hơn.

10.76. $\Delta f = \frac{f \Delta L}{2L} = 5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$, trong đó $\frac{\Delta L}{L} = \frac{\delta}{d} = 10^{-3}$ là sự biến thiên độ tự cảm của cuộn dây.

§11. CÁC YẾU TỐ PHÂN TÍCH PHỔ.

HIỆN TƯỢNG TỰ DAO ĐỘNG. CỘNG HƯỚNG THAM SỐ. TẠP ÂM

11.1. a) $f(t) = A \cos^2 \omega_0 t = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \cos 2\omega_0 t$;

b) $f(t) = A(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t \approx$

$$\approx A \cos \omega_0 t + \frac{mA}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t] + \frac{mA}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t];$$

c) $f(t) = A \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t) \approx$

$$\approx A \cos \omega_0 t + \frac{mA}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \frac{\pi}{2}] + \frac{mA}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \frac{\pi}{2}].$$

a) $g(t) \sim A^2(1 + m \cos \Omega t)^2$, khi $m \ll 1$ $g(t) \sim A^2(1 + 2m \cos \Omega t)$;

b) $g(t) \sim A^2 = \text{const}$;

c) $g(t) \sim (mA)^2 + (mA)^2 \cos 2\Omega t$;

d) $g(t) \sim A^2(1 + 2m \cos \Omega t)$.

11.3. a) $f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n \exp(i\omega_n t),$

trong đó $C_n = A \frac{\tau}{T} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T}; \omega_0 = n \frac{2\pi}{T};$

b) $g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt = A\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2};$

c) $g(\omega) = A \frac{\tau}{2} \frac{\sin[(\omega - \omega_0)\tau/2]}{[(\omega - \omega_0)\tau/2]} + A \frac{\tau}{2} \frac{\sin[(\omega + \omega_0)\tau/2]}{[(\omega + \omega_0)\tau/2]},$

trong đó $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$

11.4. $I(t) = \frac{2e}{\tau^2}t.$ Giả sử $g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t) e^{-i\omega t} dt$ ta nhận được

$g(\omega) = \frac{2e}{(\omega\tau)^2} (e^{-i\omega\tau} + 1) - \frac{2e}{i\omega\tau} e^{-i\omega\tau}$ hoặc viết theo cách khác (xem chú thích thêm của lời giải bài 11.3)

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I(t) e^{i\omega t} dt = \frac{e}{\pi(\omega\tau)^2} (e^{i\omega\tau} - 1) + \frac{e}{i\pi\omega\tau} e^{i\omega\tau}.$$

11.5. $I = \begin{cases} -I_0 & \text{khi } -\tau < t < 0, \\ I_0 & \text{khi } 0 < t < \tau. \end{cases}$ trong đó $\tau = \frac{d}{v_0}; I_0 = \frac{ev_0}{d}.$

Giả sử $g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{2ev_0}{i\omega d} \left(1 - \cos \frac{\omega d}{v_0} \right),$ hoặc viết theo cách khác (xem chú thích thêm của lời giải bài 11.3)

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I(t) e^{i\omega t} dt = \frac{iev_0}{\pi\omega d} \left(1 - \cos \frac{\omega d}{v_0} \right).$$

11.6. Có thể. Đó là thí nghiệm điện tương đương thí nghiệm của Mandelstam. Biên độ dao động trong mạch cực đại khi $\Omega = |\omega_0 - \omega|.$

¹ Tồn tại định nghĩa khác của tích phân Furie cũng được sử dụng trong phân tích phổ

$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} dt,$ trong đó $g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt.$

11.7. Đặc trưng tần của các bộ lọc (H.416)

$$\hat{\lambda}_1(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega RC};$$

$$\hat{\lambda}_2(\omega) = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC};$$

a) $g(t) \approx f(t)$,

nếu $\omega_{\max} \ll \frac{1}{RC}$ (mạch lấy vi phân).

b) $g(t) \approx f(t)$, nếu $\omega_{\min} \gg \frac{1}{RC}$ (mạch lấy tích phân).

11.8. a) $A_1 = \frac{\omega_0}{2\delta} \left(1 + \frac{m}{2}\right) A$; b) $A_2 = \frac{\omega_0 + 2\Omega}{2\delta} \frac{mA}{4}$.

11.9. Cộng hưởng sẽ xảy ra với hai tần số ω_0 và $\omega_0 \pm \Omega$; $m = \frac{2\sqrt{2}}{n} \approx 0,7$.

11.10. $I = \frac{\epsilon_0}{2R} \cos 2\Omega t$; $I_1 = \frac{\epsilon_0}{2(R_1 + R)}$.

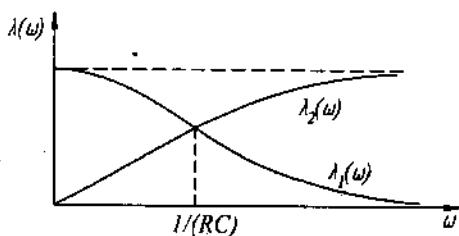
11.11. $I = \frac{\epsilon_0}{2R}$; $I_1 = -\frac{\epsilon_0 \cos(2\Omega t - \varphi)}{2\sqrt{(R_1 + R)^2 + \left(\frac{1}{2\Omega C}\right)^2}}$; $\tan \varphi = \frac{1}{2(R + R_1)\Omega C_1}$.

11.12. Phổ hiệu điện thế đầu ra chứa ba thành phần tại các tần số ω , $\omega - \Omega$, $\omega + \Omega$ với các biên độ $\frac{U_0}{2}$, $\frac{\sqrt{3}aU_0}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}aU_0}{4}$ tương ứng. Các thành phần cạnh xê dịch pha một lượng $\frac{5}{6}\pi$ so với tần số chính.

11.13. Phổ hiệu điện thế đầu ra chứa thành phần của tần số chính ω với biên độ $\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ và hai thành phần cạnh tại tần số $\omega \pm \Omega$ với biên độ $\frac{aU_0}{4}$, xê dịch về pha một lượng $\frac{\pi}{4}$ so với tần số chính.

11.14. $U_r = U_0 [1 + m_1 \cos(\Omega t + \varphi)] \cos \omega_0 t$,

trong đó $m_1 = \frac{m}{\sqrt{1 + Q^2 \frac{4\Omega^2}{\omega_0^2}}} \approx 0,89m$; $\tan \varphi \approx Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \approx 0,5$.



Hình 416

- 11.15. $\frac{U_2^r}{U_1^r} = \frac{2}{3Q} \frac{U_2^v}{U_1^v} \approx 0,0047$, trong đó $U_2^v = \frac{A}{2\pi}$ là sóng hài bậc hai của chuỗi xung vuông đầu vào với biên độ A , $U_1^v = \frac{A}{\pi\sqrt{2}}$ là sóng hài bậc nhất.

11.16. $U_R(t) = \frac{1}{2} |\cos \omega_0 t|.$

11.17. $U_R(t) = \frac{1}{2} |\cos \omega_0 t|.$

11.18*. $I_1^{\max} \approx 0,71A.$

Lời giải. Phân tích tín hiệu vào của máy phát thành phô. Theo điều kiện bài ra chỉ cần xác định hai sóng hài đầu tiên U_1 và U_2 là đủ. Theo định lý Furie về biểu diễn hàm tuần hoàn $f(t)$ dưới dạng chuỗi

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t),$$

trong đó $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$, $a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \omega_0 nt dt$,

$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \omega_0 nt dt$. Trong trường hợp của chúng ta tín hiệu vào là hàm chẵn. Vì thế $b_n \equiv 0$ đối với mọi n . Xác định

$$a_1 = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} \cos^2 \omega_0 t dt = \frac{1}{2}; \quad a_2 = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} \cos 2\omega_0 t \cos \omega_0 t dt = \frac{2}{3\pi}. \quad$$

Vì biên độ

tín hiệu vào $U = 100V$, nên biên độ các sóng hài $U_1 = \frac{1}{2}U$;

$U_2 = \frac{2}{3\pi}U$. Sóng hài bậc nhất là tín hiệu sin với tần số với tần số

$\omega_1 = \omega_0$. Mạch L, R, C chỉnh trên sóng hài bậc nhất theo điều kiện bài ra. Khi công hưởng $\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} = \rho_1$. Hệ số phẩm chất của mạch

$$Q = \frac{\rho_1}{R}. \quad$$

Khi công hưởng điện trở của mạch chỉ gồm điện trở thuần nên $I_1 = \frac{U_1}{R+r}$. Tuy nhiên sóng hài bậc hai – ngoài vùng công hưởng,

chính xác hơn – cách xa vùng công hưởng $R+r \ll \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$.

$$\text{Vì vậy } I_2 = \frac{U_2}{\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}} = \frac{U_2}{2\rho_1 - \frac{1}{2}\rho_1} = \frac{2U_2}{3\rho_1}.$$

Tỉ số sóng hài của dòng điện

$$\beta = \frac{I_1}{I_2} = \frac{9QR\pi}{8(R+r)},$$

từ đây suy ra $R = \frac{8\beta r}{9\pi Q - 8\beta}$. Giả thiết rằng β tối thiểu bằng 100, ta có

$R \approx 20 \Omega$. Để hiểu rằng điện trở R xác định giá trị cực đại có thể của biên độ sóng hài bậc nhất của dòng điện

$$I_1^{\max} = \frac{U_1}{r+R} = \frac{U}{2(r+R)} = \frac{5}{7} \approx 0,71A,$$

$$11.19. I_1^{\max} = \frac{U_1}{r+R} = 237mA, \text{ trong đó } U_1 = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi}, R = \frac{2\beta r}{3\sqrt{2Q} - 2\beta} = 45\Omega.$$

$$11.20. \frac{U'_4}{U'_0} = \frac{U'_4}{U'_0 \sqrt{1 + \frac{\omega_4^2 L^2}{R^2}}} = \frac{3}{10}, \text{ trong đó } \omega_4 \text{ là sóng hài bậc bốn (tần số}$$

cực đại của hiệu điện thế ở đầu ra của bộ tách sóng U').

$$11.21. \frac{U'^a_4}{U'^a_0} = \frac{U'^a_4}{U'_0 \sqrt{1 + 16\omega^2 R^2 C^2}} = \frac{1}{6}, \text{ trong đó } \omega_4 = 4\omega \text{ là sóng hài bậc bốn}$$

(tần số cực đại của hiệu điện thế ở đầu ra của bộ tách sóng U').

$$11.22. n = \frac{UT}{Re} \approx 2.10^7.$$

Hướng dẫn. Cần chứng minh rằng dụng cụ sê ghi hiệu điện thế bằng

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt.$$

$$11.23. i = \frac{\omega S}{Rc} \sqrt{\mu_1 \mu_2} A^2 \sin 2\omega t + \frac{\mu_2 \omega S}{4Rc} A^3 (\cos \omega t - \cos 3\omega t), \text{ trong đó}$$

$$A = \frac{2N}{cr} I_0. \text{ Như vậy trong phô của dòng điện có ba sóng hài với tần số } \omega, 2\omega, 3\omega \text{ (trong hệ Gauss).}$$

$$11.24. i = \frac{1}{c} S \omega^2 C \left(\mu_1 H_0 - \frac{1}{4} \mu_2 H_0^3 \right) \sin \omega t + \frac{1}{c} \frac{3S}{4} C \omega^2 \mu_2 H_0^3 \sin 3\omega t,$$

trong đó $H_0 = \frac{2NI_0}{cr}$ (trong hệ Gauss).

$$11.25. U_r = U_0 \cos \left(\omega t - \frac{2m\omega L_0}{R} \cos \Omega t - \alpha \right), \text{ trong đó } \alpha = \frac{2\omega L_0}{R} \ll 1.$$

Phổ của hiệu điện thế chứa ba thành phần trên các tần số ω , $\omega - \Omega$, $\omega + \Omega$ với các biên độ $U_0, \frac{2m\omega L_0 U_0}{R}, \frac{2m\omega L_0 U_0}{R}$ và các pha $0, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ tương ứng.

$$11.26. U_r = U_0 \cos \left(\omega t + \frac{2m}{\omega C_0 R} \cos \Omega t + \alpha \right), \text{ trong đó } \alpha = \frac{2}{\omega C_0 R} \ll 1.$$

Phổ của hiệu điện thế chứa ba thành phần trên các tần số ω , $\omega - \Omega$, $\omega + \Omega$ với các biên độ $U_0, \frac{2m U_0}{\omega C_0 R}, \frac{2m U_0}{\omega C_0 R}$ và các pha $0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ tương ứng.

11.27. Vôn kế đo \bar{U} . Với diốt $U = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_e \approx 100V$, trong đó U_e là giá trị hiệu dụng của dòng xoay chiều ($220V$).

11.28. Vôn kế đo $U_e = \sqrt{\bar{U}^2}$. Với diốt $U = \frac{U_e}{\sqrt{2}} \approx 155V$.

$$11.29. \frac{\delta U}{U_0} = \frac{1}{fRC} \approx 0,02.$$

$$11.30. \frac{\delta I}{I_0} = 1 - e^{-T/\tau} \approx \frac{T}{\tau} = \frac{R_1}{fL} = 0,02.$$

11.31. Biên độ giữa giá trị gần bằng giá trị cực đại trong khoảng thời gian cần thiết để dịch chuyển $\omega(t)$ một khoảng nửa đường cong cộng hưởng $t \approx \frac{R}{4\alpha L}$. Cực đại sẽ đạt được sau $t_1 = \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} - \Omega \right)$.

11.32. Sau thời gian $t \geq \frac{1}{4\alpha R}$ các sóng hài cạnh xê dịch tương ứng với tần số cộng hưởng một khoảng bằng độ rộng đường cong cộng hưởng, tức là sau thời gian này các sóng hài cạnh hầu như biến mất.

$$11.33. U(t) \approx \frac{\epsilon_0}{2} \left[Qm \cos(\omega - \Omega)t - \frac{\omega_0}{\Omega} \cos \omega t \right].$$

$$11.34. U(\omega_0) = Q\epsilon_0 e^{-i\pi/2};$$

$$U(\omega_0 + \Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} m Q \epsilon_0 e^{-i3\pi/4}; \quad U(\omega_0 - \Omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} m Q \epsilon_0 e^{-i\pi/4}.$$

$$11.35. C = \frac{4\tau_0^2}{\pi^2 L_0} = 10^{-9} \text{F}; \quad R_{\max} = \frac{\Delta L}{4\tau_0} \pi = 31,4 \Omega.$$

$$11.36. |\Delta C| > \frac{RCT^3}{16\pi^2 L \tau^2} \approx 2,5 \cdot 10^{-12} \text{F}.$$

trong đó $T = 2\pi\sqrt{LC} \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{s}$; $\left| \frac{\Delta C}{C} \right| \approx 2,5 \cdot 10^{-2}$.

$$11.37. R_{\max} = S \frac{\sqrt{LL_{lk}}}{C} = 8 \Omega. \quad \text{Khi } R = 2R_{\max} = 16 \Omega, \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 12$$

(không có hồi tiếp). Khi có mạch hồi tiếp $Q_1^* = 25$ (mạch hồi tiếp dương), $Q_1^* = 8$ (mạch hồi tiếp âm).

$$11.38. \Delta I_{\min} \approx \sqrt{\frac{2eI}{\tau}} = 1,7 \cdot 10^{-11} \text{A}.$$

$$11.39. l_2 = l_1 \sqrt{T_1/T_2} \approx 8 \text{km}, \text{ trong đó } T_1 \text{ là nhiệt độ trong phòng.}$$

§12. PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL. SÓNG ĐIỆN TỬ. ỐNG DẪN SÓNG VÀ HỘP CỘNG HƯỞNG. PLASMA

12.1. Tự chứng minh.

$$12.2*. \frac{W_M^{\max}}{W_E^{\max}} \approx 0,5 \cdot 10^{-14}.$$

Lời giải: Năng lượng điện (trong hệ Gauss)

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{2dI_0^2 \sin^2 \omega t}{\epsilon \omega^2 R^2}.$$

Từ trường trong tụ sinh ra dòng điện dịch. Tại khoảng cách r đến trục tụ từ trường này được xác định từ biểu thức

$$H.2\pi r = \frac{4\pi}{c} I_{\text{dich}} = \frac{4\pi}{c} \left(\frac{r}{R} \right)^2 I.$$

Từ đó $H = \frac{2r}{cR^2} I = \frac{2r}{cR^2} I_0 \cos \omega t.$

Năng lượng từ tích trong tụ

$$W_M = \frac{\mu}{8\pi} \int H^2 dV = \frac{\mu I_0^2 \cos^2 \omega t}{4C^2}.$$

Tỉ số các năng lượng cực đại

$$\frac{W_M^{\max}}{W_E^{\max}} = \frac{\varepsilon\mu}{2} \left(\frac{\omega R}{2c} \right)^2 \approx 0,5 \cdot 10^{-14}.$$

12.3. $W_M = \frac{2\pi^2 \mu R^2 N^2}{c^2 l} I_0^2 \cos^2 \omega t; W_E = \frac{\varepsilon\mu^2 \pi^2 \omega^2 R^4 N^2}{4c^4 l} I_0^2 \sin^2 \omega t;$

$$\frac{W_E^{\max}}{W_M^{\max}} = \frac{\varepsilon\mu}{2} \left(\frac{\omega R}{2c} \right)^2 \approx 1,3 \cdot 10^{-15}.$$

12.4*. $H = 0.$

Lời giải. Nếu σ là mật độ mặt của điện trên bán kính dương, thì $D = 4\pi\sigma$ và suy ra $j_{\text{dich}} = \frac{1}{4\pi} D = \dot{\sigma}$. Theo định luật bảo toàn điện tích $j = \dot{\sigma}$.

Suy ra $j_{\text{tổn phán}} = j + j_{\text{dich}} = 0$. Từ trường trong tụ điện bằng không.

12.5*. $H = \frac{2I}{cr} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right).$

Lời giải. Do tính đối xứng nên các đường sức có dạng các đường tròn đồng trục với trục chung trùng với trục của tụ. Trường H được tính theo công thức

$$\oint (\vec{H} d\vec{l}) = 2\pi r H = \frac{4\pi}{c} (I + I_{\text{dich}}),$$

trong đó $I_{\text{dich}} = Ir^2/R^2$ là dòng điện dịch xuyên qua đường tròn bán kính r . Cuối cùng suy ra đáp số.

12.6. $H = \frac{\epsilon_0 \omega r}{2cd} U_0 \cos \omega t$, trong đó r là khoảng cách đến trục của tụ. Các đường sức từ trường có dạng các đường tròn đồng trục với trục chung trùng với trục của tụ.

$$12.7. H_0 = \frac{\omega}{c} \frac{U_0 r}{2d} = 5/(4\pi) \cdot 10^8 \text{ A/m}; B_0 = H_0 = 5 \cdot 10^{-9} T;$$

$$H_1 = \epsilon H_0 = 5/(4\pi) \cdot 10^7 \text{ A/m}; B_1 = \mu H_1 = 5 \cdot 10^{-6} T.$$

12.8. Dòng năng lượng bằng không (xem bài 12.5).

12.9. Dòng năng lượng thoát ra khỏi tụ theo mép của tụ vào bên trong dây dẫn và ở đó nó chuyển hóa thành nội năng (nhiệt).

$$12.10. \text{a)} i_d = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} = 0;$$

$$\text{b)} i_d = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi} \frac{U u}{d^2};$$

c) Chỉ có dòng điện dịch đổi dấu.

$$12.11*. \vec{P} = \frac{V}{4\pi c} [\vec{E} \vec{B}]; |\vec{P}| \approx 0,88 \cdot 10^{-4} \text{ g.cm/s}.$$

Lời giải: Vì tính đối xứng trục nên xung điện từ của trường bằng không. Khi tụ phóng điện nó cũng không thể thay đổi, vì thế mà xung cơ học toàn phần của hệ cũng không đổi. Nhưng do phóng điện xung điện từ tích tụ trong tụ điện giảm một lượng $\frac{V}{4\pi c} [\vec{E} \vec{B}]$, còn xung điện từ bên ngoài tụ tăng lên một lượng tương tự. Vì thế mà tụ nhận một xung cơ học $\frac{V}{4\pi c} [\vec{E} \vec{B}]$ bằng $\sim 10^{-4}$ g.cm/s. Ống dây nhận được một

xung cùng độ lớn nhưng ngược chiều. Tia lửa điện cơ thể xem như dòng điện dẫn. Nếu giả sử tất cả điện trường của tụ giới hạn trong tụ thì từ trường của tia lửa điện bên ngoài tụ có thể bù trừ hoàn toàn bằng từ trường của dòng điện dịch. Trên thực tế một phần dòng điện dịch đi ra bên ngoài tụ và sinh ra ở đó một từ trường. Từ trường này tác dụng lên các dòng điện chạy trong ống dây và thay đổi xung lượng của ống dây. Lời giải vẫn đúng ngay cả khi ngắt nguồn và để tụ tích điện.

$$12.12. P = \frac{E_0 V B}{4\pi c} = 10^{-6} \text{ g.cm/s}.$$

$$12.13. \phi_0 = \frac{QBR^2}{2c\sqrt{Jf}} = 10^{-4} \text{ rad.}$$

$$12.14. I = \frac{2\pi\hbar c^2}{Le} = 0,041 \mu A.$$

$$12.15. Q = \frac{2\pi\hbar}{eR} \approx 4,1 \cdot 10^{-15} C.$$

12.16*. Không phải.

Lời giải. Các dòng điện Fucô trong đồng phải nhỏ hơn dòng trong sắt bởi vì độ từ thẩm của đồng nhỏ hơn của sắt hơn 1000 lần.

$I_{Fuko} \sim E/\rho \sim \text{rot } \vec{E}/\rho$, trong đó ρ là điện trở suất. Theo định luật

$$\text{Faraday's law: } \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \text{ trong đó } \mu \text{ là hệ số từ thẩm.}$$

Vì $\mu_{Cu} \sim 1$, $\rho_{Cu} \approx 10^{-8} \Omega \cdot m$; $\mu_{Fe} \sim 1000$; $\rho_{Fe} \approx 10^{-7} \Omega \cdot m$ thì

$$\frac{I_{FukoFe}}{I_{FukoCu}} = \frac{\mu_{Fe}\rho_{Fe}}{\mu_{Cu}\rho_{Cu}} \approx 10000.$$

Vậy trụ sắt sẽ nóng nhanh hơn trụ đồng không phụ thuộc vào việc có hay không có hiện tượng từ trễ.

$$12.17. \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} = \frac{1}{2} \frac{\pi \mu \lambda \omega a^2}{c^2}.$$

$$12.18. B_0 \approx 840 \cdot 10^{-4} T. Chiều dày lớp vỏ skin \delta = 1,56 mm nhỏ so với chiều dày "bánh xe" $h = 2,2 \text{ cm}$ (trong trường). Vậy trường bên trong thủy ngân giống như trường của vật siêu dẫn cùng hình dạng. Lực áp suất của trường $F_i = 2\pi r h P_i$, trong đó $P_i = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{8\pi}$. Lực áp suất từ cùng với các lực căng bề mặt cân bằng với trọng lực. Từ đó ta tính được trường cần tìm B_0 .$$

$$12.19. I = \frac{2\omega^2 a^2 b}{c^2 dR} U_0 \cos \omega t.$$

$$12.20. \text{a) } E = \frac{\pi r_0}{c^2} \frac{dI}{dt} n = 3 \cdot 10^{-4} V/m;$$

$$\text{b) } E_1 = E; D_1 = 2D.$$

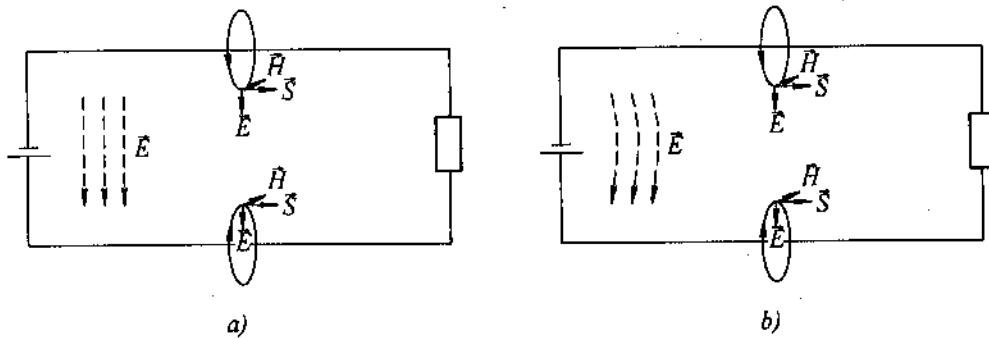
$$12.21. \Phi(t) = \Phi(0) - a\pi r^2 t + L \frac{a\pi r^2}{R} (1 - e^{-Rt/L}).$$

$$12.22. Q = \lambda \pi h \left(\frac{\pi v B_0 a^2}{2c} \right)^2 \approx 0,11 \text{W.}$$

$$12.23. U_0 = \frac{4\pi d I_0}{\epsilon S \left[\omega^2 + \left(\frac{4\pi}{\rho \epsilon} \right)^2 \right]^{1/2}}.$$

$$12.24. W = \left(\frac{\pi a^3}{c^2 S} \right)^2 \frac{Q_0^2}{2r\tau^3}.$$

12.25. Xem hình 417 (*a* là đường truyền không có sự mất mát, *b* là đường truyền có điện trở các dây dẫn hữu hạn). Khi có điện trở của các dây dẫn tồn tại độ giảm thế trên dây dẫn, điều đó có nghĩa là trên bề mặt của các dây dẫn và trong không gian giữa các dây dẫn có thành phần tiếp tuyến của vectơ \vec{E} , do đó mà vectơ Pointing lệch về phía các dây dẫn. Một phần năng lượng truyền đến tải, còn một phần trong dây dẫn và chuyển hóa thành nhiệt năng.



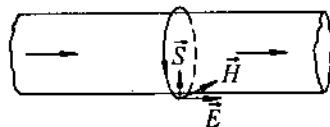
Hình 417

12.26. a) Xem hình 418.

$$\text{b)} S \cdot 2\pi r l = \frac{1}{4\pi} EH \cdot 2\pi r l = \frac{1}{4\pi} \frac{U}{l} \frac{2I}{r} 2\pi r l = UI.$$

$$12.27. S_z = \frac{I^2 R}{2\pi r^2 \ln(r_2/r_1)}; S_\varphi = \frac{I^2 R n}{r \ln(r_2/r_1)}.$$

Dòng năng lượng qua tiết diện của cuộn
dây hướng về phía điện trở và bằng



Hình 418

$$W = \int_{r_1}^{r_2} S_z 2\pi r dr = I^2 R.$$

$$12.28. W = \frac{\mu_0 N^2 \epsilon^2 \pi r^2}{2IR^2} = \frac{LI^2}{2}.$$

$$12.29. \text{Vecto Pointing bên ngoài chùm } S_{ex} = \frac{\pi R^4 (ne)^2}{r^2} \sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

$$\text{Vecto Pointing bên trong chùm } S_{in} = \pi r^2 (ne)^2 \sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

$$12.30. \vec{S} = \frac{\pi r^2 j^3}{nec^2} \vec{e}_z. \text{ Trong đó } \vec{e}_z \text{ là vecto đơn vị theo chiều dòng điện.}$$

$$12.31. \text{Bên ngoài lớp phẳng } S_{ex} = 4\pi(nea)^2 \sqrt{\frac{2W}{m}}; \text{ bên trong lớp phẳng cách} \\ \text{tiết diện trung tâm một khoảng } x, S_{in} = 4\pi(ne)^2 \sqrt{\frac{2W}{m}} x^2.$$

$$12.32*. S(r,t) = \frac{U_0^2 r}{2\pi a^2 dR} e^{-2t/\tau}; W = \frac{C_0 U_0^2}{2}.$$

Lời giải. Điện dung của tụ $C_0 = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$, trong đó $S = \pi a^2$. Tụ phóng điện

qua điện trở R , khi đó hiệu điện thế trên nó thay đổi theo quy luật $U(t) = U_0 e^{-t/\tau}$, trong đó $\tau = RC_0$. Điện trường bên trong tụ điện $E = \frac{U}{d}$. Mật độ dòng điện dịch xuyên qua tụ bằng

$j_{\text{dịch}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{U_0}{\pi a^2 R} e^{-t/\tau}$. Dòng điện dịch khép kín dòng phóng điện

khối của tụ. Ta tìm H bên trong tụ bằng cách sử dụng định lý về lưu số

$$H \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c} j_{\text{dịch}} \pi r^2,$$

$$\text{từ đó suy ra } H = \frac{2\pi}{c} j_{\text{dịch}} r = \frac{2U_0 r}{ca^2 R} e^{-t/\tau}.$$

Để thấy rằng vecto Pointing \vec{S} hướng ra ngoài tụ theo bán kính. Vì $\vec{E} \perp \vec{H}$, nên

$$S(r,t) = \frac{c}{4\pi} EH = \frac{U_0^2 r}{2\pi a^2 dR} e^{-2t/\tau}.$$

$$\text{Khi } a = r \text{ thì } S = \frac{U_0^2}{2\pi a dR} e^{-2t/\tau} \cdot 10^{-7} [\text{J/(s.cm}^2\text{)}].$$

Ý nghĩa vật lý của vectơ Pointing – mật độ dòng năng lượng điện từ hướng đến chỗ hấp thụ nó. Trong trường hợp này là hướng tới điện trở. Ta tính tổng năng lượng điện từ W thoát qua mặt cạnh của tụ trong cả thời gian phóng điện:

$$W = \int_0^{\infty} S 2\pi ad dt = \int_0^{\infty} \frac{U_0^2}{R} e^{-2t/RC_0} dt = \frac{C_0 U_0^2}{2}.$$

Kết quả này có thể dự đoán được mà không cần phải tính toán - đó là năng lượng ban đầu của tụ tích điện.

$$12.33. S = \frac{\epsilon^2 r}{8\pi} \frac{\dot{d}}{d^3}; W(r, t) = \int_0^t S d \cdot 2\pi r dt = \frac{\epsilon^2 r^2}{4} \left(\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d(t)} \right).$$

12.34. $\vec{S} = -\frac{4\pi}{nec^2} j^2 y^2 \vec{j}$, trong đó y là khoảng cách từ tiết điện trung tâm đến điểm quan sát. Vectơ \vec{S} phản song song với vectơ mật độ dòng điện \vec{j} .

$$12.35. n_i = n_e \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right); S = \pi (n_e e r)^2 \frac{v^3}{c^2}.$$

$$12.36. S = \frac{L}{2c^2 V} r \alpha^2 t; \Phi_S = \frac{4\pi}{3c^2} R^3 \frac{L}{V} \alpha^2.$$

$$12.37. S = \frac{A^2 r}{8\pi d^2} t. \text{ Vectơ } \vec{S} \text{ hướng theo bán kính tới trục của tụ.}$$

$$\Phi_S = \frac{R^2 L}{4d^2} A^2.$$

$$12.38. \text{Vectơ Pointing } \vec{S} \text{ hướng về phía trục của cáp } S = \frac{I}{\pi c^2 r} \frac{dI}{dt} \ln(R_0/r).$$

Giả thiết rằng độ tự cảm của cáp $L = 2 \ln(R_0/r_0)$, năng lượng điện từ được chuyển trong thời gian tắt dần trên một đơn vị chiều dài cáp

$$W(r_0) = \frac{I_0^2}{c^2} \ln \frac{R_0}{r_0} = \frac{LI_0^2}{2c^2} \text{ (đơn vị hệ Gauss).}$$

12.39. Vì hai vectơ \vec{E} và \vec{H} đồng thời thay đổi hướng của mình nên vectơ \vec{S} không đổi hướng.

12.40. Vì các thời điểm thay đổi thành hướng ngược lại của các vectơ \vec{E} và \vec{H} dịch chuyển lên một phần tư chu kỳ, nên vectơ \vec{S} cứ mỗi một

phản tư chu kỳ lại thay đổi theo hướng ngược lại. Thực vậy trong trường hợp này

$$\int_0^T \frac{EH}{4\pi} dt = \int_0^T \frac{1}{4\pi} E_0 \sin \omega t H_0 \cos \omega t dt = 0.$$

Năng lượng dao động trong từng đoạn dây dẫn riêng biệt, nhưng không truyền về một hướng (sóng dừng).

12.41*. Năng lượng cực tiểu khi $\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718\dots$

Lời giải. Sau khi các khóa làm việc trong đường dây sẽ có một dự trữ năng lượng xác định $W = \frac{LI^2}{2c^2} + \frac{CU^2}{2}$ (trong hệ Gauss), trong đó $U = IR, R = 60\Omega$.

Vì tất cả các điện trở thuần của đường truyền đều nhỏ không đáng kể, nên tất cả năng lượng sẽ chuyển thành các bức xạ.

Các giá trị độ tự cảm L và điện dung C của đường truyền được xác định bằng những công thức đã biết $L = 2l \ln(r_2/r_1)$, $C = \frac{l}{2 \ln(r_2/r_1)}$.

Vì vậy độ dự trữ năng lượng

$$W = \frac{I^2 l}{c^2} \ln(r_2/r_1) + \frac{I^2 R^2 l}{4 \ln(r_2/r_1)} = \frac{I^2 l}{c^2} \left[\ln(r_2/r_1) + \frac{1}{\ln(r_2/r_1)} \right],$$

sao cho $W \sim \left(x + \frac{1}{x} \right)$, trong đó $x = \ln(r_2/r_1)$. Biểu thức trên đạt cực tiểu khi $x = 1$, từ đây suy ra đáp số.

$$12.42. U(x,t) = U_0 \frac{\cos(kx + \delta) \cos \omega t}{\cos \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) \pi - kl \right]}; A = \frac{U_0}{\cos \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) \pi - kl \right]},$$

trong đó $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ là số sóng, giá trị δ được xác định từ biểu thức điều kiện $kl + \delta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi$ khi $m = 0, 1, 2, \dots$ (các nút hiệu điện thế ở cuối đường truyền).

$$12.43*. f_{\min} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon} 4l} = 3,75 \text{ MHz}; Q = 400.$$

Lời giải. Năng lượng trung bình của điện trường trong một chu kỳ T hiển nhiên bằng nửa W_{\max} :

$$W_E = \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_V \frac{\epsilon E^2}{8\pi} dV = \frac{1}{2} W_{\max},$$

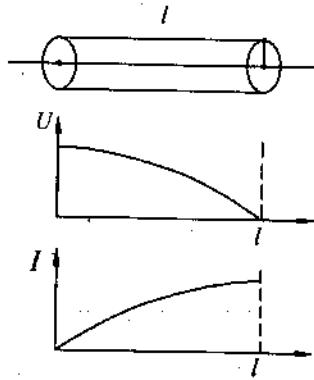
mất mát năng lượng trong một chu kỳ $W_{mm} = \int_0^T dt \iiint_V \lambda E^2 dV$.

Hệ số phẩm chất của hệ

$$Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_{mm}} = \frac{\epsilon}{2T\lambda}$$

Trên hình 419 biểu diễn sự phân bố hiệu điện thế và dòng điện theo chiều dài dây cáp trong trường hợp tần số cực tiểu (chiều dài cực đại). Trên đoạn cáp chiều dài l thiết lập một phan tụ chiều dài sóng. Vì thế $f_{\min} = \frac{c}{4l\sqrt{\epsilon}} = 3,75\text{MHz}$, từ đó suy ra

$$T = \frac{1}{f_{\min}} \text{ và } Q = \frac{\epsilon}{2T\lambda} = 400.$$



Hình 419

$$12.44*. Q \approx \frac{c\sqrt{\epsilon}}{4\lambda b} = 5.10^6; f_{\min} = \frac{c\sqrt{1 + \frac{b^2}{l^2}}}{2b\sqrt{\epsilon}} \approx \frac{c}{2b\sqrt{\epsilon}} = 5\text{GHz}.$$

Lời giải. Năng lượng trung bình của điện trường trong một chu kỳ T bằng nửa W_{\max} :

$$W_E = \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_V \frac{\epsilon E^2}{8\pi} dV = \frac{1}{2} W_{\max}$$

Sự mất mát năng lượng trong một chu kỳ $W_{mm} = \int_0^T dt \iiint_V \lambda E^2 dV$.

Hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng $Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_{mm}} = \frac{\epsilon}{2T\lambda}$. Đối với hộp cộng hưởng luôn thỏa mãn biểu thức sau:

$$\omega = \frac{kc}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2},$$

trong đó $k_x = \frac{n_1\pi}{a}$; $k_y = \frac{n_2\pi}{b}$; $k_z = \frac{n_3\pi}{l}$. Tần số nhỏ nhất khi một trong các số nguyên n_i ($i = 1, 2, 3$) bằng không, còn các số còn lại bằng một. Xuất phát từ kích thước của hộp cộng hưởng thấy rằng $n_1 = 0$ và $n_2 = n_3 = 1$. Khi đó $k_x = 0$; $k_y = \frac{\pi}{b}$; $k_z = \frac{\pi}{l}$.

$$\omega_{\min} = \frac{\pi c}{\sqrt{\epsilon}} \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2}} = \frac{\pi c}{b\sqrt{\epsilon}} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{l}\right)^2};$$

$$f_{\min} = \frac{\omega_{\min}}{2\pi} = \frac{c}{2b\sqrt{\epsilon}} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{l}\right)^2} \approx \frac{c}{2b\sqrt{\epsilon}} = 5\text{GHz}.$$

Hệ số phảm chất $Q = \frac{\epsilon}{2T\lambda} = \frac{\epsilon f_{\min}}{2\lambda} \approx \frac{\sqrt{\epsilon}c}{4b\lambda} \approx 5 \cdot 10^6$.

12.45*. $E_r(t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_{0z} L) + \frac{E_0}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t - k_{1z} L]$; $v \approx 39c$.

Lời giải. Tần số cực tiểu đối với sóng điện từ chạy dọc theo trục z của ống dẫn sóng chũ nhật xác định từ một điều kiện $\omega_{\min} = \frac{\pi c}{a}$;

$f_{\min} = \frac{\omega_{\min}}{2\pi} = \frac{c}{2a} = 3000\text{MHz}$. Tần số này được gọi là tần số tối hạn hoặc tần số biên. Sóng với tần số nhỏ nhất không tồn tại trong ống dẫn sóng (tiết diện $a \times a$).

Ống dẫn sóng được kích thích bởi dao động biến điệu mà trong giải tần của nó chỉ có ba sóng hài. Sóng hài chính $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3001\text{MHz}$ và hai sóng hài “cạnh” $\omega_0 - \Omega$ và $\omega_0 + \Omega$ (tương ứng là 2999 và 3003 MHz). Hiển nhiên là dải sóng với tần số $2999\text{MHz} < f_{\min}$ không thể truyền trong ống dẫn sóng này. Vì vậy trong phổ của sóng truyền trong ống dẫn sóng chỉ có hai tần số f_0 và f_1 . Chúng tương ứng với các số sóng

$$k_{0z} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}} \quad \text{và} \quad k_{1z} = \sqrt{\frac{(\omega_0 + \Omega)^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}}.$$

Quy luật biến thiên của điện trường đầu ra

$$E_r(t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_{0z} L) + \frac{E_0}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t - k_{1z} L]$$

Vận tốc pha của sóng với tần số ω_0 :

$$v = \frac{\omega_0}{k_{0z}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{\omega_0 a}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\min}}{\omega_0}\right)^2}} \approx c\sqrt{1500} \approx 39c.$$

12.46. $f_{\min} = 2 \text{ MHz}; v = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_y}{v_0 + v}\right)^2}} \approx 39c; f_v = \frac{c}{2a} = 3000 \text{ MHz}.$

12.47.

$$\vec{S}(t, x, y, z) = -\frac{cE_0^2}{16\pi\sqrt{2}} \left[\vec{e}_x \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) + \vec{e}_y \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right] \sin 2\omega t,$$

trong đó \vec{e}_x và \vec{e}_y là các vectơ đơn vị theo hướng các trục tương ứng.

Hướng dẫn. Trong hộp cộng hưởng sóng điện trường chính

$$\vec{E} = \vec{e}_z E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \cos \omega t.$$

Tiếp theo

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \vec{E} = -c \frac{E_0 \pi}{a} \left[\vec{e}_x \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a} - \vec{e}_y \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \right] \cos \omega t,$$

từ đó suy ra biểu thức tính \vec{H} . Sóng chính của hộp cộng hưởng có tần số

$$\omega = c \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{a^2}} = \frac{c\sqrt{2}\pi}{a}.$$

12.48. $E_0^2 = \frac{16QN\lambda}{V_c}; E_0 = 1,4 \text{ kV/cm}.$

12.49. $N = \frac{E_0^2 hac}{16\sqrt{2}Q} = 40W$. Công suất tối hạn xác định bởi điện trường tối hạn.

12.50.

$$\vec{S}(t, x, y, z) = \frac{c^2 E_0^2}{4\pi\omega} \left[\vec{e}_y \frac{\pi}{4a} \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \sin 2(\omega t - kz) + \vec{e}_z k \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos^2(\omega t - kz) \right],$$

trong đó \vec{e}_y và \vec{e}_z là các vectơ đơn vị theo hướng các trục tương ứng

$$y \text{ và } z, \omega = c \sqrt{k^2 + \frac{\pi^2}{a^2}}.$$

Có thể viết dưới dạng sóng chạy

$$\vec{S} = \frac{c^2 E_0^2}{4\pi\omega} \left[\vec{e}_y \frac{\pi}{2a} \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) e^{-i\pi/2} + \vec{e}_z k \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \right] e^{2i(\omega t - kz)}.$$

12.51. $N_{ph} = N_0(1 - r^2) = 89 \text{ kW}$, trong đó $r^2 = \left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2 = 1,9$ là hệ số phản xạ theo công suất.

12.52. $k = \frac{1+r}{1-r} = 3$. Ở đây $r^2 = \frac{N_0 - N_t}{N_0} = 0,25$ là hệ số phản xạ theo công suất, r là hệ số phản xạ theo biên độ.

$$12.53. n_e = \frac{3\pi m_e c^2}{4e^2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2} \right).$$

$$12.54*. n_e = \frac{3m_e}{16\pi e^2} \left(\omega_0^2 - \frac{\pi^2 c^2}{b^2} \right).$$

Lời giải. Hướng trục z của ống dẫn sóng theo chiều truyền sóng điện từ. Ta viết biểu thức tính độ phân tán của ống dẫn sóng

$$\frac{\epsilon\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\pi^2}{a^2} m^2 + \frac{\pi^2}{b^2} n^2 + k_z^2,$$

trong đó $k_z = k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Sóng thấp nhất là sóng có tần số nhỏ nhất có thể đối với ống dẫn sóng đã cho. Khi $a < b$ sóng này xác định các giá trị của các số nguyên m và n . Đối với $\omega = \omega_{\min}$ cần phải có $m = 0$ và $n = 1$.

Trong trường hợp thứ nhất khi chưa có plasma, $\epsilon = 1$ và $\omega = \omega_0$ biểu thức tính độ phân tán có dạng

$$\frac{\epsilon\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{b^2} + k_1^2. \quad (1)$$

Tuy nhiên khi trong ống dẫn sóng xuất hiện plasma thì hệ số điện môi giảm

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \text{ trong đó } \omega_p^2 = \frac{4\pi m_e e^2}{m_e} \text{ là tần số plasma.}$$

Khi đó theo điều kiện bài toán chiều dài bước sóng tăng gấp đôi $\lambda_2 = 2\lambda_1$, nhưng $k_2 = k_1/2$. Biểu thức tính độ phân tán trong trường hợp 2

$$\frac{\varepsilon \omega_0^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{b^2} + k_i^2. \quad (2)$$

Ta thấy rằng ω_0 là tần số của máy phát và nó là đại lượng không đổi. Từ (1) suy ra

$$k_i^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{b^2}.$$

Thế k_i^2 vào (2) ta tìm được

$$\frac{\omega_0^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} = \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\omega_0^2}{4c^2} - \frac{\pi^2}{4b^2},$$

từ đây ta nhận được biểu thức cần thiết đối với tần số plasma

$$\omega_p^2 = \frac{3}{4} \left(\omega_0^2 - \frac{\pi^2 c^2}{b^2} \right).$$

Mặt khác $\omega_p^2 = 4\pi n_e e^2 / m_e$. So sánh hai biểu thức này ta tìm được mật độ electron trong plasma.

$$12.55. V(x) = U \frac{sh(x/D)}{sh(a/D)}, \text{ trong đó } D = \sqrt{\frac{kT}{8\pi n_0 e^2}}.$$

$$12.56. \frac{\omega'}{\omega_0} = \sqrt{\frac{C_0}{C}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}; \omega' = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+\alpha}} \approx 1,435 \omega_0,$$

$$\text{trong đó } \alpha = \frac{4\pi de}{S\omega_0^2 \sqrt{2mE}} \approx 1,06.$$

Hướng dẫn. Sự có mặt của chùm tia electron dẫn đến sự thay đổi hệ số điện môi của môi trường $\varepsilon(\omega') = 1 - \frac{4\pi n e^2}{m \omega'^2} = 1 - \alpha \frac{\omega_0^2}{\omega'^2}$.

$$12.57. \text{ a) } P_0 = \frac{I^2}{2\pi c^2 R^2} = 6,37 \cdot 10^4 N/m^2; P_0 < P, \text{ vì thế trụ plasma không giãn nở.}$$

$$\text{b) } P = P_0 \text{ khi } I \approx 1,25 \cdot 10^5 A.$$

$$12.58*. T(0) = \frac{I^2}{c^2 \pi R^2 n k} \approx 1,47 \cdot 10^7 K, \text{ trong đó } k \text{ là hằng số Boltzmann.}$$

Lời giải. Mật độ lực áp suất từ $\vec{f}(r) = \frac{1}{c} [\vec{j} \vec{B}] [N/cm^3]$ tác dụng hướng theo bán kính tới tâm dây chảo plasma lên thể tích dV có dạng vòng

nhỏ chiều dày dr , chiều cao l ($dV = 2\pi r dr l$). Từ trường tại khoảng cách r tính từ trục chảo tính theo định lý lưu số

$$B(r) = \frac{2\pi}{c} jr.$$

Áp suất từ tác dụng lên thành của thể tích nhỏ dV

$$dp = -f dr = -\frac{2\pi}{c^2} j^2 r dr.$$

Lấy tích phân biểu thức trên ta tìm được sự phân bố áp suất từ bên trong dây chảo từ

$$\int_{P(R)}^{P(r)} dp = -\frac{2\pi}{c^2} j^2 \int_R^r r dr = \frac{\pi R^2}{c^2} j^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right);$$

$$P(r) = P(R) + \frac{I^2}{c^2 \pi R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Áp suất từ hướng vào tâm chảo cân bằng với áp suất khí động của plasma $P(r) = nkT(r)$. Khi đó sử dụng mô hình khí lý tưởng (plasma nói chung là trung hòa về điện, chúng ta chỉ cần tính nhiệt độ trên trục):

$$T(r) = \frac{P(R)}{nk} + \frac{I^2}{c^2 \pi R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{1}{nk}.$$

Số hạng đầu tiên trong công thức này- nhiệt độ ở rìa của chảo $T(R)$.
Coi nhiệt độ này nhỏ không đáng kể so với nhiệt độ trên trục $T(0)$:

$$T(0) = \frac{I^2}{c^2 \pi R^2 nk} \approx 1,47 \cdot 10^7 \text{ K}.$$

12.59. $B = \sqrt{8\pi n k T} \approx 6 \text{ T}$.

12.60. $t = \frac{R^2}{2\mu U} \ln \frac{R}{r} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$.

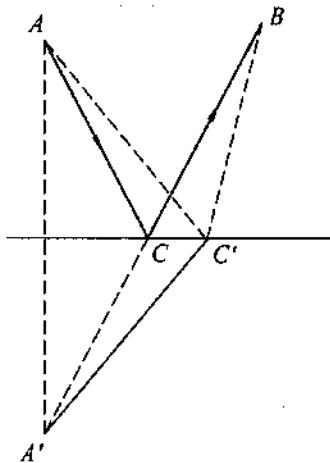
12.61. $R_x \approx \frac{B_0 R_0^2 c}{2I} \approx 0,04 \text{ mm}$.

12.62. $T(0) \approx \frac{I^2}{kc^2 N}$.

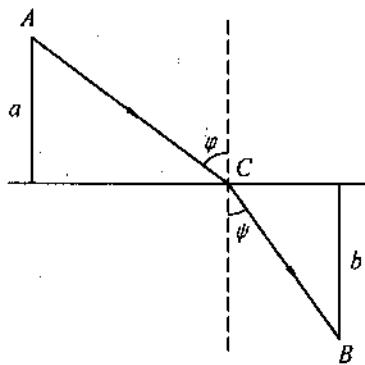
§1. QUANG HÌNH HỌC VÀ TRẮC QUANG

$$1.1. \quad f = \frac{g}{2\omega^2} = 490 \text{ cm.}$$

1.2*. *Lời giải.* Từ các định luật phản xạ ánh sáng suy ra rằng đường kéo dài của tia phản xạ CB (H.420) cắt đường vuông góc với mặt phẳng gương AA' tại điểm A' nằm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng này. Điều đó có nghĩa là $A'C = AC$, còn độ dài quang trình ACB bằng độ dài đoạn thẳng $A'B$. Nếu ánh sáng truyền theo đường $AC'B$ thì độ dài quang trình sẽ bằng độ dài đường gấp khúc $A'C'B$. So sánh độ dài đường gấp khúc $A'C'B$ và độ dài đoạn thẳng $A'CB$ suy ra lời giải.



Hình 420



Hình 421

1.3*. *Lời giải.* Không mất tính tổng quát có thể coi chiết suất của môi trường thứ nhất bằng 1. Đối với quang trình L của đường gấp khúc nối điểm A và điểm B (H.421) ta có .

$$L = \frac{a}{\cos \varphi} + \frac{nb}{\cos \psi}.$$

Khi đó biểu thức phụ sau đây cũng phải thỏa mãn

$$a \tan \varphi + b \tan \psi = \text{const.}$$

biểu thức này chính là điều kiện để chiều dài hình chiếu đường gấp khúc ACB trên mặt phẳng phân cách không đổi. Để có cực tiểu thì

$$\frac{dL}{d\varphi} = \frac{a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + \frac{nb \sin \psi}{\cos^2 \psi} \frac{d\psi}{d\varphi} = 0. \quad (*)$$

Từ biểu thức phụ ta suy ra

$$\frac{a}{\cos^2 \varphi} + \frac{b}{\cos^2 \psi} \frac{d\psi}{d\varphi} = 0.$$

So sánh biểu thức này với biểu thức (*) ta tìm được

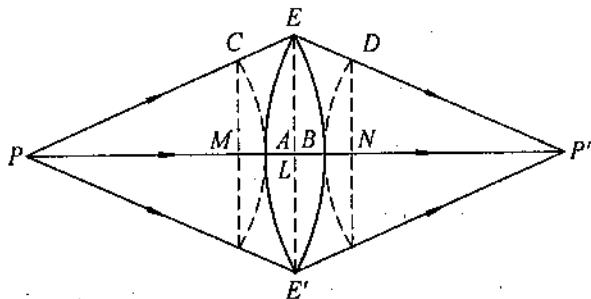
$$\sin \varphi - n \sin \psi = 0,$$

tức là định luật khúc xạ ánh sáng. Định luật này cho thấy điều kiện cực tiểu quang trình của tia sáng, điều đó có thể kiểm chứng bằng cách xét dấu đạo hàm bậc hai $\frac{d^2 L}{d\varphi^2}$, hoặc có thể thấy trực tiếp bằng tư duy hình học.

1.4. $f = 30,8$ mm.

1.5. $f = 9$ cm.

1.6*. *Lời giải.* Để lấy ví dụ ta thiết lập công thức của thấu kính mỏng. Giả sử P là nguồn sáng điểm nằm trên trục quang chính của thấu kính, còn P' là ảnh của nó



Hình 422

(H.422). Theo nguyên lý Tautomechronism quang trình của tất cả các tia sáng đi ra từ P và hội tụ tại P' bằng nhau. Lấy P và P' làm tâm vẽ các đường tròn bán kính PA và $P'B$. Khi đó trên cơ sở nguyên lý trên ta có thể viết $(CED) = (AB)$, trong đó dấu ngoặc ký hiệu quang trình của tia sáng đặt trong nó. Nếu các tia PE và EP' nằm gần trục quang, thì ta có thể coi chiều dài đường gấp khúc CED gần bằng chiều dài hình chiếu MN của nó trên quang trục chính. Trên cơ sở đó biểu thức trên có thể viết dưới dạng

$$MN = n AB \text{ hoặc } AM + BN = (n - 1)(AL + LB), \quad (1)$$

trong đó L là hình chiếu của điểm E trên quang trục chính. Đối với thấu kính mỏng

$$AL = -\frac{(EL)^2}{2R_1}, \quad LB = \frac{(EL)^2}{2R_2},$$

trong đó R_1 và R_2 là bán kính cong các mặt cầu của thấu kính.

Tương tự khi điều kiện gân trục được thỏa mãn thì biểu thức sau đúng

$$AM = -\frac{(EL)^2}{2x_1}, \quad BN = \frac{(EL)^2}{2x_2},$$

trong đó x_1 và x_2 lần lượt là chiều dài PA và BP' . Thế các biểu thức trên vào (1) ta được

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

1.7. $n = 1,5$.

1.8. $l_2 = l_1 + \frac{d}{n} = 18\text{cm}$.

1.9. $n = \frac{\sin(A + \delta/2)}{\sin(A/2)}$.

1.10. $\delta = A(n-1) \left[1 + \frac{n(n+1)}{24} A^2 \right]$.

1.11. $\delta = 48^\circ 12'$.

1.12. $h_{\min} = a \left[\sin \phi \cos \phi \left(\frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \phi}} - \frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \phi}} \right) \right]^{-1}$.

1.13. $l = 10\text{ cm}$.

1.14. Hai.

1.15. $\alpha = \begin{cases} 2 \arcsin \sqrt{n^2 - 1} & \text{khi } n < \sqrt{2} \\ \pi & \text{khi } n \geq \sqrt{2} \end{cases}$

1.16. $n = \sqrt{2} \approx 1,41$.

1.17. $\sin \frac{\alpha}{2} \geq \frac{1}{n} = 0,752; \quad \alpha \geq 97^\circ 30'$.

1.18. $h' = \frac{h \cos^3 \varphi}{n \cos^3 \psi} = 0,215\text{ m}$, trong đó φ là góc tới và ψ là góc khúc xạ.

1.19. $\Delta t \approx 1,1 \cdot 10^{-7}\text{ s}$.

1.20. $\frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{2m}{60} \sqrt{\frac{2dL}{gD}} \approx 73$. Trong đó d_1, ω_1 là đường kính, vận tốc góc bánh đai trên trục động cơ, d_2 là đường kính bánh đai trên trục của chậu.

Phương trình bề mặt chất lỏng quay với vận tốc góc ω :

$$y = kx^2 = \frac{\omega^2}{2g} x^2.$$

Tiêu cự của gương parabol $f = \frac{1}{4k}$. Đối với hệ có tiêu cự dương $f = \frac{Ld}{D}$, trong đó L là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng, D là đường kính Mặt Trăng, còn d là kích thước ảnh.

1.21. Tự chứng minh.

1.22. $D \approx 2$ cm.

1.23. $L_2 \approx 14$ m.

1.24. Tiêu cự xê dịch một khoảng $d \frac{n-1}{n} = 2$ mm.

1.25. Tự chứng minh.

1.26. Tự chứng minh.

1.27. $h = \sqrt{h_1 h_2}$.

1.28. $f = \frac{L^2 - l^2}{4L} = 12$ cm.

1.29. $f = \frac{R_1 R_2}{2(n-1)R_2 + 2nR_1}$.

1.30. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{n}{n-1}$.

1.31. Thấu kính hội tụ với tiêu cự 30 cm.

1.32. $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 f_2}; f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$.

Khoảng cách từ các mặt phẳng chính H và H' của hệ đến thấu kính thứ nhất và thứ hai: $O_1 H = -\frac{f_1 l}{l - f_1 - f_2}; O_2 H' = \frac{f_2 l}{l - f_1 - f_2}$.

1.33. Cần đặt thấu kính “tương đương” tại mặt phẳng chính phía trước của hệ hai thấu kính $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$.

1.34. Các mặt phẳng chính trùng với tâm thấu kính. Mặt phẳng tiêu trong không khí nằm cách thấu kính 28,2cm, trong nước cách 37,5cm. Các điểm nút trùng nhau và nằm trong nước cách thấu kính 9,3cm.

1.35. Tiêu cự của vật kính trong nước phải là 48 cm, còn trong không khí 12cm. Độ phóng đại 3 lần.

1.36. $37,5\text{cm} \leq L \leq 38\text{cm}$.

1.37. $f'_1 = 36\text{ cm}$; $f'_2 = 4\text{ cm}$; $f_1 = 45\text{ cm}$; $f_2 = 5\text{ cm}$.

1.38. $\Delta l = 0,5\text{ cm}$.

1.39. Hệ viễn kính.

1.40. Ảnh nhận được nằm bên phải cách mép thấu kính ngoài cùng bên phải 5cm.

$$1.41. l_1 = f_1 + \frac{(f_2 + l_2)f_1^2}{(d - f_1)(f_2 + l_2) - f_2 l_2} = 1,0613\text{ cm};$$
$$\alpha = \frac{f_1 d}{d(l_1 - f_1) - l_1 f_1} = 150.$$

1.42. Cả hai mặt phẳng chính trùng nhau và đi qua tâm cầu.

a) $f = -f' = \frac{R}{2} \frac{n}{n-1} = 2R$; các tiêu điểm nằm bên ngoài quả cầu và cách bề mặt quả cầu một khoảng R .

b) $f = 1,5R$; các tiêu điểm nằm bên ngoài cách bề mặt quả cầu một khoảng $\frac{R}{2}$. Các tiêu điểm không nằm bên ngoài khi $n \geq 2$.

1.43. a) $x' = 15\text{ cm}$;

b) Độ phóng đại $\frac{y'}{y} = 1,5$.

1.44. $f = 50\text{ cm}$.

a) 148cm tính từ bề mặt phẳng;

b) 143cm tính từ bề mặt lồi. Trong cả hai trường hợp ảnh nằm ở phía đối diện với vật qua thấu kính.

1.45. $f = 6$ cm. Các mặt phẳng chính nằm bên trong thấu kính cách bề mặt thấu kính có bán kính cong lớn hơn cách khoảng 1,0cm và 1,6cm.

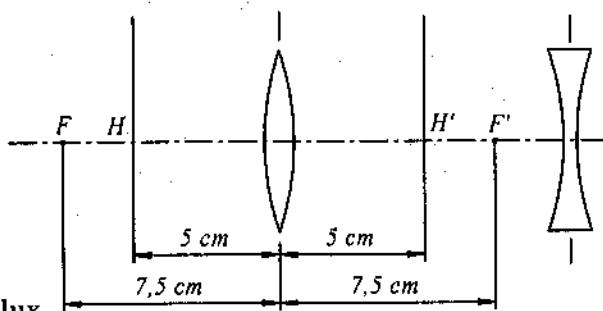
1.46. $f = 2,5$ cm. Vị trí các tiêu điểm và mặt phẳng chính biểu diễn trên hình 423.

$$1.47. E = \pi B,$$

$$1.48. E = \pi B.$$

$$1.49. E = \frac{\pi B}{k} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ lux.}$$

$$1.50. E = E_0 \frac{\pi D^2}{4f^2\alpha^2} = 2,58 \cdot 10^8 \text{ lux.}$$



Hình 423

$$1.51. B = \frac{4}{\pi} \left(\frac{R}{D} \right)^2 E = 1,5 \cdot 10^9 \text{ cd/m}^2.$$

$$1.52. E_{id} = \frac{2\pi}{3} k \frac{R_{või}^2 R_{trắng}^2}{R_0^2 R_1^2} B = 1,3 \text{ lm/m}^2.$$

$$1.53. D_K = D \frac{L}{f_1}; E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{f_2} \right)^2 B.$$

$$1.54. \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{1}{1 + k \frac{S - S_1}{S_1}} = \frac{1}{3}.$$

$$1.55. N = \frac{4Sk_i^2 k_i f}{H \chi \eta \alpha^2} \approx 400 \text{ W.}$$

1.56. Độ chói của ảnh trong trường hợp thứ nhất không phụ thuộc vào đường kính thấu kính, còn trong trường hợp thứ hai tỷ lệ với bình phương đường kính (đối với các tia gần trục).

1.57. a) 1; b) 1; c) 0,25.

Nói chung độ chói $B = 1$ khi $N \leq \frac{D}{d}$ và $B = \left(\frac{1}{N} \frac{D}{d} \right)^2$ khi $N \geq \frac{D}{d}$,

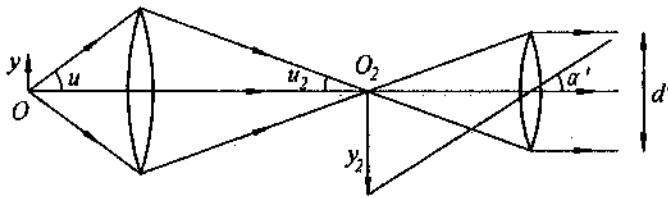
trong đó N là độ phóng đại của viễn kính, D là đường kính vật kính, d là đường kính con ngươi.

158*. a) 0,16; b) 0,0625.

Lời giải. Xét hệ quang học bất kỳ, phần tử nằm ngoài cùng là mắt. Giả sử hệ này thỏa mãn điều kiện sin

$$n \sin u = n' \sin u', \quad (1)$$

trong đó y và y' là kích thước dài của vật và của ảnh của nó trên võng mạc, n và n' là chiết suất không gian các vật và thủy tinh thể của mắt (trên hình 424 không biểu diễn mắt và ảnh trên võng mạc). Điều kiện (1) phải được thực hiện với góc nghiêng u bất kỳ, nhưng trong phần tiếp theo chúng ta sẽ coi góc u là góc tạo bởi trục quang và các tia ngoài cùng sao cho các tia đó vẫn có thể đi qua hệ quang và tới võng mạc.



Hình 424

Nếu độ chói của vật B không đổi thì quang thông tới hệ

$$\Phi = BS \int_0^u \cos \theta \cdot 2\pi \cdot \sin \theta d\theta = \pi BS \sin^2 u,$$

trong đó S là diện tích vật. Quang thông tới mắt

$$\Phi' = B'S' \int_0^{u'} \cos \theta \cdot 2\pi \cdot \sin \theta d\theta = \pi B'S' \sin^2 u',$$

trong đó B' là độ chói của ảnh, S' là diện tích ảnh. Nếu bỏ qua sự mất mát ánh sáng khi đi qua hệ, thì $\Phi = \Phi'$.

Vì $S \sim y^2$, $S' \sim y'^2$ và chú ý đến (1) ta nhận được

$$\frac{B}{n^2} = \frac{B'}{n'^2}. \quad (2)$$

Độ chói xác định chủ quan bằng mắt thường được xác định bởi độ rọi của võng mạc

$$E = \frac{\Phi'}{S'} = \pi B' \sin^2 u' = \pi B \frac{n'^2}{n^2} \sin^2 u'. \quad (3)$$

Ta xác định độ rộng d' của chùm tia xuất phát từ O dưới góc u ngay sau thị kính. (Thường thì ảnh y_2 nhận được trong tiêu cự trước của thị kính vì thế sau thị kính ta nhận được chùm sáng song song). Vì góc u_2 rất nhỏ nên

$$d' = 2au_2 = 2a \sin u_2 = \frac{2a \sin u}{y_2} y,$$

trong đó a là khoảng cách từ điểm O_2 đến mặt phẳng chính phía trước của thị kính. Ký hiệu độ phóng đại của kính hiển vi là N theo định nghĩa bằng tỉ số giữa góc nhìn vật qua kính hiển vi α' với góc nhìn vật bằng mắt thường α , nếu vật đặt ở điểm cực cận L (đối với mắt thường $L \approx 25$ cm). Coi các góc trên là nhỏ, ta có thể viết

$$\alpha = \frac{y}{L}, \quad \alpha' = \frac{y_2}{a},$$

từ đó suy ra

$$\frac{y}{y_2} = \frac{\alpha L}{\alpha' a} = \frac{1}{N} \frac{L}{a}.$$

Vậy

$$d' = \frac{2L n \sin u}{N}. \quad (4)$$

Cần phân biệt ba trường hợp.

Trường hợp 1. Con ngươi mắt tạo giới hạn cực đại của chùm tia: đại lượng d' bằng đường kính con ngươi d , tuy nhiên góc u nhỏ hơn góc tối hạn cho phép của khẩu độ kính hiển vi u_{\max} . Trong trường hợp này góc u' chỉ xác định bởi đường kính con ngươi chứ không phụ thuộc vào độ phóng đại. Theo (3) thì độ rời E không phụ thuộc vào độ phóng đại và cùng với nó cả độ chói xác định bằng mắt thường cũng không phụ thuộc. Trường hợp này ứng với độ phóng đại nhỏ. Độ phóng đại nhỏ như vậy không có lợi vì khi đó ta không sử dụng hết toàn bộ khẩu độ của kính hiển vi. Có thể lấy ví dụ cho trường hợp đang xét là mắt thường, khi đó độ chói xác định bằng mắt thường không phụ thuộc vào khoảng cách: các vật có cùng độ chói bề mặt đặt tại các khoảng cách khác nhau đều được mắt cảm thụ với cùng độ chói.

Trường hợp 2. Con ngươi và khung vật kính giới hạn nhau các chùm tia: $d' = d$, $u = u_{\max}$. Theo (4) thì trong trường hợp này độ phóng đại bằng

đoạn quang u cõng Kinh. Ở đó N_{th} là số lượng N mà $\frac{N}{N_{th}} = \frac{2L n \sin \alpha_{max}}{\lambda}$ là sốt độ phong đại (5)

và được gọi là **độ phong đại thường**. Việc sử dụng các độ phong đại lớn hơn không làm tăng năng suất phân giải của hệ quang kính hiển vi - mắt. Giả sử $d = 2\text{ mm}$, $L = 25\text{ cm}$ ta nhận được

$$N_{th} = 250 n \sin \alpha_{max} = 250 = 100 \quad (6)$$

Trường hợp 3. Khung vật kính giới hạn cực đại chùm tia: $d' < d$. Góc α (tỷ lệ với α) giảm tương ứng với d/d' . Khi đó theo (4) thì độ phong đại N tăng lên. Đối với độ rọi vồng mạc ta có

$$\frac{N}{N_{th}} = \frac{E}{E_{th}} = \frac{N_{th}}{N} = \frac{d}{d'} \quad (7)$$

Khi đó E_{th} là sốt độ phong đại thường hoặc nhỏ hơn.

Vậy nếu $N \leq N_{th}$ thì độ rọi của vồng mạc không phụ thuộc vào độ phong đại; nếu $N > N_{th}$, thì nó tỷ lệ nghịch với bình phương độ phong đại.

Độ rọi bằng: a) 0,16; b) 0,0625.

1.59. a) Cấp độ 14;

(+) b) sáu mươi lăm;

c) Cấp độ 9 - cấp độ 10.

Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}}$ và $N_{th} = 250$ (đã cho).

§2. CÁC CÔNG THỨC FRESNEL VÀ SUẤT ÁNH SÁNG

Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}} = \frac{d}{d'} = \frac{1}{2}$ (đã cho).

2.1. Tự giải: Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}} = \frac{1}{2}$ (đã cho).

2.2. $\rho = \frac{1}{2}$. Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}} = \frac{1}{2}$ (đã cho).

2.3. $\tau = \frac{4n}{(n+1)^2} = 96\%$. Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}} = \frac{1}{2}$ (đã cho).

2.4. $100(1 - 0,96^2) = 28\%$. Độ rọi của vồng mạc bằng $\frac{N}{N_{th}} = \frac{1}{2}$ (đã cho).

$$2.5. \frac{R_{xy}}{E_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_2/\mu_2} \cos \psi}{\sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_2/\mu_2} \cos \psi}, \quad \frac{R_y}{E_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2/\mu_2} \cos \varphi - \sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} \cos \psi}{\sqrt{\varepsilon_2/\mu_2} \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} \cos \psi},$$

nhìn D_{\parallel} bằng giá trị $2\sqrt{\epsilon_1/\mu_1} \cos\phi$ ghi nhớ; D_{\perp} bằng mูล $2\sqrt{\epsilon_1/\mu_1} \cos\phi$ V. 2.1.2
 $E_{\parallel} = \epsilon\sqrt{\epsilon_1/\mu_1} \cos\phi + \sqrt{\epsilon_2/\mu_2} \cos\psi$; $E_{\perp} = \epsilon\sqrt{\epsilon_2/\mu_2} \cos\phi + \sqrt{\epsilon_1/\mu_1} \cos\psi$

trong đó E_{\parallel} và E_{\perp} là biến độ cường độ điện trường của sóng điện từ

với phân cực tương ứng (\parallel là vectơ \vec{E} nằm trong mặt phẳng tới, \perp là

trong mặt phẳng vuông góc với nó) tới ranh giới môi trường, R_{\parallel} và

R_{\perp} (D_{\parallel} và D_{\perp}) - biến độ cường độ điện trường **cá** sóng phản xạ

(khúc xa).

2.6*. Lời giải: Nếu phản xạ không toàn phần thì theo định luật khúc xạ

mỗi góc tới tương ứng với một góc khúc xạ thực ψ . Vì thế cả hai

biểu thức

$$(n_1 R_{\parallel}) = \frac{\sin(\phi + \psi)}{E_{\parallel}}; \quad (n_1 R_{\perp}) = \frac{\tan(\phi + \psi)}{E_{\perp}}$$

đều có giá trị thực. Điều đó về mặt vật lý có nghĩa là khi phản xạ hoặc là không có sự biến đổi về pha hoặc là biến đổi 180° . Nếu sóng tới phản xạ thẳng thì hiệu pha giữa thành phần của nó với vectơ điện vuông góc với mặt phẳng tới và thành phần có vectơ điện nằm trong mặt phẳng tới hoặc bằng 0° , hoặc bằng 180° . Trên cơ sở giải thích trên ta thấy hiệu pha của các thành phần của sóng phản xạ cũng tương tự. Khi tổng hợp lại các thành phần này sẽ cho sóng phản xạ thẳng.

2.7. $\tan \delta = \cos(\phi - \psi) \tan \alpha$; $\tan \rho = \frac{\cos(\phi - \psi)}{\cos(\phi + \psi)} \tan \alpha$.

2.8. a) $56^{\circ}19'$; b) $\Delta = \frac{4n^2 - (1+n^2)^2}{4n^2 + (1+n^2)^2} \approx -0,08$.

2.9. $57^{\circ}05'$.

2.10. $\Delta = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} = \frac{\cos^2(\phi - \psi) - \cos^2(\phi + \psi)}{\cos^2(\phi - \psi) + \cos^2(\phi + \psi)} = 0; 0,82; 1,0; 0$.

2.11. $\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 1} \right)^2 = 0,074$ (đó là giá trị ghi trong bảng số liệu) M.X. 2.1.2
 (2.1.2) $\frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} = \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 1}$ là bù số lõi lõi (V. lõi) và giá trị ghi ở đây là

giá trị của lõi lõi (V. lõi) là $n_1 = 1,5$ (tức là số lõi lõi là 1,5).

$$\frac{(n_1^2 - 1)^2}{(n_1^2 + 1)^2} = \frac{1}{3}$$
 (đó là giá trị bù số lõi lõi tối thiểu nhất)

(1) Đối với các biến độ E_{\parallel} , E_{\perp} , R_{\parallel} , R_{\perp} , D_{\parallel} và D_{\perp} xem giải thích của lời giải bài 2.5.

2.12. Vecto điện phải nằm trong mặt phẳng tối. Góc tối bằng góc Briuster.

Chiết suất của lăng kính phải bằng $n = \frac{1}{\tan(\alpha/2)} = \sqrt{3} = 1,73$ (quang trình qua lăng kính đối xứng nhau).

2.13. $A = \pi - 2\phi_B = 68^\circ$.

2.14. Kết quả nhận được trực tiếp từ công thức Fresnel.

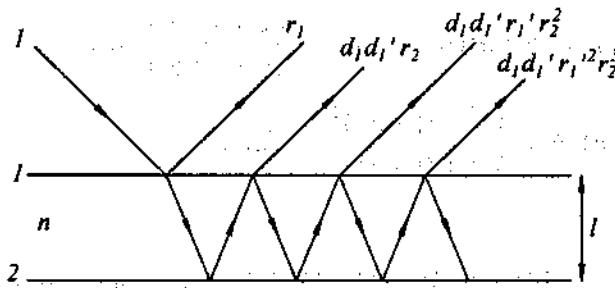
2.15*. Ánh sáng bên trong lớp điện môi bị phản xạ nhiều lần trên ranh giới

của lớp (H.425). Nếu $\delta = \frac{2\pi nl}{\lambda}$ là hiệu pha tương ứng với ánh sáng hai lần đi qua lớp điện môi (tức là từ một ranh giới của lớp điện môi đến mặt ranh giới khác và ngược lại), thì đổi với biên độ phức của sóng phản xạ ta có thể viết (có tính đến sự phản xạ nhiều lần)

$$\frac{E}{R} = r_1 + d_1 d_1' r_2 e^{-i\delta} + d_1 d_1' r_1 r_2^2 e^{-2i\delta} + d_1 d_1' r_1^2 r_2^3 e^{-3i\delta} + \dots,$$

từ đó $\frac{R}{E} = r_1 + \frac{d_1 d_1' r_2 e^{-i\delta}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\delta}}$,

hoặc chú ý rằng $r' = -r$, $r^2 + dd' = 1$ ta nhận được $\frac{R}{E} = \frac{r_1 + r_2 e^{-i\delta}}{1 + r_1 r_2 e^{-i\delta}}$.



Hình 425

2.16. Khi phản xạ từ gương lý tưởng thì chỉ có pha có thể thay đổi, còn biên độ sóng không thay đổi. Vì vậy đổi với hệ số Fresnel (xem bài 2.15) trong trường hợp này ta có thể viết $r_2 = e^{i\alpha}$. Thế giá trị này vào công

thức ta nhận được kết quả của bài trước $\frac{R}{E} = \frac{r_1 + e^{i(\alpha-\delta)}}{1 + r_1 e^{i(\alpha-\delta)}}$,

từ đây suy ra $\left| \frac{R}{E} \right|^2 = \frac{r_1^2 + 1 + 2r_1 \cos(\alpha - \delta)}{1 + r_1^2 + 2r_1 \cos(\alpha - \delta)} = 1.$

$$2.17. \rho = \rho_1 + \rho_2 \tau_1^2 + \rho_2 \tau_1^2 \rho_1 \rho_2 + \dots = \rho_1 + \frac{\rho_2 \tau_1^2}{1 - \rho_1 \rho_2},$$

$$\tau = \tau_1 \tau_2 + \tau_1 \tau_2 \rho_1 \rho_2 + \tau_1 \tau_2 (\rho_1 \rho_2)^2 + \dots = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \rho_1 \rho_2}.$$

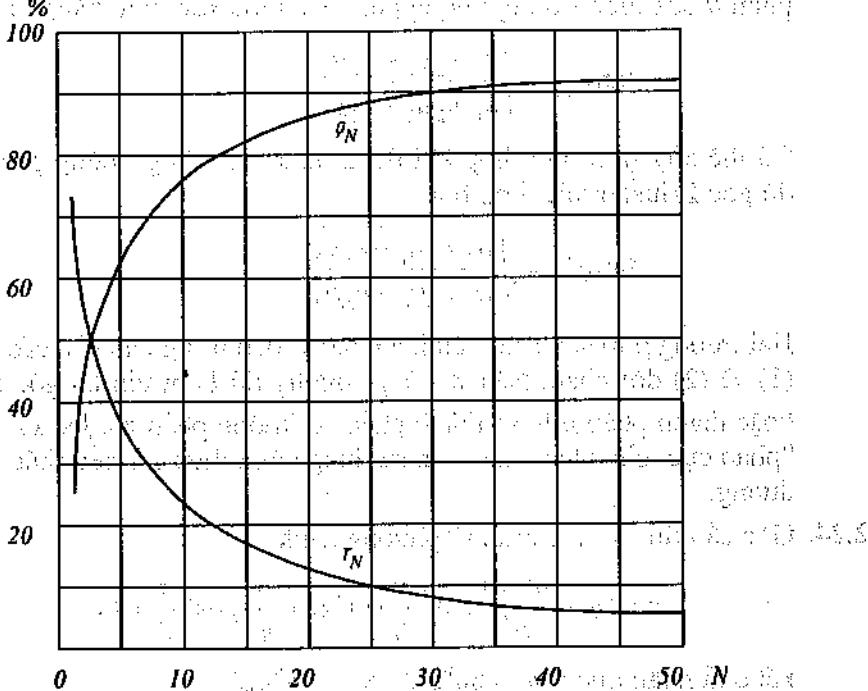
$$2.18*. \rho_m = \frac{m\rho}{1 + (m-1)\rho}; \tau_m = \frac{1 - \rho}{1 + (m-1)\rho}$$

Lời giải. Ghép với hệ m mặt phẳng một mặt phẳng tương tự thứ $(m+1)$. Mặt phẳng m đầu tiên có thể thay bằng một mặt phẳng với hệ số phản xạ và hệ số truyền ρ_m và τ_m . Khi đó bài toán sẽ được đưa về bài toán trước và chúng ta nhận được hệ số phản xạ và hệ số truyền

$$\text{của } (m+1) \text{ mặt phẳng } \rho_{m+1} = \rho_m + \rho \frac{\tau_m^2}{1 - \rho \rho_m}, \tau_{m+1} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho \rho_m}.$$

Từ đây bằng phương pháp quy nạp dễ dàng nhận được đáp số.

$$2.19. \rho_N = \frac{2N}{2N + 5,76}; \tau_N = \frac{5,76}{2N + 5,76} \text{ (xem hình 426).}$$



Hình 426

2.20. - 0,015; - 0,091; - 0,176; 0,402

2.21*. *Lời giải.* Từ công thức Fresnel

$$\frac{R_{\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{\tan(\phi - \psi)}{\tan(\phi + \psi)}$$

suy ra R_{\parallel} đổi dấu khi qua góc Briuster. Về mặt vật lý điều đó có nghĩa là khi đó R_{\parallel} biến đổi pha đột ngột một lượng bằng π . Điều này cũng không làm mất tính liên tục của trường điện từ vì đối với góc Briuster $R_{\parallel} = 0$. Trên thực tế R_{\parallel} không bằng không với bất kỳ góc nào. Vì thế phải tồn tại lân cận của góc Briuster (thường là rất nhỏ) để khi qua đó pha của R_{\parallel} biến đổi liên tục từ 0 đến π . Đối với ánh sáng có vectơ điện vuông góc với mặt phẳng tối lân cận tương tự không tồn tại. Vì thế nếu không tuân thủ nghiêm ngặt theo định luật Briuster sẽ xuất hiện phân cực elip của ánh sáng phản xạ mà trong điều kiện của bài đề cập tới. Kết luận ngược lại có thể nhận được nếu phân tích ánh sáng tối thành các thành phần dao động trong mặt phẳng tối và vuông góc với nó và chú ý rằng các thành phần này trong xấp xỉ bậc nhất phản xạ độc lập với nhau (nguyên tắc cộng gộp).

2.22*. Có, tồn tại.

Lời giải. Nếu định luật Briuster đúng thì góc Briuster mà khi đó thành phần // của điện trường không phản xạ được xác định bằng biểu thức

$$\tan \phi_B = \frac{\epsilon_2 \epsilon_2 \mu_1 - \epsilon_1 \mu_2}{\sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1}} \quad (1)$$

Có thể xảy ra trường hợp khi thành phần \perp cũng không phản xạ, khi đó góc Briuster xác định bởi

$$\tan \phi'_B = \frac{\mu_2 \epsilon_2 \mu_1 - \epsilon_1 \mu_2}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_2 \mu_2}} \quad (2)$$

Hai trường hợp này triệt tiêu lẫn nhau vì dấu trong căn của các biểu thức (1) và (2) đối nhau. Nếu ϵ và μ dương thì luôn tồn tại góc để khi đó hoặc thành phần // hoặc thành phần \perp không phản xạ. Để xác định góc "phân cực-toàn phản" này cần sử dụng công thức có biểu thức trong căn dương.

2.24. Góc cần tìm ϕ xác định từ phương trình

$$\sin^2 \phi - \frac{n^2 + 1}{n^2} \cos^2 \frac{\pi}{8} \sin^2 \phi + \frac{1}{n^2} \cos^2 \frac{\pi}{8} = 0,$$

kết quả nhận được $\phi_1 = 60^\circ 32'$, $\phi_2 = 38^\circ 42'$.

2.25. Bên trái.

$$\text{vô định} \frac{1}{\sin \theta} = \infty \left(\varphi \cos \frac{1}{\sin \theta} + \psi \sin \frac{1}{\sin \theta} \right) w = \infty . \text{ AEC.}$$

2.26. $\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{2n^2}{1+n^2}}$; $\delta = 2 \arctan \frac{1-n^2}{2n}$, trong đó n là chiết suất của môi trường thứ nhất ($n < 1$).

2.27. $n \geq \sqrt{10}$ và $2,41$.

2.28. Không được, sủi cát quét gương phản xạ và $\Omega_{\text{kinetic}} = \Omega_{\text{kinetic}}(\lambda S)^{1/2}$ không bằng $\Omega_{\text{kinetic}} = \Omega_{\text{kinetic}}(\lambda S)^{1/2}$.

2.29. $n = \frac{1 + \sin(3\pi/8)}{\cos(3\pi/8)} = 5,028$. Vì không tồn tại chất có chiết suất bằng 5,

nên trong quang học không thể thực hiện điều này. Nó có thể thực hiện được với các sóng điện từ có bước sóng dài hơn.

2.30. $n > 3,732$.

Lý do là do $n > 3,732$ là số duy nhất để $\sin \theta > 1$ (vì $\sin \theta = n \sin \theta' = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$).

2.31*. $P = u(1+r)\cos^2 \varphi$; $T = [u(1-r)\sin 2\varphi]/2$, trong đó u là mật độ năng lượng sóng tới.

Lời giải. Nếu N là số photon của sóng tới trong một đơn vị thể tích thì

động lượng của các photon tại gương trong lỗ băng $(Nhf/c)S \cos \varphi$,

trong đó S là diện tích gương. Vì $Nhf = u$, nên động lượng này bằng

$\vec{p}_1 = uS \cos \varphi \vec{i}$, trong đó \vec{i} là vectơ đơn vị kẻ theo chiều tia tới. Động

lượng của các photon phản xạ trong lỗ $\vec{p}_2 = ruS \cos \varphi \vec{i}'$, trong đó \vec{i}'

là vectơ đơn vị theo chiều tia phản xạ. Vì vậy sự thay đổi động lượng

của sóng ánh sáng trong lỗ do phản xạ trên gương bằng

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -uS(\vec{i} - r\vec{i}') \cos \varphi. \quad (\text{I}-\text{II}) \text{ AEC.}$$

Theo định luật bảo toàn động lượng sự thay đổi động lượng của gương

sẽ có độ lớn tương tự nhưng có hướng ngược lại. Vì vậy lực \vec{F} tác dụng lên gương từ phía bức xạ

$$\vec{F} = \frac{uS(\vec{i} - r\vec{i}') \cos \varphi}{(1+n)n} \text{ AEC.}$$

Còn lực f tác dụng lên một đơn vị diện tích gương

$$f = u(i - ri') \cos \varphi. \quad (\text{III}) \text{ AEC.}$$

Chiếu lực này lên pháp tuyến qua gương và lên mặt phẳng gương ta suy ra đáp số.

$$2.32*. P = u \left(\cos^2 \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi \right); T = \frac{1}{2} u \sin 2\varphi.$$

Lời giải. Nếu bề mặt phản xạ là mặt không bóng lý tưởng thì nó phản xạ hoàn toàn bức xạ tới, hơn nữa sau khi phản xạ ta nhận được các tia theo mọi hướng có thể, và tất cả các hướng này đều có xác suất như nhau. Xác suất của hướng truyền của photon vừa phản xạ tạo với pháp tuyến gương một góc nằm giữa θ và $\theta + d\theta$ bằng $[1/(2\pi)] d\Omega = \sin \theta d\theta$, vì phân tử tương ứng của góc vật thể $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$. Vectơ động lượng tổng hợp của tất cả các photon qua phản xạ vuông góc với mặt phẳng gương. Giá trị trung bình của hình chiếu vectơ động lượng của một photon vừa phản xạ trên pháp tuyến gương bằng

$$\int_0^{\pi/2} \frac{hf}{c} \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} \frac{hf}{c}.$$

Vì vậy đối với động lượng tổng hợp của tất cả các photon phản xạ ta có

$$\vec{p}_2 = NcS \cos \varphi \cdot \frac{1}{2} \frac{hf}{c} \vec{n} = \frac{1}{2} uS \cos \varphi \vec{n},$$

trong đó \vec{n} là vectơ đơn vị của pháp tuyến với mặt phẳng gương. Lực \vec{f} tác dụng lên một đơn vị diện tích gương

$$\vec{f} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{S} = u \left(\vec{i} - \frac{1}{2} \vec{n} \right) \cos \varphi.$$

Chiếu vectơ này lên pháp tuyến \vec{n} và lên mặt phẳng gương ta nhận được kết quả cần tìm.

$$2.33. F = -\frac{I}{c} \frac{2(n-1)}{n+1} = -1,3 \cdot 10^{-8} \text{ N/cm}^2.$$

$$2.34. M = \frac{I}{4c} \pi D^2 d \frac{n^2 - 1}{n(n^2 + 1)} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ N.cm}. \text{ Nếu phương của sóng tối - nằm}$$

bên trái pháp tuyến với mặt phẳng tấm thủy tinh thì momen quay hướng theo chiều kim đồng hồ.

Trong các bài 2.33 và 2.34 động lượng của photon $p_{ph} = \hbar k$, trong đó

k là số sóng: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c}$. Số photon tối trên 1cm^2 bề mặt trong 1s

bằng $\frac{I}{\hbar\omega} \cos\varphi$, trong đó φ là góc tới. Xem thêm lời giải bài 2.31 và 2.32.

2.35. Tự chứng minh.

2.36. $P = \frac{u}{3}$, trong đó u là mật độ bức xạ.

2.37. a) $P_1 = 0,45 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$, hoặc xấp xỉ nửa miligam trên m^2 ;

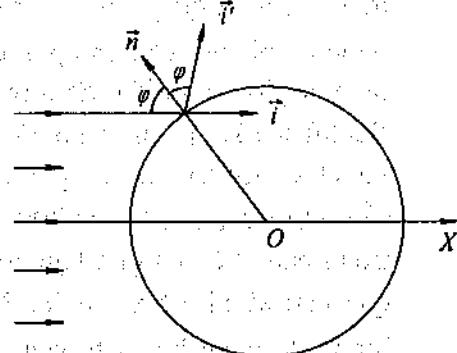
b) $P_2 = 2P_1 = 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$;

c) $P_3 = \frac{3}{2} P_1 = 0,675 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$.

2.38*. a) $F = Su$; b) $F = Su$; c) $F = \frac{4}{3}Su$,

trong đó S là diện tích mặt cắt lớn nhất của hình cầu; u là mật độ năng lượng sóng tới.

Lời giải. Vì kích thước quả cầu rất lớn so với chiều dài sóng ánh sáng nên khi giải ta có thể áp dụng xấp xỉ quang hình học và không tính đến hiện tượng nhiễu xạ. Để ghép hai trường hợp đầu ta giả thiết rằng hệ số phản xạ của bề mặt cầu bằng r và không phụ thuộc vào góc tới φ . Lực tác dụng lên một đơn vị bề mặt cầu bằng $\vec{f} = u(\vec{i} - r\vec{i}')\cos\varphi$ (xem bài 2.31*). Hướng trục X song song với các tia tới (H.427).



Hình 427

Vì tính đối xứng nên tổng hợp lực của áp suất ánh sáng lên bề mặt cầu phải hướng dọc theo trục X và bằng $F = \int f_x dS$, trong đó dS là phần tử bề mặt cầu, tích phân lấy theo nửa được chiếu sáng của bề mặt này. Ta có

$$f_x = u \cos\varphi - ru \cos\varphi \cos(\pi - 2\varphi) = (1 - r)u \cos\varphi + 2ru \cos^3\varphi.$$

$$dS = 2\pi a^2 \sin\varphi d\varphi,$$

trong đó a là bán kính quả cầu. Lấy tích phân ta được kết quả $F = \pi a^2 u$. Vậy lực F không phụ thuộc vào hệ số phản xạ mà như nhau đối với các quả cầu là gương tuyệt đối và vật đèn tuyệt đối. Lời giải

đối với trường hợp còn lại tiến hành tương tự và cho kết quả

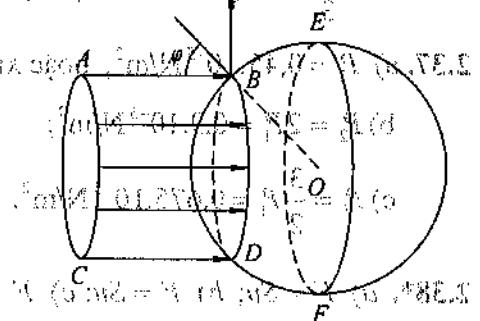
$$F = 4\pi a^2 u/3.$$

2.39*. Áp suất ánh sáng trên quả cầu phản xạ lý tưởng lớn hơn.

Lời giải. Giả sử nếu hệ số phản xạ r không phụ thuộc vào góc tới, thì lực áp suất ánh sáng trong cả hai trường hợp sẽ giống nhau (xem lời giải bài trước). Tuy nhiên trên thực tế r phụ thuộc vào góc tới và vì vậy các áp lực sẽ khác nhau. Giả sử tia AB (H.428) tới quả cầu dưới một góc $\varphi = 45^\circ$, khi đó các photon phản xạ sẽ truyền vuông góc với tia tới và mỗi photon truyền cho quả cầu một động lượng hf/c . Nếu photon tới quả cầu trong phần bể mặt giới hạn bởi đường tròn BD thì sau khi phản xạ nó có một thành phần động lượng hướng ngược với chiều truyền của sóng tới; trong trường hợp này nó truyền cho quả cầu một động lượng lớn hơn hf/c . Ngược lại nếu photon tới quả cầu trong phần bể mặt giới hạn bởi vòng $BEFD$ thì động lượng truyền cho quả cầu sẽ nhỏ hơn hf/c . Nếu r không phụ thuộc vào góc tới thì lượng dư động lượng truyền cho quả cầu so với hf/c trên phần hình tròn BD sẽ bù hoàn toàn cho lượng thiếu hụt trên vòng $BEFD$. Trên thực tế r phụ thuộc vào góc tới. Đối với ánh sáng phân cực, tăng khi góc tới tăng, chính vì vậy mà lượng hụt trên vòng $BEFD$ sẽ lớn hơn lượng dư trên phần BD . Từ đây suy ra lực áp suất ánh sáng trên quả cầu phản xạ một phần ánh sáng sẽ nhỏ hơn so với trường hợp phản xạ lý tưởng.

2.40. $F = 5,9 \cdot 10^8 \text{ N}$. $\frac{1}{F} = \frac{G}{16\pi^2 a R \delta L} = 1,6 \cdot 10^{-14}$. Ở đây a là bán kính Trái

Đất, R là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, T là thời gian quay của Trái Đất quanh Mặt Trời. So với lực hấp dẫn thì lực áp suất ánh sáng nhỏ không đáng kể, ảnh hưởng của nó đến chuyển động của các hành tinh nằm ngoài độ chính xác của các thiết bị đo thiên văn.



một động lượng hf/c . Nếu **Hình 428**
photon tới qua cầu trong phần **b** của kính hiển vi sẽ
bị mất giới hạn bởi đường tròn

BD thì sau khi phản xạ nó có một thành phần động lượng hướng ngược với chiêu truyền của sóng tới; trong trường hợp này nó truyền cho quả cầu một động lượng lớn hơn hf/c . Ngược lại nếu photon tới quả cầu trong phản biele mặt giới hạn bởi vòng *BEFD* thì động lượng truyền cho quả cầu sẽ nhỏ hơn hf/c . Nếu r không phụ thuộc vào góc tới thì lượng dư động lượng truyền cho quả cầu so với hf/c trên phần hình tròn *BD* sẽ bù hoàn toàn cho lượng thiếu hụt trên vòng *BEFD*. Trên thực tế r phụ thuộc vào góc tới. Đối với ánh sáng phản xung tăng khi góc tới tăng, chính vì vậy mà lượng hụt trên vòng *BEFD* sẽ lớn hơn lượng dư trên phần *BD*. Từ đây suy ra lực áp suất ánh sáng trên quả cầu phản xạ một phần ánh sáng sẽ nhỏ hơn so với trường hợp phản xạ lý tưởng.

2.41*. $u' = u \left(1 \pm \frac{4v}{c}\right)$, trong đó u, u' là mật độ năng lượng tương ứng sóng tới và sóng phản xạ, v là vận tốc chuyển động của gương. Dấu cộng ứng với chuyển động của gương ngược chiều truyền ánh sáng, dấu trừ trong trường hợp ngược lại.

Lời giải: Ta tưởng tượng có một xilanh dài vô tận, bên trong nó có một gương - piton chuyển động không ma sát với vận tốc v ($v \ll c$). Trong xilanh theo hướng chuyển động của piton có một dải sóng có chiều dài bằng độ lớn vận tốc ánh sáng, tức là $l = c \cdot t_s = c$. Giả sử tại thời điểm 0 đầu dải sóng chạm vào piton, khi đó ta có thể tính được đuôi dải sóng chạm vào piton tại thời điểm $t = c/(c-v)$. Trong thời gian này piton chuyển động được một quãng đường $x = vt = vc/(c-v)$, còn mặt trước của sóng phản xạ đi được quãng đường ct . Vì vậy chiều dài dải sóng phản xạ là

$$l' = ct + x = c \left(1 + \frac{v}{c}\right) t_s \quad (d)$$

$$l' = ct + x = c \frac{c+v}{c-v} t_s \quad (e)$$

Nếu diện tích piton bằng 1 đơn vị thì sự biến thiên năng lượng sóng ánh sáng trong quá trình này bằng $u'l' - ul$. Khi đó áp suất ánh sáng P thực hiện một công P_x . Vì vậy

$$\frac{\partial P}{\partial t} = u'l' + P_x \quad (f)$$

Khi piton chuyển động chậm áp suất ánh sáng có thể coi bằng $P = 2u$, nếu bỏ qua các hạng tử bổ sung $c^2 u(v/c)$. Thế giá trị của P, x, t, l, l' vào biểu thức cuối ta tìm được đáp số đối với trường hợp piton chuyển động ra xa. Kết quả này đúng nếu bỏ qua đại lượng $(v/c)^2$.

2.42. Cường độ điện trường E_0 trong chùm tia không điều tiêu có thể xác

định theo công thức $W = \frac{EHS}{c} = \frac{4\pi}{c} E^2 S$, còn áp suất bức xạ P_0 -

theo công thức $P_0 = \frac{W}{eS}$. Bằng cách đó ta tìm được

$$(x) \Delta 200 \quad \lambda + \lambda + \lambda = (\lambda + \lambda)(\lambda + \lambda) = (x)\lambda$$

$$\text{do } eQ \quad E_0 \approx \sqrt{\frac{4\pi W}{cS}} \quad E_0 \approx 4,3 \cdot 10^5 \text{ V/cm}; \quad P_0 \approx 0,16 \text{ atm. g/cm}^2$$

Tại tiêu cự có thể sử dụng các công thức trên sau khi đã tính được độ rộng của chùm tia. Để cụ thể giả thiết rằng tất cả ánh sáng tập trung

vào đường tròn bán kính $R \approx \frac{0,61f\lambda}{r}$

$$\text{và diện tích } \pi R^2 = \pi \left(\frac{0,61f\lambda}{r} \right)^2 = \frac{(0,61\pi f\lambda)^2}{S},$$

trong đó r là bán kính tiết diện ngang của chùm ánh sáng tối. Cần thay diện tích này vào vị trí của S trong công thức trên. Cuối cùng ta được

$$E \approx \sqrt{E^2} \approx \frac{S}{0,61\pi f\lambda} E_0 = 1,5 \cdot 10^3 E_0 = 6,4 \cdot 10^8 \text{ V/cm},$$

$$P = \left(\frac{S}{0,61\pi f\lambda} \right)^2 P_0 = 2,25 \cdot 10^6 P_0 \approx 3,6 \cdot 10^5 \text{ atm}.$$

2.43. a) $P = \frac{\epsilon}{c\tau S}(1+r) = \frac{2}{3}(1+r) \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}^2$, trong đó r là hệ số phản xạ của bề mặt;

$$\text{b)} P \approx \frac{\epsilon}{c\tau\lambda^2} \approx 150(1+r) \text{ atm};$$

$$\text{c)} E \approx \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{8\pi\epsilon}{c\tau}} \approx 1,8 \cdot 10^7 \text{ V/cm}.$$

§3. GIAO THOA ÁNH SÁNG ĐƠN SẮC

3.1*. Lời giải. Các sóng giao thoa có thể viết dưới dạng

$$E_1 = E_{10} e^{i(\omega t - k_{1x} + \delta_1)} = \hat{E}_{10} e^{-ik_{1x}x},$$

$$E_2 = E_{20} e^{i(\omega t - k_{2x} + \delta_2)} = \hat{E}_{20} e^{-ik_{2x}x},$$

trong đó $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $k_{1x} = k \sin \varphi_1$; $k_{2x} = k \sin \varphi_2$; $\varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{\varphi}{2}$.

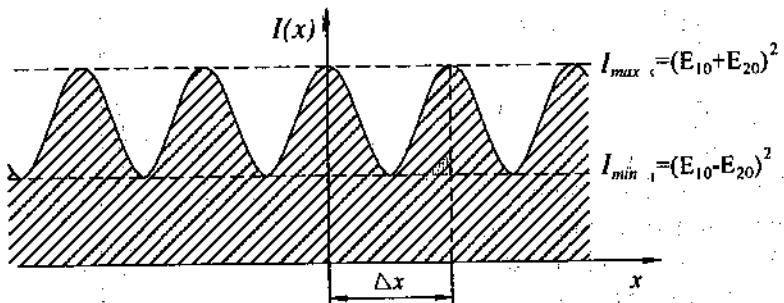
Cường độ trường ánh sáng $I(x)$ trong mặt phẳng OXY , vuông góc với trục OZ (H.267), ta có

$$I(x) = \overline{(E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*)} = I_1 + I_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos \Delta\varphi(x),$$

trong đó $\Delta\varphi(x) = k(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)x = kx \cdot 2 \sin(\varphi/2) \approx k\varphi x$. Do đó cường độ $I(x) \approx I_1 + I_2 + 2\overline{E_{10}E_{20}} \cos k\varphi x$.

Từ đây suy ra chu kỳ ánh giao thoa (H.429)

$$k\varphi\Delta x = 2\pi \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\lambda}{\varphi}.$$



Hình 429

Người ta thường ký hiệu chu kỳ ảnh giao thoa dưới dạng Λ , khi đó

$$\Lambda \approx \frac{\lambda}{\varphi}$$

Hiển nhiên thấy rằng góc hội tụ φ của các sóng giao thoa càng nhỏ thì ảnh giao thoa càng rõ hơn. Như vậy để $\Delta x \sim 1$ mm khi $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$ thì cần phải có $\varphi \sim 0,5 \cdot 10^{-3}$ rad. Do vậy góc hội tụ nhỏ trong quang học là điều kiện cần.

Ta thấy rằng bài toán được giải hoàn toàn tương tự nếu các sóng giao thoa không viết dưới dạng số phức mà viết dưới dạng hàm lượng giác:

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - k_{1x}x + \delta_1); E_2 = E_{20} \cos(\omega t - k_{2x}x + \delta_2).$$

$$3.2. \quad \Delta x \approx \frac{\lambda}{\varphi}, \text{ trong đó } \varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

$$3.3. \quad \lambda = \frac{xd}{a} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 500 \text{ nm} = 5000 \text{ \AA} = 0,5 \mu\text{m}.$$

$$3.4. \quad n_{Cl} = n + \frac{N\lambda}{l} = 1,000865. \text{ Các vân giao thoa di chuyển về phía ống.}$$

$$3.5. \quad x = m\lambda \frac{a+b}{2a(n-1)\alpha}.$$

$$3.6. \quad \Delta x = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} = 0,5 \text{ mm}; N = \frac{4L(n-1)^2 \alpha^2}{\lambda} = 10.$$

$$3.7. \quad \text{Số vân cực đại } N = \frac{l(n-1)\alpha}{\lambda} = 40 \text{ nhận được khi đưa màn ra xa lưỡng}$$

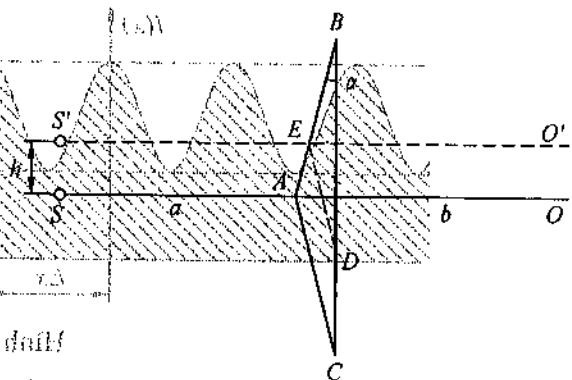
lăng kính một khoảng $L = \frac{l}{4(n-1)\alpha} = 20 \text{ m}$. Các vân biến mất nếu đưa

màn ra xa lưỡng lăng kính một khoảng không nhỏ hơn $2L = 40 \text{ m}$.

$$3.8. \quad N = \frac{4ab}{a+b} \cdot \frac{(n-1)^2 \alpha^2}{\lambda};$$

$$x = \frac{hb}{a}.$$

3.9*. Lời giải. Khi nguồn S nằm trên trục của hệ thi tâm giao thoa nhận được tại điểm O (H.430).



Hình 430

Di chuyển nguồn lên phía S' , sau đó tương tự

ràng lăng kính bị cắt đi một phần $ACDE$. Phần này tác dụng như một tám phẳng song song chiều dày $d = 2h\alpha$ và làm xê dịch ảnh giao thoa xuống phía dưới $N = d(n-1)/\lambda$ van. Tám ảnh O di chuyển xuống phía dưới một khoảng $(x' - N)\Delta x$, trong đó $\Delta x = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} \frac{a+b}{a}$ là độ

rộng vân. Độ xê dịch từ O' sẽ bằng

$$\text{Nó} \quad a+b \quad d(a+b) \\ 2(n-1)a \quad a \quad 3xa$$

$$2(n-1)\alpha - a = 2\alpha a$$

$$(\beta_0 + \gamma_1)A - \gamma_0\beta_0C_{\text{eff}}A = (\beta_0 + \gamma_1)A - \gamma_0\beta_0C_{\text{eff}}A = 0$$

Thế giá trị α ta được $x' = h + \frac{hb}{a}$. Xê dịch của tâm O là $x = x' - h = \frac{hb}{a}$.

3.10. a) Độ rộng các vân giảm $\frac{a}{\lambda} = 2$ lần.

$$\tan \theta = -\frac{4}{3} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right) = -53.1^\circ$$

b) Độ rộng các vân giảm $\frac{a}{8}$ lần

b) Độ rộng các vân giảm $\frac{1}{f} = 8$ lần.

$$3.11. \quad a = \frac{f\lambda}{\Delta x} = 0,6 \text{ mm.}$$

$$3.12. \Delta x \approx \frac{\lambda \cos \varphi_1}{2 \pi \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 3.3 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$3.13. \alpha = \frac{\lambda}{\sqrt{3} \sin 30^\circ} \approx 12''.$$

group like $2\Delta t \sqrt{n^2 + \sin^2 \phi}$. The value of Δt is $\frac{m_1 - m_2}{k}$.

3.14. Xấp xỉ khi $d \leq \frac{\lambda}{4\pi} = 10^{-5}$ cm

3.14. Xấp xỉ khi $d \leq \frac{\lambda}{4n} = 10^{-5}$ cm.

3.15. Chiều dày quang học của màng phải bằng một phần tư bước sóng ánh sáng trong chân không. Chiết suất của màng $n = \sqrt{n}$, trong đó n là

chiết suất của thủy tinh. Không phản xạ cả trong trường hợp khi chiều dày quang học của màng $l n' = l\sqrt{n} = \lambda / 4 + N\lambda / 2$, trong đó N là số nguyên. Tuy nhiên khi sử dụng ánh sáng trắng thì sử dụng các màng dày không có lợi.

$$3.16. \alpha = \frac{\lambda}{2n\Delta x} \approx 8''.$$

$$3.17. E \sim 4I_0 \sin^2 \frac{2\pi x \alpha}{\lambda}, \text{ trong đó } x \text{ là khoảng cách từ cạnh nem.}$$

$$3.18. \text{Đối với phân cực ngang } \alpha_1 = \frac{\lambda}{4h} = 1^\circ 20', \text{ đối với phân cực đứng } \alpha_1 = 0;$$

$$\alpha_2 = \frac{\lambda}{2h} = 2^\circ 40'.$$

$$3.19. I = 2I_0 \left[1 - \frac{\sin(2\pi\psi h/\lambda)}{2\pi\psi h/\lambda} \cos \frac{4\pi h \alpha}{\lambda} \right].$$

Khi $\psi = \frac{\lambda}{2h} m$ ($m = 1, 2, 3 \dots$) $I = 2I_0$, trong đó I_0 là cường độ tín hiệu thu được khi không có hiện tượng phản xạ.

$$3.20. U_0 \sim \cos \frac{\pi L \sin \alpha}{\lambda}, \text{ trong đó } \alpha = \omega_a t \text{ là góc quay của anten}.$$

tới nguồn trong thời gian t . ω_a là vận tốc góc của Trái Đất. Khi α nhỏ chủ kỳ thay đổi biến đổi hiệu điện thế là

$$3.21. \Delta\theta < \frac{D}{\lambda} = 2''.$$

$$3.22. \frac{\Delta l}{l} = \frac{2h\alpha\sqrt{n^2-1}}{\lambda} = 0,75.$$

3.23. Sẽ thấy hình ảnh giống như các vân tròn Newton. Bán kính vân sáng thứ m là

$$\text{3.24. } \Delta l = \frac{m^2}{2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ mm}$$

3.25. $f = 137\text{cm}$.

- 3.26. $R = 1m$; $\lambda_d = 0,7\mu m$.
- 3.27. $f = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} \frac{1}{(n-1)m\lambda} = 54\text{cm}$.
- 3.28. $r = \sqrt{\frac{R\lambda}{n}} = 0,63\text{mm}$.
- 3.29. $r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$.
- 3.30. $r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$.
- 3.31. $f = \frac{r^2}{10\lambda(n-1)} = 1,1\text{m}$.
- 3.32. $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{n^2 + 1}{2n}\right)^2 = 1,17$. Ảnh giao thoa khá rõ có thể quan sát bằng mắt thường.
- 3.33. $D = \frac{2(n-1)m\lambda}{r^2} = 0,25$ điốt, trong đó $m = 8$.
- 3.34*. *Lời giải:* Mỗi vân tròn Newton có thể xác định như một đường mà dọc theo nó hiệu quang trình giữa các tia giao thoa không đổi. Để thấy rằng khi đưa thấu kính ra xa tấm kính thì các “vân tròn với hiệu pha không đổi” sẽ co lại tâm ảnh, còn khi đưa lại gần nó sẽ giãn ra. Tâm ảnh sẽ lần lượt tối và sáng.
- 3.35. $f = \frac{La}{\lambda_0} = 10\text{kHz}$.

§4. GIAO THOA ÁNH SÁNG ĐƠN SẮC. TÍNH KẾT HỢP THEO THỜI GIAN

- 4.1*. *Lời giải:* Hai bước sóng ứng với hai hệ các vân tròn Newton với sự sai khác kích thước không lớn. Nếu thấu kính tiếp xúc với bề mặt tấm kính thì ở tâm ảnh giao thoa các vân sáng (tối) của một hệ gần như

trùng với các vân sáng (tối) của hệ còn lại. Vì thế ở gần tâm các vân tròn sẽ rõ gần như khi chiếu ánh sáng đơn sắc. Nhưng khi ra xa khỏi tâm vân sáng của một hệ có thể trùng về vị trí với vân tối của hệ kia. Tại vị trí tương ứng các vân tròn Newton sẽ không quan sát được, còn ở lân cận vị trí này chúng quan sát được nhưng không rõ.

Ta xác định số thứ tự vân sáng N ứng với bước sóng λ_2 , trùng vị trí với vân thứ $(N+1)$ ứng với bước sóng λ_1 . Vân tối thứ nhất (chính xác hơn - vân tối trung tâm) ứng với bước sóng λ_1 , tương ứng với hiệu quang trình $\frac{\lambda_1}{2}$, còn vân tối thứ hai tương ứng với hiệu quang trình

$\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2} \dots$, cuối cùng vân tối thứ $(N+1)$ là hiệu quang trình $N\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2}$. Hiệu quang trình này hiển nhiên phải bằng $N\lambda_2$ vì cần phải có sự trùng vị trí của vân sáng N của bước sóng λ_2 lên vân tối thứ $(N+1)$ của bước sóng λ_1 . Như vậy

$$N\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{2} = N\lambda_2, \text{ suy ra } N = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{5890}{12} \approx 490.$$

Từ đây thấy rằng các vân tròn sẽ biến mất ở lân cận vân thứ 490. Để thấy rằng chúng lại thấy rõ ở lân cận vân thứ $2 \times 490 = 980$. Khi đưa thấu kính ra xa tấm kính các vân tròn co về phía tâm (xem lời giải bài 3.34*). Nếu xê dịch thấu kính một khoảng $490\lambda_1$ thì thấy được 490 vân tròn, còn tại tâm ảnh các vân tròn biến mất. Khi xê dịch thấu kính một khoảng $2 \times 490\lambda_1 = 980\lambda_1$ thì các vân ở tâm lại thấy rõ; khi xê dịch một khoảng $3 \times 490\lambda_1 = 1470\lambda_1$ lại biến mất ...

4.2. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{980}; \Delta\lambda = 6,02 \text{ \AA}.$

4.3*. $\Delta\lambda = 0,75 \text{ \AA}.$

Lời giải. Hiệu quang trình của các tia sau khi phản xạ lên bề mặt phía trước và phía sau của tấm kính bằng $2dn\cos\psi + \frac{\lambda}{2}$. Vì tâm các vân tròn tối nên đại lượng này phải bằng số lẻ lần nữa bước sóng. Vân tối đầu tiên tương ứng với góc khúc xạ ψ vì thế hiệu quang trình giảm đi λ , điều đó cho ta $2dn(1 - \cos\psi) = \lambda$ hoặc $4dns\sin^2(\psi/2) = \lambda$. Đổi

với các góc nhỏ $d\psi^2 = \lambda$. Các góc tới và góc khúc xạ nhỏ liên hệ với nhau bằng biểu thức $\varphi = n\psi$. Vì vậy ta có $\varphi^2 = n\frac{\lambda}{d}$. Bán kính vân tối đầu tiên $r = f\varphi = f\sqrt{\frac{n\lambda}{d}} = 9,5$ mm. Đại lượng $\Delta\lambda$ tìm được theo bậc giao thoa $\frac{2dn}{\lambda}$, suy ra $\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2dn} = 0,75$ Å.

4.4*. $N = 2$.

Lời giải. Góc tới cực đại $\varphi_{\max} = \frac{D}{6f}$, vì thế từ kết quả bài trước ta nhận được $N = \frac{dD^2}{36nf^2\lambda} = 2$.

$$4.5. d_{\min} = \frac{36nf^2\lambda}{D^2} = 0,81 \text{ mm.}$$

4.6. Giả sử nếu ánh sáng là đơn sắc thì ở cuối quá trình tại điểm P bậc sẽ là $m = 50$. Trên thực tế do tính không đơn sắc của ánh sáng nên $m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10 < 50$. Người quan sát chỉ thấy được $N = 20$ vân.

$$4.7. \alpha \leq \frac{c}{2h \Delta f} = 0,05.$$

$$4.8. A = 1 + \frac{dl}{fh} = 5.$$

$$4.9. \Delta p = \Delta p_1 \frac{2\omega}{\Delta\omega} = 200 \text{ mmHg.}$$

$$4.10. \text{a)} \Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} = 0,94 \text{ mm.}$$

b) *Lời giải.* Giả sử ban đầu vạch thủy ngân - vạch đôi với hai bước sóng $\lambda_1 = \lambda$ và $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$. Giả thiết trên đoạn x từ đỉnh nêm có N vân giao thoa với bước sóng λ_1 và $N - \frac{1}{2}$ vân với bước sóng λ_2 , tức là $N\lambda_1 = \left(N - \frac{1}{2}\right)\lambda_2$. Khi đó ở cuối đoạn này các cực đại giao thoa ứng với λ_1 chồng lên các cực tiểu giao thoa ứng với λ_2 - và các vân

giao thoa biến mất. Số N khi đó là số cần tìm $N = \frac{\lambda_2/2}{\lambda_2 - \lambda_1}$, hoặc bỏ qua bình phương của $\Delta\lambda$ ta được $N = \frac{\lambda/2}{\Delta\lambda}$. Coi khoảng giữa các bước sóng λ_1 và λ_2 là liên tục và phân bố đều các bước sóng, khi đó cả vạch phổ có thể coi như tạo bởi hai vạch mỗi vạch rộng $\Delta\lambda/2$ với khoảng cách giữa chúng $\Delta\lambda/2$. Vì thế số vân N có thể tìm được từ kết quả bài trước bằng cách thay $\Delta\lambda \rightarrow \Delta\lambda/2$, khi đó ta nhận được $N = \lambda / \Delta\lambda$. Như vậy nếu coi vạch thủy ngân là liên thì $N \approx \lambda / \Delta\lambda \approx 54600$.

c) $x = N \Delta x \approx 51,3 \text{ m}; h = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} \approx 14,9 \text{ cm}.$

d) $\delta\phi \approx \sqrt{(\Delta\lambda/\lambda)\alpha} \approx 0,25'$.

4.11. $V(\Delta) = \left| \frac{\sin\left(\Delta \frac{\pi}{c} \frac{\Delta f}{\lambda}\right)}{\Delta \frac{\pi}{c} \frac{\Delta f}{\lambda}} \right|$, trong đó Δ là hiệu quang trình.

4.12. $R \geq \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m = \frac{\Delta}{\lambda} \approx 5 \cdot 10^8$.

4.13. $\Delta = \frac{c}{\Delta f} = 30 \text{ m.}$

4.14. $I \sim 2a^2 \left[1 + \cos\left(\frac{\omega}{c} l \alpha t\right) \right]$. Như vậy, phổ của dòng trong thiết bị thu quang chứa một thành phần không đổi và một thành phần biến thiên có biên độ bằng nó ở tần số $\Omega = \frac{\omega}{c} l \alpha$.

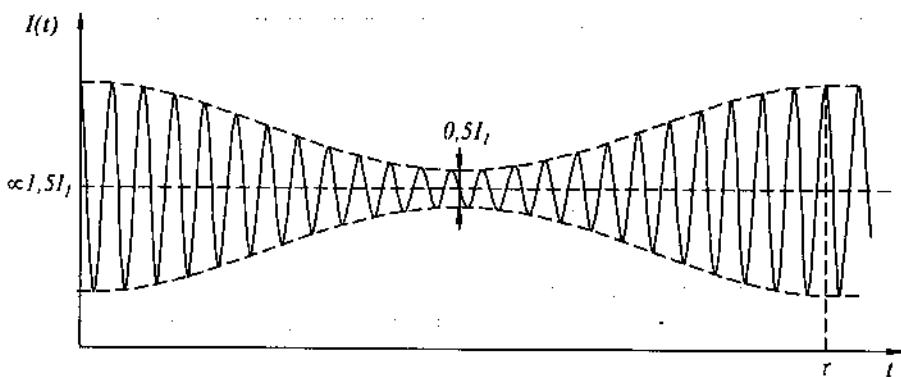
4.15. Biên độ của nguồn bức xạ 3 cần phải lớn hơn biên độ từ nguồn bức xạ 1 và 2 là $\sqrt{2}$ lần. Các cực tiểu cường độ không hướng dưới góc $\theta = \pm 60^\circ$ so với đường nối các nguồn 1 - 2 - 3.

4.16. Chiều dài kết hợp $l_{bh} \approx \frac{c}{\Delta f} \approx 0,3 \text{ cm}$. Vì thế chỉ nhìn thấy được bậc không: ban đầu khi phản xạ mặt trước khi $\Delta x = 0$, sau đó từ mặt phía sau $x = 2dn = 2 \text{ cm}$. Tiếp sau là các giao thoa bậc tiếp theo với cường độ giảm dần.

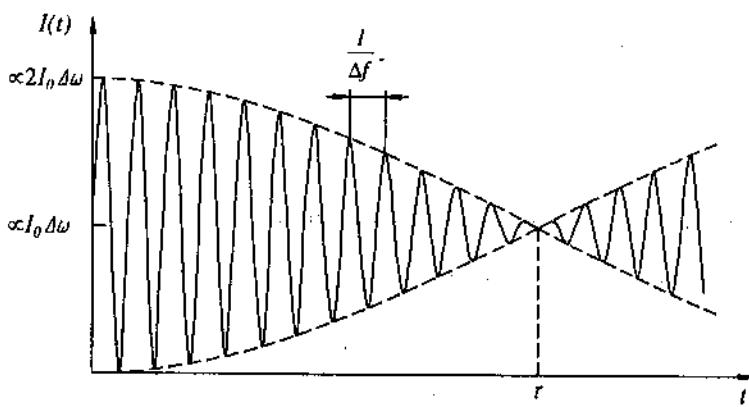
4.17. Dòng điện của máy thu quang $I \sim 1,5I_1 + I(t)\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}vt\right)$, trong đó

$$I^2(t) = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cos \Delta\Omega t, \quad \Delta\Omega = \frac{4\pi\delta\lambda}{\lambda^2}v. \quad \text{Tần số mang } \Omega = \frac{4\pi}{\lambda}v;$$

chu kỳ phách $\tau = \frac{2\pi}{\Delta\Omega} = 6,25\text{s}$; $T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{s}$. Thời gian đo phải là $\sim 6\text{s}$. Đồ thị phụ thuộc của dòng điện của máy thu quang $I(t)$ biểu diễn trên hình 431.



Hình 431



Hình 432

4.18. $I(t) \sim I_0\Delta\omega \left[1 + \frac{\sin(2\pi f t)}{2\pi f t} \sin(2\pi f_1 t) \right]$, trong đó $f_1 = \frac{2v}{\lambda} = 400\text{Hz}$;

$f = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}v = \frac{1}{250}\text{Hz}$. Thời gian đo $\tau = \frac{1}{2f} = 125\text{s}$. Đồ thị phụ thuộc của dòng điện vào thời gian biểu diễn trên hình 432.

§5. CÁC NGUỒN SÁNG RỘNG. TÍNH KẾT HỢP KHÔNG GIAN

$$5.1*. V(b) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left| \frac{\sin \left(\frac{\pi b d}{\lambda R_0} \right)}{\frac{\pi b d}{\lambda R_0}} \right|.$$

Lời giải. Trên hình 433 biểu diễn sơ đồ giao thoa kế Y-âng. Một nguồn sáng rộng kích thước b rơi lên màn nằm cách nguồn một khoảng R_0 , trên màn có các khe, khoảng cách giữa các khe là b . Mặt phẳng quan sát nằm cách giao thoa kế một khoảng R . Kẻ trục ξ dọc theo nguồn

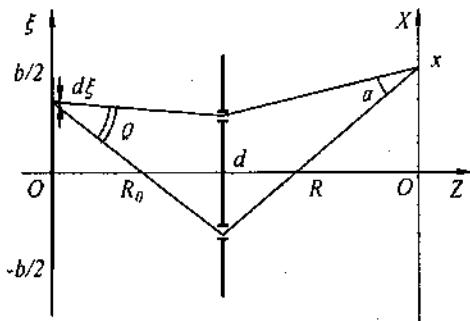
sáng rộng, còn trục OX dọc theo màn. Ký hiệu cường độ từ một đơn vị dài của nguồn sáng rộng là I_0 , khi đó phần tử $d\xi$ của nguồn cho cường độ $I_0 d\xi$. Giả sử phần tử này (nguồn sáng điểm) nằm cách tâm nguồn sáng một khoảng ξ , khi đó cường độ ánh sáng trên màn tại điểm x sẽ là

$$dI_x = 2I_0 d\xi (1 - \cos k\Delta),$$

trong đó $k = 2\pi/\lambda$, hiệu pha $\Delta \approx \Omega\xi + \alpha x$. Góc Ω được gọi là góc khẩu độ hoặc khẩu độ giao thoa $\Omega \approx d/R_0$, còn góc hội tụ của các tia $\alpha \approx d/R$.

Tất cả các phần tử của nguồn sáng rộng chiếu sáng không kết hợp và mỗi phần tử cho ảnh giao thoa riêng. Ta lấy tổng các giao thoa của các phần tử của nguồn

$$I(x) = \int_{-b/2}^{b/2} dI_x = 2I_0 \int_{-b/2}^{b/2} d\xi \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{d}{R_0} \xi + \frac{d}{R} x \right) \right] \right\}.$$



Hình 433

Vì chu kỳ ảnh giao thoa $\Lambda \approx \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda R}{d}$ nên ta có

$$I(x) = 2I_0 \int_{-b/2}^{b/2} d\xi \left\{ 1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\Lambda} \left(x + \frac{R}{R_0} \xi \right) \right] \right\}.$$

Ký hiệu $q = \frac{2\pi}{\Lambda} \frac{R}{R_0}$, khi đó dưới dấu tích phân là cos của tổng:

$\cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x + q\xi \right)$, nó có thể phân tích theo công thức $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$. Khi lấy tích phân dễ thấy rằng do các cận của ξ đối xứng nên tích phân của tích các sin bằng không. Vì thế ta nhận được

$$I(x) = 2I_0 b + 2I_0 \cos \frac{2\pi}{\Lambda} x \int_{-b/2}^{b/2} \cos q\xi d\xi = 2I_0 \left(1 + \frac{\sin qb/2}{qb/2} \cos \frac{2\pi}{\Lambda} x \right).$$

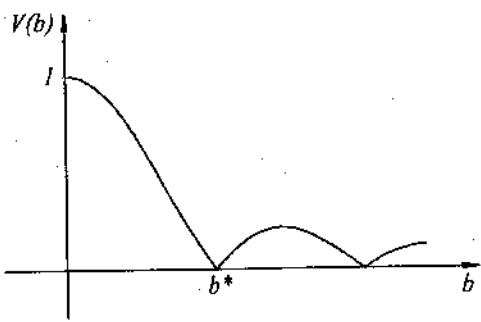
Dễ thấy rằng trong biểu thức vừa nhận được hệ số đứng trước $\cos[(2\pi/\Lambda)x]$ chính là độ rõ V của ảnh giao thoa, nếu lấy giá trị tuyệt đối

$$V(b) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left| \frac{\sin(qb/2)}{qb/2} \right|.$$

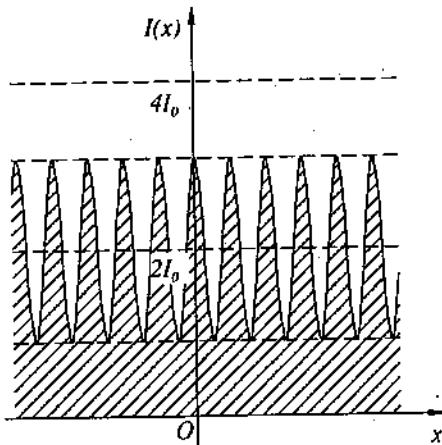
Ta thực hiện biến đổi sau: $\frac{qb}{2} = \frac{\pi bd}{\lambda R_0} = \frac{\pi \Omega}{\lambda/b}$,

Khi đó ta nhận được biểu thức quen thuộc của độ rõ $V(b) = \left| \frac{\sin \frac{\pi \Omega}{\lambda/b}}{\frac{\pi \Omega}{\lambda/b}} \right|$.

Ta phân tích biểu thức này: Nếu thay đổi kích thước b của nguồn, đồng thời giữ nguyên chiều dài cơ sở của giao thoa kể thì tại một giá trị b^* nào đó độ rõ của ảnh giao thoa bằng không, khi đó đơn giản là màn được chiếu sáng đều với cường độ $2I_0$. Giá trị tối hạn này $b^* = \frac{\lambda}{\Omega} = \frac{\lambda R_0}{d}$. Khi $b \geq b^*$ $V = 0$ người ta thường coi $V = 0$. Trên hình 434 biểu diễn đồ thị $V(b)$, còn trên hình 435 là đồ thị $I(x)$. Khi b dần tới b^* thì sự dao động giá trị của V giảm dần (trên cả mặt phẳng vì nguồn sáng là đơn sắc).



Hình 434



Hình 435

Ngược lại, nếu giữ nguyên kích thước b của nguồn và thay đổi chiều dài cơ sở của giao thoa là d thì ta nhận được một bất đẳng thức. Giả sử $\psi = b/R_0$ là góc kích thước của nguồn mà ta nhìn thấy từ vị trí của giao thoa kẽm, khi đó sự dao động cường độ trên màn sẽ quan sát được với điều kiện

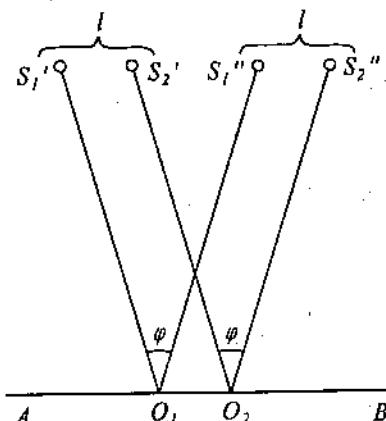
$$d \leq \frac{\lambda R_0}{b} = \frac{\lambda}{\psi}.$$

Giá trị $\frac{\lambda}{\psi}$ được gọi là kích thước vùng chiếu sáng kết hợp hoặc kích thước vùng không gian kết hợp. Đại lượng $\lambda/(2\psi) = \rho_{kh}$ thường được gọi là bán kính kết hợp không gian.

5.2. $D < \frac{\lambda}{\alpha} \approx 0,05\text{mm.}$

5.3. $l > \frac{f D \alpha}{\lambda} \approx 100\text{cm.}$

- 5.4. a) Giả sử nguồn sáng là hai điểm sáng như nhau không kết hợp S_1 và S_2 (hoặc là các đường sáng song song với giao tuyến của các gương Fresnel) cách nhau một khoảng l . Các ảnh ảo của chúng S'_1 và S''_1 , S'_2 và S''_2 có vị trí như



Hình 436

trên hình 436. Ảnh giao thoa trên màn AB của cặp nguồn S'_1 và S''_1 sẽ xê dịch tương đối so với ảnh giao thoa của cặp nguồn S'_2 và S''_2 một khoảng O_1O_2 bằng l . Nếu $l = \lambda/(2\varphi)$, trong đó φ là góc khoảng cách giữa các nguồn, thì các cực đại của một ảnh giao thoa sẽ chồng lên các cực tiểu của ảnh giao thoa còn lại và vì thế các vân giao thoa biến mất. Nếu nguồn sáng là một vệt sáng dài l song song với giao tuyến của các gương, thì nó có thể chia theo hướng tượng thành các cặp đường sáng cách nhau $l/2$. Trong trường hợp này có thể sử dụng lời giải trên chỉ cần thay l thành $l/2$. Các vân giao thoa biến mất khi $l = \lambda/\varphi$. Nếu nguồn không có dạng chuẩn tắc, để nhận được các vân giao thoa rõ thì kích thước ngang của nguồn theo hướng song song với đường nối các ảnh trong gương Fresnel phải rất nhỏ so với λ/φ .

b) Kích thước nguồn theo hướng vuông góc với mặt phẳng gương phải rất nhỏ so với khoảng cách từ nguồn đến gương.

- 5.5. Số vân quan sát được $N \approx 60$; các vân bị nhòe ở cách tâm $x = 0,6\text{cm}$; kích thước cho phép của nguồn $\approx 2 \cdot 10^{-2}\text{cm}$.
- 5.6. Các vân tròn cùng độ nghiêng có tâm là F . Khi nghiêng tấm thủy tinh các vân tròn sẽ có dạng elíp. Tâm ảnh giao thoa nằm tại điểm hội tụ của các chùm tia song song chiếu vuông góc lên tấm thủy tinh. Khi nghiêng tấm thủy tinh một góc α tâm ảnh giao thoa sẽ xê dịch một khoảng $x = f \tan \alpha \approx f\alpha \approx 5,3\text{cm}$.
- 5.7. Lần biến mất các vân đầu tiên diễn ra khi độ rộng của khe

$$b = \frac{\lambda}{a} \frac{x-f}{x} \frac{(L-f)x-Lf}{x} = \frac{L-3f}{6a} \lambda = 0,58\text{ mm.}$$

5.8. $b = \frac{2d_1^2}{d_2} = 0,1\text{cm.}$

5.9. $N = m_{\max} = \frac{4L^2}{d^2} \approx 10^4; \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{1}{m_{\max}} \approx 10^{-4}.$

5.10. $N \approx \left(\frac{nL}{d}\right)^2 \approx 5600.$

5.11. $b < f \sqrt{\frac{\lambda}{L}} = 1,25\text{mm.}$

- 5.12. $m = \frac{\Delta}{\lambda} \approx 360$, trong đó $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}$; vì tính đối xứng nên góc hội tụ của các tia Ω bằng khẩu độ góc giao thoa

$$\Omega = \frac{h}{L} \tan \psi \cos^2 \varphi \approx 0,2 \cdot 10^{-4}.$$

Độ rộng của các vân giao thoa $\Lambda \approx \frac{\lambda}{\Omega} = 2,8$ cm. Kích thước giới hạn của nguồn $b \approx \Lambda \approx 2,8$ cm. Độ không đơn sắc $\Delta \lambda \approx \frac{\lambda}{m} \approx 1,6$ nm.

- 5.13. $m_{\max} \approx 1000$; $m_{\min} \approx 720$; $\Delta \lambda \leq 0,5$ nm. Nguồn sáng có thể có kích thước bất kỳ.

- 5.14. $\Delta \lambda \approx \frac{\lambda}{m} \approx 100$ nm; $\Omega = \frac{0,5\lambda}{b} = 10^{-3}$ rad.

- 5.15*. $b = \frac{\lambda}{2\Omega} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ cm; $m \approx 10$; $\Delta \lambda \approx \frac{\lambda}{m} = 50$ nm.

Lời giải. Từ đồ thị trên hình 300 ta dễ dàng xác định được độ rõ của ảnh giao thoa tại tâm: $V = \frac{3,3 - 0,7}{3,3 + 0,7} \approx 0,65$. Trong bài 5.1 ta đã tìm được biểu thức tính độ rõ ảnh giao thoa của nguồn sáng rộng

$$V(b) = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi b d}{\lambda L}\right)}{\frac{\pi b d}{\lambda L}} \right| = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \Omega}{\lambda/b}\right)}{\frac{\pi \Omega}{\lambda/b}} \right|,$$

trong đó $\Omega = d/L$ là khẩu độ giao thoa, tức là góc nhìn chiều dài cơ sở giao thoa kể từ điểm đặt nguồn. Nếu xét độ rõ như là hàm của kích thước nguồn thì khi $b = \lambda/\Omega$ ta có $V = 0$. Giá trị này có thể xem như giá trị tối hạn $b_{\max} = \lambda/\Omega$.

Tuy nhiên để bài yêu cầu xác định kích thước thực tế b của nguồn theo hình dáng của ảnh giao thoa. Để tìm b ta giải phương trình

$$V = \left| \frac{\sin x}{x} \right| = 0,65 \approx \frac{2}{3} \approx \frac{2}{\pi}.$$

Nghiệm của phương trình này là $x = \frac{\pi}{2}$, suy ra $x = \frac{\pi \Omega}{\lambda / b} = \frac{\pi}{2}$ và $b = \frac{\lambda}{2\Omega} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ cm. Độ không đơn sắc của nguồn: $\Delta \approx \frac{\lambda}{m} \approx 50$ nm, trong đó $m \approx 10$ xác định được từ đồ thị - đó là bậc cực đại còn phân biệt được của ảnh giao thoa.

5.16. a) $\Lambda \approx 10^{-3}$ cm;

b) $|x| \leq 0,25$ cm (vùng giới hạn vân);

c) $m_{\max} \approx 250$, $m_{\min} = 0$, $N \approx 500$;

d) $\Delta\lambda \approx 20 \text{ \AA}$; e) $b \leq 10^{-3}$ cm.

5.17. a) $\Lambda \approx 5 \cdot 10^{-3}$ cm;

b) $N \approx 100$;

c) $-0,1$ cm $< x < 0,4$ cm (vùng giới hạn vân);

d) $m_{\max} \approx 180$, $m_{\min} \approx 80$;

e) $b \leq 5 \cdot 10^{-3}$ cm.

5.18. $\psi \approx \frac{\lambda}{d} \approx 1,9 \cdot 10^{-7}$ rad. Kết quả chính xác hơn nếu ta tính đến "độ tròn" của sao:

$$\psi \approx 1,22 \frac{\lambda}{d} = 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0,047''$$

5.19. a) $L = \frac{D}{4\alpha(n-1)} = 1$ m; $\Lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ cm.

b) $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5$ nm, trong đó $m_{\max} = 100$.

c) $\psi \leq \frac{2\lambda}{D} = 5 \cdot 10^{-5} = 0,17'$.

5.20. a) $L = \frac{D - \alpha}{2\alpha} = 1$ m, trong đó $\alpha = \frac{a}{f} = 10^{-2}$; $\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha} = 5 \cdot 10^{-3}$ cm; $N = 200$.

b) $m_{\max} = 100$; $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5$ nm;

c) $b \leq \frac{2\lambda f}{D - a} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$

5.21. $V(L) = \left| \frac{\sin(0,1\pi L)}{0,1\pi L} \right|$; các vân giao thoa bị nhòe khi $L = 10 \text{ m}$ [cm],

trong đó $m = 1, 2, 3, \dots$

5.22. $V_0 \approx 0,41$; khi $V = V_1 = 0,827 z \approx 1 \text{ m}$, $\Delta z \approx 0,5 \text{ m}$; ảnh giao thoa bị nhòe khi $z \approx 33 \text{ cm}$, $\Delta z \approx 17 \text{ cm}$.

§6. NHIỀU XẠ FRESNEL. CÁC TẤM ĐÓI

6.1. $I \approx I_0$; $E \approx 0$, tại điểm A độ rọi nhỏ nhất.

6.2*. *Lời giải.* Nếu E_1, E_2, E_3 là các độ rọi tại điểm A tạo bởi một chuỗi các đói Fresnel thì độ rọi cần tìm tại điểm A có thể viết dưới dạng

$$E = \frac{1}{2}(E_1 + E_2 + \dots + E_{N-1}) + \frac{1}{2}E_N + (E_{N+1} + E_{N+2} + \dots).$$

Trong đó N là số nguyên lẻ. Với N không lớn thì tổng trong ngoặc đầu tiên xấp xỉ không, còn trong ngoặc sau dần tới $E_{N+1}/2$, vì thế

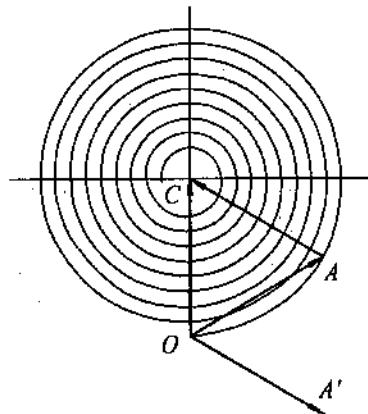
$$E \approx \frac{1}{2}(E_N + E_{N+1}) \approx 0.$$

Tại điểm A độ rọi cực tiểu.

6.3. Khi N chẵn tại điểm A độ rọi sẽ cực tiểu ($E = 0$), khi N lẻ - sẽ cực đại gần như khi không che khuất riêng đói trung tâm.

6.4*. Biên độ dao động tại điểm S tăng $\sqrt{3}$ lần, còn cường độ tăng ba lần.

Lời giải. Dao động do tất cả các đói Fresnel gây nên được biểu diễn bằng vectơ \overrightarrow{OC} (H.437), dao động do một phần ba đói đầu tiên biểu diễn bằng vectơ \overrightarrow{OA} . Vectơ \overrightarrow{AC} biểu diễn dao



Hình 437

dộng do các sóng phản xạ từ phần ngoài của màn nằm sau lỗ CD (H.310). Ba vectơ này tạo thành một tam giác đều nếu bỏ qua độ giảm bán kính sau một vòng xoắn ốc. Khi di chuyển đường tròn trung tâm về phía nguồn một đoạn $\lambda/12$ thì pha sóng phản xạ của nó sẽ tăng một lượng bằng $2.2\pi/12 = \pi/3$ và dao động sẽ được biểu diễn bằng một vectơ có cùng độ lớn nhưng ngược chiều với vectơ \overrightarrow{AC} . Cường độ tất cả sóng phản xạ tại điểm S bằng không. Khi dịch chuyển đường tròn CD về phía ngược lại thì pha dao động của \overrightarrow{OA} sẽ giảm một lượng $\pi/3$ và vectơ \overrightarrow{OA} quay về vị trí của vectơ \overrightarrow{OC} . Dao động tổng hợp tìm được bằng cách cộng các vectơ \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{OC} . Tương tự ta thấy rằng biên độ dao động tại điểm S tăng $\sqrt{3}$ lần, còn cường độ tăng ba lần.

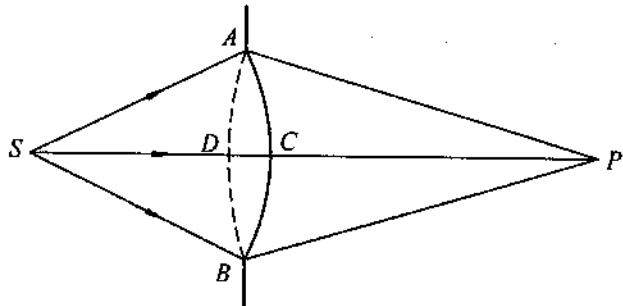
$$6.5. h = \frac{3}{8} \lambda.$$

- 6.6. Năng lượng sẽ phân bố lại, tại một số điểm trong mặt phẳng ảnh mặt độ quang thông tăng, tại một số điểm khác lại giảm. Quang thông tổng qua mặt phẳng ảnh tăng 2 lần.

- 6.7*. $r = \sqrt{\frac{m\lambda}{1/a + 1/b}}$. Tâm các vân tròn sẽ tối nếu m là số chẵn, sẽ sáng nếu m là số lẻ.

Lời giải. Độ rọi tại tâm ảnh nhiều xạ có thể tìm bằng cách chia bề mặt sóng ACB (H.438) thành các đới Fresnel. Nếu bề mặt chứa được một số chẵn đới Fresnel thì tại điểm P sẽ nhận được độ rọi cực tiểu; nếu lẻ - cực đại. Ta vẽ mặt cầu bán kính PA có tâm tại P . Số đới Fresnel trên bề mặt sóng ACB hiển nhiên là bằng chiều dài CD chia cho $\lambda/2$. Từ đây suy ra đáp số.

- 6.8. a) $I = 0$; b) $I = \frac{I_0}{4}$.



Hình 438

6.9. $\frac{I'}{I} = \frac{25}{9}$ ($I = 2I_0$; $I' = \frac{50}{9}I_0$, trong đó I_0 là cường độ tại điểm quan sát khi không có màn).

6.10. $\frac{I'}{I} = \frac{4}{9}$ ($I = 3I_0$; $I' = \frac{4}{3}I_0$, trong đó I_0 là cường độ tại điểm quan sát khi không có màn).

6.11. $L = \frac{d^2}{4(2m+1)\lambda}$, $m = 0, 1, 2, \dots$; khi $m = 0$ thì $L_{\max} = 0,5\text{m}$.

6.12. Tăng 2 lần. Nếu nguồn kết hợp thì không đổi.

6.13. $\Delta b = \frac{8b_1^2\lambda}{D^2 - 8b_1\lambda} = 18\text{cm}$.

6.14. $I = 0$. *

6.15. $y' = \frac{b}{a}y = 10,5\text{mm}$. Thí nghiệm do Poll thực hiện với các thông số như trong đề bài. Để tiến hành được thí nghiệm thì độ sâu h các vết xước phải thỏa mãn điều kiện $h < \frac{\lambda}{D} \frac{ab}{a+b} = 180\lambda \approx 0,1\text{mm}$. Quả cầu có thể

thay thế bằng một chiếc đĩa với điều kiện $y < \frac{2a}{D} \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}} \approx 1\text{m}$. Thí nghiệm với chiếc đĩa có Angerer thực hiện.

6.16. $h = \frac{2m+5/4}{2(n-1)}\lambda$ với $m = 0, 1, 2, \dots$

6.17. $h = 3 + 6k$ [cm] với $k = 0, 1, 2, \dots$;

$b_m = \frac{D^2}{4m\lambda} = 33,3; 11,1; 6,65[\text{cm}]$; ..., với $m = 1, 3, 5, 7, \dots$

6.18. $r_{\min} = \sqrt{m\lambda L} \approx 1,15\text{mm}$, trong đó $m = 1, \frac{2}{3}$.

6.19. $d_{\min} = 2,25\text{mm}$.

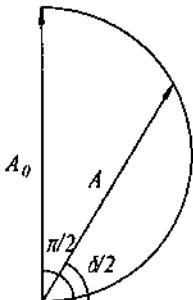
6.20. $h = \frac{(2m+1)\lambda}{2(n-1)}$, $m = 0, 1, 2, \dots$; $I_{\max} = 9I_0$.

6.21*. $I \approx 0,41I_0$.

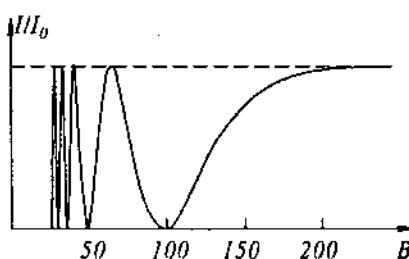
Lời giải. Nếu r là bán kính lỗ thì hiệu quang trình giữa các tia đi từ mép và đi từ tâm lỗ bằng $r^2/(2L)$, trong đó L là khoảng cách từ tâm lỗ đến điểm quan sát. Trước tiên giả sử $r = r_1$, sau đó $r = r_1(1-\alpha)$,

trong đó r_1 là bán kính đói Fresnel trung tâm. Khi đó các hiệu pha sẽ lần lượt là π và $\delta = \pi(1 - \alpha)^2$. Như trên giản đồ vectơ hình 439 ta thấy biên độ dao động A_0 và A liên hệ với nhau bằng biểu thức $A = A_0 \sin(\delta/2)$, còn cường độ $I = I_0 \sin^2(\delta/2)$. Khi $\alpha = 1/3$

$$I = I_0 \sin^2(2\pi/9) \approx I_0 \sin^2 40^\circ \approx 0,41I_0.$$



Hình 439



Hình 440

6.22. a) $b_m = \frac{r^2}{m\lambda}$.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b_m, cm	200	100	66	50	40	33	29	25	22	20

b) Xem hình 440.

c) $\Delta b = 200 \text{ cm}$.

6.23. $I_p = \frac{9}{4}I_0$.

6.24. $I = I_0 \left(\frac{1}{4} + 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right)$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng khi không có màn, $\delta = \pi r^2 / (b\lambda)$ là hiệu pha giữa các tia đi tới điểm quan sát từ mép và tâm vùng bán nguyệt. Thay các giá trị bằng số ta được $\delta = \pi/2, I = 5I_0/4$. Cường độ tăng lên 5 lần.

6.25. $I = I_1 + I_2 = 10I_0$, tức là cường độ ánh sáng tăng 5 lần (I_1 và I_2 là cường độ các phổ thành phần tương ứng tại điểm quan, I_0 là cường độ các thành phần phổ này khi không có đĩa).

6.26. Độ rọi khi có tấm mỏng lớn hơn hai lần.

6.27. $I = 3I_0$.

- 6.28. Điện trường trong điện môi cực đại trên trục của chùm tia ở cách bề mặt một khoảng sao cho từ khoảng cách đó đường kính chùm tia được coi bằng đường kính đối Fresnel thứ nhất $b = \frac{D^2 n}{4\lambda} = 100$ cm.

$$E_{\max} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8\pi S}{c}} = 1200 \text{ V/cm.}$$

- 6.29. $I = \frac{D^2}{4\lambda} = 50$ cm; $E_{\max} = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{8\pi S}{c}} = 1500 \text{ V/cm.}$

- 6.30. $r = \sqrt{m \frac{\lambda f b}{b - f}} = 0,9\sqrt{m}$ mm với $m = 1,3,5, \dots$

- 6.31. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{(m\pi)^2}{2} \approx 150$ với $m = \frac{r^2 D}{\lambda} = 5,5$.

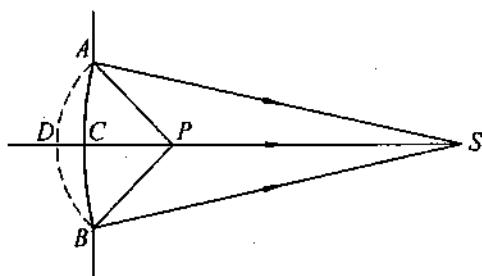
- 6.32. $I = 8I_0$.

- 6.33. Cường độ ánh sáng tăng lên hai lần.

- 6.34*. $r = \sqrt{\frac{m\lambda}{|1/f - 1/a|}}$. Tâm các

vân tròn sẽ tối nếu m là số chẵn, sẽ sáng nếu m là số lẻ.

Lời giải. Phương pháp giải tương tự bài 6.7*, chỉ khác là trong bài này sóng cầu không phân kỳ mà hội tụ tại điểm S (H.441). Các đối Fresnel đối với điểm P vì thế được vẽ ở phía lõm của mặt sóng cầu. Số lượng đối nằm lõm trong lỗ của màn chắn sẽ bằng chiều dài CD chia cho $\lambda/2$.



Hình 441

- 6.35. Tại khoảng cách 1,2m.

- 6.36. $f = 90$ cm; $r_1 = 0,672$ mm. Các ảnh, tức là các cực đại nằm trên trục cách tử, sẽ di chuyển xa ra cách tử.

- 6.37. $I \approx 4I_0$.

- 6.38. $I \approx I_0$.

- 6.39. $f_{\max} = \frac{r_1}{\lambda} = 8$ m; $h = \frac{2m+1}{2(n-1)} \lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$; $I_{\max} = 36I_0$.

6.40. Tiêu cự chính là điểm mà đối với nó các đối chia cách tử trùng với các đối Fresnel. Nếu r là bán kính đối thứ nhất trên cách tử thì tiêu cự chính sẽ được xác định bằng biểu thức $f_0 = r^2 / \lambda$. Các tiêu cự còn lại nhận được khi lồng các đối Fresnel 3, 5, ..., $2k+1$ vào đối đầu tiên trên cách tử, tức là $r^2 / f_k = (2k+1)\lambda$. Vì vậy $f_k = \pm f_0 / (2k+1)$, trong đó $k = 0, 1, 2, \dots$. Dấu “cộng” tương ứng với các tiêu cự thực, dấu “trừ” - tiêu cự ảo.

6.41. Các tiêu cự các bậc khác nhau $f_k = \frac{ab}{(a+b)(2k+1)}$,

trong đó $k = 0, 1, 2, \dots$. Vị trí tất cả các ảnh được xác định bởi công thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b_k} = \frac{1}{f_k}$.

6.42*. $N \sim \frac{1}{\alpha^2} \sim 400$.

Lời giải. Trước tiên giả sử S là nguồn sáng điểm, còn cách tử chia đối CD nghiêng so với trục quang của nó một góc $\pi/2 - \alpha$ (H.442). Từ

hình vẽ ta thấy $x^2 = a^2 + R^2 + 2aR\sin\alpha$. Lấy căn bậc hai và bỏ qua tất cả các hạng tử là lũy thừa của R bắt đầu từ bậc ba ta được

$$x = a + R\sin\alpha + \frac{R^2 \cos^2 \alpha}{2a}.$$

Tương tự: $y = b - R\sin\alpha + \frac{R^2 \cos^2 \alpha}{2b}$.

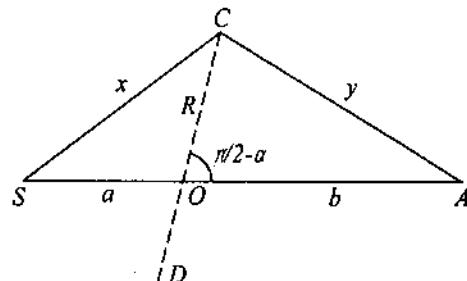
Hiệu quang trình giữa các tia SCA và SOA

$$\Delta = (x+y) - (a+b) = \frac{R\cos^2\alpha}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right),$$

hoặc $\Delta = \Delta_0 - \delta\Delta$, trong đó Δ_0 là giá trị của Δ khi tám cách tử không nghiêng, còn $-\delta\Delta$ là số gia của Δ gây ra bởi góc nghiêng:

$$\delta\Delta = \Delta_0(1 - \cos^2\alpha) = \Delta_0 \sin^2\alpha \approx \Delta_0 \alpha^2.$$

Nếu $\delta\Delta \ll \lambda$ thì độ nghiêng của cách tử không ảnh hưởng lớn đến hoạt động của các đối nằm trong đường tròn bán kính R . Nếu $\delta\Delta \approx \lambda/2$ thì tất cả các đối nằm trên đường tròn này sẽ vô tác dụng



Hình 442

thêm chí ảnh hưởng xấu. Từ điều kiện này ta tìm được giá trị tối hạn của hiệu quang trình $\Delta_0 \approx \lambda / (2\alpha^2)$. Số đói Fresnel tương ứng sẽ là $N \approx \Delta_0 / (\lambda / 2) \approx 1/\alpha^2$.

Bây giờ giả sử vật được chụp không phải là chất điểm và tâm của nó nằm trên trục cách tử chia đôi. Đối với các điểm ở mép vật không nằm trên trục cách tử thì cách tử sẽ tác dụng như một cách tử đặt nghiêng một góc α . Vì thế số lượng giới hạn các đói Fresnel để nhận được ảnh rõ nhất là $N \sim 1/\alpha^2 \sim 400$.

$$6.43. \frac{I}{I_0} = \left(\frac{\pi D^2}{4f\lambda} \right)^2 \approx 3,9 \cdot 10^7; b \approx \frac{2\lambda f}{D} = 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$6.44. \text{Tiêu cự của cách tử } f = \frac{r_1^2}{\lambda} = 50 \text{ cm. Tổng số đói Fresnel}$$

$$m = \frac{D^2}{4\lambda f} = 100 \frac{I}{I_0} = m^2 = 10^4; b = \frac{2\lambda f}{D} = \frac{2r_1^2}{D} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$6.45*. r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{\left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} \right|}}$$

Lời giải. Từ hình 443 ta có $SM^2 = (a - x)^2 + r_m^2$. Lấy căn bậc hai và bỏ qua bình phương của đoạn ngắn x ta được $SM \approx a + \frac{r_m^2}{2a} - x$. Tương tự

$MS' \approx b + \frac{r_m^2}{2b} - x$. Ta cũng có $x \approx \frac{r_m^2}{2R}$. Bán kính cách tử thứ m xác định từ điều kiện $|(SM + MS') - (SA + AS')| = m\lambda/2$. Thay các giá trị tìm được vào biểu thức này ta được

$$r_m^2 = \frac{m\lambda}{\left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} \right|}$$

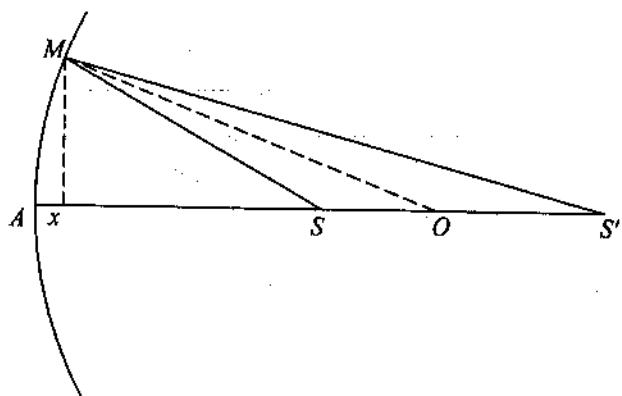
Kết quả có thể nhận được đơn giản hơn nếu chú ý rằng các đói Fresnel có thể vẽ xấp xỉ không phải trên mặt gương mà trên mặt hội tụ sóng phản xạ từ gương. Bán kính cong của bề mặt này a' có thể tính từ công

thức của gương $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} - \frac{2}{R} = 0$. Để xác định r_m chỉ cần thay a bằng a' trong đáp số của bài 6.7.

6.46*. $b_0 \approx 1,33$ cm, $b_{+1} = 80$ cm, $b_{-1} = 400$ cm.

Lời giải. Hiệu quang trình (*SMS'*) - (*SAS'*) (H.443) xuất hiện khi phản xạ các tia từ các đối Fresnel lân cận bằng 0 đối với ánh bậc không và $\pm \lambda/2$ đối với các ánh bậc ± 1 . Khi phản xạ từ đối trung tâm và đối thứ m nó lớn hơn m lần. Từ đó suy ra

$$\frac{r_m^2}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} \right) = m \frac{\lambda}{2}.$$



Hình 443

Giả sử $|m| = 4$ suy ra các đáp số.

$$6.47. r_m = \left[\frac{m\lambda R}{b_1 - b_2} (R + \sqrt{R^2 + (b_1 - b_2)^2}) \right]^{1/2} \approx 0,7 \text{ cm}, (m = 5).$$

6.48. Đề bài cho thỏa mãn điều kiện quang hình: trên độ rộng khe l , hơn nữa tại khoảng cách d đủ chỗ cho số đối Fresnel $m \gg 1$. Độ rộng các vân giao thoa $\Lambda = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda f}{d} \approx 1,25 \cdot 10^{-3}$ cm.

Các vân biến mất khi $L \approx 2f - \frac{bd}{\lambda} = 30$ cm.

6.49. Bước sóng phải thay đổi trong khoảng $\lambda \approx 3,7 - 3,0$ mm; khi đó tần số chỉnh từ 89,1 đến 108,9 kHz.

6.50. $I = (3\pi R_0)^2 = 9\pi^2 I_0$. Pha dao động tại điểm quan sát

$$\varphi(z) = \frac{k\rho^2}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{R_0} \right),$$

trong đó ρ là tọa độ trong mặt phẳng màn tính từ tâm. Cực tiểu địa phương quan sát được khi $z = 3R_0$ (các giá trị khác không có); $m = 3 \frac{z - R_0}{z} = 2$ là số lượng đối Fresnel lọt vào trong lỗ đối với cực tiểu địa phương.

6.51. $I = (3\pi A_0)^2 = 9\pi^2 I_0$. Các cực tiêu địa phương quan sát được khi

$$z_n = \frac{3R_0}{2n+3} \text{ (khi } n=1 \ z_1 = \frac{3}{5} R_0; \text{ khi } n=2 \ z_2 = \frac{3}{7} R_0).$$

§7. NHIỄU XẠ FRAUNHOFER.

NĂNG SUẤT PHÂN GIẢI CỦA CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC

7.1. $L_{\min} > \frac{D^2}{4\lambda} \approx 10 \text{ m.}$

7.2. $v = \frac{\lambda f}{\varphi} \approx 10 \text{ cm/s.}$

7.3. $L \approx \frac{ld}{\lambda} \approx 10 \text{ km}$, trong đó $l \approx 1 \text{ m}$ là khoảng cách giữa các đèn pha, $d \approx 5 \text{ mm}$ là đường kính con ngươi.

7.4. $b \approx \frac{\lambda}{\theta} \approx 4 \mu\text{m.}$

7.5. Không thể. Đường kính con ngươi mắt chim ưng không vượt quá vài mm. Thậm chí nếu giả thiết rằng nó bằng 10mm thì góc nhỏ nhất mà chim ưng còn có thể phân biệt được hai điểm riêng biệt của một vật vẫn lớn hơn khoảng ba lần so với kích thước góc của chuột.

7.6. Độ rọi không thay đổi.

7.7. $\frac{E_2}{E_1} = \frac{\Phi_2/\Phi_1}{S_2/S_1} = \frac{256}{625} \approx 0,41$, trong đó Φ là luồng năng lượng, S là diện tích vết nhiễu xạ.

7.8. $m \approx 1,22^2 \frac{l\lambda}{d^2} \approx 70$, trong đó $l = 20 \text{ cm}$ là hiệu chiều dài các nhánh Michelson.

7.9. Đường kính vật kính $D \geq 1,22 \cdot \frac{\lambda h}{l} = 16,8 \text{ cm}$; tiêu cự $f \geq \frac{h}{Nl} = 50 \text{ cm.}$

Vậy $\frac{D}{f} = \frac{1}{3}$.

7.10. $f \geq 40 \text{ cm}; D \geq 10 \text{ cm}; \tau \approx 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$

7.11. Cực đại bậc không $\sin \theta = n \sin \alpha$, các cực tiểu $b(\sin \theta - n \sin \alpha) = m\lambda$, trong đó $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

7.12*. *Lời giải.* Xét một khe có độ rộng bằng độ rộng màn đen. Nếu chiếu lên khe và lên màn cùng một sóng phẳng thì lượng năng lượng do màn hấp thụ sẽ bằng lượng năng lượng tới khe. Theo nguyên lý Babine (xem bài 7.14*), cường độ ánh sáng trong tất cả các hướng trừ hướng sóng tới trong cả hai trường hợp đều bằng nhau. Vì vậy năng lượng khuếch tán của màn và khe cũng bằng nhau. Nhưng đối với khe thì tất cả năng lượng đều bị khuếch tán. Điều đó có nghĩa là năng lượng mà màn hấp thụ bằng năng lượng mà nó khuếch tán.

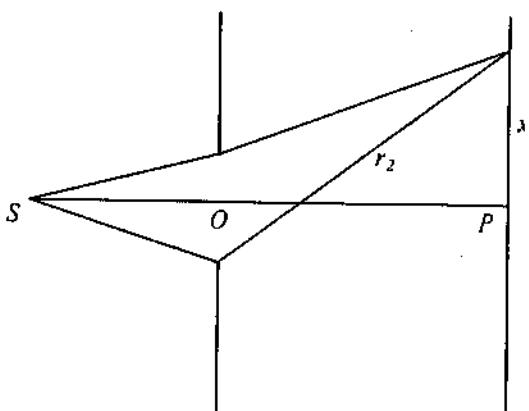
7.13. $\epsilon = \frac{4\pi c \hbar \lambda^3 L^4}{N d^4 D^4} \approx 8 \text{ J}$, trong đó \hbar là hằng số Planck, $N = 14$ (lăng kính), $L \approx 380$ nghìn km là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

7.14*. *Lời giải.* Theo nguyên lý Huyghenx - Fresnel thì cường độ sóng E_1 nhiễu xạ trên màn thứ nhất được biểu diễn bằng một tích phân lấy theo các lỗ của màn. Cường độ sóng E_2 nhiễu xạ trên màn phụ cũng được biểu diễn bằng một tích phân tương tự lấy theo các lỗ của màn phụ. Tổng $E_1 + E_2$ là một tích phân lấy theo bề mặt vô hạn trong đó có chứa các màn đang xét. Nhưng cường độ sóng sau màn cũng biểu diễn bằng chính tích phân này nếu như không có màn, tức là sóng truyền tự do. Vậy $E_1 + E_2 = E$, trong đó E là cường độ sóng khi không có màn, tức là sóng tới. Nhưng trong sóng tới ánh sáng chỉ truyền theo một hướng. Đối với các hướng khác $E = 0$, vì vậy $E_1 + E_2 = 0$, suy ra $E_1^2 = E_2^2$, hay $I_1 = I_2$.

7.15*. $x = \frac{b \lambda}{D}$ với điều kiện

$$\frac{1}{2b^2} \left(\frac{b^2 \lambda^2}{D^2} + \frac{D^2}{4} \right) \ll 1.$$

Lời giải. Khi các góc nhiễu xạ nhỏ khoảng cách cần tìm x có thể xác định từ yêu cầu hiệu quang trình $r_2 - r_1$ của các tia giao thoa ngoài cùng (H.444) bằng chiều dài sóng



Hình 444

λ . Áp dụng định lý Pitago và bỏ căn theo công thức nhị thức Newton ta nhận được

$$r_2 - r_1 = \frac{xD}{b} - \frac{xD}{2b^3} \left(x^2 + \frac{D^2}{4} \right) + \dots$$

Lấy xấp xỉ bằng cách chỉ giữ lại hạng tử đầu tiên ta tìm được

$$x = \frac{b\lambda}{D}.$$

Sai số khi tính $r_2 - r_1$ phải nhỏ hơn λ . Từ đây ta suy ra điều kiện ứng dụng công thức tính x

$$\frac{1}{2b^2} \left(\frac{b^2\lambda^2}{D^2} + \frac{D^2}{4} \right) \ll 1.$$

7.16. $D = \sqrt{2,44\lambda L} \approx 0,35$ mm. Rôle đã chứng minh rằng đường kính tốt nhất của cửa camera tính theo một công thức khác: $D = 1,8 \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$, trong đó a là khoảng cách từ cửa camera đến vật, b là khoảng cách đến màn. Khi $a = \infty$, $b = L$ với các điều kiện của đề bài $D_{\text{tối} \text{ } \text{th}} = 1,8\sqrt{\lambda L} = 0,4$ mm.

7.17. $L \approx \frac{D^2}{2,44\lambda} \approx 1200$ km, ($L \sim \frac{D^2}{\lambda}$).

7.18. $\frac{E_\omega}{E} \approx \frac{D^2}{R\lambda} \approx 10^4$.

7.19. $I = \frac{I_0}{4}$.

7.20. $b = \frac{\lambda}{2(n-1)} \left(m \pm \frac{1}{2} \right)$, với $m = 0, 1, 2, \dots$

7.21. $\theta = \frac{\lambda}{D} \left(m + \frac{1}{2} \right)$, trong đó m là số nguyên.

7.22. $x = f\theta = \frac{\lambda f}{D} \left(m + \frac{1}{2} \right)$, trong đó m là số nguyên.

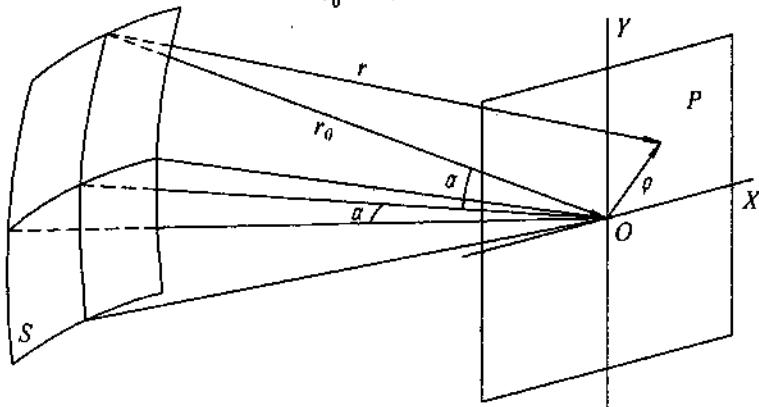
7.23. $D \leq 0,45$ cm.

7.24. Hình vuông cạnh $L = 3,5$ cm.

$$7.25*. \quad I = \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha} \right]^2.$$

Lời giải. Gọi O là tiêu diem hội tụ của các tia (H.445); r_0 là khoảng cách gần nhất từ thấu kính đến O . Lấy O làm tâm vẽ mặt cầu S bán kính r_0 . Khi tính độ rọi (trường) ánh sáng trên bề mặt S có thể tính gần đúng theo quang hình. Khi đó độ rọi trên S dưới dạng số phức là

$$E_S = \frac{1}{r_0} e^{i(\omega t + kr_0)}.$$



Hình 445

Gọi P là điểm quan sát, dS là phần tử bề mặt trên S , r là khoảng cách từ dS đến P . Độ rọi tại P tính theo công thức Huyghenx như sau

$$E_P = \int \frac{dS}{r_0 r} e^{i[\omega t - k(r - r_0)]}, \quad (1)$$

tích phân được lấy theo phần tử bề mặt S , mà tại đó độ rọi khác không. Hiển nhiên là

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\rho},$$

trong đó \vec{r} và \vec{r}_0 là các bán kính vectơ kẻ từ dS đến các điểm P và O tương ứng, còn $\vec{\rho} = \overrightarrow{OP}$. Do vậy

$$r = r_0 \sqrt{1 + \frac{2\vec{r}_0 \vec{\rho} + \rho^2}{r_0^2}}.$$

Sử dụng công thức nhị thức Newton ta tính đến độ chính xác ρ^2 :

$$r - r_0 = \frac{\vec{r}_0 \vec{\rho}}{r_0} + \frac{\rho^2}{2r_0} - \frac{1}{2} \frac{(\vec{r}_0 \vec{\rho})^2}{r_0^3} = \vec{\rho} \vec{r}_1 + \frac{\rho^2}{2r_0} \sin^2(\vec{\rho} \vec{r}_1),$$

Nếu lấy xấp xỉ bậc nhất: $r - r_0 = \vec{\rho} \vec{r}_1$,

trong đó \vec{r}_1 là vectơ đơn vị theo chiều của \vec{r}_0 , tức là $\vec{r}_1 = \frac{\vec{r}_0}{r_0}$. Sai số khi

tính hiệu $r - r_0$ phải nhỏ hơn nhiều so với chiều dài bước sóng. Vì thế biểu thức xấp xỉ bậc nhất có thể ứng dụng với điều kiện

$$\frac{\rho^2}{r_0} \ll \lambda. \quad (2)$$

Ta tính trường ánh sáng tại lân cận điểm O với giả thiết rằng điều kiện (2) được thỏa mãn. Chiều của vectơ \vec{r}_1 có thể xác định bằng các góc φ và ψ mà vectơ này tạo với các mặt phẳng đi qua trục quang và song song với các cạnh của màn chấn. Để thấy rằng $dS = r_0^2 d\varphi d\psi$. Gắn vào mặt phẳng quan sát (màn ảnh) hệ tọa độ vuông góc với gốc tọa độ trùng với điểm O và với các trục song song với các cạnh của màn chấn hình vuông. Ký hiệu tọa độ điểm P là x và y . Khi đó

$$r - r_0 = \vec{r}_1 \vec{\rho} = x \sin \varphi + y \sin \psi.$$

Nếu góc nhìn một nửa cạnh của màn chấn từ điểm O là $\alpha = \arctan \frac{D}{2r_0}$

nhỏ, thì $\sin \varphi$ và $\sin \psi$ có thể thay bằng các góc φ và ψ . Ngoài ra ở mẫu số của (1) có thể thay r bằng r_0 . Cuối cùng ta được

$$E_p = e^{+i\omega t} \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} e^{-ik(x\varphi+y\psi)} d\varphi d\psi.$$

Nếu cho biên độ tại điểm O bằng 1 thì biên độ tại điểm P :

$$A = \frac{\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha} \frac{\sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha}, \quad (3)$$

còn cường độ

$$I = \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi x}{\lambda}\alpha} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha\right)}{\frac{2\pi y}{\lambda}\alpha} \right]^2. \quad (4)$$

Ánh nhiễu xạ nhận được giống như trong nhiễu xạ Fraunhofer từ một lỗ vuông. Khoảng cách giữa hai cực tiêu liên tiếp và khoảng cách từ tâm cực đại trung tâm đến cực tiêu đầu tiên bằng

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha}. \quad (5)$$

Vấn đề còn lại là kiểm tra xem biểu thức (2) có thỏa mãn không. Vì cường độ ánh sáng đáng kể theo công thức (3) nhận được khi ρ có độ

lớn cỡ Δx , thì thay $\rho \approx \frac{\lambda}{\alpha}$ vào (2) ta được

$$\alpha \gg \sqrt{\frac{\lambda}{r_0}}. \quad (6)$$

Điều kiện này luôn thỏa mãn trong tất cả các thiết bị quang học với thấu kính và gương.

Trường hợp màn chắn tròn không khác nhiều so với trường hợp màn chắn vuông. Tích phân (1) đối với màn chắn tròn trong xấp xỉ bậc nhất có thể biểu diễn thông qua hàm Besselev bậc nhất. Ánh nhiễu xạ trong mặt phẳng tiêu có dạng các vân tối tròn đồng tâm với tâm sáng. Bán kính các vân tối tròn có các giá trị sau:

$$R = 0,61 \frac{\lambda}{\alpha}; 1,21 \frac{\lambda}{\alpha}; 1,62 \frac{\lambda}{\alpha}; \dots \quad (7)$$

trong đó α là góc nhìn bán kính màn chắn từ điểm O .

$$7.26. \frac{I_1}{I_2} = \frac{\pi^2}{4}.$$

$$7.27. I = \frac{I_0}{2} \left\{ \left[\frac{\sin\left(\frac{vb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{vb \sin \varphi}{2}} \right]^2 + 4 \left[\frac{\sin\left(\frac{vb \sin \varphi}{8}\right)}{\frac{vb \sin \varphi}{8}} \right]^2 \cos^2 \frac{3vb \sin \varphi}{8} \right\}.$$

$$7.28. I \sim \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 (\tau_1 + \tau_2 + 2\sqrt{\tau_1 \tau_2} \cos \Delta\varphi),$$

trong đó $u = \frac{ka \sin \theta}{4}$, $\Delta\varphi = k \left[h(n_1 - n_2) + \frac{a \sin \theta}{2} \right]$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ là số sóng. Tại tâm ta nhận được vân sáng với điều kiện

$$kh(n_1 - n_2) = (2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$7.29. I = I_0 \left\{ \frac{\sin [kNb \sin(\theta/2)]}{\sin [kb \sin(\theta/2)]} \right\}^2 \left[\frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \right]^2,$$

trong đó $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\Delta = h(n-1) - a \sin \theta$. Chiều trên các cực đại chính được xác định bằng công thức $a \sin \theta_m = m\lambda$.

$$7.30. \rho_{0\max} = \sqrt{\frac{\lambda R}{n}} (1+2m), \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

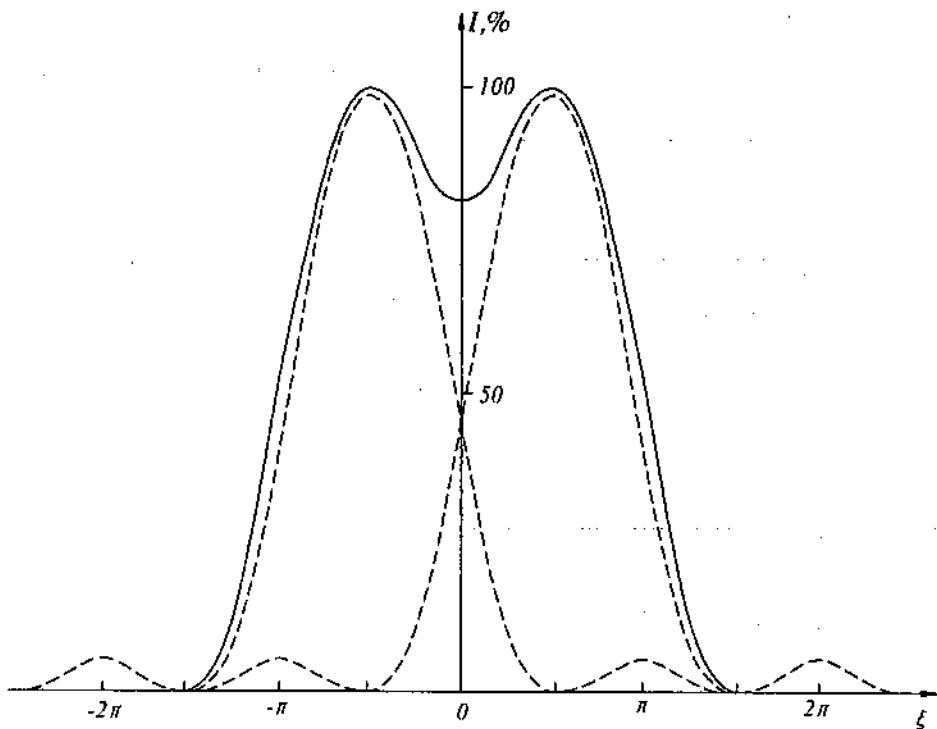
$$7.31. \frac{I}{I_0} = \left(\frac{D-2b}{D} \right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$7.32. \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{I}{I_0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta\varphi_0} = \frac{1}{6}, \text{ trong đó } \frac{I}{I_0} = \left(\frac{D-b}{D} \right)^2 = \frac{1}{4}; \frac{\Delta\varphi}{\Delta\varphi_0} = \frac{D}{2(D+b)} = \frac{2}{3}.$$

$$7.33. \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)_{\max} = \lim_{d \rightarrow D} \frac{D}{D+d} = \frac{1}{2}.$$

7.34*. *Lời giải.* Trong trường hợp các điểm tự phát sáng các sóng do chúng bức xạ không kết hợp. Trên màn sẽ diễn ra sự cộng gộp cường độ của các sóng từ các điểm này. Giả sử hai điểm nằm đối xứng nhau trên trục quang chính. Xét sự phân bố cường độ dọc theo trục X (H.446). Vị trí điểm quan sát trên trục này có thể xác định bằng tọa độ $\xi = \frac{2\pi x}{\lambda} \alpha$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa các tâm vòng tròn nhiễu xạ theo Röle tương ứng với hiệu tọa độ $\Delta\xi = \pi$ (xem lời giải bài 7.25*). Trên hình 446 các đường gạch gạch biểu diễn sự phân bố cường độ của mỗi điểm tự phát sáng, còn đường liền là cường độ ánh sáng tổng hợp. Ta thấy rằng cường độ tại tâm ảnh nhỏ hơn gần 20% so với cường độ cực đại, cường độ cực đại bằng cường độ lớn nhất của một điểm sáng.

Vì thế khi quy tắc Role thỏa mãn ta nhận được ảnh riêng biệt của các điểm sáng.

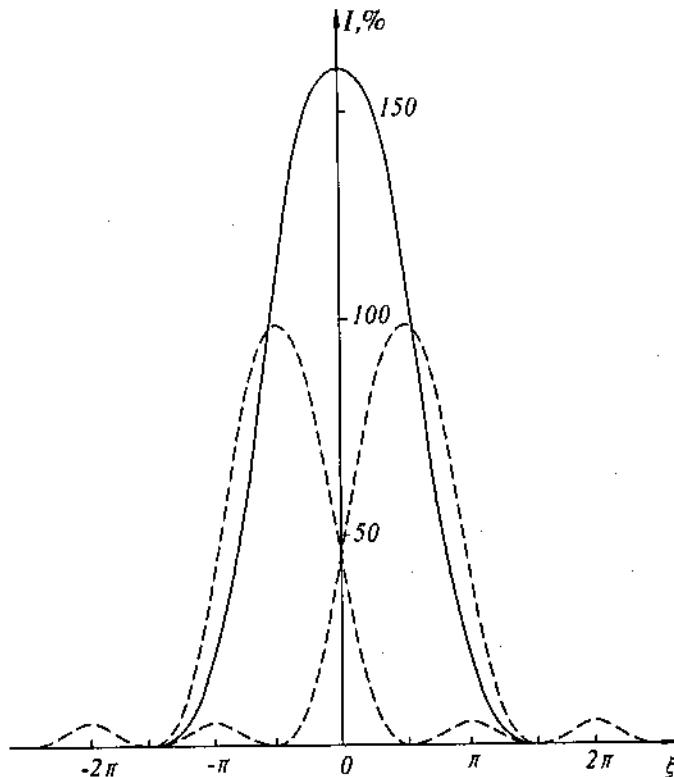


Hình 446

7.35*. *Lời giải.* Nếu các điểm không phải tự phát sáng mà được chiếu bởi cùng một nguồn sáng thì sóng do chúng phát ra sẽ kết hợp. Cần cộng không phải là các cường độ mà cộng các biên độ có tính đến hiệu pha giữa chúng. Từ lời giải bài 7.25* ta thấy rằng trong trường hợp chỉ có ảnh của một điểm thì pha dao động giống nhau trong giới hạn mỗi vân sáng tròn (trong trường hợp màn chấn vuông - vân sáng vuông) và thay đổi 180° khi chuyển qua cực tiểu cường độ sáng vân sáng tròn.

a) Các lỗ được chiếu bằng các tia song song với quang trục chính. Trong trường hợp này các sóng xuất phát từ chúng cùng pha. Vì các sóng đi qua các khoảng cách bằng nhau khi đến điểm O , nên chúng đến điểm O với cùng pha. Biên độ dao động tổng hợp tại điểm O sẽ lớn hơn hai lần, còn cường độ lớn hơn 4 lần so với trường hợp chỉ có ảnh của một lỗ. Đường cong phân bố cường độ tổng hợp cho trên hình 447. Nó chỉ có một cực đại, còn ảnh trong mắt sẽ giống như ảnh từ một điểm. Vì thế trong phương pháp chiếu sáng đang xét ta sẽ

không nhận được ảnh riêng biệt của các điểm được chiếu sáng khi khoảng cách giữa chúng bằng khoảng cách tối thiểu theo quy tắc Röle. Để nhận được ảnh riêng biệt cần tăng khoảng cách này lên khoảng 1,4 lần. Tương ứng với nó thì năng suất phân giải cũng giảm đi từng đó lần so với trường hợp các vật tự chiếu sáng.



Hình 447

- b) Các lỗ được chiếu bằng các tia sáng song song nghiêng so với quang trục chính một góc θ . Trong trường hợp này sóng xuất phát từ các lỗ không cùng pha, mà với hiệu pha $\delta = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$, trong đó d là khoảng cách giữa các tâm lỗ. Chúng đến điểm O với cùng hiệu pha như trên. Nếu $d \sin \theta = \frac{\lambda}{4}$, thì $\delta = \frac{\pi}{2}$ và cường độ tại tâm O sẽ lớn hơn hai lần so với cường độ tương ứng khi chỉ có một lỗ. Năng suất phân giải khi đó sẽ giống như trường hợp nguồn tự sáng. Nếu

$d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$, thì $\delta = \pi$. Khi đó các sóng đến điểm O ngược pha nhau và cường độ tại đó sẽ bằng không. Sự phân cách các ảnh sẽ thấy rất rõ. Với cách chiếu sáng này khoảng cách giữa các lỗ có thể nhỏ hơn giới hạn Roile mà vẫn nhận được ảnh riêng biệt của chúng.

c) Các lỗ được chiếu bằng các tia từ mọi hướng có thể. Trong trường hợp này ta nhận được năng suất phân giải gần như đối với các điểm tự phát sáng.

$$7.36. l_{\min} \approx 1 \text{ m.}$$

$$7.37*. f_2 = 6 \text{ cm}; L \approx 600 \text{ m.}$$

Lời giải. Năng suất phân giải của vật kính sẽ được sử dụng hoàn toàn khi độ phóng đại thường

$$\gamma_t = \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2}.$$

Vì vậy : $f_2 = \frac{d}{D} f_1 = 6 \text{ cm.}$

Độ phân giải góc của viễn kính khi quan sát ảo sẽ lớn hơn γ_t lần so với mắt thường. Khoảng cách tối thiểu có thể đọc được sách bằng viễn kính xác định bởi biểu thức

$$\frac{b}{L} \geq \frac{\lambda}{D}.$$

Từ đó suy ra : $L \leq \frac{D}{\lambda} b \approx 600 \text{ m.}$

$$7.38. \frac{D^2}{f^2} \geq z^2 \lambda^2 \approx 0,25.$$

$$7.39*. N \geq \frac{D}{d}.$$

Lời giải. Giả sử vật đang xét được nhìn bằng mắt thường dưới góc $\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, trong đó D là đường kính vật kính, tức là dưới góc tối thiểu mà vật kính có thể phân biệt. Trong ống nhòm cũng vật đó sẽ được nhìn dưới góc $\beta = N\alpha$. Góc β không được nhỏ hơn góc

$\gamma = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ (d là đường kính con ngươi mắt). Từ điều kiện $\beta \geq \gamma$ ta nhận được $N \geq \frac{D}{d}$.

Độ phóng đại $N_t = \frac{D}{d}$ gọi là độ phóng đại thường. Khi độ phóng đại nhỏ hơn thì chỉ sử dụng một phần vật kính và năng suất phân giải của hệ ống nhòm - mắt sẽ giảm. Độ phóng đại lớn hơn độ phóng đại thường không có lợi vì khi đó năng suất phân giải của hệ không tăng mà độ chói của ảnh lại giảm.

7.40. a) Góc khoảng cách cho phép $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, trong đó D là đường kính vật kính. Khi quan sát ảo có thể coi $\lambda = 5500 \text{ \AA}$; khi $\theta = 2,76''$.

b) Khi độ phóng đại $N \geq \frac{D}{d} = 10$.

7.41. $\delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 0,023''$.

7.42. Góc kích thước của hầu hết các sao nhỏ hơn rất nhiều so với góc khoảng cách cho phép thậm chí của các kính thiên văn lớn nhất. Với các điều kiện đó độ lớn ảnh của sao trên vòm mạc mắt chỉ xác định bằng hiệu ứng nhiễu xạ trong hệ quang (kinh thiên văn + mắt) và không phụ thuộc vào độ phóng đại. Nhưng độ chói của ảnh này tỷ lệ với quang thông đến hệ. Diện tích lỗ của vật kính lớn hơn diện tích con ngươi bao nhiêu lần thì quang thông khi sử dụng kính thiên văn lớn hơn quang thông qua con ngươi mắt thường bấy nhiêu lần (nếu độ phóng đại của kính thiên văn là độ phóng đại thường). Vì thế trong kính thiên văn có thể nhìn thấy các sao sáng yếu hơn so với mắt thường. Khi độ phóng đại thường đường kính con ngươi ra bằng đường kính con ngươi mắt. Sử dụng các độ phóng đại lớn hơn để quan sát các sao không có tác dụng. Khi độ phóng đại nhỏ thì không phải tất cả ánh sáng tới kính thiên văn đều đi qua con ngươi mắt.

7.43. $L \approx \frac{D^2}{2,44\lambda} \approx 1000 \text{ km}; S \approx \left(2,44 \frac{\lambda}{D} \right)^2 \approx 1,5 \cdot 10^{-12}$.

7.44. $N \geq \frac{D}{d}$, trong đó D là đường kính vật kính, còn d là đường kính con ngươi mắt.

7.45. $L < \frac{Dl}{1,22\lambda} = 3,7\text{m}$. Khi sử dụng phương pháp chiếu vạch sáng phản xạ từ gương của điện kế lên thước đo phải tuân theo điều kiện này.

7.46. Trên Mặt Trăng gần 40 m, còn trên Mặt Trời gần 20km.

7.47. Gần 28km. Bài toán này trước đây gây ra sự chú ý lớn vì nó liên quan đến giả thuyết về các kênh rạch trên sao Hỏa và các công trình nhân tạo. Nhưng ảnh chụp bề mặt sao Hỏa bằng cách dùng tên lửa và những nghiên cứu về sao Hỏa bằng các thiết bị diều khiển từ xa trên bề mặt sao Hỏa đã không khẳng định giả thuyết này.

7.48. $r \geq \sqrt{0,01 \frac{\lambda L}{D}} \approx 4\text{ m}$, trong đó $L \sim 4.10^5\text{ km}$ là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

7.49. $D \approx \sqrt{\frac{k \rho_1}{\rho_2}} \frac{2\lambda L}{D} \approx 6,5\text{ m}$, trong đó $L \sim 4.10^5\text{ km}$ là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

7.50*. $N \approx 10^{10}\text{ W}$; $B \approx 10^4\text{ T}$.

Lời giải. Theo điều kiện $\frac{f}{D} = 1$, vì thế đường kính ảnh trong mặt phẳng tiêu $d \approx \frac{f\lambda}{D} \approx \lambda$. Gia tốc các electron được tạo bởi điện trường E . Vận tốc cuối cùng của electron tìm được từ điều kiện

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 2m_0 c^2, \text{ suy ra } \beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87.$$

Vì quá trình gia tốc diễn ra trong khoảng thời gian cỡ $\frac{T}{4}$, nên quãng đường đi được $0,87 \frac{cT}{4} \approx 0,2\lambda < d$ là đường kính ảnh tại tiêu điểm.

Ta xác định điện trường gia tốc E

$$\frac{4c}{T} = \frac{4c^2}{\lambda} \approx \frac{eE}{m_0}, \text{ suy ra } E \approx \frac{4m_0 c^2}{\lambda e}.$$

Khi đó công suất nguồn laser $N \approx \frac{c}{4\pi} E^2 \lambda^2 \approx \frac{m_0^2 c^5}{e^2} \approx 10^{10}\text{ W}$. Vì vậy công suất nguồn N không phụ thuộc vào bước sóng λ .

Từ trường B tại tiêu điểm dễ thấy bằng điện trường (trong hệ Gauss)

$$B \approx \frac{4m_0 c^2}{\lambda e} \approx 10^4\text{ T}.$$

7.51*. $L_2 = 5 \cdot 10^4$ km.

Lời giải. Trong trường hợp thứ nhất bức xạ chiếu vào vật kính đường kính D_1 và tiêu cự f_1 có công suất

$$N_1 = N_0 \left(\frac{D_1}{L_1} \right)^2.$$

Công suất này phân bố theo diện tích S_1 ảnh nhiễu xạ ($S_1 \approx \frac{\lambda^2}{D_1^2} f_1^2$) và

$$\text{tạo độ rọi } E_1 \approx \frac{N_0}{L_1^2} \frac{D_1^4}{\lambda^2 f_1^2}.$$

Độ rọi của nền trong mặt phẳng tiêu tỷ lệ với độ sáng của vật kính

$$E_1^0 = a \left(\frac{D_1}{f_1} \right)^2,$$

trong đó a là hệ số. Khi đó độ tương phản của ảnh

$$\gamma_1 = \frac{E_1 + E_1^0}{E_1^0} = 1 + \frac{N_0 D_1^4 f_1^2}{L_1^2 \lambda^2 f_1^2 a D_1^2} = 1 + \frac{N_0 D_1^2}{a L_1^2 \lambda^2}.$$

Khi quan sát trong kính thiên văn với vật kính có đường kính D_2

$$\gamma_2 = \frac{E_2 + E_2^0}{E_2^0} = 1 + \frac{N_0 D_2^2}{a L_2^2 \lambda^2}.$$

Vì vậy $\gamma_1 = \gamma_2$ khi $\frac{L_1^2}{D_1^2} = \frac{L_2^2}{D_2^2}$, suy ra $L_2 = L_1 \frac{D_2}{D_1} = 5 \cdot 10^4$ km.

7.52*. $L_{\max} \approx 70$ km.

Lời giải. Độ phân kỳ góc của chùm sáng bằng $\frac{\lambda}{D}$. Vì thế công suất của bức xạ do vệt tinh khuếch tán

$$N' = \rho N \frac{d^2}{4(\lambda L/D)^2} = \frac{\rho N}{4} \left(\frac{dD}{\lambda L} \right)^2.$$

Vì vệt tinh khuếch tán đều công suất quang N' trong cả góc của vật thể 2π nên công suất thu được là

$$N' \frac{\pi(D^2/4)}{2\pi L^2} = \frac{N'}{8} \left(\frac{D}{L} \right)^2.$$

Điều kiện phát hiện tín hiệu $\frac{N'}{8} \left(\frac{D}{L} \right)^2 = \frac{\rho N}{32} \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{D}{L} \right)^4 \geq N_n$,

$$L \leq L_{\max} = \frac{D}{2} \sqrt[4]{\frac{\rho N d^2}{2 N_n \lambda^2}} \approx 70 \text{ km.}$$

7.53. $L \leq \frac{dD}{c} \sqrt{\frac{Nf}{nh}} \approx 3,2 \cdot 10^{11} \text{ m} = 3,2 \cdot 10^8 \text{ km}$, trong đó $h \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ là hằng số Planck.

7.54. $B\sqrt{\alpha\beta} = 10$ lần.

7.55. $B\sqrt{\alpha\beta} = 10$ lần.

7.56*. $N_i = 2n \frac{L}{d} \sin u$.

Lời giải. Giả sử ta quan sát trong kính hiển vi vật thể có kích thước l bằng khoảng cách nhỏ nhất cho phép của vật kính. Đối với các vật tự phát sáng hoặc các vật được chiếu sáng khuếch tán $l = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}$, trong đó $n \sin u$ là khẩu độ số của vật kính. Vật thể này được quan sát bằng mắt thường từ điểm cực cận L của mắt dưới góc $\alpha = \frac{l}{L}$. Trong kính hiển vi nó được nhìn dưới góc $\beta = N\alpha$, trong đó N là độ phóng đại của kính hiển vi. Góc β phải nhỏ hơn góc khoảng cách tối thiểu mà mắt cho phép $\gamma = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ (d là đường kính con ngươi mắt). Điều kiện $\beta \geq \gamma$ cho $N \geq \frac{2Ln \sin u}{d}$. Độ phóng đại thường $N_i = \frac{2Ln \sin u}{d}$ gọi là độ phóng đại thường. Sử dụng độ phóng đại lớn hơn độ phóng đại thường không hợp lý vì khi đó năng suất phân giải của kính hiển vi không tăng mà độ chói của ảnh giảm.

7.57. Khi khe hẹp nằm thẳng đứng trên màn nhận được hệ các vân nằm ngang. Khi khe nằm ngang các vân nằm thẳng đứng. Khi khe nghiêng 45° so với phương ngang thì các vân cũng nghiêng với góc tương tự nhưng chúng vuông góc với khe. Khi khe rộng thì không phụ thuộc vào chiều của nó trên màn ta nhận được ảnh tương tự như ảnh của lưỡi.

7.58. $N \geq \frac{D}{d}$.

- 7.59. a) Gần $0,3\mu\text{m}$;
b) gần $0,19\mu\text{m}$.

7.60. $u^2 \approx \sqrt{\frac{\lambda}{R}}$, tức là số lượng cực đại các vân quan sát được khi khẩu độ góc $u \approx 2^\circ$. Khi đó $m_{\max} \approx 10^3$ vân tròn.

7.61. Điện trường mạnh cần thiết để chùm tia electron nambi sát trực, và vì thế ảnh của nó về mặt hình học giống ảnh của vật. Khi đó năng suất phân giải của kính hiển vi phát xạ điện tử bằng $\Delta \approx \frac{kT}{eE}$, suy ra $E_1 = 5\text{ kV/cm}; E_2 = 500\text{ kV/cm}$;

7.62. $f_2 \leq \frac{ld}{2f_1 n \sin \alpha}$, trong đó d là đường kính con ngươi mắt.

7.63. $n \sin \alpha \geq \frac{D}{2f}$, $N \geq \frac{DL}{fd}$, trong đó L là khoảng nhìn rõ, d là đường kính con ngươi mắt.

7.64. $U = \frac{12,24 \sin \Omega_q}{\lambda \sin \Omega_e} = 600\text{ V}$.

7.65. $\tau \approx \frac{1}{2\pi f} \left(\frac{\lambda}{a} + \frac{a}{2L} \right) \approx 10^{-6}\text{ s}$.

7.66. $\frac{E_2}{E_1} = k \left(\frac{d_2 D}{2,44 \lambda f} \right)^2 \approx 0,034$. Độ phân giải của vật kính $\Delta \approx \frac{\lambda}{D} f \approx 10\mu\text{m}$.

Vì $d_1 > \Delta > d_2$ nên ảnh của các chi tiết nhỏ hơn là ảnh nhiễu xạ, còn của các chi tiết lớn là ảnh hình học.

7.67. $\frac{E_b}{E_n} = k \left(\frac{D_2}{af_2} \right)^2 \left(\frac{2\lambda f_1}{D_1^2} \right)^2 = 123$, trong đó E_b là độ rọi trung bình của ảnh của sao trong kính thiên văn Borr, E_n là trong kính thiên văn Newton.

§8. CÁC THIẾT BỊ QUANG PHỔ

8.1. $R \approx 1000$.

8.2. $b \approx 1\text{cm}$.

8.3*. $b \ll 2,5 \cdot 10^{-3}\text{mm}$.

Lời giải. Gọi $\delta\lambda$ là hiệu bước sóng nhỏ nhất của hai vạch phổ mà lăng kính có thể phân biệt được khi khe chuẩn trực hẹp tùy ý. Theo công thức tính năng suất phân giải lý thuyết $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = a \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|$, hiệu chiết suất đối

với các vạch phổ này $\delta n = \frac{\lambda}{a}$. Nhờ sự khác nhau giữa các chiết suất chùm tia song song ban đầu khi đi qua lăng kính sẽ phân kỳ. Ta tính góc phân ly của chùm tia ló với giả thiết rằng chùm tia tới là chùm tia song song. Ta có (H.448) $\sin \varphi_1 = n \sin \psi_1$. Với φ_1 không đổi ta có

$$\delta n \sin \psi_1 + n \cos \psi_1 \delta \psi_1 = 0$$

Vì $\psi_1 + \psi_2 = A = \text{const}$ và $\delta \psi_1 + \delta \psi_2 = 0$ nên

$$\delta n \sin \psi_1 = n \cos \psi_1 \delta \psi_2.$$

Từ $\sin \varphi_2 = n \sin \psi_2$ ta tính được góc phân ly cần tìm của chùm tia ló

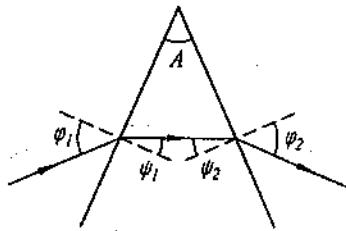
$$\delta \varphi_2 = \frac{\sin \psi_2}{\cos \varphi_2} \delta n + \frac{n \cos \psi_2}{\cos \varphi_2} \delta \psi_2 = \left(\frac{\sin \psi_2}{\cos \varphi_2} + \frac{n \cos \psi_2}{\cos \varphi_2} \frac{\sin \psi_1}{n \cos \psi_1} \right) \delta n,$$

khi chỉnh góc lệch cực tiểu ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$; $\psi_1 = \psi_2 = \psi$):

$$\delta \varphi_2 = 2 \frac{\sin \psi}{\cos \varphi} \delta n = 2 \frac{\sin \psi}{\cos \varphi} \frac{\lambda}{a}.$$

Để sử dụng hoàn toàn năng suất phân giải của lăng kính thì độ rộng góc của khe chuẩn trực $\alpha = \frac{b}{f}$ phải nhỏ không đáng kể so với $\delta \varphi_2$.

Từ đây ta có: $b \ll 2 \frac{\sin \psi}{\cos \varphi} \frac{f \lambda}{a}$.



Hình 448

Đối với $\frac{A}{2} = \psi = 30^\circ$, $n = 1,73$ ta nhận được

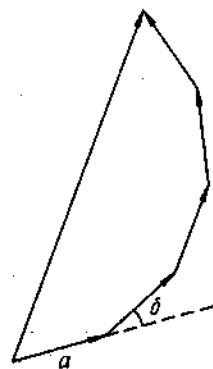
$$b < \frac{2}{\sqrt{4-n^2}} \frac{f\lambda}{a} = \frac{2f\lambda}{a} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

$$8.4*. I = C \left[\frac{\sin\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta} \right]^2,$$

trong đó C là hằng số, còn θ là góc giữa pháp tuyến với cách tử và hướng cho trước để tính cường độ I .

Lời giải. Vì ta cần tính sự phân bố cường độ trong ánh nhiễu xạ Fraunhofer trên cách tử, nên có thể coi màn để quan sát ánh nhiễu xạ được đưa ra rất xa. Các tia chiếu từ các khe khác nhau của cách tử đến điểm bất kỳ của màn có thể coi như song song với nhau. Ta chọn một điểm trên màn sao cho các tia tối hợp với pháp tuyến của cách tử một góc θ . Hiệu pha giữa các tia giao thoa liên tiếp $\delta = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$. Trên

giản đồ vectơ, dao động từ một khe nào đó của cách tử tới một điểm trên màn có thể biểu diễn bằng một vectơ. Các vectơ này tạo thành một đường gấp khúc với các đoạn bằng nhau và các góc bằng nhau (H.449). Dao động tổng hợp là tổng hình học các vectơ dao động thành phần. Việc cộng các vectơ về hình thức tương tự việc cộng các số phức. Nếu vectơ đầu tiên biểu diễn bằng một số phức a , thì các vectơ tiếp theo biểu diễn bởi các số phức $ae^{i\delta}, ae^{2i\delta} \dots$



Tổng của chúng bằng

$$A = a [1 + e^{i\delta} + e^{2i\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta}] = a \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}.$$

Hình 449

Bình phương módun của số phức A chính là cường độ ánh sáng tương đối tại điểm đang xét trên màn:

$$\begin{aligned} I = |A|^2 &= AA^* = |a|^2 \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}} = \\ &= |a|^2 \frac{2 - (e^{iN\delta} + e^{-iN\delta})}{2 - (e^{i\delta} + e^{-i\delta})} = |a|^2 \frac{1 - \cos(N\delta)}{1 - \cos\delta}. \end{aligned}$$

Vì $|a|^2$ xác định cường độ ánh sáng nhiễu xạ trên một khe nên theo công thức

$$|a|^2 = C \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta} \right]^2.$$

Thế giá trị này vào biểu thức trên ta nhận được đáp số. Hằng số C tỷ lệ với cường độ ánh sáng tối và bình phương độ rộng khe b . Hằng số này không phụ thuộc vào bất cứ thông số nào khác.

8.5*. Lời giải. Ta biểu diễn đáp số bài trước dưới dạng

$$I(\theta) = Cb^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2,$$

trong đó $\alpha = \pi b \frac{\sin \theta}{\lambda}$, $\beta = \pi d \frac{\sin \theta}{\lambda}$, còn hằng số C không phụ thuộc vào các thông số của cách tử. Thay giá trị của α vào ta nhận được

$$I(\theta) = C \lambda^2 \frac{\sin^2 \alpha'}{\pi^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2.$$

Đối với cách tử phụ

$$I'(\theta) = C \lambda^2 \frac{\sin^2 \alpha'}{\sin^2 \theta} \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2,$$

trong đó $\alpha' = \frac{\pi(d-b)\sin \theta}{\lambda}$, vì thế $\alpha + \alpha' = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = \beta$. Đối với các cực đại chính $d \sin \theta = m\lambda$, $\alpha + \alpha' = m\lambda$. Vì thế $\sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha'$ và vì vậy $I'_c = I_c$. Khi $m=0$ khẳng định trên vô lý vì khi đó ở dưới mẫu $\sin \theta = 0$. Ta giả sử rằng θ không phải là góc cực đại chính. Khi N lớn thì các cực đại chính rất rõ. Hầu như tất cả ánh sáng tập trung vào các cực đại chính chiếm những khoảng gốc $\Delta\theta$ nhỏ, các góc này dần đến không khi $N \rightarrow \infty$. Chỉ có các góc thỏa mãn điều kiện $d \sin \theta = m\lambda$, và các góc xấp xỉ bằng chúng mới có ý nghĩa thực tiễn, và trong trường hợp này chứng minh trên đúng.

8.6. $\frac{b}{d} = \frac{1}{4}$, hoặc $\frac{b}{d} = \frac{3}{4}$ (xem bài trước).

8.7*. Lời giải. Ký hiệu $q = \frac{b}{d}$, $\frac{q(d-b)}{d} = 1-q$. Tổng luồng động năng của ánh sáng qua cách tử phân bố trên tất cả các cực đại tỷ lệ với q , cường độ cực đại bậc không tỷ lệ với q^2 , vì vậy

$$\frac{I_{qua}}{q} = \frac{I'_{qua}}{q^1}, \quad \frac{I_0}{q^2} = \frac{I'_0}{q^2}.$$

Theo định lý Babine đối với các cách tử phụ $I_n = I'_n$. Ngoài ra $I_{qua} = I_0 + I_n$. Từ các biểu thức trên suy ra $I_n = (1-q)I_{qua}$. Chú ý rằng $I_{qua} = qI_0$, ta nhận được $I_n = q(1-q)I_0$. Cực đại đối với I_n nhận được khi $q = \frac{1}{2}$. Khi đó $I_n = \frac{I_0}{4}$.

8.8. $Nd \sin \theta = n\lambda$, nhưng $d \sin \theta \neq k\lambda$, $b \sin \theta = m\lambda$, trong đó n, m, k là các số nguyên. Điều kiện cực đại - một trong các biểu thức trên phải thỏa mãn.

8.9. $d(\sin \theta - \sin \theta_0) = n\lambda$. Nếu $d \gg n\lambda$ thì điều kiện cực đại có dạng $l = \frac{d^2}{\lambda} \left(m + \frac{1}{2} \right) = \Delta L(2m+1)$, tức hằng số của cách tử có vẻ như giảm so với trường hợp chiếu vuông góc và bằng $d \cos \theta_0$ so với d . Khi đó các góc $\theta - \theta_0$, xác định chiều trên các cực đại sẽ được tính theo chiều ánh sáng tới (hoặc theo chiều ánh sáng phản xạ trong cách tử phản xạ).

8.10. $\lambda = 0,573 \text{ \AA}$.

8.11. $m = \frac{nd}{b}$, trong đó $n = 1, 2, 3, \dots$

8.12. Biến mất: a) phô bậc 2, 4, 6...
b) phô bậc 3, 6, 9...
c) phô bậc 4, 8, 12...

8.13. Bậc cao nhất bằng số lớn nhất trong các số nguyên không vượt quá $\frac{d}{\lambda}$.

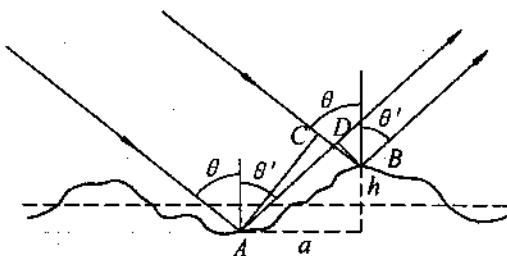
8.14. $\lambda = 6481 \text{ \AA}$.

8.15. Khi chiếu vuông góc $\lambda_{max} = d$. Chu kỳ cách tử không được nhỏ hơn 0,01cm, tức là cách tử phải có không nhiều hơn 10 vạch/mm. Khi chiếu trượt trên cách tử thông (cho ánh sáng qua) $\lambda_{max} = 2d$.

8.16*. Nếu góc tới gần bằng

$\frac{\pi}{2}$ thì hiện tượng phản xạ gương luôn quan sát được.

Khi các góc tới nhỏ hiện tượng phản xạ gương có thể quan sát được nếu độ nhám bề mặt $h \ll \lambda$.



Hình 450

Lời giải. Giả sử các tia tới tạo một góc θ với pháp tuyến với mặt phẳng biếu diễn trên hình 450 bằng đường gạch gạch. Ta xét sự giao thoa của sóng thứ cấp đi ra từ bề mặt vật thể dưới góc θ' so với pháp tuyến. Hiệu quang trình của hai tia nào đó đi theo hướng đang xét xác định bằng biểu thức

$$\Delta = AD - BC = a(\sin \theta' - \sin \theta) + h(\cos \theta' + \cos \theta).$$

Ở đây a có thể nhận giá trị bất kỳ. Vì thế nếu $\theta' \neq \theta$ thì hiệu quang trình Δ có thể nhận giá trị bất kỳ, và hơn nữa nếu bề mặt vật thể không có dạng chuẩn thì các giá trị này sẽ có xác suất gặp nhau. Điều đó có nghĩa là nếu có phản xạ chuẩn thì nó chỉ xảy ra khi $\theta' = \theta$. Trong trường hợp này

$$\Delta = 2h\cos \theta.$$

Để thấy rằng dù kích thước h bằng bao nhiêu chăng nữa ta đều có thể chọn được góc θ đủ lớn sao cho $\Delta \ll \lambda$. Với điều kiện này phản xạ là chuẩn. Khi chiếu vuông góc $\Delta = 2h$ và phản xạ chuẩn diễn ra chỉ khi thỏa mãn điều kiện $h \ll \lambda$.

8.17. Không thể.

8.18. Các góc nhiều xạ không đổi. Cường độ tiến tới 0.

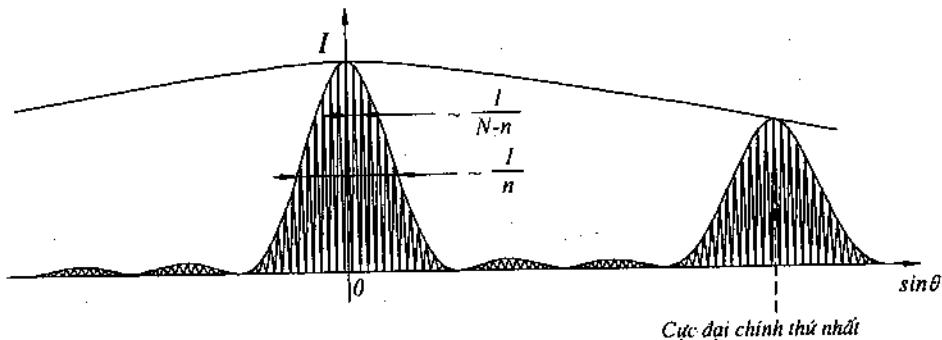
8.19. $h = \frac{2m-1}{2(n-1)}\lambda$, trong đó $m = 1, 2, 3, \dots$ Cường độ cực đại chính bậc không bằng không.

8.20. Các góc nhiều xạ không đổi. Cường độ tiến tới không.

8.21. $I(\sin \theta) = I_1 \frac{1 - \cos n\delta}{1 - \cos \delta} 2[1 + \cos(N-n)\delta] =$
 $= 4I_1 \frac{\sin^2(n\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \cos^2\left(\frac{N-n}{2}\delta\right),$

trong đó $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$, $I_1 = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$, $u = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}$.

Đồ thị biểu diễn trên hình 451.



Hình 451

$$8.22. \frac{I_0}{I_t} = \frac{(Nb)^2}{(Nd)^2} = \frac{1}{4}; \quad \frac{I_{\pm 1}}{I_t} = \frac{4N^2 b^2}{\pi^2 N^2 d^2} \approx 0,1; \quad \frac{I_{\pm 2}}{I_t} = 0.$$

$$8.23. m > \frac{\delta}{f N \delta \lambda} = 2,5, \quad m \geq 3.$$

$$8.24. l < \frac{Da \delta \lambda}{2 \lambda^2}. \text{ Ngoài ra } l_{\min} \gg D \text{ (điều kiện về độ nhỏ của góc).}$$

$$8.25. D_{\min} = Nd = 5 \text{ cm}, \quad f_{\min} = 250 \text{ cm.}$$

$$8.26*. \Delta x = 1 \text{ cm.}$$

Lời giải. Điều kiện cực đại bậc m (H.452)

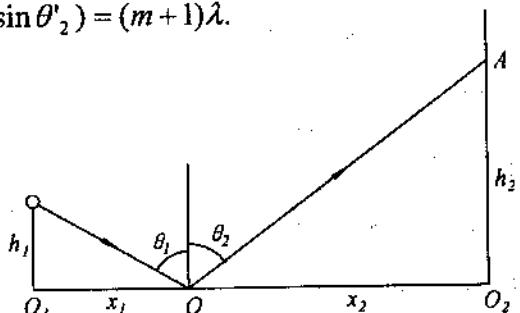
$$d(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = m\lambda,$$

còn cực đại bậc $(m+1)$

$$d(\sin \theta'_1 - \sin \theta'_2) = (m+1)\lambda.$$

Khi chuyển từ cực đại này đến cực đại khác, các góc θ_1 và θ_2 có các số gia tương ứng $\Delta\theta_1$ và $\Delta\theta_2$, các số gia này liên hệ với nhau bởi biểu thức

$$d(\cos \theta_1 \Delta\theta_1 - \cos \theta_2 \Delta\theta_2) = \lambda.$$



Hình 452

Ngoài ra $x_1 = h_1 \operatorname{tg} \theta_1$, $x_2 = h_2 \operatorname{tg} \theta_2$, và $x_1 + x_2 = a = \text{const}$. Từ điều kiện trên ta nhận được mối liên hệ thứ hai:

$$\frac{h_1}{\cos^2 \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{h_2}{\cos^2 \theta_2} \Delta \theta_2 = 0.$$

Từ hai biểu thức này ta tìm được $\Delta \theta_1$ và $\Delta \theta_2$ và khoảng cách giữa các cực đại

$$\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2 = -\frac{h_1}{\cos^2 \theta_1} \Delta \theta_1 = -\frac{h_2}{\cos^2 \theta_2} \Delta \theta_2.$$

Ta có thể tính đơn giản hơn nếu chú ý rằng các góc θ_1 và θ_2 ít khác so với góc tới θ_0 tương ứng với phản xạ chuẩn từ tám. Trên cơ sở đó thay các góc này bằng θ_0 , ta được

$$\Delta x = \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \frac{\lambda}{d \cos^2 \theta_0}.$$

Khi đó $\cos \theta_0 \approx \frac{h_1}{x_1} \approx \frac{h_2}{x_2}$, nếu $\cos \theta_0 = \frac{h_1 + h_2}{x_1 + x_2} = \frac{h_1 + h_2}{a} = \frac{1}{10}$.

Thế các giá trị bằng số ta nhận được đáp số.

8.27. a) 8,1 [góc.s/Å];

b) 0,0197 mm/Å;

c) 50,7 Å/mm.

8.28. Gần bằng 0,12 mm.

8.29. $D = \frac{n}{d \cos \theta} = \frac{n}{d \sqrt{1 - (n\lambda/d)^2}} = 0,63 \cdot 10^4 \text{ rad/cm} = 13 \text{ [góc.s/Å]}$

8.30. 600 vạch/mm.

8.31. $\Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$.

8.32. Gần 1000.

8.33. 12 000 và 48 000.

8.34. Không.

8.35. Năng suất phân giải không đổi. Vùng phân tán giảm hai lần.

$$8.36. \Delta x = \frac{f\lambda}{l} = 3,3 \mu\text{m}.$$

$$8.37. b \ll \frac{f\lambda}{Nd} \approx 0,001 \text{cm}.$$

$$8.38*. R_{\max} \approx 100.$$

Lời giải. Bán kính kết hợp trong không gian trong mặt phẳng cách tử

$$r_{kh} \approx \frac{\lambda L}{D}.$$

Số lượng khe hiệu dụng $N_{hd} \approx \frac{r_{kh}}{d}$, trong đó d là chu kỳ cách tử. Năng suất phân giải của cách tử

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN_{hd}, m_{\max} \approx \frac{d}{\lambda}.$$

Từ đây suy ra năng suất phân giải cực đại

$$R_{\max} \approx \frac{d}{\lambda} \frac{r_{kh}}{d} \approx \frac{L}{D} = 100.$$

$$8.39. L_{\min} \approx D \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 10 \text{ cm}.$$

$$8.40. R_{\max} \approx \frac{1}{\psi} = 10^3.$$

$$8.41. \psi \leq \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}.$$

$$8.42. \frac{\delta\theta_2}{\delta\theta_1} = \frac{\frac{1}{f\tau} \tan\theta}{\frac{1}{N} \tan\theta} = \frac{N}{f\tau} \approx 15.$$

$$8.43*. \text{Không được } \delta\lambda_{\text{kh}} \approx 3^\circ \text{A}.$$

Lời giải. Sự tách vạch phổ theo Zeemann

$$\Delta\omega = \frac{eB}{2m_e c}, \text{ suy ra } \Delta\lambda = \frac{\lambda^2 eB}{4\pi m_e c^2} = 0,16^\circ \text{A}.$$

Nếu cách tử không bị lỗi thì độ phân giải cực tiêu

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} = 0,06 \text{ \AA} < \Delta\lambda,$$

tức là sự tách phổ Zeemann được tiến hành bằng một cách tử không lỗi có thông số tương tự.

Đối với các tử bị lỗi cường độ bậc 1 bị nhòe giữa các góc θ_1 và θ_2 , trong đó $d_1 \sin \theta_1 = \lambda$, $d_2 \sin \theta_2 = \lambda$. Hoặc $\theta_1 \approx \frac{\lambda}{d_1}$; $\theta_2 \approx \frac{\lambda}{d_2}$, suy ra góc rộng cực đại bậc 1.

$$\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{d_2 - d_1}{2d_1 d_2} \lambda \approx \frac{\Delta d}{2d^2} \lambda,$$

trong đó $\frac{\Delta d}{d} = 10^{-2}$ là sự thay đổi tương đối chu kỳ của cách tử. Khi các góc θ nhỏ độ phân tán trong bậc 1 là

$$\frac{d\theta}{d\lambda} \approx \frac{m}{d} = \frac{1}{d},$$

từ đây ta nhận được

$$\delta\lambda_{\text{tối}} \approx d \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\Delta d}{2d} \lambda = 3 \text{ Å} > \Delta\lambda.$$

Vì vậy không thể tách theo Zeemann bằng cách sử dụng cách tử bị lỗi nói trên.

$$8.44. D_{\min} \approx \frac{1,22}{N} \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx 1,5 \text{ cm.}$$

$$8.45. \tau = \frac{D}{c} = 10^{-10} \text{ s.}$$

$$8.46. \frac{\tau}{\tau_0} \approx 6.$$

$$8.47. L \approx \frac{c\tau}{\lambda mn} = 100 \text{ cm.}$$

$$8.48. D > \frac{\lambda d \cos \alpha}{m \Delta \lambda} \approx 0,042 \text{ cm.}$$

$$8.49. L = \frac{cd^2}{\lambda \delta\lambda} \approx 75 \text{ cm, trong đó } \lambda \approx \lambda_{tb} = 505 \text{ nm.}$$

$$8.50. \tau = \frac{l\lambda \delta\lambda}{cd^2} = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ s.}$$

$$8.51. d = 6\lambda_1 = 30 \mu\text{m.}$$

$$8.52. \frac{\Delta\omega_2}{\Delta\omega_1} \approx \frac{c\tau}{\Delta} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

8.53. $Q \approx 10$.

8.54*. *Lời giải.* Electron theo chu kỳ kích thích trong cách tử các bức xạ giống nhau nối tiếp nhau với chu kỳ $\tau = \frac{d}{v}$. Hiệu quang trình giữa các bức xạ xuất phát từ hai vạch sát nhau của cách tử A và B hợp một góc θ với pháp tuyến $d\left(\frac{c}{v} - \sin \theta\right)$ phải bằng $m\lambda$ để các bức xạ làm mạnh nhau (góc θ có thể dương hoặc âm). Trường hợp $m=0$ và $m < 0$ không xảy ra vì $\frac{c}{v} > 1$. Vì vậy các giá trị có thể của m và λ phải thoả mãn điều kiện $|\sin \theta| = \left|\frac{c}{v} - \frac{m\lambda}{d}\right| \leq 1$.

$$8.55. \Delta T < \frac{1}{Nm\alpha} \approx 1K.$$

8.56*. $D \approx 4,4$ cm.

Lời giải. Điều kiện phản xạ ngược lại cách tử nhiều xạ trong bậc một $2d \sin \theta = \lambda$, trong đó $d = \frac{1}{N}$, θ là góc nghiêng cách tử. Từ đây ta

$$\text{nhận được: } \sin \theta = \lambda \frac{N}{2}, \cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda N}{2}\right)^2}.$$

$$\text{Khoảng cách tương đối giữa các dải sóng chính: } \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2L}.$$

Để chọn một dải sóng trong bậc một thì điều kiện sau phải thoả mãn

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\lambda}{2L} \geq \frac{1}{N_1},$$

trong đó $N_1 = \frac{DN}{\cos \theta}$ là số vạch của cách tử được chiếu sáng. Từ đó

$$\text{suy ra: } D \geq \frac{2L}{N\lambda} \cos \theta = L \frac{[1 - (\lambda N/2)^2]^{1/2}}{(\lambda N/2)} \approx 4,4 \text{ cm.}$$

$$8.57. \delta \lambda = \frac{\lambda^2 \cot \varphi}{2D} = 0,2 \text{ \AA}.$$

$$8.58. \delta \lambda = \frac{\lambda}{2ad \frac{dn}{d\lambda}} = 35 \text{ \AA}.$$

$$8.59*. l_p >> \frac{h^2}{\lambda} = 10^6 \text{ cm} = 10 \text{ km.}$$

Lời giải. Tại các khoảng cách gần không xuất hiện ảnh Fraunhofer.

Khi $l \ll \frac{h^2}{\lambda}$ các điều kiện của quang hình được thoả mãn. Phía sau tinh thể ta nhận được chùm tia nhiễu xạ, còn tại điểm giao của chúng với mặt phẳng tấm phim ta nhận được một hệ các vết sáng. Sự khác biệt với ảnh nhiễu xạ Fraunhofer là ở chỗ trong mỗi vết sáng pha dao động thay đổi từ điểm này đến điểm khác, còn trong trường hợp nhiễu xạ Fraunhofer pha dao động gần như giống nhau tại mọi điểm của một vết sáng. Tuy nhiên chiều của chùm tia sau tấm tinh thể có thể xác định bằng cách kẻ từ tinh thể các đường thẳng đến các cực đại Fraunhofer (nằm ở vô cùng). Chính điều này giải thích tại sao khi tính toán các hướng đã nêu ta có thể dùng các công thức Fraunhofer.

8.60*. *Lời giải.* Giả sử cách tử được chiếu bằng chùm tia song song bước sóng λ dưới góc trượt là α_0 . Chiếu của chùm tia nhiễu xạ bậc m được xác định bởi điều kiện $d(\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = m\lambda$. Đối với chùm sóng tương tự với bước sóng λ' xấp xỉ λ : $d(\cos \alpha_0 - \cos \alpha') = m\lambda'$. Từ đó suy ra

$$d(\cos \alpha' - \cos \alpha) = m(\lambda - \lambda'), \text{ hoặc } d \sin \alpha \delta \alpha = m \delta \lambda,$$

trong đó $\delta \alpha = |\alpha' - \alpha|$, $\delta \lambda = |\lambda' - \lambda|$. Để phân biệt được phổ thì hai chùm tia này phải tách biệt trong không gian. Nếu l là khoảng cách đến phim được đo theo chiều của chùm tia nhiễu xạ thì độ xê dịch cạnh của một chùm tia so với chùm tia còn lại bằng $x = l \delta \alpha$. Điều kiện phân biệt khi đó tương đương với việc độ xê dịch này không được nhỏ hơn độ rộng chùm sáng nhiễu xạ, tức là $x \geq h$. Độ rộng h được xác định bởi biểu thức $h = D \sin \alpha$, trong đó D là chiều rộng cách tử nhiễu xạ. Khi đó điều kiện để có phổ tách biệt sẽ là

$$\frac{l m \delta \lambda}{D \sin \alpha} \geq D \sin \alpha.$$

Khoảng cách phân biệt tối thiểu $\delta \lambda$ tương ứng với dấu đẳng thức. Vì vậy đối với năng suất phân giải ta nhận được

$$\frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{l m \lambda}{D D \sin^2 \alpha} = N m \frac{l \lambda}{h^2}.$$

Vì $\frac{I\lambda}{h^2} \ll 1$ nên $\frac{\lambda}{\delta\lambda} \ll Nm$, tức là năng suất phân giải của cách tử trong vùng Roentgen của phổ nhỏ hơn vùng nhìn thấy. Để tăng năng suất phân giải cần sử dụng các chùm tia hẹp, còn phim có thể đặt xa hơn.

$$8.61. \delta\theta = \frac{\lambda}{2L \sin \varphi} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad.}$$

$$8.62. \tau = \frac{6}{5} \frac{\lambda_0 f n}{v} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s.}$$

$$8.63. \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{v}{c} \sin \theta = \frac{v}{c} \frac{m\lambda}{d} = 4 \cdot 10^{-9}.$$

8.64. $f = \frac{2v}{d} = 10 \text{ kHz}$; tần số biến thiên của dòng điện trong thiết bị thu quang trong bậc hai $f_{\pm 2} = \frac{4v}{d} = 20 \text{ kHz}$. Các dòng của thiết bị thu quang đặt tại các điểm P_1 và P_2 lệch pha nhau.

8.65. Bậc cao nhất của phổ bằng phần nguyên của $\frac{d}{\lambda}$, tức là $m = 3$.

Trong bậc này $\delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm} = 0,04 \text{ \AA}$; $\Delta x = \frac{fm\delta\lambda}{\sqrt{d^2 - m^2\lambda^2}} = 1 \text{ mm.}$

$$8.66*. R_{ct} = 3,3 \cdot 10^5; \frac{R_{ct}}{R_{lk}} = 33.$$

Lời giải. Từ công thức của cách tử $d(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda$

suy ra $m\lambda \leq 2d$, nhân nó với $N = \frac{b}{d}$

ta được $R_{ct} = \frac{2b}{\lambda} = 3,3 \cdot 10^5$ và $\frac{R_{ct}}{R_{lk}} = \frac{2/\lambda}{dn/d\lambda} = 33$.

$$8.67. d = \left| \frac{d\lambda}{dn} \right| = 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$8.68. d = m \left(\frac{d\varphi}{d\lambda} \right)^{-1} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$8.69. D = \frac{(n^2 - 1) - \lambda n \frac{dn}{d\lambda}}{\lambda \varepsilon}; \Delta\lambda = \frac{\lambda^2 \sqrt{n^2 - 1}}{2h \left[(n^2 - 1) - \lambda n \frac{dn}{d\lambda} \right]}.$$

$$8.70. N = \frac{L\sqrt{n^2 - 1}}{2h} = 17.$$

$$8.71. L = \frac{\lambda^2}{(n^2 - 1)\delta\lambda} = 2,5 \text{ cm.}$$

$$8.72. b = \frac{L(n^2 - 1)}{\lambda \frac{dn_{lk}}{d\lambda}} = 2,6 \text{ m.}$$

$$8.73. n = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2d(\lambda_2 - \lambda_1)} = 2,1.$$

$$8.74. 2L \cos \varphi = m\lambda; \Delta\varphi = -\frac{\lambda}{2L \sin \varphi}; \frac{d\varphi}{d\lambda} = -\frac{m}{2L \sin \varphi}; \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2L \cos \varphi}.$$

$$8.75. \Delta\lambda = 0,125 \text{ \AA}.$$

$$8.76. m \approx 36300.$$

8.77*. *Lời giải.* Gọi ρ là hệ số phản xạ ánh sáng (theo cường độ) từ mỗi bề mặt tráng bạc của các tấm trong giao thoa kế.

(Để đơn giản trên hình 453 các tấm trong giao thoa kế được biểu diễn bằng mô hình toán học). Nếu I_0 là cường độ ánh sáng tối thì cường độ các chùm tia ló 1, 2, 3, ... lần lượt là

$$I_1 = (1 - \rho)^2 I_0,$$

$$I_2 = \rho^2 (1 - \rho)^2 I_0,$$

$$I_3 = \rho^4 (1 - \rho)^2 I_0,$$

.....

còn các biên độ tương ứng

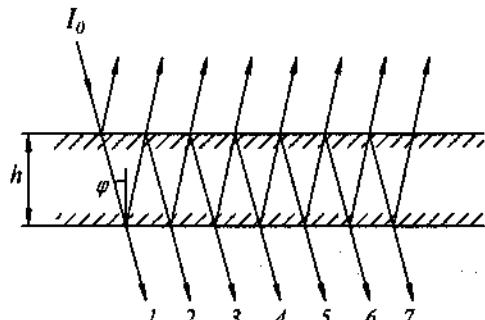
$$A_1 = (1 - \rho) A_0,$$

$$A_2 = \rho (1 - \rho) A_0,$$

$$A_3 = \rho^2 (1 - \rho) A_0,$$

.....

trong đó A_0 là biên độ sóng tối. Mỗi chùm tia chậm pha tương ứng với chùm tia trước nó một lượng $\Delta = \frac{2h \cos \varphi}{\lambda}$, trong đó h là khoảng cách



Hình 453

giữa các mặt phẳng phản xạ của giao thoa kế, còn φ là góc tới. Nếu tính đến độ chậm pha thì biên độ dao động tổng hợp của sóng đi qua giao thoa kế có thể biểu diễn dưới dạng cấp số nhân

$$A = A_0(1 - \rho)[1 + \rho e^{-i\Delta} + \rho^2 e^{-2i\Delta} + \dots] = \frac{A_0(1 - \rho)}{1 - \rho e^{-i\Delta}},$$

còn cường độ

$$I = \frac{A_0^2(1 - \rho)^2}{(1 - \rho e^{-i\Delta})(1 - \rho e^{i\Delta})} = \frac{I_0(1 - \rho)^2}{(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2(\Delta/2)}.$$

Khi $\Delta = (2m+1)\pi$ thì biểu thức này đạt cực tiểu: $I_{\min} = I_0 \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right)^2$,

hoặc $I_{\min} \approx \frac{I_0}{4}(1 - \rho)^2 \approx 0$, vì khả năng phản xạ ρ gần bằng 1.

Khi $\Delta = 2m\pi$ thì I đạt cực đại: $I_{\max} = I_0$.

Khi $(1 - \rho)^2 + 4\rho \sin^2(\Delta/2) = 2(1 - \rho)^2$, tức là $4\rho \sin^2(\Delta/2) = (1 - \rho)^2$; thì cường độ cực đại giảm một nửa. Tại cực đại $\Delta = 2m\pi$; tại điểm khi

$$I = \frac{I_{\max}}{2} \text{ thì } \Delta = 2m\pi + \delta\Delta,$$

hơn nữa vì biểu thức $4\rho^2 \sin^2(\delta\Delta/2)(1 - \rho)^2$ rất nhỏ so với 1, nên có thể thay sin bằng góc, khi đó ta nhận được $\delta\Delta = (1 - \rho)/\sqrt{\rho}$.

Giả sử đổi với góc tới φ cường độ vạch có bước sóng λ bằng nửa cường độ cực đại. Khi đó

$$\frac{2h \cos \varphi}{\lambda} = 2m\pi + \delta\Delta.$$

Đối với bước sóng λ' lớn hơn với cùng góc tới φ cường độ cũng bằng nửa cường độ cực đại với điều kiện

$$\frac{2h \cos \varphi}{\lambda'} = 2m\pi - \delta\Delta.$$

Khi đó khoảng cách giữa các cực đại của cả hai vạch vừa bằng nửa vạch, tức là bằng khoảng cách nhỏ nhất mà giao thoa kế phân biệt được. Trong trường hợp này $\lambda(2m\pi + \delta\Delta) = \lambda'(2m\pi - \delta\Delta)$, suy ra

$$\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda' - \lambda} = \frac{2m\pi}{\delta\Delta} = \frac{2m\pi}{1 - \rho} \sqrt{\rho},$$

$$\text{hoặc do } \lambda \text{ và } \lambda' \text{ xấp xỉ nhau nên } \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m\pi}{1-\rho}\sqrt{\rho} \approx \frac{m\pi}{1-\rho} \approx \frac{\pi}{1-\rho} \frac{2h}{\lambda}.$$

Biểu thức này có thể viết dưới dạng biểu thức dành cho cách tử nhiễu xạ $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = N_{hd}m$. Số vạch hiệu dụng của cách tử $N_{hd} = \frac{\pi}{1-\rho}$. Các kết quả nhận được cũng đúng với trường hợp khi giao thoa kế làm việc trong ánh sáng phản xạ.

$$8.78. Q = \omega \frac{W}{N_{mm}} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)} = 10^9, \text{ trong đó } N_{mm} \text{ là công suất mất mát.}$$

$$\delta f = \frac{c}{\lambda Q} = 0,5 \text{ MHz}; \Delta f = \frac{c}{2L} = 150 \text{ MHz.}$$

$$8.79. L_{2\min} = \frac{L_1}{10} = 2,5 \text{ cm}; R = f \sqrt{\frac{\lambda}{L_2}} = 0,45 \text{ cm.}$$

$$8.80*. \tau \approx 1,5 \text{ %.}$$

Lời giải. Vùng phân tán của giao thoa kế Fabri - Pero

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2L},$$

trong đó $m = \frac{2L}{\lambda}$ là bậc của giao thoa, L là chiều dài cơ sở của giao thoa kế. Từ đây suy ra $L = L_{\max} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$.

$$\text{Năng suất phân giải của giao thoa kế: } R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)} = \frac{\pi\lambda}{\Delta\lambda(1-\rho)}.$$

Như vậy giá trị lớn nhất của hệ số truyền là: $\tau = 1 - \rho \approx \pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 1,5\%$.

$$8.81. \tau = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}; Q \approx 10^8.$$

$$8.82. \frac{dn}{d\lambda} = \frac{n}{\lambda} - \frac{\lambda}{2L\Delta\lambda}.$$

$$8.83*. R_{hm} \approx 2 \cdot 10^5.$$

Lời giải. Năng suất phân giải R của giao thoa kế Fabri - Pero có thể được tính theo cách sau: Hiệu quang trình nhỏ nhất giữa các tia tạo thành ảnh giao thoa trong giao thoa kế Fabri - Pero bằng $2L$. Vậy bậc

của giao thoa $m = \frac{2L}{\lambda}$. Số tia hiệu dụng ở đầu ra của giao thoa kế $N \approx \frac{1}{1-\rho}$ (xem lời giải bài 8.77). Tương tự như cách tử nhiễu xạ ta có

$$R = \frac{\omega}{\Delta\omega} = mN \approx \frac{2L}{\lambda} \frac{1}{(1-\rho)} = \frac{\omega L}{c(1-\rho)}.$$

Từ đó suy ra

$$\Delta\omega \approx \frac{c(1-\rho)}{L}.$$

Vì $\omega = \omega_{hn} + \omega_l$, trong đó $\omega_l = \text{const}$ là tần số bức xạ laser, ω_{hn} là tần số bức xạ trong dải hồng ngoại, nên ta có thể viết $\Delta\omega = \Delta\omega_{hn}$.

Vì vậy: $R_{hn} = \frac{\omega_{hn}}{\Delta\omega_{hn}} = \frac{\omega_{hn}}{\Delta\omega} = \frac{\omega_{hn}}{\omega} R \approx \frac{\omega_{hn} L}{c(1-\rho)} = \frac{2\pi L}{\lambda_{hn}(1-\rho)} \approx 2 \cdot 10^5$.

8.84*. $T_2 = 354$ K.

Lời giải. Điều kiện cực đại trong giao thoa kế Fabri - Pero với khoảng trống không khí có dạng $2Ln\cos\varphi = m\lambda$, trong đó φ là góc nghiêng của các tia, L là chiều dài cơ sở của giao thoa kế. Đối với ván tròn đã chọn $m = \text{const}$, vì vậy khi nhiệt độ thay đổi ta có

$$n_1 \cos\varphi_1 = n_2 \cos\varphi_2 \text{ hay } n_1 \left(1 - \frac{\varphi_1^2}{2}\right) = n_2 (\varphi_2 = 0).$$

Vì áp suất $P = \text{const}$ nên $n - 1 = \frac{A}{T}$. Hằng số A tìm theo độ lớn của hiệu $n - 1$ khi $T_1 = 293$ K, ta được $A = 0,08497$. Vậy

$$n_1 \left(1 - \frac{\varphi_1^2}{2}\right) = n_2 = 1 + \frac{A}{T_2} = 1,00024.$$

Từ đây suy ra kết quả cần tìm.

8.85. $\delta T \approx \frac{1}{\alpha R} \approx 0,1$ K, trong đó $R \approx 10^7$ là năng suất phân giải của giao thoa kế Fabri - Pero.

8.86. $\delta P \leq \frac{1}{28 \cdot 10^{-10} R} \approx 150$ Pa, trong đó $R \approx 2,4 \cdot 10^6$ là năng suất phân giải của giao thoa kế Fabri - Pero.

$$8.87. R_{\max} \approx \frac{D}{\lambda \varphi} = 2.10^6.$$

$$8.88. R_{\max} \approx \frac{fD}{\lambda d} = 5.10^5.$$

$$8.89. L_{\min} \approx 0,0085 \text{ cm}, L_{\max} \approx 0,53 \text{ cm}.$$

8.90. Trên chiều dài $l = 1 \text{ m}$ nêuon hấp thụ 2,5% năng lượng bức xạ.

8.91. Ta nhận được một chuỗi các xung tắt dần với độ dài $\tau = 10^{-11} \text{ s}$, tiếp nối nhau sau các khoảng thời gian $\Delta t = \frac{2L}{c} = 3.10^{-11} \text{ s}$. Các xung tắt dần theo hàm e với thời gian tắt dần $t = \frac{R\lambda}{c} = 1,6.10^{-9} \text{ s}$.

$$8.92*. Q \approx \frac{18D^2}{\lambda^2}.$$

Lời giải. Hàm truyền của hộp cộng hưởng

$$\frac{I_r}{I_v} = \frac{1}{1 + (4\rho/T^2) \sin^2(kL \cos \psi)},$$

Trong đó ρ là hệ số phản xạ; $T = 1 - \rho$; ψ là góc tới. Khi $\psi = 0$ hệ số truyền cực đại đạt được khi $kL = m\pi$. Hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng

$$Q = \frac{\omega}{\delta\omega} = \frac{2\pi m \sqrt{\rho}}{T},$$

Đối với các góc nhỏ $\psi \ll 1$:

$$\frac{I_r}{I_v} = \frac{1}{1 + Q^2 \psi^4 / 4},$$

Do nhiều xạ trên gương nên góc ψ nằm trong khoảng $-\frac{\lambda}{D} \leq \psi \leq \frac{\lambda}{D}$.

Đường kính chùm tia đi ra tăng 3 lần nếu hộp cộng hưởng cho sóng qua trong dải góc $-\frac{\lambda}{3D} \leq \psi \leq \frac{\lambda}{3D}$.

Từ điều kiện $\frac{Q^2 \psi^4}{4} \approx 1$, ta nhận được $Q \approx \frac{2}{\psi^2} \approx \frac{18D^2}{\lambda^2}$.

$$8.93. \tau \sim \frac{4\pi L}{(1 - \rho)c}.$$

$$8.94. A_{\max} = \frac{1+\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} A_0 \approx 8,8 A_0;$$

$$A_{\min} = \frac{1-\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} A_0 \approx 0,11 A_0.$$

$$8.95. R \approx \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)} \approx 10^7, \text{ trong đó } \rho = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^2 \approx 0,957.$$

$$8.96. l_{\min} \approx \frac{\lambda}{2n} = 210 \text{ nm}.$$

$$8.97. l_m = \frac{\lambda}{4}(2m+1) = 8,7 \cdot 10^{-2}(2m+1) \mu\text{m}, \text{ trong đó } m = 0,1,2,3,\dots$$

Hướng dẫn. Cần xét cực tiểu của hàm $\left| \frac{E_{px}}{E_t} \right|^2$, (các kí hiệu px là phản xạ, t là tới) từ đó có thể tìm được hệ số truyền biên độ ($r = -2/7$) và chiết suất n ($n = 1,8$).

8.98. Các dao động gần tuân hoàn của dòng quang điện xuất hiện $\tau < \frac{2L}{c} = 10^{-9}$ s, trong đó $\frac{2L}{c}$ là chu kỳ chuỗi xung ánh sáng tới thiết bị quang điện. Tần số dao động của dòng quang điện $f = 10^9$ Hz, thời gian đặc trưng tắt dần $T \approx \frac{\lambda}{c} Q \approx 3 \cdot 10^{-7}$ s. Số dao động trong thời gian tắt dần $N \approx 300$ ($Q \approx 1,5 \cdot 10^8$ là hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng Fabri - Pero).

$$8.99. L \geq \frac{c}{2\Delta f} = 15 \text{ cm}; \rho_{\max} = 1 - \frac{2\pi L}{cT} \approx 0,97.$$

$$8.100. I_L = I_0 \frac{(1-\rho)l^2}{4\pi^2 L^2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2.$$

$$8.101. \text{a)} m = \frac{n-1}{\lambda} b = 10000;$$

$$\text{b)} \theta = \frac{\lambda}{a} = 51,5''.$$

$$8.102. b = \frac{Nh(n-1)}{\lambda \frac{dn_{lk}}{d\lambda}} = 2,6 \text{ m}.$$

§ 9. CƠ SỞ QUANG HỌC FURIE VÀ PHÉP CHỤP ẢNH TOÀN CẢNH

9.1. $V_{\max} \approx 4a$ khi $z = \frac{n\frac{\lambda}{2}}{1 - \cos \alpha}$; $V_{\min} = 0$ khi $z = \frac{n\frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{4}}{1 - \cos \alpha}$.

9.2. $F(u) = \delta(u) + \frac{a}{2}\delta(u - \Omega) + \frac{a}{2}\delta(u + \Omega)$,

trong đó δ là hàm delta, $u = k \sin \theta$. Phổ gồm ba sóng phẳng truyền theo các hướng $k \sin \theta = 0, \pm \Omega$ với các biên độ tương ứng $1, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}$,

9.3. $F_1(u) \sim \frac{\sin(au/2)}{au/2}$, trong đó $u = k \sin \theta$, k là số sóng.

$$F_2(u) \sim \frac{\sin(bu/2)}{bu/2} \frac{\sin(Ndu/2)}{\sin(du/2)}.$$

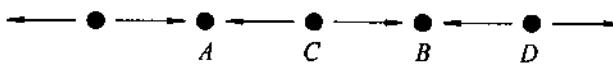
9.4. Biên độ phức của sóng sau cách tử

$$A = A_0 \left(\frac{1}{2} e^{i\Omega x} + \frac{1}{4} e^{i2\Omega x} - e^{-i\Omega x} - \frac{1}{2} e^{-i2\Omega x} - \frac{1}{2} \right),$$

trong đó $\Omega = \frac{2\pi}{d} = 2\pi \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}$ (tần số theo không gian). Phía sau cách tử có 5 sóng phẳng truyền thẳng theo các hướng

$$k \sin \theta = 0; \pm \Omega; \pm 2\Omega.$$

9.5*. Chu kỳ thay đổi của chiết suất chất lỏng bằng chiều dài bước sóng siêu âm Λ .



Hình 454

Lời giải. Chiết suất của chất lỏng chỉ phụ thuộc vào khối lượng riêng của nó. Do đó bài toán quy về bài toán tìm chu kỳ theo không gian của sự thay đổi khối lượng riêng của chất lỏng. Trên hình 454 các chấm đen biểu diễn các vận tốc trong sóng dừng, còn các mũi tên chỉ chiều chuyển động của các hạt chất lỏng trong một thời điểm nào đó. Trong

sóng dừng tất cả các hạt của chất lỏng giữa hai nút vận tốc liên tiếp chuyển động theo một hướng. Khi chuyển qua một nút vận tốc chiều chuyển động của các hạt thay đổi theo hướng ngược lại. Giả sử các khoảng dịch chuyển của các hạt chất lỏng tại một thời điểm nào đó đạt cực đại. Khi đó với các hướng vận tốc như cho trên hình 454 tại các nút A, B, \dots sẽ đậm đặc, còn tại C, D - sẽ loãng. Sau một nửa chu kỳ thì tại A và B sẽ loãng, còn tại C và D - sẽ đậm đặc. Khoảng cách giữa hai nút đậm đặc liên tiếp hoặc loãng liên tiếp bằng chu kỳ biến thiên khối lượng riêng theo không gian (cũng bằng chu kỳ biến thiên của chiết suất). Tuy nhiên từ hình 454 ta thấy nó bằng độ dài bước sóng siêu âm Λ .

9.6*. Lời giải. Vì tần số dao động âm thanh rất nhỏ so với tần số dao động ánh sáng nên có thể coi rằng chất lỏng mà trong đó âm thanh lan truyền là đứng yên. Chất lỏng này là một môi trường đồng nhất có chiết suất biến thiên theo chu kỳ về hướng song song với AB . Việc tính toán trường ánh sáng trong môi trường đồng nhất này là một bài toán khó. Tuy nhiên dù ánh sáng có truyền bên trong chất lỏng hay không ta có thể khẳng định rằng trường ánh sáng trong mặt phẳng CD khi ra khỏi chậu sẽ biến đổi theo hướng CD với chu kỳ Λ . Để xác định trường ánh sáng sau chậu có thể theo nguyên lý Huyghen bằng cách thay các nguồn sáng thực bằng các nguồn ảo phân bố theo bề mặt CD . Khi đó khoảng cách giữa các nguồn sáng ảo giống nhau sẽ bằng bước sóng siêu âm Λ (xem bài trước). Như vậy bài toán được đưa về dạng nhiều xạ ánh sáng trên cách tử hai chiều.

$$9.7. \quad v = \frac{f\lambda f_1}{\Delta x} = 1200 \text{ m/s.}$$

9.8*. Không thể được khi không có sự tắt dần.

Lời giải. Chu kỳ biến thiên không gian của chiết suất chất lỏng trong cả hai trường hợp chiều dài bước sóng siêu âm. Vì thế trong cả hai trường hợp góc nhiều xạ đều như nhau. Ngoài ra phân bố cường độ trong phổ nhiều xạ cũng như nhau, bởi vì trong cả hai trường hợp chiết suất là hàm của tọa độ (khi cố định thời gian) thay đổi theo cùng một hàm sin. Khi sự tắt dần sóng siêu âm lớn sự biến thiên chiết suất trong không gian trong sóng dừng và trong sóng chạy sẽ không giống nhau. Trong trường hợp này theo đặc trưng của ảnh nhiều xạ về nguyên tắc có thể phân biệt được sóng chạy và sóng dừng.

$$9.9*. \quad d = \frac{\Lambda}{2}.$$

Lời giải. Nếu mắt tức thời phản ứng lại sự kích thích của ánh sáng và không có khả năng lưu ảnh thì khi nhìn lên chất lỏng chúng ta có thể thấy được các vân sáng và vân tối, khoảng cách giữa chúng bằng bước sóng Λ . Sau nửa chu kỳ dao động của sóng âm tại vị trí của mỗi vân sáng hình thành vân tối và ngược lại. Nhưng trên thực tế mắt có khả năng lưu ảnh khoảng 0,1s, tức là trong khoảng thời gian lớn hơn rất nhiều so với chu kỳ của sóng siêu âm. Vì thế mà mắt không quan sát được sự thay đổi các vân. Nó ghi được giá trị trung bình của độ rời rạc thời theo thời gian. Khi đó cường độ ánh sáng tại tất cả các nút vận tốc sẽ được cảm thụ như nhau. Tại tất cả các bụng của vận tốc cường độ cũng như nhau nhưng khác với cường độ tại các nút. Vì vậy khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp hoặc giữa hai vân sáng liên tiếp sẽ bằng khoảng cách giữa hai nút liên tiếp $\Lambda/2$.

Nhận xét. Để nghiên cứu kỹ vấn đề cần chỉ rõ tại sao khi lấy trung bình ta nhận được một hệ các vân mà không phải là sự chiếu sáng đều chất lỏng. Điều này đòi hỏi phải nghiên cứu kỹ một vấn đề phức tạp về sự truyền sóng trong môi trường rất không đồng nhất như trường hợp chất lỏng có sóng siêu âm. Nghiên cứu này, tương ứng với kết quả thực nghiệm, cho ta thấy rằng sẽ quan sát được các vân sáng. Chính vì vậy mục đích của bài là trên cơ sở thừa nhận rằng sẽ quan sát được các vân sáng yêu cầu xác định khoảng cách giữa chúng.

9.10. Ánh sáng nhiễu xạ có hai thành phần $f_{1,2} = \frac{c}{\lambda} \pm f_a$,

trong đó $f_a = \frac{v \sin \varphi}{\lambda}$, $\Delta f = 2f_a = 480 \text{ MHz}$; $\rho = 1 - \frac{2\pi L}{\lambda R} \approx 0,9$,

với $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{f}{\Delta f} = 10^6$.

9.11. Biên độ phức của sóng sau cách tử

$$A = A_0 \left(\frac{1}{2} e^{i\Omega x} + \frac{1}{4} e^{i(2\Omega x - \pi/2)} + \frac{1}{2} e^{-i\Omega x} + \frac{1}{4} e^{-i(2\Omega x - \pi/2)} \right).$$

Sau cách tử có bốn sóng phẳng truyền theo các hướng $k \sin \theta = \pm \Omega$ và $\pm 2\Omega$.

$$9.12. \Delta z_{\max} = \frac{4\pi k}{\Omega^2} m; \Delta z_{\min} = \frac{4\pi k}{\Omega^2} \left(m + \frac{1}{2} \right),$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, k = \frac{2\pi}{\lambda}, I_{\max} = \frac{I_0}{16}; I_{\min} = 0.$$

$$9.13. \omega = \frac{\Omega^2 v}{2k}, \text{ trong đó } k = \frac{2\pi}{\lambda}; \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 9.$$

$$9.14. \text{Tần số biến thiên cường độ của thành phần phô thứ nhất } \Omega_1 = \pi \frac{v}{d^2} \lambda_1,$$

$$\text{của thành phần phô thứ hai } \Omega_2 = \frac{\pi v}{d^2} \lambda_2.$$

Cường độ tổng biến thiên theo quy luật biểu diễn trên hình 347b. Tần số “chậm” bằng $\frac{\Omega_1 - \Omega_2}{2}$, tần số “nhanh” bằng $\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}$. Trong một chu kỳ tần số “chậm” có $n = 30$ dao động “nhanh”. Vì $\lambda \sim \Omega$ nên $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega} = n = 30$.

$$9.15. \Delta l = \frac{d}{2} = 37,5 \mu\text{m}, \text{trong đó } d = \frac{v}{f} = 75 \mu\text{m} \text{ là chu kỳ của cách tử pha.}$$

$$L_{\max} = \frac{Dd}{2\lambda} = \frac{Dv}{2\lambda f} = 300 \text{ cm.}$$

$$9.16. d_{\max} \approx \frac{2\lambda f}{\Lambda} = 0,1 \text{ mm}, d_{\min} \approx \frac{2\lambda f}{D} = 0,01 \text{ mm.}$$

$$9.17. I(x) \sim 1 + 2m \cos \Omega x \text{ (đối với tám } \frac{\pi}{2});$$

$$I(x) \sim -2m \cos \Omega x \text{ (đối với tám } \frac{3\pi}{2}).$$

$$9.18. \text{Cần đặt tám } \frac{\lambda}{2} \text{ làm thay đổi hướng của thành phần hướng trục của } E_0$$

theo E_1 . Nếu tám polaroit được đặt sao cho chỉ có E_0 ($P // E_0$) đi qua thì sau tám polaroit chỉ có các thành phần cạnh của phô không gian đi qua, khi đó độ rõ $V = 1$ (giao thoa trên màn). Nếu cho phép hướng $P // E_1$ thì chỉ có thành phần hướng trục đi qua và $V = 0$.

$$9.19. V = 0,02.$$

9.20. Độ tương phản của ảnh xác định bởi độ rõ của ảnh giao thoa $V = \frac{1}{3}$.

9.21. Tấm tinh thể $\frac{\lambda}{4}$ (biến thành phần hướng trục thành phân cực thẳng với biên độ E_0). Nếu đặt tấm polaroit sao cho hướng cho phép của nó là $P \perp E_0$, thì thành phần hướng trục sẽ bị ngăn lại. Trên màn sẽ xuất hiện ảnh giao thoa từ các thành phần phổ cạnh. Khi đó độ rõ sẽ cực đại ($V = 1$). Nếu đặt tấm polaroit sao cho $P \parallel E_0$ thì $V \approx m\sqrt{2}$.

9.22. $d = \sqrt{2\lambda\Delta L}; I = \frac{d^2}{\lambda} \left(m + \frac{1}{2} \right) = \Delta L(2m + 1)$, trong đó $m = 1, 2, 3, \dots$

$$9.23. \tau = \frac{1}{12f} = \frac{1}{12} \text{ s.}$$

$$9.24. \tau = \frac{1}{12f} = \frac{1}{12} \text{ s.}$$

$$9.25. n = \frac{h}{h - \Delta z} = 1,5.$$

$$9.26. N_{\max} = \frac{L}{2d}.$$

9.27. Sự phân bố trường trong mặt phẳng P

$$g(x) = a_0 [1 + me^{i3\pi/4} \cos(\Omega x - \pi/4)],$$

$$\text{hoặc } g(x) = a_0 [1 + me^{i\pi/4} \cos(\Omega x + \pi/4)].$$

Để nhận được ảnh của nguyên cách tử biên độ cần phải quay thành phân hướng trục một góc hoặc $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}$, hoặc $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$. Để làm được điều đó phải xê dịch mặt phẳng P một khoảng $I_{\min} = \frac{3\pi k}{2\Omega^2}$ hoặc $\frac{\pi k}{2\Omega^2}$.

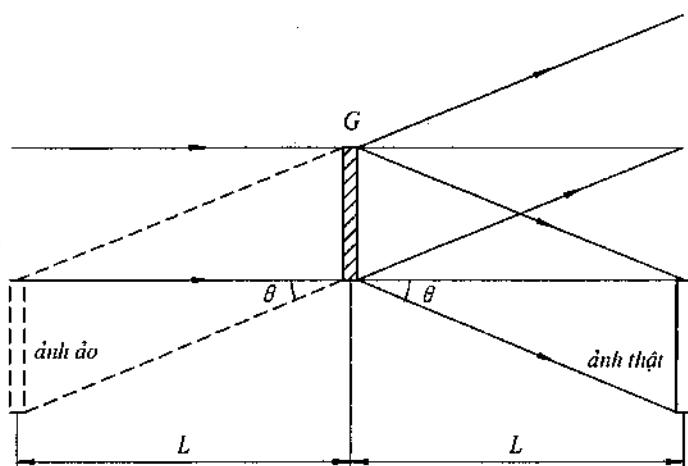
$$9.28. \frac{I_+}{I_-} = \left(\frac{1-m}{1+m} \right)^2 \approx 1-4m; \Delta\varphi = 0.$$

$$9.29. d_{\max} = \sqrt{\lambda L} = 0,1 \text{ mm.}$$

9.30. Ảnh đồng dạng với vật thể với điều kiện $\frac{2\pi}{D} < \Omega < \frac{\pi D}{\lambda f}$, hoặc $\frac{2\lambda f}{D} < d < D$, trong đó $d = \frac{2\pi}{\Omega}$ là chu kỳ cách tử.

9.31. $\lambda = \frac{d^2}{L_1} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$; $\Delta\lambda = \frac{2d^2}{L_2} \approx 10^{-5} \text{ cm}$.

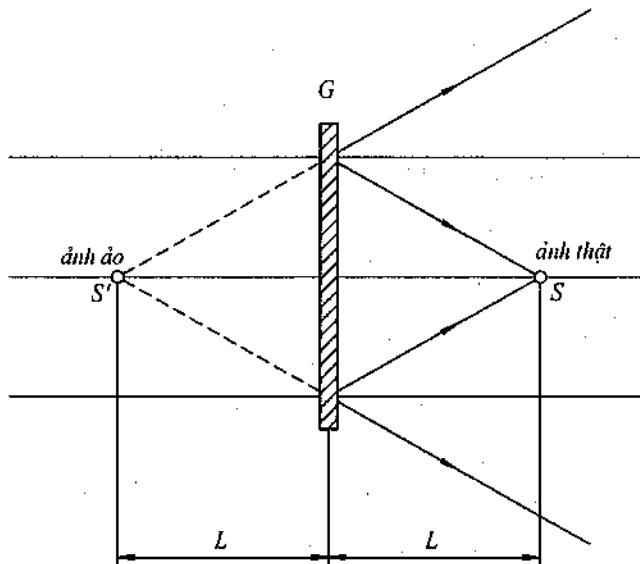
9.32. (H.455).



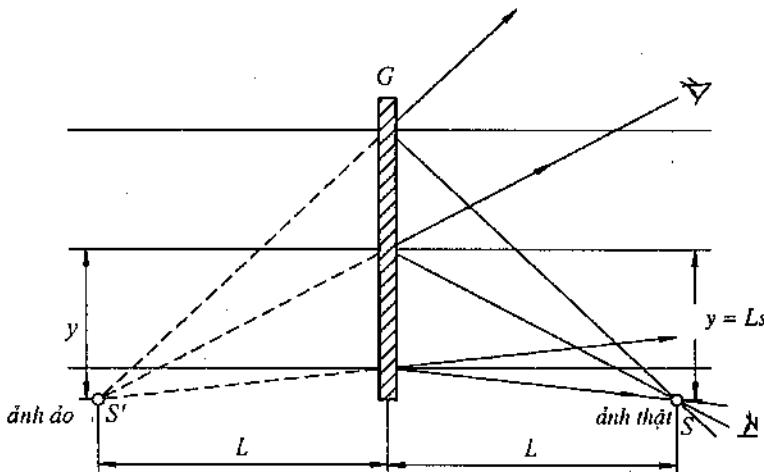
Hình 455

9.33. $\tau(x) \sim 1 + \cos \left[kL + \frac{kx^2}{2L} \right]$.

Vị trí của các ảnh khi tạo ảnh bằng sóng phẳng tới vuông góc (H.456).



Hình 456



Hình 457

Vị trí của ảnh khi tạo ảnh bằng sóng nghiêng (H.457).

Kích thước tối thiểu của ảnh $a_{\min} \approx n\lambda L$. Kích thước của ảnh tái tạo lại $b \approx \frac{1}{n}$.

$$9.34. \quad \Delta\lambda < \frac{2L\lambda^2}{r^2} = 0,2 \text{ nm}.$$

$$9.35. \quad D > \frac{\lambda L}{b} = 2,5 \text{ cm}; \quad \Delta\lambda < \frac{8b^2}{L} = 1,6 \text{ nm}.$$

9.36. Kích thước nhỏ nhất của chi tiết $d \approx \alpha L = 10^{-2} \text{ cm}$. Độ đơn sắc cần có $\Delta\lambda \leq 2\alpha^2 L \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$.

9.37. Kích thước tối thiểu của chi tiết $d \approx \sqrt{\frac{\Delta\lambda L}{8}} \approx 10^{-3} \text{ cm}$. Kích thước cần có của ảnh $D \approx \frac{\lambda L}{d} \approx 6 \text{ cm}$.

$$9.38. \quad v \leq \frac{\lambda L}{D\tau} \approx 0,05 \text{ cm/s}; \quad \Delta l_{\max} \approx \frac{\lambda L}{D} \approx 5 \mu\text{m}.$$

$$9.39. \quad I(x) = \frac{5}{16} + \frac{1}{4} \cos[k \sin \gamma x + kL(1 - \cos \gamma)],$$

trong đó $\sin \gamma = \frac{\Omega}{k}$; $k \cos \gamma = \sqrt{k^2 - \Omega^2}$. Vị trí các ảnh tái tạo lại được xác định bằng cách dựng hình. Ảnh thật và ảnh ảo nằm cách ảnh ba chiều một khoảng L ở hai phía của nó.

9.40. $N = \frac{h}{d} = 5$ lớp, trong đó $d = \frac{\lambda}{\sin(\alpha/2)}$ là khoảng cách giữa các vết đèn theo hướng pháp tuyến với phim.

9.41. Phổ của sóng phẳng $10I_0e^{i\Omega x}, 4I_0e^{-i\Omega x}, 4I_0e^{i3\Omega x}$. Sóng mạnh nhất truyền dưới góc α .

§10. HIỆN TƯỢNG TÁN SẮC ÁNH SÁNG. HIỆU ỨNG DOPPLER TRONG QUANG HỌC

10.1. $u = \frac{\omega' - \omega}{k' - k} = \frac{\delta\omega}{\delta k}$.

10.2. $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$,

trong đó λ là bước sóng trong môi trường (công thức Role).

$$u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right).$$

10.3. Tự chứng minh.

10.4. Tự chứng minh.

10.5. a) $u = a = v$;

b) $u = \frac{a\sqrt{\lambda}}{2} = \frac{v}{2}$;

c) $u = \frac{3}{2} \frac{a}{\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2} v$;

d) $u = \frac{2a}{\lambda} = 2v$;

e) $u = \frac{c^2}{\sqrt{c^2 + b^2 \lambda^2}} = \frac{c^2}{v}$;

f) $u = \frac{1}{\epsilon\mu} \frac{c^2}{v \left[1 + \frac{\omega}{2\epsilon\mu} \frac{d(\epsilon\mu)}{d\omega} \right]}$.

10.6. $\varepsilon = 1 + \frac{A}{\omega^2}$, trong đó A là hằng số.

10.7. Tự chứng minh.

10.8. $u = \frac{c^2}{v} = c \sin \alpha$.

10.9. Phương pháp quay gương cho vận tốc nhó m $u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$.

$$\text{Vì } n = \frac{c}{v} \text{ nên } \frac{c}{u} = \frac{n}{1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}} = 1,76.$$

Mikelson bằng thực nghiệm tìm được $\frac{c}{u} = 1,75$.

10.10. $\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{m_e \omega^2} - \sum \frac{4\pi q_i^2 N_i}{m_i \omega^2}$, trong đó N_e và N_i là mật độ electron và iôn, e, q_i, m_e, m_i là điện tích và khối lượng của chúng. Tổng được lấy theo tất cả các iôn. Vì tính gần trung hoà của tầng điện ly nên mật độ của các iôn dương bằng tổng mật độ electron và các iôn âm. Vì thế hạng tử cuối trong biểu thức tính ε có thể bỏ qua do khối lượng của iôn lớn hơn rất nhiều khối lượng của electron. Bỏ chỉ số “e” ta nhận được

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \text{ trong đó } \omega_0 = \frac{4\pi Ne^2}{m}$$

10.11. Có thể: $n < 1$ đối với sóng vô tuyến trong tầng điện ly; $n < 1$ đối với các bức xạ Roentgen.

10.12. Giả thiết $\sqrt{\varepsilon} = \pm i\chi$, ta biểu diễn biểu thức $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$ dưới dạng $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{ix} e^{i\omega t}$, hoặc $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-ix} e^{i\omega t}$. Dưới dạng công thức thực

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{ix} \cos \omega t \text{ hoặc } \vec{E} = \vec{E}_0 e^{-ix} \cos \omega t.$$

Đó là sóng dừng. Biên độ sóng thứ nhất tăng theo hàm mũ e , còn sóng thứ hai giảm theo hàm mũ e theo hướng trục Z. Việc chọn dấu của χ được xác định bằng các hiện tượng vật lý. Trong cả hai trường hợp đều có sự tắt dần nhưng không có sự hấp thụ.

10.13. Nếu $\omega > \omega_0$ thì sóng qua tầng điện ly; nếu $\omega < \omega_0$ thì sóng sẽ phản xạ toàn phần, ở đây $\omega_0 = \sqrt{4\pi N_{\max} \frac{e^2}{m}} = 5,64 \cdot 10^4 \sqrt{N_{\max}} [\text{s}^{-1}]$, trong đó N_{\max} là mật độ electron tại độ cao mà nó cực đại.

$$10.14. N = \frac{\pi m f^2}{e^2} = 1,24 \cdot 10^{-8} f^2.$$

10.15. Để sóng vô tuyến có thể tới được Trái Đất thì bước sóng của nó

$$\lambda < \frac{3,34 \cdot 10^6}{\sqrt{N}} \text{ cm} = 2,3 \cdot 10^2 \text{ cm} = 2,3 \text{ m}.$$

$$10.16. v = \sqrt{c^2 + \frac{Ne^2}{\pi m_e} \lambda^2}.$$

$$10.17. \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{\lambda_0^2} \delta \lambda = 50 \text{ nm}.$$

$$10.18*. N \approx 0,24 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}; v \approx 3,3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}; u \approx 2,7 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}.$$

Lời giải. Hệ số từ thẩm ε của plasma xác định bởi biểu thức

$$\varepsilon = n^2 = 1 - \frac{4\pi Ne^2 / m_e}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

trong đó ω_p là tần số plasma, e và m_e là điện tích và khối lượng electron. Từ đây suy ra mật độ các electron

$$N = \frac{(1-n^2)m\omega^2}{4\pi e^2} \approx 0,24 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}.$$

Vận tốc pha của sóng vô tuyến

$$v = \frac{c}{n} \approx 3,3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} > c.$$

Để xác định được vận tốc nhóm u cần biết sự phụ thuộc $v(\lambda)$. Sự phụ thuộc này có thể thiết lập dễ dàng từ biểu thức đổi với n^2 , nếu chú ý rằng $n = c/v$, $\omega = 2\pi v/\lambda$:

$$v = \sqrt{c^2 + \frac{Ne^2}{\pi m_e} \lambda^2}.$$

Sử dụng công thức Rolle

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda},$$

ta nhận được

$$u = \frac{c^2}{v} = cn \approx 2,7 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} < c.$$

10.19. $d_1 = \frac{c \ln 10}{4\pi f \chi} \approx 13,5\text{m}$, $d_2 = 2d_1 \approx 27\text{m}$. Trong đó $n = \pm i\chi = \pm i, 0,508$.

10.20. $n = \frac{2\pi c}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \frac{\Delta t}{r_0} \approx 4 \cdot 10^{17}$, $\bar{N} = \frac{n}{ct_0} = \frac{2\pi}{r_{cd}(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)} \frac{\Delta t}{t_0} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$.

Trong đó $r_{cd} = \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ là bán kính cổ điện của electron.

10.21. $L = \frac{2\pi m_e c \Delta t}{Ne^2} \frac{f_1^2 f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} \approx \frac{2\pi m_e c \Delta t}{Ne^2} f_1^2 \approx 7 \cdot 10^{20} \text{ cm} \approx 700 \text{ năm ánh sáng.}$

10.22. $\frac{\Delta v}{v} = \frac{Ne^2}{2\pi m_e f^2} = 2,5 \cdot 10^{-4}$.

10.23*. $f_{\min} \approx 0,8 \cdot 10^{11} \text{ Hz.}$

Lời giải. Các hiệu chỉnh do thuyết tương đối chiếm phần $(v/c)^2$ của các đại lượng cần đo. Chiết suất $n = \sqrt{\varepsilon}$ đổi với plasma khác 1 một lượng

$$\Delta n = \sqrt{\varepsilon} - 1 \approx \frac{2\pi Ne^2}{m_e \omega^2},$$

trong đó e và m_e là điện tích và khối lượng electron. Vì trạng thái tầng điện ly (mật độ electron) thay đổi không kiểm soát được, nên để xác định được các lỗi theo thuyết tương đối thì sai số đo của các tham số quỹ đạo không được lớn hơn Δn . Vậy

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 \geq \Delta n \approx \frac{2\pi Ne^2}{m_e \omega^2}.$$

Từ đây suy ra: $f_{\min} = \frac{\omega}{2\pi} \approx \frac{ec}{2\pi v} \sqrt{\frac{2\pi N}{m_e}} \approx 0,8 \cdot 10^{11} \text{ Hz.}$

10.24. $\frac{N}{n} = \frac{\pi c^2 m_e A}{\lambda^2 e^2 N_{A\rho}} \approx \frac{1}{6}$, trong đó N là mật độ electron tự do trong bạc, n là mật độ nguyên tử, λ là bước sóng tương ứng với năng lượng photon ϵ .

10.25. $\varphi \approx \frac{D Z_\rho N_A e^2 \lambda^2}{R \pi A m_e c^2} \approx 10^{-6} \text{ rad.}$

Độ hội tụ nhiễu xạ $\Delta\varphi \approx \frac{\lambda}{D} \approx 10^{-9} \text{ rad} \ll \varphi$.

$$10.26. h = \frac{\lambda}{2(1-n)} \left(\frac{3}{4} + 2m \right) \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{3}{4} + 2m \right) \text{cm};$$

$$I_{P_{\max}} = I_0 (1 + \sqrt{2})^2,$$

trong đó $1-n \approx \frac{Nr_{cd}\lambda^2}{2\pi} \approx 0,02$, với $r_{cd} = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{cm}$ là bán kính cổ điển của electron, I_0 là cường độ sóng tối.

$$10.27. D = 2\sqrt{\lambda L} = 10^{-2} \text{cm};$$

$$h = \frac{\lambda}{2(1-n)} (2m+1) = \frac{\pi}{Nr_{cd}\lambda} (2m+1) = 0,24 \cdot 10^{-4} (2m+1) \text{cm};$$

$$I_P = 9I_0,$$

trong đó $r_{cd} = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{cm}$ là bán kính cổ điển của electron,

I_0 là cường độ sóng tối.

$$10.28*. \varphi \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{rad}.$$

Lời giải. Năng lượng của bức xạ Roentgen 2keV lớn hơn năng lượng liên kết của electron, vì thế tất cả các electron có thể xem là “tự do”. Mật độ của chúng

$$N = \frac{ZN_{A\rho}}{A} \approx 4,9 \cdot 10^{23} \text{cm}^{-3}.$$

Ta tính bước sóng Roentgen theo công thức

$$\lambda[A^\circ] \approx \frac{12000}{E[\text{eV}]} = 6 \text{\AA}.$$

Chiết suất của Beri đối với bức xạ Roentgen

$$n = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{1 - \frac{4\pi Ne^2}{m\omega^2}}.$$

Thay $\frac{e^2}{mc^2}$ bằng r_{cd} là bán kính cổ điển của electron

$$r_{cd} = \frac{e^2}{mc^2} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{cm} \text{ và } \lambda = \frac{2\pi c}{\omega},$$

$$\text{ta được } n \approx 1 - \frac{2\pi Ne^2}{m\omega^2} = 1 - \frac{Nr_{cd}\lambda^2}{2\pi}.$$

Chú ý rằng khi các góc tới là các góc trượt (H.363) $\varphi \approx 4\alpha$ ta nhận được từ điều kiện phản xạ toàn phần

$$n = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha = \cos\frac{\varphi}{4} \approx 1 - \frac{\varphi^2}{32}.$$

Vậy $\frac{\varphi^2}{32} \approx \frac{N\lambda^2 r_{cd}}{2\pi}$, suy ra $\varphi = 4\lambda\sqrt{\frac{Nr_{cd}}{\pi}} \approx 5 \cdot 10^{-2}$ rad.

10.29. $n-1 = -7,2 \cdot 10^{-6}$; $\beta = 3,8 \cdot 10^{-3}$.

10.30*. $N \approx 1,7 \cdot 10^{12}$ W.

Lời giải. Hiện tượng đánh thủng diễn ra khi electron dưới tác dụng của điện trường sóng ánh sáng thu được năng lượng $10\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-18}$ J. Năng lượng này nhỏ hơn nhiều so với năng lượng tĩnh của nó $m_0 c^2 \approx 10^{-13}$ J, tức là vận tốc electron v khi thủng điện nhỏ hơn nhiều so với vận tốc ánh sáng c . Trong một chu kỳ dao động electron dịch chuyển một khoảng v/f , trong đó f là tần số ánh sáng. Giá trị này nhỏ hơn nhiều so với bước sóng ánh sáng $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ cm và độ dài quang đường tự do của electron $l_{qd} \approx 10^{-4}$ cm.

Vì vậy ta xét tác dụng của sóng ánh sáng lên electron là hợp lý hơn cả

$$m\ddot{x} = -eE_0 \cos\omega t,$$

trong đó E_0 là biên độ sóng ánh sáng. Lấy tích phân biểu thức trên ta nhận được công thức tính vận tốc của electron $v = -(eE_0/m\omega)\sin\omega t$. Động năng cực đại của electron

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{m_e}{2} \left(\frac{eE_0}{m_e \omega} \right)^2 = eU.$$

Suy ra: $E_0^2 = \frac{2Um_e\omega}{e}$.

Mật độ dòng năng lượng của tia laser (môđun vectơ Pointing)

$$|\vec{S}| = \frac{N}{\pi d^2/4} = \frac{c}{4\pi} \overline{E^2} = \frac{cE_0^2}{8\pi},$$

từ biểu thức này ta tính được: $N = \frac{cd^2 E_0^2}{32} = \frac{cd^2 Um_e \omega^2}{16e} \approx 1,7 \cdot 10^{12}$ W,

trong đó $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \approx 3,8 \cdot 10^{15}$ s⁻¹.

10.31. $\tau_{ra} = \tau + \frac{L}{u} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \approx 10^{-8}$ s. (Vì $d \gg \lambda$ nên ta có thể sử dụng các tính chất của quang hình).

10.32*. $n \approx 2.10^5$ kênh.

Lời giải. Do tần số mà các tín hiệu đi đến vệ tinh và ngược lại với các tần số khác nhau. Để xác định dải tần số Δf ta giả thiết rằng sự khác nhau trong thời gian đi $\Delta\tau$ của các tia tại các tần số khác nhau một lượng Δf liên hệ với nhau bởi biểu thức bất định $\Delta f \Delta \tau \approx 1$. Tổng thời gian trễ tín hiệu $\tau \approx \frac{2L}{u}$,

trong đó $L = R_{id} \left(\sqrt[3]{\frac{g}{\omega^2 R_{id}}} - 1 \right) = 36.10^3$ km là khoảng cách đến vệ tinh

địa tĩnh, u là vận tốc nhóm, $u = \frac{c}{n + (dn/df)f}$, trong đó n là chiết suất; $n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_p}{f} \right)^2$. (f_p là tần số plasma, $f_p^2 = \frac{\omega_p^2}{4\pi^2} = \frac{Ne^2}{\pi m_e}$). Từ đây

ta nhận được $\tau = \frac{2L}{c} \left(n + \frac{dn}{df} f \right)$.

Chuyển từ vi phân sang số gia ta được: $\Delta\tau \approx \frac{2L}{c} \frac{dn}{df} f$.

Thay $\Delta\tau$ bằng $\frac{1}{\Delta f}$ ta có $(\Delta f)^2 = \frac{c}{2L} \frac{1}{dn/df} = \frac{c}{2L} \frac{f^3}{f_p^2}$;

$$\Delta f = \sqrt{\frac{c}{2L} \frac{f^3 \pi m_e}{Ne^2}} \approx 6.10^8 \text{ Hz.}$$

Chia dải tần này cho dải tần của kênh điện thoại ta được

$$n \approx \frac{\Delta f}{\Delta f_1} = 2.10^5 \text{ kênh.}$$

10.33*. $D \gg 10^{-5}$ cm; $R \geq 10$ cm.

Lời giải. Đối với bức xạ Roentgen ($\omega \gg \omega_0$) $n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$,

trong đó $\omega_p^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}$; φ là góc tới, ψ là góc khúc xạ. Gọi θ là góc trượt, ta viết điều kiện truyền sóng trong ống dẫn Roentgen như sau

$$n = \sin \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \sin \theta_{\max} \approx \theta_{\max} = \frac{\omega_p}{\omega} = 1,2 \cdot 10^{-3}.$$

Giá trị được tính với $N \sim 10^{23} \text{ cm}^{-3}$.

Điều kiện đối với đường kính D của ống mao dẫn: sự nở rộng nhiều xạ của chùm tia phải nằm trong khoảng cho phép của góc trượt θ

$$D >> \lambda / \theta_{\max} \approx 10^{-5} \text{ cm.}$$

Điều kiện đối với bán kính chõ uốn R của ống dẫn Roentgen

$$\cos \theta = \frac{R}{R + D} > \cos \theta_{\max},$$

từ đây suy ra $R \geq 10 \text{ cm.}$

$$10.34*. n \approx 1 + 2\pi\alpha \frac{P_0}{kT} \left(1 - \frac{mg_K h}{kT}\right), r \approx -10^2 \text{ km.}$$

Lời giải. Chiết suất của khí xác định bởi biểu thức

$$n = \sqrt{1 + 4\pi\alpha N},$$

trong đó α là độ phân cực của các phân tử khí (trong hệ Gauss), N là mật độ phân tử. Chú ý rằng

$$N(h) = \frac{P_0}{kT} \exp\left(-\frac{mg_K h}{kT}\right),$$

trong đó P_0/kT là mật độ phân tử khi $h=0$, ta được

$$n = \sqrt{1 + 4\pi\alpha \frac{P_0}{kT} \exp\left(-\frac{mg_K h}{kT}\right)} \approx 1 + 2\pi\alpha \frac{P_0}{kT} \left(1 - \frac{mg_K h}{kT}\right).$$

Bán kính cong của tia được phát song song và gần bề mặt hành tinh

$$r = \frac{n}{dn/dh} \approx -\frac{(kT)^2}{2\pi\alpha P_0 mg_K} \approx -10^2 \text{ km.}$$

Vì $r < 0$ nên tâm cong phân bố với $h < 0$. Vì vậy các tia nằm ngang và các tia sát chúng không thể ló ra khỏi khí quyển của sao Kim ($|r| < r_K$).

Trong khí quyển của sao Kim có thể xảy ra phản xạ cong khi đó các tia bẻ cong hành tinh trên một độ cao nào đó.

10.35. Bán kính cong của tia ngang trong khí quyển Trái Đất

$$r = -\frac{kT}{mg(n_0 - 1)} \approx -2,9 \cdot 10^4 \text{ km.}$$

Đối với phản xạ tròn thì áp suất (và khối lượng riêng) phải lớn hơn 4,5 lần.

10.36. $\Delta z = -\frac{\Delta n}{n} \frac{\mu g}{RT} \frac{x^2}{2} \approx 1,8 \text{ cm}$, trong đó R là hằng số chung của khí, μ là

khối lượng phân tử trung bình của không khí, $x = 1 \text{ km}$, $\frac{\Delta n}{n} = 3 \cdot 10^{-4}$.

10.37. $a = -\frac{v(n-1)^2}{R\lambda_0} \frac{dn}{d\lambda} = 0,75 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$.

10.38. Độ dài xung tăng $\left(1 - \frac{\alpha l}{c}\right)^{-1} \approx 1,1$ lần. Tần số giảm $\left(1 - \frac{\alpha l}{c}\right)^{-1} \approx 1,1$ lần.

10.39. $\tau = 5,5t_0 = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$.

10.40. $t = \frac{l}{c} \left\{ n_0 + \frac{[n(\omega) - n_0]\omega}{|\bar{\omega} - \omega_0|} \right\} = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ s}$.

10.41*. $z_{\min} = \frac{T}{2\pi B}$

Lời giải: Tín hiệu lặp theo chu kỳ $f(t)$ có thể biểu diễn dưới dạng tổng các dao động điều hoà dạng $\sum f(t-nT) = \sum C_m e^{im\omega_0 t}$, trong đó $\omega_0 = 2\pi/T$ là tần số dao động điều hoà chính. Tương tự sóng nhiễu loạn truyền trong môi trường được biểu diễn dưới dạng $S(t, z) = \sum C_m \exp\{i[m\omega_0 t - k(m\omega_0)z]\}$. Hiệu độn pha $[k(m\omega_0) - k(\omega_0)]z = \Delta\phi_m$ (giữa sóng hài bậc m bất kỳ và sóng hài chính) bằng $\Delta\phi_m = B(m^2 - 1)\omega_0^2 z$. Hiệu pha nhỏ nhất (giữa sóng hài bậc 2 và sóng hài chính) $\delta\varphi = 3B\omega_0^2 z$ phải chia hết cho 2π , từ đó suy

rã $z = \frac{2\pi}{3B\omega_0^2} n$. Khi đó $\Delta\phi_m = \frac{2\pi}{3}(m^2 - 1)n$. Giá trị nhỏ nhất $n = 3$

(khi cả $\Delta\phi_m$ chia hết cho 2π). Vậy $z_{\min} = \frac{2\pi}{B\omega_0^2} = \frac{T}{2\pi B}$.

10.42. $\omega_{0\min} = \sqrt{\frac{2\pi}{BL}}$.

10.43. $\tau = \frac{m_e \omega^2}{\mu \pi c e^2}$.

$$10.44. v = \sqrt{\frac{cB\omega}{4\pi Ne}} = 0,5 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} = \frac{1}{6} c \text{ là vận tốc pha.}$$

$$u = \frac{d\omega}{dk} = 2v_{pha} = 10^{10} \text{ cm/s} = \frac{1}{3} c \text{ là vận tốc nhóm.}$$

$$10.45*. f = f_0 \frac{1 - \beta^2}{(1 + \beta \cos \alpha)(1 - \beta \cos \theta)}; R \geq 10^9.$$

Lời giải. Ta chọn hệ quy chiếu trong đó vệ tinh đứng yên. Tần số của tín hiệu tới vệ tinh là

$$f' = f_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \alpha} = f_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \alpha}.$$

Tín hiệu phản xạ cũng có tần số tương tự trong hệ quy chiếu gắn với vệ tinh. Ta chuyển sang hệ quy chiếu gắn với Trái Đất và tìm được tại điểm B tín hiệu có tần số

$$f = f' \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta} = f_0 \frac{1 - \beta^2}{(1 + \beta \cos \alpha)(1 - \beta \cos \theta)}.$$

Độ hiệu chỉnh tương đối tính đối với tần số: $\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)_{id} \approx \beta^2 = \frac{v^2}{c^2} \approx 10^{-9}$.

Từ đây suy ra năng suất phân giải R của máy quang phổ phải có giá trị

$$R \geq \left(\frac{f_0}{\Delta f}\right)_{id} \approx 10^9.$$

$$10.46. \Delta \lambda = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2RT}{A}} \sqrt{\ln 2} \approx 0,042 \text{ \AA}, \text{ trong đó } A \text{ là khối lượng nguyên tử hyđrô.}$$

$$10.47. \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{vn}{c} \cos \theta, \text{ trong đó } \theta \text{ là góc giữa hướng quan sát và hướng chuyển động.}$$

$$10.48*. N \geq 1,2 \cdot 10^5.$$

Lời giải. Sự phản xạ ánh sáng giao thoa chỉ diễn ra từ các sóng ánh sáng thoả mãn điều kiện Bragg - Vulfa. Sự dịch tần Doppler của ánh sáng khuếch tán được xác định bởi biểu thức

$$\Delta f = 2f \frac{v}{c/n} \sin \frac{\theta}{2},$$

trong đó θ là góc khuếch tán.

Điều kiện phân biệt $R = mN \geq f / \Delta f$. Từ đây với $m = 1$ ta nhận được

$$N \geq \frac{c}{2vn\sin(\theta/2)} \approx 1,2 \cdot 10^5.$$

10.49. $N \geq \frac{\alpha_{MT}}{4} \left(\frac{c}{v_{TD}} \right)^2 \approx 2,5 \cdot 10^5$.

10.50. Cách tử nhiễu xạ phải có năng suất phân giải $R \geq (c/2)\sqrt{m_{Ne}/kT} \approx 10^5$, trong đó m_{Ne} là khối lượng nguyên tử nêon. Khi làm việc trong phô bức xạ $L = Rd \geq 10\text{ cm}$.

10.51. Khi $\tau = 10$ ngày đêm thì $N \geq 10^3$. Khi $\tau = 10$ năm thì sự phân tách các vạch phổ nhỏ hơn nhiều so với độ rộng của chúng.

10.52. Khoảng cách giữa các sao $L = 2R = \frac{2vT}{\pi} = 1,6 \cdot 10^{13}\text{ cm}$,

trong đó: $v = \frac{c}{2} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3 \cdot 10^7 \text{ cm/s.}$

Khối lượng một trong các sao $M = \frac{4v^2 R}{\gamma} = 4,3 \cdot 10^{32} \text{ kg}$,

trong đó γ là hằng số hấp dẫn.

10.53*. $v \geq v_T \approx 10^4 \text{ m/s}; N \geq 1,5 \cdot 10^4$.

Lời giải. Để chắc chắn phát hiện được chuyển động của tàu vũ trụ theo độ dịch tần Doppler của các vạch phổ thì độ dịch tần này phải lớn hơn chiều rộng vạch phổ tạo bởi chuyển động nhiệt của các phân tử trên bề mặt Mặt Trời (tức là để vận tốc dài của tàu lớn hơn vận tốc trung bình bình phương cả các phân tử hyđrô ở nhiệt độ $T = 6000 \text{ K}$, $v_T \approx 10^4 \text{ m/s}$). Từ đây suy ra: $v \geq v_T \approx 10^4 \text{ m/s}$.

Số vạch nhỏ nhất của cách tử nhiễu xạ xác định bởi biểu thức

$$R = mN \geq \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{c}{v}.$$

Khi $m = 2$ ta nhận được $N \geq 1,5 \cdot 10^4$. Kết quả này không tính đến độ dịch tần Doppler gây ra bởi chuyển động quay của Mặt Trời.

10.54. Hiện tượng gây ra bởi sự thay đổi độ dài quang trình đối với sóng đến: $\Delta f = \frac{\Omega l}{c} f$.

10.55. $T \approx \frac{\mu c^2}{8RN^2 \ln 2} \approx 400 \text{ K.}$

§11. SỰ PHÂN CỤC ÁNH SÁNG. QUANG HỌC TINH THỂ VÀ QUANG HỌC PHI TUYẾN

11.1. $d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_0)} = 0,014 \text{ mm.}$

11.2. $L \approx 0,03 \text{ mm.}$

11.3. $\Delta = 5,16 \mu\text{m.}$

11.4. $d = \frac{\lambda}{4(n_1 - n_2)} = 0,027 \text{ mm.}$

11.5. Các tia đi ra từ một điểm A nào đó của một vật ở xa và tới mắt người quan sát gần như song song với nhau. Mỗi tia khi vào trong tấm tinh thể phẳng song song sẽ phân thành 2 tia. Hai tia này khi ra khỏi tấm tinh thể vẫn song song với nhau dù chúng đã chịu các xê dịch cạnh khác nhau. Mắt thu hai tia này chỉ tại một điểm trên võng mạc vì mắt điều tiết để quan sát các vật thể ở xa (ở vô cực). Điểm hội tụ các tia này sẽ là ảnh (duy nhất) của điểm A .

11.6. $f = 5 \text{ cm.}$

11.7. Trong thuỷ tinh và đèn pha ôtô các mặt phẳng chính của polaroit song song với nhau và tạo một góc 45° so với phương ngang. Hơn nữa trên tất cả các ôtô chúng đều phải xoay về một hướng (giả thiết theo hướng ôtô chạy).

11.8. Trên màn sẽ có 4 vệt. Cường độ tương ứng của chúng tỷ lệ với nhau $1:3:1:3$.

11.9. Khi đưa vào bán nửa sóng các vân giao thoa sẽ xê dịch một khoảng bằng nửa độ rộng của vân; khi xoay tấm polaroit một góc 90° chúng xê dịch về phía ngược lại một nửa độ rộng của vân so với vị trí ban đầu, nếu bỏ tấm polaroit thì vị trí các vân giao thoa không thay đổi, nhưng cường độ của chúng tăng 2 lần. Khi đưa vào bán một phần tư sóng các vân xê dịch một khoảng bằng $1/4$ độ rộng của vân; nếu trong trường hợp này bỏ tấm polaroit thì các vân giao thoa sẽ biến mất.

11.10*. $\Delta = \frac{1}{2}; \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 3.$

Lời giải. Gọi I_{pc} là cường độ ánh sáng phân cực, I_m là cường độ ánh sáng tự nhiên. Khi lăng kính Nicols ở vị trí đầu tiên cường độ ánh sáng đi qua bằng $I_{pc} + \frac{I_m}{2}$, ở vị trí thứ hai $I_{pc} \cos^2 60^\circ + \frac{I_m}{2} = \frac{I_{pc}}{4} + \frac{I_m}{2}$.

Theo điều kiện: $I_{pc} + \frac{I_m}{2} = 2\left(\frac{I_{pc}}{4} + \frac{I_m}{2}\right)$,

suy ra $I_{pc} = I_m$. Cường độ cực đại $I_{\max} = \frac{3}{2}I_{pc}$, cực tiểu $I_{\min} = \frac{I_{pc}}{2}$;

$$\Delta = \frac{1}{2}, \quad \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 3.$$

11.11. $\frac{I_2}{I_1} = 0,5$.

11.12. $\varphi = 45^\circ$.

11.13. $\frac{I_{tr}}{I_{th}} = \frac{\sin^2 \alpha - p/100}{p/200} = \frac{1}{2}$, trong đó I_{th} là cường độ ánh sáng phân cực thẳng, I_{tr} là cường độ ánh sáng phân cực tròn.

11.14. $\frac{I_{tr}}{I_{th}} = \frac{2}{m^2 - 1} = \frac{2}{3}$.

11.15. $\frac{I_{tr}}{I_{th}} = 2\left(\frac{\sqrt{m} - 1}{\sqrt{m} + 1}\right)^2 \approx 0,058$.

11.16. $\frac{I_{tr}}{I_m} = \frac{m - 1}{2} = 1$. trong đó I_{tr} là cường độ ánh sáng phân cực tròn, I_m là cường độ ánh sáng tự nhiên.

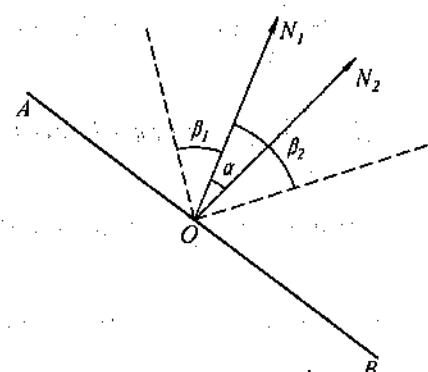
11.17. Ánh sáng phân cực theo đường tròn trái.

11.18. Ánh sáng vân là phân cực thẳng, nhưng mặt phẳng dao động của vectơ điện xoay một góc 2α và nằm đối xứng với vị trí ban đầu của nó qua trực tuyến nửa sóng.

11.19*. $\beta_1 = -\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} = -35^\circ$,

$$\beta_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} = +55^\circ$$

Lời giải. Ánh sáng không đi qua lăng kính Nicols thứ hai, nếu vectơ điện vuông góc với mặt phẳng chính của Nicols này, tức là song song với đường thẳng AB (đường thẳng AB cũng vuông góc



Hình 458

với mặt phẳng này - hình 458). Trục của bán tinh thể phải hướng theo đường phân giác của góc AON_1 hoặc góc bù với nó N_1OB (xem bài trước). Kết quả thu được hai giá trị của góc β như đáp số.

$$11.20. \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{p}{100} \right)^2 \cos^2 \alpha = 0,1.$$

$$11.21. \frac{a}{b} = \sqrt{3}, \quad \varphi = 53^\circ.$$

11.22. $\Delta = \frac{I_{tr} + I_{th}}{I_m + I_{tr} + I_{th}} = m_1 + m_2 + 3$, trong đó I_m là cường độ ánh sáng phân cực tự nhiên, I_{tr} là cường độ ánh sáng phân cực tròn, I_{th} là cường độ ánh sáng phân cực thẳng.

$$11.23. \frac{b}{a} = \sqrt{2 \frac{I_1}{I_2} - 1},$$

trong đó b là độ dài bán trục nhỏ, a là độ dài bán trục lớn của elíp.

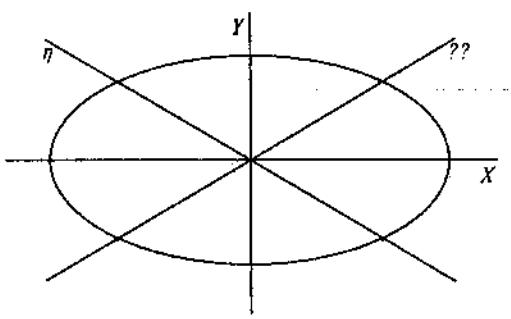
11.24*. *Lời giải.* Trong hệ tọa độ X, Y dao động elíp được biểu diễn bằng phương trình $E_x = a \cos \omega t$, $E_y = b \sin \omega t$

(H.459). Ta chuyển sang hệ tọa độ mới có các trục ξ, η là các đường phân giác của các góc tọa độ của hệ trục cũ. Trong hệ tọa độ này các dao động trên được mô tả bằng các phương trình

$$E_\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} (a \cos \omega t + b \sin \omega t) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \cos(\omega t - \varphi),$$

$$E_\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} (-a \cos \omega t + b \sin \omega t) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \cos[\omega t - (\pi - \varphi)],$$

trong đó φ là góc nhọn xác định bởi phương trình $\tan \varphi = \frac{b}{a}$. Các dao động dọc theo các trục ξ, η có cùng biên độ $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$, trong đó dao động dọc theo trục ξ sớm pha hơn dao động dọc theo trục η một góc $\delta = \pi - 2\varphi$.



Hình 459

Đưa bản tinh thể vào sao cho các trục của nó hướng dọc theo ξ và η và để nó thay đổi hiệu pha đến $\pm \frac{\pi}{2}$. Để điều đó xảy ra thì biểu thức sau

phải thoả mãn $(\omega t - \varphi - k_\xi l) - (\omega t - \pi + \varphi - k_\eta l) = \pm \frac{\pi}{2}$,

suy ra: $l = \frac{2\varphi - \pi \pm \pi/2}{k_\eta - k_\xi} = \lambda \frac{\varphi/\pi - 1/2 \pm 1/4}{n_\eta - n_\xi}$.

Khi đó sóng sẽ phân cực tròn. Dấu “cộng” ứng với hướng chuyển động quay trùng với hướng của sóng phân cực elíp ban đầu, còn dấu “trừ” – ngược lại. Ta sẽ nhận được kết quả tương tự nếu thay đổi chiều dày tấm tinh thể một lượng $\frac{m\lambda}{n_\eta - n_\xi}$, trong đó m là số nguyên.

11.25. $I = \frac{I_0}{4}$. Ánh sáng phân cực tròn.

11.26. $d = \frac{m\lambda}{n-1}$, trong đó $m = 1, 2, 3, \dots$; $I_{\max} = \frac{5}{8} I_0$.

11.27. $I = \frac{1}{2} I_0$.

11.28. $\Delta = \frac{1}{3}$.

11.30. $I = \frac{1}{2} I_0$. Trong trường hợp tổng quát ánh sáng phân cực elíp. Nếu chiều dày tấm có độ lớn sao cho hiệu pha bằng $m\pi$ thì ánh sáng sẽ phân cực thẳng.

11.31. $d = \frac{\lambda(2m+1)}{2(n-1)}$, trong đó $m = 1, 2, 3, \dots$; $I_{\max} = 5I_0$.

11.32. $I = 2I_0$. Ánh sáng phân cực thẳng.

11.33. $I = 3I_0$.

11.34. $I = 5I_0$.

11.35. $I = 5I_0$.

11.36. a) Cường độ ánh sáng tăng 25 lần.

b) Cường độ ánh sáng tăng 9 lần.

11.37. $I = 5I_0$.

11.38. Nếu N là tổng số đoi Fresnel thì cường độ ánh sáng tại tiêu cự của tám sê lớn hơn xấp xỉ N^2 lần so với trường hợp truyền ánh sáng tự do.

11.39. $I = 2I_0$.

11.40. $I = 8I_0$.

11.41. $I(\theta) = 3I_0 \left[1 + \frac{2}{3} \cos \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) \right]$,

suy ra $V = \frac{2}{3}$, $\Lambda = \frac{\lambda f}{2d} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ cm.

11.42. $V = \frac{2}{3}$, $\Lambda = \frac{\lambda f}{2d} = 10^{-2}$ cm.

11.43. Hiệu pha toàn phần của ánh sáng tới cực đại bậc m giữa hai dao động tương ứng vuông góc với nhau

$$\Delta\phi_m = \frac{\pi}{2}(m+1).$$

Khi $m=0$, $\Delta\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ - phân cực tròn, giữ nguyên chuyển động quay của ánh sáng tới;

Khi $m=\pm 1$, $\Delta\phi_1 = \pi$; $\Delta\phi_{-1} = 0$ - ánh sáng phân cực thẳng;

Khi $m=\pm 2$ - phân cực tròn ngược hướng với chuyển động quay của ánh sáng tới.

Tổng quát: trong các cực đại lẻ ánh sáng phân cực thẳng; khi $m=0, \pm 4, \pm 8, \dots$ phân cực tròn, giữ nguyên chuyển động quay của ánh sáng tới; khi $m=\pm 2, \pm 6, \pm 10, \dots$ phân cực tròn ngược hướng với chuyển động quay của ánh sáng tới.

11.44. Giảm hai lần không phụ thuộc vào sự phân cực của ánh sáng tới.

11.45. Năng suất phân giải không thay đổi.

11.46. Khoảng cách giữa các cực đại chính giảm hai lần. Cường độ ánh sáng tại cực đại bậc không giảm hai lần. Trong các cực đại chính ánh sáng phân cực tròn. Các cực đại chẵn khác các cực đại lẻ bởi hướng quay của vectơ \vec{E} (theo chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ).

11.47. Khoảng cách giữa các cực đại chính và cả cường độ ánh sáng trong cực đại bậc không giảm hai lần.

11.48. Cường độ của cực đại bậc không bằng không. Khoảng cách giữa các cực đại chính giảm hai lần.

11.49. $\sin \theta_l = \pm \frac{\lambda}{4d}$; cường độ cực đại chính $I = I_0 N^2 d^2 (1 + 8 \sin^2 \alpha)$.

11.50*. *Lời giải.* Cấu trúc miền của màng có thể xem như một cách tử pha với độ lệch pha π giữa các vân liên tiếp rộng d . Chu kỳ bằng $2d$. Cách tử có thể xem như tổng của hai cách tử biên độ nhỏ với chu kỳ $2d$ và xê dịch tương đối với nhau một khoảng d và tạo ra độ lệch pha π .

Cường độ cực đại chẵn bằng 0. Cường độ cực đại bậc một bằng $4I$.

11.51. $V = \frac{(2 + \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$.

11.52. $I = \frac{1}{2} I_0$.

11.53. $I = \frac{1}{2} I_0$.

11.54. $I = \frac{I_0}{4} [1 - \cos k \alpha x (n_e - n_0)]$, trong đó $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ là số sóng, tọa độ x tính từ cạnh của nêm.

Khi đặt thấu kính sẽ quan sát được hai vết sáng tại khoảng cách $L = \alpha(n_e - n_0)f$, trong đó f là tiêu cực của thấu kính.

11.55. $A = \frac{A_0}{2^N} \left| \frac{\sin(2^N \varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \right|$; $T = \left| \frac{A}{A_0} \right|^2 = \prod_{k=1}^N \cos^2 \frac{2^{k-1} \pi (n_e - n_0) d}{\lambda}$, trong đó $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d (n_e - n_0)$. Hệ này có tên gọi bộ lọc giao thoa - phân cực Liô.

11.56. $n_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 d_0 + \varepsilon d}{d + d_0}}$, $n_e = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_1 \frac{d + d_0}{\varepsilon d_0 + \varepsilon_1 d}}$. Trục z là trục quang.

11.57. Ánh sáng phân cực thẳng với biên độ và pha không đổi, biến điệu theo quy luật $\varphi(t) = 2\theta(t)$, tức là ở đâu ra ta có $E = E_0 \sin[\omega t + 2\theta(t)]$.

11.58*. $a = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \frac{1+2l}{2+4m}$, trong đó m và l là các số nguyên.

Lời giải. Giả sử ở đâu vào của sợi quang ánh sáng phân cực thẳng

$$E_{x0} = \cos \omega t, E_{y0} = 0.$$

Ta xét sự truyền ánh sáng trong hệ tọa độ các trục chính (X' , Y').

Nếu Y - "trục chậm" thì

$$E'_x = \cos \omega t \cos \theta(z), E'_y = -\cos[\omega t - \varphi(z)] \sin \theta(z).$$

Phân cực tròn xuất hiện khi

$$\varphi(z) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta nz = \frac{\pi}{2} + m\pi,$$

và $\theta(z) = az = \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}$, trong đó m và l là các số nguyên.

Khi đó

$$a = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \frac{1+2l}{2+4m}.$$

11.59. Tấm phai có chiều dày λ đối với sóng mang và $\frac{\lambda}{2}$ đối với các sóng hài cạnh:

$$\Delta nd = m \frac{2\pi c}{\omega_0} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi c}{\omega_0 + \Omega} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi c}{\omega_0 - \Omega}, \text{ suy ra } \Omega = \frac{\pi c}{\Delta nd}.$$

11.60. $d > \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda(n_e - n_0)} = 1 \text{ mm}$, sóng tới phai phân cực dưới góc 45° so với trục quang của tấm.

11.61. Trục quang của tấm phai tạo một góc 45° so với hướng cho phép của polaroit. Đối với một trong hai vách chập natri tấm phai có chiều dày bằng $\frac{\lambda}{2}$, đối với vách còn lại - bằng bước sóng λ . Chiều dày nhỏ nhất của tấm $d_{\min} = 5,06 \text{ mm}$.

$$11.62. \tau \approx \frac{\lambda n}{c(n_0 - n_e)} \approx 3,4 \cdot 10^{-13} \text{ s.}$$

11.63. $d > \frac{c\tau}{\Delta n}$. Phân cực của các xung là phân cực thẳng, vuông góc và song song với các hướng chính của tấm. Biên độ $\frac{1}{2}E_0$ và $\frac{\sqrt{3}}{2}E_0$.

11.64. $\Delta n \geq \frac{\lambda(1-\rho)}{2\pi L} = \frac{1}{R_0}$ ($R_0 = \frac{R}{n}$ là hệ số phẩm chất của hộp cộng hưởng khi không có lớp chất); $\Delta n \geq 10^{-5}$.

$$11.65. \varphi = 5^\circ 17'.$$

11.66. Tia bát thường qua các lăng kính. Lăng kính thứ hai cho ánh sáng qua nhiều hơn. Trong cả hai trường hợp góc α phai thoả mãn điều kiện $\frac{1}{n_0} < \sin \alpha < \frac{1}{n_e}$, suy ra $37^\circ 6' < \alpha < 42^\circ 18'$, $\delta = 6^\circ 15'$.

11.67. Có thể có hai kết quả:

$$a) \beta = \frac{\alpha}{2}, I = \frac{I_0}{2} \cos^4 \frac{\alpha}{2}; \quad b) \beta = \frac{\alpha - \pi}{2}, I = \frac{I_0}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2},$$

trong đó β là góc cần phải quay lăng kính Nicols N_3 tương đối so với Nicols N_1 .

11.68*. $k = 10$.

Lời giải. Điều kiện hình thành vân tối bậc thấp nhất hoặc là $d(n_e - n_0) = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{4}$ hoặc là $d(n_e - n_0) = m\lambda_2 + \frac{3\lambda_2}{4}$ phụ thuộc vào chiều quay và hướng của Nicols. Ở đây λ_2 là bước sóng lớn nhất trong ánh sáng tới sao cho đối với nó m là số nguyên. Điều kiện tương tự đối với bước sóng nhỏ nhất λ_1 sẽ hoặc là $d(n_e - n_0) = (m+k)\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{4}$ hoặc là $d(n_e - n_0) = (m+k)\lambda_1 + \frac{3\lambda_1}{4}$. Khử m , trong cả hai trường hợp ta có

$$k = \frac{d(n_e - n_0)(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 \lambda_2} = 10.$$

11.69. $d = 0,07$ mm.

11.70. $A^2 = a^2 [\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2(\delta/2)]$.

$A^2 = a^2 \sin^2 2\alpha \sin^2(\delta/2)$ (lăng kính chéo nhau).

$A^2 = a^2 [1 - \sin^2 2\alpha \sin^2(\delta/2)]$ (lăng kính song song với nhau).

Trong đó δ là hiệu pha giữa hai thành phần chính của sóng đi qua, hiệu pha do tần tinh thể tạo nên, α là biên độ sóng tới.

11.71. $m \approx \frac{d_{\max}(n_e - n_0)}{\lambda} \approx 10$ vân.

11.72*. 12 vân.

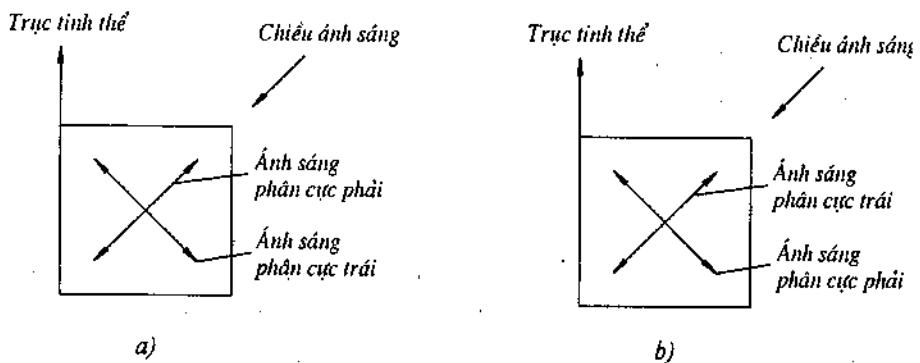
Lời giải. Hiệu pha giữa tia bất thường và tia bình thường tạo bởi tẩm thạch anh là $\Delta = d(n_e - n_0)$. Khi thay các giá trị của d, n_e, n_0 vào biểu thức trên có thể thấy rằng hiệu pha đối với bước sóng λ_D và λ_F gần như nhau. Số bước sóng nằm trong khoảng Δ bằng $k_1 = \frac{\Delta}{\lambda_D}$. Tương tự $k_2 = \frac{\Delta}{\lambda_F}$. Số vân tối $k_2 - k_1 = 12$, bởi vì các vân tối nhận được tại vị trí

của phổ tương ứng với các bước sóng có trạng thái phân cực không thay đổi khi đi qua tấm thạch anh, tức là đổi với chúng hiệu pha Δ bằng một số nguyên lần bước sóng.

$$11.73. I = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\alpha \sin^2(\delta/2) = 0,19 I_0, \text{ trong đó } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_0) \approx \frac{3}{2}\pi.$$

11.74*. Lời giải. Ta phân tích theo tưởng tượng sóng ánh sáng thành hai thành phần sao cho các vectơ điện của chúng vuông góc với nhau và song song với các trục chính của tám. Khi đưa tám tinh thể vào các vân giao thoa từ mỗi thành phần sóng ánh sáng bị dịch chuyển. Nếu tám tinh thể đưa vào là tám một nửa sóng thì hiệu dịch chuyển bằng nửa chiều rộng. Trong trường hợp này khi đưa tám tinh thể vào thì các vân giao thoa biến mất. Khi đưa tám polaroit vào chúng lại xuất hiện, trừ trường hợp khi trục của tám polaroit nghiêng một góc 45° với các trục của tám. Trong trường hợp này các vân giao thoa sẽ không quan sát được.

11.75*. Lời giải. Đặt trên đường đi của tia sáng một bản một phần tư sóng và lăng kính Nicols. Sau khi đi qua bản ánh sáng sẽ phân cực thẳng, hơn nữa phương dao động của vectơ điện tạo một góc $\pm 45^\circ$ với trục bản tinh thể. Trên hình 460a chỉ rõ chiều đối với phân cực phải và phân cực trái trong các trường hợp khi bản tinh thể được làm từ tinh thể dương một trục. Chiều này được xác định bằng máy phân tích. Hình 460b ứng với trường hợp khi bản được làm từ tinh thể âm.



Hình 460

11.76*. Lời giải. Đặt trên đường đi của tia sáng một bản một phần tư sóng và Nicols. Nếu khi quay Nicols và với vị trí bất kỳ của bản tinh thể thì cường độ không thay đổi - ánh sáng tự nhiên, nếu cường độ thay đổi

và giảm đến không - ánh sáng phân cực tròn, nếu cường độ thay đổi nhưng không giảm đến không - ánh sáng phân cực tròn một phần.

Có thể dùng thiết bị hỗ trợ Babine thay cho bản tinh thể và đặt nó sao cho nó tạo nên hiệu pha bằng $\frac{\lambda}{4}$.

11.77*. Cần phải đặt trên đường truyền của tia sáng bản một phần tư sóng và tiếp sau nó là Nicols. Nếu khi quay bản tinh thể quanh phương của tia sáng có thể tìm được vị trí sao cho ánh sáng khi đi qua bản tinh thể bị khử hoàn toàn bằng cách quay Nicols khi đó ánh sáng tới là ánh sáng phân cực elíp. Nếu không thấy hiện tượng trên thì ánh sáng tới hoặc là hỗn hợp ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực thẳng hoặc là hỗn hợp ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực elíp. Để phân biệt hai hỗn hợp ánh sáng này trên đường đi của tia sáng lúc đầu chỉ đặt một Nicols và chỉnh nó để ánh sáng đi qua có cường độ cực tiểu. Sau đó trước Nicols đặt một bản một phần tư sóng. Bằng cách quay bản tinh thể và Nicols thiết lập cường độ ánh sáng cực tiểu. Nếu cực tiểu này nhận được tại vị trí ban đầu của Nicols (hoặc khi xoay một góc 180°) thì hỗn hợp gồm ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực thẳng. Nếu để nhận được cực tiểu phải quay Nicols một góc nào đó thì đó là hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực elíp.

Có thể thay bản tinh thể bằng thiết bị hỗ trợ Babine. Không nhất thiết phải đặt thiết bị hỗ trợ để nó tạo ra hiệu pha bằng $\frac{\lambda}{4}$, mà chỉ xấp xỉ giá trị này. Độ chính xác cao hơn không cần thiết trong thiết bị này.

11.78. a) Các Nicols chéo nhau và các bản tinh thể song song với nhau: hiệu quang trình $\Delta = d_1 \Delta n_1 + d_2 \Delta n_2 \approx 3\lambda_1$, trong đó $\lambda_1 \approx 6000 \text{ \AA}$. Trường quan sát được bao phủ bằng ánh sáng đỏ (bậc 3).

b) Các Nicols song song với nhau, còn các bản tinh thể chéo nhau: hiệu quang trình $\Delta = d_1 \Delta n_1 - d_2 \Delta n_2 \approx \lambda_2 \approx 5000 \text{ \AA}$. Trường quan sát được bao phủ bằng ánh sáng đỏ (bậc 1).

$$11.79. \Delta n \approx \frac{\lambda(1-\rho)}{2d} \approx 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ (kết quả gần đúng).}$$

Chính xác hơn khi $\Delta n = \frac{\lambda(1-\rho)}{4\pi d} \approx 0,1 \cdot 10^{-5}$ cường độ sóng không bình thường đi qua hộp cong hướng giảm hai lần, tức là λ_e dịch chuyển so với λ_0 một nửa đường cong cong hướng (ở độ cao $\frac{\lambda}{2}$).

11.80. Sóng bình thường không đi qua hộp cộng hưởng. Đối với sóng không bình thường điều kiện cộng hưởng được thỏa mãn (ở độ dày $2d$ giảm $m_1 = 2589$ bước sóng).

$$I_q = \frac{1}{2} I_i = \frac{1}{2} I_0,$$

trong đó I_q là sóng đi qua hộp cộng hưởng, I_i là sóng tối.

11.81*. Lời giải. a) Nếu ánh sáng phân cực tròn thì các thành phần dao động theo các trục tọa độ có thể biểu diễn dưới dạng

$$x = a \cos \omega t, \quad y = a \sin \omega t.$$

Sau khi đi qua tấm tinh thể (tạo một hiệu pha nhất định) phương trình dao động có thể biểu diễn dưới dạng

$$x = a \cos \omega t, \quad y = a \sin(\omega t + \delta).$$

Với góc α giữa mặt phẳng chính và một trong các hướng chính của tấm tinh thể thì dao động tổng hợp ở đầu ra của máy phân tích
 $a \cos \alpha \cos \omega t + a \sin \alpha \sin(\omega t + \delta) =$

$$= a(\cos \alpha + \sin \alpha \sin \delta) \cos \omega t + a \sin \alpha \cos \delta \sin \omega t;$$

từ đây ta nhận được cường độ

$$I = a^2 [(\cos \alpha + \sin \alpha \sin \delta)^2 + (\sin \alpha \cos \delta)^2] = a^2 (1 + \sin 2\alpha \sin \delta).$$

b) Khi δ không đổi cường độ đạt giá trị cực đại hoặc cực tiểu khi $\cos 2\alpha = 0$, tức là khi $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$. Nếu $\sin \delta > 0$ thì giá trị đầu tiên ứng với cực đại, giá trị thứ hai ứng với cực tiểu, khi $\sin \delta < 0$ thì ngược lại.

11.82*. Lời giải. Theo bài trước thì cường độ ánh sáng sau khi đi qua máy phân tích $I = a^2 (1 + \sin 2\alpha \sin \delta)$.

Khi góc α không đổi cường độ sẽ cực tiểu khi

$$\sin \delta = -1, \text{ khi } \delta = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \dots$$

và cực đại khi $\sin \delta = 1$, suy ra $\delta = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2} \dots$ nếu $\sin 2\alpha > 0$.

Nếu $\sin 2\alpha < 0$ thì trong trường hợp thứ nhất cường độ sẽ cực tiểu, trong trường hợp thứ hai - cực đại. Từ đây suy ra trong trường quan sát sẽ thấy rõ các vân sáng và vân tối luân phiên nhau. Khi ném quay góc α sẽ thay đổi và vì vậy tại mỗi điểm của ném cường độ sẽ thay đổi.

Khi các góc $\alpha = 90, 180$ và 270° cả ném sẽ được chiếu sáng đều, còn khi $\alpha = 45, 135, 225$ và 315° sẽ sự tương phản lớn nhất giữa các vân tối và vân sáng, hơn nữa khi chuyển qua các góc $\alpha = 90, 180$ và 270° các vân tối sẽ chuyển thành vân sáng, còn vân sáng - vân tối.

11.83. Sóng tới có thể biểu diễn dưới dạng tổng của hai thành phần phân cực thẳng có cùng biên độ. Thành phần phân cực trong mặt phẳng tới sẽ phản xạ từ cách tử thứ nhất; thành phần phân cực vuông góc với mặt phẳng tới sẽ phản xạ từ cách tử thứ hai. Độ lệch pha giữa chúng sau khi phản xạ $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2l \sin \alpha = \frac{\pi}{2}$.

Vì vậy sóng phản xạ sẽ phân cực tròn.

$$11.84. M = \frac{IS\lambda}{2\pi c} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ N.m}; F = \frac{I}{c} S = 3 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$$

11.85. Ánh sáng phản xạ phân cực thẳng. Góc của vectơ \vec{E} hợp với mặt phẳng tới $\theta = \arctan 1,73 = 30^\circ$. Phân cực sẽ là phân cực thẳng khi trục elíp trùng với chiều của dây dẫn. Với các góc phản xạ khác phân cực sẽ là phân cực elíp.

$$11.86. \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_0} = \frac{8\pi d\rho}{\lambda} (n_{\perp} - n_{\parallel}) \sin \frac{4\pi d n_{lb}}{\lambda} = -3 \cdot 10^{-3}.$$

$$11.87. E_{\min} = \frac{1}{\sqrt{R\lambda B}} \approx 900 \frac{\text{V}}{\text{cm}}.$$

$$11.88. S = \frac{c}{4\pi} \varepsilon E^2 (1 - \rho) = 10^8 \text{ W/cm}^2.$$

$$\text{trong đó } E^2 = \frac{m\lambda - 2dn_0}{2dn_2} = \frac{1}{3} \cdot 10^7 \text{ [đơn vị trong hệ Gauss].}$$

$$11.89. F = R = \frac{cr_0^2}{16m_2 I_0 L} \approx 3 \text{ m.}$$

11.90. Có thể điều tiêu chùm tia nếu mật độ luồng năng lượng

$$S > \frac{c}{4\pi} E_0^2 = \frac{c}{4\pi} \frac{\lambda}{8n_2 d} \cdot 10^{-7} [\text{J/(cm}^2 \cdot \text{s)}], N = \frac{cR^2 d}{64n_2 d} \approx 0,4 \cdot 10^8 \text{ W.}$$

$$11.91. F = \frac{r_0^2}{2L t_1} \frac{dn}{dt} = -25 \text{ cm.}$$

PHỤ LỤC

**Bảng 1. MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC BIỂU THỨC
VÀ CÔNG THỨC CỦA HỆ ĐO LƯỜNG SI VÀ GAUSS**

Đại lượng vật lý	Gauss	SI
Vận tốc ánh sáng	c	$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$
Điện trường, hiệu điện thế	\vec{E}, φ	$\sqrt{4\pi\epsilon_0}(\vec{E}, \varphi)$
Độ cảm ứng điện	\vec{D}	$\sqrt{\frac{4\pi}{\epsilon_0}}\vec{D}$
Điện tích, mật độ điện tích, cường độ dòng điện, mật độ cường độ dòng điện, vectơ độ phân cực	q, ρ, I, j, \vec{P}	$\frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}}(q, \rho, I, j, \vec{P})$
Độ cảm ứng từ, từ thông	\vec{B}, Φ	$\sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}}(\vec{B}, \Phi)$
Cường độ từ trường	\vec{H}	$\sqrt{4\pi\mu_0}\vec{H}$
Momen từ, độ từ hóa	$\vec{m}, \vec{\chi}$	$\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}}(\vec{m}, \vec{\chi})$
Độ thấm điện, độ thấm từ	ϵ, μ	ϵ, μ
Độ phân cực điện, độ cảm từ	α, χ	$\frac{1}{4\pi}(\alpha, \chi)$
Độ dẫn điện riêng	λ	$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}$
Điện trở	R	$4\pi\epsilon_0 R$
Điện dung	C	$\frac{C}{4\pi\epsilon_0}$
Độ tự cảm	L	$\frac{4\pi}{\mu_0}L$

Giá trị $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ g/m.

**Bảng 2. MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC ĐẠI LƯỢNG
CỦA HỆ ĐO LƯỜNG SI VÀ GAUSS**

Đại lượng vật lý	Kí hiệu	SI	Gauss
Chiều dài	l	m	10^2 см
Khối lượng	m	kg	10^3 г
Thời gian	t	s	1с
Lực	F	N	10^5 дин
Công	A	J	10^7 эрг
Công suất	N	W	10^7 эрг/c
Áp suất	P	Pa	10 дин/см ²
Cường độ dòng điện	I	A	3.10^9
Điện tích	q	C	3.10^9
Hiệu điện thế	φ	V	$\frac{1}{3}.10^{-2}$
Điện trường	E	V/m	$\frac{1}{3}.10^{-4}$
Độ cảm ứng điện	D	C/m ²	$12\pi.10^5$
Điện dung	C	F	$\frac{1}{9}.10^{11}$ см
Điện trở	R	Ω	$\frac{1}{9}.10^{-11}$ с/см
Điện trở riêng	ρ	$\Omega.m$	$\frac{1}{9}.10^{-9}$ с
Độ dẫn điện	$\Lambda = 1/R$	$1/\Omega$	9.10^{11} см/с
Độ dẫn điện riêng	λ	см/м	9.10^9 с ⁻¹
Từ thông	Φ	Vb	10^8 Гс.см ²
Độ cảm ứng từ	B	T	10^4 Гс
Cường độ từ trường	H	A/m	$4\pi.10^{-3}$ э
Độ từ hóa	χ	A/m	$\frac{1}{4\pi}.10^4$ Гс
Độ tự cảm	L	H	10^9 см
Cường độ ánh sáng	I	cd	кд
Độ sáng	E	lk	лк

Bảng 3. MỘT SỐ HẰNG SỐ THƯỜNG DÙNG

Vận tốc ánh sáng trong chân không $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s.

Hằng số $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ J.s.

Hằng số hấp dẫn $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

Hằng số Boltzmann $k = 8,62 \cdot 10^{-11}$ MeV/K.

Hằng số Avogadro $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹.

Điện tích cơ bản $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Khối lượng electron $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Khối lượng proton $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg.

Khối lượng neutron $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg.

Năng lượng của electron tĩnh $m_e c^2 = 0,511$ MeV.

Năng lượng của proton tĩnh $m_p c^2 = 938,3$ MeV.

Năng lượng của neutron tĩnh $m_n c^2 = 939,6$ MeV.

Nhiệt độ tương ứng với 1eV $T_1 = 11606$ K.

Điện tích riêng electron $\frac{e}{m_e} \approx -1,759 \cdot 10^{11}$ C/kg.

Điện tích riêng proton $\frac{e}{m_p} \approx 0,958 \cdot 10^8$ C/kg.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lương Duyên Bình và các tác giả khác - Vật lý đại cương và bài tập. NXB Giáo dục.
2. Lương Duyên Bình và các tác giả khác - Bài tập Vật lý đại cương. NXB Giáo dục.
3. Trần Ngọc Hợi và các tác giả - Vật lý đại cương và các nguyên lý ứng dụng. NXB Giáo dục.
4. Cơ sở vật lý, tập 4, 5, 6 (tiếng Anh).
5. Овчинкин В.А. Сборник задач по общему курсу физики: Ч.2. Электричество и магнетизм. Оптика. Москва. МФТИ - 2004 г.
6. Стрелков С.П., Сивухин Д.В., Хайкин С.Э. Сборник задач по общему курсу физики. Книга 3. Электричество и магнетизм. Москва. ФИЗМАТЛИТ - 2006.
7. Гинзбург В.Л., Левин Л.М., Сивухин Д.В., Четверикова Е.С., Яковлев И.А. Сборник задач по общему курсу физики. В 5 кн. Кн.IV. Оптика. Москва. Физматлит - 2006.
8. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. Для студентов технических вузов. Санкт-Петербург. Книжный мир - 2004.

Mục lục

Trang

Lời nói đầu	3
-------------------	---

Đề bài

Phần I. ĐIỆN - TỪ

§1. Điện tích và cường độ điện trường. Lưỡng cực. Định lý Gauss.....	5
§2. Điện thế. Phương pháp ảnh điện.....	10
§3. Điện trường trong vật chất. Năng lượng điện trường. Phương pháp năng lượng để tính các lực Ponderomotor.	18
§4. Dòng điện không đổi. Dòng điện trong môi trường vô hạn.....	31
§5. Từ trường. Định luật Bio-Savart-Laplace. Định lý về lưu số trong chân không. Độ tự cảm của các dây dẫn. Định lý hổ cảm.	39
§6. Từ trường trong vật chất. Vectơ \vec{B} và \vec{H} . Định lý về sự tuần hoàn trong vật chất. Các vật siêu dẫn trong từ trường.	45
§7. Cảm ứng từ. Năng lượng và các lực trong từ trường. Sự bảo toàn từ thông trong các mạch siêu dẫn.	54
§8. Chuyển động của các hạt mang điện trong điện trường và từ trường. Suất điện động Hall. Chuyển động của vật thể khi có các lực Ponderomotor.	72
§9. Quá trình chuyển tiếp trong các mạch điện. Dao động tự do.	89
§10. Dao động cưỡng bức. Cộng hưởng. Phương pháp biên độ phức.	101
§11. Các yếu tố phân tích phổ. Hiện tượng tự dao động. Cộng hưởng tham số. Tập âm.	117
§12. Phương trình Maxwell. Sóng điện từ. Ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng. Plasma.	127

Phần II. QUANG HỌC

§1. Quang hình học và trắc quang.....	139
§2. Các công thức Fresnel. Áp suất ánh sáng.....	148
§3. Giao thoa ánh sáng đơn sắc.	153
§4. Giao thoa ánh sáng đơn sắc. Tính kết hợp theo thời gian.	160
§5. Các nguồn sáng rộng. Tính kết hợp không gian.	165
§6. Nhiều xạ Fresnel. Các tẩm dối.	171
§7. Nhiều xạ Fraunhofer. Năng suất phân giải của các dụng cụ quang học.	181
§8. Các thiết bị quang phổ.....	193
§9. Cơ sở quang học Furie và phép chụp ảnh toàn cảnh.	209
§10. Hiện tượng tán sắc ánh sáng. Hiệu ứng Doppler trong quang học.	221
§11. Sự phân cực ánh sáng. Quang học tinh thể và quang học phi tuyến.	230

Đáp số và Lời giải

Phần I. ĐIỆN - TỪ

§1.	Điện tích và cường độ điện trường. Lưỡng cực. Định lý Gauss.....	249
§2.	Điện thế. Phương pháp ảnh điện.....	254
§3.	Điện trường trong vật chất. Năng lượng điện trường. Phương pháp năng lượng để tính các lực Ponderomotor.	265
§4.	Dòng điện không đổi. Dòng điện trong môi trường vô hạn.....	273
§5.	Từ trường. Định luật Bio-Savart-Laplace. Định lý về lưu số trong chân không. Độ tự cảm của các dây dẫn. Định lý hỗ cảm.....	278
§6.	Từ trường trong vật chất. Vectơ \vec{B} và \vec{H} . Định lý về sự tuần hoàn trong vật chất. Các vật siêu dẫn trong từ trường.	284
§7.	Cảm ứng từ. Năng lượng và các lực trong từ trường. Sự bảo toàn từ thông trong các mạch siêu dẫn.	290
§8.	Chuyển động của các hạt mang điện trong điện trường và từ trường. Suất điện động Hall. Chuyển động của vật thể khi có các lực Ponderomotor.	299
§9.	Quá trình chuyển tiếp trong các mạch điện. Dao động tự do.	312
§10.	Dao động cưỡng bức. Cộng hưởng. Phương pháp biên độ phức.....	317
§11.	Các yếu tố phân tích phổ. Hiện tượng tự dao động. Cộng hưởng tham số. Tập âm.	326
§12.	Phương trình Maxwell. Sóng điện từ. Ống dẫn sóng và hộp cộng hưởng. Plasma.	332

Phần II. QUANG HỌC

§1.	Quang hình học và trắc quang.....	346
§2.	Các công thức Fresnel. Áp suất ánh sáng.....	354
§3.	Giao thoa ánh sáng đơn sắc.....	365
§4.	Giao thoa ánh sáng đơn sắc. Tính kết hợp theo thời gian.....	368
§5.	Các nguồn sáng rộng. Tính kết hợp không gian.....	373
§6.	Nhiều xạ Fresnel. Các tẩm đồi.....	379
§7.	Nhiều xạ Fraunhofer. Năng suất phân giải của các dụng cụ quang học.....	387
§8.	Các thiết bị quang phổ.....	402
§9.	Cơ sở quang học Furie và phép chụp ảnh toàn cảnh.....	420
§10.	Hiện tượng tán sắc ánh sáng. Hiệu ứng Doppler trong quang học.....	427
§11.	Sự phân cực ánh sáng. Quang học tinh thể và quang học phi tuyến.....	438
	Phụ lục.....	450
	Tài liệu tham khảo.....	453
	Mục lục	454

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ VĂN HÙNG

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Phó Tổng biên tập NGÔ ÁNH TUYẾT

Giám đốc Công ty CP Sách ĐH-DN NGÔ THỊ THANH BÌNH

Biên tập nội dung và sửa bản in:

ĐẶNG THANH HẢI

Thiết kế mỹ thuật và trình bày bìa:

ĐINH XUÂN DŨNG

Thiết kế sách và chế bản:

MAI HƯƠNG

Công ty CP Sách Đại học – Dạy nghề, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam
giữ quyền công bố tác phẩm.

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TẬP VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

(Dùng cho các trường Đại học có các chuyên ngành vật lý, vật lý kỹ sư
và vật lý kỹ thuật)

TẬP HAI : ĐIỆN - TỬ VÀ QUANG HỌC

Mã số: 7B765y3-DAI

Số đăng ký KHXB : 54 - 2013/CXB/ 56- 51/GD

In 500 cuốn (QĐ in số : 71), khổ 16 x 24 cm.

In tại Xí nghiệp in - NXB Lao động xã hội.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 09 năm 2013.